T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

ÇOK-DEĞERLİ MANTIK

Sistematik Felsefe ve Mantık
Ana Bilim Dalı
(Yüksek Lisans Tezi)

CEMİL GÜZEY

Yöneten
PROF.DR.ŞAFAK URAL

İSTANBUL 1989

KISALTMALAR

ÇDM: Çok-değerli mantık
ÜHO: Üçüncü Halin Olanaksızlığı
KM: Klasik Mantık
DT: Doğruluk Tablosu
dd: Doğruluk Değeri
Z: Zorunlulukla
N: Değilleme
D: Doğru
Y: Yanlış
B: Belirsiz
YD: Yarı-doğruluksal
RW: Russell-Whitehead
L_3: Lukasiewicz'in 3-değerli sistemi
B_3: Bochvar'ın " "
K_3: Kleene'in " "

İÇİNDEKİLER

I. BÖLÜM

ÇOK-DEĞERLİ MANTIĞIN TARİHSEL GELİŞİMİ

"Kendini geliştiren logos ruha uygundur"

Herakleitos

A- ÇOK-DEĞERLİ MANTIĞIN KÜLTÜRLE İLGİSİ

Çok-değerli mantık, sadece günümüz mantık anlayışının Antikite'deki kurulma aşamasında değil, farklı kültürlerde de karşımıza çıkmaktadır. Antikite'de klâsik iki-değerli mantığın bazı yasalarına karşı çıkılması, ÇDM'ğin ilk izlerini oluşturur. Öte yandan, bazı kültürlerde iki-değerli mantığın zaten yasa durumunda bulunmadığı bir düşünce şeklini yine ÇDM açısından yorumlamak mümkündür. Mesela: "Bororo yerlisi, kendini aynı anda hem insan hem papağan(Arara)olarak düşünür. Burada Özdeşlik veya Çelişmezlik ilkeleri uygulanamaz"[1].

Eski Çin'de de üç-değerli diyebileceğimiz bir mantık sistemiyle karşılaşmaktayız(Büyüğü,küçüğün içinde ara). Bu hiç kuşkusuz, bizim Kartezyen tavrımıza uygun düşmemektedir. Hugo von Hofmannstahl'ın dizelerinde de bu tavıra rastlamaktayız: "Her kim ki, en yüksek gerçek-olmama durumunu kavrar, gerçek olanın biçimlerdirilmesini o sağlar"[2].

Hint mantığı için de benzer bir durumdan söz edilebilir. Bilindiği gibi, olumlama ve değilleme, önermelerin alabileceği iki değerdir. Hint'li mantıkçılar ise, mantıklarını iki değer temelinde geliştirmediler. Doğru ve yanlış arasında yalnızca karşıtlık(contrariness) ilişkisi olduğunu

---

1. Dumitriu (1977), cilt I, s. 61
2. a.g.e., s. 12

savundular,çelişki(contradiction) ilişkisi değil. Advaita kuramındaki ontolojinin üç değeri vardır: gerçek, gerçek-olmayan ve tasvir edilemeyen. Jainist mantıkçılar ise, ileri sürme(assertion) ve değilleme(negation) gibi iki-değerli bir şemayı kabul etmeyip, üçüncü bir seçenekten söz ettiler(trtiya bhanga). Bu daha sonraları modal mantığın ilk aşamasında karşımıza çıkacak olan bir düşüncedir. Buradan da anlaşılabileceği gibi, Hint mantıkçıları, mantık sistemlerini kurarlarken, üçüncü halin olanaksızlığı (ÜHO) ilkesini yadsımış olmaktadırlar[1]. Görüldüğü gibi kültürel değerler ile ÇDM arasında bir bağ kurmak mümkündür.Çünkü bazı kültürlerde ÜHO ilkesi açıkca yadsınmaktadır. ÜHO ilkesinin yadsınması ise iki-değerli mantığın kısmen'de olsa bir kenara bırakılması anlamına gelmektedir. Bu özellik açısından çeşitli kültürlerde yer alan görüşleri ÇDM tarihi içinde anmak mümkündür.Fakat,çeşitli kültürlerde ÇDM'a ait görüşlerin fikir düzeyinde bulunması ÇDM'ğin aksiyomatik olarak kurulması, formal özelliklerinin tespit edilmesini gerektirmemektedir.Nitekim yukarıda işaret edilen kültürlerde bu yönde bir çalışma yapıldığı söylenemez. Bu çalışmadaki amacımız,ÇDM'in kültürle olan ilişkisini incelemek değildir.Amacının ÇDM'ği mantık bilimi açısından ele almak,formal özelliklerini ortaya koymaktır.

B- ANTİKİTE VE ARİSTOTELES

ÇDM konusunda günümüzde yapılan çalışmaların basit bir düzeyde de olsa,ilk örneklerini Antikçağ'da buluyoruz.

Klâsik iki-değerli mantığın,özellikle Görgias tarafından savunulduğunu görebiliriz; varlık-hiçlik ikileminde Çeliş-

1. a.g.e. 52

mezlik ilkesi işbaşındadır. Fakat Euthydemos diyalogunda, bu ilkenin ortadan kalktığı söylenebilir. Nitekim "her şey, her zaman, herşeyle uygunluk içindedir" (aynı şey için çelişik ifadelerde bulunabilir). İfadenin böyle bir yorum gerektirdiği açıktır.

İ.Ö. 316-241 yılları arasında yaşamış olan Arkesilaos, Eski Platon'cu okula bağlıdır, ama gerçekte olasılıkçılık kuramını Yeni Akademiye getirmiş olan önemli bir düşünürdür. Sokrates'in "Hiç bir şey bilmediğimi biliyorum" maksimine, "Onuda bilmiyorum" diye karşılık veren Arkesilaos kuşkucu(sceptical) bir tavıra sahiptir: Hiç bir tasavvur kesin olmadığı için, bilgi ve bilim de olanaklı değildir ve sonuç olarak her tür düşünce bir kenara bırakılmalıdır. Oysa gerçekte Arkesilaos'un getirdiği bu kökten kuşkucu tavır da olanaklı değildir. Nitekim Arkesilaos da olanaklı olanın kabulünde karar kılar. Öyleyse mantıksal açıdan, yargıyı askıya almak, pragmatik açıdan ise, olanaklı olanı dikkate almak gerekir; olasılık en yüksek yaşam normudur. Kuşkucular ile Arkesilaos arasındaki ayrım burada açıkca görülmektedir; Arkesilaos'un tutumuna "mantıksal kuşkuculuk" demek daha doğru olacaktır.

Stoa felsefesinde karşıtlıklar üzerinde özgün çalışmalar yapılmıştır. Bunun sonucu olarak, iki çelişik cümleden yalnızca birinin doğru olabileceği, diğerinin zorunlu olarak yanlış olacağı, bir başka deyişle hiç bir cümlenin hem doğru hem yanlış olamayacağı kabul edilmiştir.

Buradan "'A olacaktır' ve 'A olmayacaktır' gibi iki çelişik cümleden, daha söylendikleri anda, birinin zorunluluğu diğerinin olabilirliğini ortadan kaldırır ve doğrulukları önceden belirlenmiştir" şeklinde tutarlı bir görüşe varılmıştır. Cicero, bu Stoa'cı önceden-belirleme kuramını (pre-determination) "Ex omni aeternitate fluens veritas sempiterna' düşüncesiyle açıklamıştır[1].

Aristoteles, gelecek hakkında bilgi veren bazı cümlelerin yalnızca olanaklı olduklarını (özgür istemeyle bağıntı içinde) ve gerçekleşmedikçe doğru veya yanlış olarak değerlendirilmeyeceklerini kabul etmiş görünmekteydi. Determinist Stoa'lılar ise, geleceğe ilişkin karar verme olanağını yok saydılar.Onlara göre,şeyler tamamıyla ve kader tarafından, doğruluk ve yanlışlıkları içinde önceden-belirlenmişlerdi. Bu kuramın en ateşli savunucusu Krisippos olmuştur.Bu yüzden Lukasiewicz,Tertium non Datur(ÜHO)ilkesini zayıflatan Çok-değerli mantıklara(ÇDM)"Krisippos'cu-olmayan"mantıklar adını vermiştir[2]. [redacted]

Konuya "De Interpretatione"nin 9.bölümünde geniş yer veren Aristoteles'in ise "gelecekte olanaklı" (futurum contingentium) önermelere, "iki-değerlilik ilkesinin(principle of bivalence)

(1a) Z(D(p) v Y(p)) Yani"bir önerme ya doğrudur ya yanlıştır" veya bunun akrabası olan ÜHO ilkesinin

(1b) Z(D(p) ve D(~p)) Yani"bir önerme ve bu önermenin çelişiğinden yalnızca biri doğrudur" ilkesinin uygulanamayacağını söylediği kabul edilir[3].Sözgelimi bu konuda Kneale'in yorumu[4] her bildirim cümlesinin(declarative sentence)ya doğru ya yanlış olduğu......   ./..

---

1. "Tüm sonsuzluktan doğan ebedi doğruluk"
2. McCall (1967), s.16.
3. Burada D(p)="p doğrudur",Y(p)="p yanlıştır"ve Z(p)=zorunlulukla p(doğrudur)"anlamına gelmektedir.
4. William and Martha Kneale(1962), s.46-47.

şeklindedir. Taylor'a göre[1] her önerme, geleceğe yönelik önermeler dışında ya doğru ya yanlıştır. Baylis'e göre ise[2], her önermenin ya doğru ya yanlış olduğundan kuşkulanılması, Aristoteles'te de görülmektedir. A.N.Prior ise[3], Aristoteles'i yorumlarken "üçüncü" ya da "nötr" değerden söz etmektedir. Öyleyse, Aristoteles "gelecekte olabileceklerle" ilgili önermelere doğruluk-değerimsi bir özellik yüklemiştir.

Nitekim Aristoteles Antikite'de bile yukarıdaki gibi anlaşılmıştır. Sözgelimi Stoa filozofları, geleceğe yönelik önermeler de dahil olmak üzere, tüm önermelerin ya doğru ya yanlış olduğunu söylemekle, Aristoteles'e karşı çıktıklarını düşünmüşlerdi; Epikuros'cular ise bu düşünceye saldırmakla, Aristoteles'i savunmuş olduklarına inanıyorlardı.

Gerçekten de Aristoteles'e göre, "önermeler doğruysa, zorunlulukla doğrudurlar" gibi bir sav, yalnızca bazı koşullarda kabul edilebilir[4].

(2a) $(Dp) \longrightarrow Z(p)$ veya belki de $D(p) \longrightarrow Z[D(p)]$

(2b) $Y(p) \longrightarrow Z(\sim p)$ " " $Y(p) \longrightarrow Z[Y(p)]$

Ayrıca "bir önerme ya zorunlu olarak doğrudur ya da zorunlu olarak yanlıştır" şeklinde ifade edebileceğimiz,

(3a) $Z[D(p)] \ v \ Z[Y(p)]$

(3b) $Z(p) \ v \ Z(\sim p)$

(3c) $Z[D(p)] \ v \ Z[D(\sim p)]$

savını da dile getirir. Ancak Aristoteles, her iki ilkenin

---

1. Taylor (1957) s.2.
2. Baylis (1936) s.156
3. Prior (1957) s.86
4. Kesin bir ayrım olanaksız olduğu için, çeşitli olanakları göstermek gerekmektedir.

de zamana bağımlı önermelere ve geçmişle şimdinin özel durumlarına uygulanabileceğini belirtir: "gelecekte olabilecek" olan önermeler, kesinlikle bu alanın dışındadırlar. Yani Aristoteles bir yandan

(4) $D(p \vee \sim p)$; veya gerçekte $Z[D(p \vee \sim p)]$ ifadesini

koşulsuz olarak kabul etmekte, diğer yandan ise (3)'ün koşulsuz uygulanmasına karşı çıkmaktadır. Peki şimdi (1a) ve (1b) nin durumu ne olacaktır? (1) tıpkı (4)gibi koşulsuz doğru mu olacaktır, yoksa (3)gibi yalnızca "gelecekte olabilecekler"i dışta bıraktığında mı doğru olacaktır? Kısacası, Aristoteles, geleceğe yönelik önermelere doğruluk-değerimsi bir konum vermekle ÜHO (ve/veya iki-değerlilik) ilkesinin evrensel bir uygulamasının olacağını yadsımış mı olmaktadır?

Bazı yorumlara göre, bu soruya olumlu yanıt verildiğine az önce değinmiştik. Ancak Nicholas Rescher'in görüşünü dikkate almak uygun olabilir. Çünkü Aristoteles için (1) tıpkı (4) gibi koşulsuz olarak doğrudur. Bize göre, zamansal kısıtlamalar (1) için değil (3) için geçerlidir. Bu görüşü bir de Farabi'de bulmak mümkündür.

C- FARABİ'NİN KATKISI

"Bütün zorunluluk türlerinde, iki çelişik ifadeden birinin doğruluğu belirlenmiş durumdadır. Ancak, olabilirlik söz konusu olduğunda iki çelişik ifadeden birinin doğruluğu önceden belirlenmiş değildir. Çünkü tam bir belirlenmişliğin mevcut olmadığı ve çelişik ifadelerin eşit derecede olabilirliğe sahip oldukları bir durumda, doğru ve yanlış seçeneklerini belirleyen, olacak olandır".[1]

---

1. Fârâbi, s.97

Gerçekten de De Interpretatione'nin 9.bölümünün sonunda Farabi yorumunun uygunluğunu görebiliriz. "Bazı şeyler zorunludur, bazıları ise rastlantısaldır": tüm tartışma bu giriş savı çevresinde dolanmaktadır ve burada, değilleme yerine olumlamanın doğru olması zorunlu değildir[1]. Yani rastlantıya bağımlı olan "geleceğe yönelik" önermeler konusunda yadsınan "$D(p) \vee D(\sim p)$" değil "$Z(p) \vee Z(\sim p)$"dir.

Bir yandan rastlantı, diğer yandan zorunluluğun söz konusu olduğu böyle bir durumda, bu yorum bizce uygundur. Her zaman olanın, arasıra olan karşısındaki açık seçik zıtlığı, burada yalnızca doğruluğun değil, zorunluluğun iş başında olduğunu göstermektedir.

"Varolan, bir kez varoldumu, zorunludur; varolmayan ise varolmadığı zaman zorunlu olacaktır". Yani bu durumda "$D(p) \longrightarrow Z(p)$" ve "$D(\sim p) \rightarrow Z(\sim p)$" geçmiş ve şimdiki zaman önermelerine uygulanacaktır.

"Fakat varolan herşey zorunlukla var değildir, varolmayan herşey de zorunlulukla varolmayan değildir. Çünkü 'bir kez varolan bir şey zorunlulukla varolandır' ile 'herşey, zorunlulukla, olduğu gibidir' tam olarak aynı şey değildirler". Yani bir başka deyişle, geçmiş-şimdi önermeleriyle ilgili olarak "$D(p) \longrightarrow Z(p)$"yi ileri sürmek, bunu koşulsuz olarak kabul etmekle aynı şey olamaz.

Aynı şekilde, varolmayan ile ilgili olarak "$D(\sim p) \longrightarrow Z(\sim p)$"

---

1. Bu ve bu bölümün sonuna kadar kullanılan alıntılar, De İnterpretatione'nin 19a18-19b4 arasında kalan bölümüne aittir.

aynı kısıtlamaya sadık kalmak kaydıyla ileri sürülebilir. Aristoteles'e göre "Çelişik olan şeyler için de benzeri bir durum söz konusudur". Yani, "$Z(p) \vee Z(\sim p)$" evrensel olarak alınmalıdır, ama geçmiş-şimdi önermeleriyle sınırlandırılmalıdır. "Çünkü bir şeyin olması veya olmamasıdır zorunlu olan; ve tıpkı bunun gibi, bir şeyin ya <u>olacak</u> ya da <u>olmayacak</u> olmasıdır zorunlu olan". Bir başka deyişle "$Z(p \vee \sim p)$" herhangi bir zamansal kısıtlama söz konusu olmaksızın doğrudur". Ancak, bir ya da diğer seçeneğin zorunlu olduğunu ileri süremeyiz". Yani, "$Z(p) \vee Z(\sim p)$" koşulsuz olarak kabul edilemez.

Sözgelimi, "yarın bir deniz savaşının olacağı ya da olmayacağı zorunludur" ifadesini gözönüne alalım. (Burada P_1, yarın bir deniz savaşı olacağını bildiren bir ifade ise, $Z(p_1 \vee \sim p_1)$ olur). "Oysa ne yarın bir deniz savaşı olacağı zorunludur ne de olmayacağı zorunludur". (Bir başka deyişle, $Z(p_1) \vee Z(\sim p_1)$ gibi bir sav değildir söz konusu olan). "Zorunlu olan, savaşın yarın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğidir". (Yani elimizdeki tek formül $Z(p_1 \vee \sim p_1)$dir).

Diğer bir deyişle: $Z\left[[D(p) \& Y(\sim p) \quad \vee [(D(\sim p) \& Y(p)]\right]$ kabul edildiği halde, $Z\left[D(p) \& Y(\sim p)\right] \quad \vee \quad Z\left[D(\sim p) \& Y(p)\right]$ ifadesi ilkinden farklı olacaktır; dolayısıyla özdeş değildir. $Z\left[D(p) \vee Y(p)\right]$ ve/veya $Z\left[D(p) \vee D(\sim p)\right]$ gelecekte olabilir ifadelere uygulanabilir.

Aristoteles'in son bir örneğini daha ele alalım: "Varolan hiçbir şeyin rastlantıya bağlı olmadığı şeklindeki yanlış bir düşünceyi ele alalım; herşey zorunludur ve rastlantıya bağlı değildir gibi yanlış bir düşünce ya gelecekte olabilir bir ifadeyi olumlayan ya da bunu yadsıyan doğru söylemektedir". Burada Aristoteles'in hem olumlama hem de değillemenin <u>doğru</u> olmadığını söylediği düşünülebilir. Ancak, "bazı şeyler zorunludur, bazıları rastlantısaldır" şeklinde dile getirilen giriş savındaki 'zorunluluk' sözcüğü burada da işbaşındadır, hiçbirinin zorunlulukla doğru olduğu söylenemez. Bu durumda, Fārābi'nin De Interpretatione yorumu, tüm önermelerin zorunlu olarak doğru veya yanlış olduğu görüşüne karşı çıkan Aristoteles'in düşüncelerini açıklamak için en elverişli yoldur. Doğruluk veya yanlışlıkları zorunlu olmayan önermelerin varlığını kabul etmek gerekmektedir.

D- KONUNUN ORTAÇAĞDAKİ ELE ALINIŞ BİÇİMİ

Ortaçağda Batılı düşünürler, teolojik kanıtlamalarla yoğun olarak uğraşmışlardı. Duns Scotus, Petrus Abelardus ve Ockham'lı William gibi ünlü adlara göre, "gelecekte olanaklı" önermelerin varlığı, doğrudan bu konuyu ilgilendirmekteydi. Bunlardan Fransisken rahibi Ockham'lı William'ın, oldukça özenli bir üç-değerli mantık ve teolojik(teo-epistemolojik)modaliteler karışımı hazırlamış olduğunu biliyoruz[1].

Ockham'lıya göre bilgi, doğru bir önerme ile ifade edilebilir. Fakat şu anda ne doğru ne de yanlış bir önerme ile ifade edemeyeceğimiz olaylar varsa bu durum Tanrı'nın da yanıtını henüz veremeyeceği soruların olması demektir. Şimdi, A'nın olanaklı; yani henüz belirlenmemiş bir gelecek zaman olgusunu dile getirdiğini varsayalım ve "A olacaktır" ve "Tanrı A'nın olacağını bilmektedir" önermelerini göz önüne alalım. Aristoteles'çi bakış açısına göre, "Tanrı A'nın olacağını biliyorsa, A olacak-

---

1. Boehner (1958), s.112-113.

tır" diyebilir miyiz? Ockham'lıya göre, "evet,diyebiliriz."[1] Çünkü burada ilk bileşke(antecedent)yanlış, sonuç bileşkesi (consequent)ise "nötr"dür ve doğru önermelerin olduğu gibi yanlış önermelerin de nötr önermeleri gerektirdiği düşünülmektedir. O halde, nasıl Y⟶D=D oluyorsa, Y⟶B=D olmalıdır. Bu ise, A ne tür bir olay olursa olsun "Tanrı A'nın olacağını biliyor ise, A olacaktır" önermesinin doğru olacağı anlamına gelir. Çünkü eğer A'nın olmayacağı belirlenmiş (bir başka deyişle,Tanrı'nın istemesine bağlı ise) ise, sonuç bileşkesi kesinlikle yanlış olacak ve böylece ilk bileşke de yanlış kılınacaktır. Öyleyse A gerçekte olmayacaksa, A'nın olacağının bilinmesi söz konusu olamaz. Demek ki burada durum Y⟶Y=D şeklindedir. Geriye bir tek durum kalmaktadır: A'nın olacağı belirlenmiştir ve o halde doğrudur; Tanrı(Tanrı olduğu için)bunu bilecektir ve D⟶D=D olacaktır.

Ockham'lı William bu işlemin tersini de ele almıştır(A olacaksa,Tanrı bunu bilir).[2] Burada da ilk bileşke yanlış ise sonuç bileşkesi de yanlış olur ve doğruysa doğrudur. Ancak, ilk bileşke nötr ve sonuç bileşkesi yanlış ise, "bütün"ün durumu ne olacaktır? Ockham'lıya göre, bütün(consequentia)doğru olamaz. (B⟶Y=D) Ancak burada bir güçlükle karşılaşıyoruz. Çünkü bir Aristoteles'çi bile "A olacaktır" ve "Tanrı A'nın olacağını bilmemektedir" önermelerinin birlikte doğru olmayacağını kabul edebilir; öyleyse bu durumda "A olacaktır"ın "Tanrı bunu bilir"i

---

1. a.g.e. s. 114
2. Boehner (a.g.e) s.429-434.

gerektireceğini nasıl yadsıyabiliriz?[1] Ockham'lı William'ın yanıtı şöyledir: nötr önermelere inanan biri, bu konuda, $\sim(p \wedge \sim q)$ ifadesinin her zaman $p \to q$ ifadesini gerektirmeyeceğini söylemelidir. Ockham'lı William'ın görüşleri, daha sonra ele alacağımız Lukasiewiez'in matrikslerine de uymaktadır. Yani CO 1/2=1 olur. Bu ise "Tanrı A'nın olacağını bilmektedir" önermesinin, "A olacaktır" önermesini her koşulda gerekli kılması demektir.[2] Bu matriksler, ayrıca C1/2 0≠1 saptamasını ve "A olacaktır" nötr bir önermeyse, "A olacaksa Tanrı bunu bilmektedir" içermesinin doğru <u>olmayacağı</u> tezini de doğrulamaktadırlar.[3]

Ancak, C1/2 0 doğru olmasa bile, NK1/2 0'ın doğru olacağı görüşü, Lukasiewicz matriksleriyle bağdaşmamaktadır. "A olacaksa, Tanrı bunu bilmektedir" içermesini yadsımada çektiği zorluk karşısında, matrikslerin getirdiği çözüm ise şudur: ilk bileşke nötr (dolayısıyla sonuç bileşkesi de yanlış) olduğunda, bu önerme doğru değildir (her ikisi de nötr olmaktadır); aynı durum "A olacaktır, ama Tanrı bunu bilmemektedir" önermesi için de söz konusudur (C1/2 0=NC1/2 0=1/2 ve K1/2NO=NK1/2NO=1/2). Bunun nedeni, Ockham'lının sonuca üçüncü değeri vermeyi hiç düşünmemiş olması olabilir. Eğer bunu yapsaydı, Ortaçağın "Nötr önermeler varsa, Tanrı Alim-i Mutlak olabilir mi?" sorusu (Lukasiewicz matrikslerine göre) şu şekilde çözülebilirdi: 'Tp', "Tanrı biliyor ki p'dir" önermesini temsil etsin. O zaman "Tanrı Alim-i Mutlaktır" yani "her hangi bir p durumunda, [redacted], Tanrı p

---

1. Bu durum Tanrı'nın varlığının kanıtlanamayacağını, bunun salt inanç sorunu olduğunu savunan Ockham'lı için önemli bir sonuçtur.
2. Yani, önermenin doğruluk değeri Y, D veya B olsa bile yine A olacaktır.
3. Lukasiewicz-Tarski notasyonu: C="ise", K="ve", Π="tümel niceleyici", 1/2="Belirsiz", 1="Doğru" 0="Yanlış"

olduğunu bilmektedir" önermesi ΠpCpTp ile temsil edilir. Eğer nötr önermeler varsa, bu KK(C1T1)(C1/2T1/2)(COTO) şeklini alacaktır. Teoloji ve epistemolojinin bize sunduğu eşitlikler şunlardır: T1=1,T1/2=0,TO=0(Tanrı,Tanrı olduğu için her doğruyu bilir ve bilgi de bilgi olduğu için ne Tanrı ne de başkası, nötr veya yanlış olan bir şeyi bilebilir.O halde KK(C1T1)(C1/2T1/2)(COTO)=KK(C11)(C1/2 0)(COO)=KK11/2 1=K1/2 1=1/2.[1]

Öyleyse eğer nötr önermeler varsa,"Tanrı Alim-i mutlaktır" önermesi de bunlardan biridir. Bu da Ockham'lı William'ın,kabaca şu şekilde ifade edebileceğimiz genel tezini doğrulamaktadır: Yani, dinsel öğretiler her tür metafizik ve bilimsel destekten yoksun olup,salt inanca dayanırlar ve öyleyse mantıksal olarak kanıtlanmaları olanaksızdır.

E- ÇOK-DEĞERLİ MANTIĞIN DOĞUŞU

Çok-değerli mantığa kaynak oluşturan bir başka olgu da modal önermelerdir. Modalite düşüncesi, temelde önermelerin doğruluk değerlerine (dd) göre değil de ileri sürülebilirliklerine (assertibility) göre sınıflandırılmaları sonucu ortaya çıkmıştır.

Aristoteles "p zorunludur" türünden ifadelere apodiktik, "p olanaklıdır" türünden ifadelere problematik ve bu ikisinin dışındakilere asertorik adını vermişti. Yani modalite düşüncesi bir yönüyle, dd'lerinin sayısını ikisinin üzerine çıkarmakta

---

1. Eğer ateist bakış açısı doğru ise,sav şu şekilde ifade edilebilir:T1=0,C1T1=C10=0 ve pCpTp=KK(C1T1)(C1/2T1/2)(COTO)=KK01/2 1=K01=0

böylece çok-değerli mantığa (ÇDM) zemin hazırlamış olmaktadır.

Şimdi bu ilgiyi biraz daha yakından görebilmek için modal önemeler konusunun amacımız doğrultusunda kısaca ele alalım.

Antikite'de kullanılan alethik(doğruluk)modaliteler şunlardır:

zorunlulukla doğru(necessarily true)
olanaklı(yani,aktüel ama zorunlu değil)doğru(possibly true)
olanaklı yanlış(possibly false)
zorunlulukla yanlış(necessarily false)

Bu modaliteler daha sonraları, olasılık kuramıyla birlikte, olasılıkçı modalitelerin yolunu açmıştır;bu modaliteler ise:

kesin doğru(strictly true)
olanaklı doğru(probably true)
önemsiz(indifferent)
olanaklı yanlış(probably false)
kesin yanlış(strictly false) şeklinde ifade edilmişlerdir.

Lukasiewicz ve Peirce,alethik modalitelerden, MacColl ise olasılık modalitelerinden yola çıkmıştır.[1] MacColl'un önermeler mantığında dd'leri,zorunlu(kesin),olanaksız ve değişken olmak üzere üç taneydi; Sistemi ise üç boyutluydu(Venn sistemi ise iki boyutludur, yani iki dd'i vardır). Sözgelimi "2=2" zorunludur, "3=2" olanaksızdır ve "x+2=5" değişkendir. Şöyle de diyebiliriz: "2+3=5","2+3=5" ve "2=x=5".

MacColl, olasılıkçı mantık çizgisinde ilerlemekle,formal

1. Rescher(1968), s.55.

gelişimi kolaylaştırmış oldu. Çünkü onun dd'leri,tıpkı olasılıklar gibi, doğruluksal-olmayan(non-truth functional) bir temel üzerinde iş görürler. Bunun ne denli önemli bir konu olduğuna, "Yarı-doğruluksal sistemler" bölümünde oldukça geniş biçimde değineceğiz.

MacColl'un 1897'de kurduğu bu sistemin ardından, 1909 yılında Peirce kendi sistemini kurdu; böylece Klâsik Mantığın (KM)iki-değerli Doğruluk Tablosunun(DT) üç-değerli benzerine geçilmiş oldu.Ancak Peirce,trikotomik matematiği,dikotomik (iki-değerli)ögelerden tamamıyla arındıramayacağını düşündüğü için,çok-değerli ve/veya modal yaklaşıma MacColl kadar köklü olarak bağlanmamıştır diyebiliriz.

1912'de Vasil'ev,Lobaçevski'nin Euklides geometrisine yaptığını,Aristoteles mantığına uyguladığını ileri sürdü. Vasil'ev,mantık mantıklığını yitirmeksizin, hangi mantık ilkelerin değiştirilebileceğini veya elenebileceğini görmek istiyordu. Ona göre mantık (1) sabit, değişmeyen üstmantıksal (metalogical) ilkeler ve (2) bilinen objelerin özelliklerine bağımlı olan ontolojik temelli bazı yasalardan oluşmaktaydı. Vasil'ev Çelişmezlik ilkesini Kant'taki şekliyle(hiçbir obje kendisiyle çelişen bir yükleme sahip olamaz) aldı ve Üçüncü Halin Olanaksızlığı(ÜHO) ilkesini de "bir obje,bir yükleme veya bu yüklemin değillemesine sahip olmalıdır" şeklinde yorumladı. Böyle yapmakla da her iki yasayı mantığın ontolojik kısmına yerleştirmiş oldu[1] ve aktüel dünyaya özgü olmalarını (değişebilir olmalarını)sağladı;olanaklı olan her dünyaya değil. Çelişmezlik ilkesini ise, kendiyle-çelişmezlik(principle of non-self-contradiction)ilkesinden ayırdı[2],ki bu değişti-

---

1. Comey,(1965) s.368-370
2. Bir ve aynı yargı,aynı anda doğru ve yanlış olamaz

rilemez bir üstmantık ilkesi durumundadır.

Lukasiewicz üç-değerli sistemini ilk kez 1920 yılında, Lwow'daki Polonya felsefe derneğine sunmuştur.[1] Bu sistemin aksiyomatik temellendirimi ise, 1931'de M.Wajsberg tarafından, aşağıdaki dört aksiyom ile gerçekleştirildi:[2]

(1) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

(2) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow [(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)]$

(3) $(\neg \alpha \rightarrow \neg \beta) \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

(4) $[(\alpha \rightarrow \neg \alpha) \rightarrow \alpha] \rightarrow \alpha$

Önceleri yalnızca 3-değerli ve n-değerli (1973) sonlu sistemleri üstünde durulmaya değer bulan Lukasiewicz'in, daha sonraları 4-değerli mantığın en önemli sistem olduğu düşüncesini benimsediği bilinmektedir. Lukasiewicz'in izinden gidenler arasında, Polonya okulunun diğer ünlü adlarını,Tarski, Slupecki ve Sobocinski'yi sayabiliriz.

Çok-değerli mantıkların çoğu, Lukasiewicz sisteminden farklı bir çizgide ilerlemiştirler. Heyting,Gödel,Bochvar ve Kleene'in çalışmaları bu konudaki önemli örnekler olarak gösterilebilir. Özellikle Bochvar ve Kleene, Lukasiewicz sisteminden temelde ayrılmakla birlikte,üstmatematik(matemathematics) alanındaki yetkin kullanımları bakımından dikkat çekmektedirler.[3] Jaskowski ise, sistem yayılımı (expansion) ve iki sistemin kartezyen çarpımları gibi iki önemli işlemi mantığa kazandırmıştır(İlerki bölümlerde bu konuları ayrıntılı olarak ele alacağız).

ÇDM için Sezgici(intuitionist)okulun ayrı bir önemi vardır.Çünkü ÜHO ilkesinin mevcut olmadığı ÇDM'larda,(Örneğin,

---

1. McCall (1967) s.16-18
2. McCall (1967) s.264-284
3. Kleene (1952)

Heyting Sistemi) değilleme(negation)önemli bir işleve sahiptir,ki bu da ÇDM ve Sezgici mantık arasındaki bir tür organik bağ anlamına gelmektedir. Sezgici önermeler hesabı kapsamında incelenen ÇDM'ların öncüleri Brouwer ve Kolmogorov'dur.[1] Bu konuda Arend Heyting'in de çalışmaları gösterilebilir.[2]

ÇDM'ların semantik yorumu(doğruluk değeri yükleme işlemine anlam verme,yani bu yüklemelerin kendilerinin "semantik" olduğunun kabul edilmemesi)ise oldukça çaba gerektiren, zorlu bir konudur. Prior ve Rescher dışında pek işlenmemiş olan bu konuya IV.Bölümde yer vereceğiz.

Gerçekte doğruluksal(truth-functional)olmayan,ama yine de çok-değerli(yani ortodoks olmayan) doğruluk fonksiyonlarına dayanan ÇDM sistemleri,son otuz yıllık çalışmaların ürünüdür.Bu yaklaşımın ilk olarak Nicholas Rescher'ın bir makalesinde işlendiğini görüyoruz.[3]

Matematiğin bazı temel paradokslarının 3-değerli bir mantık aracılığıyla çözümlenmesi ise, üçüncü "ara" değeri "anlamsız" ya da "tanımlanamayan" anlamında kullanan Bochvar'ın başarısıdır. Moh Shaw-Kwei'in 1954 tarihli makalesi de bu konuda unutulmaması gereken bir çalışmadır. ÇDM'ı semantik paradokslara(Özellikle "yalancı" paradoksuna)uygulamak isteyenler olmuştur.Fakat Moh Shaw-Kwei, bu tür paradoksların ÇDM içinde bile ortaya çıkabileceğini göstermiştir.[4]

A.N.Prior ise,özellikle "zamansal mantık" (tense logic) konusunda önem vermiştir (geçmiş,şimdi ve gelecekle olan ilişki-

---

1. Heyting (1956)
2. a.g.e.
3. Rescher (1962)
4. Moh Shaw-Kwei (1954)

leri bakımından,önermelerin dd'lerinin belirlenmesi)[1].

1920'lerden bu yana, sıkça gündeme gelen bir tartışma da, ÇDM sistemlerinin iki-değerli ortodoks mantığa rakip (alternatif) olup olamadıklarıdır. Sözgelimi Vasil'ev, kendi sisteminin "Aristoteles'çi-olmayan" bir sistem olduğunu ileri sürmüş ve "Euklides'çi-olmayan" geometrilere benzetmiştir.

ÇDM çalışmaları, yalnızca bir kuşak öne mantık bilim çerçevesinde de alınmaya başlamış olan yeni bir konudur. Ayrıca, gelişmesinin bugünkü aşamasında henüz "bitmemiş" bir disiplin durumundadır. Farklı düşüncelere sahip çok sayıda mantıkçı tarafından, çok değişik yönlerden yaklaşılan bir konu olması, ÇDM konusunun incelenmesini güçleştiren problemlerden biridir.

---

1. Prior (1957) s.

A- BAZI ÇDM SİSTEMLERİ

İki-değerli önermeler mantığında sentaktik gelişme tamamlandığında, semantik bölüme geçmek olanaklıdır. Bunu da Doğru(D) ve Yanlış(Y) olmak üzere iki dd'i vererek ve çeşitli önerme eklemlerine Doğruluk Tabloları(DT)aracılığıyla dile getirilen formal kurallar tespit etmekle gerçekleştirebiliriz. Değilleme($\sim$), tikel evetleme($\vee$), tümel evetleme($\wedge$), içerme($\supset$) ve eşdeğerlik($\equiv$)eklemleriyle ilgili kurallar, aşağıdaki DT'su ile verilir:

p	$\sim p$
D	Y
Y	D

	$p \wedge q$		$p \vee q$		$p \supset q$		$p \equiv q$	
p \ q	D	Y	D	Y	D	Y	D	Y
D	D	Y	D	D	D	Y	D	Y
Y	Y	Y	D	Y	D	D	Y	D

Böylece, herhangi bir "düzgün-tam-deyim"(well-formed formula) belli dd'leri verilerek, doğru veya yanlış olma bakımından incelenebilir:

$\alpha \supset \{\beta \wedge [(\alpha \vee \beta) \supset (\gamma \equiv \alpha)]\}$ formülü

$|\alpha| = D,\ |\beta| = Y$ ve $|\gamma| = D$ durumunda

$D \supset \{Y \wedge [(D \vee Y) \supset (D \equiv D)]\}$ şeklinde ifade edilir.

'v' tablosuna göre D v Y=D ve '$\equiv$' tablosuna göre $D \equiv D = D$ olduğundan

$D \supset \{Y \wedge [(D) \supset (D)]\}$ olacaktır. $D \supset D = D$ olduğu için $D \supset (Y \wedge [D])$. Ancak $Y \wedge D = Y$, öyleyse $D \supset Y$ çıkar, ki bu da '$\supset$' tablosuna göre Y olur. Bu işlem, karmaşık formüllerin önerme değişkenlerine verilen dd'leri aracılığıyla, bu formüllerin dd'lerinin hesaplanmasına olanak verir.

Tüm bu önerme eklemleri,kesin olarak doğruluksal(truth-functional)dırlar:yani bileşenlerin dd'leri verildiğinde,sonuç bileşkesinin dd'i belirlenmiş demektir.Bir başka deyişle ortodoks mantıkta yalnızca iki tane(kesinlikle doğrusal)değer söz konusudur ."Principia Mathematica"(Russell-Whitehead)ile birlikte iyice tanınan bu sisteme RW diyeceğiz.

İki-değerli bir totoloji ise,önerme değişkenlerine (propositional variables) ne değer verilirse verilsin, D değeri alan bir formüldür. Sözgelimi,

$\alpha \vee \sim \alpha \qquad \sim(\alpha \wedge \sim \alpha) \qquad \alpha \supset \alpha$ gibi formüller,

RW'nin aksiyomlaştırılması, "Modus Ponens" ve "Yerine Koyma" (subtitution) kuralları ile gerçekleştirilmiş olan totolojilerdir. Değilleme($\sim$) ve içerme ($\supset$) ilkel olarak kabul edilmiş ve önerme eklemleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$p \wedge q = \sim(p \supset \sim q)$

$p \vee q = \sim p \supset q$

$p \equiv q = (p \supset q) \wedge (q \supset p)$

Aksiyomlar ise şunlardan oluşmaktadır:

(1) $(\sim \alpha \supset \alpha) \supset \alpha$

(2) $\alpha \supset (\sim \alpha \supset \beta)$

(3) $(\alpha \supset \beta) \supset [(\beta \supset \gamma) \supset (\alpha \supset \gamma)]$

Bu temelden hareketle,Principia Mathematica sistemi, tamamen aksiyomatik olarak geliştirilebilir. Burada amaç, tüm totolojilerin teorem şeklinde türetilebileceği ('Modus Ponens' ve 'Yerine Koyma' kurallarını kullanarak) en ekonomik aksiyom listesini gerçekleştirmektir. Teorem olan her formülün(düzgün-tamdeyim) aynı zamanda iki-değerli bir totoloji ve her totolojinin de bir teorem olduğu böyle bir aksiyom sistemi <u>tamamlanmış</u>

(complete) demektir(klasik 2-değerli mantıkta).

Burada dikkat çekmek istediğimiz en önemli nokta, önermeler mantığına bu tür bir yaklaşımın başlangıç noktasında dd'leri cinsinden yorumlanması olanaklı olan semantik bir temelin bulunduğudur. DT'ları, aksiyom sisteminin uyması gereken ve önceden-varolan bir kabul edilebilirlik(totolojiklik) ölçütü sunarlar.

Daha önce değinmiş olduğumuz "ara" veya "üçüncü" değer ise, DT'larımızı aşağıdaki gibi değiştirecektir:

p	$\sim p$
D	Y
B	B
Y	D

$p \backslash q$	$p \wedge q$			$p \vee q$			$p \rightarrow q$			$p \leftrightarrow q$		
	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	B	Y	D	B	B	D	D	B	B	D	B
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

Burada da kesinlikle doğruluksal bir önermeler mantığı sistemi söz konusudur, ancak görüldüğü gibi iki değil, üç değer vardır(Yanlış, Doğru ve Belirsiz). Lukasiewicz'i çağrıştırması için bu üç-değerli sisteme L_3 diyeceğiz.

Gerçekte Lukasiewicz, sistemini bir kerede ve yukarıdaki şekliyle kurmamıştır. $\sim$ ve $\longrightarrow$ ilkel olarak kabul edip, diğer eklemleri bunlar cinsinden tanımlamıştır:

$p \vee q = (p \longrightarrow q) \longrightarrow q$

$p \wedge q = \sim(\sim p \vee \sim q)$

$p \longrightarrow q = (p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$

Bu tanımlar, bizi $\sim$ ve $\longrightarrow$ tabloları kullanarak, diğer eklemlerin DT'larına götürecektir.

Dikkat çekmek isteğimiz bir başka nokta ise, Lukasiewicz'in '$\longrightarrow$' eklemini ilkel kabul etmesinin rastlantı olmayabileceğidir. Çünkü '$\sim$', '$\wedge$' ve '$\vee$' eklemleri, kendilerine ait olan DT'larında B-girdilerine (indeterminate-input) daima B-çıktıları verdikleri için bunlar aracılığıyla '$\longrightarrow$'nin tanımlanması olanaksız olurdu; oysa $p \longrightarrow p$, p'ye B değeri verildiğinde bile D olacaktır.

Lukasiewicz'in ana hareket noktalarından biri de, iki-değerli mantıkta modalitelerin doğruluksal olarak gösterilmesinin olanaksızlığıydı ($\Diamond$ =olanaklı ve $\Box$ =zorunlu). RW'de ancak şu tablo kurulabilir:

p	$\Diamond p$	$\Box p$
D	D	D
Y	Y	Y

Ancak şimdi de, "$\alpha \equiv \Diamond\alpha$" ve "$\Box\alpha \equiv \Diamond\alpha$" ve "$\Box\alpha \equiv \alpha$" mantıksal doğrular (totolojiler) durumunda olmaktadırlar. Bunun sonucunda, tüm modal ayrımlar ortadan kalkar. Üç-değerli mantık ise "$\alpha \longrightarrow \Diamond\alpha$" ve "$\Box\alpha \longrightarrow \alpha$" ve "$\Box\alpha \longrightarrow \Diamond\alpha$" gibi gerekli içermeleri, modal ayrımlara ilişmeksizin korumamızı sağlamaktadır.

L_3'ün bir başka önemli özelliği de, yalnızca D ve Y söz konusu olduğunda, üç-değerli DT'larının iki-değerli tablolara tamamen uymasıdır; yani tabloların köşe noktalarında bulunan değerler aynıdır. B-girdisi bulunan tüm sıra ve sütunları karalarsak, bunu daha rahat görebiliriz:

p	$\sim p$
D	Y
B	B
Y	D

		$\wedge$			$\vee$			$\longrightarrow$			$\longleftrightarrow$	
$p \backslash q$	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	B	Y	Y	B	B	D	D	B	B	B	B
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

Öyleyse, değişkenlerine D, Y ya da B değeri verildiğinde totoloji olan, yani her üç durumda da D değeri alan bir düzgün-tam-deyim, iki-değerli mantıkta da bir totoloji olacaktır.

Öte yandan, iki-değerli totolojiler ise, üç-değer söz konusu olduğunda, B değeri alır ve totoloji olma özelliklerini yitirirler. Sözgelimi, "$\alpha \vee \sim \alpha$"(ÜHO ilkesi), α 'ya B değeri verdiğimizde, D değil B değeri alacaktır. Eğer Lukasiewicz, tikel evetleme ($\vee$) tablosunu $p \vee q = \sim p \longrightarrow q$ temelinde kursaydı,

$p \backslash q$ $\overset{\vee}{}$	D	B	Y
D	D	D	D
B	D	D	B
Y	D	B	Y

tablosunda "$\alpha \vee \sim \alpha$" totoloji olurdu(yani, bu yasa iki-değerliliğe bağımlı değildir; iki-değerli olmayan durumlarda da geçerli olabilir). Ancak bu durumda, bazı istenmeyen yan etkilerden söz edilebilir. Örneği, $\vee$ yerine $\overset{\vee}{\vee}$ kullanırsak, "$(\alpha \vee \alpha) \longrightarrow \alpha$" formülünün, üç-değerli mantıkta totoloji olmayacağını görürüz.

Üç-değerli mantıkta totoloji olmayan diğer iki-değerli totolojilerin bir kaçı şunlardır:

$$[(\alpha \longrightarrow \beta) \longrightarrow \alpha] \longrightarrow \alpha$$

$$[\alpha \longrightarrow (\alpha \longrightarrow \beta)] \longrightarrow (\alpha \longrightarrow \beta)$$

Öte yandan içerme paradoksları,

$$\alpha \longrightarrow (\beta \longrightarrow \alpha)$$

$$\sim \alpha \longrightarrow (\alpha \longrightarrow \beta)$$

L_3'te de totoloji durumunda olacaklardır. Ancak, Çelişmezlik ilkesi $\sim(\alpha \wedge \sim \alpha)$ korunamayacaktır: α, B değeri aldığında "$\alpha \wedge \sim \alpha$" da aynı değeri alacaktır. Bu bakımdan L_3, ÜHO ilkesinin totoloji olmadığı, ama Çelişmezlik ilkesinin korunmakta olduğu Brouwer ve Heyting'in sezgici önermeler mantığından ayrılmaktadır.

L_3'te Y değeri almayan bir formül(düzgün-tam-deyim), daha önce de belirttiğimiz gibi, RW'de de Y değeri almayacaktır ve bu anlamda bir RW totolojisidir. Öyleyse, totoloji tanımını şu şekilde değiştirebileceğimizi söyleyebilirmiyiz? Yani, daima D değeri alan ifadesini, daima D veya B değeri alan ifadesiyle değiştirirsek, L_3 totolojileri, RW totolojilerinin ta kendisi mi olacaktır? Ancak, bu yaklaşım yanlıştır. Çünkü, sözgelimi, Rosser ve Turquette sistemindeki $\sim(\alpha\rightarrow\sim\alpha) \vee \sim(\sim\alpha\rightarrow\alpha)$ formülünün iki-değerli karşılığı, bir RW totolojisidir, ama $/\alpha/=B$ olduğunda, L_3'te Y değeri almaktadır.[1] Bundan da anlaşılabileceği gibi, birinci bölümün sonunda değindiğimiz konu, yani çok-değerli mantıkların çeşitliliği ve entegrasyon sorunu, kolayca üstesinden gelinebilecek bir şey değildir.

Tüm bu anlatılanlar,"üçüncü" ya da "nötr" değer düşüncesinin biraz daha aydınlatılmasını gerektirmektedir. Homojen olmayan bir obje alanı(taşlar,bitkiler,sayılar) ve bu objeleri tasvir eden ya da sınıflayan bir dizi("granit","çiçekli","asal") ele alalım. Şimdi bir a objesi ve p yüklemi için üç durum söz konusudur.[2]

(I) Pa,yani, p'yi a'ya doğru olarak uygulayabiliriz. Öyle ki (1) P anlamlı olarak a'ya uygundur ve (2) P'yi a'ya uyguladığımızda ortaya çıkan ifade(anlamlı) doğrudur. Örneğin, "Granit bir tür taştır".

(II) $\overline{Pa}$, yani, p'yi a'ya yanlış olarak uygulayabiliriz. Öyle ki (1)yukarıdaki gibidir ve (2) P'yi a'ya uyguladığımızda

1. Rosser ve Turquette (1952)
2. Rescher (1969) s.28.

ortaya çıkan ifade(anlamlı)yanlıştır.Örneğin,"Hiç bir bitki çiçek açmaz".

(3) Ne Pa ne de $\overline{Pa}$,yani,P'yi a'ya uygulayamayız.Örneğin,"Granit bir asal sayıdır".

Bu anlatılanları, 3-değerli mantıkta şöyle gösterebiliriz:

Durum	Pa'nın doğruluk durumu
1. Pa	D
2. $\overline{Pa}$	Y
3. Ne Pa ne de $\overline{Pa}$	B

Bir başka deyişle, "Pa doğru değildir" demekle,sonuçta "ya 2. ya 3.durum söz konusudur", gibi daha zayıf bir sav ileri sürmüş oluruz, ama "$\overline{Pa}$ doğrudur" dersek, daha belirgin ve kuvvetli bir sav olan "yalnızca 2.durum söz konusudur" önermesini elde ederiz. Öyleyse, bu iki değilleme tarzı özenle ayrılmalıdır (halbuki iki-değerli mantıkta bu ayrımı yapamayız).Nitekim aşağıdaki tabloda da görüldüğü gibi,

P	$N^z p$	$N^k p$
D	Y	Y
B	D	Y
Y	D	D

zayıf($N^z p$) ve kuvvetli ($N^k p$)değillemeler kullanarak, üç-değerli mantıkta bu sorunu ortadan kaldırabiliriz[1]. Burada dikkat çekmek istediğimiz bir nokta da, N^k p'nin doğruluğunun N^zp'nin doğruluğunu gerektirmesi, ama bunun tersinin doğru olmamasıdır.

D.A Bochvar'ın sisteminde ise, Lukasiewicz'in tümel evetleme eklemi daha farklı bir işleve sahiptir:[2]

---

1. Rescher (1968) s.104
2. Rescher (1968) s.67

p \ q	$\wedge$ D	B	Y
D	D	B	Y
B	B	B	B
Y	Y	B	Y

Dikkat edilirse, Bochvar'ın tümel evetlemesinin, yalnızca D ve Y söz konusu olduğunda RW'ya uyduğunu, ama bileşkelerden biri B değeri aldığında, bütünün de B değerine sahip olduğunu görebiliriz. Bileşkelerden biri Y olduğunda da sonucun B olması, bu durumun semantiğini biraz problematik kılmaktadır. Burada B'nin, D ve Y arasındaki bir "ara" değer değil, paradoksal ya da anlamsız demek olduğunu görüyoruz(sözgelimi, "bu cümle yanlıştır"da olduğu gibi).

Bunun nedeni ise, tek bir anlamsız ögenin bile, tümel evetlemeyi anlamsız kılacak olmasıdır. Kolayca anlaşılabileceği gibi, tek bir B bileşeni, artık tümel evetlemenin değerini B'ye indirgeyebilecek kadar güçlü bir konumdadır. Bochvar'ı çağrıştırması için bu sisteme B_3 diyeceğiz:

p	~p
D	Y
B	B
Y	D

p \ q	$\wedge$ D	B	Y	$\vee$ D	B	Y	$\rightarrow$ D	B	Y	$\leftrightarrow$ D	B	Y
D	D	B	Y	D	B	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
Y	Y	B	Y	D	B	Y	D	B	D	Y	B	D

Daha önce verdiğimiz totoloji tanımı, Bochvar'ın sisteminde işlemez durumdadır. Çünkü B(Belirsiz) dd'i, herhangi bir formülün girdi'si olduğunda, bu formül B değeri alacaktır. Öyleyse, alışılmış totoloji kavramının uygulanabilirlik kazanması için, B_3 sistemi bir takım değişikliklere uğramalıdır.[1] Başka deyişle, asla Y değeri almayacak olan bir yarı-totoloji (quasi-tautology)düşüncesine işlerlik kazandırmak gerekmekte-

---

1. Rescher (1969) s.30

dir).O zaman,Bochvar'ın B_3 sisteminin yarı-totolojilerinin, ortodoks iki-değerli RW totolojileriyle aynı olduğunu görebiliriz.

Bochvar,sistemini geliştirirken,iki ayrı <u>ileri sürme</u> (assertion)tarzı geliştirmiştir.

p	Dışsal ileri sürme Ap	İçsel ileri sürme $\dot{P}$
D	D	D
B	Y	B
Y	Y	Y

Kolayca görülebileceği gibi,dışsal(external)ileri sürmede, iki klâsik değer olan D ve Y ile iş görülmektedir,ki bu da üç-değerli içsel(internal)ileri sürme eklemlerinin bile iki-değerli duruma uyması demektir.İçinde <u>yalnızca</u> D ve Y değerleri bulunan "dışsal" eklemlerin tablosu ise aşağıdaki gibidir:

p	$\neg p$
D	Y
B	D
Y	D

$p \backslash q$	$\hat{\wedge}$ D	B	Y	$\hat{\vee}$ D	B	Y	$\Longrightarrow$ D	B	Y	$\Longleftrightarrow$ D	B	Y
D	D	Y	Y	D	D	D	D	Y	Y	D	Y	Y
B	Y	Y	Y	D	Y	Y	D	D	D	Y	D	D
Y	Y	Y	Y	D	Y	Y	D	D	D	Y	D	D

Bu sisteme B_3^E diyeceğiz.[1]

İki-değerli sistemle olan benzerlikleri(yalnızca D ve Y çıktı'ları barındırdıkları için),"dışsal"eklemlere yorum bakımından bir üstünlük sağlar. Örneğin,"dışsal" değillemeyi ele alalım. "$\alpha \hat{\wedge} \neg \alpha$",$\alpha$'nın değeri ne olursa olsun yanlış olacaktır; "$\alpha \hat{\vee} \neg \alpha$" daima doğru olacak ve 'p' ile '$\neg$p'den biri mutlaka <u>yanlış</u> değeri alacaktır.Oysa Lukasiewicz'in sisteminde

---

1. Rescher (1968) s.69.

"$\alpha \wedge \sim \alpha$"nın daima yanlış değeri almaması olnmsuz bir puandır.

Sonuç olarak, Bochvar'ın dışsal sistemi olan B_3^E'nin bir anlamda klâsik iki-değerli mantığın tamamını kapsadığını ve bunun da şemantik yorumlamada bir üstünlük sağladığını söyleyebiliriz.

S.C.Kleene'in 3-değerli sistemi K_3'de ise, bir önermenin B değeri alması, olgusal-ontolojik değil, bilgisel-epistemolojik nedenlere dayandırılır.[1] Önermenin, gerçekte doğru veya yanlış olabileceği, ama bunun şu anda bilinmediği ya da belirlenmemiş olduğu dikkate alınmış ve aşağıdaki DT'ları hazırlanmıştır:

p	¬p
D	Y
B	B
Y	D

	∧			∨			⊃			≡		
p\q	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	B	Y	D	B	B	D	B	B	B	B	B
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

Kleene, DT'larını matematiksel bir uygulama cinsinden kurmuştur. P'yi, herhangi bir "D" tanım bölgesi boyunca uzanan x değişkeninin matematiksel yüklemi (yani, bir açık önerme (propositional function) olarak aldığımızda, "p(x)" bu tanım bölgesinin yalnızca bir kısmı için tanımlanabilmektedir.[2]
P(x) ancak ve ancak $1 \leqslant 1/x \leqslant 2$ olsun.
Burada P(x):

(1) x, 1/2'den 1'e kadar olan kısımda ise doğru
(2) x=0 olduğunda tanımlanmamış (veya belirlenmemiş)
(3) $[(x \neq 0) \& (x < 1/2)]$ v $[1 < x]$ durumlarında yanlış değerini alacaktır.

---

1. Kleene (1952) s.332-340
2. a.y

Eğer Kleene'in "zayıf" eklemlerini ele alırsak, sonuç Bochvar'ın B_3 sistemi olacaktır. Çünkü Kleene'in "zayıf" eklemleri, Bochvar'ın "içsel" eklemleriyle özdeştir. Bu benzerliğin sebebi, her iki yaklaşımın amaçlarının birbirine çok yakın olması, yani B-girdilerinin B-çıktılarıyla sonuçlanmasıdır.

Görüldüğü gibi, farklı ÇDM sistemlerinden sözedebiliriz. Bu farklılık, gerek bu sistemlerin semantik yorumunda, gerekse formal yapılarında ortaya çıkmaktadır. DT'ları formal olarak kurulmuş olan bu ÇDM sistemlerinde semantik düşünceler formalleştirmenin ilk aşamalarından itibaren mevcuttur.(Bu konuya 4.bölümde yer vereceğiz). Bu farklı ÇDM sistemleri, tek ve mutlak bir mantığın söz konusu olamayacağına da işaret etmektedirler.

B- ÇDM SİSTEMLERİNİN FORMAL GÖRÜNÜMLERİ

Yukarıda ele aldığımız bazı ÇDM sistemlerinin tümünde ortak olan bazı özellikler dikkati çekmektedir. Yapısal özellikler diyebileceğimiz bu ortak noktaları "totolojik oluş", "semantik yorum" ve "üçüncü değer" kavramları çerçevesinde toplayabiliriz. Bu bölümde ise söz konusu yapısal özelliklere, formal bir yaklaşımın getireceği sonuçlara dikkat çekmek istiyoruz.

İki-değerli bir önerme ekleminin ÇDM'taki benzerinin DT'su,(I) en az bir tane doğrumsu ya da "damgalanmış"(designated) dd'i(yani,D)ve en az bir tane de yanlışımsı ya da "damgası silinmiş"(anti-designated) dd'i(yani,Y) alıyorsa ve (II) yalnızca D ve Y değerleri söz konusu olduğunda, RW ile uyuşuyorsa, bu DT'su olağan(normal)dır diyoruz.[1] Post'un sistemi

1. Rescher (1968) s.78.

dışında tüm sistemler bu özelliğe sahiptirler. Ancak, ilerde göreceğimiz gibi, kendi içinde tutarlı ve iş görebilir olan pek çok ÇDM sistemi, bu kuralın dışına çıkar ve böylece RW totolojisi olmayan düzgün-tam-deyimleri totolojik formüller şeklinde barındırabilir.

Buradan şu sonucu çıkarabiliriz: eğer çok-değerli mantık sisteminde <u>eklemler</u>(olağan)iseler ve iki-değerli karşılıkları ile uyuşuyorlarsa(yalnızca D ve Y değeri söz konusu olduğunda) çok-değerli totolojiler(ve çelişkiler)iki-değerli totolojiler (ve çelişkiler)olmalıdırlar. Ancak, bunun tersi doğru değildir, yani iki-değerli totolojiler ve çelişkiler, olağan çok-değerli karşılıklarıyla böyle bir ilişki içinde değildirler.

Eğer çok-değerli bir eklemin DT'sunun bir sıra veya sütununda, D ve Y çarpanlarının sonucu hep aynı ise, tüm sıra aynı değeri alır ki buna <u>tekdüzenlilik</u>(uniformity) diyoruz.[1] Bu anlamda K_3 tekdüzenli bir sistemdir, ama B_3 ve L_3 için aynı şey söylenemez. Sözgelimi Bochvar'ın "içsel" eklemi $\rightarrow$ tekdüzenli değildir ama "dışsal" eklemi $\Rightarrow$ bu özelliğe sahiptir.

p\q	$\rightarrow$ D	B	Y	$\Rightarrow$ D	B	Y
D	D	B	Y	D	D	Y
B	$\boxed{B}$	B	B	D	D	D
Y	D	$\boxed{B}$	D	D	D	D

Açıkça görüldüğü gibi, $\rightarrow$ tablosunun birinci sütunu ve üçüncü sırasında, köşe noktalarda bulunan dd'leri aynı olmasına(her ikisi de D'dir)karşın, bu ikisinin arasında yer alan dd'i B'dir. Oysa tekdüzenliliğin sağlanabilmesi için, B değil D olması.

---

1. Resüher (1968) s.79

gerekmektedir.

Eğer çok-değerli bir eklemin "ara" değerlerinden biri, herhangi bir başka değerle çarpıldığında, bir sıra(veya sütunda) asla D ya da Y sonucu vermiyorsa, bu eklem <u>düzenli</u>(regular) dir diyoruz.[1] (eğer sonuçta D veya Y değeri alırsa, o değerin bulunduğu sıra ya da sütundaki tüm değerler aynı olmalıdır).

Dikkat edilirse, bunun bir önceki özellik olan tekdüzenliliğin bir ön koşulu olduğu görülecektir. K_3 ve B_3 bu özelliğe sahip sistemlerdirler. Lukasiewicz'in sisteminde ise $\longrightarrow$ ile $\longleftrightarrow$ eklemleri bu kuralı çiğnerler:

p \ q	$\longrightarrow$ D	B	Y	$\longleftrightarrow$ D	B	Y
D	D	B	Y	D	B	Y
B	D	D	B	B	D	B
Y	D	D	D	Y	B	D

Eğer merkezdeki D'ları,B ile değiştirirsek,bu tablolar da düzenli hale geleceklerdir.

Kuvvetli tekdüzenlilik(strong uniformity)adını verdiğimiz bir başka özelliğe göre ise, bir sıra veya sütunda, aynı dd'i iki kez yer almışsa(yalnızca uç noktalarda olması gerekmez) bu sıra veya sütunun tüm ara değerleri aynı değeri alacaktır.[2]

D,B1,B2,...,Bn,Y dd'lerine dayalı bir ÇDM'ta, D ile başlayıp Y ile biten her sıra veya sütunda, ara değerler arka arkaya sıralanmış ise, bu eklem <u>sürekli</u>(continuous)olma özelliğine sahiptir.[3] Örneğin,

p \ q	D	B_1	B_2	Y
D	D	1	2	Y
B_1	3			5
B_2	4			6
Y	Y	7	8	Y

1. Rescher (1968) s.79
2. a.g.e s.81
3. a.g.e s.81

Burada,olağanlık koşulu gereği,köşelerdeki yerler sabittir. Kuvvetli-düzenlilik koşoluna göre 5=6=Y ve 7=8=Y olacaktır. Süreklilik özelliğine göre ise 1=B1 ve 2=B2; sonuç olarak 3=B1 ve 4=B2 olur. O halde

p\q ∧	D	B_1	B_2	Y
D	D	B_1	B_2	Y
B_1	B_1	a	b	Y
B_2	B_2	c	d	Y
Y	Y	Y	Y	Y

Çaprazlık özelliğinden dolayı a=B1 ve d=B2 olur. K-tekdüzenlilik özelliği ise b=B2(kendi sütunundaki iki B2'nin arasında kaldığı için) ve c=B2(kendi sütunundaki iki B2'nin arasında kaldığı için) sonucunu verecektir.Böylece,bu özellikler yardımıyla elde ettiğimiz DT'su, türetim işleminin doğrulanmasını da sağlamış olmaktadır.

ÇDM'larda saptadığımız diğer formal özellikler ise şöyle sıralanabilir: Bir önerme ekleminin DT'su,çıktı-değeri olarak yalnızca D ve Y söz konusu olduğunda, kat'i(decisive)dir.[1] Bunun en güzel örneği ise Bochvar'ın B_3^E sistemidir.[2]

Bir önerme ekleminin DT'su,klâsik(D veya Y)girdilerin olduğu yerde,klâsik(D veya Y)çıktılar veriyor ise kategoriktir.

Klâsik olmayan bir girdi(belirsiz,D/Y olmayan)klâsik olmayan bir çıktı veriyorsa kategorik olamaz.

Kat'iliğin,kategorikliği gerektirdiği açıkça görülmektedir. Bochvar'ın B_3 sisteminin hiç bir eklemi kategorik değildir.[3]

C- ÇDM'TA DOĞRULUKSAL TAMAMLANMIŞLIK

Eğer doğruluksal bir mantığın(truth-functional logic)önerme

---

1. Rescher (1969) s.61
2. Bu çalışmanın 26. sayfasına bakınız.
3. Bu çalışmanın 25.sayfasına bakınız.

eklemlerine ait DT'ları,her dd'i fonksiyonunun bu eklemler aracılığıyla tanımlanabilmesine olanak tanıyorsa, "doğruluksal-tamamlanmış" bir sistem söz konusudur.[1] İki-değerli mantıkta bu tamamlanmışlık sağlanmış durumdadır.Ancak, ÇDM'ta durum oldukça farklıdır.

Tüm olağan ÇDM sistemlerinde, eklemlerin DT'ları yalnızca D ve Y durumları söz konusu olduğunda, iki-değerli karşılıklarıyla uyuşmaktadırlar. Öyleyse, bunlar aracılığıyla, aşağıdaki gibi bir doğruluk fonksiyonunu tanımlamak olanaksızdır.

p	Tp
D	B
B	B
Y	B

(yani,tekdüzenlilik kuralına göre,her girdi için B değeri veren bir doğruluk fonksiyonu).

İlk kez 1936'da Jerzy Slupecki tarafından kullanılmış olan T ekleminin kurulmasının olanaksız olması,bu tür ÇDM sistemlerinin <u>doğruluksal</u> olarak tamamlanmamış olduğunu göstermektedir[2]. Ancak Tp yöneticisini(operator)Lukasiewicz'in L_3 sistemine ekleyecek olursak ki Slupecki bunu kanıtlamıştır,doğruluksal olarak tamamlanmış olan L_3^S sistemini elde ederiz[3].

Doğruluksal tamamlanmışlık,yalnızca formal,cebirsel bir bakış açısından ilginçtir.Diğer bakımlardan ise şart değildir; özellikle sonsuz-değerli mantıklar söz konusu olduğunda,hiçbir sonlu eklemler kümesinin doğruluksal olarak tamamlanmış olamayacağı bilinmektedir.

---

1. Rescher (1969) s.63
2. McCall (1967) s.335-337.
3. Slupecki,yöneticisini,Tertium'u kastederek kullanmakla,üçüncü değerin buradaki anahtar rolüne işaret etmek istemiştir.

III. BÖLÜM

ÇOK-DEGERLİ MANTIKLARIN TEMEL SORUNLARI

A- ÜÇÜNCÜ HALİN OLANAKSIZLIĞI İLKESİ

Quodlibet est vel non est

Antikite'de "bir şey ya vardır ya yoktur" şeklinde ifade edilen ÜHO ilkesini "bir şey ya A'dır ya da A-olmayandır" şeklinde dile getirebileceğimiz gibi, daha farklı açıklamalar da olanaklıdır: "B, A'dır" ve "B, A-olmayandır" gibi iki önermeden en az biri doğru olmalıdır.

Hemen görüldüğü gibi, ÜHO ilkesinin <u>tek ve asıl</u> olan bir formülasyonundan söz etmek olanaksızdır. Tarihsel gelişimi içinde ilke, yükleme (predication) dili içinde yer almakta ise de, genellikle ortodoks önermeler mantığının "$\alpha \vee \sim\alpha$" teziyle özdeşleştirildiği görülmektedir. Oysa niceleme mantığının "$(\forall x)(Px \vee \sim Px)$" ifadesi, tarihsel formülasyona daha uygundur.

Gerçi Aristoteles de bu ilkeyi kabul etmiştir. Fakat yine Aristoteles'in ifade ettiği "gelecekte olanaklı" önermeler, bu ilkenin bir kenara bırakılmasını gerektirmektedir. Hatta, sözgelimi Ockham'lı William'ın nötr önermeleri için de aynı durum sözkonusudur. Yani gerek Aristoteles gerek Ockham'lı William'ın çok eskiden dikkati çektiği gibi, bazı önermeler için D ve Y dışında değerlerde düşünülebilir. Bu durumun ise üçüncü halin olanaklı olmasını gerektireceği açıktır. Fakat burada ilginç olan nokta şudur: Üçüncü halin olanaklı olması, yine üçüncü halin olanaksızlığı ilkesi aracılığıyla yorumlanabilmektedir. Nitekim, önermelere yalnızca D ve Y gibi iki değer değil, D ve D olmayan değerleri verdiğimizde durum değişmektedir. Çünkü <u>D-olmayan</u> ifadesi **Y** ile özdeş değildir: $B_1, B_2, \ldots, B_n$ gibi pekçok değerden biri olabilir.

(1) "$\alpha \vee \sim \alpha$", her hangi bir mantık sisteminin totolojileri arasında yer almalıdır. Bir başka deyişle hangi değeri alırsa alsın, sonuç hep doğru olmalıdır. İlkenin, bu şekliyle, pek çok ÇDM sisteminde de bir totoloji durumunda olduğunu görüyoruz. Ama bazı sistemlerde, sözgelimi Lukasiewicz'in L_3 sisteminde, totoloji olma özelliği ortadan kalkmaktadır.

(2) "Eşdeğerlik" ya da "Tertium non Datur" ilkesi, yani bir önerme ya D ya Y olmalıdır : $(/p/=D)$ veya $(/p/=Y)$. İlke, bu şekliyle hiç bir ÇDM sistemine uygulanamaz. ÇDM'ların kurulma temeli ve nedeni de, ilkenin bu şeklinin çiğnenmesidir. Çünkü burada, D ve Y dışında hiçbir değerin varlığı kabul edilmemektedir.

(3) Bir önerme ve bunun değillemesinden en az biri Doğru olmalıdır. $(/p/=D)$ veya $(/\sim p/=D)$ veyahut $/p/\neq D$ ise $/\sim p/=D$ (2. ve 3. şıklarla ilgili tarihsel bir tartışma örneğini I. Bölümde vermiştik). Bu şekliyle ilke, bazı ÇDM sistemlerinde de yer alabilir (hepsinde değil). Değilleme tablosuna göre

p	$\sim p$
D	Y
B_1	1
B_2	2
⋮	⋮
B_n	n
Y	D

İlkeye göre, 1'den n'ye kadar olan tüm yerler D değeri almalıdır. Görüldüğü gibi, burada pek çok değerin (B1, B2, ..., Bn) kullanılmasına olanak sağlanmıştır.

(4) Bir önerme, ancak ve ancak, çelişiği yanlış ise doğrudur. $/p/=D$ a.v.a* $/\sim p/=Y$ veya $/\sim p/=D$ a.v.a $/p/=Y$. Bu ilke, ÜHO olmaktan çok, değilleme önermelerinin doğruluk koşullarını formüle etme kuralı olarak da düşünülebilir. Burada yer vermemizin

* ancak ve ancak

nedeni,sonucunun (3)'e çok benzemesidir.(/p/≠D ise /~p/≠Y).Ayrıca bu sayede,(2) ve (3)'ün eşdeğerliliği de sağlanmış olmaktadır[1]. Burada da ilkenin pek çok ÇDM sistemine uygulanabileceğini görmekteyiz.Değilleme tablosuna göre:

p	~p
D	1
B_1	?
B_2	?
⋮	⋮
B_n	?
Y	2

İlkenin ilk bölümüne göre,1'in yerine yalnızca Y gelebilir; ikinci bölümüne göre ise,2'nin yerine yalnızca D gelebilir. O halde ? işaretleriyle gösterilen durumlar,klâsik D ve Y'tan farklı "ara" değerler alacaklardır.Bu haliyle ilke,değilleme tablosu hem olağan hem de K-düzenli(yani ara-girdilere,ara-çıktılar veren) olan her ÇDM sistemine uygulanabilir.

(5) Bir önerme,herhangi bir dd'ini(sonsuz sayıda değer alınabilir) alır veya almaz.Görüldüğü gibi bu formülasyon da,bir anlamda üçüncü bir halin olanaksız olduğunu ileri sürmektedir.Gerçekten de p veya q gibi en basit önermeler,zorunlu olarak iki-değerli(bivalent)olmasalar da, dd'i yükleyici ifadeler(/p/≠v) kaçınılmaz olarak Doğru ya da Yanlış olacaklardır[2]. Bu şekliyle ÜHO ilkesi,bugüne dek geliştirilmiş olan tüm ÇDM sistemlerinde kullanılmıştır.Ancak,ilerki bölümlerde göstereceğimiz gibi,"şeylerin özü" olarak her durumda uygulanacağını söyleyemeyiz.Bundan da anlaşılabileceği gibi,aksini savunan düşünürler de vardır[3].

---

1. Rescher (1969) s.152
2. Dumitriu (1977) IV.cilt s. 180-181
3. (Kneale (1966),Margenau (1950),Dumitriu (1971), v.b.

Tüm bu anlattıklarımızdan çıkan sonuç,ÜHO ilkesinin,ÇDM sistemlerinde,üçüncü bir hale olanak tanıyacak şekilde kullanılmasının hiç de olanaksız olmadığıdır.İlkenin,yukarda gösterilen birinci şıkkına,"nesne-dili formülasyonu",ikinci,üçüncü ve dördüncü şıklarına "üst-dil" formülasyonu diyebiliriz.

Buradan çıkarabileceğimiz bir başka sonuç ise,tek tek alındıklarında tüm formülasyonların birbirinden bağımsız olduklarıdır.Fakat ikinci ve dördüncü şıklar birlikte alındığında üçüncüyü,üç ve dördüncü şıklar ise birlikte ikinciyi verirler.Yani dördüncü şık verildiğinde,iki ve üçüncü şıkların eşdeğer olduklarını görüyoruz.İkinci şık ise,beşinciyi vermektedir. Öyleyse,ÜHO ilkesinin pek çok alternatif şeklinden,yalnızca iki-değerlilik ilkesi(principle of bivalence) ÇDM içinde kaçınılmaz olarak eritilmesi gereken bir formülasyon durumundadır. Tüm diğer formülasyonlar,ÇDM'ları olanaklı kılan üçüncü hale izin vermektedirler.

Şimdi ortodoks iki-değerli mantıktaki kesin doğru ve kesin yanlış düşüncesini,doğrumsu(damgalanmış(designated)ve yanlışımsı (damgası-silinmiş(anti-designated)) dd'leri kavramını getirerek genelleştirmek ve ÜHO yasasının bazı şekillerini yeniden düzenlemek istiyoruz[1].

$D^+ = D^+(X) =$ X sisteminin damgalanmış değerleri

$D^- = D^-(X) =$ X " damgası-silinmiş değerleri

Buna göre,yukarda anlatılan ikinci şık,yani

$(/p/ \neq D)$ veya $(/p/ \neq Y)$

aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

---

1. Rescher (1968) s.114

a) $[/p/ \in D^{+}(X)]$ veya $[/p/ \in D^{-}(X)]$

Üçüncü şık,yani

$(/p/=D)$ veya $(/\sim p/=D)$

şöyle düzenlenebilir:

b) $[/p/ \in D^{+}(X)]$ veya $[/\sim p/ \in D^{+}(X)]$.

Dördüncü şekil,yani

$/p/=D$ ancak ve ancak $/\sim p/=Y$

$/\sim p/=D$ ancak ve ancak $/p/=Y$

c) $/p/ \in D^{+}(X)$ a.v.a $/\sim p/$ $D^{-}(X)$

$/\sim p/ \in D^{+}(X)$ a.v.a $/p/ \in D^{-}(X)$

şekline bürünecektir.

Buna göre (a)'ya,dd'lerinin damgalanmasını olanaklı kılan işlemsel bir kural olarak bakabiliriz:"damgalanmayan tüm dd'lerini, damgası-silinmiş değerler durumuna getir"(ya da,"damgası silinenler dışındaki tüm değerleri damgala"[1]. Burada dikkat çekmek istediğimiz bir nokta var:D^{-}, yalnızca D' olarak alındığında, yani D^{+}nın küme-tamlayanı(set-complement) olduğunda, bu kurala uygunluk sağlanır.

(b) için de aynı işlemsel kural özelliğinden söz edebiliriz: "dd'lerini damgalarken, ya v ya da $\sim v$'nin her durumda damgalanmış olmasına dikkat et"[2]. Burada da ÇDM sistemlerinin çoğunun bu <u>damgalama özgürlüğüne</u> sahip olduğunu görmekteyiz.Sözgelimi, Lukasiewicz'in L_3 sistemi buna uymamaktadır. B değeri damgalanmadığı için, ne B ne de $\sim B(=B)$damgalanmıştır(Kuşkusuz,B'yi dam-

---

1. a.g.e
2. a.g.e

galanmış bir değer olarak seçme özgürlüğümüzü kullanarak, L^3'ün bu kurala uymasını sağlayabiliriz. Çünkü amacımız, iş görebileceğimiz bir mantık sistemi kurmaktır.

Kısacası (a) ve (b) ilkelerini geçerli kılan, damgalama ve damga-silme konusundaki seçimimizdir.Bu (c)'ye de uymaktadır,ama bu kez çok daha kısıtlayıcı bir özelliğe sahiptir.Örneğin,Post'un döngüsel-değillemesini (cyclical-negation)ele alalım:

p	$\sim p$
1	2
2	3
3	1

$1 \in D^+$ olsun. O zaman $2 \in D^-$, çünkü $\sim 1=2$.Buna göre $3 \in D^+$, çünkü $\sim 2=3$. Fakat bu durumda $1 \in D^-$, çünkü $\sim 3=1$. Ancak,şimdi de $2 \in D^+$, çünkü $\sim 1=2$. Öyleyse $3 \in D^-$, çünkü $\sim 2=3$.Görüldüğü gibi, tüm dd'leri D^+ ve aynı zamanda da D^-ye aittir[1]. Ancak bu sonucu kabul etmemiz düşünülemez,çünkü damgalama kavramı tamamen ortadan kalkmaktadır.Öyleyse,damgalama kavramını özenle tanımladığımız her durumda (iş görür bir değilleme hali kabul ettiğimizde)(c)'-nin geçerliliğini ileri sürmemizi engelleyecek bir şeyden söz edemeyiz.

Dikkat çeken bir başka nokta da, değilleme tablosunun, D ve Y değerlerinin dağılımına göre iş görür olmasını da ÜHO ilkesinin sağladığıdır.İlke iş göremiyorsa, bunun önemli bir nedeninin değilleme eklemindeki yanlışlardan kaynaklandığını söyleyebiliriz.(Örneğin,Post'un değilleme tablosunda olduğu gibi).

Görüldüğü gibi ÜHO ilkesi,etki alanı sınırlandırılmak ko-

---

1. Rescher (1968) s.115

şuluyla,ÇDM sistemlerinde,üçüncü ya da daha fazla dd'ne olanak tanıyacak şekilde kullanılabilmektedir.

B- ÇOK-DEĞERLİ MANTIKTA DEĞİLLEME

ÇDM'ta farklı değilleme çeşitlerinden söz edebiliriz. Her ne olursa olsun,eğer p ve Np çifti asla aynı dd'ini (D ve Y ya da daha farklı dd'leri) almıyorlarsa, N yöneticisinin değilleme kipi olduğunu söylemek gerekir.Bunu daha önce vermiş olduğumuz bir tanımlamanın ışığında değerlendirmek yerinde olacaktır.

Eğer p ve Np aynı anda hem damgalanmış hem de damgası-silinmiş bir durumda değillerse, N bir değilleme kipi(mode)dir (eğer /p/=/Np/ değil ise)diyebiliriz.Öyleyse,aşağıdaki olanakların[1]

p	N_1p	p	N_2p	p	N_3p	p	N_4p	p	N_5p	p	N_6p
+D	Y	+D	Y	+D	Y	+D	Y	+D	Y	+D	Y
B	B	+B	B	+B	Y	-B	D	-B	D	-B	Y
-Y	D	-Y	D	-Y	D	-Y	D	-Y	D	-Y	D

ilk dördü,yukarıda anlatılanlara göre değilleme kipleri olarak alınmalıdırlar.[2]

Burada p ve Np çiftinden en az birinin D (ya da daima damgalanmış)olması koşulunu kabul etmek, L_3,B_3 ve K_3 gibi geleneksel 3-değerli mantıkları yok etmek demektir;bunların üçünde de değilleme ekleminin DT'su ,

p	$\sim p$
+D	Y
B	B
-Y	D

1- Rescher (1969) s.123
2- Burada da "+" damgalanmış ve "-" damgası-silinmiş değerlere işaret etmektedir.

şeklindedir.

Şimdi başka değilleme şekillerine göz atabiliriz:

p	$\neg p$	$-p$
$+D$	Y	Y
B	Y	D
$-Y$	D	D

Görüldüğü gibi,iki-değerli mantıktaki değillemeye "olağanlık" bakımından uyan yalnızca üç olanak vardır(yalnızca D ve Y söz konusu),ki bunlardan ilki,yani sezgici mantığın değillemesi olan $(\neg)$ ve ikincisi de onun daha değişik bir şekli olan $(-)$dir.Ancak, 28. sayfadaki olağanlık koşulunu göz ardı edersek,daha başka 3-değerli değilleme kipleri elde edebiliriz:

p	$\leftarrow p$	$=p$	$\simeq p$	$\eqsim p$	$\not\simeq p$	$\triangleq p$
$+D$	B	B	Y	B	B	B
B	D	B	D	B	Y	Y
$-Y$	B	D	B	B	B	D

Üzerinde durulması gereken bir başka konu ise, daha önce değindiğimiz K-düzenlilik koşulu gereği,hiç bir üç-değerli değillemenin,kendi değillemesine eşit olan bir dd'ine(sözgelimi v gibi bir dd'i $\sim v$ 'ye eşit olamaz)sahip olamayacağıdır.Buna sağduyu özelliği demeyi uygun görüyoruz.Hem sağduyu,hem olağanlık,hem de K-düzenlilik koşullarına uyan,yalnızca bir tek 4-değerli değilleme (pek çok 4-değerli değilleme tablosundan söz edilebilirse de, bu üç koşula birden uyan yalnızca bir tane) vardır:

p	$\sim p$
D	Y
B_1	B_2
B_2	B_1
Y	D

Eğer dörtten fazla değer söz konusu ise,bu koşullara sahip olan çeşitli değilleme kipleri olacaktır.Doğru ve Yanlış dışındaki ara değerler,artan sayılarla sıralanıyorlarsa ve bir eşbiçimlilik söz konusu ise,hem olağan hem de K-düzenli bir değilleme yöneticisinden söz edebiliriz(eğer dd'lerinin sayısı ikinin katları ise(4,6,8...)sağduyuya uygunluk da sağlanacaktır)[1].

p	$\sim p$
D	Y
B_1	B_n
B_2	B_{n-1}
$\vdots$	$\vdots$
B_n	B_1
Y	D

Görüldüğü gibi,damgalanan ve damgası-silinmiş dd'leri kabul edildiğinde,ÇDM'taki değilleme kavramına en uygun yaklaşımı gerçekleştirmiş oluyoruz. Ancak,aşağıda belirteceğimiz bazı koşulların,damgalanmış ve damgası-silinmiş kavramlarına bir takım sınırlamalar getirdiğini eklemek de yerinde olacaktır:

1) Damgalanmış bir değerin değillemesi damgalanmamalıdır.
2) Damgalanmış bir değer değillendiğinde damga silinir.
3) Damgalanmamış(nondesignated)bir değer değillendiğinde damgalanmalıdır.
4) Damgası-silinmiş bir değer değillendiğinde damgalanır, v.b.

Rescher'e göre,bazı durumlarda bu kurallar ortadan kalkacaktır[2]. Örneğin,ara değerler de damgalandığında,gerek üç ve gerekse dört-değerli değillemeler,birinci kuralı çiğneyecekler-dir. Bu kurallar ayrıca, şu üç durumun eşdeğer olduğunu göste-

---

1. Rescher (1968), s.106
2. Rescher (1969) s.128

rirler:

$/p/ \notin D^{+}(X)$ $/\sim p/ \in D^{+}(X)$ $/p/ \in D^{-}(X)$

Bu oldukça etkili bir koşul(hatta yasa)durumundadır.Çünkü bu durumda $D^{+}(X)$ ve onun tamlayanı $[D^{+}(X)] = D^{-}(X)$ gibi iki küme güvence altına alınmış olacaktır.Yani,damgalanmış bir değerin değillemesi daima damgası-silinmiş bir durumda ise ve aynı şey bunun tersi içinde geçerliyse,bu tür bir yansıtma özelliğinden söz edilebilir (kısacası,ikinci ve dördüncü koşullar sağlanıyor ise). Bu özellik en azından bir totolojinin değillemesinin çelişki olacağını gösterir ki ÇDM'ların temel gereksinimlerinden biri de budur.

Çalışmamazın bu kısmında, değillemenin üç-değerli mantıktaki formal özelliklerine değindik. İki-değerli ve çok-değerli mantıktaki değilleme arasında mevcut öncelik-sonralık ya da farklılıklar konusuna "yarı-doğruluksal sistemler" kısmında yer verilecektir.

C- ÇDM TOTOLOJİLERİ

Klâsik iki-değerli mantıkta totoloji,önerme değişkenlerine verilen değer ister D ister Y olsun daima Doğru sonuca sahip olan bir formüldür. ÇDM totolojisi ise, önerme değişkenleri ister D ister Y veya pek çok ara değerden birini alsın,sonuçta daima damgalanmış bir değer alır.

Dikkat edilirse,burada damgalanmış kavramının iki-değerli mantıktaki karşılığı Doğru kavramıdır.Lukasiewicz'in L_3 sisteminde

p	~p
D	Y
B	B
Y	D

p \ q	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
	$\wedge$			$\vee$			$\rightarrow$			$\leftrightarrow$		
D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	B	Y	D	B	B	D	D	B	B	D	B
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

damgalanmış değer olarak D alınırsa,"$\alpha \rightarrow \alpha$" yine bir totoloji olacaktır,ama"$\alpha \vee \sim\alpha$"veya $\sim(\alpha \wedge \sim\alpha)$için aynı şey söylenemez.Fakat hem D hem de B'yi damgalarsak, L_3'te tutunamayan klâsik totolojilerin çoğu(yani RW totolojileri)bu üç-değerli mantıkta totoloji olacaklardır: "$\alpha \vee \sim\alpha$" ve $\sim(\alpha \wedge \sim\alpha)$.

Ancak,bu defa da daha önce belitmiş olduğumuz gibi, bu sistemde RW totolojilerinin tümünün mevcut olması olanaksızlaşacaktır. Örneğin,"$\sim(\alpha \rightarrow \sim\alpha)$ v $\sim(\sim\alpha \rightarrow \alpha)$.Kısacası,bu sistem RW ve L_3 arası bir konumdadır[1]. Öyleyse,totolojilerin belirlenmesinde, hangi dd'lerinin "damgalanacağına" karar vermek çok önemlidir. Ancak bu kararın keyfi bir seçime bağlı olduğunu söyleyemeyiz.Çünkü amacımız,damgalama özelliğiyle elde edilen totolojilerin,klâsik iki-değerli mantıkta <u>bazı</u> bağıntıları olmasıdır. Sözgelimi,hem damgalanmış hem damgası silinmiş durumda olan her hangi bir dd(örneğin V),eğer aksiyom sistemimizde,önerme değişkenlerine hangi değeri verirsek verelim,sürekli olanak bu Vdeğerini alan bir formül varsa,hiç de istenilmeyen bir şeydir.Çünkü bu durumda bir formül hem totoloji hem de çelişki olacaktır, ki bu saçmadır.Sözgelimi L_3 sisteminde,I'ın damgası silinirse "$\sim(\alpha \rightarrow \alpha)$"," $\sim[\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \alpha)$" ve" $\sim[\sim(\alpha \rightarrow \alpha) \rightarrow \beta]$" gibi çelişkiler söz konusu olacaktır[2].

---

1. Rescher (1969) s. 67.
2. a.g.e., s. 68.

Burada dikkat çekmek istediğimiz nokta, yalnızca $\neg$, $\wedge$, ve $\vee$ içeren çelişkilerin varolamayacağıdır[1]. Çünkü bu durumda, bir formül B girdilerine daima B çıktıları verecektir. Özellikle "$\alpha \wedge \sim \alpha$ " ve "$\sim(\alpha \vee \sim \alpha)$"formülleri çelişki olmayacaktır ki bu ÇDM'ları olanaklı kılan en önemli özelliklerden biridir.

Öte yandan, hem B hem de Y'nin damgalarını silecek olursak, tüm klâsik RW çelişkileri, L_3 çelişkileri olacaktır[2].

Bu konu, ÇDM sistemleri kurarken, bir ve aynı dd'ini, hem damgalanmış hem damgası silinmiş olarak almak için yeterli nedenin bulunduğunu göstermektedir[3]. İki-değerli mantıktaki tüm "damgalanmamış" dd'lerini otomatik olarak damgası-silinmiş kabul etmek gibi bir koşul, ÇDM'ta söz konusu olamaz. Çünkü burada, damgası-silinmiş dd'leri kümesi, damgalanmamış olanlar kümesine eşit değildir.

Bir önceki kısımda değindiğimiz klâsik değilleme ilkesi (totolojinin değillemesi çelişkidir ve çelişkinin değillemesi totolojidir), bu görüşler ışığında yeniden gözden geçirilmelidir. Çünkü bu ilke, yalnızca çok özel bir koşul yerine getirildiğinde ayakta kalabilecektir: "Değillemenin DT'su, ortodoks yansıma özelliğine uyar, yani damgalanmış değerlerin damgasını siler".

Damgalanmış değerleri(+) ve damgası silinenleri(-)ile gösterdiğimizde D,B ve Y değerleri, önlerindeki işaretlere bağlı olarak, farklı sonuçlar vereceklerdir. Sözgelimi, $+D$, $\pm B$ ve $-Y$ durumunda, $T(L_3)=T(RW)$(yani, totolojiler aynı olacaktır) ve $Ç(L_3=Ç(RW)$(ya-

---

1. a.g.e., s.68
2. L_3'de hem D hem de B damgalanırsa, tüm klâsik totolojilerin korunacağını hatırlayalım.
3. Rescher (1969) s. 68.

ni,iki sistemin de çelişkileri aynıdır).Bochvar'ın B_3 sistemi de +D∓ -B ve ±Y durumunda aynı sonucu verir.
Şimdi de, ara değeri olan B'yi damgalarsak, RW totolojilerinin yalnızca bir kısmını elde edebileceğimizi görürüz.

p	$\sim p$
+D	Y
+B	B
-Y	D

	$\wedge$			$\vee$			$\supset$			$\equiv$		
$p \backslash q$	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
+D	D	D	Y	D	D	D	D	Y	Y	D	Y	Y
+B	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	Y	B	Y
-Y	Y	Y	Y	D	Y	Y	D	D	D	Y	Y	D

Sobocinski tarafından gerçekleştirilen bu tabloda,iki-değerli bir totoloji olan "$\alpha \supset (\beta \supset \alpha)$", $/\alpha/$=B ve $/\beta/$=D durumunda bu özelliğini yitirecektir.

Görüldüğü gibi, ÇDM'ta totoloji kavramı,rahatlıkla iş görebileceğimiz bir şekilde genişletilebilmektedir. Ayrıca bu işlem, en az klâsik iki-değerli mantıkta olduğu kadar formaldir de.

D - ÇOK-DEĞERLİ MANTIK VE BULANIK İFADELER

Bulanık ifadeler,mantık tarihinde oldukça önemli tartışmalara neden olmuş bir problem alanıdır. Klâsik iki-değerli formal mantığı aksiyomatik olarak kuran RW sisteminde bulanık ifadeler,sembolik dil aracılığıyla tek anlamlı olarak dile getirilir ve böylece bu ifadeler problem olmaktan çıkarılmış olur. Fakat bulanık ifadeleri bir de ÇDM açısından ele almak olanaklıdır. ÇDM'ta bu ifadeler, RW sisteminden farklı şekilde anlamlandırılırlar. Çünkü ÇDM'ta bulanık ifadeler genellikle yüklem açısından ele alınmaktadırlar.

Yani,yüklemin özneye uygulanıp uygulanamamasına göre, bir ifadenin bulanık olup olmadığına karar verebiliriz. Ancak şunu da belirtelim ki, bu uygulamanın belirsiz olması ile bulanıklık tam olarak örtüşmezler. Çünkü "ışık hızından yüksek hızlar" veya "5.0000012cm. uzunluğunda" gibi gayet kesin ifadeler vardır ki ölçme tekniğinin yetersizliği yüzünden belirsiz olabilirler(yani bazı yüklemler kesin,bazıları bulanıktır)[1]

Öyleyse şu şekilde bir ayrıma gidebiliriz:

I) P olma özellikleri kesin değildir.

II)P olma özellikleri kesindir, ama bazı önermelerin bunları kapsayıp kapsamadığını belirtmek zordur.

Birinci şıkta sözkonusu olan bulanıklık, aşağıdaki üç şekilde düşünülebilir.

Ia) Bulanıklıktan kaçınmak için,kaç özelliğin tüketilmesi gerektiği belirsiz kalabilir.Sözgelimi,Parlamenter sistemin mevcut olduğu,ama temel hak ve özgürlüklerin işlemediği ülkelerde,demokrasiden söz edilebilir mi?[2]

Ib) Özelliklerin karmaşık ve bazı durumlarda çatışkılı olduğu durumlar da vardır.Quine'ın örneğine dikkat çekmek istiyoruz. Daha kısa olan,ama hacmı daha fazla olan nehir,karıştığı nehrin kolu mu sayılmalıdır?Buna kavramsal belirsizlik demek uygundur.

Ic) Özellikler basittir,ama belli durumlarda bir veya daha fazla koşulun tüketilip tüketilmediği belirsizdir.Örneğin,bir nes-

---

1. Hiçbir yüklemin kesin olmadığını savunanlar da vardır(Christensen 1956).
2. Buna çok benzeyen,ama tanım sorunuyla da yakın ilgisi bulunan bir başka yaklaşım da,belli koşullarda yeterince tanımlanmış yüklemlerin,farklı koşullarda yetersiz kalabilmeleridir(Moby-Dick boyutlarındaki bir hamsiye,"hamsi" diyebilirmiyiz?)

nenin kahverengi sayılabilmesi için,bir kahve danesinin rengine ne kadar benzemesi gerekir?[1]

Ama yine de bu üç şıkkın birbirinden kesin çizgilerle ayrıldığı söylenemez. Çünkü, tanım gereği p-olma özellikleri kesin değildir.

İkinci şıktaki tanımda sözkonusu olan belirsizliklerden kaçınmak ise daha kolaydır(bunlara bulanıklık demekten kaçınıyoruz);özelliklerin tüketilmediği hakkındaki belirsizliğin, obje hakkındaki bir bigi eksikliğinden kaynaklanmadığını belirtmek yeterli olacaktır.

İşte ÇDM, ilk şıktaki bulanıklığın,dd'leri cinsinden ifadesinde kullanılabilir.Fakat daha önceki açıklamalar da dikkate alınırsa,ÇDM'ın varlığının,bulanık ifadelerin varlığına bağlı olmadığı(ratio essendi'si olmadığı)açıktır.

Burada ortaya çıkan bir sorun da şudur:bulanık terimlerin günlük dilde ortaya çıkışı,mantığı(Klasik iki-değerli mantığı)değiştirmeyi ya da yeniden elden geçirmeyi gerektirecek kadar sık mıdır ve ne dereceye kadar üstesinden gelinebilir? Bununla ilgili olarak en çok tartışılmış olan konu,bulanık terimlerin,mantığın menzili içinde olup olmadıklarıdır[2].

Bulanık terimlerin,mantığın konusu dışında kalması gerektiğini savunan düşünürlerin biri de, Sir Bertrand Russell'dir: "geleneksel mantık,kesin sembollerin kullanıldığını ileri sürer. Bu yüzden de dünyevi değil,yalnızca düşlenebilen uhrevi bir varoluşa uygulanabilir"[3]. Yani Russell için,bulanık terimler, mantığın günlük dile tam olarak uygulanamayacağını göstermektedir.

---

1. Edebiyatta en çok kullanılan bulanık ifadelere örnek bunlardır
2. Agassi (1985) s.
3. Russell ve Whitehead (Geach 1955).

Başka türlü söylersek, bunlar mantığın konusu dışındadır ve mantık bunlarla başa çıkabilmek için elden geçirilmek zorunda değildir.Principia Mathematica'nın dilinin, her ne kadar bulanık ifadelerden kaçınmak için geliştirilmiş olduğu söylenebilirse de bu görüş,mutlak bir mantık tanımının verilmesini gerektiren bir sonucu da birlikte getirmiştir.

Kuşkusuz "bulanık ifade" deyiminden,bir ifadenin semantik yorumunun belirsiz olmasını (yani belirli bir anlam taşımaması) kastetmiyoruz. Böylece, çok-anlamlılığın getirdiği bulanıklığı, ÇDM çerçevesinde düşünmüyoruz. Örnekleri 46.sayfada verildiği gibi,bulanık bir ifade deyince, ifadenin doğruluk değerinin saptanamaması durumunu düşünüyoruz: Nitekim, dd'lerinin ikiden fazla olduğu sistemlerin iş görebilen DT'ları ve aksiyomları,bulanık ifadelerin bu sistemler içinde ifade edilebilmelerini sağlayabilir;yeter ki bu sistemler formal(ve semantik)bakımdan en az KM kadar yetkin olsunlar.

Bulanık ifadelerin,standart-olmayan bir mantık içinde bile çözülemeyeceğini ileri süren düşünürlerden biri de Susan Haacktır[1]:"Cümleleri D,Y ve bulanıklık yüzünden dd'i alamayanlar olarak üçe ayırdığımızı varsayalım.Bu üçlü kategorileştirmeye neden olan özgün problem,yine ortada kalacaktır.Özgün problem,bazı cümlelerin ne D ne Y olamayacaklarını,çünkü sınır durumlarında bulanık yüklemler içerdiklerini ileri sürmekteydi.Oysa tam olarak hangi durumların sınırda oldukları sonununun kendisi belirsizdir (kafasında 500'den az saç teli olan bir adama kel,1000'den fazla

---

1. Haack (1974), s.

olana kel-olmayan ve 500-1000 arasına da sınır durumu diyemeyiz. Örneğin,505 tel saçı olan adamın kel mi yoksa sınırda mı olduğu belirsizdir)".

Bizce bu sorun şu şekilde de ele alınabilir:İlk olarak, ÇDM tam olarak bu yüzden,belirsizliği üçüncü değer olarak almaktadır diyebiliriz.Sorun kaç tel saçı olan adamın "ne kel ne kel-olmayan" olduğu şeklindeki uzlaşımsal ya da tanımsal bir sav değil, 505 tel saçı olan adamın durumunun belirsizliği şeklindeki bir salt modalite sorunudur ve ÇDM yardımıyla bu tür belirsiz ifadeler,mantığın menzili içindeki yerlerini koruyabilirler.İkinci olarak,Haack'ın bu düşüncesi pekalâ,yüklemin kel ve kel-olmayan ya da Doğru ve Yanlış gibi uç noktalardaki durumunu da belirsizliğe itebilecektir.Yüklemin D veya Y olduğu durumlardaki sınırları çizmek nasıl sezgisel bir özellik taşıyorsa,benzeri durum,belirsizlik için de söz konusu edilebilir.

IV. BÖLÜM

ÇOK-DEĞERLİ MANTIKLARIN YAPILANMASI

"Cum Deus calculat fit mundus"

"Demonstratio est catena definitionum"

Leibniz

Mens enim filo quasi
quondam sensibili regenda est,
ne vagetur in labirintho.

Leibniz

A-ÇOK-DEĞERLİ MANTIKTA PARAMETRİK YÖNETİCİLER

Formal bir sistem yapılanırken,dikkat edilmesi gereken ilk konu,kullanılan terimlerin sembolleştirilmesi ve böylece içeriksel veya sezgisel anlamlarından sıyrılmalarını sağlamaktır.

İkinci olarak,yalnızca *uygun* olmaları koşulunu göz önüne alarak,varsayımsal olarak koyduğumuz ve bu yüzden de *öyle kabul ettiğimiz* ilkel terim ve önermeler seçmek gerekir. Ancak bu noktadan sonra,yeni bir terim yalnızca ilkel terimlerle tanımlanmışsa ve yeni bir önerme de ancak ilkel önermeler temelinde tanıtlanıyorsa kabul edilir.Kısaca,formal bir sistemi aksiyomatik olarak kurmak için sembolik bir dil, kurma ve dönüştürme kuralları gerekmektedir.Bu özellik ÇDM için de geçerlidir.Çalışmamızın bu kısmında,yukarda sözünü ettiğimiz ilkeler açısından,tanımların ÇDM'ta nasıl olduğu ve problemlerin neler olduğu üzerinde duracağız.Bu amaçla, ilkin ÇDM sistemleri için çok önemli bir konu olan parametrik yöneticileri ele alacağız.

ν bir dd'i ise,$V\nu$ gibi bir parametrik yöneticiden söz edebiliriz.Burada amaç,$V\nu p$'nin,"p'nin dd'i ν'dir" ya da

" ν, p'nin dd'idir" şeklinde okunması ve kavranmasıdır[1]. Bir başka deyişle, V_ν bir-parametreli dd'i yükleme yöneticisi (truth-value assignment operator) ve "$V_\nu p$" ise bir önermenin dd'i hakkındaki bir önermedir.

Böyle bir önerme, yalnızca klâsik D ve Y değerlerini alabilir (kanımızca ÇDM'a karşı çıkanların en temel güdülerinden biri de budur. Daha önce kısaca değindiğimiz bu konuyu, bu bölümde geniş olarak işleyeceğiz). Şimdilik, iki ilkeden söz etmek istiyoruz:

1) $V_\nu p = u$ ise, u ya 1 (veya D) ya da n (veya Y) olur.

2) $/V_\nu p/ = 1$ a.v.a $\nu = /p/$

Üç-değerli mantıkta, işte bu yüzden $V_\nu p$ DT'su aşağıdaki gibi alınmalıdır[2]:

ν \ p	1	2	3
+1	1	3	3
2	3	1	3
−3	3	3	1

Dikkat edilirse $/V_\nu p/$'nin:

a) daima 1 veya 3,

b) $/p/ = \nu$ durumunda daima 1,

c) $/p/ \neq \nu$ " " 3 olduğu görülebilir.

Bir başka deyişle $V_\nu p$ kat'i (decisive) dir (çünkü matrikste yalnızca 1 veya 3'ler (yani D veya Y'lar) vardır) ve öyleyse dd'i yükleme yöneticisi, klâsik anlamda iki-değerlidir.

n-değerli bir mantığın DT'ları, daima $V_\nu p$ şeklindeki

---

1. Rescher (1969) s.76
2. a.g.e s.77

ifadeleri klâsik iki-değerli eklemlerle birleştiren ifadeler olarak düşünülebilirler. Örneğin 3-değerli değilleme DT'su:

p	$\neg p$
$+1$	3
2	2
-3	1

Bu tablonun içeriği, şu üç eşitlikle gösterilebilir:

$$V_3 \neg p \quad \text{a.v.a} \quad V_1 p$$
$$V_2 \neg p \quad \text{a.v.a} \quad V_2 p$$
$$V_1 \neg p \quad \text{a.v.a} \quad V_3 p$$

Eşitliklerin sağ tarafındaki çok-değerli eklemlerin ortadan kalktığına dikkat çekmek istiyoruz.

Şimdi de 3-değerli tikel evetleme tablosuna göz atalım:

$p \backslash q$ $\vee$	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	1	2	3

Bu tablonun içeriği de üç eşitlikle gösterilebilir[1]:

$$V_1(p \vee q) \quad \text{a.v.a} \quad V_1 p \vee V_1 q$$
$$V_2(p \vee q) \quad \text{a.v.a} \quad [V_2 p \,\&\, \sim V_1 q] \vee [V_2 q \,\&\, \sim V_1 p]$$
$$V_3(p \vee q) \quad \text{a.v.a} \quad V_3 p \,\&\, V_3 q$$

Burada da eşitliklerin (yani a.v.a) sağ tarafındaki çok-değerli eklemler ortadan kalkmıştır.

Kısaca söylemek gerekirse, $V_\nu p$ aracılığıyla, bir önerme ekleminin çok-değerli DT'sunu, uygun aksiyomatik koşullarda,

---

1. a.g.e s. 78.

iki-değerli mantık sınırları içinde geliştirebiliriz(ancak buradan, iki-değerli mantığın temel olduğunu ya da tek ve mutlak bir mantık olduğu sonucunu çıkarmak için acele etmemeliyiz). Örneğin, tek-değerlilik koşulunu($[V_v p \& V_u p] \supset v = u$) sağlamak gereklidir. Üç-değerli bir mantıkta ise $V_1 p \vee V_2 p \vee V_3 p$, yani Dördüncü Halin Olanaksızlığı ilkesine sahip olmalıyız. Üç-değerli Lukasiewicz tablosuna göz atmak uygun olacaktır:

$p \diagdown q$	1	2	3
+1	1	2	3
2	1	1	2
−3	1	1	1

Bu tablo da üç eşitlikle verilebilir:[1]

$V_1 (p \rightarrow q)$ a.v.a $V_3 p \vee V_1 q \vee (V_2 p \& V_2 q)$

$V_2 (p \rightarrow q)$ a.v.a $(V_1 p \& V_2 q) \vee (V_2 p \& V_3 q)$

$V_3 (p \rightarrow q)$ a.v.a $V_1 p \& V_3 q$

Böylece ÇDM totolojilerini, iki-değerli mantık teoremlerine dönüştürmüş oluyoruz. Sözgelimi, "$\alpha \rightarrow \alpha$"nın 3-değerli bir totoloji olduğunu göstermek için, onun iki-değerli karşılığı olan "$V_1 (\alpha \rightarrow \alpha)$"nın iki-değerli bir totoloji olmasını sağlamış olmamız gerekir, ki bunun böyle olduğu yukardaki eşitliklerde açıkça görülmektedir, çünkü V_1 (p → p) şimdi şu şekli almaktadır:

$(V_3 p \vee V_1 p \vee [V_2 p \& V_2 p]) = (V_1 p \vee V_2 p \vee V_3 p)$

Ayrıca, $V_2 (p \rightarrow p)$ ve $V_3 (p \rightarrow p)$hiç bir zaman doğru olamaz. Çünkü eşitliklere göre, ilki

$(V_1 p \& V_2 p) \vee (V_2 p \& V_3 p)$

ve ikincisi de

$V_1 p \& V_3 p$

şeklini alır[1]. Her iki ifadenin de zorunlu olarak yanlış olmasına neden olan şey, V -yönetiçisinin tek-değerli olduğunun kabulüdür(yani $(V_v p \& V_u p)$nin doğru olması için $v \neq u$ olmalıdır.

Kısacası,çok-değerli savların totolojik,çelişik veya olanaklı olup olmadıklarının anlaşılması,iki-değerli durumdaki $V_v p$ hesaplarıyla gerçekleştirilebilir ve bu yolla tüm ÇDM'ların RW' den kalkarak kurulabileceği söylenebilir.Bunu ilk kez öne süren V .I Shestakov olmuştur[2].

Ancak,daha önce vurguladığımız gibi, $V_v p$ DT'sunu sonsuz sayıda değerden oluşuyor saymamızı engelleyecek hiçbir şey yoktur. Bu durumda $/V_v p/ = 1 - |v - /p/|$ olacaktır. Bu yöneticinin uyması gereken bir tek kural vardır:

$$/V_v p/ \in D^+ \text{ a.v.a } \quad v = /p/$$

Bu koşullar sağlandığında,Tarski'nin doğruluk ölçütünün

$$(T)\ V_1 p \longleftrightarrow p$$

geçerliliğine herhangi bir zarar gelmesi de söz konusu olamaz (yani totoloji olarak kalacaktır).Üstelik,bazı ÇDM sistemlerinde, Tarski'nin ölçütünden daha zorlu koşulların üstesinden gelmek de olanak dışı değildir: Örneğin,

$V_v p$

$v \backslash p$	1	2	3	4
+1	1	2	3	4
+2	2	1	3	4
3	3	3	1	3
-4	4	4	3	1

$\longleftrightarrow$

$q \backslash p$	1	2	3	4
1	1	2	4	4
2	2	1	3	4
3	4	3	1	3
4	4	4	3	1

Burada (T)'nin totolojik olması(Tarski koşulu,güvenceye alınmış

---

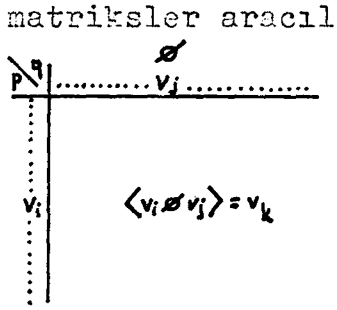
1. Rescher (1969) s. 81
2. Zinov'ev (1963) s.38-39.

olmakla kalmaz, v damgalanmış olduğu zaman $(T')p \leftrightarrow p$'nin totolojik olması gerektiği gibi daha zorlu bir koşul da sağlanır. Görüldüğü gibi, parametrik yöneticiler aracılığıyla dd'lerinin sayısını istediğimiz kadar arttırabilmekteyiz. Bu da gerçek mantığın iki-değerli olması zorunluluğunu ortadan kaldırmaktadır.

C- ÇOK-DEĞERLİ MANTIĞIN BAĞIMSIZLIĞI

Buraya kadar anlatılanların ışığında, daha önce birkaç kez değinmekle yetindiğimiz bir sorunu ele alacağız: Çok-değerli bir mantık sistemi kurmak için, çok-değerli bir mantık sistemini, üst-mantık olarak alabilirmiyiz; yoksa tüm ÇDM sistemleri yalnızca iki-değerli mantık aracılığıyla mı kurulmalıdır? Çünkü ÇDM'ların, iki-değerli bir üst-mantığı kaçınılmaz olarak önvarsaydığını kabul etmek, iki-değerli mantığın çok önemli bir kuramsal önceliğe ve temele sahip olduğunu da kabul etmeyi gerektirir. Pek çok düşünüre göre de, burada durum iki-değerli mantık yararınadır (Kneale, Quine, Zinov'ev, Popper, Christensen v.b.) Nitekim Zinov'ev'e göre "bilinen tüm ÇDM yapılanmaları, önermelerin (dd'i yükleyen) iki-değerliliğinin önvarsayılmasıyla başlar"[1].

Çoğu zaman, çok-değerli bir mantık sistemi, aşağıdaki türden matriksler aracılığıyla sunulur[2].



1. Zinov'ev (1963), s.83.
2. Rescher (1969), s.83.

Burada anlatılmak istenen şey şudur:

$/p/=v_i$ ve $/q/=v_j$ ise, $/p \phi q/ = \langle v_i \phi v_j \rangle = v_k$

Bu tür savların ÇDM içinde gösterilmesinin(sistemin mekanizmasını konuşma dili olarak kullanarak)olanaklı olabilmesi için,aşağıdaki üç üst-sistematik(ya da ön-sistematik)mantıksal kavramın, ÇDM içinde karşılıkları olması gerekmektedir:

eğer,........ öyleyse-

hem.......... hem- -

v dd'i....... önermesinin doğruluk durumunu gösterir

Bu mekanizmayı ÇDM sistemi içinde kurabilirsek,sistemin kendisi hakkında uygun tasvir edici ifadelerde bulunabilir ve sistemin iki-değerli mantıktan bağımsız bir yapılanmasına da olanak tanımış oluruz. Bunu biraz daha ayrıntılı olarak incelemek,yerinde olacaktır:

$p \backslash q$	$p \phi q$ j
i	$\langle i \phi j \rangle$

"p'nin dd'i i,ve q'nun dd'i j ise,$p \phi q$'nun dd'i $\langle i \phi j \rangle$ olur".

$$(V_{ip} \wedge V_{jq}) \longrightarrow v \langle i \phi j \rangle (p \phi q)$$

Bu anlamda,Lukasiewicz'in L_3 sisteminin,kendi işini görebilen bir sistem olduğunu,yani yapılanması için gerekli olan mantıksal işlemlerin,klâsik iki-değerli mantığa ait işlemlerden tamamen bağımsız olduğunu ileri sürebiliriz:

$i \backslash p$	V_{ip} 1	2	3
1	1	2	3
2	2	1	2
-3	3	2	1

Bu durumda geçerli olması gereken her üç koşul da mevcuttur:

1) /Vip/ a.v.a i=/p/ ise damgalanacaktır.

2) Modus Ponens kuralı,içerme ekleminde kullanılabilir

3) p $\wedge$ q damgalanmış ise, hem p hem q damgalanmıştır.

Sonuç olarak, formal bir sistemin yeterli sayılabilmesi için, sistemin kendisini tasvir eden mantıksal bir araca gerek vardır (üstlinguistik düzeyde)[1]. Bir başka deyişle,bir ÇDM sistemi kendi üst diline sahip olmalıdır[2].

Bu açıklamalarda dikkati çeken bir konu,ÇDM sistemlerinin "sözde mantık sistemleri" olduğu görüşünün ileri sürülmesidir.Bunun en önemli nedeni de kısaca şudur:dd'leri,"doğruluk"la-ilgili terimler cinsinden semantik bir yapılanmaya izin vermemektedirler. ve öyleyse akıl yürütme süreçleri ve çıkarımlarının tanımlanmasıyla herhangi bir ilgileri yoktur[2].

Sonuç olarak,bu tür teknik yapılanmaların yalnızca usul gereği "mantık sistemleri"olarak nitelendirilebileceklerini söyleyebiliriz.Bir başka deyişle;bu sistemler "mantık"sıfatını ne dereceye kadar hak ederler? Çünkü burada iş başında olan,yalnızca salt cebirsel veya birleştirici bir "doğru formül seçici araç"tır. Yeterli bir semantik destek olmadığında,bu tür bir birleştiricilik,yararlı ve mantıksal mekanizma olarak hizmet edebilir, ama

---

1. Koşulları iyice zorlayarak,"iki-değerli"bakış açısının anlamını,doğrusal sistemlerin tümüne egemen olacak şekilde genişletebiliriz.Çünkü DT'su içindeki her değer,kesin olarak "belli bir dd idir veya değildir".Bu anlamda,iki-değerli mantık hala ayrıcalıklı gibi görülebilir.Ama bunun doğru olmadığını "Yarı-doğrusal sistemler"kısmında göreceğiz.

2. Rescher (1969),s.106

tam olarak "mantık" değildir. Bu yüzden,bu "doğruluk"-değerleri ile,yürürlükteki klâsik doğru-yanlış kavramları arasında semantik bir bağ oluşturmak gerekmektedir.

C- ÇOK-DEĞERLİ MANTIK SİSTEMLERİNİN SEMANTİK YORUMU

Bu konuda ilkin değişik mantıkçıların sunduğu seçeneklere göz atalım:

1) Doğruluk-değerlerini kesin değil,değişken önermelere yüklediğimizi düşünebiliriz. Buradan çıkan 3-değerli sistemde D="tekdüzenli doğru"(yani parametrenin her değeri için doğru),Y="tekdüzenli yanlış" ve B=bazen doğru bazen yanlış" şeklinde alınabilir.Bu yorumda gerekli olan zamansal parametre A.N Prior tarafından ortaya konulmuştur[1].
2) Doğruluk-değeri yüklediğimiz önermeler,benzer şekilde,sayısal değişkenin bazı değerleri için tanımlanmış olan matematiksel fonksiyonlar olarak da düşünülebilirler(x=0 durumunda 1/x'in tanımlanamaması).Burada ise "ara" değer olan B,yukarıdaki gibi değişkenlik değil,tanımlanamama ve belirlenememe anlamında olup, anlamsızlık demektir[2].
3) Bochvar'ın sistemi ise,dd'lerinin semantik konumunu doğru,yanlış ve anlamsız kavramları çerçevesinde verir.
4) Bir başka yaklaşım,dd'lerinin,önermelerin modal(veya ontolojik) konumlarını yansıttığını kabul etmeye dayanır:1-zorunlulukla yanlış, 2-aktüel olarak yanlış, 3-Belirsiz, 4-Aktüel olarak doğru,5-zorunlulukla doğru.Bunların sayısını üçe indirgediğimizde

---

1. A.N.Prior (1957), s.114.
2. Kleene (1952), s.75.

alışılagelmiş üç-değerli durumla karşılaşırız: D,B, Y.[1]

5) Benzer bir yaklaşım,dd'lerinin,önermelerin olasılıkçı konumunu temsil ettiğini kabul etmeye dayanır:kesin doğru,olasılıklı doğru,olasılıklı yanlış,kesin yanlış[2].

6) Bir başka olanak,dd'lerinin,önermelerin epistemik konumlarını yansıttıklarını varsaymaktır:

a- yanlışlığı bilinen (ya da kanıtlanabilir olan)

b- ne doğruluğu ne de yanlışlığı bilinen(kanıtlanabilen)

c- doğru olduğu bilinen(ya da kanıtlanabilir olan)

Bu şekilde,sezgici mantığa,çok-değerli bir yaklaşım da (J.B. Rosser'in yaptığı gibi)düşünülebilir.[3]

7) Aksiyom kümeleri üzerinde temellenen ve bir p önermesine D,B ve Y değerleri veren bir anlayıştan da söz edilebilir:[4]

a- p aksiyomlardan türetilebilir

b- değil-p aksiyomlardan türetilebilir

c- ne p ne de değil-p aksiyomlardan türetilebilir

Bir başka deyişle,dd'lerini yerleştirirken,mutlak doğru veya mutlak yanlış değil, aksiyomlara göre bir doğruluk ve yanlışlık anlayışına yer verilmiştir.

Bu olanakların yedisi de, daha ayrıntılı bir incelemeyi gerektirirler.Çünkü aşağıdaki DT'sunda(tamamlanmamış)

p	~p
D	Y
B	B
Y	D

p\q	D	$\wedge$ B	Y	D	$\vee$ B	Y
D	D		Y	D		D
B		X				
Y	Y		D	D		Y

---

1. Lukasiewicz (1953) s.32
2. İlk olarak MacColl'un kullandığı bu yorumu,daha sonraları Reichenbach(1946)da benimsemiştir.
3- Rosser (1960) s. 211
4- Rescher (1969) · 110

yalnızca D ve Y değerleri söz konusu olduğunda, bu tabloların bilinen iki-değerli DT'larına uymakta oldukları açıktır. Ancak, örnekte X ile gösterilen yeri ele aldığımızda, bir sorunla karşılaşırız (bu tamamen semantik bir sorundur): Buraya hangi değer yerleştirilmelidir? Bu durumda iki türlü yorumdan söz edilebilir:

I) $/p \wedge p/ = /p/$ olması gerektiği açıktır. Öyleyse $/p/ = B$ olduğunda $/p \wedge p/ = B$ olmalıdır. Buna göre X, yani $B \wedge B$'ye karşılık gelen dd'i B'dir.

II) Kuşkusuz, /p/ ne olursa olsun $/p \wedge \neg p/$ yanlıştır. Oysa $/p/ = B$ olduğunda, $/\neg p/ = B$ durumu söz konusudur. $/p \wedge \neg p/ = Y$ olduğundan, X yani $B \wedge B$'ye karşılık gelen dd'i Y olmalıdır.

Birbirinden oldukça farklı olan bu iki bulgu, semantik yorum konusunda ortaya çıkan bir ikilem oluşturmaktadırlar: X'in doğru-dürüst bir tanımlaması yapılamaz[1].

Burada sorun, kendi kendini değilleyen bir dd'i olan '$\vee$' den kaynaklanmaktadır($\vee = \neg \vee$). Bu sorunun üstesinden gelmek için yapılabilecek olan en doğal şey, 4-değerli bir sisteme geçmektir.

İlk bakışta, 4-değerli sistemin dd'lerini, "doğru", "olasılıklı doğru", "olasılıklı yanlış" ve "yanlış" olarak almak akla yatkın görünmektedir. (Bu durumda, ilk ikisinin damgalanmış olması gerektiği açıktır, çünkü totolojinin geleneksel anlamının korunmasından yana olduğumuzu daha önce de vurgulamıştık). Böylelikle A.N.Prior'un 4-değerli sistemini elde etmiş oluruz[2].

Şöyle de düşünebiliriz:

---

1. Rescher (1968) s. 98
2. Prior (1967) s.4

1 doğru ve salt formal

2 doğru, ama empirik(olgularla bağıntılı)

3 yanlış, ama empirik

4 yanlış ve salt formal[1].

Görüldüğü gibi,Prior,önermeleri salt formallik ve empiriklik bakımından sınıflandırmaktadır.Bu empiriklik,tüm tümel-evetleme bileşimlerini etkileyebilir:"Kedi eti yedi ve 2+2=5" önermesi, ikinci bileşenin mantıkça yanlışlığına karşın, '3' değeri alacaktır.Öyleyse aşağıdaki gibi bir DT'su kurabiliriz:

$p \backslash q$ ($\wedge$)	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	2	3	3
3	3	3	3	3
4	4	3	3	4

Ne yazık ki burada da aynı güçlükle karşı karşıyayız. Örneğin $2 \wedge 3$'e karşılık gelen yerde hangi dd'i bulunmalıdır?İkinci yorum gereği,bunun 3 olmadığı açıktır,çünkü /p/=2 durumunda, $p \wedge \neg p$' p'nin 4 olması gerekmektedir.Birinci yoruma göre, $2 \wedge 3$'ün yeri genellikle 3 olur,ama bileşenler birbirlerini karşılıklı olarak dışta bırakıyorlarsa (/p/=2 durumunda $p \wedge \neg p$'de olduğu gibi)4 olması gerekmektedir.Sonuç olarak,bu yorumlamanın doğrusallığı ortadan kaldırdığını görüyoruz[2].

Birinci yorumu biraz değiştirecek olursak, $2 \wedge 3$ veya $3 \wedge 2$" nin kendinde-tutarlı olması koşulu ortadan kalkabilir,yani 4 olabileceği gibi 3 de olabilir.Öyleyse yalnızca iki olanaklı

---

1. a.g.e
2. Rescher (1969) s.112

seçenek bulunduğunu varsayalım: X gibi bir aktüel dünya ve Y gibi bir olanaklı dünya. Herhangi bir önermenin, dört dd'inden hangisini alabileceğini şu şekilde anlarız:

(1) Önerme X ye Y'de doğrudur (zorunlulukla doğru)

(2) " X'de doğru, Y'de yanlıştır (zorunlu değil aktüel D)[1]

(3) " " yanlış, " doğrudur (zorunlu değil aktüel Y)

(4) " hem X'de hem Y'de yanlıştır (zorunlulukla yanlış)[2]

Verilen bu dört[3] olanak aşağıdaki 4-değerli DT'suna uygulandığında, ortaya çıkan sonuç ÇDM'lar açısından sevindiricidir.

p	~p	1	2	3	4
+1	4	1	2	3	4
+2	3	2	2	4	4
3	2	3	4	3	4
4	1	4	4	4	4

Çünkü bu dört koşul, tablonun uygun bir semantik açıklamasını vermektedir. O halde, hiç değilse bazı ÇDM'ların anlamlı bir semantik yorumlaması olduğu doğrudur[4].

D- AKSİYOMLAR VE DOĞRULUK TABLOLARI

Formal sistemlerin çoğu kez aksiyomatik formlarına göre kıyaslandıkları gözönüne alınarak: İlk olarak,

---

1. Hem 1 hem de 2, damgalanmış dd'leri olacaklardır.
2. Prior (1955), s.626-630.
3. Bu tabloyu Euklides'çi ve Lobaçevski'ci sistemlerin karşılaştırılmasında kullanabiliriz:
   1=hem E hem L sisteminde doğru
   2=E sisteminde doğru, ama L sisteminde değil
   3=E sisteminde yanlış, ama L sisteminde değil
   4=hem E hem L sisteminde yanlış
4. Rescher (1969), s.113.

1) Herhangi bir önermeler mantığının düzgün-tam-deyimleri çerçevesinde, totoloji kavramını belirleyen bir DT'ları ve dd'i damgalamaları kümesini ve ikinci olarak,

2) Bir önermeler mantığı sisteminin teoremler kümesini belirleyen aksiyomlar ve çıkarım kuralları topluluğunu ele alalım.

Bunlardan ilki, bir ÇDM sistemi olan X'i ve ikincisi de bir aksiyom sistemi olan A'yı tanımlar (p bir X-totolojisi durumunda ise $p \in T(X)$ ve p bir A-teoremi olduğunda da $\vdash p$ olarak göstereceğiz). Buna göre,

a) eğer A'nın teoremleri, X'in DT'larını tüketirse (ya da DT'ları tüm aksiyomları doğrularsa) yani her A-teoremi bir X-totolojisi ise, ÇDM sistemi X, Aksiyom sistemi A için <u>yeterlidir</u>: $\vdash p$ iken, $p \in T(X)$

b) eğer her X-totolojisi, bir A-teoremi ise, A sistemi X sistemini <u>kuşatır</u>: $p \in T(X)$ iken, $\vdash p$

c) hem (a) hem (b) şıklarında ifade edilen koşullar sağlandığında, X sistemi A sistemi için <u>karakteristiktir</u> ya da A, X'i aksiyomlaştırır (X'e göre tamamlanmış bir aksiyomlaştırma sağlar): $p \in T(X)$ a.v.a $\vdash p$[1].

A sisteminin, X sistemini aksiyomlaştırması, bu sistemin totolojilerini belirlemesi demektir. Böylece A, X'e göre tamamlanmış olur. Burada X'in önceden örtük bir totoloji tanımının olduğunu belirtmek gerekir. Sonuçta, ya belli bir DT'ları kümesi ile işe başlayıp, buna karşılık gelen totolojileri....../.

---

1. Rescher (1969), s.155.

aksiyomlaştırırız(yani,göreli olarak tamamlanmış bir aksiyomlaştırma elde ederiz) veya tam tersine,bir aksiyomlar kümesini ele alır ve bunlar için karakteristik olan bir çok-değerli DT'ları kümesi kurarız.

Daha önceden varolan bir ÇDM sisteminin aksiyomlaştırılmasını,ilk kez M.Wajsberg gerçekleştirmiştir. Wajsberg,Lukasiewicz-in 3-değerli DT'larını,"Modus Ponens" ve "Yerine Koyma" kurallarını kullanarak,çok zarif bir şekilde aksiyomlaştırmıştır (Bu çalışma,"Axiomatization of the Three-Valued Propositional Calculus" başlığı ile yayınlanmıştır)[1]. Vajsberg'in aksiyomları şunlardır:

(W1) $\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \alpha)$

(W2) $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow [(\beta \rightarrow \gamma) \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)]$

(W3) $(\neg\beta \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow (\alpha \rightarrow \beta)$

(W4) $[(\alpha \rightarrow \neg\alpha) \rightarrow \alpha] \rightarrow \alpha$

Ayrıca,bunlara aşağıdaki iki aksiyom da eklendiğinde, T-destekli(Slupecki) L_3^S sistemi aksiyomlaştırılabilir:

(S1) $T\alpha \rightarrow \neg T\alpha$

(S2) $\neg T\alpha \rightarrow T\alpha$

Tüm sistemlerin aksiyomlaştırılabilmesi için gerekli olan işlemler, çalışmamızın sınırlarını aşacak kadar karmaşık bir yapıya sahiptirler. Gerçekte bu tür bir çalışma yapılmamış da değildir[2]. Fakat bu çalışma,ne yeterince ekonomik,ne de yeterince zariftir.

Öte yandan,verilen bir aksiyom sisteminden hareketle,

---

1. McCall (1967) s.264-284.
2. Rosser ve Turquette (1952).

bunlar için karakteristik bir DT'ları kümesi oluşturmak da olanaklıdır.Bu durumda, ÇDM'ın "dd'leri",sistemin formülleri şeklini alır ve teoremleri de "damgalanmış" dd'leri olur.Formüldeki değişkenlerin yerine, bu dd'lerini(yani förmülleri)koyduğumuzda,aksiyom sistemi için karakteristik olan bir dd'leri kümesi elde ederiz.Çünkü her teorem,tek-düzenli olarak,damgalanmış bir dd'i almak durumundadır.

Öyleyse,her aksiyomatik mantık sisteminin,çok-değerli bir mantık olarak ortaya konması(biraz yapay ve esnek olsa da) olanaklıdır.[1] Ancak,soruyu tersine çevirdiğimizde, yanıtımız da değişecektir(özellikle,sonlu sistemler söz konusu olduğunda). D,B ve Y değerleri alan üç-değerli bir mantığı ele alalım; D ve B damgalanmış dd'leri olsun.İçerme($\longrightarrow$) tablosu:

$p \diagdown q$	D	B	Y
+D	D	Y	Y
+B	D	Y	Y
Y	D	D	D

Dikkat edelirse,bir çıktı-değeri durumunda olan tek damgalanmış dd'i D'dir.Bu içerme tablosu,oldukça kullanışlıdır(alışılagelmiş içerme kiplerinden tek farkı, "$\alpha \longrightarrow \alpha$"nın totoloji olmamasıdır):

1) Yalnızca D ve Y değerleri söz konusu olduğunda, iki-değerli tabloyla uyuşuyor olması bakımından olağandır.
2) p ve p$\longrightarrow$q damgalanmış değerler olarak alındıklarında, q damgalanmış olacağı için "Modus Ponens" kuralına uyulmaktadır.
3) p$\longrightarrow$q ve q$\longrightarrow$r damgalanmış değerler olduklarında, p$\longrightarrow$r de damgalanmış değer olacağı için, "geçişlilik" kuralına da uyul-

---

1. L.S Hay (1963).

maktadır.

Başka türlü söylemek gerekirse,modus ponens yardımıyla elde edilen tüm formüller, D değeri alanlardır; B(damgalanmış) asla elde edilemez.

Ancak,yalnızca "modus ponens" ve "yerine koyma" kuralları yardımıyla aksiyomlaştırılamayacak olan ÇDM sistemleri de olabilir[1]:

$p \backslash q$ ($p \star q$)	D	B	Y
+D	B	B	Y
+B	Y	B	Y
Y	Y	B	B

Burada $\star$ eklemi,aşağıdaki tüm formüllerin,daima B değeri alan totolojiler olmasını sağlamaktadır:

$\alpha \star \alpha$

$\alpha \star (\alpha \star \alpha)$

$\alpha \star (\alpha \star (\alpha \star \alpha))$

$\vdots$

Bu formüllerin en önemli özelliği,"yerine koyma" kuralı ile hiç bir formülün,daha kısa olan bir başka formülden türetilememesidir modus Ponens'in işlemediği de hatırlanacak olursa, bu totoloji dizisinin,sonlu bir aksiyom listesinden türetilmesine olanak olmadığı görülecektir.Bilinen şekilleriyle '$\neg$','$\wedge$' ve '$\vee$' eklemlerinin katılması da bir şey değiştirmeyecektir.Çünkü bu eklemlerin bulunduğu aksiyomlardan türetilemeyen,ama yalnızca bu eklemleri($\longrightarrow$ ve $\star$) içeren formüller, '$\neg$','$\wedge$' ve '$\vee$' gibi eklemleri içeren aksiyomlar eklendiğinde de türetilemezler. Öyleyse,sonlu olarak aksiyomlaştırılamayan(MP ve YK kurallarıyla)

---

1. Rescher (1969), s. 158.

ÇDM sistemleri olsa da, bu sistemler sonsuzca aksiyomlaştırmaya konu olabilmelidirler; bu da, düzgün-tam-deyimlerin tek tek incelenmesi ve her yeni totolojinin bir aksiyom olarak alınmasıyla yapılabilir[1].

Önermeler mantığının eklemlerini hedefleyen bir aksiyom sistemi(keyfi) MP ve YK ile birlikte verildiğinde,hem sonsuz sayıda dd'i alan karakteristik DT'ları kümesi(bu pek de "etkili bir şekilde yapılamayabilir) hem de bazen sonlu bir karakteristik DT'ları kümesi bulunabilir. Öte yandan,önermeler mantığı eklemlerini hedefleyen sonlu-değerli DT'ları öbeği(keyfi) verilmiş ise,hem sonsuz bir aksiyomlaştırma hem de <u>bazen</u> sonlu bir aksiyomlaştırma (MP ve YK kullanılarak) olanaklıdır.

E- YARI-DOĞRULUKSAL SİSTEMLER

Mantığa yeni başlayanları,günlük dildeki "eğer....,öyleyse..." şeklindeki informal bir ifadeden,sembolik mantıktaki RW içerme eklemine($\longrightarrow$) geçişte,genellikle bazı güçlükler beklemektedir.Gerçi,/p/=D ve /q/=Y olduğunda /p$\longrightarrow$q/=Y olacağı, ilk bakışta anlaşılır bir açıklamadır.Fakat diğer değerler için aynı anlaşılır açıklamalar söz konusu olmayabilir.Bunu bir tablo ile gösterirsek:

p \ q $\longrightarrow$	D	Y
D	?	Y
Y	?	?

1. a.g.e 158

Güçlük,soru işaretli yerlere hangi dd'lerinin konacağına karar vermekte yatar.Çünkü burada,şöyle bir soru akla gelebilir:"D.T'su neden tablodaki bir yere yalnızca tek bir dd'i konmasına izin verecek derecede doğruluksal kabul edilir de, özel durumlarda karşılaşılan koşullara göre belli bir yerde D ve Y'ın birlikte olanaklılığını getiremez[1]. Bu gerçekten de çok yerinde bir sorudur ve iki ya da çok-değerli sistemlerde DT'larının <u>tek-değerli</u> olmaları koşulunu sarsar.($\longrightarrow$) eklemi dışındaki tüm eklemleri,iki-değerli mantığın DT'larıyla uyuşan bir YD sistemi düşünelim[2]:

$p \backslash q$ ($\longrightarrow$)	D	Y
D	D	Y
Y	(D,Y)	(D,Y)

(Bu tablo,H.Reichenbach'ın yarı-içerme tablosuna çok benzer)[3]. Bu tabloda (D,Y)tikel-evetleme olarak düşünülmelidir,yani değişen koşullara göre ya D ya da Y kullanılacaktır. Burda YD'nin formülleri RW'ninkilerle özdeştir.Ayrıca,değişkenlerine herhangi bir dd'i yüklendiğinde,bir formülün dd'i de bulunabilecektir:

/p/=(D,Y), /q/=D ve /r/=Y ise /$\sim$p/=(D,Y), /p& q/=(D,Y), /p& r/=Y , /p v q/=D , /p v r /=(D,Y),v.b.Sonuç olarak, ($\longrightarrow$) ekleminin yer almadığı tüm formüllerin doğruluksal yorumu,RW'ninkiyle tamamen özdeştir.Üstelik M.P kuralı da bu yeni içerme tablosunda işlerliğini korur:

/p/=D ve /p$\supset$q/=D ise /q/=D

Yarı-doğruluksal sistemlerde totoloji ve çelişki kavramları

---

1. Rescher (1962) s.76
2. Rescher (1969) s.167
3. Reichenbach (1946) s.168

aynen korunmaktadır. Bazı iki-değerli içerme paradoksları ("$\alpha \supset (\beta \supset \alpha)$" ve "$\alpha \supset (\sim\alpha \supset \beta)$") artık totoloji değildirler. Ancak,bunun bedelini de,pek çok sayıda işe yarar RW totolojisini yitirmekle öde~~yeceğiz~~riz[1]. Gerçekten de "$\alpha \supset \alpha$", "$(\alpha \& \beta) \supset \alpha$","$\alpha \supset (\alpha \vee \beta)$","$(\alpha \supset \beta) \supset (\sim\beta \supset \sim\alpha)$" gibi totolojiler ortadan kalkmaktadır.

İki-değerli yarı-doğruluksal bir DT'su,belli bázı yerleri boş bırakılmış olan,tamamlanmamış bir doğruluksal DT'sudur.Yani bir ϕ eklemi hakkında tek bildiğimiz $D\phi Y=Y\phi D=Y$ ise ve diğer durumlar için hiç bir bilgimiz yoksa,tamamlanmamış bir DT'su olan

$p \backslash q$ ($\emptyset$)	D	Y
D	?	Y
Y	Y	?

yerine,yarı-doğrusal olan

$p \backslash q$ ($\emptyset$)	D	Y
D	(D,Y)	Y
Y	Y	(D,Y)

tablosunu koyabiliriz[2].Burada "$\sim(\alpha \phi \sim\alpha)$"bir totolojidir.Ancak,(D,Y)durumunun kesin bir doğruluk konumu olmadığını,söz konusu dd'inin "ya D ya Y" gibi iki seçenek sunduğunu vurgulamak yerinde olacaktır.Bir başka önemli nokta da,totoloji kavramının,"yarı-totoloji" kavramı olarak(yani daima ya da bazen damgalanmış dd'i alabilen bir formül)tanımlanmasıyla, tüm RW totolojilerinin $\mathcal{Q}$ sistemindeki yarı-totolojiler olmasının sağlanabilmesidir. Tüm RW totolojilerinin,$\mathcal{Q}$-yarı-totolojileri olduğunu gösterip,modus ponens

---

1. Rescher (1964) s.140
2. Rescher (1969) s.169

$p \supset q \in T'(X)$ ve $p \in T'(X)$ ise, $q \in T'(X)$

ilkesinin uygulanmasını sağlarsak ($T'(X)$,X'in yarı-totolojiler kümesidir) bunu başarabiliriz[1]. Eğer p böyle bir yarı-totoloji ise,değişkenlerine verilecek dd'leri ne olursa olsun ya (a) /p/=D ya da (b) /p/=(D,Y)olacaktır. Ancak, $p \supset q$ da yarı-totoloji ise /q/ 'a' durumunda Y olamaz; 'b' durumunda ise (D,Y) olmalıdır. Yani q da bir yarı-totoloji olmalıdır.Yarı-totoloji kavramı, Ç.D.M'ların temelinde iki-değerli mantığın bulunduğunu(çünkü bir formül ya totolojidir ya da değildir)ileri sürenlere karşı oldukça etkili bir silahtır.

L_3 tablosunda, $B \wedge B$'nin hangi değeri alacağına,şu şekilde bir akıl yürütmeyle karar verilebilir: "p'nin dd'i belirsiz ise, $p \wedge q$ da belirsiz değeri almalıdır"[2]. Fakat burada p ve q birbirlerine içsel olarak bağlı olabilirler ve q, sözgelimi $\neg p$ olabilir.Öyleyse L_3 tabloları yetersizdir diyebiliriz.Gerçi L_3 çizgisinde bir 3-değerli mantık o kadar da kullanışsız değildir,ama bunun doğruluksal değil yarı-doğruluksal olması semantik bakımdan olduğu kadar sentantik bakımdan da uygundur[3]. Örneğin;

p	¬p
+D	Y
B	B
-Y	D

p \ q	∧ D	∧ B	∧ Y	∨ D	∨ B	∨ Y	⊃ D	⊃ B	⊃ Y	≡ D	≡ B	≡ Y
+D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	(B,Y)	Y	D	(B,D)	B	D	(B,D)	B	B	(B,D)	B
-Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

Bu üç-değerli mantığın,Lukasiewicz'in düşüncesindeki gerçek temelleri,kesinlikle doğruluksal-olmayan bir sistem gerektirmektedir.Bu sistemi(L_q)ilginç kılan,bünyesinde pek çok RW

---

1. Rescher (1964). s.[illegible]9
2. Prior (1953) s.319
3. Rescher (1969) s.170

totolojisi(örneğin,"$\alpha \supset \alpha$")barındırmasından çok,B'yi de damgalamamız durumunda her iki sistemin örtüşecek olmasıdır. Hele Slupecki yöneticisini de ekleyecek olursak,"$T\alpha \vee \neg T\alpha$" bir L^s_q yarı-totolojisi olacaktır,ama L^s_3 durumunda aynı şey söz konusu değildir.Yani iki sistem arasında oldukça belirgin bir fark vardır[1].

Bu noktada,tekrar ÇDM sistemleri hakkındaki öncelik-sonralık sorununa kısaca değinmek istiyoruz.Yukarıdaki örnek, yarı-doğruluksallığın ÇDM'lardaki "damgalanmanın iki-değerliliği" yargısını ortadan kaldırdığını kanıtlamaktadır. Burada geçerli olan, ÇDM tablolarının,belli girdi-değerleri durumunda,bir formülün ya damgalanmış ya damgalanmamış olması özelliğidir.Çünkü böylece,damgalanmış-damgalanmamış ayrımı,iki-değerli mantığın doğru-yanlış dikotomisine benzer.Yarı-doğruluksallık,iki-değerliliğin bu son kırıntılarını da ortadan kaldırmaktadır:artık semantik belirsizlik düşüncesinin tamamlandığını söyleyebiliriz.Sözgelimi $/\alpha/=B$ ise, L_q sisteminde "$\alpha \supset \alpha$"'nın damgalanmış olup olmadığını söyleyemeyiz. Son olarak şunu belirtmek istiyoruz:tüm iki-değerli yarı-doğruluksal mantık sistemleri,kesinlikle doğruluksal-olan çok-değerli bir sisteme dönüşebilirler.Bunun ayrıntılarına girmeyip,kısaca, bir tür genleşme(expansion)yöntemiyle, 4-değerli bir sistemin elde edilebileceğini belirtmekle yetineceğiz.Amacımız,içerme eklemi tamamıyla doğruluksal-olmayan(doğru öncül-yanlış sonuç durumunda kesinlikle doğrusal olması dışında)bir yarı-doğruluksal YD* sisteminin,YD'nin değişik bir benzeri olarak gösterilebilmesidir:

---

1. Rescher (1969) s.174

p	$\neg p$
D	Y
Y	D

$p \backslash q$	$\wedge$		$\rightarrow$	
	D	Y	D	Y
D	D	Y	(D,Y)	Y
Y	Y	Y	(D,Y)	(D,Y)

Şimdi,genleşme yöntemiyle,kesinlikle doğruluksal olan 4-değerli(oldukça karakteristik)bir sisteme geçebiliriz[1].

p	$\neg p$
+D	Y
$+B_1$	B_2
B_2	B_1
Y	D

$p \backslash q$	$\wedge$				$\rightarrow$			
	D	B_1	B_2	Y	D	B_1	B_2	Y
+D	D	B_1	B_2	Y	B_1	B_1	B_2	Y
$+B_1$	B_1	B_1	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2
B_2	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2	B_2
Y	Y	B_2	B_2	Y	B_1	B_2	B_2	B_1

Bazı değişikliklerler,bu sistemi olağan ve biraz daha standart bir şekle sokabiliriz:

p	$\neg p$
+D	Y
$+B_1$	B_2
B_2	B_1
Y	D

$p \backslash q$	$\wedge$				$\rightarrow$			
	D	B_1	B_2	Y	D	B_1	B_2	Y
+D	D	B_1	B_2	Y	D	B_2	B_2	Y
$+B_1$	B_2	B_1	B_2	Y	B_2	B_2	B_2	B_2
B_2	B_2	B_2	B_2	Y	B_2	B_2	B_2	B_2
Y	Y	Y	Y	Y	D	B_2	B_2	D

Burada Modus Ponens kuralı geçerli olmasına ve "$\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$" gibi totolojiler bulunmasına karşın,"$\alpha \rightarrow \alpha$","$(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \alpha$" ve "$(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\neg\beta \rightarrow \neg\alpha)$"gibi en önemli RW içerme totolojileri ortadan kalkmıştır.Öyleyse,yarı-doğruluksal ÇDM sistemleri de doğruluksal sistemlere çevrilebilirler.Gerçekte,yarı-doğruluksal mantık sistemleri önemli bir yenilik getirmemektedirler, yalnızca daha geniş bir alan olan doğruluksal sistemlerin bir parçasını oluştururlar.Ancak,yarı-doğruluksal bir sistemin, doğruluksal benzeri,çok daha üst düzeyde bir çok-değerlilik gerektirir(3-değerli(D,B,Y) yarı-doğruluksal sistem için,yedi adet dd'i gerekir:(D,B,Y),(D,Y),(Y,B),(D),(Y),(B).Bu karmaşık-

---

1. Rescher (1969) s.174

lık, daha basit ve kavramsal olarak belki de daha doğal olan yarı-doğruluksal sistemleri, kesin doğruluksallığın sunduğu matematiksel elverişlilik uğruna terketmek için ödediğimiz bederdi.

Yukarda ele aldığımız yarı-doğruluksal sistemler, 2-değerli mantığın iki-değerli olmayan yorumlarının mümkün olduğunu göstermektedir. Halbuki daha önce, ÇDM'ların iki-değerli mantık açısından yorumunun mümkün olduğundan sözedilmişti. Bu durum da, ÇDM ile klâsik iki-değerli mantık arasında bir üstünlük tartışmasının kolayca sonuçlandırılamayacağını göstermektedir.

F- İKİ-DEĞERLİ MANTIĞIN ÖNCELİĞİ SORUNU

Klâsik iki-değerli mantığın alternatifleri konusunda, görelili̇ğin egemen olduğunu daha önceki kısımda göstermeye çalıştık. Alternatif mantık sistemi seçimi herhangi bir durumun gerektirdiği koşullara göre yapılmaktaydı. Bu tür bir görelilik sözkonusu olduğunda bazı mantıkçılar iki-değerli mantığın yanında yer almaktadırlar: "Salt formal bir bakış açısından bile, sıradan iki-değerli mantık, mantık adını hak eden dedüktif sistemler arasında ayrı bir öneme sahiptir; Çünkü tüm diğer sistemleri kapsamaktadır. Kısacası bunlar arasında, Lobachewski ve Euklides geometrisi arasındaki gibi bir alternatiflikten söz edilemez"[1]. Kneale'nin bu düşüncesi, iki-değerli mantığın alt-sistemleri durumunda olmayan ÇDM'ların varlığıyla çelişmektedir. Aşağıdaki 3-değerli sistemde;

p	$\neg p$
$*1$	3
2	1
3	1

$p \backslash q$ $\rightarrow$	1	2	3
1	1	3	3
2	2	1	3
3	2	1	1

İki-değerli mantığa uyan pek çok özellik vardır, ama bu [redacted]

1. W. & M.Kneale (1962), s.575.

sistemin totolojilerinden biri olan "$\neg(\alpha \rightarrow \neg\alpha)$" bir RW totolojisi değildir.

Bunu bir yana bırakacak olsak bile, iki-değerli mantık lehine olan başka itirazlar sözkonusudur. Bunlardan biri, iki-değerli mantıktan, çok-değerli mantığa geçişle, ortadan kalktığı ileri sürülen D-Y dikotomisinin, ÇDM'ın üst-mantıksal düzeyinde bile devam ettiği savıdır. Bir başka deyişle, ne yaparsak yapalım, iki-değerlilikten kaçmak olanaksızdır. D, B1,B2,....., B_n,Y gibi bir dizi dd'i verildiğinde, iki-değerlilik ilkesinin,

1) "P önermesi ya D ya da Y değeri alır"

şeklinde değil,

2) "P önermesi ya D ya da diğerlerinden birini (B1,B2,....,B_n, y) alır" şeklinde düşünüldüğünü belirtmek gerekmektedir[1].

ÜHD yasası da, klâsik şekli olan,

1a) "bir p önermesi D ve Y dışında üçüncü bir değer alamaz"

şeklinde değil;

2a) "bir p önermesi n+2 dd'i (D,B1,B2,...,Bn,Y) dışında bir değer alamaz"

şeklinde ifade edilir.

Görüldüğü gibi, son aşamada kesinlik problemiyle karşılaşıyoruz. Kuşkusuz, önermeleri doğru ve yanlış olarak sınıflandırmamızın gerçek nedeni, şeyler hakkındaki ifadelerimizin yapısından kaynaklanmaktadır. Herhangi bir ifade, belli bir ilişkiler durumunu bildirir. Eğer bu durum kesin olarak ifade edilebilmişse ya gerçekten de ifade edildiği gibidir(doğrudur) ya da değildir(yanlıştır); ikisinin arası bir durum söz konusu olamaz. Oysa bu tür bir yaklaşım döngüseldir. İki-değerli bir bakış

---

1. Dumitriu (1971), Zinov'ev(1963) v.b.

açısında israr edersek, değişik mantık sistemlerini bu gözle inceleyebiliriz. Ancak, daha önceki bölümlerde gösterdiğimiz gibi, çok-değerli bir bakış açısından hareket etmemizi engelleyecek hiç bir şey yoktur. Buna bir örnek vermek uygun olacaktır:

$\vdash p$, "p bir teoremdir" demek olsun. Bu durumda X gibi bir aksiyom sisteminde (ya da ÇDM sisteminde dd'leri aşağıdaki gibi olacaktır:

dd	teoremlerin durumu	
D	$\vdash p$	$(p \in D(x))$
Y	$\vdash \neg p$	$(\neg p \in D(x)$
B	Ne $\vdash p$ ne de $\vdash \neg p$	$(p \notin D(x)$ ve $\neg p \notin D(x))$

Bu dd'lerinden kalkarak, yarı-doğruluksal bir sistem elde edebiliriz:

p	$\neg p$
+D	Y
B	B
Y	D

	$\wedge$			$\vee$			$\supset$			$\equiv$		
$p \backslash q$	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
+D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
B	B	(B,Y)	Y	D	(B,D)	B	D	(B,D)	B	B	(D,B,Y)	B
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	B	D

Burada,aksiyomatik sistemin de uyması gereken kurallar vardır[1].

1- Tutarlıdır

2- $\vdash p$ a.v.a $\vdash \neg\neg p$

3- $\vdash p \wedge q$ a.v.a hem $\vdash p$ hem de $\vdash q$

4- $\vdash p$ ise, $\vdash p \vee q$ ve $\vdash q \vee p$

5- $\vdash \neg p$ ise ve ya $\vdash p \vee q$ ya da $\vdash q \vee p$ ise , $\vdash q$

6- $\vdash \neg(p \wedge q)$ a.v.a $\vdash \neg p \vee \neg q$ ve $\vdash \neg(p \vee q)$ a.v.a $\vdash \neg p \wedge \neg q$

Görüldüğü gibi,önerilen 3-değerli bakış açısının,aksiyo-

---

1. Rescher (1969) s.230

matik (ya da çok-değerli) sistemlere uyarlanması, iki-değerli değil, 3-değerli (hatta yarı-doğruluksal) bir mantık sistemi doğurur. Öyleyse ÇDM'lara inanan biri, iki-değerli mantık taraftarlarına şöyle diyebilir: "Benim sistemim, seninkini kuşatmaktadır. Senin RW sistemin, benim ÇDM sistemimin özel bir durumudur." ÇDM taraftarı, bu savında haklıdır. Çünkü tüm klâsik RW totolojileri aşağıdaki türden sistemlerde de totolojidirler[1]:

p	$\neg p$
+D	Y
+B	B
Y	D

	$\wedge$			$\vee$			$\rightarrow$			$\leftrightarrow$		
$p \backslash q$	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y	D	B	Y
+D	D	B	Y	D	D	D	D	B	Y	D	B	Y
+B	B	B	Y	D	B	B	D	D	Y	B	D	Y
Y	Y	Y	Y	D	B	Y	D	D	D	Y	Y	D

Bu durumda, ÇDM ile iki-değerli mantık arasında formel-aksiyomatik yönden önemli bir ayrılık ve üstünlük olduğu söylenemez. Gerçi iki-değerli mantık, formel-aksiyomatik bir sistem olarak diğerine göre çok daha fazla işlenmiş bir sistemdir. Bu durum, iki-değerli mantığın pratik açıdan daha çok kullanılması, alışkanlıklarımız ve günlük dili kullanışına daha uygun olmasıyla yakından ilgilidir. Fakat öte yandan, daha önce de yer yer işaret edildiği gibi, ancak çok-değerli mantığı kullanarak ele alınabilecek problemlerin olduğu da unutulmamalıdır. Dolayısıyla ÇDM ve iki-değerli mantık arasındaki üstünlük tartışması yapmanın hiç de önemli bir problem olmadığı ortaya çıkmaktadır.

---

1. a.g.e

SONUÇ

Bu çalışmamızda,ÇDM'ğın formal-aksiyomatik özelliklerini elden geldiği kadar eksiksiz olarak ortaya koymaya çalıştık.Böyle bir çalışmayı,ÇDM'ğın temel bazı özelliklerinin tanıtılması ve değerlendirilmesi şeklinde düşünmek de mümkündür.Çünkü ÇDM günümüzde henüz her yönüyle incelenmiş değildir.Nitekim ÇDM'ğın niceleme mantığı bakımından tam olarak ele alınmamış olması bu konuda bir örnektir.

ÇDM'ğın yeterince işlenmemiş olması,konunun günümüzde keşfedilmiş olmasından kaynaklanmamaktadır.Çünkü ilk bölümde ele aldığımız gibi ÇDM tarihi,iki-değerli mantık tarihi kadar eskidir.Fakat ÇDM çalışmaları,yine ilk bölümde işaret edildiği gibi,yoğun olarak ancak yakın zamanlarda başlamıştır.

Yakın zamanlarda ÇDM konusuna ilginin artmasının sebepleri ise çeşitlidir.Herşeyden önce ÇDM,iki-değerli mantığın daha iyi tanınmasına bir katkı sağlamıştır.Öte yandan,ÇDM ile iki-değerli mantık arasında formal-aksiyomatik açıdan birçok ortak noktalar da mevcuttur.Nitekim çalışmamızda ÇDM tanıtılırken,iki-değerli mantığın sağladığı formalleştirme ve aksiyomlaştırma olanakları kullanılmıştır.Bu ilgi,son bölümde işaret edildiği gibi,bu iki mantık arasında sınır çizmekte güçlük yaratmakta ve öncelik-sonralık tartışmasını da birlikte getirmektedir.Bu tartışmalar,yine son bölümde değindiğimiz gibi,verimli bir problem alanı oluşturmadığı için üzerinde çok ayrıntılı olarak durulmamıştır.

ÇDM'ğın günümüzde ele alınmasında rol oynayan diğer etkenlerden birisi,konunun birçok problemle yoğrularak günümüze kadar gelen zengin tarihsel geçmişidir.Nitekim ÇDM'ğın gerek geçmişte gerek günümüzde felsefe problemleriyle olan çok yönlü ilgisi,ayrı ve kapsamlı bir çalışmanın konusu olabilecek kadar geniştir.

ÇDM'ğı önemli kılan etkenlerden bir diğeri,uygulama alanlarıdır.Bu konu da,günümüzde ÇDM'ğa gösterilen ilginin artmasında önemli rol oynamıştır.Reichenbach'la birlikte ÇDM'ğın quantum fiziğine uygulama çalışmaları yalnızca ÇDM için değil,felsefe ve fizik bilimi için de önemli sonuçlar doğurmuştur.ÇDM'ğın bilgisayarlarda,bazı elektrik devrelerinde,program dillerinin yazımında ve günlük konuşma dilinin formalleştirilmesinde kullanılması,yine mantığın bu dalına olan ilginin artmasına neden olan bir diğer etkendir. Bu konudaki çalışmalar da,amacımız dışında kaldığı için ele alınmamıştır.

Yukarıda işaret edilen ve çalışmamız içinde ele almadığımız konuların arka planında,ÇDM'ğın formal-aksiyomatik yolla tasvir edilen özellikleri bulunmaktadır.Diğer bir deyişle,ancak formal-aksiyomatik özelliklerinin belirlenmesinden sonra ÇDM'ğın felsefeden bilgisayarlara kadar çeşitli konularda uygulama olanağından söz edilebilir.Bu nedenle ÇDM konusunda yapılmış önemli çalışmaları temel alarak ve bu çalışmaları yer yer de kritik ederek ÇDM'ğın formal özelliklerini tanıtmaya ve değerlendirmeye çalıştık.

REFERANSLAR VE KAYNAKÇA

KİTAPLAR

Ackermann,Richard(1967):"İntroduction to Many-Valued Logics" London,Routledge and Kegan Paul

Aristotle:"De İnterpretatione",Oxford 1954

Blanché,Robert(1962):"Axiomatics",The Free Press of Glencoe,N.Y

Boehner,Philotheus(1952):"Medieval Logic",Univ.of Chicago Press

Boehner,Philotheus(1958):"Analysis of Ockham's Tractatus de Praedestinatione et de Praescientia Dei et de Futuris Contingentibus" in "Collected Articles on Ockham",N.Y

Dumitriu,Anton(1977):"History of Logic"(I,II,III ve IV.ciltler) Abacus Press

Farabi:"Great Commentary on De İnterpretatione",Wilhelm Kutsch and Stanley Marrow(Al Farabi's Commentary on Aristotle's De İnterpretatione).Beyrouth.1960

Haack,Susan(1974):"Deviant Logic",Cambridge Univ. Press

Heyting,Arend(1956):"İntuitionism:An İntroduction",Amsterdam, North-Holland Publications

Kattsoff,Louis O.(1950):"Logic and The Nature of Reality", Martinus Nijhof Publications

Kleene,Stephen C.(1952):"İntroduction to Metamathematics", Amsterdam,Groningen,New York

Kneale,William and Martha(1966):"The Development of Logic", Oxford Press

Koç,Yalçın(1980):"İntroduction to Logic",Bosphorus Univ.Press

Margenau,Henry(1950):"The Nature of Physical Reality",N.Y, Mc Graw-Hill

McCall,Stuart(Ed.)(1967):"Polish Logic",Oxford Univ.Press

Mendelson,Elliot(1964):"İntroduction to Mathematical Logic", D.Van Nostrand Company LTD

Nagel,E.and Newman,J.R(1959):"Gödel's Proof",Routledge and Kegan Paul

Prior,Arthur Norman(1955):"Formal Logic",Oxford Univ.Press
" " " (1957):"Time and Modality",Oxford
Quine,Willard va Orman(1970):"Philosophy of Logic",Harvard Univ.Press
Rescher,Nicholas(1968):"Topics in Philosophical Logic", McGraw-Hill
" " (1969):"Many-Valued Logic",McGraw-Hill
Rescher and Urquhart(1971):"Temporal Logic",Wien,Springer
Rosser,James Barkley and Turquette,Atwell R.(1952):"Many Valued Logics",Dordrecht,North-Holland
Smith,W.H Newton(1985):"Logic",Routledge and Kegan Paul
Zinov'ev,Aleksander Aleksandrovich(1963):"Philosophical Problems of Many Valued Logic", Dordrecht,D.Reidel Publishing Co.

MAKALELER

Agassi,J.(1985):"Two-valued Logic in Ordinary Circumstances" International Logical Review, No.36
Baylis,C.A(1936):"Are Some Propositions Neither True nor False?",Philosophy of Science,vol. 3
Butler,R.J(1955):"Aristotle's Sea Fight and Three-valued Logic",The Philosophical Review,vol. 54
Christensen,N.E(1956):"Further Comments on 2-valued Logic", Philosophical Studies,
Comey,D.D(1965):"Review of Vasil'ev",Journal of Symbolic Logic,volume 30
Dienes,P.(1949):"On an Implication Function in Many-valued Systems of Logic",The Journal of Symbolic Logic,vol. 14
Hay,L.S(1963):"Axiomatization of the infinite valued predicate Calculus",The Journal of Symbolic Logic,vol. 28

Karpenko,A.(1986):"Para-consistent Structures İnside of Many valued Logic",Synthese,vol. 66
Kwei,Moh Shaw(1954):"Paradoxes for Many-valued Systems",The Journal of Symbolic Logic,vol. 19
Levi,I.(1959):"Putnam's Three Truth Values",Philosophical Studies,vol. 10
Lukasiewicz,J.(1953):"A system of Modal Logic",The Journal of Computing Systems",vol. 1
McCall,S.(1982):"ADynamic Model of Temporal Becoming", Synthese, vol.59
Nagel,E.(1946):"Reichenbach on Quantum Mechanics:A Rejoinder", Journal of Philosophy,vol. 43
Prior,A.N(1953 a):"On Propositions Neither Necessary Nor İmpossible",The Journal of Symbolic Logic,18
" " (1953 b):"Three-valued Logic and Future Contingents", The Philosophical Quarterly,vol. 3
" " (1955):"Many-valued and Modal Systems:An intuitive Approach",The Philosophical Review,vol. 64
" " (1967):"Logic,Many-valued",The Encyclopedia of Philosophy,ed. by P.Edwards,vol. 5
Putnam,H.(1957):"Three-valued Logic",Philosophical Studies,8
Quine,W.V.O(1971):"Ontology and Mathematics",The Philosophical Review,vol. 80
Rescher,N.(1962):"Quasi-Truth Functional Systems of Propositional Logic",The Journal of Symbolic Logic,27
Segerberg,C.(1965):"A Contribution to Nonsense Logic",Theoria,
Storer,T.(1954):"The Notion of Tautology",Philosophical Studies,5
Turquette,A.R(1963):"Independent Axioms For İnfinite-valued Logic",The Journal of Symbolic Logic,vol. 28
Ural,Ş.(1986):"Çok-değerli Mantık",Felsefe Arkivi

50ref.