

**METALİK BİR MADEN YATAĞINDA TENÖR DAĞILIMI  
BENZETİMİ YAPILARAK MADEN BLOKLARININ  
KAZILMA OLASILIKLARININ TAHMİNİ**

**ESTIMATION OF EXPLOITATION PROBABILITIES OF  
METALIC MINE BLOCKS BY SIMULATING THE GRADE  
DISTRIBUTION**

**BURAK GÜNAY**

**Dr. Öğr. Üyesi Fırat ATALAY**  
**Tez Danışmanı**

Hacettepe Üniversitesi  
Lisansüstü Eğitim – Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin  
Maden Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü  
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak hazırlanmıştır.





## ÖZET

# METALİK BİR MADEN YATAĞINDA TENÖR DAĞILIMI BENZETİMİ YAPILARAK MADEN BLOKLARININ KAZILMA OLASILIKLARININ TAHMİNİ

**Burak GÜNAY**

**Yüksek Lisans, Maden Mühendisliği Bölümü**

**Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Fırat ATALAY**

**Haziran 2021, 84 Sayfa**

Tez çalışması, bir altın yatağının jeostatistiksel yöntemlerle incelenmesini içermektedir. Değişkenliğin gerçekçi olması, belirsizliklerin karakterize edilebilmesi ve aykırı değerlerden etkilenmemesi adına yatağın benzetimi yapılmıştır.

Analize hazır kompozit verilerinden katı model elde edilip sınırlar içerisinde blok model tanımlanmıştır. Kompozit verilerin tahmin edilecek alana oranla hacimce çok düşük olması, o alanda bir belirsizlik oluşturur. Tenördeki bu belirsizliğin ortaya koyulmasında ve konuma bağlı değişkenliği yeniden üretme amacıyla benzetim yöntemlerinden, doğrudan ardışık benzetim yöntemi kullanılmıştır. Ham verilerin herhangi bir veri dönüşümünü gerektirmeden mekânsal dağılımını karakterize edebilen Doğrudan Ardışık Benzetim Benzetim (Direct Sequential Simulation (DSS)) yöntemi uygulanmıştır.

Benzetimlerin kullanılabilirliğinin belirlenmesi için, benzetim ortalamalarının ve variogramlarının doğruluğu test edilmiştir. Uygun olmayan benzetim sonuçları yerine yeni benzetimler üretilerek benzetim sayısı 100'e tamamlanmıştır.

Yüzeye yakın cevherleşme görülen yataklarda ekonomik karlılığı belirlemek adına en yaygın açık ocak optimizasyon yöntemi Lerch & Grossman yaklaşımıdır. Bu yaklaşımla nihai sınırların ortaya koyulabilmesi için en önemli parametrelerden birisi ilgili maden bloklarının tenör değerleridir. Tenör değerlerindeki belirsizliklerin nihai sınırlar üzerindeki etkisinin modellenmesi amacıyla her bir benzetim sonucu üzerinden optimizasyonu yapılmıştır. Tenör değer aralıklarının tahminiyle, farklı ekonomik öneme sahip birden çok ocak geometrisi ortaya çıkmıştır. Değerlendirmeler sonucu kazılma olasılıkları hesaplanmıştır. Böylece, mevcut kaynakların daha verimli üretilebilmesi için tenör belirsizliklerine karşı çeşitli risk analizleri yapılabilir.

**Anahtar Kelimeler:** 3B cevher yatağı modelleme, açık ocak optimizasyonu, doğrudan ardışık benzetim

## **ABSTRACT**

### **ESTIMATION OF EXPLOITATION PROBABILITIES OF METALIC MINE BLOCKS BY SIMULATING THE GRADE DISTRIBUTION**

**Burak GÜNAY**

**Master of Science, Department of Mining Engineering**

**Supervisor: Asst. Prof. Fırat ATALAY**

**June 2021, 84 pages**

The thesis study covers the investigation of a gold deposit using geostatistical methods. In order to improve the variability that orebody was simulated, to characterize the uncertainties and not be affected by outliers.

A solid model was created from the composite data available for analysis and a block model was defined within the area. The fact that the amount of composite data is very low in volume compared to the area to be estimated leads to an uncertainty in that area. In order to assess spatial uncertainty in grade and to reproduce regional variability, DSS method is used. DSS can characterize the spatial distribution of raw data without requiring any data transformation.

To determine the usability of the simulations, the accuracy of the simulation averages and variograms were tested. Instead of inappropriate simulation results, new simulations were produced and the number of simulations was completed to 100.

Lerch & Grossman approach is the most common open pit optimization method to determine economic profitability in deposits with sub-surface mineralization. With this approach, one of the most important parameters for revealing the ultimate pit limits is the grade values of

the relevant mineral blocks. In order to model the effect of the uncertainties in grade values on the final limits, each realization of simulation was optimized. With the prediction of grade ranges, multiple open pit geometries with different economic importance were obtained. Excavation probabilities were calculated as a result of the evaluations. Thus, various risk analyzes can be made against grade uncertainties in order to produce available resources more efficiently.

**Keywords:** 3D orebody modelling, open pit optimization, direct sequential simulation



## TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimim süresince bilimsel araştırmalarıma katkılarının yanı sıra, eşsiz bilgi birikimiyle birçok konuda öneride bulunan ve desteğini asla esirgemeyen değerli hocam Sayın **Dr. Öğr. Üyesi Fırat ATALAY**'a,

Yapıcı eleştirileri ve yol göstericiliğiyle tezin son halini almasını sağlayan değerli hocalarım Tez jüri üyeleri Sayın **Prof. Dr. Erhan TERCAN**, **Prof. Dr. Bahtiyar ÜNVER**, **Dr. Öğr. Üyesi Güneş ERTUNÇ** ve **Dr. Öğr. Üyesi Mustafa ERKAYAOĞLU**'na

Üniversite yıllarımın başından itibaren idealist kişiliği ve fikirleriyle bana rehber olan Sayın **Emre EKİNCİ**'ye,

Lisansüstü eğitimim süresince çalışmalarımnda bana yoldaş olan değerli meslektaşım ve arkadaşım Sayın **Mert ÖZDOĞAN**'a,

Manevi desteğini eksik etmeyen değerli arkadaşlarım Sayın **Ersin KESKİN**'e, Sayın **İsmail GÜNGÖR**'e ve Sayın **Orkun GÜLER**'e

Her şeyim olan **Canım Aile**'me,

Sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

# İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	iii
TEŞEKKÜR.....	v
<b>İÇİNDEKİLER.....</b>	<b>vi</b>
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xi
1. GİRİŞ.....	1
2. JEOİSTATİSTİK.....	6
2.1. Uzaklığa Bağlı İlişki ve Bölgesel Değişkenler Teorisi.....	7
2.2. Model Variogram.....	13
2.2.1. Külçe Etki Modeli.....	15
2.2.2. Küresel (Spherical) Model.....	15
2.2.3. Üssel (Exponential) Model.....	17
2.2.4. Gauss Model.....	18
2.2.5. Yuvalı Yapı Modeli.....	20
2.3. Anizotropi.....	21
2.3.1. Geometrik Anizotropi.....	22
2.3.2. Zonal Anizotropi.....	23
2.4. Krigleme.....	23
2.4.1. Ortalamalı Krigleme (Simple Kriging).....	24
2.4.2. Ortalamasız Krigleme (Ordinary Kriging).....	27
2.5. Jeoistatistiksel Benzetim.....	30
2.5.1. Doğrudan Ardışık Benzetim.....	32

2.6. Optimizasyon .....	33
3. METALİK BİR MADEN YATAĞININ BENZETİMİ VE OPTİMİZASYONU.....	43
3.1. Verilerin istatistiği .....	44
3.1.1. Özet istatistikler .....	47
3.1.2. Variogram Analizleri .....	48
3.2. Jeostatistiksel Benzetim.....	50
3.3. Doğrudan ardışık benzetimin doğrulanması .....	55
3.3.1. Ortalamanın doğrulanması.....	55
3.3.2. Variogramın doğrulanması .....	56
3.4. Optimizasyon .....	56
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER .....	65
KAYNAKLAR.....	67

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 2.1 Optimizasyon parametreleri .....	35
Çizelge 3.2 Katı model içerisinde kalan ham verilerin özet istatistikleri.....	48
Çizelge 3.3 Deneysel variogram parametreleri .....	50
Çizelge 3.4 Benzetim 25, 50, 75 ve 100'ün özet istatistikleri .....	55
Çizelge 3.5 Benzetim 37, 55 ve 61'in özet istatistikleri .....	56
Çizelge 3.6 NETPROMine optimizasyon maliyet parametreleri.....	57



## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1 Lokasyona ait bölgesel değişkenler.....	8
Şekil 2.2 Mineral miktarına karşı mineralizasyon homojenliği .....	9
Şekil 2.3 Tek boyutlu düzenli örneklem seti .....	11
Şekil 2.4 Kalınlık verilerinin deneysel variogramı.....	12
Şekil 2.5 Örneklem arası oluşturulan koni .....	13
Şekil 2.6 Model Variogram .....	14
Şekil 2.7 Külçe Etki Modeli .....	15
Şekil 2.8 Küresel variogram modeli .....	16
Şekil 2.9 Küresel modelle benzetilen bir gerçekleştirme .....	16
Şekil 2.10 Üssel Variogram modeli.....	17
Şekil 2.11 Üssel modelle benzetilen bir gerçekleştirme.....	18
Şekil 2.12 Gauss variogram modeli.....	19
Şekil 2.13 Gauss modelle benzetilen bir gerçekleştirme.....	20
Şekil 2.14 Yuvalı yapı variogram modeli.....	21
Şekil 2.15 Geometrik anizotropi.....	22
Şekil 2.16 Anizotropik yapısal uzaklıklar .....	22
Şekil 2.17 Zonal anizotropi .....	23
Şekil 2.18 Değerler ve kestirim noktası.....	25
Şekil 2.19 Örneklem arası deneysel variogramlar.....	26
Şekil 2.20 Gerçek değerler ve koşullu benzetime ait grafik.....	31
Şekil 2.21 Madencilik bloklarına ait ortalama tenör değerleri .....	35
Şekil 2.22 Madencilik bloklarının karlılığı .....	36
Şekil 2.23 Madencilik bloklarının kümülatif karlılığı.....	38
Şekil 2.24 Türetilmiş karlılığın hesaplanması .....	39
Şekil 2.25 İlk kazılabilir blok .....	39
Şekil 2.26 Karlılığı maksimize edilmiş iki boyutlu bir açık ocak .....	40
Şekil 2.27 Nihai ocak sınırları belli bir açık ocak .....	41
Şekil 3.28 Ham verilerin plan görünümü .....	44
Şekil 3.29 Ham verilerin perspektif görüntüsü.....	45
Şekil 3.30 Katı model plan görünümü.....	46

Şekil 3.31 Katı model perspektif görünümü .....	46
Şekil 3.32 Blok model plan görünümü.....	47
Şekil 3.33 Blok model perspektif görünümü .....	47
Şekil 3.34 Ham verilerin sıklık dağılımları.....	48
Şekil 3.35 Düşey yönde yapılan deneysel variogram .....	49
Şekil 3.36 Yatay yönde yapılan deneysel variogram .....	49
Şekil 3.37 Benzetim 25'in sıklık dağılımı .....	51
Şekil 3.38 Benzetim 25'in plan görünümü.....	51
Şekil 3.39 Benzetim 55'in sıklık dağılımı .....	52
Şekil 3.40 Benzetim 50'nin plan görünümü.....	52
Şekil 3.41 Benzetim 75'in sıklık dağılımı .....	53
Şekil 3.42 Benzetim 75'in plan görünümü.....	53
Şekil 3.43 Benzetim 100'ün sıklık dağılımı .....	54
Şekil 3.44 Benzetim 100'ün plan görünümü.....	54
Şekil 3.45 Benzetim 25'e ait optimizasyon haritası.....	58
Şekil 3.46 Benzetim 50'ye ait optimizasyon haritası .....	58
Şekil 3.47 Benzetim 75'e ait optimizasyon haritası.....	59
Şekil 3.48 Benzetim 100'e ait optimizasyon haritası .....	59
Şekil 3.49 Benzetim 25-50-75-100'e ait optimize ocakların ilk dik kesit görünümü.....	60
Şekil 3.50 Benzetim 25-50-75-100'e ait optimize ocakların ikinci dik kesit görünümü.....	60
Şekil 3.51 Tüm kazılma olasılıkları haritasının plan görünümü .....	61
Şekil 3.52 Tüm kazılma olasılıkları haritasının perspektif görünümü .....	61
Şekil 3.53 Optimizasyon sonucu kazılma olasılığı bulunan blokların plan görünümü.....	62
Şekil 3.54 Optimizasyon sonucu Y-Z ekseninde kazılma olasılığı bulunan bloklar .....	62
Şekil 3.56 Kazılma olasılıklarına ait sıklık dağılımları.....	63
Şekil 3.57 %50 altı ve üstü kazılma olasılığının plan görünümü.....	64
Şekil 3.58 %50 altı ve üstü kazılma olasılığının kesit görünümü .....	64

# SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

## Simgeler

$Z(x)$ :  $x$  noktasına karşılık gelen rassal değişken

$D$ : Yatak

$f(h)$ : Uzaklığa bağlı ilişkinin fonksiyonu

$E[.]$ : Beklenen değer işlemcisi

$Var[.]$ : Varyans işlemcisi

$\gamma(h)$ :  $h$  mesafesindeki variogram

$N(h)$ :  $h$  uzaklığına karşılık gelen örnek çifti sayısı

$C_0$ : Külçe etkisi

$C$ : Eşik değeri

$a$ : Yapısal uzaklık

$\sigma^2$ : Varyans

$\sigma$ : Standart sapma

$e$ : Üssel değer

$\lambda$ : Ağırlık

$Z^*(x_0)$ : Kestirilecek değer

$m$ : Lagrange çarpanı

$\delta(h)$ : Benzetilen sahanın deneysel variogramı

## Kısaltmalar

SGS: Ardışık Gauss Benzetimi

SIS: Ardışık İndikatör Benzetimi

DSS: Doğrudan Ardışık Benzetim

SGeMS: Stanford Geostatistical Modeling Software



# 1. GİRİŞ

Madenler yenilenemez doğal kaynaklar olup artan tüketim talebi ile birlikte her geçen gün madenlere olan ihtiyaç daha da artmaktadır. Bir Türk vatandaşı, ortalama 79 yıllık ömrü boyunca 632 ton maden tüketirken bir Avrupa Birliği vatandaşı 1185 ton maden tüketmektedir. 1980 yılında 4,5 milyar nüfusa sahip dünyada kişi başına çıkarılan maden 5,3 ton iken, 2017 yılında 7,5 milyarlık nüfusta kişi başına çıkarılan maden 9,6 tondur (Köse 2019). Artan talebi karşılamak için mevcut kaynakların en iyi şekilde üretilmesi büyük önem arz etmektedir. Bir madenin üretilebilir nitelikte olup olmadığını belirlemede madenin büyüklüğü, jeolojik özellikleri, cevherin tenörü, ilk yatırım maliyeti, çevresel ve sosyal faktörler gibi birçok kıstas dikkate alınır. Bu kıstaslardan en önemlisi ve genelde ilk bakılanı cevherin tenörüdür.

Ekonomik olarak yeterli tenöre sahip olmayan bir jeolojik potansiyel Maden Kaynağı olarak değerlendirilemez. Bu sebepten Maden Kaynaklarını ortaya koymadaki ilk adımlar, ilgili kaynağın geometrik olarak yayılımın ve tenör değişkenliğinin tahminidir. Tenör kestiriminde jeostatistik günümüzde en sık kullanılan yaklaşım olup, ülkemizde halen nadir olarak kullanılmaktadır.

Tenör, kalori, gözeneklilik, geçirgenlik gibi belirli konumlarda ölçümü yapılmış bölgesel değişkenlerin (Matheron, 1963) konumsal tahmininde krigleme (Kriging, 1951) yöntemleri sıkça kullanılır. Kestirimde kullanmak için bloklar oluşturulur ve her bir bloğun ortalama tenör değerleri krigleme ile kestirilir. Kaynak kestirimi, ilerleyen aşamalarda ise rezerv kestirimi bu blok modele dayandırılır. Ancak ilgili maden blokları üretildiğinde kestirim değerleri ile birebir aynı değerlere sahip olmadığı gözlemlenebilir. Bunun sebebi krigleme gibi iç kestirim yapan tekniklerin kestirim sonuçlarını ortalama değere yaklaştırmasıdır. Bu sebepten elde edilen kestirim sonuçları ham verilere göre daha törpülenmiş (smooth) sonuçlar üretir. Yani elde edilen kestirim sonuçları ham verilere göre daha dar aralıkta ve düşük varyansa sahiptir.

Kestirimden doğacak bu istatistiksel törpülenmelerin önüne geçmek ve ham verilerle benzer sıklık dağılımını üretmek için çeşitli jeostatistiksel benzetim yöntemleri geliştirilmiştir. Jeostatistiksel benzetim yöntemleri ile elde edilen sonuçlar krigleme sonuçları ile karşılaştırıldığında özet istatistiklerinin ham verilere daha benzer olduğu

gözlemlenir. Ham verilere ek olarak benzetim sonuçlarının variogramları da ham verilerin variogramlarına daha benzer çıkmaktadır. Kestirimlerin aksine jeostatistiksel benzetim sonuçları tekil olmayıp genelde ilgili maden kaynağındaki hedef değişkenin birden çok kez türetilmesini sağlar. Benzetim işleminde türetilen tek sonuç “gerçekleme” (realization) olarak adlandırılır ve benzetim gerçeklemeler bütününden oluşur. Böylece her bir maden bloğu için birden çok tenör değeri elde edilmiş olur. Bu değerler genelde ilgili maden bloğundaki belirsizliğin karakterize edilmesinde kullanılır. Tercan ve Akcan (2004), Atalay ve arkadaşları (2020) belirsizlikleri benzetimler sonucu incelemişlerdir.

Benzetimler koşullu ve koşulsuz olmak üzere gerçekleştirilebilir. Koşulsuz benzetimler, bir lokasyondan elde edilen deneysel verilere bağlı olmak zorunda değildir. Ancak, koşullu benzetimler deneysel verilere eş biçimli (izomorfik) olmak zorundadır (Journel & Huijbregts, 1978). Böylelikle, koşullu benzetimler (Journel, 1974) sayesinde ham verilerle uyumlu güçlü bir gerçekleme elde edilebilir. Kazılabilir kaynakları tahmin etmek için bir dizi tekrarlanan benzetimin genel etkileri birçok kez D. G. Krige (1998, 1999a, 1999b) tarafından ele alınmıştır (Krige, 2000).

Tenördeki belirsizlikler cevher karakteristiğinin belirlenememesi, ocak sınırlarının tespit edilememesi ve potansiyel kaynağın maksimize edilememesi gibi birçok problemi beraberinde getirir. Belirsizliklerin karakterize edilebilmesi ve sınırlı sayıdaki örneklemelerin tüm yatağı yansıtabilmesi adına ardışık gauss benzetimi (SGS) (Goovaerts, 1997), ardışık indikatör benzetimi (SIS) (Bourgault, 1997), doğrudan ardışık benzetim (DSS) (Soares, 2001), gibi bir dizi stokastik yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar üretim çizelgesinin ve maden planlamasını şekillendirecektir.

Doğrudan ardışık benzetim yöntemi, herhangi bir veri dönüşümü yapmadan mekânsal dağılımı karakterize edebilmektedir. Soares (2001), Journel (1994)’in aksine ortalamalı krigleme ortalaması ve varyansını yerel kümülatif dağılım fonksiyonunu tanımlamak için değil, global kümülatif dağılım fonksiyonunu tanımlamak için bu yöntemi geliştirmiştir. Caers (2000), doğrudan ardışık benzetimle global doğruluğu olan yani yeniden variogram üretilen benzetimlere yerel doğruluk (minimum hata varyansı) eklemiştir ve ne kadar global doğruluk kaybının olacağını araştırılmasını önermiştir. Tercan (2013), Soma’daki bir kömür madeninin kül miktarını, nemini ve alt ısı değerini doğrudan ardışık benzetim yöntemiyle incelemiştir. Atalay (2020) ise toprak aşınabilirlik faktörünün mekânsal

belirsizliğini doğrudan ardışık benzetim yöntemiyle incelemiştir. Tüm çalışmalarda benzetim sonuçları ham verilerin histogramına benzer histogramlara sahiptirler.

Farklı ölçekte birden fazla veri olduğunda örneğin altın ve bakır beraber incelendiğinde veya veriden farklı ölçekte benzetilmek istendiğinde ardışık gauss benzetim yöntemi çalışmaz (Deutsch, 2001). Tran ve arkadaşları (2001) ise doğrudan ardışık benzetimle birden fazla veri kaynağının hesaba katılabileceğini gösterdiler.

Yeryüzüne yakın maden yataklarında gerek tönör değeri krigleme ile kestirilmiş gerekse benzetimleri yapılmış olsun bloklara ait tenör değerlerinin ekonomik olarak üretime uygun olup olmadığının belirlenmesi gerekir. Açık ocak sınırlarının belirlenmesi keyfe keder yapılmayıp en ekonomik sınırların belirlenmesi maden karlılığı için büyük önem arz eder. Günümüzde açık ocak sınırlarının belirlenmesi için birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden hareket eden koniler, en yüksek akış algoritmaları ve Lerch & Grossman gibi açık ocak optimizasyon yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden en sık kullanılanı Lerch & Grossman yöntemidir. Lerch & Grossman yönteminde öncelikle blokların karlılığı hesaplanır, kümülatif karlılığı düzenlendikten sonra türetilmiş değerler ile ocak başlangıcı ve nihai ocak sınırları belirlenebilir.

Modellenen blokların kazılma olasılıkları, kazılacaksa ne zaman kazılacağı ve nasıl bir proses uygulanacağı gibi soruların cevapları tüm blok modeli incelendiğinde ocağın yıllık ilerlemesini ve gelecek yıllardaki nakit akışlarını tanımlar (Dağdelen 2001). Nihai ocak sınırları, bir yatağın ekonomik olarak neyin çıkarılabileceğini tanımlar. D. A. Phillips (1972), cevher kütlelerinin bir blok model ile doğru bir şekilde temsil edilmesi gerektiğini belirterek, madencilik yapılabilecek blok modele eşdeğer bir ekonomik değer atanmış ayrı bloklara bölmüştür. Annels (1991), bir açık ocağın tasarımını ve değerlendirmesini Lerch & Grossman algoritmasını kullanarak bilgisayar teknikleriyle incelemiştir. R. Dimitrakopoulos ve arkadaşları (2002), ardışık gauss koşullu benzetimiyle 50 adet görüntü haritası üretmiş ve daha sonra net bugünkü değer beklentilerini ve negatif indirgenmiş nakit akışı (iskonto) riskinin yüksek olduğu dönemleri tespit etmiştir. Yatırımları korumak ve potansiyele sahip operasyonları yüksek verimlilikle kazanabilmek adına Lerch & Grossman optimizasyon yöntemini kullanmıştır. R. Khalokakaie ve arkadaşları (2002), bu optimizasyon yönteminin en düşük riskli algoritma olduğunu iddia etmiştir. N. J. Stuart (1992) Lerch & Grossman algoritmasıyla

optimizasyonun bilgisayar yeteneği istemesinden ötürü blok model genişletildiğinde çalışmaların daha hızlı ve daha hassas yapılabileceğini belirtmiştir.

Artan küresel rekabet, kalite standartları, çevresel farkındalık ve azalan cevher fiyatlarından ötürü Maden Kaynaklarının etkili ve dikkatli çıkarılması adına M. Kumral ve P. A. Dowd (2004) ardışık gauss benzetim yöntemiyle yatağı benzetip Lerch & Grossman algoritmasıyla kaynağı üç boyutlu modelleyerek ocağın optimum sınırları belirlenmesini amaçlamıştır. Kirkpatrick ve arkadaşları (1983) ve Sefarini (1994) büyük ölçekli optimizasyonun kombinasyon problemlerine çözüm bulmak için stokastik yöntemler geliştirmiştir.

Bu tez çalışmasında, metalik bir maden yatağındaki tenör belirsizliğinin açık ocak geometrisi üzerine etkisi ortaya koyulmuştur. Çalışmada tenör belirsizliğin yüksek ve stratejik bir metal olması açısından bir altın yatağı konu edilmiştir. Altın yatağına ait kompozit verileri, öncelikle 3 boyutlu uzayda modelleyebilmek adına NETPROMine programına yüklenmiş ve katı modeli oluşturulmuştur. Daha sonra SGeMS programına sınırları (masked grid) içerisinde benzetimlerini yapmak amacıyla variogram değerleri incelenmiştir.

Yatay ve düşey doğrultuda variogramları oluşturulup uzaklığa bağlı ilişkisi modellenmiştir. Elde edilen parametreler ile benzetimi yapılacak yatak sınırları içerisinde tarama elipsoidi tanımlanmış ve tüm hücreleri ziyaret ettirilmiştir. Bu kapsamda, doğrudan ardışık benzetim yöntemiyle tenördeki belirsizlikler dikkate alınmıştır. 100 adet benzetimi yapılan yatağın özet istatistikleri ve sıklık dağılımları, ham verilerin özet istatistikleri ve sıklık dağılımlarıyla kıyaslanmıştır. Bu istatistikler tek başına yeterli olmamasından dolayı ortalamayla ve variogramla kontrol edilebilirlik testi yapılıp %95 güven aralığında olmayan gerçeklemeler çıkarılmıştır ve yerine güven aralığı dahilinde yeni benzetimler üretilmiştir.

Lerch & Grossman (1965) algoritmasıyla yatağa ilişkin maden bloklarının kazılma olasılıkları hesaplanarak karlılığın maksimize edilmesi amaçlanmıştır. Optimizasyon için karlılığı maksimize edecek parametreler seçilmiştir ve NETPROMine'a tanıtılmıştır. Sonuçlar doğrultusunda bir altın madenin kazılma olasılıkları incelenmiştir.

Literatürde benzetimin açık ocak sınırları üzerine etkilerine ilişkin çalışmalar vardır. Ancak bu çalışmalarda genelde SGS yöntemi kullanılmaktadır.

Hedef doğrultusunda, ilk önce yatağın bölgesel değişkenliğe ilişkin veri transformasyonuna gerek duymadan benzetimler gerçekleştirilmiştir. Daha sonra belirlenen ortalama blok tenörlerinin optimizasyonla kazılma olasılıkları tahmin edilerek nihai ocak sınırları belirlenebilmiştir. Böylelikle, farklı açık ocak sınırlarına sahip, farklı net bugünkü değerleri olan çalışmalar hassas bir şekilde üretilebilecek ve çok önemli maden üretim planlaması çizelgelendirilmesi mümkün olacaktır.



## 2. JEOİSTATİSTİK

Jeoistatistik, rassal değişkenler kullanılarak zamansal veya mekânsal özelliklerin karakterizasyonuna ilişkin (tenör, kalınlık, ısı değer vb.) maden yatağının sayısal tekniklerle 3 boyutlu uzaydaki dağılımını modellemeyi hedefler ve madencilikğin pratik nitelikteki sorunlarına uzun, orta ve kısa vadede çözümler üreten araçlara yol göstericidir. Rastlantısallığı Ertunç (2013), veri setinin düzensizliği ve rastgele değişimi olarak belirtmiştir.

Jeoistatistik bu ölçekte bize şu çözümlere ulaşmamızı sağlar;

### 1) Toplam kaynağın tahmini;

Toplam tonaj ve ortalama tenör gibi değerler fizibilite çalışmalarında hesaplanır ve projeye daha büyük bir yatırımın gerekli olup olmadığını saptar.

### 2) Hata tahmini;

Toplanan örneklemeler, tüm yatağa ilişkin verileri belirlemede hacimsel olarak çok küçük oranda olduğundan kaçınılmaz hatalar doğacaktır. Ancak bu hataların büyüklüğünü bilmek önemlidir. Krigleme varyansı, tahminin doğruluğunun ölçüsünü sağlar.

### 3) Optimum örneklem aralığı;

Kestirim varyansı, örneklemelerin sayısal değerlerinden ziyade yatağın variogram modeline ve örneklemelerin lokasyonuna bağlıdır. Dolayısıyla yatağın spesifik bir bölgesi için variogram modellendikten sonra kestirim varyansı hesaplanabilir ve gerekli doğruluğu veren grid içerisinde sondaj noktaları saptanabilir.

### 4) Üretim Planlaması;

Tonaj ve tenörün blok bazında tahmini, ocağın tasarımı ve belli bir zamana ilişkin üretim planını oluşturmada belirleyicidir.

### 5) Gridleme ve konturlama;

Belirlenen grid nodlarında bilinmeyen bölgelerin tahmini için jeoistatistik kullanıldıktan sonra; optimum nihai ocak sınırlarını oluşturabilmek, maksimum karlılığı ve pratik operasyonel gereksinimleri karşılamak amacıyla kontur haritaları oluşturulur.

6) Yatağın benzetimi;

Kestirim, minimum varyans doğrusal tahminleri vermek için tasarlandığından maksimum ve minimum değerleri ortalamaya yaklaştırarak doğal değişkenliği oldukça düşük tahmin eder. Koşullu bir benzetimle arzu edilen sayıda senaryoyla orijinal veriler gibi aynı histogram ve variogramı sağlayan veri kümeleri üretebilir.

7) Kazılabilirlik tahmini;

Madencilik faaliyetlerine başlarken belirli boyutlarda oluşturulan blokların ortalama tenörlerinin karlılığı hesaplanıp kazılabilirliği tahmin etmek için sınır tenörleri belirlenebilir (M. Armstrong 1998).

Mekânsal sürekliliğin, bölgesel değişkenler teorisiyle (Matheron, 1963) modellenmesi ve jeolojik yorumlamayla maden yatağına ilişkin tenör, kalınlık, kalori gibi öznelik değerler tahmin edilebilir.

## 2.1. Uzaklığa Bağlı İlişki ve Bölgesel Değişkenler Teorisi

D. G. Krige tarafından 1951 ve 1952 yıllarında jeostatistik biliminde yapılan çalışmalar sonrasında Matheron tarafından 1963 yılında bölgesel değişkenler teorisi geliştirilmiştir. (D. G. Krige 2001).

Bölgesel değişkenler teorisinde (Matheron 1963) bir  $x$  noktasına bağlı  $Z(x)$  değişkeni (tenör, ısı değer, nem), uzaklığa bağlı yapısallık gösteriyorsa bölgesel değişken olarak adlandırılır. Bölgesel değişkenler belirli bir bölgeye özgüdür ve en az bir koordinatla ifade edilebilir. Bölgesel değişkenler teorisi Matheron (1971) tarafından daha sonra geliştirilmiş ve jeostatistik bilimine tüm dünyada hız kazandırmıştır.

Belirlenen  $Z(x)$ 'in zamansal-mekansal bölgeselleşmesiyle karakterize edilen olgu olarak düşündüğümüzde;

$Z(x)$ : Bölgesel Değişken

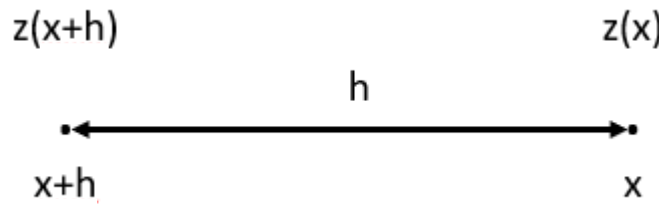
$x$ : Konum

$D$ : Yatak

Bölgeselleşme rassal bir işlevin belirli bir mekânsal sonucudur  $\{Z(x), x \in D\}$ .  $x$  noktasından alınan  $Z(x)$  bölgesel değişkeni,  $x$  noktasının bir fonksiyonudur ve bu fonksiyon hem rastlantısallık hem de  $h$  mesafesine bağlı yapısalılık gösterir.

Çevresel değişkenlerin değerlerini belirleyen etkenlerin fazlalığı, ayrıntılı bilginin yetersizliği ve karmaşıklığından ötürü sonuçlar rassaldır ve stokastik bir bakış benimsenmelidir. Çünkü 3 Boyutlu uzaydaki her noktada her bir özellik için sadece bir değer değil tüm değerler kümesi vardır ve bu kümedeki gözlemlenen bir değer olasılık dağılımından rassal bir değer olarak algılanır, bu da uzayın her noktasında değişim olduğu anlamına gelmektedir (Webster-Oliver 2001).

Lokasyona ait bölgesel değişkenler Şekil 2.1’de verilmiştir. Tenör değerleri arasındaki farkın uzaklıkla değişimini gösteren fonksiyon Eşitlik 2.1’de gösterildiği gibidir.  $z(x)$ ,  $x$  noktasındaki değişkenliği  $z(x + h)$  ise  $x+h$  noktasındaki değişkenliği temsil etmektedir (Eşitlik 2.1))



Şekil 2.1 Lokasyona ait bölgesel değişkenler

$$f(h) = z(x) - z(x + h) \quad (2.1)$$

Bir sahadan alınan örneklemelerin tenör değerleriyle bir histogram oluşturulur ancak tenörlerin sıklığını bilmek yeterli değildir. Sahada farklı yapıların birbirini ne şekilde takip ettiğini ve cevherin kütlelerinin boyutunu ve konumunu bilmek de gereklidir.

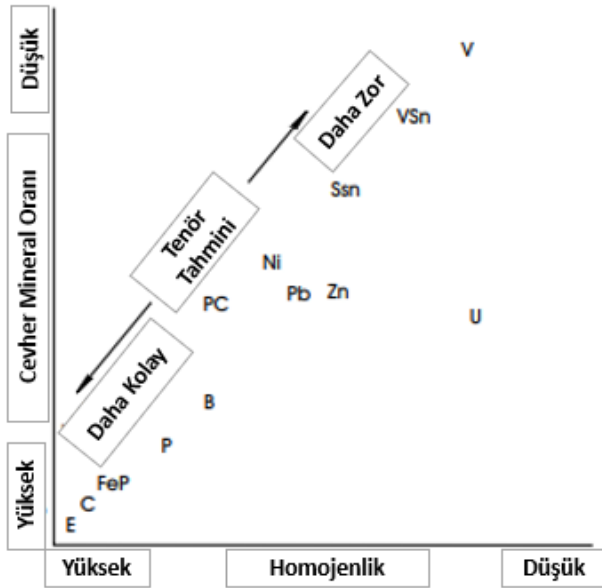
Bölgesel değişkenlerin uzaklığa bağlı yapısal ilişkisinden faydalanarak değişkenin sürekliliği modellenilebilir. İki veri arasındaki mesafe arttıkça, uzaklığa bağlı ilişki ( $f(h)$ ) zayıflarken mesafe azaldıkça, ilişkinin ( $f(h)$ ) kuvvetlenmesi beklenir. Mesafe sıfır olduğunda ilişki ( $f(h)$ ) en yüksek değerine ulaşır (Atalay, 2011). İki komşu örneklem kesinlikle bağımsız değildir. Yüksek tenörlü bir örneklemin komşusu hem yüksek tenörlü olma eğilimindedir hem de tam tersi. Az ya da çok vurgulanan bu eğilim, mineralize uzay

içerisindeki tenörlerin değişimindeki az ya da çok güçlü sürekliliğin derecesini ifade eder. Günümüzde uzaklığa bağlı ilişki genelde variogramla modellenir.

Variogram, mineralleşmenin bütünlüğü veya lokal ayrıntıları hakkında bilgi vermez, ancak yapısal karakterini temsil edebilir. Yani variogram, bölgeselleştirilmiş bir değişkenin uzamsal otokorelasyonunu ölçer ve mineralizasyonun devamlılık derecesini temsil eden bir fonksiyondur. Deneysel olarak, yatay ekseninde mesafeyi, dikey ekseninde ise iki örneklem arasındaki farkı ölçer.

Durağanlık, uzaklığa bağlı değişkenliğin konuma bağlı olasılığı etkilemediği, rassal dağılımının her yerde aynı olduğu ve belirli özelliklere sahip olduğu durum olarak adlandırılır (Atalay, 2015) (Webster-Oliver, 2001). İstatistikte, değişkenin durağan olduğu varsayılır, durağan bir rassal fonksiyon homojendir, kendini tekrar eder.

Sinclair ve Blackwell (2002) homojenliği Şekil 2.2’de tenör sürekliliği kavramına benzetmiştir. Homojen cevherlerin tahmini daha doğru sonuçlar verir.



Şekil 2.2 Mineral miktarına karşı mineralizasyon homojenliği

Belli sınırlar içerisindeki değişken veriler, olasılık dağılımında ortalama, varyans gibi istatistiklerin konuma göre bağımsızlığına durağanlık denir. Durağanlık, (Matheron, 1963) öznlü (intrinsic) dağılım yasasıyla ifade edilmiştir. Yani, herhangi bir  $h$  artışı için,  $Z(x_1)$ ,  $Z(x_2)$ , ...  $Z(x_k)$  dağılımı  $Z(x_1 + h)$ ,  $Z(x_2 + h)$ , ...,  $Z(x_k + h)$  dağılımı ile

aynıdır. Kısacası durağanlık tüm momentlerin değişmez olmasını gerektirir. Durağanlık aynı zamanda verinin bir ölçüsüdür ve durağanlığı aynı lokasyondan örnek alma imkanı olmayacağı için test etmek mümkün değildir. Birinci ve ikinci derece momentler durağanlığı tanımlar.

Birinci derece momentte  $Z(x)$  için beklenen değer uzaklığa bağlı değişkenlik sağlamayacaktır. Çünkü aritmetik ortalamayla hesaplanır.  $X$  noktasında gözlemlenen  $Z(x)$  değişkeninin beklenen değeri  $E[Z(x)]$  cinsinden ve  $x+h$  noktasındaki  $Z(x+h)$  değişkeninin beklenen değeri  $E[Z(x+h)]$  cinsinden aynıdır dolayısıyla lokasyon farklılığı ortalamayı etkilemez, Eşitlik (2.2)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$E[Z(x)] = E[Z(x+h)] = m(x) \quad (2.2)$$

İkinci derece momentte ise,  $Z(x)$  bölgesel değişkeninin varyansı  $Var[Z(x)]$  da uzaklığa bağlı değişkenlik sağlamayacaktır.  $X$  noktasında gözlemlenen  $Z(x)$  değişkeninin varyansı Eşitlik (2.3)'teki gibi ifade edilir.

$$Var[Z(x)] = Var[Z(x+h)] \quad (2.3)$$

Variogram fonksiyonu, aralarında  $h$  uzaklığı bulunan bölgesel değişkenlerinin farkının beklenen değer  $E[.]$  cinsinden Eşitlik (2.4)'deki gibi ifade edilir.

$$2\gamma(h) = (E[Z(x) - Z(x+h)])^2 \quad (2.4)$$

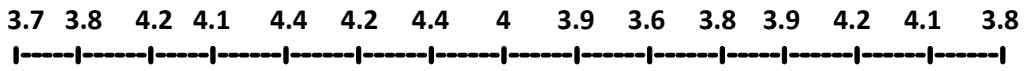
Uzaklığa bağlı ilişkinin ( $f(h)$ ), analitik olarak bilinmesiyle örneklenmemiş noktadaki yapısal özelliği hesaplamak, bilinen değerlerle mümkündür.  $f(h)$  fonksiyonu, deneysel variograma karşılık gelir ve Eşitlik (2.5)'teki gibi hesaplanır;

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (z(x_i) - z(x_i+h))^2 \quad (2.5)$$

Variogramın orijine olan yakınlığı mineralleşmenin düzenliliğini temsil eder.  $\gamma(h)$ :  $h$  uzaklığında hesaplanan deneysel variogramı,  $z(x_i)$ ,  $x_i$  noktasındaki değişkeni,  $z(x_i+h)$ ,

$x_i + h$  noktasındaki değişkeni,  $N(h)$ ;  $h$  uzaklığına karşılık gelen örnek çifti sayısını temsil etmektedir.

Deneysel variogram, örneklemelerin konumuna göre bir boyutta, iki boyutta veya üç boyutta hesaplanabilmektedir. Variogram modeline, deneysel variogramların hesaplanmasıyla ulaşılabilir. Şekil 2.3'te üretim yapılacak bir kömür ocağının sürülen bacadan 10 m aralıklarla alınmış damar kalınlığına ilişkin örneklemeler mevcuttur ve variogram değerleri hesaplanmıştır.



Şekil 2.3 Tek boyutlu düzenli örneklem seti

10 metre aralıklar için;

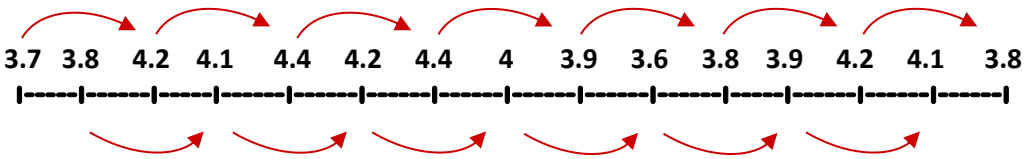


$$2\gamma(10) = \frac{1}{14} [(3.7 - 3.8)^2 + (3.8 - 4.2)^2 + (4.2 - 4.1)^2 + \dots + (4.1 - 3.8)^2]$$

$$2\gamma(10) = 0.061$$

$$\gamma(10) = 0.030$$

20 metre aralıklar için;

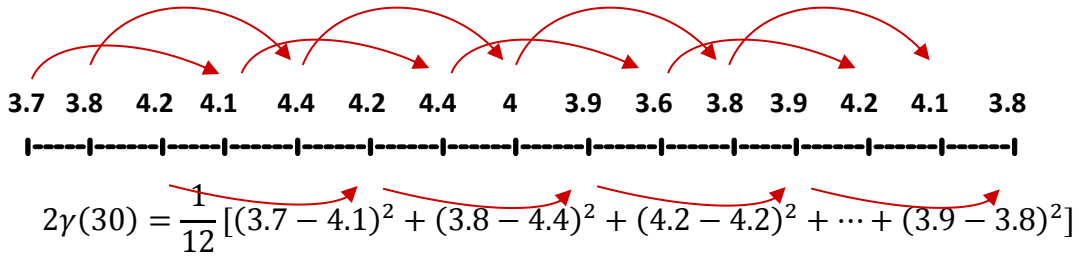


$$2\gamma(20) = \frac{1}{13} [(3.7 - 4.2)^2 + (3.8 - 4.1)^2 + (4.2 - 4.4)^2 + \dots + (4.2 - 3.8)^2]$$

$$2\gamma(20) = 0.100$$

$$\gamma(20) = 0.050$$

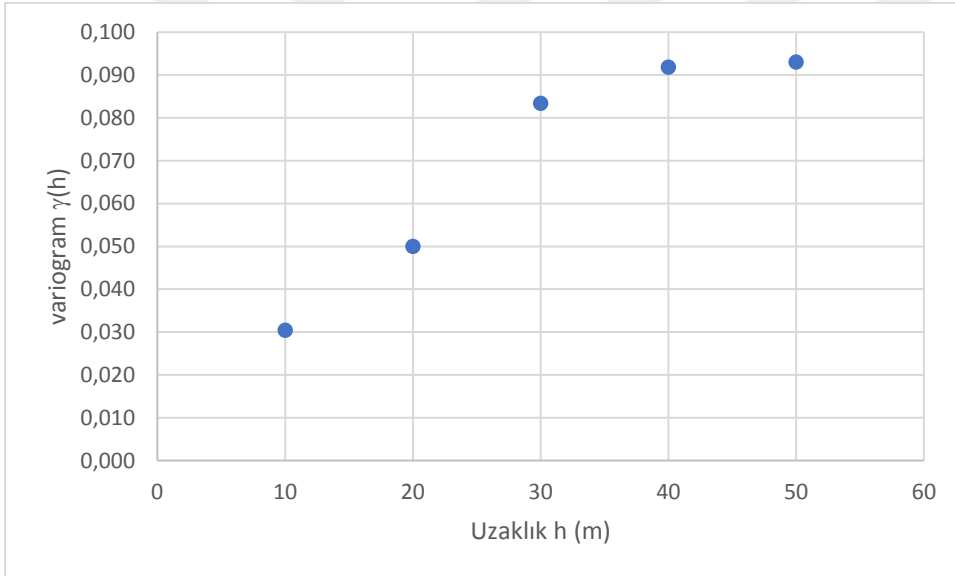
30 metre aralıklar için;



$$2\gamma(30) = 0.167$$

$$\gamma(30) = 0.083$$

40 m, 50 m aralıklar için sırasıyla variogram değerleri  $\gamma(40) = 0.092$  ve  $\gamma(50) = 0.093$  olarak hesaplanır. Kalınlık verilerinin deneysel variogramı Şekil 2.4'te gösterilmiştir.

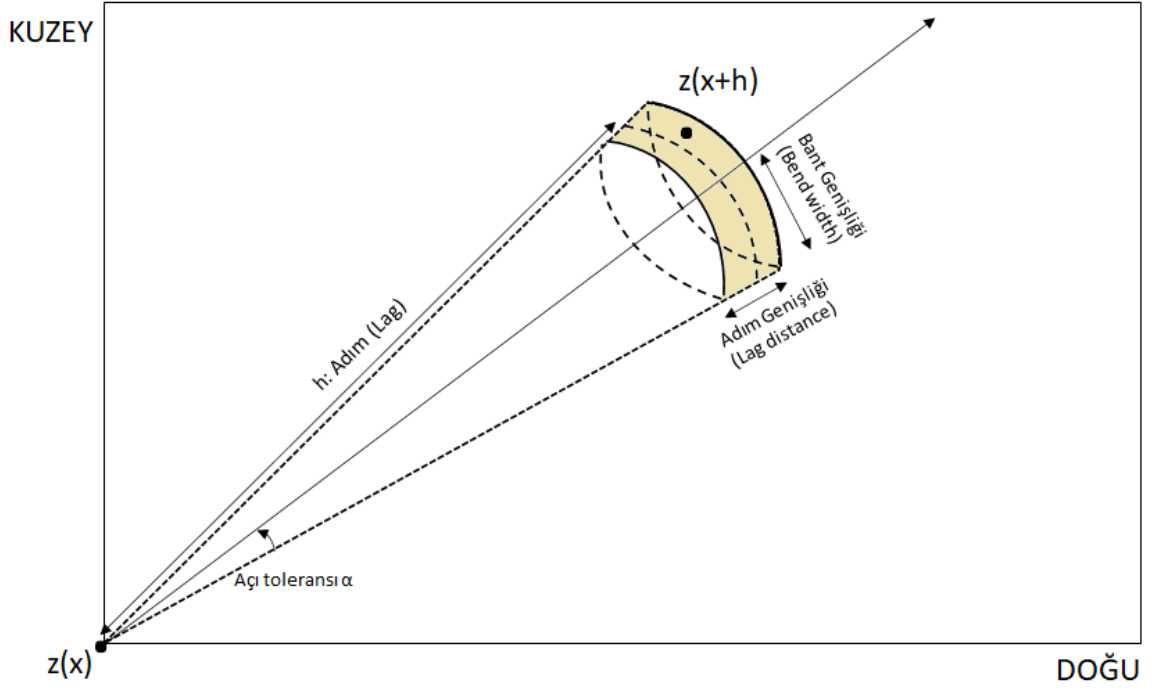


Şekil 2.4 Kalınlık verilerinin deneysel variogramı

Veri çiftlerini Şekil 2.3'teki gibi birbiriyle tamamen aynı mesafede oluşturmak pek mümkün değildir ve örneklemelerin makul mesafede ve toleransta değerlendirilmesi gerekmektedir. Tolerans açıları ve adım genişliği sürekliliğin iyi bir şekilde tanımlanabilmesi için olabildiğince küçük olmalıdır (Rossi ve Deutch, 2014).

Variogramlar yöne bağlı hesaplanabileceği gibi yönden bağımsız da hesaplanabilmektedir. Bir variogramın açılı toleransı  $90^\circ$  olarak alındığında izometriden ötürü tüm olası yönleri dikkate alınır ancak tüm yönsel karakteristiği kaybolur (Rossi ve Deutch, 2014). Bu tür variogramlara ortalama (omnidirectional) variogram adı verilir.

Dağınık bir örneklem dizilimine sahip bir veri kümesinin deneysel variogram hesabı yapılırken, veriler yöne ve açı toleranslarına göre tanımlı bir koni içerisinde Şekil 2.5'teki gibi gruplandırılır.



Şekil 2.5 Örneklem arası oluşturulan koni

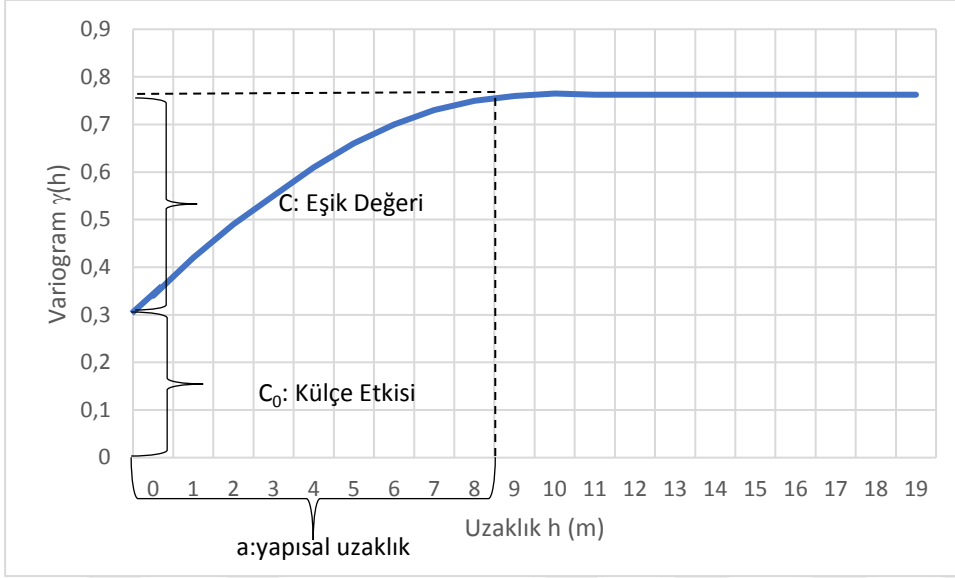
## 2.2. Model Variogram

Deneysel variogramlar belirli uzaklıklarda hesaplandığından kestirim ya da benzetim amaçlı olarak doğrudan kullanılamazlar. Deneysel variogramlar kullanılarak model variogramlar uyarlanabilir. Böylece variogram değeri tüm uzaklıklar için modellenmiş olur.

Variogramın mesafeyle olan ilişkisi örneklem arası etki bölgesini gösterir. Variogramın temel özellikleri;

- Külçe etkisi (nugget effect)  $C_0$ ,
- Eşik değeri (Sill)  $C$ ,
- Yapısal uzaklık (Range)  $a$ ,

Şekil 2.6'da tipik bir model variogram örneği verilmiştir.



Şekil 2.6 Model Variogram

Variogram, eşik değerine (Sill) ulaştıktan sonra örneklemeler arasında herhangi bir korelasyon kalmaz ve yapısal uzaklık (range) adı verilen etki bölgesini yitirir. Durağan değişkenler için, variogram  $\gamma(h)$ , yapısal uzaklığın içerisindeki değişkenlerin varyansına  $\text{Var}[\cdot]$  eşittir (Armstrong 1998).

Variogram fonksiyonu, aralarında  $h$  uzaklığı bulunan bölgesel değişkenlerinin farkının varyans  $\text{Var}[\cdot]$  cinsinden Eşitlik (2.6) ve (2.7)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\gamma(h) = 0.5\text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] \quad (2.6)$$

$$= 0.5[\text{Var}(Z(x+h)) + \text{Var}(Z(x))] = \sigma^2 \quad (2.7)$$

$Z(x)$ ,  $x$  noktasına ait rassal değişkeni  $Z(x+h)$  ise,  $x+h$  noktasına ait rassal değişkeni temsil eder.  $\text{Var}(\cdot)$  ise varyans işlemcisini temsil etmektedir.

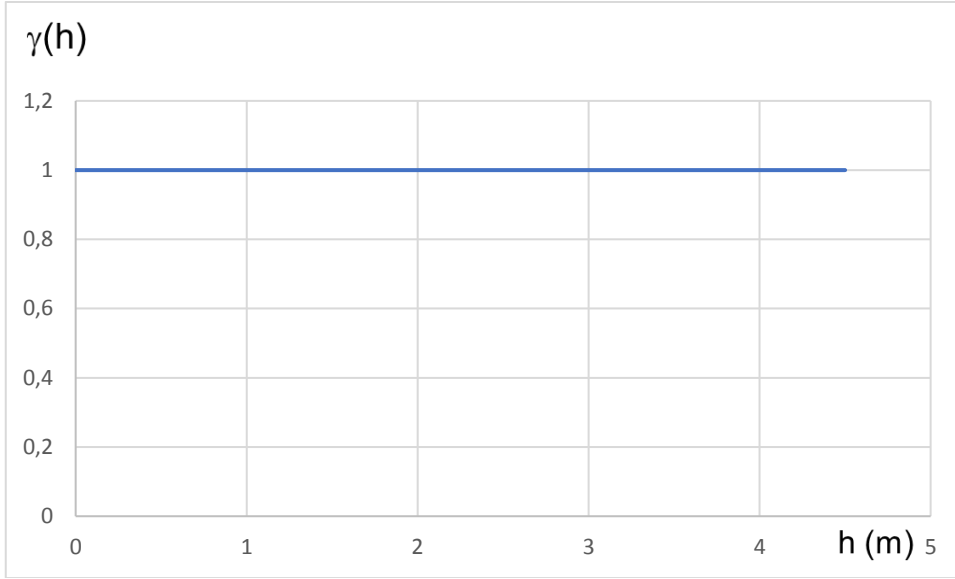
Birbirine en yakın örneklemeler arasında yani adımlar (Lag) arasında herhangi bir variogram hesaplaması yapılamamasından ve örnekleme veya analiz hatalarından dolayı variogramın orijininde bir süreksizlik oluşur.  $\gamma(h) = 0$ , olması beklenirken grafikte sıfırın üzerinde bir değer elde edilir. Bu oluşan süreksizliğe külçe etkisi ( $C_0$ ), adı verilir.

### 2.2.1. Külçe Etki Modeli

Bu modelde örneklem arası mesafeler yakın olsa dahi ani değişimler görülür ve herhangi bir korelasyon bulunmamaktadır.

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & h &= 0 \\ \gamma(h) &= C_0 & |h| &> 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$\gamma(h)$ :  $h$ ' deki variogram değerini,  $C_0$ : Külçe değerini ifade eder. Şekil 2.7'de külçe etki model grafiği verilmiştir.



Şekil 2.7 Külçe Etki Modeli

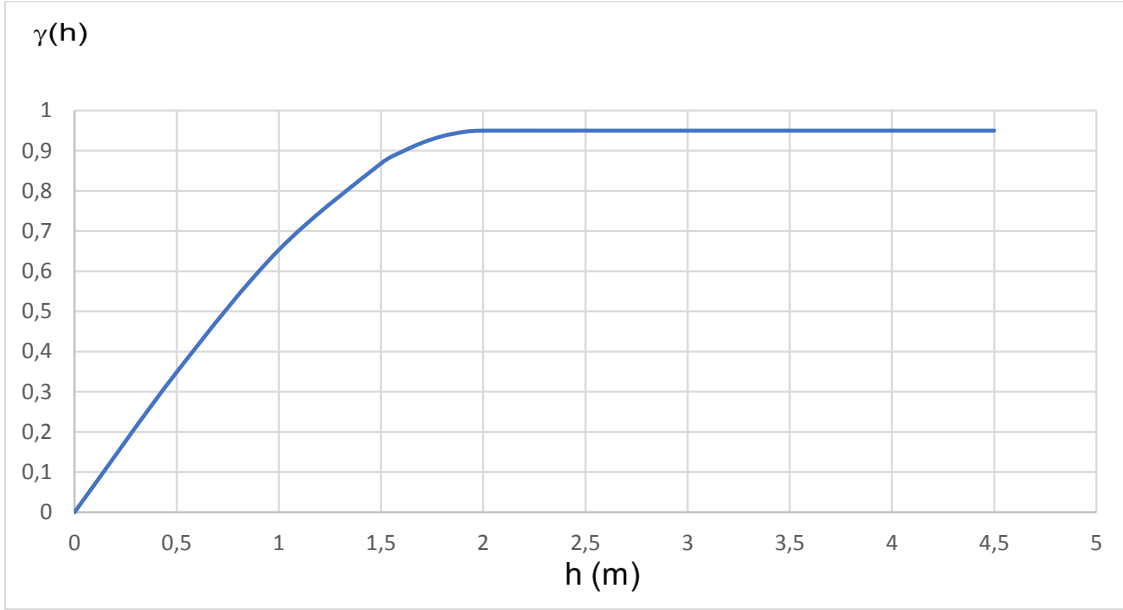
### 2.2.2. Küresel (Spherical) Model

Belirli bir yere kadar neredeyse doğrusal bir yükselme sağlar daha sonra stabil hale gelir. Eşitlik (2.9)'daki gibi matematiksel olarak belirtilir.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C * \left( \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{|h|^3}{a^3} \right) \right) & |h| < a \\ C & |h| \geq a \end{cases} \quad (2.9)$$

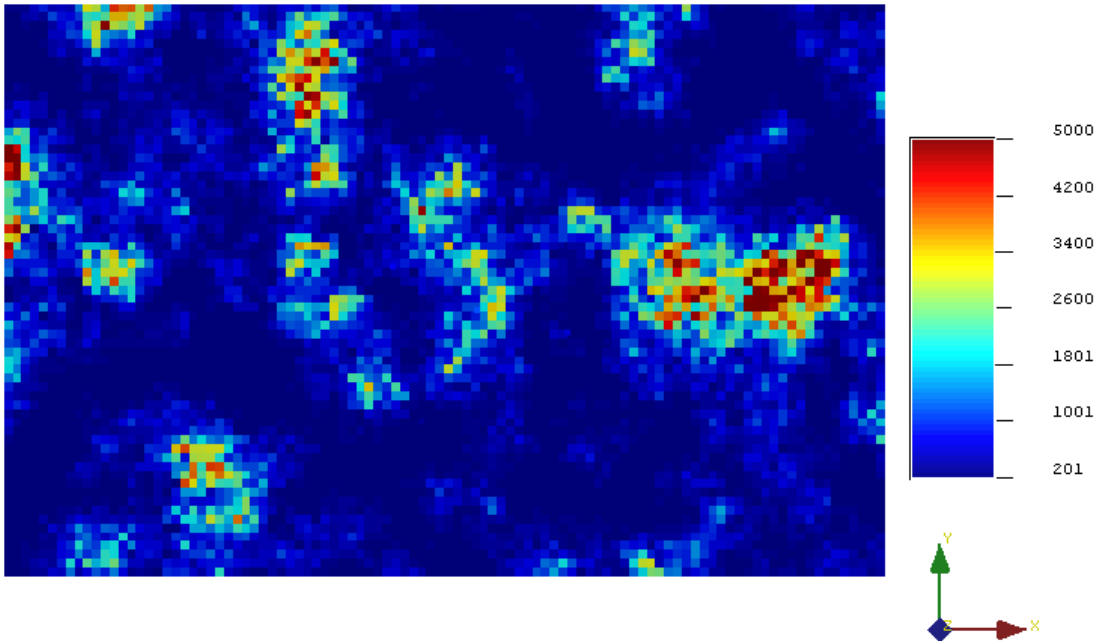
$\gamma(h)$ :  $h$ ' deki variogram değerini,  $C$ : Eşik değerini,  $a$ : Yapısal uzaklığı temsil etmektedir.

Eşik değeri 0,95 yapısal uzaklığı 1,65 olan küresel model grafiği Şekil 2.8'de gösterilmiştir.



Şekil 2.8 Küresel variogram modeli

Küresel variogram model ile modellenebilecek örneklem kümesine ait bir gerçekleştirme haritası Şekil 2.9’da verilmiştir.



Şekil 2.9 Küresel modelle benzetilen bir gerçekleştirme

### 2.2.3. Üssel (Exponential) Model

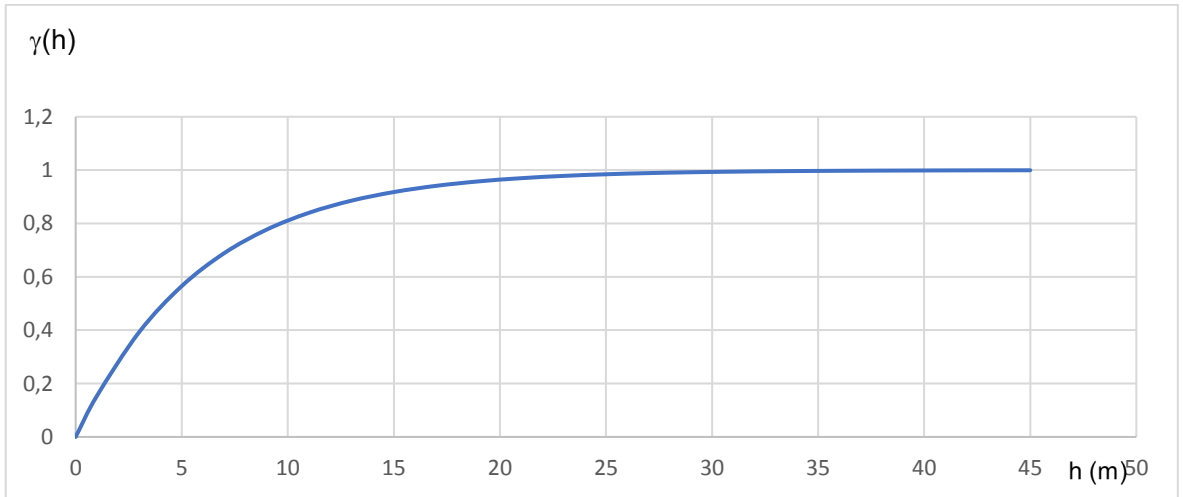
Bu modelde küresel modele göre başlangıçta daha dik yükselir daha sonra eşik değere doğru eğilim sergiler. Eşitlik (2.10)'daki gibi matematiksel olarak ifade edilir.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C * \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)}\right) & h < l \\ C & h \geq l \end{cases} \quad (2.10)$$

Model, eşığe asimptotik olarak yaklaşır. Yapısal uzaklık, variogramın %95'i olduğu mesafenin pratik tanımıdır (Olea, 1999). Buna göre,

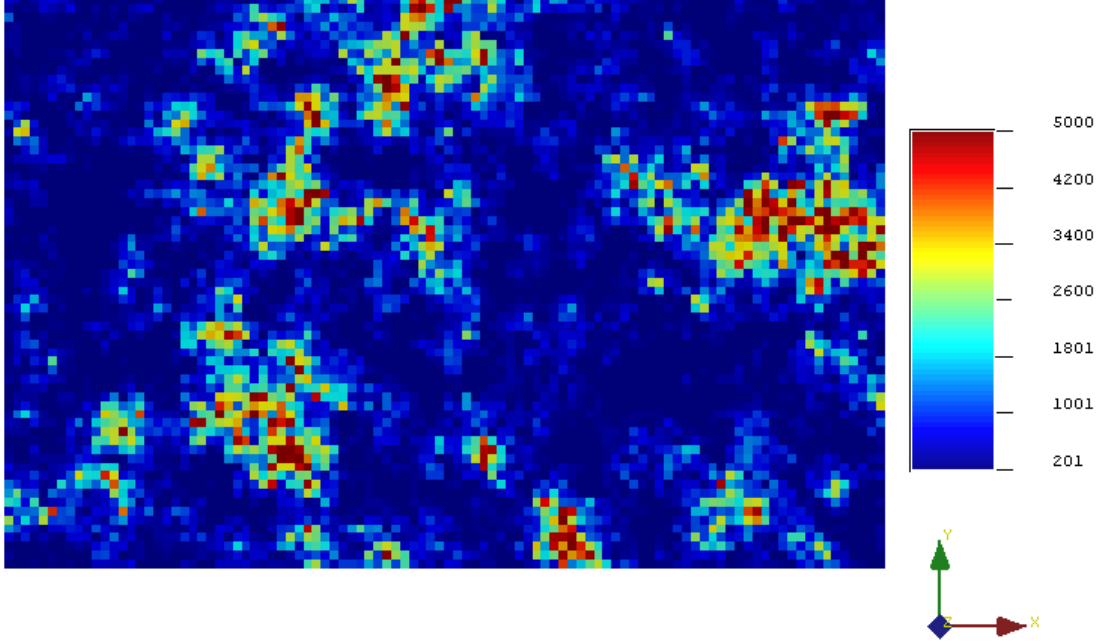
$$\begin{aligned} 0,95 * C &= C * \left(1 - e^{-\left(\frac{h}{l}\right)}\right) \\ \ln(0,05) &= -\left(\frac{h}{l}\right) \\ h &\cong 3l \end{aligned} \quad (2.11)$$

Olarak bulunur. Yapısal uzaklık ( $a$ ), Eşitlik (2.11)'de ifade edildiği gibi yaklaşık olarak  $3l$  olarak bulunur. Eşik değeri 0,95 yapısal uzaklığı 2 olan üssel model grafiği Şekil 2.10'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10 Üssel Variogram modeli

Üssel variogram model ile benzetilen örneklem setine ait bir gerçekleştirme haritası Şekil 2.11'de verilmiştir.



Şekil 2.11 Üssel modelle benzetilen bir gerçekleştirme

#### 2.2.4. Gauss Model

Bu model küresel ve üssel modele göre yakın mesafede daha düşük Variogram değerleri üretir. Gerçeklemede yüksek ve düşük tenörler arasında geçiş daha yumuşak olur. Gauss model, Eşitlik (2.12)'deki gibi matematiksel olarak ifade edilir.

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & h = 0 \\ C * \left(1 - e^{\left(-\frac{|h|^2}{l^2}\right)}\right) & |h| < l \\ C & h \geq l \end{cases} \quad (2.12)$$

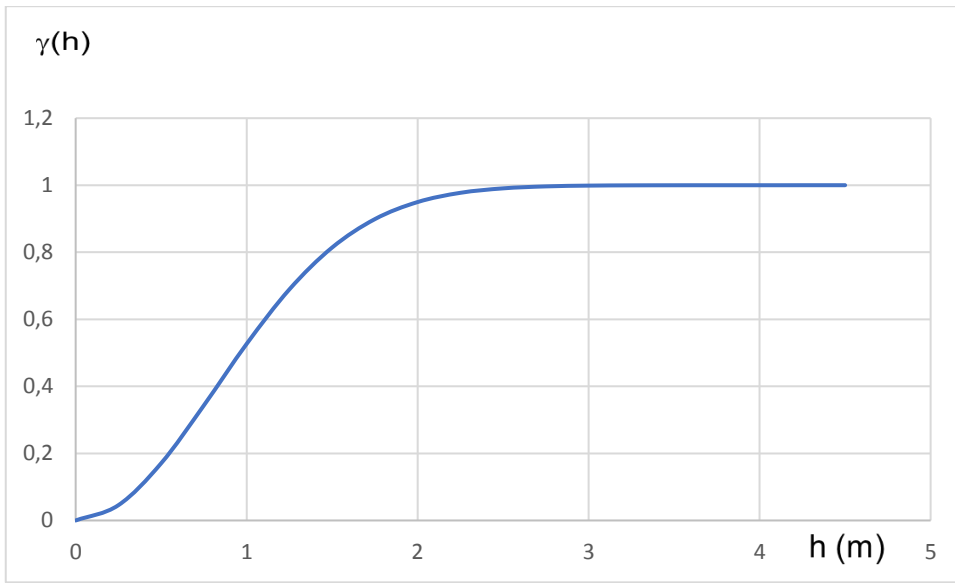
Model, eşişe asimptotik olarak yaklaşır ve yapısal uzaklık, variogramın %95'i olduğu varsayılır. Model orijine yakın parabolik bir grafik oluşturur (Olea 1999). Buna göre,

$$0,95 * C = C * \left(1 - e^{\left(-\frac{|h|^2}{l^2}\right)}\right)$$

$$\ln(0,05) = -\frac{|h|^2}{l^2}$$

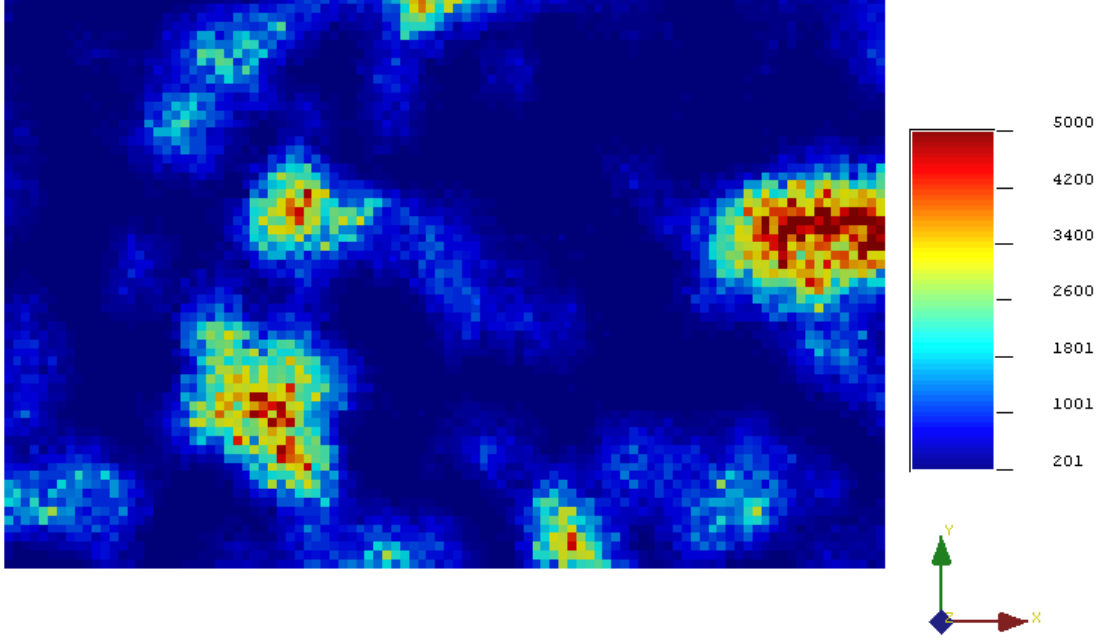
$$h \cong 1,73l$$
(2.13)

olarak bulunur. Yapısal uzaklık ( $a$ ), Eşitlik (2.13)'te ifade edildiği gibi yaklaşık olarak  $1,73l$  olarak bulunur. Eşik değeri 0,95 yapısal uzaklığı 2 olan gauss model grafiği Şekil 2.12'de gösterilmiştir.



Şekil 2.12 Gauss variogram modeli

Gauss variogram model ile benzetilen örneklem setine ait bir gerçekleştirme haritası Şekil 2.13'te verilmiştir.



Şekil 2.13 Gaus modelle benzetilen bir gerçekleştirme

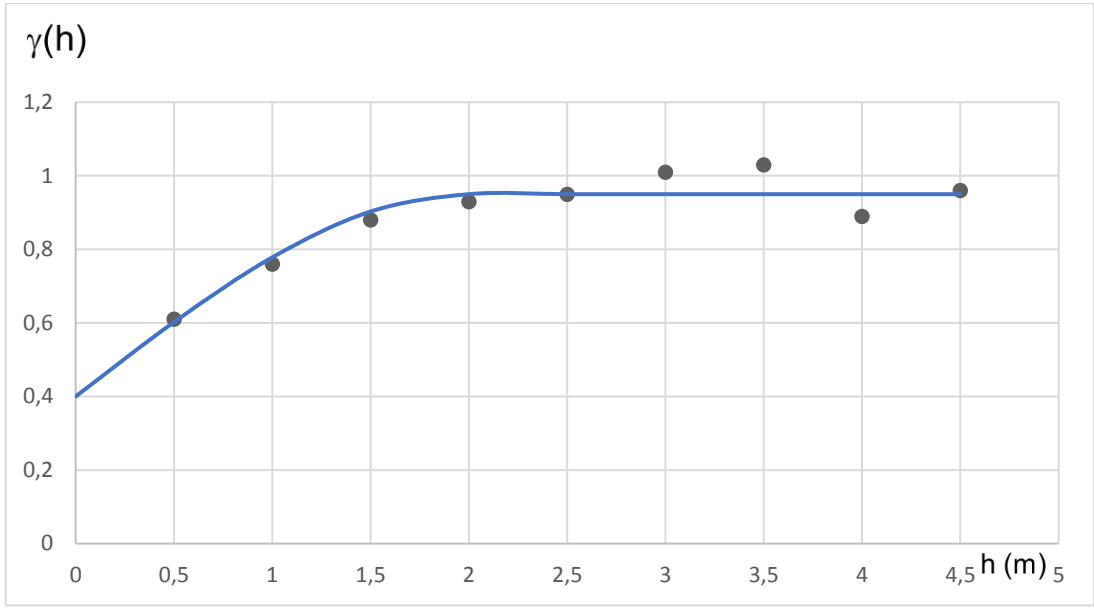
Gerçeklemeler incelendiğinde küresel model ve üssel model yüksek değerlere sahip olan bölgeler düşük değerli bölgelerden net şekilde ayrılmaktadır. Üssel modelin farkı, üssel grafikten de anlaşılacağı üzere orijine yakın mesafelerde variogram değeri daha yüksektir ve dolayısıyla kısa mesafelerde değişkenlik daha yüksek ve keskindir. Gauss modelinde ise, üssel modelin aksine değişkenlik daha düşük ve yumuşaktır.

### 2.2.5. Yuvalı Yapı Modeli

Model variogramlar nadiren tek bir yapıdan oluşur. Variogram fonksiyonlarının toplanabilme özelliği sayesinde birden fazla model birleştirilip uzaklığa bağlı ilişki istenilen şekilde modellenebilir. Yuvalı Yapı Modeli, Eşitlik (2.14)'deki gibi matematiksel olarak ifade edilir.

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 & h = 0 \\ C_0 + C * \left( \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{|h|^3}{a^3} \right) \right) & h \leq a \\ C_0 + C & h > a \end{cases} \quad (2.14)$$

Küresel ve külçe etkisi modelin toplamından elde edilen Yuvalı Yapı Modeli Şekil 2.14'te gösterilmiştir.



Şekil 2.14 Yuvalı yapı variogram modeli

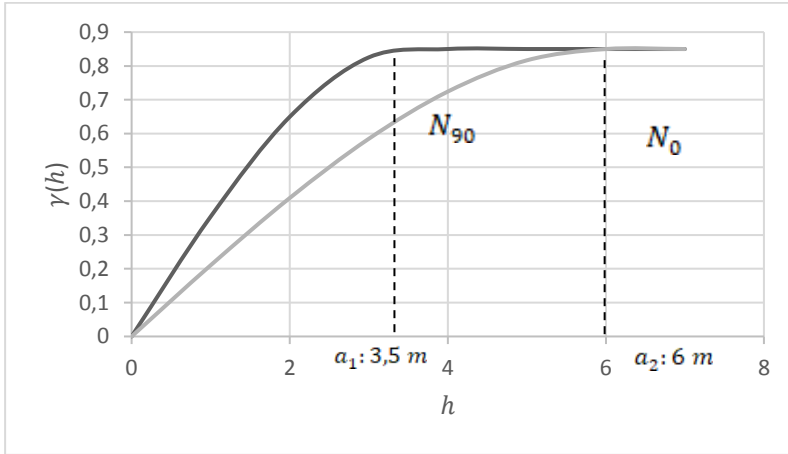
Herhangi model variogramın uygunluğunun ölçüsü göz ardı edilmiştir (Şekil 2.14).

### 2.3. Anizotropi

Variogram değerleri farklı yönlerde farklı özellikler sergileyebilirler. Ancak h vektörüne bağlı bir  $\gamma(h)$  fonksiyonu 3 boyutlu uzayda herhangi yönde değişkenlik sağlamazsa bu variogram izotropiktir. Yani variogramı hesaplanan değişken yöne göre farklı davranmamakta olup değişim her yönde benzerdir. Fakat yöne bağlı farklı sonuçların elde edilmesi anizotropiye neden olur. Anizotropi, geometrik anizotropi ve zonal anizotropi olarak ikiye ayrılır (A.G. Journel-Ch.J. Huijbregts 1978). D.G Krige tarafından 1969, 1970 ve 1999 yıllarında anizotropik yapılar tanıtıldı ve pratik iyileştirmeler geliştirildi (Krige 2000).

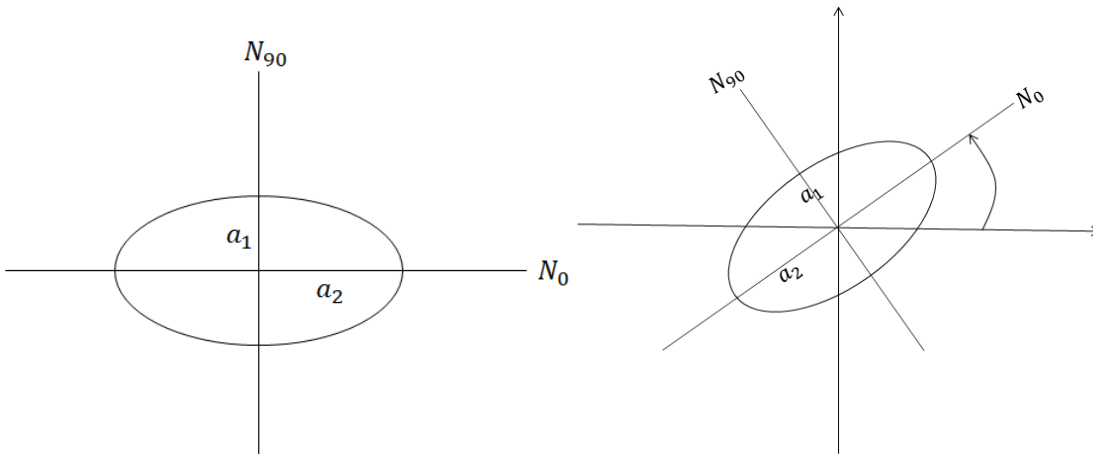
### 2.3.1. Geometrik Anizotropi

Farklı yönlerde hesaplanan variogramlar aynı eşik değerde farklı yapısal uzaklık gösteriyorsa bu durum geometrik anizotropidir. Basit bir koordinat değişikliğiyle elipsi daireye dönüştürerek anizotropiyi önleyebiliriz. Şekil 2.15'te tipik bir geometrik anizotropi örneği gösteren deneysel variogram verilmiştir.



Şekil 2.15 Geometrik anizotropi

Şekil 2.16'da eliptik bir anizotropi örneğini verilmiştir.



Şekil 2.16 Anizotropik yapısal uzaklıklar

Anizotropi oranı ( $k$ ), Eşitlik 2.15'te verilmiştir.

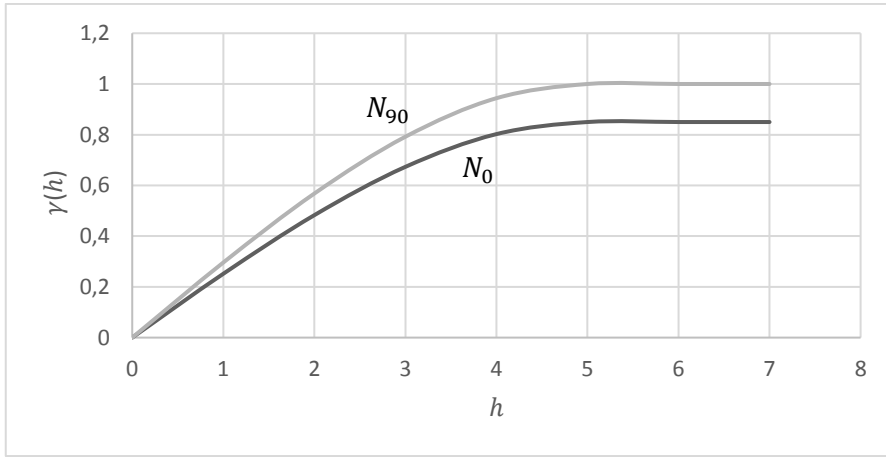
$$k = \frac{a_1}{a_2} \text{ veya } k = \frac{\text{eğim 1}}{\text{eğim 2}} \quad (2.15)$$

Düzeltilmiş variogramın fonksiyonu Eşitlik 2.16'daki gibidir.  $N_{90}$  yönündeki yapısal uzaklık değeri  $a_1$ ,  $N_0$  yönündeki yapısal uzaklık değeri  $a_2$  ile ifade edilmiştir.

$$\gamma(h) = \gamma_2 \left( \sqrt{a_1^2 + k^2 + a_2^2} \right) \quad (2.16)$$

### 2.3.2. Zonal Anizotropi

Varyans farklı yerlerde farklı eşik değerlerine ulaşırsa bu duruma zonal anizotropi deriz (Webster-Oliver 2001). Şekil 2.17'de  $N_0$  ve  $N_{90}$  yönlerinde farklı eşik değerlere sahip deneysel variogramlar zonal anizotropi örneğini yansıtmaktadır.



Şekil 2.17 Zonal anizotropi

### 2.4. Krigleme

Sınırlı bir alanda bölgesel değişkenlerle lokal problemlerin en iyi kestirimini yani kestirimden kaynaklanan hata varyansını minimize edebilmek için (Krig 1951, 1952) geliştirilmiştir. Matheron 1967 yılında krigleme yöntemini örneklenmemiş bir noktadaki değerlerin bilinen bölgesel değişkenlerle en iyi doğrusal yansız kestirimi (BLUE) olarak ifade etmiştir. En iyi doğrusal yansız kestirimi denmesinin sebebi ise, tahmin hatalarının ortalaması sıfır olması ve minimum kestirim varyansı ile çalışmasıdır. Matematiksel olarak Eşitlik (2.17)'de gösterilmiştir.

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2.17)$$

Kestirilen değeri  $Z^*(x_0)$ , verilere atanacak ağırlıkları  $\lambda_i$ , kestirimde kullanılacak  $x_i$  noktasındaki örneklemeler ise  $Z(x_i)$  olarak ifade edilir.

$Z(x_i)$ , kestirilecek bölgenin herhangi  $x_i$  noktasında beklenen ortalama değerdir ve koordinatla bir bağlantısı yoktur.

Yansızlık koşulu Eşitlik (2.18)'de gösterildiği üzere, tahmin hatalarının ortalamasının sıfır olması beklenir.

$$E[Z(x_0) - Z^*(x_0)] = 0 \quad (2.18)$$

$E[.]$ , tahmin hatalarının ortalamasını ifade eder. Diğer bir koşul da minimum hata varyansıdır.

$$Var[Z(x_0) - Z^*(x_0)] = E[Z(x_0) - Z^*(x_0)]^2 \quad (2.19)$$

Hata varyansı  $Var[.]$ , Eşitlik (2.19)'daki gibi minimize edilmiştir.

#### 2.4.1. Ortalamalı Krigleme (Simple Kriging)

Örneklenmemiş bir noktadaki değerlerin bilinen bölgesel değişkenler ve ortalama ( $\mu$ ) değer esas alınarak kestirilmesi.

$$Z_{SK}^*(x_0) = \mu + \sum_{i=1}^n \lambda_i(x_0)[Z(x_i) - \mu] \quad (2.20)$$

Eşitlik (2.20)'de ortalamalı krigleme yöntemi ile  $x_0$  noktasında kestirimi yapılacak değeri  $Z_{SK}^*(x_0)$ , bilinen bölgesel değişkenlerin ortalamasını  $\mu$ , verilere atanacak ağırlıkları  $\lambda_i$ ,  $x_i$  noktasındaki örneklemeler ise  $Z(x_i)$  olarak ifade edilmiştir.

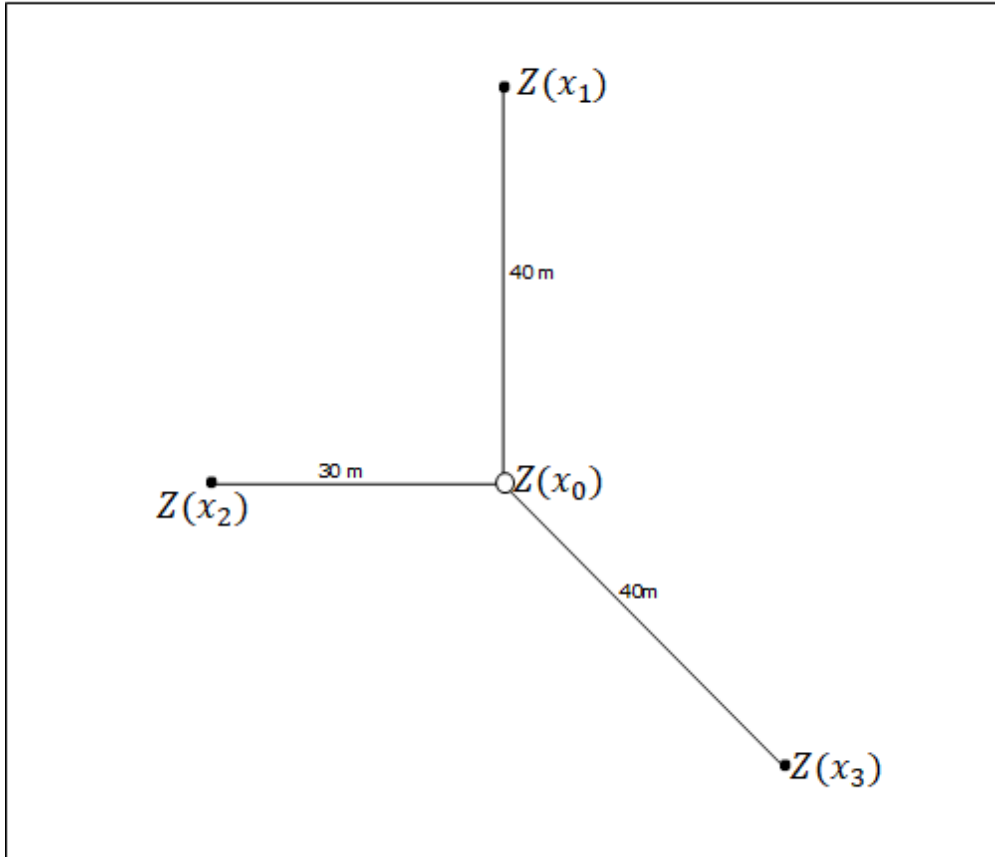
Kestirimin gerçekleştirileceği alanda verilerin ortalaması alınarak hesaplanan yöntemdir. Kısıtlanmamış yani ağırlıklar toplamı 1 olarak sınırlandırılmamış denklem setine indirgenir. Eşitlik (2.21)'de belirtilen matris sistemi çözümünden hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma(x_1 - x_j) \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \cdots & \gamma(x_2 - x_j) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \gamma(x_i - x_1) & \gamma(x_i - x_2) & \cdots & \gamma(x_i - x_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_0 - x_i) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Jeoistatistiğin çözmesi gereken en pratik sorunlardan biri, rezervin değerlendirilmesinde olası hataların boyutudur (Matheron 1963). Krigleme varyansı  $\sigma_K^2$ , Eşitlik (2.22)'de belirtilmiştir.

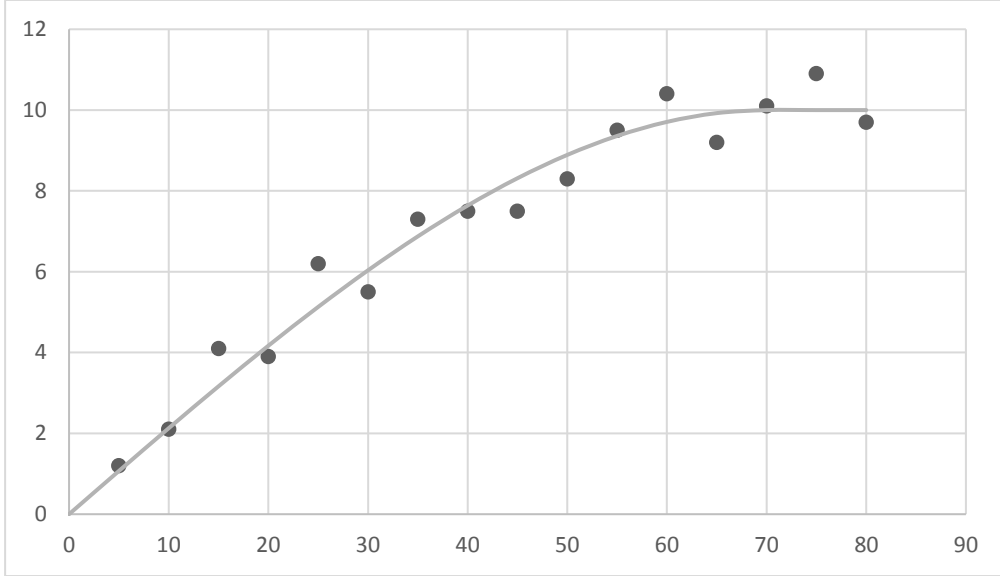
$$\sigma_K^2(x_0) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) - \sum_i^n \sum_j^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) \quad (2.22)$$

Şekil (2.18)'de  $x_0$  noktasının,  $x_1, x_2, x_3$  noktalarından kestirileceği örneklem konfigürasyonları belirtilmiştir.  $x_1, x_2, x_3$  noktalarından sırası ile  $z(x_1): 1,8$   $z(x_2): 3,3$   $z(x_3): 0,4$  bölgesel değişkenler varsayılmıştır.



Şekil 2.18 Değerler ve kestirim noktası

Şekil 2.19’da ise yatağa ait deneysel variogram değerleri varsayılmış ve model variogram uyarlanmıştır.



Şekil 2.19 Örneklem arası deneysel variogramlar

Şekil 2.19’deki Deneysel variogram grafiğine göre yapısal uzaklık (a): 70 Eşik değeri (C): 10 olarak belirlenmiştir. Buna göre variogramlar matris formunda Eşitlik (2.23)’teki gibidir.

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \gamma(x_1 - x_3) \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \gamma(x_2 - x_3) \\ \gamma(x_3 - x_1) & \gamma(x_3 - x_2) & \gamma(x_3 - x_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \gamma(x_0 - x_3) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma(0) & \gamma(50) & \gamma(73,9) \\ \gamma(50) & \gamma(0) & \gamma(64,8) \\ \gamma(73,9) & \gamma(64,8) & \gamma(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(40) \\ \gamma(30) \\ \gamma(40) \end{bmatrix}$$

Variogram sonuçlarını matris formuna işlediğimizde;

$$\begin{bmatrix} 0 & 8,89 & 9,95 \\ 8,89 & 0 & 9,92 \\ 9,95 & 9,92 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,64 \\ 6,03 \\ 7,64 \end{bmatrix}$$

olarak düzenlenip değişkenlere atanacak ağırlıklar ise;

$$\lambda_1 = 0,30$$

$$\lambda_2 = 0,47$$

$$\lambda_3 = 0,34$$

olarak hesaplanmıştır.

Buna göre,  $x_0$  noktasında kestirilen değer;

$$\begin{aligned} Z(x_0) &= 1,8 * 0,30 + 3,3 * 0,47 + 0,4 * 0,34 \\ &= 2,23 \end{aligned}$$

olarak hesaplanmıştır.

#### 2.4.2. Ortalamasız Krigleme (Ordinary Kriging)

Ortalamasız Krigleme, kestirilmek istenen noktanın minimum hatayla tahminini yapabilmek için bilinen her bir bölgesel değişkenlere belirli bir ağırlık atanması  $\lambda_i$ , sonucu ortaya çıkmıştır. Bu ağırlıklar belirlenirken kestirim hatalarının ortalaması sıfır olacak şekilde hesaplanır (Matheron, 1989). Kestirimi yapılacak  $x_0$  noktasının, bilinen bölgesel değişkenlerin ortalamasına  $\mu$ , eşit olması beklenilir Eşitlik (2.24).

$$E[Z(x)] = \mu = E[Z^*(x_0)] \quad (2.24)$$

Ortalamalı kriglemeden farklı olarak, lagrange ( $m$ ) çarpanıyla sayesinde, ağırlıklar toplamı 1 olan denklem setine indirgenir. Yansızlık (unbias) koşulu uygulanır ve kestirim varyansı minimize edilir. Dolayısıyla atanacak ağırlıklar kestirimdeki hatayı minimum kılacaktır. Hatayı hesaplayabilmek için Eşitlik (2.25)'de formülize edilmiştir.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) - Z^*(x_0) &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu - \mu = \mu \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \\ \mu &= \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Kriglemede belirtilen yansızlık (unbias) koşuluyla kestirimdeki hata atanacak ağırlıklarla sıfır olmalıdır. Yukarıdaki ifadede görüleceği gibi bu ağırlıkların toplamı 1 olmak zorundadır.

Matris formunda;

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \cdots & \gamma(x_1 - x_j) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \cdots & \gamma(x_2 - x_j) & 1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_i - x_1) & \gamma(x_i - x_2) & \cdots & \gamma(x_i - x_j) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_i \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \vdots \\ \gamma(x_0 - x_i) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Eşitlik (2.26)'daki gibi yazılır.  $\gamma(x_i - x_j) = x_i$  ve  $x_j$  noktaları arasındaki uzaklığa karşılık gelen variogram değerini,  $m$  ise lagrange çarpanını yani minimizasyondan gelen sabiti ifade etmektedir.

Doğrusal denklem sisteminde ise Eşitlik (2.27)'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \lambda_1 \gamma(x_1 - x_1) + \lambda_2 \gamma(x_1 - x_2) + \cdots + \lambda_j \gamma(x_1 - x_j) + m &= \gamma(x_0 - x_1) \\ \lambda_1 \gamma(x_2 - x_1) + \lambda_2 \gamma(x_2 - x_2) + \cdots + \lambda_j \gamma(x_2 - x_j) + m &= \gamma(x_0 - x_2) \\ &\dots \\ \lambda_1 \gamma(x_i - x_1) + \lambda_2 \gamma(x_i - x_2) + \cdots + \lambda_j \gamma(x_i - x_j) + m &= \gamma(x_0 - x_i) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_j = 1$$

Krigleme varyansı  $\sigma_K^2$ , Eşitlik 2.28'deki gibi hesaplanır.

$$\sigma_K^2(x_0) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) - \sum_i^n \sum_j^n \lambda_i \lambda_j \gamma(x_i - x_j) \quad (2.28)$$

$$\sigma_K^2(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_0 - x_i) + m$$

Şekil 2.18'de verilen örneği bu kez ortalamasız krigleme yöntemiyle kestirecek olursak; Hesaplamalar matris formunda Eşitlik (2.29)'daki gibi yapılır.

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \gamma(x_1 - x_2) & \gamma(x_1 - x_3) & 1 \\ \gamma(x_2 - x_1) & \gamma(x_2 - x_2) & \gamma(x_2 - x_3) & 1 \\ \gamma(x_3 - x_1) & \gamma(x_3 - x_2) & \gamma(x_3 - x_3) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_0 - x_1) \\ \gamma(x_0 - x_2) \\ \gamma(x_0 - x_3) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma(0) & \gamma(50) & \gamma(73,9) & 1 \\ \gamma(50) & \gamma(0) & \gamma(64,8) & 1 \\ \gamma(73,9) & \gamma(64,8) & \gamma(0) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(40) \\ \gamma(30) \\ \gamma(40) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Variogram sonuçlarını matris formuna işlediğimizde;

$$\begin{bmatrix} 0 & 8,89 & 9,95 & 1 \\ 8,89 & 0 & 9,92 & 1 \\ 9,95 & 9,92 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,64 \\ 6,03 \\ 7,64 \\ 1 \end{bmatrix}$$

olarak düzenlenir, değişkenlere atanacak ağırlıklar ise;

$$\lambda_1 = 0,26$$

$$\lambda_2 = 0,44$$

$$\lambda_3 = 0,30$$

$$m = 0,72$$

olarak hesaplanmıştır. Ağırlıklar toplamı 1'e eşittir.

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$$

Buna göre,  $x_0$  noktasında ortalamasız krigleme yöntemiyle kestirilen değer;

$$\begin{aligned} Z(x_0) &= 1,8 * 0,26 + 3,3 * 0,44 + 0,4 * 0,30 \\ &= 2,03 \end{aligned}$$

olarak hesaplanmıştır.

## 2.5. Jeostatistiksel Benzetim

Koşullu benzetim, Journel (1974) tarafından değişkenlerin konumsal otokorelasyonun yaygın olarak kullanılan modellerde göz ardı edilmesi sonucu geliştirilmiştir. Koşullu benzetim, deneysel değerlerin koşullandırılması sonucu örneklem noktalarındaki değerlere eşit olmasını esas alır.

Bir haritanın veya sayısal modelin kalitesi, uygulanan fonksiyonla olan ilişkisiyle değerlendirilmelidir. Elde edilen histogram ham verilerle uyuşmuyorsa zayıf bir gerçekleştirme (realizasyon) modelidir (A. G. Journel, 1990).

Krigleme işlemleri sonucunda ham verilere kıyasla, minimum ve maksimum değerler ortalamaya yaklaşır ve varyansı daha düşük hesaplar bu durum törpülenme (smoothing) olarak bilinir (Caers, 2000). Mekansal belirsizliğin getirdiği riski minimuma indirgeyebilmek için kriglemeden meydana gelen törpülenmeyi benzetim yöntemleriyle önlemek mümkündür.

Jeostatistiksel benzetim;

- Tenör sürekliliği çalışmaları
- Sondaj planlarını geliştirme
- Kaynak/Rezerv tahmin yöntemlerinin değerlendirme
- Maden planlama
- Değirmen optimizasyonu
- Finansal risk analizi

gibi madencilik amaçlarına hizmet eder (A. J. Sinclair ve G. H. Blackwell, 2002)

Kriglemeyle elde edilen rassal fonksiyon ham veriyle eş biçimli yapıda olmalı yani temsil edeceği veri kümesinin istatistiklerini sağlayabilmelidir (beklenen değer, 2. derece moment ve aynı variogram ya da kovariogram gibi) ve deneysel veriye koşullu olmalıdır. Yani, deneysel veri noktalarında benzetilen değerler ve deneysel veri değerleri aynı olmalıdır (A. G. Journel, C. J. Huijbregts, 1978).

Bir maden projesi tasarlanırken cevher özelliklerindeki değişimlerin iyi tahmin edilmesi gerekmektedir. A. G. Journel (1974), gerçek değişimlerin tahmin edilmesine ilişkin iki yaklaşım önerir:

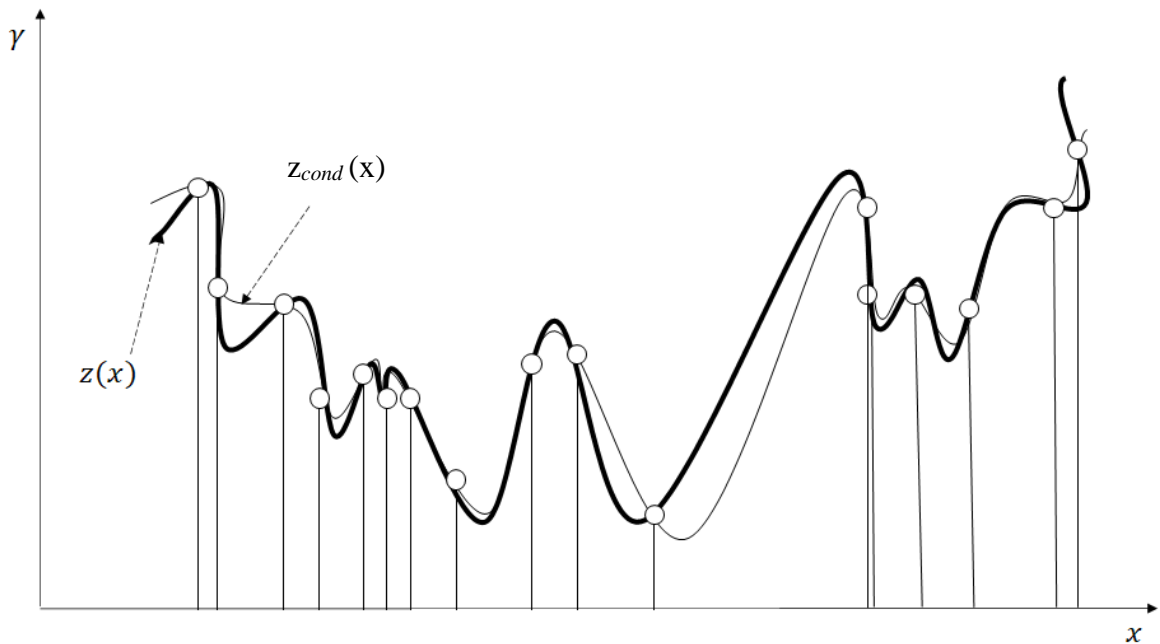
- Değişkenin dağılım yarasasını sağlayan global (istatistiksel) yaklaşım
- Sahadaki verinin koşullu benzetimine karşılık gelen lokal (benzetim) yaklaşım

Gerçek bölgeselleştirilmiş değişkenlerle benzetilen değişkenler eş biçimli yapıda olan 2 rassal fonksiyondur ve aynı veri kümesine aittirler. Rassal fonksiyonlara ait bir bölgesel değişken eğer;

1.  $Z(x)$  durağanlığı
2.  $Z(x)$ 'in ilk iki momentini
3.  $Z(x)$ 'in dağılım yarasasını

sağlarsa veri kümesinin elamanıdır (Journel, 1974).

Şekil 2.20'de gerçek değerler ve koşullu benzetime ait grafik verilmiştir.



Şekil 2.20 Gerçek değerler ve koşullu benzetime ait grafik

$$Z_{sim}(x_i) = Z_0(x_i) \quad (2.30)$$

Eşitlik (2.30)'da  $Z_0(x)$ ,  $x$  noktasındaki bölgesel değişkeni (tenör, ısı değeri, vb.) ve  $Z_{sim}(x)$ ,  $Z_0(x)$  rassal fonksiyonunun simüle edilen değerini eşitliği verilmiştir.

$Z_{sim}(x)$  değeri,  $Z_0(x)$  değerine eş biçimli ama bağımsızdır. Kestirim hatası  $[Z_{sim}(x) - z_{SK}^*(x)]$  aynı veri yapılandırması uygulandığında ortalamasız krigleme değerinden  $[z_{OK}^*(x)]$  bağımsız ve gerçek hataya  $[z_0(x) - z_{OK}^*(x)]$  eşbiçimli olarak sonuçlanacaktır.  $z_{SK}^*(x)$ , ortalamalı krigleme değerine karşılık gelir.

DeneySEL veriye koşullandırılmış rassal benzetim değişkeni  $Z_{cond}^*(x)$ , Eşitlik (2.31)'deki gibi ifade edilir.

$$Z_{cond}^*(x) = Z_{OK}^*(x) + [Z_{sim}(x) - z_{SK}^*(x)] \quad (2.31)$$

Dolayısıyla koşullu benzetimler gerçek hataya eş biçimli yapıda olması adına ortalamalı krigleme ile yapılmalıdır.

Ardışık benzetimler, Monte Carlo simülasyonunun rassal bir prosesiyle realize edilir ve bu tez çalışmasında Ardışık Gauss Benzetimi'nin pratikte kontrol edilememesi, geri transformasyon istemesi ve orijinal variogram modelini üretmediği için doğrudan ardışık benzetim metodu uygulanacaktır.

### 2.5.1. Doğrudan Ardışık Benzetim

Ham verilerin herhangi bir dönüşümünü gerektirmeden mekânsal dağılımını karakterize etmek için doğrudan ardışık benzetim geliştirilmiştir (Soares 1998), (Soares 2001).

Doğrudan ardışık benzetimde uygulanacak adımlar sırasıyla;

- Benzetilecek noktalar seçilir.
- Ortalamalı krigleme metoduyla ham veri ve daha önce benzetilen değerler koşullanır.
- Kümülatif dağılım fonksiyonundan rassal bir veri çekilir ve tüm noktalar için tek ziyaret edilir.

Logaritmik varyansı ( $\sigma^2(x)$ ) Eşitlik (2.32)'deki gibi ifade edilir.  $\sigma_{SK}^2(x)$  SK varyansını,  $Z_{SK}^*(x)$  ise SK ortalamasını temsil etmektedir.

$$\sigma^2(x) = \log \left( \frac{\sigma_{SK}^2(x)}{(Z_{SK}^*(x))^2} + 1 \right) \quad (2.32)$$

Logaritmik ortalama ise Eşitlik (2.33)'deki gibi elde edilen logaritmik varyans ( $\sigma^2(x)$ ) ile hesaplanır.

$$\mu(x) = \log(Z_{SK}^*(x)) - \frac{\sigma^2(x)}{2} \quad (2.33)$$

Rassal sapma ise Eşitlik (2.34)'te;

$$z = e^{(\mu(x)+r\sigma^2(x))} \quad (2.34)$$

belirtilmiştir.  $r$ : [0,1] arasında rassal sayıyı temsil etmektedir.

Kestirimde, lokal olarak hata varyansını minimize etmek istememize karşın stokastik yaklaşım ile benzetimde, histogram ve variogramları yani global istatistiğimizi yeniden üretmeyi amaçlarız.

## 2.6. Optimizasyon

Cevher, karlılıkla çıkarılabilen bir veya birden fazla doğal katı malzeme konsantrasyonunun bütünüdür. Dolayısıyla cevheri çıkarmak için kazılacak olan örtünün maliyeti, karlılığımızı olumsuz yönde etkilememelidir.

Cevherin piyasa değeri, madencilik maliyetleri, kalitesi ve miktarı gibi parametreler modellenen cevherin maden ömrü boyunca optimum planlanabilmesini mümkün kılacaktır. Nihai ocak sınırının belirlenmesi; yatağın değerlemesinde, madenin kısa ve uzun dönem planlaması hakkında bilgi verir.

Bir optimum açık ocak maden planlaması yapılırken tonaj faktörü, minimum taban genişliği gibi bazı ocak sınır kısıtlamalarına tabi olur. Maden optimizasyonu için geliştirilen algoritmalar kısıtlamalara bağlı olarak tasarlanan ocak sınırları dahilinde toplam karın maksimize edilmesini sağlar.

Pratik operasyonel gereksinimleri karşılayacak ve toplam maksimum kar sağlayan cevher hacminin kazılacak optimum nihai ocak sınırlarının belirlenmesine konturlama denir (Hustrulid, 2013).

Modellenen cevher, algoritmalarda cevher kütlesinin birer blok modele dönüşümünü esas alır. Bu yöntemlerden Lerch & Grossman algoritması, her zaman optimum sınırları belirleyen algoritmadır. Bu algoritma, sabit eğim açılarını varsayarak karmaşık yapılar ve jeolojik yapılara göre değişen eğim açılarını dikkate almaz (Khalokakaie, 2002).

Temel optimizasyon parametreleri;

1. Metal fiyatı
2. Piyasa talebi
3. Finans mevcudiyeti
4. Farklı sınır tenör değerlerinde tenör ve tonajlar
5. Farklı sınır tenör değerlerinde örtü kazı oranı
6. Madencilik yöntemi
7. Madenin tahmini ömrü
8. Madencilik ve cevher hazırlama maliyetleri
9. Madencilik verimi ve seyreltmeler
10. Genel şev açısı veya toprak tipine bağlı şev açıları
11. Operasyon ömrü boyunca madencilik ve cevher hazırlama kapasitesidir.

Yatağın tenörü benzetilir ve modellenen bloklar içerisinde benzetilen özelliklerin alınmasıyla üç boyutlu bir madencilik blokları oluşturulur ve bu bloklar optimum sınırları belirlemek için kullanılır.

Yöntem örnek amaçlı olarak bir maden yatağına ilişkin  $30*30*30 m^3$ 'lük madencilik blok modelleri oluşturulmuş ve tenör değerleri Şekil 2.21'deki gibi elde edilmiştir.

Çizelge 2.1'deki optimizasyon parametreleri sonucu her bir bloğun ekonomik karlılığı Şekil 2.22'de hesaplanmıştır. Yoğunluk  $2,3 ton/m^3$  alınmıştır.

Çizelge 2.1 Optimizasyon parametreleri

İşletme Maliyeti	2,5	TL/ton
Tesis Maliyeti	8	TL/ton
Yatırım Maliyeti	0,35	TL/Kg
Mineral Fiyatı	4,48	TL/Kg
Verim	95	%
Tonaj	62.100	Ton

YÜZEY

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.6
0	0	0	0	0	0	0.8	0.3	0.8	0.8
0	0	0	0	0	0.4	0.2	0.8	0.9	0.9
0	0	0	0.2	0.5	0.9	0.3	0.7	0.6	0.6
0	0	0	0.7	0.3	0.4	0.7	0.4	0.2	0.2
0	0	0.3	0.6	1	1.1	0.2	0.5	0	0
0	0	0.2	0.5	1.1	0.9	0.1	0	0	0
0	0.8	0.9	1.1	0.9	0.8	0	0	0	0
0.7	0.9	1.1	1.3	0.8	0.7	0	0	0	0
0.6	0.4	0.9	0.6	0.3	0	0	0	0	0
0.5	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0
0.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Şekil 2.21 Madencilik bloklarına ait ortalama tenör değerleri



Daha sonra, blok değerleri Şekil (2.23)'te kümülatif olarak hesaplanmıştır.

Örneğin  $P_{5,5}$  bloğunun kümülatif değeri EŞitlik 2.35'teki gibi hesaplanmıştır.

$$P_{5,5} = \sum_{k=1}^5 p_{k,5} = p_{1,5} + p_{2,5} + p_{3,5} + p_{4,5} + p_{5,5} \quad (2.35)$$

$$= 5,7 + 0,8 + (-6,5) + (-6,5) + (-6,5)$$

$$= -13,1$$

$p_{i,j}$  i satırı ve j sütunu bloğuna karşılık gelen karlılıktır.  $P_{ij}$ , i satırı ve j sütunu kümülatif karlılığını verir.



Kazılacak ilk bloğu belirlemek ve optimum getiriye bulabilmek için türetilmiş karlılık hesaplanmıştır.

Türetilmiş karlılığı hesaplarken;

$$D_{ij} = \begin{cases} 0, & i = 0 \\ P_{ij} + \max_{k=-1,0,1} P_{i+k,j-1} & i \neq 0 \end{cases} \quad (2.36)$$

Eşitlik (2.36)'daki gibi formülize edilmiştir.

$D_{ij}$ , i satırı j sütununa ait türetilmiş karlılıktır.

Örneğin  $D_{2,1}$ 'i Şekil 2.24'te hesaplanmıştır,

	0	1
1	-6,5	-6,5
2	-13	<b>= -6,5 -13</b>
3	-19,6	-32,6

Şekil 2.24 Türetilmiş karlılığın hesaplanması

$$D_{2,1} = -6,5 + (-13) \\ = -19,6 \text{ elde edilir.}$$

Türetilen karlılık oluşturulurken;  $D_{2,1}$  orijinal karlılığı ile  $D_{1,0}$ 'a ait bloğun türetilen karlılığıyla toplamı sonucunda elde edilir.

Tüm blokların türetilen karlılık hesaplamaları sonucu ilk kazılacak bloğu Şekil 2.25'teki gibi saptayabiliriz.

<u>13</u>	<u>14</u>	<u>15</u>	<u>16</u>	<u>17</u>	<u>18</u>	<u>19</u>
0	0	0	0	0	0	0
152.7	176.9	176.8	170.2	163.7	157.2	150.7
183.4	183.3	170.2	163.7	157.2	150.7	144.1

Şekil 2.25 İlk kazılabilir blok

Böylelikle karlılığı maksimize edebilmek için türetilen en yüksek karlılığa sahip bloğun ocak başlangıç sınırı olarak seçilmesi gerekmektedir. Türetilen maksimum karlılığa sahip bloklar Şekil 2.26'da renklendirilmiştir.

YÜZEY



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-6.5	-6.5	-6.5	-6.5	8.1	13.8	22.7	36.4	60.7	87.6	115.1	122.0	130.8	152.6	176.8	170.2	163.7	157.2	157.2	150.7	150.7
-13.0	-19.5	-19.5	-19.5	-4.9	14.6	25.9	67.2	94.1	121.6	128.5	137.3	159.1	183.4	183.3	163.8	157.2	150.7	144.2	144.2	144.2
-19.6	-32.6	-39.1	-39.1	-24.4	-5.0	41.3	87.5	134.6	141.5	150.3	172.1	196.4	196.3	179.1	152.8	144.2	137.6	131.1	131.1	131.1
-26.1	-45.7	-58.7	-65.2	-50.6	-31.0	29.8	112.7	156.2	162.6	191.7	216.0	215.9	198.7	192.0	166.4	146.3	131.1	118.1	111.5	111.5
-32.6	-58.7	-78.3	-91.3	-83.2	-63.7	4.6	114.1	171.6	195.9	225.0	237.1	224.8	218.1	192.5	162.4	157.2	127.9	98.5	85.5	85.5
-39.1	-71.7	-97.8	-117.4	-115.8	-102.8	-34.6	99.5	184.6	211.3	245.3	240.3	250.7	225.1	195.0	189.8	160.5	121.4	88.8	59.4	59.4
-45.6	-84.7	-117.3	-143.4	-148.4	-142.0	-80.2	53.8	163.5	207.2	243.6	250.8	254.5	234.1	228.9	199.6	160.4	116.3	75.8	43.2	43.2
-52.2	-97.8	-136.9	-169.5	-180.9	-181.1	-125.9	1.6	111.3	179.6	245.2	253.9	265.1	255.1	245.2	206.0	161.9	109.7	64.1	23.6	23.6
-58.7	-110.9	-156.5	-195.6	-213.6	-220.1	-171.6	-50.6	52.6	120.8	211.1	252.3	273.2	270.6	258.2	214.1	157.9	103.2	51.0	5.4	5.4

Şekil 2.26 Karlılığı maksimize edilmiş iki boyutlu bir açık ocak



Maden yatađında cevher damarı devam etmesine rađmen optimize edilmiř ađık ocak geometrisi iđerisinde en yůksek karlılıkta alabileceđimiz cevherin tonajını, sınır tenůrünü, pasa miktarını veya kazancın net bugůnků deđerini hesaplamak můmkündür.



### 3. METALİK BİR MADEN YATAĞININ BENZETİMİ VE OPTİMİZASYONU

Tez kapsamında bir altın yatağındaki altın tenörleri doğrudan ardışık yöntemle benzetimi yapılmış ve Lerch & Grossman algoritmasıyla nihai ocak sınırları modellenmiştir. Tezde kompozit veriler üzerinden işlemler yapılmıştır. Öncelikle örneklemelere ait değişkenler düzenlenmiştir ve veri tabanı NETPROMine programında oluşturulmuştur. Bu veri tabanının ham verilerinin özet istatistikleri ve sıklık dağılımları incelenmiştir.

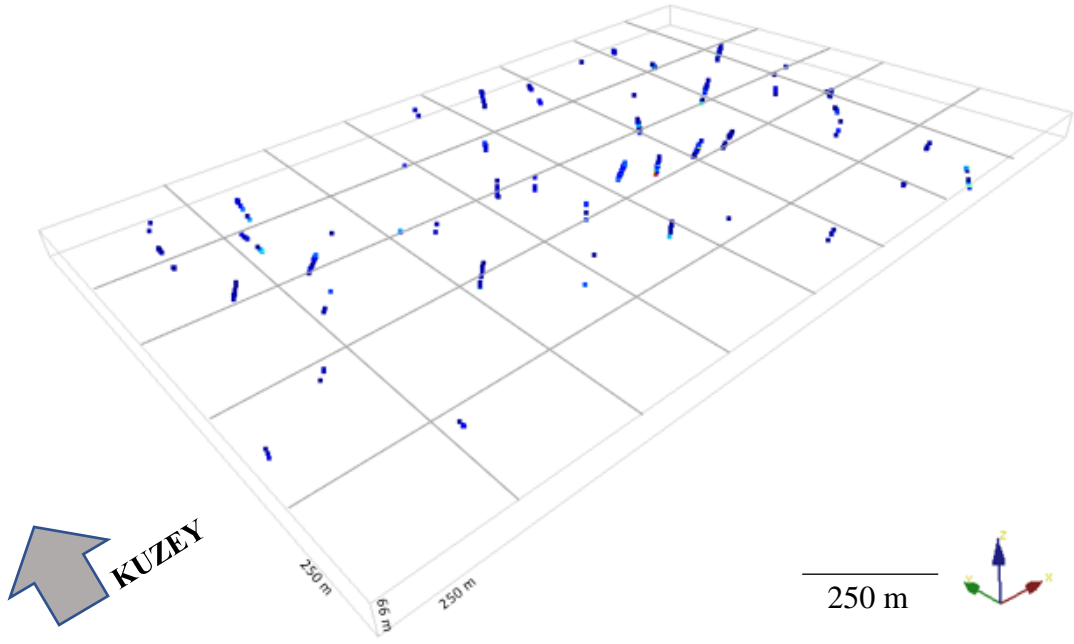
Cevherleşmenin görüldüğü bölgeler belirlendikten sonra katı model NETPROMine’da oluşturulmuştur. Daha sonra sınırı belirlenen yatağın örneklemeler arası uzaklığa bağlı ilişkisi model variogramla belirlenmiştir. Model variogram, yatay ve düşey doğrultuda oluşturulmuş, sonrasında eşik değeri, külçe etkisi ve yapısal uzaklığı belirlenmiştir.

Belirlenen parametreler çerçevesinde tarama elipsoidi SGeMS programında tanımlanmıştır ve benzetimde ortalamalı krigleme yöntemi ile esas alınmıştır. Rastlantısallık koşullu olasılık dağılım fonksiyonunda dahil edilip ilgili bloğa benzetim sonucu olarak yazılmıştır.

Oluşturulan sınır (masked grid) içerisinde bütün bloklar tarama elipsoidi dahilinde ziyaret edilmiştir ve bu benzetim 100 defa tekrarlanmış ve haritalandırılmıştır. Benzetim sonuçlarının özet istatistikleri ve sıklık dağılımları incelenmiştir. Bu istatistiklerin ham verileri temsil etmede yeterli olmaması üzerine ortalamayla kontrol edilebilirlik testi ve variogramla kontrol edilebilirlik testi yapılmıştır. %95 güven aralığında olmayan gerçeklemler optimizasyona dahil edilmemiştir. Gerçekleme sayısı 100’e tamamlayacak şekilde yeni benzetimler üretilmiştir.

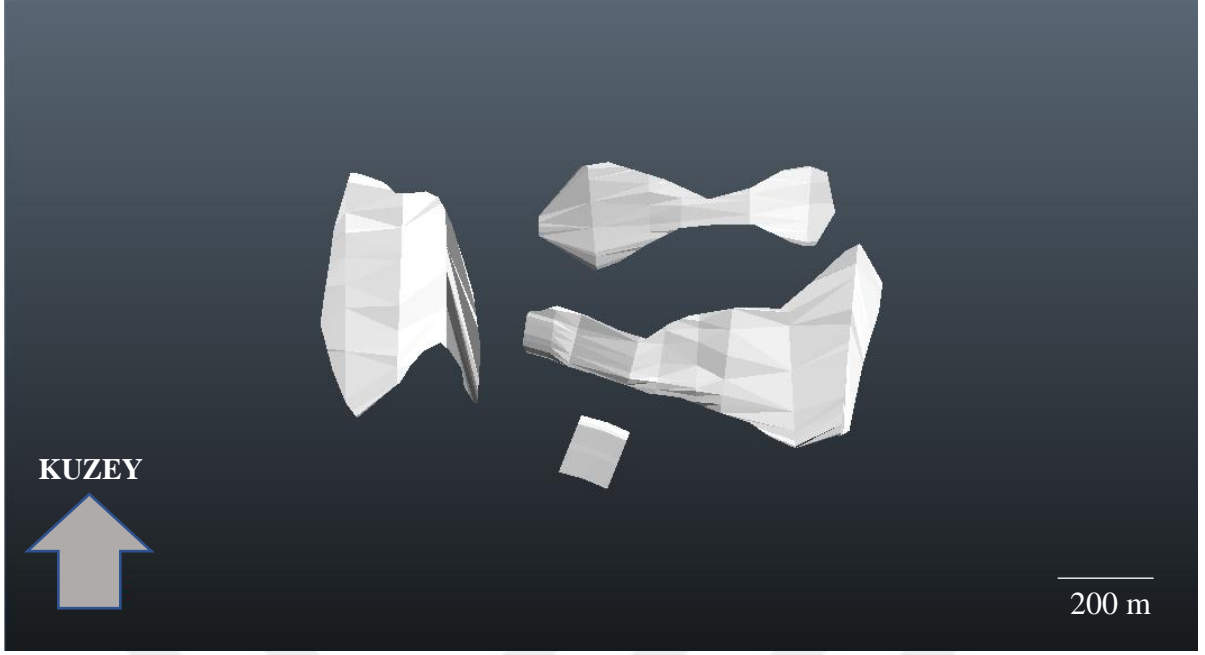
Optimizasyon sırasında kullanılacak gelir gider kalemleri belirlenip ortalama tenörleri benzetilen blokların karlılığı hesaplanmıştır. Nihai ocak sınırları Lerch & Grossman algoritmasıyla üretilmiştir ve her bir bloğun kazılma olasılıkları haritalandırılmıştır.



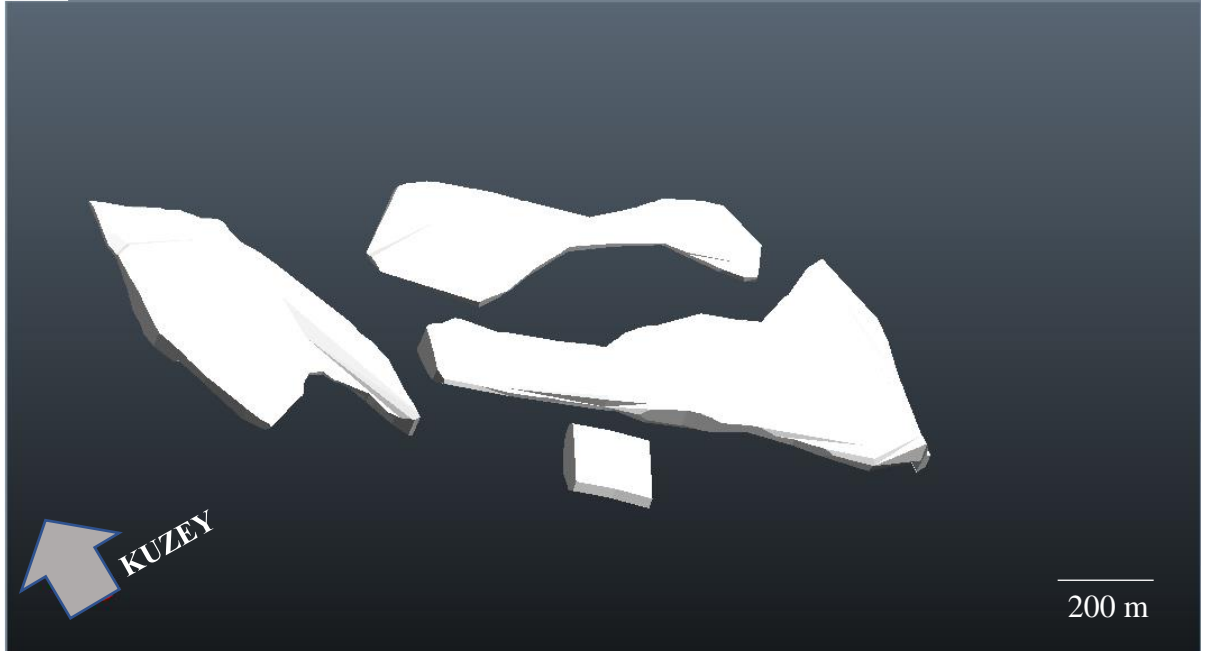


Şekil 3.29 Ham verilerin perspektif görüntüsü

Ham verilerin plan görünümü (Şekil 3.28) ve perspektif görünümü (Şekil 3.29) incelendiğinde, cevherleşmenin (201 ppb üzeri) 4 farklı zonda olduğu görülmüştür. İnterpolasyon tekniklerinin uygulanabilmesi için benzetilecek blokların sınırlarının bilinmesi gerekmektedir. Sondaj verilerini esas alarak kesitleri alınmış ve 3 boyutlu katı modeli Şekil 3.30 ve Şekil 3.31’de görselleştirilmiştir. Sonrasında katı model içerisine blok model okutulmuştur (Şekil 3.32) (Şekil 3.33).



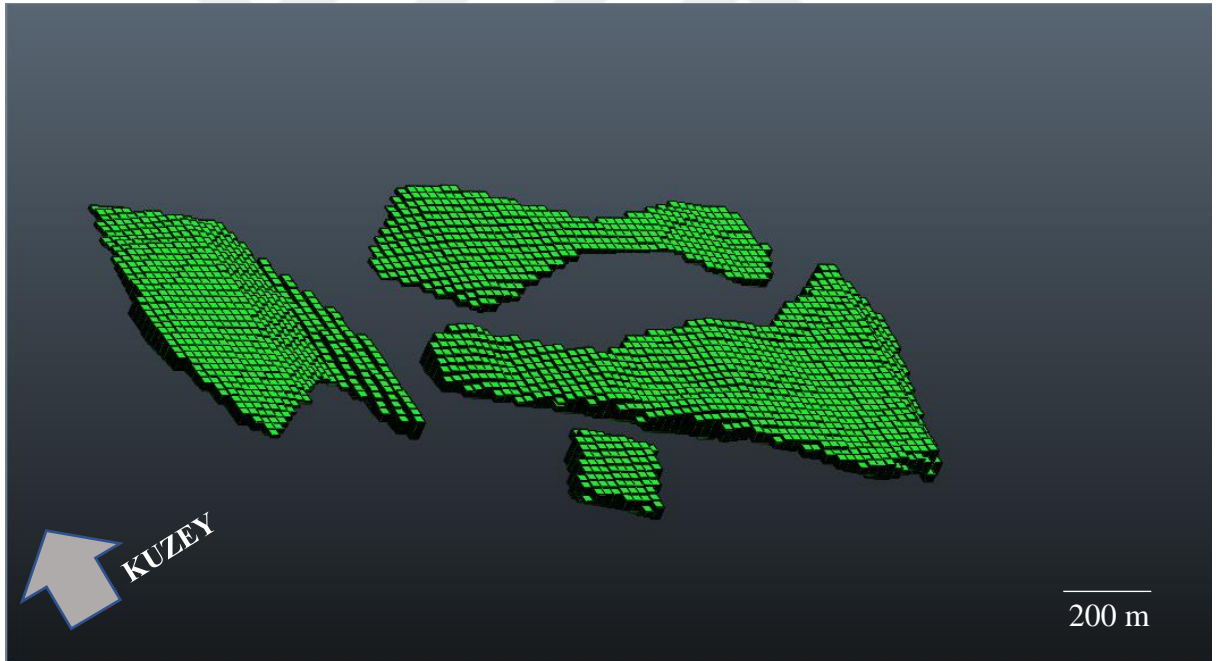
Şekil 3.30 Katı model plan görünümü



Şekil 3.31 Katı model perspektif görünümü



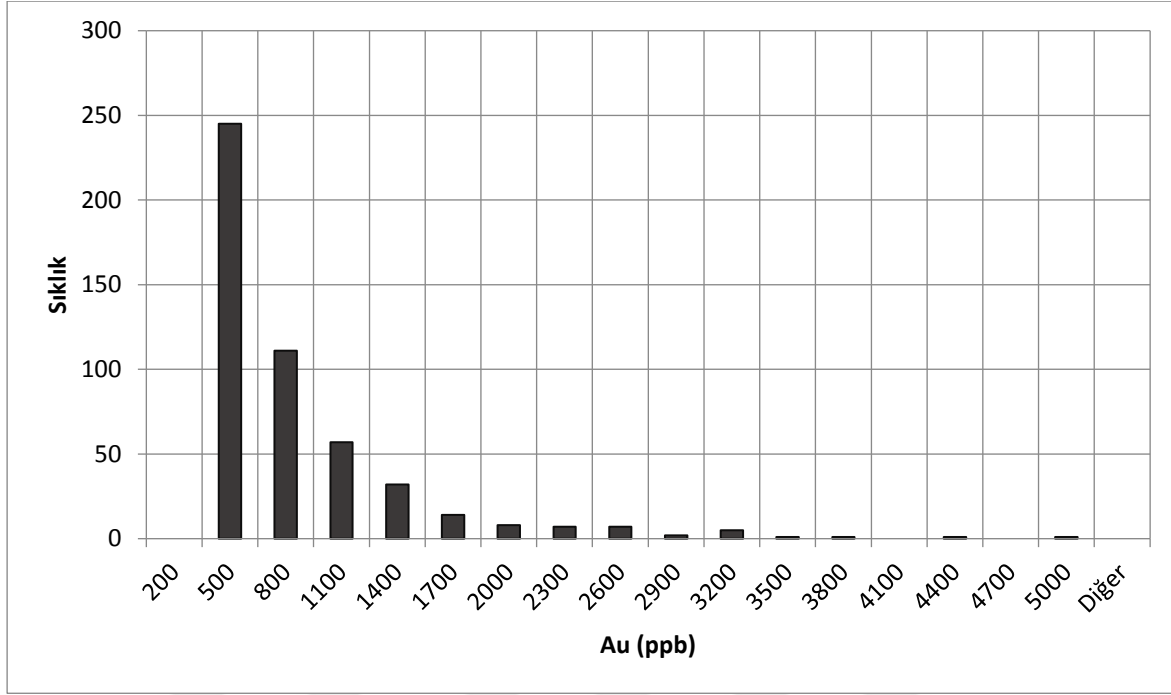
Şekil 3.32 Blok model plan görünümü



Şekil 3.33 Blok model perspektif görünümü

### 3.1.1. Özet istatistikler

Ham verilere ait sıklık dağılımı Şekil 3.34’te verilmiştir.



Şekil 3.34 Ham verilerin sıklık dağılımları

Sıklık dağılımları incelendiğinde verilerin sağ çarpık bir dağılıma sahip olduğu fark edilmiştir. Ham verilere ait özet istatistik Çizelge 3.2’de verilmiştir.

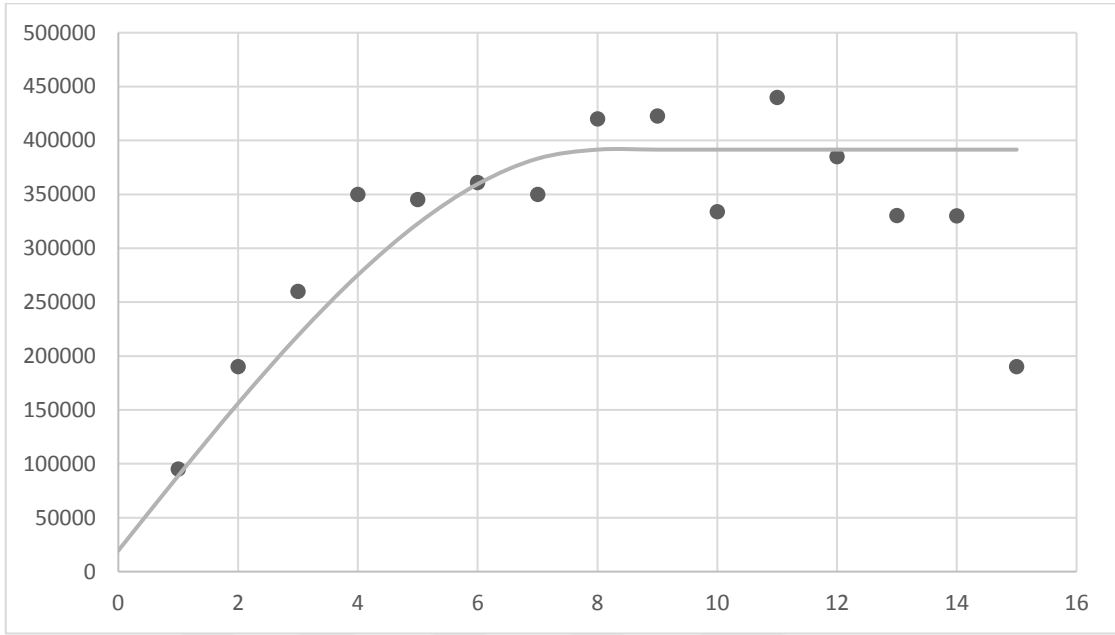
Çizelge 3.2 Katı model içerisinde kalan ham verilerin özet istatistikleri

Sondaj Sayısı:	35
Veri Sayısı:	492
Ortalama:	713.18
Varyans:	394108
Maksimum:	5000
Üst çeyrek:	837.5
Ortanca:	501.59
Alt çeyrek:	316
Minimum:	201
Standart sapma:	627.78
Çarpıklık	2,70

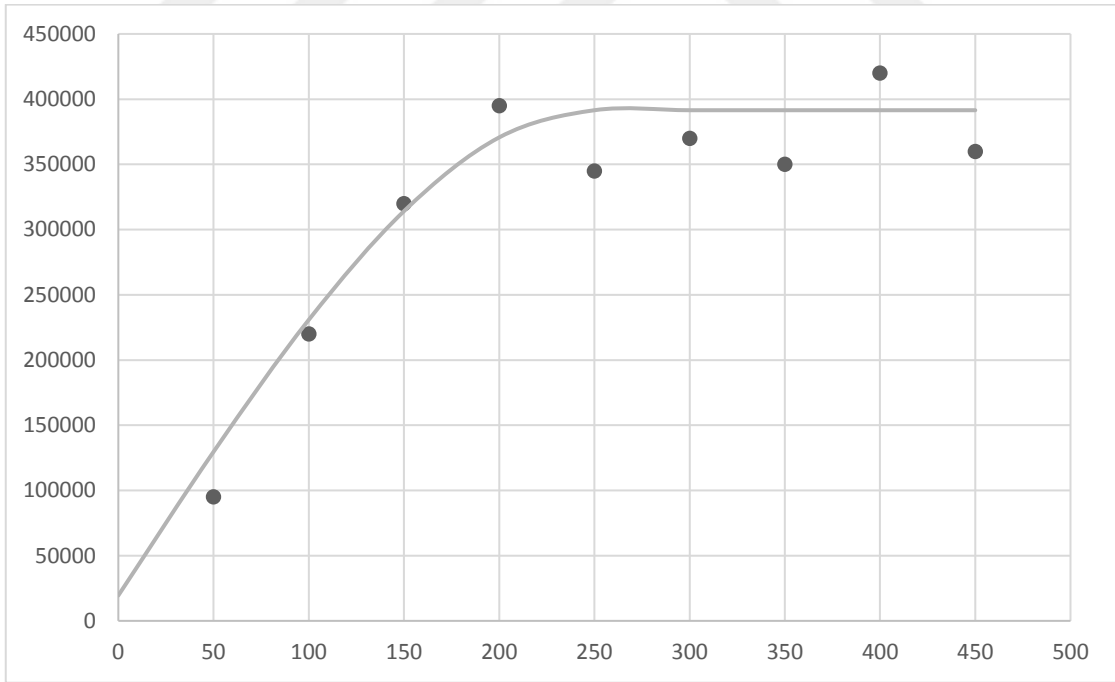
### 3.1.2. Variogram Analizleri

Uzaklığa bağlı ilişkiyi modelleyebilmek için öncelikle düşey yönde ve sonrasında yatay olarak 0°, 45°, 90°, 135° olmak üzere dört ana yönde deneysel variogramlar hesaplanmıştır. Deneysel variogramlar ham verilerden hesaplanmış ve herhangi bir

anizotropiye rastlanmamıştır. Cevher verilerine ait variogram değerleri ve uyarlanan deneysel variogram modelleri Şekil 3.35 ve Şekil 3.36’da verilmiştir.



Şekil 3.35 Düşey yönde yapılan deneysel variogram



Şekil 3.36 Yatay yönde yapılan deneysel variogram

Deneysel variogram değerlerinden elde edilen parametreler Çizelge 3.3’te verilmiştir.

Çizelge 3.3 Deneysel variogram parametreleri

Eşik değeri ( $C_1$ )	Külçe etkisi ( $C_0$ )	Yapısal uzaklık (m)		Model
		a-yatay	a-düşey	
372.000	19.500	250	8	Küresel

Düşey yönde yapılan deneysel variogramda görüldüğü üzere yapısal uzaklık çok daha düşüktür. Bunun sebebi düşey yönde daha sık veri toplanmasıdır.

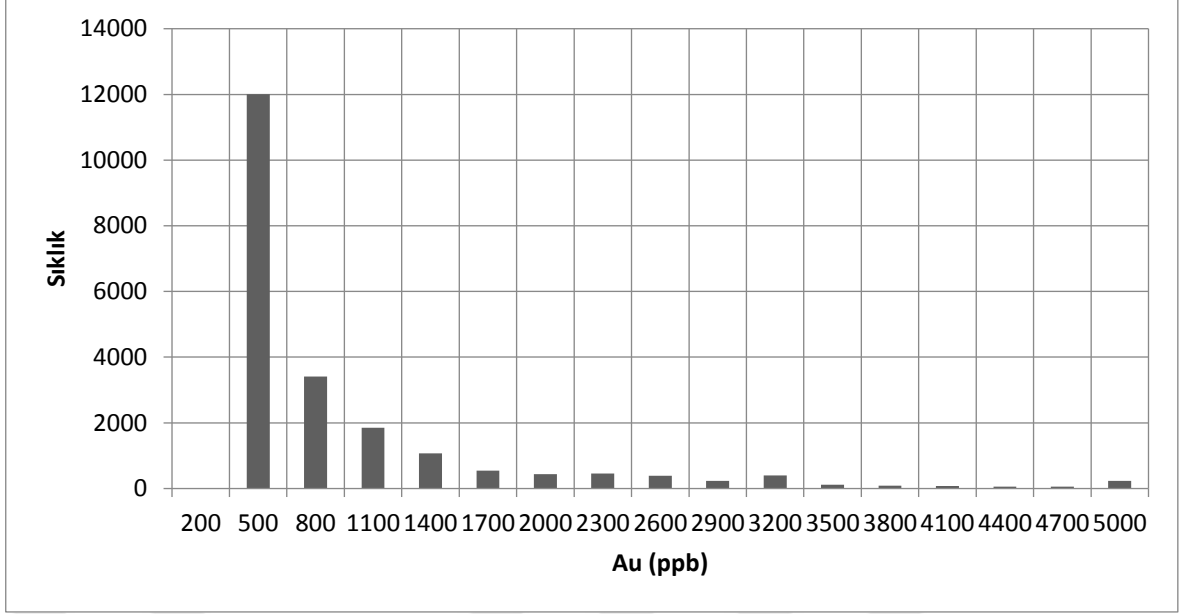
### 3.2. Jeostatistiksel Benzetim

Tez kapsamındaki altın yatağının doğrudan ardışık benzetiminde uygulanan işlemler sırasıyla şu şekildedir;

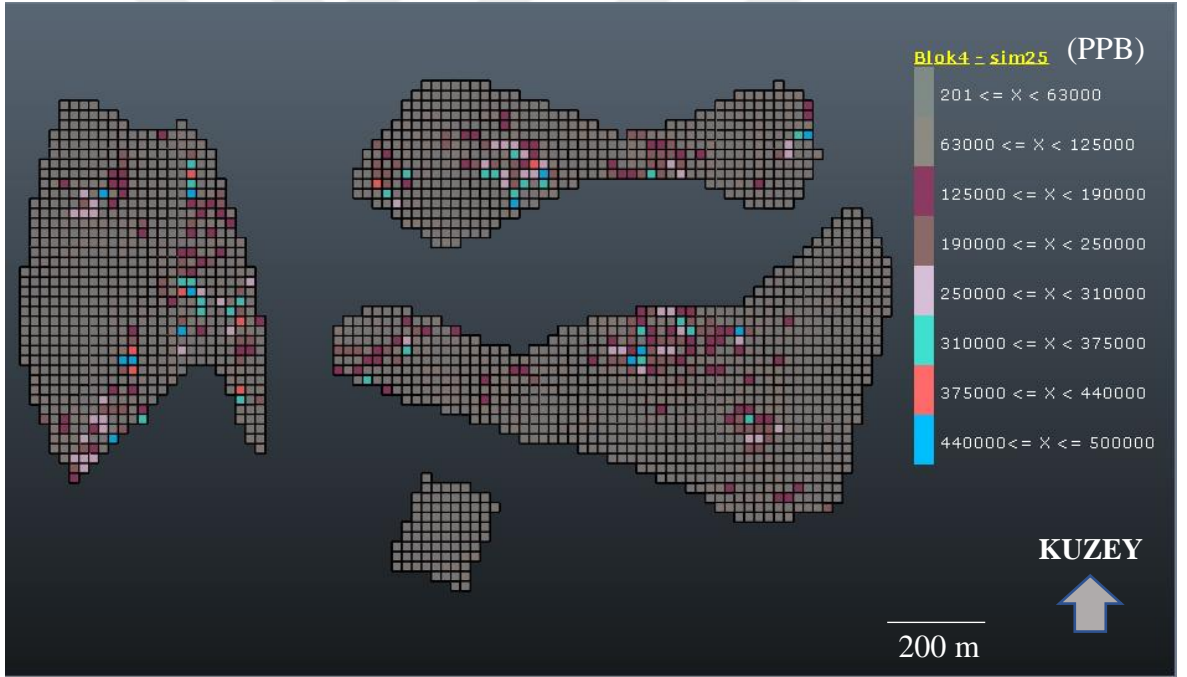
- Cevherleşmenin bulunduğu (201 ppb üzeri) zonda katı model oluşturulup sınır içerisinde  $20*20*3 \text{ m}^3$ 'lük benzetilecek bloklar üretilmiştir.
- Uzaklığa bağlı ilişkinin modellenmesi sonucu elde edilen parametrelerle benzetim adımında fonksiyona dahil edilmiştir.
- Rassal değer atanmasıyla ilgili bloğun benzetimi yapılmıştır.
- Grid sisteminde oluşturulan 21.320 adet blok tek tek ziyaret edilip blokların doğrudan ardışık yöntemle benzetimi yapılmıştır.
- Benzetim, 100 gerçekleştirilmeden oluşmaktadır.

100 adet benzetim sonucunda 100 farklı harita ve özet istatistikler elde edilmiştir

25. Benzetim'in sıklık dağılımı Şekil 3.37'de verilmiştir. 25. Benzetimin plan görünümü ise Şekil 3.38'de verilmiştir.

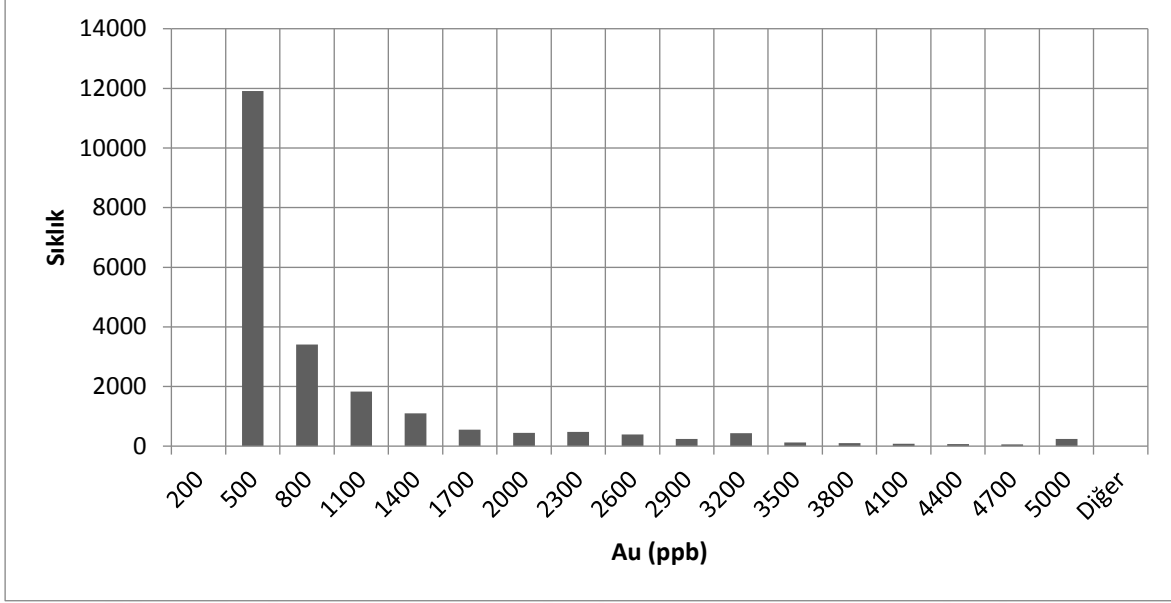


Şekil 3.37 Benzetim 25'in sıklık dağılımı

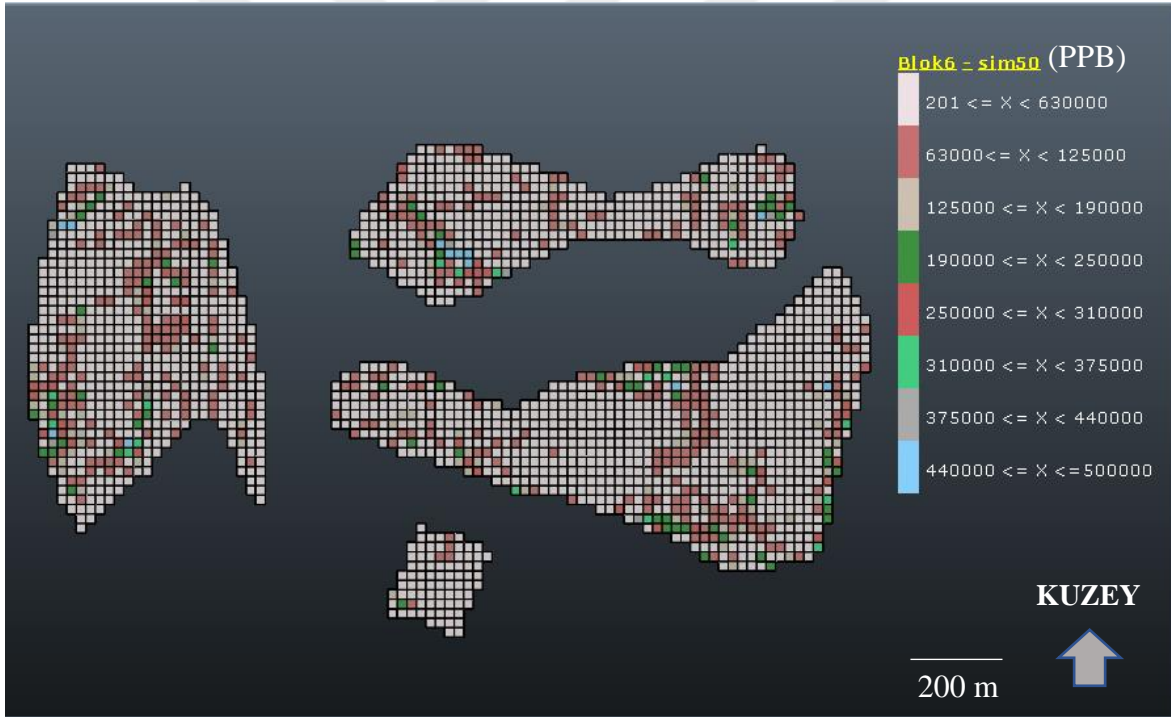


Şekil 3.38 Benzetim 25'in plan görünümü

50. Benzetim'in sıklık dağılımı Şekil 3.39'da verilmiştir. 50. Benzetimin plan görünümü ise Şekil 3.40'da verilmiştir.

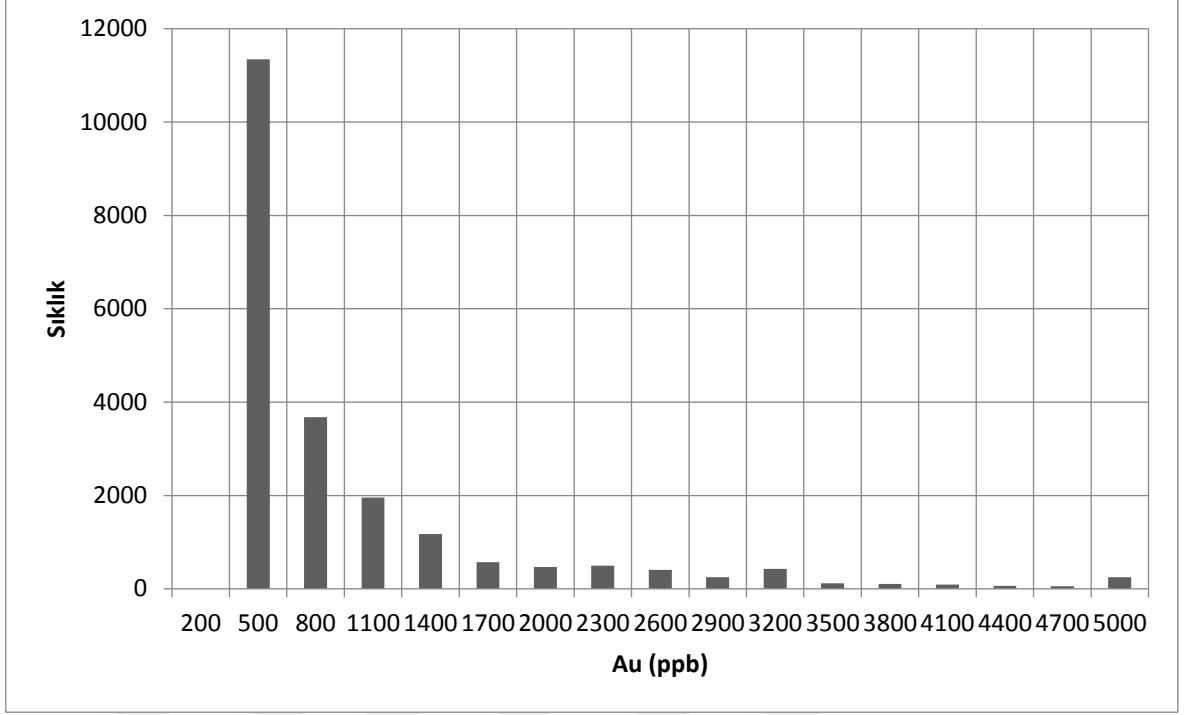


Şekil 3.39 Benzetim 55'in sıklık dağılımı

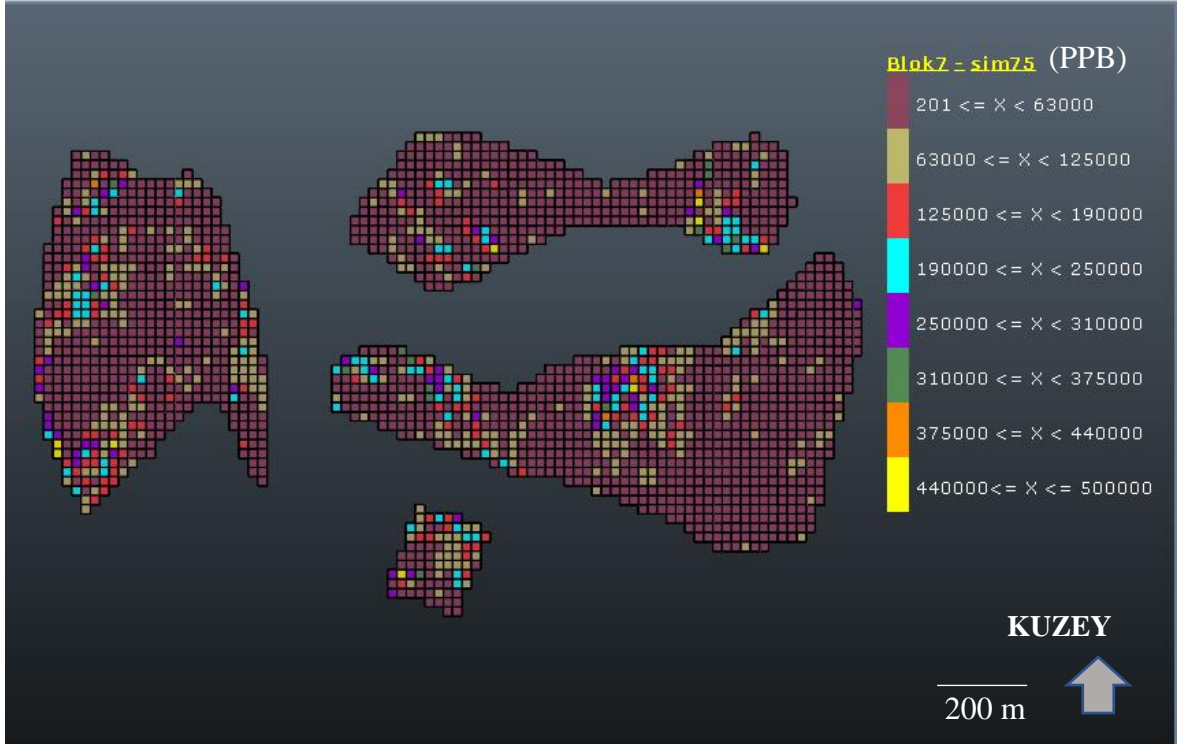


Şekil 3.40 Benzetim 50'nin plan görünümü

75. Benzetimin sıklık dağılımı Şekil 3.41'de verilmiştir. 75. Benzetimin plan görünümü ise Şekil 3.42'de verilmiştir.

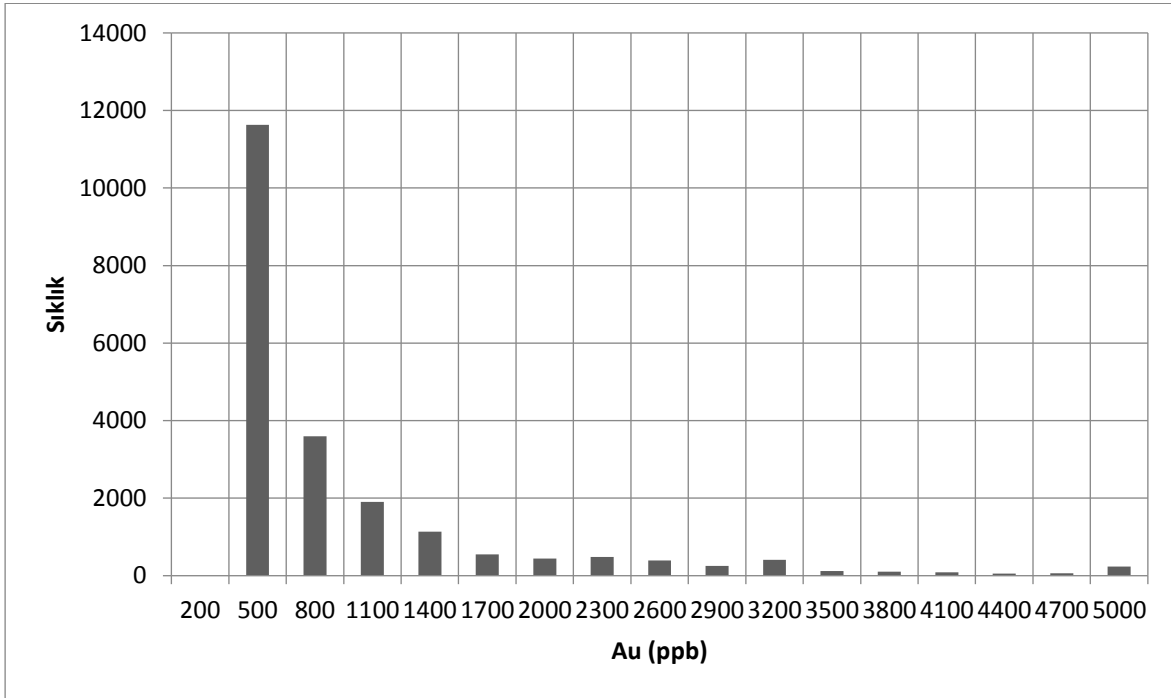


Şekil 3.41 Benzetim 75'in sıklık dağılımı

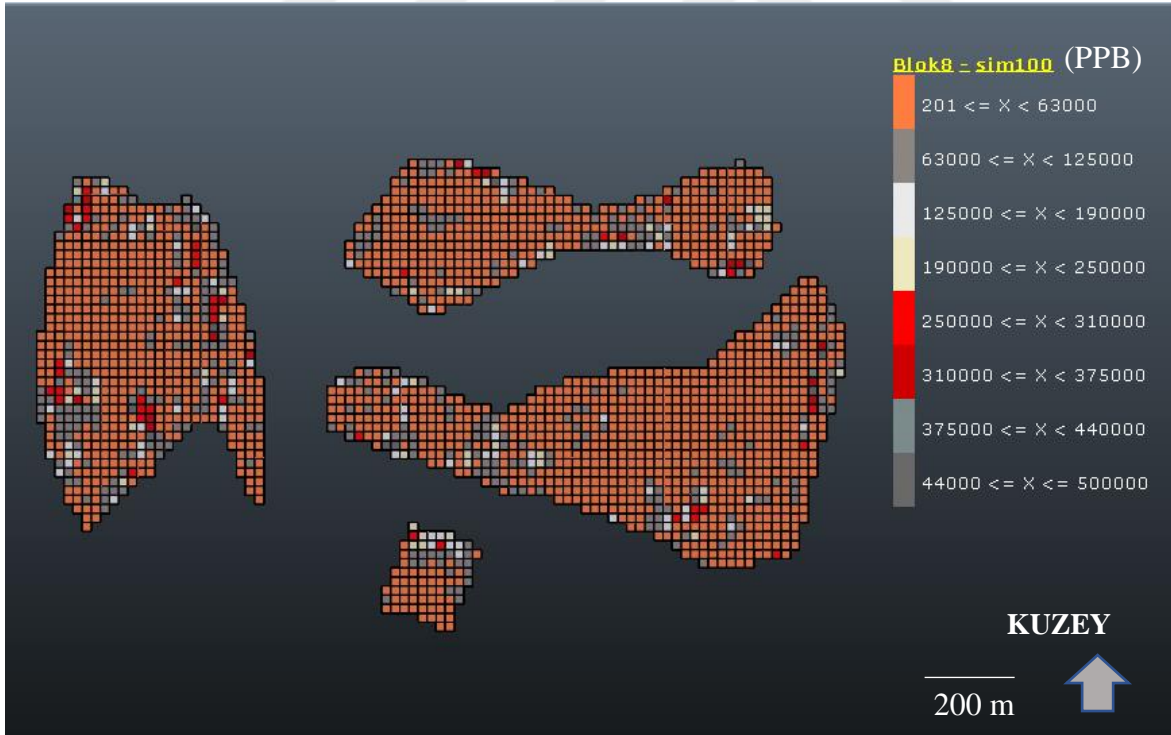


Şekil 3.42 Benzetim 75'in plan görünümü

100. Benzetim'in sıklık dağılımı Şekil 3.43'te verilmiştir. 100. Benzetimin plan görünümü ise Şekil 3.44'te verilmiştir.



Şekil 3.43 Benzetim 100'ün sıklık dağılımı



Şekil 3.44 Benzetim 100'ün plan görünümü

Benzetim 25, Benzetim 50, Benzetim 75 ve Benzetim 100'ün özet istatistikleri ise Çizelge 3.4'te verilmiştir;

Çizelge 3.4 Benzetim 25, 50, 75 ve 100'ün özet istatistikleri

Benzetim numarası	25	50	75	100
Veri Sayısı	21.320	21.320	21.320	213.20
Ortalama	731,07	723,91	716,85	709,47
Varyans	402.606	399.051	395.958	390.985
Minimum	201	201	201	201
Alt çeyrek	338,01	327,83	318,55	310,82
Ortanca	523,50	511,05	505,96	491,99
Üst çeyrek	874,72	858,08	840,73	828,91
Maksimum	5.000	5.000	5.000	5.000
Çarpıklık	2,77	2,70	2,76	2,67

Benzetim sonucunda, özet istatistikleri incelendiğinde herhangi bir törpülenmenin (smoothness) görülmediği ve sonuçların tüm sahayı global anlamda temsil edebileceği görülmüştür.

Fakat benzetilen sahanın özet istatistiklerinin ham verilerin özet istatistikleriyle benzer olması her bir benzetim sonucunun kullanılabilmesi anlamı taşımaz. Bunun için iki kontrol edilebilirlik yöntemi proje kapsamında kullanılmıştır. Birincisi ortalamayla kontrol edilebilirlik testi, ikincisi ise variogramla kontrol edilebilirlik testidir.

### 3.3. Doğrudan ardışık benzetimin doğrulanması

#### 3.3.1. Ortalamanın doğrulanması

Öncelikli olarak jeostatistiksel benzetim algoritmalarının doğrulanması için Emery (2008a) istatistiksel bir test geliştirmiştir.

Eşitlik (3.37)'de zon (D) üzerindeki rassal sahanın (Y) ortalamasını,  $\bar{Y}(D)$  ile ifade edilmiş ve ham verilerin ortalaması  $m$  değeriyle ifade edilmiştir.

$$\frac{\bar{Y}(D) - m}{\sigma_{(D)}} \sqrt{N - 1} \quad (3.37)$$

$\bar{Y}(D)$  ve  $\sigma_{(D)}$  değerleri sırasıyla N benzetim sayısındaki, benzetim değerlerini ve standart sapmasını verir Eşitlik (3.37). Eşitlik (3.37)'deki denklem %95 güven aralığındaki önceden olasılıkları belirlenmiş benzetim değerlerinin türetilmesine olanak sağlar ( $1 - \alpha = 0,95$ ).

Bu doğrultuda doğrudan ardışık yöntemle benzetilen sahanın 100 adet gerçekleştirilmesinden 3 adeti kritik seviyenin üzerine çıktığı için optimizasyon adımı öncesi değerlendirmeye dahil edilmemiştir.

Güven düzeyini sağlamayan 37. Benzetim, 55. Benzetim ve 61. Benzetim'in özet istatistikleri Çizelge 3.5'de verilmiştir.

Çizelge 3.5 Benzetim 37, 55 ve 61'in özet istatistikleri

Benzetim numarası	37	55	61
Veri Sayısı	21.320	21.320	21.320
Ortalama	831,081	605,611	851,682
Varyans	337.663	288.863	478.547
Maksimum	5.000	5.000	5.000
Üst çeyrek	958,541	743,808	990,51
Ortanca	558,389	422,846	587,677
Alt çeyrek	346,501	298,762	357,809
Minimum	201	201	201

### 3.3.2. Variogramın doğrulanması

$h$  vektöründeki  $\delta(h)$  benzetilen sahanın deneysel variogramına karşılık gelirken,  $\gamma(h)$  teorik variograma karşılık gelir (Emery, 2015).  $\delta'(h)$  ve  $\sigma^2$  ise  $N$  bağımsız gerçekleştirme üzerinden sırasıyla deneysel variogramın örneklem ortalamasını ve varyansını ifade eder Eşitlik (3.38).

$$\frac{\delta'(h) - \gamma(h)}{\sigma} \sqrt{N - 1} \quad (3.38)$$

Benzetim 16, Benzetim 53, Benzetim 78 ve Benzetim 91 variogram doğrulama testi sonucu yeniden üretilmesi gerekmiştir.

Toplamda 93 adet uygun benzetim sonucu elde edilmiştir. 7 tane testleri geçen yeni benzetimler yapılarak 100'e tamamlanmıştır. Benzetim sonuçlarıyla optimizasyon adımına geçilmiştir.

## 3.4. Optimizasyon

Maden yatağına ilişkin modellenen blokların, madencilik faaliyetlerine uygunluğu hesaplanırken ekonomik parametreler esas alınarak kısa, orta ve uzun vadede termin planları oluşturulur. Bu planlar maden ömrüne, yapılacak proses aşamasına, hangi bloğun önce kazılacağına, cevherin yıllık net bugünkü değerine ve hatta gelecekteki değerine çözüm getirir (Dagdelen, 2001).

Pratik madencilik faaliyetlerini güvenli şev açılarında net bugünkü değerlerini maksimize edebilmek için, modellenen blokların öncelikle ekonomik blok modellere dönüştürülüp daha sonra Lerch & Grossman algoritmasıyla optimize edilmesi gerekmektedir. Böylelikle nihai ocak sınırları ve cevherin kazılma olasılıkları hesaplanabilecektir.

Gider kalemi olarak optimizasyon maliyet parametreleri Çizelge 3.6'da verilmiştir.

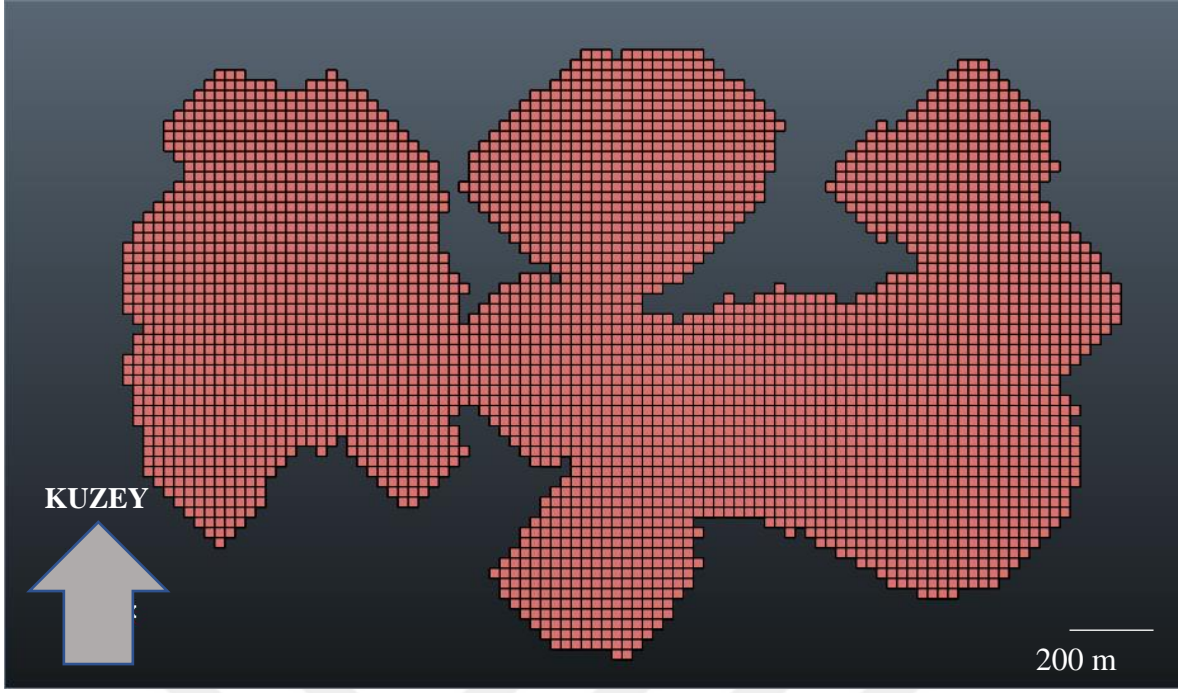
Çizelge 3.6 NETPROMine optimizasyon maliyet parametreleri

Birim Pasa Kazı Maliyeti	2,39 \$/ton
Proses Birim Maliyeti	4,65 \$/ton
Proseste Cevher Kazanım oranı	% 96
Maden işleme verimi	% 95
İndirgeme oranı	% 5

Cevher satış fiyatı 1400 \$/ons, cevherin yoğunluğu 2,6 ton/m<sup>3</sup>, pasa yoğunluğu ise 2,4 ton/m<sup>3</sup> olarak belirlenmiştir. Genel şev açısı 45° tanımlanmıştır. Jeoteknik herhangi bir çalışma yapılmamıştır, veriler gerçekçi değerlerle varsayılmıştır.

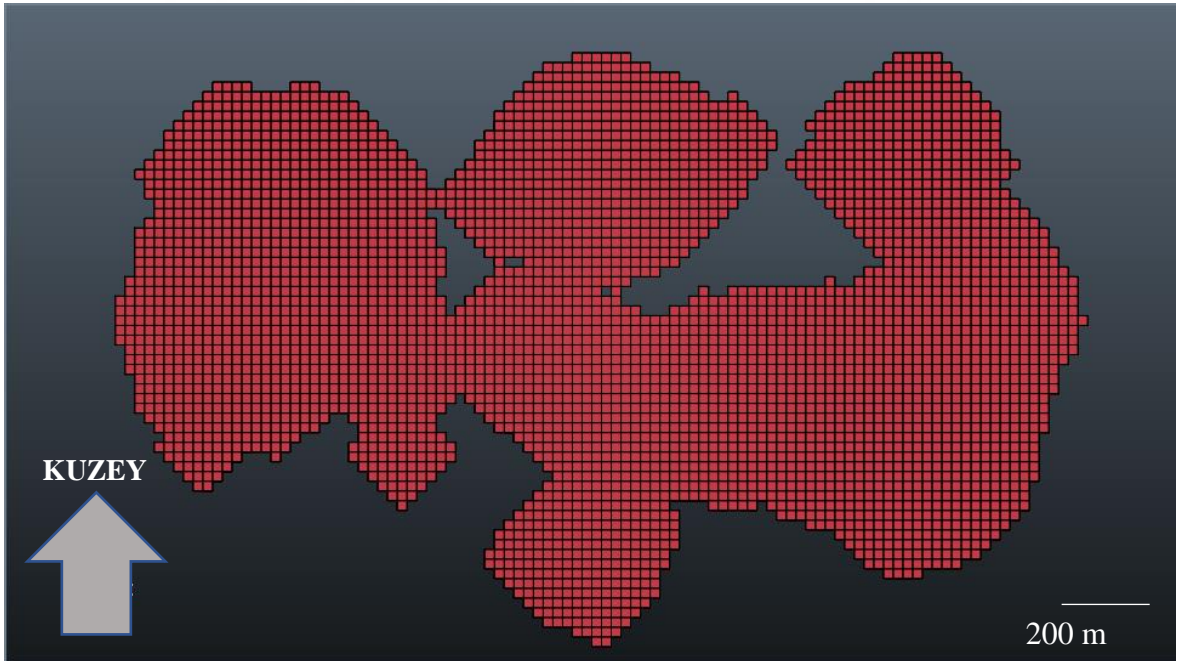
25. Benzetim 50. Benzetim 75. Benzetim ve 100. Benzetim haritalarından elde edilen optimize ocak sınırları plan görünümünde Şekil 3.45, Şekil 3.46, Şekil 3.47 ve Şekil 3.48'de verilmiştir.

25. Optimum ocak sınırı içerisinde 101.363 adet blok 121,6 milyon m<sup>3</sup> hacme sahipken, 50. Optimum ocak sınırı içerisinde 103.210 adet blok 123,9 milyon m<sup>3</sup> hacme, 75. Optimum ocak sınırı içerisinde 103.796 adet blok 124,6 milyon m<sup>3</sup> hacme ve 100. Optimum ocak sınırı içerisinde ise 101.693 adet blok 122,0 milyon m<sup>3</sup> hacme sahiptir.



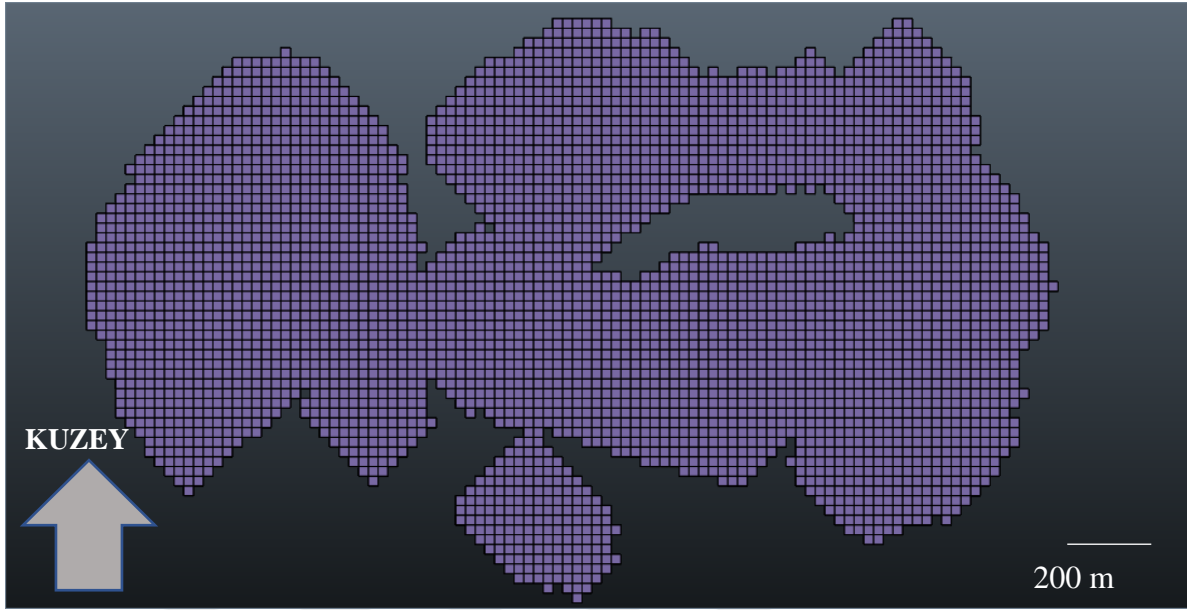
Şekil 3.45 Benzetim 25'e ait optimizasyon haritası

Benzetim 25'e ait optimizasyon sonucunda toplam 101.363 blok sayısı mevcuttur ve toplam 121.635.600 m<sup>3</sup> hacme sahiptir.



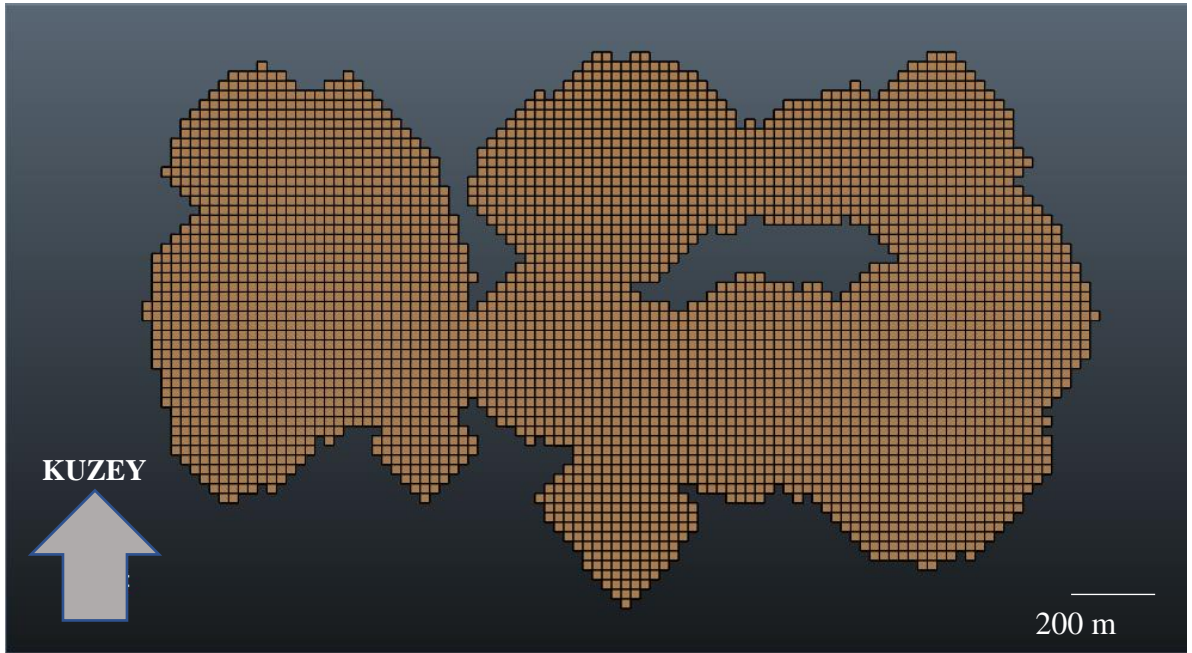
Şekil 3.46 Benzetim 50'ye ait optimizasyon haritası

Benzetim 50'ye ait optimizasyon sonucunda toplam 103.210 blok sayısı mevcuttur ve toplam 123.852.000 m<sup>3</sup> hacme sahiptir.



Şekil 3.47 Benzetim 75'e ait optimizasyon haritası

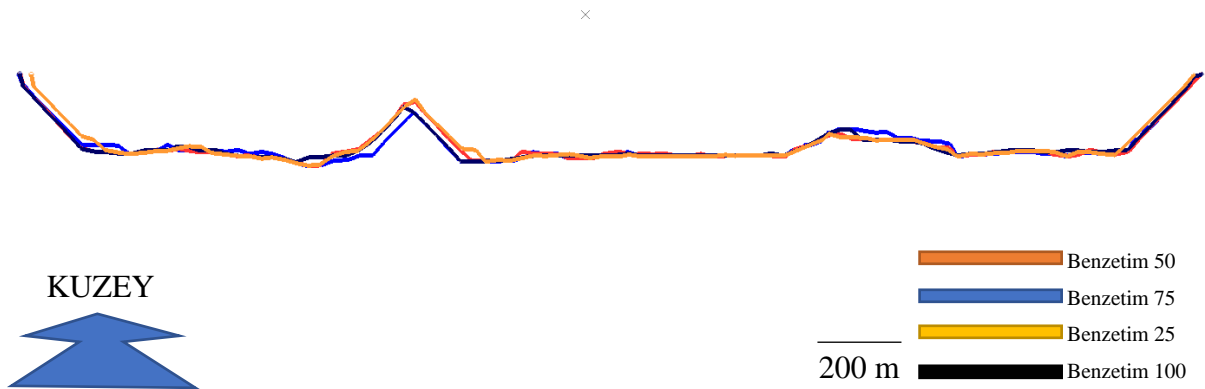
Benzetim 75'e ait optimizasyon sonucunda toplam 103.796 blok sayısı mevcuttur ve toplam 124.555.200 m<sup>3</sup> hacme sahiptir.



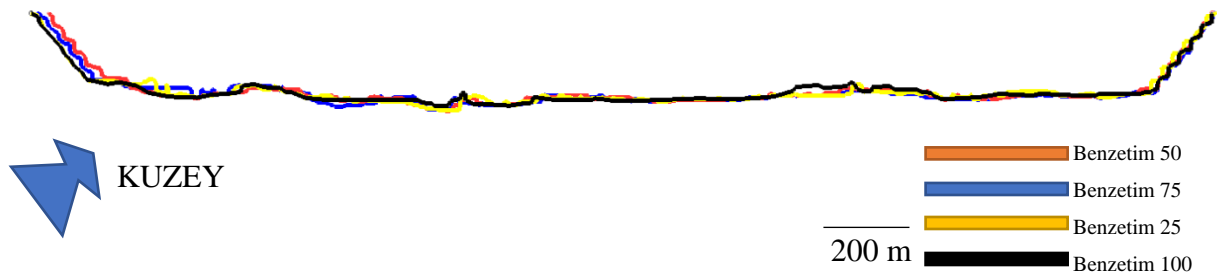
Şekil 3.48 Benzetim 100'e ait optimizasyon haritası

Benzetim 100'e ait optimizasyon sonucunda toplam 101.693 blok sayısı mevcuttur ve toplam 122.031.600 m<sup>3</sup> hacme sahiptir.

Benzetim 25, Benzetim 50, Benzetim 75 ve Benzetim 100'e ait optimum ocak sınırları iki dik kesit alınarak görselleştirilmiştir (Şekil 3.49) (Şekil 3.50).

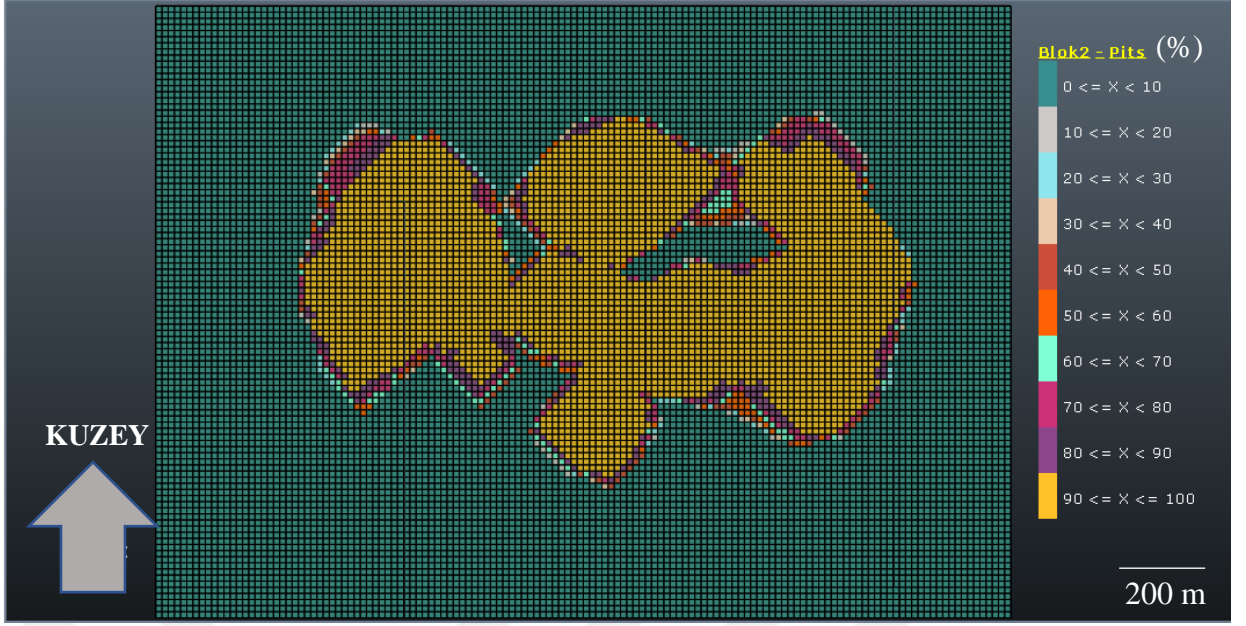


Şekil 3.49 Benzetim 25-50-75-100'e ait optimize ocakların ilk dik kesit görünümü

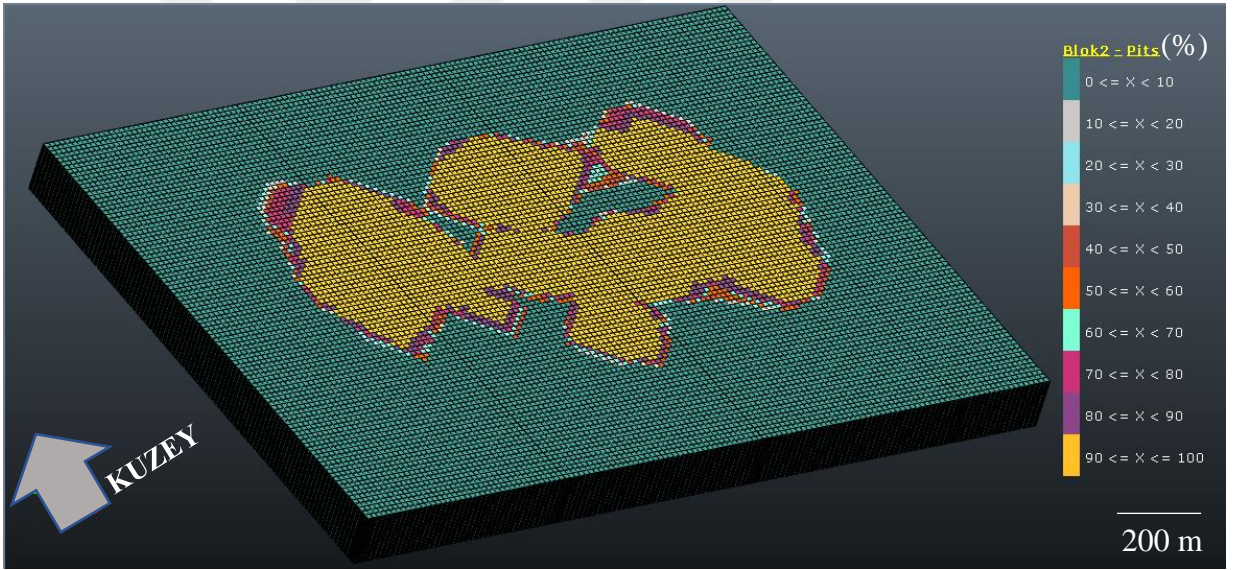


Şekil 3.50 Benzetim 25-50-75-100'e ait optimize ocakların ikinci dik kesit görünümü

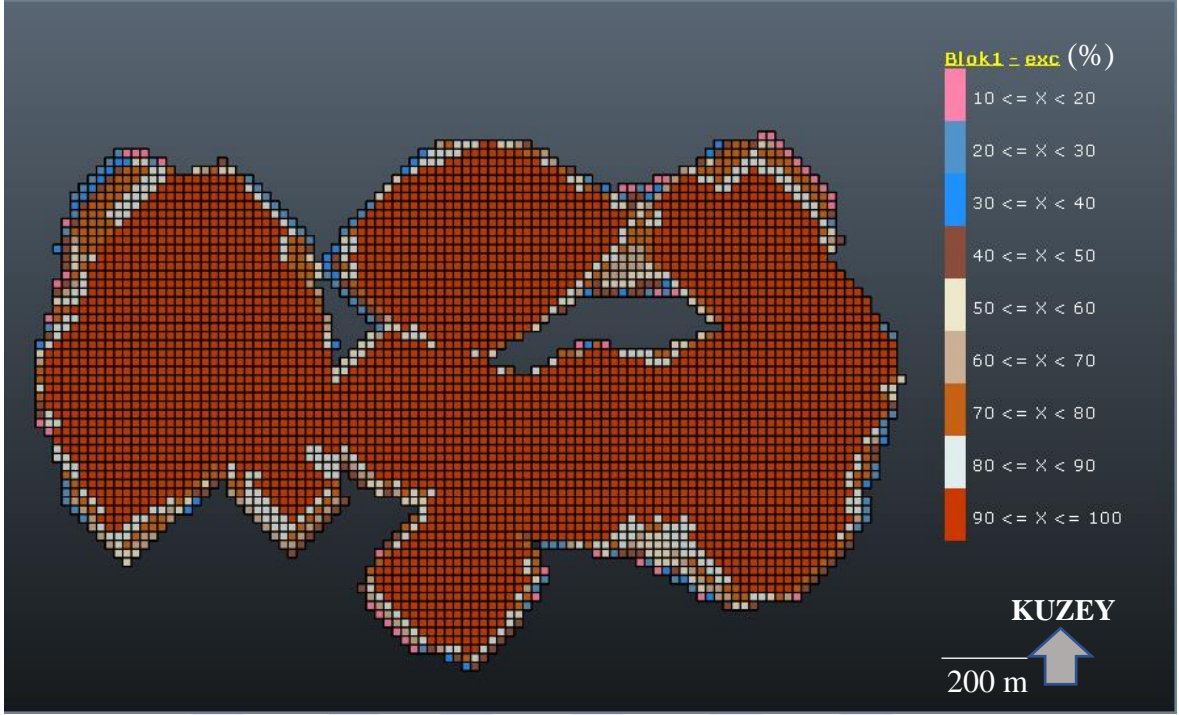
Tüm kazılma olasılıklarının haritasının plan görünümü Şekil 3.51'de, perspektif görünümü ise Şekil 3.52'de verilmiştir.



Şekil 3.51 Tüm kazılma olasılıkları haritasının plan görünümü

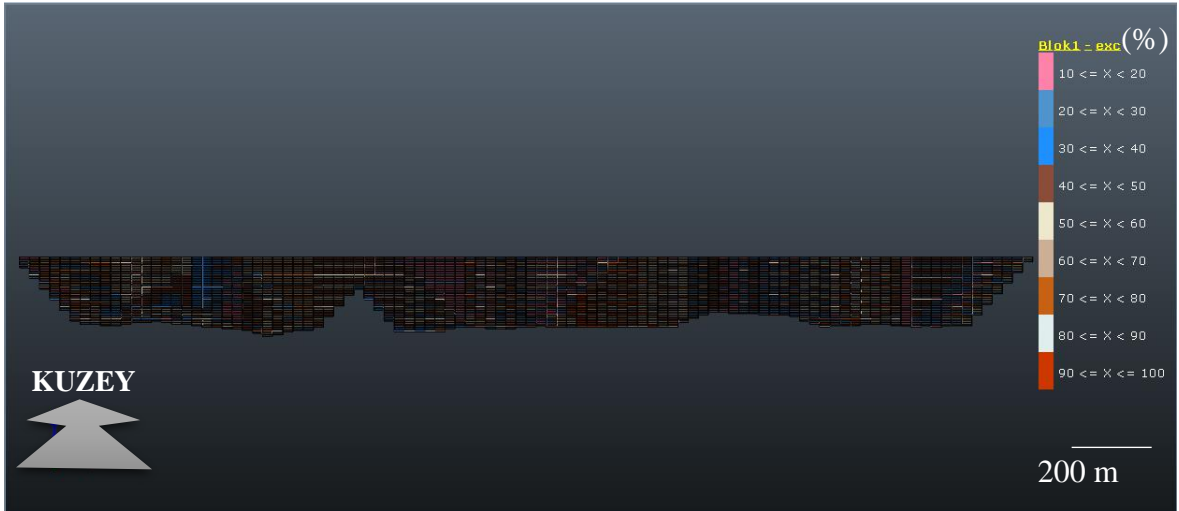


Şekil 3.52 Tüm kazılma olasılıkları haritasının perspektif görünümü



Şekil 3.53 Optimizasyon sonucu kazılma olasılığı bulunan blokların plan görünümü

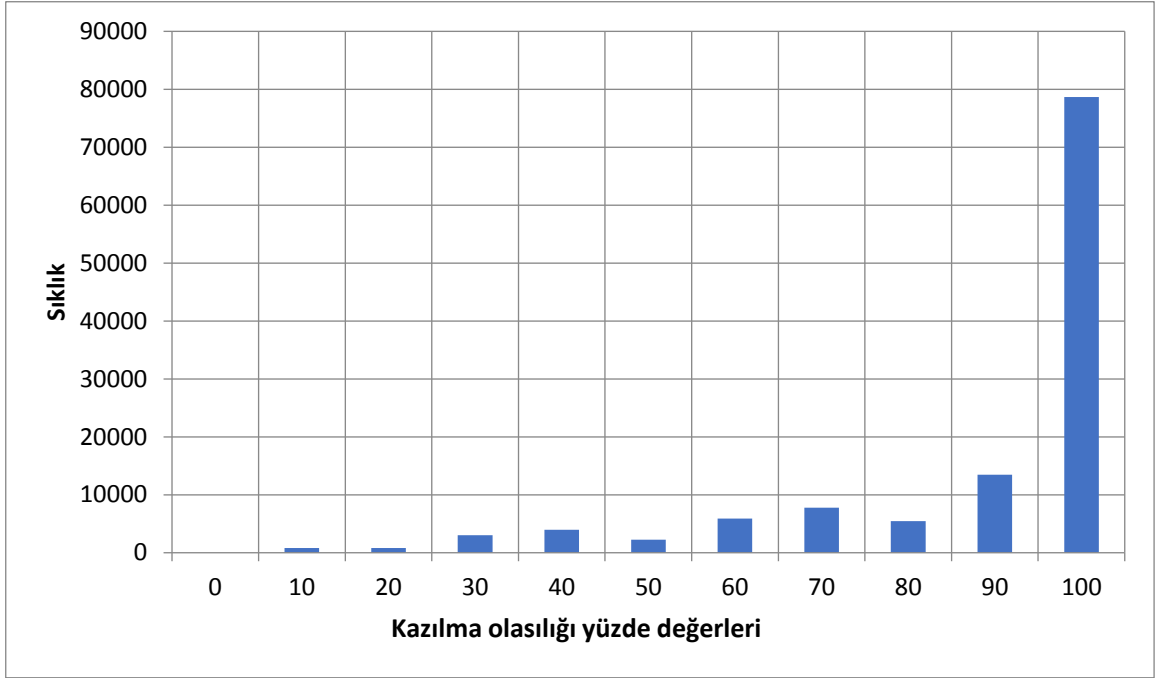
Tüm benzetimlere ait optimizasyon sonuçlarından nihai ocak sınırlarına ilişkin kazılma olasılıkları haritasında, toplam 122.198 adet blok mevcuttur ve toplam 146.637.600 m<sup>3</sup> hacme sahiptir.



Şekil 3.54 Optimizasyon sonucu Y-Z ekseninde kazılma olasılığı bulunan bloklar

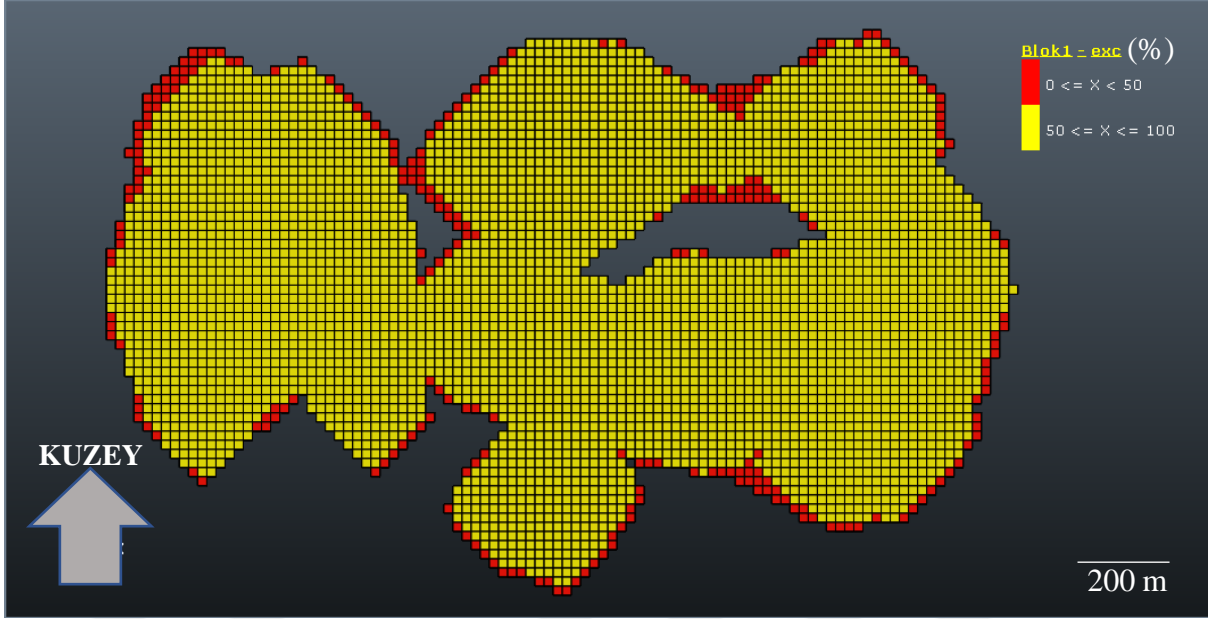
Ocak sınırlarına ve ocak tabanına inildikçe kazılma olasılıkları azalmakta ve belirsizlikler artmaktadır (Şekil 3.53) (Şekil 3.54).

Şekil 3.70’de kazılma olasılıklarına ait sıklık dağılımları incelenmiştir.



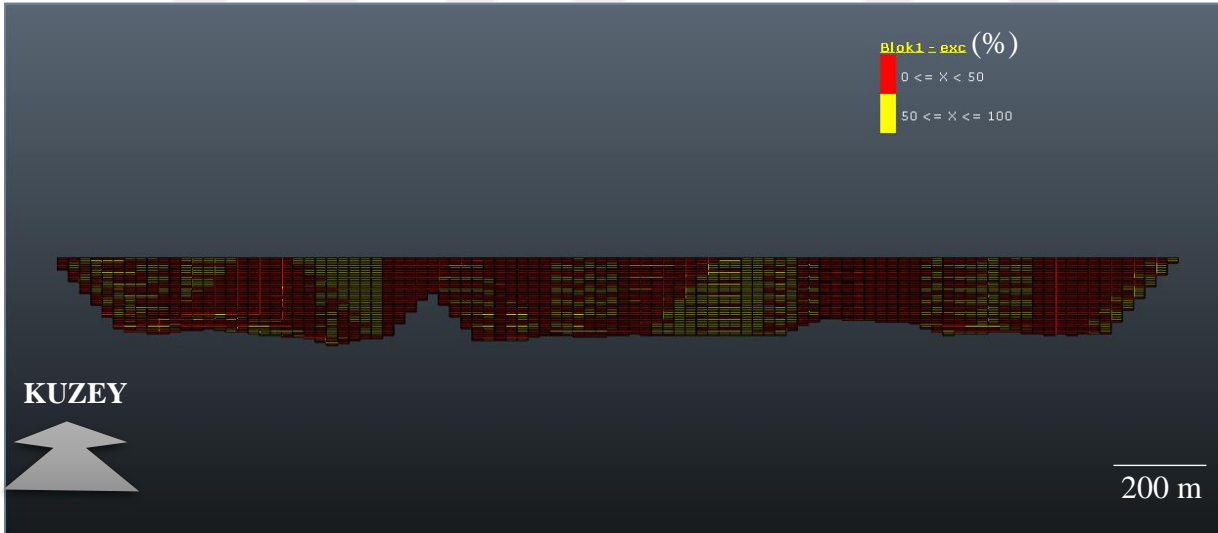
Şekil 3.55 Kazılma olasılıklarına ait sıklık dağılımları

Optimizasyon işlemi sonucu, sıklık dağılımı verilerin sol çarpık bir dağılıma sahip olduğu gözlemlenmekte ve 869.400 adet blok üzerinden 747.202 adet bloğun kazılma olasılığı bulunmamaktadır. Kazılma olasılığı bulunan blokların toplam hacmi 146,6 Milyon m<sup>3</sup> bulunmuştur. %50 üzeri ve altı kazılma olasılıklarının görünümü Şekil 3.57 ve 3.58’de verilmiştir.



Şekil 3.56 %50 altı ve üstü kazılma olasılığının plan görünümü

Nihai ocak sınırlarının belirlenmesinde %50 kazılma olasılığının altında 10.886 adet blok mevcuttur ve 13,1 Milyon m<sup>3</sup> hacme sahiptir. 133,6 Milyon m<sup>3</sup> hacme sahip 111.312 adet blok ise %50 kazılma olasılığının üzerindedir.



Şekil 3.57 %50 altı ve üstü kazılma olasılığının kesit görünümü

#### 4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Tez çalışmasında, bir altın yatağının benzetimi sonucu, tenördeki belirsizliğin açık ocak sınırları üzerindeki etkisi araştırılmış ve her bir maden bloğunun kazılma olasılıkları incelenmiştir.

Örneklemleri kompozit verilerine dayanarak modellenen altın yatağı, istatistiksel ve jeostatistiksel açıdan incelenmiştir. Kompozit verilerin tenörleri ve konumu dikkate alınarak veri tabanı ve ayrıca katı modeli NETPROMine programında oluşturulmuştur. Sınırları belirlenen cevher, SGeMS programına blok model olarak aktarılmıştır. Bölgesel değişkenliği ortaya koymada variogram tercih edilmiş ve uzaklığa bağlı ilişkisi modellenmiştir.

Benzetimlerde kestirimin aksine blokların tenörsel anlamda birden fazla gerçekleşmesi yapılabilir. Konuma bağlı değişkenliği yeniden üretecek olan veri kümeleri, ardışık gauss benzetimi, ardışık indikatör benzetimi ve doğrudan ardışık benzetim ile elde edilebilmektedir. Güvenilirliği tahmin etmek ve tenördeki belirsizliği ortaya koymak adına veri dönüşümü gerektirmeyen doğrudan ardışık benzetim yöntemi ile her bir maden bloğu için tenör aralıkları elde edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, variogram ve sıklık dağılımları ham verilerin değerlerine benzerlik göstermektedir.

Benzetilen sahanın ve ham verilerin özet istatistiklerinin benzerliği, benzetlenen verilerin ham verileri temsil etmesine tek başına yeterli değildir. Dolayısıyla, ortalamayla kontrol edilebilirlik testi ve variogramla kontrol edilebilirlik testi yapılmıştır. Benzetim 37, Benzetim 55 ve Benzetim 61 ortalamayla kontrol edilebilirlik testi sonucu %95 güven aralığı dahilinde olmaması gerekçesiyle çıkarılmış ve bu gerçeklemler yerine yeniden 3 adet gerçekleştirme benzetimlere dahil edilmiştir. Variogramla kontrol edilebilirlik testi sonucu Benzetim 16, Benzetim 53, Benzetim 78 ve Benzetim 91 yeniden üretilmiştir.

Doğruluk testlerinden geçen benzetimlerden elde edilen ortalama tenöre sahip maden blokları, ekonomik değerlere sahip bloklara dönüştürülmüştür, Lerch & Grossman açık ocak optimizasyonu sonucunda maden bloklarının kazılma olasılıkları hesaplanmıştır. Açık ocak sınırlarına ve ocak tabanına doğru gidildikçe kazılma olasılıkları azalmış ve belirsizlikler artmıştır. Dolayısıyla bu bloklardaki çalışmalar oldukça kritik bir önem arz etmektedir.

Tenör değerlerinin tahmininden öte tenör değer aralıkları tahmin edildiğinde, birden çok açık ocak geometrisi ortaya çıkmıştır, dolayısıyla farklı ekonomik önemleri ve farklı net bugünkü değerleri olacaktır. Böylece, madendeki tenör belirsizliğine karşı risk analizleri de stokastik bir yaklaşım ile yapılabilir. Tenör değişimi kaynaklı risklerin önceden belirlenmesi, mevcut kaynakların daha verimli olarak üretilmesi ve risk yönetimi daha pratik bir şekilde yapılabilecektir. Ayrıca, cevherin bulunmadığı ancak kazılma olasılıkları yüksek olan bloklar mevcuttur. Kazılma olasılıkları bulunmayan bölgelerde ana yollar, barınma yerleri ve proses tesisleri tasarlanabilir. Bu nedenle, kazılma olasılıklarının haritalandırılması, ocak tasarımı, kazı sırasını ve maden planlamasını tamamıyla etkileyecektir.

Tez kapsamında, kazılma olasılıklarının değerlendirilmesinde yatırım ve proses üretim maliyetlerindeki belirsizlikler, net bugünkü değerleri, şev açılarındaki belirsizlikler ve cevher sınırlarındaki belirsizliklerin kazılma olasılıkları üzerindeki etkisi dikkate alınmamıştır. Benzetimler sadece doğrudan ardışık benzetim yöntemiyle yapılmış olup diğer benzetim yöntemleriyle kazılma olasılıklarının çalışması kıyaslanabilir.

## KAYNAKLAR

- Annels, A. E., Design and Evaluation of Open-pit Operations, In: Mineral Deposit Evaluation, Springer, Dordrecht, **1991**.
- Armstrong, M., Basic Linear Geostatistics, Springer-Verlag, Heidelberg, Germany. **1998**.
- Atalay, F., Kopulalarla Maden Kaynak Kestirimi, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara **2015**.
- Atalay, F., Madenoğlu, S., Erpul G., Uncertainty assessment of soil erodibility by direct sequential Gaussian simulation (DSIM) in semiarid land uses, Elsevier, Ankara **2020**.
- Atalay, F., Türkiye Tersiyer Kömürlerinin Jeostatistiksel Olarak İncelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara **2011**.
- Bourgault, G., Using non-Gaussian distributions in geostatistical simulations, Mathematical Geology, 29(3), p. 315 – 334, **1997**.
- Caers, J., Adding Local Accuracy to Direct Sequential Simulation, Mathematical Geology, Vol. 32, No. 7, **2000a**.
- Dagdelen, K., Open Pit Optimization - Strategies for Improving Economics of Mining Projects through Mine Planning, 17th International Mining Congress and Exhibition of Turkey, 117-121, **2001**.
- Deutsch C. V., Tran T. T., Xie Y. L., An Approach to Ensure Histogram Reproduction in Direct Sequential Simulation, Center for Computational Geostatistics Annual Report Papers **2001**.
- Deutsch C. V., Tran T. T., Xie Y. L., Direct Geostatistical Simulation With Multiscale Well, Seismic, and Production Data, **2001**.
- Dimitrakopoulos R., Farrelly C. T., Godoy M., Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design, **2002**.
- Emery, X., Paravarzar, S., Madani, N., Comparing sequential Gaussian and turning bands algorithms for cosimulating grades in multi-element deposits Elsevier, Chile, **2015**.
- Emery, X., Statistical tests for validating geostatistical simulation algorithms, Elsevier, Chile, **2008a**.
- Ertunç, G., Kovaryans Eşlemeli Krigleme Yöntemi İle Kaynak Kestirim, Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara **2013**.
- Geovaaerts P., Geostatistics for Natural Resources Evaluations, New York, Oxford University Press, 496 p, **1997**.
- Hustrulid, W., Kuchta, M., Martin, Open Pit Mine Planning & Design R., CRC Press, London, 3rd Edition, p1308, **2013**.
- Journel A. G., Ore Grade Distributions And Conditional Simulations - Two Geostatistical Approaches, In: M. Guarascio, M. David and C. Huijbrechts (Editors), Advanced

- Geostatistics in the Mining Industry, D. Reidel Publishing Company Dordrecht, Boston, 195-202, **1974**.
- Journel, A. G., Modeling uncertainty: some conceptual thoughts, in Dimitrakopoulos, R., ed., Geostatistics for the Next Century: Kluwer Academic Pub., Dordrecht, The Netherlands, p. 30–43, **1994**.
- Journel, A.G., & Huijbregts, Ch.J., Mining Geostatistic, Academic Press, San Diego, p 600, **1978**.
- Journel, A.G., Geostatistics for conditional simulation of ore bodies, Economic Geology 69, 673–687, **1974**.
- Journel, A.G., Posa, D. Characteristic behavior and order relations for indicator variograms. Math Geol 22, 1011–1025, **1990**.
- Khalokakaie R., Dowd P. A., Fowell R. J., Lerch & Grossman algorithm with variable slope angles, Mining Technology, Transactions of Institutions of Mining and Metallurgy: Section A, Volume 109, 77-85, **2002**.
- Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Jr., Vecchi M. P., Optimization by Simulated Annealing, Science, 220, 671-680, **1983**.
- Köse, M., Yaşam için Maden, [https://madencilikturkiye.com/wp-content/uploads/2019/08/Yasam\\_icin-maden\\_2\\_Bas%C4%B1m\\_www.madencilikturkiye.com\\_.pdf](https://madencilikturkiye.com/wp-content/uploads/2019/08/Yasam_icin-maden_2_Bas%C4%B1m_www.madencilikturkiye.com_.pdf) (Erişim tarihi: **02.06.2021**).
- Krige, D. G., & Assibey-Bonsu, W., Practical problems in the estimation of recoverable reserves when using simulation or block kriging techniques. Conditional Simulation Conference, Perth, Australia, **1999a**.
- Krige, D. G., Half A Century Of Geostatistics From A South African Perspective, Keynote address, 6th International Geostatistical Congress, South Africa, **2000**.
- Krige, D.G., A statistical analysis of some of the borehole values in the Orange Free State goldfield. J.Chem. Metall. Min. Soc. S.Afr., Sept. 47– 64, **1952**.
- Krige, D.G., A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand.J.Chem.Metall.Min.Soc.S.Afr., 119–139, **1951**.
- Krige, D.G., A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand.J.Chem.Metall.Min.Soc.S.Afr., 119–139, **1951**.
- Krige, D.G., Conditional Bias and Uncertainty of Estimation in Geostatistics. Keynote address for APCOM'99 International Symposium, Colorado School of Mines, Golden, October 1999, **1999b**.
- Krige, D.G., Essential basic concepts in mining geostatistics and their links with geology and classical statistics. Geo-Congress 1998, Pretoria, South Africa, July 1998. Journal of the Geological Society of South Africa, 1999,102(2), 147-151, **1998**.
- Krige, D.G., The development of statistical models for gold ore valuation in South Africa. Sixth International Mining Congress, Madrid, **1970**.
- Krige, D.G., The use of the Principal Components technique to define anisotropy details for spatial structures. APCOM'99 International Symposium, Colorado School of Mines, Golden, October 1999, **1999c**.
- Krige, D.G., Watson, M.I., Oberholzer, W.J., duToit, S.R. The use of contour surfaces as predictive models for ore values. A decade of Digital Computing in the Mineral

- Industry, SAIME, Port City Press, Baltimore, 1969, pp.127/161, 8th APCOM Symposium, Salt Lake City, **1969**.
- Kumral M., Dowd P. A., A simulated annealing approach to mine production scheduling, *Journal of the Operational Research Society* (2005) 56, 922–930, **2004**.
- Lerchs, H. & Grossmann, I. F., Optimum Design of Open Pit Mines, *Canadian Institute of Mining Bulletin*. Vol. 58, no. 633, Jan., pp. 47-54, **1965**.
- Matheron G., Estimating and choosing, Springer-Verlag, Berlin, 141 p., **1989**.
- Matheron G., Principles of Geostatistics, *Economic Geology*, 58, s. 1246 – 1266, **1963**.
- Matheron, G., Kriging or Polynomial Interpolation Procedures?. *Canadian Min. Metall. Bull.*, Sept. 1967, **1967**.
- Matheron, G., La théorie des variables régionalisées et ses applications., *Les cahiers du CMM de Fontainebleau*, Fasc. 5, Ecole des Mines de Paris, **1971**.
- Phillips D. A., Optimum Design of an Open Pit, in *Proceedings of the 10th APCOM Symposium* (eds M. G. D. Salamon and F. H. Lancaster), South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, pp. 145-147, **1972**.
- Rossi, E. M., Deutsch C. V., *Mineral Resource Estimation* New York Springer, **2004**.
- Sefarini, P., *Simulated Annealing For Multi Objective Optimization Problems*, **1994**.
- Sinclair, A. J., Blackwell, G. H., *Mining Geostatistic, Applied Mineral Inventory Estimation*, Academic Press, San Diego **2002**.
- Soares, A. *Direct Sequential Simulation and Cosimulation*, *Mathematical Geology*, Vol. 33, No. 8, November 2001, **2001**.
- Soares, A., *Direct sequential simulation and cosimulation*. *Mathematical Geology* 33 (8), 911–926, **2001**.
- Soares, A., *Sequential indicator simulation with correction for local probabilities: Math. Geology*, v. 30, no. 6, p. 761–765, **1998**.
- Stuart, N.J., Pit optimisation using solid modelling and the Lerchs Grossman algorithm, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 6:1, 19-29, **1992**.
- Tercan, A. E., Akcan, E., Assessment of uncertainty associated with grade–tonnage curves using geostatistical simulation, *Mining Technology*, 113:2, 129-136, **2004**.
- Tercan, A. E., Sohrabian B., Multivariate geostatistical simulation of coal quality data by independent components, *International Journal Of Coal Geology*, Elsevier B.V, 53-66, **2013**.
- Tran, T.T., Deutsch, C.V., Xie, Y., *Direct geostatistical simulation with multiscale well, seismic, and production Data*. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, September 30–October 3, **2001**.
- Webster, R., Oliver, M., *Geostatistics for Environmental Scientists Statistics in Practice*. Wiley, Chichester, 271 p., **2001**.