

T.C.
YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

İKİ PARAMETRELİ WEIBULL DAĞILIMI VE PARAMETRE TAHMİNLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN: KASIM MANSIZ
DANIŞMAN: DOÇ. DR. H. ERAY ÇELİK

VAN-2014

T.C.
YÜZÜNCÜ YIL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

İKİ PARAMETRELİ WEIBULL DAĞILIMI VE PARAMETRE TAHMİNLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN: KASIM MANSIZ

VAN-2014

KABUL VE ONAY SAYFASI

Matematik Anabilim Dalı'nda Doç. Dr. H. Eray Çelik danışmanlığında, Kasım Mansız tarafından sunulan “**İki Parametrelili Weibull Dağılımı ve Uygulamaları**” isimli bu çalışma Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili hükümleri gereğince 24 / 03 / 2014 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile başarılı bulunmuş ve Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan:

Prof. Dr. Cemil TUNÇ

İmza:

Üye:

Doç. Dr. H. Eray ÇELİK

İmza:

Üye:

Yard. Doç. Dr. Hatice TAŞKESEN

İmza:

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 18/ 04 / 2014 tarih ve 2014 / 16-I sayılı kararı ile onaylanmıştır.

İmza

Prof. Dr. Turgut AYGÜN

Enstitü Müdürü

ÖZET

İKİ PARAMETRELİ WEIBULL DAĞILIMI VE PARAMETRE TAHMİNLERİ

MANSIZ, Kasım

Yüksek Lisans Tezi, Matematik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı. Doç. Dr. H. Eray Çelik

Nisan 2014, 105 sayfa

Bu çalışmada, Weibull Dağılımı için parametre tahminlerinin elde edilmesinde En Çok Olabilirlik Yöntemi, çeşitli kısıtlamalarla elde edilen En Küçük Kareler Yöntemi(leri) ve Momentler Yöntemi karşılaştırılmıştır. Ele alınan bu yöntemler kullanılarak Weibull dağılımının iki farklı kuramsal yapısı için parametre tahminlerini elde etmek üzere MATLAB programında veri türetilmiştir. Veriler türetilirken farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılmıştır. Öncelikle Weibull Dağılımı şekil ve ölçek parametrelerine bağlı esnek bir dağılımdır. Weibull Dağılımın formal yapısından kaynaklanan durumundan dolayı normal dağılıma göre sola çarpık ve sağa çarpık olma durumuna göre beşer farklı örneklem büyüklüğünde veri türetilmiştir.

Bu tez beş bölümden oluşmaktadır. İlk bölüm giriş bölümü olup, bu bölümde Weibull Dağılımının tarihi gelişimi ve çeşitli özellikleri verilmiştir. İkinci bölümde materyal ve yöntem ele alınmıştır. Üçüncü bölümde Weibull Dağılımı ve yukarıda zikredilen parametre tahmin metodlarının teorik bilgileri ele alınmıştır. Dördüncü bölümde, üçüncü bölümde verilen teorik bilgilerin uygulamaları ele alınmıştır. Beşinci bölümde tartışma ve sonuçlar ele alınmıştır.

Toplam Sapma değerleri ele alındığında en iyi tahmin yönteminin En Küçük Kareler (EKK2) metodu olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Weibull Dağılımı, Maksimum Olabilirlik Metodu, En Küçük Kareler Metodu, Momentler Metodu

ABSTRACT

TWO-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTIONS AND PARAMETER ESTIMATIONS

MANSIZ, Kasım

Msc Thesis, Department of Mathematic

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. H. Eray Çelik

April 2014, 105 Pages

In this study, Maximum Likelihood Method, Least Squares Method (s) obtained with various restrictions and Method of Moments have been compared to obtain parameter estimates for Weibull Distribution. Using these methods, data have been derived in MATLAB program to obtain estimates for the parameters for two separate formal structures of the Weibull distribution. While deriving data, Weibull probability density function having different shapes and scale parameters has been used. First, the Weibull distribution is a flexible distribution dependent on the shape and scale parameters. Because of the formal structure of the distribution, five different sample sizes have been derived depending on the normal distribution whether left or right skewed.

This thesis consists of five parts. The first part discusses historical development of Weibull distribution. The second part discusses material and method. The third part the Weibull Distribution and theoretical knowledge of the parameter estimation methods mentioned above. The fourth part emphasizes on practice of the theoretical knowledge in the third part. The fifth part discusses argument and results.

Given the Total Deviation value, the best estimation method appears to be the Least Square Method (EKK2).

Key words: Weibull Distribution ,Maximum Likelihood Estimation, Least Squares Method, Method of Moment

ÖN SÖZ

Bu çalışmamın her aşamasında yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyerek bana destek olan ve ufkumu genişleten değerli hocam Sayın Doç. Dr. H. Eray Çelik'e teşekkürü bir borç bilirim.

Fen Fakültesi Dekanı Sayın Prof. Dr. Cemil Tunç'a bana olan güven ve inancından dolayı şükranlarımı sunarım.

Sayın Yard. Doç. Dr. M. Nuri Almalı' ya bu çalışmama yapmış olduğu katkılarından dolayı teşekkür ederim.

Eğitim-öğretim hayatım boyunca büyük bir sabır gösterip maddi ve manevi desteklerini benden esirgemeyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Kasım MANSIZ

Nisan 2014

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	iii
ÖNSÖZ	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
EKLER DİZİNİ	xv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xvii
1. GİRİŞ VE LİTERATÜR BİLDİRİŞİ	1
2. MATERYAL VE YÖNTEM	3
3. WEIBULL DAĞILIMI.....	5
3.1. Üç Parametrelili Weibull Dağılımı	5
3.2. İki ve Bir Parametrelili Weibull Yoğunluk Fonksiyonu	10
3.3. Rassal Değişkenin Ömür Süresi Fonksiyonunun Tanımlanması	12
3.4. İndirgenmiş Weibull Yoğunluğunun Analizi	14
3.5. İki Parametrelili Weibull Dağılımı.....	19
3.5.1. İki Parametrelili Weibull Dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu.....	20
3.5.2. İki Parametrelili Weibull Dağılımının beklenen değeri	20
3.5.3. İki Parametrelili Weibull Dağılımının varyansı	21
3.5.4. İki Parametrelili Weibull Dağılımının görelili simetri ölçüsü.....	24
3.5.5. İki Parametrelili Weibull Dağılımının basıklık ölçüsü	24
3.5.6. İki Parametrelili Weibull Dağılımının medyan değeri	24
3.5.7. İki Parametrelili Weibull Dağılımının medyan değeri	25
3.6. İki Parametrelili Weibull Dağılımının Parametre Tahminleri.....	25
3.6.1. En Çok olabilirlik yöntemi	25
3.6.1.1. Weibull parametrelerinin en çok olabilirlik yöntemi ile tahmini...27	
3.6.2. Eğri uydurma.....	31
3.6.2.1. En küçük kareler yöntemi	31

3.6.2.2. Weibull parametrelerinin en küçük kareler yöntemi ile tahmini...	33
3.6.3. Momentler yöntemi.....	35
3.7. Model İçin Uyum Kriteri.....	37
4. UYGULAMALAR	38
4.1. Uygulama 1	38
4.2. Uygulama 2	44
4.3. Uygulama 3.....	49
4.4. Uygulama 4.....	54
4.5. Uygulama 5	59
4.6. Uygulama 6.....	63
4.7. Uygulama 7.....	69
4.8. Uygulama 8	73
4.9. Uygulama 9.....	78
4.10. Uygulama 10.....	83
5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	88
KAYNAKLAR.....	91
EKLER.....	93
ÖZGEÇMİŞ.....	105

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 3.1. Konum parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği	6
Şekil 3.2. Ölçek parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği	8
Şekil 3.3. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği.....	10
Şekil 3.4. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği $c \rightarrow 0$	17
Şekil 3.5. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği $c \rightarrow \infty$	18
Şekil 3.6. Eğri uydurma grafiği.....	32
Şekil 4.1. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği	39
Şekil 4.2. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.....	40
Şekil 4.3. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	43
Şekil 4.4. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.....	44
Şekil 4.5. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.....	46
Şekil 4.6. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	48
Şekil 4.7. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	49
Şekil 4.8. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.....	51
Şekil 4.9. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	53
Şekil 4.10. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 veri için	

Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.....	54
Şekil 4.11. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.....	56
Şekil 4.12. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.....	58
Şekil 4.13. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	59
Şekil 4.14. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.....	60
Şekil 4.15. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	62
Şekil 4.16. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	63
Şekil 4.17. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği	64
Şekil 4.18. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği	65
Şekil 4.19. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	67
Şekil 4.20. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	68
Şekil 4.21. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği	70
Şekil 4.22. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	72
Şekil 4.23. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	73
Şekil 4.24. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği	75
Şekil 4.25. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	77
Şekil 4.26. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 veri için	

Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	78
Şekil 4.27. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği	79
Şekil 4.28. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.....	82
Şekil 4.29. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği	83
Şekil 4.30. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği	84
Şekil 4.31. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği	86
Şekil 4.32. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.....	87

ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa

Çizelge 4.1. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için parametre tahminleri	39
Çizelge 4.2. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	41
Çizelge 4.3. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için güven aralıkları.....	42
Çizelge 4.4. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için parametre tahminleri	45
Çizelge 4.5. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	46
Çizelge 4.6. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için güven aralıkları	47
Çizelge 4.7. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için parametre tahminleri	50
Çizelge 4.8. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	51
Çizelge 4.9. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için güven aralıkları	52
Çizelge 4.10. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için parametre tahminleri	55
Çizelge 4.11. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	57
Çizelge 4.12. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için güven aralıkları	57
Çizelge 4.13. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için parametre tahminleri.....	60
Çizelge 4.14. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	61
Çizelge 4.15. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için parametre tahminleri.....	60

tane veri için güven aralıkları.....	62
Çizelge 4.16. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için parametre tahminleri	64
Çizelge 4.17. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	66
Çizelge 4.18. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için güven aralıkları	67
Çizelge 4.19. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için parametre tahminleri	69
Çizelge 4.20. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	71
Çizelge 4.21. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için güven aralıkları.....	72
Çizelge 4.22. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için parametre tahminleri	74
Çizelge 4.23. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için tanımlayıcı istatistikler.....	75
Çizelge 4.24. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için güven aralıkları.....	76
Çizelge 4.25. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için parametre tahminleri	79
Çizelge 4.26. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	80
Çizelge 4.27. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için güven aralıkları	81
Çizelge 4.28. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için parametre tahminleri	84
Çizelge 4.29. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için tanımlayıcı istatistikler	85
Çizelge 4.30. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için güven aralıkları	86

EKLER DİZİNİ

	Sayfa
MLE.m dosyası	93
EKK.m dosyası	96
MOM.m dosyası	99
Standartnorm.m dosyası	102

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
a	Weibull Dağılımının konum parametresi
α_3 Ölçüsü(Çarpıklık)	İki Parametrelili Weibull Dağılımı'nın Görelili Simetri
α_4	İki Parametrelili Weibull Dağılımı'nın Basıklık Ölçüsü
b	Weibull Dağılımının ölçek parametresi
c	Weibull Dağılımının şekil parametresi
$F(x)$	Weibull Dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu
$f(x)$	Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu
$L(\theta; x)$	θ nın olabilirlik fonksiyonu
Γ	Gamma fonksiyonu
Ψ	Digamma fonksiyonu
m_r	Weibull Dağılımının r .dereceden sıfır etrafındaki momenti
μ_r	Weibull Dağılımının r .dereceden ortalama etrafındaki momenti
Kısaltmalar	Açıklama
EKK1	$F_i = \frac{i-0.5}{n}$ eşitliği kullanılarak En Küçük Kareler tahmini yapma
EKK2	$F_i = \frac{i}{n+1}$ eşitliği kullanılarak En Küçük Kareler tahmini yapma
EKK3	$F_i = \frac{i-0.3}{n+0.4}$ eşitliği kullanılarak En Küçük Kareler tahmini yapma
EKK4	$F_i = \frac{i-0.46}{n+0.25}$ eşitliği kullanılarak En Küçük Kareler tahmini yapma
MLE	En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood Estimation) yöntemi
MOM	Momentler Metodu
TD	Toplam Sapma değeri

1. GİRİŞ VE LİTERATÜR BİLDİRİŞLERİ

Weibull dağılımı ilk olarak 1939 yılında, dağılıma ismini veren İsveçli fizikçi, Walodi Weibull tarafından, materyallerin bozulma sürelerinin gösteriminde kullanılmıştır. Bu çalışma, modelin farklı karakterli birçok veri kümesi üzerindeki etkinliğini gösteren bir çalışmadır.

Walodi Weibull, 1951 yılında İngiltere’de yaptığı çalışmalarında, dağılımı; kalite kontrolünde, binaların ekonomik ömrü ve fabrika üretimi ile ilgili olarak kullanmıştır. Modeli, farklı bilim dallarına ait veri kümelerine uygulamış ve böylelikle farklı uygulama alanları üzerinde modelin çok yönlülüğünü göstermiştir. Benzer bir model, Rosen ve Rammler tarafından, 1933 yılında, moleküller ile ilgili bir çalışmada kullanılmıştır. Weibull dağılımından söz eden en eski yayın,1928’de Fisher ve Tippett tarafından yayınlanmıştır (Moss, 2005).

Weibull; dağılımı öneren ilk insan olmamasına rağmen, modelin etkinliğinin ve uygulamalardaki çok yönlülüğünün vurgulanmasına en çok katkısı olan kişidir. Günümüzde çok geniş bir uygulama alanına sahip olan Weibull dağılımının, kalite kontrol ve güvenilirlik çalışmalarında kullanılması Kao tarafından savunulmuştur. 1958 yılında Kao, radyo lambalarının bozulma sürelerinin gösteriminde, Weibull dağılımını kullanmıştır. Ayrıca Lieblein ve Zelen 1956 yılında bilyeli yatakların bozulma sürelerinin gösteriminde Weibull dağılımını kullanmıştır. A.Berretoni 1964 yılında, kimyasal aşınma testlerindeki (korozyon testi) çoğu uygulamaları, Weibull dağılımı ile tanımlamıştır.

Weibull dağılımı, son dönemlerde bozulma süresi dağılımlarının en popüler üyesi haline gelmiştir. Plait (1962), Thompson (1969); bozulma durumunda dağılımın çok çeşitli uygulamalarını ele almıştır. Ayrıca elektronik parçalarda, yarı iletken cihazlarda, foto iletken hücrelerde, kondansatörlerde ve çeşitli biyolojik organizmalarda bozulma sürelerinin çözümlenmesinde Weibull dağılımı kullanılmıştır. 1970’ li yılların başından itibaren Weibull dağılımı sismik risk analizinde de kullanılmaya başlanmıştır. Hagiwara (1974) ve Rikitake (1975) deprem oluşumu için, Fischer ve Chov (1975) sismik risk saptanmasında Weibull dağılımından yararlanmışlardır (Moss, 2005).

Günümüzde Weibull dağılımı bozulma durumu uygulamalarının dışında bekleme modellerinde, yaşam tablolarının analizinde, salgın hastalıkların sürme zamanının bulunmasında, deprem riskinin saptanmasında ve finansal uygulamalarda yani rassal değişkenin pozitif değerler aldığı durumlarda kullanılabilirliğinden dolayı istatistiksel dağılımlar arasında popüler dağılımlardan biri haline gelmiştir.

Bu çalışma, konu ile ilgili yayınlanmış literatür taranıp ilgili çalışmalar incelenerek hazırlanacaktır. Çalışmanın ilk bölümünde tez konusu ile ilgili olan bazı temel kavramlar verilecektir. Sonraki bölümlerde son yıllarda geliştirilen parametre tahmini ve güven aralıklarının oluşturulmasına yönelik ve benzetim algoritmaları genel bir çerçevede incelenip, geliştirilen bilgisayar programlarında Weibull Dağılımına uygun veriler üzerinde uygulamaları gösterilecektir.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

Weibull dağılımı şekil parametresine bağlı olarak farklı şekiller alabilen oldukça esnek bir dağılımdır. Weibull dağılımının şekil ve ölçek parametresinin tahmin edilmesinde farklı tahmin metotları kullanılmaktadır. Bu tahmin metotlarında En Çok Olabilirlik (MLE), Momentler Metodu (MOM) ve En Küçük Kareler (EKK) en sık kullanılan tahmin metotlarıdır. En küçük kareler metodunda çeşitli kısıtlamalar ile elde edilen dört farklı (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4) tahmin metotları kullanılmıştır. Çalışmamızda altı farklı tahmin metodu ile parametrelerin kestirim değerleri elde edilecek ve bunların etkinlikleri istatistiksel testlerle karşılaştırılacaktır. Son olarak MATLAB’ da yapılan simulasyon sonucunda etkin tahmin yönteminin elde edilmesi de sağlanacaktır.

Weibull Dağılımı’nın parametre tahminleri için En Çok Olabilirlik Yöntemi (MLE), En Küçük Kareler (EKK) ve Momentler Metodu (MOM) ele alınmıştır. En küçük kareler metodu için bazı kısıtlamalar yapılmıştır. EKK1 için F_i ‘lerin simetrik rank değerlerini kullanarak ortalama değerleri kullanılarak $F_i = (i - 0.5)/n$ formülü kullanılmıştır. EKK2 yöntemi için F_i ‘lerin ortalama değerleri kullanılarak $F_i = i/(n + 1)$ formülü kullanılmıştır. EKK3 yöntemi için F_i ‘lerin medyan değerleri kullanılarak $F_i = (i - 0.3)/(n + 0.4)$ formülü kullanılmıştır. EKK4 yöntemi için F_i ‘lerin mod değerleri kullanılarak $F_i = (i - 0.46)/(n + 0.25)$ formülü kullanılmıştır.

Uygulamalarda altı farklı tahmin tekniği kullanılarak Weibull dağılımının iki farklı kuramsal yapısı için parametre tahminlerini elde etmek üzere MATLAB programında veri türetilmiştir. Veriler türetilirken farklı şekil ve ölçek parametrelerime sahip Weibull olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılmıştır.

Öncelikle Weibull Dağılımı şekil ve ölçek parametrelerine bağlı esnek bir dağılımdır. Dağılımın kuramsal yapısından kaynaklanan durumundan dolayı normal dağılıma göre sola çarpık ve sağa çarpık olma durumuna göre beşer farklı örneklem büyüklüğünde veri türetilmiştir.

Veriler türetilirken farklı şekil ve ölçek parametrelerime sahip Weibull olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılmıştır.

En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklükleri 50, 100, 200, 400, 1000 adet veri türetilmiştir.

Bu verilere ait yukarıda zikredilen parametre tahmin yöntemlerine karşılık şekil ve ölçek parametreleri tahminleri, toplam sapma değerleri, ortalamaları, standart sapmaları, mod değerleri, medyan değerleri, çarpıklık değerleri, basıklık değerleri, ölçek ve şekil parametre tahminlerinin güven aralıkları değerleri hesaplanmıştır.

3. WEİBULL DAĞILIMI

Weibull Dağılımı olasılık dağılımları içinde önemli bir yere sahiptir. Weibull Dağılımı kalite kontrolü ve güvenilirlik, binaların ekonomik ömrü, sismik risk analizlerinde, meteorolojide hava tahmin modellemelerinde, radar sistemlerinin modelleme alanlarında, rüzgar hızı dağılımını tanımlamada ve birçok alanda kullanılmaktadır. Weibull dağılımı kullanım alanlarına göre iki veya üç parametrelili olmak üzere uygulanabilen çok yönlü bir dağılımdır (Moss, 2005).

3.1. Üç Parametrelili Weibull Dağılımı

X rassal değişkeni Weibull dağılımına sahip ise, X 'in Üç parametrelili Weibull Dağılımı olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$f_X(x|a, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right), \quad x \geq a \quad (3.1)$$

Weibull dağılımının en genel formu (3.1) denklemdir ve $X \sim We(a, b, c)$ şeklinde gösterilir. Yukarıdaki parametreler;

x : Olaylar arasında geçen zaman,

a : Konum parametresi, $a \geq 0$

b : Ölçek parametresi, $b > 0$

c : Şekil parametresi, $c > 0$

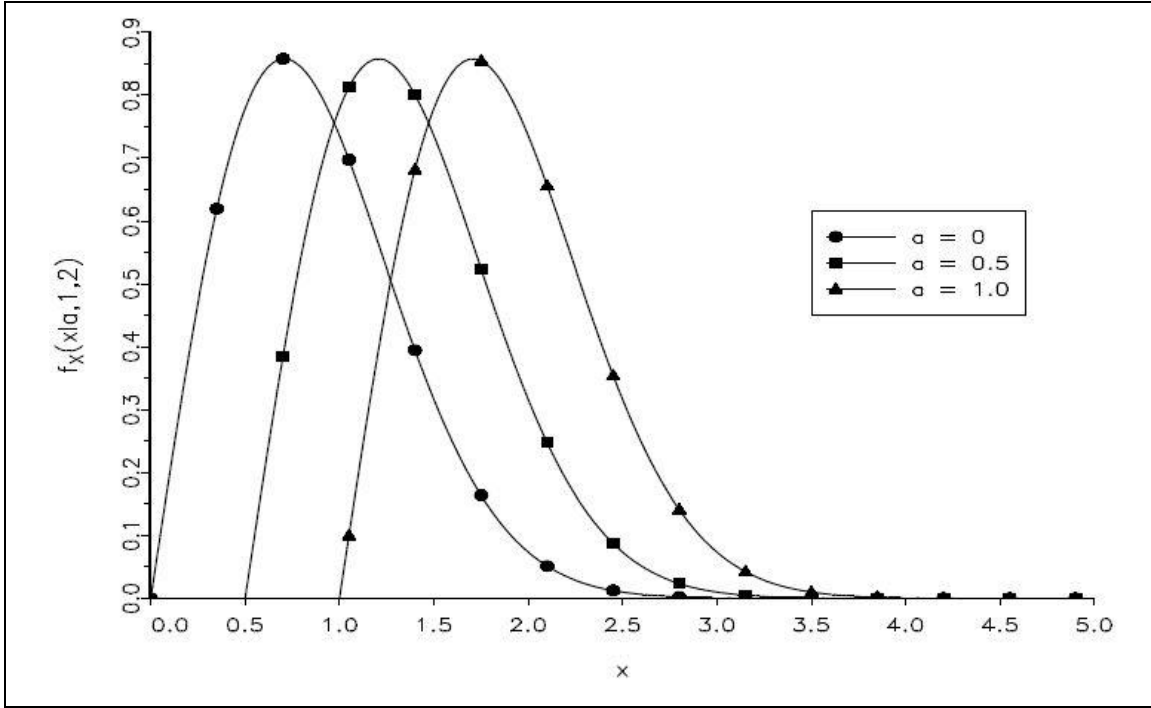
dir.

İlk parametre a, IR üzerinde tanımlanır. Konum parametresi olarak adlandırılır. (3.1) formülünden tanımlandığı üzere $a, x \geq a$ şartından dolayı IR üzerinde değil de daha küçük olan $[0, \infty)$ aralığı üzerinde tanımlanır (Johnson ve ark, 1994).

Diğer parametreler sabit bırakılıp a değiştirilirse yoğunluk fonksiyonunun grafiği eksen üzerinde paralel hareket eder (Şekil 3.1 de $f_X(x|a,1,2)$, $a = 0, 0.5$ ve 1 için). a 'nın artırılması veya azaltılması yoğunluk fonksiyonunun hareketini sağa veya sola hareket ettirir. İfade edilirse

$$f_X(x|a, b, c) = f_X(x - \delta|a + \delta, b, c) \quad (3.2a)$$

$$f_X(x|a, b, c) = f_X(x - a|0, b, c) \quad (3.2b)$$



Şekil 3.1. Konum parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği (Rinne, 2009).

İkinci parametre b $(0, \infty)$ aralığında tanımlanır, ölçek parametresi ya da karakteristik ömür olarak da adlandırılır. Diğer parametreler sabit iken b parametresi değiştirilirse yoğunluk fonksiyonunun yönü x eksenine yakınlaşıp uzaklaşır (Şekil 3.2 : $f_X(x|0, b, 2)$, $b = 0.4, 1, 1.2, 2, 3$) (Rinne, 2009).

b parametresinin artırılması yoğunluk fonksiyonunu basıklığını, azaltılması yoğunluk fonksiyonunun esnekliğini (esnemesini) zıt yönlerde hareket ettirir. b 'nin büyümesi veya küçülmesi X 'in değişiminin daha büyümesine veya küçülmesine neden olur. Biçimsel olarak b 'nin ölçekleme fonksiyonu

$$f_X(x|a, b, c) = \delta f_X([x - a]\delta + a|a, b\delta, c), \quad \delta > 0 \quad (3.3a)$$

özel olarak,

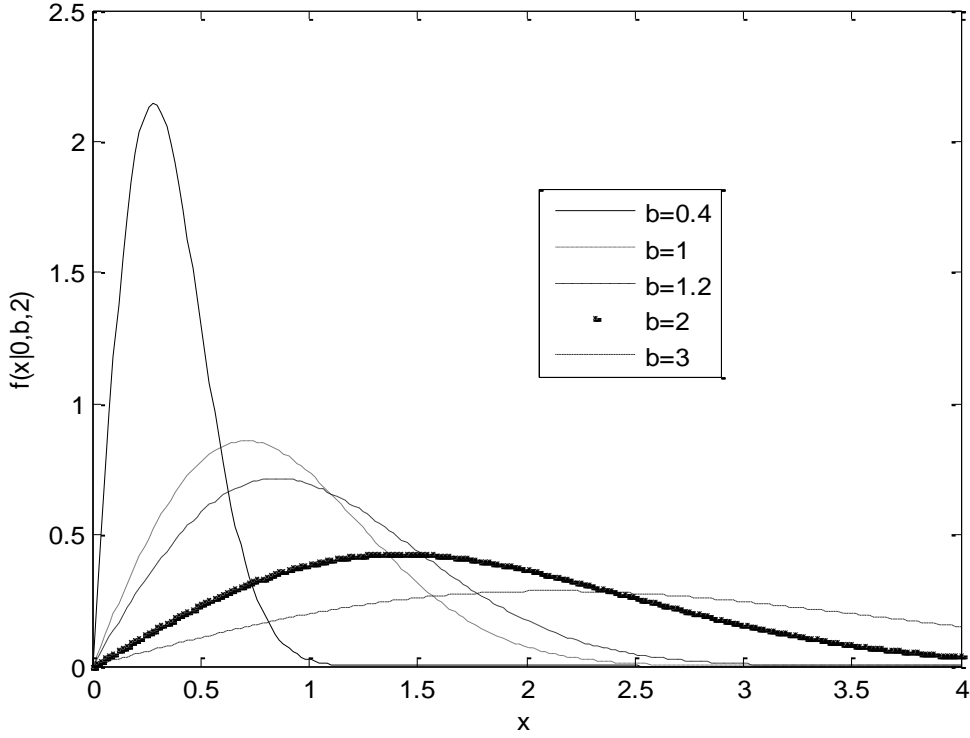
$$f_X(x|0, b, c) = \frac{1}{b} f_X\left(\frac{x}{b} \mid 0, 1, c\right) \quad (3.3b)$$

x yaşam süresinin a ve b parametrelerine bağlı olarak aşağıdaki lineer dönüşüm yapılırsa,

$$x \xrightarrow{a,b} \frac{x - a}{b} =: u$$

$f_X(x|0, 1, c)$ için (3.2a) ve (3.3a) denklemlerinin bir sonucu olarak aşağıdaki denklem elde edilir;

$$f_X(x|a, b, c) = \frac{1}{b} f_X\left(\frac{x - a}{b} \mid 0, 1, c\right) \quad (3.4)$$



Şekil 3.2. Ölçek parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği.

Üçüncü parametre c , $(0, \infty)$, aralığında tanımlanır ve şekil parametresi olarak adlandırılır. c 'nin değiştirilmesi ile yoğunluk fonksiyonunun değişimi Şekil 3.3 de $f_X(x|0,1,c)$; $c = 0.4, 1, 2, 3.5$ ve 6 için verilmiştir $c < 1$ iken (3.1)'in üstel kısmı baskın olur. $c > 1$ iken (3.1)'in polinom kısmı belirgin olur ve tek şekilli olur. Sadece c parametresine bağlı Weibull dağılımının özel hali olan (3.4) eşitliği dağılımın davranışı hakkında yeterli ipuçları verir (Sekine ve Mao,1990).

Eşitlik (3.1) de a, b ve c parametrelerine bağlı olarak aşağıdaki lineer dönüşüm yapılırsa

$$x \xrightarrow{a,b,c} \left(\frac{x-a}{b} \right)^c = u^c$$

üç-parametrelili Weibull yoğunluğu ile $a = 0, b = 1$ ve $c = 1$ için özel şekli ile arasındaki ilişki;

$$f_X(x|a, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} f_X\left(\left[\frac{x-a}{b}\right]^c \mid 0,1,1\right) \quad (3.5)$$

biçimindedir.

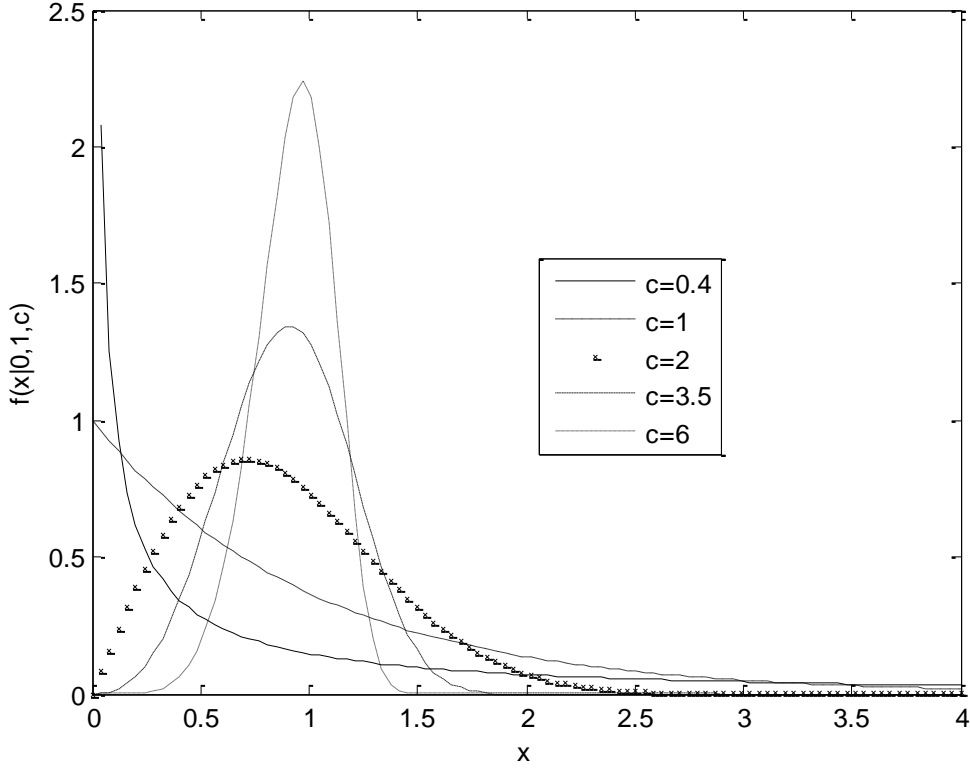
Sonuç olarak (3.1) formülü bir yoğunluk fonksiyonudur. Yani (3.1) $[a, \infty]$ aralığında integrali,

$$\begin{aligned} \int_a^\infty f_X(x|a, b, c) dx &= \int_a^\infty \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right\} dx \\ &= \int_0^\infty cu^{c-1} \exp\{-u^c\} du \\ &= [-\exp\{-u^c\}]_0^\infty \\ &= \lim_{u \rightarrow \infty} (-\exp\{-u^c\}) + \exp\{-0^c\} = 1 \end{aligned}$$

burada,

$$u = \frac{x-a}{b} \text{ ve } du = \frac{1}{b} dx$$

değişken değişimi yapılmıştır (Rinne, 2009).



Şekil 3.3. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği.

Üç parametrelili Weibull Dağılımı'nın birikimli dağılım fonksiyonu;

$$F_X(x|a, b, c) = \int_a^x f(u|a, b, c) du = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-a}{b}\right)^c\right)$$

şeklindedir.

3.2. İki ve Bir Parametrelili Weibull Yoğunluk Fonksiyonu

a, b ve c parametreleri etkisizleştirilsin, daha açık bir ifade ile $a=0$ ve/veya $b=1$ ve/veya $c=1$ konumlaması yapılsın, bu durumda (Rinne, 2009);

İki parametrelili yoğunluk fonksiyonunun tipleri;

$$f_X(x|0, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{b}\right)^c\right\} \quad (3.6)$$

$$f_X(x|a, 1, c) = c(x - a)^{c-1} \exp\{-(x - a)^c\} \quad (3.7)$$

$$f_X(x|a, b, 1) = \frac{1}{b} \exp\left\{-\left(\frac{x - a}{b}\right)\right\} \quad (3.8)$$

(3.6), (3.7) ve (3.8) eşitliklerindeki fonksiyonlar için ilgili grafikler Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 den bakılabilir.

Eşitlik (3.6), iki parametrelili Weibull dağılımının en sık kullanılan halidir. Bu denkleme ölçek-şekil-versiyonu denir. Bunun sebebi maddeler $x = 0$ dan sonra bozulmaya başlar. Eğer $a \neq 0$ ise $X - a$ değişken değişimi ile (3.2b) denklemi (3.6), denkleme modellenenir (Rinne, 2009).

Eşitlik (3.7), yoğunluk fonksiyonu konum-şekil versiyonu ölçeklendirilmemiştir. Son olarak Eşitlik (3.8), üstel dağılımın genelleştirilmiş halidir. Tek parametrelili yoğunluk fonksiyonları,

$$f_X(x|0,1, c) = c(x)^{c-1} \exp\{-x^c\} \quad (3.9)$$

$$f_X(x|0, b, 1) = \frac{1}{b} \exp\left\{-\frac{x}{b}\right\} \quad (3.10)$$

$$f_X(x|a, 1,1) = \exp\{-(x - a)\} \quad (3.11)$$

biçimindedir. İlgili grafikler Şekil 3.1, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 den bakılabilir.

(3.10) ve (3.11) eşitliklerindeki fonksiyonlar eşitlik (3.8) de verilen genelleştirilmiş üstel dağılımın birer özel halidir. $c = 1$ halinde her zaman üstel dağılım elde edilir. (3.9) denkleme indirgenmiş ya da normalleştirilmiş Weibull yoğunluğu denir (Johnson ve ark, 1994).

Dağılım ailesinde indirgenmiş formu konum parametresini sıfır “0”, ölçek parametresini bir “1” seçilerek elde edilir. Böyle bir ailenin her üyesi basit bir dönüşüm

yapılarak elde edilir. Eğer U indirgenmiş değişken ise $f_U(u)$ yoğunluk fonksiyonuna sahiptir ve $X = a + bU$ için yoğunluk fonksiyonu;

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b} f_U\left(\frac{x-a}{b}\right) & b > 0 \text{ için} \\ -\frac{1}{b} f_U\left(\frac{x-a}{b}\right) & b < 0 \text{ için} \end{cases}$$

şeklindedir (Rinne, 2009).

Genel olarak normalleştirilmiş X rassal değişkeni;

$$Y := \frac{X - E(X)}{\sqrt{Var(X)}}$$

dir.

Normal dağılımda olduğu gibi verilen $E(Y) = 0$ ve $Var(Y) = 1$ indirgenmiş form halini $E(X) = a$ ve $\sqrt{Var(X)} = b$ olmadığı sürece sonuç elde edilemez (Johnson ve ark, 1994).

3.3. Rassal Değişkenin Ömür Süresi Fonksiyonunun Tanımlanması

Yaşam süresi genellikle önceden kestirilemez bunun yerine rastgele değişken diye adlandırılan X yaşam süresi (var olma süresi) olarak kabul edilir. Genellikle bu değişken sürekli ve negatif olmayandır (Rinne, 2009).

Rassal değişkenlerin dağılımlarını belirlemek için bazı fonksiyonlar gereklidir.

1. Yoğunluk fonksiyonu,
2. Birikimli dağılım fonksiyonu,

Bu fonksiyonların her biri tamamen rassal yaşam süresi dağılımını tanımlar ve bu fonksiyonların her hangi biri diğerlerini belirler.

1. Yoğunluk fonksiyonu $f(x)$ aşağıdaki şartları sağlar;

$$f(x) \geq 0 \quad \forall x \quad \text{ve} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

koşulları altında hata fonksiyonu olarak tanımlanır ve bir parçanın x yaşam süresi boyunca ölüm ya da yaşama ihtimalini verir. Yeni doğan ya da yeni üretilen bir parçanın x yaşam süresince ölüm ya da bozulma ömrünün olasılığı (Shahbazov,2005).

$$\Pr(x - \Delta x/2 < X \leq x + \Delta x/2) \approx f(x)\Delta x \quad \Delta x \text{ küçük} \quad (3.12a)$$

ile verilir. x_l zamanından x_u zamanına kadar olasılığı $x_l < x_u$ için

$$\Pr(x_l < X \leq x_u) = \int_{x_l}^{x_u} f(x)dx \quad (3.12b)$$

Normalde yoğunluk fonksiyonun simetrisi sağa doğrudur.

2. Birikimli dağılım fonksiyonu,

$$F(x) := \Pr(X \leq x) = \int_0^x f(z)dz \quad (3.13)$$

$F(x)$, X 'in azami arıza süresini verir ya da X 'in en fazla hayatta yaşam süresini verir. $F(x)$, X 'in artmayan bir fonksiyonudur ve

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \quad \text{ve} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$$

şartlarını sağlamalıdır (Abernethy,2006).

3.4. İndirgenmiş Weibull Yoğunluğunun Analizi

Bu bölümde indirgenmiş yoğunluk şekli,

$$f_U(u|c) = cu^{c-1} \exp(-u^c); c > 0, u \geq 0 \quad (3.14)$$

c ye bağlı hali modu ve büküm noktası incelenecektir (özellikle konvekslik ve konkavlık durumu).

$f_U(u|c)$ nin davranışı $u \rightarrow 0$ ya da $u \rightarrow \infty$ için

$$\lim_{u \rightarrow 0} f_U(u|c) = \begin{cases} \infty & 0 < c < 1 \text{ için,} \\ 1 & c = 1 \text{ için,} \\ 0 & c > 1 \text{ için,} \end{cases}$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} f_U(u|c) = 0 \quad \forall c > 0$$

şeklindedir (Rinne, 2009).

(3.14) eşitliğinin u 'ya göre birinci ve ikinci türevleri;

$$f'_U(u|c) = cu^{c-2}(c - 1 - cu^c) \exp(-u^c) \quad (3.15a)$$

$$f''_U(u|c) = cu^{c-3}\{2 + c[c - 3 - 3(c - 1)u^c + cu^{2c}]\} \exp(-u^c) \quad (3.15b)$$

$f_U(u|c)$ nin olası ekstremum noktası için $f'_U(u|c) = 0$ in u^* kökü;

$$u^* = \left(\frac{c-1}{c}\right)^{1/c} \quad (3.16a)$$

şeklindedir ve u^* kökü için yoğunluk fonksiyonu,

$$f_U(u^*|c) = c \left(\frac{c-1}{ce} \right)^{c-1/c} \quad (3.16b)$$

dir.

Olası dönüm noktaları $f''_U(u|c) = 0$ için $v = cu^c$ dönüşümü yapılırsa,

$$u^{**} = \left[\frac{3(c-1) \pm \sqrt{5(c-1)(c-1)}}{2c} \right]^{1/c} \quad (3.17a)$$

kökü için yoğunluk fonksiyonu,

$$f_U(u^{**}|c) = c \left[\frac{3(c-1) \pm \sqrt{5(c-1)(c-1)}}{2c} \right]^{c-1/c} \exp \left\{ -\frac{3(c-1) \pm \sqrt{5(c-1)(c-1)}}{2c} \right\} \quad (3.17b)$$

dir.

$f_U(u|c)$ nin davranışını incelerken c ile ilgili altı ayırım söz konusudur (Rinne, 2009).

Birinci Durum: $0 < c < 1$

Koşulu altında u pozitif olmak zorunda olduğundan (3.16a)'dan anlaşılacağı gibi u^* ekstrem değeri değildir. (1.4.4a)'dan u^{**} negatiftir. $c \geq 1/5$ ve sanal kısım $1/5 < c < 1$ ise dönüm noktasıda yoktur.

$$\lim_{u \rightarrow 0} f_U(u|c) = \infty \quad \lim_{u \rightarrow \infty} f_U(u|c) = 0,$$

$$f'_U(u|c) < 0 \quad u > 0 \text{ için}, \quad f''_U(u|c) > 0 \quad u > 0 \text{ için}$$

demektir ki yoğunluk $u = 0$ da sonsuzdan monoton olarak azalır ve konvektir. Şekil 3.3 de $f_X(x|0,1,0.4)$ örnek olarak gösterilebilir (Rinne 2009).

İkinci Durum: $c = 1$

(3.14) denklemi indirgenmiş üstel dağılımın $u^* = 0$ ile $f_U(0|1) = 1$ halidir. Birinci durumdaki gibi azalan, monoton ve konvektir. Şekil 3.3 $f_X(x|0,1,1)$ örnek olarak gösterilebilir (Rinne 2009).

Üçüncü Durum: $1 < c \leq 2$

Bu koşul altında (3.16a) eşitliğinin uygun çözümü $u^* \in (0, \sqrt{0.5})$ için (3.4.3b) eşitliği negatiftir, maksimumu vardır. $f_U(u^*|c)$ değerleri $u^* 0^+$ dan $\sqrt{0.5}$ ve c de 1^+ dan 2^+ ye hareket ederken artar. (3.17a) eşitliğinde $+$ işareti kullanılırsa dönüm noktası $u = \sqrt{0.5}$ in sağında bir tek olacaktır. Aksi taktirde (3.17a) eşitliğinde $-$ işareti kullanılması durumunda u^{**} non-pozitif olur.

$$f_U(0|c) = f_U(\infty|c) = 0, \quad c > 1 \text{ için}$$

olduğundan yoğunluk fonksiyonu monoton değildir ve moda kadar artar ve sonrasında azalır. Yoğunluk fonksiyonu konkavdır $(0, u^{**})$ aralığında burada $f''_U(u|c) < 0$ dır. Yoğunluk (u^{**}, ∞) aralığında $f''_U(u|c) > 0$ olduğunda konvektir. Şekil 3.3 $f_X(x|0,1,2)$ örnek olarak gösterilebilir (Rinne, 2009).

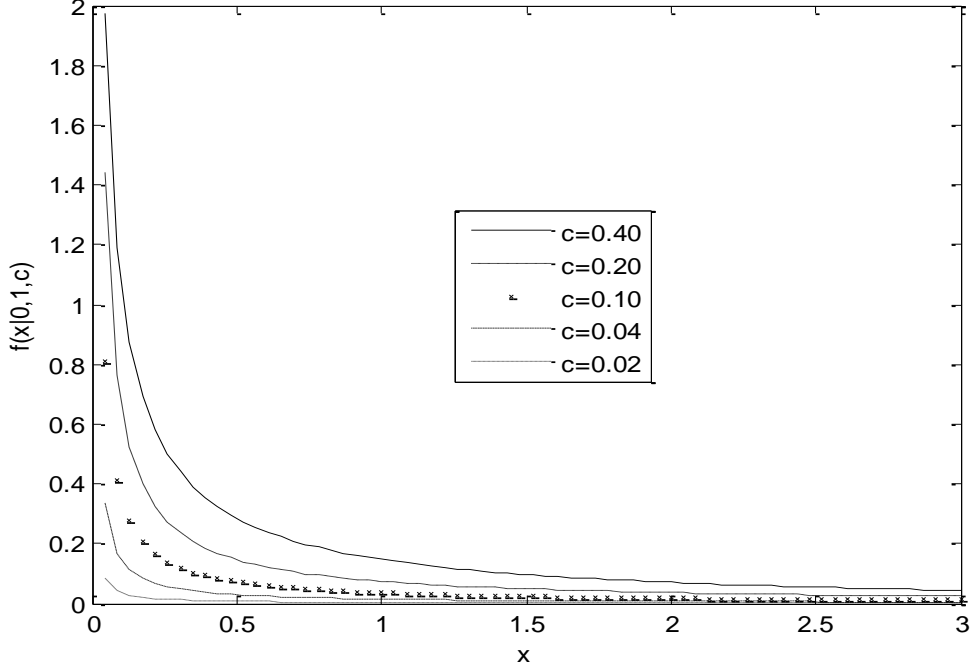
Dördüncü Durum: $c > 2$

(3.16a) eşitliğinde kritik $u^* < 1$ noktası (3.15b) eşitliğinde yerine yazılırsa $f''_U(u^*|c) < 0$ olur. Bu yüzden bir modu (dönüm noktası) vardır. Fakat (3.17a) iki pozitif değere sahiptir. Biri modun solunda diğeri de od'un sağındadır. (3.17a)'da negatif (pozitif) işareti alınırsa dönüm noktası sol (sağ) u^{**}_l (u^{**}_r) olsun. (u^{**}_l, u^{**}_r) aralığında $f''_U(u|c) < 0$ dır ve yoğunluk konveksdir. Oysaki bir yoğunluk u^{**}_l nin solunda ve u^{**}_r nin sağında konkavdır. Şekil 3.3 de $f_X(x|0,1,3.5)$ ve $f_X(x|0,1,6)$ grafikleri örnek olarak gösterilebilir (Rinne 2009).

Beşinci Durum: $c \rightarrow 0$

(3.15a) eşitliğinde fonksiyonu $u = 0$ 'ın sağ komşuluğunda negatif eğime sahiptir. Yoğunluk fonksiyonu $c \rightarrow 0$ için daha diktir. $u \gg 0$ için yoğunluk sıfıra gider. Böylece $c \rightarrow 0$ için yoğunluk grafiği **L** harfi şeklini alır ve eksenlere kayar (Şekil 3.4).

Limit $c = 0$ durumunda yoğunluk $u=0$ noktasındaki değeri alır. Bunun anlamı popülasyonun tüm üyeleri aslında var oluşa sahiptir (Rinne 2009).



Şekil 3.4. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği ($c \rightarrow 0$).

Altıncı Durum: $c \rightarrow \infty$

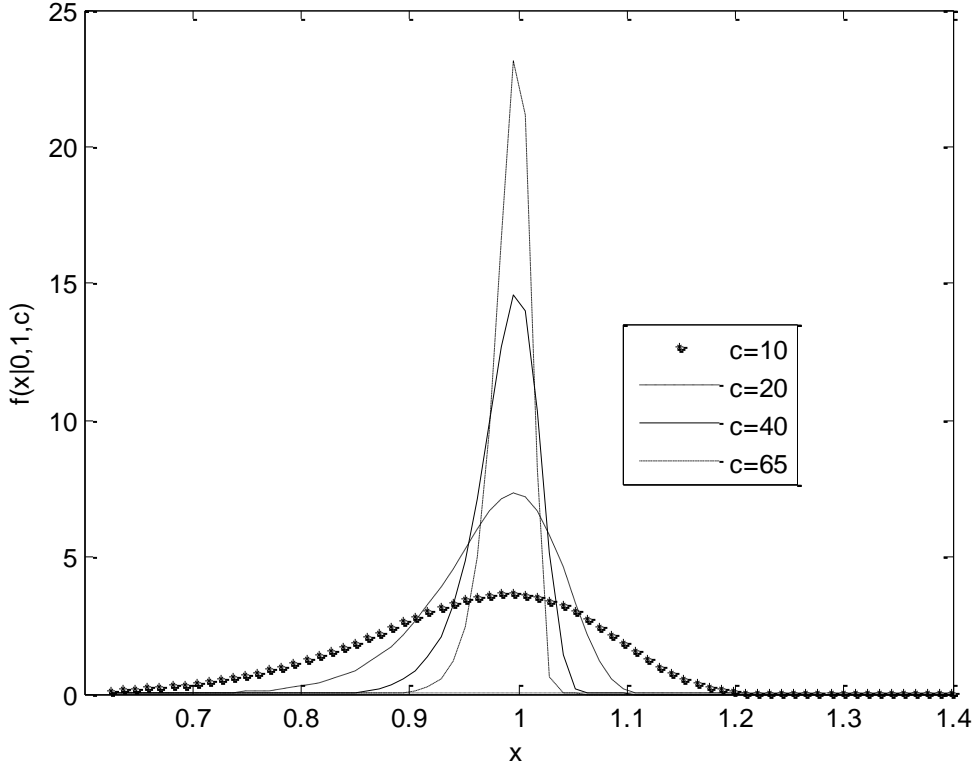
(3.16a)'dan görüldüğü üzere mod, u^* sağa yavaşça hareket eder ve $c \rightarrow \infty$ iken $u^*_{max} = 1$ 'e yaklaşır. u^* daki yoğunluk gitgide c/e olur. Böylece modun ordinatı sonsuza gider (Bkz. Şekil 1.4.2). Büküm noktasının sol tarafı $c \geq 2$ için var olur ve daima u^* 'in solundadır,

$$u^{**}_l \approx [(3 - \sqrt{5})/2]^{1/c} \approx 0.3820^{1/c}, \quad c \gg 0$$

ın sağına hareket eder.

$c \rightarrow \infty$ için limit alınırsa büküm noktasını sol tarafı ile mod çakışır.

Büküm noktasının sağ tarafı ilginç bir yol izler (Bkz. Şekil 3.5). $c > 1$ için var olur. Her zaman u^* modunun sağındadır (Rinne, 2009).



Şekil 3.5. Şekil parametresinin farklı değerleri için Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği ($c \rightarrow \infty$).

$c \rightarrow \infty$ için limit alınırsa yoğunluk fonksiyonu $u = 1$ noktasında yoğunlaşır. Bunun anlamı popülasyonun tüm üyeleri (parçaları) 1'e kadar yaşar sonra eş zamanlı olarak ölür.

c 'nin özel bir değeri için yoğunluk fonksiyonunun simetrik olduğu düşünülebilir ancak aşağıdaki iki sonuçtan bunun doğru olmadığı anlaşılır (Rinne,2009).

1. Sağ ve sol büküm noktaları aynı yoğunluk fonksiyonu ve moda eşit uzaklıklarla simetriklik için gereklidir fakat yeterli değildir.

2. Burada, büküm noktaları eşit yoğunluk fonksiyonlarına sahip fakat $u^* = 0.905423260$ moduna eşit uzaklıkta değildir. Sol büküm noktasının moda uzaklığı 0.32791628 iken sağ büküm noktasının moda uzaklığı 0.31355850 dır. Bu yöntemle c ye bakılmaksızın her zaman sol büküm noktasının moda uzaklığı, sağ büküm noktasının moda uzaklığından büyüktür. O halde $c \approx 3.447798$ için Weibull yoğunluğu simetrik olmaya yaklaşır.

Genel Weibull değişkeni $X = a + bU, a \neq 0$ ve/veya $b \neq 1$ 'e ilişkin sonuçlar:

mod:

$$x^* = a + b \left(\frac{c-1}{c} \right)^{1/c}, c \geq 1 \quad (3.18)$$

büküm noktaları:

$$x^{**}_r = a + b \left[\frac{3(c-1) + \sqrt{(5c-1)(c-1)}}{2c} \right]^{1/c} \quad c > 1; \quad (3.19a)$$

$$x^{**}_l = a + b \left[\frac{3(c-1) - \sqrt{(5c-1)(c-1)}}{2c} \right]^{1/c} \quad c > 2; \quad (3.19b)$$

$c \rightarrow 0$: Yoğunluk fonksiyonu $x = a$ noktasında yoğunlaşır.

$c \rightarrow \infty$: Yoğunluk fonksiyonu $x = a + b$ noktasında yoğunlaşır.

3.5. İki Parametrelili Weibull Dağılımı

İki parametrelili Weibull dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu, üç parametrelili Weibull Dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonunda $a=0$ alınarak elde edilir. O halde İki Parametrelili Weibull Dağılımı için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f_X(x|0, b, c) = \frac{c}{b} \left(\frac{x}{b} \right)^{c-1} \exp \left(- \left(\frac{x}{b} \right)^c \right), \quad x > 0 \quad (3.20)$$

şeklindedir. Burada parametreler;

x : Olaylar arasında geçen zaman,

b : Ölçek parametresi, $b > 0$

c : Şekil parametresi, $c > 0$

dir.

3.5.1. İki parametrelili Weibull dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu

Bir dağılımın birikimli dağılım fonksiyonu (3.21) formülü ile hesaplanır.

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad (3.21)$$

$$F(x) = \int_0^x \frac{c}{b} \left(\frac{t}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c} dt$$

$$\left(\frac{t}{b}\right)^c = z \text{ ve } \frac{t}{b} = z^{\frac{1}{c}}$$

buradan da,

$$dt = \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

elde edilir. Elde edilen verileri (3.5.2) denkleminde yerine yazalım;

$$F(x) = \int_0^{\left(\frac{x}{b}\right)^c} \frac{c}{b} z^{1-\frac{1}{c}} \frac{b}{c} \cdot e^{-z} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^{\left(\frac{x}{b}\right)^c} e^{-z} dz \\ &= -\left(e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} - e^0\right) \end{aligned}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} \quad (3.22)$$

Weibull dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu elde edilir (Abernethy, 2006).

3.5.2. İki parametrelili Weibull dağılımının beklenen değeri

Bir dağılımın ortalaması ya da beklenen değeri (3.23) formülü ile hesaplanır.

$$E(X) = \mu = \int_0^{\infty} tf(t)dt \quad (3.23)$$

$$E(X) = \mu = \int_0^{\infty} tf(t)dt$$

$$= \int_0^{\infty} t \frac{c}{b} \left(\frac{t}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c} dt$$

$$\left(\frac{t}{b}\right)^c = z \text{ ve } \frac{t}{b} = z^{\frac{1}{c}}$$

buradan da,

$$dt = \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

elde edilir. Elde edilen veriler (3.5.4) eşitliğinde yerine yazılınsın;

$$E(X) = \mu = \int_0^{\infty} \frac{c}{b} b \left(z^{\frac{1}{c}} z^{1-\frac{1}{c}}\right) e^{-z} \frac{b}{c} \left(z^{\frac{1}{c}-1}\right) dz$$

$$E(X) = \mu = \int_0^{\infty} b z^{\frac{1}{c}} e^{-z} dz$$

$$E(X) = \mu = b \int_0^{\infty} z^{\frac{1}{c}} e^{-z} dz$$

$$E(X) = \mu = b \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) \quad (3.24)$$

Weibull dağılımının beklenen değeri elde edilir (El-Mezouar, 2010).

Gamma Fonksiyonu: Gamma fonksiyonu faktöriyel fonksiyonunun karmaşık sayılar ve tamsayı olmayan reel sayılar için genellemesi olan bir fonksiyondur. Γ simgesi ile gösterilir (Krishnamoorthy, 2006; Boonta ve ark, 2013).

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad z>0 \text{ için} \quad \Gamma(z) = (z-1)!$$

şeklinde tanımlanır.

3.5.3. İki parametrelili Weibull dağılımının varyansı

Varyans tanımından hareket edilerek,

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt$$

olmak üzere,

$$E(X^2) = \int_0^{\infty} t^2 \frac{c}{b} \left(\frac{t}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c} dt \quad (3.25)$$

$$\left(\frac{t}{b}\right)^c = z \text{ ve } \frac{t}{b} = z^{\frac{1}{c}}$$

buradan da,

$$dt = \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

elde edilir. Elde edilen verileri (3.25) denkleminde yerine yazılsın,

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \int_0^{\infty} b^2 z^{\frac{2}{c}} \frac{c}{b} z^{1-\frac{1}{c}} e^{-z} \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz \\ &= \int_0^{\infty} b^2 z^{\frac{2}{c}} e^{-z} dz \\ &= b^2 \int_0^{\infty} z^{\frac{2}{c}} e^{-z} dz \end{aligned}$$

$$E(X^2) = b^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right)$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

için,

$$Var(X) = b^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \left[b \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right]^2 \quad (3.26)$$

Weibull Dağılımı' nın varyansı elde edilir (Boonta ve ark, 2013).

Weibull dağılımınının sıfır etrafındaki momentleri;

$$E(X^3) = b^3 \Gamma\left(1 + \frac{3}{c}\right)$$

$$E(X^4) = b^4 \Gamma\left(1 + \frac{4}{c}\right)$$

bu şekilde devam ederek,

$$\begin{aligned}
E(X^n) &= \int_0^{\infty} t^n f(t) dt \\
&= \int_0^{\infty} t^n \frac{c}{b} \left(\frac{t}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^c} dt
\end{aligned}$$

elde edilir.

$$\left(\frac{t}{b}\right)^c = z \text{ ve } \frac{t}{b} = z^{\frac{1}{c}} \text{ ve } dt = \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

değişken değişimi ile

$$E(X^n) = \int_0^{\infty} b^n z^{\frac{n}{c}} \frac{c}{b} z^{1-\frac{1}{c}} e^{-z} \frac{b}{c} z^{\frac{1}{c}-1} dz$$

$$E(X^n) = \int_0^{\infty} b^n z^{\frac{n}{c}} e^{-z} dz$$

$$E(X^n) = b^n \int_0^{\infty} z^{\frac{n}{c}} e^{-z} dz$$

$$E(X^n) = b^n \Gamma\left(1 + \frac{n}{c}\right) \quad (3.27)$$

n-inci momentini elde edilir (Al-Fawzan, 2000;Boonta ve ark,2013).

Weibull Dağılımı' nın aritmetik ortalama etrafındaki momentlerinin sıfır etrafındaki momentler aracılığı ile hesaplanması;

$$m_1 = E(X), m_2 = E(X^2), m_3 = E(X^3), m_4 = E(X^4)$$

olmak üzere,

$$\mu_1 = E(X) - \mu = \mu - \mu = 0 \quad (3.28)$$

$\mu_2 = m_2 - m_1^2$ olmak üzere

$$\mu_2 = b^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \left[b \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right]^2 \quad (3.29)$$

$\mu_3 = m_3 - 3m_1 m_2 + 2m_1^3$ olmak üzere

$$\mu_3 = b^3 \left[\Gamma\left(1 + \frac{3}{c}\right) - 3b \Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) + 2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^3 \right] \quad (3.30)$$

$\mu_4 = m_4 - 4m_1 m_3 + 6m_1^2 m_2 - 3m_1^4$ olmak üzere,

$$\mu_4 = b^4 \left[\Gamma\left(1 + \frac{4}{c}\right) - 4\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1 + \frac{3}{c}\right) + 6\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - 3\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^4 \right] \quad (3.31)$$

elde edilir.

3.5.4. İki parametrelili Weibull dağılımının görelili simetri ölçüsü

Weibull Dağılımı'nın görelili simetri ölçüsü

$$\alpha_3 = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}}$$

$$\alpha_3 = \frac{\left[\Gamma\left(1 + \frac{3}{c}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) + 2\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^3 \right]}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^2 \right]^{3/2}} \quad (3.32)$$

eşitliği ile verilir.

3.5.5. İki parametrelili Weibull Dağılımı'nın basıklık ölçüsü

Weibull Dağılımı'nın basıklık ölçüsü

$$\alpha_4 = \frac{\left[\Gamma\left(1 + \frac{4}{c}\right) - 4\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\Gamma\left(1 + \frac{3}{c}\right) + 6\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - 3\left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^4 \right]}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right)^2 \right]^2} \quad (3.33)$$

eşitliği ile verilir.

3.5.6. İki parametrelili Weibull Dağılımı'nın medyan değeri

Weibull Dağılımının medyan değeri,

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

Weibull Dağılımı'nın birikimli dağılım fonksiyonu olmak üzere

$$F(x) = \frac{1}{2}$$

için hesaplanır. O halde medyan değeri;

$$1 - e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} = \frac{1}{2} \text{ ise } \frac{1}{2} = e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c}$$

$$\left(\frac{x}{b}\right)^c = -\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(2)$$

$$\frac{x}{b} = (\ln(2))^{\frac{1}{c}}$$

$$\text{medyan}(x) = b(\ln(2))^{\frac{1}{c}} \quad (3.34)$$

olarak hesaplanır (Johnson ve ark,1994).

3.5.7. İki parametrelili Weibull Dağılımı'nın mod değeri

$$\text{mod} = b \left(\frac{c-1}{c}\right)^{\frac{1}{c}} \quad c > 1 \text{ için} \quad (3.35)$$

şeklinde hesaplanır. $c > 1$ değeri için Weibull Dağılımı tek mod değerlidir. $0 < c \leq 1$ için dağılımın mod değeri yoktur. Yoğunluk fonksiyonu monoton bir şekilde azalır(Johnson ve ark, 1994) (Bkz. Şekil 3.3 ve Şekil 3.4).

3.6. İki Parametrelili Weibull Dağılımının Parametre Tahminleri

3.6.1. En çok olabilirlik yöntemi

Tanım 3.6.1: $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ örnekleminin olasılık (yoğunluk) fonksiyonu,

$$f(x; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad (3.36)$$

olmak üzere,

$$L(\theta; x) = f(x; \theta) \quad \theta \in \mathbb{R}$$

fonksiyonuna, gözlenen $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ için θ nin olabilirlik fonksiyonu veya kısaca olabilirlik fonksiyonu denir (Guure ve İbrahim,2013).

Genelde, $L(\theta; x)$ olabilirlik fonksiyonu bir olasılık yoğunluk fonksiyonu değildir, çünkü θ nin bir fonksiyonu olan $L(\theta; x)$ fonksiyonu için

$$\int_{\mathbb{R}} L(\theta; x) d\theta \quad (3.37)$$

değeri bire eşit olmayabilir.

Tanım 3.6.2: $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ örnekleminin olasılık (yoğunluk) fonksiyonu,

$$f(x; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

olmak üzere $X = x$ olarak gözlendiğinde θ nin bir fonksiyonu olan

$$L(\theta; x) = f(x; \theta) \quad \theta \in \mathbb{R}$$

olabilirlik fonksiyonunu maksimum yapan $\hat{\theta}(x)$ değerine, var olması halinde θ nin en çok olabilirlik tahmini ve $\hat{\theta}(X)$ istatistiğine de θ nin en çok olabilirlik tahmin edicisi denir (Al-Fawzan,2000).

Buna göre,

$$L(\hat{\theta}; x) = \max \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) \quad (3.38)$$

şeklindedir. En çok olabilirlik tahmin değerleri,

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta} = 0$$

denkleminin çözümü ile bulunur (Guure ve İbrahim, 2013).

Logaritma fonksiyonunun monotonluğu göz önüne alınırsa,

$$\ln L(\hat{\theta}; x) = \max \prod_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$$

yazılabilir.

$$\max \prod_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta)$$

optimizasyon problemini çözmek daha kolay olmaktadır. Bu sebepten dolayı genellikle, olabilirlik fonksiyonu yerine onun doğal logaritması olan fonksiyon maksimize edilmektedir (Mukhopadhyay,2000).

3.6.1.1. Weibull parametrelerinin en çok olabilirlik yöntemi ile tahmini

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$; b ölçek c şekil parametresi olmak üzere Weibull dağılımına uyumlu n adet rastgele değişken olsun. Bu değişkenler için maksimum benzerlik fonksiyonu;

$$L(c, b) = \prod_{i=1}^n f(x_i; c; b) \quad (3.39)$$

şeklindedir.

$$\begin{aligned} L(c, b) &= \frac{c}{b} \left(\frac{x_1}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x_1}{b}\right)^c\right) \frac{c}{b} \left(\frac{x_2}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x_2}{b}\right)^c\right) \dots \frac{c}{b} \left(\frac{x_n}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\left(\frac{x_n}{b}\right)^c\right) \\ &= \left(\frac{c}{b}\right)^n \prod_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b}\right)^{c-1} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b}\right)^c\right) \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{c}{b}\right)^n \left(\frac{1}{b^n}\right)^{c-1} \prod_{i=1}^n (x_i)^{c-1} \exp\left(-\frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n (x_i)^c\right)$$

olur. Şimdi her iki tarafın doğal logaritması alınırsa;

$$\ln L(c, b) = \ln \left\{ \frac{c^n}{b^{cn}} \prod_{i=1}^n (x_i)^{c-1} \exp\left(-\frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n (x_i)^c\right) \right\}$$

$$\ln L(c, b) = n \cdot \ln c - cn \cdot \ln b + (c-1) \ln \left(\prod_{i=1}^n (x_i) \right) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n (x_i)^c$$

$$\ln L(c, b) = n \cdot \ln c - cn \cdot \ln b + (c-1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n (x_i)^c \quad (3.40)$$

elde edilir. $\ln L(c, b)$ ifadesinin b ye göre kısmi türevi alınıp sıfıra eşitlenir ise;

$$\frac{d \ln L(c, b)}{db} = 0$$

$$\frac{d \ln L(c, b)}{db} = 0 - cn \left(\frac{1}{b}\right) + 0 - \left(\frac{0b^c - cb^{c-1}}{(b^c)^2}\right) \sum_{i=1}^n (x_i)^c = 0$$

$$-\left(\frac{cn}{b}\right) + \left(\frac{c}{b^{c+1}}\right) \sum_{i=1}^n (x_i)^c = 0$$

$$\frac{cn}{b} = \frac{c}{b^{c+1}} \sum_{i=1}^n (x_i)^c$$

$$\frac{b^{c+1}}{b} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^c$$

$$b^c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^c \quad (3.41)$$

elde edilir. b yerine \hat{b} yazılarak Weibull ölçek parametresi b nin tahmin edicisi \hat{b} elde edilir ve

$$\hat{b} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^c \right)^{\frac{1}{c}} \quad (3.42)$$

şeklindedir (Boonta ve ark, 2013).

Şimdi aynı işlem bu sefer şekil parametresi c nin tahmin edicisi \hat{c} elde edebilmek için (3.40) denkleminin c ye göre kısmi türev alınarak yapılırsa;

$$\frac{d \ln L(c, b)}{dc} = 0$$

$$\frac{d \ln L(c, b)}{dc} = n \cdot \frac{1}{c} - n \cdot \ln b + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b} \right)^c \right)' = 0$$

$$n \cdot \frac{1}{c} - n \cdot \ln b + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{b} \right)^c \ln \left(\frac{x_i}{b} \right) \right) = 0$$

$$n \cdot \frac{1}{c} - n \cdot \ln b + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \sum_{i=1}^n [(x_i)^c (\ln x_i - \ln b)] = 0$$

$$n \cdot \frac{1}{c} - n \cdot \ln b + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{1}{b^c} \left[\sum_{i=1}^n [(x_i)^c \ln(x_i)] - \sum_{i=1}^n [(x_i)^c \ln(b)] \right] = 0$$

bulunan,

$$b^c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i)^c$$

değeri yerine yazılırsa,

$$\frac{n}{c} - n \cdot \ln b + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - n \left[\frac{\sum_{i=1}^n [(x_i)^c \ln(x_i)]}{\sum_{i=1}^n (x_i)^c} - \ln b \right] = 0$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i)^c \ln(x_i)]}{\sum_{i=1}^n (x_i)^c} = 0 \quad (3.43)$$

c yerine \hat{c} yazılarak Weibull Dağılımı şekil parametresi c 'nin tahmin edicisi \hat{c} elde edilir. Sayısal kök bulma yöntemlerinden biriyle yaklaşık olarak çözülebilir. Burada Newton-Raphson yöntemi tercih edilmiştir (Guure ve İbrahim, 2013).

$$c_{k+1} = c_k + \frac{\frac{1}{c_k} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^{c_k} \ln(x_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i)^{c_k}}}{\frac{1}{c_k^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i)^{c_k} \sum_{i=1}^n [(x_i)^{c_k} (\ln(x_i))^2] - [\sum_{i=1}^n (x_i)^{c_k} \ln(x_i)]^2}{[\sum_{i=1}^n (x_i)^{c_k}]^2}} \quad (3.44)$$

Yukarıdaki iterasyonda $|c_{k+1} - c_k| < h$ ($h=0.00001$) oluncaya kadar işleme devam edilerek c bulunur. Newton-Raphson iterasyonu için c_0 başlangıç değeri Menon's(1963) eşitliğinden hesaplanır. Bu eşitlik

$$\hat{c}_0 = \left[\frac{\frac{6}{\pi^2} \left[\sum_{i=1}^n (\ln(x_i))^2 - \frac{[\sum_{i=1}^n \ln(x_i)]^2}{n} \right]}{n-1} \right]^{-1/2} \quad (3.45)$$

şeklindedir. Hesaplanan c değeri kullanılarak \hat{b} değeri hesaplanır (Almalı, 2005).

3.6.2. Eğri uydurma

Genellikle deneysel çalışmalar sonucu elde edilen veriler noktasal değerlerdir. Veriler arasında sürekli bir fonksiyon tanımı yoktur. Böyle durumlarda veriler,

$$(x_1, y_1)(x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

şeklinde nokta çiftleri olarak verilir.

$$i = 1, \dots, n \text{ için } f(x_i) = y_i$$

olacak şekilde $f(x)$ fonksiyonunun bulunması istenir. Yani, bir fonksiyonun nokta çiftleri şeklinde verilen değerlerinde, fonksiyona en yakın başka bir fonksiyonun belirlenmesi veya pratikte kullanımı zor olan fonksiyonların yerine geçerek hesaplamalarda kolaylık sağlayabilecek yeni fonksiyonların araştırılması “eğri uydurma” problemidir (Wackerly ve ark,2008).

3.6.2.1. En küçük kareler yöntemi

Yöntemin temeli gerçek değerlerin regresyon doğrusundan uzaklaşmalarını minimum yapan denklemin bulunmasıdır.

$y_i(x)$: gerçek değerler

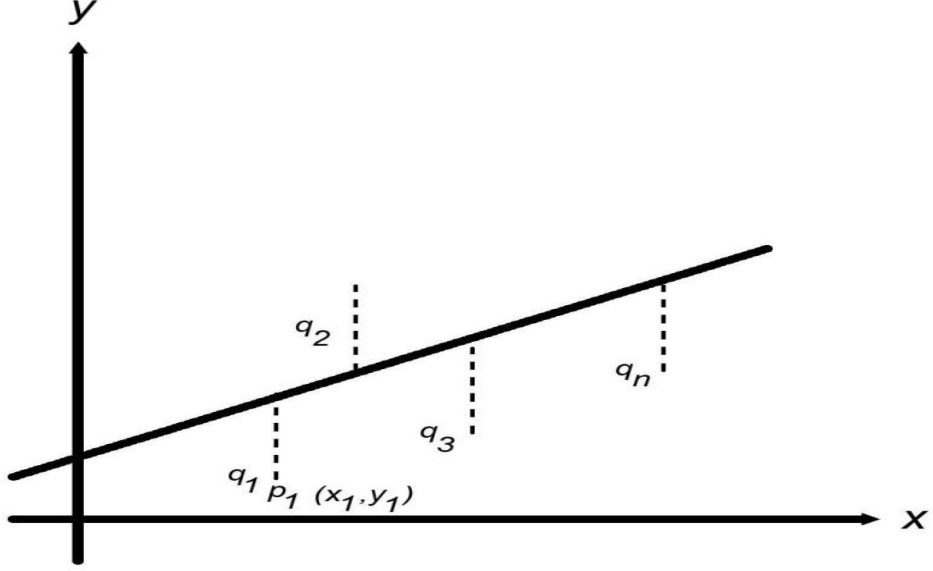
$\hat{y}_i(x)$: tahmini değerler(regresyon değerleri)

q_i : bu değerler arasındaki fark yani $q_i = y_i(x) - \hat{y}_i(x)$

olmak üzere;

$$\sum_{i=1}^n q_i^2 = \text{minimum}$$

olan denklem dağılımı en iyi temsil eden denklemdir (Guure ve İbrahim,2013).



Şekil 3.6. Eğri uydurma grafiği.

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ noktaları arasından sonsuz sayıda doğru geçebilir. Her doğru için $y_i(x)$ ve $\hat{y}_i(x)$ değerleri arasında değişik farklar çıkacaktır. Bunların içinde herhangi bir doğru için, farkların kareleri toplamı minimum ise elde edilen doğru, dağılımı en iyi temsil eden doğrudur (Wackerly ve ark,2008).

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ noktalarından geçen doğru denklemi,

$$\hat{y}_i(x) = p + rx_i \quad (3.46)$$

şeklindedir. Buradan,

$$\sum_{i=0}^n q_i^2 = \sum_{i=0}^n (y_i - p - rx_i)^2 \quad (3.47)$$

elde edilir (Al-Fawzan,2000).

$\sum_{i=0}^n q_i^2$ değeri minimum olacak şekilde p ve r değerleri bulunmak istenir.

Bunun için

$$\sum_{i=0}^n (y_i - p - rx_i)^2 \quad (3.48)$$

toplaminın p ve r ' ye göre kısmi türevleri alınıp sifıra eşitlenirse şu denklemler elde edilir.

$$\sum_{i=1}^n y_i = r \sum_{i=1}^n x_i + np \quad (3.49)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = r \sum_{i=1}^n x_i^2 + p \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.50)$$

Bu denklemler yardımıyla p ve r değerleri bulunduktan sonra; $y = p + rx$ denkleminde yerine yazılarak, istenen regresyon denklemi elde edilmiş olur.

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \hat{r} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.51)$$

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}} \quad (3.52)$$

elde edilir. \hat{p} ve \hat{r} değerleri(3.51) ve (3.52) numaralı eşitliklerden hesaplanır (Wackerly ve ark,2008).

3.6.2.2 Weibull parametrelerinin en küçük kareler yöntemi ile tahmini

Yukarıdaki yöntemle Weibull Dağılımı' nın EKK çözümlerinin gerçekleştirilebilmesi için $F(x)$ eşitliğinin her iki tarafının logaritması alınırsa

x_1, x_2, \dots, x_n Weibull dağılımına sahip n büyüklüğünde bir örnek ve y_1, y_2, \dots, y_n bu örneğin sıra istatistiklerine ait gözlem değerleri olsun.

Yukarıdaki yöntemle Weibull Dağılımı' nın EKK çözümlerinin gerçekleştirilebilmesi için $F(t)$, Weibull dağılımının birikimli dağılım fonksiyonu olmak üzere fonksiyonun her iki tarafının logaritması alınırsa,

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{p}\right)^r}$$

$$\ln(1 - F(t)) = \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{p}\right)^r}\right) = -\left(\frac{t}{p}\right)^r$$

$$-\ln(1 - F(t)) = \left(\frac{t}{p}\right)^r$$

denklemini elde edilir. Elde edilen denklemin bir kez daha doğal logaritması alınır,

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right) = \ln\left(\left(\frac{t}{p}\right)^r\right)$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right) = r \cdot \ln t - r \cdot \ln p \quad (3.53)$$

denklemini elde edilir. Dikkat edilirse elde edilen denklem bir doğru denklemdir ve aşağıdaki şekilde düzenlenirse;

$$y = \ln[-\ln(1 - F(t))], \quad x = \ln t, \quad p = -c \cdot \ln(b), \quad r = c \quad (3.54)$$

dönüşümleri yapılarak,

$$y = c \cdot x + b$$

doğrusu elde edilmiş olur.

b ve c değerleri \hat{p} ve \hat{r} için bulunan denklemlerde;

$$y_i = \ln[-\ln(1 - F(t_i))] \text{ ve } x_i = \ln t_i \quad (3.55)$$

yazılarak hesaplanabilir. Hesaplanan değerler EKK metodunun tahminleridir. Buradan

$p = -c \cdot \ln(b)$ ve $r = c$ denklemleri kullanılarak EKK tahminleri;

$$b = e^{-\frac{\hat{p}}{\hat{r}}} \quad (3.56)$$

$$c = \hat{r} \quad (3.57)$$

eşitliklerinden bulunur.

Eşitliklerin çözümünde kullanılan y_i, x_i ve $F(t_i)$ değerleri sıralanmış değerlerdir. Yani $1 \leq i \leq j \leq n$ için $y_i \leq y_j, x_i \leq x_j$ ve $F(t_i) \leq F(t_j)$ dir.

Yapılan çalışmada Weibull Dağılımının EKK tahminlerini elde etmek için $F(t_i)$ değerlerinin parametrelerden bağımsız olarak hesaplanması gerekmektedir. 'n' örneklem

büyüklüğü olmak üzere F_i değerlerinin belirlenmesi için en yaygın kullanılan tahmin ediciler aşağıda verilmiştir (Al-Fawzan, 2000).

$$F_i \text{ lerin simetrik rank değerlerini kullanarak, } F_i = \frac{i - 0.5}{n} \quad (3.58)$$

$$F_i \text{ lerin ortalama değerlerini kullanarak, } F_i = \frac{i}{n + 1} \quad (3.59)$$

$$F_i \text{ lerin medyan değerlerini kullanarak, } F_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \quad (3.60)$$

$$F_i \text{ lerin mod değerlerini kullanarak, } F_i = \frac{i - 0.46}{n + 0.25} \quad (3.61)$$

elde edilir.

Burada F_i nin(3.58),(3.59),(3.60) ve(3.61) denklemlerindeki değerleri için sırasıyla EKK1, EKK2, EKK3 ve EKK4 yöntemlerinin tahminleri elde edilir (Wackerly ve ark, 2008).

3.6.3. Momentler metodu

Momentler tekniği belki de tahmin tekniklerinin en eskisidir. Eğer tahmin edilecek n tane parametre varsa, bu parametrelere bağlı ilk n evren momenti, karşılık gelen örneklem momentlerine eşitlendiğinde bu parametreleri bulunduran n sayıda eşitlik elde edilir. Elde edilen bu n sayıdaki denklem, bilinmeyen parametreler için çözümlenerek tahmin değerleri bulunur (Al-Fawzan,2000).

Weibull dağılımının parametrelerinin tahmininin momentler tekniği ile tahmininde dağılımın sıfır etrafındaki birinci ve ikinci momentleri kullanılır. İki parametrelili Weibull dağılımının sıfır etrafındaki n . momentini,

$$E(X^n) = b^n \Gamma\left(1 + \frac{n}{c}\right) \quad (3.62)$$

şeklinde yazılabilir.

Weibull dağılımına sahip X rastgele değişkeninin birinci evren momenti (beklenen değeri), düzeltilmiş ikinci evren momenti (varyansı) aşağıdaki gibidir (El-Mezouar,2010).

$$m_1 = E(X) = b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right) \quad (3.63)$$

$$m_2 = b^2\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right) - \left[b\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right]^2 \quad (3.64)$$

Birinci evren momentini birinci örneklem momentine, ikinci düzeltilmiş evren momentini örneklem varyansına eşitlenirse aşağıdaki denklemi elde edilir.

$$\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{c}\right)}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)\right]^2} - \frac{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i\right)^2} - 1 = 0 \quad (3.65)$$

burada,

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$$

ve

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

sırasıyla örneklem ortalaması ve örneklem varyansıdır. Denklem(3.65)' de c nin çözümü için Newton-Raphson metodu kullanılırsa (Guure ve İbrahim, 2013).

$$c_{k+1} = c_k + \frac{1}{2} \frac{c_k^2 \left[\left(\frac{S^2}{\bar{X}^2} + 1 \right) \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{c_k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{2}{c_k}\right) \right]}{\left[\Psi\left(1 + \frac{2}{c_k}\right) - \Psi\left(1 + \frac{1}{c_k}\right) \right] \Gamma\left(1 + \frac{2}{c_k}\right)} \quad (3.66)$$

iterasyonunu ve buradan da

$$\hat{b} = \frac{\bar{X}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\hat{c}}\right)} \quad (3.67)$$

elde edilir. Burada Γ ve Ψ gamma ve digamma fonksiyonlarıdır (Kaya ve ark, 2003).

3.7. Model İçin Uyum Kriteri

Yapılan çalışmada kullanılan farklı yöntemler ile elde edilen parametre tahminlerinin hangisinin gerçek parametre değerine en yakın olduğunu bilmek için Toplam Sapma metodu kullanılmıştır (Al-Fawzan,2000).

$$TD = \left| \frac{\hat{b} - b}{b} \right| + \left| \frac{\hat{c} - c}{c} \right|$$

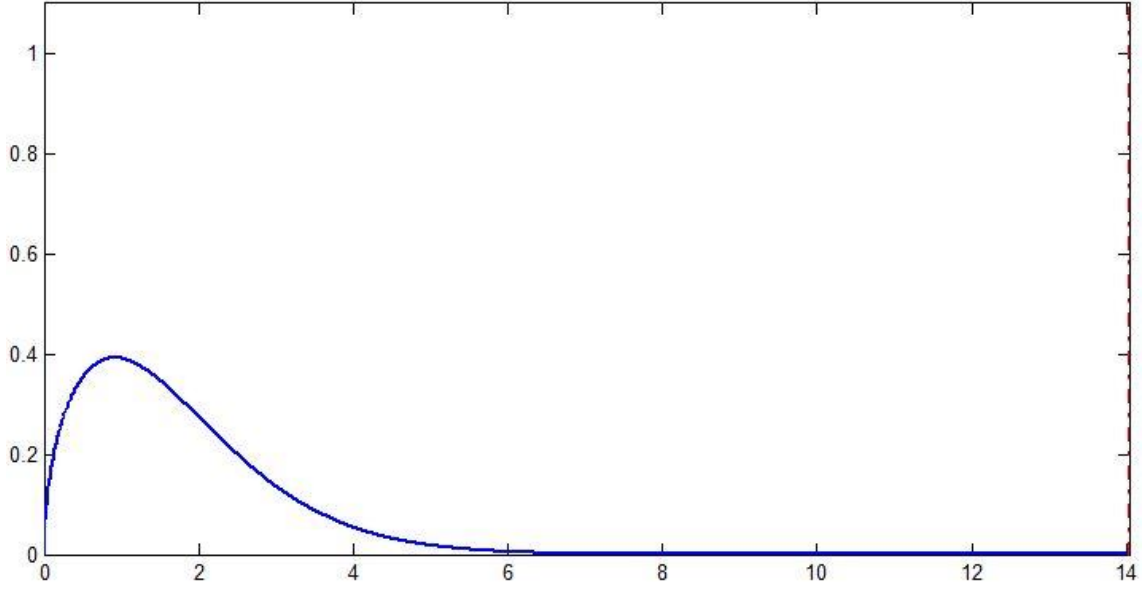
Burada b ve c ölçek ve şekil parametrelerinin gerçek değerleri \hat{b} ve \hat{c} yukarıda zikredilen MLE, EKK1, EKK2, EKK3, EKK4 ve MOM metotlarının parametre tahminleridir.

4. UYGULAMALAR

Aşağıda yer alan uygulamalarda 6 farklı tahmin tekniği kullanılarak Weibull dağılımının iki farklı kuramsal yapısı için parametre tahminlerini elde etmek üzere MATLAB programında veri türetilmiştir. Veriler türetilirken farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull olasılık yoğunluk fonksiyonu kullanılmıştır. Öncelikle Weibull Dağılımı şekil ve ölçek parametrelerine bağlı esnek bir dağılımdır. Dağılımın kuramsal yapısından kaynaklanan durumundan dolayı normal dağılıma göre sola çarpık ve sağa çarpık olma durumuna göre beşer farklı örneklem büyüklüğünde veri türetilmiştir. İlk beş (Uygulama 1-5) uygulamada dağılımın sola çarpık olma durumuna göre sırasıyla 50, 100, 200, 400 ve 1000 örneklem büyüklüğünde verilerin analizi yer almaktadır. Sonraki (Uygulama 6-10) beş uygulamada da dağılımın sağa çarpık olma durumuna göre 50, 100, 200, 400 ve 1000 örneklem büyüklüğünde verilerin analizi yer almaktadır.

4.1. Uygulama 1

Uygulama 1’ de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 50 adet veri türetilmiştir. Weibull Dağılımı’ nın ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan yoğunluk fonksiyonu grafiği aşağıdaki gibidir.



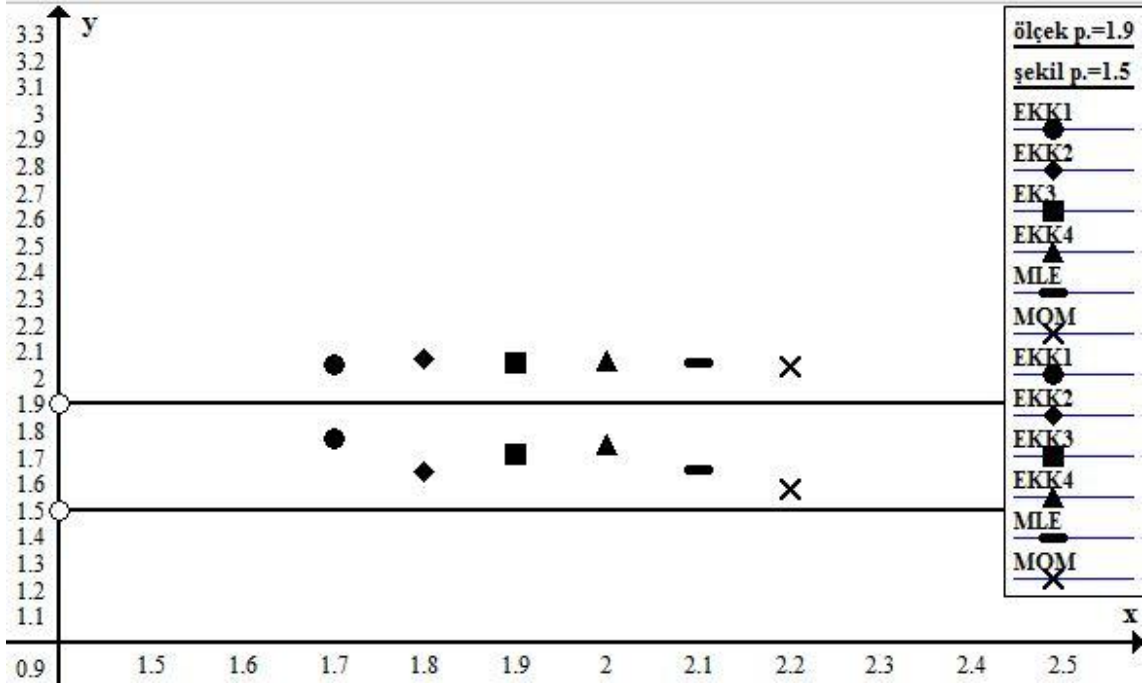
Şekil 4.1. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan Weibull Dağılımı'nın yoğunluk fonksiyonu grafiği.

Elde edilen verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.1. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için parametre tahminleri

	Parametre	Tahminleri	
Yöntem	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	2.048329	1.768161	0.25684
EKK2	2.068938	1.646356	0.18649
EKK3	2.057185	1.713014	0.22474
EKK4	2.062199	1.748484	0.25102
MLE	2.060557	1.651792	0.1857
MOM	2.045859	1.579716	0.12991

Çizelge 4.1’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metodlarından elde edilen değerler birbirlerine çok yakın bulunmuştur. Buna rağmen en küçük Toplam Sapma değeri 0.12991 ile MOM yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=2.045859$ ve şekil parametresi $c=1.579716$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.2. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.2 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden büyük bulunmuşlardır. Bulunan bu değerler ölçek parametresinin gerçek değerine arzu edilen derecede yakın bulunmamıştır. Şekil parametresi için elde edilen değerler ise şekil parametresinin gerçek değerinden büyük bulunmuştur. Bu değerler birbirlerine pek yakın bulunmamıştır.

Tanımlayıcı istatistikler Çizelge 4.2 de verilmiştir.

Çizelge 4.2. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod Değeri	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	1.823223	0.567335	1.278286	1.664858	7.844447	3.620295
EKK2	1.850397	0.665378	1.172494	1.656016	8.474333	3.910058
EKK3	1.834577	0.60844	1.233261	1.660935	8.122408	3.741485
EKK4	1.836723	0.587577	1.269371	1.672226	7.942479	3.661809
MLE	1.842417	0.655696	0.913425	1.407359	9.341955	4.390403
MOM	1.836483	0.706839	1.084624	1.622236	8.849797	4.107445

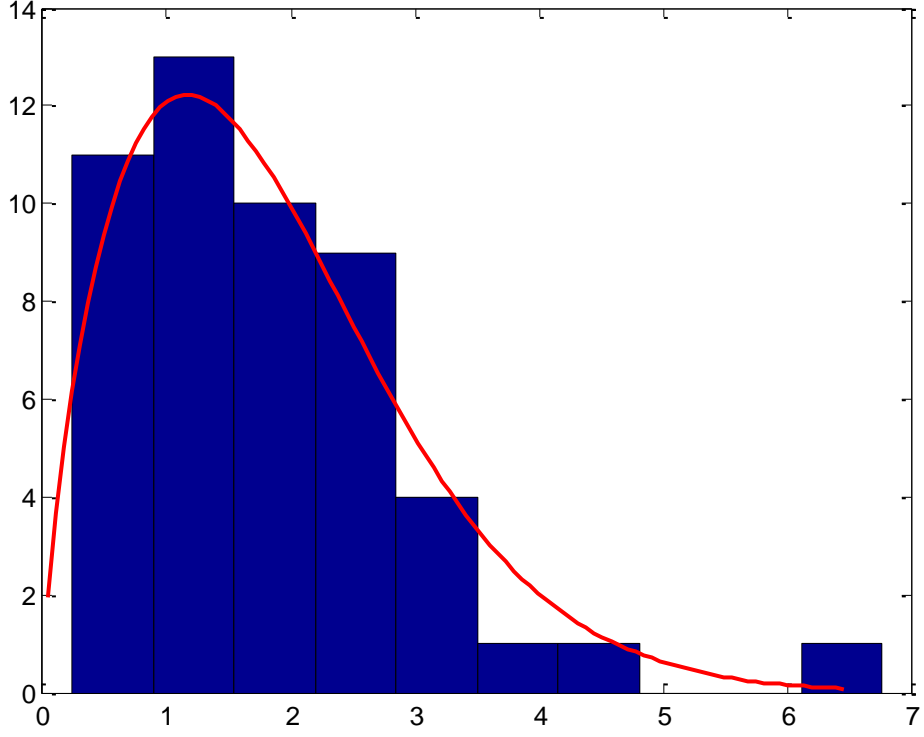
Çizelge 4.2 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini EKK1 yönteminde elde edilmiştir. Buna rağmen Çizelge 1 de EKK1 yöntemi en büyük TOPLAM SAPMA değerini vermiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir. Bu dağılıma ilişkin çarpıklık katsayısının (larının) pozitif olduğu görülmektedir. Bu değerlerden yola çıkılarak verilerin dağılımının normal dağılıma göre sağdan çarpık sola yatık bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir ($\text{Çarpıklık} > 3$). Basıklık katsayılar, 3'ten büyük bulunmuştur, bu duruma göre veri seti dağılımın normal dağılımdan daha dik bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir ($\text{Basıklık} > 3$). Yine Çizelge 4.2 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 1.836483 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.3 'de verilmiştir.

Çizelge 4.3. Ölçek parametresi $b=1.9$ parametresi, şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	1.736083	2.416735	1.447012	2.160586
EKK2	1.731423	2.472246	1.339376	2.023695
EKK3	1.734366	2.440091	1.398237	2.098655
EKK4	1.744067	2.438362	1.429662	2.138406
MLE	1.726134	2.459772	1.344186	2.029791
MOM	1.693496	2.447146	1.280877	1.948277

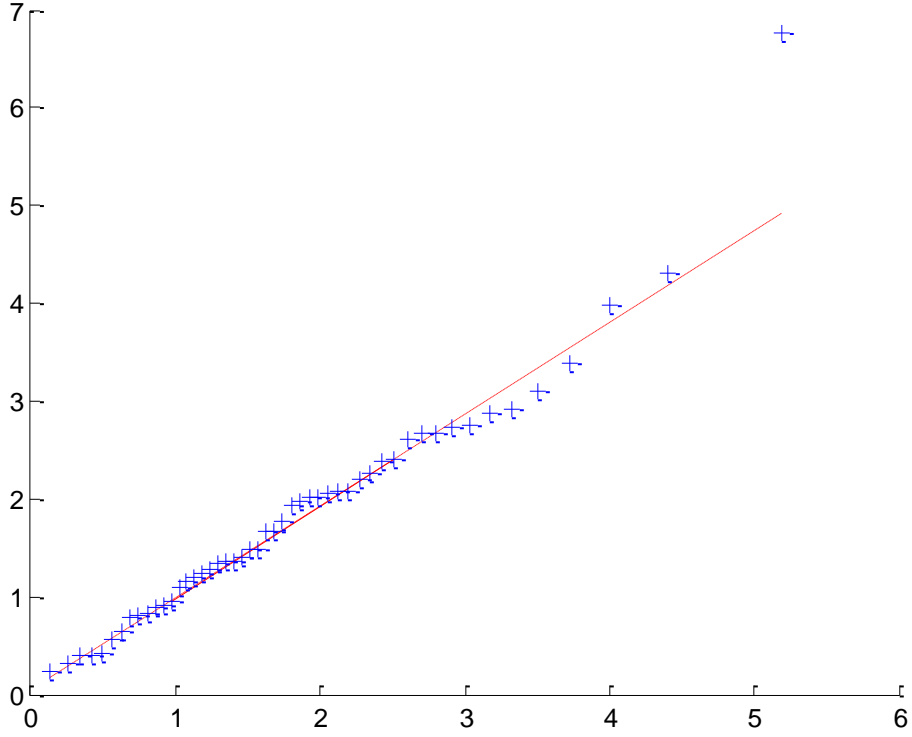
Çizelge 4.3 de ölçek parametresi için en dar aralık EKK1 yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık MOM yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.3. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.3’de dağılımın sola yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın sağdan çarpılmış sola yatık, tek moda sahip ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir (Tanımlayıcı istatistiklerden de aynı bilgiler elde edilmiştir).

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.3’deki gibidir.



Şekil 4.4. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

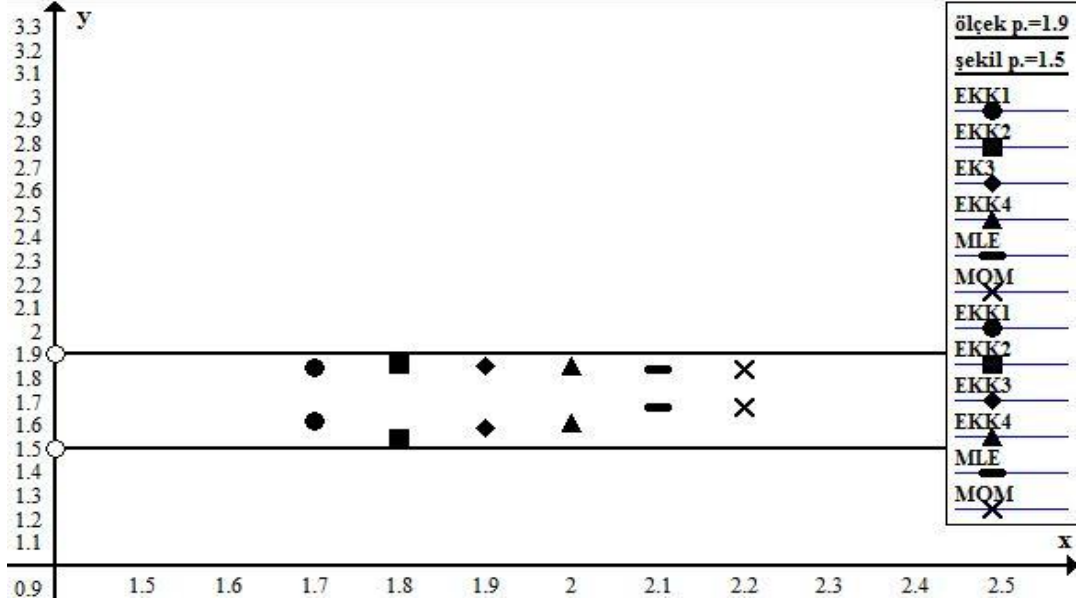
4.2. Uygulama 2

Uygulama 2' de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 100 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.4. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için parametre tahminleri

Parametre Tahminleri			
Yöntem	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	1.841816	1.617959	0.109262
EKK2	1.855791	1.544936	0.053225
EKK3	1.847909	1.585275	0.084266
EKK4	1.849165	1.607495	0.098418
MLE	1.835258	1.671755	0.148578
MOM	1.837331	1.678059	0.15169

Çizelge 4.4’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen değerler birbirilerine çok yakın bulunmuştur. En küçük en küçük Toplam Sapma değeri 0.053225 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=1.855791$ ve şekil parametresi $c=1.544936$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.5. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.5 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden küçük bulunmuşlardır. Bulunan bu değerler ölçek parametresinin gerçek değerine arzu edilen derecede yakın bulunmamıştır. Şekil parametresi için elde edilen değerler ise şekil parametresinin gerçek değerinden büyük bulunmuştur. Bu değerler birbirilerine pek yakın bulunmamıştır.

Şekil 4.5. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart sapma	Mod Değeri	Ortanca (medyan)	Çarpıklık Değeri	Basıklık Değeri
EKK1	1.649672	0.545924	1.015994	1.468474	8.631001	3.990312
EKK2	1.669669	0.608616	0.945354	1.463859	9.057859	4.223958
EKK3	1.658229	0.572586	0.985605	1.466468	8.817381	4.089732
EKK4	1.657209	0.557498	1.009434	1.472162	8.689922	4.021288
MLE	1.639456	0.507944	1.063759	1.473951	8.33784	3.842716
MOM	1.640852	0.505333	1.070697	1.476832	8.04442	3.826613

Şekil 4.5 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MOM yönteminde elde edilmiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir. Bu dağılıma ilişkin çarpıklık katsayısının (larının) pozitif olduğu görülmektedir. Bu değerlerden yola çıkılarak verilerin dağılımının normal dağılıma göre sağdan çarpık sola yatık bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Çarpıklık>3).

Basıklık katsayıları, pozitif olarak bulunmuştur, bu duruma göre veri seti dağılımının normal dağılımdan daha dik bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Basıklık>3). Şekil 4.5 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 1.669669 olarak hesaplanmıştır.

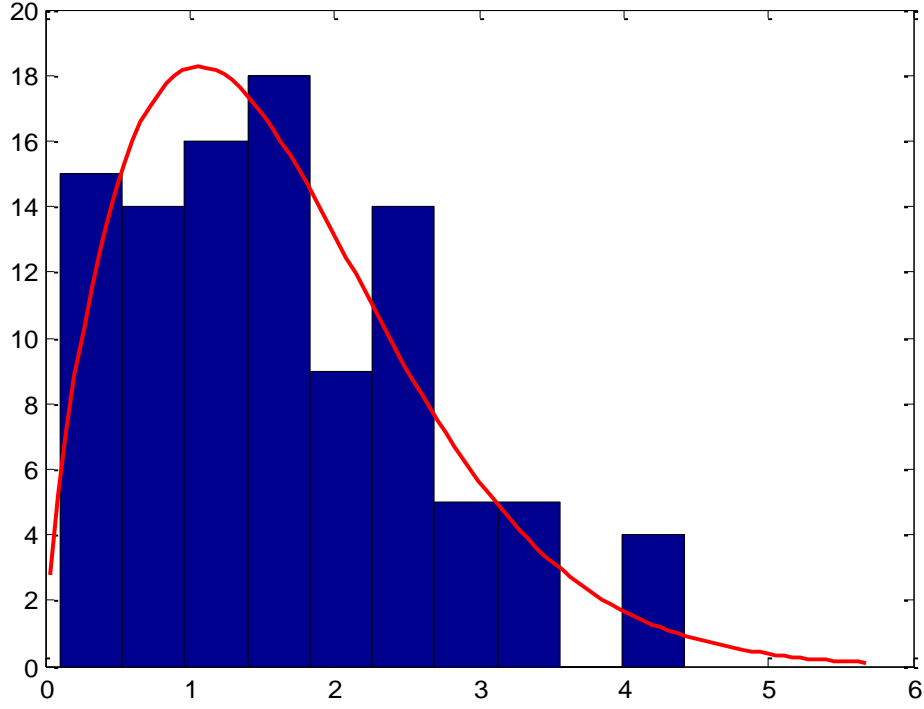
Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.6 'de verilmiştir.

Çizelge 4.6. Ölçek parametresi $b=1.9$ parametresi, şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	1.620978	2.09274	1.384236	1.891145
EKK2	1.621538	2.123884	1.31946	1.808942
EKK3	1.621341	2.106138	1.355259	1.85433
EKK4	1.62548	2.103633	1.374963	1.879352
MLE	1.622466	2.075959	1.43189	1.951801
MOM	1.624639	2.07704	1.437491	1.958888

Çizelge 4.6 de ölçek parametresi için en dar aralık MOM yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.

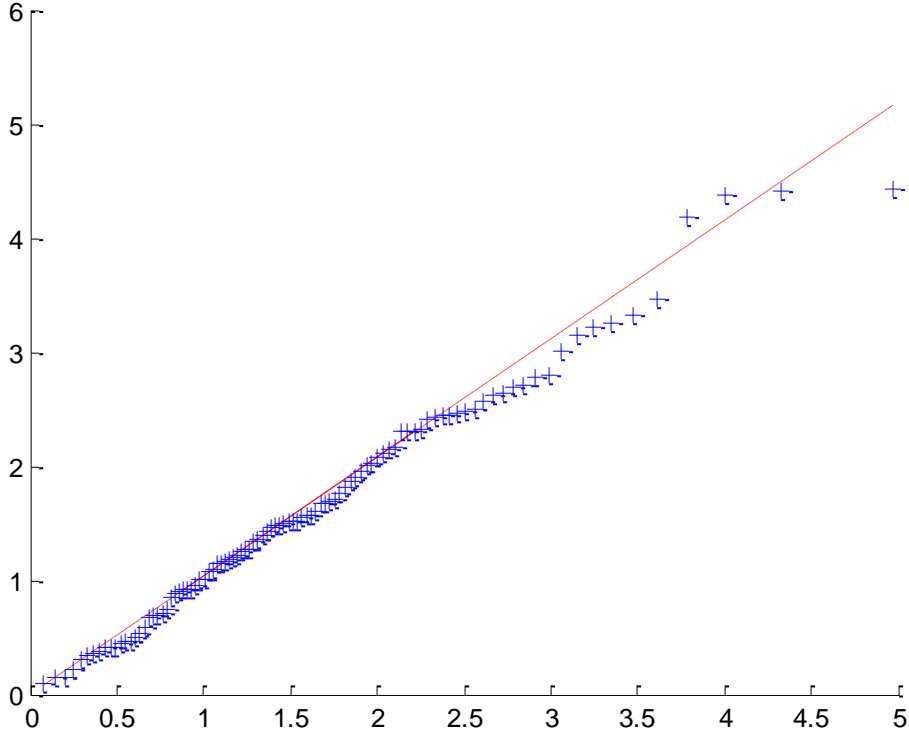
Aşağıda ele alınan konusu veriler için histogram grafiği verilmiştir.



Şekil 4.6. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.6'de dağılımın sola yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın sağdan çarpılmış sola yatık, tek moda sahip ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir (Tanımlayıcı istatistiklerden de aynı bilgiler elde edilmiştir).

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.7'deki gibidir.



Şekil 4.7. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

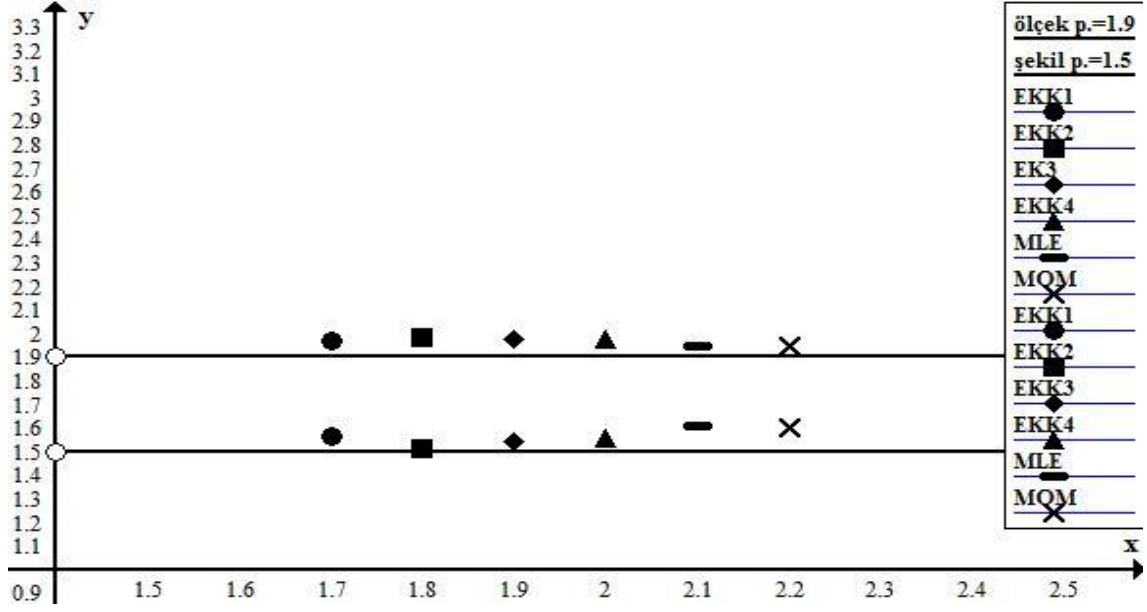
4.3. Uygulama 3

Uygulama 3' de En Küçük Kareler Metotları (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik Metodu (MLE) ve Momentler Metodu (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 200 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.7. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Tahmini
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	1.968257	1.563251	0.078092
EKK2	1.981386	1.512694	0.051297
EKK3	1.974137	1.540538	0.066045
EKK4	1.973111	1.556414	0.076089
MLE	1.944095	1.610684	0.096997
MOM	1.944295	1.60265	0.091746

Çizelge 4.7’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen değerler birbirlerine çok yakın bulunmuştur. En küçük Toplam Sapma değeri 0.051297 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=1.981386$ ve şekil parametresi $c=1.512694$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.8. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.8 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden büyük bulunmuşlardır.

Çizelge 4.8. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart sapma	Mod Değeri	Ortanca (medyan)	Çarpıklık Değeri	Basıklık Değeri
EKK1	1.768672	0.668318	1.024446	1.556894	8.947126	4.16135
EKK2	1.786892	0.724642	0.969027	1.555046	9.259776	4.341436
EKK3	1.776693	0.69276	1.000289	1.556157	9.084863	4.239426
EKK4	1.773835	0.677653	1.018892	1.559127	8.988151	4.184389
MLE	1.741974	0.61376	1.064676	1.548436	8.671895	4.011766
MOM	1.74294	0.620085	1.05613	1.54683	8.717438	4.035899

Çizelge 4.8 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MLE yönteminde elde edilmiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir. Bu dağılıma ilişkin çarpıklık katsayısının (larının) pozitif olduğu görülmektedir. Bu değerlerden yola çıkılarak verilerin dağılımının normal dağılıma göre sağdan çarpık sola yatık bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Çarpıklık>3).

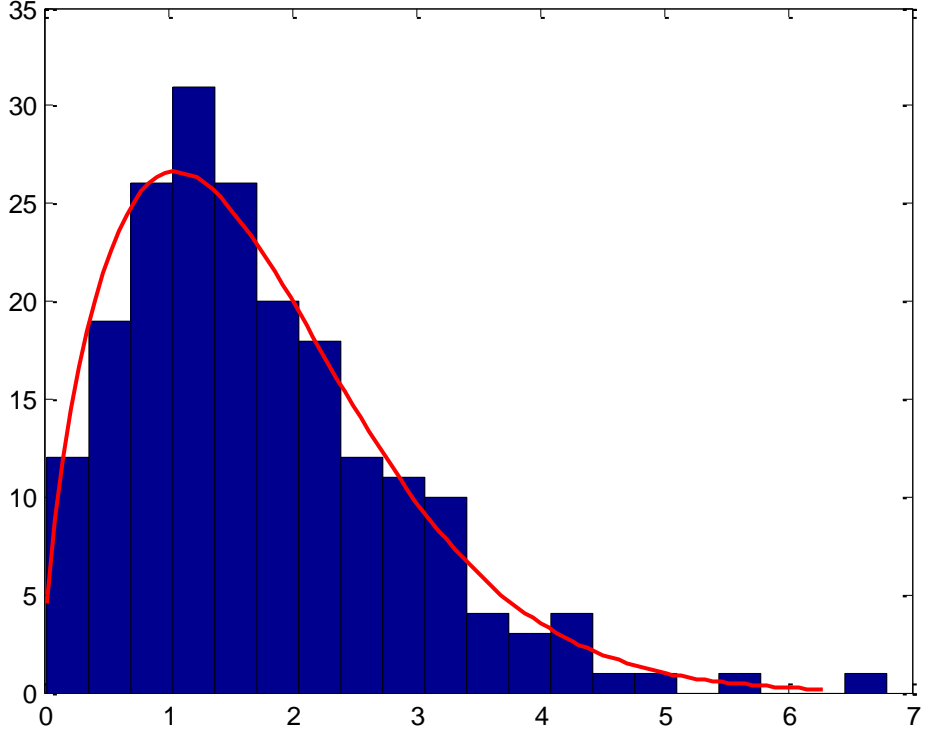
Basıklık katsayılar, pozitif olarak bulunmuştur, bu duruma göre veri seti dağılımının normal dağılımdan daha dik bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Basıklık>3). Çizelge 4.8 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 1.786892 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.9 'de verilmiştir.

Çizelge 4.9. Ölçek parametresi $b=1.9$ parametresi, şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p.üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	1.791513	2.162438	1.403663	1.740983
EKK2	1.796419	2.185398	1.356685	1.686643
EKK3	1.793812	2.17259	1.38256	1.716566
EKK4	1.794842	2.169087	1.3973	1.733646
MLE	1.775861	2.128267	1.447697	1.792019
MOM	1.77281	2.126297	1.440238	1.783376

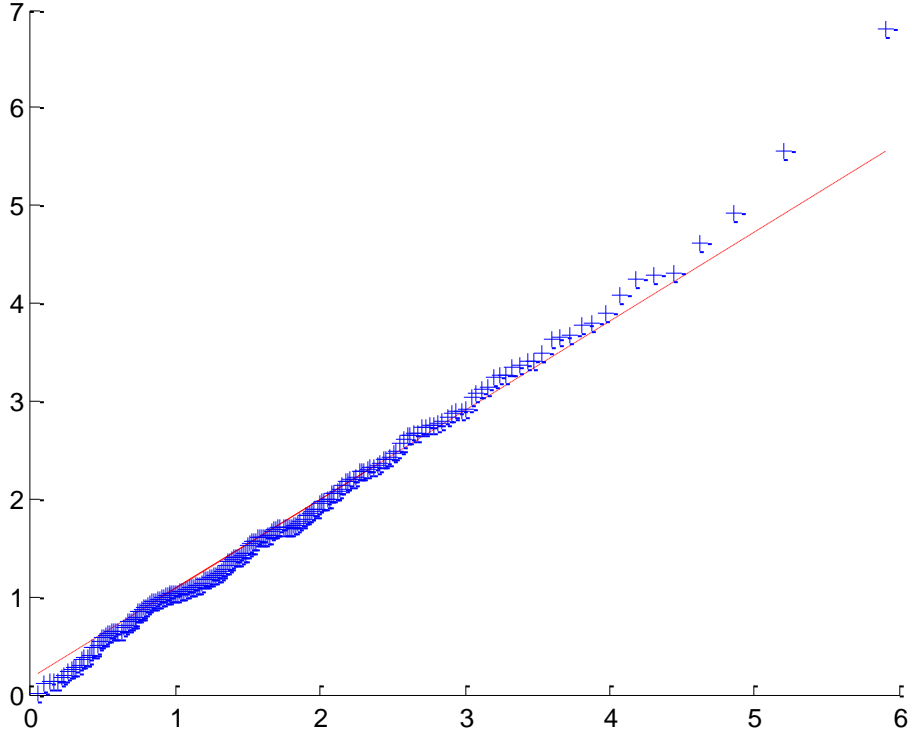
Çizelge 4.9 de ölçek parametresi için en dar aralık MLE yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.9. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.9’de dağılımın sola yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın sağdan çarpılmış sola yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir.

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.10’daki gibidir.



Şekil 4.10. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

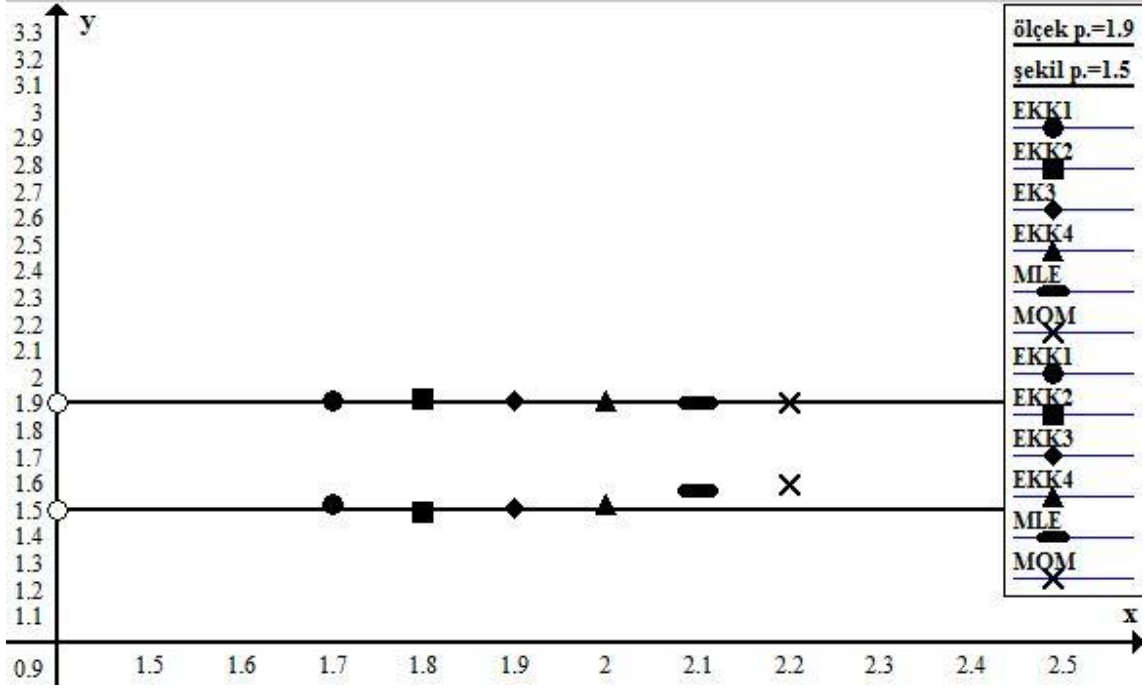
4.4. Uygulama 4

Uygulama 4' En Küçük Kareler Metotları (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik Metodu (MLE) ve Momentler Metodu (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 400 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.10. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Toplam Sapma
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	
EKK1	1.907749	1.521861	0.018653
EKK2	1.914778	1.494106	0.011708
EKK3	1.910875	1.509573	0.012106
EKK4	1.910267	1.518261	0.017577
MLE	1.901227	1.571334	0.048202
MOM	1.906179	1.593489	0.065578

Çizelge 4.10'de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen değerler birbirilerine çok yakın bulunmuştur. En küçük Toplam Sapma değeri 0.011708 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=1.914778$ ve şekil parametresi $c=1.494103$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.11. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.11 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine ve gerçek değere çok yakın bulunmuştur.

Bulunan değerler ölçek parametresinin gerçek değerinden büyük bulunmuştur. Şekil parametresi için elde edilen değerler EKK2 için bulunan değerler hariç diğer metotlar için elde edilen değerler şekil parametresinin gerçek değerinde büyük bulunmuştur.

Ele alınan veriler için tanımlayıcı istatistikler Çizelge 4.11 de verilmiştir.

Çizelge 4.11. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart sapma	Mod Değeri	Ortanca (medyan)	Çarpıklık Değeri	Basıklık Değeri
EKK1	1.719281	0.663424	0.944263	1.499441	9.201402	4.307049
EKK2	1.729388	0.694396	0.91302	1.498247	9.38067	4.413692
EKK3	1.723721	0.676882	0.930667	1.498956	9.279834	4.353328
EKK4	1.722018	0.668445	0.941105	1.500562	9.224234	4.320459
MLE	1.707549	0.61706	0.998649	1.505688	8.899091	4.134612
MOM	1.709679	0.602936	1.025612	1.514513	8.769879	4.063998

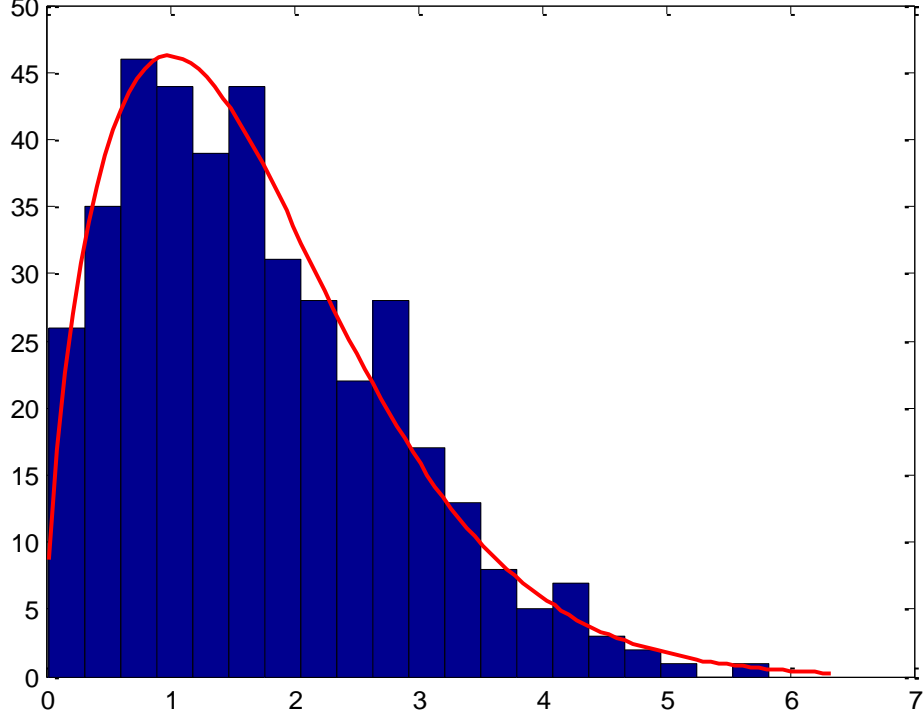
Çizelge 4.11 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MOM yönteminde elde edilmiştir.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.12 'de verilmiştir.

Çizelge 4.12. Ölçek parametresi $b=1.9$ parametresi, şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	1.782529	2.041766	1.40727	1.645784
EKK2	1.786395	2.052388	1.381168	1.616278
EKK3	1.784277	2.046455	1.395716	1.632718
EKK4	1.784478	2.044923	1.403886	1.641954
MLE	1.780605	2.03002	1.453771	1.698405
MOM	1.788584	2.035835	1.474629	1.72193

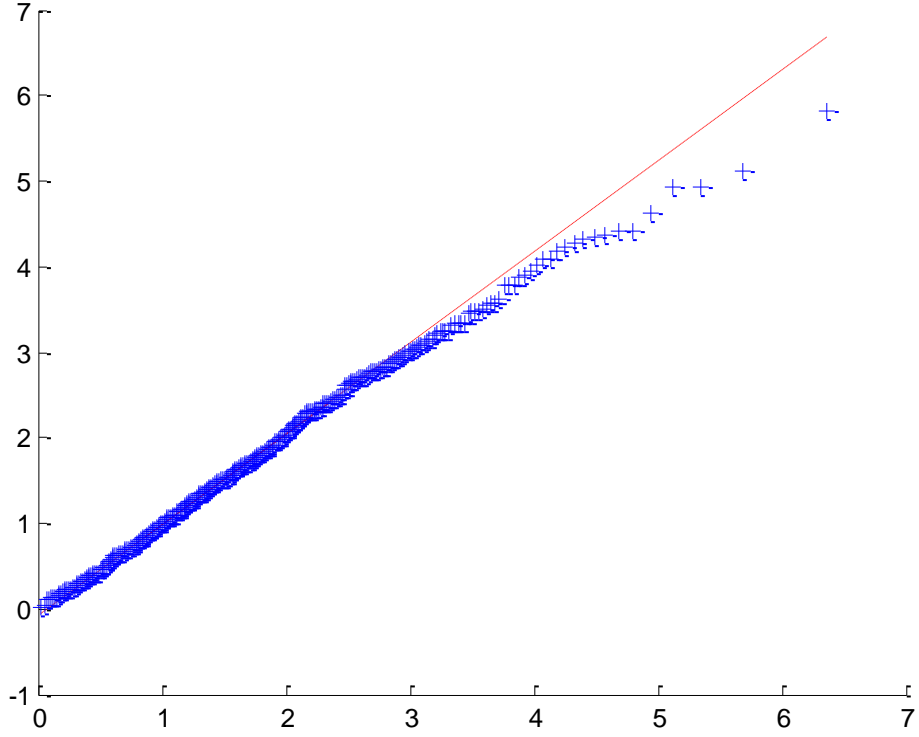
Çizelge 4.12 de ölçek parametresi için en dar aralık MOM yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.12. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.12’de dağılımın sola yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın sağdan çarpılmış sola yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir .

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.13’deki gibidir.



Şekil 4.13. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir

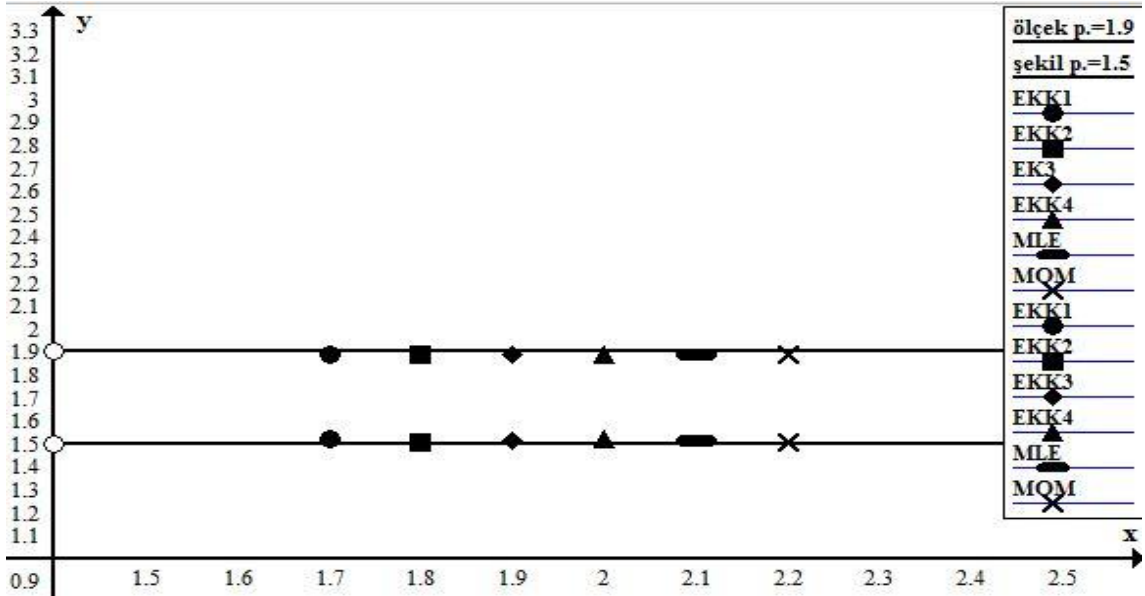
4.5. Uygulama 5

Uygulama 5’ de En Küçük Kareler Metotları (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik Metodu (MLE) ve Momentler Metodu (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 1000 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.13. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için parametre tahminleri

	Parametre		Tahminleri
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	1.853509	1.494351	0.02099728
EKK2	1.85713	1.480638	0.01011095
EKK3	1.855101	1.488363	0.0162614
EKK4	1.854637	1.492628	0.01928032
MLE	1.852578	1.489477	0.01265678
MOM	1.85106	1.48192	0.01039035

Çizelge 4.13’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metodlarından elde edilen değerler birbirlerine çok yakın bulunmuştur. En küçük Toplam Sapma değeri 0.01011095 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=1.85713$ ve şekil parametresi $c=1.480638$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.14. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.14 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden küçük bulunmuşlardır. Bulunan bu değerler ölçek parametresinin gerçek değerine yakın bulunmuştur. Şekil parametresi için elde edilen değerler ise şekil parametresinin gerçek değerinden küçük bulunmuştur. Bu değerler birbirilerine yakın bulunmuştur.

Çizelge 4.14. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart sapma	Mod Değeri	Ortanca (medyan)	Çarpıklık Değeri	Basıklık Değeri
EKK1	1.674018	0.650445	0.88411	1.450365	9.379049	4.4127138
EKK2	1.679225	0.665727	0.868618	1.4499	9.47051	4.46825758
EKK3	1.67629	0.65706	0.877407	1.450179	9.418736	4.43672367
EKK4	1.675275	0.65281	0.882508	1.450837	9.390433	4.41958667
MLE	1.673854	0.654248	0.877605	1.448473	9.411328	4.43223111
MOM	1.673553	0.660181	0.8674	1.445471	9.461871	4.46297937

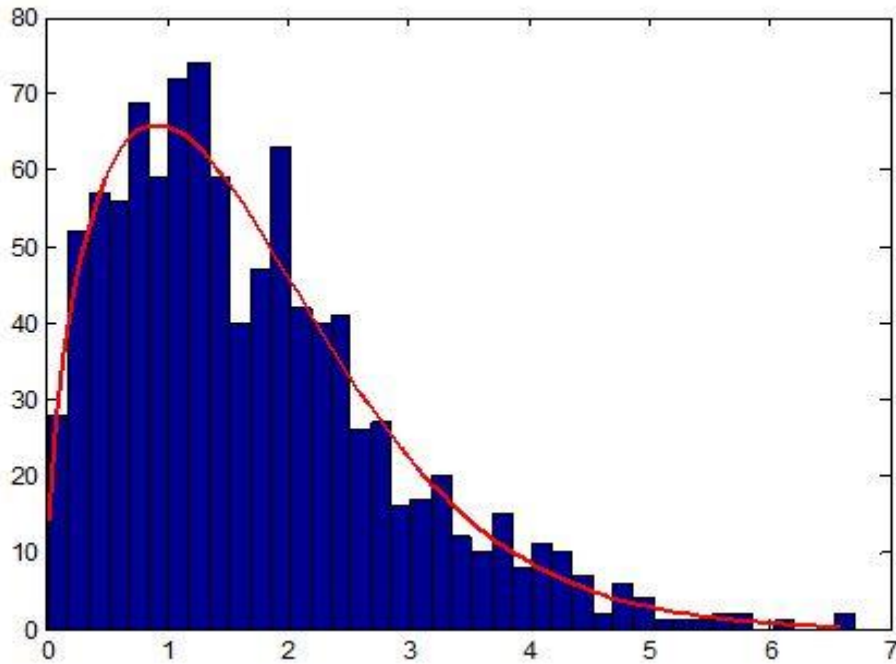
Çizelge 4.14 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini EKK1 yönteminde elde edilmiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir. Çizelge 4.14 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 1.679225 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.15 'de verilmiştir.

Çizelge 4.15. Ölçek parametresi $b=1.9$ parametresi, şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için güven aralıkları

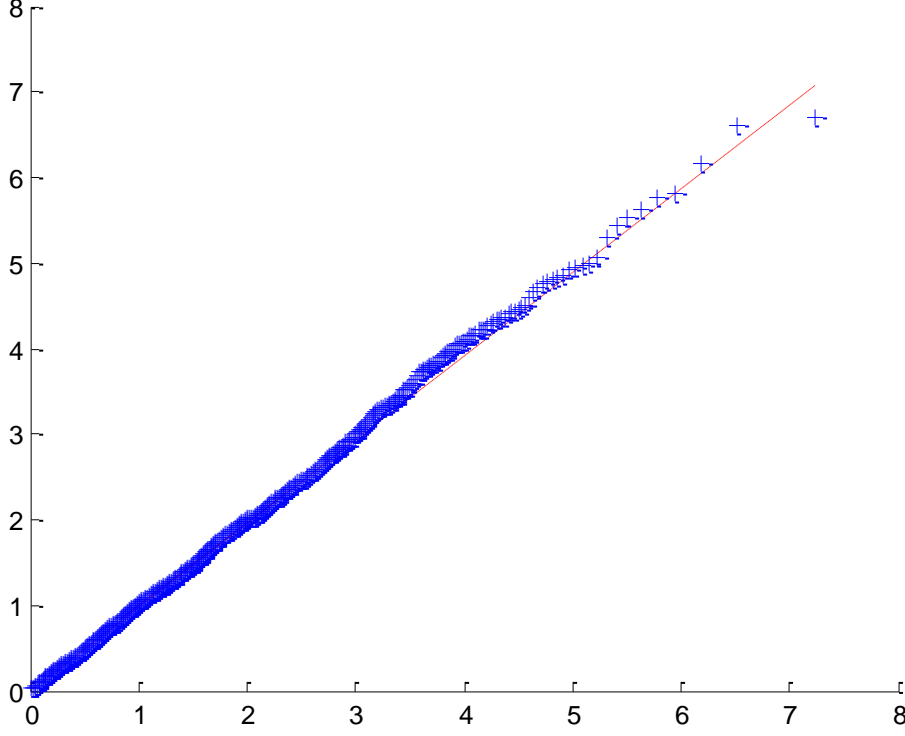
Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	1.774336	1.936216	1.424351	1.567791
EKK2	1.776977	1.940897	1.411108	1.553594
EKK3	1.775503	1.938268	1.418569	1.561592
EKK4	1.775298	1.937522	1.422688	1.566006
MLE	1.773205	1.935504	1.419642	1.562747
MOM	1.770287	1.933075	1.412341	1.554928

Çizelge 4.15 de ölçek parametresi için en dar aralık EKK1 yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık MOM yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.15. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.15’de dağılımın sola yatık olduğu görülmektedir. Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.16’deki gibidir.

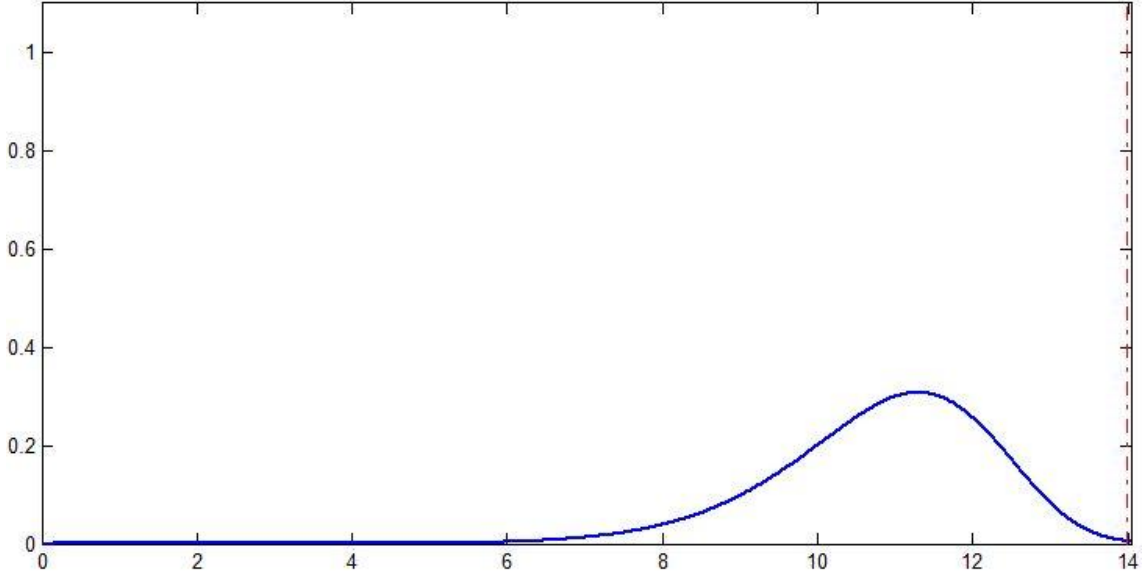


Şekil 4.16. Ölçek parametresi $b=1.9$ ve şekil parametresi $c=1.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir

4.6. Uygulama 6

Uygulama 6’ de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 50 adet veri türetilmiştir. Weibull Dağılımı’ nın Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan yoğunluk fonksiyonu grafiği aşağıdaki gibidir.



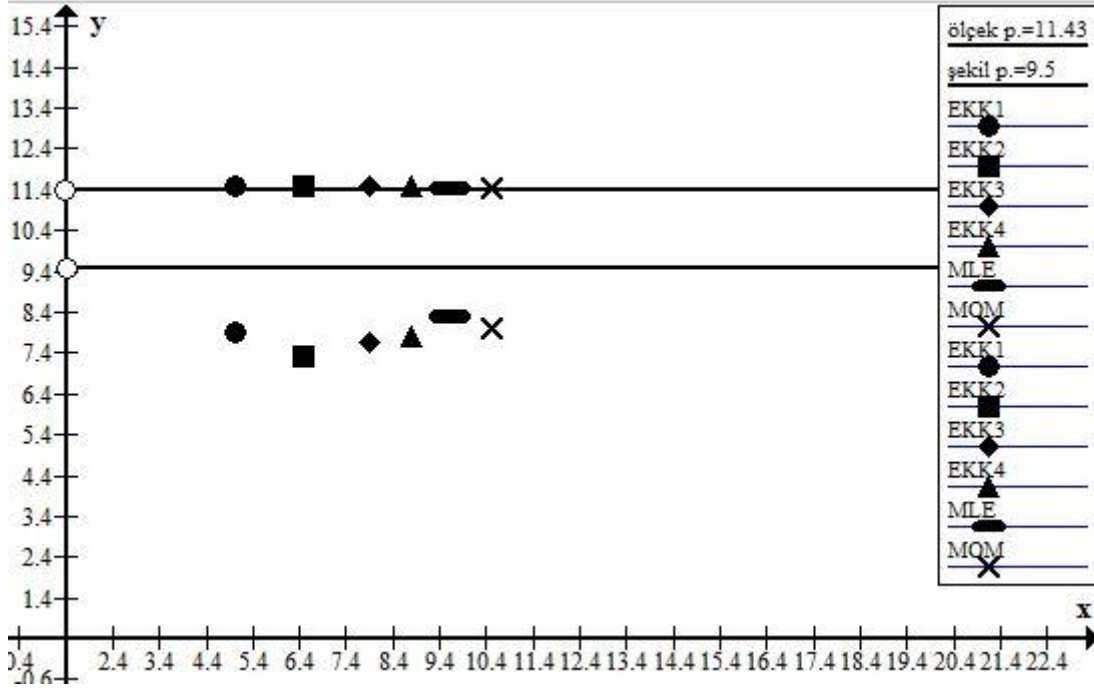
Şekil 4.17. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan Weibull Dağılımının yoğunluk fonksiyonu grafiği.

Elde edilen verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.16. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için parametre tahminleri

Parametre		Tahmini	
Yöntem	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	11.4679	7.895244	0.172238
EKK2	11.49602	7.331071	0.234084
EKK3	11.48006	7.639308	0.200242
EKK4	11.48495	7.810138	0.182688
MLE	11.45117	8.315212	0.126566
MOM	11.45914	8.028327	0.157462

Çizelge 4.16'de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metodlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine yakın bulunmuştur. Ancak şekil parametresi için elde edilen değerler birbirilerine yakın değerler bulunmamıştır. En küçük Toplam Sapma değeri 0.126566 ile MLE yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=11.45117$ ve şekil parametresi $c=8.315212$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.18. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.18 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden büyük bulunmuşlardır. Şekil parametresi için elde edilen değerler ise şekil parametresinin gerçek değerinden küçük bulunmuştur. Uygulama 1'de (yani dağılımın sola çarpık olma durumunda) 50 veri için en iyi tahmini MOM yöntemi vermişti. Dağılımın sağa çarpık olma durumunda ise en iyi tahmini MLE yöntemi vermiştir.

Tanımlayıcı istatistiklere ait sonuçlar Çizelge 4.17 de verilmiştir

Çizelge 4.17. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod-Mod	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	10.79288	1.314095	11.27287	10.94771	-64.6665	3.31477
EKK2	10.77939	1.505146	11.26833	10.93541	-53.1712	3.235991
EKK3	10.78676	1.395875	11.27114	10.94228	-59.3242	3.279533
EKK4	10.80318	1.343523	11.28523	10.95844	-62.8665	3.303146
MLE	10.80409	1.195179	11.27607	10.95739	-73.8921	3.370766
MOM	10.79341	1.273808	11.27083	10.94776	-67.5281	3.33276

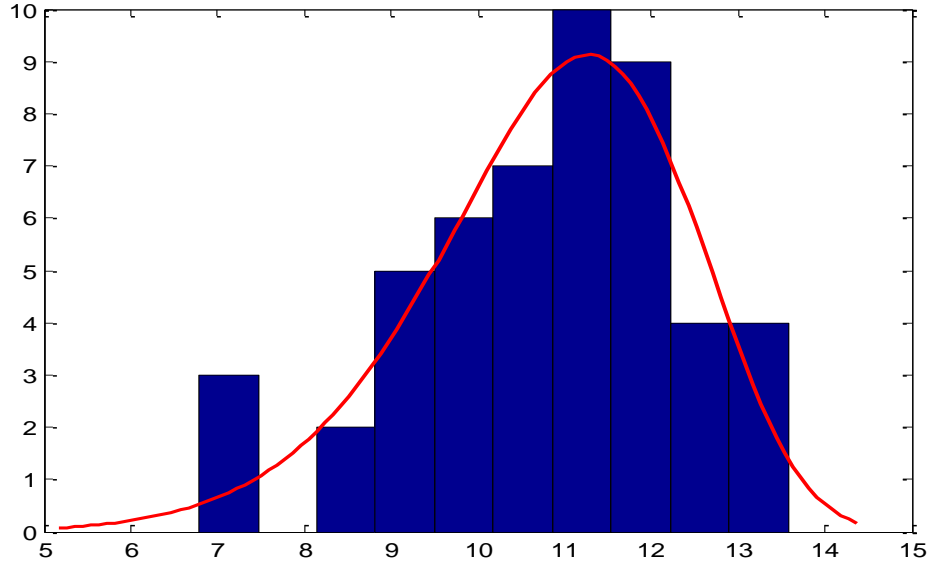
Çizelge 4.17 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MLE yönteminde elde edilmiştir. Çizelge 2.6.1 de en küçük Toplam Sapma değerini de MLE yöntemi vermiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir. Bu dağılıma ilişkin çarpıklık katsayısının (larının) negatif olduğu görülmektedir. Bu değerlerden yola çıkılarak verilerin dağılımının normal dağılıma göre soldan çarpık sağa yatık bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Çarpıklık <0). Basıklık katsayılar, pozitif olarak bulunmuştur, bu duruma göre veri seti dağılımının normal dağılımdan daha dik bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir (Basıklık >3). Çizelge 4.17 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 10.80409 olarak hesaplanmıştır. Tüm tahmin metotları için elde edilen ortalama değerleri birbirilerine çok bulunmuştur. Bu da elde edilen tahminlerin birbirilerine yakın olduğunu göstermektedir. Bu sonuçlar Çizelge 4.16 ve Şekil 4.18 den de elde edilmiştir.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.18 'de verilmiştir.

Çizelge 4.18. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	11.05331	11.89804	6.321964	9.86005
EKK2	11.04691	11.96338	5.846583	9.192481
EKK3	11.0509	11.92588	6.106672	9.556601
EKK4	11.06451	11.92137	6.250231	9.75936
MLE	11.05692	11.85946	6.673564	10.36069
MOM	11.02569	11.85223	6.432273	10.02041

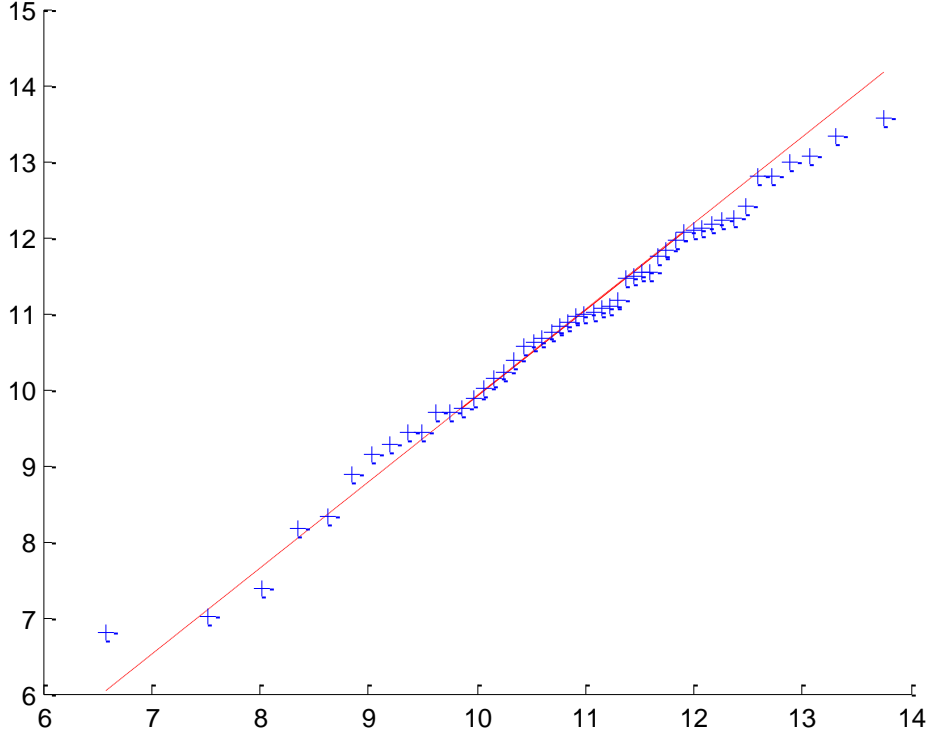
Çizelge 4.18 de ölçek parametresi için en dar aralık MLE yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.19. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.19’de dağılımın sağa yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın soldan çarpılmış sağa yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir.

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.20’deki gibidir.



Şekil 4.20. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 50 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

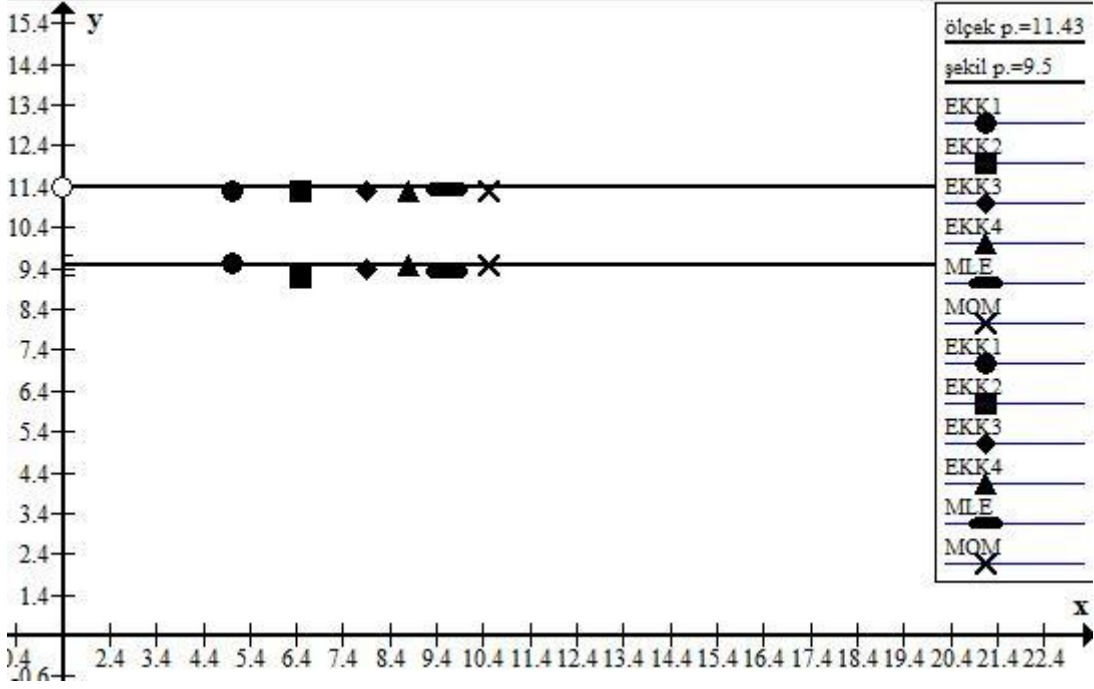
4.7. Uygulama 7

Uygulama 7’ de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 100 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.19. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Toplam Sapma
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	
EKK1	11.30215	9.546451	0.016075
EKK2	11.3122	9.174188	0.044602
EKK3	11.30642	9.381817	0.023253
EKK4	11.30944	9.489387	0.011664
MLE	11.31633	9.320404	0.02885
MOM	11.30414	9.497354	0.01129

Çizelge 4.19’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine yakın bulunmuştur. Ancak şekil parametresi için elde edilen değerler birbirilerine yakın değerler bulunmamıştır. En küçük Toplam Sapma değeri 0.1129 ile MOM yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=11.30414$ ve şekil parametresi $c=9.497354$ değerlerini almışlardır.



Şekil 4.21. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.21 incelendiğinde ölçek parametresi için elde edilen değerler birbirine çok yakın ve gerçek değerden küçük bulunmuşlardır. Aynı zaman da bu değerler ölçek parametresinin gerçek değerine de yakın bulunmuştur.

Şekil parametresi için elde edilen değerler ise EKK1, EKK4 ve MOM yöntemleri için bulunan değerler şekil parametresinin gerçek değerinden büyük bulunmuşken EKK2, EKK3 ve MLE yöntemleri için elde edilen değerler, şekil parametresinin gerçek değerinden küçük bulunmuştur. Bu değerler birbirilerine pek yakın bulunmamıştır. Bulunan bu değerler şekil parametresinin gerçek değerine de pek yakın bulunmamıştır.

Uygulama 2'de (yani dağılımın sola çarpık olma durumunda) 100 veri için en iyi tahmini EKK2 yöntemi vermişti. Dağılımın sağa çarpık olma durumunda 100 veri için en iyi tahmini MOM yöntemi vermiştir.

Söz konusu veriler için tanımlayıcı istatistikler Çizelge 4.20 de verilmiştir.

Çizelge 4.20. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod-Mod	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	10.73086	0.909642	11.1719	10.87646	-104.238	3.522101
EKK2	10.72152	0.978674	11.17078	10.86918	-94.5435	3.47831
EKK3	10.72671	0.939218	11.1714	10.87323	-99.8951	3.502938
EKK4	10.73497	0.920681	11.1775	10.88096	-102.723	3.515495
MLE	10.73299	0.952017	11.17937	10.87997	-98.2976	3.495707
MOM	10.73033	0.918432	11.17249	10.87621	-102.934	3.51642

Çizelge 4.20 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini EKK1 yönteminde elde edilmiştir. Çarpıklık ve basıklık katsayıları değerlerine bakılarak, verilerin dağılımının normal dağılım ile ilişkisi incelenebilir.

Bu dağılıma ilişkin çarpıklık katsayısının (larının) negatif olduğu görülmektedir. Bu değerlerden yola çıkılarak verilerin dağılımının normal dağılıma göre sola çarpık bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir ($\text{Çarpıklık} < 0$).

Basıklık katsayılar, pozitif olarak bulunmuştur, bu duruma göre veri seti dağılımının normal dağılımdan daha dik bir dağılıma sahip olduğu söylenebilir ($\text{Basıklık} > 3$).

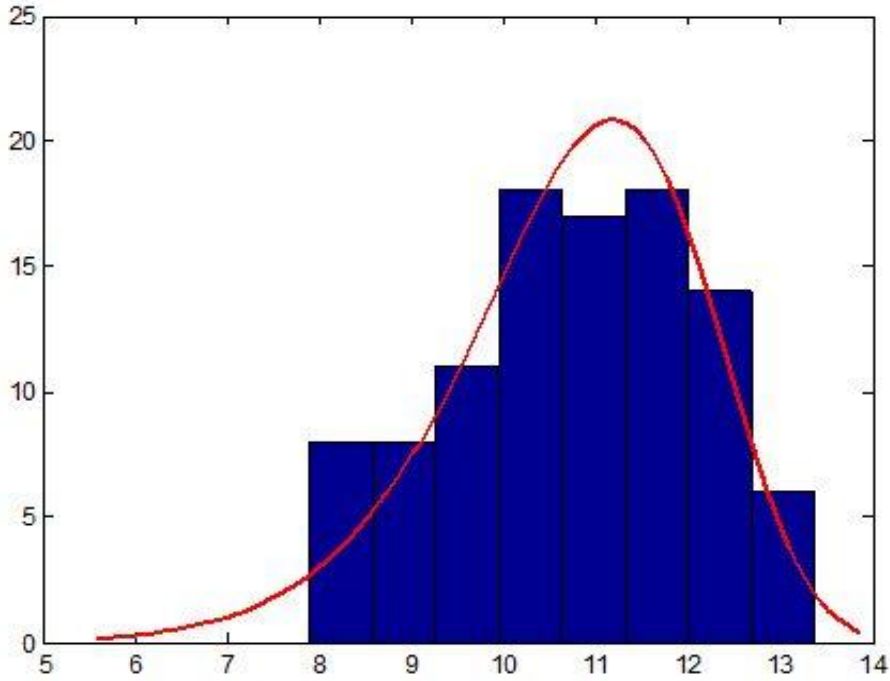
Çizelge 4.20 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 10.73033 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.21 'de verilmiştir.

Çizelge 4.21. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	11.05933	11.55031	8.188376	11.12977
EKK2	11.06072	11.5694	7.86135	10.70627
EKK3	11.05994	11.55838	8.04395	10.9422
EKK4	11.06529	11.55899	8.138959	11.06388
MLE	11.06821	11.57001	7.990604	10.87151
MOM	11.08181	11.57586	8.14741	11.07097

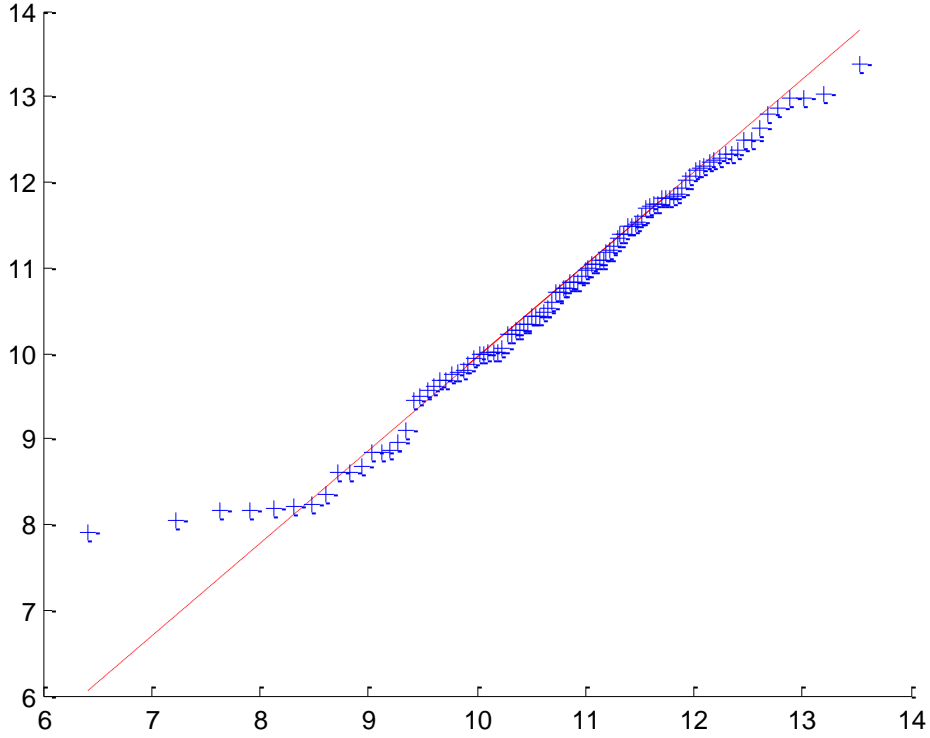
Çizelge 4.21 de ölçek parametresi için en dar aralık EKK1 yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.22. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.22’de dağılımın sağa çarpık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın soldan çarpılmış sağa yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir.

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.23’deki gibidir.



Şekil 4.23. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 100 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

4.8. Uygulama 8

Uygulama 8’ de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak

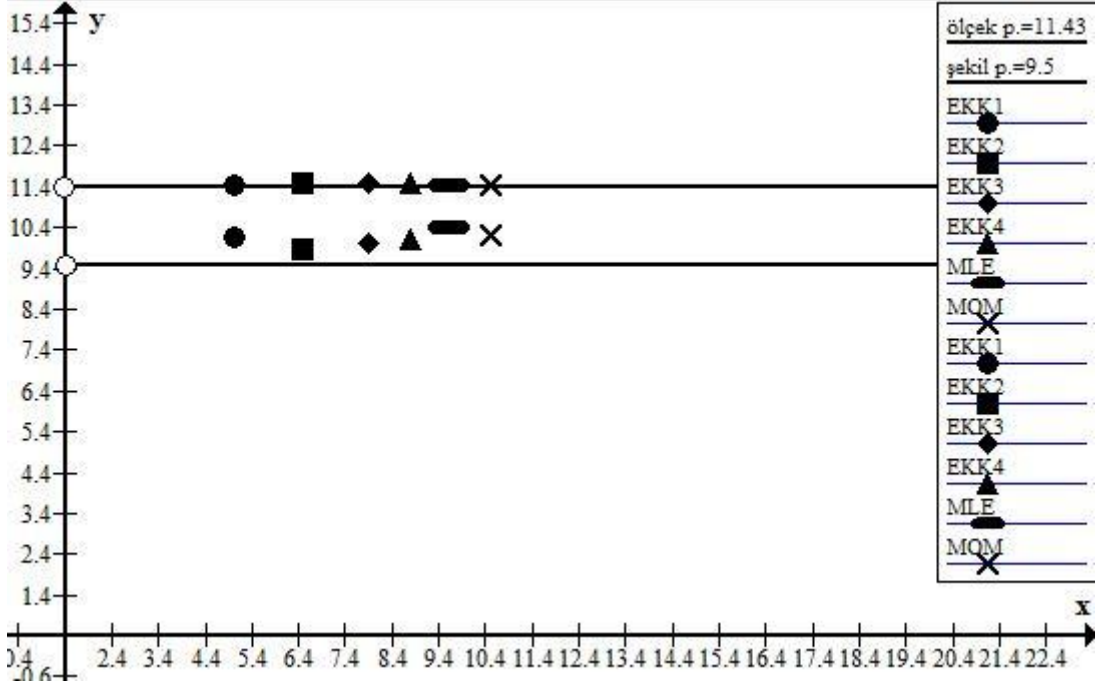
amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 200 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.22. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Tahmini
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	11.46302	10.15772	0.072122
EKK2	11.4726	9.861298	0.041758
EKK3	11.46727	10.0257	0.058597
EKK4	11.46711	10.11721	0.068217
MLE	11.45961	10.39529	0.096832
MOM	11.46168	10.19414	0.07584

Çizelge 4.22’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine ve ölçek parametresinin gerçek değerine yakın bulunmuştur. En küçük Toplam Sapma değeri 0.041758 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=11.4726$ ve şekil parametresi $c=9.861298$ değerlerini almışlardır. Bu durumu Şekil 4.24 özetlemektedir.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda (Uygulama 3) en küçük Toplam Sapma değerini EKK2 yöntemi vermişti.



Şekil 4.24. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Şekil 4.24 incelendiğinde tahmin edilen değerler ölçek parametresinin gerçek değerinde büyük bulunmuştur.

Aşağıda tanımlayıcı istatistiklerden elde edilen sonuçlara ele alınmıştır.

Çizelge 4.23. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod-Mod	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	10.91255	0.836738	11.34666	11.05678	-121.136	3.590522
EKK2	10.90798	0.884127	11.34887	11.05403	-112.79	3.55787
EKK3	10.91058	0.857365	11.34771	11.05562	-117.383	3.5761
EKK4	10.91461	0.843398	11.34976	11.05913	-119.978	3.586118
MLE	10.9198	0.802018	11.34865	11.06261	-128.032	3.616
MOM	10.91291	0.831153	11.34618	11.05692	-122.181	3.594468

Çizelge 4.23 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MLE yönteminde elde edilmiştir. Uygulama 3’de en küçük standart sapma değerini MLE yöntemi vermişti.

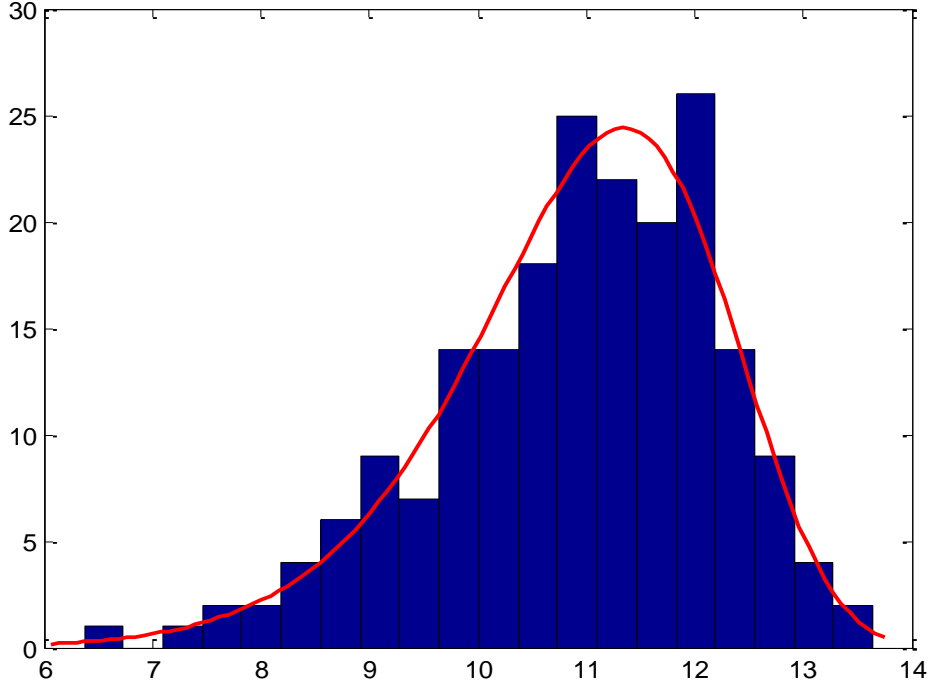
Çizelge 4.23 incelendiğinde en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 10.90798 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.24 ‘de verilmiştir.

Çizelge 4.24. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	11.30007	11.62832	9.10038	11.3379
EKK2	11.30477	11.64292	8.828353	11.0151
EKK3	11.30221	11.63473	8.979291	11.19405
EKK4	11.30345	11.63314	9.063321	11.29365
MLE	11.3001	11.62137	9.318235	11.59685
MOM	11.28859	11.61521	9.133234	11.37829

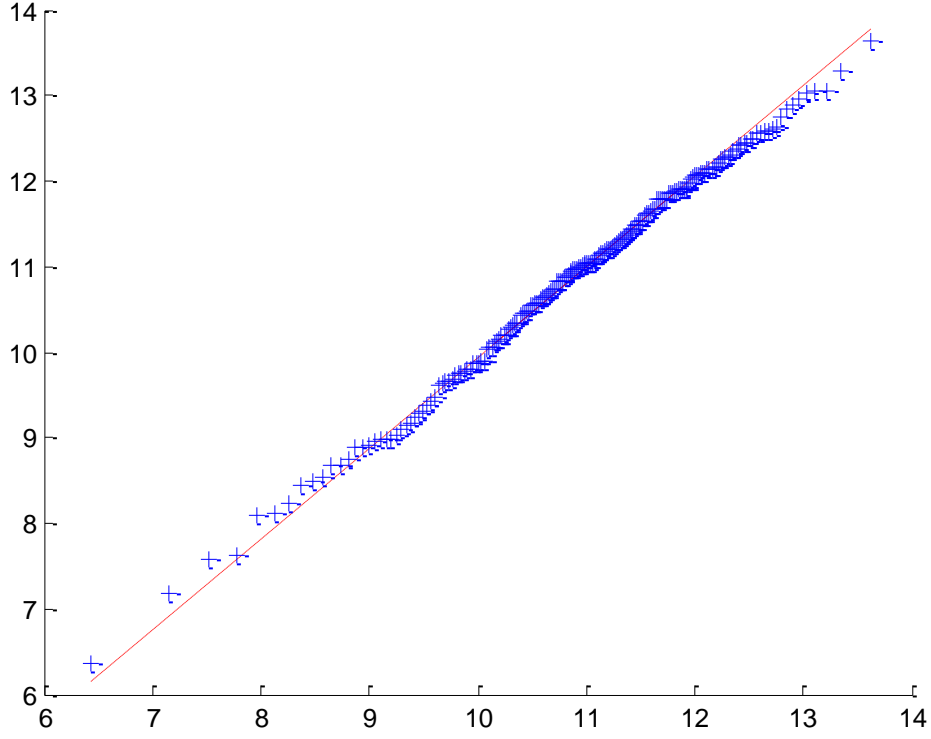
Çizelge 4.24 de ölçek parametresi için en dar aralık MLE yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK3 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.25. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.25’de dağılımın sağa yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın soldan çarpılmış sağa yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir.

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.26’deki gibidir.



Şekil 4.26. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 200 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

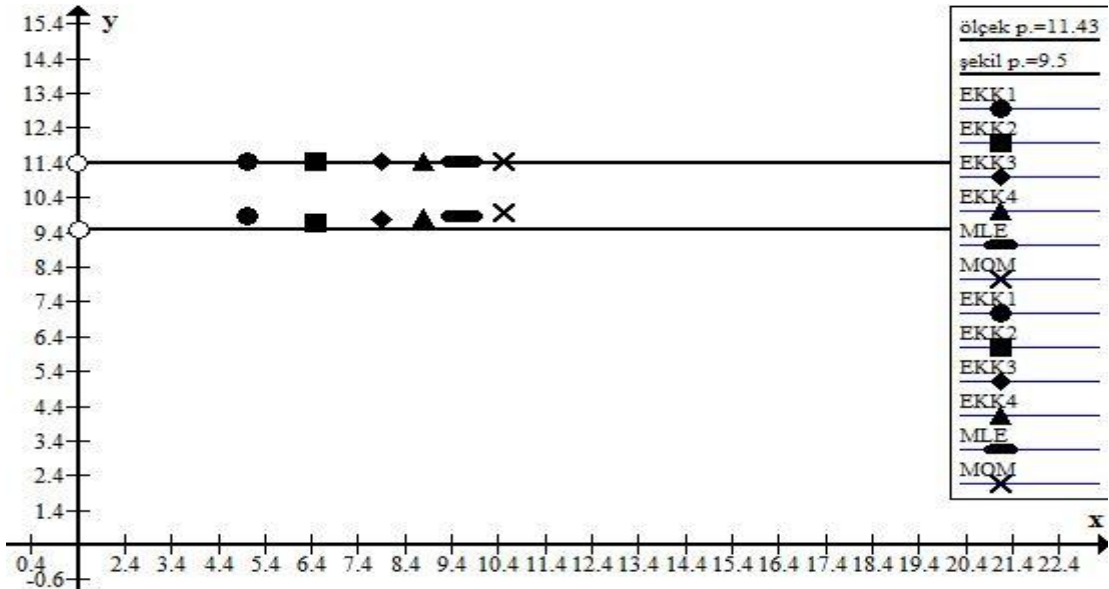
4.9. Uygulama 9

Uygulama 9' de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 400 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.25. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Tahmini		Toplam Sapma
	Ölçek	Parametresi	Şekil	Parametresi	
EKK1		11.4377		9.865913	0.039191
EKK2		11.44455		9.680692	0.020294
EKK3		11.44075		9.783908	0.030825
EKK4		11.44009		9.841576	0.036838
MLE		11.43161		9.870989	0.039193
MOM		11.43325		9.946485	0.047283

Çizelge 4.25’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metodlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine ve ölçek parametresinin gerçek değerine yakın bulunmuştur. Bu durumu Şekil 4.27 özetlemektedir.



Şekil 4.27. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

En küçük Toplam Sapma değeri 0.020294 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=11.44455$ ve şekil parametresi $c=9.680692$ değerlerini almışlardır.

Uygulama 4’de 400 veri için en küçük Toplam Sapma değerini EKK2 yönteminden elde edilmişti. Dağılımın sağa çarpık olma durumunda da EKK2 yönteminden elde edilmiştir.

Aşağıdaki çizelgede tanımlayıcı istatistiklerden elde edilen sonuçlara ele alınmıştır.

Çizelge 4.26. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod-Mod	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	10.87501	0.878015	11.31447	11.02059	-112.917	3.558386
EKK2	10.87266	0.909581	11.31638	11.01936	-107.845	3.537491
EKK3	10.87402	0.89179	11.31536	11.02009	-110.658	3.549183
EKK4	10.87614	0.8823	11.31621	11.02188	-112.244	3.555663
MLE	10.86946	0.876269	11.30858	11.01494	-113.058	3.558953
MOM	10.87455	0.864566	11.3121	11.01962	-115.159	3.567354

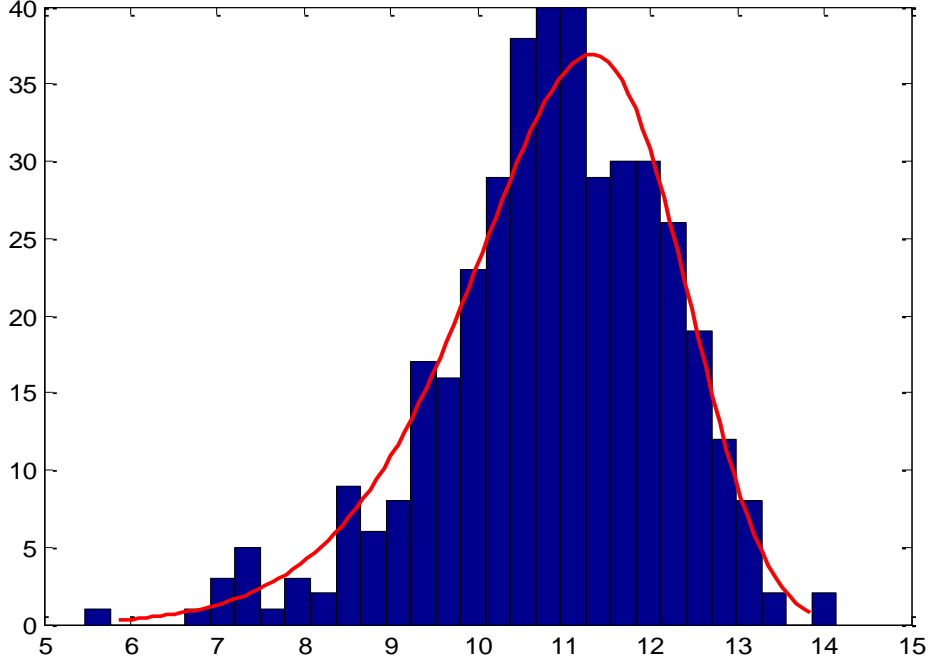
Çizelge 4.26 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MOM yönteminde elde edilmiştir. En küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 10.87266 olarak hesaplanmıştır. Dağılımın sola çarpık olma durumunda en küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin değerlerine (EKK2) karşılık gelen verilerin ortalaması 1.729388 olarak elde edilmişti ve standart sapma değeri 0.694396 olarak hesaplanmıştır.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.27 'de verilmiştir.

Çizelge 4.27. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	11.31872	11.55792	9.148075	10.64008
EKK2	11.32338	11.56703	8.9727	10.44455
EKK3	11.32082	11.56194	9.070447	10.55349
EKK4	11.32081	11.56063	9.125069	10.61434
MLE	11.31278	11.55169	9.152728	10.64562
MOM	11.31732	11.55472	9.224333	10.72517

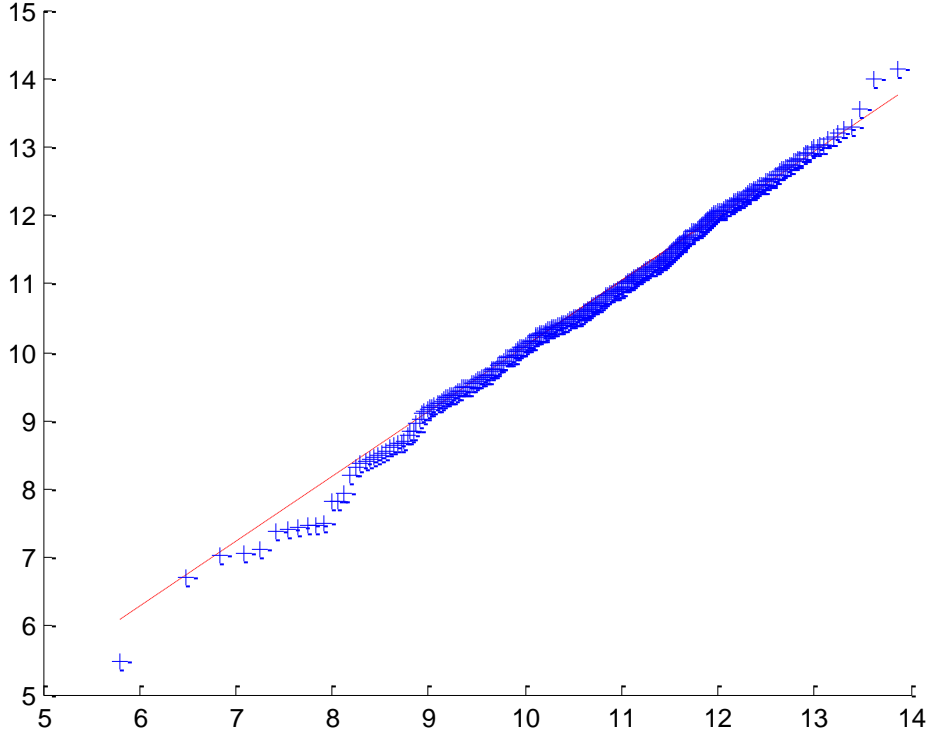
Çizelge 4.27 de ölçek parametresi için en dar aralık MOM yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.28. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.28’de dağılımın sağa yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın soldan çarpılmış sağa yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir.

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.29’deki gibidir.



Şekil 4.29. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 400 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında iyi bir uyum olduğu söylenebilir.

4.10. Uygulama 10

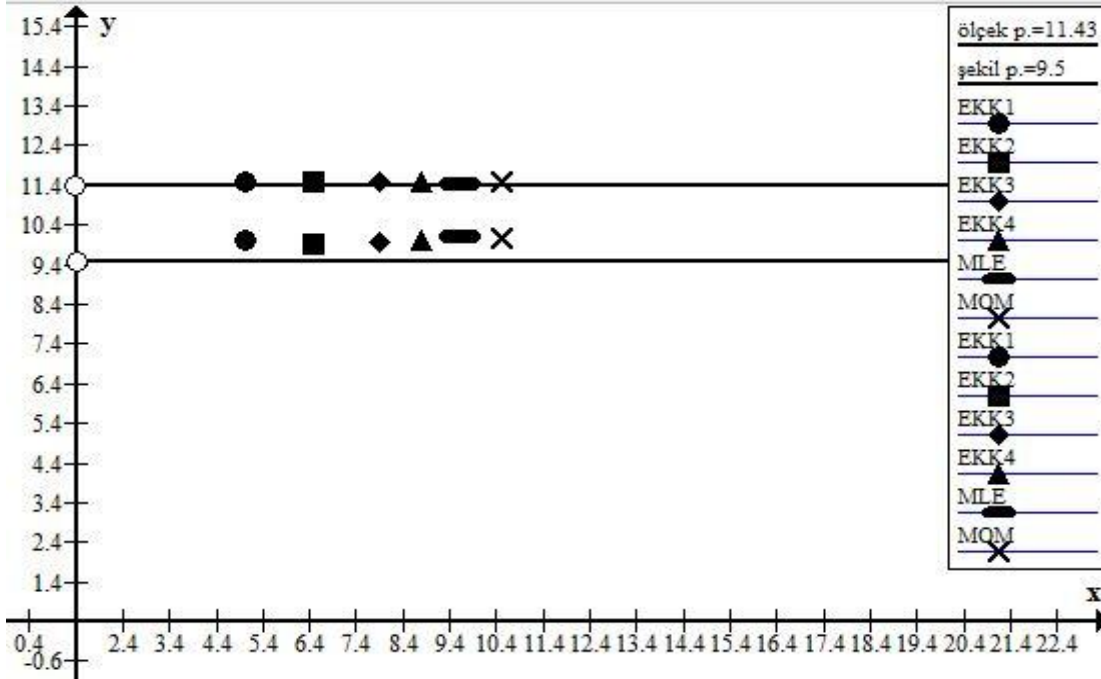
Uygulama 10' de En Küçük Kareler (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4), En Çok Olabilirlik (MLE) ve Momentler (MOM) parametre tahmin metotlarını karşılaştırmak amacı ile MATLAB programında farklı şekil ve ölçek parametrelerine sahip Weibull Dağılımı gösteren örneklem büyüklüğü 1000 adet veri türetilmiştir. Bu verilere ait analizler aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.28. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için parametre tahminleri

Yöntem	Parametre		Tahmini
	Ölçek Parametresi	Şekil Parametresi	Toplam Sapma
EKK1	11.46567	10.01063	0.056871
EKK2	11.46928	9.914807	0.0471
EKK3	11.46727	9.968653	0.052592
EKK4	11.46674	9.998731	0.055712
MLE	11.46237	10.11324	0.067384
MOM	11.46335	10.05347	0.061178

Çizelge 4.28’de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine ve ölçek parametresinin gerçek değerine yakın bulunmuştur.

Yukarıdaki durumu Şekil 4.30 özetlemektedir.



Şekil 4.30. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının parametre tahmin karşılaştırma grafiği.

Çizelge 4.28'de elde edilen sonuçlar ele alındığında parametre tahmin metotlarından elde edilen ölçek parametresi değerleri birbirilerine ve ölçek parametresinin gerçek değerine çok yakın bulunmuştur. Bu değerler ölçek parametresinin gerçek değerinde büyük bulunmuştur.

En küçük Toplam Sapma değeri 0.0471 ile EKK2 yöntemiyle elde edilmiştir. Bu yöntem ile ölçek parametresi $b=11.46928$ ve şekil parametresi $c=9.914807$ değerlerini almışlardır.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda 1000 veri için En küçük Toplam Sapma değeri EKK2 yönteminden elde edilmiştir.

Çizelge 4.29. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için tanımlayıcı istatistikler

Yöntem	Ortalama	Standart Sapma	Mod-Mod	Ortanca Medyan	Çarpıklık	Basıklık
EKK1	10.90837	0.859456	11.34577	11.05348	-116.958	3.574442
EKK2	10.90734	0.875041	11.34695	11.05304	-114.275	3.563837
EKK3	10.90794	0.866234	11.34631	11.05331	-115.779	3.569809
EKK4	10.90883	0.861461	11.34653	11.05403	-116.624	3.573131
MLE	10.90992	0.843298	11.34497	11.0544	-119.865	3.585685
MOM	10.90813	0.852515	11.34451	11.05297	-118.168	3.57915

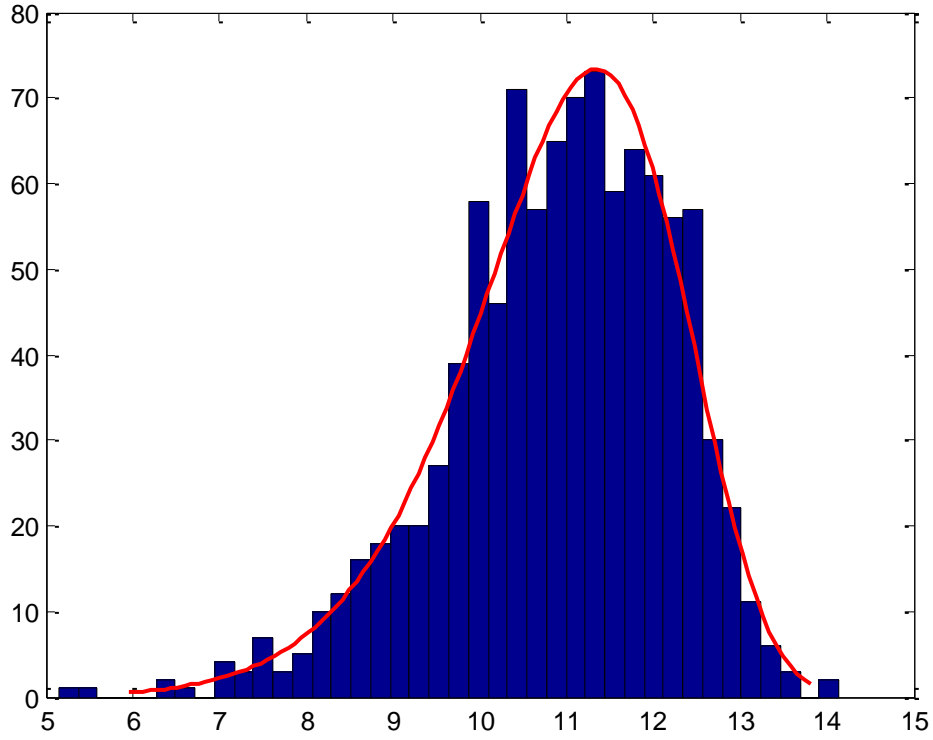
Çizelge 4.29 incelendiğinde en küçük standart sapma değerini MLE yönteminde elde edilmiştir. En küçük Toplam Sapma değerinin hesaplandığı parametre tahmin (EKK2) değerlerine karşılık gelen verilerin ortalaması 10.90734 olarak hesaplanmıştır. Dağılımın sola çarpık olma durumunda 1000 veri için EKK2 için verilerin ortalaması 1.679225 olarak elde edilmiştir.

Şekil ve ölçek parametreleri için hesaplanan güven aralıkları Çizelge 4.30 'de verilmiştir.

Çizelge 4.30. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için güven aralıkları

Yöntem	Ölçek p.alt sınır	Ölçek p. üst sınır	Şekil p. alt sınır	Şekil p.üst sınır
EKK1	11.3913	11.54053	9.53568	10.50923
EKK2	11.39421	11.54484	9.443399	10.40975
EKK3	11.39259	11.54243	9.495261	10.46565
EKK4	11.39228	11.54169	9.524235	10.49687
MLE	11.38871	11.53651	9.634474	10.6158
MOM	11.38553	11.53406	9.576825	10.55383

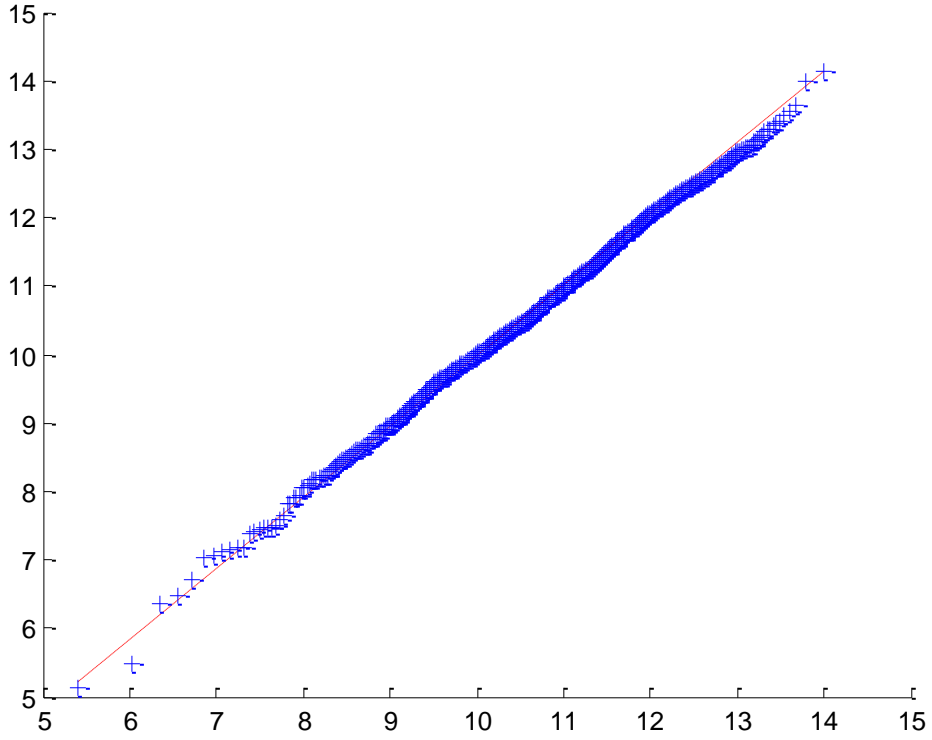
Çizelge 4.30 da ölçek parametresi için en dar aralık MLE yöntemine karşılık gelirken şekil parametresi için en dar aralık EKK2 yöntemine karşılık gelmektedir.



Şekil 4.31. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının histogram grafiği.

Şekil 4.31’de dağılımın sağa yatık olduğu görülmektedir. Histogram grafiğine bakılarak dağılımın soldan çarpılmış sağa yatık, tek modlu ve normal dağılıma göre dik bir dağılım olduğu söylenebilir (Tanımlayıcı istatistiklerden de aynı bilgiler elde edilmiştir).

Uyum iyiliği grafiği Şekil 4.32’deki gibidir.



Şekil 4.32. Ölçek parametresi $b=11.43$ ve şekil parametresi $c=9.5$ olan 1000 tane veri için Weibull Dağılımının uyum iyiliği grafiği.

Uyum iyiliği grafiği incelendiğinde veriler ile dağılım arasında mükemmel yakın bir uyum olduğu söylenebilir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışmada Weibull Dağılımı için parametre tahmin yöntemleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan tahmin yöntemleri; En Çok Olabilirlik (MLE), Momentler Metodu ve En Küçük Kareler Metotları (EKK1, EKK2, EKK3, EKK4) dir.

Aşağıda yapılan yorumlar ve karşılaştırmalar Toplam Sapma kriterine göre yapılmıştır. En küçük Toplam Sapma değerini veren metot en iyi tahmini yapmıştır (Al-Fawzan,2000).

Uygulama 1 de 50 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini (TD= 0.129910) veren yöntem Momentler Metodu (MOM) olmuştur. Bu sonuç ile birlikte MOM metodunun şekil($c=1.579716$) ve ölçek ($b=2.045859$) parametreleri tahmin değerleri diğer yöntemlere nazaran şekil($c=1.5$) ve ölçek ($b=1.9$) parametrelerinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Uygulama 6 da 50 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini (TD= 0.126566) veren yöntem MLE olmuştur. Bu sonuç ile birlikte MLE metodunun şekil($c=8.315212$) ve ölçek ($b=11.45117$) parametreleri tahmin değerleri diğer yöntemlere nazaran şekil($c=11.43$) ve ölçek ($b=9.5$) parametrelerinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda en iyi tahmin MOM yöntemi ile elde edilirken, dağılımın sağa çarpık olma durumunda en iyi tahmin MLE yöntemi ile elde edilmiştir.

Uygulama 2 de 100 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini (TD= 0.053225) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b= 1.835258$) parametresi tahmini, ölçek ($b=1.9$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil ($=1.544936$) parametresi tahmin değeri şekil($c=1.5$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Uygulama 7 de 100 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini (TD= 0.01129) veren yöntem MOM

yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=11.31633$) parametresi tahmini, ölçek ($b=11.43$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. MOM yöntemi şekil($c=9.497354$) parametresi tahmin değeri şekil($c=9.5$) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilirken, dağılımın sağa çarpık olma durumunda en iyi tahmin MOM yöntemi ile elde edilmiştir.

Uygulama 3 de 200 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.051297$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=1.944095$) parametresi tahmini, ölçek ($b=1.9$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil($c=1.512694$) parametresi tahmin değeri şekil($c=1.5$) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Uygulama 8 de 200 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.041758$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=11.45961$) parametresi tahmini, ölçek ($b=11.43$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil($c=9.861298$) parametresi tahmin değeri şekil($c=9.5$) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilirken, dağılımın sağa çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilmiştir.

Uygulama 4 de 400 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.011708$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=1.901227$) parametresi tahmini, ölçek ($b=1.9$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil($c=1.494106$) parametresi tahmin değeri şekil($c=1.5$) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Uygulama 9 da 400 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.020294$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=11.43161$) parametresi

tahmini, ölçek ($b=11.43$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil($c=9.680692$) parametresi tahmin değeri şekil($c=9.5$)) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilirken, dağılımın sağa çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilmiştir.

Uygulama 5 de 1000 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.01011095$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen EKK4 metodunun şekil ($c=1.901227$) parametresi tahmini, şekil ($c=1.5$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi ölçek ($b=1.85713$) parametresi tahmin değeri şekil($c=1.9$) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Uygulama 10 da 1000 örneklem büyüklüğündeki örneklem için parametre tahminlerinde en küçük Toplam Sapma değerini ($TD= 0.0471$) veren yöntem EKK2 yöntemi olmuştur. Bu sonuca rağmen MLE metodunun ölçek ($b=11.46237$) parametresi tahmini, ölçek ($b=11.43$) parametresinin gerçek değerine daha yakın bulunmuştur. EKK2 yöntemi şekil($c=9.914807$) parametresi tahmin değeri şekil($c=9.5$)) parametresi gerçek değerine daha yakın bulunmuştur.

Dağılımın sola çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilirken, dağılımın sağa çarpık olma durumunda en iyi tahmin EKK2 yöntemi ile elde edilmiştir.

Sonuç olarak yapılan on uygulamanın yedisinde Toplam Sapma uyum kriterine göre EKK2 yöntemi en iyi tahminleri yapmıştır.

KAYNAKLAR

- Abernethy, R.B., 2006. *The New Weibull Handbook*. Published and Distributed by Robert B. Abernethy, 5, Florida, 270-273.
- Al-Fawzan, M.A., 2000. *Methods for Estimating Parameters of the Weibull Distribution*. King Abdulaziz City for Science and Technology Saudi Arabia.
- Almalı, M.N., 2005. *İki Parametrelili Weibull Dağılımında Parametrelerin Tahminlenmesi için Farklı Yöntemlerin Karşılaştırılması ve Rüzgar Hızı Verilerinde Uygulanması*. Doktora Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Van, 21-26, 39-42.
- Boonta, S., Sattayatham., A., Sattayatham, P., 2013. Estimation of Weibull Parameters Using a Randomized Neighborhood Search for the Severity of Fire Accidents. *Journal of Mathematics and Statistics* 9(1): 12-17.
- Bozdoğan, H., 2000. Akaike's Information Criterion and Recent Developments in Information Complexity. *Journal of Mathematical Psychology*, 44, 62-91.
- Deshpande, J.V., Purohit, S.G., 2006. *Life-time Data Statistical Models and Methods Quality, Reliability and Engineering Statistics*. 37-38.
- El-Mezouar, Z.C., 2010. Estimation the Shape, Location and Scale Parameters of Weibull Distribution. *RTA*, 4: 36-40.
- Guure, C.B., İbrahim, N, A., 2013. Methods for Estimating the 2-Parameter Weibull Distribution with Type-I Censored Data. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology* 5(3): 689-694.
- Hasgör, İ., 2000. *Matematiksel İstatistik*. Seçkin Yayınevi. Ankara. 360-380.
- Johnson, N.L., Kotz, S., Balakrishnan, N., 1994. *Continuous Univariate Distributions, Vol.1 Wiley Series in Probability and Statistics*. 2, John Wiley & Sons, New York, 628-630.
- Kaya, M.F., Kuş, C., Saraçoğlu, B., 2003. Weibull Dağılım Parametrelerinin Tahmini ve Simulasyon Yardımıyla Tahmin Edicilerin Hata Kareleri Ortalamasının Karşılaştırılması. *VI. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*. Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Kelton, D.W., Sadowski, R.P., Sturrock, D.T., 2006. *Simulation with Arena*. McGraw-Hill, New York, 602.
- Krishnamoorthy, K., 2006. *Handbook of Statistical Distributions with Applications*. Chapman & Hall, 264-265.
- Montgomery, D.C., Runger, G.C., 2003. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Wiley & Sons, 130-134.

- Moss, T.R., 2005. *The Reliability Data Handbook*. Professional Engineering Publishing Limited, London and Bury St Edmunds, UK. 287s.
- Murthy, N.P., Xie, M., Jiang, R., 2003. *Weibull Models*. Wiley&Sons.
- Rinne, H., 2009. *The Weibull Distribution A Handbook*. Chapman&Hall, Florida.
- Sekine, M., Mao, Y., 1990. *Weibull Radar Clutter*. Peter Peregrinus Ltd. London, United Kingdom.
- Shahbazov, A., 2005. *Olasılık Teorisine Giriş*. Birsen Yayınevi, 81-98.
- Türkan, A.H., 2007. *Güvenilirlik Analizinde Kullanılan İstatistiksel Dağılım Modelleri*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniv.Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana, 65-68.
- Wackerly, D.D.,Mendenhall III W., Scheaffer R.L., 2008. *Mathematical Statistics with Applications*. 7, Thomson Brooks/Cole, 569-571.
- Zeytinoğlu, F.Ç., 2009. Weibull Dağılımının Ölçek ve Biçim Parametreleri için İstatistiksel Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi Yıl:8, Sayı:15* Bahar 2009 s.73-87.

EKLER¹

MLE.m dosyası

MLE.m dosyası Weibull Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametre tahminlerini En Çok Olabilirlik Yöntemi tahminlerini Newton-Raphson İterasyonu ile hesaplamaktadır.

Program x değişkenine atanan sütun vektörü şeklindeki verileri kullanarak (3.45) eşitliğindeki şekil parametresi c için verilen başlangıç değerini c_0 hesaplanır. (3.44) denklemindeki Newton-Raphson İterasyonu'ndan Weibull Dağılımı'nın MLE şekil parametresi tahmini hesaplanır. Bulunan bu değer (3.42) denkleminde yerine yazılarak Weibull Dağılımı'nın MLE ölçek parametresi tahmini hesaplanır. Hesaplanan şekil ve ölçek parametre tahminleri ile Weibull Dağılımı için ortalama değeri, mod değeri, medyan değeri, simetri ve basıklık değerleri ve toplam sapma değeri hesaplanır. Şekil ve ölçek parametre tahminlerinin güven aralıklarını hesaplamaktadır. Hesaplamalarda kullanılan $|c_{k+1} - c_k| < h$ yakınsama kriterindeki h değeri 0.000001 olarak alınmıştır.

MLE.m dosyası

```
x=wblrnd(olcek_real,sekil_real,n,1);%gs güven seviyesi
sigmalnx=0;sigmalnxsquare=0;n=length(x);gs=95;
for i=1:n
    sigmalnx=sigmalnx+log(x(i));
    sigmalnxsquare=sigmalnxsquare+(log(x(i)))^2;
end
sigmalnx=((sigmalnx)^2)/n;
```

¹ Bu çalışmada kullanılan MATLAB kodlarının bir kısmı Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Başkanlığı öğretim üyesi Yrd. Doç. Dr. M. Nuri Almalı'nın "İki Parametrelili Weibull Dağılımında Parametrelerin Tahminlenmesi İçin Farklı Yöntemlerin Karşılaştırılması ve Rüzgar Hızı Verilerinde Uygulaması" adlı 2005 doktora tezi çalışmasından alınarak uyarlanmıştır.

```

sekil(1)=6*(sigmalnxsquare-sigmalnx)/((pi^2)*(n-1));
if sekil(1)==0
    sekil(1)=0.0001;
else
    sekil(1)=1/sqrt(sekil(1));
end
Delta=1;sayac=1;tic;
while abs(Delta)>0.000001
    sigmalnx=0;sigmalnxbeta=0;sigmaxBETAlnx=0;sigmaxBETAlnxsquare=0;
    for i=1:n
        sigmalnx=sigmalnx+log(x(i));
        sigmalnxbeta=sigmalnxbeta+(x(i)^sekil(1));
        sigmaxBETAlnx=sigmaxBETAlnx+(x(i)^sekil(1))*log(x(i));
        sigmaxBETAlnxsquare=sigmaxBETAlnxsquare+(x(i)^sekil(1))*log(x(i))^2;
    end
    N_1=sigmaxBETAlnx/sigmalnxbeta;
    Fnk=(1/sekil(1))+(sigmalnx/n)-N_1;
    TN_1=sigmaxBETAlnx^2;
    TNFnk=sigmalnxbeta*sigmaxBETAlnxsquare;
    TN_3=sigmalnxbeta^2;
    TN_4=1/(sekil(1)^2);
    Fnk_Trv=TN_4-(TN_1-TNFnk)/TN_3;
    Delta=Fnk/Fnk_Trv;
    sayac=sayac+1;
    sekil(1)=sekil(1)+Delta;
end
Yakinsama_NR=toc;
sigmalnx=0;sigmalnxbeta=0;sigmaxBETAlnx=0;sigmaxBETAlnxsquare=0;
for i=1:n
    sigmalnx=sigmalnx+log(x(i));
    sigmalnxbeta=sigmalnxbeta+(x(i)^sekil(1));
    sigmaxBETAlnx=sigmaxBETAlnx+(x(i)^sekil(1))*log(x(i));

```

```

    sigmaxBETAlnxsquare=sigmaxBETAlnxsquare+(x(i)^sekil(1))*log(x(i))^2;
end
olcek=(sigmalnxbeta/n)^(1/sekil);c=sekil;b=olcek;
K=0;L=0;M=0;N=0;P=0;R=0;S=0;COV=0;Varcovmat=[0 0;0 0];
K=exp(sekil*log(olcek));
L=exp((sekil+1)*log(olcek));
M=exp((sekil+2)*log(olcek));
N=log(olcek);
P=(log(olcek))^2;
R=(n/(sekil^2)+(P*sigmalnxbeta-2*N*sigmaxBETAlnx+sigmaxBETAlnxsquare)/K;
S=((sekil(1)*(sekil+1)/M)*sigmalnxbeta)-(n*sekil/(olcek^2));
COV=(n/olcek)-(sigmalnxbeta-sekil*N*sigmalnxbeta+sekil*sigmaxBETAlnx)/L;
Varcovmat=[R COV;COV S];
Varcovmat=inv(Varcovmat);
Varsekil(1)=Varcovmat(1,1);
Varolcek(1)=Varcovmat(2,2);
Covar(1)=Varcovmat(1,2);
Olcekaltsinir=olcek/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1)))/olcek);
Olcekustsinir(1)=olcek*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1)))/olcek);
olcekaltsinir=sekil/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1)))/sekil);
sekilustsinir=sekil(1)*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1)))/sekil);
varyans=(b^2)*(gamma(1+2/c)-(gamma(1+1/c))^2);
simetriklik=(gamma(1+3/c)-
3*gamma(1+2/c)*gamma(1+1/c)+2*(gamma(1+2/c))^3)/(gamma(1+2/c)-
(gamma(1+1/c))^2)^(3/2);
basiklik=(gamma(1+4/c)-
4*gamma(1+3/c)*gamma(1+1/c)+6*gamma(1+2/c)*(gamma(1+1/c))^2-
3*(gamma(1+1/c))^4)/(gamma(1+2/c)-(gamma(1+1/c))^2)^2;
mod=b*((c-1)/c)^(1/c);
medyan=b*(log(2))^(1/c);
[ortalama,varyans] =wblstat(b,c);
standartsapma=varyans^1/2;

```

$TD = \text{abs}((\text{olcek_estimate} - \text{olcek_real}) / \text{olcek_real}) + \text{abs}((\text{sekil_estimate} - \text{sekil_real}) / \text{sekil_real}) \times 100$ toplam sapma değeri

EKK.m dosyası

EKK.m dosyası Weibull Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametre tahminlerini En Küçük Kareler Metodu ile hesaplamaktadır.

Program x değişkenine aktarılmış sütun vektörü şeklindeki verileri kullanarak F_i değerlerini (3.58), (3.59), (3.60) ve (3.61) denklemlerindeki gibi dört farklı şekilde hesaplar. (3.55) denkleminde verilen doğrusal regresyon eşitliği EKK kullanılarak regresyon katsayılarını bulmaktadır. Katsayılar ile Weibull Dağılımı'nın EKK şekil ve ölçek parametre tahminlerini hesaplar. Hesaplanan şekil ve ölçek parametre tahminleri ile Weibull Dağılımı için ortalama değeri, mod değeri, medyan değeri, simetri ve basıklık değerleri ve toplam sapma değeri hesaplanır. Şekil ve ölçek parametre tahminlerinin güven aralıklarını hesaplamaktadır.

EKK.m dosyası

```
x=wblrnd(olcek_real,sekil_real,n,1); veri=sort(x);
ln_x=[];gs=95;n=length(x);%gs güven seviyesi
for i=1:n
    ln_x(i)=log(veri(i));
end
F=zeros(1,4);
for i=1:n
    F(i,1)=log(log(1/(1-((i-0.5)/n))));
    F(i,2)=log(log(1/(1-(i/(n+1)))));
    F(i,3)=log(log(1/(1-((i-0.3)/(n+0.4)))));
    F(i,4)=log(log(1/(1-((i-0.46)/(n+0.25)))));
end
ort_F=[mean(F(:,1)) mean(F(:,2)) mean(F(:,3)) mean(F(:,4))];
ort_x=mean(ln_x);
```

```

sigmaxy=zeros(1,4);sigmaxx=zeros(1,4);
for j=1:4
    for i=1:n
        sigmaxy(j)=sigmaxy(j)+((F(i,j)-ort_F(j))*(ln_x(i)-ort_x));
        sigmaxx(j)=sigmaxx(j)+(ln_x(i)-ort_x)^2;
    end
end
for j=1:4
    sekel(1+j)=sigmaxy(j)/sigmaxx(j);
    olcek(1+j)=ort_F(j)-sekil(1+j)*ort_x;
end
for j=1:4
    olcek(1+j)=exp(-olcek(1+j)/sekil(1+j));b(1+j)=olcek(1+j);c(1+j)=sekil(1+j);
    sigma_lnx=0;sigmalnx_sekil=0;sigma_xsekil_lnx=0;sigma_xsekil_lnx_kare=0;
    for i=1:n
        sigma_lnx=sigma_lnx+log(x(i));
        sigmalnx_sekil=sigmalnx_sekil+(x(i)^sekil(1+j));
        sigma_xsekil_lnx=sigma_xsekil_lnx+(x(i)^sekil(1+j))*log(x(i));
        sigma_xsekil_lnx_kare=sigma_xsekil_lnx_kare+(x(i)^sekil(1+j))*log(x(i))^2;
    end
A=0;B=0;C=0;K=0;L=0;P=0;Q=0;Cov=0;Varcovmat=[0 0;0 0];
A=exp(sekil(1+j)*log(olcek(1+j)));
B=exp((sekil(1+j)+1)*log(olcek(1+j)));
C=exp((sekil(1+j)+2)*log(olcek(1+j)));
K=log(olcek(1+j));
L=(log(olcek(1+j)))^2;
P=(n/(sekil(1+j))^2)+(L*sigmalnx_sekil-
2*K*sigma_xsekil_lnx+sigma_xsekil_lnx_kare)/A;
Q=((sekil(1+j)*(sekil(1+j)+1)/C)*sigmalnx_sekil)-(n*sekil(1+j)/(olcek(1+j)^2));
Cov=(n/olcek(1+j))-(sigmalnx_sekil-
sekil(1+j)*K*sigmalnx_sekil+sekil(1+j)*sigma_xsekil_lnx)/B;
Varcovmat=[P Cov;Cov Q];

```

```

Varcovmat=inv(Varcovmat);
Varsekil(1+j)=Varcovmat(1,1);
Varolcek(1+j)=Varcovmat(2,2);
Covar(1+j)=Varcovmat(1,2);

Olcekaltsinir(1+j)=olcek(1+j)/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1+j))/olcek(1+j)));

Olcekustsinir(1+j)=olcek(1+j)*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1+j))/olcek(1+j)));
sekilaltsinir(1+j)=sekil(1+j)/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1+j))/sekil(1+j)));
sekilustsinir(1+j)=sekil(1+j)*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1+j))/sekil(1+j)));
varyans(1+j)=(b(1+j)^2)*(gamma(1+2/c(1+j))-(gamma(1+1/c(1+j)))^2);
simetrilik(1+j)=(gamma(1+3/c(1+j))-
3*gamma(1+2/c(1+j))*gamma(1+1/c(1+j))+2*(gamma(1+2/c(1+j)))^3)/(gamma(1+2/c(
1+j))-(gamma(1+1/c(1+j)))^2)^(3/2);
basiklik(1+j)=(gamma(1+4/c(1+j))-
4*gamma(1+3/c(1+j))*gamma(1+1/c(1+j))+6*gamma(1+2/c(1+j))*(gamma(1+1/c(1+j)
))^2-3*(gamma(1+1/c(1+j)))^4)/(gamma(1+2/c(1+j))-(gamma(1+1/c(1+j)))^2)^2;
mod(1+j)=b(1+j)*((c(1+j)-1)/c(1+j))^(1/c(1+j));
medyan(1+j)=b(1+j)*(log(2))^(1/c(1+j));
standartsapma(1+j)=varyans(1+j)^1/2;
[ortalama(1+j),varyans(1+j)] =wblstat(b(1+j),c(1+j));
TD(1+j)=abs((olcek_estimate(1+j)-
olcek_real(1+j))/olcek_real(1+j))+abs((sekil_estimate(1+j)-
sekil_real(1+j))/sekil_real(1+j))%toplam sapma değeri
end

```

MOM.m dosyası

MOM.m dosyası Weibull Dağılımı'nın şekil ve ölçek parametre tahminlerini MOM Momentler Metodunu Newton-Raphson İterasyonu ile hesaplamaktadır.

x değişkenine aktarılmış sütun vektörü şeklindeki verileri kullanarak (3.63) ve (3.64) eşitliklerindeki değerleri hesaplanır. Daha sonra (3.45) eşitliğindeki şekil parametresi c için verilen başlangıç değerini c_0 hesaplanır. (3.66) denklemindeki Newton-Raphson İterasyonu'ndan Weibull Dağılımı'nın MOM şekil parametresi tahmini hesaplanır. Bulunan bu değer (3.67) denkleminde yerine yazılarak Weibull Dağılımı'nın MOM ölçek parametresi tahmini hesaplanır. Hesaplanan şekil ve ölçek parametre tahminleri ile Weibull Dağılımı için ortalama, mod noktası, medyan değeri, çarpıklık ve basıklık değerleri ve toplam sapma değeri hesaplanır. Şekil ve ölçek parametre tahminlerinin güven aralıklarını hesaplamaktadır. Hesaplamalarda kullanılan $|c_{k+1} - c_k| < h$ yakınsama kriterindeki h değeri 0.000001 olarak alınmıştır.

MOM.m dosyası

```
x=wblrnd(olcek_real,sekil_real,n,1);%gs=güven seviyesi
x;veriler=x;gs=95;n=length(x);
sigma_lnx=0;sigma_lnx_kare=0;
for i=1:n
    sigma_lnx=sigma_lnx+log(x(i));
    sigma_lnx_kare=sigma_lnx_kare+(log(x(i)))^2;
end
sigma_lnx=((sigma_lnx)^2)/n;
c_0_=6*(sigma_lnx_kare-sigma_lnx)/((pi^2)*(n-1));
if c_0_==0
    c_0_=0.0001;
else
    c_0_=1/sqrt(c_0_);
end
c=c_0_;
DELTA=1;
sayac=1;
X=mean(x);
S_2=var(x);
```

```

Z=(S_2/X^2)+1;
c = c_0_;
nn = 10^6; %maximum iterasyon sayısı
e = 0.000001; %error
i = 0;

while (i<nn)
    f = 0.5*c^2*((Z*gamma(1+(1/c))^2)-gamma(1+(2/c)));
    df=psi(0,(1+(2/c)))-((psi(0,(1+(1/c)))*gamma(1+2/c)));
    c1 = c -(f/df);
    dx = c1 - c;
    if abs(dx)<=e
        %fprintf('The root is = %i\n',c1);
        %fprintf('Number of Iterations = %i\n',i);
        break
    end
    i = i+1;
    c=c1;
end
if abs(dx)>e
    %fprintf('The method is not converging within given number of iterations\n');
end;
sekil=c;
olcek=X/gamma(1+(1/sekil));b=olcek;
varyans=(b^2)*(gamma(1+2/c)-(gamma(1+1/c))^2);
simetriklik=(gamma(1+3/c)-
3*gamma(1+2/c)*gamma(1+1/c)+2*(gamma(1+2/c))^3)/(gamma(1+2/c)-
(gamma(1+1/c))^2)^(3/2);
basiklik=(gamma(1+4/c)-
4*gamma(1+3/c)*gamma(1+1/c)+6*gamma(1+2/c)*(gamma(1+1/c))^2-
3*(gamma(1+1/c))^4)/(gamma(1+2/c)-(gamma(1+1/c))^2)^2;
mod=b*((c-1)/c)^(1/c);

```

```

medyan=b*(log(2))^(1/c);
[ortalama,varyans] =wblstat(b,c);
standartsapma=varyans^1/2;
sigma_lnx=0;sigmalnx_sekil=0;sigma_xsekil_lnx=0;sigma_xsekil_lnx_kare=0;
for i=1:n
    sigma_lnx=sigma_lnx+log(x(i));
    sigmalnx_sekil=sigmalnx_sekil+(x(i)^sekil);
    sigma_xsekil_lnx=sigma_xsekil_lnx+(x(i)^sekil)*log(x(i));
    sigma_xsekil_lnx_kare=sigma_xsekil_lnx_kare+(x(i)^sekil)*log(x(i))^2;
end
olcek(1)=(sigmalnx_sekil/n)^(1/sekil);
K1=0;K2=0;K3=0;L1=0;L2=0;R=0;Q=0;Cov=0;Varcovmat=[0 0;0 0];
K1=exp(sekil*log(olcek));
K2=exp((sekil+1)*log(olcek));
K3=exp((sekil+2)*log(olcek));
L1=log(olcek);
L2=(log(olcek))^2;
R=(n/(sekil)^2)+(L2*sigmalnx_sekil-
2*L1*sigma_xsekil_lnx+sigma_xsekil_lnx_kare)/K1;
Q=((sekil(1)*(sekil(1)+1)/K3)*sigmalnx_sekil-(n*sekil/(olcek^2)));
Cov=(n/olcek)-(sigmalnx_sekil-
sekil*L1*sigmalnx_sekil+sekil*sigma_xsekil_lnx)/K2;
Varcovmat=[R Cov;Cov Q];
Varcovmat=inv(Varcovmat);
Varsekil(1)=Varcovmat(1,1);
Varolcek(1)=Varcovmat(2,2);
Covar(1)=Varcovmat(1,2);
Olcekaltsinir=olcek/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1)))/olcek);
Olcekustsinir=olcek*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varolcek(1)))/olcek);
Sekilaltsinir=sekil/(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1)))/sekil);
Sekilustsinir=sekil*(exp(standartnorm(gs)*sqrt(Varsekil(1)))/sekil);

```

$T D = \text{abs}((\text{olcek_estimate} - \text{olcek_real}) / \text{olcek_real}) + \text{abs}((\text{sekil_estimate} - \text{sekil_real}) / \text{sekil_real}) \%$ toplam sapma değeri

Standartnorm.m dosyası

Fonksiyona girdi olarak verilen güven_seviyesi değişkenini alarak güven değerlerine karşılık gelen standart normal dağılım değerini hesaplar ve çağrıldığı programa geri döner.

Standartnorm.m

```

P1=-1.0;
P2=-0.342242088547;
P3=-0.0204231210245;
P4=-0.0000453642210148;
Q0=0.0993484626060;
Q1=0.588581570495;
Q2=0.531103462366;
Q3=0.1035377522850;
Q4=0.0038560700634;
güven_deg=((1-güven_araligi/100)/2);
Norm=0;
Hata=0;
if güven_deg>0.5
    güven_deg=1-güven_deg;
end
if güven_deg<LIM

```

```
Norm=0;
return
end;
hata=0;
y=0;
Y=sqrt(log((1/(guven_deg)^2)-10));
Norm=Y+((((Y*P4+P3)*Y+P2)*Y+P1)*Y+P0)/((((Y*Q4+Q3)*Y+Q2)*Y+Q1)*Y+Q0
);
if guven_deg>0.5
    Norm=-Norm;
end
return
(Almalı, 2005)
```


ÖZ GEÇMİŞ

Kasım Mansız, Ocak 1987 yılında Van'da doğdu. İlk öğrenimini Van'da, liseyi İzmir'de tamamladı. 2005 yılında Uludağ Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünü kazandı. 2011 yılında Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Yüksek Lisans eğitimine başladı.

