

38801

**ÇEŞİTLİ KESİT ALANLI KANALLARDA GELİŞMEKTE OLAN
AKIŞTA ISI TRANSFERİNİN NÜMERİK HESAPLANMASI**

ERTUĞRUL CİHAN

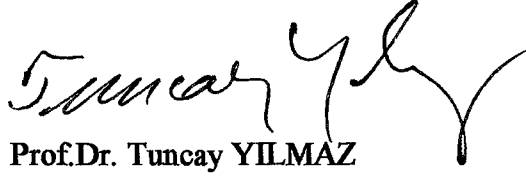
038801

**Ç.Ü.
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ**

**ADANA
EYLÜL 1995**

Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Bu çalışma jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında
DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.



Başkan : Prof.Dr. Tuncay YILMAZ



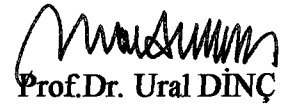
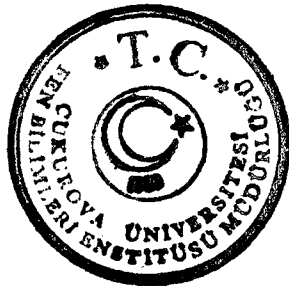
Üye : Prof. Dr. Kemal ALTINIŞIK



Üye : Doç. Dr. Beşir ŞAHİN

Kod No: 326

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.



Prof.Dr. Ural DİNÇ

Enstitü Müdürü

Bu doktora çalışması,

TÜBİTAK MÜNİR BİRSEL VAKFI ve

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ ARAŞTIRMA FONU (FBE 93.31)

tarafından desteklenmiştir.



İÇİNDEKİLER	I
ŞEKİL LİSTESİ	IV
ÇİZELGE LİSTESİ	VII
SEMBOLLER	VIII
ÖZ	XII
ABSTRACT	XIII
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
3. MATERYAL VE METOD	11
3.1 Kanallarda Laminar Akış Türleri	11
3.1.1 Kartezyen Koordinatlarda Navier-Stokes Denklemi	14
3.1.1.1 Navier-Stokes Denklemine Boyutsuz Hale Getirilmesi	14
3.1.2 Süreklilik Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi	15
3.1.3 Kartezyen Koordinatlarda Enerji Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi	16
3.1.3.1 Yerel Nusselt Sayısının Hesaplanması	17
3.1.3.2 Kanalda Ortalama Sıcaklığın Hesaplanması	19
3.1.3.3 Ortalama Nusselt Sayısının Hesaplanması	19
3.1.4 Kartezyen Koordinatlarda Koordinat Transformasyonu	20
3.1.4.1 Koordinat Transformasyonunun Navier-Stokes Denklemine Uygulanması	25
3.1.4.2 Koordinat Transformasyonunun Süreklilik Denklemine Uygulanması	28
3.1.4.3 Koordinat Transformasyonunun Enerji Denklemine Uygulanması	28
3.1.5 Navier Stokes Denklemine Nümerik Çözümü	30
3.1.5.1 Farklı Adımlarda Sonlu Farklar Formülasyonu	30

3.1.6	Süreklilik Denkleminin Nümerik Hesaplanması	38
3.1.6.1	İntegral Formundaki Süreklilik Denkleminin Nümerik Çözümü	41
3.1.7	Enerji Denkleminin Nümerik Çözümü	42
3.1.8	Akış Yönündeki Adım Uzunluğunun Seçilmesi	45
3.1.9	Yeni Koordinatlarda Yerel Nusselt Sayısının Hesaplanması	46
3.1.10	Ortalama Sıcaklığın Nümerik Hesaplanması	48
3.2	Kanallarda Termik Olarak Gelişmekte Olan Akışta Isı Transferinin Hesaplanması	49
3.2.1	Gelişmiş Akışta Navier-Stokes Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi	49
3.2.2	Navier-Stokes Denkleminin Nümerik Çözümü	50
3.2.3	Enerji Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi	52
3.2.4	Enerji Denkleminin Nümerik Çözümü	53
4.	ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	56
4.1	Hidrodinamik Olarak Gelişmekte Olan Akışın (HGA) İncelenmesi	56
4.1.1	Dairesel Kesitli bir Kanalda HGA Durumunun incelenmesi	57
4.1.2	Kare Kesitli bir Kanalda HGA Durumunun incelenmesi	60
4.1.3	Eşkenar Üçgen bir Kanalda HGA Durumunun incelenmesi	62
4.2	Termik Olarak Gelişmekte Olan Akışın (TGA) İncelenmesi	64
4.2.1	Gelişmiş Akışta Hız Dağılımının Hesaplanması	64
4.2.2	Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartında Nusselt Sayısının Hesaplanması	67
4.2.3	Sabit Isı Akımı Sınır Şartında Nusselt Sayısının Hesaplanması	72
4.3	Hidrodinamik ve Termik Olarak Gelişmekte Olan Akışın (HTGA) İncelenmesi	76
4.4	Kanallarda Isı Transferinin Hesaplanması İçin Genel Eşitlikler	78
4.4.1	Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartında Geçerli Genel Eşitlikler	78
4.4.1.1	Termik Giriş Bölgesinde Nusselt Sayısının Hesaplanması	78
4.4.1.2	Tam Gelişmiş Akışta Nusselt Sayısının Hesaplanması	80
4.4.1.3	Nusselt Sayısı için Genel Eşitlik	83

4.4.2	Sabit Isı Akımı Sınır Şartında Geçerli Genel Eşitlikler	86
4.4.2.1	Termik Giriş Bölgesinde Nusselt Sayısının Hesaplanması	86
4.4.2.2	Tam Gelişmiş Akışta Nusselt Sayısının Hesaplanması	87
4.4.2.3	Nusselt Sayısı için Genel Eşitlik	89
5.	SONUÇ VE ÖNERİLER	92
	ÖZET	99
	SUMMARY	102
	EKLER	104
	KAYNAKLAR	131
	TEŞEKKÜR	137
	ÖZGEÇMİŞ	138

ŞEKİL LİSTESİ

- 1- Kanallarda laminar akış türleri
- 2- Kartezyen koordinatlarda koordinat takımı
- 3- Kanal hidrodinamik giriş bölgesi
- 4- Kanal termik giriş bölgesi
- 5- Duvar üzerinde sıcaklık gradyanı ve yüzeyin normali
- 6- Kanal bölgesine sonlu farkların uygulanması
- 7- Kanal bölgesine koordinat transformasyonunun uygulanması
- 8- Kanal bölgesinde sabit ϵ ve η koordinat değerleri
- 9- Kanal geometrisinin kare biçimine getirilmesi
- 10- Kanal bölgesinde $\delta(y)$ ifadesinin gösterilmesi
- 11- Kanal bölgesinde yeni koordinatlarda sonlu farkların uygulanması
- 12- Sonlu farklarda düğüm noktalarının gösterilmesi
- 13- Akış yönündeki sonlu farklar
- 14- Kanal bölgesinde hız vektörünün gösterilişi
- 15- Akış yönündeki adım uzunluğunun değişimi
- 16- Yeni koordinatlarda sıcaklık türevinin sonlu farklarda gösterimi
- 17- Kanalda sabit ısı akımı
- 18- Dairesel bir kanalda kanal kesitindeki eksenel hız profilinin z^* ile değişimi
- 19- Dairesel bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi
- 20- Dairesel bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi
- 21- Dairesel bir kanalda maksimum hızın z^* ile değişimi
- 22- Kare kesitli bir kanalda eksenel hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi
- 23- Kare bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi
- 24- Kare bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi
- 25- Kare bir kanalda gelişmekte olan akışta maksimum hızın z^* ile değişimi
- 26- Eşkenar üçgen bir kanalda eksenel hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi
- 27- Eşkenar üçgen bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi
- 28- Eşkenar üçgen bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi
- 29- Eşkenar üçgen bir kanalda maksimum hızın giriş uzunluğu ile değişimi

- 30- Çeşitli kanallarda ($\alpha^* = a/b$) uzunluk oranları
- 31- Dairesel ve kare kesitli bir kanalda gelişmiş akışta hız dağılımı
- 32- İkizkenar üçgen bir kanalda çeşitli uzunluk oranlarında hız dağılımı
- 33- Dik üçgen bir kanalda çeşitli uzunluk oranlarında hız dağılımı
- 34- Kare kesitli bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 35- Dikdörtgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 36- İkizkenar üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 37- İkizkenar üçgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 38- Dik üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 39- Dik üçgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 40- Dairesel kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 41- Dairesel kanalda ortalama sıcaklığın z^+ ile değişimi
- 42- Eliptik bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 43- Kare kesitli bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 44- Dikdörtgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 45- İkizkenar üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 46- İkizkenar üçgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 47- Dik üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 48- Dik üçgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt z^+ ile değişimi
- 49- Dairesel bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi
- 50- Eliptik bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 51- Dairesel bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 52- Kare kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 53- Eşkenar üçgen bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi
- 54- Çeşitli kanallarda d_{max} 'ın gösterilmesi
- 55- Bir boyutu diğerine göre çok büyük olan bir kanal
- 56- Eşitlik (232)'deki tanımlara göre nümerik değerlerin (SDS) gösterilmesi
- 57- Eşitlik (232)'deki tanımlara göre nümerik değerlerin (SIA) gösterilmesi
- E.1.1 Dikdörtgen bir kanal için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi
- E.1.2 İkizkenar üçgen için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi
- E.1.3 Eliptik bir kanal için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi

E.2.1 Sıklık derecesi $s_8=1.05$ alındı mda kanal kesitindeki a ın görünüşü ($n=20$)

E.2.2 Sıklık derecesi $s_8=1.05$ alındı mda kanal kesitindeki a ın görünüşü ($n=20$)

E.3.1 Farklı adım uzunlu unda Simpson İntegral Metodu



ÇİZELGE LİSTESİ

1. Kanallarda biçim faktörünün literatür ve nümerik hesap sonuçları
2. Eşitlik (215) ve literatür değerlerinin karşılaştırılması
3. Eşitlik (218) ve nümerik değerlerinin karşılaştırılması
4. Bazı kanallar için Nu_{∞} değerleri (SDS sınır şartı)
5. Eşitlik (228) ve literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması
6. Eşitlik (229) ve literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması
7. Eşitlik (235) ve (236) ile literatürdeki değerlerinin karşılaştırılması
8. Eşitlik (235) ve (236) ile bizim nümerik değerlerinin karşılaştırılması
9. Eşitlik (238) ve nümerik değerlerinin karşılaştırılması
10. Bazı kanallar için Nu_{∞} değerleri (SIA sınır şartı)
11. Eşitlik (242) ve nümerik değerlerinin karşılaştırılması
12. Eşitlik (243) ve literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması
13. Eşitlik (246) ve (247) ile literatürdeki değerlerinin karşılaştırılması
14. Eşitlik (246) ve (247) ile bizim nümerik değerlerinin karşılaştırılması

SEMBOLLER

a	Isıl yayılım katsayısı
c_p	Özgül ısı
d_h	Kanal hidrolik çapı
d^*	Boyutsuz sayı ($d^*=d_e/d_{max}$)
d_{max}	Kanal içine sığabilen en büyük dairenin çapı
f, f_L	$\delta(y)$ bağlı sabit sayılar
$f(x)$	Herhangi bir fonksiyon
h_1, h_2	Herhangi bir düğüm (i) noktasındaki adım uzunluğu
$\vec{i}$	Birim vektör
k_1, k_2	Herhangi bir düğüm (j) noktasındaki adım uzunluğu
ℓ	Akış yönündeki iterasyon sayısı
n, m	ε ve η koordinatı yönünde adım sayısı
$\dot{m}$	Kütle debisi
p	Adım uzunlukları oranı ($p=h_2/h_1$)
$q_1, q_2, \dots, q_6$	Sıklık derecesine bağlı sabit sayılar
r^*	Kanal geometrisine bağlı sabit sayı ($r^*=d_h^2/A$)
u	x koordinatı yönündeki hız
v	y koordinatı yönündeki hız
w	z koordinatı yönündeki hız (akış yönü)
$\bar{w}$	Ortalama hız
x	Yatay koordinat
x^*	Boyutsuz koordinat ($x^*=x/d_h$)
y	Düşey koordinat
y^*	Boyutsuz koordinat ($y^*=y/d_h$)
z	Akış yönündeki koordinat
z^*	Hidrodinamik giriş uzunluğu ($z^*=z/d_h Re$)
z^+	Termik giriş uzunluğu ($z^+=z/d_e Re Pr$)
A	Kanal kesit alanı
$\mathcal{C}$	Kanal çevresi

$E(\gamma)$	Eliptik kanal için boyutsuz sayı
F	Kanal yüzey alanı
I	İntegral ifadesi
R	y koordinatındaki kanal uzunluğu
$\left. \begin{array}{l} A_1, A_2 \\ B_1, B_2 \\ C_1, C_2 \\ D_1, D_2 \\ E_1, E_2 \end{array} \right\}$	Kanal geometrisine bağlı sabit sayılar
$F(x,y)$	Herhangi bir fonksiyon
K	Kanal geometrisine bağlı sabit bir sayı
$K(z)$	Giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısı
$K(\infty)$	$z \rightarrow \infty$ için giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısı
$\ln$	Doğal logaritma
$L(y)$	Kanal kesitini y koordinatı boyunca tarayan uzunluk
Nu	Nusselt sayısı
Nu_n	Yerel Nusselt sayısı
Nu_0	$z \rightarrow 0$ için Nusselt sayısı
Nu_∞	$z \rightarrow \infty$ için Nusselt sayısı
Pr	Prandtl sayısı ($Pr = \nu/a$)
P	Basınç
P_0	Kanal girişindeki üniform basınç
T	Sıcaklık
T^*	Boyutsuz sıcaklık
$\bar{T}$	Ortalama sıcaklık
$\bar{T}^*$	Boyutsuz ortalama sıcaklık
T_d	Duvar sıcaklığı
T_0	Kanal girişindeki üniform sıcaklık
$\dot{V}$	Hacimsel debi
X_1, X_2, X_3	Süreklilik denkleminin katsayıları
Y_1, Y_2, Y_3	Sonlu farklar eşitliğinin katsayıları

X	Yeni koordinat $X=(z^+/\varphi)(Nu/Nu_\infty)^3$
Y	Yeni koordinat $Y=Nu/Nu_\infty$
α	Isı transferi katsayısı
α^*	Uzunluk oranı ($\alpha^*=a/b$)
β	Crank-Nicholson sabiti
$\delta(y)$	Kanal kesitini tarayan değişken uzunluk
$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$	Kanal kesitini tarayan değişken uzunluk
ε	Yeni koordinat (yatay)
$\varepsilon(\%)$	% bağıl hata
φ	Bıçım faktörü
η	Yeni koordinat (düşey)
λ	Isı iletim katsayısı
ν	Kinematik viskozite ($\nu=\mu/\rho$)
μ	Dinamik viskozite
γ	Parametre
ρ	Yoğunluk
∂	Kısmi türev operatörü
θ	Yüzey normalinin yatay ile yaptığı açı
τ_z	Yerel kayma gerilmesi
τ_m	Ortalama kayma gerilmesi
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3	Adım uzunluklarına bağlı sabit sayılar
ϕ	
ϕ_∞	
ξ	
ξ_z	Yerel basınç kayıp katsayısı
ξ_m	Ortalama yerel basınç kayıp katsayısı

ΔT_m	Logaritmik sıcaklık farkı
ΔP^*	Gelişmekte olan akışta basınç kaybı
ΔP_∞^*	Gelişmiş akışta basınç kaybı
Δz	Akış yönündeki adım uzunluğu
ψ	Sabit sayı ($\psi = w^*/K$)
∇	Nabla operatörü ($\nabla = \partial / \partial x + \partial / \partial y$)
∇^2	Laplace operatörü ($\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$)
Φ	Enerji ve Navier-Stokes denkleminin ikinci tarafı
Φ_0	Boyutsuz sayı



ÖZ

Bu çalışmada, çeşitli kesit alanlı kanallarda hidrodinamik ve termik olarak gelişmekte olan laminar akışta, ısı transferi katsayısı çeşitli sınır şartlarında nümerik olarak hesaplanmıştır. Önce, Navier-Stokes denklemi çözülerek çeşitli kanallarda hız dağılımı, basınç kaybı, sürtünme katsayısı ve giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısı bulunmuştur. Daha sonra, bulunan hız dağılımları enerji denklemine taşınarak kanallarda sıcaklık dağılımı, ve çeşitli Prandtl sayılarında ortalama ve yerel Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi hesaplanmıştır. Diferansiyel denklemlerin çözümünde sayısal metodlardan değişken adımlı sonlu farklar metodu kullanılmıştır. Sonlu farklar metodunun kanal bölgesine rahatlıkla uygulanabilmesi için koordinat transformasyonu yöntemi uygulanmış ve bütün kanal geometrileri kare biçimine getirilmiştir. Diferansiyel denklemler koordinat transformasyonu yardımı ile yeni koordinat sisteminde tekrar oluşturularak, hidrodinamik ve termik giriş bölgesinde çözülmüştür. Aynı zamanda çeşitli kesit alanlı kanallarda termik olarak gelişmekte olan akışta, sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı sınır şartlarında ısı transferi katsayısını hesaplayacak genel eşitlikler çıkartılmıştır.

ABSTRACT

In this study, heat transfer coefficients for several boundary conditions are calculated for both thermally and hydrodynamically laminar developing flow. Once, velocity distribution, pressure loss, friction factor and incremental pressure drop number are found by solving Navier-Stokes equations. Then, temperature distribution in ducts are calculated using previous velocity distributions and variation of mean and local Nusselt number with entrance length for various Prandtl numbers. For solving the differential equations, variable step finite difference method is used. To apply finite difference method to channel geometry, coordinate transformation is applied and all channel geometries are transformed to a square. Differential equations are rearranged in new coordinate system and solved for thermally and hydrodynamically developing region. Therefore, general formulas which can calculate heat transfer coefficients for constant wall temperature and constant heat flux boundary conditions in ducts of arbitrary cross-sectional area are derived.

1. GİRİŞ

Günümüzde enerji maliyetleri hızlı bir şekilde artmaktadır. Böylece işletmeler enerji girdilerini azaltmak için enerji geri kazanımlı sistemlere önem vermektedirler. Enerji geri kazanımında kullanılan cihazlardan biri de ısı eşanjörleridir. Bu ısı eşanjörlerinden bazıları, reküperatif ve rejeneratif ısı eşanjörleri, kompakt hale getirilmiş levhalı ısı eşanjörleri olarak sayılabilir. Son zamanlarda ısı eşanjörlerinde birim hacimden daha fazla ısı transfer edilmesi problemi üzerine araştırmalar artmıştır. Bu problemin çözümü için önerilen kompakt ısı eşanjörleri her geçen gün yaygınlaşmaktadır. Kompakt ısı eşanjörlerinin en önemli avantajları arasında, boyutlarının küçük, ağırlığının az ve maliyetinin düşük olması gibi sebepler bulunmaktadır. Bir eşanjörde bu özelliklerin sağlanabilmesi, kullanılan kanal geometrisi ile doğrudan ilgilidir. Kompakt ısı eşanjörlerinde hidrolik çapın küçük olması nedeniyle, özellikle gaz akışlar için tasarım parametrelerinden biri olan Reynolds sayısı laminar bölgeye düşer. Bundan dolayı çeşitli geometrilerdeki kanallarda, laminar akışta ısı transferinin hesaplanması büyük önem taşımaktadır. Bilindiği gibi, bir kanalda ısı transferinin hesaplanabilmesi için Navier-Stokes ve enerji denklemlerinin birlikte çözülmesi gerekir. Kanallarda laminar akışta ısı transferi, öncelikle kanal geometrisine, kanal girişindeki akışkanın hız ve sıcaklık profiline ve aynı zamanda sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı olarak bilinen sınır şartlarına bağlıdır.

Kompakt ısı eşanjörlerine ait ilk hesaplama yöntemleri KAYS ve LONDON (1964) tarafından geliştirilmiştir. Daha sonra birçok araştırmacı bu konu ile ilgilenerek çalışmalar yürütmüştür. Yapılan literatür incelemesinde, belirli geometrideki borular için sınırlı sayıda değerlerin mevcut olduğu görülmüş olup, yeni kesit alanlar için hiçbir veri ve genel bir hesaplama yöntemi bulunmamaktadır. Bu çalışmada, çeşitli kesit alanlı kanallarda gelişmekte olan laminar akışta (hidrodinamik ve termik giriş bölgesinde) ısı transferi hesaplanmıştır. Yapılan çalışmalarda öncelikle çözüm yöntemleri araştırılmıştır. Analitik çözüm yönteminin, sadece düzgün geometriye sahip kanallarda (kullanılan koordinat takımına uygun geometriler, kare, dikdörtgen, daire) ve gelişmiş akışta mümkün olduğu görülmüştür. Düzgün geometriye sahip olmayan kanallarda laminar gelişmiş ve

gelişmekte olan akışta analitik çözüm imkansız olup, sayısal yöntemlerin kullanılması kaçınılmazdır. Bilindiği gibi, bir kanalda ısı transferinin hesaplanabilmesi için, ısı transferine ait boyutsuz sayı olan Nusselt sayısının hesaplanması gerekir. Bir kanalda Nusselt sayısını bulabilmek için kanal kesitinde hız ve sıcaklık dağılımlarının bilinmesi gerekir. Bunun için momentum ve enerji denkleminin birlikte çözülerek hız ve sıcaklık dağılımları bulunmuştur. Yapılan literatür incelemesinde, bazı geometriler için çözümler yapıldığı ve yalnız o geometriler için çözüm yöntemleri geliştirildiği anlaşılmıştır.

Diferansiyel denklemler sayısal yöntemlerden sonlu farklar yöntemi ile çözülmüştür. Diferansiyel denklemlerin çözümünde düzgün olmayan kanal geometrisinden dolayı bazı zorluklar meydana gelmiştir. Kanal geometrisinin sınırları düzenli olmadığı durumlarda sonlu farklar yöntemi uygulanırken duvara yakın bölgelerde problemler oluşur. Sonlu farklar ağ sisteminde adım uzunlukları duvara yakın bölgelerde düzenli olarak değişmemektedir. Bu durumda, sonlu farklar türev formüllerinin diferansiyel denklemde yazılması ile elde edilmiş sonlu farklar eşitliği bu bölgelere (adım uzunluklarının düzenli değişmediği duvara yakın bölgeler) uygulanamamaktadır. Sonlu farklar eşitliği bu bölgelerde Taylor serisi yardımı ile adım uzunluklarına bağlı olarak yeniden çıkarılması gerekmektedir. Diferansiyel denklemin geçerli olduğu kanal iç bölgesine sonlu farklar eşitliği rahatlıkla uygulanırken, duvara yakın bölgelerde düzenli olmayan adım uzunlukları için çıkarılan sonlu farklar eşitliği uygulanır. Aynı zamanda her iki koordinatta adım sayısının da sabit olmadığı düşünüldüğünde, bu şekilde diferansiyel denklemlerin sistematik çözümü zorlaşır. Bu durumda her kanal geometrisi için ayrı ayrı bilgisayar programının yapılması gerekir. Bu zorlukların yanında hız ve sıcaklık dağılımlarının integrasyonu da ayrı bir problemdir. Aynı zamanda yerel Nusslet sayısını hesaplamakta kullanılan sıcaklık gradyanının da sonlu farklar türev formülünün yeniden çıkarılması gerekir. Bu gibi sorunları ortadan kaldırmak ve diferansiyel denklemlerin bütün kanal geometrilerinde çözümünün sağlanması için yeni bir çözüm yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntem, diferansiyel denklemlerin gerçek koordinatlarda değil, transforme edilmiş yeni koordinatlarda çözülmesidir. Koordinat transformasyonu yöntemi ile bütün kanal geometrisi kare biçimine getirilmekte ve bütün işlemler yeni koordinatlarda yapılmaktadır. Koordinat transformasyonu ile kare biçimine getirilen

kanal geometrisine sonlu farklar eşitliğinin uygulanması kolaylaşmakta ve aynı zamanda tek bir bilgisayar programının da yapılmasını mümkün kılmaktadır.

Bilindiği gibi, diferansiyel denklemlerin çözümünün yeterli hassasiyette olabilmesi için adım sayısının yeteri kadar yüksek olması gerekmektedir. Adım sayısının fazla seçilmesi kanal bölgesindeki adım uzunluğunun küçük olmasını, dolayısıyla bilinmeyen nokta sayısının artmasına neden olmaktadır. Bu artış beraberinde işlem yükünü artırdığı gibi, bilgisayar hafızasında bulundurulacak bilgi miktarını da artıracaktır. Adım sayısı artırılarak çözüm daha hassas olurken bilgisayarın hesaplama süresi de uzamaktadır. Bu problemleri ortadan kaldırmak için bilinmeyen nokta sayısını artırmadan hız ve sıcaklık gradyanının hızlı değiştiği duvara yakın bölgelerde nokta yoğunluğu artırılabilir. Bu yöntemle kanal bölgesinde nokta sayısı kanal duvarına istenildiği kadar yaklaştırılabilmektedir. Bunun için adım uzunlukları düzenli olarak değiştirilebilen bir yöntem düşünülmüştür. Bu yöntemle kanal bölgesindeki ağ sisteminde her düğüm noktasındaki adım uzunlukları oranının sabit olması sağlanmıştır. Bu oran sıklık derecesi olarak tanımlanmış olup, istenildiği gibi değiştirilebilmektedir. Bu durumda kanal bölgesindeki ağ sisteminde adım uzunlukları eşit uzunlukta olmayıp, farklı adımlardan meydana gelmektedir. Bilindiği gibi sonlu farklar türev büyüklükleri eşit adım uzunluğunda yazılmaktadır. Bu yüzden adım uzunluklarının farklı olması diferansiyel denklemlerdeki türev büyüklüklerinin yeniden oluşturulmasını gerektirir. Yapılan hesaplamalarda bu yöntemin çok uygun olduğu görülmüştür.

Diferansiyel denklemin çözümünün stabil olmasını sağlamak için Crank-Nicholson yöntemi kullanılmıştır. Crank-Nicholson yöntemi implicit ve explicit yöntemlerinin her ikisini de içine alabilmektedir. Bu yöntemle göre, kanalda bilinmeyenler düzleminin β katı, bilinenler düzleminin $(1-\beta)$ katı ile toplanarak sonlu farklar eşitliği oluşturulmaktadır. β sayısı 0 ile 1 arasında sabit bir sayı olup, istenildiği gibi değiştirilerek diferansiyel denklemin çözümünün daha hızlı yakınsaması sağlanabilmektedir.

Sonlu farklar eşitliği başlangıç ve sınır şartları altında yeni koordinatlarda meydana getirilen ağ sistemine uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulur. Lineer denklem takımı bant genişliği 9 ve bol sıfırlı katsayılar matrisine sahiptir. Katsayılar matrisinin

boyutu kanal bölgesindeki ađ sistemindeki nokta sayısına bağlıdır. Ađ sistemindeki nokta sayısı artırıldığında matris boyutu artmakta aynı zamanda lineer denklem takımının çözümü zaman almaktadır. Lineer denklem takımı dolaylı (iteratif) metodlardan Gauss-Seidel Metodu ile çözülmüştür. Bu yöntemin en büyük avantajı katsayılar matrisinin elemanlarının tamamının bilgisayar hafızasında tutulmasına gerek kalmamasıdır. Sadece bant üzerindeki elemanlar matrislerde depolanarak gereksiz hafıza kullanımına gerek duyulmamaktadır.



2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Kapalı kanallarda laminar akışta ısı transferi çalışmaları birbirlerinden bağımsız, ilk olarak GREATZ (1883) ve NUSSELT (1910) tarafından başlatılmıştır. Daha sonraları, DREW (1931) kanallarda ısı transferleri ile ilgili bütün teorik neticeleri bir araya toplamıştır. DRYDEN ve ark. (1932) tarafından çeşitli geometrilerde laminar gelişmiş akışta ısı transferi üzerine çalışmalar yapılmıştır. SPARROW ve ark. (1955) paralel levhada akış problemleri üzerine teorik çalışmalar yapmış ve güvenilir sonuçlar almışlardır. Daha sonraları HAN (1960) kare kesitli bir kanalda hidrodinamik giriş bölgesinde hız dağılımlarını incelemiş, yaptığı kabüllerle momentum denklemini basitleştirmiş ve analitik yöntemlerle diferansiyel denklemleri çözerek, hız profillerinin kanal boyunca değişimlerini hesaplamıştır. Aynı zamanda basınç kayıplarını da hesaplayarak limit durumlarında teorik ve deneysel verileri karşılaştırmıştır. SPARROW ve ark. (1964) kanallarda laminar akışta hidrodinamik giriş bölgesinde basınç kaybının hesaplanabilmesi için yeni bir analitik yöntem önermişler, bu yöntemi paralel levha ve dairesel kesitli kanala uygulamışlar ve olumlu sonuçlar almışlardır. Benzer konu ile ilgili çalışmalardan bir diğerini de HORNBECK (1964) tarafından yapılmıştır. Bu araştırmacı dairesel kesitli bir kanalda gelişmekte olan akışta hız dağılımlarını çözmüş ve aynı zamanda sürtünme faktörünü de hesaplamıştır.

Paralel levha ve dairesel kesit alanlı kanalların geometrisinin basitliğinden dolayı, bu konu üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan biri de HWANG ve FAN (1964) tarafından yapılan çalışmadır. Bu araştırmacılar yaptıkları çalışmada paralel levhada gelişmekte olan akışta ısı transferi problemlerini incelemişler ve Prandtl sayısının ısı transferine etkisini araştırmışlardır. HORNBECK (1965) yaptığı diğer bir çalışmada, önceki çalışmasında bulduğu hız dağılım değerlerini kullanarak dairesel kesitli bir kanalda yerel ve ortalama Nusselt sayısını hesaplamış ve aynı zamanda Prandtl sayısının ısı transferine olan etkisini araştırmıştır. Daha sonraları araştırmacılar, sayısal yöntemlerin gelişmesi ile birlikte paralel levha ve dairesel kesitli kanallardan farklı geometrilerdeki kanallarda ısı transferinin hesaplanması problemlerine el atmışlardır. WIBULSWAS (1966) tarafından dikdörtgen kesit alanlı kanallarda ısı transferinin hesaplanması üzerine

bir doktora çalışması yapılmıştır. Bu çalışmada, dikdörtgen kesit alanlı kanallarda tam gelişmiş ve gelişmekte olan akışta, çeşitli kenar uzunluğu oranlarında ortalama Nusselt sayısı hesaplanmıştır. Bu konuda başka bir araştırma LUNDGREN ve ark. (1967) tarafından yapılmış olup, dikdörtgen kesit alanlı bir kanalda gelişmiş akışta hız ve basınç dağılımları hesaplanmıştır.

Koordinat takımına göre düzgün geometriye sahip kanallar (Kare, daire) üzerine çok daha fazla çalışma yapılmıştır. Bu kanalların dışında, farklı geometride ilk çalışma SCHMIDT ve NEWELL (1967) tarafından yapılmıştır. Bu araştırmacı yaptığı çalışmada ikizkenar üçgende tam gelişmiş akışta hız dağılımlarını ve sürtünme katsayısını hesaplamıştır. Aynı yıllarda McCOMAS (1967), tarafından eliptik bir kanalda akış problemleri ile uğraşmış, yaptığı bu çalışmada gelişmiş akışta elipsin çeşitli uzunluk oranlarında ($\alpha^* = a/b$) hız dağılımı ve sürtünme katsayısı hesaplanmıştır. Bu araştırmacı, $\alpha^* \rightarrow \infty$ durumunda hesapladığı sürtünme katsayısının paralel levha değerlerinden farklı olduğunu göstermiştir.

Kanallarda akış ve ısı problemleri ile ilgili çalışmalar teorik olarak devam ederken, bir yandan da deneysel çalışmalar yapılmıştır. HOLMES ve VERMEULEN (1968) tarafından dikdörtgen kesit alanlı kanallarda hız profilleri deneysel olarak belirlenmiştir. Daha sonraki yıllarda SHAH ve LONDON (1971) dikdörtgen kesit alanlı kanallarda gelişmiş akışta çeşitli uzunluk oranlarında sürtünme katsayısını ve ortalama Nusselt sayısını hesaplamışlardır. MILLER (1971) tarafından çeşitli kesit alanlı kanallarda hidrodinamik giriş bölgesinde sınır değer problemlerini başlangıç değer problemlerine dönüştürme metodu ile Navier-Stokes denkleminin çözümü üzerine çalışmalar yapılmıştır. Bu araştırmacı ayrıca kare ve üçgen kesit alanlı kanallar için hız profilleri ve basınç kaybını hesaplamış ve diyagramlarla göstermiş olup, diferansiyel denklemlerin çözümünde sonlu farklar metodunu kullanmıştır.

Benzer kanal geometrileri değişik yöntemlerle defalarca çözülmüştür. Aynı zamanda sayısal yöntemlerin gelişmesi ve bilgisayarların işlem kapasitesinin artması problemlerin çözümünde büyük kolaylıklar sağlamıştır. Bu sayede daha hızlı bilgisayar imkanı gerektiren gelişmekte olan akış problemlerine giriş yapılabilmektedir. CURR ve ark. (1972)

dikdörtgen kesit alanlı kanallarda gelişmekte olan akışta sürtünme katsayısını hesaplamıştır. Aynı yıllarda IQBAL ve ark. (1972) eliptik kanalda gelişmiş akışta ortalama Nusselt sayısının değişimini hesaplanmıştır. Deneysel bir çalışma da MUCHNIK ve ark. (1973) tarafından yapılmış olup, çeşitli kanallarda akış problemleri deneysel olarak incelenmiştir.

Kanallarda akış problemleri ile ilgili en güvenilir çalışmalardan biri de CARLSON ve HORNBECK (1973) tarafından yapılmıştır. Bu araştırmada kare kesitli bir kanalda laminar hidrodinamik giriş bölgesinde nümerik analiz yapılmış ve Navier-Stokes denklemi iki yöntemle çözülerek bu yöntemler karşılaştırılmıştır. Birinci yöntemde Navier-Stokes denklemi tam olarak çözülmüş, yani diferansiyel denklemler ve süreklilik denklemi her üç koordinatta yazılmış ve sonlu farklar metodu ile çözülmüştür. Diğer yöntemde ise, kanal kesitinde akışa dik yöndeki hız vektörünün kanalın ağırlık merkezine doğru olduğu kabulü yapılmış ve diferansiyel denklemler bu şart altında çözülmüştür. Her iki hesaplama yöntemini kare kesitli kanala uygulayan araştırmacı, hız dağılımlarını ve basınç kaybını karşılaştırmıştır. Araştırmacı, ikinci yöntemle tam çözüm arasında fark olmadığını tespit etmiş ve aynı zamanda kanal kesitindeki hız vektörlerini çizerek ikinci yöntemle büyük hata yapılmadığını göstermiştir.

Zamanla ölçme teknolojisinin gelişmesi ile birlikte akış problemlerinin yanında ısı transferi problemlerinin de deneysel olarak incelenmesine başlanmıştır. LOMBARDI ve SPARROW (1974) paralel levhalar arasındaki kanalda yerel Nusselt sayısını deneysel olarak elde etmiş ve sonuçlarının daha önceki araştırmacılar ile uyum içerisinde olduğunu görmüşlerdir. SHAH (1975a) dairesel kesit alanlı kanalda termik olarak gelişmekte olan akışta ısı transferini incelemiş ve sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı sınır şartlarında ortalama Nusselt sayısını hesaplamıştır. Aynı araştırmacı başka bir çalışmasında, ikizkenar üçgen ve yamuk kesit alanlı kanalda tam gelişmiş akışta hız dağılımları ve basınç kayıplarını hesaplamıştır (SHAH, 1975b).

Birçok araştırmacı çeşitli kesit alanlı kanallarda akış ve ısı transferi üzerine çalışmalar yapmışlardır. SHAH ve LONDON (1978) ilk defa kanallarda laminar akışta ısı transferi hakkında yapılmış bütün çalışmaların özetini bir kitap haline getirmişlerdir.

FELDMAN ve ark. (1982a) iç içe geçmiş eksantirik boruda laminar sıkıştırılmaz akışın bir analizini yapmışlardır. Bu araştırmacılar Navier-Stokes denklemlerini kartezyen koordinatlarda oluşturarak, yaklaşık hidrodinamik model kullanarak çözmüşlerdir. Bu araştırmada diferansiyel denklemlerin çözümünde iki farklı metod kullanılmış ve her iki yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Birinci yöntemde, diferansiyel denklemler her üç koordinatta yazılarak tam olarak çözülmüştür. Diğer yöntemde ise, akışa dik yöndeki hız bileşenleri arasında matematiksel bir ilişki kurulmuş ve diferansiyel denklemler bu şekilde çözülmüştür. Çözümler beş farklı eksantriklik oranında yapılmış, basınç dağılımları ve maksimum hızın kanal boyunca değişimi hesaplanmıştır. Aynı araştırmacı iç içe geçmiş eksantirik boruda akış problemlerinin yanında ısı transferi problemleri ile de uğraşmıştır (FELDMAN ve ark. 1982b). Araştırmacı bu çalışmada eksantirik iç içe iki borulu kanalda laminar gelişmekte olan akışta enerji denklemini çözmüş, çözümde bir önceki makalede hidrodinamik giriş bölgesi için elde ettiği hız değerlerini kullanmış ve çeşitli sınır şartı durumlarında sıcaklık dağılımlarını incelemiştir. Araştırmacı nümerik yöntem olarak implicit değişen yönler metodunu kullanmış, çeşitli eksantriklik oranları ve Prandtl sayılarında çözümler yapmıştır.

HAJI-SHEIKH ve ark. (1983) çeşitli kesit alanlı kanallarda tam gelişmiş akışta ısı transferi katsayısını hesaplayacak analitik bir yöntem sunmuş ve bu yöntemle tam gelişmiş akışta, diküçgen ve ikizkenar üçgende Nusselt sayılarını hesaplamışlardır. Eşkenar dörtgen bir kanaldaki ısı transferi ASAKO ve FAGHRI (1983) tarafından incelenmiştir. Bu araştırmacılar diferansiyel denklemin çözümünde, akışa dik yöndeki hız bileşenleri arasında matematiksel bir oranın kullanıldığı çözüm yöntemini uygulamışlar ve eşkenar dörtgenin çeşitli uzunluk oranlarında hesaplar yaparak, literatürdeki kare kesitli kanal için verilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada, sabit ısı akımı ve sabit duvar sıcaklığı sınır şartı durumlarında, Nusselt sayısı hesaplanmıştır. Bunun için diferansiyel denklem sonlu farklar metodu ile çözülmüş, aynı zamanda kanal bölgesindeki

adım sayısının sonuçlara etkisi araştırılmıştır. LAWAL ve MUJUMDAR (1985) altıgen ve yamuk kesit alanlı kanallarda giriş bölgesinde akış problemleri üzerine bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada diferansiyel denklemler sonlu farklar metodu ile çözülmüştür. KAKAÇ ve ark. (1987) tarafından hazırlanan bir kitapta, literatürdeki laminar akışta ısı ve akış problemleri üzerine yapılan bütün çalışmalar özetlenmiştir.

Çeşitli kesit alanlı kanallarda basınç kayıplarının genel eşitliklerle hesaplanabilmesi için ilk çalışmalar YILMAZ ve UMUR (1985) tarafından başlatılmıştır. ASOKA ve ark. (1988) başka bir çalışmada düzgün kesitli çokgen bir kanalda ısı transferi problemini incelemişlerdir. Araştırmacılar çokgenin kenar sayısını artırarak, kare, altıgen, sekizgen ve nihayet sonsuza götürerek dairesel kesitli bir kanalda akış ve ısı problemlerinin çözülebileceğini göstermişler ve çözüm yöntemi olarak koordinat transformasyonu yöntemini kullanmışlardır. MANGLIK ve BERGLES (1988) tarafından yarı dairesel bir kanalda laminar tam gelişmiş akışta ısı transferi incelenmiştir. Araştırmacı bu çalışmada silindirik koordinatlarda enerji denklemini iki farklı sınır şartında çözmüştür. Bu sınır şartlarından birincisi, kanalın tamamının sabit duvar sıcaklığında olması, ikincisi ise, kanalın taban kısmının yalıtılarak diğer kısımlarının sabit duvar sıcaklığında tutulmasıdır. İlgili makalede her iki durum için sıcaklık dağılımları ve Nusselt sayıları hesaplanmıştır. APARECIDO ve COTTA (1990) tarafından dikdörtgen kesit alanlı bir kanalda, analitik bir yöntemle termik olarak gelişmekte olan akışta ısı transferi problemi çözülmüş, elde ettikleri sonuçlar nümerik yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Bu araştırmacılar tam gelişmiş akışta Nusselt değerlerini uzunluk oranlarının fonksiyonu olarak eşitlikler halinde ifade etmişlerdir.

Birçok araştırmacı çeşitli geometrilerde basınç kayıplarını hesaplayarak, yalnız o geometri için, uzunluk oranlarına bağlı olarak eşitlikler vermişlerdir. İlk olarak çeşitli kesit alanlı kanallarda hidrodinamik olarak gelişmiş ve gelişmekte olan laminar akışta basınç kayıplarının hesaplanması için YILMAZ (1990) tarafından genel bir eşitlik verilmiştir. Bu araştırmacı türbülanslı akışta basınç kaybının sadece kanal eşdeğer çapı ile hesaplanabildiği halde, laminar akışta başka parametrelerin de gözönüne alınması gerektiğini göstermiştir. Araştırmacı bu çalışmada, kanal geometrisine ait eşdeğer

çaptan hariç iki boyutsuz parametre tanımlayarak, basınç kayıplarını bu parametrelere bağlı olarak eşitlikler halinde ifade etmiştir. LEI ve TRUP (1990) tarafından yapılan bir çalışmada daire parçası şeklindeki bir kanalda termik giriş bölgesinde ısı transferi nümerik olarak hesaplanmıştır. NGUYEN (1991), SILVA (1992) ve NGUYEN (1992) paralel levha arasındaki kanalda hidrodinamik ve termik giriş bölgesinde hız ve sıcaklık dağılımlarını analitik yöntemle çözmüşlerdir. UZUN (1992) tarafından kanallarda gelişmekte olan laminar akışta ısı transferinin hesaplanması üzerine bir doktora çalışması yapılmıştır. Bu doktora çalışmasında, diferansiyel denklemler sınırları düzensiz kanallarda eliptik ağ üretim yöntemi kullanılarak sayısal yöntemlerle çözülmüş olup, elde edilen sonuçlar dikdörtgen ve eşkenardörtgen kanallarla karşılaştırılmıştır.

SHOME ve JENSEN (1993) dairesel bir kanalda ısı transferinin hesaplanmasında kanal duvarından ortama olan ısı kaybını da dikkate alan bir çalışma yapmışlardır. Araştırmacılar yaptıkları bu çalışmada, dairesel kesitli bir kanalda basınç kaybı ve ısı transferini hesaplayacak eşitlikler vermişlerdir. Bu eşitlikler tüm giriş bölgesinde geçerli olup, kanal duvarında tanımladıkları Biot sayısı ile tüm sınır şartlarını ifade edebilmektedir.

3. MATERYAL VE METOD

3.1 Kanallarda Laminar Akış Türleri

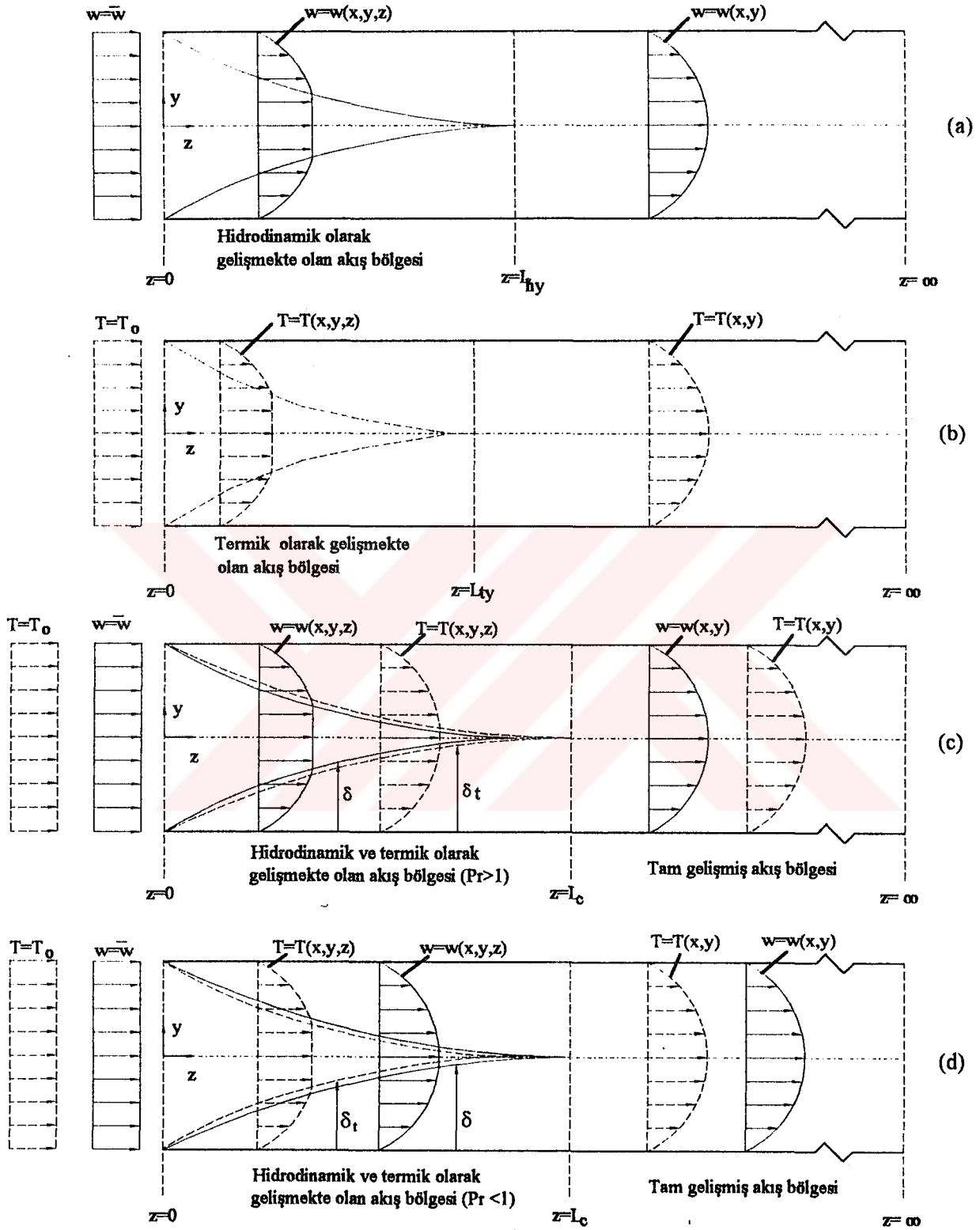
Kanallarda laminar akış dört ayrı türde incelenebilir. Bunları

- i) Hidrodinamik olarak gelişmekte olan akış (HGA)
- ii) Termik olarak gelişmekte olan akış (TGA)
- iii) Hidrodinamik ve termik olarak gelişmekte olan akış (HTGA)
- iv) Tam gelişmiş akış (GA)

şeklinde sıralayabiliriz. Birinci akış türünde akışkan kanala üniform hız dağılımında girmektedir (Şekil 1a). Duvardan itibaren viskozitenin etkisiyle hidrodinamik sınır tabakası artarken hız profili de oluşmağa devam edecektir. Belirli bir uzunluktan sonra akış gelişimini tamamlayacaktır. Bu bölgeye ($0 < z < L_{hy}$) HGA bölgesi denmektedir. HGA bölgesinde eksenel hız profili $w=w(x,y,z)$ koordinatlarına bağlı iken, $z > L_{hy}$ uzunluğundan itibaren sadece iki koordinatın fonksiyonudur.

TGA türünde, akışkan kanala üniform (T_0) sıcaklık dağılımında girmektedir. Duvar sıcaklığı akışkan giriş sıcaklığından yüksek olduğundan ($T_d > T_0$), sıcaklığın etkisinden dolayı akışkanda sıcaklık sınır tabakası oluşmağa başlayacaktır. Sıcaklığın etkisiyle kanal boyunca sıcaklık profili gelişecek ve $z=L_{th}$ uzunluğuna varıldığında gelişimini tamamlayacaktır. Bu bölgeye ($0 < z < L_{ty}$) TGA bölgesi denmektedir (Şekil 1b).

Üçüncü akış türü ise, hem hidrodinamik hem de termik olarak gelişmekte olan akıştır (HTGA). Kanal başlangıcından ($z=0$) itibaren aynı anda viskozite ve sıcaklığın etkisi ile akışkanda sınır tabakaları oluşmağa başlar. Prandtl sayısına bağlı olarak viskozitenin ve sıcaklığın etkisi akışkanda farklıdır. Prandtl sayısı birden büyük olduğunda ($Pr > 1$) hidrodinamik sınır tabakası kalınlığı, termik sınır tabakası kalınlığından daha büyük olmakta (Şekil 1c), Prandtl sayısı birden küçük olduğu ($Pr < 1$) durumda ise tam tersi olmaktadır (Şekil 1d). Dolayısıyla HTGA bölgesinde Prandtl sayısının önemi büyüktür.



Şekil 1. Kanallarda laminar akış türleri

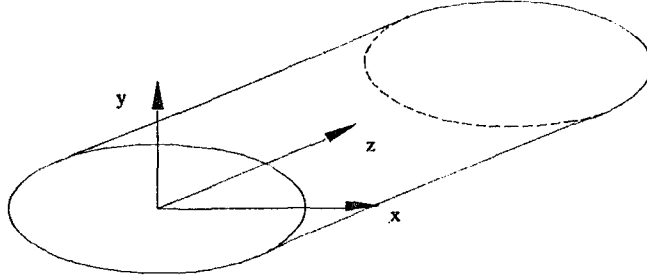
Bilindiği gibi Prandtl sayısı kinematik viskozitenin ısı yayılım katsayısına oranıdır ($Pr = \nu/\alpha$). $Pr > 1$ olması durumunda akışta viskozitenin etkisinin büyük olduğu, $Pr < 1$ olması durumunda ise ısı iletkenliğinin etkisinin büyük olduğu söylenebilir. Ancak $Pr = 1$ olması durumunda hidrodinamik sınır tabakası kalınlığının, termik sınır tabakasına eşit olacağı anlamına gelmemektedir. Çünkü enerji ve Navier-Stokes denklemleri $Pr = 1$ durumunda birbirlerine benzememektedir. Bu bölgede ($0 < z < L_c$) hız ve sıcaklıklar her üç koordinatın fonksiyonudur. $Pr \rightarrow \infty$ sınır durumunda ise, sıcaklık profili gelişmeğe başlamadan, akışın hız profilinin geliştiği söylenebilir. $Pr \rightarrow 0$ durumunda ise olay tam tersi olup, hız profili gelişmeğe başlamadan sıcaklık profili gelişmektedir. Pratikte $Pr \rightarrow \infty$ yüksek viskoziteli akışkanlar, $Pr \rightarrow 0$ ise, sıvı metal akışkanlar olarak düşünülebilir. HTGA bölgesinde $Pr \rightarrow \infty$ çözümü, aynı zamanda, TGA çözümüne eşdeğer olmakta, $Pr \rightarrow 0$ için ise hız profilinin üniform alınarak, TGA çözümüne denk düşmektedir.

Dördüncü akış türü olan tam gelişmiş akışta, hız ve sıcaklık profilleri artık oluşumlarını tamamlamıştır. $z > L_c$ uzunluğundan sonra akış tam gelişmiş olup, bu bölgeye ($L_c < z < \infty$) tam gelişmiş akış bölgesi, akışa da tam gelişmiş akış (GA) denmektedir.

HTGA durumunda ısı transferinin hesaplanmasında kullanılan Navier-Stokes ve enerji denklemleri aşağıdaki kabuller yapılarak çözülmüştür.

- Akış düzenlidir
- Akışkan sıkıştırılmaz
- Akışkanın fiziksel özellikleri sabittir
- Kanal kesiti akış yönünde değişmemektedir
- Kanal çevresinde her noktada sıcaklık birbirine eşittir
- Kanal et kalınlığının ısı direnci ihmal edilmiştir
- Akış yönünde ısı iletimi ihmal edilmiştir.

3.1.1 Kartezyen Koordinatlarda Navier-Stokes Denklemi



Şekil 2. Kartezyen koordinatlarda koordinat takımı

Kartezyen koordinatlarda daimi, sıkıştırılmaz ve akışkan fiziksel özellikleri sabit olmak üzere gelişmekte olan laminar akışta Navier-Stokes Denklemi aşağıdaki gibidir.

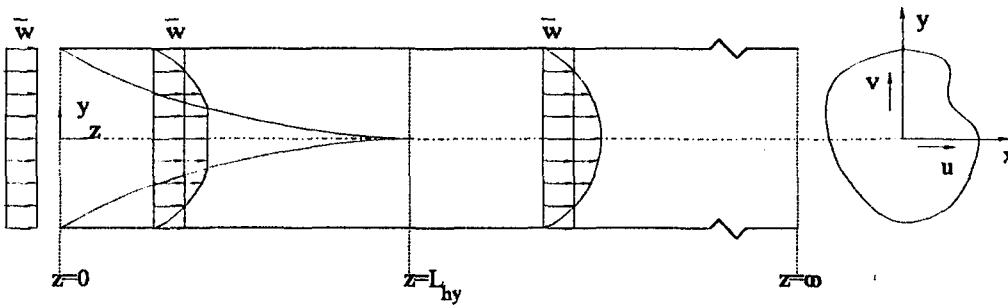
$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

Burada, ρ akışkanın yoğunluğunu, μ ise akışkanın dinamik viskozitesini göstermektedir. Akış yönündeki hızı w , diğer akışa dik yöndeki hız bileşenlerini u ve v olarak tanımlanmıştır. P ise kanaldaki statik basıncı göstermektedir.

3.1.1.1 Navier-Stokes Denkleminin Boyutsuz Hale Getirilmesi



Şekil 3. Kanallarda hidrodinamik giriş bölgesi

Diferansiyel denklemleri boyutsuz hale getirmek için aşağıdaki boyutsuz sayıları tarif etmek gerekir.

$$u^* = \frac{ud_h}{v}, \quad v^* = \frac{vd_h}{v}, \quad w^* = \frac{w}{\bar{w}} \quad (4)$$

$$z^* = \frac{z}{d_h} \frac{1}{Re}, \quad P^* = \frac{P_0 - P}{\frac{\rho \bar{w}^2}{2}}, \quad P' = \frac{d_h^2}{v^2 \rho} (P_0 - P) \quad Re = \frac{\bar{w} d_h}{v} \quad (5)$$

$$x^* = \frac{x}{d_h}, \quad y^* = \frac{y}{d_h}, \quad d_h = \frac{4A}{\zeta} \quad (6)$$

Bu boyutsuz sayılar kullanılarak diferansiyel denklemler

$$\left(u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (7)$$

$$\left(u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) = \frac{\partial P'}{\partial x^*} + \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (8)$$

$$\left(u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) = \frac{\partial P'}{\partial y^*} + \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (9)$$

şeklini alır. Burada, d_h kanalın hidrolik çapını, A kesit alanını, ζ ise çevresini göstermektedir. Kanal girişindeki basınç P_0 , kanaldaki ortalama hız ise $\bar{w}$ dir.

3.1.2 Süreklilik Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi

Kartezyen koordinatlarda daimi, sıkıştırılmaz ve akışkan fiziksel özellikleri sabit kalmak üzere gelişmekte olan akışta süreklilik denklemi

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (10)$$

şeklindedir. Boyutsuz sayılar kullanılarak süreklilik denklemi

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (11)$$

şeklinde elde edilir. Çeşitli kesit alanlı bir kanalda akış yönündeki hız tüm alan üzerine integre edilirse, toplam debi

$$\dot{V} = \int_A w dA \quad (12)$$

olarak hesaplanır. Kanaldaki ortalama hız, toplam debinin kanal kesit alanına oranı $\bar{w} = \dot{V}/A$ olarak bilindiğinden ve birim alan $dA = dx dy$ olduğundan

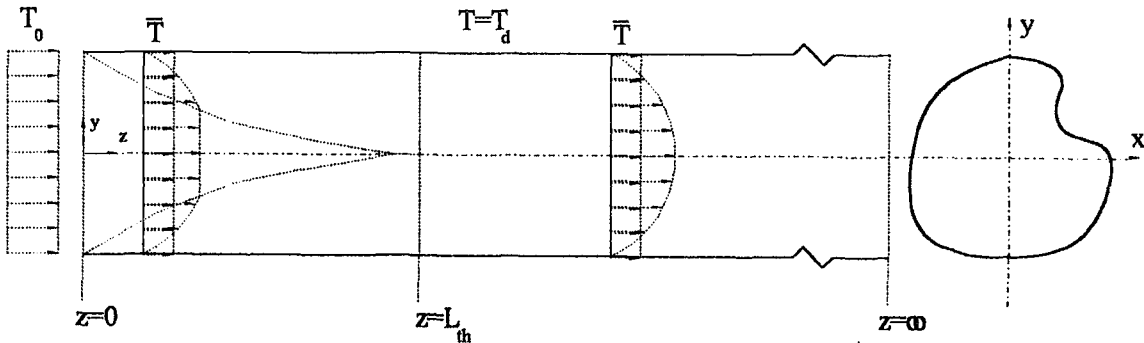
$$\dot{V} = \bar{w}A = \int_0^R \int_0^R w dx dy \quad (13)$$

şeklinde yazılabilir. Burada A kanalın kesit alanıdır. Boyutsuz sayılar kullanılarak integral formunda süreklilik denklemi

$$\frac{d^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* dx^* dy^* = 1 \quad (14)$$

olarak bulunur.

3.1.3 Kartezyen Koordinatlarda Enerji Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi



Şekil 4. Kanallarda termik akış bölgesi

Kartezyen koordinatlarda, akış yönündeki ısı iletimi ihmal edilerek gelişmekte olan akışta enerji denklemi

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (15)$$

şeklindedir. Burada, a ısı yayılım katsayısını göstermektedir. Boyutsuz sayılar kullanarak enerji denklemi

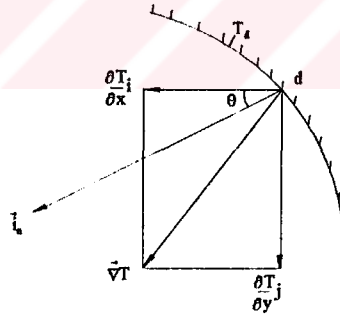
$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (16)$$

haline getirilir. Akışkanın kanala giriş sıcaklığı T_0 , duvar sıcaklığı T_d olmak üzere, sıcaklık

$$T^* = \frac{T - T_d}{T_0 - T_d} \quad (17)$$

şeklinde boyutsuz hale getirilebilir.

3.1.3.1 Yerel Nusselt Sayısının Hesaplanması



Şekil 5. Duvar üzerinde sıcaklık gradyanı ve yüzeyin normali

Çeşitli kesit alanlı bir kanalda tam duvar üzerinde herhangi bir noktada konveksiyonla transfer edilen ısı

$$\dot{q} = \alpha(T_d - \bar{T}) \quad (18)$$

şeklinde, iletimle transfer edilen ısı ise,

$$\dot{q} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_d \quad (19)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, α ısı transferi katsayısını, T_d duvar sıcaklığını, $\bar{T}$ ortalama sıcaklığı, $\partial T/\partial n$ ise tam duvar üzerinde sıcaklığın yüzeyin normali yönündeki türevidir. Tam duvar üzerinde bu ısı akıları eşitlenir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{\alpha d_h}{\lambda} = \frac{d_h}{\bar{T}^*} \frac{\partial T^*}{\partial n} \quad (20)$$

elde edilir. Sıcaklığın duvar yüzeyinin normali yönündeki türevi

$$\frac{\partial T^*}{\partial n} = \text{grad}(T) \vec{i}_n \quad (21)$$

ifadesiyle hesaplanır (BOBER ve KENYON, 1980). Duvar üzerinde herhangi bir noktada sıcaklık gradyanı Şekil 5'ten görüleceği gibi

$$\text{grad}(T) = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} \quad (22)$$

şeklinde yazılabilir. Yüzeyin normal yönündeki birim vektörü $\vec{i}_n$ ise,

$$\vec{i}_n = \cos(\theta) \vec{i} + \sin(\theta) \vec{j} \quad (23)$$

şeklinde hesaplanır. θ açısı yüzeyin normalinin yatay ile yaptığı açıdır. Bu durumda yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{1}{\bar{T}^*} \left(\frac{\partial T^*}{\partial x} \cos(\theta) + \frac{\partial T^*}{\partial y} \sin(\theta) \right) \quad (24)$$

formülü ile hesaplanır.

3.1.3.2. Kanalda Ortalama Sıcaklığın Hesaplanması

Herhangi bir kanalda ortalama sıcaklık, akışkan kütle debisi $\dot{m}$ olmak üzere

$$\bar{T} = \frac{1}{\dot{m}} \int_A T d\dot{m} = \frac{1}{\rho A \bar{w}} \int_A T \rho w dA \quad (25)$$

şeklinde hesaplanır. Boyutsuz sayılar kullanılarak ortalama sıcaklık

$$\bar{T}^* = \frac{d_h^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 T^* w^* dx^* dy^* \quad (26)$$

haline getirilir. Burada boyutsuz ortalama sıcaklık

$$\bar{T}^* = \frac{\bar{T} - T_d}{T_0 - T_d} \quad (27)$$

şeklinde tarif edilmiştir.

3.1.3.3 Ortalama Nusselt Sayısının Hesaplanması

Akışkandan kanal cidarından ötesine veya ters yönde akışkana transfer edilen ısı

$$Q = \rho \bar{w} A c_p (T_0 - \bar{T}) \quad (28)$$

şeklinde hesaplanır. Pratik hesaplarda ise ısı transferi

$$Q = \alpha \Delta T_m F \quad (29)$$

ifadesiyle belirlenir. Burada ΔT_m logaritmik sıcaklık farkı, F ise ısı transfer edilen yüzey alanı göstermektedir. Eşitlik (28) ve (29) ifadeleri eşitlenir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$Nu = \frac{1}{4z^+} \frac{T_0 - \bar{T}}{\Delta T_m} \quad (30)$$

ifadesi elde edilir. Logaritmik sıcaklık farkı da

$$\Delta T_m = \frac{(T_0 - T_d) - (\bar{T} - T_d)}{\ln \left(\frac{T_0 - T_d}{\bar{T} - T_d} \right)} \quad (31)$$

şeklinde tarif edilir. Bu denklem (30) eşitliğinde yerine konulur ve gerekli düzenlemeler yapılırsa ortalama Nusselt sayısı

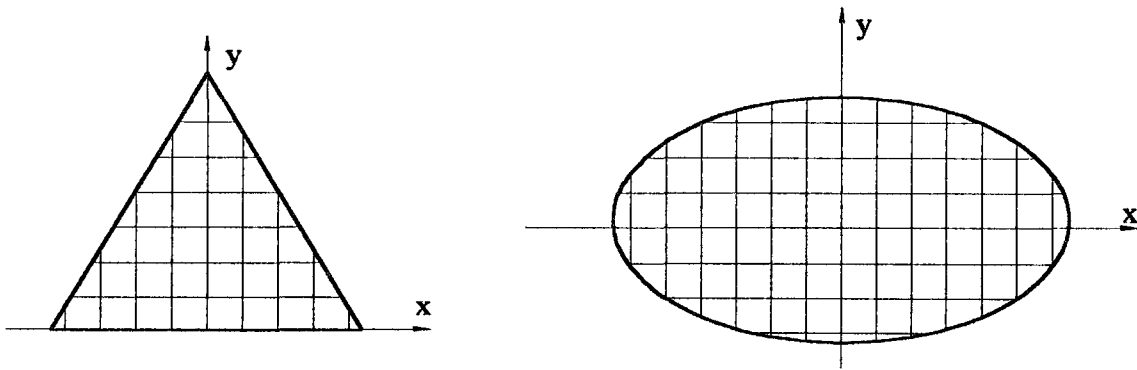
$$Nu = -\frac{1}{4z^+} \ln(\bar{T}^*) \quad (32)$$

olarak bulunur. Formülden de görüleceği üzere kanallarda ısı transferi sadece giriş uzunluğu ve ortalama sıcaklığa bağlı olup bu formül bütün kanallar için geçerlidir. Giriş uzunluğu ise

$$z^+ = \frac{z}{d_h} \frac{1}{Re Pr} \quad (33)$$

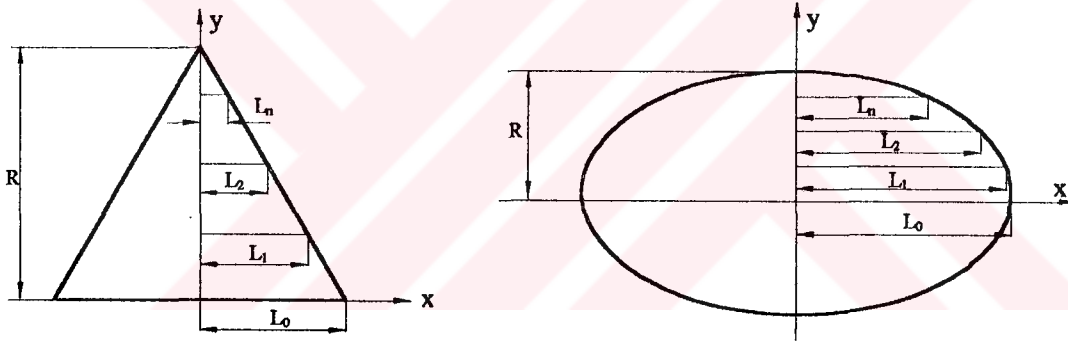
şeklinde tarif edilmiştir.

3.1.4 Kartezyen Koordinatlarda Koordinat Transformasyonu



Şekil 6. Kanal bölgesine sonlu farkların uygulanması

Düzgün geometriye sahip olmayan kanallarda Navier-Stokes ve Enerji Denkleminin çözülmek istenmesi bazı zorlukları da beraberinde getirmektedir. Bu zorluklar, sayısal yöntemlerin uygulanmasında karşımıza çıkmaktadır. Kartezyen koordinatlarda sonlu farklar yöntemi uygulanırken, özellikle kanal geometrisinin düzenli olmadığı durumda duvara yakın yerlerde problemler oluşmaktadır (Şekil 6). Duvara yakın noktalar adım uzunluklarının düzenli olmaması nedeniyle sonlu farklar eşitliğinin yeniden oluşturulması gerekir. Bu durumda her nokta için sonlu farklar eşitliğinin tekrar oluşturulması problemin çözümünü zor bir hale sokar. Aynı zamanda bulunan hız ve sıcaklık dağılımlarının integrasyonu da ayrı bir problemidir. Bu gibi problemleri ortadan kaldırmak için kanal bölgesine koordinat transformasyonu yöntemi uygulanmıştır. Koordinat transformasyonu ile kanal geometrisi kare biçimine gelmekte böylece $x \rightarrow \epsilon$ ve $y \rightarrow \eta$ yeni koordinatlarına dönüştürülmektedir.



Şekil 7. Kanal bölgesine koordinat transformasyonunun uygulanması

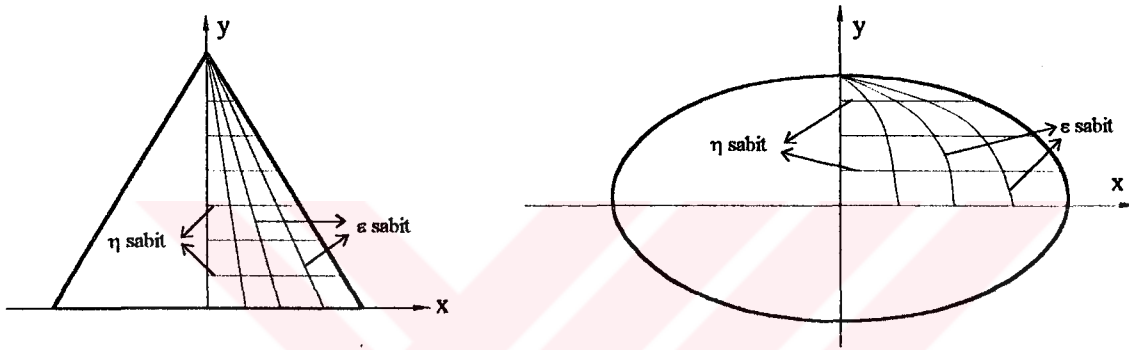
Koordinat transformasyonu ile ϵ koordinatı aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

$$\begin{aligned}
 \epsilon_0 &= \frac{x}{L_0} & x=0 & \quad \epsilon_0=0, & x=L_0 & \quad \epsilon_0=1 \\
 \epsilon_1 &= \frac{x}{L_1} & x=0 & \quad \epsilon_1=0, & x=L_1 & \quad \epsilon_1=1 \\
 \epsilon_n &= \frac{x}{L_n} & x=0 & \quad \epsilon_n=0, & x=L_n & \quad \epsilon_n=1
 \end{aligned} \tag{33}$$

Böylece ϵ koordinatı 0 ile 1 aralığında sınırlı kalmaktadır. L uzunluğu kanal geometrisine bağlı ve y koordinatının bir fonksiyonudur. Bu durumda ϵ yeni koordinat sistemi

$$\varepsilon = \frac{x}{L(y)} \quad (34)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer koordinat olan y , 0 ile R değerleri arasında değiştiğinden, $\eta = y/R$ şeklinde lineer bir boyutsuzlaştırma yapılabilir. Sabit ε ve η koordinatları çizildiğinde kanal geometrisinin kare biçimine geldiği görülmektedir. Kanal bölgesindeki çizilen sabit ε ve η eğrileri Şekil 8’de görülmektedir.



Şekil 8. Kanal bölgesinde sabit ε ve η koordinat değerleri

Herhangi bir $F(x,y)$ fonksiyonunun $\nabla^2 F$ ifadesini koordinat transformasyonu ile yeni koordinatlarda oluşturmağa çalışalım. Öncelikle $\partial F/\partial x$ ve $\partial F/\partial y$ ifadelerinin hesaplanması gerekir. F fonksiyonunun x eksenine göre türevi, türev zincir kuralı yardımı ile

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (35)$$

şeklindedir. Burada ε ve η 'nın x 'e göre türevi

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{L(y)}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

olduğundan

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{L(y)} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \quad (37)$$

şeklinde bulunur. F fonksiyonunun x 'e göre ikinci türevi aynı şekilde

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{1}{L(y)^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon^2} \quad (39)$$

olarak yazılabilir. F fonksiyonunun y eksenine göre birinci türevi

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{\partial F}{\partial \epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (40)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ϵ ve η 'nın y eksenine göre türevi

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial y} = -\frac{\partial [L(y)]}{\partial y} \frac{1}{L(y)^2} x, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{R} \quad (41)$$

şeklinde hesaplanır. Bu eşitlikler (40) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\frac{\partial F}{\partial y} = -f_L \epsilon \frac{\partial F}{\partial \epsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial F}{\partial \eta}, \quad f_L = \frac{\partial [L(y)]}{\partial y} \frac{1}{L(y)} \quad (42)$$

olarak bulunur. F fonksiyonunun y eksenine göre ikinci türevi ise

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (43)$$

şeklinde yazılabilir. Gerekli işlemler yapılırsa yukarıdaki ifadenin birinci kısmı

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon^2} f_L^2 \epsilon^2 + \frac{\partial F}{\partial \epsilon} f_L^2 \epsilon - \frac{f_L \epsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right) \right] \quad (44)$$

şeklinde, ifadenin ikinci kısmı ise,

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y} = \left[-\frac{f_L \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \right) - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f_L}{\partial \eta} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \right] \quad (45)$$

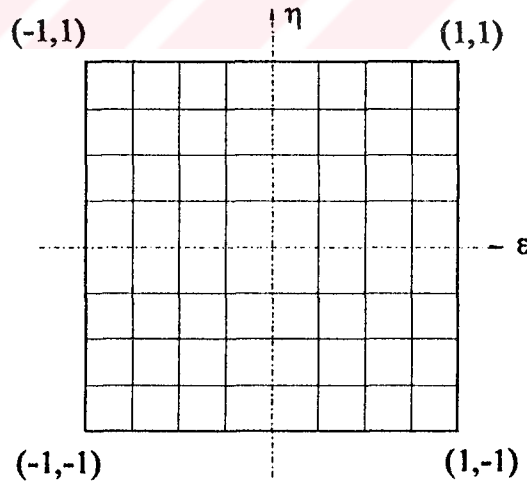
olarak bulunur. Türev ifadeleri (43) eşitliğinde yerine yazılarak F fonksiyonunun y eksenine göre ikinci türevi

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon^2} f_L^2 \varepsilon^2 + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} \left(f_L^2 \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f_L}{\partial \eta} \right) - \frac{2 f_L \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \quad (46)$$

şeklinde elde edilir. F fonsiyonunu x ve y eksenine göre ikinci türevleri eşitliğinde $\nabla^2 F$ yerine yazılır ve düzenlenirse,

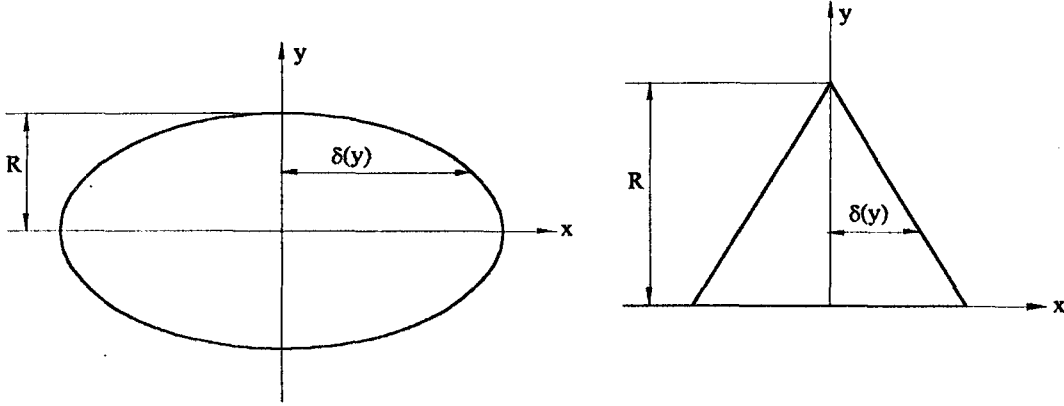
$$\nabla^2 F = \left(\frac{1}{L(y)^2} + f_L^2 \varepsilon^2 \right) \frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon^2} + \left(f_L^2 \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f_L}{\partial \eta} \right) \frac{\partial F}{\partial \varepsilon} - 2 \frac{f_L \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \quad (47)$$

şeklinde elde edilir. Çeşitli kanallar için (Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, elips) $\nabla^2 F$ ifadesi Ek I'de verilmiştir. Koordinat transformasyonu ile bütün kanal geometrileri kare biçimine getirilmektedir (Şekil 9).



Şekil 9. Kanal geometrisinin kare biçimine getirilmesi

3.1.4.1 Koordinat Transformasyonunun Navier-Stokes Denklemine Uygulanması



Şekil 10. Kanal bölgesinde $\delta(y)$ ifadesinin gösterilmesi

Yeni koordinat sistemi ε ve η olarak tanımlanırsa

$$\varepsilon = \frac{x}{\delta(y)}, \quad \eta = \frac{y}{R} \quad (48)$$

şeklinde yazılabilir (Şekil 10). Diferansiyel denklemleri yeni koordinatlara dönüştürmek gerekir. Buna göre, diferansiyel denklemleri x , y ve z yönündeki birinci ve ikinci türevler, türev zincir kuralı yardımı ile tekrar yazılabilir.

$$\frac{\partial w^*}{\partial x^*} = \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^*} + \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x^*} \quad (49)$$

ε ve η 'nın x koordinatına göre türevi

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{1}{\delta(y)}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (50)$$

şeklindedir. Böylece birinci türev

$$\frac{\partial w^*}{\partial x^*} = \frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \quad (51)$$

elde edilir. Aynı şekilde ikinci türev, türev zincir kuralı yardımı ile

$$\frac{\partial}{\partial x^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x^*} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x^*} \quad (52)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ε ve η 'nin x koordinatına göre türevi yerine yazılacak olursa ikinci türev

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} = \frac{1}{\delta(y)^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} \quad (53)$$

olarak elde edilir. Aynı şekilde w^* 'ın y^* koordinatına göre türevi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\frac{\partial w^*}{\partial y^*} = \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y^*} \quad (54)$$

Burada ε ve η 'nin y koordinatına göre türev değerleri (48) eşitliği dikkate alınarak

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial y^*} = -\frac{\partial[\delta(y)]}{\partial y^*} \frac{1}{\delta(y)^2} x, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y^*} = \frac{1}{R} \quad (55)$$

şeklinde bulunabilir. Yeni bir değişken f tarif edilir ve (54) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$f = \frac{\partial[\delta(y)]}{\partial y} \frac{1}{\delta(y)} \quad (56)$$

w^* 'ın y^* koordinatına göre birinci türevi

$$\frac{\partial w^*}{\partial y^*} = -f \varepsilon \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial w^*}{\partial \eta} \quad (57)$$

elde edilir. w^* 'ın y^* koordinatına göre ikinci türevini hesaplamak için türev zincir kuralı yardımı ile

$$\frac{\partial}{\partial y^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y^*} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y^*} \quad (58)$$

şeklinde yazılabilir. Bu türevin birinci kısmı

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y^*} = \left[\frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} f^2 \varepsilon^2 + \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} f^2 \varepsilon - \frac{f \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) \right] \quad (59)$$

olarak bulunur. Türevin ikinci kısmı ise,

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w^*}{\partial y^*} \right) \frac{\partial \eta}{\partial y^*} = \left[-\frac{f \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \right) - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \right] \quad (60)$$

olarak bulunur. (59) ve (60) denklemleri (58) eşitliğinde yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} = \frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} f^2 \varepsilon^2 + \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} \left(f^2 \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) - \frac{2f \varepsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \quad (61)$$

elde edilir. w^* 'ın x^* ve y^* koordinatlarına göre bulunan birinci ve ikinci türevleri (7) eşitliğinde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, en genel biçimde Navier-Stokes denklemi

$$w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - \frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} = A_1 \frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} + B_1 \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} + C_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) + D_1 \frac{\partial w^*}{\partial \eta} + E_1 \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} \quad (62)$$

olarak elde edilir. Böylece diferansiyel denklem yeni koordinatlarda (ε, η) elde edilir. Burada, A_1, B_1, C_1, D_1 ve E_1 kanal geometrisinin bir fonksiyonu olup, açık şekilde yazılırsa

$$A_1 = \left(\frac{1}{\delta(y)^2} + f^2 \varepsilon^2 \right) d_h^2 \quad (63)$$

$$B_1 = \left(f^2 \varepsilon - \frac{\varepsilon}{R} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) d_h^2 - \left(\frac{u^*}{\delta(y)} - v^* f \varepsilon \right) d_h \quad (64)$$

$$C_1 = -\frac{2f \varepsilon d_h^2}{R}, \quad D_1 = \frac{d_h}{R} v^*, \quad E_1 = \left(\frac{d_h}{R} \right)^2 \quad (65)$$

şeklindedir. Diğer koordinatlar yönündeki Navier-Stokes denklemleri benzer şekilde aşağıdaki gibi elde edilir.

$$w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} - \frac{1}{2} \frac{\partial P'}{\partial x^*} = A_1 \frac{\partial^2 u^*}{\partial \varepsilon^2} + B_1 \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} + C_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial u^*}{\partial \eta} \right) + D_1 \frac{\partial u^*}{\partial \eta} + E_1 \frac{\partial^2 u^*}{\partial \eta^2} \quad (66)$$

$$w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} - \frac{1}{2} \frac{\partial P'}{\partial y^*} = A_1 \frac{\partial^2 v^*}{\partial \varepsilon^2} + B_1 \frac{\partial v^*}{\partial \varepsilon} + C_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial v^*}{\partial \eta} \right) + D_1 \frac{\partial v^*}{\partial \eta} + E_1 \frac{\partial^2 v^*}{\partial \eta^2} \quad (67)$$

3.1.4.2 Koordinat Transformasyonunun Süreklilik Denklemine Uygulanması

Yeni koordinatlarda elde edilen birinci türev ifadeleri

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} \quad (68)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -f\varepsilon \frac{\partial v^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial v^*}{\partial \eta} \quad (69)$$

(11) eşitliğinde boyutsuz hale getirilen süreklilik denkleminde yerine yazılırsa,

$$\frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} - f\varepsilon \frac{\partial v^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial v^*}{\partial \eta} + \frac{1}{d_h} \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (70)$$

şeklinde elde edilir. İntegral formundaki süreklilik denklemi (14) yeni koordinatlarda yazılırsa

$$\frac{R^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* \delta(\eta) d\varepsilon d\eta = 1 \quad (71)$$

şekline gelir.

3.1.4.3 Koordinat Transformasyonunun Enerji Denklemine Uygulanması

Enerji denklemi yeni koordinatlarda yazabilmek için diferansiyel denklemdeki türev ifadelerinin yeni koordinatlarda oluşturulması gerekir. Buna göre birinci ve ikinci türevler

$$\frac{\partial T^*}{\partial x^*} = \frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} \quad (72)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -f\epsilon \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \quad (73)$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} = \frac{1}{\delta(y)^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial \epsilon^2} \quad (74)$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} = \frac{\partial^2 T^*}{\partial \epsilon^2} f^2 \epsilon^2 + \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} \left(f^2 \epsilon - \frac{\epsilon}{R} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) - \frac{2f\epsilon}{R} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} \quad (75)$$

şeklindedir. Bu türev ifadeleri enerji denkleminde yerine yazılır ve düzenlemeler yapılırsa yeni koordinatlarda enerji denklemi

$$w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = A_2 \frac{\partial^2 T^*}{\partial \epsilon^2} + B_2 \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} + C_2 \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + D_2 \frac{\partial T^*}{\partial \eta} + E_2 \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} \quad (76)$$

olarak elde edilir. Burada A_2 , B_2 , C_2 , D_2 ve E_2 kanal geometrisine bağlı boyutsuz sayılar olup

$$A_2 = \frac{d_h^2}{Pr} \left(\frac{1}{\delta(y)^2} + f^2 \epsilon^2 \right) \quad (77)$$

$$B_2 = \frac{d_h^2}{Pr} \left(f^2 \epsilon - \frac{\epsilon}{R} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) - d_h \left(\frac{u^*}{\delta(y)} - \frac{v^*}{R} f\epsilon \right) \quad (78)$$

$$C_2 = -\frac{2f\epsilon d_h^2}{R Pr}, \quad D_2 = \frac{d_h}{R} v^*, \quad E_2 = \frac{1}{Pr} \left(\frac{d_h}{R} \right)^2 \quad (79)$$

şeklindedir.

Koordinat transformasyonundan sonra, ϵ ve η koordinatları yönünde sıklık derecesi s_ϵ ve s_η

$$s_\epsilon = \frac{h_1}{h_2}, \quad s_\eta = \frac{k_1}{k_2} \quad (80)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada h_1 ve k_1 herhangi bir (i)'inci ve (j)'inci düğüm noktasından önceki adım uzunluğunu göstermektedir. Aynı şekilde h_2 ve k_2 herhangi bir (i)'inci ve (j)'inci düğüm noktasından sonraki adım uzunluğunu göstermektedir (Şekil 11). Böylece her düğüm noktasında adım uzunluğu oranları sabit olmakta ve istenildiği gibi değiştirilebilmektedir. Koordinat transformasyonundan sonra yeni koordinatlar (0-1) aralığında olduğundan adım uzunlukları toplamı biri geçemez. Bu durumda, sıklık derecesi (s_ϵ ve s_η) ve adım sayısı (n,m) verildiğinde en küçük adım uzunluklarını bulmak için

$$h + s_\epsilon h + s_\epsilon^2 h + s_\epsilon^3 h + \dots + s_\epsilon^{n-1} h = 1 \quad (81)$$

$$k + s_\eta k + s_\eta^2 k + s_\eta^3 k + \dots + s_\eta^{m-1} k = 1 \quad (82)$$

ifadeleri yazılabilir. Burada n, ϵ koordinatı yönündeki adım sayısı, m ise, η koordinatı yönündeki adım sayısıdır. Böylece sıklık derecesi ve adım sayısı verildiğinde, en küçük adım uzunluğu

$$h = \frac{1}{1 + s_\epsilon + s_\epsilon^2 + s_\epsilon^3 + \dots + s_\epsilon^{n-1}} \quad (83)$$

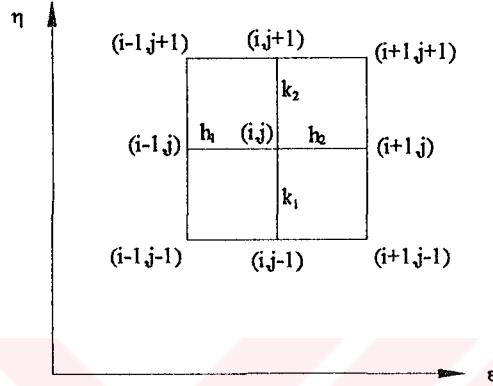
$$k = \frac{1}{1 + s_\eta + s_\eta^2 + s_\eta^3 + \dots + s_\eta^{m-1}} \quad (84)$$

şeklinde bulunur. Herhangi bir (i)'inci ve (j)'inci düğüm noktasındaki adım uzunluğu ise,

$$h_1(i) = s_\epsilon^{(n-i)} h \quad h_2(i) = s_\epsilon^{(n-1-i)} h \quad (85)$$

$$k_1(j) = s_\eta^{(m-j)} k \quad k_2(j) = s_\eta^{(m-1-j)} k \quad (86)$$

şeklinde bulunur. Sıklık derecesi $s_\varepsilon=1$ ve $s_\eta=1$ olduğu durumda, bütün noktalarda adım uzunluğu eşit olmaktadır. Sıklık derecesi birden büyük olduğu durumda, noktaların yoğunluğu duvara yaklaşmakta, birden küçük olduğu durumda ise, noktaların yoğunluğu duvardan uzaklaşmaktadır. EK II'de çeşitli sıklık derecelerinde kanaldaki ağ yapısının görünüşü verilmiştir.



Şekil 12. Sonlu farklarda düğüm noktalarının gösterilmesi

Şekil 12'de sonlu farklarda düğüm noktaları ve adım uzunlukları gösterilmiştir. Diferansiyel denklemdaki türev büyüklükleri değişken adımlarda sonlu farklar formülleri ile ifade edilirse

$$\frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} = \beta_1 w_{i-1,j}^* + \beta_2 w_{i,j}^* + \beta_3 w_{i+1,j}^* \quad (87)$$

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} = \alpha_1 w_{i-1,j}^* + \alpha_2 w_{i,j}^* + \alpha_3 w_{i+1,j}^* \quad (88)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial \eta} = \theta_1 w_{i,j-1}^* + \theta_2 w_{i,j}^* + \theta_3 w_{i,j+1}^* \quad (89)$$

$$\frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} = \phi_1 w_{i,j-1}^* + \phi_2 w_{i,j}^* + \phi_3 w_{i,j+1}^* \quad (90)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) = & \beta_1 \theta_1 w_{i-1,j-1}^* + \beta_1 \theta_2 w_{i-1,j}^* + \beta_1 \theta_3 w_{i-1,j+1}^* + \\ & \beta_2 \theta_1 w_{i,j-1}^* + \beta_2 \theta_2 w_{i,j}^* + \beta_2 \theta_3 w_{i,j+1}^* + \\ & \beta_3 \theta_1 w_{i+1,j-1}^* + \beta_3 \theta_2 w_{i+1,j}^* + \beta_3 \theta_3 w_{i+1,j+1}^* \end{aligned} \quad (91)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial z^*} = \frac{w^{*\ell+1} - w^{*\ell}}{\Delta z} \quad (92)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} = \frac{P^{*\ell+1} - P^{*\ell}}{\Delta z} \quad (93)$$

şeklinde çıkarılabilir (AMES, 1977). Bu formüldeki katsayılar açık olarak aşağıdaki gibidir.

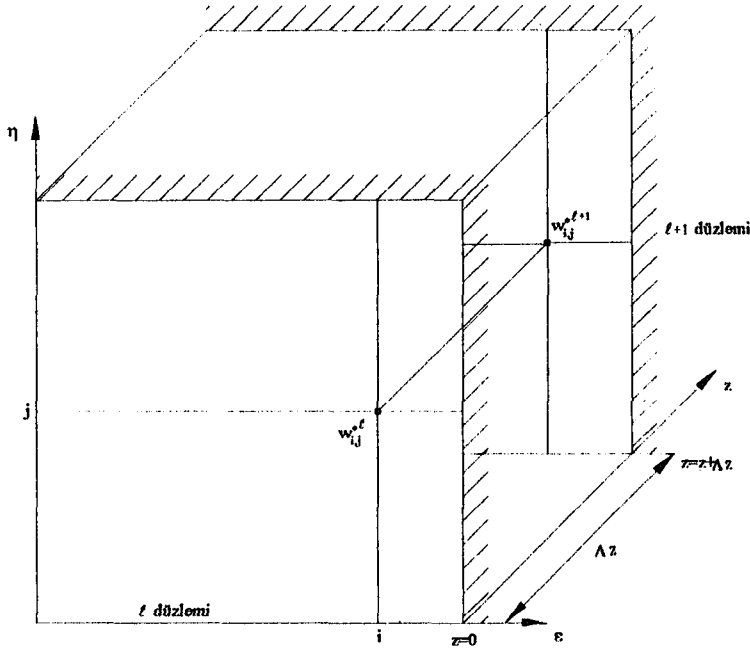
$$\beta_1 = -\frac{h_2}{h_1(h_1 + h_2)}, \quad \beta_2 = \frac{h_2 - h_1}{h_1 h_2}, \quad \beta_3 = \frac{h_1}{h_2(h_1 + h_2)} \quad (94)$$

$$\alpha_1 = \frac{2}{h_1(h_1 + h_2)}, \quad \alpha_2 = -\frac{2}{h_1 h_2}, \quad \alpha_3 = -\frac{2}{h_2(h_1 + h_2)} \quad (95)$$

$$\phi_1 = \frac{2}{k_1(k_1 + k_2)}, \quad \phi_2 = -\frac{2}{k_1 k_2}, \quad \phi_3 = -\frac{2}{k_2(k_1 + k_2)} \quad (96)$$

$$\theta_1 = -\frac{k_2}{k_1(k_1 + k_2)}, \quad \theta_2 = \frac{k_2 - k_1}{k_1 k_2}, \quad \theta_3 = \frac{k_1}{k_2(k_1 + k_2)} \quad (97)$$

Farklı adım uzunluğunda çıkarılan türev formülleri (62) eşitliğinde yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, sonlu farklar türev eşitliği elde edilir. Akış yönündeki adım uzunluğunun seçilmesi şekil 13'te gösterilmiştir.



Şekil 13. Akış yönündeki sonlu farklar

Şekilden 13'ten görülebileceği gibi ℓ adımı bilinenler düzlemini, $(\ell+1)$ adımı ise bilinmeyenler düzlemini göstermektedir. Diferansiyel denklemin çözümünün stabil olmasını sağlamak için Crank-Nicholson yöntemi uygulanmıştır (FLANNERY ve TEUKOLSKY, 1986). Bu yöntemde diferansiyel denklemin ℓ 'deki değerleri $(1-\beta)$, $(\ell+1)$ 'deki değerleri β katı ile toplanarak diferansiyel denklem yeniden oluşturulur. Diferansiyel denklemin ikinci kısmına Φ denilirse

$$\Phi = A_1 \frac{\partial^2 w^*}{\partial \varepsilon^2} + B_1 \frac{\partial w^*}{\partial \varepsilon} + C_1 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) + D_1 \frac{\partial w^*}{\partial \eta} + E_1 \frac{\partial^2 w^*}{\partial^2 \eta} \quad (98)$$

diferansiyel denklem

$$w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - \frac{1}{2} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} = (1-\beta)\Phi^\ell + \beta\Phi^{\ell+1} \quad (99)$$

şeklinde yeniden oluşturulur. β sayısı 0.5 ile 1 arasında değişen bir sayı olup, $\beta=0.5$ olması durumunda Crank-Nicholson yöntemine, $\beta=1$ olması durumunda ise tam implicit metoda karşılık gelmektedir. Yapılan hesaplamalar sonucu $\beta=0.75$ değeri en uygun değer olarak saptanmıştır. Sonlu farklar türev Φ değerinde yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\Phi = a_1 w_{i-1,j}^* + a_2 w_{i,j}^* + a_3 w_{i+1,j}^* + a_4 w_{i,j-1}^* + a_5 w_{i,j+1}^* + a_6 w_{i-1,j-1}^* + a_7 w_{i+1,j+1}^* + a_8 w_{i-1,j+1}^* + a_9 w_{i+1,j-1}^* \quad (100)$$

şeklinde elde edilir. Katsayılar açık yazılırsa, adım uzunluklarına bağlı olarak

$$a_1 = A_1 \alpha_1 + B_1 \beta_1 + C_1 \beta_1 \theta_2 \quad (101)$$

$$a_2 = A_1 \alpha_2 + B_1 \beta_2 + C_1 \beta_2 \theta_2 + D_1 \theta_2 + E_1 \phi_2 \quad (102)$$

$$a_3 = A_1 \alpha_3 + B_1 \beta_3 + C_1 \theta_2 \beta_3 \quad (103)$$

$$a_4 = D_1 \theta_1 + C_1 \beta_2 \theta_1 + E_1 \phi_1 \quad (104)$$

$$a_5 = D_1 \theta_3 + C_1 \beta_2 \theta_3 + E_1 \phi_3 \quad (105)$$

$$a_6 = C_1 \beta_1 \theta_1 \quad a_7 = C_1 \beta_3 \theta_3 \quad (106)$$

$$a_8 = C_1 \beta_1 \theta_3 \quad a_9 = C_1 \beta_3 \theta_1 \quad (107)$$

şeklinde elde edilir. Sonlu farklar eşitliğinde bilinenler ve bilinmeyenler bir tarafta toplanacak olursa

$$\frac{w^{*\ell}}{\Delta z} w^{*\ell+1} - \frac{P^{*\ell+1}}{2\Delta z} - \beta \Phi^{\ell+1} = (1-\beta) \Phi^\ell + \frac{w^{*\ell}}{\Delta z} - \frac{P^{*\ell}}{2\Delta z} \quad (108)$$

şeklinde en genel biçimde sonlu farklar eşitliği elde edilir. Sonlu farklar eşitliği diferansiyel denklemin geçerli olduğu bölgeye uygulanacaktır. Kanal bölgesi ε kordinatı yönünde n , η koordinatı yönünde m adım sayısında bölünerek dikdörtgen ağlar meydana getirilir. Sonlu farklar eşitliği kanal bölgesindeki her noktaya uygulanması gerekir. Sonlu farklar eşitliğine dikkat edilecek olursa birinci taraf bilinmeyenlerden ikinci taraf ise bilinenlerden oluşmaktadır. Kanal bölgesindeki her noktaya sonlu farklar eşitliği

uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulur. Kanal bölgesindeki nokta sayısı (n x m) kadar olduğundan, lineer denklem sayısı (n x m) kadar olduğu halde bilinmeyen sayısı (n x m + 1) kadardır. Bu fazladan gelen bilinmeyen değer basınç (P*)'dır. Dolayısıyla lineer denklem takımının çözülebilmesi için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu denklem integral formundaki süreklilik denklemidir.

$$\begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & 0 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,1}^* \\ w_{1,2}^* \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ P^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x \end{bmatrix} \quad (109)$$

İntegral formundaki süreklilik denklemi matris şeklinde ifade edilirse aşağıdaki durumu alır.

$$\begin{bmatrix} x & x & \cdot & \cdot & \cdot & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,1}^* \\ w_{1,2}^* \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ w_{n,m}^* \end{bmatrix} = [1] \quad (110)$$

Lineer denklem takımlarının çözümünde iki yöntem kullanılmıştır. Birinci yöntem matrislerin ortak çözülmesidir. Her iki lineer denklem takımı tek bir matris altında toplanacak olursa

$$\begin{bmatrix} 0 & & & & x \\ & 0 & & & x \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \vdots \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{1,1}^* \\ w_{1,2}^* \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ P^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (111)$$

şeklinde elde edilir.

Birleştirilen bu matris her Δz adımında yeniden oluşturularak hız ve basınç değerleri çözülür. Bulunan hız ve basınç değerleri bir sonraki iterasyonda bu matrisin katsayılarını oluşturmakta kullanılır. İterasyon matrisinin boyutu $(n \times m) \times (n \times m)$ olup simetrik olmayan çok sıfırlı bir matrisdir. Dolayısıyla bu matrisin çözümü için iki yöntem uygulanmıştır.

Diferansiyel denklemin çözümünden istenilen hassasiyette bir çözüm elde edebilmek için ε ve η koordinatları yönünde adım sayısının en az 40 parça olması gerekir. Bu durumda boyutu 1600×1600 ve 1600 bilinmeyenli ve bant genişliği 9 olan bir matris oluşur. Çok sıfırlı olan bu matrisin çözümü Gaus Eliminasyon Metodu ile uzun zaman almakta, aynı zamanda yuvarlatmadan meydana gelen hatalar oluşmaktadır. Bu durumda lineer denklem takımı dolaylı yöntemler ile (iteratif) daha hızlı çözülebilmektedir. Dolaylı yöntemlerden basit iterasyon (Jakobi) ve Gaus-Seidel iterasyon yöntemleri kullanılmıştır. Dolaylı yöntemler algoritmaların kolayca programlanabilir olması ve iterasyon yapıldıkça birikme olmaması bakımından çok kullanılırlar. Bazı problemlerde basit iterasyon, bazı problemlerde Gaus-Seidel yöntemi yakınsar. Eğer her iki yöntem de yakınsarsa Gaus-Seidel yöntemi daha hızlı yakınsamaktadır.

Dolaysız yöntemler katsayılar matrisinin elemanlarını işlemler sırasında değiştirirler ve böylece başlangıçta çok sıfırlı olan katsayılar matrisi, sıfır elemanları daha az yoğun bir matrise dönüşür. Buna karşılık dolaylı yöntemler katsayılar matrisini değiştirmezler. Bu nedenle bilinmeyen sayısı fazla ve çok sıfırlı bir katsayı matrisine sahip denklem takımlarında, dolaylı yöntemlerin kullanılması önerilir (AKTAŞ ve ark. 1984).

İkinci bir yöntem de her iki matrisin ayrı ayrı çözülmesidir. Bunun için önce bir tahmini P^* değeri seçilmektedir. Bu durumda (109) eşitliğindeki matriste bilinmeyenler sadece w^* hız değerleri kalmaktadır. Bu lineer denklem takımı çözümlenerek hız değerleri bulunur. Eğer P^* tahmini değeri doğru seçildi ise hız değerleri de doğru olarak hesaplanacak ve

$$\text{Oran} = 1 / \left(\frac{d_h^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* \delta(\eta) d\eta d\eta \right) \quad (112)$$

şeklinde tarif edilen Oran değeri bire eşit olacaktır. Hız değerleri büyük olduğunda oran birden küçük, hız değerleri küçük hesaplandığında ise oran değeri birden büyük olarak

çıkacaktır. Bu durumda seçilen P^* değerinin de yanlış alındığı ve düzeltilmesi gerektiği ortaya çıkar. Bunun için başlangıçta seçilen P^* değeri

$$P^{*\ell+1} = \text{Oran} \cdot P^{*\ell} \quad (113)$$

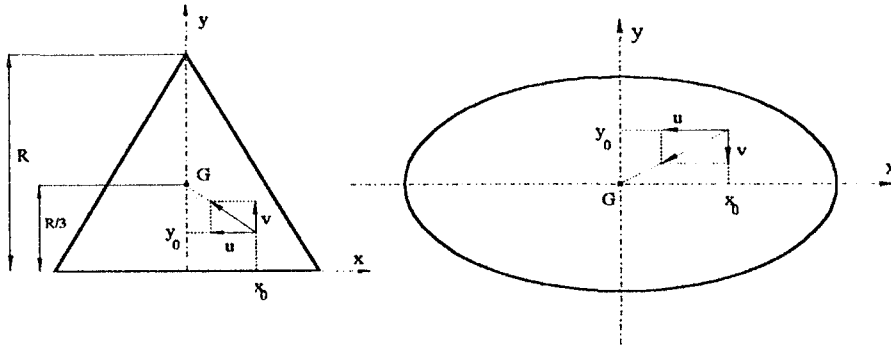
şeklinde düzeltilir ve (109) eşitliğindeki matrisinde yerine yazılarak, matris yeniden çözülür. Birkaç iterasyon sonra P^* değeri lineer denklem takımının gerçek değeri olarak bulunur. Bu durumda bulunan w^* hız değerleri de (110) denklem takımının çözüm kümesidir.

3.1.6 Süreklilik Denkleminin Nümerik Çözümü

Navier-Stokes denklemlerinden akış yönünde çözülerek w^* ve P^* değerleri bulunmuş ve u^* , v^* değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Akış yönündeki her Δz adımda bu işlem tekrarlanmalıdır. u^* ve v^* hız bileşenlerinin süreklilik denklemini kullanılarak çözülecektir. Süreklilik denkleminde w^* değerleri bilinmekte, u^* ve v^* diğer diferansiyel denklemlerin çözümünü gerektirmektedir. Bu hız bileşenlerinin bulunması için literatürde bir hesap yöntemi önerilmiştir. Bu hesaplama yönteminde, kanal kesitindeki hız vektörlerinin kanalın ağırlık merkezine doğru olduğu kabul edilir (Şekil 14). Bu kabul fiziksel olarak da doğru olup, yapılan hesaplamalarda bu yöntemin haklılığı gösterilmiştir (CORLSON ve HORNBECK, 1973). Buna göre, hız bileşenleri arasında

$$u_y = v_x, \quad v^* = \frac{y^*}{x^*} u^* \quad (114)$$

şeklinde bir bağıntı yazılabilir. Hız bileşenleri arasında bu bağıntı kullanılarak süreklilik denklemindeki iki bilinmeyenden (u^* , v^*) bir bilinmeyene (u^*) indirilecektir.



Şekil 14. Kanal bölgesinde hız vektörünün gösterilişi

Bu ifade yeni koordinatlarda yazılacak olursa

$$v^* = \frac{\eta}{\varepsilon \delta(\eta)} u^* \quad (115)$$

olarak bulunur. Süreklilik denklemindeki v^* hızının ε ve η koordinatlarına göre birinci türevlerinin hesaplanması gerekmektedir.

$$\frac{\partial v^*}{\partial \varepsilon} = -\frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\eta}{\delta(\eta)} u^* + \frac{\eta}{\varepsilon \delta(\eta)} \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} \quad (116)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial \eta} = \left(\frac{1 - \eta f}{\varepsilon \delta(\eta)} \right) u^* + \frac{\eta}{\varepsilon \delta(\eta)} \frac{\partial u^*}{\partial \eta} \quad (117)$$

Bu ifadeler süreklilik denkleminde yerine yazılır ve düzenlenirse

$$X_1 \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} + X_2 u^* + X_3 \frac{\partial u^*}{\partial \eta} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (118)$$

u^* ve w^* değerlerine bağlı olarak bulunur. X_1 , X_2 ve X_3 katsayıları açık yazılırsa

$$X_1 = \frac{1 - \eta f}{\delta(\eta)}, \quad X_2 = \frac{1}{\varepsilon \delta(\eta)}, \quad X_3 = \frac{\eta}{\varepsilon \delta(\eta)} \quad (119)$$

şeklinde. Diferansiyel denklemdeki türev büyüklükleri sonlu farklar olarak yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} = \frac{u_{i+1,j}^* - u_{i,j}^*}{h} \quad (120)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial \eta} = \frac{u_{i,j+1}^* - u_{i,j}^*}{k} \quad (121)$$

$$\frac{\partial w^*}{\partial z^*} = \frac{w_{i,j}^{\ell+1} - w_{i,j}^{\ell}}{\Delta z} \quad (122)$$

$$Y_1 u_{i,j}^* + Y_2 u_{i+1,j}^* + Y_3 u_{i,j+1}^* + g_z = 0 \quad (123)$$

sonlu farklar eşitliği elde edilir. Burada Y_1 , Y_2 ve Y_3 açık olarak

$$Y_1 = -\frac{X_1}{h} + X_2 - \frac{X_3}{k}, \quad Y_2 = \frac{X_1}{h}, \quad Y_3 = \frac{X_3}{k} \quad (124)$$

$$g_z = \frac{w_{i,j}^{\ell+1} - w_{i,j}^{\ell}}{\Delta z} \quad (125)$$

şeklindedir. Sonlu farklar eşitliğindeki g_z ifadesi Navier-Stokes diferansiyel denkleminin çözümünden dolayı tüm kanal bölgesinde bilinmektedir. Akış yönündeki hız (w^*) tüm kanal kesitinde ve kanal boyunca hesaplanarak matrislerde depolandığından g_z ifadesi her Δz adımda rahatlıkla bulunabilmektedir.

Süreklilik denkleminin çözümünde kullanılan sınır şartları şunlardır.

$$\begin{aligned} x^* = 0, \quad u^* = 0 \quad \frac{\partial u^*}{\partial x^*} &= 0 \\ y^* = 0, \quad v^* = 0 \quad \frac{\partial v^*}{\partial y^*} &= 0 \\ x^* = 1, \quad u^* = 0 \quad v^* = 0 \quad w^* &= 0 \\ y^* = 1, \quad u^* = 0 \quad v^* = 0 \quad w^* &= 0 \end{aligned} \quad (126)$$

Bu sınır şartları yeni koordinatlar cinsinden yazılacak olursa

$$\begin{aligned} \varepsilon = 0, \quad u^* = 0 \quad \frac{\partial u^*}{\partial \varepsilon} &= 0 \\ \eta = 0, \quad v^* = 0, \quad -f\varepsilon \frac{\partial v^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial v^*}{\partial \eta} &= 0 \\ \varepsilon = 1, \quad u^* = 0 \quad v^* = 0 \quad w^* &= 0 \\ \eta = 1, \quad u^* = 0 \quad v^* = 0 \quad w^* &= 0 \end{aligned} \quad (127)$$

şeklinde elde edilir. Sonlu farklar eşitliği, sınır şartları altında kanal bölgesindeki tüm ağ üzerindeki noktalara uygulanarak u^* hız değerleri bulunur. Bulunan u^* hız değerleri (115) ifadesi kullanılarak v^* hız değerleri bulunur. Böylece süreklilik denklemi kullanılarak kanal bölgesindeki u^* ve v^* hız dağılımları elde edilir.

3.1.6.1 İntegral Formundaki Süreklilik Denkleminin Nümerik Hesabı

Koordinat yapıldıktan sonra yeni koordinatlarda integral formundaki süreklilik denklemi (71) ifadesi ile verilmiştir. Bu ifadeden görüleceği gibi tüm kanal bölgesi üzerine çift katlı integral alınması gerekmektedir. Kanal bölgesi ϵ koordinat yönünde n , η koordinatı yönünde m sayıda dikdörtgen ağlara bölünmüştür. Tüm kanal bölgesinde ağ sıklık derecesi (s_ϵ ve s_η) verildiğinden, adım uzunlukları eşit olmayıp düzenli olarak değiştirilmektedir. Bu durumda nümerik integral hesabında kullanılan eşit adımlarda geçerli olan Simpson Metodunun kullanılması imkansızdır. Farklı adım uzunluğunda integral formülü Ek III'de verilmiştir. Çok katlı integral ifadesini hesaplamak için önce η koordinatı sabit tutularak ϵ koordinatı yönünde integral toplamı

$$I_1 = \delta_1 \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,1}^* + q_2 w_{i,1}^* + q_3 w_{i+1,1}^*] h_1(i) \quad (128)$$

$$I_2 = \delta_2 \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,2}^* + q_2 w_{i,2}^* + q_3 w_{i+1,2}^*] h_1(i) \quad (129)$$

$$I_m = \delta_m \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,m}^* + q_2 w_{i,m}^* + q_3 w_{i+1,m}^*] h_1(i) \quad (130)$$

şeklinde yazılır. Burada q_1 , q_2 ve q_3 katsayıları adım uzunluklarına bağlı sabit değerlerdir. Bu katsayılar açık yazılırsa

$$q_1 = \frac{(s_\epsilon + 1)(2 - s_\epsilon)}{6s_\epsilon}, \quad q_2 = \frac{(s_\epsilon + 1)^3}{6s_\epsilon^2}, \quad q_3 = \frac{(s_\epsilon + 1)(2s_\epsilon - 1)}{6s_\epsilon^2} \quad (131)$$

şeklindedir. ε koordinatı yönündeki integral toplamı ($I_1, I_2, \dots, I_m$), η koordinatı yönünde integre edilirse, integral ifadesi

$$I = \frac{R^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* \delta(\eta) d\varepsilon d\eta = r^* \sum_{j=2,2}^m [q_4 I_{j-1} + q_5 I_j + q_6 I_{j+1}] k_1(j) \quad (132)$$

şeklinde hesaplanır. Burada r^* kanal geometrisine bağlı sabit bir büyüklük olup $r^* = R^2/A$ şeklindedir. Örnek olarak kare kesitli bir kanal için $r^* = 1$, daire kesitli bir kanal için $r^* = 4/\pi$ dir. Çeşitli kanallar için r^* değerleri EK IV'de verilmiştir. Ayrıca q_4 , q_5 ve q_6 katsayıları s_η sıklık derecesine bağlı olup

$$q_4 = \frac{(s_\eta + 1)(2 - s_\eta)}{6s_\eta}, \quad q_5 = \frac{(s_\eta + 1)^3}{6s_\eta^2}, \quad q_6 = \frac{(s_\eta + 1)(2s_\eta - 1)}{6s_\eta^2} \quad (133)$$

ifadeleriyle hesaplanır.

3.1.7 Enerji Denkleminin Nümerik Çözümü

Navier-Stokes diferansiyel denklemi çözülerek kanaldaki hız dağılımları u^* , v^* ve w^* değerleri bulunmuştur. Diferansiyel denklemin nümerik çözümünden elde edilen hız değerleri akış yönünde her Δz adımda matrislerde depolanarak enerji denkleminde kullanılmak üzere saklanmaktadır. Enerji diferansiyel denkleminin (76) eşitliği ile yeni koordinatlarda yeniden oluşturulmuştur. Diferansiyel denklemdeki u^* , v^* ve w^* hız değerleri bilindiğinden sadece sıcaklık değerleri bilinmemektedir. Diferansiyel denklemdeki türev büyüklükleri sonlu farklar olarak ifade etmek gerekir.

$$\frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} = \beta_1 T_{i-1,j}^* + \beta_2 T_{i,j}^* + \beta_3 T_{i+1,j}^* \quad (134)$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial \varepsilon^2} = \alpha_1 T_{i-1,j}^* + \alpha_2 T_{i,j}^* + \alpha_3 T_{i+1,j}^* \quad (135)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \eta} = \theta_1 T_{i,j-1}^* + \theta_2 T_{i,j}^* + \theta_3 T_{i,j+1}^* \quad (136)$$

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} = \phi_1 T_{i,j-1}^* + \phi_2 T_{i,j}^* + \phi_3 T_{i,j+1}^* \quad (137)$$

$$\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) = \beta_1 \theta_1 T_{i-1,j-1}^* + \beta_1 \theta_2 T_{i-1,j}^* + \beta_1 \theta_3 T_{i-1,j+1}^* + \quad (138)$$

$$\beta_2 \theta_1 T_{i,j-1}^* + \beta_2 \theta_2 T_{i,j}^* + \beta_2 \theta_3 T_{i,j+1}^* +$$

$$\beta_3 \theta_1 T_{i+1,j-1}^* + \beta_3 \theta_2 T_{i+1,j}^* + \beta_3 \theta_3 T_{i+1,j+1}^*$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial z^*} = \frac{T^{*\ell+1} - T^{*\ell}}{\Delta z} \quad (139)$$

Türev büyüklükleri farklı adımlarda yazılmış olup katsayılar (94), (95), (96) ve (97) eşitliği ile verilmiştir. Enerji denklemi, Navier-Stokes denkleminde olduğu gibi çözülecektir. Enerji denkleminin ikinci tarafına Φ denilirse

$$\Phi = A_2 \frac{\partial^2 T^*}{\partial \varepsilon^2} + B_2 \frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} + C_2 \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + D_2 \frac{\partial T^*}{\partial \eta} + E_2 \frac{\partial^2 T^*}{\partial^2 \eta} \quad (140)$$

diferansiyel denklem

$$w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = (1 - \beta) \Phi^\ell + \beta \Phi^{\ell+1} \quad (141)$$

halinde yeniden oluşturulur. Sonlu farklar türev formülleri Φ ifadesinde yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\Phi = a_1 T_{i-1,j}^* + a_2 T_{i,j}^* + a_3 T_{i+1,j}^* + a_4 T_{i,j-1}^* + a_5 T_{i,j+1}^* + a_6 T_{i-1,j-1}^* + \quad (142)$$

$$a_7 T_{i+1,j+1}^* + a_8 T_{i-1,j+1}^* + a_9 T_{i+1,j-1}^*$$

şeklinde elde edilir. Katsayılar açık yazılırsa

$$a_1 = A_2 \alpha_1 + B_2 \beta_1 + C_2 \beta_1 \theta_2 \quad (143)$$

$$a_2 = A_2\alpha_2 + B_2\beta_2 + C_2\beta_2\theta_2 + D_2\theta_2 + E_2\phi_2 \quad (144)$$

$$a_3 = A_2\alpha_3 + B_2\beta_3 + C_2\theta_2\beta_3 \quad (145)$$

$$a_4 = D_2\theta_1 + C_2\beta_2\theta_1 + E_2\phi_1 \quad (146)$$

$$a_5 = D_2\theta_3 + C_2\beta_2\theta_3 + E_2\phi_3 \quad (147)$$

$$a_6 = C_2\beta_1\theta_1 \quad a_7 = C_2\beta_3\theta_3 \quad (148)$$

$$a_8 = C_2\beta_1\theta_3 \quad a_9 = C_2\beta_3\theta_1 \quad (149)$$

şeklindedir. Diferansiyel denklemdeki bilinenler ve bilinmeyenler bir tarafta toplanacak olursa

$$w^* \frac{T^{*\ell+1}}{\Delta z} - \beta\Phi^{\ell+1} = (1-\beta)\Phi^\ell + w^* \frac{T^{*\ell}}{\Delta z} \quad (150)$$

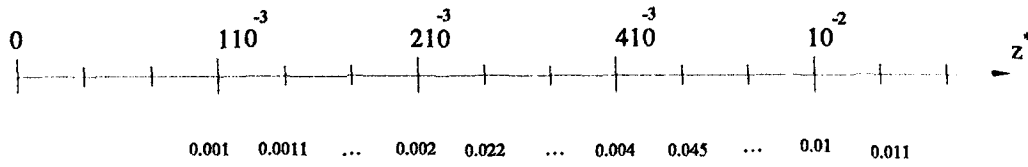
şeklinde sonlu farklar eşitliği elde edilir. Sonlu farklar eşitliği kanal bölgesindeki ağdaki her noktaya uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulur. Navier-Stokes denklemi çözülürken ağ sistemi aynen enerji denkleminde de kullanılır. Hız dağılımı hesaplanırken kullanılan sıklık derecesi (s_x ve s_y) ne alındı ise sıcaklık dağılımının çözümünde de aynı sıklık derecesi alınmaktadır.

Oluşturulan lineer denklem takımı, $n \times m$ sayıda bilinmeyenli band genişliği 9 olan çok sıfırlı bir katsayılar matrisine sahiptir.

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c} \text{0} \\ \text{0} \end{array} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{1,1}^* \\ T_{1,2}^* \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ T_{n,m}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ x \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x \end{bmatrix} \quad (151)$$

Lineer denklem takımının çözümünde dolaylı metodlardan Gaus-Seidel metodu kullanılmıştır.

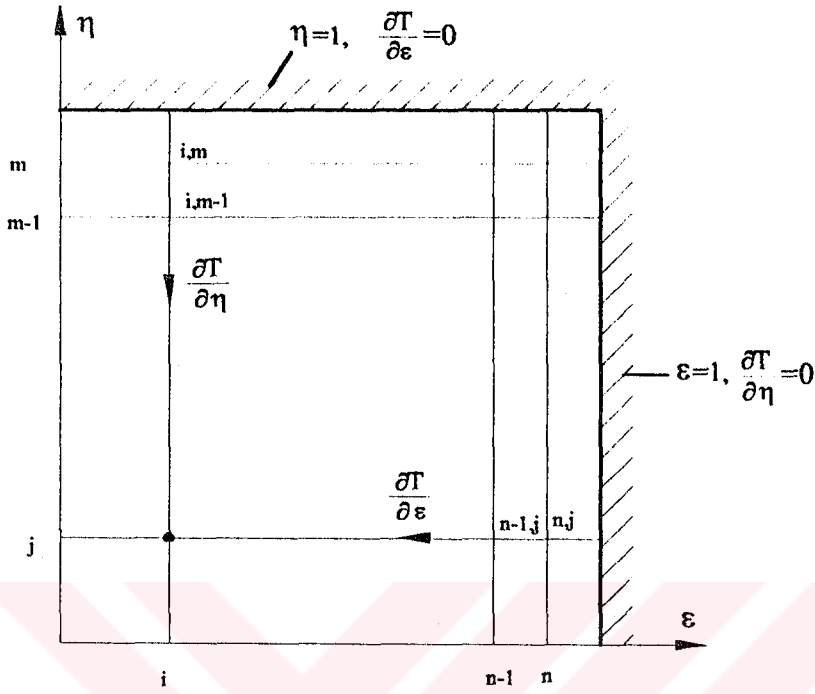
3.1.8. Akış Yönündeki (z^*) Adım Uzunluğunun Seçilmesi



Şekil 15. Akış yönündeki adım uzunluğunun değişimi

Diferansiyel denklemlerin çözümünün yakınsak ve stabil olabilmesi için akış uzunluğunun yeterince küçük seçilmesi gerekir (YILMAZ, 1977). İlk olarak $z^*=0$ 'da $w^*=1$ başlangıç şartı altında $z^*=z^*+\Delta z$ artırılarak lineer denklem takımı oluşturulur ve kanal bölgesindeki hızlar çözülür. Hesaplarda $\Delta z=10^{-6}$ alınarak çözüme başlanmıştır ve her defasında Δz adım uzunluğu kadar artırılarak hesaplara devam edilmiştir. Akış yönündeki adım uzunluğunun sabit seçilmesi, hesaplama süresini artıracak ve yuvarlama hataları oluşacaktır. Bu gibi olumsuzlukları ortadan kaldırmak için akış yönündeki adım uzunluğu (Δz) kademeli olarak artırılması gerekmektedir. Böylece sonuca gitmek için daha az hesap yapılması sağlanmış olacaktır. Örnek olarak $z^*=0.01$ giriş uzunluğuna ulaşmak için onbin adet döngü yapılacaktır ve oranlı olarak da hesaplama süresi artacaktır. Bunun yerine önceden verilen sabit bir sayı kadar döngü yapıldıktan sonra, adım uzunluğu iki katına çıkarılmaktadır ($\Delta z^{h+1}=2\Delta z^h$). Daha sonra tekrar aynı sayıda döngü yapıldıktan sonra adım uzunluğu 2.5 katına ($\Delta z^{h+2}=2.5\Delta z^{h+1}$) çıkarılarak işleme devam edilir. Adım uzunluğunun düzenli olarak artırılması ile sonuca daha hızlı gidilmekte ve aynı zamanda hesap yükü de azalmaktadır. Şekil 15'te akış yönündeki adım uzunluğunun nasıl değiştirildiği görülmektedir.

3.1.9 Yeni Koordinatlarda Yerel Nusselt Sayısının Hesaplanması



Şekil 16. Yeni koordinatlarda sıcaklık türevlerinin sonlu farklarda gösterimi

Yerel Nusselt sayısı kartezyen koordinatlarda (20) denklemi ile verilmiştir. Sıcaklığın x ve y koordinatlarına göre birinci türevlerini yeni koordinatlarda (72) ve (73) eşitlikleri ile oluşturulmuştur. Bu türev ifadelerini (22) denkleminde yerine yazılırsa

$$\text{grad}(T) = \left[\left(\frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right) i + \left(-f\varepsilon \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) j \right] \quad (152)$$

elde edilir. Bu ifade (24) eşitliğinde yerine yazılırsa yeni koordinatlarda yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{d_h}{T^*} \left[\left(\frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \right) \cos(\theta) + \left(-f\varepsilon \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \sin(\theta) \right] \quad (153)$$

en genel biçimde elde edilir. Yeni koordinatlara göre tam duvar üzerinde

$$\varepsilon = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0 \quad (154)$$

olduğundan, yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{d_h}{\bar{T}^*} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} \left[\frac{\cos(\theta)}{\delta(y)} - f \sin(\theta) \right] \quad (155)$$

şeklindedir. Diğer duvar üzerinde

$$\eta = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = 0 \quad (156)$$

olduğundan yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{(d_h / R)}{\bar{T}^*} \frac{\partial T}{\partial \eta} \sin(\theta) \quad (157)$$

şeklinde hesaplanır. Burada θ açısı Şekil 5'te gösterildiği gibi yüzeyin normalinin yatay ile yaptığı açıdır. Sıcaklığın tam duvar üzerinde ε ve η koordinatı yönünde türevlerini bulmak gerekir. Buna göre sıcaklığın ε ve η koordinatı yönündeki türevleri, geri farklar türev formülleri kullanılarak

$$\frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} = \frac{T_{n-1,j}^* - (1 + s_\varepsilon)^2 T_{n,j}^*}{hs_\varepsilon (1 + s_\varepsilon)} \quad (158)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \eta} = \frac{T_{m-1,j}^* - (1 + s_\eta)^2 T_{m,j}^*}{ks_\eta (1 + s_\eta)} \quad (159)$$

şeklinde hesaplanır.

3.1.10 Ortalama Sıcaklığın Nümerik Hesaplanması

Ortalama sıcaklık formülü (26) eşitliği ile verilmiştir. Boyutsuz hale getirilen ortalama sıcaklık yeni koordinatlarda yazılırsa

$$\bar{T}^* = \frac{R^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* T^* \delta(\eta) d\epsilon d\eta \quad (160)$$

haline gelmektedir. Diferansiyel denklemlerinin çözümünden w^* ve T^* değerleri tüm kanal bölgesinde bilinmektedir. Bu değerleri kullanarak kanal üzerinde çift katlı integral ifadesini almak gerekir. Daha önce belirtildiği gibi kanal bölgesi düzenli değişen farklı adımlara bölündüğünden, farklı adımlarda integral almak gerekir. Farklı adımlarda integral formülü Ek III'de verilmiştir. Çok katlı integral ifadesini almak için daha önce belirtildiği gibi η koordinatı sabit tutularak ϵ koordinatı yönünde integral ifadesi yazılırsa

$$I_1 = \delta_1 \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,1}^* T_{i-1,1}^* + q_2 w_{i,1}^* T_{i,1}^* + q_3 w_{i+1,1}^* T_{i+1,1}^*] h_1(i) \quad (161)$$

$$I_2 = \delta_2 \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,2}^* T_{i-1,2}^* + q_2 w_{i,2}^* T_{i,2}^* + q_3 w_{i+1,2}^* T_{i+1,2}^*] h_1(i) \quad (162)$$

$$I_m = \delta_m \sum_{i=2,2}^n [q_1 w_{i-1,m}^* T_{i-1,m}^* + q_2 w_{i,m}^* T_{i,m}^* + q_3 w_{i+1,m}^* T_{i+1,m}^*] h_1(i) \quad (163)$$

şeklinde elde edilir. ϵ koordinatı yönündeki integral toplamı, η koordinatı yönünde integre edilirse ortalama sıcaklık

$$I = \frac{R^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 w^* T^* \delta(\eta) d\epsilon d\eta = r^* \sum_{j=2,2}^m [q_4 I_{j-1} + q_5 I_j + q_6 I_{j+1}] k_1(j) \quad (164)$$

şeklinde hesaplanır. q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 ve q_6 katsayıları (131) ve (133) eşitlikleri ile verilmiştir.

3.2 Kanallarda Termik Olarak Gelişmekte Olan Akışta (TGA) Isı Transferinin Hesaplanması

TGA durumunda ısı transferinin hesaplanması için, kanaldaki gelişmiş hız dağılımı bilinmelidir. Bunun için gelişmiş akışta Navier-Stokes denkleminin çözülmesi gerekir.

3.2.1 Gelişmiş Akışta Navier-Stokes Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi

Kartezyen koordinatlarda laminar gelişmiş akışta, hız profili tam gelişmiş olduğundan, eşitlik (7)'deki Navier-Stokes denklemi aşağıdaki gibi yazılır.

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (165)$$

Eşitlik (4), (5) ve (6)'daki boyutsuz sayılar kullanılarak diferansiyel denklem

$$\frac{1}{2} \frac{dP^*}{dz^*} + \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} \right) = 0 \quad (166)$$

haline getirilir. Diferansiyel denklem eşitlik (53) ve (61) yardımı ile, yeni koordinatlarda

$$A \frac{\partial^2 w^*}{\partial \epsilon^2} + B \frac{\partial w^*}{\partial \epsilon} + H \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 w^*}{\partial \eta^2} = K \quad (167)$$

şeklinde yeniden oluşturulur. Burada A,B ve H katsayıları kanal geometrisine bağlı olup ϵ ve η koordinatlarının fonksiyonudur. Gelişmiş laminar akışta basınç gradyanı sabit olduğundan, K kanal geometrisine bağlı sabit bir katsayıdır. A,B ve H açık yazılırsa

$$A = \left(\frac{1}{\delta(y)^2} + f^2 \epsilon^2 \right), \quad B = \left(f^2 \epsilon^2 - \epsilon \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) \quad (168)$$

$$H = -2f\epsilon, \quad K = \frac{1}{2} \left(\frac{R}{d_h} \right)^2 \frac{dP^*}{dz^*} \quad (169)$$

şeklindedir.

3.2.2. Navier-Stokes Denklemine Nümerik Çözümü

Diferansiyel denklemde w^* ve K iki bilinmeyen olarak görülmektedir. Dolayısıyla bu diferansiyel denklemin çözülebilmesi için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu denklem ise, integral formundaki süreklilik denklemdir. İntegral formundaki süreklilik denklemi, ε ve η yeni koordinat sisteminde eşitlik (71)'de verilmiştir. Eşitlik (167)'deki diferansiyel denklem yeni bir boyutsuz sayı tarifiyle

$$\psi = \frac{w^*}{K} \quad (170)$$

$$A \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon^2} + B \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} + H \frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = 1 \quad (171)$$

haline getirilir. Bu diferansiyel denklemden de görüleceği gibi sadece ψ değerleri bilinmemektedir. Türev büyüklükleri olan (87), (88), (90) ve (91) ifadeleri ψ cinsinden düzenlenir ve diferansiyel denklemde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} b_1 \psi_{i-1,j} + b_2 \psi_{i,j} + b_3 \psi_{i+1,j} + b_4 \psi_{i,j-1} + b_5 \psi_{i,j+1} + b_6 \psi_{i-1,j-1} + \\ b_7 \psi_{i+1,j+1} + b_8 \psi_{i-1,j+1} + b_9 \psi_{i+1,j-1} = 1 \end{aligned} \quad (172)$$

şeklinde sonlu farklar eşitliği elde edilir. Bu formüldeki katsayılar açık olarak aşağıdaki gibidir.

$$b_1 = A\alpha_1 + B\beta_1 + H\beta_1\theta_1 \quad (173)$$

$$b_2 = A\alpha_2 + B\beta_2 + H\beta_2\theta_2 + \phi_2 \quad (174)$$

$$b_3 = A\alpha_3 + B\beta_3 + H\beta_3\theta_2 \quad (175)$$

$$b_4 = \phi_1 + H\beta_2\theta_1 \quad (176)$$

$$b_5 = \phi_3 + H\beta_2\theta_3 \quad (177)$$

$$b_6 = H\beta_1\theta_1, \quad b_7 = H\beta_3\theta_3 \quad (178)$$

$$b_8 = H\beta_1\theta_3, \quad b_9 = H\beta_3\theta_1 \quad (179)$$

Diferansiyel denklemin çözümünde aşağıdaki sınır şartları dikkate alınmıştır.

$$\begin{aligned} \text{Du var da,} \quad w^* &= 0, \quad \psi = 0 \\ x = 0, \quad \frac{\partial w^*}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \\ y = 0, \quad \frac{\partial w^*}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (180)$$

Bu sınır şartları yeni koordinatlarda yazılacak olursa

$$\begin{aligned} \varepsilon = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} &= 0 \\ \eta = 0, \quad -f\varepsilon \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} &= 0 \end{aligned} \quad (181)$$

şeklindedir.

Sonlu farklar eşitliği sınır şartları da dikkate alınarak kanal bölgesindeki ağ sistemine uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulmuştur.

$$\begin{bmatrix} \begin{array}{c} \text{0} \\ \text{0} \end{array} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{1,1} \\ \psi_{1,2} \\ \vdots \\ \psi_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (182)$$

Bant genişliği 9 olan lineer denklem takımı Gauss-Seidel metodu ile çözülerek tüm kanal bölgesindeki ψ değerleri bulunmuştur. Kanal bölgesindeki hız dağılımının (w^*) bulunabilmesi için K değerinin hesaplanması gerekir. K bilinmeyen süreklilik denklemleri kullanılarak

$$K = \frac{1}{\frac{d_h^2}{A} \int_0^1 \int_0^1 \psi \delta(\eta) d\varepsilon d\eta} \quad (183)$$

şeklinde bulunur. K değeri hesaplandıktan sonra, kanal bölgesindeki hız dağılımı

$$w^* = \psi K \quad (184)$$

bağıntısı ile bulunabilir. Ağıın her noktasındaki hız değerleri matrislerde depolanarak enerji denkleminde kullanılmak üzere saklanmaktadır.

Herhangi bir kanalda basınç kaybı

$$\Delta P = \xi \frac{L}{d_h} \frac{\rho \bar{w}^2}{2} \quad (185)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Burada ξ , basınç kayıp katsayısı olup, laminar gelişmiş akış için

$$\xi = \frac{64}{Re} \varphi \quad (186)$$

şeklindedir. φ kanal geometrisine bağlı laminar gelişmiş akış için biçim faktörüdür. Eşitlik (185), (186) eşitlenir ve düzenlenirse biçim faktörü

$$\varphi = \frac{K}{32} \left(\frac{d_h}{R} \right)^2 \quad (187)$$

olarak hesaplanabilir. Böylece, her kanal geometrisi için K hesaplanabildiğinden, biçim faktörü φ rahatlıkla bulunabilir.

3.2.3 Enerji Denklemi ve Boyutsuz Hale Getirilmesi

Kartezyen koordinatlarda gelişmiş akışta enerji denklemi

$$w \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (188)$$

şeklindedir. Eşitlik (4), (5), (6) ve (30)'daki boyutsuz sayılar kullanılarak enerji denklemi

$$w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = a \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (189)$$

haline getirilir. Diferansiyel denklem eşitlik (74) ve (75) yardımı ile yeni koordinatlarda

$$w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = A \frac{\partial^2 T^*}{\partial \epsilon^2} + B \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} + H \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} \quad (190)$$

şeklinde elde edilir. Burada A, B ve H katsayıları kanal geometrisine bağlı sabit sayılar olup, eşitlik (168) ve (169)'da verilmiştir.

3.2.4 Enerji Denkleminin Nümerik Çözümü

Navier-Stokes denkleminin çözümünden kanaldaki hız dağılımı (w^*) bulunmuş ve enerji denkleminde kullanılmak üzere matrislerde saklanmaktadır. Enerji denklemini geliştirmekte olan akışta olduğu gibi aynı yöntemle çözülecektir. Diferansiyel denklemin ikinci tarafına Φ denilirse

$$\Phi = A \frac{\partial^2 T^*}{\partial \epsilon^2} + B \frac{\partial T^*}{\partial \epsilon} + H \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial T^*}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 T^*}{\partial \eta^2} \quad (191)$$

diferansiyel denklem

$$w^* \frac{T^{*\ell+1} - T^{*\ell}}{\Delta z} = (1 - \beta)\Phi^\ell + \beta\Phi^{\ell+1} \quad (192)$$

halinde yeniden oluşturulur. Eşitlik (134), (135), (137), (138) ve (139)'daki sonlu farklar eşitliği eşitlik (191)'de yerine yazılır ve düzenlenirse

$$\begin{aligned} \Phi = & b_1 \psi_{i-1,j} + b_2 \psi_{i,j} + b_3 \psi_{i+1,j} + b_4 \psi_{i,j-1} + b_5 \psi_{i,j+1} + b_6 \psi_{i-1,j-1} + \\ & b_7 \psi_{i+1,j+1} + b_8 \psi_{i-1,j+1} + b_9 \psi_{i+1,j-1} \end{aligned} \quad (193)$$

şeklinde elde edilir. Buradaki katsayılar eşitlik (173), (174), (175), (176), (177), (178) ve (179)'da verilmiştir. Diferansiyel denklemdaki bilinenler ve bilinmeyenler bir tarafta toplanacak olursa

$$w^* \frac{T^{*\ell+1}}{\Delta z} - \beta\Phi^{\ell+1} = (1 - \beta)\Phi^\ell + w^* \frac{T^{*\ell}}{\Delta z} \quad (194)$$

şeklinde sonlu farklar eşitliği elde edilir.

Sonlu farklar eşitliği kanal bölgesindeki ağdaki her noktaya uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulur. Lineer denklem takımı her Δz adımda yeniden oluşturularak, Gauss-Seidel metodu ile çözülmüş ve kanaldaki sıcaklık dağılımları bulunmuştur. Diferansiyel denklemin çözümünde kullanılan sınır şartları şunlardır.

a) Sabit duvar sıcaklığı (SDS) sınır şartı :

Kanal girişinde; $T = T_0$, $T^* = 1$

Duvar da; $T = T_d$, $T^* = 0$

$$x = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (195)$$

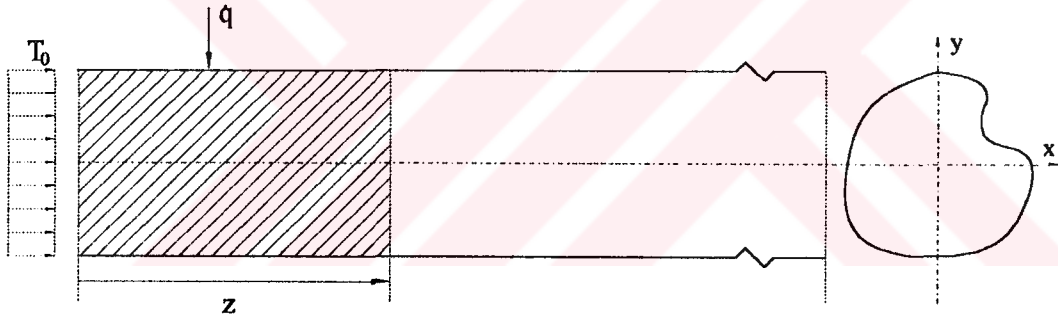
$$y = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Bu sınır şartları yeni koordinatlarda yazılırsa:

$$\varepsilon = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = 0 \quad (196)$$

$$\eta = 0, \quad -f\varepsilon \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = 0$$

b) Sabit ısı akımı (SIA) sınır şartı:



Şekil 17. Kanalda sabit ısı akımı

Sabit ısı akımı sınır şartında, kanal çevresinden üniform $\dot{q}$ ısıtı verilmekte ve kanal çevresince her noktada aynı duvar sıcaklığı olduğu kabul edilmektedir (Şekil 17). Duvar üzerinde herhangi bir noktada

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(\bar{T} - T_d) \quad (197)$$

şartını sağlaması gerekir. Boyutsuz sıcaklık

$$T^* = \frac{T - T_0}{\dot{q}R / \lambda} \quad (198)$$

tarifiyle sınır şartı

$$\frac{\partial T^*}{\partial n^*} = -1, \quad n^* = n / R \quad (199)$$

halini alır. Sıcaklığın normal yöndeki türevi yeni koordinatlar cinsinden yazılacak olursa

$$\frac{1}{\delta(y)} \frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} \cos(\theta) + (-f\varepsilon \frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} + \frac{1}{R} \frac{\partial T^*}{\partial \eta}) \sin(\theta) = -1 \quad (200)$$

şeklinde elde edilir. Tam duvar üzerinde aşağıdaki sınır şartlarını sağlaması gerekmektedir.

$$\begin{aligned} \varepsilon = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial \eta} = 0, \quad \left(\frac{\cos(\theta)}{\delta(y)} - f \right) \frac{\partial T^*}{\partial \varepsilon} &= -1 \\ \eta = 1, \quad \frac{\partial T}{\partial \varepsilon} = 0, \quad \frac{\partial T^*}{\partial \eta} \sin(\theta) &= -1 \end{aligned} \quad (201)$$

Sıcaklıkların birinci türevleri geri farklar cinsinden eşitlik (158) ve (159)'da verilmiştir.

Kanal girişinden itibaren herhangi bir uzunlukta ısı dengesi

$$\dot{q}z\dot{C} = \dot{m}c_p(\bar{T} - T_0) \quad (202)$$

şeklde yazılır. Burada $\dot{C}$, kanalın çevresini, m kütle debisini göstermektedir. Boyutsuz sayılar kullanılarak ortalama sıcaklık giriş uzunluğunun fonksiyonu olarak bulunur.

$$\bar{T}^* = 4 \left(\frac{d_h}{R} \right) z^+ \quad (203)$$

Bu ifade fazladan bir eşitlik olup, kontrol amacıyla kullanılmaktadır.

Eşitlik (197)'deki ifade boyutsuz sayılar kullanılarak düzenlenirse, sabit ısı akımında yerel Nusselt sayısı

$$Nu_n = \frac{\alpha d_h}{\lambda} = \left(\frac{d_h / R}{T_d^* - \bar{T}^*} \right) \frac{\partial T^*}{\partial n^*} \quad (204)$$

olarak elde edilir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

4.1 HGA Durumunun İncelenmesi

Bilindiği gibi, herhangi bir kanalda yerel basınç kayıp katsayısı, duvardaki kayma gerilmesinin (τ_z), birim hacimdeki akışkanın kinetik enerjisine oranıdır. Yerel basınç kayıp katsayısı aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır.

$$\xi_z = \frac{\tau_z}{\frac{\rho \bar{w}^2}{2}}, \quad \tau_z = -\mu \left(\frac{\partial w}{\partial n} \right) \Big|_d \quad (205)$$

Ortalama basınç kayıp katsayısı ise,

$$\xi_m = \frac{1}{z} \int_0^z \xi_z dz = \frac{\tau_m}{\frac{\rho \bar{w}^2}{2}} \quad (206)$$

şeklinde hesaplanabilir. Kanal girişinden itibaren herhangi bir uzunlukta aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\Delta P_A = \tau_m z \zeta, \quad \Delta P = P_0 - P \quad (207)$$

Burada P_0 kanal girişindeki basıncı, A kanalın kesit alanını, ζ ise kanalın çevresini ifade etmektedir. Bu ifadede gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\Delta P^* = \frac{P_0 - P}{\frac{\rho \bar{w}^2}{2}} = \xi_m \frac{z}{d_h} \quad (208)$$

olarak elde edilir. Gelişmekte olan akışta, giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısı olarak adlandırılan $K(z)$ aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$K(z) = \Delta P^* - \Delta P_\infty^*, \quad \Delta P_\infty^* = \xi_\infty \frac{z}{d_h} \quad (209)$$

Burada ξ_∞ tam gelişmiş akıştaki basınç kayıp katsayısıdır. Bu durumda basınç kaybı

$$\Delta P^* = \xi_m \frac{z}{d_h} = K(z) + \xi_\infty \frac{z}{d_h} \quad (210)$$

halini alır. Giriş uzunluğu (z^*) kullanılarak bu ifade

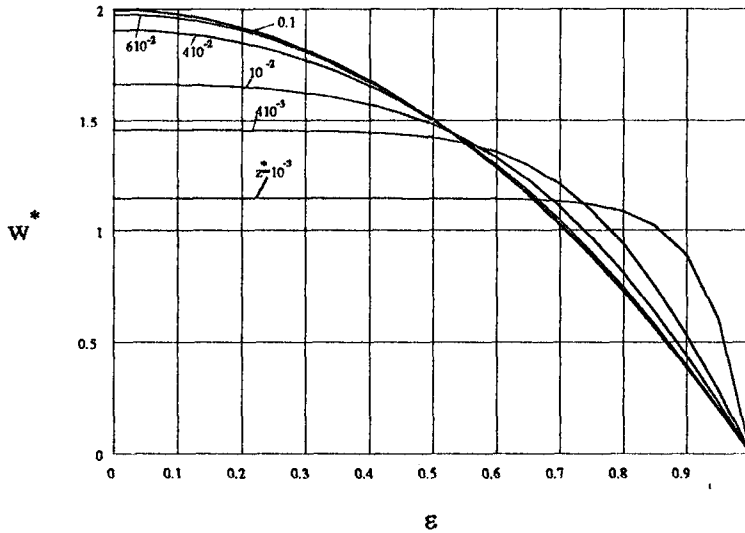
$$\Delta P^* = (\xi_m \text{Re})z^* = K(z) + (\xi_\infty \text{Re})z^* \quad (211)$$

şekline getirilir.

Navier-Stokes ve enerji denkleminin çözümünde kullanılan bilgisayar programları FORTRAN 77 programlama dilinde yapılmış ve Ek VI'da verilmiştir. Bilgisayar programları gelişmiş akış, TGA, HGA ve HTGA durumlarını kapsamaktadır. Yazılan bilgisayar programı ile çeşitli kanallar için çözümler yapılmış olup, sonuçlar verilmiştir.

4.1.1 Dairesel Kesitli bir kanalda HGA Durumunun incelenmesi

Kanal bölgesinde adım sayısı 40×40 ve akış yönündeki adım uzunluğu $\Delta z = 10^{-5}$ alınarak çözüme başlanmıştır. Oluşturulan lineer denklem takımı her Δz adım uzunluğunda çözülerek, u^* , v^* ve w^* hızları enerji denkleminde kullanılmak üzere dosyalarda saklanmaktadır. Şekil 18'de dairesel kanalda eksenel hızın (w^*) giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir.

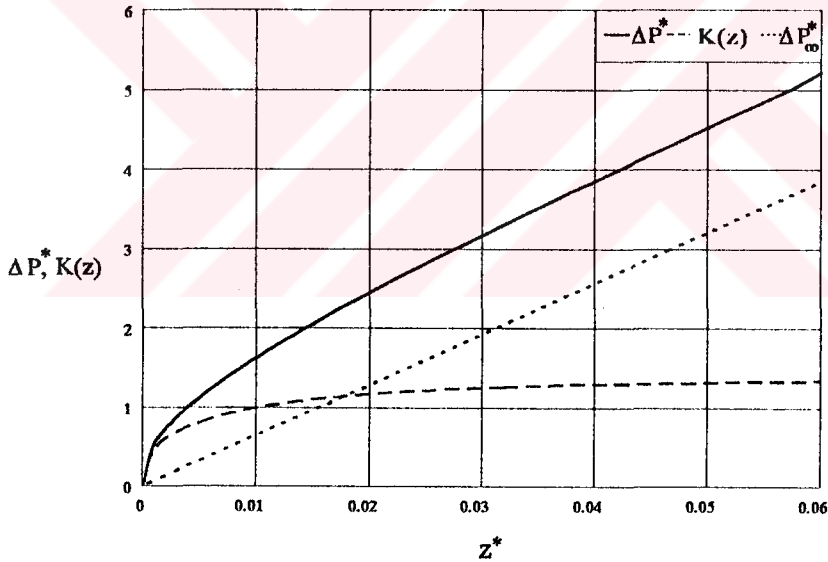


Şekil 18. Dairesel bir kanalda kanal kesitindeki eksenel hız profilinin z^* ile değişimi

Şekilden görüleceği gibi akışkan kanala $w^*=1$ başlangıç hızıyla girmektedir. Kanal merkezi $\epsilon=0$, kanal duvarını $\epsilon=1$ temsil etmektedir. Kanal giriş uzunluğu $z^*\approx 0.1$ değerine ulaştığında artık hız profilinin geliştiği söylenebilir. Dairesel bir kanalda $\xi_\infty \text{Re} = 64$ olarak bilindiğinden, eşitlik (211) kullanılarak $K(z)$ ifadesi aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$K(z) = \Delta P^* - 64z^* \quad (212)$$

Şekil 19'da dairesel bir kanalda basınç kaybı, giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısı $K(z)$ ve tam gelişmiş akıştaki basınç kaybının giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir. Şekilden görüleceği gibi $z^* \rightarrow \infty$ için, $K(z)$ sabit bir değer almaktadır. Bu değer dairesel kesitli bir kanal için $K(\infty)=1.25$ dir.

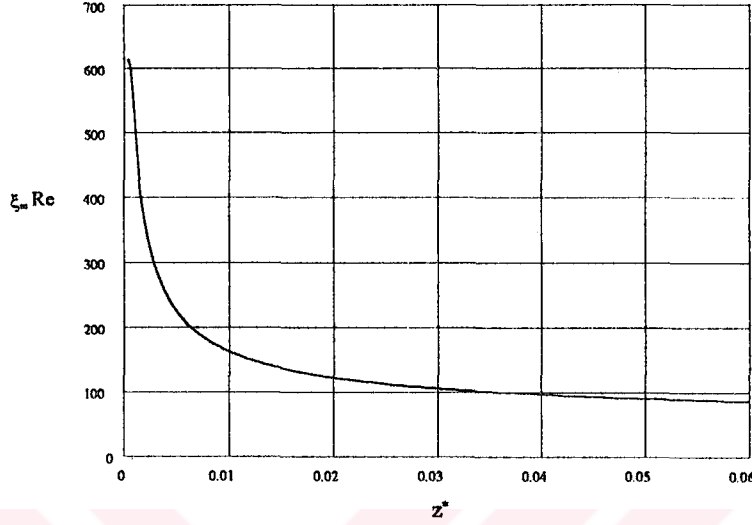


Şekil 19. Dairesel bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi

Bir kanalda gelişmekte olan akışta ortalama basınç kayıp katsayısı

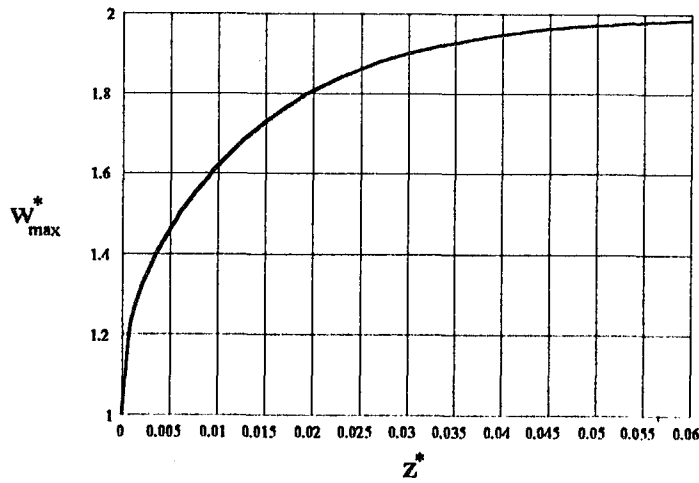
$$\xi_m \text{Re} = \frac{\Delta P^*}{z^*} \quad (213)$$

formülü ile hesaplanmaktadır. Şekil 20’de $\xi_m Re$ giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir.



Şekil 20. Dairesel bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi

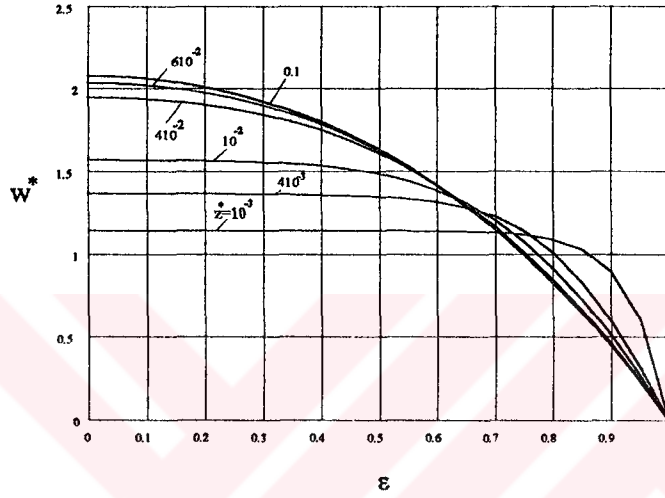
Bir kanalda gelişmekte olan akışta akışın gelişmiş olduğunun anlaşılabilmesi için kanaldaki maksimum hızın değerine bakılmaktadır. Bunun için gelişmekte olan akışta maksimum hızın tam gelişmiş akıştaki maksimum hızın %99’una ulaştığında akış gelişmiş olarak kabul edilmektedir. Şekil 21’de dairesel bir kanaldaki maksimum hızın giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir.



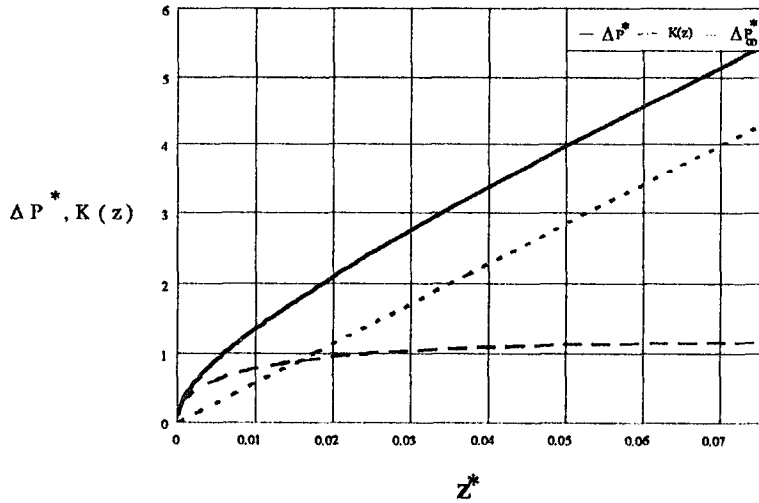
Şekil 21. Dairesel bir kanalda maksimum hızın z^* ile değişimi

4.1.2 Kare kesitli Bir Kanalda HGA Durumunun İncelenmesi

Kare kesitli bir kanalda aksenal hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 22'de görülmektedir. Şekilden görüleceği gibi kanal giriş uzunluğu $z^* \approx 0.1$ değerine ulaştığında hız profili gelişmiş olmaktadır.

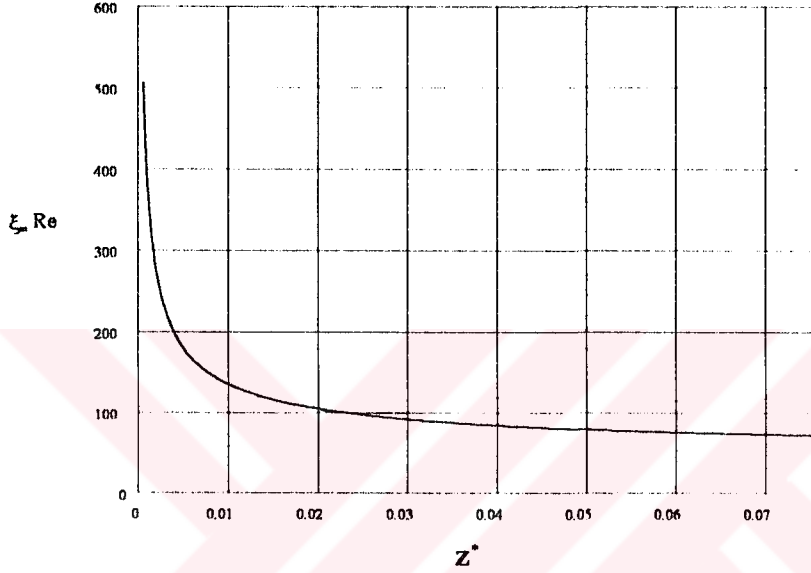


Şekil 22. Kare kesitli bir kanalda aksenal hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi

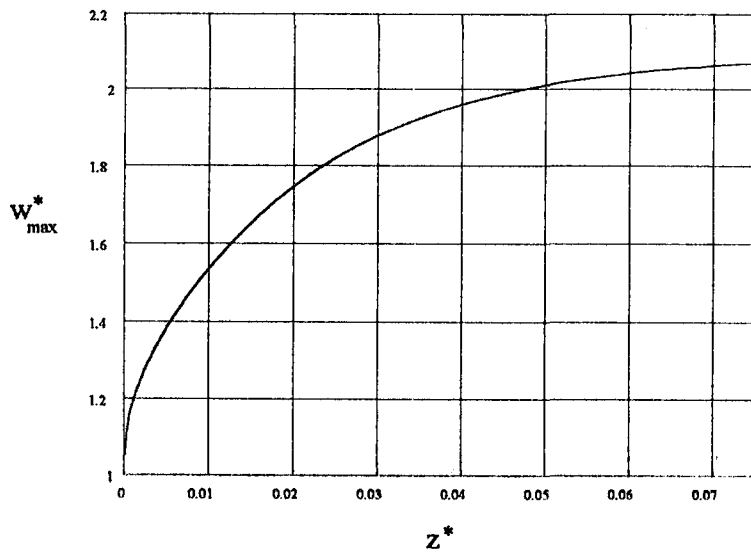


Şekil 23. Kare bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi

Kare kesitli bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ 'nin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 23'de verilmiştir. Kare kesitli bir kanalda $z \rightarrow \infty$ için $K(\infty) = 1.37$ değerini almaktadır. Kare kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 24'de görülmektedir. Basınç kayıp katsayısı $z \rightarrow \infty$ için $\xi_{\infty} Re = 56.9$ değerini almaktadır.



Şekil 24. Kare bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi

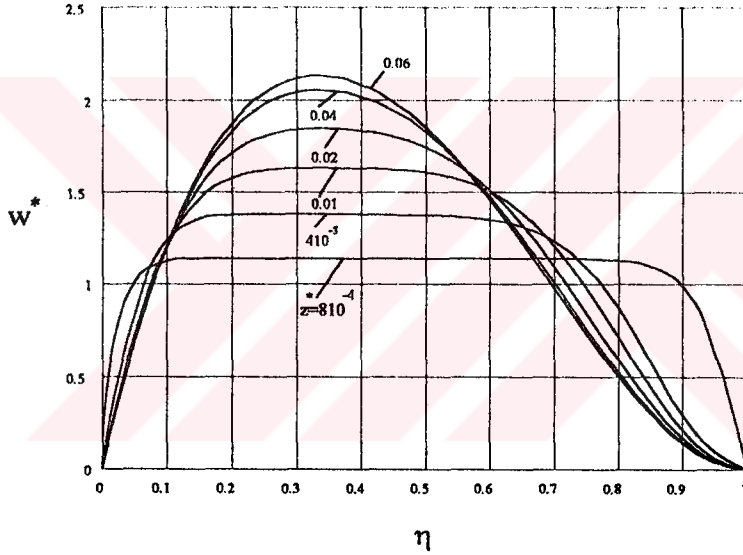


Şekil 25. Kare bir kanalda gelişmekte olan akışta maksimum hızın z^* ile değişimi

Kare bir kanalda maksimum hızın z^* ile değişimi Şekil 25'de görülmektedir. Gelişmiş akışta ($z \rightarrow \infty$) maksimum hız $w_{\max}^* = 2.09$ değerini almaktadır.

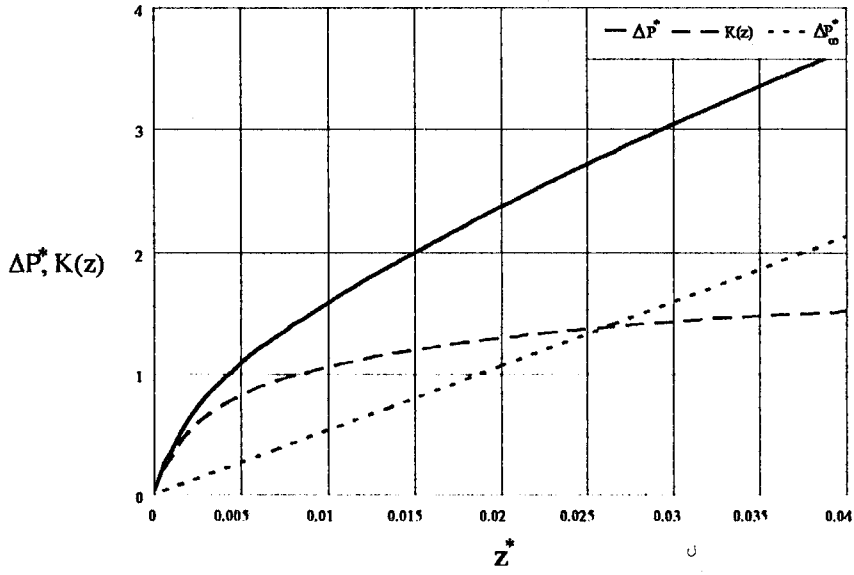
4.1.3 Eşkenar Üçgen Kesitli Bir Kanalda HGA Durumunun İncelenmesi

Eşkenar üçgen bir kanalda kanal kesitindeki (Üçgenin yüksekliği üzerindeki) aksenal hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 26'da görülmektedir. Giriş uzunluğu $z^* = 810^{-4}$, 410^{-3} , 0.01, 0.02, 0.04 ve 0.06 değerlerindeki hız profilleri alınmıştır. Kanala $w^* = 1$ üniform hızla giren akışkan $z^* = 0.06$ değerinde ulaştığında hız profili gelişmiş olmaktadır.



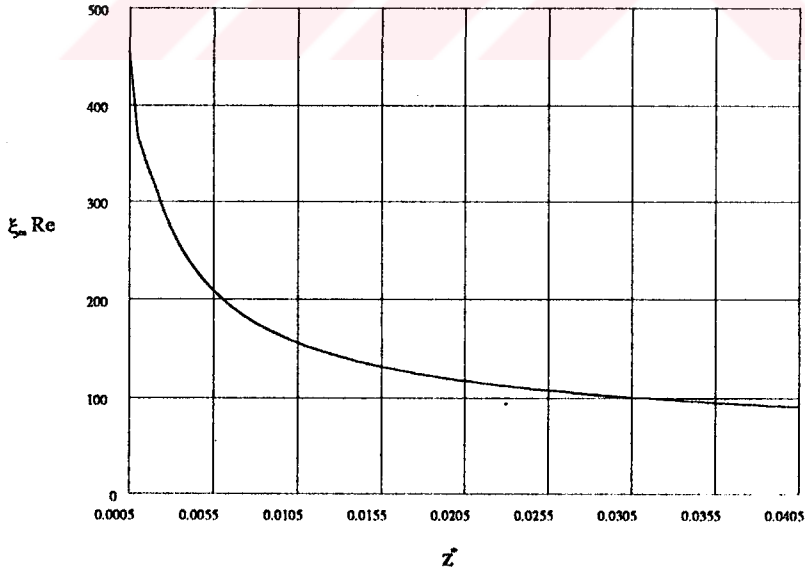
Şekil 26. Eşkenar üçgen bir kanalda aksenal hız profilinin giriş uzunluğu ile değişimi

Eşkenar üçgen bir kanalda banyı kaybı ve giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 27'de görülmektedir. Eşkenar üçgen bir kanalda $z \rightarrow \infty$ için $K(\infty) = 1.45$ değerini almaktadır.

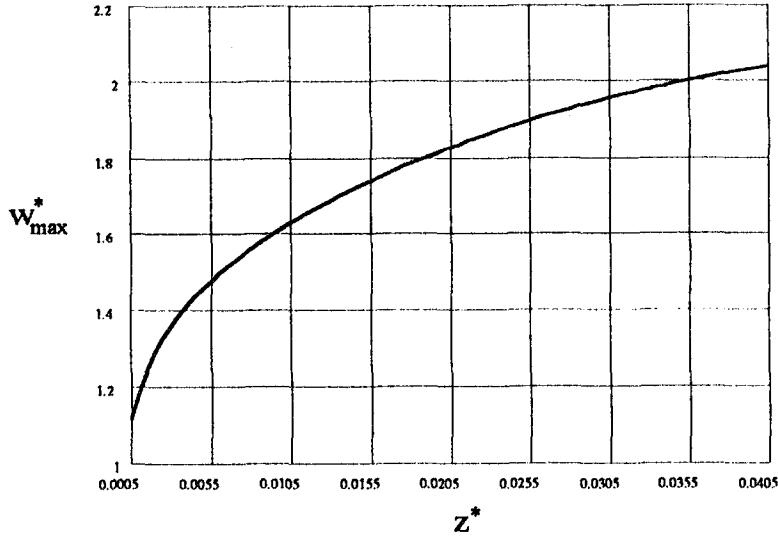


Şekil 27. Eşkenar üçgen bir kanalda basınç kaybı ve $K(z)$ giriş uzunluğu ile değişimi

Eşkenar üçgen bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 28'de görülmektedir. Şekil 29'da ise kanal kesitindeki maksimum hızın giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir.



Şekil 28. Eşkenar üçgen bir kanalda ortalama basınç kayıp katsayısının z^* ile değişimi

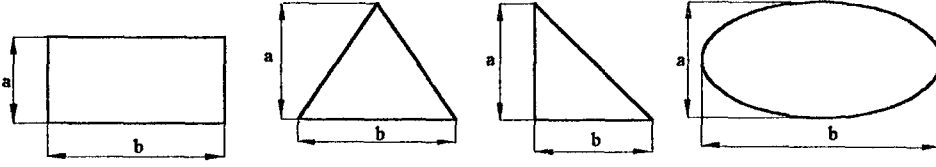


Şekil 29. Eşkenar üçgen bir kanalda maksimum hızın giriş uzunluğu ile değişimi

4.2 TGA Durumunun İncelenmesi

4.2.1 Gelişmiş Akışta Hız Dağılımının Hesaplanması

TGA durumunda ısı transferinin hesaplanabilmesi için, önce kanallardaki gelişmiş akışta hız dağılımının bilinmesi gerekir. Bunun için, gelişmiş akışta Navier-Stokes denklemi (Eşitlik 165) nümerik olarak çözülmüştür. Yapılan bir bilgisayar programı yardımı ile çeşitli kesit alanlı kanallarda laminar akış için biçim faktörleri (ϕ) hesaplanmıştır. Çizelge 1'de dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve eliptik kanallarda çeşitli uzunluk oranlarında biçim faktörlerinin nümerik ve literatür sonuçları görülmektedir. Çizelgeden görüleceği gibi literatür (SHAH ve LONDON, 1978) ve nümerik sonuçlar gayet iyi bir uyum içerisindedir (CİHAN ve YILMAZ, 1994). Bunun sonucu olarak kanallardaki hız dağılımı yeterli hassasiyette hesaplanmaktadır. Şekil 30'de çeşitli kanallar için (Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve elips) uzunluk oranları görülmektedir.

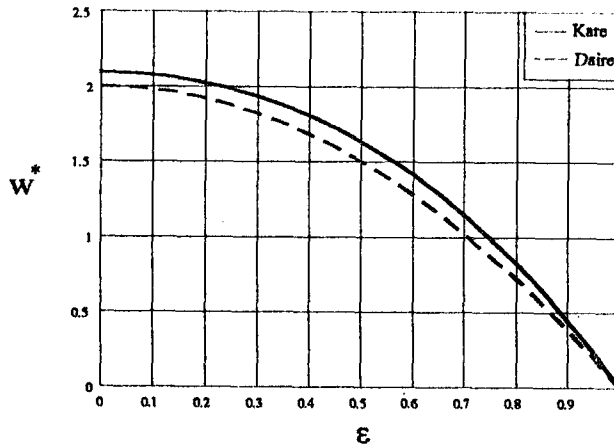


Şekil 30. Çeşitli kanallarda ($\alpha^* = a/b$) uzunluk oranları

Çizelge 1. Kanallarda biçim faktörünün (ϕ) literatür ve nümerik hesap sonuçları

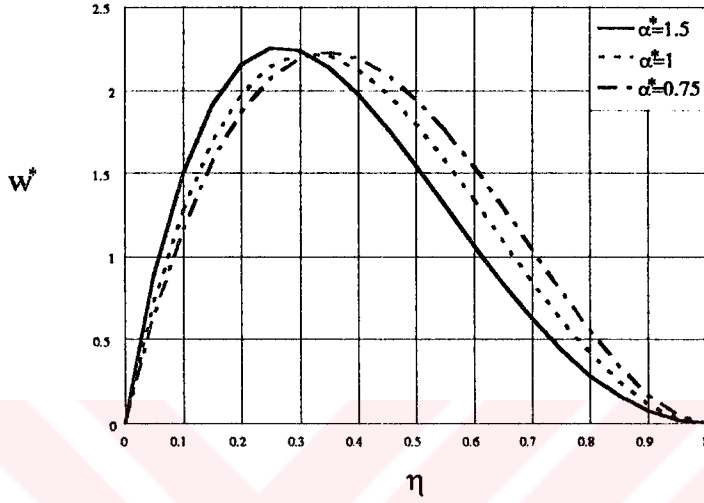
Kanal	Uzunluk Oranı (α^*)	ϕ Lit.	ϕ Hesap		
			10x10	20x20	40x40
Dikdörtgen	1.0	0.8891	0.8911	0.8895	0.8891
	0.5	0.9717	0.9740	0.9722	0.9717
	0.25	1.1395	1.1435	1.1404	1.1395
	0.1	1.3230	1.3332	1.3253	1.3237
İkizkenar Üçgen	1	0.8325	0.8361	0.8334	0.8325
	0.5	0.8220	0.8233	0.8223	0.8220
	0.125	0.7622	0.7642	0.7648	0.7640
Dik Üçgen	1	0.8221	0.8284	0.8236	0.8220
	0.267	0.7925	0.7974	0.7926	0.7925
	0.08	0.7668	0.7797	0.7680	0.7690
Elips	1	1.0	0.9997	0.9998	1.0
	0.8	1.0061	1.0058	1.0059	1.0061
	0.1	1.2071	1.2071	1.2073	1.2072

Adım sayısının sonuçlara olan etkisinin anlaşılabilmesi için aynı zamanda çeşitli adım sayılarında (10x10, 20x20 ve 40x40) hesaplar yapılmıştır. Şekil 31’de daire ve kare kesitli bir kanalda gelişmiş akışta hız dağılımları görülmektedir.



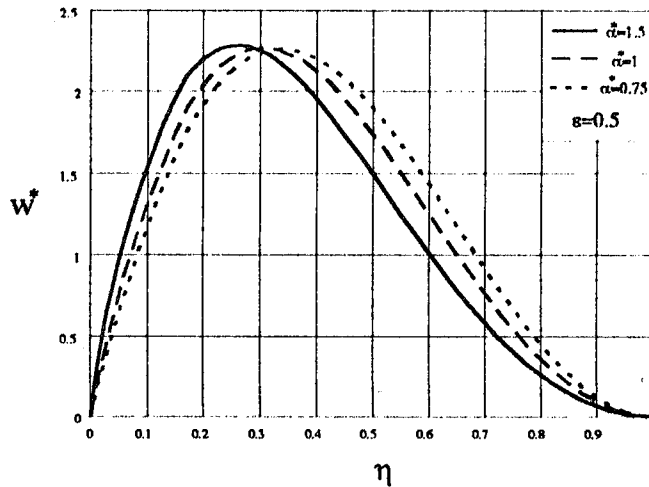
Şekil 31. Dairesel ve kare kesitli bir kanalda gelişmiş akışta hız dağılımı

Şekil 32’de ikizkenar üçgen bir kanalda çeşitli uzunluk oranlarında ($\alpha^*=1.5$, $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.75$) hız dağılımları verilmiştir. Şekilden görüleceği gibi maksimum hız kanal yüksekliğinin yaklaşık 1/3’ünde meydana gelmektedir.



Şekil 32. İkizkenar üçgen bir kanalda çeşitli uzunluk oranlarında hız dağılımı

Şekil 33’te dik üçgen bir kanalda gelişmiş akışta, çeşitli uzunluk oranlarında ($\alpha^*=1.5$, $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.75$) hız dağılımları görülmektedir. Dik üçgenin kenar ortayı ($\varepsilon=0.5$) üzerindeki hızlar alınmıştır. Şekilden görüleceği gibi dik üçgen bir kanalda da maksimum hız yaklaşık yüksekliğin 1/3’ünde meydana gelmektedir.

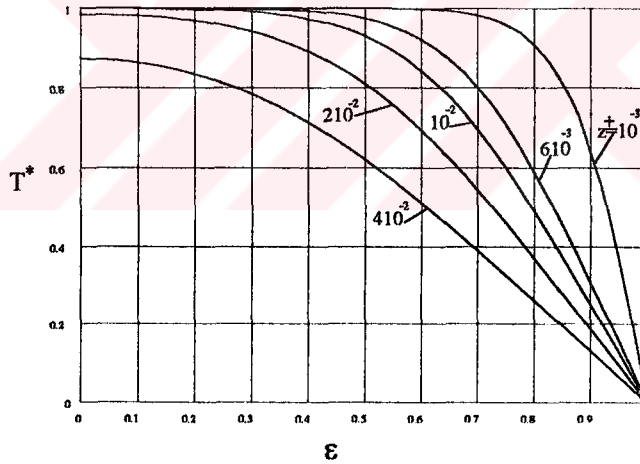


Şekil 33. Dik üçgen bir kanalda çeşitli uzunluk oranlarında hız dağılımı

Bulunan bu hız dağılımları enerji denkleminde kullanılmak üzere matrislerde depolanmıştır. Enerji denklemi çeşitli kesit alanlı kanallarda sabit duvar sıcaklığı (SDS) ve sabit ısı akımı (SIA) sınır şartlarında çözülmüştür. Enerji denklemi dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve eliptik kesit alanlı kanallarda çeşitli uzunluk oranlarında çözülerek sıcaklık dağılımları ve Nusselt sayıları hesaplanmıştır.

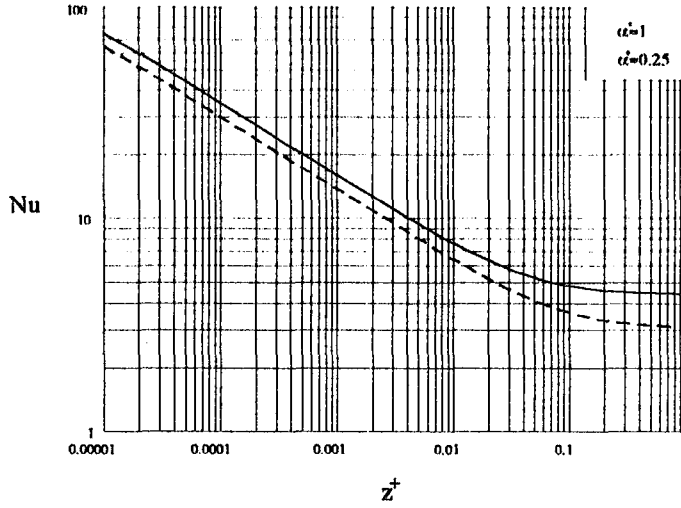
4.2.2. SDS Sınır Şartında Nusselt Sayısının Hesaplanması

Şekil 34'te kare kesitli bir kanalda kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir. Kanalin merkezini $\varepsilon=0$, kanal duvarını $\varepsilon=1$ temsil etmektedir. Kanala akışkan $T^*=1$ üniform sıcaklığı ile girmekte olup, $\varepsilon=1$ 'de duvar sıcaklığı $T^*=0$ sıcaklığında bulunmaktadır.



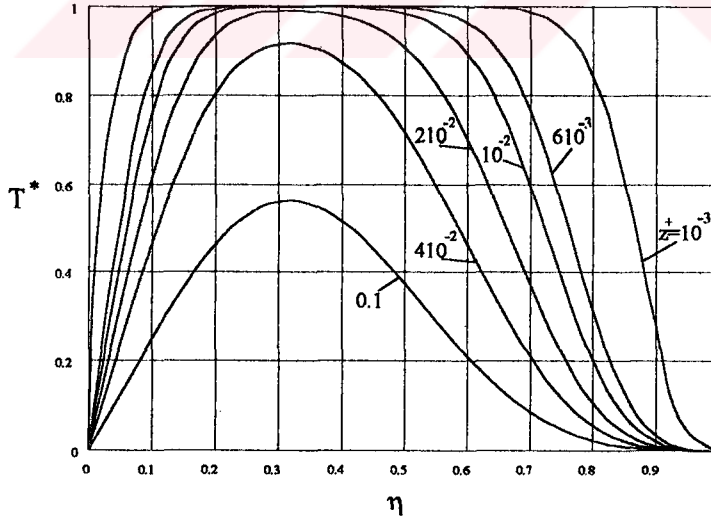
Şekil 34. Kare kesitli bir kanalda sıcaklık profilinin z^* ile değişimi

Dikdörtgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu değişimi Şekil 35'de görülmektedir.



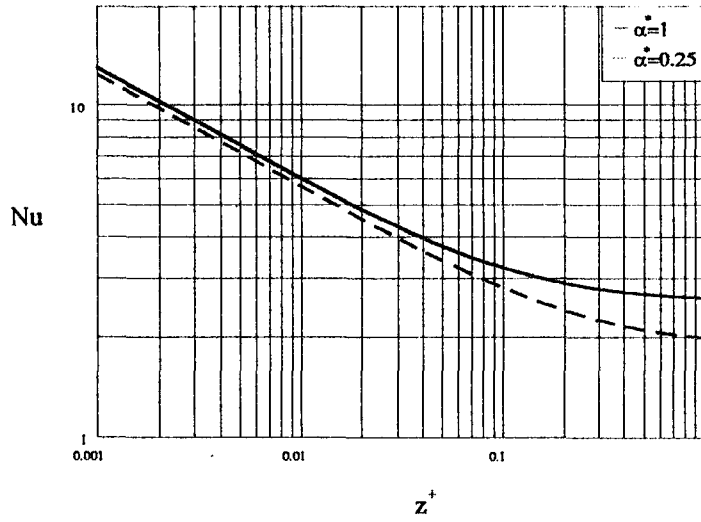
Şekil 35. Dikdörtgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

İkizkenar üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ uzunluk oranında kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 36'da verilmiştir. İkizkenar üçgenin $\varepsilon=0$ doğrusu üzerindeki sıcaklık değerleri alınmış olup, $\eta=0$ üçgenin tabanını, $\eta=1$ üçgenin tepe noktasını ifade etmektedir.



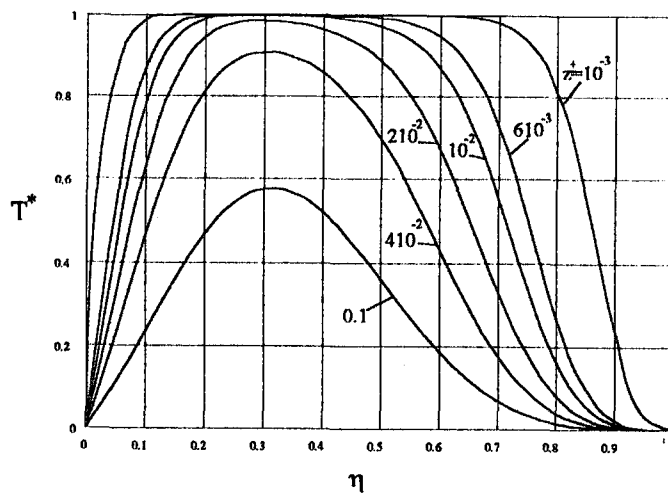
Şekil 36. İkizkenar üçgen ($\alpha^*=1$) bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

İkizkenar üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 37'de görülmektedir.



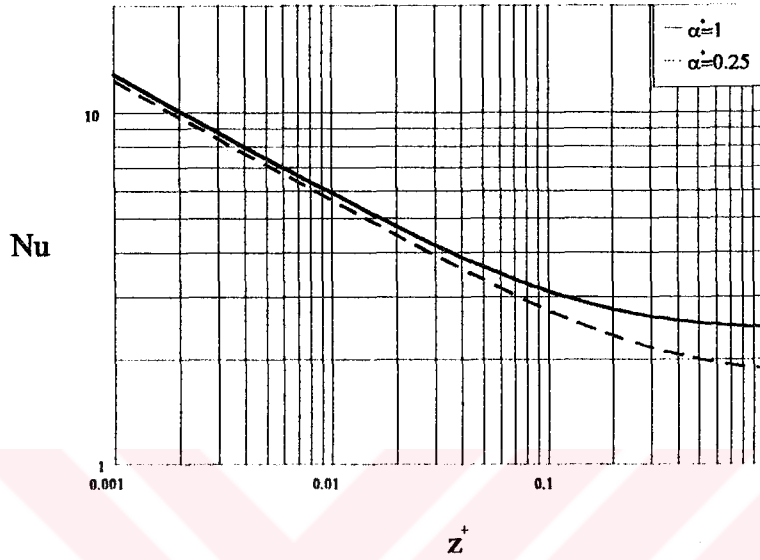
Şekil 37. İkizkenar üçgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Dik üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ uzunluk oranında kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 38'de verilmiştir. Dik üçgen kanalda kenar ortay üzerindeki ($\epsilon=0.5$) sıcaklık değerleri alınmış olup, $\eta=0$ üçgenin tabanını, $\eta=1$ üçgenin tepe noktasını göstermektedir.



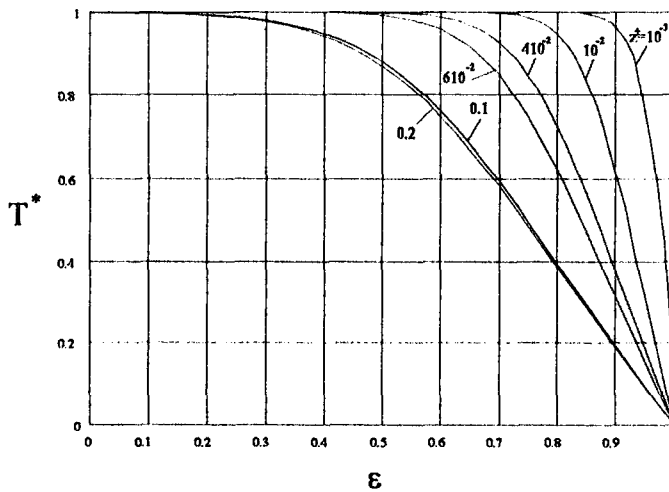
Şekil 38. Dik üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

Dik üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 39'da verilmiştir.



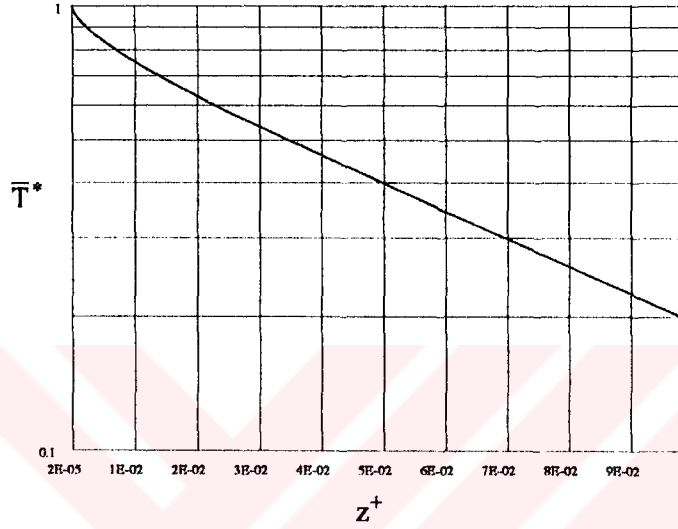
Şekil 39. Dik üçgen bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Dairesel bir kanalda kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 40'da gösterilmektedir. Burada $\varepsilon=0$ kanalın merkezini, $\varepsilon=1$ ise kanalın duvarını temsil etmektedir.

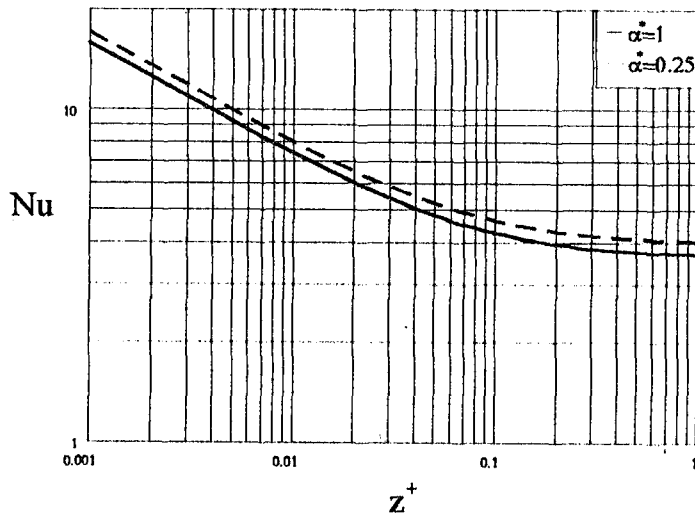


Şekil 40. Dairesel kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

Kanallarda ortalama sıcaklık eşitlik (160) ile hesaplanmaktadır. Şekil 41'de dairesel bir kanalda ortalama sıcaklığın giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir. Eliptik bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 42'de verilmiştir.



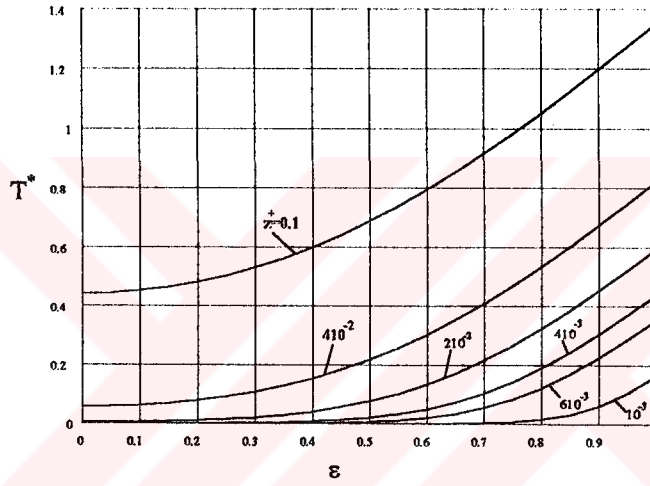
Şekil 41. Dairesel kanalda ortalama sıcaklığın z^+ ile değişimi



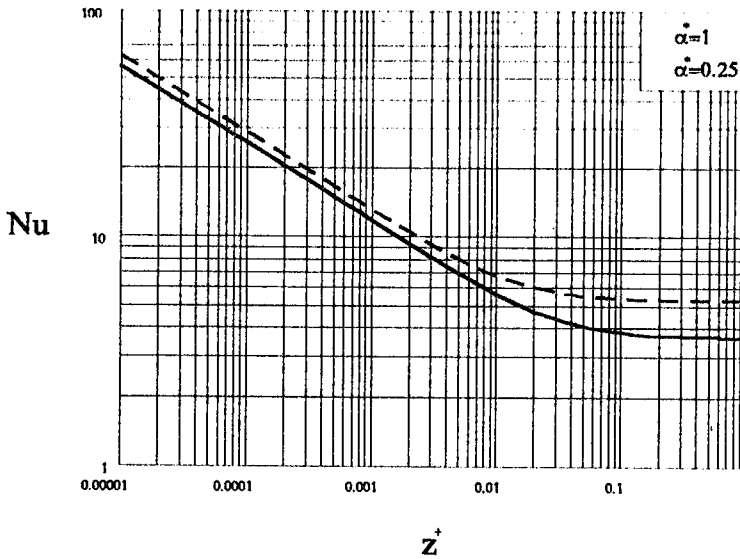
Şekil 42. Eliptik bir kanalda ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

4.2.3 SIA Sınır Şartında Nusselt Sayısının Hesaplanması

Enerji denklemi sabit ısı akımı sınır şartında çeşitli kanallar için çözülerek sıcaklık dağılımları ve Nusselt sayıları hesaplanmıştır. Şekil 43'te kare kesitli bir kanalda kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir. Akışkan kanala $T^*=0$ sıcaklığında girmekte olup, duvardan itibaren kanal boyunca ısınmaktadır. Şekilde $\varepsilon=0$ kanalın merkezini, $\varepsilon=1$ kanalın duvarını göstermektedir. Dikdörtgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 44'de verilmiştir.

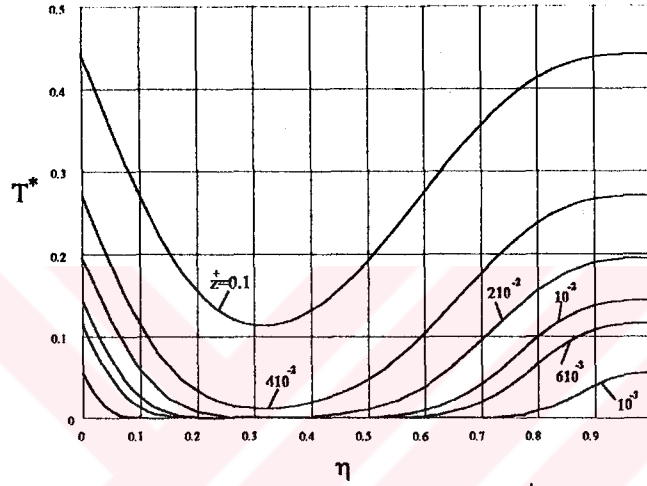


Şekil 43. Kare kesitli bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

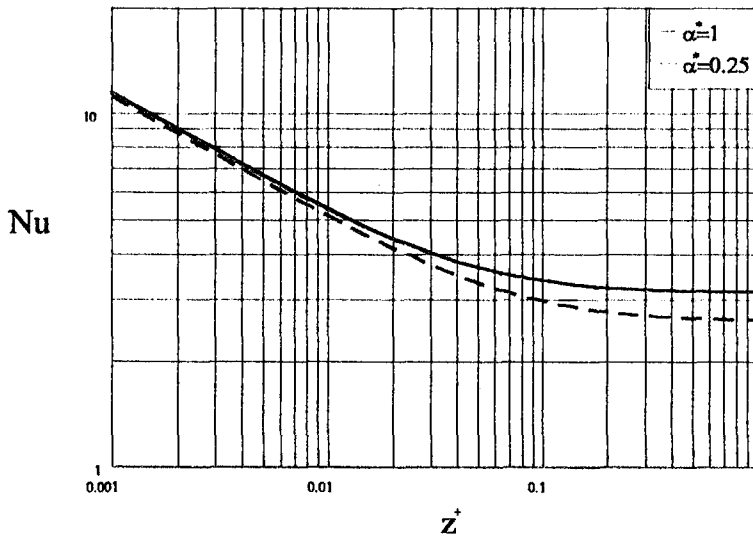


Şekil 44. Dikdörtgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

İkizkenar üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ uzunluk oranında kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 45'te görülmektedir. İkizkenar üçgenin $\varepsilon=0$ doğrusu üzerindeki sıcaklık değerler alınmış olup, $\eta=0$ üçgenin tabanını, $\eta=1$ üçgenin tepe noktasını ifade etmektedir. Şekil 46'da ikizkenar üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir.

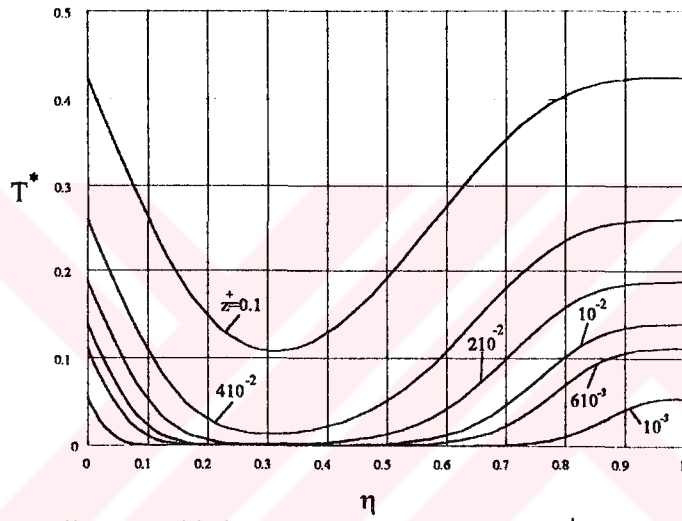


Şekil 45. İkizkenar üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

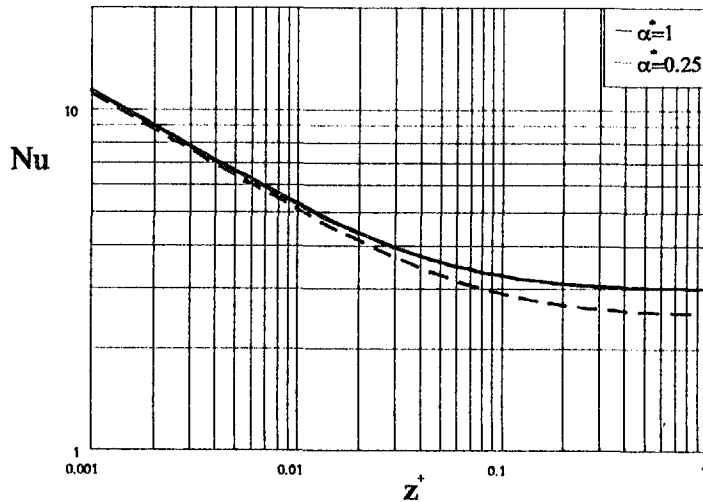


Şekil 46. İkizkenar üçgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Dik üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ uzunluk oranında kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 48'de verilmiştir. Dik üçgen kanalda kenar ortay üzerindeki ($\epsilon=0.5$) sıcaklık değerleri alınmış olup, $\eta=0$ üçgenin tabanını, $\eta=1$ üçgenin tepe noktasını göstermektedir. Dik üçgen bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi Şekil 48'de görülmektedir.

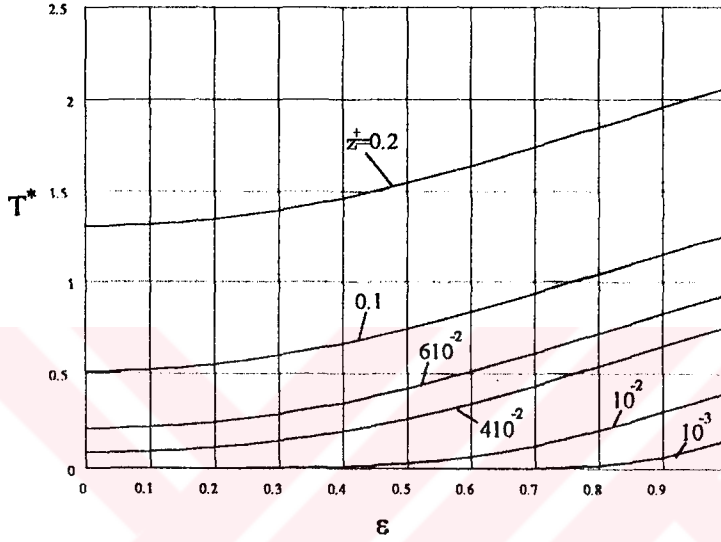


Şekil 47. Dik üçgen bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi

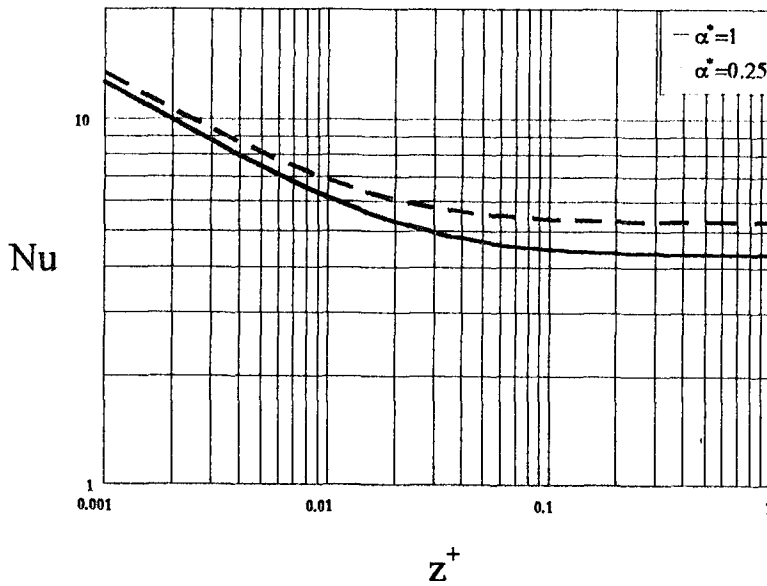


Şekil 48. Dik üçgen bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Şekil 49'da dairesel bir kanalda kanal kesitindeki sıcaklık profilinin giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir. Kanal merkezini $\varepsilon=0$, kanalın duvarını $\varepsilon=1$ temsil etmektedir. Şekil 50'de eliptik bir kanalda $\alpha^*=1$ ve $\alpha^*=0.25$ uzunluk oranlarında ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir.



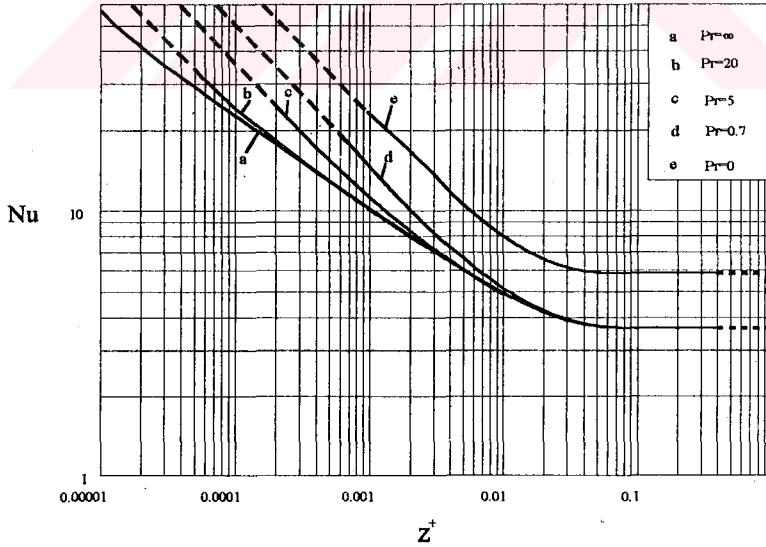
Şekil 49. Dairesel bir kanalda sıcaklık profilinin z^+ ile değişimi



Şekil 50. Eliptik bir kanalda (SIA) ortalama Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

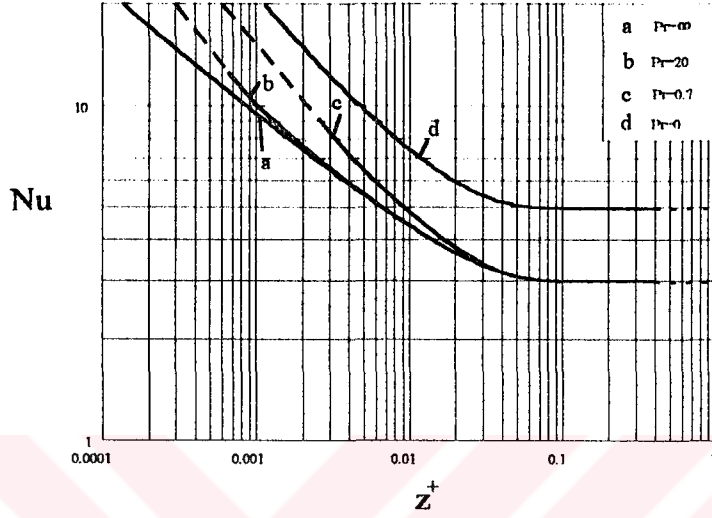
4.3 HTGA Durumunun İncelenmesi

HTGA durumunda enerji denkleminin çözülebilmesi için kanallardaki gelişmekte olan akışta hız dağılımının bilinmesi gerekir. Bunun için HGA durumunda Navier-Stokes denklemi daire, kare, ve eşkenar üçgen kesit alanlı kanallar için çözümlere hız dağılımları bulunmuştur. Bu hız dağılımları kullanılarak HTGA durumunda enerji denklemi daire, kare ve eşkenar üçgen kesit alanlı kanallar için çözümlere ısı transferi incelenmiştir. Şekil 51'de dairesel kesit alanlı bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında ($Pr=0, 0.7, 5, 20, \infty$) ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi görülmektedir. Şekilden görüleceği gibi (a) eğrisi $Pr=\infty$ durumunu ifade etmektedir. Bu eğri gelişmiş hız dağılımı kullanılarak TGA durumundaki enerji denkleminin çözümünden elde edilmiştir. Şekilde $z \rightarrow \infty$ için görülen kesikli çizgiler akışın tam geliştiği kısımdır. Şekilde görülen (e) eğrisi $Pr=0$ durumunu göstermektedir. Bu eğri TGA durumunda akışkan hızının $w^*=1$ üniform alınarak elde edilen çözümünden alınmıştır. Şekildeki $z \rightarrow 0$ için görülen kesikli çizgiler eğrilerin sınır durumlarını göstermektedir.



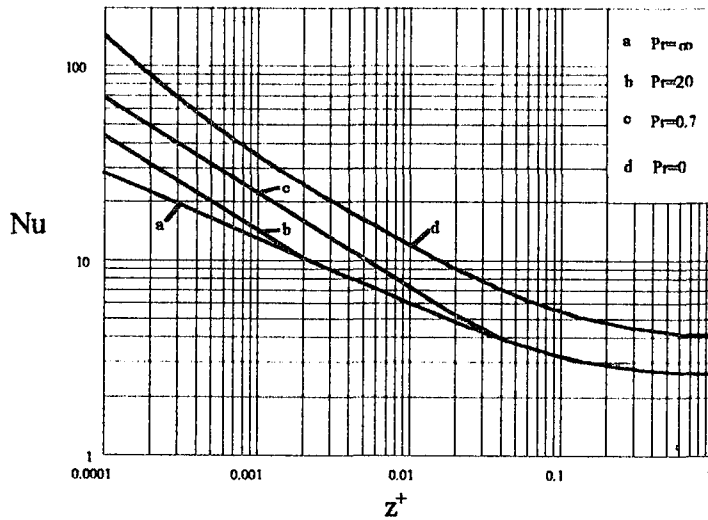
Şekil 51. Dairesel bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Şekil 52'de kare kesitli bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında ($Pr=0, 0.7, 20, \infty$) ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir.



Şekil 52. Kare kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

Eşkenar üçgen kesit alanlı bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında ($Pr=0, 0.7, 20, \infty$) ortalama Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi ise Şekil 53'de verilmiştir.



Şekil 53. Eşkenar üçgen bir kanalda çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayısının z^+ ile değişimi

4.4 Kanallarda Isı Transferinin Hesaplanması için Genel Eşitlikler

Çeşitli kesit alanlı kanallarda laminar akışta TGA durumunda sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımında, ısı transferini hesaplayacak genel eşitlikler çıkarılmıştır. Yapılan literatür araştırmasında çeşitli kesit alanlı kanallarda ısı transferini hesaplayacak genel eşitliklere rastlanmamıştır. Bu eşitlikler, özellikle kompakt ısı eşanjörlerinin boyutlandırılması ve optimizasyonunda büyük kolaylık sağlayacaktır.

4.4.1 Sabit Duvar Sıcaklığı Sınır Şartında Geçerli Genel Eşitlikler

4.4.1.1 Termik Giriş Bölgesinde Nusselt Sayısının Hesaplanması

Herhangi bir kanalda termik giriş bölgesinde ($z \rightarrow 0$) Nusselt sayısı,

$$z \rightarrow 0: \quad Nu_0 = 1.615(z^+ / \phi)^{-1/3} \quad (214)$$

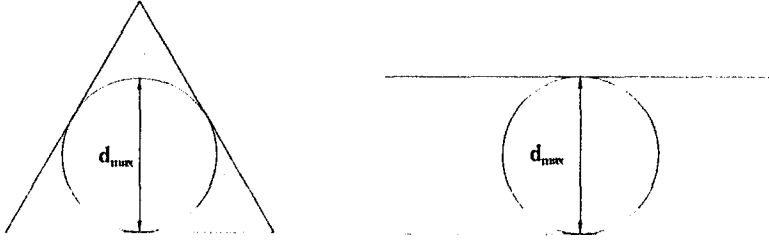
şeklinde hesaplanır. Burada ϕ biçim faktörü olup, eşitlik (186)'da tarif edilmiştir. Biçim faktörü ϕ çeşitli kesit alanlı kanallarda, YILMAZ (1990) tarafından verilen eşitlikle hesaplanabilmektedir.

$$\phi = 1 + \frac{(3/8)d^{*2}(3 - d^*) - 1}{1 + 0.33d^{*2.25} / (n - 1)} \quad (215)$$

Kanallarda laminar akışta ısı transferinin eşdeğer çapın yanında en azından d^* ve n değişkenlerine de bağlı olduğu YILMAZ (1990) tarafından gösterilmiştir. d^* ve n aşağıdaki gibi tarif edilmiştir.

$$Nu = f(z, d^*, n), \quad d^* = \frac{d_o}{d_{\max}}, \quad n = \frac{C}{C_o} = \frac{A}{A_o}, \quad d_o = \frac{4A}{C} \quad (216)$$

Burada $d_{\max}$, kanal kesit alan içine sığabilen en büyük dairenin çapıdır. Şekil 54'da $d_{\max}$ çeşitli geometriler için gösterilmiştir. Çizelge 2'de eşitlik (215) ve literatür değerlerinin karşılaştırılması verilmiştir.



Şekil 54. Çeşitli kanallarda d_{max} 'ın gösterilmesi

Çeşitli kanallar için (Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve elips) d^* ve n formülleri Ek V'de verilmiştir.

Çizelge 2. Eşitlik (215) ve literatür değerlerinin karşılaştırılması

Kanal	d^*	n	ϕ Lit.	ϕ Eşit. (215)	$\varepsilon(\%)$
Daire	1	1	1	1	0
Paralel Levha	2	∞	1.5	1.5	0
Dikdörtgen	1	1.2732	0.8891	0.8867	0.2
	1.3333	1.4323	0.9717	1.0452	-7.5
	1.6	1.9894	1.1395	1.1755	-3.1
	1.8181	3.8515	1.3230	1.3220	0.0
İkizkenar Üçgen	1	1.6670	0.8325	0.8327	0.0
	1	1.8382	0.8238	0.8206	0.4
	1	1.8552	0.8220	0.8196	0.3
	1	2.0886	0.8141	0.8081	0.7
	1	2.5563	0.7622	0.7937	-4.1
	1	2.8559	0.7888	0.7877	0.2
	1	∞	0.75	0.75	0
Dik üçgen	1	1.3682	0.7925	0.8081	-1.9
	1	2.5780	0.8018	0.7932	1.0
	1	2.0575	0.8150	0.8095	0.7
	1	4.3357	0.7806	0.7725	1.0
Elips	1.0519	1.0042	1.0013	0.9978	0.3
	1.1076	1.0187	1.0062	0.9944	1.1

Çeşitli kesit alanlı kanallar için (Dikdörtgen, üçgen ve elips) yapılan nümerik hesaplamalarda (214) eşitliğinin yeterli hassasiyette olmadığı görülmüştür. Bunun için bir boyutu diğerine göre çok büyük olan bir kanalda Lévêque benzeri bir çözüm yapılmış ve termal giriş bölgesinde ($z \rightarrow 0$) en genel biçimde Nusselt sayısı

$$z \rightarrow 0: \quad Nu_0 = 1.615\Phi_0(z^+/\varphi)^{-1/3} \quad (217)$$

olarak hesaplanmıştır (YILMAZ ve CİHAN, 1994). Burada Φ_0 kanal geometrisine bağlı bir sayı olup,

$$\Phi_0 = 1 + \frac{[3(d^*/2)^{7/8}/(1+d^*)] - 1}{1 + 0.25/(n-1)} \quad (218)$$

şeklindedir. Elde edilen (218) eşitliği nümerik sonuçlarla karşılaştırılmış ve maksimum hata oranının %2.5 olduğu görülmüştür. Çizelge 3'te eşitlik (218) ve nümerik değerlerin karşılaştırılması ve bağıl hata oranları verilmiştir.

Çizelge 3. Eşitlik (218) ve nümerik değerlerin karşılaştırılması

Kanal	d^*	n	Φ_0 Nümerik	Φ_0 Eşit. (218)	$\varepsilon(\%)$
İkizkenar Üçgen	1	1.8552	0.8659	0.8590	0.78
	1	2.4893	0.8500	0.8440	0.69
	1	4.4330	0.8337	0.8302	0.41
	1	6.4929	0.8290	0.8258	0.38
	1	10.6865	0.8261	0.8224	0.44
Dik Üçgen	1	1.8552	0.8631	0.8590	0.46
	1	3.3116	0.8370	0.8356	0.16
	1	7.0520	0.8208	0.8251	-0.52
Dikdörtgen	1	1.2732	0.9149	0.9049	1.09
	1.3333	1.4323	0.9291	0.9377	-0.92
	1.6	1.9894	0.9560	0.9594	-0.36
	1.8181	3.8514	0.9899	0.9810	0.89
	2	∞	1.0000	1.0000	0
Elips	1	1	1.0000	1.0000	0
	1.3991	1.4595	0.9600	0.9447	1.58
	1.5228	2.8746	0.9653	0.9442	2.18
	1.5463	4.1823	0.9688	0.9450	2.45
	1.5639	8.1770	0.9695	0.9454	2.48

4.4.1.2. Tam gelişmiş akışta ($z \rightarrow \infty$) Nusselt sayısının hesaplanması

Herhangi bir kanalda tam gelişmiş akışta Nusselt sayısı Nu_∞ olmak üzere, yeni bir boyutsuz sayı olan ϕ aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\phi = \frac{Nu_{\infty}}{3.657} \quad (219)$$

Çeşitli geometriler için Nu_{∞} değerleri Çizelge 4’de verilmiştir.

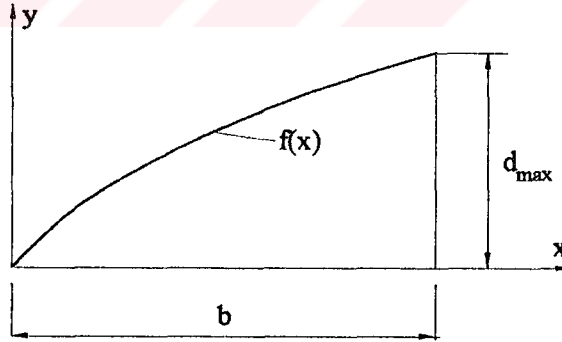
Çizelge 4. Bazı kanallar için Nu_{∞} değerleri (SDS sınır şartı)

Kanal	Nu_{∞}
Daire	3.657
Paralel Levha	7.541
Kare	2.976
Eşkenar üçgen	2.47

Bir boyutu diğer boyutuna göre çok büyük olan kanallar için ($n \rightarrow \infty$) ϕ_{∞} değeri , integral formunda MACLAİNE-CROSS (1969) tarafından verilmiştir.

$$\phi_{\infty} = 8.248 \frac{\int_0^b y dx \int_0^b y^3 dx}{\zeta^2 d_{\max}^4} \quad (220)$$

Bir boyutu diğerine göre çok büyük olan bir kanal ($n \rightarrow \infty$) Şekil 55’da görülmektedir.



Şekil 55. Bir boyutu diğerine göre çok büyük olan bir kanal

Kanal kesit alanı

$$A = \int_0^b y dx \quad (221)$$

şeklinde yazılabilir. Aşağıdaki boyutsuz sayılar tanımlanarak

$$y^* = \frac{y}{d_{\max}}, \quad x^* = \frac{x}{b} \quad (222)$$

eşitlik (221) yardımı ile

$$d^* = 2 \int_0^1 y^* dx^* \quad (223)$$

olarak elde edilir. Bu ifadeler (220) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\phi_{\infty} = 1.031 d^* \int_0^1 y^{*3} dx^* \quad (224)$$

boyutsuz olarak elde edilir. Eşitlikten de görüleceği gibi y^* , x^* 'm fonksiyonu olarak seçilirse ϕ_{∞} rahatlıkla hesaplanabilir. Seçilen bu fonksiyonun aşağıdaki sınır şartlarını sağlaması gerekir.

$$x^* = 0, \quad y^* = 0 \quad (225)$$

$$x^* = 1, \quad y^* = 1$$

Bu şartları sağlayan birçok fonksiyon bulunabilir. Ancak basit bir eşitlik olması ve büküm noktası olmaması bakımından

$$y^* = x^{*m} \quad (226)$$

fonksiyonu seçilmiştir (YILMAZ, 1990). Eşitlik (223) kullanılarak m sayısı

$$m = \frac{2}{d^*} - 1 \quad (227)$$

şeklinde bulunur. Eşitlik (226) ve (227), eşitlik (224)'de yerine yazılırsa ϕ_{∞}

$$\phi_{\infty} = 0.5155 \frac{d^{*2}}{(3 - d^*)} \quad (228)$$

d^* 'm fonksiyonu olarak bulunur. Çizelge 5'de çeşitli geometriler için nümerik ve eşitlik değerleri karşılaştırılmıştır. Çizelge 5'den görüleceği gibi maksimum hata %6.6 ile eliptik kanalda olmaktadır.

Çizelge 5. Eşitlik (228) ve literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması

Kanal	d^*	Nu	ϕ_{∞} Lit.	ϕ_{∞} Eşl. (228)	$\varepsilon(\%)$
Üçgen	1	0.943	0.2578	0.2578	0
Elips	1.571	3.488	0.9537	0.8903	6.6
Paralel Levha	2	7.541	2.062	2.062	0

Herhangi bir kanal için ($n \neq \infty$) ϕ değerinin hesaplanması:

Boyutsuz bir sayı olan ϕ değeri, $n \neq \infty$ için d^* parametresinin yanında n sayısına da bağlıdır. Literatürdeki teorik datalar (SHAH ve LONDON, 1978) kullanılarak en genel biçimde ϕ değeri

$$\phi = 1 + \frac{\phi_{\infty} - 1}{1 + 1/(n - 1)} + \Delta\phi \quad (229)$$

$$\Delta\phi = \Delta\phi_{\max} \frac{0.95(n - 1)^{0.5}}{1 + 0.038(n - 1)^3} \quad (230)$$

$$\Delta\phi_{\max} = \frac{7 \times 10^{-3} d^{*8}}{(1 + 10d^{*-28})(1 + 64 \times 10^{-8} d^{*28})^{0.5}} \quad (231)$$

olarak çıkarılmıştır(YILMAZ ve CİHAN, 1993). Bu eşitliğin çıkarılmasında YILMAZ (1979) tarafından verilen metodlar kullanılmıştır. Eşitlik (229)'dan elde edilen ϕ değerleri ile literatürdeki teorik sonuçlarla karşılaştırılmış ve Çizelge 6'da verilmiştir. Çizelge (6)'dan görüleceği gibi hata oranları % +5.9 ile % -7.6 arasında değişmektedir.

4.4.1.3. Nusselt Sayısı için Genel Eşitlik

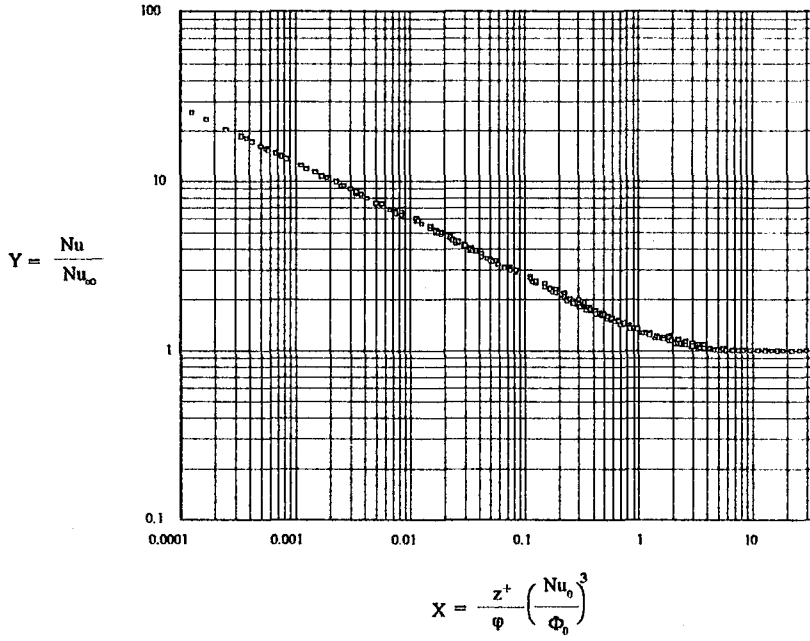
Nusselt sayısı için genel bir eşitlik çıkarmak için, aşağıdaki boyutsuz sayılar tanımlanmıştır.

$$X = \frac{z^+}{\phi} \left(\frac{Nu_0}{\Phi_0} \right)^3, \quad Y = \frac{Nu}{Nu_{\infty}} \quad (232)$$

Bu koordinat transformasyonu ile $z \rightarrow 0$ ve $z \rightarrow \infty$ için tek bir eğri elde edilir. Şekil 56'da paralel levha, daire, üçgen, dikdörtgen ve eliptik kanal için Nusselt değerleri görülmektedir.

Çizelge 6. Eşitlik (229) ile literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması

<i>Kanal</i>	<i>d*</i>	<i>n</i>	ϕ <i>Lit.</i>	ϕ <i>Eşl.(229)</i>	$\epsilon(\%)$
Üçgen	1.000	5.770	0.399	0.386	-0.309
	1.000	4.339	0.440	0.429	-2.43
	1.000	3.267	0.495	0.485	-1.90
	1.000	2.564	0.546	0.547	0.34
	1.000	2.088	0.607	0.613	1.12
	1.000	2.017	0.618	0.626	1.34
	1.000	1.838	0.645	0.662	2.65
	1.000	1.784	0.654	0.674	3.10
	1.000	1.681	0.669	0.699	4.60
	1.000	1.666	0.672	0.703	4.72
	1.000	1.653	0.675	0.707	4.78
	1.000	1.666	0.669	0.703	5.19
	1.000	1.678	0.669	0.700	4.72
	1.000	1.744	0.656	0.683	4.24
	1.000	1.855	0.639	0.658	3.04
	1.000	2.856	0.519	0.518	-0.13
	1.000	4.920	0.410	0.409	-0.24
	1.000	5.251	0.401	0.399	-0.39
Dikdörtgen	1.000	1.273	0.814	0.841	3.33
	1.166	1.309	0.841	0.865	2.90
	1.200	1.326	0.853	0.870	2.09
	1.333	1.432	0.927	0.907	-2.12
	1.500	1.697	1.081	1.043	-3.45
	1.600	1.989	1.214	1.208	-0.42
	1.714	2.599	1.405	1.408	0.24
	1.778	3.222	1.531	1.487	-2.84
Paralel Levha	2.000	∞	2.062	2.062	0
Daire	1.000	1.000	1.000	1.000	0
Elips	1.108	1.003	1.003	0.989	-1.34
	1.297	1.023	1.023	0.945	-7.60
	1.464	1.037	1.037	0.995	-4.00
	1.535	1.018	1.018	1.077	5.87
	1.599	0.997	0.997	0.956	-4.07



Şekil 56. Eşitlik (232)'deki tanımlamalara göre nümerik sonuçların gösterilmesi

Şekilde görülen tek eğriye uygun eşitlikler çıkarılmıştır. Bu eşitlikler

$$Y = \left[1 - \frac{0.8}{X^{2/3}} + \frac{4.212}{X} \right]^{1/3} \quad (233)$$

$$Y = 1 + \frac{1.615X^{-1/3}}{(1 + 1.88X^{1/3} + 3.93X^{4/3})^{1/2}} \quad (234)$$

şeklinde olup, eşitlik (232) bu ifadelerde yerine yazılırsa

$$Nu = Nu_{\infty} \left[1 + \frac{4.212\varphi\Phi_0^3}{z^+Nu_{\infty}^3} - 0.8 \left(\frac{\varphi\Phi_0^3}{z^+Nu_{\infty}^3} \right)^{2/3} \right]^{1/3} \quad (235)$$

$$Nu = Nu_{\infty} + \frac{1.615\Phi_0(z^+ / \varphi)^{-1/3}}{\left[1 + 1.88 \left(\frac{z^+Nu_{\infty}^3}{\varphi\Phi_0^3} \right)^{1/3} + 3.93 \left(\frac{z^+Nu_{\infty}^3}{\varphi\Phi_0^3} \right)^{4/3} \right]^{1/2}} \quad (236)$$

en genel biçimde Nusselt sayısı bulunur. Bu genel eşitlikler daire, üçgen, paralel levha, elips ve dikdörtgen kesit alanlı kanallarda teorik olarak elde edilen datalarla karşılaştırılmış ve hata oranları Çizelge 7 ve 8'da verilmiştir.

Çizelge 7. Eşitlik (235) ve (236) ile literatür değerlerinin karşılaştırılması

<i>Kanal</i>	<i>d*</i>	<i>n</i>	$\epsilon(\%)$ Eşit. (235)	$\epsilon(\%)$ Eşit. (236)
Daire	1	1	-0.47/-3.89	0.36/-4.62
Paralel Levha	2	∞	0.24/3.70	0.13/4.91
Kare	1	1.273	-3.52/0.58	-2.58/0.21
Eşkenar Üçgen	1	1.653	-4.36/-1.29	-2.94/-0.93
Dikdörtgen	1	1.273	-3.93/1.39	-2.99/0.77
	1.5	1.697	-0.86/4.16	-1.55/4.65
	1.333	1.432	-2.98/-0.03	-3.41/0.70
	1.6	1.989	0.48/3.22	3.82/0.27
	1.666	2.291	2.60/1.24	2.62/1.69
	1.714	2.599	3.32/1.59	4.20/2.38

Çizelge 8. Eşitlik (235) ve (236) ile bizim nümerik sonuçlarımızın karşılaştırılması

<i>Kanal</i>	<i>d*</i>	<i>n</i>	$\epsilon(\%)$ Eşit. (235)	$\epsilon(\%)$ Eşit. (236)
Dikdörtgen	1	1.273	-3.3/4.17	5.62/-3.04
	1.333	1.432	-2.47/1.73	-3.36/1.71
	1.6	1.989	3.38/-2.59	4.17/7.44
	1.818	3.851	-3.23/8.02	-2.14/7.44
İkizkenar Üçgen	1	1.666	-8.74/2.30	-7.07/2.83
	1	1.855	-2.62/4.98	-1.97/6.15
	1	2.489	-1.61/5.68	-0.74/7.08
	1	6.492	-2.72/6.06	-3.53/7.46
	1	1.855	-7.19/3.68	-5.52/4.32
	1	3.311	-2.26/3.42	-0.74/4.79
	1	7.052	-1.37/3.55	-2.30/5.02
Elips	1.107	1.018	-2.66/-1.06	-3.05/0.45
	1.230	1.1	1.40/4.70	0.52/4.54
Daire	1	1	-4.34/-2.46	-4.60/-0.93

4.4.2 Sabit Isı Akımı Sınır Şartında Geçerli Genel Eşitlikler

4.4.2.1. Termik giriş bölgesinde Nusselt sayısının hesaplanması

Herhangi bir kanalda termik giriş bölgesinde ($z \rightarrow 0$) sabit ısı akımı sınır şartında Nusselt sayısı

$$z \rightarrow 0: \quad Nu_0 = 1.303\Phi_0 (z^+ / \varphi)^{-1/3} \quad (237)$$

şeklinde hesaplanır. Burada Φ_0 kanal geometrisine bağlı sabit bir sayı olup, aşağıdaki formülle hesaplanmaktadır.

$$\Phi_0 = \frac{[3(d^*/2)^{2/3} / (1+d^*)] - 1}{1 + 0.4/(n-1)} \quad (238)$$

Elde edilen (238) eşitliği nümerik sonuçlarla karşılaştırılmış ve maksimum hatanın %2.0 olduğu görülmüştür. Çizelge 9'de eşitlik (238) ve nümerik değerlerin karşılaştırılması verilmiştir.

Çizelge 9. Eşitlik (238) ve nümerik değerlerin karşılaştırılması

Kanal	d^*	n	Φ_0 Nüm.	Φ_0 Eşit.(238)	$\varepsilon(\%)$
Dikdörtgen	1	1.2732	0.9864	0.9776	-0.88
	1.3333	1.4323	0.9948	0.9902	-0.45
	1.6	1.9894	1	0.9959	-0.40
	1.8181	3.8515	0.9955	0.9991	0.36
Üçgen	1	1.6667	0.9500	0.9655	1.64
	1	1.8552	0.9823	0.9624	-2.01
	1	2.4893	0.9620	0.9565	-0.56
	1	6.4929	0.9600	0.9486	-1.17
	1	1.8552	0.9500	0.9624	1.31
	1	3.3116	0.9400	0.9530	1.38
	1	7.0520	0.9300	0.9483	1.97
Daire	1	1	0.9800	1	2.04

4.4.2.2 Tam gelişmiş akışta ($z \rightarrow \infty$) Nusselt sayısının hesaplanması

Nu_∞ , tam gelişmiş akışta sabit ısı akımı sınır şartında Nusselt sayısı olmak üzere, yeni bir boyutsuz sayı olan ϕ aşağıdaki şekilde tarif edilir.

$$\phi = \frac{Nu_\infty}{4.364} \quad (239)$$

Çeşitli kanallar için Nusselt değerleri SIA sınır şartında Çizelge 10'da verilmiştir.

Çizelge 10. Bazı kanallar için Nu_∞ değerleri (SIA sınır şartı)

Kanal	Nu_∞
Daire	4.364
Paralel Levha	8.235
Kare	3.608
Eşkenar üçgen	3.111

Bir boyutu diğer boyutuna göre çok büyük olan kanallar için ($n \rightarrow \infty$) ϕ_∞ değeri, integral formunda MACLAİNE-CROSS (1969) tarafından verilmiştir.

$$\phi_\infty = 7.548 \frac{\left(\int_0^b y dx \right) \left(\int_0^b y^3 dx \right)^2}{\zeta^2 \int_0^b y^7 dx} \quad (240)$$

Eşitlik (222) kullanılarak bu ifade

$$\phi_\infty = 0.9435 d^* \frac{\left(\int_0^1 y^{*3} dx^* \right)^2}{\left(\int_0^1 y^{*7} dx^* \right)} \quad (241)$$

şeklinde boyutsuz hale getirilir. Eşitlik (226) ve (227) kullanılarak ($n \rightarrow \infty$) kanal için,

$$\phi_\infty = 1.4153 \frac{(7/3 - d^*)}{(3/d^* - 1)} \quad (242)$$

olarak bulunur. Çizelge 11'de çeşitli kanallar için nümerik ve eşitlik değerleri karşılaştırılmıştır. Çizelge 11'den görüleceği gibi maksimum hata %8.9 ile eliptik kanalda olmaktadır.

Çizelge 11. Eşitlik (242) ve nümerik sonuçların karşılaştırılması

Kanal	d^*	Nu	ϕ_∞ Lit.	ϕ_∞ Eşit.(242)	$\varepsilon(\%)$
Üçgen	1	2.059	0.4717	0.4717	0
Elips	1.571	5.225	1.1972	1.3040	8.9
Paralel Levha	2	8.2352	1.8870	1.8870	0

Herhangi bir kanal için ($n \neq \infty$) ϕ değerinin hesaplanması:

ϕ değeri, literatürdeki teorik değerler kullanılarak

$$\phi = 1 + \frac{\phi_\infty - 1}{1 + 0.6/(n-1)} \quad (243)$$

şeklinde çıkarılmıştır. Eşitlik (243) ile teorik değerler karşılaştırılmış ve Çizelge 12'de verilmiştir.

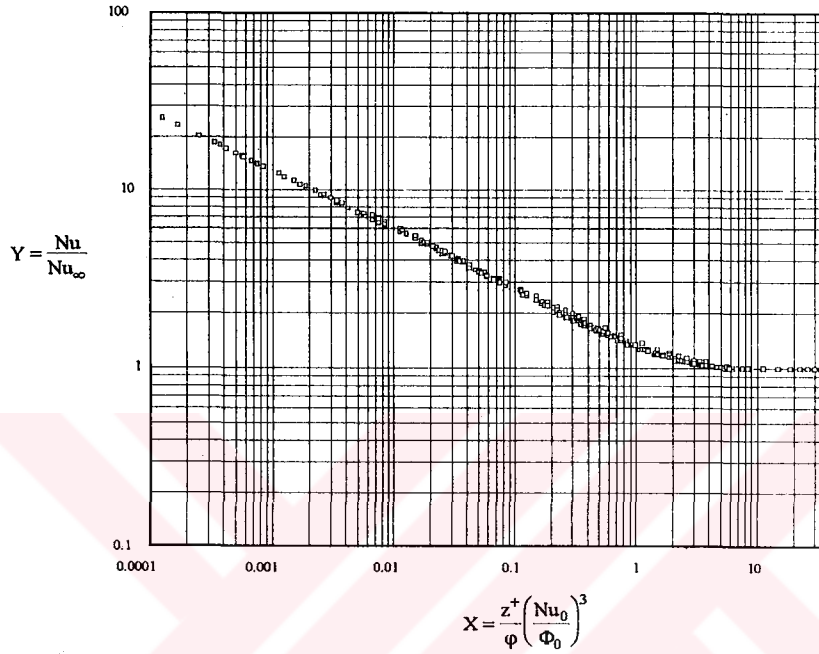
Tablo 12. Eşitlik (243) ile literatürdeki nümerik sonuçların karşılaştırılması

<i>Kanal</i>	d^*	n	ϕ Lit.	ϕ Eş. (243)	$\varepsilon(\%)$
Üçgen	1.000	7.955	0.517	0.513	0.80
	1.000	5.770	0.538	0.530	1.34
	1.000	4.333	0.560	0.552	1.45
	1.000	3.267	0.623	0.618	0.88
	1.000	2.017	0.666	0.667	-0.13
	1.000	1.838	0.686	0.692	-0.75
	1.000	1.783	0.694	0.700	-0.96
	1.000	1.653	0.712	0.724	-1.63
Dikdörtgen	1.000	1.273	0.826	0.834	-0.96
	1.090	1.283	0.835	0.863	-3.34
	1.166	1.309	0.855	0.887	-3.68
	1.333	1.432	0.944	0.960	-1.66
	1.500	1.697	1.098	1.096	0.20
	1.600	1.989	1.221	1.221	0.0
	1.800	3.536	1.524	1.564	-2.67
	1.904	7.018	1.707	1.758	-3.02
	1.960	16.556	1.811	1.844	-1.81
Paralel Levha	2.000	∞	1.8870	1.8870	0
Daire	1.000	1.000	1.000	1.000	0
Elips	1.051	1.004	1.001	0.996	0.43
	1.167	1.048	1.013	0.975	3.74
	1.230	1.100	1.025	0.964	5.94
	1.365	1.341	1.069	0.983	7.98
	1.432	1.624	1.100	1.033	6.13
	1.495	2.236	1.137	1.115	1.90
	1.535	3.394	1.165	1.192	-2.34
	1.546	4.182	1.174	1.219	-5.99
	1.563	8.177	1.189	1.268	-6.68

Çizelgeden görüleceği gibi hata oranları %8.0 ile %-6.7 arasında değişmektedir.

4.4.2.3 Nusselt sayısı için genel eşitlik

Nusselt sayısı için genel eşitlik çıkarmak için, eşitlik (232) tarif edilen X ve Y koordinat dönüşümlerini kullanmak gerekir. Bu koordinat dönüşümünden sonra, çeşitli kanallar için Nusselt değerleri Şekil 57’de görülmektedir.



Şekil 57. Eşitlik (232)'deki tanımlamalara göre nümerik sonuçların gösterilmesi

Şekilde görülen tek eğriye uygun eşitlikler çıkarılmıştır (YILMAZ ve CİHAN, 1995). Bu eşitlikler

$$Y = \left[1 - \frac{0.76}{X^{2/3}} + \frac{2.212}{X} \right]^{1/3} \quad (244)$$

$$Y = 1 + \frac{1.303X^{-1/3}}{(1 + 1.85X^{1/3} + 12.25X^{4/3})^{1/2}} \quad (245)$$

olarak elde edilmiştir. Bu eşitliklerde X ve Y ifadesi açık yazılacak olursa en genel şekilde Nusselt sayısı

$$Nu = Nu_{\infty} \left[1 + \frac{2.212 \phi \Phi_0^3}{z^+ Nu_{\infty}^3} - 0.76 \left(\frac{\phi \Phi_0^3}{z^+ Nu_{\infty}^3} \right)^{2/3} \right]^{1/3} \quad (246)$$

$$Nu = Nu_{\infty} + \frac{1.303 \Phi_0 (z^+ / \phi)^{-1/3}}{\left[1 + 1.85 \left(\frac{z^+ Nu_{\infty}^3}{\phi \Phi_0^3} \right)^{1/3} + 12.25 \left(\frac{z^+ Nu_{\infty}^3}{\phi \Phi_0^3} \right)^{4/3} \right]^{1/2}} \quad (247)$$

olarak elde edilir. Bu eşitlikler çeşitli kanallar için verilen nümerik sonuçlarla karşılaştırılmış ve hata oranları Çizelge 13 ve 14’de verilmiştir.

Çizelge 13. Eşitlik (246) ve (247) ile literatür değerlerinin karşılaştırılması

Kanal	d^*	n	$\varepsilon(\%)$ Eşit. (246)	$\varepsilon(\%)$ Eşit. (247)
Daire	1	1	-2.3/-1.2	1.4/5.1
Paralel Levha	2	∞	-0.4/-6.4	6.0/1.9
Kare	1	1.273	-0.2/-1.9	1.1/4.6
İkizkenar Dik Üçgen	1	1.855	-6.1/0	4.1/6.1
Eşkenar Üçgen	1	1.653	-0.3/2.6	-6.1/6.1
Dikdörtgen	1	1.273	-0.8/-3.9	2.7/5.0
	1.333	1.432	-5.4/0	0.1/4.3
	1.5	1.697	0.6/-3.9	3.4/2.3
	1.6	1.989	1.7/-6.1	5.6/0.8

Çizelge 14. Eşitlik (246) ve (247) ile bizim nümerik sonuçlarımızın karşılaştırılması

Kanal	d^*	n	$\varepsilon(\%)$ Eşit. (246)	$\varepsilon(\%)$ Eşit. (247)
Dikdörtgen	1	1.273	-3.0/-5.6	5.9/6.4
	1.333	1.432	-4.9/-2	3.9/6.3
	1.6	1.989	-0.1/-2.2	2.3/3.5
	1.818	3.851	-2.7/-5.3	4.8/5.8
Dik Üçgen	1	1.855	-2.4/-2.9	4.3/5.6
	1	2.181	-3.8/-3.4	5.2/5.0
	1	3.311	-4.9/-1.5	3.1/5.4
İkizkenar Üçgen	1	1.666	-2.7/-0.1	1.9/5.8
	1	1.855	-2.0/-3.2	5.2/4.8
	1	2.489	-4.6/-3.8	5.5/4.8
Elips	1.051	1.004	-4.7/-1.2	5.4/6.3
	1.1076	1.018	-5.8/-0.8	5.1/5.6
Daire	1	1	-1.3/-2.3	4.0/5.1

Çizelgelerden görüleceği gibi hata oranlarının %-6.1 ile %6.4 arasında değişmektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tez çalışması iki kısımda incelenebilir. Birinci kısımda, kanallarda çeşitli laminar akış türlerinde ısı transferinin hesaplanması için yapılan çalışmalar, ikinci kısımda ise çeşitli kanallarda ısı transferini hesaplayacak genel eşitliklerin çıkarılması olarak sıralayabiliriz. Bilindiği gibi laminar akış dört ayrı türde incelenebilir. Bu çalışmada önce HGA durumu, daha sonra TGA durumu incelenmiştir. TGA durumu için gelişmiş akışta hız dağılımı hesaplanmış ve çeşitli kanallar için ısı transferi katsayıları belirlenmiştir. HGA durumunda elde edilen hızlar HTGA durumu için kullanılmış ve çeşitli Prandtl sayılarında Nusselt sayıları hesaplanmıştır. Çalışmanın ikinci kısımda, TGA durumunda çeşitli kesit alanlı kanallarda sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı sınır şartlarında ısı transferini hesaplayacak genel eşitlikler çıkarılmıştır.

Kanallarda ısı transferinin hesaplanabilmesi için hız ve sıcaklık dağılımlarının bilinmesi gerekir. Önce HGA durumunda Navier-Stokes denklemi yazılmış ve boyutsuz hale getirilmiştir. Aynı zamanda süreklilik denklemi (Türev ve integral formunda) yazılarak boyutsuz hale getirilmiştir. Diferansiyel denklemlerin analitik çözümü bazı özel durumlar hariç imkansız olduğundan, sayısal metodlardan sonlu farklar metodu seçilmiştir.

Çeşitli kesit alanlı kanallarda ısı transferinin hesaplanmak istenmesi sonlu farklar metodundan dolayı bazı sıkıntılar meydana gelmiştir. Kartezyen koordinatlarda sonlu farklar yöntemi uygulanırken, sınıra yakın bölgelerde zorluklar çıkmaktadır. Kanal bölgesi dikdörtgenlerden oluşan ağlara ayrıldığında duvara yakın bölgelerde adım uzunlukları noktadan noktaya değişebilmektedir. Bu durumda sonlu farklar eşitliği bu bölgeye rahatlıkla uygulanamamıştır. Bunun yanında türev ve integral işlemlerinin yapılması da ayrı bir problem olmuştur. Bu problemleri ortadan kaldırmak için kanal bölgesine koordinat transformasyonu yöntemi uygulanmıştır. Koordinat transformasyonu ile $x \rightarrow \epsilon$, $y \rightarrow \eta$ koordinat sistemine dönüştürülmekte ve bütün işlemler yeni koordinatlarda (ϵ, η) yapılmaktadır. Koordinat transformasyonu, sadece x koordinatı yönünde yapılmakta, diğer koordinat y yönünde ise lineer

boyutsuzlaştırma ile yetinilmektedir. Koordinat transformasyonundan sonra kanal kesitinde sabit ε ve η eğrileri oluşmaktadır. Bu eğriler açık olarak çizildiğinde kanal geometrisi kare biçimine gelmektedir. Böylece yeni koordinatlarda kanal geometrisi 0 ile 1 arasında kalmaktadır. Bu dönüşüm yapıldıktan sonra, diferansiyel denklemin yeni koordinatlarda oluşturulması gerekmektedir. Diferansiyel denklem türev zincir kuralı uygulanarak yeni koordinatlarda yeniden oluşturulmuştur. Artık diferansiyel denklem sonlu farklar metodu ile çözülecek hale getirilmiştir. Çünkü kanal bölgesi dikdörtgenlerden oluşan ağlara bölündüğünde her noktada adım uzunlukları oranı eşit olmaktadır. Koordinat transformasyonundan sonra yeni koordinat sistemine geçildiğinden, sınır şartları, ortalama sıcaklık ve integral formundaki süreklilik denkleminin yeniden düzenlenmesi gerekmektedir. Aynı zamanda ortalama ve yerel Nusselt sayısı ifadeleri de yeni koordinatlarda oluşturulmuştur.

Diferansiyel denklemlerin eşit adımlardaki çözümünü göstermiştir ki elde edilen sonuçların istenilen hassasiyette olabilmesi için adım sayısının yeterince yüksek seçilmesi gerekmektedir. Bu durumda kanal bölgesinde, ağ üzerinde nokta sayısı aşırı miktarda artmakta ve bilgisayarın hesaplama süresi uzamaktadır. Hesaplama miktarının artması kesme ve yuvarlatma hatalarının da artmasına sebep olmaktadır. Bunun yerine nokta sayısını artırmadan, hız ve sıcaklık gradyanının çok hızlı değiştiği duvara yakın kısımlarda nokta yoğunluğunun artırılması düşünülmüştür. Bu sistemde adım uzunlukları sürekli olarak değiştirilebilmektedir. Herhangi bir düğüm noktasında adım uzunlukları oranları sıklık derecesi olarak tanımlanmıştır. Sıklık derecesi birden büyük seçildiğinde nokta yoğunluğu duvara yaklaşmakta, birden küçük seçildiğinde ise duvardan uzaklaşmaktadır. Bilgisayar programında ε ve η yönünde sıklık derecesi verildiğinde kanaldaki en küçük adım uzunluğu bulunmakta ve her düğüm noktasındaki adım uzunlukları hesaplanmaktadır. Bu sistemden görüleceği gibi düğüm noktalarındaki adım uzunlukları eşit olmamaktadır. Oysa sonlu farklar türev formülleri eşit adımlar için olduğundan farklı adımlarda yeniden çıkarılması gerekmektedir. Diferansiyel denklemde birinci, ikinci ve kısmi türev ifadeleri bulunmaktadır. Bu türev büyüklükleri farklı adımlarda yeniden oluşturulmuş ve her düğüm noktasında yazılarak matrislerde depolanmıştır.

Diferansiyel denklemlerin çözümünde en büyük problemlerden biri de stabilite sorunudur. Diferansiyel denklemlerin çözümünün stabil olmasını sağlamak için implisit yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemde bilinenler düzleminin $(1-\beta)$ katı, bilinmeyenler düzleminin β katı toplanarak, diferansiyel denklem yeniden oluşturulur. Burada β sayısı 0 ile 1 arasında değişen sabit bir sayı olup, mevcut hesaplamalarda $\beta=0.75$ değeri alınmıştır.

Kanal bölgesi ε yönünde n ve η yönünde m adım sayısında dikdörtgen ağlara bölünmektedir. Sonlu farklar türev formülleri diferansiyel denklemde yerine yazılması ile elde edilen sonlu farklar eşitliği, ağdaki tüm noktalara uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulmuştur. HGA durumunda lineer denklem takımında bilinmeyen sayısı $n \times m + 1$ dir. Buradaki fazladan gelen bilinmeyen sayısı basınçtır. Dolayısıyla lineer denklem takımının çözülebilmesi için bir denkleme daha ihtiyaç vardır. Bu denklem integral formundaki süreklilik denklemidir. Lineer denklem takımının çözümünde iki yöntem uygulanmıştır. Birinci yöntemde her iki matris tek bir matris altında toplanarak ortak çözülmüştür. İkinci metotta ise lineer denklem takımları ayrı ayrı çözülmüştür. Bunun için önce başlangıç bir P^* değeri seçilmekte ve eksenel hız w^* değerleri bulunmaktadır. Bulunan hızlar integral formunda süreklilik denkleminin kullanıldığı bir katsayıda yerine yazılmaktadır. Eğer P^* tahmini değeri doğru seçildi ise bu katsayı bire eşit olmaktadır. Ancak hız değerleri doğru değilse bu katsayı (Oran) birden farklı çıkacaktır. Bu durumda P^* değerinin yanlış seçildiği düzeltilmesi gerektiği anlaşılmaktadır. Yeniden P^* değeri bu katsayı kullanılarak düzeltilerek lineer denklem takımı yeniden çözülmektedir. Önceden verilen hata oranından küçük oluncaya kadar iterasyona devam edilmektedir. Hesaplamalarda bu maksimum bağıl hata 10^{-4} olarak alınmıştır. Birkaç iterasyon sonra P^* lineer denklem takımının gerçek değeri olarak bulunur ve w^* değerleri ise lineer denklem takımının çözüm kümesi olmaktadır. Mevcut hesaplamalarda ikinci yöntem tercih edilmiştir. Bunu sebebi birinci yöntemde lineer denklem takımının katsayılar matrisinin köşegen üzerindeki son elemanın sıfır olması, çözümlerde sıkıntılara yol açmıştır. Birinci yöntemde bazı durumlarda lineer denklem takımında yakınsama problemi oluşmuş ancak ikinci yöntemde bu problem ortaya çıkmamıştır.

HGA durumunda Navier-Stokes ve süreklilik denklemi çeşitli kesit alanlı kanallar için çözülerek, basınç kayıpları, giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayıları ve sürtünme katsayıları hesaplanmıştır. Ayrıca kanal kesitinde hız dağılımlarının giriş uzunluğu ile değişimi incelenmiştir. Hız dağılımları çizilirken dairesel ve kare kesitli kanallar için giriş uzunluğunun $z^*=10^{-3}, 410^{-3}, 10^{-2}, 410^{-2}, 610^{-2}$ ve 0.1'deki hız değerleri alınmıştır. Bu giriş uzunluğu değerleri kanal kesitindeki hız profilinin gelişmesini göstermesi açısından en uygun değerler olmaktadır. Eşkenar üçgen kanalda hız profillerinin giriş uzunluğu $z^*=810^{-4}, 410^{-3}, 10^{-2}, 210^{-2}, 410^{-2}$ ve 610^{-2} değerler alınmıştır. Bu hız profilleri daire ve kare kanal için ε koordinatı yönündeki, eşkenar üçgen kanal için η koordinatı yönünde yükseklik üzerindeki hızlardır. Yazılan bilgisayar programları ile eliptik, dikdörtgen, dik üçgen ve ikizkenar üçgen kesit alanlı kanallar için çeşitli uzunluk oranlarında çözümler yapılmıştır. Kanal bölgesinde en büyük adım sayısı 40×40 , sıklık derecesi ise ε yönünde $s_\varepsilon=1.1$ ve η yönünde $s_\eta=1.1$ olarak alınmıştır. Akış yönündeki en küçük adım uzunluğu $\Delta z=10^{-6}$ alınarak çözümlere başlanmış ve adım uzunluğu kademeli olarak arttırılmıştır. Giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayısının $K(z)$ hesaplanabilmesi için gelişmiş akıştaki biçim faktörlerinin (ϕ) bilinmesi gerekir. Bu değerler gelişmiş akıştaki Navier-Stokes denkleminin çözümünden elde edilmiştir. HGA durumunda $z \rightarrow \infty$ için akış gelişmiş olduğundan $K(z)$ değeri sabit bir değer almaktadır. Literatürdeki ve bulunan $K(\infty)$ değerlerinin uyum içerisinde olduğu görülmüştür. Kanallarda basınç kayıp katsayısının giriş uzunluğu ile değişimide incelenmiştir. Bu ifade (ξ_m) $z^* \rightarrow \infty$ için sabit bir değer almakta olup, bu değer gelişmiş akıştaki ξ_∞ değerine eşit olmaktadır. Kanal kesitinde hız profilinin giriş uzunluğu ile değişiminin yanında maksimum hızın z^* ile değişimi de incelenmiştir. Daire, kare ve eşkenar üçgen kanal için maksimum hızın giriş uzunluğu ile verilmiştir. HGA durumunda akışın nerede gelişmiş olduğunun anlaşılabilmesi için maksimum hızın değeri önemli olmaktadır.

TGA durumunda ısı transferinin hesaplanabilmesi için enerji denklemi çeşitli kanallar için nümerik olarak çözülmüştür. TGA durumunda kanala hız profili gelişmiş akış durumunda girdiğinden, önce gelişmiş akışta Navier-Stokes denklemi

çözölmüştür. Çeşitli kanallar için (Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve elipsin çeşitli uzunluk oranlarında) yapılan çözümlerde, gelişmiş akış için biçim faktörleri (ϕ) hesaplanmış ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Aynı zamanda adım sayısının etkisini görebilmek için 10×10 , 20×20 ve 40×40 adım sayılarında çözümler yapılmıştır. Çizelge 1'de verilen sonuçlarda literatür ve hesap değerlerinin gayet iyi bir uyum içerisinde olduğu görölmektedir. Bunun sonucu olarak, gelişmiş akışta kanal kesitindeki hız profilinin yeterli hassasiyette hesaplanabildiği söylenebilmektedir. Kanallarda çeşitli uzunluk oranlarında ($\alpha^*=1.5, 1, 0.75$) gelişmiş akıştaki hız dağılımları verilmiştir. İkizkenar üçgen ve dik üçgende hız profillerine dikkat edilecek olursa, maksimum hızın yaklaşık kanal yüksekliğinin $1/3$ 'de meydana gelmektedir. Bilindiği gibi bu nokta kanalın ağırlık merkezine denk düşmektedir.

TGA durumunda ısı transferi iki sınır şartında (Sabit ısı akımı ve sabit duvar sıcaklığı) hesaplanmışır. Çeşitli kanallar için kanal kesitindeki hız profillerinin yanında sıcaklık profillerinin giriş uzunluğu ile değişimi de incelenmiştir. Aynı zamanda ortalama Nusselt sayısının çeşitli uzunluk oranlarında ($\alpha^*=1, 0.25$) giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir. TGA durumunda $z^+=10^{-5}$ alınarak çözümlere başlanmış ve akış yönündeki adım uzunluğu kademeli olarak artırılmışır. $z^+ \rightarrow 0$ için kanallarda sıcaklık profili gelişirken ortalama Nusselt sayısı lineer olarak azalmakta, belirli bir giriş uzunluğundan sonra sıcaklık profili geliştiğinden ortalama Nusselt sayısı da sabit bir değer almaktadır. Sıcaklık dağılımları kare, ikizkenar üçgen ($\alpha^*=1$), dik üçgen ($\alpha^*=1$) ve dairesel kesit alanlı kanallarda incelenmiştir. SDS sınır şartında kare, ikizkenar üçgen ve dik üçgen kanalda sıcaklık dağılımları giriş uzunluğunun $z^+=10^{-3}, 610^{-3}, 10^{-2}, 210^{-2}$ ve 410^{-2} 'deki değerleri alınmıştır. Dairesel kanalda ise giriş uzunluğunun $z^+=10^{-3}, 10^{-2}, 410^{-2}, 610^{-2}, 0.1$ ve 0.2 'deki sıcaklık değerleri alınmıştır. Şekillerden de göröleceği gibi $z \rightarrow \infty$ için sıcaklık profilleri gelişmiş olmaktadır. TGA durumunda sabit duvar sıcaklığı sınır şartlarında ortalama sıcaklığın giriş uzunluğu ile değişimi verilmiştir. Şekillerden de göröleceği üzere sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımında akışkan duvardan itibaren ısınmağa başlamakta ve z^+ belirli bir uzunluğa geldiğinde sıcaklık profili gelişmektedir. Diferansiyel denklemin çözümünden elde edilen Nusselt

değerleri kanallarda ısı transferini hesaplayacak genel eşitlikler kullanılmak üzere dosyalarda saklanmıştır.

HGA durumunda elde edilen hız değerleri (u^* , v^* , w^*) her Δz adım uzunluğunda dosyalara yazdırılmaktadır. Örneğin kanal bölgesi 40×40 adım sayısına bölündüğünde, $40 \times 40 \times 3$ adet hız değeri her Δz adım uzunluğunda elde edilmektedir. HTGA durumunda ısı transferi hesaplanırken, HGA durumundaki tüm parametreler aynen geçerli olup, adım sayısı, sıklık derecesi ve akış yönündeki adım uzunluğunda herhangi bir değişiklik yapılmamaktadır. Hesaplamalarda daire, kare ve eşkenar üçgen için Nusselt sayısının çeşitli Prandtl sayılarında ($Pr=0, 0.7, 5, 20, \infty$) giriş uzunluğu ile değişimi incelenmiştir. Burada $Pr=0$ çözümü, TGA durumunda hız dağılımının üniform ($w^*=1$) alınarak yapılan çözümünden elde edilmiştir. $Pr=\infty$ çözümü ise gelişmiş akıştaki hız profili kullanılarak TGA durumundan elde edilen sonuçlar alınmıştır. Çeşitli Prandtl sayılarında elde edilen çözümler tek bir şekil üzerinde gösterilerek Nusselt sayısının giriş uzunluğu ile değişimi incelenmiştir.

Yapılan literatür araştırmasında çeşitli kesit alanlı kanallarda ısı transferini hesaplayacak genel eşitliklere rastlanmamıştır. Ancak bazı çalışmalarda belirli geometrilerde ve yalnız o geometrinin uzunluk oranlarına bağlı olarak eşitlikler verilmektedir. Bu çalışmada çıkarılan genel eşitlikler özellikle kompakt ısı eşanjörlerinin boyutlandırılmasında ve optimizasyonunda büyük kolaylık sağlayacağı açıktır. Bu eşitlikler TGA durumunda, sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı sınır şartlarında geçerlidir. Eşitlikler literatürde bulunan teorik değerlerle karşılaştırılmış ve bağıl hataları çizelgelerde verilmiştir. Sabit duvar sıcaklığı sınır şartında geçerli genel eşitliklerdeki maksimum hata $\%-8.7/+8.0$, sabit ısı akımında geçerlili genel eşitliklerde maksimum hata ise $\%-6.1/+6.4$ arasında kalmaktadır.

Diferansiyel denklemin çözümünde adım sayısı en fazla 40×40 olarak alınmıştır. Adım sayısının artırılması çözüm süresini de uzatmaktadır. Çözüm süresi kullanılan bilgisayarın hızına bağlı olmaktadır. Daha hızlı bilgisayarların kullanılması ile istenilen adım sayısına çıkmak mümkün olacaktır. Koordinat transformasyonu yöntemi

ile birçok kanalda çözüm yapılabilir, ancak bu çalışmada dört farklı kanal (Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen ve elips) seçilmiştir. Bu yöntemle çeşitli kesit alanlı kanallarda ısı transferi katsayısı rahatlıkla hesaplanabilecektir. SDS ve SIA sınır şartlarında çıkarılan eşitlikler TGA durumu için geçerlidir. Bundan sonraki çalışmalarda HTGA durumunda geçerli genel eşitliklerin çıkarılması önerilebilir.



ÖZET

Bu çalışmada, çeşitli kesit alanlı kanallarda dört ayrı laminar akış türünde (HGA, TGA, HTGA ve GA) ısı transferi katsayısı çeşitli sınır şartlarında (Sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı) nümerik olarak hesaplanmıştır. Kanallarda ısı transferinin hesaplanması için Navier-Stokes ve enerji denkleminin birlikte çözülmesi gerekir. Hidrodinamik olarak gelişmekte olan akışta (HGA) Navier-Stokes denklemi çeşitli kanallarda çözülerek hız dağılımları, basınç kayıpları, sürtünme katsayıları ve giriş bölgesi ek basınç kayıp katsayıları bulunmuştur. Bulunan hız dağılımları enerji denklemine taşınarak sıcaklık dağılımları, ortalama ve yerel Nusselt sayıları hesaplanmıştır. Diferansiyel denklemlerin çözümünde sayısal metodlardan değişken adımli sonlu farklar metodu kullanılmıştır. Sonlu farklar metodunun kanal bölgesine uygulanmasında bazı zorluklar meydana gelmiştir. Özellikle bu zorluklar koordinat sistemine göre düzgün geometriye sahip olmayan kanallarda duvara yakın bölgelerdeki noktalarda ortaya çıkmıştır. Buralarda adım uzunluklarının eşit olmaması türev ve integral işlemlerinde sıkıntılara yol açmıştır. Duvara yakın bölgelerde adım uzunluklarının eşit olmaması, türev büyüklüklerinin yeniden oluşturulmasını gerektirmektedir. Bu durum diferansiyel denklemlerin sistematik çözümünü engellemektedir. Bu gibi zorlukları ortadan kaldırmak için kanal bölgesine koordinat transformasyonu yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntemle kanal geometrisi kare biçimine getirilmekte ve yeni koordinat sistemine geçilmektedir. Koordinat transformasyonundan sonra kare biçimine getirilen kanal geometrisine sonlu farklar metodunun uygulaması kolaylaşmaktadır. Aynı zamanda türev ve integral işlemleri rahatlıkla yapılabilmektedir.

Bilindiği gibi, diferansiyel denklemlerin çözümlerinin istenilen hassasiyette olabilmesi için adım sayılarının yeterince yüksek alınması gerekmektedir. Bu durumda adım sayısının yüksek alınması işlem yükünü artırmakta ve hesaplama süresi de uzamaktadır. Bu olumsuz durumu önlemek için duvara yakın yerlerde nokta yoğunluğu artırılan bir sistem düşünülmüştür. Bu sistemde adım uzunluklarına bağlı olarak sıklık derecesi adında bir sayı tanımlanmış olup, sıklık derecesi ile kanaldaki

nokta yoğunluğu istenildiği gibi ayarlanmaktadır. Sıklık derecesi birden büyük seçildiğinde nokta yoğunluğu duvara yaklaşmakta, birden küçük seçildiğinde ise duvardan uzaklaşmaktadır. Dolayısıyla herhangi bir noktadaki adım uzunlukları eşit olmamaktadır. Adım uzunluklarının eşit olmaması nedeniyle, türev büyüklükleri ve integral formülleri değişken adım uzunluğunda yeniden çıkarılmıştır. Farklı adımlarda çıkarılan türev büyüklükleri diferansiyel denklemlerde yerine yazılarak sonlu farklar eşitliği elde edilmiştir.

Diferansiyel denklemin çözümünün stabil olabilmesini sağlamak için implisit yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemle diferansiyel denklemin daha hızlı yakınsaması sağlanabilmektedir. Bu yöntemde bilinenler düzleminin $(1-\beta)$ katı bilinmeyenler düzleminin β katı alarak sonlu farklar eşitliği yeniden oluşturulmuştur. β katsayısı 0 ile 1 arasında değişen sabit bir sayı olup, $\beta=0.5$ Crank-Nicholson yöntemi olarak adlandırılmaktadır. Yapılan hesaplamalarda $\beta=0.75$ olarak alınmıştır.

Sonlu farklar eşitliği başlangıç ve sınır şartları altında yeni koordinatlarda meydana getirilen ağ sistemine uygulanarak lineer denklem takımı oluşturulmuştur. Bant genişliği 9 ve bol sıfırlı katsayılar matrisine sahip olan lineer denklem takımının çözümü dolaylı metodlardan Gaus-Seidel iterasyon metodu ile yapılmıştır.

Navier-Stokes denkleminin çözümünden elde edilen hızlar (u,v,w) her Δz adımda matrislerde depolanarak sonradan kullanılmak üzere dosyalarda saklanmaktadır. Enerji denkleminin çözümü Navier-Stokes denkleminde olduğu gibi aynı metotla çözülmüştür. Hidrodinamik ve termik olarak gelişmekte olan akışta (HTGA) enerji denkleminin çözümü ile kanal kesitindeki sıcaklık dağılımları, ortalama sıcaklık, ortalama ve yerel Nusselt sayıları hesaplanmıştır. Aynı zamanda enerji denklemi çeşitli Prandtl sayılarında ($Pr=0, 0.7, 5, 20$ ve ∞) çözülmüştür. $Pr=\infty$ çözümü gelişmiş akıştaki hız dağılımı kullanılarak TGA durumundan, $Pr=0$ çözümü ise, $w^*=1$ alınarak TGA durumundaki çözümünden elde edilmiştir.

Termik olarak gelişmekte olan akışta (TGA) ısı transferinin hesaplanabilmesi için gelişmiş akışta hız dağılımının bilinmesi gerekir. Bunun için gelişmiş akışta Navier-Stokes denklemi çözülerek hız dağılımları ve gelişmiş akış için biçim faktörleri hesaplanmıştır. Bulunan hız dağılımları kullanılarak TGA durumunda enerji denklemi yardımı ile çeşitli kanallar için (Dikdörtgen, daire, kare, dik üçgen, ikizkenar üçgen ve elips) Nusselt sayıları hesaplanmıştır.

Yapılan literatür araştırmasında çeşitli kesit alanlı kanallarda ısı transferini hesaplayacak genel eşitliklere rastlanmamıştır. Termik olarak gelişmekte olan akış durumunda sabit duvar sıcaklığı ve sabit ısı akımı sınır şartı durumlarında ısı transferini hesaplayacak genel eşitlikler çıkarılmıştır. Bu eşitlikler mevcut nümerik ve literatürdeki teorik değerlerle karşılaştırılmış olup, maksimum hata SDS sınır şartında $\%-8.0/+8.7$, SIA sınır şartında ise $\%-6.1/+6.4$ arasında değişmektedir.

SUMMARY

In this work, heat transfer coefficients for four types of laminar (HGA, TGA, HTGA and GA) ducts flows were numerically calculated for various boundary conditions in several cross-sectional ducts. To calculate heat transfer in ducts, Navier-Stokes and energy equations must be solved simultaneously. Velocity distributions, pressure drops, friction factors and incremental pressure drop numbers were calculated by solving Navier-Stokes equation for hydrodynamically developing flow (HGA) in various ducts. Also temperature distributions, local and mean Nusselt numbers were obtained transporting the velocity distributions to energy equation. Variable step finite difference method was employed to solve the differential equations. We encountered with a series of difficulties while applying the method to channel region. These difficulties has especially arisen near the walls of the non-uniform channel geometries. In these regions integral and derivations caused the difficulties due to different grid spaces. It was necessary to rearrange the derivation and integral formulas if grid points were not equal near walls. This situation doesn't permit to reach a systematic way to solve the equations. Coordinate transformations were applied to channel region for the elimination of the arising difficulties. Channel geometries were transformed to square and then new coordinate system was used. Application of the finite difference method to square shaped channel geometry becomes easy after transformation and, derivation and integration were also calculated easily.

As already known that the accurate solutions can be obtained when the grid lines are fine. But computation times will be longer due to increasing arithmetic operations. To prevent this unwanted situation, we developed a method to obtain fine grids near walls. In this method, a number called 'fining scale' which depends on size was described and the number of the grid lines in the channel can be easily adjusted by this fining scale. If fining scale is greater than 1, grid spaces contract while closing the wall. Otherwise, if fining scale is smaller than 1 grid spaces expand. This means none of the grid spaces can be equal. Derivation and integration formulas were derived for

variable step sizes. Obtained derivation formulas were written in differential equations and finite difference equations were found.

An implicit method was used for stability. Faster convergence can be achieved by using this method. In this method, knowns and unknowns were multiplied by β and $(1-\beta)$ respectively and then finite difference equation was rewritten. β number varies between 0 and 1. The method is called as Crank-Nicholson method if β is 0.5. $\beta=0.75$ was used in this work.

Finite difference equation was applied to new grid system and obtained a system of linear equations. Band width of the obtained matrix from the system of linear equations was 9 and the other elements of the matrix was zero. This band matrix was solved using Gauss-Seidel iterative method.

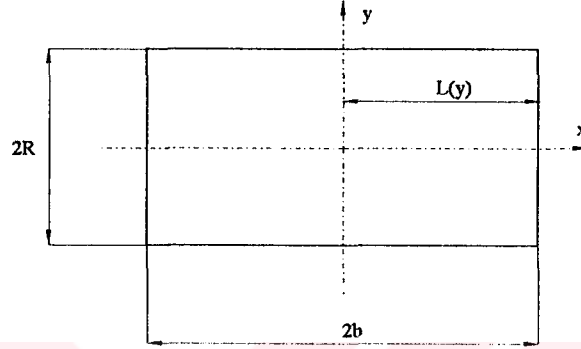
Obtained velocities (u , v , w) were stored for each Δz in matrixes to use later. Energy equation was solved using the same method as Navier-Stokes. Temperature distributions, mean temperatures and mean and local Nusselt number in the channel were calculated for thermally and hydrodynamically developing flows. Also, the equations were solved for various Pr number such as 0, 0.7, 5, 20 and ∞ . $Pr=\infty$ is obtained when the flow is hydrodynamically developed and thermally developing flow and $Pr=0$ was obtained when the flow is thermally developing flow (TGA) and $w^*=1$.

Velocity distribution must be known to calculate heat transfer for thermally developing flow (TGA). For this reason, velocity distributions and shape factors for fully developed flows was calculated solving Navier-Stokes equations. Nusselt number for thermally developing flows (TGA) in various channels (Rectangular, circular, square, rightangle triangular, equilateral triangular and ellipse) were calculated by the aid of the velocity distribution.

Literature survey showed that there is no general equation which can calculate the heat transfer in various cross-sectional ducts. General equations for constant wall temperature and constant heat flux were derived to calculate heat transfer for thermally developing flow (TGA). The results of these equations were compared with available numerical and theoretical results and maximum deviations were between -8% and +8.7% for constant wall temperature and -6.1% and +6.4% for constant heat flux.

EK 1

$\nabla^2 F$ ifadesini çeşitli geometrilerdeki kanallarda oluşturmak için (47) eşitliğindeki diferansiyel büyüklüklerin katsayılarını hesaplamak gerekir. Burada dikdörtgen, ikizkenar üçgen ve elips kesit alanlı kanallar için örnek hesaplama yapılacaktır.



Şekil E.1.1 Dikdörtgen bir kanal için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi

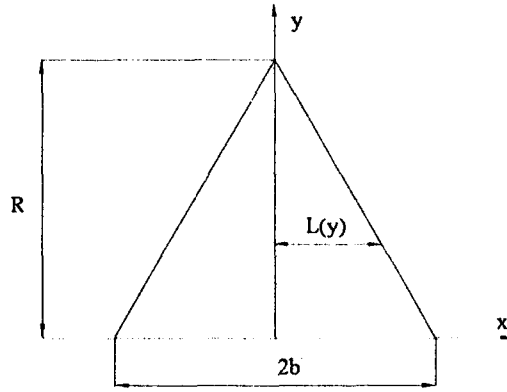
Şekil E.1.1'den görüleceği gibi, dikdörtgen bir kanalda, kanal kesit alanını tarayan uzunluk $L(y)$, y koordinatı ile değişmediğinden

$$L(y) = b, \quad f_L = 0, \quad \frac{\partial f_L}{\partial \eta} = 0 \quad (E1.1)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler (47) eşitliğinde yerine yazılırsa $\nabla^2 F$ ifadesi

$$\nabla^2 F = \frac{1}{R^2} \left\{ \alpha^{*2} \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \right\} \quad (E1.2)$$

olarak elde edilir. Burada $\alpha^* = 2R/2b$ olup, dikdörtgenin kenar uzunlukları oranıdır.



Şekil E.1.2. İkizkenar üçgen için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi

Aynı işlem ikizkenar üçgen için yapılacak olursa,

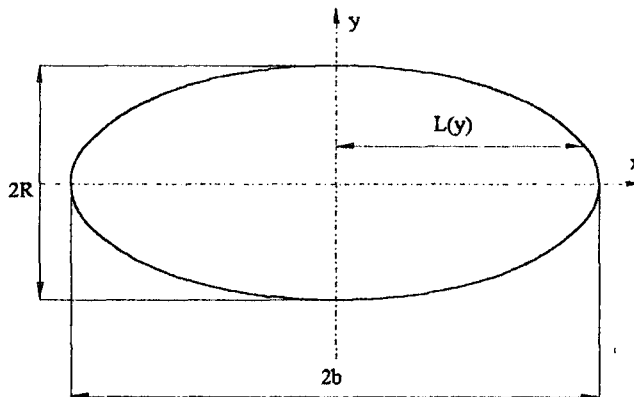
$$L(y) = b[1 - (y/R)], \quad f_L = -\frac{1}{R} \frac{1}{(1-\eta)}, \quad \frac{\partial f_L}{\partial \eta} = -\frac{1}{R} \frac{1}{(1-\eta)^2} \quad (E1.3)$$

şeklinde elde edilir. Bu ifadeler eşitlik (47)'de yerine yazılırsa

$$\nabla^2 F = \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{\alpha^{*2}}{4} \frac{(\epsilon^2 + 1)}{(1-\eta)^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon^2} + \frac{2\epsilon}{(1-\eta)^2} \frac{\partial F}{\partial \epsilon} + \frac{2\epsilon}{(1-\eta)} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \right\} \quad (E1.4)$$

olarak elde edilir. Şekil E.1.2'de ikizkenar üçgen için $L(y)$ uzunluğu görülmektedir.

Burada $\alpha^* = R/2b$ olup, ikiz kenar üçgenin kenar uzunluğu oranıdır.



Şekil E.1.3. Eliptik bir kanal için $L(y)$ uzunluğunun gösterimi

Son olarak eliptik bir kanal için hesap yapılırsa

$$L(y) = b[1 - (y/R)]^{0.5}, \quad f_L = -\frac{1}{R} \frac{\eta}{(1-\eta^2)}, \quad \frac{\partial f_L}{\partial \eta} = -\frac{1}{R} \frac{(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2} \quad (E1.5)$$

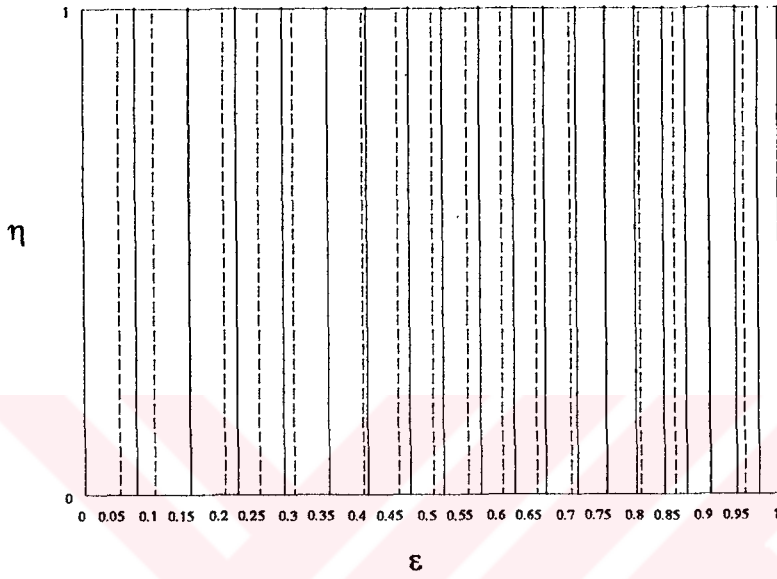
şeklinde bulunur. Bu değerler (47) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\nabla^2 F = \frac{1}{R^2} \left\{ \frac{(\alpha^{*2} + \eta^2)}{(1-\eta^2)} \frac{\partial^2 F}{\partial \epsilon^2} + \frac{(2\epsilon\eta^2 + \epsilon)}{(1-\eta^2)^2} \frac{\partial F}{\partial \epsilon} + \frac{2\epsilon(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \left(\frac{\partial F}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \right\} \quad (E1.6)$$

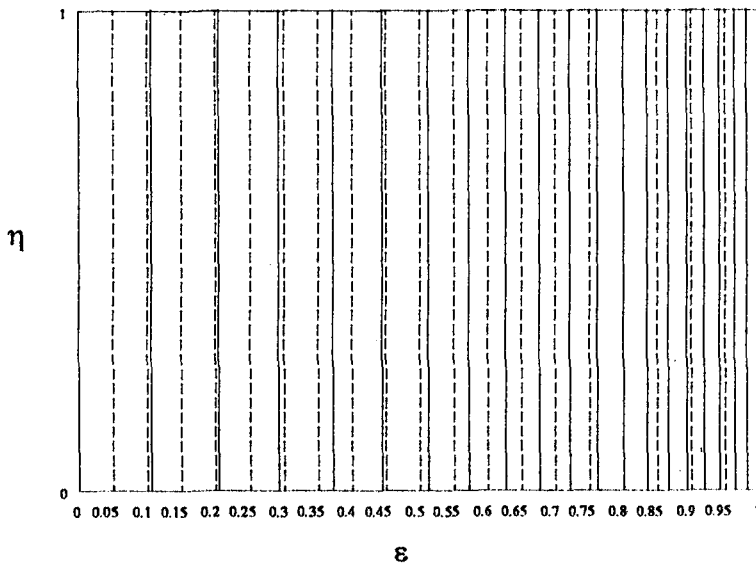
yeni koordinatlarda elde edilir. Burada $\alpha^* = R/b$ olup, $\alpha^* = 1$ olması durumunda kanal geometrisi dairesel kesit alanı temsil etmektedir. Şekil E.1.3'te eliptik bir kanalda $L(y)$ uzunluğu görülmektedir.

EK II

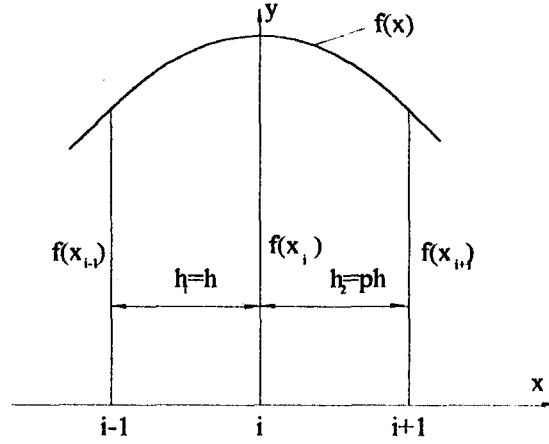
Şekil E.2.1 ve E2.2'de görülen kesikli çizgiler eşit adım uzunluğundaki ağ yapısını, sürekli çizgiler ise farklı adım uzunluğundaki ağ yapısını göstermektedir.



Şekil E.2.1. Sıklık derecesi $s_e=1.05$ alındığında kanal kesitindeki ağ görünüşü ($n=20$)



Şekil E.2.2. Sıklık derecesi $s_e=1.1$ alındığında kanal kesitindeki ağ görünüşü ($n=20$)

EK III

Şekil E.3.1. Farklı adım uzunluğunda Simpson İntegral Metodu.

Bilindiği gibi, sonlu farklar formülleri ve integral formülleri eşit adımlarda çıkarılmış olup, farklı adım uzunluğunda yeniden çıkarılması gerekmektedir. Farklı adım uzunluğunda Simpson Metodu birim alan için

$$dA = \frac{h}{3} \frac{(p+1)}{2p} [(2p-1)f(x_{i+1}) + (p+1)^2 f(x_i) + p(2-p)f(x_{i-1})] \quad (E2.1)$$

şeklindedir. (SALVADARI ve BARON, 1966). Şekil E.3.1'den görüleceği gibi adım uzunlukları oranları ($p=h_2/h_1$), fonksiyon değerleri ise $f(x)$ dir. Eşit adım uzunluğunda $p=1$ olacağından birim alan için

$$dA = \frac{h}{3} [f(x_{i+1}) + 4f(x_i) + f(x_{i-1})] \quad (E2.2)$$

şeklindedir.

EK IV

Çeşitli kesit alanlı kanallar için, diferansiyel denkleminde kullanılan hidrolik çap oranı ($DHR=d_h/R$) ve alan oranı ($r^*=R^2/A$), uzunluk oranlarına (α^*) bağlı olarak aşağıda verilmiştir. Burada R , kanalın y koordinatındaki uzunluğu olup Şekil E.1.1., E.1.2. ve E.1.3.'de görülmektedir.

Dikdörtgen:

$$DHR = \frac{4}{(\alpha^* + 1)}, \quad r^* = \alpha^* \quad (E4.1)$$

Dik üçgen:

$$DHR = \frac{2}{(\alpha^* + 1 + \sqrt{\alpha^{*2} + 1})}, \quad r^* = 2\alpha^* \quad (E4.2)$$

İkizkenar üçgen:

$$DHR = \frac{2}{(1 + \sqrt{4\alpha^{*2} + 1})}, \quad r^* = 4\alpha^* \quad (E4.3)$$

Elips:

$$DHR = \frac{4}{[E(\gamma)(1 + \alpha^*)]}, \quad r^* = \frac{4}{\pi}\alpha^* \quad (E4.4)$$

Burada $E(\gamma)$ eliptik kanal ait boyutsuz sayı olup, eşitlik (E3.4)'da verilmiştir.

EK V.

Dikdörtgen, ikizkenar üçgen, dik üçgen, ve eliptik kesit alanlı kanallar için d^* ve n formülleri aşağıda verilmiştir. Formüllerdeki α^* uzunluk oranları olup şekil 27’de gösterilmiştir.

Dikdörtgen:

$$d^* = \frac{2}{(\alpha^* + 1)}, \quad n = \frac{(\alpha^* + 1)^2}{\pi \alpha^*} \quad (E3.1)$$

İkizkenar Üçgen:

$$d^* = 1, \quad n = \frac{(1 + \sqrt{4\alpha^{*2} + 1})^2}{2\pi \alpha^*} \quad (E3.2)$$

Dik üçgen:

$$d^* = 1, \quad n = \frac{(1 + \alpha^* + \sqrt{\alpha^{*2} + 1})^2}{2\pi \alpha^*} \quad (E3.3)$$

Elips:

$$d^* = \frac{2}{(1 + \alpha^*)E(\gamma)}, \quad n = \frac{(1 + \alpha^*)^2 E(\gamma)^2}{4\alpha^*}$$
$$E(\gamma) = 1 + \frac{\gamma^2}{4} + \frac{\gamma^4}{64} + \frac{\gamma^6}{256} + \frac{25\gamma^8}{16384} + \dots \quad (E3.4)$$

$$\gamma = \frac{(1 - \alpha^*)}{(1 + \alpha^*)}$$

EK VI**C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA DİK ÜÇGENDE
NAVIER-STOKES DENK. ÇÖZER****C**

```

    IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
    DIMENSION P(60,60), S(60,60), R(60,60),
    GAMA(60,60), TETA(60,60)
    DIMENSION W(60,60), WB(60,60)
    DIMENSION XNUW(60), TOP(60)
    OPEN(6, FILE='UK1', FORM='FORMATTED',
    STATUS='NEW')
    ALFAX=1.0
    N=20
    M=20
    H=1./N
    XK=1./M
    DO 1 I=2,N
    DO 2 J=2,M
    W(I,J)=1.
    WB(I,J)=1.
  2 CONTINUE
  1 CONTINUE
    DO 3 I=1,N+1
    W(I,1)=0.
    W(I,N+1)=0.
  3 CONTINUE
    DO 4 J=1,M+1
    W(1,J)=0.
    W(M+1,J)=0.
  4 CONTINUE
    DO 6 I=2,N
    EPSI=H*(I-1)
    DO 7 J=2,M
    XNU=XK*(J-1)
    AUS=(ALFAX**2+EPSI**2)/(1.-XNU)**2
    BUS=(2.*EPSI)/(1.-XNU)**2
    HUS=(2.*EPSI)/(1.-XNU)
    ALFA=AUS/(H*H)
    BETA=BUS/(2.*H)
    GAMA(I,J)=HUS/(4.*H*XK)
    TETA(I,J)=1./XK**2
    P(I,J)=ALFA-BETA
    S(I,J)=ALFA+BETA
    R(I,J)=2.*(ALFA+TETA(I,J))
  7 CONTINUE
  6 CONTINUE
100 XMAX=0.
    DO 8 J=M,2,-1
    DO 9 I=N,2,-1
    IF(I.EQ.N) W(I+1,J)=0.
    IF(J.EQ.M) W(I,J+1)=0.
    X1=P(I,J)*W(I-1,J)+S(I,J)*W(I+1,J)
    X2=GAMA(I,J)*(W(I+1,J+1)+W(I-1,J-1))-W(I-
    1,J+1)-W(I+1,J-1))
    X3=TETA(I,J)*(W(I,J-1)+W(I,J+1))
    W(I,J)=(X1+X2+X3+1.)/R(I,J)
    BH=ABS(W(I,J)-WB(I,J))/W(I,J)
    WB(I,J)=W(I,J)

```

```

    IF(BH.GT.XMAX) XMAX=BH
  9 CONTINUE
  8 CONTINUE
    WRITE(*,*) XMAX
    IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
    DO 10 J=2,M
    XKSI=XK*(J-1)
    XNUW(J)=(1.-XKSI)
    TP=0.
    DO 11 I=2,N,2
    TP=TP+W(I-1,J)+4.*W(I,J)+W(I+1,J)
  11 CONTINUE
    TOP(J)=TP
  10 CONTINUE
    TPL=0.
    DO 12 J=2,M,2
    TPL=TPL+TOP(J-1)*XNUW(J-1)+4.*TOP(J)*
    XNUW(J)+TOP(J+1)*XNUW(J+1)
  12 CONTINUE
    XKP=TPL*H*XK/9
    XKP=1./(2.*XKP)
    Y1=(ALFAX+1.+SQRT(ALFAX**2+1.))**2
    FIX=XKP/(8.*Y1)
    DO 13 J=2,M
    DO 14 I=2,N
    WRITE(6,*) W(I,J)*XKP
    WRITE(*,*) W(I,J)*XKP
  14 CONTINUE
  13 CONTINUE
    I=10
    DO 99 J=1,M+1
  C   WRITE(6,*) (J-1)*XK,W(I,J)*XKP
  C   WRITE(*,*) (J-1)*XK,W(I,J)*XKP
  99 CONTINUE
    WRITE(*,*) FIX
    END

```

□

**C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA DİKDÖRTGEN
KANALDA NAVIER-STOKES DENK. ÇÖZER****C**

```

    IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
    DIMENSION U(100,100), UB(100,100), P(100)
    OPEN(5,FILE='DUK1',FORM='FORMATTED',
    ,STATUS='NEW')
    N=20
    M=20
    H=1./N
    XK=1./M
    ALFAX=1.
    BETA=(XK/H)**2*ALFAX**2
    AX=2.*(BETA+1.)
    BX=XK**2
    DO 1 I=1,N
    DO 2 J=1,M
    U(I,J)=1.
    UB(I,J)=1.
  2 CONTINUE

```

```

1 CONTINUE
100 XMAX=0
DO 3 I=N,1,-1
DO 4 J=M,1,-1
IF(I.EQ.1) U(I-1,J)=U(I+1,J)
IF(J.EQ.1) U(I,J-1)=U(I,J+1)
IF(I.EQ.N) U(N+1,J)=0.
IF(J.EQ.M) U(I,M+1)=0.
U(I,J)=(BETA*(U(I-1,J)+U(I+1,J))+U(I,J-1)+
U(I,J+1)+BX)/AX
EPSI=ABS((UB(I,J)-U(I,J))/U(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
UB(I,J)=U(I,J)
4 CONTINUE
3 CONTINUE
WRITE(*,*) XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 5 J=1,M
TX=0.
DO 6 I=2,N,2
TX=TX+U(I-1,J)+4.*U(I,J)+U(I+1,J)
6 CONTINUE
P(J)=TX
5 CONTINUE
TOP=0.
DO 7 J=2,M,2
TOP=TOP+P(J-1)+4.*P(J)+P(J+1)
7 CONTINUE
TOP=TOP*H*XK/9
PK=1./TOP
DO 8 J=1,M
DO 9 I=1,N
WRITE(5,*) U(I,J)*PK
9 CONTINUE
8 CONTINUE
DO 10 J=1,M
DO 11 I=1,N
WRITE(*,*) U(I,J)*PK
11 CONTINUE
10 CONTINUE
C J=1
C DO 19 I=1,N+1
C WRITE(5,*) H*(I-1),U(I,J)*PK
C 19 CONTINUE
FI=PK/(2*(1+ALFAX)**2)
WRITE(*,*)
WRITE(*,*) 'FI=',FI
END

```

**C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA ELİPTİK KANALDA
NAVIER-STOKES DENK. ÇÖZER**

```

C
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION P(80,80), S(80,80), R(80,80),
GAMA(80,80), TETA(80,80)
DIMENSION W(90,90), WB(80,80)

```

```

DIMENSION XNUW(80),TOP(80)
OPEN(6,FILE='EL1',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
ALFAX=1.
N=20
M=20
H=1./N
XK=1./M
PI=4.*ATAN(1.)
XLAM=(1.-ALFAX)/(1.+ALFAX)
EM=1.+XLAM**2/4.+XLAM**4/64.+XLAM**6/256.
+25.*XLAM**8/16384.
DO 1 I=1,N
DO 2 J=1,M
W(I,J)=1.
WB(I,J)=1.
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 3 I=1,N+1
W(I,N+1)=0.
3 CONTINUE
DO 4 J=1,M+1
W(M+1,J)=0.
4 CONTINUE
DO 6 I=1,N
EPSI=H*(I-1)
DO 7 J=1,M
XNU=XK*(J-1)
AUS=(ALFAX**2+XNU**2*(EPSI**2 -
ALFAX**2))/(1-XNU**2)**2
BUS=EPSI*(1.+2.*XNU**2)/(1-XNU**2)**2
HUS=2.*XNU*EPSI/(1-XNU**2)
ALFA=AUS/(H*H)
BETA=BUS/(2.*H)
GAMA(I,J)=HUS/(4.*H*XK)
TETA(I,J)=1./XK**2
P(I,J)=ALFA-BETA
S(I,J)=ALFA+BETA
R(I,J)=2.*(ALFA+TETA(I,J))
7 CONTINUE
6 CONTINUE
100 XMAX=0.
DO 8 J=M,1,-1
DO 9 I=N,1,-1
IF(I.EQ.1) W(I-1,J)=W(I+1,J)
IF(J.EQ.1) W(I,J-1)=W(I,J+1)
X1=P(I,J)*W(I-1,J)+S(I,J)*W(I+1,J)
X2=GAMA(I,J)*(W(I+1,J+1)+W(I-1,J-1)-W(I-
1,J+1)-W(I+1,J-1))
X3=TETA(I,J)*(W(I,J-1)+W(I,J+1))
W(I,J)=(X1+X2+X3+1.)/R(I,J)
BH=ABS(W(I,J)-WB(I,J))/W(I,J)
WB(I,J)=W(I,J)
IF(BH.GT.XMAX) XMAX=BH
9 CONTINUE
8 CONTINUE
WRITE(*,*) XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 10 J=1,M
XKSI=XK*(J-1)

```

```

XNUW(J)=SQRT(1.-XKSI**2)
TP=0.
DO 11 I=2,N,2
TP=TP+W(I-1,J)+4.*W(I,J)+W(I+1,J)
11 CONTINUE
TOP(J)=TP
10 CONTINUE
TPL=0.
DO 12 J=2,M,2
TPL=TPL+TOP(J-1)*XNUW(J-1)+
4.*TOP(J)*XNUW(J)+TOP(J+1)*XNUW(J+1)
12 CONTINUE
XKP=TPL*H*XK/9.
XKP=PI/(4.*XKP)
Y1=2.*((1+ALFAX)*EM)**2
FIX=XKP/Y1
DO 13 J=1,M
DO 14 I=1,N
WRITE(6,*) W(I,J)*XKP
WRITE(*,*) W(I,J)*XKP
14 CONTINUE
13 CONTINUE
I=1
DO 19 J=1,N+1
C WRITE(6,*) H*(J-1),XKP*W(I,J)
19 CONTINUE
WRITE(*,*) FIX
END

```

**C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA İKİZKENAR
ÜÇGENDE NAVIER-STOKES DENK. ÇÖZER**
C

```

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION P(60,60), S(60,60), R(60,60),
GAMA(60,60), TETA(60,60)
DIMENSION W(60,60), WB(60,60)
DIMENSION XNUW(60), TOP(60)
OPEN(6,FILE='IK075',FORM='FORMATTED',STAT
US='NEW')
ALFAX=0.75
N=20
M=20
H=1./N
XK=1./M
DO 1 I=1,N
DO 2 J=2,M
W(I,J)=1.
WB(I,J)=1.
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 3 I=1,N+1
W(I,1)=0.
W(I,N+1)=0.
3 CONTINUE
DO 4 J=1,M+1
W(M+1,J)=0.

```

```

4 CONTINUE
DO 6 I=1,N
EPSI=H*(I-1)
DO 7 J=2,M
XNU=XK*(J-1)
AUS=(4.*ALFAX**2+EPSI**2)/(1.-XNU)**2
BUS=(2.*EPSI)/(1.-XNU)**2
HUS=(2.*EPSI)/(1.-XNU)
ALFA=AUS/(H*H)
BETA=BUS/(2.*H)
GAMA(I,J)=HUS/(4.*H*XK)
TETA(I,J)=1./XK**2
P(I,J)=ALFA-BETA
S(I,J)=ALFA+BETA
R(I,J)=2.*(ALFA+TETA(I,J))
7 CONTINUE
6 CONTINUE
100 XMAX=0.
DO 8 J=M,2,-1
DO 9 I=N,1,-1
IF(I.EQ.1) W(I-1,J)=W(I+1,J)
X1=P(I,J)*W(I-1,J)+S(I,J)*W(I+1,J)
X2=GAMA(I,J)*(W(I+1,J+1)+W(I-1,J-1)-W(I-
1,J+1)-W(I+1,J-1))
X3=TETA(I,J)*(W(I,J-1)+W(I,J+1))
W(I,J)=(X1+X2+X3+1.)/R(I,J)
BH=ABS(W(I,J)-WB(I,J))/W(I,J)
WB(I,J)=W(I,J)
IF(BH.GT.XMAX) XMAX=BH
9 CONTINUE
8 CONTINUE
WRITE(*,*) XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 10 J=2,M
XKSI=XK*(J-1)
XNUW(J)=(1.-XKSI)
TP=0.
DO 11 I=2,N,2
TP=TP+W(I-1,J)+4.*W(I,J)+W(I+1,J)
11 CONTINUE
TOP(J)=TP
10 CONTINUE
TPL=0.
DO 12 J=2,M,2
TPL=TPL+TOP(J-1)*XNUW(J-
1)+4.*TOP(J)*XNUW(J)+TOP(J+1)*XNUW(J+1)
12 CONTINUE
XKP=TPL*H*XK/9
XKP=1./(2.*XKP)
Y1=8.*(1.+SQRT(4.*ALFAX**2+1.))**2
FIX=XKP/Y1
DO 13 J=2,M
DO 14 I=1,N
C WRITE(6,*) W(I,J)*XKP
WRITE(*,*) W(I,J)*XKP
14 CONTINUE
13 CONTINUE
I=1
DO 19 J=1,M+1
WRITE(6,*) H*(J-1),W(I,J)*XKP

```

```

19 CONTINUE
WRITE(*,*) FIX
END

```

□

C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA (SDS) DİK ÜÇGENDE ENERJİ DENKLEMİ ÇÖZER

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(50,50), D(50,50), E(50,50), HH(50,50)
DIMENSION TOP(50), FF(50,50), G(50,50), R(50,50)
DIMENSION P(50), U(50,50), GNU1(50), GNU2(50),
GNU3(50)
OPEN(5, FILE='uc1', FORM='FORMATTED',
STATUS='OLD')
OPEN(6, FILE='UCS', FORM='FORMATTED', STATUS
='NEW')
XKAT=1.
N=20
MM=10
DZ=0.01
Z=0.
H=1./N
BETA=1.
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=2.
DHR=2.0/(XKAT+1.+SQRT(XKAT**2+1.))
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=2,N
DO 2 I=2,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1.
HH(I,J)=1.
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 150 I=1,N+1
T(I,I)=0.0
T(I,I)=0.0
T(I,N+1)=0.0
T(N+1,I)=0.0
U(I,I)=0.0
U(I,I)=0.0
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=2,N
XKSI=(J-1)*H
XM=(1.-XKSI)/XKAT
F=-1./(1.-XKSI)
FR=-1./(1.-XKSI)**2
P(J)=XM*XKAT

```

```

DO 4 I=2,N
ETA=(I-1)*H
AX=F*F*ETA*ETA+1./(XM*XM)
BX=F*F*ETA-ETA*FR
HX=-2.*ETA*F
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=2,N
DO 6 J=2,N
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
100 XMAX=0.0
DO 11 I=2,N
DO 12 J=2,N
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-
T(I,J-1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
C WRITE(*,*) 'MAKSIMUM HATA=',XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 16 J=2,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)*P(J-
1)+4.0*TOP(J)*P(J)+TOP(J+1)*P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TETA=0.5*PI-ATAN(XKAT)
AXY=XKAT*COS(TETA)+SIN(TETA)
DO 88 I=2,N
XKSI=H*(I-1)
DELTA=1.-XKSI
DT1=(4.*T(2,I)-T(3,I))/(2.*H)
DT2=(4.*T(I,2)-T(I,3))/(2.*H)

```



```

Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
100 T(1,1)=(G(1,1)-(D(1,1)+E(1,1))*T(2,1)-
2.*T(1,2))/FF(1,1)
EPSI(1,1)=ABS((T(1,1)-HH(1,1))/T(1,1))
HH(1,1)=T(1,1)
DO 7 I=2,N-1
T(I,1)=(G(I,1)-D(I,1)*T(I-1,1)-E(I,1)*T(I+1,1)-
2.*T(I,2))/FF(I,1)
EPSI(I,1)=ABS((T(I,1)-HH(I,1))/T(I,1))
HH(I,1)=T(I,1)
7 CONTINUE
T(N,1)=(G(N,1)-D(N,1)*T(N-1,1)-
2.*T(N,2))/FF(N,1)
EPSI(N,1)=ABS((T(N,1)-HH(N,1))/T(N,1))
HH(N,1)=T(N,1)
DO 8 J=2,N-1
T(1,J)=(G(1,J)-(D(1,J)+E(1,J))*T(2,J)-T(1,J-1)-
T(1,J+1))/FF(1,J)
EPSI(1,J)=ABS((T(1,J)-HH(1,J))/T(1,J))
HH(1,J)=T(1,J)
8 CONTINUE
T(1,N)=(G(1,N)-(D(1,N)+E(1,N))*T(2,N)-T(1,N-
1))/FF(1,N)
EPSI(1,N)=ABS((T(1,N)-HH(1,N))/T(1,N))
HH(1,N)=T(1,N)
DO 9 J=2,N-1
Y1=0.25*R(N,J)*(T(N-1,J-1)-T(N-1,J+1))
T(N,J)=(G(N,J)-D(N,J)*T(N-1,J)-T(N,J-1)-
T(N,J+1)-Y1)/FF(N,J)
EPSI(N,J)=ABS((T(N,J)-HH(N,J))/T(N,J))
HH(N,J)=T(N,J)
9 CONTINUE
DO 10 I=2,N-1
Y1=0.25*R(I,N)*(T(I-1,N-1)-T(I+1,N-1))
T(I,N)=(G(I,N)-D(I,N)*T(I-1,N)-E(I,N)*T(I+1,N)-
T(I,N-1)-Y1)
*/FF(I,N)
EPSI(I,N)=ABS((T(I,N)-HH(I,N))/T(I,N))
HH(I,N)=T(I,N)
10 CONTINUE
Y1=0.25*R(N,N)*T(N-1,N-1)
T(N,N)=(G(N,N)-D(N,N)*T(N-1,N)-T(N,N-1)-
Y1)/FF(N,N)
EPSI(N,N)=ABS((T(N,N)-HH(N,N))/T(N,N))
HH(N,N)=T(N,N)
DO 11 I=2,N-1
DO 12 J=2,N-1
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI(I,J)=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))

```

```

HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
XMAX=0
DO 13 I=1,N
DO 14 J=1,N
IF(EPSI(I,J).GT.XMAX) XMAX=EPSI(I,J)
14 CONTINUE
13 CONTINUE
C WRITE(*,*) 'MAKSIMUM HATA='XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*P(I-1,J)
Z2=T(I,J)*P(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*P(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)+4.0*TOP(J)+TOP(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
DO 23 J=N,1,-1
TR1=-(18.*T(J,N)-9.*T(J,N-1)+2.*T(J,N-
2))/ (6.*H)
WTR1=-(18.*T(N,J)-9.*T(N-1,J)+2.*T(N-
2,J))/ (6.*H)
WTR2(J)=-DHR*WTR1*A(J)/TOPY
TR2(J)=-DHR*TR1/TOPY
23 CONTINUE
PP=0.
PPX=0.
DO 24 J=2,N,2
PP=PP+TR2(J-1)+4.0*TR2(J)+TR2(J+1)
PPX=PPX+WTR2(J-1)+4.*WTR2(J)+WTR2(J+1)
24 CONTINUE
Z=Z+DZ
WRITE(*,*) Z
WRITE(6,*) Z
J=1
DO 222 I=1,N+1
WRITE(*,333) H*(I-1),T(I,J)
WRITE(6,333) H*(I-1),T(I,J)
222 CONTINUE
333 FORMAT(2F7.4)
II=II+1
PP=PP*H/3.0
PPX=PPX*H/3.0
OPP=(PP+XKAT*PPX)/(1.+XKAT)
XNUORT=-0.25*LOG(TOPY)/Z
C WRITE(6,55) Z,XNUORT,TOPY,PP,PPX,OPP
55 FORMAT(' ',F10.8,5F10.4)
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30

```

```

IF(IJ.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END

```

C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA (SDS) ELİPTİK KANALDA ENERJİ DENKLEMİNİ ÇÖZER

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(50,50), D(50,50), E(50,50),
HH(50,50)
DIMENSION TOP(50), FF(50,50), G(50,50),
R(50,50)
DIMENSION P(50), U(50,50), GNU3(50)
OPEN(5,FILE='ELPU035',FORM='
FORMATTED',STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE='ELPN035',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
XKAT=0.35
N=30
MM=10
DZ=1E-5
Z=0.
H=1./N
BETA=0.75
XLAM=(1.-XKAT)/(1.+XKAT)
EM=1.+XLAM**2/4+XLAM**4/64+XLAM**6/256+
25.*XLAM**8/16384
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=4./PI
DHR=4.0/((1.+XKAT)*EM)
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=1,N
DO 2 I=1,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1.
HH(I,J)=1.
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 150 I=1,N+1
T(I,N+1)=0.0
T(N+1,I)=0.0
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=1,N
XKSI=(J-1)*H

```

```

XM=SQRT(1.-XKSI*XKSI)
P(J)=XM
DO 4 I=1,N
ETA=(I-1)*H
AX=(XKAT**2*(1.-
XKSI**2)+XKSI**2*ETA**2)/(1.-XKSI**2)**2
BX=ETA*(1.+2.*XKSI**2)/(1.-XKSI**2)**2
HX=2.*ETA*XKSI/(1.-XKSI**2)
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=1,N
DO 6 J=1,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
IF(J.EQ.1) T(I,J-1)=T(I,J+1)
IF(I.EQ.N) T(I+1,J)=0.0
IF(J.EQ.N) T(I,J+1)=0.0
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
100 XMAX=0.0
DO 11 I=1,N
DO 12 J=1,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
IF(J.EQ.1) T(I,J-1)=T(I,J+1)
IF(I.EQ.N) T(I+1,J)=0.0
IF(J.EQ.N) T(I,J+1)=0.0
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)-Y1)/FF(I,J)
EPSI=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
C WRITE(*,*) 'MAKSIMUM HATA=',XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2

```

```

TP=TP+TOP(J-1)*P(J-
1)+4.0*TOP(J)*P(J)+TOP(J+1)*P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
DO 88 I=1,N
XKSI=H*(I-1)
TETAA=ATAN(XKSI/(XKAT*SQRT(1.-
XKSI**2)))
BXX1=1.-XKSI**2
BXX2=SQRT(BXX1*XKAT**2+XKSI**2)
BXX3=BXX2/BXX1
DT3=(4.*T(N,I)-T(N-1,I))/(2.*H)
GNU3(I)=BXX3*DHR*DT3/TOPY
C WRITE(*,*) T(N,I),T(N-1,I),T(N-2,I)
88 CONTINUE
TX3=0.0
DO 89 I=2,N,2
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.*GNU3(I)+GNU3(I+1)
89 CONTINUE
TX3=TX3*H/3.
Z=Z+DZ
II=II+1
WRITE(*,55) Z,-0.25*LOG(TOPY)/Z,TOPY,TX3
WRITE(6,55) Z,-0.25*LOG(TOPY)/Z,TOPY,TX3
55 FORMAT(' ',F10.8,3F10.4)
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END

```

□

**C TAM GELİŞMİŞ AKIŞTA (SDS) İKİZKENAR
ÜÇGENDE ENERJİ DENKLEMİNİ**

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(50,50), D(50,50), E(50,50),
HH(50,50)
DIMENSION TOP(50), FF(50,50), G(50,50),
R(50,50)
DIMENSION P(50), U(50,50), GNU2(50),
GNU3(50)
COZEROPEN(5,FILE='ikul',FORM='FORMATTED',S
TATUS='OLD')
OPEN(6,FILE='ikuS',FORM='FORMATTED',STATUS
='NEW')
XKAT=1.0

```

```

N=20
MM=10
DZ=1E-4
Z=0.
H=1./N
BETA=1.
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=2.
DHR=2.0/(1.+SQRT(4.*XKAT**2+1.))
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=2,N
DO 2 I=1,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1.
HH(I,J)=1.
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DO 150 I=1,N+1
T(I,1)=0.0
T(I,N+1)=0.0
T(N+1,I)=0.0
U(I,1)=0.0
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=2,N
XKSI=(J-1)*H
XM=(1.-XKSI)/(2.*XKAT)
F=-1./(1.-XKSI)
FR=-1./(1.-XKSI)**2
P(J)=XM*XKAT*2.
DO 4 I=1,N
ETA=(I-1)*H
AX=F*F*ETA*ETA+1./(XM*XM)
BX=F*F*ETA*ETA*FR
HX=-2.*ETA*F
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=1,N
DO 6 J=2,N
IF(1.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
100 XMAX=0.0
DO 11 I=1,N

```

```

DO 12 J=2,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
C WRITE(*,*) 'MAKSIMUM HATA=',XMAX
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 100
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)*P(J-
1)+4.0*TOP(J)*P(J)+TOP(J+1)*P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TETA=0.5*PI-ATAN(2.*XKAT)
AXY=2.*XKAT*COS(TETA)+SIN(TETA)
DO 88 I=1,N
XKSI=H*(I-1)
DELTA=1.-XKSI
DT2=(4.*T(I,2)-T(I,3))/(2.*H)
DT3=(4.*T(N,I)-T(N-1,I))/(2.*H)
GNU2(I)=DHR*DT2/TOPY
GNU3(I)=DHR*AXY*DT3/(DELTA*TOPY)
C WRITE(*,*) GNU2(I),GNU3(I)
88 CONTINUE
TX2=0.0
TX3=0.0
GNU3(N)=GNU3(N-1)
DO 89 I=2,N,2
TX2=TX2+GNU2(I-1)+4.0*GNU2(I)+GNU2(I+1)
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.0*GNU3(I)+GNU3(I+1)
89 CONTINUE
TX2=TX2*H/3.0
TX3=TX3*H/3.0
XF=1.0+SQRT(4.*XKAT*XKAT+1.0)
XNUS=(TX2+TX3*SQRT(4.0*XKAT*XKAT+1.0))/
XF
Z=Z+DZ
WRITE(6,*) Z
WRITE(*,*) Z
I=1
DO 222 J=1,N+1
WRITE(6,333) H*(J-1),T(I,J)
WRITE(*,333) H*(J-1),T(I,J)

```

```

222 CONTINUE
333 FORMAT(2F7.4)
II=II+1
WRITE(*,55) Z,-0.25* LOG(TOPY)/ Z, TOPY,
XNUS
C WRITE(6,55) Z,-
0.25*LOG(TOPY)/Z,TOPY,XNUS
55 FORMAT(' ',F10.8,3F10.4)
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END
□
C TGA DURUMUNDA (SIA) DİK ÜÇGENDE
ENERJİ DENKLEMİNİ ÇÖZER
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(50,50), D(50,50), E(50,50),
HH(50,50)
DIMENSION TOP(50), FF(50,50), G(50,50),
R(50,50)
DIMENSION P(50), U(50,50), GNU1(50),
GNU2(50), GNU3(50)
OPEN(5,FILE='UC1',FORM='FORMATTED',
STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE='UCNU1',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
XKAT=1.0
N=40
MM=40
DZ=1E-5
Z=0.
H=1./N
BETA=1.0
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=2.
DHR=2.0/(XKAT+1.+SQRT(XKAT**2+1.))
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=2,N
DO 2 I=2,N

```

```

READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1E-30
HH(I,J)=1E-30
2 CONTINUE
1 CONTINUE
TWALL=1.0
DO 150 I=1,N+1
T(I,I)=TWALL
T(I,I)=TWALL
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
U(I,I)=0.0
U(I,I)=0.0
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=2,N
XKSI=(J-1)*H
XM=(1.-XKSI)/XKAT
F=-1./(1.-XKSI)
FR=-1./(1.-XKSI)**2
P(J)=XM*XKAT
DO 4 I=2,N
ETA=(I-1)*H
AX=F*F*ETA*ETA+1./(XM*XM)
BX=F*F*ETA-ETA*FR
HX=-2.*ETA*F
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=2,N
DO 6 J=2,N
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
1000 XMAX=0.0
DO 11 I=2,N
DO 12 J=2,N
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)-Y1)/FF(I,J)
EPSI=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE

```

```

DO 16 J=2,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)*P(J-1)+ 4.0* TOP(J)* P(J)+
TOP(J+1)* P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TWALL=TWALL*(4.0*DHR*(Z+DZ)/TOPY)
DO 155 I=1,N+1
T(I,I)=TWALL
T(I,I)=TWALL
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
155 CONTINUE
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 1000
TETA=0.5*PI-ATAN(XKAT)
AXY=XKAT*COS(TETA)+SIN(TETA)
DO 88 I=2,N
XKSI=H*(I-1)
DELTA=1.-XKSI
DT1=(3.*T(I,I)-4.*T(2,I)+T(3,I))/(2.*H)
DT2=(3.*T(I,I)-4.*T(I,2)+T(I,3))/(2.*H)
DT3=(3.*T(N+1,I)-4.*T(N,I)+T(N-1,I))/(2.*H)
GNU1(I)=(DHR*XKAT*DT1/DELTA)/(T(I,I)-
TOPY)
GNU2(I)=DHR*DT2/(T(I,I)-TOPY)
GNU3(I)=(DHR*AXY*DT3/DELTA)/(T(N+1,I)-
TOPY)
88 CONTINUE
TX1=0.0
TX2=0.0
TX3=0.0
DO 89 I=2,N,2
TX1=TX1+GNU1(I-1)+4.0*GNU1(I)+GNU1(I+1)
TX2=TX2+GNU2(I-1)+4.0*GNU2(I)+GNU2(I+1)
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.0*GNU3(I)+GNU3(I+1)
89 CONTINUE
TX1=TX1*H/3.0
TX2=TX2*H/3.0
TX3=TX3*H/3.0
XF=XKAT+1.0+SQRT(XKAT*XKAT+1)
XNUS=(XKAT*TX1+TX2+TX3*SQRT(XKAT*XKAT
+1))/XF
Z=Z+DZ
II=II+1
WRITE(*,55) Z,TX1,TX2,TX3,XNUS
WRITE(6,55) Z,TX1,TX2,TX3,XNUS
55 FORMAT(' F12.8,4F12.6)
IF(IL.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(IL.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(IL.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200

```

```

IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END

```

□

**C TGA DURUMUNDA (SIA) DİKDÖRTGEN
KANALDA ENERJİ DENKLEMİNİ COZER**
C

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(30,30), D(30,30), E(30,30),
HH(30,30), EPSI(30,30)
DIMENSION TOP(30), FF(30,30), G(30,30),
R(30,30), A(30)
DIMENSION P(30,30), U(30,30), GNU3(30),
GNU4(30)
OPEN(5,FILE='DUK1',FORM='FORMATTED',
STATUS='OLD')
OPEN(6,FILE='DIKNU01',FORM='FORMATTED',ST
ATUS='NEW')
XKAT=1.
N=20
MM=10
DZ=0.0001
Z=0.
H=1./N
BETA=1.0
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=XKAT
DHR=4.0/(XKAT+1.)
RYLD=(1/DHR)**2
DO 1 J=1,N
DO 2 I=1,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1E-30
HH(I,J)=1E-30
2 CONTINUE
1 CONTINUE
TWALL=1.0
DO 150 I=1,N+1
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)

```

```

DO 3 J=1,N
XKSI=(J-1)*H
XM=1./XKAT
F=0.0
FR=0.0
A(J)=XKAT
DO 4 I=1,N
ETA=(I-1)*H
P(I,J)=XM
AX=F*F*ETA*ETA+1./(XM*XM)
BX=F*F*ETA-ETA*FR
HX=-2.*ETA*F
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=1,N
DO 6 J=1,N
IF(J.EQ.1) T(I,J+1)=T(I,J+1)
IF(I.EQ.1) T(I+1,J)=T(I+1,J)
Y1=T(I+1,J+1)+T(I+1,J+1)-T(I+1,J+1)-T(I+1,J+1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I+1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J+1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
1000 DO 11 I=1,N
DO 12 J=1,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
IF(J.EQ.1) T(I,J-1)=T(I,J+1)
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI(I,J)=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*P(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*P(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*P(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)+4.0*TOP(J)+TOP(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TWALL=TWALL*(4.0*DHR*(Z+DZ)/TOPY)

```

```

DO 155 I=1,N+1
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
155 CONTINUE
XMAX=0.0
DO 111 I=1,N
DO 112 J=1,N
IF(EPSI(I,J).GT.XMAX) XMAX=EPSI(I,J)
112 CONTINUE
111 CONTINUE
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 1000
C DO 201 J=N+1,I,-1
C WRITE(*,22)
T(1,J),T(2,J),T(3,J),T(4,J),T(5,J),T(6,J),T(7,J),
C *T(8,J),T(9,J),T(10,J),T(11,J)
C 201 CONTINUE
C 22 FORMAT(11F7.4)
DO 88 I=1,N
DT3=(3.*T(N+1,I)-4.*T(N,I)+T(N-1,I))/(2.*H)
DT4=(3.*T(I,N+1)-4.*T(I,N)+T(I,N-1))/(2.*H)
GNU3(I)=XKAT*DT3*DHR/(T(N+1,I)-TOPY)
GNU4(I)=DT4*DHR/(T(I,N+1)-TOPY)
C WRITE(*,*) DT3,GNU3(I),GNU4(I)
88 CONTINUE
TX3=0.0
TX4=0.0
DO 89 I=2,N,2
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.*GNU3(I)+GNU3(I+1)
TX4=TX4+GNU4(I-1)+4.*GNU4(I)+GNU4(I+1)
89 CONTINUE
TX3=TX3*H/3.
TX4=TX4*H/3.
TXX=(TX4+XKAT*TX3)/(1.+XKAT)
Z=Z+DZ
J=1
DO 333 I=1,N+1
WRITE(*,*) H*(J-1),T(I,J)
333 CONTINUE
II=II+1
WRITE(*,55) Z,TX3,TX4,TXX
C WRITE(6,55) Z,TX3,TX4,TXX
55 FORMAT(' F10.8,' ' F10.4,' ' F10.4,' ' F10.4)
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END

```

□

C TGA DURUMUNDA (SIA) ELIPTİK KANALDA ENERJİ DENKLEMİNİ COZER

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION
T(50,50),D(50,50),E(50,50),HH(50,50)
DIMENSION
TOP(50),FF(50,50),G(50,50),R(50,50)
DIMENSION P(50),U(50,50),GNU3(50)
DIMENSION EPSI(50,50),DNUX(50)
OPEN(5, FILE='EL1', FORM='FORMATTED',
STATUS='OLD')
OPEN(6, FILE='PROF', FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
XKAT=1.
N=20
MM=10
DZ=1E-5
Z=0.
H=1./N
BETA=1.0
XLAM=(1.-XKAT)/(1.+XKAT)
EM=1.+XLAM**2/4+XLAM**4/64+XLAM**6/256+2
5.*XLAM**8/16384
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=4./PI
DHR=4.0/((1.+XKAT)*EM)
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=1,N
DO 2 I=1,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1E-30
HH(I,J)=1E-30
2 CONTINUE
1 CONTINUE
TWALL=1.0
DO 150 I=1,N+1
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=1,N
XKSI=(J-1)*H
XM=SQRT(1.-XKSI*XKSI)
P(J)=XM
DO 4 I=1,N
ETA=(1-I)*H
AX=(XKAT**2*(1.-
XKSI**2)+XKSI**2*ETA**2)/(1.-XKSI**2)**2
BX=ETA*(1.+2.*XKSI**2)/(1.-XKSI**2)**2
HX=2.*ETA*XKSI/(1.-XKSI**2)
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)

```

```

R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=1,N
DO 6 J=1,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
IF(J.EQ.1) T(I,J-1)=T(I,J+1)
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)
X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
1000 DO 11 I=1,N
DO 12 J=1,N
IF(I.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
IF(J.EQ.1) T(I,J-1)=T(I,J+1)
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI(I,J)=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)*P(J-
1)+4.0*TOP(J)*P(J)+TOP(J+1)*P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TWALL=TWALL*(4.0*DHR*(Z+DZ)/TOPY)
DO 155 I=1,N+1
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
155 CONTINUE
XMAX=0.0
DO 111 I=1,N
DO 112 J=1,N
IF(EPSI(I,J).GT.XMAX) XMAX=EPSI(I,J)
112 CONTINUE
111 CONTINUE
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 1000
WRITE(*,*) 8*(Z+DZ),TOPY
J=1
DO 222 I=1,21

```

```

c WRITE(6,22) (I-1)*H,T(I,J)
222 CONTINUE
WRITE(*,*)
22 FORMAT(21F7.4)
DO 88 I=1,N
XKSI=H*(I-1)
BXX1=(1.-XKSI**2)
BXX2=SQRT(BXX1*XKAT**2+XKSI**2)
BXX3=BXX2/BXX1
DT3=(3*T(N+1,I)-4.*T(N,I)+T(N-1,I))/(2.*H)
GNU3(I)=DT3*BXX3*DHR/(T(N+1,I)-TOPY)
GNU4=DHR/(T(N+1,I)-TOPY)
DTNN=DT3*BXX3
DT4=(3.*T(I,N+1)-4.*T(I,N)+T(I,N-1))/(2.*H)
DNUX(I)=DT4*DHR/(T(I,N+1)-TOPY)
WRITE(*,*) DTNN,GNU3(I),DNUX(I)
88 CONTINUE
TX3=0.0
TX4=0.0
DO 89 I=2,N,2
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.*GNU3(I)+GNU3(I+1)
TX4=TX4+DNUX(I-1)+4.*DNUX(I)+DNUX(I+1)
89 CONTINUE
TX3=TX3*H/3.
TX4=TX4*H/3.
Z=Z+DZ
II=II+1
WRITE(*,55) Z,TX3
WRITE(*,*)
C WRITE(6,55) Z,TX3
55 FORMAT(' ',F10.8,' ',F10.4)
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END
□
C TGA DURUMUNDA (SIA) IKIZKENAR
UCGENDE ENERJI DENKLEMINI COZER
C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION T(50,50), D(50,50), E(50,50),
HH(50,50)
DIMENSION TOP(50), FF(50,50), G(50,50),
R(50,50)
DIMENSION P(50), U(50,50), GNU2(50),
GNU3(50)

```

```

OPEN(5,FILE='ikul',FORM='FORMATTED',STATUS
='OLD')
OPEN(6,FILE='iknul',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
XKAT=1.0
N=28
MM=20
DZ=1E-5
Z=0.
H=1./N
BETA=1.0
PI=4.*ATAN(1.)
RYL=2.
DHR=2.0/(1.+SQRT(4.*XKAT**2+1.))
RYLD=(1./DHR)**2
DO 1 J=2,N
DO 2 I=1,N
READ(5,*) U(I,J)
T(I,J)=1E-30
HH(I,J)=1E-30
2 CONTINUE
1 CONTINUE
TWALL=1.0
DO 150 I=1,N+1
T(I,1)=TWALL
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
U(I,1)=0.0
U(I,N+1)=0.0
U(N+1,I)=0.0
150 CONTINUE
II=0
DZ=DZ/MM
NDG=2
550 CX=(-RYLD*H*H)/(BETA*DZ)
DO 3 J=2,N
XKSI=(J-1)*H
XM=(1.-XKSI)/(2.*XKAT)
F=-1./(1.-XKSI)
FR=-1./(1.-XKSI)**2
P(J)=XM*XKAT*2.
DO 4 I=1,N
ETA=(I-1)*H
AX=F*F*ETA*ETA+1./(XM*XM)
BX=F*F*ETA-ETA*FR
HX=-2.*ETA*F
D(I,J)=AX-0.5*BX*H
E(I,J)=AX+0.5*BX*H
FF(I,J)=-2.-2.*AX+CX*U(I,J)
R(I,J)=HX
4 CONTINUE
3 CONTINUE
200 DO 5 I=1,N
DO 6 J=2,N
IF(1.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
Y1=T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-T(I+1,J-1)
Y2=0.25*R(I,J)*Y1
X1=D(I,J)*T(I-1,J)+E(I,J)*T(I+1,J)
X2=T(I,J-1)+T(I,J+1)
X3=(FF(I,J)-CX*U(I,J))*T(I,J)

```

```

X4=(1.0-BETA)*(X1+X2+X3+Y2)/BETA
G(I,J)=CX*U(I,J)*T(I,J)-X4
6 CONTINUE
5 CONTINUE
1000 XMAX=0.0
DO 11 I=1,N
DO 12 J=2,N
IF(1.EQ.1) T(I-1,J)=T(I+1,J)
Y1=0.25*R(I,J)*(T(I+1,J+1)+T(I-1,J-1)-T(I-1,J+1)-
T(I+1,J-1))
T(I,J)=(G(I,J)-D(I,J)*T(I-1,J)-E(I,J)*T(I+1,J)-T(I,J-
1)-T(I,J+1)
*-Y1)/FF(I,J)
EPSI=ABS((T(I,J)-HH(I,J))/T(I,J))
IF(EPSI.GT.XMAX) XMAX=EPSI
HH(I,J)=T(I,J)
12 CONTINUE
11 CONTINUE
DO 16 J=1,N
TOPX=0.
DO 17 I=2,N,2
Z1=T(I-1,J)*U(I-1,J)
Z2=T(I,J)*U(I,J)
Z3=T(I+1,J)*U(I+1,J)
TOPX=TOPX+Z1+4.0*Z2+Z3
17 CONTINUE
TOP(J)=TOPX
16 CONTINUE
TP=0.
DO 19 J=2,N,2
TP=TP+TOP(J-1)*P(J-
1)+4.0*TOP(J)*P(J)+TOP(J+1)*P(J+1)
19 CONTINUE
TOPY=(RYL*TP*H*H)/9.0
TWALL=TWALL*(4.0*DHR*(Z+DZ)/TOPY)
DO 155 I=1,N+1
T(I,N+1)=TWALL
T(N+1,I)=TWALL
T(I,1)=TWALL
155 CONTINUE
IF(XMAX.GT.1E-6) GOTO 1000
TETA=0.5*PI-ATAN(2.*XKAT)
AXY=2.*XKAT*COS(TETA)+SIN(TETA)
DO 88 I=1,N
XKSI=H*(I-1)
DELTA=1.-XKSI
DT2=(3.*T(I,1)-4.*T(I,2)+T(I,3))/(2.*H)
DT3=(3.*T(N+1,I)-4.*T(N,I)+T(N-1,I))/(2.*H)
GNU2(I)=DHR*DT2/(T(I,1)-TOPY)
GNU3(I)=(DHR*AXY*DT3/DELTA)/(T(N+1,I)-
TOPY)
C WRITE(*,*) GNU2(I),GNU3(I)
88 CONTINUE
TX2=0.0
TX3=0.0
GNU3(N)=GNU3(N-1)
DO 89 I=2,N,2
TX2=TX2+GNU2(I-1)+4.0*GNU2(I)+GNU2(I+1)
TX3=TX3+GNU3(I-1)+4.0*GNU3(I)+GNU3(I+1)
89 CONTINUE

```

```

TX2=TX2*H/3.0
TX3=TX3*H/3.0
XF=1.0+SQRT(4.*XKAT*XKAT+1.0)
XNUS=(TX2+TX3*SQRT(4.0*XKAT*XKAT+1.0))/
XF
Z=Z+DZ
WRITE(*,55) Z,TX2,TX3,XNUS
WRITE(6,55) Z,TX2,TX3,XNUS
55 FORMAT(' ',4F14.8)
II=II+1
IF(II.LT.NDG*MM) GOTO 200
IF(II.EQ.NDG*MM) GOTO 20
IF(II.LT.MM*(NDG+1)) GOTO 200
IF(II.EQ.MM*(NDG+1)) GOTO 30
IF(II.LT.MM*(5*NDG+11)/5) GOTO 200
DZ=Z/MM
II=0
NDG=1
GOTO 550
20 DZ=DZ*2
GOTO 550
30 DZ=DZ*2.5
GOTO 550
END

```

□

C ELIPTIK KANALDA (HGA) NAVIER-STOKES DENK. COZER

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION H1(90), H2(90), XK1(90),
XK2(90),XMU(90),EP(90)
DIMENSION U(90,90), V(90,90),W(90,90),
A(90,90)
DIMENSION B(90,90), C(90,90), D(90,90),
G(90,90),TETA3(90)
DIMENSION BETA1(90), BETA2(90),
BETA3(90), FI1(90), FI2(90),FI3(90)
DIMENSION ALFA1(90), ALFA2(90),
ALFA3(90), TETA1(90), TETA2(90)
DIMENSION A1(90,90), A2(90,90), A3(90,90),
A4(90,90),A5(90,90)
DIMENSION A6(90,90), A7(90,90),
A8(90,90),A9(90,90), GAMA(90,90)
DIMENSION WE(90,90), WA(90,90),
EPSI(90,90), TPL(90)
DIMENSION DELTA(90), F(90), FM(90),
FIE(90,90)
OPEN(6,FILE='HH1',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
OPEN(7,FILE='PYD4',FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
N=20
M=20
SE=1.
SM=1.

```

```

DZ=1E-3
BETA=1.0
DHR=2.0
P1=0.
P2=13.76*SQRT(DZ)
Z=0.
PI=4.*ATAN(1.)
ALORAN=4./PI
TOPH=0.
DO 1 I=1,N
TOPH=TOPH+SE**(I-1)
1 CONTINUE
H=1./TOPH
TOPK=0.
DO 2 J=1,M
TOPK=TOPK+SM**(J-1)
2 CONTINUE
XK=1./TOPK
DO 3 I=1,N
H1(I)=H*SE**(N+1-I)
H2(I)=H*SE**(N-I)
IF(1.EQ.1) H1(1)=H2(1)
3 CONTINUE
DO 4 J=1,M
XK1(J)=XK*SM**(M+1-J)
XK2(J)=XK*SM**(M-J)
IF(1.EQ.1) XK1(1)=XK2(1)
4 CONTINUE
EP(1)=0.
DO 5 I=2,N
EP(I)=EP(I-1)+H1(I)
5 CONTINUE
XMU(1)=0.
DO 6 J=2,M
XMU(J)=XMU(J-1)+XK1(J)
6 CONTINUE
DO 8 I=1,N
DO 9 J=1,M
U(I,J)=0.
V(I,J)=0.
W(I,J)=1.0
WE(I,J)=1.0
WA(I,J)=1.0
9 CONTINUE
8 CONTINUE
DO 10 I=1,N+1
U(I,M+1)=0.
V(I,M+1)=0.
W(I,M+1)=0.
WA(I,M+1)=0.
10 CONTINUE
DO 11 J=1,M+1
U(N+1,J)=0.
V(N+1,J)=0.
W(N+1,J)=0.
WA(N+1,J)=0.
11 CONTINUE
C
DO 12 I=1,N
BETA1(I)=-H2(I)/(H1(I)**2+H1(I)*H2(I))

```

```

BETA2(I)=(H2(I)-H1(I))/(H1(I)*H2(I))
BETA3(I)=H1(I)/(H1(I)*H2(I)+H2(I)**2)
ALFA1(I)=2./(H1(I)**2+H1(I)*H2(I))
ALFA2(I)=2./(H1(I)*H2(I))
ALFA3(I)=2./(H1(I)*H2(I)+H2(I)**2)
12 CONTINUE
DO 13 J=1,M
  FI1(J)=2./(XK1(J)**2+XK1(J)*XK2(J))
  FI2(J)=2./(XK1(J)*XK2(J))
  FI3(J)=2./(XK1(J)*XK2(J)+XK2(J)**2)
  TETA1(J)=XK2(J)/(XK1(J)**2+XK1(J)*XK2(J))
  TETA2(J)=(XK2(J)-XK1(J))/(XK1(J)*XK2(J))
  TETA3(J)=XK1(J)/(XK1(J)*XK2(J)+XK2(J)**2)
13 CONTINUE
EPS1=(SE+1.)*(2.-SE)/(6.*SE)
EPS2=(SE+1.)*3./(6.*SE**2.)
EPS3=(2.*SE-1.)*(SE+1.)/(6.*SE**2.)
EPM1=(SM+1.)*(2.-SM)/(6.*SM)
EPM2=(SM+1.)*3./(6.*SM**2.)
EPM3=(2.*SM-1.)*(SM+1.)/(6.*SM**2.)
DO 14 I=1,N
DO 15 J=1,M
  DELTA(J)=SQRT(1.-XMU(J)**2.)
  F(J)=XMU(J)/(1.-XMU(J)**2.)
  FM(J)=-(1.+XMU(J)**2.)/(1.-XMU(J)**2.)*2.
A(I,J)=(1./DELTA(J)**2.+F(J)*F(J)*EP(I)**2.)*
DHR**2.
  C(I,J)=-2.*F(J)*EP(I)*DHR**2.
15 CONTINUE
14 CONTINUE
1000 DO 51 I=1,N
DO 52 J=1,M
  B1=(F(J)*F(J)*EP(I)-EP(I)*FM(J))*DHR**2.
  B2=(U(I,J)/DELTA(J)-V(I,J)*F(J)*EP(I))*DHR
  B(I,J)=B1-B2
  D(I,J)=-DHR*V(I,J)
52 CONTINUE
51 CONTINUE
DO 16 I=1,N
DO 17 J=1,M
  A1(I,J)=A(I,J)*ALFA1(I)+B(I,J)*BETA1(I)+C(I,J)*BE
  TA1(I)*TETA2(J)
  A2(I,J)=A(I,J)*ALFA2(I)+B(I,J)*BETA2(I)+C(I,J)*BE
  TA2(I)*TETA2(J)+
    *D(I,J)*TETA2(J)+FI2(J)*DHR**2.
  A3(I,J)=A(I,J)*ALFA3(I)+B(I,J)*BETA3(I)+C(I,J)*TE
  TA2(J)*BETA3(I)
  A4(I,J)=D(I,J)*TETA1(J)+C(I,J)*BETA2(I)*TETA1(J)
  +FI1(J)*DHR**2.
  A5(I,J)=D(I,J)*TETA3(J)+C(I,J)*BETA2(I)*TETA3(J)
  +FI3(J)*DHR**2.
  A6(I,J)=C(I,J)*BETA1(I)*TETA1(J)
  A7(I,J)=C(I,J)*BETA3(I)*TETA3(J)
  A8(I,J)=C(I,J)*BETA1(I)*TETA3(J)
  A9(I,J)=C(I,J)*BETA3(I)*TETA1(J)
  G(I,J)=(W(I,J)**2-P1/2.)/DZ
  GAMA(I,J)=W(I,J)/DZ-BETA*A2(I,J)
17 CONTINUE
16 CONTINUE
DO 101 I=2,N

```

```

DO 102 J=2,M
  C1=A1(I,J)*W(I-
  1,J)+A2(I,J)*W(I,J)+A3(I,J)*W(I+1,J)
  C2=A4(I,J)*W(I,J-
  1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+A6(I,J)*W(I-1,J-1)
  C3=A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)* W(I-1,J+1)+
  A9(I,J)* W(I+1,J-1)
  FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
102 CONTINUE
101 CONTINUE
  I=1
DO 103 J=2,M
  C1=A1(I,J)*W(I+1,J)+A2(I,J)*W(I,J)+A3(I,J)*
  W(I+1,J)
  C2=A4(I,J)* W(I,J-1)+ A5(I,J)* W(I,J+1)+
  A6(I,J)* W(I+1,J-1)
  C3=A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)*W(I+1,J+1)+A9(I,J)*
  W(I+1,J-1)
  FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
103 CONTINUE
  J=1
DO 104 I=2,N
  C1=A1(I,J)*W(I-1,J)+ A2(I,J)* W(I,J)+ A3(I,J)*
  W(I+1,J)
  C2=A4(I,J)*W(I,J+1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+A6(I,J)*
  W(I-1,J+1)
  C3=A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)* W(I-1,J+1)+
  A9(I,J)* W(I+1,J+1)
  FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
104 CONTINUE
  J=1
  I=1
  C1=A1(I,J)*W(I+1,J)+A2(I,J)*W(I,J)+A3(I,J)*
  W(I+1,J)
  C2=A4(I,J)*W(I,J+1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+A6(I,J)*
  W(I+1,J+1)
  C3=A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)*W(I+1,J+1)+A9(I,J)*
  W(I+1,J+1)
  FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
500 DO 18 I=2,N
DO 19 J=2,M
  IF(LEQ.N) W(I+1,J)=0.
  IF(J.EQ.M) W(I,J+1)=0.
  X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*W(I-1,J)+
  A3(I,J)*W(I+1,J))
  X2=BETA*(A4(I,J)*W(I,J-1)+A5(I,J)*
  W(I,J+1)+A6(I,J)*W(I-1,J-1))
  X3=BETA*(A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)*W(I-
  1,J+1)+ A9(I,J)*W(I+1,J-1))
  W(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J)+0.5*P2/DZ)/GAMA(I,J)
  EPSI(I,J)=ABS(W(I,J)-WE(I,J))/W(I,J)
  WE(I,J)=W(I,J)
19 CONTINUE
18 CONTINUE
  I=1
DO 20 J=2,M
  IF(J.EQ.M) W(I,J+1)=0.
  X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*W(I+1,J)+A3(I,J)*
  W(I+1,J))

```

```

X2=BETA*(A4(I,J)*W(I,J-
1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+A6(I,J)*W(I+1,J-1))
X3=BETA*(A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)*W(I+1,J+1)+
A9(I,J)*W(I+1,J-1))
W(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J)+0.5*P2/DZ)/GAMA(I,J)
EPSI(I,J)=ABS(W(I,J)-WE(I,J))/W(I,J)
WE(I,J)=W(I,J)
20 CONTINUE
J=1
DO 21 I=2,N
IF(IEQ.N) W(I+1,J)=0.
X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*W(I-1,J)+ A3(I,J)*
W(I+1,J))
X2=BETA*(A4(I,J)*W(I,J+1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+
A6(I,J)* W(I-1,J+1))
X3=BETA*(A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)* W(I-
1,J+1)+ A9(I,J)*W(I+1,J+1))
W(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J)+0.5*P2/DZ)/GAMA(I,J)
EPSI(I,J)=ABS(W(I,J)-WE(I,J))/W(I,J)
WE(I,J)=W(I,J)
21 CONTINUE
I=1
J=1
X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*W(I+1,J)+A3(I,J)*
W(I+1,J))
X2=BETA*(A4(I,J)*W(I,J+1)+A5(I,J)*W(I,J+1)+A6(I,
J)*W(I+1,J+1))
X3=BETA*(A7(I,J)*W(I+1,J+1)+A8(I,J)*W(I+1,J+1)+
A9(I,J)*W(I+1,J+1))
W(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J)+0.5*P2/DZ)/GAMA(I,J)
EPSI(I,J)=ABS(W(I,J)-WE(I,J))/W(I,J)
WE(I,J)=W(I,J)
XMAX=0.
DO 22 I=1,N
DO 23 J=1,M
IF(EPSI(I,J).GT.XMAX) XMAX=EPSI(I,J)
23 CONTINUE
22 CONTINUE
IF(XMAX.GT.1E-5) GOTO 500
C DO 24 J=1,M
C TOP=0.
C DO 25 I=2,N,2
C TOP=TOP+W(I-1,J)+4.*W(I,J)+W(I+1,J)
C 25 CONTINUE
C TP(J)=TOP
C 24 CONTINUE
C TOPX=0.
C DO 26 J=2,M,2
C TOPX=TOPX+TP(J-1)+4.*TP(J)+TP(J+1)
C 26 CONTINUE
C TEG=TOPX*H*H/9.
C ORAN=1./TEG
C P2=P2*ORAN
DO 30 J=1,M
TOP=0.
DO 31 I=2,N,2
TOP=TOP+H1(I)*(EPS1*W(I+1,J)+EPS2*W(I,J)+EPS
3*W(I-1,J))
31 CONTINUE

```

```

TPL(J)=TOP
30 CONTINUE
TOP=0.
DO 33 J=2,M,2
TOP=TOP+XK1(J)*DELTA(J)*(EPM1*TPL(J+1)+EP
M2*TPL(J)+EPM3*TPL(J-1))
33 CONTINUE
TEG=ALORAN*TOP
ORAN=1./TEG
P2=P2*ORAN
WRITE(*,*) 'ORAN=',ORAN
IF(ABS(ORAN-1.).GT.0.001) GOTO 500
C DO 27 J=M-1,1,-2
C WRITE(*,200) W(1,J), W(3,J),W(5,J), W(7,J),
W(9,J), W(11,J),W(13,J),
C *W(15,J),W(17,J),W(19,J)
C 27 CONTINUE
C 200 FORMAT(10F7.4) DO 34 J=M,2,-1
DO 35 I=N,2,-1
GZ=(W(I,J)-WA(I,J))/DZ/DHR
X1=(1.-XMU(J)*F(J))/DELTA(J)
X2=1./EP(I)/DELTA(J)
X3=XMU(J)/EP(I)/DELTA(J)
Y1=-X1/H2(I)+X2-X3/XK2(J)
U(I,J)=(-GZ-X1*U(I+1,J)/H2(I)-
X3*U(I,J+1)/XK2(J))/Y1
C WRITE(*,*) I,J,u(i,j),X3
V(I,J)=U(I,J)*XMU(J)/EP(I)/DELTA(J)
WA(I,J)=W(I,J)
35 CONTINUE
34 CONTINUE
DO 36 I=N,2,-1
GZ=(W(I,1)-WA(I,1))/DZ/DHR
GZ=DELTA(1)*H2(1)*GZ
U(I,1)=GZ+U(I+1,1)
WA(I,1)=W(I,1)
36 CONTINUE
DO 37 J=M,2,-1
GZ=XK2(J)*(W(1,J)-WA(1,J))/DZ/DHR
V(1,J)=GZ+V(1,J+1)
WA(1,J)=W(1,J)
37 CONTINUE
C WRITE(*,*)
C DO 38 J=M-1,1,-2
C WRITE(*,400)
U(1,J),U(3,J),U(5,J),U(7,J),U(9,J),U(11,J),U(13,J),
C *U(15,J),U(17,J),U(19,J)
C 38 CONTINUE
C 400 FORMAT(10F7.4)
C WRITE(*,*)
C DO 39 J=M-1,1,-2
C WRITE(*,450)
V(1,J),V(3,J),V(5,J),V(7,J),V(9,J),V(11,J),V(13,J),
C *V(15,J),V(17,J),V(19,J)
C 39 CONTINUE
C 450 FORMAT(10F7.4)
WRITE(6,*) Z+DZ
J=1
DO 55 I=1,N+1
WRITE(6,222) H*(I-1),W(I,J)

```

```

WRITE(*,222) H*(I-1),W(1,J)
55 CONTINUE
222 FORMAT(2F7.4)
Z=Z+DZ
XKS=P2-64.*Z
FRE=P2/Z/4.
C WRITE(7,201) Z,P2,XKS,FRE,W(1,1)
WRITE(*,201) Z,P2,XKS,FRE,W(1,1)
201 FORMAT(4F14.7)
DZ=DZ*1.05
P1=P2
P2=P2+FRE*DZ
GOTO 1000
END

```

C HTGA DURUMUNDA ELIPTİK KANALDA ISI TRANSFERİNİ COZER

```

C
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION H1(60), H2(60), XK1(60), XK2(60),
XMU(60), EP(60)
DIMENSION U(60,60), V(60,60), W(60,60),
A(60,60)
DIMENSION B(60,60), C(60,60), D(60,60),
G(60,60), TETA3(60)
DIMENSION BETA1(60), BETA2(60),
BETA3(60), FI1(60), FI2(60), FI3(60)
DIMENSION ALFA1(60),
ALFA2(60), ALFA3(60), TETA1(60), TETA2(60)
DIMENSION A1(60,60), A2(60,60),
A3(60,60), A4(60,60), A5(60,60)
DIMENSION A6(60,60), A7(60,60), A8(60,60),
A9(60,60), GAMA(60,60)
DIMENSION EPSI(60,60), TPL(60)
DIMENSION DELTA(60), F(60), FM(60)
, FIE(60,60), T(60,60), TE(60,60)
DIMENSION E(60,60), XINT(60)
OPEN(6, FILE='PRSO', FORM='FORMATTED',
STATUS='NEW')
OPEN(5, FILE='DAHIZI', FORM='FORMATTED',
STATUS='OLD')
N=20
M=20
SE=1.0
SM=1.0
DZ=1E-3
BETA=1.0
DHR=2.0
Z=0.
PR=20.
PI=4.*ATAN(1.)
ALANOR=4./PI
TOPH=0.
DO 1 I=1,N
TOPH=TOPH+SE**(I-1)

```

```

1 CONTINUE
H=1./TOPH
TOPK=0.
DO 2 J=1,M
TOPK=TOPK+SM**(J-1)
2 CONTINUE
XK=1./TOPK
DO 3 I=1,N
H1(I)=H*SE**(N+1-I)
H2(I)=H*SE**(N-I)
IF(I.EQ.1) H1(1)=H2(1)
3 CONTINUE
DO 4 J=1,M
XK1(J)=XK*SM**(M+1-J)
XK2(J)=XK*SM**(M-J)
IF(J.EQ.1) XK1(1)=XK2(1)
4 CONTINUE
EP(1)=0.
DO 5 I=2,N
EP(I)=EP(I-1)+H1(I)
5 CONTINUE
XMU(1)=0.
DO 6 J=2,M
XMU(J)=XMU(J-1)+XK1(J)
6 CONTINUE
DO 8 J=1,M
DO 9 I=1,N
T(I,J)=1.
TE(I,J)=1.
9 CONTINUE
8 CONTINUE
DO 10 I=1,N+1
T(I,M+1)=0.
W(I,M+1)=0.
10 CONTINUE
DO 11 J=1,M+1
T(N+1,J)=0.
W(N+1,J)=0.
11 CONTINUE
DO 12 I=1,N
BETA1(I)=-H2(I)/(H1(I)**2+H1(I)*H2(I))
BETA2(I)=(H2(I)-H1(I))/(H1(I)*H2(I))
BETA3(I)=H1(I)/(H1(I)*H2(I)+H2(I)**2)
ALFA1(I)=2./(H1(I)**2+H1(I)*H2(I))
ALFA2(I)=-2./(H1(I)*H2(I))
ALFA3(I)=2./(H1(I)*H2(I)+H2(I)**2)
12 CONTINUE
DO 13 J=1,M
FI1(J)=2./(XK1(J)**2+XK1(J)*XK2(J))
FI2(J)=-2./(XK1(J)*XK2(J))
FI3(J)=2./(XK1(J)*XK2(J)+XK2(J)**2)
TETA1(J)=-XK2(J)/(XK1(J)**2+XK1(J)*XK2(J))
TETA2(J)=(XK2(J)-XK1(J))/(XK1(J)*XK2(J))
TETA3(J)=XK1(J)/(XK1(J)*XK2(J)+XK2(J)**2)
13 CONTINUE
EPS1=(SE+1.)*(2.-SE)/(6.*SE)
EPS2=(SE+1.)*3./(6.*SE**2.)
EPS3=(2.*SE-1.)*(SE+1.)/(6.*SE**2.)
EPM1=(SM+1.)*(2.-SM)/(6.*SM)
EPM2=(SM+1.)*3./(6.*SM**2.)

```

```

EPM3=(2.*SM-1.)*(SM+1.)/(6.*SM**2.)
1000 DO 88 J=1,M
DO 99 I=1,N
READ(5,*) U(I,J),V(I,J),W(I,J)
write(*,*) U(I,J),V(I,J),W(I,J)
C W(I,J)=2.*(1.-EP(I)**2.*(1.-XMU(J)**2.)-
XMU(J)**2.)
C W(I,J)=1.
C U(I,J)=0.
C V(I,J)=0.
99 CONTINUE
88 CONTINUE
DO 14 I=1,N
DO 15 J=1,M
DELTA(J)=SQRT(1.-XMU(J)**2.)
F(J)=XMU(J)/(1.-XMU(J)**2.)
FM(J)=-(1.+XMU(J)**2.)/(1.-XMU(J)**2.)**2.
A(I,J)=(1/PR/W(I,J))*(1./DELTA(J)**2.+F(J)*F(J)*EP
(I)**2.)*DHR**2.
C(I,J)=2.*(1./PR)*(1./W(I,J))*F(J)*EP(I)*
DHR**2.
15 CONTINUE
14 CONTINUE
DO 51 I=1,N
DO 52 J=1,M
B1=(1./PR)*(1./W(I,J))*(F(J)*F(J)*EP(I)-
EP(I)*FM(J))*DHR**2.
B2=(1./W(I,J))*(U(I,J)/DELTA(J)-
V(I,J)*F(J)*EP(I))*DHR
B(I,J)=B1-B2
D(I,J)=DHR*V(I,J)/W(I,J)
E(I,J)=(1./PR)*(1./W(I,J))*DHR**2.
52 CONTINUE
51 CONTINUE
DO 16 I=1,N
DO 17 J=1,M
A1(I,J)=A(I,J)*ALFA1(I)+B(I,J)*BETA1(I)+C(I,J)*BE
TA1(I)*TETA2(J)
A2(I,J)=A(I,J)*ALFA2(I)+B(I,J)*BETA2(I)+C(I,J)*BE
TA2(I)*TETA2(J)+
*D(I,J)*TETA2(J)+FI2(J)*E(I,J)
A3(I,J)=A(I,J)*ALFA3(I)+B(I,J)*BETA3(I)+C(I,J)*TE
TA2(J)*BETA3(I)
A4(I,J)=D(I,J)*TETA1(J)+C(I,J)*BETA2(I)*TETA1(J)
+FI1(J)*E(I,J)
A5(I,J)=D(I,J)*TETA3(J)+C(I,J)*BETA2(I)*TETA3(J)
+FI3(J)*E(I,J)
A6(I,J)=C(I,J)*BETA1(I)*TETA1(J)
A7(I,J)=C(I,J)*BETA3(I)*TETA3(J)
A8(I,J)=C(I,J)*BETA1(I)*TETA3(J)
A9(I,J)=C(I,J)*BETA3(I)*TETA1(J)
G(I,J)=T(I,J)/DZ
GAMA(I,J)=1./DZ-BETA*A2(I,J)
17 CONTINUE
16 CONTINUE
DO 101 I=2,N
DO 102 J=2,M
C1=A1(I,J)*T(I-1,J)+ A2(I,J)* T(I,J)+
A3(I,J)*T(I+1,J)

```

```

C2=A4(I,J)*T(I,J-1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)*
T(I-1,J-1)
C3=A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)* T(I-1,J+1)+
A9(I,J)*T(I+1,J-1)
FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
102 CONTINUE
101 CONTINUE
I=1
DO 103
J=2,MC1=A1(I,J)*T(I+1,J)+A2(I,J)*T(I,J)+A3(I,J)*
T(I+1,J)
C2=A4(I,J)*T(I,J-1)+ A5(I,J)*
T(I,J+1)+A6(I,J)*T(I+1,J-1)
C3=A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I+1,J+1)+A9(I,J)*
T(I+1,J-1)
FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
103 CONTINUE J=1
DO 104 I=2,N
C1=A1(I,J)*T(I-
1,J)+A2(I,J)*T(I,J)+A3(I,J)*T(I+1,J)
C2=A4(I,J)*T(I,J-1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)*T(I-
1,J+1)
C3=A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I-
1,J+1)+A9(I,J)*T(I+1,J+1)
FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
104 CONTINUE
J=1
I=1C1=A1(I,J)*T(I+1,J)+ A2(I,J)*T(I,J)+ A3(I,J)*
T(I+1,J)
C2=A4(I,J)*T(I,J+1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)*
T(I+1,J+1)
C3=A7(I,J)* T(I+1,J+1)+ A8(I,J)*T(I+1,J+1)+
A9(I,J)*T(I+1,J+1)
FIE(I,J)=(1.-BETA)*(C1+C2+C3)
500 DO 18 I=2,N
DO 19 J=2,M
IF(I.EQ.N) T(I+1,J)=0.
IF(J.EQ.M) T(I,J+1)=0.
X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*T(I-
1,J)+A3(I,J)*T(I+1,J))
X2=BETA*(A4(I,J)*T(I,J-
1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)*T(I-1,J-1))
X3=BETA*(A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I-
1,J+1)+A9(I,J)*T(I+1,J-1))
T(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J))/GAMA(I,J)
EPSI(I,J)=ABS(T(I,J)-TE(I,J))/T(I,J)
TE(I,J)=T(I,J)
19 CONTINUE
18 CONTINUE
I=1
DO 20 J=2,M
IF(J.EQ.M) T(I,J+1)=0.
X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*T(I+1,J)+A3(I,J)*T(I+1,J))
X2=BETA*(A4(I,J)*T(I,J-
1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)*T(I+1,J-1))
X3=BETA*(A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I+1,J+1)+A
9(I,J)*T(I+1,J-1))
T(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J))/GAMA(I,J)
EPSI(I,J)=ABS(T(I,J)-TE(I,J))/T(I,J)
TE(I,J)=T(I,J)

```

```

20 CONTINUE
  J=1
  DO 21 I=2,N
    IF(I.EQ.N) T(I+1,J)=0.
    X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*T(I-
1,J)+A3(I,J)*T(I+1,J))
    X2=BETA*(A4(I,J)*T(I,J+1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)
*T(I-1,J+1))
    X3=BETA*(A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I-
1,J+1)+A9(I,J)*T(I+1,J+1))
    T(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J))/GAMA(I,J)
    EPSI(I,J)=ABS(T(I,J)-TE(I,J))/T(I,J)
    TE(I,J)=T(I,J)
21 CONTINUE
  I=1
  J=1
  X1=G(I,J)+BETA*(A1(I,J)*T(I+1,J)+A3(I,J)*T(I+1,J))
  X2=BETA*(A4(I,J)*T(I,J+1)+A5(I,J)*T(I,J+1)+A6(I,J)
*T(I+1,J+1))
  X3=BETA*(A7(I,J)*T(I+1,J+1)+A8(I,J)*T(I+1,J+1)+A
9(I,J)*T(I+1,J+1))
  T(I,J)=(X1+X2+X3+FIE(I,J))/GAMA(I,J)
  EPSI(I,J)=ABS(T(I,J)-TE(I,J))/T(I,J)
  TE(I,J)=T(I,J)
  XMAX=0.
  DO 22 I=1,N
    DO 23 J=1,M
      IF(EPSI(I,J).GT.XMAX) XMAX=EPSI(I,J)
23 CONTINUE
22 CONTINUE
  WRITE(*,*) 'MAX=',XMAX
  IF(XMAX.GT.1E-5) GOTO 500
C   DO 24 J=1,M
C   TOP=0.
C   DO 25 I=2,N,2
C   TOP=TOP+W(I-1,J)+4.*W(I,J)+W(I+1,J)
C 25 CONTINUE
C   TP(J)=TOP
C 24 CONTINUE
C   TOPX=0.
C   DO 26 J=2,M,2
C   TOPX=TOPX+TP(J-1)+4.*TP(J)+TP(J+1)
C 26 CONTINUE
C   TEG=TOPX*H*H/9.
C   ORAN=1./TEG
C   P2=P2*ORAN
  DO 30 J=1,M
    TOP=0.
    DO 31 I=2,N,2
      PP1=W(I+1,J)*T(I+1,J)
      PP2=W(I,J)*T(I,J)
      PP3=W(I-1,J)*T(I-1,J)
    TOP=TOP+H1(I)*(EPS1*PP1+EPS2*PP2+EPS3*PP3)
31 CONTINUE
    TPL(J)=TOP
30 CONTINUE
    TOP=0.
    DO 33 J=2,M,2
      FF1=DELTA(J+1)*TPL(J+1)
      FF2=DELTA(J)*TPL(J)

```

```

      FF3=DELTA(J-1)*TPL(J-1)
      TOP=TOP+XK1(J)*(EPM1*FF1+EPM2*FF2+EPM3*
FF3)
33 CONTINUE
      TOP=TOP*ALANOR
      Z=Z+DZ
      DO 27 J=M-1,1,-2
        WRITE(*,200)
        T(1,J),T(3,J),T(5,J),T(7,J),T(9,J),T(11,J),T(13,J),
*T(15,J),T(17,J),T(19,J)
27 CONTINUE
200 FORMAT(10F7.4)
      XNUZ=-0.25*LOG(TOP)/Z
      DO 28 J=M-1,1,-2
        WRITE(*,200)
        W(1,J),W(3,J),W(5,J),W(7,J),W(9,J),W(11,J),
W(13,J), W(15,J),W(17,J),W(19,J)
28 CONTINUE
      DO 44 J=M,1,-1
        XINT1=DHR*((1.+SE)**2.*T(J,N)-T(J,N-
1)))/(H2(N)*SE*(1.+SE))
        XINT(J)=XINT1/TOP/DELTA(J)**2.
C   WRITE(*,*) XINT(J)
44 CONTINUE
      SUM=0.
C   XINT(M+1)=XINT(M)
      DO 55 J=2,M,2
        SUM=SUM+XINT(J-1)+4.*XINT(J)+XINT(J+1)
55 CONTINUE
      SUM=SUM*H/3.
      WRITE(*,*) Z/PR,XNUZ,SUM,TOP,XINT(1)
      DZ=DZ*1.05
      GOTO 1000
      END

```

□

KAYNAKLAR

AKTAŞ Z., ÖNCÜL H., URAL S., (1984). Sayısal çözümleme. O.D.T.Ü. Bilgisayar Müh. Böl. ANKARA, (413) s.)

AMES W.F., (1977). Numerical methods for partial diferantial equations. Academic Press. Inc. USA., (365) s.)

APARECIDO J.B., COTTA, R.M., (1990). Thermally developing laminar flow inside rectangular ducts. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, No.2, pp.341-347.

ASAKO Y., FAGHRI M., (1983). Three-dimensional laminar heat transfer and fluid flow characteristics in the entrance region of rhombic duct. J. Heat Transfer, Vol. 110, pp.855-861.

ASAKO Y., NAKAMURA, H., FAGHRI M., (1988). Developing laminar flow and heat transfer in entrance region of regular polygonal ducts. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 31, No.12, pp.2590-2593.

BOBER W., KENYON R.A., (1980). Fluid Mechnics. J. Willey and Sons. Inc. USA. (558) s.)

CORLSON G.A., HORNBECK R.W., (1973). A numerical solution for laminar entrance flow in a square duct. J. of Applied Mec. March, pp.25-30.

CURR R. M., SHARMA D., TACHEL D. G. (1972). Numerical predictions of some three-dimensional boundary layer in ducts. Com. Met. Appl. Mech. Eng., 1, pp.143-158.

DREW T.B., (1931). Matematical attacks on forced convection problems. A review. Trans. Am. Inst. Chem. Eng. 26,pp. 26-80.

DRYDEN H.L., MUNAGHAN F.D., BATEMAN H., (1932). Hydrodynamics. Bull.No.84. pp. 197-201. Comm.Hydrodyn., Div. Phys. Sci. Natl. Res. Counc., Washington D.C.

CİHAN E., YILMAZ T., (1994). Değişik kesit alanlı kanallarda ısı transferinin hesaplanması için nümerik bir yöntem. III. Ulusal Soğutma ve İklimlendirme Kongresi Bildiri Kitabı, 4-6 Mayıs 1994, ADANA, s.275-284.

FELDMAN E.E., HORNBECK R.W., OSTERLE J.F., (1982a). A numerical solution of laminar developing flow in eccentric annular ducts. Int. J. Heat MassTransfer Vol.25, No.2, pp-231-241.

FELDMAN E.E., HORNBECK R.W., OSTERLE J.F., (1982b). A numerical solution of developing temperature for laminar flow in eccentric annular ducts. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 25, No.2, pp.243-253.

FLANDER B.P., TEUKOLSKY S. A., VETTERLING V.T., (1986). Numerical Recipes. Cambridge Univ. USA. (816) s.)

GREATZ L., (1883). On the thermal conductivity of liquids. part 1. Ann.Phys. Chem. 18, pp.79-94.

HAJI-SHEIKH A., MASHENA M., HAJI-SHEIKH M.J., (1983). Heat transfer coefficient in ducts with constant wall temperature. J. of Heat transfer, Vol.105, pp.878-883.

HAN L.S., (1960), Hydrodynamic entrance lengths for incompressible laminar flow in rectangular ducts. J. of Applied Mechanics, pp.403-409.

HONRNBECK R.W., (1965). An all-numerical method for heat transfer in the inlet of a tube. Am. Soc. Mech. Eng. Pap.65-WA/HT-36.

HONRNBECK R.W., (1964). Lamimar flow in the entrance region of a pipe. Appl. Sci. Res. Sect., 13, pp.224-232.

HWANG C.L., FAN L.T., (1964). Finite difference analysis of forced-convection heat transfer in entrance region of a flat rectangular duct. Appl.Sci.Res.Sect. 13, pp.401-422.

HOLMES D.B., VERMEULEN J.R., (1968). Velocity profiles in ducts with rectangular cross-section. Cem. Eng. Sci., 23, pp.717-722.

IQBAL M., KHATRY A.K., AGGARWALA B.D., (1972). On the second fundamental problem of combined free and forced convection through vertical non-circular ducts. Appl. Sci. Res., 26, pp.183-208.

KAKAÇ S., SHAH R.K., AUNG W., (1987). Handbook of single-phase convection heat transfer. John Willey&Sons. Inc. USA (900) s.).

KAYS W. M., LONDON A. L., (1964). Compact heat exchangers. McGraw-Hill. NewYork.

LAWAL A., MUJUMDAR A.S., (1985). Laminar flow and heat transfer in power-law fluids flowing in arbitrary cross-sectional ducts. Numerical Heat Transfer, Vol 8., pp. 217-244.

LEI Q.M., TRUP A.C., (1990). Forced convection of thermally developing laminar flow in circular sector ducts. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.33, No.8, pp.1675-1693.

LOMBARDI G., SPARROW E.M., (1974). Measurement of local heat transfer coefficient for developing flow in flat rectangular ducts. Int. J. Heat Mass Transfer, 17, pp.1135-1140.

LUNDGREN T. S., SPARROW E. M., STARR J.B., (1967). Experiment on laminar flow development in rectangular ducts. J. Basic Eng., 89, pp.116-127.

McCOMAC S.T., (1967). Hydrodynamic entrance lengths for ducts of arbitrary cross-section. J. Basic Eng., 89, pp.847-850.

MILLER J.A., (1971). Laminar incompressible flow in the entrance region ducts of arbitrary cross-section. J. of Eng. for Power., pp.113-118.

MANGLIK R.M., BERGLES A.E., (1988). Laminar flow heat transfer in a semi-circular tube with uniform wall temperature. Int.J. Heat Mass Transfer., Vol.31, No.3, pp.625-636.

MUCHNIK G.F., SOLOMONOV S.D., GORDON A.R., (1973). Hydrodynamic development of a laminar velocity field in rectangular channels. J.Eng. Phys.(USSR), 25, pp.1268-1271.

MACLAINE-CROSS I.L., (1969). An approximate method for calculating heat transfer and pressure drop in ducts with laminar flow. J. Heat Transfer, Vol. 91, pp.171-173.

NGUYEN T.V., (1992). Laminar heat transfer for thermally developing flow in ducts. Int. J. Heat Mass Transfer., Vol.35, No.7, pp.1733-1741.

NGUYEN T.V., (1991). Low Reynolds Number simultaneously developing flows in the entrance region of parallel plates. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 34, No.415, pp.1219-1225.

NUSSELT W., (1910). The dependence of the heat-transfer coefficient on the tube length. VDI Z. 54, pp.1154-1158.

SALVADORI M.G., BARON M.L., (1966). Numerical methods in engineering. Prentice-Hall Inc. LONDON, (302) s.)

SILVA J.B.C., COTTA R.M., APARECIDO J.B., (1992). Analytical solution to simultaneously developing laminar flow inside parallel plate channels. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 35, No.4, pp.887-895.

SPARROW E.M., (1955). Analysis of laminar-convection heat transfer in entrance region of flat rectangular ducts. NACA tech. Notes. TN.3316.

SPARROW E.M., LIN S.H., LUNDGREN T.S., (1964). Flow development in the hydrodynamic entrance region of tubes and ducts. The Physics of Fluids. Vol.7, No.3, pp.338-347.

SHAH R.K., LONDON A.L., (1971). Laminar flow forced convection heat transfer and flow friction in straight and curved ducts. TR. No. 75, Dep.Mech.Eng. Stanford Univ. California.

SHAH R.K., (1975a). Thermal entry length solutions for the circular tube and parallel plates. Heat Mass Transfer Conf. 3rd. Indian Inst. Tech. Bombay, Vol. 1, pap. No. HMT 11-75.

SHAH R.K., (1975b). Laminar flow friction and forced convection heat transfer in ducts of arbitrary geometry. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 18, pp.849-862.

SHAH R.K., LONDON A.L., (1978). Laminar flow forced convection in ducts. Academic Press, New York, (477) s.)

SHOME B., JENSEN M.K., (1993). Correlation for simultaneously developing laminar flow and heat transfer in a circular tube. Int. Heat Mass Transfer. Vol.36, No.10, pp.2710-2713.

SHMIDT F.W., NEWELL M.E., (1967). Heat transfer in fully developed laminar flow through rectangular and isosceles triangular ducts. Int. J. Heat Mass Transfer, 10, pp.1121-1123.

UZUN İ., (1992). Gelişigüzel sınırları olan kanallarda laminar akıştaki hidrodinamik ve sıcaklık problemlerinin eliptik grid üretim yöntemi ile bilgisayarda analizi. Doktora tezi, Fırat Ü. Fen Bil. Ens. Makina Müh. Anabilim Dalı, ELAZIĞ, (125) s.).

WILBULSWAS P., (1966). Laminar flow heat transfer in non-circular ducts. Ph.D. Thesis, London Univ., LONDON.

YILMAZ T., (1990). General equation for pressure drop for laminar flow in ducts of arbitrary cross-sections. J. of Energy Resources Tech., Vol.112, pp.220-223.

YILMAZ T., (1977). Kaydırılmış levha dizilerinde laminar akışta ısı transferi. K.T.Ü. Doçentlik Tezi, TRABZON. (173) s.).

YILMAZ T., UMUR H., (1985). Laminar akışta çeşitli kesit alanlı borularda basınç kaybı ve ısı transferinin hesaplanması. Isı Bilimi ve Tekniği 5. Ulusal Kongresi Bildiri Kitabı., s. 67-78.

YILMAZ T., (1977). Transfer proseslerinde deneysel ve teorik bulguların yaklaşık eşitliklerle ifadesinde genel esaslar. Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi. 2/3, s.41-46.

YILMAZ T., CİHAN E., (1993). General equation for heat transfer for laminar flow in ducts of arbitrary cross-sections. Int.J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, No:13, pp. 3265-3270.

YILMAZ T., CİHAN E., (1994). Lévêque solution for heat transfer in ducts of arbitrary cross-sections, Türk Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi, Cilt 17, No:2. s.19-23.

YILMAZ T., CİHAN E., (1995). An equation for laminar flow heat transfer for constant heat flux boandry condition in ducts of arbitrary cross-sectional area. J. Heat Transfer, (Yaymlanacak)

ÖZGEÇMİŞ

1966 yılında Diyarbakır'da doğdum. İlk, orta ve lise öğrenimi Adana'da tamamladım. 1983 yılında Ç.Ü. Müh. Mim. Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü'ne girerek, 1987 yılında mezun oldum. Aynı yıl Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimime başlayarak Araştırma Görevlisi oldum. 1991 yılında Yüksek Lisans öğrenimi tamamladım ve 1992 yılında Öğretim Görevlisi oldum. Halen aynı bölümde Öğretim Görevlisi olarak çalışmaktayım.



TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmamın yürütülmesini üstlenerek, çalışmaların süresince değerli yardımlarını esirgemeyen danışmanım sayın hocam Prof.Dr-Ing. Tuncay YILMAZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez süresince beni destekleyen başta hocam Doç.Dr. Beşir ŞAHİN olmak üzere Arş.Gör.Şaban ÜNAL ve Arş.Gör. Hüseyin CEYHAN'a teşekkür ederim.

