

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BELİRSİZLİKLERİN YORULMA ÖMRÜNE ETKİLERİ

Mehmet Fatih AYDINER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Mekanik Programı

Danışman

Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN

Temmuz, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BELİRSİZLİKLERİN YORULMA ÖMRÜNE ETKİLERİ

Mehmet Fatih AYDINER tarafından hazırlanan tez çalışması 07.07.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Zafer KÜTÜĞ , Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Fethi KADIOĞLU , Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN sorumluluğunda tarafımda hazırlanan Belirsizliklerin Yorulma Ömrüne Etkisinin İncelenmesi başlıklı bu çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Mehmet Fatih AYDINER

İmza



Bu çalışma, Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Proje Koordinatörlüğü'nün FYL-2021-4801 numaralı projesi ile desteklenmiştir.



Bilime
ve
Bilim adamlarına

TEŞEKKÜR

Bu yüksek lisans tezinin hazırlanması, teze ilişkin bilimsel araştırma projesi süreci ile kongre bildirisi aşamalarında engin desteklerini benden esirgemeyen ve kendisine sorduğum sorulara özverili bir şekilde en kısa sürede yanıt veren Sn. Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN hocama teşekkürlerimi bir borç bilirim. Kendisi, yaptığım çalışmalar boyunca karşılaştığım problemlere ilişkin olarak danıştığım vakit hiçbir şekilde beni geri çevirmemiştir. Kırılma Mekaniği ve Yorulma alanlarında bana bir kapı açtığı ve yol gösterdiği için ayriyetten minnetlerimi sunarım. Tez çalışması kapsamında gerek çatlak büyüme modelleri kapsamında yürüttüğüm vakit alıcı kaynak tarama süreci ve çatlak büyüme modellerine dair kapalı integrasyon çözümlerinin elde edilmesi süreci boyunca, gerek ise kodlama aşamasında hata ayıklama ve iyileştirme kısımlarında beni yalnız bırakmamış olan aileme de teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca bu çalışmaya destek olmaları ve IntLab'ın alınmasına dair gerçekleştirdikleri mali yardım sebebiyle Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Proje Koordinatörlüğüne teşekkür ederim. Son olarak da; konu hakkında çalışmalarda bulunmuş ve vakitlerini ayırarak, kümülatif bir şekilde konuyu şimdiki seviyeye taşımış olan değerli bilim adamlarına dair minnet duygumu ve içten teşekkürlerimi arz ederim.

Mehmet Fatih AYDINER

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	viii
KISALTMA LİSTESİ	x
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xii
ÖZET	xiv
ABSTRACT	xvi
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.1.1 Yorulma Tarihçe.....	1
1.1.2 Yakın Geçmişteki Yorulma Ömrü Çalışmaları.....	4
1.1.3 Çeşitli Belirsizlik Analizleriyle Yorulma Ömrünün Belirlendiği Çalışmalar.....	6
1.1.4 Belirsizliğin Interval Analiziyle Dikkate Alınarak Yorulma Ömrünün Belirlendiği Çalışmalar.....	10
1.2 Tezin Amacı	14
1.3 Hipotez	16
2 BELİRSİZLİK VE YORULMA ÖMRÜ	17
2.1 Mühendislikte Belirsizlik	17
2.2 Belirsizlik Kaynakları.....	22
2.3 Belirsizlik Çözüm Yöntemleri	24
2.4 Interval Analizi.....	27
2.4.1 Interval Analizinin Tarihi.....	24
2.4.2 Interval Aritmetiği.....	25
2.5 Yorulma ve Yorulma Ömrü	48
2.5.1 Yorulma Ömrü.....	47
2.5.2 Yorulma Çatlak Çeşitleri.....	50
2.5.3 Çatlak İlerlemesinde Kırılma Modları.....	51
2.5.4 Yorulmaya Göre Tasarım Kriterleri ve Çeşitli Paket Programlar.....	52
2.5.5 Yorulma Ömrü Tespit Yaklaşımları.....	52
3 YÖNTEM VE UYGULAMA	95
3.1 Yorulma Ömür Tahmin Metodları Kullanılarak Ömür Bağlılarının Elde Edilmesi	95

3.1.1 Paris-Erdoğan Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	88
3.1.2 Walker Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	90
3.1.3 Forman Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	91
3.1.4 Erdoğan Ratwani Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	92
3.1.5 McEvily ve Groeger Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	92
3.1.6 Broek, Schijve ve Erdoğan Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	93
3.1.7 Broek ve Schijve Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	93
3.1.8 Weertman Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	94
3.1.9 Hartman ve Schijve Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	94
3.1.10 Nicholls Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	95
3.1.11 NASGRO Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği.....	95
3.2 Çatlak Büyüme Modellerinin Interval Analizi Uygulaması.....	108
3.2.1 Malzeme Belirsizliğine Dair Interval Analizi Uygulaması.....	99
3.2.2 Yük Belirsizliğine Dair Interval Analizi Uygulaması.....	101
3.2.3 Geometri Belirsizliğine Dair Interval Analizi Uygulaması.....	102
3.2.4 Malzeme, Yük ve Geometri Belirsizliğine Interval Analizi Uygulaması...	103
3.3 INTerval LABoratory (INTlab) Araç Kutusu.....	117
3.4 Problemin Tanımlanması	119
3.5 Nümerik Çıktılar ve Diyagramlar.....	122
3.5.1 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Sonuç Tabloları ve Diyagramlar.....	110
3.5.2 Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Sonuç Tabloları ve Diyagramlar...	119
3.5.3 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Aralık Değerleri.....	127
3.5.4 Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Aralık Değerleri.....	128
4 SONUÇ VE ÖNERİLER	143
4.1 Sonuçların Özeti, Eksiklikler ve Geliştirmelere Dair Öneriler	143
KAYNAKÇA	148
A EKLER	155
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	173

SİMGE LİSTESİ

a_i	Başlangıç Çatlak Uzunluğu/Boyu
x_{inf}	Bir X Interval Sayısının Alt Sınır Değeri
x^{sup}	Bir X Interval Sayısının Üst Sınır Değeri
f	Çatlak Açılım Fonksiyonu
K_{op}	Çatlak Açılım Gerilme Şiddet Faktörü
N_s	Çatlak Büyüme Ömrü
da/dN	Çatlak İlerleme/Yayımlım Hızı
N_i	Çatlak Oluşum Ömrü
a_s	Çatlak Son Uzunluğu/Boyu
a	Çatlak Uzunluğu/Boyu
N	Çevrim Adeti/ Ömür Değeri
K_{eff}	Efektif Gerilme Şiddet Faktörü
E	Elastisite Modülü
G	Enerji Yayımlım Oranı
α_{er}, β_{er}	Erdoğan Ratwani Modeli Parametreleri
K_{th}	Eşik Gerilme Şiddet Faktörü
ΔK_{th}	Eşik Gerilme Şiddet Faktör Aralığı
C_i	FCG (Yorulma Çatlak Büyüme) Modelleri Sabit Katsayıları
m_i	FCG Modelleri Üs Terimi Sabitleri
$\Delta\sigma$	Gerilme Aralığı
σ_g	Gerilme Genliği
R	Gerilme Oranı
ΔK	Gerilme Şiddet Faktörü Aralığı
K	Gerilme Şiddet Faktörü
K_t	Gerilme Yığılma Faktörü
r	Interval Yarıçapı
w	Intervalin Genişliği
m	Intervalin Orta Noktası
a_o	İçsel Çatlak Boyu veya Küçük Çatlak Parametresi
q	İki Interval Sayı Arası Mesafe
G	Kayma Modülü

K_C	Kırılma Tokluğu
a_c	Kritik Çatlak Uzunluğu/Boy
K_{max}	Maksimum Gerilme Şiddet Faktörü
σ_{max}	Maksimum Gerilme
σ_y	Malzemenin Akma Mukavemeti
A	McEvily ve Groeger Modeli Sabiti
K_{min}	Minimum Gerilme Şiddet Faktörü
σ_{min}	Minimum Gerilme
p_n, q_n	NASGRO Modeli Üs Parametreleri
p	Nicholls Model parametresi
σ_{ort}	Ortalama Gerilme
ν	Poisson Oranı
α	Ramsamooj Modeli Düzlem Hal Genelleştirme Çarpanı
λ	Ramsamooj Modeli Plastisite Düzeltme Terimi
β	Şekil Faktörü
N_t	Toplam Yorulma Ömrü
γ_w	Walker Modeli Sabiti

KISALTMA LİSTESİ

COD	Çatlak Açılma Deplasmanı
DGY	Değişken Genlikli Yükleme
FCG	Yorulma Çatlak Büyümesi
FCGR	Yorulma Çatlak Büyüme Hızı
LEFM	Doğrusal Elastik Kırılma Mekanîği
SGY	Sabit Genlikli Yükleme
SIF	Gerilme Şiddet Faktörü
UQ	Belirsizlik Ölçümü



ŞEKİL LİSTESİ

- Şekil 2.1** Örnek Sabit Genlikli Yükleme Geçmiş [58: 286] 68
- Şekil 2.2** Karakteristik Çatlak Büyüme Hızı da/dN - AK Eğrisi [50: 121] 73
- Şekil 2.3** Karakteristik Çatlak Büyüme a - N Eğrisi [50: 121] 78
- Şekil 3.1** Yorulma Yüklemesine Tabi Tutulmuş Örnek İnce Levha Problemi.....119
- Şekil 3.2** Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - Ida/dN Diyagramı, Malzeme Belirsizliği... 123
- Şekil 3.3** Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - Ida/dN Diyagramı, Yük Belirsizliği. 124
- Şekil 3.4** Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - Ida/dN Diyagramı, Geometri Belirsizliği... 125
- Şekil 3.5** Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - Ida/dN Diyagramı, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği..... 126
- Şekil 3.6** Paris Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, p - $I(da/dN)_p$ diyagramı. 127
- Şekil 3.7** Walker Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, p - $I(da/dN)_w$ diyagramı. 128
- Şekil 3.8** Forman Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, p - $I(da/dN)_f$ diyagramı. 129
- Şekil 3.9** NASGRO Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, p - $I(da/dN)_n$ diyagramı..... 130
- Şekil 3.10** Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine göre dağılımı, p - IN diyagramı, Malzeme Belirsizliği. 131
- Şekil 3.11** Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine göre dağılımı, p - IN diyagramı, Yük Belirsizliği. 132
- Şekil 3.12** Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - IN Diyagramı, Geometri Belirsizliği. 133
- Şekil 3.13** Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - IN Diyagramı, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği 134
- Şekil 3.14** Paris Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, p - IN_p Diyagramı..... 135
- Şekil 3.15** Walker Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, p - IN_w Diyagramı. 136
- Şekil 3.16** Forman Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, p - IN_f Diyagramı. 137
- Şekil 3.17** Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği Forman Modeli Kalan Yorulma Ömrü p - IN_f Diyagramları (a) %10 Belirsizlik Yüzdesi Sınırı (b) %45 Belirsizlik Yüzdesi Sınırı.. 138

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1	Model Parametrelerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı	110
Tablo 3.2	Malzeme, Yük ve Geometri Parametrelerinin Değerleri ve Birimleri [99]	120
Tablo 3.3	Probleme İlişkin Nominal Çözüm Sonuçları	122
Tablo 3.4	Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği.....	123
Tablo 3.5	Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Yük Belirsizliği.....	124
Tablo 3.6	Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Geometri Belirsizliği.....	125
Tablo 3.7	Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	126
Tablo 3.8	Paris Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_p$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	127
Tablo 3.9	Walker Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_w$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	128
Tablo 3.10	Forman Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_f$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	129
Tablo 3.11	NASGRO Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_n$ ($mm/çevrim$) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	130
Tablo 3.12	Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN ($çevrim$) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği.....	131
Tablo 3.13	Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN ($çevrim$) Interval Sonuçları, Yük Belirsizliği.....	132
Tablo 3.14	Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN ($çevrim$) Interval Sonuçları, Geometri Belirsizliği.....	133
Tablo 3.15	Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN ($çevrim$) Interval Sonuçları, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	134
Tablo 3.16	Paris Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_p ($çevrim$) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	135
Tablo 3.17	Walker Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_w ($çevrim$) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.....	136

Tablo 3.18 Forman Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_f (çevrim) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.	137
Tablo 3.19 %10 Belirsizlik Yüzdesi İçin Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Genişlikleri Değerleri	140
Tablo 3.20 %10 Belirsizlik Yüzdesi İçin Kalan Yorulma Ömrü Interval Genişlikleri Değerleri.....	141



Belirsizliklerin Yorulma Ömrüne Etkileri

Mehmet Fatih AYDINER

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN

Çevrimsel yük altındaki yapılarda zamanla mikro çatlaklar makro çatlaklara dönüşmekte ve malzemenin sabit yükler altındaki mukavemet değerinden daha düşük seviyede ani ve yıkıcı yorulma kırılmaları meydana gelmektedir. Yorulma mekanizmasını etkileyen çok sayıda faktör, model varsayımları, uygulama hataları gibi belirsizlik nedenlerinden dolayı yürütülen teorik hesaplar, pratikte gerçek sonuçlardan sapabilmektedir. Bu nedenle gerçek sonucun içerisinde yer alacağı sonuç aralığının tespit edilmesi, doğru ve güvenilir hesap sonuçlarının elde edilmesi açısından önemlidir. Yorulma çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü değerlerinin hassas ve güvenilir olarak elde edilmesi, yapının servis ömrü boyunca işlevini emniyetli bir şekilde sürdürebilmesinin önünü açacaktır.

Literatürde birçok Lineer Elastik Kırılma Mekanikliği tabanlı Yorulma Çatlak Büyüme Modeli bulunmaktadır. Bu çalışmada, yorulma çatlak büyüme modellerine ve bu modellerden elde edilen yorulma ömrü bağıntılarına interval analizi aracılığıyla parametrik belirsizlik uygulaması yapılarak, elde edilen interval aralıklarının karşılaştırılması yoluyla hem belirsizlik kaynağı bakımından hem de kullanılan model bakımından belirsizliğin çatlak büyüme hızı ve yorulma

ömrüne etkilerinin değerlendirilmesi amaçlanmaktadır. Bu çerçevede Malzeme, yük ve geometri olmak üzere üç belirsizlik kaynağının, yorulma çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü sonuç aralıklarına olan etkilerinin çatlak büyüme modellerince değişimlerini karşılaştırmak amacıyla sonuç tabloları elde edilmiş ve diyagramları çizdirilmiştir. %10 Belirsizlik yüzdesi için interval aralıkları hesaplanmış ve elde edilen değerler yorumlanmıştır.

Çalışmada, Matlab arayüzü kullanılarak, IntLab interval analizi araç kutusu yardımıyla oluşturulan özgün kod ile örnek problem üzerinde nümerik çözüm gerçekleştirilmiştir.

İncelenen çatlak büyüme modellerinin hangi belirsizlik kaynağıyla tolerans payına sahip olabildiğinin ortaya çıkarılması, probleme dair uygun modelin seçiminde önem taşımaktadır. Probleme özgü daha hassas sonuçların elde edilebilmesi için modele ilişkin sonuç kümesinin aralık açılımının düşük tutulabilmesi, gereksiz ve hatalı sonuçların elde edilmesini en aşağıya çekecektir. Bu nedenle yorulma ömrünün daha hassas tahmin edilebilmesi için hangi yorulma ömrü modelinin hangi belirsizliğe daha duyarlı olduğunun bilinmesi önem arz etmekte olup, bu vesileyle daha hassas ve optimum sonuçlara varılabilmeyen önü açılacaktır.

Anahtar Kelimeler: Yorulma analizi, yorulma ömrü, FCG, belirsizlik, aralık analizi

The Effects of Uncertainties to The Fatigue Life

Mehmet Fatih AYDINER

Department of Civil Engineering

Master of Science Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Ayşe ERDÖLEN

The cyclic loadings that creates crack initiation and crack growth process eventually results in Fatigue Fracture, which is catastrophic. Theoretical calculations may digress from practical results because there are uncertainties such as many factors affecting fatigue mechanism, model assumptions, construction errors. Hence, use of interval that includes the practical reality is important to obtain accurate and reliable results. Obtaining interval sets of fatigue crack growth rate and residual fatigue life as precisely and reliably would give a lead to maintain the safe life of a structural element.

In this work, interval analysis has been used to deal with parameter uncertainties in FCG models. The results has been compared in terms of both source of uncertainty and the models themselves in order to evaluate the effects of uncertainties to the FCGR and fatigue life. The results has been obtained by increasing the uncertainty percentage from zero to %10 are listed as tables and plotted. Also, the interval width has been calculated to make comparing process more accurate.

Numerical calculations has been applied to the constant amplitude loading case sample problem, which material and load parameters taken from literature. In this regard, a unique code has been written using IntLab toolbox in Matlab.

Determining which source of uncertainty that model have tolerance is important for determining appropriate model for related problem. In order to lower the range of interval results and not to obtain erroneously wide results, usage of a model which have less tolerance to related uncertainty source could be decided to get more precise results.

Therefore, it is important to know which FCG model has what kind of influence by uncertainty sources in order to be able to obtain more accurate fatigue life results. Thus, the way to get more responsive and optimum results for related problem will be open.

Keywords: Fatigue analysis, fatigue life, FCG, uncertainty, interval analysis

1.1 Literatür Özeti

Bu bölümde; bu tez çalışmasının esas inceleme konusu olan yorulma teorisi, kavramın tarihçesi, konu hakkındaki akademik çalışmalar, teorinin kronolojik gelişimi açısından incelenecek, sonrasında da yorulma ömrüne ait yeni yüzyılın ilk çeyreğindeki akademik çalışmalar değerlendirilecektir. Ardından çeşitli belirsizlik ölçüm metotlarıyla yorulma ömrünün belirlenmeye çalışıldığı makaleler tanıtılacaktır. Son olarak da belirsizliklerin yorulma ömrüne etkilerinin interval analizi metodunun kullanımıyla analiz edildiği ve kısmen bu tezin kapsam alanına da giren makalelere değinilecektir.

1.1.1 Yorulma Tarihçe

Malzemelerde yorulma olayına ilişkin çalışmaların tarihçesi özellikle Sanayi Devrimi sonrası 19. Yüzyılda başlamakta olup, yorulma kaynaklı meydana gelen ve öngörülemeyen ciddi kırılma kazalarının sebep ve işleyişine ilişkin yürütülen gözlemler ve deneysel çalışmalarla başlamıştır. Bu dönem için 1830 yılı Wilhelm August Julius Albert, 1842 yılı William John Macquorn Rankine, 1849 yılı Eaton A. Hodgkinson, 1864 yılı William Fairbairn, 1870 yılı Johann Bauschinger, 1874 yılı Gerber ve 1890 yılı John Goodman gibi isimlerin çalışmaları sayılabilmektedir [1, 2].

Bu çalışmalardan August Wöhler, demiryolu araç aksları üzerinde standart numuneler oluşturarak bu numuneleri sabit genlikli tekrarlı yüklemeye tabi tutmuş ve daha sonra da yaptığı çalışmalar üzerinden yorulma limiti kavramını ortaya atmıştır. Ayrıca yorulma ömrünün elemanda çentik bulunması durumunda oldukça azaldığını [2] ve şiddeti statik dayanım değerinden aşağıda kalan dinamik tekrarlı yüklemelerin elemanda göçmeye kadar yol açabildiğini gözlemlemiştir [1]. Bu açıdan August Wöhler, yorulma olayının sistematik olarak incelenmesi bakımından erken dönem çalışmalar arasında önem arz etmekte

olup, 1850, 1860 ve 1870 tarihli çalışmaları ön plana çıkmaktadır. Daha sonra 1874 ve 1879 tarihli çalışmalarında Ludwig Spangerberg, August Wöhler'in test sonuçlarından yararlanarak, sonradan 'Wöhler Eğrisi' olarak da anılacak olan gerilme genliği-yük çevrimi (S-N) eğrisini elde etmiştir [1, 2].

Yorulma teorisinin net olarak ortaya konmaya başlandığı esas çalışmalar 20. Yüzyıl itibariyle ortaya atılmıştır. 1910 tarihinde Olin Hanson Basquin, metallerin S-N eğrilerine ilişkin bir denklem tanımlayarak eğrinin logaritmik olarak doğrusal tanımlana bilindiğini göstermiştir. 1924 yılında Nils Arvid Palmgren, daha sonradan B. F. Langer tarafından 1937 tarihli çalışmasıyla katkıda bulunulan ve özellikle 1945 tarihli çalışmasıyla Milton A. Miner tarafından kurallaştırılan Miner (Palmgren-Miner veya Doğrusal Toplam Yorulma Hasar) Kuralı olarak anılmasını sağlayan, değişken genlikli blok yükleme durumu için bir doğrusal hasar hipotezi ortaya koymuş ve birikimli hasar hipotezlerine temel teşkil etmiştir [3, 4]. 1954 Tarihli çalışmasıyla Stanford S. Manson ve 1954 tarihli çalışmasıyla Louis F. Coffin tarafından yorulma ömrüne ilişkin şekil değiştirme tabanlı bir yaklaşımda bulunularak, metaller için çevrim sayısı ile plastik şekil değiştirme logaritmaları arasında doğrusal ilişki ortaya çıkarılmıştır. Timothy H. Topper ile J. Morrow ise bu denklemi elastik ve plastik şekil değiştirmeler şeklinde parçalama yoluyla modifiye etmişlerdir [2, 3].

Aynı yüzyılda (20. Yüzyıl) yorulma çatlak mekanizmasının belirlenmesinde kırılma mekaniği ve çatlak büyümesi ile ilintili yöntemler de geliştirilmiştir. 1963'de Paul Croce Paris ve Fazıl Erdoğan tarafından Paris-Erdogan denklemi olarak anılan çatlak büyüme hızıyla ilgili analitik denklem öne sürülmüştür. 1967 tarihinde Creager ve Paul Croce Paris tarafından körelmiş çatlaklar üzerinde çalışılmış, 1968 ve 1970 yıllarında Wolf Elber tarafından çatlak kapanma kavramı ortaya atılmış ve modeli oluşturulmuştur. 1971 tarihinde J. Willenborg ile çatlak ilerleme gecikmesi incelenmiş, O. E. Wheeler ise 1972 tarihinde çatlak gecikmesi olgusunda, aşırı yükleme sebepli çatlak ucu plastik bölgeyi dikkate almıştır. 1970 Tarihinde K. Walker Paris-Erdogan denkleminde yer alan gerilme şiddet faktörünü gerilme oranı R'ye bağlamıştır. 1970 tarihli A. Hartman ve Jaap Schijve ile 1972 tarihli Royce G. Forman

çalışmalarıyla yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin 3. Bölgesini de çatlak ilerleme hızı eşitliklerinde dikkate almışlardır. 1976'da John M. Barsom, efektif gerilme şiddet faktörü aralığını gerilme şiddet faktörü aralıklarının kareli ortalamasıyla tanımlamış ve uygulamıştır. 1981'de W. Steven Johnson, çok parametrelili akma bölgesi modeli ile Forman denkleminin farklı bir uyarlamasını elde etmiştir [6].

Bu süreçte dislokasyon hareketi tabanlı yorulma çatlak büyüme modelleri geliştirilmiştir. 1963 tarihinde Bruce Alexander Bilby ve diğer çalışma arkadaşları, çatlak ucu sürtünme ve plastik deformasyonlarının, çatlak ilerlemesine ilişkisi olduğunu göstermiştir. 1973'de F. Jeglic ve diğer çalışma arkadaşları tarafından yorulma çatlak ilerleme hızına sıcaklığın etkisi difüzyon olayı vasıtasıyla dikkate alınmıştır. 1973, 1975 ve 1977 yıllarındaki çalışmaları ile T. Yokobori ve diğer çalışma arkadaşları tarafından da, dislokasyon dinamiğine dayanan bir kinetik teori vasıtasıyla yorulma çatlak yayılımına sıcaklığın etkisini tanımlanmış ve dislokasyon aktivasyon enerjisi vasıtasıyla pekleşmenin de dikkate alındığı bir dislokasyon tabanlı yorulma çatlak yayılım modeli geliştirmiştir [7, 8].

Enerji teorisi odaklı geliştirilen yorulma modellerine örnek vermek gerekirse; Gerilme-Şekil Değiştirme histerezis eğrisi altındaki, absorbe edilen enerjiyi temsil eden alanla ilişkili olan plastik şekil değiştirme enerjisi yoğunluğundan yararlanıldığı 1984 tarihli Daniel Kujawski ve Fernand Ellyin'in çalışmalarında metodoloji, histerezis enerjisinin hesabına yönelik gerçekleştirilmiştir. Fakat ortalama gerilmenin, plastik şekil değiştirme enerjisinin belirlenmesinde direkt olarak kullanılamayacağı gibi birtakım etmenler sebebiyle Krzysztof Golos ve Fernand Ellyin tarafından 1987 tarihinde bu model modifiye edilmiş ve böylece yorulma ömrü ve elde edilen şekil değiştirme enerjisi yoğunluğuyla ilişkilendirilmek suretiyle yorulma limitine varılmıştır. Bir başka enerji odaklı yaklaşım olan 1987 tarihli Niu'nun yaklaşımı da, pekleşmenin ve plastik şekil değiştirme artımının dahil edilmesi ile bulunan plastik şekil değiştirme artım oranı ile ilintilendirilmiş bir kümülatif hasar modelinden oluşmaktadır.

Yorulma analizi hesaplarında elastisite ile plastisite prensiplerini içeren Sürekli-Ortam Hasar Mekanik yaklaşımı da bulunmaktadır. Bunlardan 1991 tarihli C. L. Chow ve Y. Wei çalışmasında hasar etki tansörünün kullanımıyla genelleştirilmiş bir üç boyutlu izotrop Sürekli Ortam Hasar Modeli (CDM) yaklaşımı sunulmuştur. Özellikle 1974 tarihli Jean-Louis Chaboche çalışmasından sonra doğmuş diğer nonlineer sürekli ortam hasar mekanik yaklaşımlarından biri de 1992 tarihli Jean Lemaitre ve Jean-Louis Chaboche'nin fenomenolojik yaklaşımı olup, gidişatı bakımından yorulma hasar yayılımının yükleme ve hasar durumuna bağlı bir fonksiyon olarak tanıtıldığı 1974 tarihli Jean-Louis Chaboche modeline benzerlik göstermektedir [3: 21]. Daha sonra J. F. Maire ve Jean-Louis Chaboche tarafından 1997 yılında Sürekli Ortamlar Mekanik hasar prensibi kompozit malzemelere de uyarlanmıştır [5] [3, 6].

Ayrıca konu hakkında çeşitli derleme çalışmaları da yapılmıştır. Örnek olarak Walter Schüts'ün 1837-1994 yılları arası çalışmaları tanıttığı çalışması, John Y. Mann'ın tarihleri 1970, 1978, 1983 ve 1990 olmak üzere 4 adet farklı cilt ile yorulmaya dair bir araya getirdiği 21075 kaynağı içeren çalışmaları, Robert J. Sanford'un 1997 tarihli çalışması ile 1989 tarihli D. Hanewinkel ve Harald Zenner çalışması verilebilir [1: 1].

1.1.2 Yakın Geçmişteki Yorulma Ömrü Çalışmaları

21. Yüzyılda, günümüze değin geliştirilmiş olan çeşitli metot ve kuramların çeşitli sayısal yöntemlerle uygulamaları ve yorulma ömrünün tespiti ile karşılaştırmalı uygulamaların gerçekleştirilmesi gibi literatürde çok çeşitli çalışmaların gerçekleştirildiği görülmektedir. Burada bu çalışmaların bazılarında kısaca bahsedilecektir.

Miranda ve diğ. [9] çalışmalarında, Quebra2D sonlu eleman analizi ile gerilme şiddet faktörü ve çatlak kırılım yolu bulunarak ve ardından yorulma ömrü hesabında kullanmak üzere ViDa yazılımında bu değerleri kullanmak suretiyle iki fazlı bilgisayar programı kullanımını gerçekleştirmişlerdir. Böylelikle genel geçer iki boyutlu yapı elemanlarında güvenilir ve ekonomik yorulma ömrü tahmini bilgisayar ortamında elde edilmiştir.

Carpinteri [10] tarafından yapı boyutlarının yorulma çatlak gelişimine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çatlak yüzeyi fraktal şeklinde tanımlanmış ve Paris denklemi üzerinden yapı boyutu ile çatlak şekli adapte edilerek yeni bir denklem elde edilmiştir. Fraktal şekilli çatlak için Westergaard ve Irwin gerilme şiddeti faktörleri yeniden tanımlanmış ve bu hususta Griffith enerji yaklaşımından yararlanılmıştır. Beton kirişler üzerinde yapılan uygulamada maksimum agrega dane çapının azalmasının, fraktalın boyutsal artım değerini azalttığı, yani çatlak şeklinin doğrusala yaklaştığı görülmüştür.

Saintier ve diğ. [11] tarafından orantısız çok eksenli yükleme altındaki kauçuk malzemede, birisi Cauchy gerilme tansörünün ilk ve ikinci invaryantına dayalı yaklaşım ve ötekisi kritik düzlem yaklaşımına büyük şekil değiştirmeli bir mikro ve makro yaklaşım olmak üzere, iki adet yaklaşım yorulma ömrü tahmininde kullanılmış ve test sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Cauchy gerilme tansörü invaryantı yaklaşımının doğru bir şekilde yorulma ömrünü tahmin edemediği ve böylelikle kritik düzlem yaklaşımının daha uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Kong ve diğ. [12] tarafından yatay akslı rüzgar türbin sisteminde (HAWT), rüzgar türbin kanatlarının efektif maliyeti sayesinde en az 20 yıllık yorulma ömrüyle tasarlanması öngörülmüştür. Bağımsız dinamik yorulma yüklemesi çevrimlerini spektrometrik olarak tanımlayabilmek amacıyla öncelikle spektrum analizi uygulanmaktadır. Daha sonra Spera empirik formülünden yararlanılarak tahmini yorulma gerilmesi ve böylelikle düzlem içi ve düzlem dışı eğilme momentleri elde edilmekte, ve elde edilen bu sonuçlar türbin kanatlarının sonlu eleman analizinde kullanılmaktadır. Ardından Mandell e-cam epoksi malzeme izin verilebilir yorulma dayanımı S-N eğrisinden ve empirik katsayılar da Goodman diyagramından elde edilmektedir. Sonlu eleman sonuçlarına göre elde edilen aksel gerilmeler ve güvenlik faktörünün kullanımıyla elde edilen izin verilebilir yorulma gerilmeleri kıyaslandığı vakit ele alınan orta ölçekte HAWT sisteminin, uygulanan metot ışığında 20 yıllık yorulma ömrü hedefini sağladığı sonucuna varılmıştır.

Zhou [13] tarafından imalatı önceden gerçekleştirilmiş çelik köprülerin kalan yorulma ömürleri, standartların kullanılması için gerilme aralığının

hesaplanması adına arazi şekil değiştirme ölçümlerini kullanan bir metot geliştirilmiştir. Gerçek zamanlı yağmur akışı prosesiyle gerilme aralığı histogramı elde edilmiş ve saha ölçüm sonuçları doğrultusunda köprülerin yorulma ömürlerinin sonsuz olabileceği konusuna değinilmiştir.

Fonte ve Freitas [14] tarafından hafif alüminyum alaşımlı malzeme üzerinde, Mod 1 çatlağına sebep olan tekrarlı eğilme yüklemesinin uygulandığı döndürme-eğme tipi ile, Mod 3 kırılma çatlak tipine sebep olan sabit burulmalı ve burulmasız olarak tekrarlı dinamik gerilme durumunun oluşturulduğu iki tip yorulma deneyi gerçekleştirilmiştir. Çatlak gelişimlerinin Fotogrametri yöntemiyle de incelendiği bu çalışmada, burulmalı ve burulmasız test sonuçları karşılaştırılarak burulma etkisinin çatlak büyüme hızına etkisi incelenmiştir. Burulmasız halde simetrik çatlak büyümesi gerçekleşirken, burulmalı halde asimetrik olduğu ve yorulma çatlak büyüme hızının Won Mises Gerilmesindeki artışa rağmen sabit burulma altında azalabileceği, gecikmeye yol açacağı sonucu elde edilmiştir.

Karolczuk [15] çalışmasında çok eksenli yorulma kriterinin baz alındığı ve bu hususta Mataka ve Papadopoulos kriterlerinin kullanıldığı yorulma ömrü hesap algoritmasına, malzeme parametrelerinin sabit alınmamasının yorulma ömrüyle ilişkilendirilmesi şeklinde bir güncelleme getirilmiştir. Yapılan deney sonuçları, klasik hesap algoritması ve güncellenmiş algoritma sonuçlarının kıyaslanması sonucunda güncellenmiş yaklaşımın gerçek deney sonuçlarına daha iyi yakınsadığı tespit edilmiştir.

Gonzalez ve diğ. [16] tarafından düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme hallerinde yorulma çatlak büyümesinin incelenmesi ve Elber'in çatlak kapanma teorisi neticesinde ortaya konmuş olan, çatlak büyüme hızının efektif gerilme şiddet faktör aralığı ile ilintili olduğu hipotezinin doğruluğunun incelenmesi için, alüminyum alaşımı numuneler üzerinde yorulma deneyi gerçekleştirilmiştir. Hipotezin avantaj ve dezavantajları tartışılmış ve uygulanan deney yardımı ile çatlak açılma yükü, Elber, Paris-Hermann tekniği, ASTM metodları ve deneysel laboratuvar sonuçları üzerinde DIC tekniği (VIC-3D yazılımıyla) kullanılmıştır.

Nihayetinde laboratuvar sonuçlarının Elber modelinin sonuçlarıyla çeliştiği ortaya konulmuştur.

You ve diğ. [17] tarafından yapılan çalışmada sıcaklık değişimine bağlı termal gerilme ve yükleme açısı dikkate alınmak suretiyle, yorulma çatlak başlama ömrü Coffin-Manson eşitliği ve Yorulma çatlak gelişim ömrü ise Paris denklemiyle elde edilmektedir. Çalışmada eğik yükleme etkisindeki uçak pabuçları için oluşturulan nümerik metot için gerilme şiddet faktörleri, yükleme açısı ve termal gerilme parametreleri dahilinde tanımlanmış, yapılan deneylerin de dahil olunmasıyla birlikte yorulma ömrünün 30 dereceden büyük açılarda çok daha azaldığı tespit edilmiş ve “termal gerilme ile yükleme oryantasyonundaki artışın yorulma ömrünü azalttığı sonucuna varılmıştır” [13: 1].

Oğuzhan Demir ve diğerlerinin 2017 ve 2018 tarihli çalışmaları kapsamında önerilmiş olan çatlak ilerleme Demir ve Ayhan hasar modeli kullanılarak, karışık modlu yükleme altındaki başlangıçta eğik çatlak içeren karbon fiber takviyeli ve takviyesiz çelik plaklarda yorulma ömrü tahmini Demir [18] tarafından uygulanmış ve uygulanabilirliği ispatlanmıştır. Demir ve Ayhan modelince eşdeğer gerilme şiddet faktörü yaklaşımı ile eşdeğer gerilme şiddet faktörü değeri, çatlak ucu ilerleme doğrultusu için de modelde önerilmiş bir diğer eşitlik kullanılmaktayken, yorulma ömrü hesabı için Paris-Erdoğan eşitliği kullanılarak ömür tahmini seçilen diğer metotlarla karşılaştırmalı olarak gerçekleştirilmiştir.

1.1.3 Çeşitli Belirsizlik Analizleriyle Yorulma Ömrünün Belirlendiği Çalışmalar

Bu alt başlık altında ise literatürde yer alan yorulma ömür hesaplamalarına klasik deterministik yaklaşımlardan ziyade, stokastik veya karma çeşitli Belirsizlik Ölçümü yaklaşımlarının kullanıldığı bazı çalışmalara değinilecektir.

Liu ve diğ. [19] tarafından yapılan çalışmada; eğrisel yorulma çatlak gelişimi hesabında malzeme ile yükleme parametreleri ve çatlak büyüme doğrultusu belirsiz ve rassal alınmıştır. Hesap metodolojisinde Toplam Türev Yöntemi ve Lagrange Çarpanı metodu odaklı Birinci Dereceden Güvenirlik Yöntemi (FORM) olmak üzere 2 adet güvenirlik metodu ele alınmıştır. Ayrıca karşılaştırmak adına, içerisinde pseudo-exact örnekleme tekniğinin kullanıldığı Monte Carlo Simülasyon Tekniği de kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre en etkili

sonuçların Lagrange çarpanlarının kullanımı neticesinde elde edilmiş olduğu ve bu sonuçların Monte Carlo Simülasyon Tekniği sonuçlarıyla da oldukça paralellik gösterdiği açığa çıkarılmıştır.

Acar [20] tarafından yorulma çatlak ilerlemesi ve yorulma ömrü tahmini, belirsizliklerin olasılıksal nitelikte dikkate alındığı güvenilirlik tabanlı bir yaklaşım ile ve de kırılma mekaniği prensipleri kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada yapının tasarım amacını kaybettiği sınır durumuna ilişkin mekaniksel davranışı içeren bir model tanımlanmakta olup, bu kapsamda geliştirilen birinci merteye ikinci moment istatistiksel güvenilirlik analizi (AFOSM) optimizasyon metodu kullanılarak itere edilmiş ve böylelikle rassal değişkenlerin en yüksek olasılıklı göçme noktasını veren çözüm değerleri elde edilerek sınır durum fonksiyonu yardımıyla da göçme olasılığı elde edilmiştir.

Sudret ve diğ. [21] tarafından nükleer enerji santrali elemanlarının tasarım güvenliğinin sağlatılması amacıyla tasarımsal yorulma ömrü hesabı için geometri ve malzeme parametreleri birer olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanmakta ve deterministik hesap haricinde, olasılıksal hesabın da oluşturulması amaçlanmıştır. Sıcaklığın etkisinin dikkate alındığı yorulma deney sonuçlarından yararlanarak regresyon analizi, standart sapmaya ifadesine dair üç adet model kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yorulma ömür ifadesini elde etmek amacıyla geliştirilen regresyon problemlerinin çözümü MathCad programının kullanımıyla gerçekleştirilmiş, doğrulanması ise Kolmogorov testi ile gerçekleştirilmiştir. Tasarım kısmında değişken genlikli olmayan gerilme altında uygulanan olasılıksal yaklaşıma alt faktör teorisi uygulanmış ve son olarak da tasarım yorulma ömrü güvenli hale getirilmiştir. Değişken genlikli yükleme halinde nümerik metodların kullanımı önerilmiş, uygulanan olasılıksal yaklaşımın zamana bağlı parametreler halinde de yürütülebileceğinden bahsedilmiştir.

Flaceliere ve Morel'in [22] çalışmalarında, çatlak oluşumu için etkin olan yüzeyin ayrımının yapılamaması sebebiyle yorulma limitinin belirlenmesi için, malzemenin ardı sıra dizilmiş çubuklar şeklinde modellendiği weibull weakest link teorisi, orjinalinden farklı olarak yüzey ve cismin içi olmak üzere iki farklı istatistiksel model şeklinde kullanılmıştır. Ortalama yorulma limiti çekme, burulma ve eğilme yüklemeleri altında hesaplanmış olup, ayrıca mikro yapıdaki

kusur bölgesi, Murakami modelince belirlenmiştir. Yumuşak çelikte hacim ve yüzey yaklaşımları uygulanmış ve sonuçlar yakın bulunmuştur. Başlangıçta malzeme mikro yapısında kusurlar bulunan dökme demir ve daha az kusurlu olan yumuşak çelik için de ayrıca üç yükleme durumuna ilişkin yorulma limit ortalamaları bulunmak suretiyle birbirleriyle karşılaştırılmış ve kusurlu dökme demirde hacim ve yüzey yaklaşım sonuçlarının birbirine yakın çıkmadığı görülmüştür. Tüm karşılaştırmalarda %50 kırılım olasılığı baz alınmıştır. Hesaplamalarda gerilme dağılımı etkisi incelenirken, yüzey integraliyle tanımlanmış yeni bir homojenite faktörünün yüzey yaklaşımında kullanılacağı belirtilmiştir. Yorulma dayanımına gerilme dağılımının etkisi, yorulma limitinde numune boyutu etkisi ve sonuçların dağılım ve standart sapmaları incelenmiştir. Yorulma dayanımının hacimden ziyade serbest yüzey alanıyla daha çok ilintili olması sebebiyle yüzey modelinin boyut etkisini daha iyi karşıladığı, sonuç dağılım aralığının az kusurlu olan çelikte daha düşük olduğu ve kusurlu demirin mikro yapısındaki kusur bölgelerinin daha geniş boyutta olduğu sonuçlarına varılmıştır.

Bengtsson ve Rychlik [23] tarafından yapı elemanının yorulma riskinin hesabı için model hataları ve malzeme-yükleme rastsallığı belirsizliklerini güvenilirlik indeksinde birleştiren bir yaklaşım ele alınmıştır. Yapılan çalışmada Değişken Genlikli Yükleme altında Matsuishi ve Endo Yağmur Akışı Sayma Metodu kullanılmaktadır. Yorulma kırılmasında risk hesabı için ise gauss değişken genlikli yükleme durumu için değişken genlikli S-N eğrisinin empirik denkleminde yararlanarak yorulma kırılması fonksiyonu yazılmış ve bunun üzerine Cornell güvenilirlik indeksi uygulanmıştır. Çalışmada ayrıca hasar şiddet yaklaşımları (damage intensity approximations) da gerçekleştirilen simülasyonla incelenmiştir. Böylece belirsizliklerin yorulmaya dair risk hesabında dikkate alındığı yöntem, örnek problemlere uygulanmış ve belirsizliklerin bu husustaki önemi gösterilmiştir.

Garbatov ve diğ. [24] tarafından, kaynaklı düğüm noktaları geometrisi, dalga yükü-yapı etkileşimi, rassal dalga yüklemesi ve yapısal modelleme şeklindeki belirsizlikler dikkate alınarak gemi türü deniz yapılarının yüksek ve düşük çevrim sayılı yorulma hasar modeli incelenmiştir. Hotspot gerilme analizi, Solid

95 sonlu eleman analiz programı kullanılarak gerçekleştirilmiş ve gerilme yoğunluk faktörü elde edilmiştir. Ayrıca tolerans intervalleri tanımlanarak kaynak şeklinin belirsizliğine stokastik ve istatistiksel olarak yaklaşmıştır. Yorulma hesabında spektral yaklaşım göz önüne alınmış ve Palmgren-Miner eşitliği kullanılmıştır.

Kim ve Lee [25] tarafından matematiksel kanıt kuramının (DST) kullanımı yoluyla test sonucu yetersizliğinden kaynaklanan epistemik belirsizlik incelenmekte olup, çalışmalarında interval yorulma çevrim sayısı elde edilmeye çalışılmıştır. Metot kapsamında yetersiz deney sonuçlarına Kringing Meta modeli uygulanmak suretiyle kanaat ve muhtemellik yaklaşım fonksiyonları elde edilmekte olup bunlar, yorulma ömür limit durum fonksiyonunun interval alt ve üst limitleri olarak geçmektedirler. Ayrıca yorulma ömür çevrim sayısının interval değerinin belirleneceği yaklaşım fonksiyonları, yetersiz test sonuçları üzerinden optimum sonucu bulmak için bir modern optimizasyon metodu olan genetik algoritma meta sezgisel optimizasyon metodu yardımıyla belirlendiği gibi, tasarım değişkenleri ve denklem malzeme parametrelerine belirsizliğin uygulandığı Paris-Erdoğan denklemi ile de belirlenerek elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Deney veri adedinin artmasıyla optimizasyon sonucunun Paris denklemi sonucuna yaklaştığı ve hata değerinin azaldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca optimizasyon ve Paris metodu sonuçları yorulma ömrü, yani kritik çatlak boyuna ulaşıncaya kadarki çevrim sayısınca da karşılaştırılmış olup, sonuçların birbirine yakın olduğu gözlemlenmiştir.

Tang ve diğ. [26] tarafından yorulma ömrü tahminine Dempster-Shafer kanıt teorisi (DST) metodu tabanlı epistemolojik belirsizlik analizi uygulanmıştır. Yapılan çalışmada betonarme bir kirişe uygulanan eğilme deneyi sonuçlarından yararlanılmıştır. Hesap etkinliğini arttırmak amacıyla modern optimizasyon metodlarından diferansiyel gelişim metasezgisel algoritması probleme tatbik edilmiştir. Kanıt kuramı kapsamında elde edilen aralık sonuçlarıyla karşılaştırmak maksadıyla olasılık teorisi probleme uygulanmıştır. Bu hususta üniform olasılık dağılımı varsayımı yapılmıştır. Ayrıca geleneksel P-S-N eğrisi ile olasılık dağılımının belirlenmesi için görece daha fazla deney sonucunun

gerekmesi sebebiyle, önerilen yöntemin deney sonuçlarının az olması takdirinde gayet etkin ve verimli olacağına altı çizilmiştir.

Li ve diğ. [27] tarafından bulanık doğrusal regresyon analizi kullanılarak çok eksenli yorulma için güvenilirlik analizinin gerçekleştirilmesi ve çok eksenli bulanık yorulma dayanımının elde edilmesi hedeflenmiştir. Bu hususta yorulmada olasılıksal gerilme ömrü eğrisi P-S-N, bulanık mantık çerçevesinde elde edilmiş ve çok eksenli yorulma tahmin modeli olarak da Mataka ve Papadopulous kriterleri baz alınmıştır. Hesap gidişatında gerilme sabit alınmaktayken, yorulma dayanımı bulanık parametre olarak ele alınmış ve bulanık mantığın bu iki kriter üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Cantelli ve diğ. [28] tarafından fenomenolojik metoda bayes teknikleri uygulanarak kümülatif hasar prosesi olasılıksallaştırılmıştır. Tahmin metodunun gerçekliğini etkilemesi sebebiyle, genelleştirilmiş uç değer dağılımı ailesinden olasılıksal Birikimli Dağılım Fonksiyonunu aralığının doğru belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmada birçok ölçüm tekniği çatlak büyüme sonucunun S sigmoid eğrisi şeklini sunduğu ve bunun istatistiksel anlamda bir benzerlikten kaynaklandığından yola çıkılarak, ortak bir fenomenolojik yaklaşımın getirilebileceği söylenmektedir. Güvenirlik için yeterli test sayısını elde etmede yardımcı olacak ekstrapolasyonun kurulabileceğini öngörülmekte ve bunun minimum test sayısından maksimum verimin elde edilmesi anlamında kullanımı amaçlanmaktadır. Model kapsamında parametreler [0,1] aralığında normalize edilmekte olup, yürütülen metodolojinin tasarım sürecine de uygulanabilirliği sağlanmaktadır. Yorulma ve kırılma hesabına uygulanan metod ile istatistiksel fonksiyonlara dayanan kapsamlı bir fenomenolojik kırılma hasar prosesi oluşturarak hesap kesinliğinin artırılması amaçlanmıştır.

1.1.4 Belirsizliğin Interval Analiziyle Dikkate Alınarak Yorulma Ömrünün Belirlendiği Çalışmalar

Bu alt başlık altında belirsizliklerin yorulma ömrüne interval matematiğiyle uygulamasının, gerek deterministik yolla gerçekleştirildiği (Klasik Interval Analizi), gerek çeşitli stokastik veya başkaca metodların da dahil edilerek gerçekleştirildiği (Gelişmiş Interval Analizi) çalışmalar incelenecektir.

Zhou ve Stiemer [29] tarafından yapılan çalışmada yapıya yeterli yorulma ömrünün sağlatılabilmesi için yorulmaya göre tasarımda nitel akıl yürütme (QR) metodunun kullanılması konu alınmıştır. Yürütülen metot kapsamında kısıtlar ile tüm kısıtları sağlayan çözüm kümesi, bir koşul tatmin problemi (CSP) olarak ele alınmaktadır. Bu kapsamda, yürütülen çözüm gidişatına ilave olarak parametrelerin nümerik değerlerinin de eklenmesiyle yeni bir çözüm arama yaklaşımı gerçekleştirilmiştir. Kısıtlamalardaki belirsizlik, girdi parametrelerine nümerik intervaller atamak yoluyla sağlatılmıştır. Bu süreçte; Nümerik Kısıt Mantığı, Interval Aritmetiği ve Adaptif Görselleştirme ile entegre olan QES2 yazılımı kullanılmıştır. CAN/CSA-S16.1 ve NORSOK tasarım kodları kullanılarak S-N diyagramı metodu üzerinden yorulmaya göre tasarım gerçekleştirilmiş ve böylece QES2 ile kullanılan nitel akıl yürütme metodunun, belirsizlik yaklaşımı ve tasarım kodlarıyla kullanılabilirliği ispatlanmıştır.

Zhu ve Tian'ın [30] çalışmalarında belirsiz yapı parametrelerinin interval olarak, deplasmanların da seri açılımı ve ekstra birim intervallerle tanımlandığı olasılıksal gauss yüklemeli yapı için dinamik analiz gerçekleştirilmiştir. Daha sonra yorulma analizi, birikimli hasar tahmin modeli çerçevesinde önerilen rastgele yorulma aralığı analiz yöntemi ile, Tovo Benasciutti sayma modelinin de kullanımıyla Matlab R2014a yazılımı üzerinden gerçekleştirilmiştir. Ardından yorulma hasarının alt ve üst sınır değeri, vertex (köşe) yöntemine göre elde edilen sınır değerleriyle karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak yorulma hasar beklenti oranının belirsizliklerle arttığı ve yürütülen modelin yüksek hesaplama doğruluğuna sahip olduğu açıklanmıştır.

Wang ve diğ. [31] yorulma çatlak büyümesi ve ömür tahmin problemini olasılıksal olmayan, zamana bağlı güvenilirlik tahmini ve interval aritmetiğinin kullanıldığı zamana bağlı Pertürbasyon Seri Açılımı belirsizlik metodu ile incelemişlerdir. Sonuç olarak yeni bir Interval Pertürbasyon Seri Açılımı (PSEM) metodu geliştirilmiş olup, uygulanabilirliği ile geçerliliği teyit edilmiştir.

Yine Zhu ve Tian [32] tarafından, interval yorulma hasar oranının ve yorulma ömrü hesabı için iki adet hibrit yöntem önerilmiştir. Yöntem kapsamında Spektral Moment ve diğer parametreler, ekstra birim interval ve interval Taylor

açılımı vasıtasıyla tanımlanmıştır. Interval parametrelerinin tüm olasılıksal kombinasyonlarını dikkate alabilmek amacıyla, vertex metodu kullanılarak dinamik analiz gerçekleştirilmekte ve belirsiz parametre sayısı r olmak üzere 2^r kez Tovo Benasciutti metodu uygulanmaktadır. Bu hususta işlem yükünü azaltmak ve etkinliği arttırmak amacıyla, Tam Kombinasyon Metodu (Full Combination Method) ve Basitleştirilmiş İfade olmak üzere iki metod önerilmiştir. Önerilen yöntem, vertex metodundan daha az işlem gerektirmekte ve görece karmaşık yapılar için uygun ve kullanışlı olmaktadır.

Long ve diğ. [33] tarafından yapılan çalışmada subinterval analizi metodu uygulanarak yorulma çatlak büyüme ömrünün üst ve alt limitlerinin tahmin edilmesi hedeflenmiştir. Çatlak kapanma varsayımı ve Paris Erdoğan denkleminin kullanımı yoluyla yorulma ömrü hesabı, malzeme parametrelerinin ve çatlak uzunluğunun belirsiz olarak alınmasıyla gerçekleştirilmektedir. Tchebycheff eşitliğiyle ilintilendirilmiş multidimensional paralelepiped interval modeli ve modifiye edilmiş subinterval metodu kullanılarak interval analizi gerçekleştirilmiştir. Abaqus yazılımı yardımıyla oluşturulan örnek probleme karşılaştırma amaçlı Monte Carlo Tekniği uygulanmış ve gerçekleştirilen deney sonuçları da karşılaştırma amaçlı dikkate alınmıştır. Büyük belirsizliklerin dikkate alındığı geliştirilen metod yardımıyla interval tahmini gerçekleştirilerek, yöntemin kesinliği teyit edilmiştir.

Sofi ve diğ. [34] tarafından 4 spektral moment ve kritik gerime sürecine bağlı olan $\alpha_{0.75}$ metodu, yorulma ömrünün belirlenmesinde uygulanmıştır. Çalışmalarında interval sayı olarak dinamik dış etkiler sebepli yer değiştirmeler, beklenen yorulma ömrü ve kafes yapı elemanlarının aksel rijitlik değerleri ele alınmıştır. Bağımlılık probleminde dolayı klasik interval analizi yaklaşımının abartılı sonuçlar vermesi sebebiyle geliştirilmiş interval analizi metodları kullanılmış ve interval rasyonel seri açılımı ile ekstra birim interval yaklaşımlarının bir kombinasyonu şeklindeki bir prosedür izlenmiştir. Çalışmada beklenen yorulma ömrüne hassaslık analizi de uygulanarak yorulma ömrünün kesin sınırları elde edilmiştir. Ele alınan stokastik rüzgar yüklemesine maruz kafes yapının, öne sürülen metod ile vertex metodu vasıtasıyla yorulma ömrü hesapları gerçekleştirilmiş ve belirsizliğin dikkate alınmadığı nominal çözüm

sonucu ile birlikte karşılaştırılmıştır. Yorulma ömrü alt sınırlarının nominalden kayda değer miktarda aşağıda olduğu ve belirsizlik değişkeninin artışıyla bu farkın daha da arttığı gözlemlenmiş olup, özellikle güvenli tasarım açısından belirsizliklerin dikkate alınmasının önemi ortaya konmuştur.

Tang ve diğ. [35] tarafından çimento karışimli makadam yol malzemesinin numuneleri üzerinde yapılan eğilmeli yorulma deneyi ölçümleri kullanılarak yorulma ömrü regresyon modeli oluşturulmuş ve interval analizi aracılığıyla malzemenin eğilme mukavemeti ve yorulma ömrüne ölçüm belirsizliği uygulanmıştır. Yorulma interval denklemi çeşitli regresyon analizleriyle, farklı gerilme oranı koşullarında oluşturulmuştur. Interval analizi hesapları Matlab yazılımı üzerinden Matlab araç kutusu kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Metodun uygulanabilirliği ve etkinliği ispatlanmış, yorulma deney ölçüm sonuçlarındaki görece büyük sapmaların, yani ölçüm belirsizliğinin esas sebebinin numunelerin üniform olmayışları olduğu sonucuna varılmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Yorulma olayını etkileyen çok fazla parametrenin var olması, modelleme esnasında yapılan varsayımlar veya pratikte yapılan uygulama hataları gibi birtakım belirsizlik sebepleriyle nominal hesap sonuçları olması gerekenden uzaklaşabilmektedir. Ayrıca çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü hesabı için var olan modeller çok çeşitli olup, her bir modeldeki parametrik belirsizlik kaynakları olan malzeme, yükleme ve geometri parametreleri, farklı kombinasyonlarda var olmaktadır. Bu sebeple belirsizlik kaynaklarının sonuç kümesine etkileri açısından daha güvenilir hesap sonuçları elde etmek için probleme uygun hesap modelinin seçimi önem arz etmektedir. Bu nedenle bu çalışmada; yorulma ömür tahmin metodolojilerinin belirsizlik kaynaklarına ne derecede yanıt verdiğinin ve parametrik belirsizliklerin yorulma ömrünü ne derece etkilediğinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu hususta kırılma mekaniğini baz alan ve yorulma çatlak büyüme modelleri olarak anılan, çatlak büyüme hızı ile gerilme şiddet faktörü arasındaki ilişkiyi veren yorulma ömür tahmin metodolojileri tanıtılmıştır. Yorulma ömür eşitlikleri, yorulma çatlak

büyüme modelleri (FCG) üzerinde integrasyon işlemi yoluyla elde edilmekte ve bu uğurda analitik açık integral çözümlerin elde edilebilmesi için sabit genlikli yükleme varsayımı ile sabit şekil faktörü varsayımları yapılmaktadır. Ardından çatlak büyüme modelleri arasından Paris-Erdoğan, Walker, Forman ve NASGRO modelleri ve NASGRO modeli hariç olmak üzere bu modeller üzerinden elde edilmiş kalan çatlak ilerleme ömrü (yorulma ömrü) eşitlikleri üzerinde parametrik belirsizlik uygulanmaktadır. Belirsizliğin yorulma ömrüne uygulaması, deterministik bir şekilde interval matematiğini kullanan Klasik Interval Analizi aracılığıyla gerçekleştirilmektedir. Bu amaçla malzeme, yükleme ve geometri belirsizlikleriyle ilgili parametreler interval sayı olarak tanımlanmakta ve belirsizliklerle gerçekleştirilen cebirsel işlemlerde interval matematiğinin bir alt prensibi olan interval cebri baz alınmaktadır. Belirsizliğin interval analizine uygulamasının yapıldığı hesaplamalarda belirsizlik düzeyi, belirsizlik yüzdesi parametresi yardımıyla kesin bir şekilde belirlenecek ve interval aritmetiği yardımıyla da deterministik olarak çözüme gidilecektir. Tüm hesaplarda lineer, elastik, homojen ve izotrop malzeme kabulü sağlanmaktadır.

Belirsizliklerin dikkate alınarak elde edildiği yorulma ömür sonuçları, interval analizi sayesinde sınırları belli birer sonuç kümesi şeklinde elde edilmekte olup, örnek olarak alınan levha problemi için Malzeme, Yük ve Geometri Belirsizlik kaynağı sonuçları çatlak büyüme modeli ve belirsizlik kaynağı bakımından karşılanmaktadır. Belirsizlik yüzdesi arttırılarak elde edilen çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü interval sonuçları üzerinden tablo ve diyagramlar oluşturulmaktadır. Elde edilen tablo ve diyagramlar üzerinden modellerin belirsizlik davranışı ve belirsizliklerin etkisi hakkında yorum ve çıkarsama yapılmaktadır. Diyagramlar, belirsizlik yüzdesi arttırılmak suretiyle incelenerek, sonuç kümelerindeki aralık farklılaşmalarının ne yönde ve ne derecede geliştiği gözlemlenebilecek, ve yapılan karşılaştırma sonucu modellerin hangi parametrenin göreceli olarak diğer parametrelere göre belirsizlik etkisinin daha etkin olduğu ortaya çıkarılacaktır. Böylece çatlak büyüme modellerinin belirsizlik davranışları incelenmektedir.

1.3 Hipotez

Her bir çatlak büyüme modelinde yer alan malzeme, yük ve geometri parametrelerinin çeşitliliği, ve bu parametrelerin model içerisindeki kullanım rolü değişim göstermektedir. Bu nedenle birbirinden farklı yorulma çatlak büyüme ve ömür tahmin modellerinin, yapı elemanına dair malzeme, yükleme veya geometri bilgilerindeki belirsizliklere dair duyarlılıklarında farklılıklar gözlenmesi beklenmektedir. Bu hususta modellerin aynı belirsizlik kaynağı karşısında sunacakları çatlak büyüme hızı veya yorulma ömrü sonuç kümelerinin aralık değerlerinin genişlikleri aynı olmayacaktır. Benzer şekilde her bir model için ayrı ayrı olmak üzere, tek bir modelin farklı belirsizlik kaynağı dikkate alındığında elde edilen sonuç aralığı genişlikleri de farklı olacaktır. Parametrik belirsizlik sebebiyle meydana gelen bu genişlemelerin modelde yer alan parametrelerin matematiksel yapısı gereği model ile yorumlanabilir bir ilişkisinin var olacağı öne sürülmektedir.

2.1 Mühendislikte Belirsizlik

Teorik modellerin sundukları ile gerçeklik arasında her zaman göreceli farklılaşmalar bulunmaktadır. Tek bir deterministik sonucun, gerçekliğiyle %100 çakışık gelmesi neredeyse imkansızdır. Bunun karşı konulamaz bir sebebi, gerçekliğin rastlantısal davranışına yol açan karmaşıklığı ve bu karmaşıklığa sebep olan sayılamayacak kadar çok etken parametreleridir. İnsanoğlu bu karmaşıklığı basite indirgemek ve böylece doğayı anlayabilmek için onun davranışlarını çeşitli varsayımlar altında modeller ve oluşturulan modelin ele alınan davranışı öngörebiliyor olduğu beklenilir. Benzer şekilde, modelleme için yürütülen basitleştirmeler de hesap sonucunun gerçekte var olan değerlerden sapmasına olanak sağlamaktadır. Örnekler verilmek gerekirse: doğada cisimlerin yüzeyleri girintili ve çıkıntılı olup, gerçekte uzay geometrisinin öngördüğü gibi mükemmel cisimler hiçbirzaman bulunmamaktadır; Heisenberg belirsizlik ilkesi kuantum parçacığının bilgisinin elde ediniminde belirsizlikler olduğunu bize ispatlamaktadır; sıvı moleküllerinin çarpışmaları ve difüzyonu sonucu düzensiz davranış gösteren Brown hareketi meydana gelmektedir, katı cisim mekaniğinde sürekli ortam varsayımında bulunulur, ama esasında maddelerin kuantum parçacıklardan meydana gelen ve birbirlerine bağ kuvvetleri uyguladıkları atomlardan ve bunların değişik geometrilere buldukları moleküllerden oluşması sebebiyle bu varsayım gerçeğin kendisi olmayıp, yalnızca bir modeldir. Fakat, doğanın kendisinden doğan bu belirsizlikler, insanoğlunun doğayı anlama çabasının doğal bir yansımasıdır. Bu sebeple incelenen davranış doğru, mantıklı ve tutarlı modellendiği takdirde burada incelenecek belirsizlikler doğanın dinamizmine ilişkin değil de, model kapsamında olan belirsizlikler olacaktır. Burada altı çizilmesi gereken önemli husus şudur ki: gerek doğanın kendi dinamizmine has belirsizliklerin, gerekse oluşturulan model belirsizliklerinin varlığı, yapılan varsayımların ve doğru geliştirilen modellerin gerçekleri oldukça

iyi yansıtılabilir olmasının önünde bir engel değildir. Belirsizlikler her zaman vardır, ama esas önemli olan belirsizliğin belli sınırlar çerçevesinde tutulabilmesi, ve/veya sınırlarının belirlenebilmesidir.

Bir problemin çözümü, çözüm için kullanılan modele dair hesap detayları ve varsayımları kapsamında niceliklerin kesin, tek ve şaşmaz değerleri üzerinden yürütülmeyle, bu değerlerin varyansı sıfır olup, deterministik nicelikler olarak adlandırılmakta, bu değerlerin kullanıldığı ve çözüm stabilitesi sonsuz olan tek sonuçlu model yaklaşımları da deterministik yaklaşımlar olarak adlandırılmaktadır. Deterministik bir yaklaşımda model içerisindeki girdi ve çıktılar net ve tektir ve yöntemin kendisi rassallık, olasılık teorisi, iterasyon süreci veya belirsizlik içermemektedir. Bir diğer yaklaşım ise sonuç değer veya değer kümesinin kesin veya tek değerli olmadığı Stokastik yaklaşımdır. Bu yaklaşımda ise modele dair parametreler çeşitli şartlara göre değişebilmekte ve tek bir sabit değeri olmayan veya olasılıksal dağılıma sahip olan stokastik nicelikler, yani belirsiz parametreler kullanılmaktadır.

Belirsizliğin modele uygulanması her daim stokastik yolla gerçekleştirilir denememez. Mühendislik tasarımlarına dair deterministik yaklaşımlarda genelde güvenli tarafta kalınmak amacıyla güvenlik faktörleri veya azaltma katsayıları kullanılmaktadır. Bunun sebebi, deterministik olarak değeri biçilmiş olan parametrelerin gerçekte belirsizliklere sahip olmasıdır. Deterministik yaklaşıma, değeri belli olan bir güvenlik faktörünün uygulanması, niceliğin sahip olduğu stokastik belirsizliğin çözümüne dair getirilen deterministik bir yaklaşımın örneğidir. Zira deterministik olarak belli bir güvenilirlik faktörünün modele uygulanması sonucunda elde edilen sonuç da deterministik çıkmaktadır. Niceliğin sahip olduğu belirsizliğin tek değerli sonuç elde edilmesine dair örnek olarak; Yapı Malzeme Bilimindeki Karakteristik Beton Dayanımının belirlenmesinde tek bir deterministik dayanım değerinin elde edilmesi için istatistiksel anlamda uygun temsil edilebilen değerin elde edilmeye çalışılması veya, Ulaştırma mühendisliğinde yaşlara bağlı intikal süreleri arasından genele uygun bir optimum intikal süresinin seçilmeye çalışılması verilebilir. Ayrıca interval matematiğini kullanan klasik interval analizi de belirsizliğin deterministik yolla çözümüne dair yaklaşımlardan biridir. Bunlara karşın,

stokastik parametrelerle yürütülen yaklaşımlarında ise olasılık dağılımları ile daha geniş, güvenli ve diğer olası durumları da kapsayabilen bir çözüm elde edilebilmektedir.

Mühendislik prensiplerince oluşturulan modeller ve hesaplamalarında belirsizliklere oldukça sık rastlanılabilmektedir. Bilindiği üzere mühendislik prensiplerinde evrene dair davranış bilgisi modellenerek anlaşılmaya, ve elde edilen bilgiler kullanılarak da doğaya optimum şekilde yön verilmeye çalışılmaktadır. Doğanın kendisi deterministik olmadığı gibi, modellerimizde kullandığımız birçok parametre de sonuçlarda görece ufak tefek sapmalara yol açabilecek belirsizliklere sahip olabilmekte ve bazı durumlarda bu durum önemi yadsınamayacak dereceye gelebilmektedir. Mühendislikte tasarlanan bir projenin sahada uygulamasının ne derecede uygun gerçekleştirildiği sorusu kendi içerisinde belirsizlik barındırmakta olup, genellikle hiçbir çalışma kendi projesine tamı tamına uygun olamamaktadır. Deneysel verilerden yararlanılarak geliştirilmiş bir empirik denklemin parametreleri deney koşullarından etkilenmektedir ve analitik olarak tek bir değeri olamayabilmektedir. Analitik olarak belli bir değeri olmayan ve ortam şartlarına göre değişebilen parametreler belirsizlik içerebilir. Hatta özellikle yüksek dereceden üstel cebirsel hesaplarda yürütülen nümerik yuvarlamaların hassaslığı dahi hesap sonuçlarında birtakım sapmalara yol açabilir. Dolayısıyla hesabı gerçekleştiren aracı makinenin işlemcisi de burada belirsizliği meydana getiren bir etkidir. Örneğin gelişmiş bir bilgisayar ile hesap makinesi hesapları arasında hata payları söz konusu olabilmektedir.

Hesap yöntemine dair belirsizliklerin parametreler üzerindeki etkisini aralık olarak temsil etmek üzere tolerans aralıkları tanımlanmaktadır. Tolerans aralığı, herhangi bir parametrenin olması beklenen üst ve alt sınırlarının sınırladığı aralığı tanımlamaktadır. Deterministik değerden sapma miktarına, yani tolerans değerine aynı zamanda sistematik veya mutlak hata (i.e. sistematik veya mutlak belirsizlik) de denmektedir. Tolerans aralığı herhangi bir olasılık dağılımını içermemektedir. Dolayısıyla bu tanımlamada belirsizliğin sınırları belli olup, belirsizliğin dahil edildiği bu stokastik yaklaşım, klasik aralık analizi (interval analiz) yaklaşımıyla deterministik yolla icra edilebilir hale getirilebilmektedir.

Örneğin bir betonarme döşeme plağı yapı elemanının kalınlığı nominal olarak hesaplarda 120mm alınmıştır. Gerçekte çeşitli etmenler sebebiyle bu teorik değer $120\pm 5\text{mm}$ aralığında seyredebilir. Bu durumda deterministik nokta sayı (nominal) yaklaşımı ile kalınlığın 120mm olarak belirlenmesi durumunda, kalınlığın 120mm den sapmasının %100 ihmal edildiği ve kalınlık değerinin 120mm harici bir değeri alamayacak olduğu açıktır. Bu durum bilgi kaybına yol açarak, belirsizliğin yok varsayıldığı diğer parametrelerle gerçekleştirilen başkaca işlemlerle de bu kayıp, işlem sayısı ve karmaşıklığıyla doğru orantılı olarak daha da büyüyerek önem arz eder hale gelebilmektedir.

Yapılan varsayımların gerçekte doğuracağı hataları öngörmek suretiyle bir matematiksel model vasıtasıyla belirlenen bir sonuç için, gerçek sonuç değerlerinin, modelden elde edilen teorik değerlerden öngörülen tolerans payı kadar sapabilmesine imkan verilebileceği şeklinde düşünülebilir. Bu vesileyle model kapsamında elde edilen teorik sonuç üzerinde belirsizliklerin doğuracağı hatalar yayılır. Belirsizliklerin öngörülme ve teorik değerlere uygulanma süreci, tanım aralığındaki değerlerin beklenen çıkma olasılıklarını tanımlayan olasılıksal dağılımlar kullanılarak gerçekleştirilebildiği gibi, hesap aralığı üst ve alt sınırla sınırlandırılmış olasılıksal olmayan "Aralık Değerlerin" kullanımıyla gerçekleştirilenebilir. Ancak, girdinin belirsizlik bilgisinin eksikliği sebebiyle tolerans aralığı tam olarak bilinmeyebilir veya güvenilir öngörü getirilemeyebilir. Tolerans aralığının net olarak belirlenmesi, deneysel, simülasyona dayalı veya çıkarımsal istatistiksel çalışmalar yardımıyla ve mühendislik öngörüsü kullanılarak gerçekleştirilebilir. Ancak bu tez çalışmasında her ne kadar belirsizlikleri çözüm yöntemine dahil ederek stokastik bir yaklaşım gözetilse dahi, belirsizlik yüzdeleri yürütülen yöntem kapsamında belirli ve sabit alınmakta, ve bu konuda herhangi bir olasılıksal veya istatistiksel yaklaşım kullanılmadığından dolayı tolerans aralıkları sınırları belli tek bir deterministik aralığa sahip olmaktadır.

Bir ölçüm aracındaki ölçülen değer, aracın hassasiyeti ve kalibrasyonu ile doğrudan ilintilidir ve ölçüm sonucu bu minvalde belirlidir. Herhangi bir fiziki parametrenin ölçülen veya hesap ile belirlenen sayı değeri " x " ile belirtildiği, ve çeşitli belirsizlikler sebebiyle pratikte gerçekleşebilecek çift yönlü maksimum sapma miktarı da Δx ile tanımlandığı vakit; belirsizliğin dikkate alınmış olduğu

sayı $x \pm \Delta x$ şeklinde ifade edilebilir. Burada Δx terimine mutlak belirsizlik denmektedir. Bu durumda bu sayı, $x - \Delta x$ ile $x + \Delta x$ ile sınırlandırılmış bir tolerans aralığında seyretmektedir. Mutlak belirsizlik ile yürütülen bu tanım, bağıl belirsizlik ve belirsizlik yüzdesi parametreleri ile de yapılabilir. Bağıl belirsizlik veya belirsizlik oranı, mutlak belirsizlik değeri olan Δx 'in ölçüm (veya hesap) değerine oranı olup, $\Delta x/x$ şeklinde tanımlanır. Belirsizlik yüzdesi ise belirsizlik oranının yüzde cinsinden ifade edilmiş hali olup, $\%100\Delta x/x$ şeklinde tanımlanır. Belirsizlik oranı veya belirsizlik yüzdesi, bir fiziki niceliğin hesap değeri nisbetince belirsizlik kaynaklı sapma düzeylerini modellemek anlamında kullanışlı parametrelerdir. Bu belirsizlik (veya hata) tanımlarından belirsizlik (veya hata) yayılım yöntemleri kapsamında yararlanılmaktadır.

Belirsizlik kaynağı nisbetince aleatory ve epistemik belirsizlik olmak üzere iki şekilde gruplandırılmaktadır. Aleatory belirsizlikte stokastik ve rassal davranışlar etkin olmaktadır. “...bu nedenle şansa bağlı olduğu söylenebilir” [36: 24]. Epistemik belirsizlik ise bilgide sınır veya eksiklik söz konusu olduğu durumda meydana gelmektedir. Bu belirsizliğe, test sonucunun yetersizliğinin sebebi ile deney metodolojisinde bozukluk ve sonuçların etkinliğinin düşük olması, model varsayımlarında yanlışlık veya varsayımsal kaynaklı bazı durumları görememe, hatalı veya güvenilir olmayan ölçümler veya yetersiz sayıda test sonucu gibi sebepler etken olmaktadır. Epistemik belirsizliğe sahip bir parametre rassal olarak değer alsa dahi, birden fazla değeri aynı anda alamaz. Hal böyleyken aleatory belirsizliğe sahip bir parametre gene rassal olarak değer alıyor olsa da, birçok değer alabilir haldedir. Aleatory belirsizliğin doğasında rastlantısallık yatmaktadır ve ne derece bilgi ile yüklense dahi belirsizlik gene mevcut olacak, belirsizlik azalmayacaktır. Fakat epistemik belirsizliğe sahip bir olayda eksik bilgi düzeyi azaltılınca ve elde edilen tecrübe arttıkça toplam belirsizlik azaltılabilmektedir [36, 37].

Belirsizliklerle baş etmek ve onları hesap sürecine dahil etmek amacıyla geliştirilmiş çok çeşitli belirsizlik ölçümü yöntemleri bulunmaktadır. Belirsizlikler, bir hesap modelinin matematiksel yapısı kaynaklı olabildiği gibi, yapıya etkiyen dış etkiler veya malzeme özellikleri, eleman boyutu, şekil veya topolojisi gibi girdi parametrelerinden kaynaklı mevcut olabilir. Fiziki

niceliklerin sahip olduğu belirsizlikler parametrik belirsizlik olarak adlandırılmaktadır. Bunlar alt başlık 2.2 ve 2.3'de incelenmiştir.

2.2 Belirsizlik Kaynakları

Belirsizlik, genel anlamda bahsedildiği üzere parametrelerin doğası, model eksiklikleri, ortam şartları, rassallık, deney hataları gibi çeşitli meselelerden kaynaklanabilmektedir. Bu tez kapsamında parametrik belirsizlik dikkate alınacak olup, yapı ve mekanik mühendisliği kapsamında malzeme, yükleme ve geometri olmak üzere dikkate alınacak parametrik belirsizlik kaynakları aşağıda açıklanmıştır.

- **Malzeme:** Malzemelerin kendilerine has ayırt edici özellikleri bulunmaktadır, ancak doğada her malzeme kağıt üzerinde olduğu gibi mükemmel değildir. Bu mühendislik parametrelerine örnek olarak elastisite modülü E , poisson oranı ν , kayma modülü G , çekme veya basınç mukavemeti σ_c , özkütle ve kırılma tokluğu K_C verilebilir. Örneğin malzemelerce ayırt edici mühendislik parametrelerinden Elastisite modülü imalat hata ve hassaslığı, kimyasal bileşimine ve saflığına bağlı olduğu gibi malzeme ile doğrudan bağlantılı olmayan, yükleme geçmişi veya sıcaklık gibi dış ortam etkilerinden de etkilenmektedir. Malzeme lineer elastik olsa dahi ortam sıcaklıkları doğada mevsimler sebebiyle genellikle değişkendir, yani sıcaklık etkisi dikkate alındığı vakit elastisite modülü değeri tek bir deterministik değerde olmayıp, bir aralıktaki değerlerde seyredecektir. Bir başka açıdan, elastisite modülü malzemenin tekrarlı yükler altında zamana bağlı durabilite problemi nedeniyle azalabilmekte veya malzeme tam elastik olamayabilmektedir. Tüm bu olası etkiler, elastisite modülünün belirsizliğini meydana getirmektedir. Ayrıca malzemenin lineer olamayabileceği (örneğin beton) ve yük-şekil değiştirme eğrisinin denklem veya şeklinin deney yapılmadıkça bilinemediği, deney ya da beton modelinin de epistemolojik belirsizliğe sahip olması meseleleri de malzeme belirsizliğine neden olur. Bunların dışında, malzeme karakteristik basınç, çekme ve ya kayma gerilme mukavemetlerinin belirlenme süreci de kendi içerisinde belirsizlik

İçermektedir. İncelemenin detayına göre aşınma direnci, sürünme, gevşeme, sünme ve betonda rötne gibi malzeme özellikleri de bu belirsizliğe dahil edilebilir. Kaldı ki, malzeme homojenitesinin sağlanması da pratikte mümkün olamamaktadır. Bu nedenle malzemenin birbirinden farklı seçilen diferansiyel (sonsuz küçük) elemanları arasında da malzeme parametrelerince sapmalar meydana gelmektedir. Malzeme parametreleri değerlerindeki bu oynamalar nihayetinde tüm malzeme için teorik değerlerden farklılaşmalara yol açabilmektedir.

- **Yükleme:** Özellikle yorulma mekanizmasında olduğu gibi uzun ve tekrarlı yüklemeler altındaki gerçek bir yapının davranış seyri incelendiği vakit yapı sisteminin değişken genlikli birçok yüklemeye maruz kaldığı fark edilir. Bu yüklemelerin genlikleri (tekrarlı çevrimsel yüklemelerde şiddetleri) değiştiği gibi, yükleme noktaları da değişebilmektedir. Örneğin bir karayolu taşıt ağırlığı, küçüğü ve büyüğüyle belli bir aralıkta seyrederek stokastik tahminler yürütülebilir olursa da hangi yüklemeye tam olarak ne zaman ve nerede rastlanacağı hiçbir zaman kesin değildir. Bir yapıda dış kuvvetlerin şiddetleri zamana bağlı değişebilmektedir ve bunun sonucunda yapı iç kuvvetleri (kesit zorları) ve mesnet reaksiyonları da değişebilmekte; dış etkiler sonucu sistemdeki gerilme hali, gerilme yığılması olan bölgelerdeki asal gerilmeler, deformasyon gradyanı, şekil değiştirme ve yer değiştirmeler de değişmektedir. Ayrıca yapının servis ömrü boyunca yükleneceği gerilmenin haricinde, üretim aşamasında da birtakım ilave gerilmelerin etkimesi söz konusu olabilmektedir. Tüm bunlar hesapta öngörülse dahi pratikte sabit ve belli başlı değerler değildirler ve belirsizliğe sahip olup beklenen bir tolerans aralığında tanımlanmalıdırlar.
- **Geometri:** Elemanların boyutları, şekli ve topolojisi teoride belirtildiği ölçüde gerçeğe uygulanamayabilir. İmalat kalitesi, ortam şartları, iş yoğunluğu, işçi deneyimi, malzeme yeterliliği gibi faktörler eleman boyutlarının beklenenden farklılaşmasını sağlayabilir. Bu sebeple geometri belirsizliği dikkate alınarak pratikte uygulanacak bu hataların hesaplamadaki etkileri, sonuçları ve etkinliği incelenebilir ve buna göre

ne derece önlem alınmasının gerekli olduğu kestirilebilir. Bu parametreler özellikle tasarım aşamasında optimizasyon yapılırken de belirsiz alınabilmektedir. Bu belirsizlik kaynağına da bir örnek olarak, betonarme çelik donatısının zamana bağlı korozyonu sebebiyle donatı çapının tek bir değer olarak kalmaktan çıkması verilebilir. Bu da donatı çapının yapının ileriye yönelik tasarımında bir belirsizlik içerebileceğini bize söylemektedir.

Belirsizlik kaynakları birbirleriyle etkileşime girmek yoluyla yeni belirsizlikler doğurarak da yayılabilmektedir. Örneğin stokastik yaklaşımla gerçekleştirilen bir hesaplamada bir çubuk elemanın eğilme rijitliği hesaplanmak istendiğinde bu değer, malzeme açısından belirsiz elastisite modülü " E " ve geometrik açıdan belirsiz atalet momenti " I " ile doğru orantılı, elemanın geometrik belirsiz boyutu " L " ile ters orantılıdır. Bu durumda eğilme rijitliği, malzeme belirsizliği (E) ve eleman geometrisinin belirsizliği (I, L) ile ilintili olmuş olup, eğilme rijitliğinin belirsizliğinde bu iki belirsizlik kaynağı rol oynar. Bu ve bunun gibi mühendislikte önemi olan sisteme özgü parametrelerin zaman, mekan veya kendine has özellikleri sebebiyle teorik değerden sapabilme yetenekleri, teorik sonucun pratiği temsil edebilirliğini olumsuz yönde etkilemektedir ve bu nedenle makul ölçekte dikkate alınmaları gerekmektedir.

2.3 Belirsizlik Çözüm Yöntemleri

Belirsizlik analizi, belirsizliğin uygulaması için ele alınan modelin deterministik olup olmaması şeklinde ikiye ayrılabilir. Konsept olarak rassal değişkenler veya dağılımlarla yürütülen olasılıksal yaklaşım yürütülebildiği gibi, aralık değerlerle yürütülen olasılıksal veya olasılıksal olmayan yaklaşım da yürütülebilmektedir. Literatürde bu iki yaklaşımın çeşitli biçimlerde kompozit edildiği hibrit yaklaşımlar da geliştirilmiş olup, burada detayına girilmeyecektir. Belirsizlik yaklaşımından olasılıksal yaklaşımların etkili olabilmesi, olasılıksal dağılımlarının iyi tahmin edilmesi ve bunun için de deney veri adedinin fazla olmasını gerektirmektedir. Kritik bilgilerin eksikliğinin söz konusu olabildiği durumlarda olasılıksal yaklaşımın iyi bir yaklaşım getirmeyeceği söylenebilmektedir [32]. Özellikle mühendislikte ön tasarım

aşamasındaki bilgi eksikliğinin olasılıksal yaklaşım açısından getirdiği zorluk, bu hususun altını çizen bir örnektir. Bu gibi hususlarda olasılıksal olmayan yaklaşımlar önem arz eder. Bu yaklaşımlar belirsizlik aralığını oldukları gibi aralık bilgisini kullanırlar. Aralık değerler aralık vektör veya tansörlerle de ifade edilebilmektedir.

Belirsizlik çözüm yöntemleri aracılığıyla belirsizlik analizinin gerçekleştirilmesi sürecine belirsizlik ölçümü (UQ) denmektedir. Gerek olasılıksal veya istatistiksel, gerekse olasılıksal olmayan belirsizlik çözüm yöntemlerinden önemli ve bilindik olan bazı yöntemler aşağıda listelenmiş olup, kısaca açıklanmıştır.

Monte Carlo Simülasyon Tekniği: Hesap parametrelerine sürekli rastgele tekil nümerik değerler atanması ve bu değerlerin kombinasyonlarının hesap sonuçlarının derlenerek olasılıksal olarak sunulması şeklinde yürütülen bir yöntemdir. Belirsizliği azaltmak için simülasyonun çok sayıda tekrarlanması gerekmektedir. Parametrelere Olasılık yoğunluk fonksiyonları (PDF) atanmak suretiyle çeşitli olasılık dağılımları da sisteme dahil edilebilmekte ve istatistiksel güven aralığı belirlenebilmektedir.

Tabakalı Örnekleme: Bu yöntem bir istatistiksel örnekleme yöntemi olup, yöntemde ana kütlede örneklem kümesine veri aktarımını sağlama yoluyla belirsizliğin azaltılması sağlatılır. Ana kütle, birbirine özellik anlamında benzeyen ve tabaka olarak adlandırılan gruplaşmalara ayrılır, daha sonra her bir tabakadan, ayırma stratejisine uygun olarak tabakalı örnek seçilir ve seçilen veriler örneklem kümesine aktarılır. Orantılı ayırma ve orantısız ayırma şeklinde iki şekilde ayırma stratejisi var olup, bunların içerisinde de çeşitli örnek seçme stratejileri bulunmaktadır. Bu metodun uygulaması ana kütlede, çeşitli belirleyici özelliklerin çeşitliliği sebebiyle, homojeniteye sahip olmaması durumunda uygun düşmektedir.

Matematiksel Kanıt Kuramı/Dempster-Shafer Teorisi: Bu teori Arthur Dempster tarafından 1967 ve 1968 yıllarındaki çalışmaları neticesinde şekillenmiş, Glenn Shafer tarafından da 1976 yılında belirsizliğin uygulaması getirilerek geliştirilmiştir. *“Shafer kitabının ön sözünde belirtildiği gibi "Dempster'in çalışması incelendiği takdirde, "düşük olasılıkları" epistemik olasılıklar veya*

inanç dereceleri olarak tanımlayan yeni bir bakış açısı getirmekte, bu tür inanç derecelerini temel olarak birleştirme kuralını almakta ve Bayes olasılıklarının sınıfları üzerinde alt sınırlar olarak ortaya çıktıkları fikrini terk etmektedir". Bu açıklamada bahsedilen kural, Dempster kuralı olarak bilinir hale gelmiştir"[38: 35-36].

Bulanık Mantık: Olasılıksal dağılımın düşük seviyede hatalarla belirlenebilirliğinin mümkün olmadığı, veri adetinin yetersiz olduğu veya fazla belirsizliklere sahip olduğu durumlarında sistemin bulanık kümelerle ifade edilmesi mantıklı olabilmektedir. Bu çerçevede klasik mantık'ta deterministik olarak verilen değerlerin ilgili nokta değer olma ya da olmama durumu yerine, her noktaya denk gelen ve $[0,1]$ intervali sınırları içerisinde kalan ve ilgili aralıkta ilgili değerlerin olma derecesini temsil eden bir üyelik fonksiyonu tanımı öne sürülmektedir. Burada üyelik fonksiyonunun değerinin, yani üyelik derecelerinin 1'e yakın olması, ele alınan hususun beklenen değere (küme) oldukça dahil olduğu anlamına gelmekte, 0'a yakın olması ise ele alınan hususun kümeden oldukça uzak olduğu anlamına gelmektedir. Bulanık mantık, bulanık küme teorisini temel almaktadır ve 1965 yılında Lütü Aliasker Zade tarafından inşa edilmiştir.

Interval Analizi: Bu yöntem, hesap akışında interval sayılar ve interval aritmetiği kurallarının kullanıldığı bir belirsizlik analiz yöntemidir. Klasik ve Gelişmiş Interval Analizi olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Klasik Interval Analizi veya diğer adıyla Interval Aritmetiği Metodu kapsamında matematiğin bir alt prensibi olan interval aritmetiği kullanılır. Klasik Interval Analizinde belirsizliğe olasılıksal dağılımlarla yaklaşılmaz; onun yerine belirsizliğin veya hatanın deterministik aralık değerler ile ifade edildiği çözümlere ulaşılır. Bu kapsamda belirsiz parametreler üstten ve alttan sınırlanmış birer eşitsizlik sayısı, yani interval (aralık) sayıları olarak tanımlanır ve interval cebri kurallarına göre aritmetik işlemler gerçekleştirilerek, deterministik bir şekilde kesin sonuç kümesi aralığı elde edilir. Bu hususta nümerik hesaplamalardaki esas fark, tek bir nokta değere sahip sayıların kullanımı yerine, aralığı belli olan aralık sayılarının kullanılarak deterministik işlemlerin gerçekleştiriliyor oluşmasıdır. Interval analizi, belirsizliği modele uygulamak ile stokastik bir yaklaşım izliyor olsa da,

belirsizliğin sınırları deterministik olarak kesinleştirildiğinden dolayı Klasik Interval Analizinin uygulama şekli deterministik olup, bu yolla elde edilen çözüm kümesi tektir. Gelişmiş Interval Analizi kapsamında ise aralık tanımına ilaveten olasılıksal bazı metodlar veya bulanık aritmetiğin de dahil edildiği birçok farklı yaklaşımların interval matematiğine adapte edildiği yöntemler geliştirilmiştir. Bunlar; Ekstra Birim Interval Metodu, Vertex Metodu, α -Kesmesi Metodu, Subinterval Analizi, Chebyshev Interval Metodu, Interval Ölçüm Metodu, Taylor seri açılımı tabanlı interval analizi, interval Pertürbasyon Metodu gibi birçok prensiple uygulanıp geliştirilmiş olan yöntemlerdir. Klasik Interval Analizi aralık sayılarının kullanılması ile deterministik sonuç kümeleri elde ederken, Gelişmiş Interval Analizi stokastik yaklaşımları da içermektedir. Ancak her ikisi de temelde interval sayıları ve interval matematiğini kullanmaktadır. Dolayısıyla düşünme biçimi, bilmediğimiz gerçek çözüm değerlerinin, davranışsal anlamda tolerans denilen aralıkla kapatılmak suretiyle elde edilen aralıkta yer alacağına garanti edilmesi üzerine kurulmaktadır. Bu hususta interval aritmetiğiyle ilgili birçok kaynakta da sıkca atıf yapıldığına rastlanılmakta olunan şu ünlü söz, bu durumu şu şekilde özetlemektedir: “*Belki gerçeği bilmiyoruz, ancak en azından ne denli bilmediğimizi biliyoruz*” [39: 484].

2.4 Interval Analizi

Bu bölümde, öncelikle interval aritmetiğinin gelişimi bahsedilerek interval analizinin tarihçesi anlatılacaktır. Ardından interval analizinin temelini oluşturan ve matematiğin alt prensiplerinden biri olan interval aritmetiği; cebirsel kuralları ve özellikleriyle kapsamında aydınlatılacaktır. Daha sonra da gerçel ve karmaşık intervaller ile interval fonksiyonları tanıtılacak; son olarak da bağımlılık fenomeni irdelenecektir. Bu tez kapsamına girmeyen; intervallerde topoloji, vektör ile matrisler ve interval tanımlı fonksiyonların integralleri gibi diğer interval matematiği konularına değinilmeyecektir.

2.4.1 Interval Analizinin Tarihi

Reel interval aritmetiği fikri ilk olarak 1931’de Rosalind Cicely Young tarafından ortaya atılmıştır [40: 25]. Daha sonra birbirine yakın zamanlarda ancak

birbirinden bağımsız olarak 1951'de Dwyer, 1956'da Warmus, 1958'de Sunaga ve 1959'da Moore ve Yang önemli katkılarda bulunarak interval aritmetiğini tasarlamışlardır [41: 54]. Bunlardan Moore'nin önemi ayrıdır, zira çeşitli çalışmalarıyla birlikte interval teorisi adına önemi yadsınamayacak katkılar kendisi tarafından interval matematiğine kazandırılmıştır. Bu gibi çalışmaların uygulamaları daha çok büyük üslü veya çok küçük sayılarla yapılan işlemler kaynaklı, veya irrasyonel sayıların ondaklıkları kaynaklı ortaya çıkan hesap hatalarına veya hesap makinesi yada bilgisayar yuvarlamaları gibi meselelere, yani hata analizine ve nümerik hesap güvenliğine yöneliktir. Örneğin Siegfried Rump'ın 1988'de verdiği sadeleştirilebilir aritmetik denklemin sonuçlarının, yuvarlama hatası sebebiyle sadeleşmiş haldeki esas sonuçtan oldukça farklı çıkması buna bir örnektir [42: 25]. Ancak Moore'un çalışmalarıyla birlikte veri ve yaklaşım gibi belirsizliklere dair de uygulamalar göz önüne alınmıştır [42: 23]. Devamında interval analize dair matematiksel geliştirmeler öne sürülmüştür. Hansendealt tarafından interval lineer denklem sistemleri üzerinde çalışılmıştır [43: 16]. Kahan ve Hanson tarafından birbirinden bağımsız olarak interval aritmetiğine sonsuzluğu da katmak suretiyle genişletilmiş bir interval aritmetiği tasarlanmıştır [42: 41]. Özellikle dairesel intervallerin sistematik kullanımları Gargantini ve Henrici tarafından 1971 ve 1972 tarihlerinde getirilmiştir [44: 57]. Kulisch ve öğrencilerinin çalışmaları da interval aritmetiğine önemli katkılarda bulunmuşlardır [43: 17].

Günümüze kadar interval analizinin uygulama alanları daha da genişlemiş, gerek optimizasyon alanı [42] veya gerek analiz güvenliği [37] alanı gibi birçok çeşitli alanlarda kullanımları söz konusu olmuştur.

2.4.2 Interval Aritmetiği

Reel (gerçel) interval olarak tanımlanmış olan interval sayılar, Reel Sayılar kümesinin kapalı ve sınırlı bir alt kümesi olup, üst ve alt sınırla sınırlandırıldığı aralıktaki tüm reel sayı değerlerini temsil etmektedirler. Interval sayılar alt sınır (infimum) değeri ve üst sınır (supremum) değeri ile tanımlanabildiği gibi, orta değer $m(X)$ ve yarıçap $r(X)$ vasıtasıyla da tanımlanabilmektedir. Probleme özgü tutumlarda hangi tanımın uygun düşeceği değişebilmekte olup, genelde reel interval aritmetiğinde infimum ve supremum yaklaşımı tercih edilmekte, dairesel

kompleks interval aritmetiğinde ise orta değer ile yarıçap interval sayı tanımlama yaklaşımı tercih edilmektedir.

Reel (gerçel) bir kapalı interval, matematiksel olarak aşağıdaki gibi küme şeklinde verildiği haliyle tanımlanmaktadır.

$$\mathbf{X} = [x_{inf}, x^{sup}] = \{x : x_{inf} \leq x \leq x^{sup} ; x \in R\} \quad (2.1)$$

Burada \mathbf{X} interval sayısını, x ise \mathbf{X} intervalinin verilen aralıkta alabildiği herhangi reel sayıyı temsil etmektedir. Bu tez çalışmasında intervalin alt sınır değeri x_{inf} olarak, üst sınır değeri de x^{sup} olarak simgelenecektir. \mathbf{X} İnterval sayısı interval olmayan (nominal) sayılardan ayırmak için koyu ile belirtilmiştir. “ x ”, x_{inf} ile x^{sup} arasında (sınırlar da dahil olmak üzere) herhangi bir değer alabilmektedir. Bu tanımda deterministik nokta (nominal) sayı değerlerinden belli bir aralıkla farklı olan x 'in eşitsizlik ifadesi, \mathbf{X} intervali olarak tanımlanmak suretiyle ele alınabilmektedir. Burada şu bahsedilmelidir ki; interval sayısının üst ve alt sınırları için maksimum ve minimum tanımı yerine sırasıyla supremum ve infimum tanımı kullanılmaktadır. Supremum, maksimumların (üst sınırların) en küçüğü, infimum ise minimumların (alt sınırların) en büyüğü olarak tanımlanmaktadır. İnfimum ve supremum yerine minimum ve maksimumun kullanılmamasının sebebi de bundan dolayıdır. Bir başka deyişle, sınır değerleri, interval aralığı en küçük olmak üzere (fazladan değerler olmadan) yazılmaktadır. Örneğin reel tanımlı $[3,5]$ kapalı interval sayısı ele alınmış olunsun. Bu intervalin sonucu için alınabilecek x değeri $3 \leq x \leq 5$ kapalı aralığında bulunmaktadır. Bu durumda interval değeri x 'in aynı zamanda daha geniş bir aralık ile $1 \leq x \leq 7$ aralığında da kaldığını söylemek yanlış olmaz. “1” sayısı, $[3,5]$ intervali için bir alt sınır olabilmekte, “7” sayısı da $[3,5]$ intervali için bir üst sınır olabilmektedir (her ne kadar $x \notin [1,3] \& (5,7]$ olsa dahi). Ancak, bir interval sayı için sağlayan birden fazla alt sınır ve üst sınır olabilmesine karşın, minimum sınırların en büyüğü ve maksimum sınırların en küçüğü tek olup, kritik olan sınır değerleridir. Dolayısıyla supremum değeri intervalin tüm üst sınırlarından küçük eşit, infimum değeri ise intervalin tüm alt sınırlarından büyük eşit olmaktadır. İnfimum-supremum tanımlaması ayrıca açık intervallerde sınırların tanımlanabilmesi açısından da daha uygundur. Zira açık intervallerde

açık kısma dahil olan supremum veya infimum değer, ilgili kümeyle dahil olmamaktadır. Bu durum maksimum ve minimum değer için bir nokta değer öne sürülmesinde problem ortaya çıkarmaktadır. Ancak kapalı intervallerde kapalı kısma denk gelen infimum veya supremum değer minimum ya da maksimum değer olabilmektedir.

$$X =]x_{inf}, x^{sup}[= \{x : x_{inf} < x < x^{sup} ; x \in R\} \quad (2.2)$$

Açık aralıklı intervallerde, kapalı intervallerde olduğu gibi köşeli parantezlerin kullanımı yerine, ters köşeli parantezler veya normal parantezler kullanılmaktadır. Yarı açık intervallerde ise alt veya üst sınırlarının birisi açık iken diğeri sınır kapalı olmaktadır.

Interval sayıları için bir başka tanımlama da sınır değerlerinin birbirine eşitlik veya eşitsizliği ile gerçekleştirilmektedir. Üst ve alt sınırları birbirlerine eşit olan intervallere dejenere, nokta veya ince interval denilmektedir. Bu durumda $x_{inf} = x^{sup} = a$ gibi bir reel sayı olmakta ve ilgili interval aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$X = [a, a] = a[1, 1] \quad (2.3)$$

Bu özel durum, a reel sayısı ile $[1,1]$ intervalinin çarpımına eşit olup, bir interval sayı olarak tanımlanmasına rağmen, kapsamı itibariyle bir a reel sayısı gibi olmaktadır. Bu bağlamda ince interval, genişliği sıfır olan intervaldir. Eğer sınır değerlerinde eşitlik söz konusu olmayıp, $x^{sup} > x_{inf}$ eşitsizliği gerçekleşiyorsa bunu gerçekleyen $[x_{inf}, x^{sup}]$ intervaline kalın interval denir. Her iki interval için de (2.1)'de verilen küme tanımı çerçevesinde $x^{sup} \geq x_{inf}$ eşitsizliği sağlanmaktadır. Burada dejenere intervaller nominal nokta sayı değerleri gibi algılanılmamalıdır. Zira cebirsel interval işlemlerinde bir dejenere interval bile " a " skalerine kıyasla farklı bir çözüm yaklaşımı izleyebilir. Örneğin birbirinden bağımsız olan aynı iki dejenere intervalin farkı sıfır olmamaktadır.

Interval teorisiyle ilgili bir diğer husus da iki intervalin eşitliğinin tanımlanmasıdır. X ve Y olmak üzere iki adet interval sayısını ele alalım.

$$X = [x_{inf}, x^{sup}] ; Y = [y_{inf}, y^{sup}] \quad (2.4)$$

Eğer $x_{inf} = y_{inf}$ ve $x^{sup} = y^{sup}$ eşitlikleri birlikte sağlanıyorsa, bu iki interval (X ve Y) birbirine eşittir denir ve matematiksel mantıkla $(x_{inf} = y_{inf}) \wedge (x^{sup} = y^{sup}) \Leftrightarrow X = Y$ şeklinde gösterilir [44]. Her ikisi veya ikisinden birisi sağlanmadığı takdirde iki intervalin eşitliği sağlanmaz [43], ki bu durum da $(x_{inf} \neq y_{inf}) \vee (x^{sup} \neq y^{sup}) \Leftrightarrow X \neq Y$ şeklinde ifade edilir. Aşağıda interval sayılarıyla ilgili diğer bazı özel tanımlara kısaca yer verilmiştir.

İki interval sayı için sınır değerlerinin küçük olanı ve büyük olanını veren $\min\{\}$ ve $\max\{\}$ fonksiyonları kullanılmak üzere; İki intervalin kesişimi $X \cap Y = [\max\{x_{inf}, y_{inf}\}, \min\{x^{sup}, y^{sup}\}]$ olmak durumundadır. İki interval kümesinin birleşimi ise $X \cup Y = [\min\{x_{inf}, y_{inf}\}, \max\{x^{sup}, y^{sup}\}]$ şeklinde tanımlanır.

Eğer bir intervalin üst sınırı, bir diğer intervalin alt sınırından küçük ise o intervalin kendisinden de küçük sayılır. Tersi de gerçekleşen bu olgu $X > Y \Leftrightarrow x_{inf} > y^{sup}$ şeklinde matematiksel olarak tanımlanır [42]. Bu durum veya tersi olan $X < Y \Leftrightarrow x^{sup} < y_{inf}$ durumunda, iki intervalin herhangi bir kesişimi söz konusu olmadığından kesişimleri $X \cap Y = \emptyset$ boş kümedir [43].

X , Y ve Z interval sayılar olmak üzere, $X > Y \wedge Y > Z \Rightarrow X > Z$ matematiksel ifadesi sağlanmaktadır [43: 10].

Bir X intervalinin genişliği $w(X)$ olarak sembolize edilmekte olup, aşağıda tanımlandığı üzere hesaplanmaktadır.

$$w(X) = x^{sup} - x_{inf} \quad (2.5)$$

Bir X intervalinin mutlak değeri $|X|$ ile sembolize edilip, aşağıda tanımlanmıştır.

$$|X| = \max\{|x_{inf}|, |x^{sup}|\} \quad (2.6)$$

Bir X intervalinin orta noktası veya orta değeri, $m(X)$ olarak tanımlanmakta olup, aşağıda verildiği üzere hesaplanmaktadır.

$$m(X) = \frac{x_{inf} + x^{sup}}{2} \quad (2.7)$$

X intervalinin yarıçapı, $r(X)$, ise aşağıdaki şeklindedir.

$$r(\mathbf{X}) = x^{sup} - m(\mathbf{X}) = |x_{inf} - m(\mathbf{X})| = \frac{w(\mathbf{X})}{2} = \frac{x^{sup} - x_{inf}}{2} \quad (2.8)$$

Bu durumda intervalin değerleri olan x ile yarıçap arasındaki ilişki (2.9)'te sunulduğu şeklinde verilebilmektedir. (2.9) Bağıntısında eşitlik halinin olması durumu ise (2.8)'den de gürüldüğü üzere, ancak x 'in sınır değerlerinden birini almasıyla mümkündür.

$$|x - m(\mathbf{X})| \leq r(\mathbf{X}) \quad (2.9)$$

Burada fark edileceği üzere, intervalin genişliği, mutlak değeri, orta noktası ve yarıçapı intervalin niteliğiyle ilgili bilgi veren sayılar olup, interval değildirler.

Bir \mathbf{X} intervalinin simetrikliği, sınır değerlerinin mutlak değerce eş, fakat zıt işaretli olmasıyla sağlanmaktadır. Böylece simetrik \mathbf{A} intervali için $A^{sup} = -A_{inf}$ olmak üzere aşağıdaki ifadeler yazılabilir. Burada \mathbf{A} simetrik intervalinin orta noktası 0, yarıçapı da h 'a eşit olmaktadır.

$$|A^{sup}| = |A_{inf}| = h \quad (2.10)$$

$$\mathbf{A} = [-h, h] = h[-1, 1] \quad (2.11)$$

\mathbf{X} ve \mathbf{Y} intervaller sayıları için, iki interval sayı arası topolojik mesafe olan $q(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ ifadesi, intervallerin sınır değerleri arasındaki mesafelerin büyüğü olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$q(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \max\{|y_{inf} - x_{inf}|, |y^{sup} - x^{sup}|\} \quad (2.12)$$

\mathbf{X} intervali orta değer ve yarıçap vasıtasıyla da aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$\mathbf{X} = [x_{inf}, x^{sup}] = [m(\mathbf{X}) - r(\mathbf{X}), m(\mathbf{X}) + r(\mathbf{X})] = m(\mathbf{X}) + [-r(\mathbf{X}), r(\mathbf{X})] \quad (2.13)$$

Burada yarıçapın oluşturduğu intervalin, belirsizliklerin getirdiği tolerans aralığına benzediği ve $m \pm r$ gibi bir ifade verdiği gözlemlenmektedir [43: 14].

2.4.2.1 Interval Cebri

Interval aritmetiğinde dört işlem başta olmak üzere, üs, kök vb. işlemler gerçekteştirilebilmektedir. Buradaki temel mantık, uygulanan işlem sonucunda herhangi bir bilgi kaybının söz konusu olmamasının sağlatılmasıdır. Bir başka deyişle, her bir interval sayının işleme girebilen tüm x_i değerleri için sonuç

kümesinde karşılığının eksiksiz bir şekilde, ancak (olabildiğince) fazla da olmadan var olması gerekmektedir. Dolayısıyla sonuç mahiyetinde elde edilen interval, x_i 'lerin tüm sonuç kombinasyonlarını kapsıyor olmalıdır. Tüm olası sonuç değerlerini kapsayabilecek en dar çözüm kümesi aralığının belirlenmesi ise genelde işleme giren intervallerin sadece uç (sınır) değerlerinin işlemsel kombinasyonlarını incelemek yoluyla mümkün olmaktadır. Böylelikle sonuç kümesi dıştan sarılır ve işleme giren tüm intervallerin sınır değerleri haricindeki tüm x_i değerleri arasında işlem ile elde edilen tüm sonuçlar da bu sonuç kümesinin içerisinde kalırlar. Her ne kadar sınır değerlerinin interval cebri kapsamında kullanımı ile tüm çözümleri kapsayan en dar çözüm aralığı elde ediliyor olursa da, işlem hacmi arttıkça interval cebri hesaplarının bir sonucu olarak çözüm kümesinin genişlemesi ve aralık açılması problemi doğabilmektedir. Bu durum, sadeleştirilmemiş veya bağımlı parametrelerin işlem içerisinde tekrar ettiği işlemlerle birlikte, bağımlılık problemi kapsamında incelenmektedir.

Kapalı eşitsizliklerin aralık gösterimleriyle tanımlandığı interval sayılar ile skaler sayılarla gerçekleştirilen işlemler, aşağıda reel tanımlı $a \in \mathbb{R}$ skaleriyle verildiği gibidir. Burada elde edilen sonuç bir interval sayı olmaktadır. Burada (2.1)'deki interval tanımı gereği, sonuç intervalinin alt sınır değerinin üst sınır değerinden küçük veya eşit kalacağına dikkat edilmektedir.

$$a + \mathbf{X} = [a + x_{inf}, a + x^{sup}] \quad (2.14)$$

$$a - \mathbf{X} = [a - x^{sup}, a - x_{inf}] \quad (2.15)$$

$$|a|\mathbf{X} = [|a|x_{inf}, |a|x^{sup}] \quad (2.16)$$

$$(-|a|)\mathbf{X} = [-|a|x^{sup}, -|a|x_{inf}] \quad (2.17)$$

$$\frac{\mathbf{X}}{a} = \frac{1}{a}\mathbf{X} \quad (2.18)$$

Aşağıda genelgeçer bir \diamond işlemi için interval cebri mantığa ilişkin hesap kalıbı, Sonuç kümesinin sınır değerleri \mathbf{X} ve \mathbf{Y} intervallerinin x ve y değerleri ile yapılabilen tüm $x \diamond y$ işlemlerinin minimum ve maksimumu olmak üzere gösterilmektedir.

$$\mathbf{X} \diamond \mathbf{Y} = [x_{inf}, x^{sup}] \diamond [y_{inf}, y^{sup}] = [\min\{x \diamond y\}, \max\{x \diamond y\}] \quad (2.19)$$

Genelde burada yer alan $\min\{x \diamond y\}$ ile $\max\{x \diamond y\}$ çözümleri, \mathbf{X} ve \mathbf{Y} interval sayılarının direkt olarak sınır değerlerinin kullanımı yoluyla elde edilebilmektedir. Aşağıda, (2.3)'te tanımı verilen bir \mathbf{X} interval sayısı ile \mathbf{Y} interval sayısının toplama (+), çıkarma (-), çarpma (\times) ve bölme (/) işlemleriyle, üs ve kök işlemlerine değinilmiştir.

$$\mathbf{X} + \mathbf{Y} = [x_{inf} + y_{inf}, x^{sup} + y^{sup}] \quad (2.20)$$

Bilindiği üzere bir toplama işleminde iki sayının toplamının minimum olabilmesi için iki sayının da en küçük olması, maksimum olabilmesi için de iki sayının en büyükleri olması gerekir. Böylece (2.20) denklemi basitce iki interval sayının sınır değerlerinin toplamlarıyla yazılabilir.

$$\mathbf{X} - \mathbf{Y} = \mathbf{X} + (-\mathbf{Y}) = \mathbf{X} + [-y^{sup}, -y_{inf}] = [x_{inf} - y^{sup}, x^{sup} - y_{inf}] \quad (2.21)$$

Bir çıkarma işleminde elde edilecek sonucun minimum çıkabilmesi adına küçük sayıdan büyük sayı çıkartılmakta, maksimum çıkabilmesi için de büyük sayıdan küçük sayı çıkartılmaktadır. Eğer interval söz konusu ise (2.1) tanım eşitliğinden de hatırlanacağı üzere $x^{sup} > x_{inf}$ ile $y^{sup} > y_{inf}$ şartları sağlanmak zorundadır. Bu sebeple intervallerde çıkarma işlemi yukarıdaki halini alır.

Interval sayısı \mathbf{X} 'in küme elemanı olan x 'in $x_{inf} \leq x \leq x^{sup}$ eşitsizliğinde iki tarafın da negatif bir sayı ile çarpımının eşitsizlik yönünü değiştirmesi, \mathbf{X} intervalinin sınırlarının yer değiştirmesine eşdeğer olmaktadır. (2.21) Bağıntısının bir başka açıdan çıkarımı da, çıkarma işlemindeki çıkan intervali "-1" çarpanı ile tanıtmak yoluyla toplama işleminin gerçekleştirilmesi ile de gösterilebilmektedir [43: 12].

İki interval sayının çarpımı en genel haliyle aşağıda verildiği üzeredir.

$$\mathbf{XY} = [\min\{x_{inf}y_{inf}, x_{inf}y^{sup}, x^{sup}y_{inf}, x^{sup}y^{sup}\}, \max\{x_{inf}y_{inf}, x_{inf}y^{sup}, x^{sup}y_{inf}, x^{sup}y^{sup}\}] \quad (2.22)$$

Interval sayılarıyla çarpma işlemi, intervallerin sınırlar değerlerinin işaretlerinin kombinasyonlarına göre 9 farklı kategoriye ayrılabilir [43: 12].

Aşağıda ise iki intervalin birbirine bölümünün nasıl hesaplanabildiği ifade edilmiştir.

$$\frac{X}{Y} = X \frac{1}{Y} \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{Y} = \left[\frac{1}{y^{sup}}, \frac{1}{y^{inf}} \right] \quad (2.24)$$

Bir interval sayısının çarpma işlemine göre tersi alınırken, eşitsizlik tanımında yer alan $y_{inf} \leq y \leq y^{sup}$ eşitsizliğinin tersinin alınması sonucu yönlerin (intervalin sınır değerlerinin yerlerinin) değişimi gerçekleşmekte, ve her bir terimin tersinin alınmasıyla sonuçlanmaktadır. İki intervalde bölme işlemi, bölünen intervalin çarpma işlemine göre tersinin bölen intervalle çarpılması şeklinde ayrılarak hesaplanabilir. Ancak burada tanımsızlığı dışlamak adına bölen Y interval sayısı için bazı kaynaklarda “ $y \neq \{0\}$ varsayılmaktadır” [43: 13]. [40] Gibi bazı kaynaklarda ise yarı açık interval sonucu elde edilmekte, sonsuzluk ise yarı açık aralıklı interval sonuçlarının açık olan sınır değerinde (veya açık aralıklı sonsuz interval şeklinde) dikkate alınmaktadır. Bölme işlemi için bahsedilen çarpma işleminde ise denklem (2.22)’deki mantık uygulanmaktadır.

Bir interval sayısının n 'inci dereceden üs veya kökü alınırken üs veya kökü alınan interval için n adet uygulanan işlemdeki tüm intervaller eş intervallerdir. Ancak bu eş intervaller, bağımlılık problemi sebebiyle birbirine bağımlı alınmadığı için birbirinden farklı sınır değerlerinin de işlem sürecinde katkısı söz konusu olmaktadır. Örneğin n 'inci dereceden üs alma işleminde eşitsizlik sınırlarının da aynı dereceden üs veya kökleri direkt olarak alınamamaktadır. Bunun sebebi çarpılan intervallerin birbirleriyle aynı tanımlı olduklarının interval aritmetiğince göz önüne alınamıyor olmasıdır. Her bir çarpılan interval (sınırları aynı olsa dahi) farklı olarak algılanır ve her birinin alabildiği x_i değerleri birbirleriyle aynı olmaz. Bu nedenle işlem, birbirinden fiziki doğası bakımından ayrık olan eş intervallerin n 'inci dereceden üssel işlemi olarak dikkate alınmış olur. Bu durum interval aritmetiğindeki bağımlılık probleminden kaynaklanmaktadır. Fakat sonuç kümesinin üst ve alt sınırları aranmakta olduğundan, pozitif tanımlı intervallerde mutlak değerce en büyük işlem kombinasyonları aynı sınır

değerlerin işlemlerine denk gelmektedir. Büyük olan sınır değer ile büyük olan diğer sınır değerlerinin çarpımları mutlak değerce büyük değerler üretecek, küçük olan sınır değerlerin de kendi kendileriyle çarpımları mutlak değerce büyük değerler üretecektir. $x \in X$ için her $|x| \leq \max\{|x_{inf}|, |x^{sup}|\}$ eşitsizliği yazılabildiğinden ötürü bu çarpımlar, sonucu dıştan saracak şekilde sınırlara yerleşeceklerdir. Bu nedenle interval aritmetiğindeki pozitif veya negatif tanımlı intervallerde üs işlemi, bağımlı parametre alınmış gibi eşitsizliğin n . dereceden üssünün alınmasına sonuç itibariyle denk gelmektedir. Negatif tanımlı intervallerin üssü alındığında üs derecesine bağlı olarak aynı sınırların birbirleriyle çarpımları yer değiştirmektedirler. Ancak üst ve alt sınırlar zıt işaretli olduğu takdirde (2.19) gereği farklı sınır değerler işleme katılmaktadır [42].

2.4.2.2 Interval Sayılarda Cebirsel Özellikler

Bu alt başlık altında interval sayılarına ilişkin toplama (+), çıkarma (-), çarpma (\times) ve bölme (/) işlemlerine dair özellikler, ve reel sayı aritmetiğinden farkları tanıtılacaktır. Burada referans olarak kullanılacak olan X , Y ve Z sayıları ile simetrik A birer interval sayılar olup, denklem (2.1) tanım aralığı kümesi şeklindeki tanımlarına haizdirler.

❖ Değişme Özelliği

Toplama ve çarpmada değişme kuralı interval aritmetiğinde de geçerli olup parametreler yer değiştirebilir. N adet terim için $N!$ (faktöriyel) adet özdeşlik vardır [45, 43, 44, 40].

$$X + Y + Z = Y + X + Z = X + Z + Y = Y + Z + X = Z + X + Y = Z + Y + X \quad (2.25)$$

$$XYZ = YXZ = XZY = YZX = ZXY = ZYX \quad (2.26)$$

❖ Birleşme Özelliği

İkiden fazla interval sayının toplanması işleminde işlem sıralamasının bir önemi yoktur. Bu özellik sadece çarpma işleminin gerçekleştirildiği durumda da geçerlidir. Burada parantezli ifadeler işlem önceliğini temsil etmektedir. Birleşme özelliği bu sıralı işlemlerde işlem önceliğinin bir öneminin olmadığını söylemektedir [45, 43, 44, 40].

$$(X + Y) + Z = X + (Y + Z) \quad (2.27)$$

$$(XY)Z = X(YZ) \quad (2.28)$$

❖ Alt Dağılma Özelliği

Interval aritmetiğinde gerçel sayı aritmetiğinde olduğu gibi dağılma kuralı yazılamamaktadır. Ancak burada eşitlik yerine, kendisi de dahil olmak üzere kapsadığı söylenebilmektedir [45, 43, 44, 40].

$$X(Y \pm Z) \subseteq XY \pm XZ \quad (2.29)$$

Burada daha sonra başlık 2.4.2.5’de değinilecek olan bağımlılık probleminin etkisi de görülmektedir (2.29) Bağıntısında sağdaki ifadede birden fazla bağımlı X parametresinin bulunması sebebiyle aralık açılması problemi görülürken, soldaki ifade için “her değişkenin sadece bir kere mevcut bulunması sebebiyle hesaplanan intervalin aralığının genişlemesine yol açmamaktadır ” [42: 49]. Böylece (2.29) ifadesi alt dağılma özelliği olarak anılmaktadır.

❖ Bir Intervalin Toplama veya Çarpma İşlemine Göre Ters:

Toplama işleminin mevcut olduğu bir denklemde toplam terimi karşıya atılamaz. Bunun sebebi iki kalın ve eş intervalin bağımsız parametre kabul edilmesi nedeniyle farklarının sıfır etmemesidir. Öyle ki bir terimin denklemin öteki tarafına toplama işleminin tersiyle (negatifile) atılması, esasında denklemin iki tarafından da o terimin çıkarılması anlamındadır. Fakat o terimin bulunduğu taraftan çıkarılan terim (kendisinden) çıkarıldığı vakit sıfır elde edilemediğinden, yeniden eşitlik sağlanamaz.

Benzer şekilde de çarpmanın interval aritmetiğindeki işlemsel niteliği (ve bağımlı parametreler için farklı davranmaması) sebebiyle iki kalın ve eş intervalin oranı [1,1] dejenere intervalini sunmamaktadır. Bu durumda çarpma işlemlerine ait bir denklemde denklemin kendisi çarpılan bir intervale bölünemez. Aksi halde eş intervallerin oranı birbirini götürmediğinden eşitlik bozulacaktır.

Bu durumda; “dejenere intervaller dışında toplamada ve çarpmada tersler bulunmamaktadır, Ancak dejenere olmayan iki eş intervalin farkı ve oranının

aralık sonuçları için sırasıyla 0 ve 1 çözümünü kapsadıkları söylenebilmektedir” [43: 32].

❖ Birim ve Yutan elemanlar

- Interval Cebrinde Toplama işlemine göre etkisiz (veya birim) eleman $[0,0]$ simetrik nokta intervalidir; $X + [0,0] = [0,0] + X = X$.
- Interval Cebrinde Çarpma işlemine göre etkisiz (veya birim) eleman $[1,1]$ simetrik dejenere (veya nokta) intervalidir; $X[1,1] = [1,1]X = X$.
- Interval Cebrinde Çarpma işleminde yutan eleman $[0,0]$ nokta intervalidir; $X[0,0] = [0,0]X = [0,0]$.

2.4.2.3 Interval Fonksiyonu

Bir interval fonksiyonu, bağımsız değişkenlerin interval sayısı olarak tanımlandığı ve içeriğinde interval aritmetiğinin kullanıldığı interval değerli bir fonksiyon olarak tanımlanabilir. Logaritma, kök alma, trigonometrik ve “*üs alma gibi standart fonksiyonlar direkt olarak interval bağımsız değişkenlerine uygulanabilmekte ve fonksiyonun interval sonuç aralığı elde edilebilmektedir*” [43: 37]. Çok değişkenli interval değerli fonksiyonun küme tanımı aşağıdaki gibi yapılmaktadır [43].

$$f(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \dots, \mathbf{X}_n) = \{f(x_i); x_i \in \mathbf{X}_i\} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n.) \quad (2.30)$$

Ayrıca Interval Aritmetiği başlığı altında keyfi bir interval sayısına ilişkin tanımları verilen genişlik $w(\mathbf{X})$, orta nokta $m(\mathbf{X})$, yarıçap $r(\mathbf{X})$ ve iki interval arası mesafe $q(\mathbf{X}, \mathbf{Y})$ ifadeleri de, girdi parametreleri interval sayı olan birer interval değerli fonksiyonlardır. Reel aritmetikte birbirinin iki farklı özdeşliği olan eşit iki fonksiyon, interval aritmetiğinde toplama ve çarpma işlemlerinin tersinin olmaması, ve bağımlılık problemi sebebiyle eşit fonksiyon olmayabilmekte ve birbirinden farklı çözüm kümesi sunabilmektedir [43: 44]. Interval değerli fonksiyonlar reel interval tanımlı olabildikleri gibi, kompleks interval tanımlı da olabilmektedir. Burada interval fonksiyonlarının matematiksel detaylarına girilmemiştir.

2.4.2.4 Kompleks Intervaller

Kompleks interval aritmetiğinde kompleks intervaller, kompleks düzlemde bir alan tanımlanmaktadır [46]. Tanımladıkları alan bakımından kompleks intervaller, dikdörtgensel ve dairesel olmak üzere ikiye ayrılırlar [46, 44]. Bir dikdörtgensel kompleks interval biri reel kısım, diğeri imajiner olmak üzere iki adet intervalin toplamı şeklinde ifade edilebilirler. Dikdörtgensel kompleks intervaller, reel kısım ve imajiner kısmın reel katsayısı birer interval sayı olmak üzere, aşağıda A kompleks intervali için hem küme hem de interval eşitliğiyle verildiği üzere tanımlanabilmektedir. Aşağıdaki küme tanımında A_1 ve A_2 intervalleri için sırasıyla $a_{1,inf} \leq a_1 \leq a_1^{sup}$ ile $a_{2,inf} \leq a_2 \leq a_2^{sup}$ eşitsizlik tanımları geçerlidir.

$$A = \{a: a_1 + a_2 i; a_1 \in A_1, a_2 \in A_2\} = [a_{1,inf}, a_1^{sup}] + [a_{2,inf}, a_2^{sup}]i \quad (2.31)$$

Burada reel kısmın intervali $A_1 = [a_{1,inf}, a_1^{sup}]$ ve imajiner kısmın intervali, $A_2 = [a_{2,inf}, a_2^{sup}]$ olmaktadır. i İmajiner sayısı $\sqrt{-1}$ 'e eşittir. A ve B iki kompleks interval olmak üzere; kompleks intervallerle cebirsel işlemler, aşağıda verildiği üzere gerçekleştirilir.

$$A \pm B = A_1 \pm B_1 + (A_2 \pm B_2)i \quad (2.32)$$

$$AB = A_1 B_1 - A_2 B_2 + (A_1 B_2 + A_2 B_1)i \quad (2.33)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A_1 B_1 + A_2 B_2}{B_1^2 + B_2^2} + \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{B_1^2 + B_2^2} i \quad (2.34)$$

Burada her ne kadar A ve B kompleks tanımlı intervaller olsa dahi, katsayı terimleri olan A_1 ve B_1 intervalleri reel tanımlı olduğundan bunlarla ilgili yukarıda yürütülen cebirsel işlemlerde başlık 2.4.2.2'de açıklanan reel interval cebri kuralları geçerlidir.

Dairesel kompleks intervalin küme ve interval tanımları ise, kompleks tanımlı olmak üzere aşağıda verildiği şeklindedir [44].

$$A = \{|a - m| \leq r; a \in A \in \mathbb{C}\} = \langle m, r \rangle \quad (2.35)$$

Burada dairesel interval bir disk formunda olup, m orta noktası, r de yarıçapıdır. Dairesel intervaller üçgen parantezlerle gösterilir. Bu tanımlamaya göre dört işlem ve diğer detaylı bilgiler hakkında [47] kaynağından yararlanılabilir. Zira bu tez kapsamında kompleks intervallerle direkt olarak ilgilenilmeyeceğinden ve hesaplarda infimum-supremum tanımlaması kullanılacağından, burada konunun detaylarına inilmeyecektir.

2.4.2.5 Bağımlılık Problemi ve Aralık Açılması

Bağımlılık problemi, klasik interval teorisinde işlem hacmi fazlalığı ve işlemdeki bağımlı parametrelerin sayısı gibi etmenler sebebiyle sonuç kümesinin abartılı genişliklere varmasına yol açan bir aralık açılması problemidir. Aralık açılması, interval cebirinin doğası kaynaklı gerçekleşir ve interval matematiği kurallarınca şekillenir. Sonuç kümesindeki açılma miktarı, girdi intervallerinin tanım aralıkları, işlem hacmi ve işlem türleri gibi meselelere bağlıdır. Fakat bunlardan, bağımlı parametrelerinin var oluşları farklı bir açıdan aralık genişlemesine sebep olur. Interval aritmetiği, parametrelerdeki bağımlılıkları tanımlı gereği ayırt edememektedir [48]. Hatalı aralık açılımlarına da bu bağımlı parametrelerin var oluşları sebep olmaktadır.

Örneğin genel tanımlı bir X intervali için;

$$X^2: \neq 1[\min\{x_{inf}^2, x_{inf}x^{sup}\}, \max\{x^{sup}x_{inf}, x^{sup2}\}] \quad (2.36)$$

tanımı söylenememektedir. Bağımlı bir X^2 işlemi ile, $x_{inf} \leq x_1 \leq x^{sup}$ ve $x_{inf} \leq x_2 \leq x^{sup}$ olmak üzere $[x_{inf}, x^{sup}]x[x_{inf}, x^{sup}]$ çarpımından farklı olarak ekstra bir bilgi verilmiş olunmaktadır. Bu bilgi, çarpılan iki eş intervalin aralık içerisinde alacakları sırasıyla x_1 ve x_2 değerlerinin eşit, yani $x_1 = x_2 = x$ olmasıdır. Dolayısıyla burada $x^{sup}x_{inf}$ çarpımı fiziken anlamlı olmamaktadır. Lakin $[x_{inf}, x^{sup}]x[x_{inf}, x^{sup}]$ çarpımında böyle bir kıstas bulunmamakta, “ x_1 ile x_2 değerleri aralık içerisinde ne değer alırsa alsın, aynı değerleri almak zorundadır” diye birşey denememekte ve bu iki intervalin aynı değer alması gerektiğine ilişkin bir bilgi, interval aritmetiğine sağlatılamamaktadır. Interval aritmetiği, $X^2 = XxX$ işleminde çarpılan X intervallerini sanki farklı tanımlı eş

¹ Matematikte ‘:=’ operatörü ‘tanım gereği eşittir’ anlamı taşımaktadır. Bunun tersi de geçerlidir.

intervallermiş gibi, $x_1 \neq x_2$ şeklinde varsaymaktadır (bir ihtimal $x_1 = x_2$ 'de olabilmekte, fakat tanımlı oldukları kümede aynı değer almaları zorunlu olmamaktadır). Özetle, X^2 ile x 'lerin ilgili aralıkta hangi değeri alacağı belirsizdir lakin tek bir sabit değer alacağı belirlidir, fakat $[x_{inf}, x^{sup}] \times [x_{inf}, x^{sup}]$ çarpımında interval cebrine göre iki x değeri de ilgili aralıkta rassal olsa dahi belirli değildir ve aynı değeri almak zorunda değildirler.

Burada üs fonksiyonu kullanılarak bağımsız intervallerin n adet çarpımlarının bağımlı intervallerin çarpımları arasındaki fark açıklanmıştır (birinde X 'ler bağımlı parametre iken diğerinde bağımsız/ayrık parametre). Burada not düşülmesi gerek husus şudur ki, sadece pozitif veya sadece negatif tanımlı X için üs hesabı gereği birbirinden farklı x 'lerin çarpımı, $|x| \leq \max\{|x_{inf}|, |x^{sup}|\}$ bağıntısı sebebiyle sonuç kümesinin sınır değerleri olmayıp, sonuçları bağımlı üs hesabı yani bir başka deyişle, eşitsizlik üssü hesabıyla çakışmaktadır. Bu denk gelme durumu sebebiyle “simetrik intervaller” ve “sınırları zıt işaretli intervaller” hariç, üs hesabında bağımlılık fenomeni etkisini göstermemektedir.

Sıfırdan farklı simetrik intervaller için ise birbirinden farklı sınır değerlerin çarpımlarının mutlak değeri, aynı sınır değerlerin çarpımının mutlak değerine eşittir. İki simetrik intervalin çarpımı yine bir simetrik intervaldir. Fakat birbirinden bağımsız olmayan iki eş interval sayının çarpımının negatif değerleri kapsamaması beklenir [39]. Bu nedenle sıfırdan farklı simetrik intervallerin çift üslerinde bağımlılık fenomeni ortaya çıkmaktadır. Örnek olarak simetrik intervaller için (2.11)'da tanımlanan A simetrik intervali kullanılarak $A \times A$ işlemi interval cebri çarpım kuralı denklem (2.22) vasıtasıyla belirlenecek olursa $[-h, h] \times [-h, h] = [-h^2, h^2]$ ortaya çıkacaktır. Fakat bağımlı bir çarpma işlemi yapıldığında çarpılan iki eş (ve simetrik) interval için aynı a değeri kullanılacağından, tüm $a \in A$ değerleri için minimum sonuç değerinin $0 \times 0 = 0$ olduğu görülür. Bu durumda esas sonucun $[0, h^2]$ olması gerekmekte olduğu sonucuna varılır.

Sınırları zıt işaretli intervallerin birbiriyle çarpımında negatif sınır ile pozitif sınırın çarpımını, negatif oluşu sebebiyle sonuç kümesinin alt sınırında yerini alır. Bu ise bağımlı parametrelerin çarpımında yapılmaması gereken bir durum

olup, aralığın alttan açılmasına yol açar. Örneğin $k < 0$ ve $l > 0$ olmak üzere, iki eş interval sayının çarpımı interval cebrine göre $[k, l] \times [k, l] = [kl, l^2]$ olmaktadır. Fakat bağımlı bir çarpım yapıldığında farklı sınır değerleri çarpılamayacağı için $[0, l^2]$ sonucu elde edilmelidir.

Bağımlılığın etkisi iki eş intervalin farkı alınırken de önem arz etmektedir. Birbirinden bağımsız olan X ve Y eş intervallerinin (burada bağımsız tanımlı olduklarını belirtmek için eş intervaller farklı harf ile tanımlanmıştır) sınır değerleri sırasıyla a ve b alındığı takdirde bilindiği üzere X ve Y eş intervallerinin farkı aşağıda verildiği gibi interval aritmetiği çıkarma kuralı (2.21) tatbik edilerek elde edilmektedir.

$$X - Y = [a, b] - [a, b] = [a - b, b - a] \quad (2.37)$$

Burada (2.21)'deki mantık gereği ve global infimum ile supremum değerlerin elde edilebilmesi için birbirinden farklı sınır değerleriyle işlem gerçekleştirilmektedir. Eğer birbirinden çıkarılan intervaller birbirine bağlı tanımlanmış olsaydılar interval aritmetiğine göre değişmemekte olan sonuç, fiziki gerçeklikte değişmektedir. Örneğin iki bağımlı X ve X eş intervalinin farkı, sırasıyla $x_1 = x_2 = x$ olması, yani iki küme içerisinde birbirinden farklı değerlerle işlem yapılamaması sebebiyle sifira eşit olmaktadır.

Bağımlılığın söz konusu olmadığı ve olduğu iki eş intervalin farkına çeşitli örnekler verilebilir. Teorik kalınlıkları aynı ve $h = 3\text{cm}$ olarak belirlenmiş olan imalat aşamasındaki iki farklı ince levha düşünölsün. İki levhanın da imalat toleransı veya mutlak belirsizliği $\pm 1\text{cm}$ olsun. Bu durumda bu iki levhanın pratikteki kalınlık intervalleri $X = Y = h_p = h_t \pm 1 = [3 - 1, 3 + 1] = [2, 4]\text{cm}$ olmaktadır. Her ne kadar iki levhanın pratik kalınlık intervalleri eş olsa da bu iki levhanın da imalat sonrasında, $[2, 4]$ aralığında kalmak kaydıyla, aynı pratik kalınlıkta elde edileceği şeklinde bir kıstas söylenemez. Çünkü bu iki levhanın imalatı birbirinden bağımsız bir iştir. Öyleyse iki levhanın pratik kalınlıklarının farkı işlemi için interval cebriindeki (2.21) kuralı kullanılabilir.

$$X - Y = [2, 4] - [2, 4] = [2 - 4, 4 - 2] = [-2, 2]\text{cm} \quad (2.38)$$

Fark edileceği üzere çıkarılan intervallerin aralık değerleri $w(X) = w(Y) = 2$ iken, çıkan sonucun aralığı $w(X - Y) = 4$ olmuş, yani aralık genişlemiştir. Bunun sebebi bir levhanın alt sınıra en yakın değer alıp da diğer levhanın üst sınıra en yakın değer alınmasının dahi dikkate alınmış olunması, yani yapılan işlemde herhangi bir bilgi kaybının olmamasıdır.

Fakat eğer iki eş interval birbirlerinden bağımsız davranmıyor, yani $a < x < b$ ile $a < y < b$ aralıklarında x ve y 'ler rassal değer alırken aynı zamanda aynı değeri almak zorunda ise, bu fark sıfır çıkmalıdır. Bu durumda fiziki gerçeklikteki tek bir ince levha incelenmektedir. Yapılan işlem ise gene aynı olup, $[2,4]$ intervaliyle $[2,4]$ intervalinin farkıdır. Ancak bu sefer levhanın kendi pratik kalınlığının kendi kendine farkı alınmaktadır ve tek bir X intervali söz konusu olmaktadır. $X - X$ işleminde soldaki ve sağdaki intervaller birbirlerinden ayrık değildirler, zira bir levhanın gerçek pratik kalınlığı her ne kadar $[2,4]$ aralığında rassal olarak imal edilmiş olursa da, imalat sonrasında ilgili t anında değişkenlik gösteremez. Interval aritmetiği, bu bahsi geçmekte olan parametre bağımlılığını ayırt edememektedir.

$$X - X := [a - a, b - b] = 0 \quad (2.39)$$

Bu işlem Eldon Hansen'in kitabında tanımladığı "bağımlı çıkarma" işlemi kullanılarak gerçekleştirilebilir. Sınırlar kapsamında alabilececek olası x değerleri birbirlerine bağlı olduğundan (2.39)'deki gibi direkt olarak üst ve alt sınırlar çıkarılmaktadır [42].

Bağımsız işleme bir başka örnek olarak boy değişimleri $[-3, 4]$ mm olan iki farklı eş intervalli çubukların boy değişimlerinin çarpılması verilebilir. Bu örneğin bağımlı işlem hali ise boy değişimi $[-3, 4]$ olan bir çubuğun boy değişim intervalinin kendisiyle çarpımı olarak verilebilir. Her iki durumda da yapılan işlem interval aritmetiğine göre aynı olup $[-3, 4]$ ile $[-3, 4]$ intervallerinin çarpımıdır. Ancak bu iki intervalin bağımsız kabul edildiği çözümden $[-12, 16]$ elde edilmekteyken, bağımlı çözümden $[0, 16]$ çözümü elde edilir.

Parametre bağımlılığının sonuçlarını, birbirlerine bağımlı parametre sayısı ve bağımlı parametrelerin dahil olduğu işlemler (özellikle çıkarma) ile bu işlemlerin sayısı büyütülmektedir. Ancak bazen denklem sadeleştirilip işlem hacmi

azaltıldığında ve bağımlı parametre adeti azaltındığında aralık gereksiz olarak büyütülmemiş hale gelir. Buna bir örnek olarak aşağıda iki farklı terimden oluşan basit bir interval fonksiyonu verilmiştir [48]. Öncelikle bağımsız parametrelilikte alınan çıkarma işleminin sonuç kümesinde meydana getirdiği açılma miktarı nümerik olarak incelenecektir. Ardından da (2.40) fonksiyonu tek parametre biçiminde yazılmak suretiyle parametre adetinin teke düşürüldüğü hal için interval aritmetiği hesabı yapılarak bağımlı parametre adetinin azaltılmasının sonuç üzerinde etkisi gösterilecektir.

$$f(X) = X^2 - 4X \quad (2.40)$$

Burada $X=[3,7]$ interval sayısı fonksiyona direkt olarak uygulanır ve interval aritmetiği işlemleri gerçekleştirilirse aşağıdaki sonuç aralığı elde edilmektedir.

$$f([3,7]) = [3,7]^2 - 4[3,7] = [9,49] - [12,28] = [-19,37] \quad (2.41)$$

Interval cebri, fonksiyondaki X intervallerinin bağımlılığını görememekte ve sonuç olarak aralık genişlemesi gözlemlenmektedir. Bağımlı parametrelerin çıkarma işlemleri kaynaklı sonuç kümesindeki genişlemenin gözlemlenmesi için (2.40), çıkarma işlemi olmadan, ancak yine iki adet X terimli olacak şekilde aşağıdaki gibi X parantezine alınarak yazılsın ve bu şekilde sadeleşmiş fonksiyona tekrar interval sayısı tatbik edilsin;

$$f(X) = X(X - 4) \quad (2.42)$$

$$f([3,7]) = [3,7]([3,7] - 4) = [3,7][-1,3] = [-7,21] \quad (2.43)$$

Çıkarma işleminin iki tarafında da bağımlı X parametresinin bulunduğu (2.41) çözümü, sadeleştirilmiş (2.43) çözüm kümesini kapsamaktadır. (2.43)'de parametre bağımlılığını dikkate almayan çıkarma işleminin getirdiği hatadan ayıklanmış bir sonuç elde edilmiştir. Interval aritmetiği sonuçlarının çözüm kümesinin dıştan sarıldığı kesin sonuçlar olduğu hatırlanarak (2.42) ile (2.40) kıyaslandığında, (2.43) sadeleştirilmiş çözüm aralığının dikkate alınması gerektiği açıktır. Burada fark edilirse; (2.41)'daki çıkarma işlemine Hansen'in kitabında verilen bağımlı çıkarım yaklaşımı uygulandığında (2.43)'den elde edilen sonuç ile aynı sonucun elde edildiği görülür [42]. (2.42)'de X ile $X-4$ birbirine bağımlıdır. Bunun nedeni parametrik bağımlılıktan dolayı aralarında

bir ilişkinin kurulabiliniyor olmasıdır. (2.43)'de çıkarma işlemi kaynaklı meydana gelen parametre bağımlılığının etkisi incelenmiş olup, henüz kesin sonuç elde edilmemiştir.

Şimdi de (2.40)'da bağımlı X parametresi adeti 1'e çekilecektir. Bunun için (2.40), aşağıdaki şekilde yazılsın.

$$f(X) = (X - 2)^2 - 4 \quad (2.44)$$

(2.44)'de (2.40)'dan farklı olarak bağımlı parametre adetinin düşürülmesi dışında, bağımlı parametrelerin çıkarma işlem hacmi de yok edilmiştir. Ayrıca 'interval cebri' alt başlığı altında önceden bahsedildiği gibi, aynı işaretli sınır değerleri durumunda bağımlı ve bağımsız üs işlemi sonuç kümelerinin çakışması sebebiyle üs alma işleminden ilave aralık genişlemesi gelmemektedir. Bu durumda (2.44)'de interval aritmetiği uygulandığı vakit herhangi bir parametre bağımlılığı sorunu teşkil olmayacaktır. $X=[3,7]$ kıyaslama interval sayısı için uygulamalı nümerik sonuç aşağıda verilmiştir.

$$f([3,7]) = ([3,7] - 2)^2 - 4 = [1, 25] - 2 = [-3, 21] \quad (2.45)$$

Burada $[3,7] - 2$ işlemi sonucu sınır işaretleri pozitif olarak çıkmakta ve üs işleminde yapılan birbirinden farklı sınır değerlerinin çarpımı mutlak değerce sınır değerlerinin kendileriyle çarpımından hep küçük kalmaktadır. Eğer dikkat edilirse (2.43)'deki çarpma işleminde interval aritmetiğine aykırı olarak parametre bağımlılığı dikkate alınsaydı farklı sınır değerleri birbirleriyle çarpılamazdı, ve eğer bağımlı bir çarpma işlemi (eşitsizlik çarpımı) uygulansaydı, sonuç kümesinin alt sınırı birbirine bağımlı parametrelerin alt sınırlarının çarpımı olarak $3x(-1) = -3$ olacak, üst sınır da benzer şekilde $7x3=21$ olacak ve böylece bağımlılık etkisinin bulunmadığı (2.44) ile eşit sonuç verecektir. Dolayısıyla (2.45) ile elde edilen bu işlem hem bağımlı parametrelerde çıkartma işlemi kaynaklı aralık açılımı, hem de çarpımı (üs dahil) kaynaklı aralık açılımından yoksun olup, $[-3,21]$ sonuç kümesi esas kesin sonucu meydana getirmektedir.

Interval aritmetiğinin doğası gereği aynı tanımlı iki eş intervalin birbiriyle olan işlemlerinde birbirinden farklı değer kombinasyonları da dikkate alındığından

hesap sonucunda hatalı açılmalara rastlanabilmektedir. Bu şekilde elde edilen sonuç kümesindeki hatalı açılmaların olduğu aralık parçaları içerisine denk düşen x değerleri, gerçekte elde edilemeyecek değerlerdir. Özetle aynı X parametresiyle üs alma, veya çıkarma işlemlerinde birbirinden farklı sınırların işlemi değerlendirilmediği sürece bağımlılık problemine takılmamış olunur. Bu durum göz önünde bulundurularak denklemler düzenlenebilirse parametre bağımlılığı sebebiyle aralık açılmasının önüne geçilebilir. Bunun için bağımlı parametrelerde üs veya çarpım işlemlerinde intervaller, simetrik olmayan ve sadece pozitif veya sadece negatif tanımlı hale getirilerek; çıkarma işleminde ise ortak paranteze alınmak suretiyle gerçekleştirilebilir. Bu şekilde bahsi geçen aralık açılmaları matematiksel oynamalar yoluyla eş intervallerin aynı sınır değerlerinin işlemlerine zorlanmak yoluyla önlenmektedir. “Ancak fonksiyonun gerçek sınırlarına interval aritmetiğiyle de varılacak şekilde fonksiyonun yeniden formüle edilebilmesi her zaman mümkün olamamaktadır” [41: 58].

Matematikte yer alan interval aritmetiği doğayı modellemek için kullanılmak üzere X parametresi bir fiziki nicelik terimi olarak (örneğin elastisite modülü) tanımlanabilir. Bu durumda aynı fiziki kaynak için farklı sınırların çarpılması fiziken mümkün olamayacaktır. Zira örnek verilmek gerekirse, aynı malzemenin elastisite modülü, çarpımın sol tarafında bir değerken, sağ tarafında bir başka değer alabilir (yani aynı anda iki farklı değere sahip olabilir) değildir. Bu gibi fiziki nicelikler epistemik belirsizliğe sahiptir. Bu belirsizliğin sebebi bilgi eksikliğinden dolayı onu kesin bir şekilde bilmiyor oluşumuzdur. Gerçek değeri net olarak bilinmiyor olsa dahi, doğada net, belli ve değişmez bir değerinin var olduğu bilinir. Bu durumda epistemik belirsizliğe sahip bir parametre kendisine bağımlıdır denebilir. Fakat bir elektronun net olmayan konumu, veya ışığın dalga olarak mı yoksa foton biçiminde mi davrandığı durumları farklıdır. Bu durumlarda gerçekleşebilen opsiyonların hepsi aynı anda gerçekleşebilir. Bu durum ise kendisine bağımlı olmayan duruma örnektir.

Aralık açılması parametre bağımlılığı sebebiyle hatalı olarak meydana gelebileceği gibi, hatalı olmayan ancak duruma göre anlamsız miktarda gerçekleşen aralık açılmaları problemi de mevcut olabilmektedir. Bağımlı parametreler sebebiyle

olmayan aralık açılımına örnek, parametre sayısı ve işlem hacmi kaynaklı olarak toplama işlemi üzerinden verilebilir. Örnekte imalat sonrası kalınlığı [2, 4] aralığında olan 100 adet ince levhanın gerçek kalınlıklarının toplamı elde edilmek istensin. [2,4] intervali 100 kez toplandığı vakit aşağıdaki sonuç elde edilir.

$$100[2,4] = [200,400]cm \quad (2.46)$$

Gerçekte 100 kadar ince levhanın kalınlıkları toplamının, (2.46)'ın alt ve üst sınır değerlerine yakın çıkması bir hayli güçtür. Zira sonucun 200cm çıkması demek, 100 ince levhanın da imalat sonrası alt sınır kalınlığı olan 2cm kalınlığında imal edilmesi anlamına gelmektedir ki, bu neredeyse imkansızdır. Benzer şekilde toplamın 400cm'e yakın bir değer çıkması, 100 ince levhadan 1 tanesinin bile daha az ince imal edilememiş olması anlamına gelmektedir. Ancak buradaki problem, interval yaklaşımının olasılıksal olmayışından kaynaklanmaktadır. Zira işlem adeti arttıkça olasılık dağılımı orta değere doğru yoğunlaşmakta, uç değerlerden uzaklaşmaktadır. İşlem hacmi çok arttıkça bu uzaklaşma da artacak ve sonuç intervalinde geniş aralık miktarı söz konusu olacaktır.

Bağımlılık problemi, sonuç kümesinin açılma etmenlerinden biri olup, klasik interval aritmetiğindeki en büyük dezavantaj olarak sayılabilmektedir [48: 37]. Interval aritmetiğinin bağımlı parametreleri ayırt etmemesi sebebiyle sonuç kümesi hatalı bir şekilde açılmaktadır. Bağımlılık problemini önlemek ve aralık açılmalarını sınırlamak amacıyla gelişmiş interval analizi metodları geliştirilmiştir. Bu metodlar bu tez kapsamında incelenmeyecektir. Bu tez kapsamında bağımlılık probleminin etkisini asgari seviyede tutmak için belirsizlik yüzdesi düşük alınacaktır.

2.5 Yorulma ve Yorulma Ömrü

Yorulma değişken veya sabit genlikli tekrarlı (çevrimsel) yükleme halindeki, özellikle kristal yapılı metallerde meydana gelmekte olan bir olgu olup, malzeme mikro yapısında gerek imalat esnasında, gerek ise servis ömrü boyunca meydana gelen malzeme kusurlarının (dislokasyonların) mikro çatlak oluşumuna yol açması, ve bu mikroçatlakların ilerleyen çevrimlerde makro çatlaklara dönüşerek büyümesi (ilerlemesi) ve en nihayetinde malzemede kırılmayla sonuçlanması şeklinde meydana gelmektedir. Özellikle viyadük, köprü, yol, uçak kanatları, deniz yapıları gibi yapılar bu tür çevrimsel tekrarlı yüklemelere sıkca maruz kalmaktadırlar.

Yorulma olayı kristal yapılı olmayan malzemelerde de gerçekleşebilmekte olsa da, özellikle metal ve polimerlerde rastlanmakta olup, yapısal çelik ile her ne kadar metal olmasa da beton gibi malzemeler de sıklıkla yorulma hasarına uğramaktadırlar [49: 147]. “*Metalik malzemelerdeki hasarların %90’ı yorulma şeklinde ortaya çıkmaktadır. Bugün makine parçaları ve yapı elemanlarında oluşan hasarın %75’inin bir çeşit yorulma sonucu ortaya çıktığı tahmin edilmektedir*” [49: 148]. Günümüze kadar çeşitli yapılarda meydana gelmiş yorulma kaynaklı hasar ve göçme mekanizmalarına dair literatürde birçok örnek bulunmaktadır. Örnek olarak Schiphol havalimanından kalkıştan itibaren çok geçmeden, uçak motorlarının uçaktan ayrılması sonucu yere çakılan El Al 1862 747 kargo uçağı verilebilir. Bu boeing 747 kargo uçağının bir motorunun bağlantı piminde, metalurji taraması sonucu 4mm’lik bir yorulma çatlağı tespit edilmiştir. Benzer şekilde 1953 ile 1954 comet uçaklarının çakılması, 1988 yolcu uçağı canopy kazası verilebilir. Bir başka örnek olarak da 1998 tarihli Eschede ICE yüksek hızlı tren tekerleğinde yorulma kaynaklı hasarın trenin yoldan çıkmasıyla sonuçlanması verilebilir. Ayrıca 1999 Erika tanker kazası ile 2002 İspanya Atlantik Prestige yağ tankeri kazası da yorulma mekanizması kaynaklı verilebilecek diğer kaza örnekleri arasındandır [50].

Yorulma kırılması gevrek kırılma şeklinde meydana gelir. Malzeme gevrek ya da sünek olsa dahi nihai kırılma ani bir şekilde olmaktadır. Yorulma kaynaklı kırılmalar, malzeme henüz akma sınırına varamadan gerçekleşir. Bu nedenle

malzemede tekrarlı yükler altındaki yorulma dayanımı, yani yorulma ömrü boyunca kırılmadan taşınabilecek maksimum gerilme genliği, malzemenin kopma ya da kırılma dayanımına (statik dayanımına) kıyasla daha küçüktür. Öyle ki; “*örneğin çeliğin çeki-bası yorulma yüklemesi altındaki yorulma dayanımı, çekme dayanımının %40-45 kadarı olmaktadır*” [50: 18].

Yorulma mekanizması malzeme durabilitesini de olumsuz etkileyebilmektedir. Bu nedenle, yorulmaya göre tasarım yapılırken risk analizi ve güvenlik kriterleri önem kazanmaktadır. “*Yorulma hasarı için bir yapısal elemanın artan hassasiyeti, azalan güvenilirliğin, buna bağlı olarak artan riskin ve potansiyel bir güvenlik tehlikesi olarak yorulma durabilitesinin eksikliğinin bir göstergesidir*” [51: 271].

Yorulma, yük çevrim sayısı bakımından kısa çevrimli yorulma ve uzun çevrimli yorulma olmak üzere ikiye ayrılabilir. Kısa çevrimli yorulmada yüksek gerilme şiddeti sebebiyle kısa zamanda nihai kırılma gerçekleşir. Uzun çevrimli yorulmada ise yükleme mertebesi daha düşük kalmasına karşın, uzun süreç boyunca çeşitli etmenler sebebiyle lokal gerilme artımları sonucu plastik deformasyonlar gözlemlenir ve çatlak ilerlemesi sağlanır. Bunun sonucunda ise stabil olmayan kırılmaya daha geç varılır. Daha sonradan bahsedileceği üzere uzun çevrimli yorulma geleneksel yöntemlerden gerilme ömrü metoduna daha uygun gelmekte iken, kısa çevrimli yorulma ise şekil değiştirme ömrü yönteminin kullanımı daha uygun düşmektedir.

Yorulma davranışını tetikleyen ve çatlak oluşum ile büyümesini hızlandırarak yorulma kırılmasına yol açan spesifik etmenler bulunmaktadır. Bunlardan biri gerilme yığılmasıdır. Gerilme yığılmaları, yapısal elemanların birleşim bölgelerinde, basit bağımlı olmayan elastik cisimlerde, malzeme homojenitesinin yeterli ölçüde sağlanamaması, yüzey pürüzlülüğüne ya da çentiğe sahip olunması veya başkaca sebepli malzemedeki birtakım süreksizlik durumlarında, yük aktarımını belli lokal bölgelerde yoğunlaşması ve böylece gerilme yörünge çizgilerinin birbirlerine gittikçe yaklaşması neticesinde ilgili bölgedeki gerilme dağılımında pik yaşanması durumuna denmektedir. Gerilme yığılması malzeme süreksizlikleri haricinde, ani kesit değişimi gibi malzemenin geometrik şeklinden dolayı tekillik oluşumu nedeniyle de gerçekleşebilmektedir. Bu duruma bir örnek

olarak, radyal dış basınç altındaki içi dolu dairesel bir silindirin merkezindeki radyal gerilmenin sonsuza gitmesi verilebilir. Elemanda gerilme yığılmasına olanak sağlayacak bölgelerin bulunması, tekrarlı çevrimsel yükler altında ilgili bölgede yorulma çatlak gelişimine destek çıkararak, çatlak büyüme hızını önemli ölçüde arttırmakta ve böylece elemanın yorulma dayanımını düşürmektedir. Klasik gerilme yaklaşımı malzemede bu tarz mikro süreksizlikler veya tekilliklerin olması durumunda sistemi uygun tanımlayamamaktadır. Örneğin konsantre tekil yükün etkidiği nokta, bir levhanın köşesinden uygulanan yük veya çatlak ucu bölgesinde gerilme sonsuza gideceğinden gerilme yığılmasının etkisini değerlendirmek için gerilme yığılma ve gerilme şiddet faktörleri kullanılmaktadır.

Metallerin kristal yapısı özellikle mikroçatlak başlangıcında önemli bir etken parametre olmaktadır. Dane şekilleri, büyüklükleri, oryantasyonları ve kristalografik mikroyapısı gibi nitelikler yorulmaya dair mikro çatlak oluşumunda belirleyici özelliklerdir. Dane sınırları dahi mikroçatlak ilerleyişini azaltan birer bariyer niteliği görmektedir [1: 19].

Yüzey pürüzlülüğü ve yüzeylerin tribolojisi, çatlakların yüzeyden başlayarak iç kısımlara doğru yayılmasını tetikleyebilmektedir. Özellikle mikro ölçekteki yüzey sınırında dane sürekliliğinin bozulması sebebiyle yüzeyden çatlak oluşum ve yayılımın önü açılabilir.

Yapısal elemanın bulunduğu dış ortam da (hava, su veya korozif maddelerin bulunduğu) yorulma davranışını etkilediği gibi, ortamın korozif olması da olumsuz etkileyebilmektedir. Yapılan araştırmalar göstermiştir ki, eleman yüzeyinde meydana gelen çukur korozyonu, yorulma limitini düşürmektedir [1: 44].

Yukarıda bahsedilen etmenlerin dışında, yükleme dalga biçimi, yük frekansı, sıcaklık etkisi, imalat şekli, zorlamalı deplasmanlar, periyodik olarak aşırı yükleme gibi meseleler de yorulma çatlak büyümesi ve yorulma ömrünü etkilemektedir.

Malzemede yorulmaya sebep olan çeşitli çevrimsel dış etkilere örnekler verilebilir. Karayolları dingil yükleri gibi hareketli yük kaynaklı, kütle

sönümleyici ve kauçuk izolatörlerin maruz kaldığı titreşim ve dinamik etkiler sebebiyle, araç arka aks millerine etkileyen çevrimsel burulma kaynaklı, türbin veya nükleer reaktörlerdeki termal değişimler sebebiyle oluşan döngüsel termal gerilmeler kaynaklı, gemi türü yapılara etkileyen dalga yükleri sebebiyle, çelik yapılarda rüzgar yüklemesi kaynaklı gibi çok çeşitli dış etkiler çok çeşitli yapılarda yorulma kırılmasına sebep olabilmektedirler. Bunların tümünde de ortak olarak cisim içerisinde periyodik gerilme değişimleri meydana gelmektedir. Yorulma mekanizmasını da bu çevrimsel gerilme değişimleri yönetmektedir.

Yorulma, yükleme bazında tek eksenli yorulma ve çok eksenli yorulma olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Tek eksenli yorulmada ilgili elemana veya numuneye tek bir yorulma yükleme çeşidi (eğilme, burulma veya çeki bası gibi yüklemelerden sadece birisi) etkimekte iken, çok eksenli yorulmada numuneye etkileyen yüklemeler kombine halde etkimekte dir. Çok eksenli yorulmada birbirinden farklı yük çeşitleri aynı anda etkimekte ve böylelikle gerilme tansörünün boyutu birden fazla olmaktadır. Örneğin eksenel dış yük ile burulma momenti birlikte etkiğinde, cismin farklı noktalarında eksenel gerilmeler ile kayma gerilmeleri aynı anda meydana gelmektedir. Yani çok eksenli yorulmanın tek eksenli yorulmadan farklı kompleks gerilme halinin oluşumu, karmaşık yükleme geçmişleri ve farklı doğrultularda çatlak oluşum ve ilerlemesi olarak sayılabilir.

Yorulmaya dair çalışmalar, yorulmayı meydana getiren yükleme genliklerinin sabit oluşu basitleştirmesi altında başlamıştır. Bu durum sabit genlikli yükleme hali adını alır. Bir diğer çevrimsel yükleme şekli de farklı genlikte ve zaman aralıklarında sabit genlikli yükleme hallerinden oluşan yükleme şeklidir. Bu yükleme şekli belli çevrimler boyunca kendi içlerinde sabit genlikli devam eden birden fazla sabit genlikli yüklemelerden meydana gelmektedir. Blok yükleme olarak adlandırılan bu yükleme biçiminde yükleme geçmişi, ilerleyen çevrimler boyunca aynı sabit gerilme genliğiyle kalan çevrimsel bölgelere (bloklara) ayrılmıştır. Blok yükleme hali, sürekli değişken genlikli olan yükleme halinin ayrık (kesikli) yaklaşımdaki bir basitleştirilmesi olarak da görülebilmektedir. Belli çevrim aralıklarında ortalama gerilme genliği değerleri verilerek yükleme hali blok yüklemeye çevrilerle modellenir. Böylece her bir blok için sabit genlikli yükleme hali kapsamında elde edilen bağıntılar geçerli olur. Yorulmayı

meydana getiren yüklemelerin genliklerinin sürekli değişmesi durumu ise (ki gerçekte böyledir) değişken genlikli yükleme hali olarak adlanır. Bu tarz değişken genlikli çevrimsel yükleme şekline (spektrumuna) sahip problemler için çevrim sayma metodları geliştirilmiştir.

Yorulma analizi yapılarak yorulmaya dair çeşitli yorulma özelliklerine dair bilgi elde edilebilmektedir. Bunlar çatlak ucu çevresi gerilme dağılımı, yorulma çatlak şekli, açısı, uzunluğu, çatlak ucu açılma genişliği, çatlak ilerleme doğrultusu, çatlak ilerleme hızı, çatlak yolu stabilitesi, yorulma hasar düzeyi, yorulma dayanımı, yorulma limiti ve yorulma ömrü gibi meselelerin belirlenmesi çalışmalarıdır. Enerji yöntemi, olasılıksal yöntem, spektral yaklaşım, fenomenolojik yöntem, çevrim sayma yöntemleri gibi çok çeşitli yaklaşımlar ve bunların kullanıldığı çok çeşitli olasılıksal, nümerik, varyasyonel, deneysel ya da analitik modellerle çeşitli yorulma parametreleri elde edilebilmektedir. Örneğin “ D ” ile simgelenen hasar düzeyinin tespiti ve kontrolünün yapılmak istenmesi durumunda kümülatif hasar teorileri vasıtasıyla hem hasar düzeyi hem de yorulma ömür değeri değişken genlikli yükleme hali için tahmin edilebilmektedir. Bir başka örnek olarak da, deneysel tahribatsız muayene metodlarıyla çatlak uzunluğunun belirlenmesi verilebilir. Maksimum gerilme, maksimum şekil değiştirme, minimum şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu ve maksimum şekil değiştirme enerji salıverme oranı gibi birtakım modellerle de çatlak ilerleme doğrultusunun elde edilmesi bir başka örnek verilebilir [49: 50]. Ayrıca çatlak gecikmesi, çatlak kapanması ve çatlak ucu plastik bölge gibi meseleler de çatlak büyüme metot ve yaklaşımları çerçevesinde elasto-plastik kırılma mekaniğinin araştırma konusu kapsamına girmektedirler. **Bunlardan bu tez kapsamında yorulma ömrü ve çatlak yayılım hızı yorulma parametreleri çatlak büyüme (veya gelişim) modelleri yardımıyla belirlenecektir. Bu çalışmada lineer elastik kırılma mekaniği yaklaşımı ve gerilme şiddet faktörü tabanlı çatlak büyüme modelleri ele alınacaktır.**

2.5.1 Yorulma Ömrü

Bahsedildiği üzere yorulma mekanizması, tekrarlı yüklemeler etkisiyle meydana gelmektedir. Tekrarlı yüklemelerin periyodik tekrar adetine çevrim sayısı denir. Çevrim sayısı (N) boyutsuz bir sayı olmasına karşın, tıpkı zaman parametresi gibi

yorulma gidişatını tanımlayabilmektedir. Bu nedenle çevrim, zaman olarak da görülebilmekte veya zamana bağlı tanımlanabilmektedir, ancak sürekli zaman tanımına karşın çevrim sayısı kesikli (ayrık) bir parametredir. İmalatın başlangıcından itibaren, çevrimsel döngüye sahip yüklemelerin malzemeyi kırılmaya götürme sürecine, ve bu ömür sürecini temsilen bu süreç boyunca geçen çevrim sayısı “ N ” değerine yorulma ömrü (kırılmaya kadarki yorulma ömrü veya servis ömrü) denmektedir. Yorulma ömrü sırasıyla mikroçatlakların oluşumu ve çatlak büyümesi (ilerlemesi, yayılımı veya bir diğer tabirle gelişimi) şeklinde iki kısma ayrılmaktadır. Bunun sebebi çatlağın başlaması ile büyümesini etkileyen bazı koşullardaki farklılıklardan kaynaklanmaktadır [1: 14]. Toplam yorulma ömrü, bu iki kısmın ömür değerlerinin yani, N_i çatlak oluşum ömrü ve N_s malzeme kırılana kadarki çatlak büyüme ömrü olmak üzere- çevrim sayılarının toplamı şeklinde ifade edilmektedir

$$N_t = N_i + N_s \quad (2.47)$$

Başlık 2.5’in giriş kısmında da bahsedildiği gibi yorulma ömrü, ileriye yönelik olarak çok fazla meseleden etkilenmekte ve çok çeşitli belirsizliklere de sahip olduğundan kesin bir şekilde belirlenmemekte, lakin tahmin edilebilmektedir. Bu sebeple yorulma ömür çalışmaları birçok ömür tahmin modellerini ihtiva etmektedir.

Yorulma ömrü hesabı yapılacak eleman zaten başlangıç koşulunda bir yorulma mekanizmasına ve çatlak büyümesine maruz kalmış durumdaysa, hesaplanacak olan göçmeye kadarki çevrim sayısı, kalan yorulma ömrü olarak ifade edilir ve ΔN çevrim sayısı hesaplatılır. Eğer dikkate alınan yorulmaya göre tasarım kriteri kapsamında son çatlak uzunluğu, kırılma anındaki kritik çatlak uzunluğundan düşük ve daha emniyetli bir değerle sınırlandırılmaktaysa, bu durumda servis ömrü için dikkate alınan ömür değeri, tasarım kıstası ve güvenlik kriteri kapsamında kabul edilen son çatlak boyuna kadardır. Bu durumda kırılmaya kadarki yorulma ömrü yerine, öngörülen çatlak üst boy sınırına kadarki yorulma ömrü hesaplanır. Yorulma ömrü, bir yapının yorulmaya göre tasarımında vazgeçilmez bir parametre olup, tasarıma ilişkin yorulma ömrünün hesabındaki

gerekeçe, yapının yeterli servis ömrüne ve yorulma durabilitesine sahip olabilmesinin sağlatılabilmesidir.

2.5.1.1 Yorulma Çatlak Oluşum ve Büyüme Süreci

Yorulma çatlak oluşum süreci, mikroçatlak başlanıgıcı ve mikroçatlak büyümesi olarak iki kısımda tanımlanmaktadır. Özellikle 20. Yüzyılın başlarında mikro ölçekte gerçekleştirilen çalışmalar [1], çatlak oluşum sürecini aydınlatmış olup, aşağıda sırasıyla verildiği gibi çatlak oluşum ve büyüme süreci sınıflara ayrılmaktadır. Buna müteakip olarak malzemede çatlak oluşum, büyüme ve kırılmayla sonuçlanan yorulma sürecinin detaylarına değinilmiştir.

❖ Yorulma Çatlak Oluşum Süreci [1]

1. Döngüsel Plastik Deformasyonlar:

Çevrimsel yükler neticesinde meydana gelen çevrimsel gerilmeler (özellikle asal kayma gerilmeleri), kayma bantlarının oluşumuna yol açmaktadır. Döngüsel kayma gerilmeleri kayma bantlarını sürekli olarak plastik deformasyona zorlamaktadır. Bunun sonucunda kayma bantlarında dislokasyonlar gerçekleşmekte ve mikroçatlaklar meydana gelmektedir.

2. Mikroçatlak başlanıgıcı:

Gerilmeler yorulma limitini geçtiği vakit kayma bantlarından çatlak doğumu başlar. Ancak bu çatlaklar mikro ölçekte olduklarından gözle görülemezler. Malzeme yüzeyindeki üretim kaynaklı hatalar, ezilme, aşınma ve çizikler, yüzeye uygulanan haddeleme gibi mekanik işlemler veya sementasyon, galvanizasyon gibi kimyasal kaplamaların özellikleri ve dış etkiler mikroçatlak başlanıgıcına etki etmekte olup, aralarından özellikle malzeme yüzey özellikleri, mikroçatlak başlanıgıcı açısından önemli bir parametredir.

3. Mikroçatlak büyümesi:

Mikroçatlaklar uzun çevrimler boyunca büyür ve birleşirler. Bu aşamada artık mikroçatlaklar yüzey koşullarını geçmiş ve ilerlemektedirler. Mikroçatlak büyümesi çatlak ilerleme yüzeyinin anizotropisi ve yüzeyde bulunan danelerin yönlendirmesiyle gerçekleşir.

❖ Yorulma Çatlak Büyüme Süreci

1. Makroçatlak Büyümesi

Bu aşamada artık çatlaklar gözle görülebilecek düzeye gelmiş haldedir. Yorulma çatlak büyüme süreci, çatlak oluşum sürecine nazaran görece daha kısa sürer. *“Öyle ki; nihai kırılmaya kadarki olan ömür, çatlak başlama ömründen sadece biraz daha büyüktür ve pratik olarak hemen hemen aynıdır”* [1: 144]. Makroçatlak büyümesinde malzemenin fiziki özellikleri önem arz etmektedir. Çevresel etki bu aşamada da önem arz etmektedir. Yorulma Çatlak Büyüme modelleri bu süreci modellerler.

2. Yorulma Kırılması

Yorulma ömrünün sonuna ulaşıldığında ani bir şekilde gevrek kırılma gerçekleşmektedir. Bu durumda çatlak uzunluğu kritik çatlak uzunluğuna ulaşmış, göçme gerçekleşmiştir. Yorulma kırılması gerçekleştiği zaman çatlak büyümesi sona ermektedir.

Yukarıda sınıflandırılmış olan yorulma çatlak oluşum ve büyüme süreçlerine dair detaylar aşağıda ifade edilmiştir.

Yorulma çatlak büyümesi uzun çevrimler gerektiren bir süreçtir. Bu süreç sünek olarak gelişmekte ve stabil çatlak büyümesi adını almaktadır. Stabil çatlak büyümesi esnasında çatlak ilerlemesi ve mikroplastik deformasyonlar gelişir. Bu süreçte çekirdek olarak tabir edilen çatlak kırılma bölgeleri doğmaya başlar. Makimum kayma gerilmeleri sebebiyle çatlak ucunda kayma deformasyonlarının meydana getirdiği kayma bantları oluşur. Bu esnada aynı zamanda yük geçmişine bağlı olarak herbir yük çevriminde ‘striation’ denen mikro ölçekte işaretler bırakılır. Bu işaretler yüklemeye bağlantılı olarak tek bir yük çevrimindeki çatlak açılma ve kapanma esnasındaki mikroplastik deformasyon ve ilave çatlak uzaması sebebiyle meydana gelmektedirler. Yükleme genliğindeki değişim bu çizgilere yansımaktadır. Öyle ki, kırılması gerçekleşmiş bir elemanın kırılma yüzeyindeki bu işaretlere mikroskopla bakılarak, özellikle yüklem genliğinin artışı sebebiyle ‘striation çizgisi’ genişliğinin görece fazla oluşundan yararlanarak elemanın nasıl bir yüklem geçmişine sahip olduğu, ve elemanın yorulma ömrüne dair bilgi elde edilebilmektedir [1: 51]. 1969 tarihli Bates ve Clark ampirik denkleminde ortalama striation aralığı ile

malzeme elastisite modülünün kullanımı yoluyla gerilme şiddet faktörü aralığı değeri elde edilebilmektedir [52].

Çatlak ilerlemesi sürecinde çatlaklar çoğu durumda daneleri keserek (intergranüler) ilerlemektedir. Bu esnada gerilme genliği şiddetindeki ani değişimler, makro ölçekte de işaretler bırakmaktadır. Gözle de görülebilen ve görünümü itibariyle ağaç yaş çizgilerini andıran bu işaretlerin oluşturduğu bütünlüğe büyüme bantları denmektedir. Yük genliklerinin yüksek mertebede seyretmesi çatlak büyüme hızını arttırmakta, ve büyüme bantlarının aralıklarını daraltmaktadır. Yük genliklerinin düşük mertebelerde seyretmesi durumunda ise çatlak büyüme hızı az olmakta ve bantlar arası mesafe açılmaktadır [1, 50]. Zamanla çekirdek bölgeleri de büyüyerek birleşmekte ve daha büyük bölgeler oluşturmaktadır. En nihayetinde kesitin çatlak harici geriye kalan çatlamamış kesit alanının taşıma haddi aşılar ve ani bir şekilde gevrek kırılma gerçekleşir. Stabil olmayan kırılma olarak adlandırılan bu kırılma, esasında bir tür quasi-statik kırılmadır. Yükleme genliğindeki ani bir artış da, aşırı yük kırılması olarak da tanımlanan bu nihai kırılmayı tetikleyebilmektedir [1, 50].

2.5.2 Yorulma Çatlak Çeşitleri

Günümüze değin yorulma kaynaklı hasar mekanizmasına uğramış birçok yapıya dair örnekler bulunmaktadır. Bunlar içerisinde gerek ortam koşulları etkisi veya yükleme şekilleri, gerek ise malzeme özellikleri ve geometrisi sebebiyle belli başlı tipik çatlaklar gözlemlenmekte ve böylece, çatlağın konumu, ilerleme yönü gibi birtakım özellikler bakımından kendi içlerinde sınıflandırılabilirler. Burada kısaca pratikte sıkça rastlanan 4 adet yorulma kaynaklı tipik çatlak tiplerine değinilecektir [50].

❖ Yüzey Çatlağı:

Malzeme yüzeyindeki çentik, boşluk gibi malzeme süreksizliği kusurlarının veya çevresel koşulların mikroçatlak başlangıcı adına katalizör niteliği görmesi, ve bu çatlakların yüzeyden başlayarak büyümesi sonucu oluşan çatlak tipidir. Çatlak büyümesi tek yönlü gerçekleşir. Çatlak yarı elliptik bir şekilde büyür. Çatlak açılım deplasmanı yüzeyde maksimumdur.

❖ Kalınlık Çatlağı:

Özellikle ince plak gibi ince yapı elemanlarında tüm kalınlık boyunca büyüyüp gelişmekte olan bir çatlak tipidir. Bu çatlak tipinde yüklemenin sadece çevrimsel çekme kuvveti olması şeklinde bir özel durumu vardır ki bu durumda çatlak, malzeme yüzeyine dik olup, problem 2 boyutlu olarak ele alınabilmektedir [1: 108]. Bu nedenle kalınlık çatlağı, yorulma çatlak türleri arasında en basit çatlak türü olarak bahsedilmektedir [1, 50].

❖ Kenar Çatlağı:

Bu çatlak tipi malzemenin kenar ya da köşelerinde gözlemlenmektedir. Tribolojik özelliklerin etkisi ile meydana gelen gerilme yığılımları, bu bölgelerde öncelikli olarak kenar çatlağının oluşumuna sebep olabilmektedir. İlerleyen çevrimlerde kenar çatlağı ilerleyerek kalınlık çatlağına dönüşebilmektedir [50: 45].

❖ İç Çatlaklar:

Bu çatlak tipinde çatlak büyümesi çift yönlü olarak, cisim sınırlarından uzakta ve hacim içerisinde gerçekleşmektedir. Bu sebeple dıştan gözlemlenmeleri mümkün olamamaktadır.

2.5.3 Çatlak İlerlemesinde Kırılma Modları

Lineer elastik kırılma mekaniğinde çatlakların ilerleme davranışı 3 farklı kırılma modu ile incelenmektedir. Kırılma modları, yükleme biçimi ve yüklemelerin elastik cisimde meydana getirdiği gerilmelere göre farklılaşmaktadır. Çatlaklar, elastik bölgede bölgesel süreksizlikler meydana getirmekte ve dış yükler sebebiyle meydana gelen iç kuvvetlerin aktarım yolunda sapmalara ve lokal gerilme yoğunlaşmalarına sebep olmaktadır. Fotoelastisite yöntemiyle yürütülen deneysel gözlemler sonucu 3 kırılma modu için çatlak ucu gerilme yörüngelerinin kendi içlerinde karakteristik olarak benzer şekle (dağılıma) sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Kırılma modlarından ilki Mod 1, veya bir başka adıyla açılma modudur. Bu kırılma modu en sık rastlanan ve ayrıca en çok hasara sebep olan tür olmaktadır [1, 49]. Bu kırılma moduna asal normal gerilmeler (özellikle çekme gerilmesi) sebep olmaktadır. Yorulma çatlağı bu asal çekme gerilmesine dik olarak gelişim

sergilemektedir. Çekme kuvveti veya eğilme momenti gibi kesitte eksenel çekme gerilmeleri oluşturan yükleme durumlarında, çekme gerilmeleri adeta çatlağı açmaya çalışmakta ve bunun sonucunda çatlak gelişimi çekme gerilmelerine dik olarak gerçekleşmektedir. Bu kırılma modunu meydana getiren yüklemenin, çatlak açılım moduna yol açması için, yorulma ömrü ve çatlak ilerlemesi boyunca yükleme doğrultusunun değişmemesi gerekmektedir [50: 57].

Bir diğer kırılma modu düzlem içi kayma modu olarak anılmakta olup, Mod 2 şeklinde ifade edilmektedir. Düzlem kayma gerilmeleri çatlak ilerleme doğrultusunda kayma deformasyonlarına zorlamaktadırlar. Böylelikle çatlak kayma yüzeyleri birbirleri üzerinde görelî olarak kaymakta, ve Mod 2 kırılma modunun oluşumu söz konusu olmaktadır.

Üçüncü kırılma modu ise düzlem dışı kayma, makaslama veya yırtılma modu olup, Mod 3 olarak ifade edilmektedir. Özellikle makaslama etkisindeki elemanlarda bu tip kırılma modu söz konusu olabilmektedir.

Birden fazla kırılma modunun birarada meydana geldiği karışık mod durumları da bulunabilmektedir. Örneğin eğik çatlak çekme problemi ya da çekme-kayma gerilmelerinin bulunduğu Mod 1 ve Mod 2 karışık kırılma modu buna örnek verilebilir. Bir başka örnek olarak da alüminyum alaşımlarının yorulma çatlaklarında kesme yanaklarını oluşturan Mod 1 ve Mod 3 karışık kırılma modu verilebilir [1: 233]. Ayrıca 3 boyutlu karışık kırılma modu da üretilebilmektedir [50: 183-185]. Bu modlar ile çatlak ucunda meydana gelen gerilme ve şekil değiştirme alanı, ile gerilme şiddet faktörü değişim göstermektedir.

Bu tez kapsamında sadece 1. Kırılma Modu inceleme altına alınacaktır. Bu sebeple tüm gerilme şiddet faktörü ifadelerinin alt indislerinde, literatürde kullanıldığı üzere '1' sembolü kullanılmasa da, 1. Kırılma Modu kast edilmektedir.

2.5.4 Yorulmaya Göre Tasarım Kriterleri ve Çeşitli Paket Programlar

Yorulma odaklı tasarım yapılırken yapının kullanım amacına ve niteliğine göre ekonomik veya yüksek güvenli gibi farklı yaklaşımlar gösterilebilmektedir. Örneğin tasarlanacak eleman yorulma kırılmasına müsaade edilmemesi gereken bir eleman olabilir, ya da belirlenen yorulma çatlaklarının yeterli uzunluktaki

yorulma ömür değerlerinde meydana gelmesi istenebilir. Bir başka durumda ise ele alınan eleman yorulma kırılması sonrası değiştirilebilecek nitelikte olup, bu elemanda çatlak büyümesine olanak tanıtılabilmektedir. Ancak tasarım kriteri ne olursa olsun, elemanda veya yapıda servis ömrü boyunca yorulma kırılmasının vuku bulunması genelde istenmez. Bu hususta yürütülmekte olan tasarım prensipleri, yorulma ömürlerinin göreceli büyüklük sıralamasına göre aşağıda verilmiştir.

- **Kırılma Toleranslı Tasarım:** Bu tasarım kriterinde belirli bir hata toleransına (hata payına) imkan verilir ve bu hususta yapı elemanının sınırlanmış bir ömrü bulunur. Mertebesi yüksek olmayan bu ömür sonlandığı ve ilgili elemanda kırılma gerçekleştiği vakit, sistemsel işleyişte önemli bir problem oluşmamakta ve kırılan yapı elemanı yenisiyle rahatca değiştirilebilmektedir. Bu kriterde elemanın yenileriyle değiştirilecek olması baştan planlanmakta olup, bunun gerçekleşmesi durumunda herhangi bir sistemsel göçme yaşanmamaktadır [1, 49].
- **Güvenli Ömür Tasarımı:** Burada yine belirli bir hata toleransına ve hata payına imkan verecek şekilde yapı elemanı belli bir emniyetli ömre göre tasarlanır. Bu kriterde de servis ömrü boyunca yorulma ömrünün sonuna varılabilir. Ancak bu durumda sistemsel işleyiş sekteye uğrayacak ve elemanın yenisi ile değiştirilmesi zorunlu olacaktır. Bu kriter kapsamında ömür sonlandığı ve işlevsellik bittiği vakit, elemanın yenisi ile değiştirilmesinin gerekeceği bilinmektedir. Yüksek mertebede olmayan bu ömür sonlandığı ve ilgili elemanda kırılma söz konusu olduğu vakit kırılan yapı elemanı yenisiyle değiştirilmekte, ve böylece sistemsel işleyiş kaldığı yerden devam etmektedir [1, 49].
- **Hasar Toleranslı Tasarım:** Yapı elemanının uzun yorulma ömrü boyunca çatlak büyümesine göçme gerçekleşmeden maruz kalacağını öngören tasarım kriteridir. Bu hususta çatlak büyümesinin yavaş gerçekleştiğinin kontrol edilip izlenmesi için çatlak kontrolü ve tahribatsız muayene metodları önem arz eder. Özellikle kritik elemanlar bu yolla izlenir ve çatlak uzunluğunun yeterli miktara ulaşması halinde elemanda kırılma gerçekleşmeden önce ilgili eleman, yenisiyle değiştirilmektedir [1, 49].

- Sonsuz Ömür Tasarımı: Eğer yapı elemanın servis ömrü boyunca çok miktarda (milyonlar mertebesinde) yük çevrimine hiçbir aksama olmadan maruz kalması hedeflenmekte ise tasarım yükleri sebebiyle oluşacak çevrimsel gerilmelerin yorulma limitini geçmemesi istenebilir. Bu durumda tüm çevrimsel gerilmeler yorulma limitinin altında tutulmaya çalışılarak sonsuz yorulma ömrünün sağlatılması hedeflenmektedir [1, 49].

Yorulma tasarımına dair yürütülmekte olan olasılıksal yaklaşımlardan biri Risk analizi odaklı tasarımıdır. Bu tasarım yönteminde ele alınan olasılık dağılımına göre kırılma olasılığının belirli bir kabul edilebilir seviyenin altında tutulması yoluyla yorulma kırılmasının gerçekleşmemesi sağlatılmaktadır. Bu nedenle yorulma tasarımında güvenilirlik faktörleri ve risk analizi de önem arz etmektedir. Ayrıca, yorulmaya göre tasarım çeşitli kod veya yönetmeliklerde de geçmekte ve değerlendirilmektedir [29]. Yorulmaya göre tasarım yapılırken yorulmaya etki eden, başlık 2.5' in giriş kısmında bahsedilmiş olan tüm faktör ve belirsizliklerin değerlendirilmesi gerekmekte ve tasarımda dikkate alınması gereken bu belirsizliklerin yük spektrumu, yapısal yorulma özellikleri ve model güvenilirliği olarak ele alınması gerekmektedir [1: 566].

Yorulmaya göre, gerek mekanik analizi, gerek ise tasarım kodlarını kapsayan çeşitli paket programlar mevcuttur. Bu programlar aracılığıyla yorulma çatlak büyüme süreci simüle edilip modellenenilmekte ve kırılma mekaniği kapsamındaki çeşitli yorulma parametreleri elde edilmektedir. Bu programlara Quebra2D, VIC3D, ViDa, FASTRAN, NASGRO, NASMAT, NASCRAC, ESACRACK, ProCrack, AFGROW, IWM VERB, WISECRACK gibi örnekler verilebilir.

2.5.5 Yorulma Ömrü Tespit Yaklaşımları

Yorulma ömrünün tespit edilmesi günümüzde kırılma mekaniği varsayımlarının kullanımı yoluyla gerçekleştirilmektedir. Ancak daha öncesinde çatlak davranış mekanizmasına girilmeden sadece deney sonuçlarından elde edilen eğrilerin denklemlerinin istatistiksel olarak belirlenmesi veya birtakım gerilme genliği esaslı ya da şekil değiştirme esaslı yaklaşımlar yoluyla yorulma ömrü elde edilebilmekteydi. Bu başlık altında 3 temel yorulma ömrü elde etme

yaklaşımından bahsedilecek olup, bu tez kapsamında kullanılmakta olan kırılma mekaniği yaklaşımının detaylarına inilecektir.

2.5.5.1 Gerilme Ömrü Yaklaşımı

Bu yaklaşım Wöhler'in yorulma dayanımını belirlemek üzere sabit ortalama gerilme ve deneyden deneye değiştirilen gerilme genliği altında yaptığı çalışmalarla başlamıştır. Gerilme ömrü yaklaşımında çeşitli deneyler yoluyla yüksek çevrimli yüklemeye tabi tutulmuş elastik malzemenin çevrim sayısına karşılık olarak yorulma kaynaklı kırılma gerilmesi davranışı incelenmektedir. Yapılan deneyler sonucunda S-N eğrisi, gerilme ömrü eğrisi ya da Wöhler eğrisi denen eğri çizdirilir. Bu eğri, uygulanan gerilme genliğine karşılık olarak yorulma kırılmasının yaşanması için gerekli olan çevrim sayısı hakkında bilgi vermektedir. Yorulmada gerilme ömrü yaklaşımında gerilme ömrü eğrisinin denklemi, gerilme genliğinin sürekli değiştirilip ömür değerinin not edildiği deneyler ışığında istatistiksel olarak elde edilmeye çalışılır ve yorulma kırılmasının meydana gelmeyeceği gerilme genliği üst sınırı aranır. Bu sınır, S-N eğrisinin yatay asimptotudur. Bu ifadeye yorulma limiti ya da dayanım sınırı denmektedir. Öyle ki; malzemeye etkitilen gerilme genliği yorulma limitinden düşük kaldığı müddetce çatlak ilerlemesi gerçekleşmemekte ve yorulma ömrü sonsuz olmaktadır [53: 41]. Fakat bakır ile magnezyum alaşımı ve alüminyum alaşımında ve dahi betonda böyle bir net limit bulunmamaktadır. Yorulma limiti belirlenirken eğrinin yatay asimptotluğa yeterince yakınsatıldığını belirlemek anlamında çevrim sayısının 10 milyon gibi büyük bir çevrim sayısı ve üstü için karşılık gelen (özellikle demir esaslı malzemelerde) maksimum kırılma gerilmesini dikkate almak uygundur [4]. "*Çoğu çelik ve bakır alaşımlarında yorulma limiti, çekme mukavemetinin %35-50'si aralığında kalmaktadır*" [49: 153].

Bu yaklaşım sabit ortalama gerilmeli bir yaklaşımdır. Bu sebeple farklı ortalama gerilmelerdeki farklı wöhler eğrilerini dikkate alabilmek amacıyla Goodman ve Smith diyagramları gibi birtakım diyagramlar oluşturulmaktadır. Bu diyagramlar yorulma sınırlarıyla sıkıştırılmış bölgeyi tanımlarlar. Böylece yorulma limitinin belirlenmesinin istenmesinin sebebi ve önemi, S-N eğrisindeki yorulma limitinin altında kalınan yerde veya Smith, Goodman (Haigh), Gerber, Morrow ve

Soderberg gibi diyagramların iç kısmında, yükleme değişken genlikli dahi olursa ve hangi şiddette gerilme alınıyor olursa olursun, malzemenin yorulma kırılmasına uğramayacak, yani sonsuz yorulma ömürlü olacak olmasıdır.

Wöhler eğrisinin kullanılmasıyla yorulma ömrü bilgisi elde edilebilmektedir. Yorulma ömrü belirli gerilme seviyesinde yorulma kırılmasına sebep olan çevrim sayısı olduğundan, sabit dış yükler altında malzemenin kırılmadan dayanabileceği en büyük çevrim sayısı (yorulma ömrü) grafikten okunabilmektedir. Ayrıca S-N eğrisi için geliştirilmiş Basquin, Stromeyer, Walker, Weibull ve Valluri gibi model denklemlerinin kullanımıyla da bu bilgi elde edilebilmektedir [54, 55].

2.5.5.2 Şekil Değiştirme Ömrü Yaklaşımı

Bu yaklaşımda, özellikle 10^4 - 10^5 mertebesinde düşük çevrim sayıları yani kısa çevrimli yorulma durumu ele alınmakta ve bu kısa çevrim boyunca yüksek gerilmeler sebebiyle plastik deformasyonlar meydana gelmektedir. Bu nedenle malzeme sünekliği ve gerilme yığılmalarının etkileri önem arz etmektedir. Bu yaklaşımla ilgili çalışmalar, Coffin ve Manson'un plastik şekil değiştirme genliğinin yorulma ömrüne etkisi ile ilgili çalışmalarıyla canlanmış olup, daha sonra şekil değiştirme ömrü, elastik ve plastik şekil değiştirmeler olarak depoze edilerek denklemlere elastik kısma ilişkin gerilme genliği de dahil edilmiştir. Daha sonraları Morrow, Smith&Watson&Topper, Ramberg&Osgood gibi yeni şekil değiştirme ömrü yaklaşımları da öne sürülmüştür. Burada gerilme şiddet faktörüne ilaveten, şekil değiştirme şiddet faktörü de işin içine girmektedir. Şekil değiştirme ömrü eğrisinin (e-N eğrisinin) düşey eksenini şekil değiştirme genliği, yatay eksenini ise çevrim sayısını temsil etmektedir. Toplam e-N ömür eğrisi elde edilirken tanım gereği ayrılmış olan elastik şekil değiştirme ömür eğrisi denklemi ile plastik şekil değiştirme ömür eğrisi denklemi toplanmakta (süperpoze edilmekte) ve böylece toplam şekil değiştirme ömrü eğrisi elde edilmektedir.

2.5.5.3 Kırılma Mekanîği Yaklaşımı

Altbaşlık 2.5.5.1 ve 2.5.5.2’de gerilme ömrü ve şekil değiştirme ömrü yöntemlerinden bahsedilmiştir. Bu yöntemler geleneksel ömür tahmin yöntemleri olup, yorulma çatlak gelişimi ve çatlak ucu davranışları gibi mekanik özellikleri tanımlayamamaktadırlar. Yorulma olayının fiziki sebepleriyle birlikte anlaşılabilmesi ve daha uygun sonuçların elde edilebilmesi için yorulma, istatistiksel veya deney verilerin kullanımından ziyade, analitik olarak modellenmelidir. Yorulma analizinde kırılma mekanîği tabanlı olan bu üçüncü yaklaşımda çatlak büyüme (ya da ilerleme) metodları yer almaktadır. Ancak bu hususta şu bahsedilmelidir ki, yorulma mekanîğinin analizi klasik mukavemet anlayışına göre gerçekleştirilmemektedir. “Elastisite Teorisi çözümleri çatlak cephesinde bir gerilme tekilliğinin olduğunu göstermektedir” [50: 59]. Dolayısıyla gerek elastisite, ya da sürekli ortam mekanîği, gerekse de plastisite kesin çözümleri kullanılmalı, klasik mukavemet anlayışına göre yorulma çatlaklarının uç kısmında gerilme sonsuza gitmekte ya da çok büyük çıkmakta, ancak bu malzemenin dayanımını kaybettiği anlamına gelmemektedir. Bu nedenle çatlakların önemini yadırganamaz olduğu yorulma olayının mekanik olarak tanımlanması süreci, lineer elastik kırılma mekanîği kapsamına girmektedir [49]. Bu tez kapsamında yorulma ömrü tahmin metodolojisi, lineer elastik kırılma mekanîği teoremleri baz alınarak belirlenecek, enerji tabanlı kırılma mekanîği yaklaşımına ise girilmeyecektir. “Ancak belirtmek gerekir ki; enerji yayılım oranı G ile gerilme şiddet faktörü K arasında Irwin tarafından ortaya atılmış bir ilişki mevcuttur. G ile K arasındaki bu ilişkinin varlığı sebebiyle, ister gerilme şiddet faktörü yaklaşımı, ister ise enerji dengesi yaklaşımı kullanılsın, her iki durumda da çatlak ilerleme kriteri aynı olmaktadır” [49: 53].

Kırılma mekanîği yaklaşımında çatlak ucu civarındaki gerilme dağılımını belirleyebilmek için çatlak moduna da bağlı olan gerilme şiddet faktörü yaklaşımı getirilmektedir. Bu yaklaşımın gelişi esasında temelinde Griffith’in yaptığı çalışmalardan başlamaktadır.

❖ Gerilme Şiddet Faktörü ve Gerilme Oranı

Malzemedeki yer alan makro boşluklara ve çentiklere dair gerilme yığılma faktörü yaklaşımı bulunmaktadır. Bu faktör geometriyle ilgili, boyutsuz bir faktördür. Ancak çatlak, uç kısmının yarıçapı sıfır olan bir çentik olarak düşünülürse gerilme yığılma faktörü K_I sonsuz olmakta ve bu nedenle yeni bir yaklaşıma gereksinim olmaktadır. Elastisite teorisinin kesin çözümleri dahi çatlak ucunda tekillik meydana getirdiğinden yükleme de dahil olmak üzere, tekilliğin etkisinin değerlendirildiği bir yaklaşım gerekmektedir. Bu yaklaşım gerilme şiddet faktörü, K yaklaşımıdır [1: 107]. “*Griffith, yaptığı araştırmalarda çatlak ucundaki gerilmelerin $\sqrt{a\pi}$ ile orantılı olarak değiştiğini gözlemlemiştir*” [49: 44]. Buna göre gerilme şiddet faktörü genel olarak ve tüm kırılma modlarını kapsayacak şekilde aşağıda verildiği üzere tanımlanır.

$$K = \sigma\beta\sqrt{a\pi} \quad (2.48)$$

Gerilme şiddet faktörü (SIF), çatlak ucu etrafındaki tekillikte gerilme dağılımını tanımlamakta olup, yükleme ve eleman geometrisi etkisini ifade eden geometrik boyutsuz düzeltme faktörü β (literatürde Y veya α ile de tanımlanmaktadır), gerilme seviyesi σ (literatürde S ile de tanımlanmaktadır) ile $\sqrt{a\pi}$ 'e yani, çatlak uzunluğu a 'ya bağlı olup, birimi $N/m^{1.5}$ veya sık kullanılan tabiriyle $Mpa\sqrt{m}$ olmaktadır. “*Buradaki önemli özellik, çatlak ucu etrafındaki gerilme dağılımının, gerilme şiddet faktörü K 'nın doğrusal bir fonksiyonu olarak tam olarak tanımlanabilinmesidir*” [1: 107].

Gerilme şiddet faktörü ilk olarak Irwin tarafından gerilme ve çatlak uzunluğu olmak üzere iki bilinmeyen tek bir parametrede toplanması şeklinde, çalışmalarından dolayı Joseph A. Kies'e ithafen tanımlanmıştır. Griffith enerji yayılım oranı ile orjinal ilişkisi düzlem gerilme hali (sonsuz genişletilmiş ince levha) için aşağıda verildiği üzere tanımlanmaktadır.

$$\left(\frac{EG}{\pi}\right)^{1/2} = \sigma\sqrt{a} \quad (2.49)$$

“*Daha sonra Irwin, mevcut "çatlak ucu gerilme şiddet faktörünü" $K=EG^{0.5}=\sigma\sqrt{a\pi}$ olarak tanımlamak için π 'yi denklemin diğer tarafına taşımıştır*” [56: 3]. Ayrıca denkleme sonradan sonsuz uzunluklardaki ince levhadan farklandıracak şekil

faktörü çarpanı da eklenmiştir. Böylece çeşitli özel durumlara ilişkin gerilme şiddet faktörü, K tanımı yapılabilmek üzere çatlak geometrisi etkisi dikkate alınarak formül genelleştirilmiştir.

Literatürde herbir kırılma modu için ayrı ayrı K_1, K_2, K_3 gerilme şiddet faktörleri ve $\Delta K_1, \Delta K_2, \Delta K_3$ gerilme şiddet faktör aralıkları tanımlanmaktadır. Gerilmeler kırılma moduna göre eksenel (Mod 1) ve/veya kayma (Mod 2 ve/veya Mod 3) gerilmesi şeklinde olabilmektedir. Aynı kırılma moduna yol açan yükleme çeşitlerinden birden fazla etkimesi durumunda ilgili yüklemelere ilişkin gerilme şiddet faktörleri de süperpoze edilebilmektedir. Ancak karışık modlu yükleme durumunda eşdeğer gerilme şiddet faktörünün elde edilmesi gerekmektedir. Bu hususta Tanaka, Hussein ve diğerleri, Erdoğan ve Sih, Nuismer, Amestoy ve diğerleri, Richard, Schollmann ve diğerleri, Pook gibi eşdeğer gerilme şiddet faktörünün elde edilmesine ilişkin çalışmalar ve modeller geliştirilmiştir [57].

Bazı geometri şekillerinde şekil faktörünün ilgili değerinin yerine konulmasıyla gerilme şiddet faktörü tanımı özelleştirilebilmektedir. Örneğin “*Sonsuz geniş bir levhadaki iç çatlak (Griffith çatlağı), kırılma mekaniğindeki temel çatlak modelidir*” [50: 68] ve şekil faktörü $\beta = 1$ 'dir. Bir başka örnek olarak da boyutlarına göre küçük uzunluktaki yarı dairesel bir yüzey çatlağı verilebilir. Bahsedilen çatlak için Newman-Raju gerilme şiddet faktörü tanımlamasına göre $\beta = 0.723$ değeri ortaya çıkmaktadır [1].

Gerilme şiddet faktörleri için maksimum ve minimumluk, (2.48)'de bulunan gerilme değerinin maksimum ve minimumluğuyla aşağıdaki gibi sağlanır. Gerilme şiddet faktör aralığı (artımı veya farkı) ise maksimum gerilme şiddet faktörü ile minimum gerilme şiddet faktörü arasındaki fark ile tanımlanmaktadır. Ayrıca burada maksimum gerilme ile minimum gerilme değeri arasındaki farka gerilme aralığı denmekte olup, $\Delta\sigma$ ile temsil edilmektedir.

$$K_{max} = \sigma_{max}\beta\sqrt{a\pi} \quad (2.50)$$

$$K_{min} = \sigma_{min}\beta\sqrt{a\pi} \quad (2.51)$$

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} = \Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} \quad (2.52)$$

“Gerilme şiddet faktörü ilk olarak 1960’ların başlarında çatlak büyüme hızı " da/dN " ve gerilme şiddet faktörü aralığı " ΔK " arasındaki ilişki ile kullanılmıştır. Bu bağlamdaki ilk çalışma 1961 yılında Paris, Gomez ve Anderson tarafından gerçekleştirilmiş olup çalışmalarında, 1957 tarihinde George Rankine Irwin tarafından çatlak çehresi gerilme alanı analizi kapsamında tanımlanan K parametresi yorulma davranışına dahil edilmiştir” [6: 365]. Böylece yorulma çatlak büyüme modellerinin önü açılmıştır.

Çatlak kapanma etkisi söz konusu olduğunda ayrı bir çatlak açılma gerilme şiddet faktörü tanımlanmaktadır. Çatlak kapanması modeline göre çatlak, çevrimsel yük periyodu boyunca belirli bir yük şiddet faktörü seviyesine inildiğinde kapanık halde kalmaktadır. Bu nedenle tüm ΔK , gerilme şiddet faktörü aralığı boyunca çatlak ilerlemesi etkin olmamaktadır. Dolayısıyla çatlak kapanma modeline göre sadece çatlak açılım sonrası (kapanma haricindeki) gerilme şiddet faktör aralığının dikkate alınmasının gerekliliği öngörülmektedir [50]. Bu değer efektif gerilme şiddet faktör aralığı " K_{eff} ", çatlak açılımının meydana geldiği gerilme şiddet faktörü de çatlak açılım gerilme şiddet faktörü " K_{op} " olarak sembolize edilmektedir. Çatlak kapanma olgusunun dikkate alındığı yorulma çatlak büyüme modellerinde efektif gerilme şiddet faktörünün hesaba katılması önem arz etmektedir. Bu modele göre çatlak ilerlemesinin gözlenmeye başladığı " K_{op} " üzerisi için efektif gerilme şiddet faktörü aralığı hesaplanır. Aşağıda çatlak açılım ve kapanma etkisinin dikkate alındığı efektif gerilme şiddet faktörü aralığının tanımı verilmiştir.

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \quad (2.53)$$

Burada tanımları gereği $K_{op} > K_{min}$ ve $\Delta K_{eff} < \Delta K$ eşitsizlikleri sağlanmaktadır.

“Gerilme şiddet faktörünün değişimi (aralığı) olan ΔK kavramı, yalnızca çatlak ucunda plastik deformasyon yoksa geçerlidir, yani yalnızca çatlağın kolayca yayıldığı bir malzeme için geçerlidir” [7: 258]. Bu tür bir malzeme daha çok gevrek ve yarı gevrek bir malzeme olup, plastisite düşük kaldığı ya da çatlağın kendisi görel olarak çatlak ucu plastik bölgeden çok büyük kaldığı sürece çatlak ilerlemesi lineer elastik kırılma mekaniği kapsamına girmekte ve K 'nın kullanımı kabul edilebilir olmaktadır [7, 50]. Plastisitenin artması ve elastik kırılma

teorisinden çıkılması durumunda ise Irwin alan denklemlerini de kapsayan plastik tip çatlak şiddet faktörü [56: 13] veya J integral gibi başka metodların kullanımı söz konusu olmaktadır.

Lineer elastik kırılma mekaniği yaklaşımında gerilme şiddet faktörleri kullanılmakta ve bu faktörler de elemandaki gerilmelere bağlı olduğundan dolayı incelenecek olan yükleme geçmişinde kuvvet tipi olarak gerilmeler kullanılmaktadır. Tekrarlı döngüsel yükleme durumu, yükleme spektrumunu (geçmişini, hiyerarşisini) oluşturan gerilme değerlerinin zamana bağlı değişiminin incelendiği sürekli dalga grafiğiyle gösterilir. Dalganın biçimi bir yana, dalgaya ait periyot, genlik, dalga boyu gibi belirleyici çevrimsel özellikler mevcuttur. Ayrıca çevrimsel yorulma yükleme hali dalgaları sabit genlikli olabileceği gibi değişken dalga genlikli de olabilmektedir. Bir yükleme spektrumunda üst ve alt gerilme sınırları farklı çevrimlerde farklı yönde (görelî) değişim gösterdiği vakit, gerilme genliği gerilme aralığı sabit kalmaz. Bu durumda spektrum üzerinde çevrim sayısı ilerledikçe dalgalarda daralma ya da genişleme gerçekleşir. Dalganın yukarı ya da aşağı yönde ötelenmesi ise gerilme sınırlarının aynı işaretli değişimlerinden (artımlarından) meydana gelir. Bu durumda yükleme genliğinin sabit tutulması durumu, sınır değerlerinin birbirlerine göre görece değişimlerinin sıfır olduğu anlamına gelir. Bu durumda spektrumdaki dalgalar ne daralır, ne de genişlerler. Daha sonra açıklanacağı üzere eğer gerilme oranı da sabit alınırsa, bu durumda dalgalarda düşey yönde ötelenme de meydana gelmez. Bu durumda dalgaların üst ve alt sınır değerleri sabit kalmakta, ve bu sınırları birleştiren doğrular da birbirlerine paralel kalmaktadır.

Elemanlar genel olarak üç türlü yüklemeye maruz kalabilir.

1. Alternatif Yükleme

Tüm çevrimler boyunca gerilmelerin işaret (gerilme vektörü yönlerinin) değişimlerinin meydana geldiği yükleme şeklidir. Zaman (veya çevrim) eksenî dalga grafiğini kesmektedir. Bu yükleme türüne örnek olarak kirişlerde çeki-bası yüklemesine sebebiyet teşkil eden deprem yüklemesi verilebilir [49].

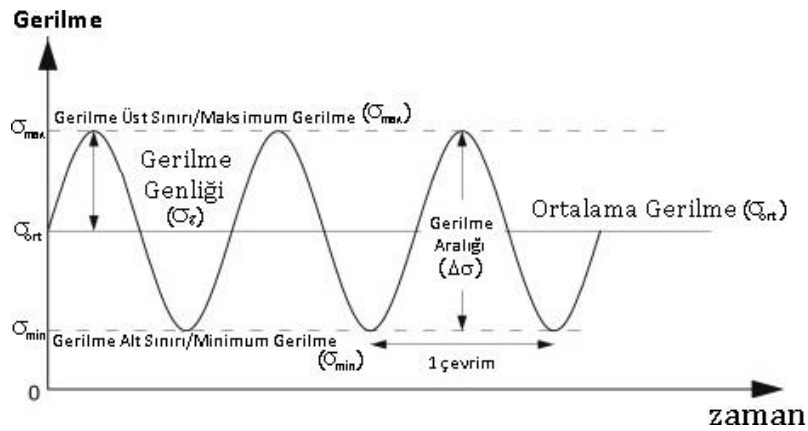
2. Tekrarlı Yükleme

Bu yüklemde dalga grafiği zaman ekseninin üzerinde veya altında kalmakta, ancak işaret değişimi olmasa dahi, çevrimsel olarak sıfır gerilme hali dalga sınırların birinde söz konusu olmaktadır. Bu nedenle tekrarlı yükleme halinde tamamen yükleme ve boşaltma süreci gözlemlenmektedir. Bu durumda tüm çevrimler boyunca var olan gerilmeler aynı işaretli kalmaktadırlar. Zaman eksenini yük dalgalarına teğettir. Geçici aralıklarla bası uygulayan karayolu dingil yüklemesi veya dalga yüklemesi buna örnek verilebilir. Düşey yönde etkiyen araç yükü elemana yaklaştıkça gerilme şiddeti artmakta, yeterli uzaklığa kadar elemandan uzaklaştığı vakit gerilme seviyesi sıfırlanmaktadır. Gerilmenin üst veya alt sınırlardan biri sıfır gerilmesi olup, zaman eksenindedir [49].

3. Pozitif veya Negatif Tekrarlı Yükleme

Yükleme dalga grafiğinin zaman ekseninin tamamen üstünde veya altında kalması durumudur. Yükleme hiçbir zaman tamamen boşaltılmaz. Devamlı bir yükleme hali söz konusu olup, işaret değişimi olmaksızın gerilme şiddeti değişmektedir. Bu duruma örnek olarak servis ömrü boyunca su yüksekliği, dolayısıyla belirli derinlikteki su basıncı sürekli değişen ve hiç kurumayan bir baraja gelen yükleme spektrumu verilebilir [49].

Aşağıdaki Şekil 2.1'de basitlik olması için sinüsoidal bir dalga biçiminde pozitif tekrarlı ve sabit genlikli (ve sabit gerilme oranlı) yükleme haline dair örnek bir yükleme geçmişi (spektrumu) verilmiş olup, döngüsel yükleme tanımlamasına dair parametreler ilgili şekil üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.1 Örnek Sabit Genlikli Yükleme Geçmişi [58: 286]

Şekil 2.1'de bulunan zamana bağlı gerilme değerlerinin maksimumları (üst sınırları) ve minimumlar (alt sınırları) sırasıyla σ_{max} ve σ_{min} gerilme parametreleri olmaktadır. Burada ifade edilen döngüsel yüklemeye has tanımlar, gerilme aralığı " $\Delta\sigma$ ", gerilme genliği " σ_g " ve ortalama gerilme " σ_{ort} " ifadelerine dair eşitlikler aşağıda verilmektedir.

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (2.54)$$

$$\sigma_g = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (2.55)$$

$$\sigma_{ort} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.56)$$

(2.55) bağıntısı gereği bundan sonra sabit genlikli yükleme hali denildiği vakit, sabit $\Delta\sigma$, gerilme aralıklı olduğu anlamına da gelecektir. Bu durumda gerilme şiddet faktörü tanımında bulunan $\Delta\sigma$ gerilme aralığı sabit kalacaktır.

Çevrimsel yüklemeler altında "R" gerilme oranı, minimum ve maksimum gerilmelerin oranı olarak tanımlanmaktadır. Bu ayrıca aşağıdaki gibi, şekil faktörünün sabit olması sebebiyle minimum ve maksimum gerilme şiddet faktörlerinin oranı şeklinde de yazılabilmektedir.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (2.57)$$

Bu hususta yorulma çatlak büyüme modellerinde de kullanımına rastlanan, K_{max} 'ın R ve ΔK ile tanımlandığı ilişki ve benzer şekilde K_{min} ile ΔK ilişkisi aşağıda verildiği üzeredir,

$$K_{max} = \frac{\Delta K}{1 - R} \quad (2.58)$$

$$K_{min} = \frac{R\Delta K}{1 - R} \quad (2.59)$$

(2.57)'de gerilme sınır değerlerinin işaretleri, ve diğer tüm gerilmelerin bu uç değerler arasında kalacağı bilgisi dikkate alındığında $R < 0$ olması durumunda alternatif yükleme, $R > 0$ olması durumunda pozitif veya negatif tekrarlı yükleme, $R = 0$ olması durumunda ise tekrarlı yükleme halinin söz konusu olduğu sonucuna varılmaktadır.

Normal şartlarda çevrimsel yüklemenin sabit genlikli (dolayısıyla sabit gerilme aralıklı) oluşu, gerilme oranının da sabit kalıyor olmasını gerektirmemektedir. Döngüsel gerilme dalgalarının sabit genlikli kalması için gerilme sınırlarındaki olası değişimlerin birbirine eş ve aynı işaretli olması gerekir. Eğer sabit yükleme genliği durumunda tüm çevrimler boyunca herbir çevrim içerisinde σ_{max} ve σ_{min} değerlerinde aynı işaretli ve eş büyüklükte değişimler var ise, görece farklılaşma olmamakta ve bu durum, gerilme aralığının (veya genliğin) aynı kalmasına sebebiyet vermektedir. Bu durumda sabit gerilme aralıklı yükleme dalgaları, çevrim sayısı ilerledikçe yukarı veya aşağı ötelenirler. Fakat genellikle literatürde sabit genlikli yükleme haliyle sadece gerilme genliğinin sabitliği kast edilmez.

Ardışık i ve $i+1$ 'nci çevrimler için gerilme sınırlarının değişimleri Δ olarak simgelenir ve eş şiddette tanımlanırsa, ve $\sigma_{max,i+1} = \sigma_{max,i} + \Delta$ ile $\sigma_{min,i+1} = \sigma_{min,i} + \Delta$ yazılırsa, (2.55) denklemi uygulandığı vakit birbirine eş olan Δ terimlerinin birbirini götürmesi sebebiyle genlik sabitliği korunmaktadır.

$$\sigma_{g,i+1} = \frac{\sigma_{max,i} + \Delta - (\sigma_{min,i} + \Delta)}{2} = \frac{\sigma_{max,i} - \sigma_{min,i}}{2} = \frac{\Delta\sigma_{i+1}}{2} \quad (2.60)$$

Bu durumda $\Delta\sigma_i = \Delta\sigma_{i+1}$ ile $\sigma_{g,i+1} = \sigma_{g,i}$ ifadeleri elde edilerek aralık ve genlik sabitliğinin farklı döngüler boyunca korunduğu görülür. Bu durum Δ 'nın herbir çevrim için, gene üst ve alt sınır değerleriyle aynı olmak şartıyla, çevrimler arasında değişkenlik göstermesiyle durumunda da geçerlidir. Fakat sabit genlikli yükleme hali durumunun bu genel hali için birbirinden farklı çevrimlerdeki R_i ile R_{i+1} gerilme oranları aynı kalır denememektedir.

$$R_{i+1} = \frac{\sigma_{min,i+1}}{\sigma_{max,i+1}} = \frac{\sigma_{min,i} + \Delta}{\sigma_{max,i} + \Delta} \neq R_i \quad (2.61)$$

Ancak eğer Şekil 2.1'deki gibi $\Delta = 0$ alınırsa gene sabit genlikli yükleme hali kapsamında kalınacak ve ayrıca böyle bir yükleme halinde çevrimler boyunca gerilme oranı sabit bir terim olarak kalacaktır. Bu durum (2.61)'de $\Delta = 0$ alınmak suretiyle gözlemlenebilmektedir. Böylece gerilme oranının sabit kalması, maksimum ve minimum gerilme değerlerinin çevrimler boyunca değişim göstermemesi, sabit kalması anlamına gelmektedir. Gerilme oranı sabit alındığı vakit bu terim, yorulma çatlak büyüme modelleri üzerinde yapılacak olan

integrasyon işleminde dışarı alınan terimler arasına eklenecektir. Bu durumda bu tez kapsamında R gerilme oranının sabitliği için sabit genlikli yükleme halinin yanı sıra, Şekil 2.1'deki gibi gerilme sınırları σ_{max} ve σ_{min} değerlerinin de sabit kaldığı sabit genlikli yükleme hali incelenecektir. Literatürde sabit genlikli yükleme haliyle kast edilen de genellikle böyledir. Şimdi ifade edilmesi uygun düşmektedir ki, sabit genlikli yükleme hali kapsamında $\Delta\sigma$ gerilme aralığının sabitliği, ΔK gerilme şiddet faktör aralığının da sabitliğini gerektiremez. Zira gerilme şiddet faktörü her ne kadar gerilme aralığıyla ilintili olsa dahi, çatlak uzunluğuyla da ilintilidir. Bu bağlamda (2.57) denkleminde her ne kadar σ_{min} ve σ_{max} sabit kalsa da, K_{min} ve K_{max} parametreleri, a 'ya bağlı olmaları sebebiyle sabit kalmamakta, ancak sadece oranları (yani gerilme oranı) sabit kalmaktadır. Aynı sebepten dolayı bazı çatlak büyüme modellerinde yer alan K_{max} parametresi esasında değişken bir parametre olup, bu parametre yerine (2.58) denklemi kullanılarak gerilme şiddet faktör aralığı bakımından karşılığı yazılmaktadır.

Gerilme oranı terimi, ortalama gerilmenin (veya minimum gerilmenin) etkisi bakımından önem arz etmektedir. Özellikle probleme göre R değeri arttıkça yorulma çatlak ilerleme hızı artmakta, R azaldıkça ise çatlak ilerleme hızı azalmaktadır [59]. Gerilme genliği $\sigma_g = \Delta\sigma/2$, ortalama gerilme σ_{ort} ve gerilme oranı R arasında aşağıdaki ilişki yazılabilmektedir.

$$\sigma_{ort} = \sigma_g \frac{1 + R}{1 - R} \quad (2.62)$$

Sabit genlikli yükleme hali kapsamında gerilme sınır değerleri veya gerilme oranı da sabit alındığı takdirde, (2.62)'ye göre ortalama gerilmenin de sabit kalacağı görülmektedir.

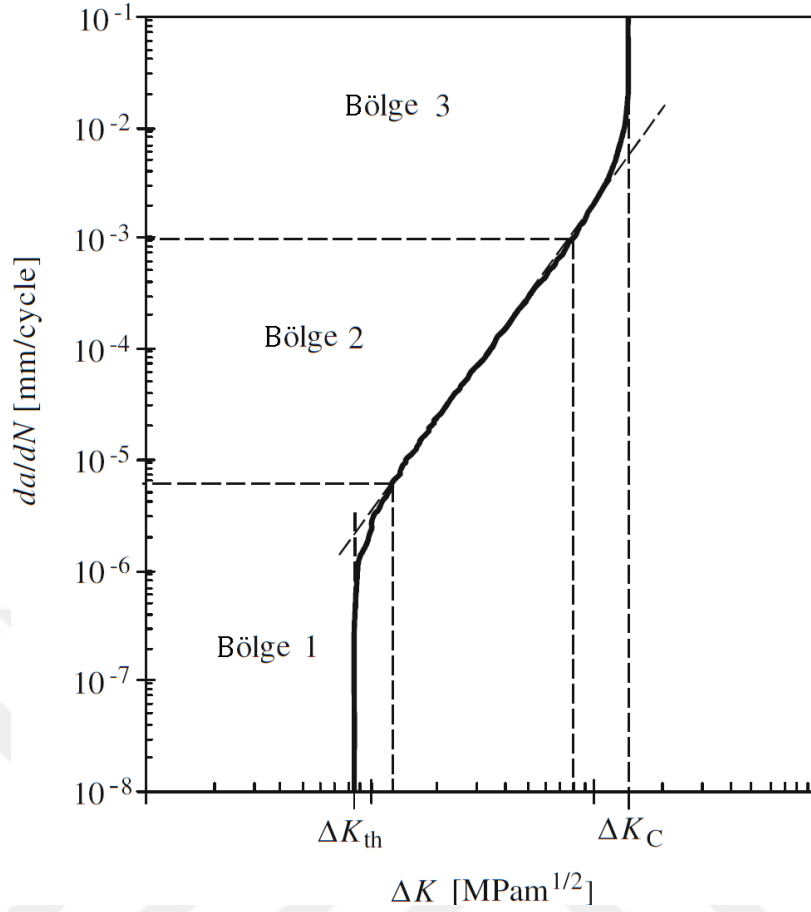
Yukarıda bahsedilen tanımlar blok yükleme spektrumunda da geçerlidir. Bu yükleme modelinde her bir blok kendi içerisinde sabit genlikli yükleme olarak ele alınmaktadır. Her bir bloğun gerilme genliği ve dolayısıyla gerilme aralığı birbirlerinden farklı olduğundan, Şekil 2.1'in yanına geleceği düşünülen yükleme dalgalarının aralıkları farklı olacaktır. Örnek bir yükleme geçmişi Şekil 2.1'den farklı olarak, yatay ekseninde çatlak uzunluğu veya çevrim adeti, düşey ekseninde

ise gerilme genliği veya gerilme aralığı olmak üzere de verilebilmektedir. Bu durumda eğimi sıfır olan düz çizgiler vasıtasıyla her bir blok içerisinde gerilme aralığının (veya yarısına eşit olan gerilme genliğinin) sabit kaldığı gözüküebilmektedir. Ancak düşey eksen gerilme genliği ile tanımlanmış bir yükleme spektrumunda, her bir blok için σ_{min} veya σ_{max} terimlerinin değerlerinin ve σ_{ort} ortalama gerilme değerlerinin aynı alınıp alınmıyor olduğu grafikten anlaşılacaktır. Bu tür bir spektrumda çatlak uzunluğu, Şekil 2.3'den de görüleceği üzere çevrim sayısı ile doğru orantılı olarak artan bir parametre olup, bu nedenle zaman mahiyetinde de kullanılabilir. Buradaki tüm çalışmalarda yorulma limitinin aşıldığı ve yorulma çatlak büyümesinin gerçekleşiyor olduğu dikkate alınmaktadır.

Düşük genlikli yorulma ile yüksek genlikli yorulma altında, çatlak uzunlukları farklı olsa dahi çatlak büyüme hızları arasında bir 'benzerlik' söz konusu olmaktadır. Bu benzerlik prensibi, K gerilme şiddet faktörünün farkı ($K_{max}-K_{min}$) olan ΔK 'nin ve gerilme oranı R nin, da/dN çatlak büyüme hızıyla ilişkili olduğunu öne sürmektedir. Öyle ki bu prensip gereği sadece ΔK ve R koşulları sabit tutulduğunda aynı yorulma davranışının oluşması beklenmektedir. Böylece çatlak büyüme hızı, gerilme şiddet faktörünün bir fonksiyonu olarak gösterilebilmektedir [1: 137, 1: 212-215]. "*R'ye olan bağlılık ise çatlak kapanma veya yükleme boşaltıldığı vakit çatlak yüzeylerinin temas etmesi sebebi olmaktadır*" [60: 72]. Bu vesileyle çeşitli çatlak ilerleme yaklaşımları geliştirilmiştir.

❖ Çatlak Büyüme Hızı ile Büyüme Eğrileri ve Çatlak İlerleme Kriterleri

Benzerlik prensibi gereği çevrimsel çatlak büyüme (ilerleme) hızının gerilme şiddet faktörü aralığıyla (ve gerilme oranı ile) ilişkisi gerçekleştirilen deneyler sonucunda aşığıdaki eğri ile açıklanmaktadır. "*Bu grafik, 'çatlağa sebep olan etki' olan ΔK ile malzemenin 'çatlak büyüme direnci' olan da/dN arasındaki ilişkiyi temsil etmektedir*" [1: 234].



Şekil 2.2 Karakteristik Çatlak Büyüme Hızı da/dN - ΔK Eğrisi [50: 121]

Şekil 2.2'de verilmiş olan sigmoid şeklindeki eğri aracılığıyla da/dN ile ΔK arasındaki bağıntı incelenebilmektedir. Yorulma çatlak büyüme modelleri bu eğriyi tanımlamaya çalışmaktadırlar. Eğrinin iki uç sınır bölgelerindeki düşey asimptotlar göze çarpmaktadır ve bunlar ΔK_{th} ile ΔK_C noktalarına denk gelmektedir. Burada ΔK_{th} ile ΔK_C ifadeleri ancak gerilme oranı $R = 0$ için sırasıyla K_{th} ile K_C 'ye eşittir. Gerilme oranının sıfır olması, (2.57) bağıntısı sebebiyle K_{min} değerinin sıfır olması anlamına gelmekte ve böylece (2.73) ve (2.63)'den de görüldüğü üzere gerilme şiddet faktörünün değişimi, maksimum gerilme şiddet faktörüne eşit çıkmaktadır. Çatlak büyüme hızı eğrisi, veya daha genel tabirle çatlak büyüme eğrisi, tam logaritmik olarak çizilmekte ve karakteristiği bakımından 3 bölgede incelenmektedir.

- 1. Bölge:

Yüzey süreksizlikleri, çevresel dış etki gibi meseleler neticesinde çatlak oluşumunun meydana geldiği bölgedir. Bu bölgede çatlak büyümesi yavaş

gerçekleşmekte olup, malzeme mikro yapısal özelliklerine bağlıdır. Bu bölgede eğrinin düşey asimptotu olan alt eşik, ΔK_{th} olarak sembolize edilmekte ve eşik gerilme şiddet faktör aralığı olarak adlandırılmaktadır. (2.52) Gerilme şiddet faktör aralığı tanımına göre tanımsal olarak eşik gerilme şiddet faktörü değeri ise, o noktadaki maksimum gerilme şiddet faktörü yerine geçmektedir [53].

$$\Delta K_{th} = K_{th} - K_{min} = K_{th}(1 - R) \quad (2.63)$$

Eşik gerilme şiddet faktörünün (veya aralığının) altında kaldığı takdirde çatlak büyümesi meydana gelmemektedir. “*Deneyisel kanıtlar, K_{th} 'nin tek bir malzeme sabiti olmadığını göstermiştir çünkü bu parametre, R gerilme oranına bağlıdır. ASTM Standardında K_{th} testleri için öneriler verilmiştir*” [1: 219]. Eşik gerilme şiddet faktör aralığının, $R = 0$ için değeri $\Delta K_{th,0}$ olarak sembolize edilmektedir. Bu değer herhangi bir R değeri için gerilme şiddet faktörü alt eşiği $\Delta K_{th,R}$ ile ilişkisi, [61]’ye göre aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\Delta K_{th} = \sqrt{\frac{1 - R}{1 + R}} \Delta K_{th,0} \quad (2.64)$$

(2.64) eşitliği çatlak kapanma etkisini dikkate almamaktadır. Bu hususta NASA tarafından üretilen, R ’ye bağlı olduğu gibi çatlak kapanmasını temsilen f ve çatlak uzunluğu a ’ya bağlı ampirik formül aşağıda verilmektedir [50].

$$\Delta K_{th} = \frac{\sqrt{\frac{a}{a + a_o}}}{\left[\frac{1 - f}{(1 - A_o)(1 - R)} \right]^{1 + RC_{th}}} \Delta K_{th,0} \quad (2.65)$$

Burada C_{th} terimi bir sabittir. Denklemden yer alan a_o sabiti ise küçük çatlak parametresi veya içsel çatlak uzunluğu olarak tanımlanmakta olup, yorulma çatlak büyüme eğrisinin 1. Bölgesindeki çatlak uzunluklarının eşik gerilme şiddet faktörüne etkisiyle ilgili bir parametredir. Bu parametreye NASA tarafından 0.0381mm (0.0015 inch) değeri verilmiştir [50: 128]. f Terimi ise çatlak açılım fonksiyonu olup, tanımı aşağıda verilmektedir.

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} \quad (2.66)$$

Çatlak açılım fonksiyonu " f " terimi sıfıra yaklaştıkça ΔK_{eff} 'de ΔK aralığına yaklaşmakta ve çatlak kapanması etkisi yok olmaktadır [52: 338]. Çatlak açılım gerilme şiddet faktörü ile maksimum gerilme şiddet faktörünün oranı olmak üzere tanımlanan çatlak açılım fonksiyonu f için, ve (2.65)'da yer alan A_0 katsayısı için literatürde Newman'ın ampirik yaklaşımı yer almaktadır [50]. Newman'ın pozitif R değeri için çatlak açılım gerilme şiddet faktörü ile maksimum gerilme şiddet faktörü oranı olarak öne sürdüğü eşitlik, ve bu eşitlikte bulunan A_i katsayıları orjinal haliyle aşağıda verilmektedir.

$$f = \max(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3) \quad (2.67)$$

$$A_0 = (0.825 - 0.34\alpha) \left[\cos\left(\frac{\pi \sigma_{max}}{2 \sigma_y}\right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.68)$$

$$A_1 = (0.415 - 0.071\alpha) \frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} \quad (2.69)$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \quad (2.70)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \quad (2.71)$$

Bu çalışma kapsamında gerilme oranı pozitif, $R > 0$, alınacağından Newman'ın pozitif gerilme oranlı (2.67) eşitliği ele alınmaktadır. Burada α parametresinin değeri düzlem gerilme hali için 1, düzlem şekil değiştirme hali için 3 olmaktadır. Akma gerilmesi " σ_y " ve gerilme maksimum sınırı " σ_{max} " olmaktadır. Birçok malzeme için " σ_{max}/σ_y " oranı da 0.3 sabit değerine eşit olmaktadır [50: 127].

Eşik gerilme şiddet faktörü " K_{th} ", çatlak dolanma yolu gibi birçok deney koşuluna bağlı olabilmektedir ve bu nedenle çatlak büyümesinin olmaması için $\Delta K < \Delta K_{th}$ güvenilirlik koşulu yaklaşımı yeterli güvenilirliğe sahip olamayabilmektedir [1]. Ayrıca ΔK_{th} değerinden düşük gerilme şiddet faktör aralıklarında makroçatlak büyümesi gerçekleşmezken, ilerleme göstermeyen mikroçatlak oluşumu halen söz konusu olabilmektedir [1].

- 2. Bölge (Paris Bölgesi):

Bu bölge, çatlak ilerleme sürecindeki 'en önemli' bölge olarak değerlendirilen bölgedir. Bu bölgede stabil çatlak ilerlemesi ve 'striation'ların oluşumu gözlemlenir. Çatlak ilerleme hızı eğrisi için logaritmik eksenler kullanıldığı

takdirde bu bölgenin doğrusallaştığı görülmektedir. Paris-Erdoğan denklemi tam olarak bu doğrusal bölgenin analitik denklemine dair bir tanım getirdiğinden dolayı bu bölge, 'Paris Bölgesi' olarak da anılmaktadır. Bu bölgede çatlak ilerleme hızının doğrusal olmasından dolayı, hemen hemen tüm çatlak büyüme hızı eğrisi ikinci bölgesi boyunca çatlak ilerleme hızının gerilme şiddet faktör aralığına göre türevinin sabit olduğu gözlenir ve bu değer, Paris-Erdoğan logaritmik doğrusal denkleminin eğimi olmak üzere " m " değeri olarak literatürdeki kaynaklarda yer almaktadır. " m " değeri, ikinci bölge içerisinde kalmak şartıyla ve eğride bulunan veriler ışığında ayrık tanımlı doğru eğimi hesabı kullanılarak aşağıdaki gibi nümerik olarak hesaplanabilir [59].

$$m = \frac{d\left(\log \frac{da}{dN}\right)}{d(\log \Delta K)} \cong \frac{\Delta\left(\log \frac{da}{dN}\right)}{\Delta(\log \Delta K)} \quad (2.72)$$

"Ancak tüm Paris Bölgesi için tek bir eğim değeri her zaman elde edilemeyebilmektedir" [1: 239].

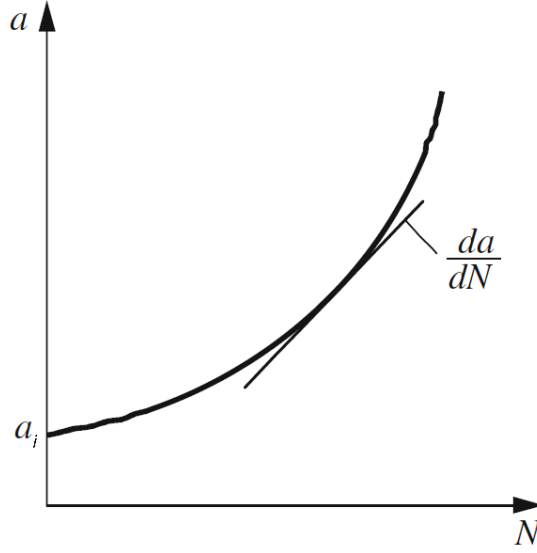
- 3. Bölge:

Bu bölgede çatlak büyüme ömrü oldukça düşüktür ve bölge içerisinde mikroyapısal özellikler ile birlikte, malzeme kalınlığı da önem arz eder hale gelmektedir. Bölgede striation üretiminin ise halen devam ettiği gözlemlenmekte, ancak striation aralıkları küçük olmaktadır [1]. Gerilme şiddet faktör aralığının kırılma tokluğu olarak ifade edilen parametrenin değerine ulaşması durumunda gerçekleşecek nihai kırılma, stabil olmayan kırılma şeklinde meydana gelir ve böylece yorulma ömrü sonlanmış olur. Kırılma tokluğu bir malzemenin kırılmaya karşı direncinin bir ifadesi olmaktadır [49: 82]. Bu parametre " K_C " olarak ifade edilmekte, bazı kaynaklarda ise " K_R " şeklinde sembolize edilmektedir. Şekil 2.2'deki 3. Bölgenin düşey asimptotu, gerilme şiddet faktör aralığının ulaşılabilir en üst sınırını belirtmekte, ve buna tekabül eden gerilme şiddet faktör değeri kırılma tokluğu olmaktadır. " ΔK_C " parametresi (2.52)'deki Gerilme şiddet faktör aralığı tanımına göre tanımsal olarak aşağıdaki gibidir [53].

$$\Delta K_C = K_C - K_{min} = K_C(1 - R) \quad (2.73)$$

Yorulma çatlak büyüme hızı eğrisi üzerinde ΔK_C değerine ulaşıldığı, veya (2.52) denkleminde yer alan K_{max} değeri K_C kırılma tokluğuna vardığı takdirde çatlak büyüme hızı sonsuza varmaktadır. Her ne kadar K_C 'de diğer keyfi K değerleri gibi bir gerilme şiddet faktörü parametresi olsa da, kırılma tokluğu olarak adlandırılan K_C , sıcaklığa ve kalınlığa bağlı olarak dayanımı, yani kırılma mukavemetini temsil eden önemli bir malzeme özelliğidir [58, 62].

Çatlak büyüme hızı eğrisinin yanı sıra, yorulma davranışına dair amacına uygun olarak literatürdeki çalışmalarda daha farklı kırılma mekaniği odaklı eğrilere rastlanabilmektedir. Bunlardan birisi çatlak büyüme eğrisi olarak da anılan $a-N$ eğrisidir. Bu eğride yatay eksen çevrim sayısı, düşey eksen ise çatlak uzama miktarı olmaktadır. Bu eğrinin eğimi, ilgili ömürdeki anlık çatlak ilerleme hızı, da/dN değerini vermektedir. Dolayısıyla çatlak büyüme hızı eğrisini modellemeye çalışan yorulma çatlak büyüme bağıntıları üzerinden yapılmakta olan integrasyon işlemi ile çatlak büyüme $a-N$ eğrisinin denklemi ($a^{-1}(N)$ ters fonksiyonu) elde edilmektedir. Gerilme aralığı sabit olsa dahi çatlak ilerlemesi gerçekleştikçe (2.52) denklemi gereği a 'ya bağlı olan gerilme şiddet faktör aralığı da artacaktır. Bu vesileyle çatlak büyüme hızı eğrisi Şekil 2.2'e bakılırsa, ilerleyen çevrimlerde gerilme şiddet faktör aralığı arttıkça çatlak büyümesi de hızlanmaktadır. Çatlak büyüme hızındaki artış, çatlak büyüme eğrisinin eğimindeki artışa, dolayısıyla çatlak uzunluğunun çevrim sayısına bağlı olarak artarak artmasına genel anlamda sebep olmaktadır. Bu eğriden yararlanarak yüklerin veya başkaca birtakım parametrelerin çatlak büyümesine olan etkileri incelenebilmektedir.



Şekil 2.3 Karakteristik Çatlak Büyüme $a-N$ Eğrisi [50: 121]

Şekil 2.3'de eğrinin a eksenini kestiği nokta çatlak başlangıcı olup, başlangıç çatlak uzunluğu (boyu) olarak adlandırılmakta ve " a_i " şeklinde sembolize edilmektedir. Elemanın imalatından deney başlangıcına kadar geçen süre boyunca elemanın yorulma çatlak oluşumunu geçirmesi, ve çatlak büyümesiyle bir başlangıç çatlakına varması şeklinde meydana gelmektedir. Yorulma ömrü hesaplarında ilk çatlak boyu olarak başlangıç çatlak boyu değeri dikkate alınmaktadır.

Bir başka örnek olarak iki farklı eğri daha verilebilir. Bu eğrilerin düşey ekseninde çatlak büyüme hızı eğrisinde olduğu gibi çatlak ilerleme hızı da/dN parametresi yer almaktayken, yatay eksen için ise eğri tipinin birinde çatlak uzunluğu a , diğerinde ise gerilme şiddet faktör aralığı yer almaktadır. Çatlak büyüme $a-N$ eğrisi, $da/dN-a$ eğrisinin altında kalan alan ile ilişkili olup, eğrinin doğrudan integrasyonu yoluyla bulunabilmektedir [1: 246].

Çatlak ilerleme kriterleri, gerilme şiddet faktörü ve aralığının yorulma çatlak ilerleme (büyüme) hızı eğrisinde temsili olan bölgelerde kalması durumunda çatlak ilerlemesinin mevcut olacağını öngören kriterlerdir. İki adet olan bu kriterler, ve (\wedge) mantıksal operatörü yardımıyla aşağıda verilmiştir.

$$(K_{max,th} < K_{max}) \wedge (\Delta K_{th} < \Delta K < \Delta K_C) \quad (2.74)$$

Buna göre çatlak oluşumunun devamlılığı için ilgili yükleme halindeki gerilme şiddet faktörünün maksimumu, maksimum gerilme şiddet faktörünün alt eşik değerinden büyük ve gerilme şiddet faktör aralığı da yorulma çatlak büyüme hızı eğrisindeki iki asimptot çizgisi arasında, eğrinin üzerinde kalmalıdır. Aksi halde en az birisi sağlanmazsa, üst sınırlar aşıldığı takdirde ya çatlak ilerleme hızı sonsuza varıp stabil olmayan kırılmaya geçilecektir, ya da çatlak ilerleme hızı sifira varmak suretiyle çatlak oluşumu gözlenmeyecektir. (2.74)'deki kriterde eşitsizliği sağlamayan, gerilme şiddet faktör aralığı " ΔK "nın, kritik gerilme şiddet faktör aralığı " ΔK_C "ye eşit olması göçme durumunun bir başka uyarlaması daha bulunmaktadır. (2.58) denkleminde ΔK değeri ΔK_C 'ya yaklaştırılır ve eşitlenirse, (2.73)'dan görüldüğü gibi K_{max} değeri kırılma tokluğu K_C değerine eşit çıkmaktadır. Bu durumda Yorulma çatlak büyüme eğrisinin üst asimptotuna varmamak için $\Delta K < \Delta K_C$ koşulunu sağlamak ile, $K_{max} < K_C$ koşulunu sağlamak birbiriyle eşdeğer olmaktadır. Bu durum benzer şekilde eşik gerilme şiddet faktörü ve aralığı için de $\Delta K_{th} < \Delta K \equiv K_{max} > K_{th}$ şeklinde yazılabilir. Dolayısıyla kırılma tokluğuna ne kadar geç varılırsa o denli stabil çatlak ilerlemesi devam etmekte, ve yorulma ömrü uzatılmakta olur. Bu durum, $\sigma_{min}=0$ ($R=0$) alındığı takdirde herhangi bir problem çıkarmamaktadır. Ancak K_{min} değerinin, (dolayısıyla R 'nin) yorulma çatlak büyüme eğrisine etkisi vardır. Bilindiği üzere gerilme şiddet faktör aralığı, gerilme aralığına bağlıdır. Ancak σ_{min} değeri ile σ_{max} değeri aynı değerde arttırılır ve ya azaltılırsa gerilme aralığı, dolayısıyla gerilme şiddet faktör aralığı değişmemektedir. Ancak gerilme aralığı sabit kalmak kaydıyla K_{min} 'in arttırılması, her ne kadar gerilme şiddet faktör aralığını değiştirmemekteyse de, K_{max} ' değerinin artmasına ve dolayısıyla çatlak büyümesinin artmasına sebep olur [1: 150]. Bu durumda çatlak büyüme modeli, minimum gerilme (veya ortalama gerilme) etkisine bağlı olmaktadır. Dolayısıyla K_{min} değerinin etkisi ihmal edilmemeli, ve ele alınan modelde ortalama gerilmenin etkisi, gerilme oranı " R " parametresi vasıtasıyla dikkate alınmalıdır [1, 53].

❖ Lineer Elastik Kırılma Mekaniği Ömür Tahmin Modelleri

Başlık 2.5.1.1'den de anlaşılacağı üzere "*kırılma çok karmaşık bir proses olup, mikro ve makro boşlukların veya çatlakların oluşumu ve gelişimi, dislokasyon*

mekanizması, kayma bantları ve malzeme geometrisi gibi konuların bir arada değerlendirilmesi gerekmekte olduğundan kırılma olayını ortaya koymada bütün bu mekanizmaları değerlendiren kesinleşmiş genel bir teori olmamakla birlikte, önerilmiş pek çok teori bulunmaktadır” [49: 35]. Öyle ki; daha 1977 tarihinde Sperr tarafından yapılan çalışmada, 1974 tarihli [63] çalışmasına atıf yapılarak “*Mevcut literatürde elliden fazla farklı çatlak ilerleme hız tahmini denklemleri önerilmiştir.* “ [64: 1049] şeklinde ifade kullanılmıştır. Sneddon, Griffith, Williams ve Irwin gibi kişilerin çatlak ucu bölgesindeki gerilme dağılımları üzerinde yaptıkları çalışmalar, bu çatlak büyüme/ilerleme modellerinin doğmasına öncülük etmiştir ve bunlara Shanley, Head, Frost ve Dugdale, McEvily ve Illg, Liu, Stulen ve Weertman gibi birçok model örnek verilebilir [63, 65]. Bu modeller daha çok, gerilme ve çatlak uzunluğu parametrelerini temel alarak öne sürülmüş çatlak ilerleme modelleridir. “*1961'de Paris, çatlak büyüme ilişkileri için döngüsel gerilme aralığı $\Delta\sigma$ veya gerilme şiddet faktör aralığı ΔK 'yı temel alan ilk kişiydi.*” [64: 1049]. Daha sonra benzerlik prensibi gereği çatlak ilerleme modellerine gerilme şiddet faktörünün tatbik edildiği ve bu tez kapsamında inceleme alanına girecek olan çeşitli gerilme şiddet faktörü yaklaşımli çatlak büyüme modelleri de literatüre ilave edilmiştir. Ayrıca literatürde enerji yöntemi veya dislokasyon metodları gibi farklı yaklaşımlarla geliştirilmiş çatlak büyüme modellerine de rastlanmaktadır. Ancak bu tez çalışmasında lineer elastik kırılma mekaniği kapsamındaki gerilme şiddet faktörü yaklaşımının ele alındığı çatlak büyüme modelleri inceleme altına alınmaktadır. Benzerlik prensibi baz alındığında lineer elastik kırılma mekaniği tabanlı çatlak büyüme modelleri genel olarak aşağıdaki halde ifade edilmektedir.

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \quad (2.75)$$

(2.75)'te verilen değişkenlerine ayrılabilir 1. mertebeden diferansiyel denklemin sol tarafındaki terim çatlak ilerleme hızı " da/dN " olup aynı zamanda, malzemenin çatlak büyüme direnci olarak da tanımlanmaktadır. Şekil değiştirme enerjisi yayılım hızı " dG/da " niceliği, çatlığa sebep olan kuvvet/etki (veya çatlak açılım kuvveti) olarak tanımlanabilmekte, ve bazen denklem (2.75)'in sağ tarafında yer alan gerilme şiddet faktörü " K " (ve aralığı " ΔK ") ifadesi için de aynı

tabir kullanılabilir [1: 135]. Bu hususta yürütülen yaklaşıma göre, eğer enerji yöntemi kullanılmakta ise dG/da , gerilme şiddet faktörleri kullanılmakta ise de K değerleri çatlakla sebep olan etki olarak ifade edilmektedir. Ayrıca bu iki parametrenin birbirleri ile olan ilişkisi denklemsel olarak da kurulmuştur. Dolayısıyla felsefesi itibarıyla denklem (2.75), benzerlik prensibi gereği ve [1]'de bahsi geçtiği gibi “çatlakla neden olan kuvvet ile çatlak büyüme direnci arasındaki denge...” [1: 239] şeklinde bir dengenin varlığını temsilen gösterebilmektedir. Temel yapısı (2.75) şeklinde olan ve Şekil 2.2'deki karakteristik yorulma çatlak büyüme hızı eğrisini (veya sadece belirli bölgelerini) tanımlamaya çalışan birçok kırılma mekaniği tabanlı yorulma çatlak büyüme modeli bulunmaktadır. Yorulma çatlak büyüme modeli geliştirilirken, deney verileri sonucu elde edilen yorulma çatlak büyüme hızı eğrisi üzerinde doğrusal olmayan regresyon veya en küçük kareler kriteri gibi metodlar kullanılarak eğri uydurma yoluyla bağıntılar elde edilebilmektedir. Bunun yanı sıra, çatlak büyüme davranışına dahil olan R , ΔK_{th} , K_G , çevresel etki, çatlak kapanması veya birtakım başkaca kırılma mekaniği parametrelerinin etkilerini modellemeye dahil etmek amaçlı eşitlikler üretilebilmekte ve düzenlenebilmektedir. Bu şekilde yorulma çatlak büyüme davranışının modellenmesi yöntemine fenomenolojik modelleme denmektedir [66]. Temelde empirik olan yorulma çatlak büyüme modelleri sayıca çok fazla olduğundan, Lineer Elastik Kırılma Mekaniği tabanlı bu yaklaşımlardan bilindik ve literatürde sıkça rastlanmakta olan bazıları burada verilebilmiştir. Burada sadece Lineer Elastik Kırılma Mekaniği kapsamında yer alan çatlak büyüme modellerinin bile sayıca çok daha fazla modele ev sahipliği yapmakta olduğu ve halen daha yeni modellerin geliştirilmeye devam edildiğinin altı çizilmelidir. Lineer Elastik Kırılma Mekaniği kapsamında yer alan gerilme şiddet faktörü tabanlı yorulma çatlak büyüme modellerine tarih sıralaması dikkate alınarak verilebilecek örnekler şunlardır: Paris-Erdoğan Modeli (1963), Broek Schijve ve Erdoğan Modeli (1964), Weertman Modeli (1966), Walker Modeli (1970), Hartman ve Schijve Modeli (1970), Erdoğan Ratwani Modeli (1970), Donahue Modeli (1971), Frost ve Pook Modeli (1971), Heald ve Diğerlerinin Modeli (1972), Forman Modeli (1972), Richards ve Lindley Modeli (1972), Collipriest Modeli (1972), Klesnil ve Lucas Modeli (1972), Pearson

Modeli (1972), Nicholson Modeli (1973), Priddle Modeli (1976), Sperr Modeli (1977), Fitzgerald Modeli (1977), McEvily ve Groeger Modeli (1977), Miller ve Gallagher Modeli (1981), Zheng Modeli (1983), Liu ve Liu Modeli (1984), NASGRO (Forman Mettu) Modeli (1984, 1989), Kato Modeli (1993), Nicholls Modeli (1994), Ramsamooj Modeli (2003), Kujavski ve Dinda Modeli (2004), Sadananda ve Diğerlerinin Modeli (2005), $\alpha\beta$ Modeli (2007) [6, 7, 65, 52, 67, 68, 69, 70, 63, 71, 72, 73, 74, 75, 64, 61, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83].

Sabit genlikli yükleme hali haricinde, değişken genlikli blok yükleme durumunda her bir blok, kendi içerisinde sabit genliklidir. Bu nedenle eğer yükleme tarihçesinde kesikli (sürekli olmayan) değişken genlikli $\Delta\sigma_k$ gerilme blokları mevcut ise gerilme genliği, $\Delta\sigma$, ve bu bağlamda tanımlanmış olan gerilme şiddet faktör aralığı, ΔK değeri de her blokta farklılaşmaktadır. Bu durumda her bir blok için aşağıdaki ayrık yaklaşım gerçekleştirilir [59, 84].

$$a = a_i + \sum_{k=1}^n \left(\frac{da}{dN} \right)_k \quad (2.76)$$

Dolayısıyla (2.76)'dan görüldüğü üzere çatlak büyüme modelleri blok yükleme durumunda da kullanılabilir. Ancak bu durumda çatlak büyüme modellerinin her bir blok için ayrı ayrı dikkate alınmaları gerekmektedir. Böylece her bir blok için kendi içerisinde $\Delta\sigma$ değeri sabit olmakta, ancak diğer bloklardan farklı olmaktadır. Dolayısıyla gerilme şiddet faktör aralıkları da her blok için ayrı ayrı değerlendirilmektedir. Yorulma ömrü açısından ise, her bir blok için bloğun kendi çatlak uzunluğu sınır şartlarının kullanımıyla, N_k ömür çözümleri elde edilip, ardından tüm yükleme geçmişine ait nihai yorulma ömrünü elde etmek için ayrık blokların yorulma ömürleri birbirleriyle süperpoze edilebilir.

Ayrıca sürekli değişken genlikli yükleme hali için de parametrelerin efektif tanımlamalarının yapıldığı yorulma çatlak büyüme metodları geliştirilmiş, ve nümerik yaklaşıma dair çevrim sayma metodları üretilmiştir. Bu durumda aşırı yüklemeler de mevcutsa çatlak büyüme gecikmesinin etkisi de dikkate alınmak durumundadır. Yükleme tarihçesi önceden belirli olan bir referans yük spektrumu doğrudan alınarak kullanılabilir, ya da stokastik veya istatistiki olarak bir olasılık dağılımına göre alınabildiği gibi, dar veya geniş aralıkta rassal

olarak değişen genlikli olmak üzere de üretilebilmektedir. Ancak bu çalışmada yürütülen yöntemin uygulaması sabit genlikli yükleme hali için gerçekleştirilmektedir. Dolayısıyla burada değişken genlikli çevrimsel yükleme hali için yorulma çatlak büyüme modelleri konusuna girilmeyecektir.

Yorulma çatlak büyüme modellerinde dikkate alınan çatlak uzunluğu tanımlaması, yarı eliptik veya eliptik çatlaklar için değişim göstermektedir. İç çatlaklarda çift yönlü çatlak ilerlemesi sebebiyle çatlak uzunluğu $2a$ ile temsil edilmekte iken, örneğin bir yarı eliptik yüzey çatlağında yarısı olarak a çatlak uzunluğu şeklinde temsil edilmektedir.

Altbaşlık 2.5.5.3'te bulunan "Çatlak Büyüme Hızı Eğrisi ve Çatlak İlerleme Kriterleri" kısmında bahsi geçtiği üzere kırılma tokluğu, stabil olmayan kırılmaya kadar dayanılabilecek en üst limiti belirleyen parametre olup, bu tanımdan yola çıkılarak nihai çatlak uzunluğu elde edilebilmektedir. Bu nokta, aynı zamanda yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin 3. Bölgesindeki asimptotu simgelemektedir. Göçme haline geldiği söz konusu çatlak uzunluğu için K_{max} maksimum gerilme şiddet faktörü, K_C kırılma tokluğu değerine ulaşmıştır. Böylece (2.50) gerilme şiddet faktörü tanımında kırılma tokluğunun kullanılması yoluyla a_s değeri, kırılma tokluğuna bağlı olarak aşığıdaki haliyle yazılabilmektedir [49].

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_C}{\sigma_{max}\beta} \right)^2 \quad (2.77)$$

Burada a_c ifadesi kritik çatlak uzunluğu olarak tanımlanmaktadır. Son çatlak uzunluğu, a_s 'nin bu çatlak uzunluğu değerine ulaşması, ve böylece $a_s = a_c$ eşitliğinin sağlanması halinde, hesaplanan kırılma gerçekleşinceye kadar gerçekleştirileceği anlaşılmış olur.

1. Paris-Erdoğan Modeli

Bu model, logaritmik çatlak büyüme hızı eğrisinin doğrusal olan ikinci bölgesini (bir diğer adıyla Paris Rejimini) tanımlamaktadır. "Bu bölgede sabit genlikli yükleme altında yorulma çatlak gelişimini tahmin etmede Paris-Erdoğan eşitliği oldukça başarılı bir modeldir" [4: 16]. Dolayısıyla Paris denklemi, logaritması

alındığı takdirde doğrusal olan ve çatlak ilerleme hızı, da/dN ile gerilme şiddet faktörü, ΔK 'yı birbirine bağlayan bir üstel fonksiyonu tanımlamaktadır.

$$\frac{da}{dN} = C_p \Delta K^{m_p} \quad (2.78)$$

Özellikle 1961'de Paul Croce Paris, Mario P. Gomez ve William E. Anderson tarafından gerilme şiddet faktörü " K "nın denklemlere tatbik edilmesiyle ilgili yapılan [85] çalışmasından sonra, 1963 tarihinde Paul Croce Paris ve Fazıl Erdoğan tarafından [65] çalışmasında önerilmiş olan "*bu denklem, kırılma mekaniğinin yorulmaya dair uygulandığı ilk denklemdir*" [6: 369]. Bu denklem, deney sonuçlarını eğri uydurma yoluyla sağlayan ampirik bir denklem türetmek şeklinde elde edilmemiştir. Bu model, logaritmik çatlak büyüme hızı eğrisinin ikinci bölgesinin hemen hemen doğrusal olduğu gözlemine dayanarak, bu bölgenin düz bir çizgi şeklinde kabul edilmesi şeklinde genelleştirilerek üretilmiş bir analitik modelidir [65: 531]. Burada çatlak ilerleme hızı " da/dN " ifadesi, çatlak uzunluğu, a 'nın çevrim sayısına göre birinci mertebeden türevi, çatlak boyundaki değişim yani çatlak uzama hızıdır ve çatlak büyüme direncini temsil etmektedir. Çatlak büyüme (ilerleme) hızı bir türev ifadesi olduğundan, sınır değerlerinin dikkate alınması sonucu başlangıç ve bitiş sınırları çerçevesindeki değişimi temsil eden yorulma ömrü tanımından farklılık arz eder. Çatlak büyüme hızı anlık hızı temsil etmekte olup ele alınan " a " nokta değerine bağlıdır. Bu nedenle her bir " a " (veya " N " değeri) için çatlak ilerleme hızı farklı olmakta ve ilgili çatlak uzunluğuna (veya çevrim değerine) denk gelen çatlak uzama hızını temsil etmektedir. " da/dN " teriminin literatürde sık karşılaşılan haliyle birimi mm/çevrim'dir. Burada çevrim sayısı " N ", zaman ile doğru orantılı bir parametredir. (2.78)'de bulunan " C_p " katsayısı ve " m_p " üssü birer malzeme sabitleridir. Her ne kadar sabit olarak nitelendirilseler de, bu parametreler ortalama gerilme, deney sıcaklığı, yük frekansı ve çevresel şartlar gibi etkenlere bağlıdır [4: 16]. Bu parametreler, Şekil 2.2'de temsili haliyle gösterildiği çatlak ilerleme hızı eğrisinden elde edilebilmektedir. " m_p " çatlak ilerleme hızı eğrisinin 2. Bölgesinin eğimi iken, " C_p " çatlak ilerleme hızı eğrisinin doğrusal olan 2. Bölgesinin ekstrapolasyonunun y eksenini kestiği nokta olmaktadır [86]. Paris-Erdoğan denklemi 1963 tarihinde ilk öne sürüldüğünde m değeri 4 olarak belirlenmiş vaziyettedir [65]. Daha sonradan m değerinin 2 ile 6

arasında olduğu, ancak bazı malzemelerde 8-9 gibi değerlere de varabiliyor olduğu gözlemlenmiştir. Böylece gerilme şiddet faktörü aralığının üstü " m_p " olarak alınmıştır [87]. " C_i " katsayısı ile " m_i " üssü, daha sonra geliştirilmiş olan birçok yorulma çatlak büyüme modellerinde de, yorulma çatlak büyüme hızı eğrisi için malzeme eğri uydurma parametresi olarak rol oynamaktadır. "*Eğri uydurma parametreleri olan C_i ve m_i değerleri, çeşitli çatlak büyüme denklemleri için aynı değer ya da birimde olmak zorunda değildir*" [68: 517]. Bu parametrelerin alt indisleri, modele göre değiştirilecektir. Yorulma çatlak büyüme hızı eğrisi monoton artan bir eğridir, ve bu nedenle gerilme şiddet faktörünün bir fonksiyonu olan çatlak büyüme modellerinde yer alan " m_i " üs değerleri sıfırdan büyük olmaktadır. Kırılma tokluğunun artması, " m_i " değerinin düşmesine yol açmaktadır [55: 77]. Literatürde birçok model için " C_i " ve " m_i " değerlerinin çeşitli malzemelerde elde edilmesi adına yapılmış birçok deneysel çalışma yer almaktadır [55]. Paris-Erdoğan modeli için [87]'de bahsedildiği üzere, " C_p " ile " m_p " arasında Kitagawa, Hickerson ve Hertzberg'in çalışmaları ile şekillenmiş olan bir korelasyon söz konusudur. Ayrıca Yokobori'nin Dislokasyon tabanlı kinetik teorisine göre, " m_p " ile " C_p " arasında " $m_p = a \ln(C_p) + b$ " biçiminde bir doğrusal ilişki mevcuttur [7]. Deneysel olarak da teyit edilmiş bu eşitlikteki " a " ve " b ", dislokasyon teorisi kapsamında tanımlanmış parametrelerdir [7, 87].

Paris-Erdoğan denkleminin yorulma çatlak gelişim hızı eğrisinin iki ekseninin de logaritmik alınmasıyla aşağıdaki doğrusal denklem elde edilmektedir [1: 223].

$$\ln\left(\frac{da}{dN}\right) = m_p \ln(\Delta K) + \ln(C_p) \quad (2.79)$$

Bu denklem, tam logaritmik eksenlerde da/dN ile ΔK 'nin ilişkisinin doğrusal olması fikriyle örtüşmekte ve " $y(x) = mx + y(o)$ " doğrusal denklem tanımına uymaktadır. Burada " $y(o)$ ", çatlak büyüme hızı eğrisinin ikinci bölgesindeki doğrunun " da/dN " eksenini keseceği logaritmik " C_p " noktasına tekabül etmektedir.

" C_i " ve " m_i " parametrelerinin aynı model için yayından yayına farklı sembollerle kullanımlarına rastlanılmaktadır. Örneğin aynı " C " katsayısı " D ", " A " gibi yazılabiliyorken, aynı " m " üssü de " α " veya " η " gibi simgelerle de ifade

edilebilmektedir. Bu çalışmada karışıklığı önlemek adına katsayı ve üs malzeme sabitleri için çoğunlukla "C" ve "m" sembollerine sadık kalınmaktadır. " C_i ", " m_i " ve modellere ilişkin diğer malzeme sabitleri, deney yoluyla, veya bir başka modele ilişkin bilinen bir sabit ile karşılaştırmalı olarak geliştirilmiş bir korelasyonunu kullanarak elde edilebildiği gibi, literatürde bu parametreler için bulunan malzeme tablolarından da yararlanılabilmektedir. Paris denkleminde C_p katsayısı incelendiği vakit üslerde m sabiti bulunmak üzere biriminin $mm(Mpa\sqrt{m})^{-m}/\text{çevrim}$ şeklinde olduğu görülür. Boyut homojenliğinin sağlanmamasından dolayı bu değerlerin malzeme tablolarından seçimi esnasında birimlerine dikkat edilmelidir.

2. Walker Modeli

Paris-Erdoğan denklemi gerilme oranı "R" yi dikkate almamaktadır. K. Walker'ın 1970 tarihli çalışmasında Paris denkleminde "R" 'yi dikkate almak için " $\overline{\Delta K}$ " parametresi tanımlanmıştır. Paris denkleminde bu yeni gerilme şiddet faktör aralığının Walker denklemi üzerinde uygulanması aşağıda verilmiştir.

$$\overline{\Delta K} = \frac{\Delta K}{(1 - R)^{1-\gamma_w}} \quad (2.80)$$

$$\frac{da}{dN} = C_w \overline{\Delta K}^{m_w} = C_w \left[\frac{\Delta K}{(1 - R)^{1-\gamma_w}} \right]^{m_w} \quad (2.81)$$

(2.81)'de $R = 0$ veya $\gamma_w = 1$ alındığı vakit bu denklemin Paris-Erdoğan denklemi (2.78)'ye indirildiği görülmektedir. Burada γ_w terimi bir malzeme sabiti olup, gerilme oranı R'nin çatlak büyüme hızı da/dN 'e etkisini dikkate almaktadır. " γ_w deneme yanılma ile belirlenmekte ve $da/dN - \overline{\Delta K}$ çift logaritmik eğrisinde verileri bir doğru boyunca en iyi birleştiren değer olmaktadır" [6: 369]. "Ancak γ_w parametresinin değeri her zaman elde edilebilir olamamakta ve bu parametrenin elde edilemediği durumda da walker modelinin kullanımı mümkün olmamaktadır" [88: 1013]. (2.81)'de yer alan ve R'ye bağlı olan C_w değeri, $R = 0$ için Paris-Erdoğan C_p sabitine eşitlenmektedir. Ancak m_w öyle görülmektedir ki R'den etkilenmemektedir [59: 576] ve bu nedenle burada bahsi geçen üs değeri her ne kadar bundan sonra m_w ile ifade edilecekse de, bu değer m_p ile aynı kalmakta, $m_w = m_p$ olmaktadır. Walker modeli Paris-Erdoğan modelinde olduğu

gibi yorulma çatlak büyüme hızı $da/dN - \Delta K$ eğrisinin 2. Bölgesini temsil etmektedir.

Walker (2.81) denklemi ile Paris-Erdoğan (2.78) denklemi birbirleriyle karşılaştırıldığı vakit ΔK derecelerinin aynı kaldığı, sadece Walker denkleminde ilave bir sabit çarpan geldiği görülmektedir. Buradan yola çıkılarak C_w ile C_p arasında bir ilişki kurulabilmektedir. Ancak (2.82)'de verilen bu eşitlik, Paris ile Walker eşitliğinde çatlak büyüme hızlarının birbirleriyle aynı çıkması koşulu ile çıkartılmaktadır. Dolayısıyla bu sabitlerin (2.82) dönüşüm bağıntısı ile birbirlerine dönüştürüldüğü durumda birbirinden farklı iki çatlak büyüme modeli yerine, tek bir çatlak büyüme hızı modelinin dikkate alınmış olunacağı unutulmamalıdır.

$$C_p = \frac{C_w}{(1 - R)^{m_w(1-\gamma_w)}} \quad (2.82)$$

Walker modeli de logaritmik yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin doğrusal olan 2. Bölgesini tanımlamakta olduğundan, (2.79)'a benzer bir şekilde ΔK yerine $\overline{\Delta K}$ 'nın kullanımı yoluyla doğrusal denklemi yazılabilmektedir. Bu denklem Paris-Erdoğan modeli sabitleriyle düzenlenirse elde edilen doğrusal (2.83) denklemi için denklem (2.79)'dan farklı olarak, R 'ye bağlı terimin modele ilave edildiği görülmektedir [59].

$$\ln\left(\frac{da}{dN}\right) = m_p \ln(\Delta K) - m_p(1 - \gamma_w) \ln(1 - R) + \ln(C_p) \quad (2.83)$$

Bu anlamda Walker modeli ile, Paris-Erdoğan modelinin gerilme oranının da dahil edildiği bir genelleştirmesi elde edilmiştir.

3. Forman Modeli

Royce G. Forman tarafından 1972 yılında yapılan çalışmada gerilme şiddet faktörü aralığı kırılma tokluğuna ulaşmaktayken, yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin 3. Bölgesinde meydana gelen eğimsel artımı dikkate alınarak Walker denklemi geliştirilmiştir. Böylece Forman denklemi yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin hem 2. Bölgesini, hem de 3. Bölgesini temsil etmektedir. Walker modelinde söz konusu olduğu gibi, Forman modeli de çeşitli gerilme oranlarını

denkleminde temsil edebilmektedir. Forman modeline, (2.58) bağıntısı dikkate alınmak yoluyla aşağıdaki iki formda rastlanmaktadır.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_f \Delta K^{m_f}}{(1-R)(K_C - K_{max})} = \frac{C_f \Delta K^{m_f}}{K_C(1-R) - \Delta K} \quad (2.84)$$

Bu modelde yer alan C_f ve m_f parametreleri malzeme sabitleri olup, Paris-Erdoğan denkleminde yer alan parametrelerden farklıdır. Denkleminde ilave terim olarak, çatlak büyüme hızı eğrisinin 3. Bölgesindeki kırılma sınır değeri olan kırılma tokluğu " K_C " yer almaktadır. (2.84)'den de görüleceği üzere " K_{max} değeri K_C 'ye yaklaştıkça payda sifira gitmekte ve da/dN çok büyük çıkmaktadır" [59: 580]. Daha sonradan Hartman ve Schijve tarafından Forman denkleminin 1. Bölgeyi de kapsadığı bir alternatif bir uyarlaması yapılmış, ve dahi bunun gibi Forman denkleminin uyarlamasının yapıldığı başka ilave eşitlikler de öne sürülmüştür. Böylelikle yorulma çatlak ilerleme hızı eğrisinin sigmoidal şekli elde edilerek, iki uç asimptotları temsil edilebilmektedir [6]. Ancak Forman modeli için "*düşük çatlak büyüme hızlarında ΔK değeri ΔK_{th} alt sınırına yaklaşırken doğru tanımlanamaması*" [7: 234], "*K'nın R'ye duyarlı olması*" [6: 370] ve "*verilen kalınlık için doğru K_C değerinin girilmesinin gerekmesi*" [6: 370] gibi modelin birtakım kısıtlarının olması, Forman denkleminin dezavantajları olarak sayılmaktadır.

4. Erdoğan Ratwani Modeli

Bu model, 1970 yılında Fazıl Erdoğan ve M. Ratwani tarafından silindirik kabuk yapı probleminin alındığı [89] makalesinde geliştirilmiştir. (2.85) denklemi tüm yorulma çatlak yayılım (ilerleme) hızı eğrisini temsil etmektedir [50].

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_e (1 + \beta_{er})^{m_e} (\Delta K - \Delta K_{th})^{\alpha_{er}}}{K_C - (1 + \beta_{er}) \Delta K} \quad (2.85)$$

C_e , m_e ve α_{er} parametreleri, deneysel olarak elde edilecek malzeme sabitleridir. Bu model ve bundan önceki bahsedilen modellerde çatlak kapanma etkisi dikkate alınmamaktadır. Denkleminde bulunan β_{er} parametresi ise gerilme oranı R 'ye bağlı olarak aşağıda verildiği üzere tanımlanmaktadır.

$$\beta_{er} = \frac{1 + R}{1 - R} = \frac{K_{max} + K_{min}}{K_{max} - K_{min}} \quad (2.86)$$

5. McEvily&Groeger Modeli

Bu modele 1974 tarihli McEvily çalışmasında öne sürülen model temel teşkil olmuştur [71]. 1977 tarihinde McEvily ve Groeger tarafından yayımlanmış olan [61] çalışmasında düzlem şekil değiştirme hali kapsamında çatlak ilerlemesinin incelenmesi sonucunda Elber çatlak kapanma etkisinin mevcut olmadığı, veya ihmal edilebilir olduğu şeklindeki bir model öne sürülmüştür [61].

$$\frac{da}{dN} = \frac{A}{E \sigma_y} (\Delta K - \Delta K_{th})^2 \left(1 + \frac{\Delta K}{K_C - K_{max}} \right) \quad (2.87)$$

Burada A terimi çevresel etkiye bağlı bir sabit, σ_y terimi akma mukavemeti, E elastisite modülü, K_C ise kırılma tokluğudur. Burada (2.58) denklemi gereği $K_{max} = \Delta K / (1 - R)$ eşitliği mevcut olup, " ΔK_{th} " ise ilgili R gerilme oranı değeri için gerilme şiddet faktörü alt sınır (eşik) değeridir. Bazı kaynaklarda (örneğin [88]) bu modelde yer almakta olan,

" $A/(E \sigma_y)$ " katsayısı " C " gibi tek bir eğri uydurma parametresi şeklinde de sunulabilmektedir. Bu model yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin 2. Bölgesine ilaveten, 3 Bölgesini de temsil etmektedir [88].

6. Pearson Modeli

Bu model 1972 tarihinde Pearson tarafından [75] çalışmasında, Forman denklemi üzerinden yaklaşımda bulunularak farklı R değerleri için elde edilen deney sonuçları üzerinde eğri uydurma yoluyla geliştirilmiştir. Forman denkleminin paydasının herhangi bir üssü için limit durumu dikkate alınmış ve en iyi temsil edilecek üs değeri 1/2 olarak alınmıştır.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_{pe} (\Delta K)^{m_{pe}}}{(K_C (1 - R) - \Delta K)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.88)$$

Pearson'un çalışmasında 6 adet alaşımda 2.5×10^{-8} ile 2.5×10^{-6} *m/çevrim* çatlak büyüme hızı aralığında m_{pe} değeri aynı ve 3 olarak alınmıştır [75: 18].

7. Sperr Modeli

W. R. Sperr tarafından 1977 tarihli [64] çalışmasında Forman denkleminin bir başka uyarlaması gerçekleştirilmiş olup, denkleme eşik gerilme şiddet faktör aralığı terimi dahil edilmiştir. Böylelikle yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin tüm 3 bölgesi de temsil edilmektedir [90]. İlgili model aşağıda verilmiştir.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_s(\Delta K - \Delta K_{th})^{m_s}}{K_C(1 - R) - \Delta K} \quad (2.89)$$

8. Broek, Schijve ve Erdoğan Modeli

Bu model [88] ve [91] gibi kaynaklarda Broek, Schijve ve Erdoğan şeklinde tabir edilmektedir. Modelin geliştirilmesi 1964 tarihli Fazıl Erdoğan'ın [67] raporu ile gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle Broek ve Schijve modeli ile karıştırılmaması için Broek, Schijve ve Erdoğan isimlendirmesi burada da tercih edilmiştir. Formülün çıkış noktası ise 1964 tarihli Jaap Schijve'nin çalışmasında da verilmekte olan dislokasyon tabanlı bir çatlak büyüme hızı modeli olmaktadır [67]. Fazıl Erdoğan'ın 1967 tarihli raporunda bu dislokasyon tabanlı model üzerinden geliştirdiği eşitlik esasında;

$$\frac{da}{dN} = AK_{max}^x \Delta K^y \quad (2.90)$$

biçiminde olup, burada A empirik sabit katsayısı, x ve y empirik sabit üs değeri parametreleridir [67: 114]. Daha sonra bu model üzerinde 1963 tarihli David Broek ve Jaap Schijve'nin yayınındaki deney sonuçlarından yararlanılmıştır.

$$\frac{da}{dN} = AK_{max}^2 (\Delta K)^{m_{bse}} = \frac{A}{(1 - R)^2} \Delta K^{m_{bse}+2} \quad (2.91)$$

Burada x için 2 değerinin alınmış olduğu görülmekte, y Parametresi " m_{bse} " olarak belirtilmektedir. Model, yorulma çatlak büyüme hızı eğrisinin 2. Bölgesini temsil etmektedir [92].

9. Broek ve Schijve Modeli

Bu empirik model David Broek ve Jaap Schijve'ye ait olup, 1963 tarihinde deney verileri üzerinde eğri uydurma yoluyla elde edilmiştir [93]. Model aşağıda verildiği üzeredir.

$$\frac{da}{dN} = C_{BS1} K_{max}^3 e^{-C_{BS2}R} = \frac{C_{BS1} e^{-C_{BS2}R}}{(1-R)^3} \Delta K^3 \quad (2.92)$$

Burada C_{BS1} ile C_{BS2} parametreleri modele ilişkin malzeme sabitleridirler. Bu denklem aracılığıyla gerilme oranının Paris-Erdoğan denkleminde yer alan C_p katsayısına etkisi dikkate alınmaktadır [7: 233]. Karşılaşılmakta olan literatür kaynaklarında bu modele ilişkin tek değişken parametresi olan K_{max} (veya bunun karşılığı olan ΔK) parametresinin üs değeri, farklı malzemeler için genelleştirilmek adına değişken olarak alınmamakta, ve (2.92)'de verildiği gibi 3 olarak sabit değer alınmaktadır. Burada bu model için literatürde geçmekte olan kullanım tabirine sadık kalınması tercih edilmiştir. Bu sebeple bu modelde, diğer modellerde olduğu gibi üs eğri türetme parametresi yer almamaktadır. Dolayısıyla denklemde bulunan iki malzeme sabiti, gerilme şiddet faktör aralığının katsayı ifadesinde yer alan C_{BS1} ve C_{BS2} terimleri olarak ifade edilmektedir.

10. Weertman Modeli

Weertman tarafından geliştirilen yarı empirik model, çatlak büyüme eğrisinin ikinci ve üçüncü bölgesini temsil etmektedir [68]. Bu model aşağıda verilmiştir.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_{we} \Delta K^4}{K_c^2 - K_{max}^2} \quad (2.93)$$

Bu modelde de genelleştirmek adına bir m_i üs parametresi atanmamış olup, burada modelin literatürde kullanıldığı formuna sadık kalınması tercih edilmiştir. “*Bu denklem ΔK üzerinde bir m üssü konularak daha genel halde yapılabilir*” [68: 517]. Ancak burada literatürde kullanıldığı orjinal haliyle verilmiştir.

11. Hartman ve Schijve Modeli

1970 tarihli [94] çalışmasında A. Hartman ve Jaap Schijve tarafından da/dN çatlak yayılım hızı için, ΔK gerilme şiddet faktör aralığının ΔK_{th} eşik değerini aşma miktarı olan $\Delta K - \Delta K_{th}$ farkı ile orantılı olduğu sivanulmuştur. Böylece Forman denkleminin bir başka uyarlaması elde edilmiştir. Forman denkleminde

ΔK_{th} ifadesinin dahil edilmesiyle tüm yorulma çatlak büyüme hızı eğrisi bölgeleri bu denklemle tanımlanabilmektedir [95].

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_{hs}(\Delta K - \Delta K_{th})^{m_{hs}}}{K_C(1 - R) - \Delta K} \quad (2.94)$$

Burada C_{hs} ve m_{hs} terimleri sabit olmaktadır.

12. Priddle Modeli

Bu model ilk olarak E. K. Priddle tarafından 1976 tarihindeki [74] çalışmasında ortaya atılmıştır.

$$\frac{da}{dN} = C_{pr} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_C - K_{max}} \right)^{m_{pr}} \quad (2.95)$$

Priddle modeli için [74] orjinal kaynağında m_{pr} değeri 2 alınmış ve sabit bir düzeltme terimi eklenmiştir. Ancak daha sonra [96] gibi diğer çalışmaları ile birlikte, [1] ve [68] gibi kaynaklarda da rastlanan yukarıdaki formda tüm çatlak büyüme eğrisinin tanımlandığı Priddle modeline genelleştirilmiştir. Burada K_{max} için (2.58) bağıntısı geçerlidir.

13. Nicholls Modeli

D. J. Nicholls tarafından 1993 yılında yapılan çalışmada, enerji yaklaşımıyla yola çıkılarak çatlak körelmesinin de dikkate alındığı aşağıdaki bağıntı elde edilmiştir [97].

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{4E\sigma_y K_C^2} \Delta K^4 \quad (2.96)$$

Burada E malzeme elastisite modülü, σ_y malzeme akma mukavemeti ve K_C malzeme kırılma tokluğudur. Fark edileceği üzere (2.96) denkleminde gerilme şiddet faktör aralığının üssü sabittir. Literatürde Nicholls modelinin sadece (2.96) denklemi haliyle kullanıldığı [97] gibi yayınlar mevcuttur.

Daha sonradan aynı yazarın 1994 tarihli [79] çalışmasında bu model, çatlak ucu açılma deplasmanı terimine daha farklı bir yaklaşım getirmek suretiyle Paris-Doğan modelinin benzeri olan bir forma evriltilmiştir [79]. Eşitlik elde edilirken gerilme şiddet faktörü yerine gerilme şiddet faktör aralığı koyularak

$K_{min} = 0$ varsayımı yapılmıştır [79: 462]. Yeni elde edilen eşitlik ise aşağıda verildiği üzeredir.

$$\frac{da}{dN} = \frac{p}{2E\sigma_y} \left(\frac{1}{K_C} \right)^{\frac{2p}{1-p}} \Delta K^{\frac{2}{1-p}} \quad (2.97)$$

(2.97) denkleminde gerilme şiddet faktör aralığının katsayısı ile üs parametresi, Paris-Erdoğan denkleminde olduğu gibi sabittir. (2.97)'da (2.96)'dan farklı olarak yer alan p parametresi bir sabittir. Bu değere $p = 0.5$ verildiği özel durumda (2.97) denklemini (2.96) denkleminde dönüşmektedir [79: 462].

14. Ramsamooj Modeli

D. V. Ramsamooj'a ait olan bu model, düzlem şekil değiştirme ve düzlem gerilme halleri için ayrı ayrı elde edilmekte ve α sabitiyle tek bir denklemde birleştirilmektedir [80]. 2003 tarihinde [80]'da geliştirilmiş olan bu model aşağıda verilmiştir.

$$\frac{da}{dN} = \frac{0.141\lambda^2(\Delta K - \Delta K_{th})^2}{\alpha E\sigma_y \left(1 - \frac{K_{max}^2}{K_C^2} \right)} \quad (2.98)$$

Burada α terimi düzlem gerilme hali için 1, düzlem şekil değiştirme hali için 3.3 olmaktadır. Düzlem şekil değiştirme hali için bulunan nümerik katsayı 0.141/ $\alpha = 0.043$ şeklinde gösterilmiştir. Ayrıca burada K_{max} , (2.58) denklemini gereği $\Delta K/(1-R)$ olmaktadır. (2.98)'de yer alan λ parametresi plastisite düzeltme terimidir. Küçük ölçekteki akma durumu için λ plastisite düzeltme terimi 1 iken, büyük ölçekteki akma durumu için aşağıdaki ifadeye eşit olmaktadır.

$$\lambda^2 = 8 \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{max}\pi} \right)^2 \ln \left[\sec \left(\frac{\sigma_{max}\pi}{2\sigma_y} \right) \right] \quad (2.99)$$

Burada σ_y akma gerilmesi değeri, σ_{max} maksimum gerilme değeridir.

15. Collipriest Modeli

1972'de J. E. Collipriest tarafından üretilen bu modelde yorulma çatlak büyüme hızı sigmoid eğrisinin tamamı, gerilme oranının da etkisi dikkate alınmak suretiyle bir ters hiperbolik tanjant fonksiyonu ile tanımlanmıştır. Collipriest'in önerdiği bağıntı aşağıda verildiği üzeredir.

$$\frac{da}{dN} = C_c (K_c \Delta K_{th})^{\frac{m_c}{2}} e^{\left[\ln\left(\frac{K_c}{\Delta K_{th}}\right)^{\frac{m_c}{2}} \tanh^{-1}\left(\frac{\ln\left(\frac{\Delta K^2}{(1-R)K_c \Delta K_{th}}\right)}{\ln\left(\frac{(1-R)K_c}{\Delta K_{th}}\right)}\right) \right]} \quad (2.100)$$

Burada C_c ve m_c katsayıları Paris denklemindeki C_p ile m_p katsayıları ile tamamen aynı olmaktadır [73: 442].

16. NASGRO Modeli

Forman&Mettu veya Genelleştirilmiş Forman modeli olarak da anılan bu model, aşağıda verildiği üzere olup, yorulma çatlak ilerleme hızı eğrisinin üç bölgesini de tanımlamaktadır.

$$\frac{da}{dN} = C_n \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^{m_n} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^{p_n}}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^{q_n}} \quad (2.101)$$

C_n , m_n , p_n ve q_n parametreleri yorulma çatlak ilerleme hızı eğrisine ilişkin malzeme sabiti parametreleridir. p_n değeri yorulma çatlak büyüme eğrisinin 1. Bölge ile 2. Bölge geçiş eğriliğini temsil etmekte, q_n değeri de 2. Bölge ile 3. Bölgeye geçişi temsil etmektedir. (2.66)'da tanımlanmış olan f çatlak açılım fonksiyonu vasıtasıyla çatlak kapanma etkisi dikkate almakta olup, K_{op} bilinmeyenine karşılık olarak Newman'ın f için öne sürdüğü (2.67) eşitliği kullanılacaktır. NASGRO modelinde çatlak kapanma etkisi dikkate alındığından dolayı (2.101)'de yer alan eşik gerilme şiddet faktörü, ΔK_{th} için (2.65) ampirik eşitliği kullanılabilir.

[98] çalışmasında birçok alüminyum alaşım deney sonuçları ile karşılaştırmalı olarak NASGRO, Collipriest ve Priddle modeli için çatlak ilerleme hızı eğrileri elde edilmiş ve NASGRO modelinin görece daha uygun sigmoid eğrisi verdiği sonucuna varılmıştır ve bu sebeple, havacılık türü yapıların tasarımı gibi kritik uygulamalarda kullanılması önerilmiştir. Dolayısıyla NASGRO denklemi, yorulma çatlak büyüme hızı eğrisini temsil etme potansiyeli açısından önemli bir yere sahiptir.

3.1 Yorulma Ömür Tahmin Metodları Kullanılarak Ömür Bağıntılarının Elde Edilmesi

Çeşitli Yorulma Çatlak Büyümesi ömür tahmin metodları alt başlık 2.5.5.3 Lineer Elastik Kırılma Mekanikliği Ömür Tahmin Metodları maddesi kapsamında tanıtılmıştır. Bahsedilen yorulma çatlak büyüme/ilerleme modelleri, çatlak büyüme hızı ile gerilme şiddet faktör aralığı arasında bir ilişki sunmakta iken, her model için analitik olarak geçerli olamamakla birlikte, bu modeller üzerinden integrasyon yöntemiyle yorulma ömürler denklemleri elde edilebilmektedir. Böylelikle çevrimsel yükleme spektrumuna dair çevrim adeti ile çatlak uzunluğu arasındaki bağıntı elde edilebilmekte, ve kırılma anındaki çatlak uzunluğuna tekabül eden nihai çevrim sayısına, yani kırılmaya kadarki yorulma ömrü değerine ulaşılmaktadır. Bazı çatlak büyüme metodları için integrasyon işlemi, bu çalışmada yapıldığı üzere sabit genlikli yükleme hali ve şekil faktörünün sabit alınması varsayımı altında dahi matematiksel olarak gerçekleştirilememekte, bazı modellerin ise integrasyon işlemi sonucunda elde edilen analitik yorulma ömrü fonksiyonları oldukça karmaşık olarak elde edilmektedir. Burada, yorulma ömrü sonucu kapalı fonksiyon şeklinde elde edilebilen metodların bilindik olanları arasından 10 tanesinin yorulma ömür genel denklemi elde edilmiştir. Yorulma ömrü denklemleri elde edilirken hiçbir parametreye herhangi bir nümerik değer atanmamıştır. Bu nedenle elde edilen denklemler genel haldedir. Elde edilen bağıntılar pratik kullanım için uygun olup, ele alınan başlangıç ve son çatlak uzunluğu arasında geçen çevrim adetini hesaplamak için probleme ilişkin gerekli parametrelerin ilgili değerlerinin yerlerine konması yeterlidir. NASGRO modeli her ne kadar uygulama kısmında kullanılmış olsa da, genel çözümünün elde edilemediğinden bahsedilmiştir. Elde edilen yorulma ömrü eşitlikleri arasından Walker, Forman ve literatürde de

geçmekte olan Paris modellerinin elde edilen formülleri, yapılan uygulamada kullanılmıştır.

Çatlak büyüme modelleri en genel anlamda (2.75)'de olduğu biçimde tanımlanmaktaydı. Buradan yorulma ömrü için değişkenlerine ayrılabilir diferansiyel denklem çözümü, integrasyon yoluyla aşağıda verildiği üzere yapılmaktadır.

$$N \Big|_{a_i}^{a_s} = \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{f(\Delta K)} \quad (3.1)$$

Burada a_i başlangıçtaki çatlak boyu iken, a_s son çatlak uzunluğudur. Son çatlak boyu nihai (veya kritik) çatlak boyu olan a_c , ve ilk çatlak boyu da döngüsel yüklemelerin başlangıcı için var olan çatlak boyu alınır, tanım itibariyle nihai (kırılmaya kadarki) yorulma çatlak büyüme ömrü elde edilmektedir. (3.1)'de belirsiz integrasyonla elde edilecek eşitlik $N = g(a)$ şeklinde elde edilmekte olup, çatlak oluşum ömrü ihmal edildiği takdirde buradan herhangi bir ilgili çatlak uzunluğa tekabül eden toplam çevrim adeti elde edilebilir. Ancak bu durumda bir başlangıç koşulu ile integrasyon sabitinin belirlenmesi gerekecektir. Sınır değerlerinin de girilmesi takdirinde elde edilecek belirli integrasyon sonucu $\Delta N = g(a_s) - g(a_i)$ şeklinde tanımlı bir eşitlik olmaktadır. Buradan da kalan yorulma ömrü veya belli bir çatlak uzunluğuna varılması için gerekli olan çevrim adeti (çevrim farkı) elde edilebilmektedir. Yorulma Çatlak Büyüme Modelleri sadece çatlak büyüme sürecini modellemekte, çatlak oluşum sürecini modellememektedir. Dolayısıyla burada çatlak oluşum ömrü hesaba katılmamakta, sadece çatlak büyüme/ilerleme ömrü dikkate alınmaktadır. Yorulma sürecinin en başından başlayarak, ΔN yerine N_t toplam yorulma ömrünün elde edilmesi istendiği takdirde, çatlak oluşum ömrünün de bulunup, (2.47) denkleminde tanımlandığı gibi (3.1)'de yer alan yorulma çatlak büyüme ömrü integral terimine eklenmesi gerekmektedir. Ancak bu tez çalışmasında yapının bir a_i başlangıç çatlak uzunluğuna sahip olduğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla yapı güncel haliyle bir çatlak büyümesi geçirmiş bulunmaktadır. Çatlağın çoktan oluşmuş olması (çatlak oluşum ömrünün geçirilmiş olması) sebebiyle geriye kalan yorulma ömrü hesabında çatlak oluşum ömrünün çevrim

sayısı olarak bir katkısı yer almamaktadır. Bu nedenle sadece çatlak büyüme ömrüyle ilgilenilerek (3.1) belirli integrasyon işlemi dikkate alınacaktır. Ayrıca aynı sebepten, a_i başlangıç çatlak uzunluğu sıfırdan farklı alınmıştır. Dolayısıyla tanım olarak 0'dan a_s çatlak uzunluğuna kadarki '**toplam**' çatlak büyüme ömründen ziyade, tasarıma ilişkin kalan servis ömrüne dair geriye kalan çevrim adetini bulmak amacıyla $0 \neq a_i$ 'den a_s 'a kadarki '**kalan**' çatlak büyüme ömrü hesaplanmaktadır. Ancak bu, istendiği takdirde başlangıç çatlak boyunun sıfır alınıp ve çatlak oluşum ömrü ihmal edilip toplam yorulma ömrünün hesaplanmasının önünde bir engel değildir. Ancak geriye kalan yorulma ömrünün hesabı, kalan servis ömrü hakkında fikir edinilmesi bakımından önem arz etmektedir. Yorulma ömrü hesabı, bir süreci tanımladığından ve kırılmaya veya belirli bir tolerans çatlak uzunluğuna varıncaya kadar gerekli ilave çevrim adetinin hesabını gerektirdiğinden dolayı ΔN bağıntıları belirli integrasyon yoluyla elde edilecek ve aşağıda elde edilmiş olan kalan yorulma çatlak büyüme (FCG) ömürleri için kısaca N terimi ile bahsedilecektir. Kalan yorulma çatlak büyüme ömrü tabiri ise kısaca 'yorulma ömrü' olarak nitelendirilecektir.

Yüklemenin değişken genlikli olması, β 'nin sabit olmaması veya ele alınan çatlak büyüme modelinin çarpma işlemine göre tersinin integrasyonunun matematiksel olarak alınmıyor olması gibi birtakım nedenlerle analitik kapalı formda bir çözüm fonksiyonu elde edilemeyebilmektedir. Bu durumda nümerik integrasyon gibi birtakım nümerik çözüm yöntemlerine başvurulabilmektedir. (3.1) denklemi aynı zamanda çatlak büyüme hızının çarpma işlemine göre tersinin çatlak uzunluğuyla ilişkisini gösteren $a-dN/da$ eğrisinin altında kalan alanını da betimlemektedir.

Değişken genlikli yükleme halinde gerilme aralığı sabit kalmamaktadır. Ancak blok yükleme halindeki bir yükleme spektrumu mevcut ise, her bir blok içerisinde gerilme genliği sabit kalır. Bu sebeple blok yükleme spektrumu söz konusu olduğu takdirde (3.1) denklemdeki integrasyon işlemi, integrandı sürekli olmayan bir parçalı fonksiyon gibi sınır değerlerinden parçalanarak, her bir blok için ayrı ayrı uygulanmak koşuluyla uygulanabilir. Bir blok yükleme grafiğinde her bir bloğun uç süreksizlik noktalarına denk gelen N_k çevrim değeri sırasında, elemandaki çatlak uzunluğu da a_k olmaktadır. Bu hususta, her bir blok için ilgili

bloğun sınır çatlak uzunluğu değerlerinin kullanımıyla elde edilen çevrim sayısı aralığı ΔN_k değerleri birbirleriyle toplanmalıdır. Blok adeti n olarak kabul edilirse herbir integral sınırı adeti $n + 1$ olmaktadır. Bu durumda aşağıdaki gibi herbir blok için ayrı ayrı hesaplanan ΔN_k çevrim aralıkları toplanabilir [53: 170].

$$N \Big|_{a_1}^{a_n} = \sum_{k=1}^n \Delta N_k = \sum_{k=1}^n \int_{a_k}^{a_{k+1}} \frac{da}{f(\Delta K_k)} \quad (3.2)$$

Burada " a_s " son çatlak uzunluğu değeri " a_n "'e, " a_i " başlangıç çatlak uzunluğu değeri ise " a_1 "'e tekabül etmektedir. Ancak dış yüklerin genliklerinin ne zaman değişeceği veya hangi çevrim sayılarında değişeceği (" N_i " değerleri) bilinse dahi, bu değerlere tekabül eden çatlak uzunlukları olan " a_i " değerleri bilinmiyor olabilir. Bu nedenle, kritik çatlak uzunluğu için verilen (2.77) denklemine benzer şekilde, bloklar arası herbir süreksizlik noktası için çatlak uzunluğu " a_i " değerleri değişen dış yük genliği kapsamında ve " N_i " değerleri kullanılarak belirlenmelidir. İlgili " N_i " değerleri blok yüklemeye has $\Delta\sigma_i - N_i$ spektrumundan okunabilir.

Şekil 2.3'deki çatlak büyüme eğrisi incelendiği vakit düşük çatlak uzunluklarında çatlak ilerlemesi için gerekli çevrim sayısının görece büyük mertebede olduğu görülmektedir. Dolayısıyla başlangıç çatlak uzunluğunun doğru tespiti, sonucu önemli ölçüde etkilemesi sebebiyle önemlidir. Örneğin başlangıç çatlak uzunluğu, var olan değerden az alınır ise yorulma ömrü, çatlak ilerleme hızı yavaş iken seçilen ve var olan başlangıç çatlak uzunlukları arası fark kadar çatlağın uzaması için gereken yüksek çevrim sayısı kadar fazla elde edilecektir. Bu durum beklenenden erken bir şekilde göçme durumuna geçilmesine sebep olabilir. Bu sebepten ötürü imalat aşamasında aşırı yük etkisi veya başka birtakım etkilerle başlangıç çatlak uzunluğuna varmış olan bir yapı elemanının devamında kalan yorulma ömrü hesabı yapıldığında, başlangıç çatlak uzunluğunun hassas seçilmesi, hassas yorulma ömür hesabı açısından önem arz etmektedir. Başlangıç çatlak uzunluğu " a_i " imalat süreci gibi birtakım hususlar neticesinde şekillenmiş olabilir. Bu sebeple bir tahribatsız muayene metoduyla başlangıç çatlak uzunluğu belirlenebilir. Ancak son çatlak uzunluğu " a_s " henüz varılmamış bir değerdir. Tasarım kriterleri kapsamında göçme kriterinin altında

belirli bir çatlak uzunluğuna izin veriliyor ise bu durumda dikkate alınan çevrim adeti için a_s değerine, önceden belirlenmiş olan emniyetli bir üst sınır değeri verilinebilmektedir. Ancak kırılmaya kadarki nihai çevrim sayısı için a_s değeri stabil olmayan kırılma anına geçiş aşamasında varılmış olan çatlak uzunluğu olarak alınmaktadır. Bu çatlak uzunluğu kritik çatlak uzunluğu " a_c " olup, bu hususta kırılma tokluğuna varılması şeklinde incelenen göçme kriterine göre elde edilmiş (2.77) bağıntısındaki son çatlak uzunluğu eşitliği kullanılabilir. Böylece (3.1)'deki integrasyon sonucunda istenen ömür değeri elde edilebilir hale gelinmiş olur.

3.1.1 Paris-Erdoğan Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.78) denklemi yorulma çatlak gelişim (büyüme) hızı eğrisinin 2. Bölgesini analitik olarak tanımlayan Paris-Erdoğan modeli olup, (2.52)'de tanımlanmış olan gerilme şiddet faktörü, (2.78)'de değerlendirildiği vakit aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p \Delta \sigma^{m_p} (\beta \sqrt{a\pi})^{m_p} \quad (3.3)$$

Elde edilen eşitlik (3.1)'de dikkate alınırsa aşağıdaki ifade yazılır.

$$N \Big|_{a_i}^{a_s} = \frac{1}{C_p (\Delta \sigma \sqrt{\pi})^{m_p}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{(\beta \sqrt{a})^{m_p}} \quad (3.4)$$

“Genelde β değeri çatlak uzunluğuna bağlı olduğundan bu denklemdaki integral nümerik olarak çözülmek zorundadır” [1: 240]. Bir özel durum olarak Griffith Çatlağı ele alındığında, $\beta = 1$ olacak ve integrasyon işlemi analitik olarak gerçekleştirilebilecektir. Bu durum sonsuz boyutlardaki bir hacimdeki sonsuz küçük iç çatlak için geçerlidir. Zira “Büyük yapılardaki küçük iç çatlaklar için $\beta \cong 1$ çıkarsaması yapılabilir” [1: 241]. Bunun haricinde, “Basitlik olması için çatlak büyümesi sırasında geometri faktörünün değişmediği varsayılabilir.” [50: 138]. “Pratikte çatlak büyümesinden dolayı β geometri fonksiyonunun sabitliği ile, $\Delta \sigma$ dögüsel gerilmelerin sabitliği gerçekleşmemekte, bu nedenle çatlak büyüme denklemi kapalı bir formda integre edilememektedir” [50: 139]. Ancak bu tez çalışması kapsamında sabit

genlikli yükleme hali ele alınmaktadır. Bu nedenle $\Delta\sigma$ parametresi tüm çevrimlerce sabit kalacak ve, zamanla veya çatlak ilerledikçe gerilme aralığı değişmediğinden integralin dışına alınabilecektir. [50] ve [62] gibi kaynaklarda Paris-Erdoğan modeli için bu şekilde β şekil faktörü ve $\Delta\sigma$ çevrimsel gerilme aralığının sabit alınarak integralin dışına çıkarıldığı ve integrantın integre edilebilir hale getirildiği analitik çözümlere rastlanmaktadır. Bu çalışmada da benzer şekilde β şekil düzeltme faktörü sabit olarak alınacaktır. Tüm analitik çözümler için integral sınırları dahil olmak üzere çatlak uzunluğunun pozitifliğinin ($a \geq 0$) sağlanmakta olduğu çözümler ele alınmaktadır. Böylece kareköklü terimlerin içi pozitif kalmaktadır.

Paris-Erdoğan modeli için sabit genlikli yükleme hali ve sabit şekil faktörü varsayımı altında, $m \neq 2$ olmak üzere integrasyon işleminin sonucu aşağıdadır.

$$N_p(m_p \neq 2) = \frac{1}{C_p (\Delta\sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_p}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{a^{\frac{m_p}{2}}} = \frac{(a_s^{1-\frac{m_p}{2}} - a_i^{1-\frac{m_p}{2}})}{C_p \left(1 - \frac{m_p}{2}\right) (\Delta\sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_p}} \quad (3.5)$$

$m_p = 2$ olması halinde integral işlemi yukarıda alındığı gibi alındığı takdirde paydada sıfır yer alacak ve tanımsızlık meydana gelecektir. Bu durumda integrantta, paydadaki a 'nın üssü 1 olmaktadır. Bu ifade ise a 'nın doğal logaritmasının türevine eşit olduğundan, $m_p = 2$ özel durumu için (3.4)'da yer alan integralin logaritmik çözümü aşağıda verildiği üzere olmaktadır.

$$N_p(m_p = 2) = \frac{\ln \frac{a_s}{a_i}}{C_p \pi (\beta \Delta\sigma)^2} \quad (3.6)$$

Burada tekrardan ifade etmek uygun düşmektedir ki, yapının servis öncesinde belli bir a_i başlangıç çatlağına ulaşmış olması sebebiyle burada a_i , bilinen bir referans değer olarak alınmakta ve böylece nihai yorulma ömrü için kritik çatlak uzunluğu $a_c = a_s$ veya istenen son çatlak uzunluğu $a_s < a_c$ değerine ulaşmak için gerekli olan kalan yorulma ömrü çevrim adeti $\Delta N = N|_{a_s} - N|_{a_i} = N$ şeklinde açılarak ve aralık ifadesinden kurtarılarak ifade edilmektedir. Yukarıdaki analitik çözümün elde edilebilmesi için çatlak uzunluğuna bağlı olan β değeri sabit varsayılmıştır. Fakat sabit alınmış olan şekil faktörü parametresine belirsizliğin

uygulaması yapılacak olup, çatlak ilerlemesi boyunca sabit kalacağı varsayılan şekil faktörü değeri, bir tolerans aralığında tanımlanacaktır. Bu nedenle çatlak yayılımı boyunca şekil faktörünün değişiminin dikkate alınmamasının getireceği hatanın, belirsizlik analizi yoluyla tolere edilebileceği varsayılmaktadır. Bu hususta belirsizlik ve interval analizi uygulamasıyla elde edilecek interval çözüm kümesinin, çatlak yayılımı boyunca değişken olan nominal şekil faktörü değerleri dikkat alınarak hesaplanan deterministik çözümlerini kapsayabileceği düşünülmektedir.

3.1.2 Walker Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.81) denklemini ile Paris-Erdoğan denklemine gerilme oranı " R "nin etkisi Walker modelinde uygulanmakta ve buna göre tanımlanan yeni gerilme şiddet faktöründe yer alan γ_w parametresi bir sabit olduğundan integrasyon boyunca değişmemektedir. Sabit genlikli yükleme halinde $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ değeri sabit tutulmaktadır. Burada ayrıca maksimum gerilme ve minimum gerilme değerleri de sabit alınmaktadır. Bu durumda,

$R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ gerilme oranı parametresi de sabit kalacaktır. Walker çatlak ilerleme modeline göre $\overline{\Delta K}$ 'nin (2.80)'deki tanımı kullanılarak sabitler integrasyondan dışarıya çıkartılmak üzere çatlak uzunluğunun bir katsayısı olarak yazıldığında ve değişkenlerine ayrılabilir diferansiyel denklem çözümü, değişkenler bir araya toplanıp integrasyona alınarak gerçekleştirildiği (veya benzer şekilde direkt olarak çevrim sayısı " N "nin yalnız bırakılmak suretiyle genel anlamda elde edilen (3.1) ifadesi doğrudan kullanıldığı) vakit aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_w = \frac{C_w(\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_w} a^{\frac{m_w}{2}}}{(1-R)^{m_w(1-\gamma_w)}} \quad (3.7)$$

$$N_w = \frac{(1-R)^{m_w(1-\gamma_w)}}{C_w(\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_w}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{a^{\frac{m_w}{2}}} \quad (3.8)$$

$$N_w(m_w \neq 2) = \frac{(a_s^{1-\frac{m_w}{2}} - a_i^{1-\frac{m_w}{2}})(1-R)^{m_w(1-\gamma_w)}}{C_w \left(1 - \frac{m_w}{2}\right) (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_w}} \quad (3.9)$$

$$N_w(m_w = 2) = \frac{(\ln \frac{a_s}{a_i}) (1 - R)^{(2-2\gamma_w)}}{C_w \pi (\beta \Delta \sigma)^2} \quad (3.10)$$

3.1.3 Forman Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.84) denklemi R 'ye ilaveten yorulma çatlak ilerleme hızı eğrisinin 3. Bölgesini de dikkate almakta olup, ayrıca kırılma tokluğu tanımı altbaşlık 2.5.5.3 altındaki yorulma çatlak gelişim hızı eğrisi altında gerçekleştirildiği üzere, K_C malzemeye (özellikle kalınlığa) bağlı bir ifade olup nihai dayanımı temsil etmektedir. Bu nedenle çatlak ilerlemesi boyunca değişiminin söz konusu olması beklenmez. Forman denklemi yazılarak, (3.1)'de dikkate alındığı vakit aşağıdaki sonuçlara ulaşılmaktadır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_f = \frac{C_f (\Delta \sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_f} a^{\frac{m_f}{2}}}{K_C (1 - R) - \sqrt{a \pi} \Delta \sigma \beta} \quad (3.11)$$

$$N_f = \frac{1}{C_f (\Delta \sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_f}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{K_C (1 - R) - \sqrt{a \pi} \Delta \sigma \beta da}{a^{\frac{m_f}{2}}} \quad (3.12)$$

$$N_f = \frac{K_C (1 - R) \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{a^{\frac{m_f}{2}}} - \sqrt{\pi} \Delta \sigma \beta \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{a^{\frac{m_f-1}{2}}}}{C_f (\Delta \sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_f}} \quad (3.13)$$

$$N_f(m_f \neq 2, 3) = \frac{\left(\frac{2(1-R)K_C}{2-m_f} (a_s^{\frac{2-m_f}{2}} - a_i^{\frac{2-m_f}{2}})\right) - \left(\frac{2\sqrt{\pi}\Delta\sigma\beta}{3-m_f} (a_s^{\frac{3-m_f}{2}} - a_i^{\frac{3-m_f}{2}})\right)}{C_f (\Delta \sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_f}} \quad (3.14)$$

$$N_f(m_f = 2) = \frac{[K_C (1 - R) (\ln \frac{a_s}{a_i}) - 2(\sqrt{a_s \pi} - \sqrt{a_i \pi}) \Delta \sigma \beta]}{C_f \pi (\Delta \sigma \beta)^2} \quad (3.15)$$

$$N_f(m_f = 3) = \frac{[2a_i(1-R)(\sqrt{a_s \pi} - \sqrt{a_i \pi})K_C - a_i \pi \Delta \sigma \beta (\ln \frac{a_s}{a_i}) \sqrt{a_i a_s}]}{C_f (\Delta \sigma \beta \sqrt{a_i \pi})^3 \sqrt{a_s \pi}} \quad (3.16)$$

Burada, N_f parçalı ömür fonksiyonu için üçüncül bir logaritmik integral çözümü de elde edilmiştir.

3.1.4 Erdoğın Ratwani Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

Gerilme oranı sabit alındığından buradaki (2.86) ile tanımlanan β_{er} parametresi sabit kalacaktır. Ancak bu ifade yerine konduğu takdirde aşağıdaki eşitlik elde edilmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{er} = \frac{C_e \left(\frac{2}{1-R}\right)^{m_e} (\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} - \Delta K_{th})^{\alpha_{er}}}{K_C - \left(\frac{2}{1-R}\right) \Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}} \quad (3.17)$$

$$N_{er} = \frac{K_C}{C_e \left(\frac{2}{1-R}\right)^{m_e}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{(\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} - \Delta K_{th})^{\alpha_{er}}} - \frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi}}{C_e \left(\frac{2}{1-R}\right)^{m_e-1}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{a^{1/2} da}{(\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} - \Delta K_{th})^{\alpha_{er}}} \quad (3.18)$$

Erdoğın-Ratwani Modeline ilişkin elde edilen $N_{er} (\alpha_{er} \neq 1, 2, 3)$ eşitliğinin uzun olması sebebiyle Wolfram Mathematica not defteri üzerinde integrasyon sınır şartlarının da tatbik edildiği kalan yorulma ömür eşitliği EK-1'de paylaşılmıştır.

3.1.5 McEvily ve Groeger Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

Altbaşlık 2.5.5.3'te bahsedildiği üzere çatlak açılma etkisi dikkate alınmadığı durumda K_{th} değereri sadece R gerilme oranına bağlıdır. Eğer gerilme oranı yükleme spektrumu boyunca sabit tutulursa, bu durumda K_{th} parametresi de integrasyon dışına alınabilir hale gelir. İstendiği takdirde (2.64)'da verilen ifade kullanılarak $R = 0$ için eşik gerilme şiddet faktörü " $\Delta K_{th,o}$ " terimi de denkleme yerleştirilebilir. Fakat gerilme oranı, R sabit alındığından (2.64)'ye göre $\Delta K_{th,R}$ parametresi de sabit kalmaktadır. Bu nedenle R 'ye bağlı ΔK_{th} teriminin orjinal haliyle yerinde bırakılmasında bir mahsur bulunmamaktadır. (2.87)'de bulunan akma gerilmesi " σ_y ", bir malzeme sabiti olduğundan A sabiti ile birlikte integral dışına alınacaktır. Modelde yer alan K_{max} terimi bir sabit olmadığından (2.58) denklemini (2.87)'de değerlendirilmek durumundadır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{mg} = \frac{A}{E\sigma_y} (\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} - \Delta K_{th})^2 \left(1 + \frac{(1-R)\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}{(1-R)K_C - \Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}\right) \quad (3.19)$$

$$N_{mg} = \frac{E\sigma_y}{A} \int_{a_i}^{a_s} \frac{(\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} - \Delta K_{th})^{-2}}{\left(1 + \frac{(1-R)\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}{(1-R)K_C - \Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}\right)} da \quad (3.20)$$

Sınır şartlarının da konulmasıyla elde edilen yorulma ömür eşitliğinin uzun olması sebebiyle Wolfram Mathematica not defteri üzerinde sembolik hesap yoluyla elde edilen analitik N_{mg} yorulma ömür eşitliği sonucu EK-2'de verilmiştir.

3.1.6 Broek, Schijve ve Erdoğan Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

Bu model için sonuç, (2.91) denklemi düzenlendikten sonra elde edilebilir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{bse} = A \left(\frac{\Delta K}{1-R}\right)^2 (\Delta K)^{m_{bse}} = \frac{A(\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_{bse}+2}}{(1-R)^2} a^{\frac{m_{bse}+2}{2}} \quad (3.21)$$

$$N_{bse} = \frac{(1-R)^2}{A(\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_{bse}+2}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{a^{\frac{m_{bse}+2}{2}}} \quad (3.22)$$

Yorulma ömür eşitliğinin elde edilmesinde Paris-Erdoğan modelinde gerçekleştirilmiş olan integrasyon işlemlerinin aynısı uygulanır. Zira sabit katsayılar hariç buradaki tek fark, integrantın üssünün Paris-Erdoğan modeline kıyasla 1 fazla olmasıdır. Ayrıca logaritmik çatlak büyüme hızı eğrisinin ikinci bölgesinin eğiminin 0 olabilmesi söz konusu olmayacağından dolayı $m_{bse} = 0$ için tekabül eden logaritmik çözüm burada dikkate alınmamıştır.

$$N_{bse}(m_{bse} \neq 0) = \frac{2(1-R)^2}{Am_{bse}(\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_{bse}+2}} \left(\frac{1}{\sqrt{a_i^{m_{bse}}}} - \frac{1}{\sqrt{a_s^{m_{bse}}}} \right) \quad (3.23)$$

3.1.7 Broek ve Schijve Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.58) ifadesi Broek ve Schijve Modelinde dikkate alınmaktadır. Model, tek bir ΔK değişkeni çatısı altında düzenlenebilir. Elde edilen yorulma ömrü sonuç eşitliği aşağıda verilmiştir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{BS} = C_{BS1} \left(\frac{\Delta K}{1-R}\right)^3 e^{-C_{BS2}R} = \frac{C_{BS1}e^{-C_{BS2}R}}{(1-R)^3} (\Delta\sigma^3\beta^3\sqrt{\pi^3}) a^{3/2} \quad (3.24)$$

$$N_{BS} = \frac{(1-R)^3}{C_{BS1}\Delta\sigma^3\beta^3\pi^{\frac{3}{2}}e^{-C_{BS2}R}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{da}{\sqrt{a^3}} = \frac{2(1-R)^3}{C_{BS1}\Delta\sigma^3\beta^3\pi^{\frac{3}{2}}e^{-C_{BS2}R}} \left(\frac{1}{\sqrt{a_i}} - \frac{1}{\sqrt{a_s}} \right) \quad (3.25)$$

Bu modelin üs parametresine sahip olmayışı sebebiyle integrasyon işlemi görece rahatlıkla yapılabilmektedir. Ancak üs değerinin 3 yerine bir m parametresi

olması durumunda dahi sabitler hariç olmak üzere, Paris-Erdoğan modelinde yürütülen integrasyon işleminin aynısının gerçekleştirileceği buradan görülmektedir.

3.1.8 Weertman Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

Weertman'ın çatlak büyüme modelinde de üs parametresi bulunmamaktadır. Bu sebeple belirli integrasyon işlemi görece basitliğe sahiptir. Modelde yer alan maksimum gerilme şiddet faktörü K_{max} yerine (2.58)'daki $\Delta K/(1 - R)$ ifadesi yerine konulduktan sonra integrasyon işlemi gerçekleştirilebilir hale gelmektedir. İntegrasyon aracılığıyla çevrim sayısı ile çatlak uzunluğu arasındaki ilişki elde edildiği takdirde aşağıdaki sonuçlara varılmaktadır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{we} = \frac{C_{we}\Delta K^4}{[K_C(1 - R)]^2 - \Delta K^2} \quad (3.26)$$

$$N_{we} = \frac{1}{\pi^2 \Delta \sigma^4 \beta^4 C_{we}} \int_{a_i}^{a_s} \left[K_C^2 (1 - R)^2 a^{-2} - \sqrt{\pi} \Delta \sigma \beta a^{-\frac{3}{2}} \right] da \quad (3.27)$$

$$N_{we} = \frac{a_i a_s \pi \Delta \sigma^2 \beta^2 \ln\left(\frac{a_i}{a_s}\right) - (a_i - a_s) K_C^2 (1 - R)^2}{a_i a_s \pi^2 \Delta \sigma^4 \beta^4 C_{we} (1 - R)^2} \quad (3.28)$$

3.1.9 Hartman ve Schijve Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

Hartman ve Schijve modeli, altbaşlık 2.5.5.3 çatlak büyüme modelleri kapsamında bahsedildiği üzere Forman denkleminin bir uyarlamasıdır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{hs} = \frac{D(\sqrt{a\pi}\Delta\sigma\beta - \Delta K_{th})^\alpha}{K_C(1 - R) - \sqrt{a\pi}\Delta\sigma\beta} \quad (3.29)$$

$$N_{hs} = \frac{1}{D} \int_{a_i}^{a_s} \frac{K_C(1 - R) - \sqrt{a\pi}\Delta\sigma\beta}{(\sqrt{a\pi}\Delta\sigma\beta - \Delta K_{th})^\alpha} da \quad (3.30)$$

Yorulma ömür eşitliği Wolfram Mathematica not defteri üzerinde sembolik hesaplama yoluyla elde edilmiş ve sınır değerleri yerlerine konulmuş olup, elde edilen N_{hs} analitik sonucunun uzun olması sebebiyle elde edilen sonuç EK-3'de verilmiştir.

3.1.10 Nicholls Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.96) ve (2.97) olmak üzere her iki denklemde de gerilme şiddet faktör aralığının tek bir çatı altında toplanmış olması ve katsayı terimlerinin sabit olmaları sebebiyle integrasyon işlemi Paris-Erdoğan denkleminde gerçekleştirilen integrasyon işlemine benzer nitelikte alınabilmektedir.

(2.96) denklemi için yorulma ömrü eşitliği aşağıda verildiği üzere elde edilmiş olup, denklemin formatını basitleştirmek amacıyla $\Delta a = a_s - a_i$ şeklinde çatlak uzunluğu değişimi ifadesi kullanılmıştır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ni1} = \frac{\Delta\sigma^4 \beta^4 \pi^2}{4E\sigma_y K_C^2} a^2 \quad (3.31)$$

$$N_{ni1} = \frac{4E\sigma_y K_C^2}{\Delta\sigma^4 \beta^4 \pi^2} \int_{a_i}^{a_s} \frac{1}{a^2} da = \frac{4E\sigma_y K_C^2 \Delta a}{\Delta\sigma^4 \beta^4 \pi^2 a_i a_s} \quad (3.32)$$

(2.97) denklemi için yorulma ömrü eşitliği ise aşağıda verildiği üzere elde edilmiştir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ni2} = \frac{p}{2E\sigma_y} \left(\frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi}}{K_C^p}\right)^{\frac{2}{1-p}} a^{\frac{1}{1-p}} \quad (3.33)$$

$$N_{ni2} = \frac{2E\sigma_y}{p} \left(\frac{K_C^p}{\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi}}\right)^{\frac{2}{1-p}} \int_{a_i}^{a_s} a^{\frac{1}{p-1}} da \quad (3.34)$$

$$N_{ni2} = \frac{2E\sigma_y(p-1)}{p^2} \left(\frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi}}{K_C^p}\right)^{\frac{2}{p-1}} (a_s^{\frac{p}{p-1}} - a_i^{\frac{p}{p-1}}) \quad (3.35)$$

3.1.11 NASGRO Modeli Yorulma Ömrü Eşitliği

(2.58), (2.64) ve (2.67) eşitlikleri NASGRO (2.101) eşitliğinde dikkate alınmak suretiyle integrasyon işlemi kullanılarak yorulma ömrünün çatlak uzunluğunun bir fonksiyonu olarak ifade edileceği NASGRO yorulma ömür eşitliği elde edilmeye çalışılabilir. Eğer çatlak kapanması dikkate alınmadığı takdirde NASGRO denklemine yer alan ΔK_{th} parametresi için (2.64)'e göre keyfi R gerilme oranı durumundaki $\Delta K_{th,R}$ değeri, R ve $\Delta K_{th,o}$ 'ın sabit olması sebebiyle sabit bir parametre olarak denklemde tutulabilecektir. Ancak NASGRO

denkleminde çatlak kapanması olgusu dikkate alındığından dolayı NASGRO denkleminde yer alan ΔK_{th} parametresi için çatlak kapanmasının eşik gerilme şiddet faktörü üzerinde etkisinin dikkate alındığı (2.65) denkleminin kullanılması uygun düşmektedir. (2.65) eşitliği a 'ya bağlı olduğundan integrasyon alınırken ΔK_{th} parametresi sabit kalmayacaktır. Newman tarafından (2.67) ile tanımlanmış f parametresinin denkleminde bulunan α , σ_y ve σ_{max} parametrelerin sabit olmaları sebebiyle çatlak açılım fonksiyonu " f ", sabit kalmaktadır. Bu parametrenin çatlak uzunluğu " a "ya göre integrasyondan etkilenmemesi sebebiyle denkleminde direkt olarak kendi haliyle alınabilmektedir.

(2.65)'da bulunan parametreler, değişken a çatlak uzunluğu, malzeme sabitleri C_n , m_n , p_n ve q_n , sabit a_o küçük çatlak parametresi, sabit σ_{max} , σ_y ve α 'ya bağlı ve dolayısıyla bu tez kapsamında sabit kalan A_0 parametresi, sabit f çatlak açılım fonksiyonu, $R = 0$ için referans alınan $\Delta K_{th,o}$ eşik gerilme şiddet faktör aralığı, C_{th} sabiti ve sabit R gerilme oranıdır. NASGRO modeli sadece a değişkenine bağlı yazıldığı takdirde aşağıdaki formu almaktadır.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_n = C_n \left(\frac{1-f}{1-R}\right)^{m_n} (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_n} \frac{\alpha^{m_n} \left(1 - \frac{\Delta K_{th,o} \sqrt{\frac{a}{a+a_o}}}{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} \left[\frac{1-f}{(1-A_o)(1-R)}\right]^{1+R_{C_{th}}}}\right)^{p_n}}{\left(1 - \frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}{(1-R)K_C}\right)^{q_n}} \quad (3.36)$$

$$N_n = \frac{1}{C_n \left(\frac{1-f}{1-R}\right)^{m_n} (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_n}} \int_{a_i}^{a_s} \frac{a^{-m_n} \left(1 - \frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}{(1-R)K_C}\right)^{q_n}}{\left(1 - \frac{\Delta K_{th,o} \sqrt{\frac{a}{a+a_o}}}{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} \left[\frac{1-f}{(1-A_o)(1-R)}\right]^{1+R_{C_{th}}}}\right)^{p_n}} da \quad (3.37)$$

NASGRO modeli için Mathematica üzerinde sembolik hesap yoluyla analitik integrasyon sonucu elde edilememektedir. İntegrasyon çözümü, ΔK_{th} parametresi sabit alındığında dahi elde edilememektedir. Bu hususta NASGRO modeline ilişkin ilgili sabit parametrelerine yapılacak uygulama kapsamında, probleme dair ilgili değerlerinin verilmesine müteakip, tekrardan integrasyon işleminin gerçekleştirilip gerçekleştirilemediği tetkik edilmiş, ve matlab üzerinde probleme dair özel çözümü yapılabilmektedir. NASGRO kalan yorulma ömrü

değerinin interval analizi uygulamasında ise interval tanımlı fonksiyonların yaklaşık belirli integral çözüm yöntemlerinden birisi matlab üzerinde kullanılabilir [43]. Ancak bu tez kapsamında bu detaya girilmememektedir.

3.2 Çatlak Büyüme Modellerinin Interval Analizi Uygulaması

Interval analizi ile yorulma çatlak büyüme ve kalan yorulma çatlak büyüme ömrü denklemlerine belirsizliğin uygulaması, belirsizlik yüzdesi tanımından yararlanılarak gerçekleştirilebilmektedir.

Herhangi bir fiziki parametrenin hesap ile belirlenen teorik (nominal) sayı değeri X ile belirtilir, ve çeşitli belirsizlikler sebebiyle pratikte gerçekleşebilecek çift yönlü mutlak belirsizlik (hata) da Δx ile tanımlandığı vakit; belirsizliğin dikkate alındığı $X \pm \Delta x$ tolerans aralığı interval sayı biçiminde aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$X = [X - \Delta x, X + \Delta x] \quad (3.38)$$

Eğer (2.13) tekrar gözden geçirilirse yukarıdaki ifadede yer alan parametrenin nominal değeri X ; X interval sayısının orta değeri, Δx ifadesi ise X interval sayısının yarıçapı olmaktadır. Bu durumda $m(X) = X$ ile $r(X) = \Delta x$ yazılabilir. Belirsizlik oranı veya yüzdesi ,p, ise aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$p_x = \frac{\Delta x}{X} \quad (3.39)$$

Buna göre Δx tolerans değeriyle tanımlanmış bir nominal X sayısı veya parametresinin, $X \pm \Delta x$ aralığındaki interval sayı karşılığı belirsizlik yüzdesi tanımı kullanılarak aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$IX = [X - Xp_x, X + Xp_x] = X[1 - p_x, 1 + p_x] = XIV_X \quad (3.40)$$

Interval aritmetiğine belirsizlik yüzdesi yardımıyla parametrik belirsizlik uygulaması, (3.40)'da olduğu gibi gerçekleştirilmektedir. Burada IV_i interval sayısı teorik (nominal) parametreleri interval sayı olarak tanımlamak için çarpan olarak kullanılmaktadır. Dolayısıyla burada interval analizi uygulaması için var olan parametrenin yanına IV_i çarpanının getirilmesi yeterli olmaktadır. Elde edilen XIV_X , bir interval sayıdır. Kendisine dair belirsizlik yüzdesi tanımlanmış

herhangi bir parametre, bu yolla interval sayıya dönüştürülebilir. Baş kısımda bulunan "I" ifadesi interval sayı anlamını katmaktadır. Interval sayıya çevrilen parametrenin başına getirilmektedir. Bu hususta X ile IX anlamca aynıdır. IV_i Teriminin alt indisli interval sayı biçiminde yazılacak olan parametreyi simgelemektedir.

$$IV_i = [1 - p_i, 1 + p_i] \quad (3.41)$$

IV_i terimi, belirsizlik yüzdesine bağlı olduğundan ilgili parametre için hesaplanır ve nominal değeriyle çarpılır. Bu tez çalışmasında kolaylık olması amacıyla belirsizlik uygulamasının yapılacağı tüm parametrelere aynı belirsizlik yüzdesi değerleri uygulanmıştır. Kümülatif olarak arttırılan belirsizlik yüzdesi vektörlerinin parametreler boyunca sabit tutulması sebebiyle alt indislerin belirtilmesine aslında gerek yoktur. Bu durumda (3.41) gereği parametrelerin yanına getirilen bütün IV çarpanları birer eş interval olmaktadır. Bu nedenle yapılabildiği müddetce IV interval sayılarını ortak çarpan olarak yazmak yoluyla daha sade bir formda sunulabilir. Fakat burada interval analizi uygulaması yapılırken böyle bir kısıt getirilmemiş olup, yazılan eşitliklerde her parametreye ayrı belirsizlik yüzdesi atanabilmektedir.

Bu tez kapsamında yapılan uygulamada Paris, Walker, Forman ve NASGRO çatlak büyüme modelleri ile Paris, Walker ve Forman modeli için elde edilen kalan çatlak büyüme ömrü eşitlikleri kullanılmıştır. Bu nedenle burada sadece bu modellerin denklemleri üzerinde interval analizi uygulaması yapılacaktır.

Yapılan uygulamada çatlak büyüme modellerinde bulunan parametreler mühendislik bakış açısı bakımından malzeme, yük ve geometri parametreleri olmak üzere 3 kategoriye ayrılmışlardır. Bu kategoriler ayrı ayrı belirsizlik kaynağı olarak ele alınmış ve interval analizi uygulaması yapılarak çözümleri elde edilmiştir. İlaveten tüm belirsizlik kaynaklarının birarada değerlendirildiği interval analizi uygulaması yapılmaktadır. Aşağıda var olan ve elde edilen denklemlerin, (3.40) kapsamında yürütülen interval analizi uygulaması verilmektedir. Paris, Walker, Forman ve NASGRO için hangi model parametrelerinin hangi belirsizlik kaynağıyla ilişkilendirildiği aşağıda Tablo 3.1'de sunulmuştur.

Tablo 3.1 Model Parametrelerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı

Parametrik Belirsizlik Kaynağı	Malzeme Belirsizliği Parametreleri					Yük Belirsizliği Parametreleri	Geometri Belirsizliği Parametreleri	
	Parametre	C_p	$m_{p,w}$	C_w	C_f	m_f	$\Delta\sigma$	β
	C_n	p_n	q_n	m_n	K_C	R	a_i	a_s

Burada modellere ait C_i ile m_i parametreleri ile NASGRO p ile q parametresinin malzeme parametreleri oldukları bilinmektedir. Tablo 3.1’de yer alan $m_{p,w}$ terimi, birbirine eşit olan m_p ile m_w terimlerini temsil etmektedir. Kırılma tokluğu her ne kadar kalınlığa bağlı değişiyor olsa da, özünde malzemeye ait bir mukavemet parametresidir. Gerilme aralığı ile gerilme oranı birer yükleme parametreleridir. Şekil faktörü, ilk çatlak boyu ve son çatlak boyu da geometri parametreleri olarak alınmışlardır. Burada γ_w eğri uydurma parametresi, ΔK_{th} eşit gerilme şiddet faktörü ve f çatlak açılım parametresinde belirsizlik uygulaması yapılmamış olup, değerleri interval olmayan (nominal) halde alınmıştır. Ayrıca yapılan uygulamada kapsamında malzeme parametrelerinin alındığı kaynağa [99] sadık kalınarak NASGRO modelindeki ΔK_{th} terimi sabit alınmıştır. Belirsizlik uygulamasında, sadece ilgili belirsizlik kaynağına dair Tablo 3.1’de gruplandırılan parametrelere IV_i çarpanı getirilmekte, ve bu yolla interval analizi belirsizlik uygulaması yapılmaktadır.

Aşağıda Paris, Walker, Forman ve NASGRO modellerinin interval analizi eşitlikleri, 3 belirsizlik kaynağı ve (belirsizlik uygulaması yapılmayan parametreler hariç) tüm parametreler belirsiz alınarak yazılmıştır. Interval analizi uygulaması önce genel halde her parametre için ayrı ayrı interval sayıya çevrilmek suretiyle yazılmış, ardından her parametre için aynı IV_i ’nin alınmasından dolayı yeni son halleri sunulmuştur.

3.2.1 Malzeme Belirsizliğine Dair Interval Analizi Uygulaması

Gerilme şiddet faktör aralığı tanımı (2.52)’de malzeme parametresi bulunmamaktadır. Dolayısıyla gerilme şiddet faktör aralığı içerisinde yer alan

parametrelere malzeme belirsizliği uygulanmıyor olup, burada aynı şekilde yazılacaktır. Malzeme belirsizlik kaynağı parametrelerine yapılan interval uygulaması sonucu elde edilen çatlak büyüme hızı intervalleri ile kalan yorulma çatlak büyüme ömrü intervalleri eşitlikleri aşağıda verilmiştir.

- Paris Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p IV_{C_p} (\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi})^{m_p IV_{m_p}} \quad (3.42)$$

$$IN_p(m_p \neq 2) = \frac{[(a_s)^{1-\frac{m_p IV_{m_p}}{2}} - (a_i)^{1-\frac{m_p IV_{m_p}}{2}}]}{C_p IV_{C_p} \left(1 - \frac{m_p IV_{m_p}}{2}\right) (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_p IV_{m_p}}} \quad (3.43)$$

$$IN_p(m_p = 2) = \frac{\ln \frac{a_s}{a_i}}{C_p IV_{C_p} \pi (\beta\Delta\sigma)^2} \quad (3.44)$$

- Walker Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_w = \frac{C_w IV_{C_w} (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_w IV_{m_w}}}{(1-R)^{m_w IV_{m_w} (1-\gamma_w)}} a^{\frac{m_w IV_{m_w}}{2}} \quad (3.45)$$

$$IN_w(m_w \neq 2) = \frac{(a_s^{1-\frac{m_w}{2}} - a_i^{1-\frac{m_w}{2}}) (1-R)^{m_w IV_{m_w} (1-\gamma_w)}}{C_w IV_{C_w} \left(1 - \frac{m_w IV_{m_w}}{2}\right) (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_w IV_{m_w}}} \quad (3.46)$$

$$IN_w(m_w = 2) = \frac{(\ln \frac{a_s}{a_i}) (1-R)^{(2-2\gamma_w)}}{C_w IV_{C_w} \pi (\beta\Delta\sigma)^2} \quad (3.47)$$

- Forman Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_f = \frac{C_f IV_{C_f} (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_f IV_{m_f}} a^{\frac{m_f IV_{m_f}}{2}}}{K_C IV_{K_C} (1-R) - \sqrt{a\pi} \Delta\sigma\beta} \quad (3.48)$$

$$IN_f(m_f \neq 2, 3) = \frac{\frac{2(1-R)K_C IV_{K_C}}{(2-m_f IV_{m_f})} (a_s^{\frac{2-m_f IV_{m_f}}{2}} - a_i^{\frac{2-m_f IV_{m_f}}{2}}) - \frac{1}{3-m_f IV_{m_f}} \frac{2\pi^2 \Delta\sigma\beta}{\sqrt{a\pi}} (a_s^{\frac{3-m_f IV_{m_f}}{2}} - a_i^{\frac{3-m_f IV_{m_f}}{2}})}{C_f IV_{C_f} (\Delta\sigma\beta\sqrt{\pi})^{m_f IV_{m_f}}} \quad (3.49)$$

$$IN_f(m_f = 2) = \frac{[K_C IV_{K_C} \ln \frac{a_s}{a_i} (1-R) - 2(\sqrt{a_s\pi} - \sqrt{a_i\pi}) \Delta\sigma\beta]}{C_f IV_{C_f} \pi (\Delta\sigma\beta)^2} \quad (3.50)$$

$$IN_f(m_f = 3) = \frac{[2a_i(1-R)(\sqrt{a_s\pi} - \sqrt{a_i\pi})K_C IV_{K_C} - a_i\pi\Delta\sigma\beta(\ln\frac{a_s}{a_i})\sqrt{a_i a_s}]}{C_f IV_{C_f}(\Delta\sigma\beta\sqrt{a_i\pi})^3 \sqrt{a_s\pi}} \quad (3.51)$$

- NASGRO Yorulma Çatlak Büyüme Modeli Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_n = C_n IV_{C_n} \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi} \right]^{m_n IV_{m_n}} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}} \right)^{p IV_p}}{\left(1 - \frac{\Delta\sigma\beta\sqrt{a\pi}}{(1-R)K_C IV_{K_C}} \right)^{q IV_q}} \quad (3.52)$$

Malzeme belirsizliği kapsamında m_i nominal üs değeri yerine Im_i interval üs parametresi kullanıldığından dolayı aşağıda elde edilen (3.43), (3.44), (3.46), (3.47), (3.50) ve (3.51) özel çözümleri Im_i reel tanımlı interval kümesinin sadece tek bir elemanı için çözüm sunar. Bunun sebebi bu denklemlerin interval integral çözümü ile elde edilmemiş olması ve tekillik noktalarının tek bir nominal üs değeri olmasındandır. Dolayısıyla bu denklemler üs değerinin bir sayı kümesi (interval sayısı) olarak alındığı malzeme belirsizliği çözümü için genel çözümü sunmamaktadır. Ancak diğer belirsizlik kaynağı çözümlerinde nominal m_i parametresi ilgili tanımsızlık değeri birbirine eşit olduğu takdirde bu denklemlerin kullanımı şüphe götürmez bir şekilde söz konusu olacaktır.

3.2.2 Yük Belirsizliğine Dair Interval Analizi Uygulaması

Yükleme belirsizlik kaynağı parametrelerine yapılan interval uygulaması sonucu elde edilen çatlak büyüme hızı intervalleri ile kalan yorulma çatlak büyüme ömrü intervalleri eşitlikleri aşağıda verilmiştir.

- Paris Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta \sqrt{a\pi})^{m_p} \quad (3.53)$$

$$IN_p(m_p \neq 2) = \frac{[(a_s)^{1-\frac{m_p}{2}} - (a_i)^{1-\frac{m_p}{2}}]}{C_p \left(1 - \frac{m_p}{2}\right) (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta \sqrt{\pi})^{m_p}} \quad (3.54)$$

$$IN_p(m_p = 2) = \frac{\ln\frac{a_s}{a_i}}{C_p \pi (\beta \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma})^2} \quad (3.55)$$

- Walker Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_w = \frac{C_w(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{\pi})^{m_w}}{(1 - RIV_R)^{m_w(1-\gamma_w)}} a^{\frac{m_w}{2}} \quad (3.56)$$

$$IN_w(m_w \neq 2) = \frac{(a_s^{1-\frac{m_w}{2}} - a_i^{1-\frac{m_w}{2}})(1 - RIV_R)^{m_w(1-\gamma_w)}}{C_w\left(1 - \frac{m_w}{2}\right)(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{\pi})^{m_w}} \quad (3.57)$$

$$IN_w(m_w = 2) = \frac{(\ln \frac{a_s}{a_i})(1 - RIV_R)^{(2-2\gamma_w)}}{C_w\pi(\beta\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma})^2} \quad (3.58)$$

- Forman Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü İnterval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_f = \frac{C_f(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{\pi})^{m_f} a^{\frac{m_f}{2}}}{K_C(1 - RIV_R) - \sqrt{a\pi}\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta} \quad (3.59)$$

$$IN_f(m_f \neq 2,3) = \frac{\frac{2(1 - RIV_R)K_C}{(2 - m_f)}(a_s^{\frac{2-m_f}{2}} - a_i^{\frac{2-m_f}{2}}) - \frac{2\pi^{\frac{1}{2}}\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta}{3 - m_f}(a_s^{\frac{3-m_f}{2}} - a_i^{\frac{3-m_f}{2}})}{C_f(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{\pi})^{m_f}} \quad (3.60)$$

$$IN_f(m_f = 2) = \frac{\left[K_C \ln \frac{a_s}{a_i} (1 - RIV_R) - 2(\sqrt{a_s\pi} - \sqrt{a_i\pi})\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\right]}{C_f\pi(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta)^2} \quad (3.61)$$

$$IN_f(m_f = 3) = \frac{\left[2a_i(1 - RIV_R)(\sqrt{a_s\pi} - \sqrt{a_i\pi})K_C - a_i\pi\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta(\ln \frac{a_s}{a_i})\sqrt{a_i a_s}\right]}{C_f(\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{a_i\pi})^3 \sqrt{a_s\pi}} \quad (3.62)$$

- NASGRO Yorulma Çatlak Büyüme Modeli İnterval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_n = C_n \left[\left(\frac{1-f}{1 - RIV_R} \right) \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{a\pi} \right]^{m_n} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{a\pi}} \right)^p}{\left(1 - \frac{\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma}\beta\sqrt{a\pi}}{(1 - RIV_R)K_C} \right)^q} \quad (3.63)$$

3.2.3 Geometri Belirsizliğine Dair İnterval Analizi Uygulaması

Geometri belirsizlik kaynağı parametrelerine yapılan interval uygulaması sonucu elde edilen çatlak büyüme hızı intervalleri ile kalan yorulma çatlak büyüme ömrü intervalleri eşitlikleri aşağıda verilmiştir.

- Paris Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü İnterval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p(\Delta\sigma\beta IV_{\beta}\sqrt{a IV_{a\pi}})^{m_p} \quad (3.64)$$

$$IN_p(m_p \neq 2) = \frac{[(a_s IV_{a_s})^{1-\frac{m_p}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{1-\frac{m_p}{2}}]}{C_p \left(1 - \frac{m_p}{2}\right) (\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_p}} \quad (3.65)$$

$$IN_p(m_p = 2) = \frac{\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}}{C_p \pi (\beta IV_{\beta} \Delta\sigma)^2} \quad (3.66)$$

- Walker Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü İnterval Uygulaması

$$I \left(\frac{da}{dN} \right)_w = \frac{C_w (\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_w}}{(1-R)^{m_w(1-\gamma_w)}} (a IV_a)^{\frac{m_w}{2}} \quad (3.67)$$

$$IN_w(m_w \neq 2) = \frac{[(a_s IV_{a_s})^{1-\frac{m_w}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{1-\frac{m_w}{2}}] (1-R)^{m_w(1-\gamma_w)}}{C_w \left(1 - \frac{m_w}{2}\right) (\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_w}} \quad (3.68)$$

$$IN_w(m_w = 2) = \frac{(\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}) (1-R)^{(2-2\gamma_w)}}{C_w \pi (\beta IV_{\beta} \Delta\sigma)^2} \quad (3.69)$$

- Forman Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü İnterval Uygulaması

$$I \left(\frac{da}{dN} \right)_f = \frac{C_f (\Delta\sigma \beta \sqrt{\pi})^{m_f} (a IV_a)^{\frac{m_f}{2}}}{K_C (1-R) - \sqrt{a IV_a \pi} \Delta\sigma \beta} \quad (3.70)$$

$$IN_f(m_f \neq 2,3) = \frac{\frac{2(1-R)K_C}{(2-m_f)} [(a_s IV_{a_s})^{\frac{2-m_f}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{\frac{2-m_f}{2}}] - \frac{2\pi^{\frac{1}{2}} \Delta\sigma \beta IV_{\beta}}{3-m_f} [(a_s IV_{a_s})^{\frac{3-m_f}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{\frac{3-m_f}{2}}]}{C_f (\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_f}} \quad (3.71)$$

$$IN_f(m_f = 2) = \frac{[K_C (1-R) (\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}) - 2(\sqrt{a_s IV_{a_s} \pi} - \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi}) \Delta\sigma \beta IV_{\beta}]}{C_f \pi (\Delta\sigma \beta IV_{\beta})^2} \quad (3.72)$$

$$IN_f(m_f = 3) = \frac{[2a_i IV_{a_i} (1-R) (\sqrt{a_s IV_{a_s} \pi} - \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi}) K_C - a_i IV_{a_i} \pi \Delta\sigma \beta IV_{\beta} (\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}) \sqrt{a_i IV_{a_i} a_s IV_{a_s}}]}{C_f (\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi})^3 \sqrt{a_s IV_{a_s} \pi}} \quad (3.73)$$

- NASGRO Yorulma Çatlak Büyüme Modeli İnterval Uygulaması

$$I \left(\frac{da}{dN} \right)_n = C_n \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_a \pi} \right]^{m_n} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_a \pi}} \right)^p}{\left(1 - \frac{\Delta\sigma \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_a \pi}}{(1-R) K_C} \right)^q} \quad (3.74)$$

3.2.4 Malzeme, Yük ve Geometri Belirsizliği İnterval Analizi Uygulaması

Burada belirsizliğin uygulanmakta olduğu tüm parametrelere interval analizi uygulaması yapılmaktadır. Böylece tüm belirsizlik kaynaklarında yer alan parametreler interval sayı olarak tanımlanmışlardır.

- Paris Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p IV_{C_p} (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_a \pi})^{m_p IV_{m_p}} \quad (3.75)$$

$$IN_p(m_p \neq 2) = \frac{[(a_s IV_{a_s})^{1-\frac{m_p IV_{m_p}}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{1-\frac{m_p IV_{m_p}}{2}}]}{C_p IV_{C_p} \left(1 - \frac{m_p IV_{m_p}}{2}\right) (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_p IV_{m_p}}} \quad (3.76)$$

$$IN_p(m_p = 2) = \frac{\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}}{C_p IV_{C_p} \pi (\beta IV_{\beta} \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma})^2} \quad (3.77)$$

- Walker Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_w = \frac{C_w IV_{C_w} (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_w IV_{m_w}}}{(1 - R IV_R)^{m_w IV_{m_w} (1-\gamma_w)}} (a IV_a)^{\frac{m_w IV_{m_w}}{2}} \quad (3.78)$$

$$IN_w(m_w \neq 2) = \frac{[(a_s IV_{a_s})^{1-\frac{m_w IV_{m_w}}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{1-\frac{m_w IV_{m_w}}{2}}] (1 - R IV_R)^{m_w IV_{m_w} (1-\gamma_w)}}{C_w IV_{C_w} \left(1 - \frac{m_w IV_{m_w}}{2}\right) (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_w IV_{m_w}}} \quad (3.79)$$

$$IN_w(m_w = 2) = \frac{(\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}) (1 - R IV_R)^{(2-2\gamma_w)}}{C_w IV_{C_w} \pi (\beta IV_{\beta} \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma})^2} \quad (3.80)$$

- Forman Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Ömrü Interval Uygulaması

$$I\left(\frac{da}{dN}\right)_f = \frac{C_f IV_{C_f} (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_f IV_{m_f}} (a IV_a)^{\frac{m_f IV_{m_f}}{2}}}{K_C IV_{K_C} (1 - R IV_R) - \sqrt{a IV_a \pi} \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta}} \quad (3.81)$$

$$IN_f(m_f \neq 2, 3) = \frac{\frac{2(1 - R IV_R) K_C IV_{K_C}}{(2 - m_f IV_{m_f})} \left[(a_s IV_{a_s})^{\frac{2-m_f IV_{m_f}}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{\frac{2-m_f IV_{m_f}}{2}} \right] - \frac{2\pi^{\frac{1}{2}} \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta}}{3 - m_f IV_{m_f}} \left[(a_s IV_{a_s})^{\frac{3-m_f IV_{m_f}}{2}} - (a_i IV_{a_i})^{\frac{3-m_f IV_{m_f}}{2}} \right]}{C_f IV_{C_f} (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{\pi})^{m_f IV_{m_f}}} \quad (3.82)$$

$$IN_f(m_f = 2) = \frac{\left[K_C IV_{K_C} (1 - R IV_R) \left(\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}} \right) - 2(\sqrt{a_s IV_{a_s} \pi} - \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi}) \Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta} \right]}{C_f IV_{C_f} \pi (\Delta\sigma IV_{\Delta\sigma} \beta IV_{\beta})^2} \quad (3.83)$$

$$IN_f(m_f = 3) = \frac{\left[2a_i IV_{a_i} (1 - RIV_R) (\sqrt{a_s IV_{a_s} \pi} - \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi}) K_C IV_{K_C} - a_i IV_{a_i} \pi \Delta \sigma IV_{\Delta \sigma} \beta IV_{\beta} (\ln \frac{a_s IV_{a_s}}{a_i IV_{a_i}}) \sqrt{a_i IV_{a_i} a_s IV_{a_s}} \right]}{C_f IV_{C_f} (\Delta \sigma IV_{\Delta \sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{a_i IV_{a_i} \pi})^3 \sqrt{a_s IV_{a_s} \pi}} \quad (3.84)$$

- NASGRO Yorulma Çatlak Büyüme Modeli Interval Uygulaması

$$I \left(\frac{da}{dN} \right)_n = C_n IV_{C_n} \left[\left(\frac{1-f}{1-RIV_R} \right) \Delta \sigma IV_{\Delta \sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_{a} \pi} \right]^{m_n IV_{m_n}} \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma IV_{\Delta \sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_{a} \pi}} \right)^{p_n IV_{p_n}}}{\left(1 - \frac{\Delta \sigma IV_{\Delta \sigma} \beta IV_{\beta} \sqrt{a IV_{a} \pi}}{(1-RIV_R) K_C IV_{K_C}} \right)^{q_n IV_{q_n}}} \quad (3.85)$$

Burada tüm belirsizlik kaynakları için ayrı ayrı ve birlikte olmak üzere interval analizi yoluyla belirsizlik uygulamasının denklemler üzerinde uygulanışı teorik olarak verilmiştir. Kalan yorulma ömrü çevrim sayısı denklemlerinde süreksizliğe yol açan m_i değerleri için ayırmak suretiyle integral çözümleri elde edilmiştir. Tanımsızlığa yol açan bu m değerleri Paris ve Walker modeli için 2, Forman modeli için ise 2 ve 3 olarak elde edilmiştir. Burada değinilmesi gereken özel bir durum söz konusudur, nominal sayılarla yapılan işlemlerde hangi denklemin seçileceği " m_i "ye göre belirlenebilirken, interval sayılı işlemlerde bu denli net belirlenemeyebilir. Eğer süreksizliğe yol açan " m_i " değeri, bu değer dışlandığı çözümde yerine konulursa tanımsızlık veya sonsuzluk elde edilir. Her ne kadar interval cebirinde yer alan temel işlemlerde interval sayının sınır değerlerinin kullanımı yeterli olsa da, eğer süreksizliği veren nominal m_i değeri, \mathbf{Im}_i interval sayı kümesinin kapsamı içerisine girmekteyse; teorik olarak bu değer vereceği sonsuzluk değeri sınır değerlerin vereceği sonlu sonuç değerlerini aşacak ve sonuç kümesi sonsuz geniş çıkacaktır. Ayrıca belirsizlik yüzdesi arttırıldıkça da \mathbf{Im}_p interval sayı kümesi bu tanımsızlık değerlerini kapsar hale gelebilir. Örnek vermek gerekirse Paris modeli için $m_p = 2$ değeri bu tarz bir süreksizlik noktasıdır. Şayet $m_p \neq 2$ değeri nominal olarak (3.5) denkleminde yerine konur ise $1/0 \cong \infty$ elde edilir. Bu nedenle integrasyon işleminden matematiksel olarak parçalı bir şekilde (3.6) eşitliği elde edilmektedir. Eşitlik (3.6) ise tek bir m_p değerini içermesi sebebiyle m_p 'nin bir interval sayı kümesi olarak alınacağı çözümlerde tek başına kullanımını uygun düşmemektedir. Eğer $\mathbf{Im}_p = [1.9, 2.2]$ gibi bünyesinde $m_p = 2$ nominal değerini barındıran bir interval sayısı işlemlerde kullanılacak ise (3.5)'den sonsuzluk elde edilmemesi için interval küme

tanımından bu değerin çıkarılması gerekmektedir. m_p Değerine 2'ye alttan çok yakın ve üstten çok yakın iki farklı değer verildiğinde elde edilen çevrim adeti hemen hemen aynı çıkmaktadır. Dolayısıyla eğer sınır değerin tam olarak bu süreksizlik değerlerine gelmesi gibi bir olasılıkta, interval sayının bu süreksizlik değerini kapsamayacağı şekilde ilgili sınıra çok küçük bir (örneğin milyonda bir) düzeltme terimi eklenebilir ve bu şekilde (3.5) denklemi kullanılabilir. Eğer Im_p interval sayısının sınır değerleri bu süreksizlik noktasından farklı ise, yapılan uygulama interval sayının sadece sınır değerleri kullanılarak interval aritmetiği başlığı altında verilen bağıntılar üzere yapılırsa bu problem ortaya çıkmaz. N ile m ilişkisine bağlı olarak interval sayı içerisindeki tanımsızlık değeri için (3.6) özel çözümü kullanılarak elde edilecek özel çözüm, Im_p 'nin sınır değerleri ile (3.5) denklemden elde edilecek çözüm kümesinin içerisinde kalabilmektedir. Bu nedenle üs değerinin Im_p olarak interval sayı alındığı aralık çözümde aralık içerisinde kalan tek bir özel m_i noktasına karşılık gelen çevrim sayısı aralığının hesaplanmasına gerek duyulmamaktadır. Sınır değerlerin $m_p = 2$ özel durumunu içerip içermediği ise teyit ettirilebilir. Bu tez kapsamında ilgili modellerle ilgili [99]'dan alınan üs değerleri, %10 belirsizlik uygulamasında dahi ilgili süreksizlik noktalarını içermediğinden Intlab uygulamasında bu tarz bir problem söz konusu olmamış olup, burada böyle bir problemin olması takdirinde yapılabilecek çözüm yöntemine değinilmiştir.

Uygulamalar matlab tabanlı çalışna IntLab araç kutusu ve bu kapsamda çalışan kodlar yardımıyla yürütülmektedir. Bu kapsamda IV_i çarpanları interval sayı olarak tanımlanarak parametrelerle çarpılabileceği gibi, parametreler direkt olarak var olan kodlar yardımıyla interval sayı formunda tanımlanabilmektedir.

3.3 INTerval LABoratory (INTlab) Araç Kutusu

Intlab; Prof. Dr. Siegfried Rump tarafından geliştirilen, matlab tabanlı çalışan ve interval aritmetiği işlemlerinin doğru, hassas, hızlı ve güvenilir bir şekilde hesaplanması amacıyla üretilmiş olan kullanımı kolay, interaktif bir araç kutusudur. Intlab araç kutusu herhangi bir hesap yöntemine aralık (interval) matematiğini dahil etmesi ile kesin sonucu kapsayan, güvenilir bir sonuç kümesinin elde edilmesini temel alır. Çok küçük veya çok büyük sayılarla ya da

irrasyonel sayılarla gerçekleştirilen işlemlerde sayıların makine sayısına çevrilirken gerçekleşen nümerik yuvarlama hatalarını dikkate almak, ele alınan varsayımların yol açacağı belirsizlikleri sisteme uygulamak, modelleme (yaklaşım) belirsizliklerini dikkate almak, eksik verilerin sahip olduğu belirsizlikleri dahil etmek, güvenilir hesap sonucu elde etmek adına tolerans değerlerini hesaba dahil etmek veya hesaptaki parametrelerin sahip olduğu parametrik belirsizlikleri dikkate almak gibi amaçlarla da kullanılabilir [100].

Interval analizinde sonuç kümesinin kapsam alanında kayıp meydana gelmemesi esastır. Bu hususta güvenilir sonuç aralığını elde etmek için Intlab tarafından yuvarlama hesabında interval sayıların alt sınır (infimum) değerleri aşağıya, üst sınır değerleri (supremum) ise yukarıya yuvarlatılmaktadır [46: 7]. Intlab üzerindeki “setround” komutu hariç tüm programlar “.m” dosyası şeklinde tanımlıdır [46: 7]. “setround” Komutu sayesinde Intlab tarafından IEEE 754 standardına göre 4 farklı yuvarlama seçeneğinden uygun olanı seçilir. Intlab, herhangi bir programlama diline uygulanabilir olan BLAS (Basic Linear Algebra Subprograms) programları esas alınarak tasarlanmış kütüphaneyi içermektedir. Ancak Intlab’ın sonraki sürümlerinde IMKL’nin (Intel Math Kernel Library) de uygulanması sağlatılmıştır. Intlabın bir diğer ayırt edici özelliği ise interval işlemlerinin kullanım kolaylığıdır [100].

Intlab kullanılarak altbaşlık 2.4.2.1’de tanımlanmış olan temel interval cebri işlemleri yapılabildiği gibi; interval sayıların kullanıldığı vektörel, tansörel, lineer veya nonlinear denklem sistemleri çözümü vb. işlemler de Matlab-Intlab kütüphanesinde yer alan kodların kullanımı vasıtasıyla gerçekleştirilebilmektedir. Ayrıca Intlab kullanılarak reel interval sayıları tanımlanabildiği gibi kompleks interval sayılar da tanımlanabilmekte ve kompleks aritmetik işlemleri gerçekleştirilebilmektedir. Intlab kullanılarak yapılan tüm işlemler sonucu elde edilen sonuçlar birer interval sayı olup, interval sayılar matlab üzerinde intval data tipi olarak geçmektedirler [46, 100].

Reel interval sayıları infimum ve supremum tanımlaması kullanılarak aşağıdaki kod ile bir x parametresine intval data tipi olarak tanıtılmaktadır.

$$X = \text{infsup}(x_{inf}, x^{sup}) \quad (3.82)$$

Burada referans olarak $[x_{inf}, x^{sup}]$ reel interval sayısı alınmıştır. X interval sayısının üst ve alt sınırları aşağıdaki iki kod yardımıyla nominal sayı olarak döndürülmektedir.

$$x_{inf} = \text{inf}(X) \quad (3.83)$$

$$x^{sup} = \text{sup}(X) \quad (3.84)$$

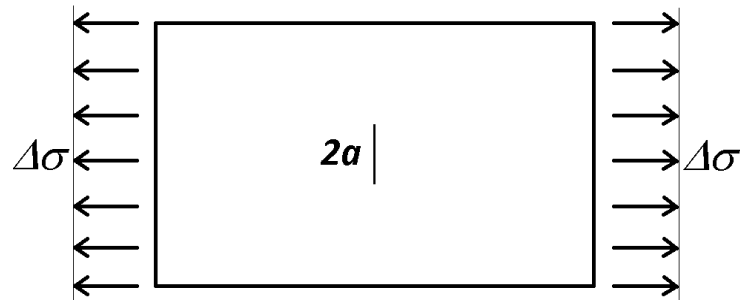
Intlab reel aritmetik için orta değer-yarıçap reel interval tanımlamasına da olanak sağlamaktadır. Aşağıdaki kod yardımıyla orta değer ve yarıçap tanımlaması kullanılarak da bir X parametresi, intval data tipi olarak tanımlanabilmektedir.

$$X = \text{midrad}(m, r) \quad (3.85)$$

Burada referans olarak $\langle m, r \rangle$ dairesel interval sayısı alınmıştır. Burada orta değer " m " ile yarıçap " r " için (2.7) ile (2.8) eşitlikleri geçerli olup, bu denklemler tanımlamalar arası geçişte kullanılabilir.

Bu tez çalışmasında Matlab üzerinde belirsizliğin dikkate alındığı çözüm kümelerini elde etmek için Intlab araç kutusu kullanılmış ve yorulmada ele alınan malzeme, yükleme ve geometri belirsizlik kaynaklarına dair parametrelere parametrik belirsizlik interval sayılarının kullanımı yoluyla uygulanmıştır. Bu hususta interval aritmetiği işlemlerinin yorulma çatlak büyüme ve kalan yorulma ömrü eşitliklerine uygulanması yoluyla yürütülen interval analizi hesap süreci, Intlab kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

3.4 Problemin Tanımlanması



Şekil 3.1 Yorulma Yüklemesine Tabi Tutulmuş Örnek İnce Levha Problemi

Örnek problem Şekil 3.1’de verilen karşılıklı iki kenarından çevrimsel yük ile yüklenmiş bir ince levha problemidir. Tek eksenli yorulma etkisinde, $2a$ uzunluğunda iç çatlaklı probleme ait malzeme olarak [99]’daki düşük karbonlu sıcak haddelenmiş 1005-1012 kompakt çekme örneği alınmıştır. Malzeme parametreleri ve ilgili diğer parametreler alınırken [99] kaynağındaki LSE metodu sonuçları kullanılmıştır. İnce levha için verilen yükleme altında incelenen yorulma kırılma modu açılma (Mod 1) modudur. Probleme dair parametrelerin değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.2 Malzeme, Yük ve Geometri Parametrelerinin Değerleri ve Birimleri [99]

Parametre	C_p	$m_{p,w}$	C_w	γ_w	C_f	m_f	C_n	p_n	q_n	m_n
Değer	2.13E-16	3.97	1.4E-16	0	5.25E-13	3.61	2.22E-13	1.22	1.17	3.05
Birim	$\frac{mm(MPa\sqrt{m})^{-m_p}}{\text{çevrim}}$	-	$\frac{mm(MPa\sqrt{m})^{-m_w}}{\text{çevrim}}$	-	$\frac{mm(MPa\sqrt{m})^{1-m_f}}{\text{çevrim}}$	-	$\frac{mm(MPa\sqrt{m})^{-m_n}}{\text{çevrim}}$	-	-	-
Parametre	K_C	f	ΔK_{th}	σ_{min}	σ_{max}	$\Delta\sigma$	R	β	$a_{hız}$	$a_i; a_s$
Değer	3648	0.30803	189	1.17	11.67	10.5	0.1	15	1.6	1.6; 16.6
Birim	$MPa\sqrt{mm}$	-	$MPa\sqrt{mm}$	MPa	MPa	MPa	-	-	mm	mm

Problemde σ_{min} ile σ_{max} değeri pozitif (çekme) gerilmesi olarak verilmiştir. Gerilme oranı pozitifdir. Böylece çevrimsel gerilmeler negatif değer almamakta olup, bu bir pozitif tekrarlı yükleme örneğidir. " K_{th} " Değeri [99]’da $210 MPa\sqrt{mm}$ olarak alınmaktadır. Eşik gerilme şiddet faktör aralığı ΔK_{th} , $R = 0.1$ için (2.63) denklemi kullanılarak, $189 MPa\sqrt{mm}$ olarak elde edilmiştir. Ayrıca [99]’da γ_w değerinin 0 alınmış olduğu teyit edilmiştir. " β " Değeri ise [99]’da çatlak uzunluğuna bağlı bir fonksiyon olarak tanımlanmaktadır. Bu nedenle şekil faktörüne yaklaşık bir sabit değer atanmıştır. Çatlak büyüme anlık hız değeri " $a_{hız}$ " için güncel hız olarak başlangıç çatlak hızı değeri dikkate alınmıştır. Böylece hesaplanan çatlak büyüme hızları başlangıç çatlak büyüme hız değerleri olmaktadır. (2.77)’Den kırılma anı için kritik çatlak uzunluğu hesaplandığı takdirde yaklaşık 14 cm gibi büyük bir değer olduğu tespit edilir.

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_C}{\sigma_{max} \beta} \right)^2 = \frac{3648^2}{\pi 11,67^2 15^2} = 138,32mm \quad (3.86)$$

Elde edilen sonuç ile hesapta kullanılan son çatlak uzunluğu için $16.6mm = a_s \leq a_c = 138.32mm$ eşitsizliği sağlandığından dolayı ilgili son çatlak uzunluğuna kadarki çevrim adeti hesabı anlamlı ve güvenlidir, hesabı yapılacak olan " a_s " son çatlak uzunluğuna kadar çatlak büyümesinde kırılma sebepli herhangi bir sekte meydana gelmeyecektir.

Tablo 3.2'ye göre kalan çevrim sayısı denklemlerinde kullanılacak üs parametresi değerlerinin %10 (en büyük) belirsizlik için Im_i interval sayıları Paris, Walker, Forman modelleri için (3.40) eşitliğinden sırasıyla [3.573, 4.3671] (paris ile walker aynı) ile [3.2489, 3.9711] olarak elde edilmektedir. Burada Im_i değerlerinin ilgili modellerin tanımsızlık noktalarını içermiyor olduğu görülmektedir. Eğer kapsıyor olsalardı başlık 2.4.2'de verilen interval cebri kuralları sebebiyle sadece interval sayılarının sınır değerlerinin kullanımı sebebiyle bu durum yine bir problem teşkil etmemelidir. Ancak bu durumda IntLab, interval sayısının içerisindeki tanımsızlığı meydana getiren ilgili tek çözümü de hatalı bir şekilde dikkate alabilmektedir. Bu duruma başlık 3.2'de değinilmiş olup, kodlamada bağımlı çözüme benzer şekilde, tanımsızlığı meydana getiren değer kullanılması yerine, üs parametresinin interval sınır değerlerinin yöntemle uygulanması şeklinde yol izlenerek bu durumun üstesinden gelinebilmektedir.

Şekil 3.1'de verilen problem; Paris, Walker, Forman ve NASGRO modeli için uygulanmıştır. Önce interval olmayan (nominal) sonuçlar elde edilmiş, daha sonra interval analizi uygulaması gerçekleştirilmiştir. Hesaplarda belirsizlik yüzdesi 0'dan başlamak üzere %10'a kadar %1 artımlarla dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar vektörler halinde depolanmıştır. Daha sonra her bir modelin çatlak büyüme ve kalan yorulma ömrü değerleri için bu vektörler sırasıyla malzeme, yük, geometri ve tüm belirsizlikler birarada olmak üzere 4 adet sütunda yan yana getirilerek modele dair çözüm matrisleri elde edilmiştir. Belirsizlikteki artışın çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrünü nasıl etkilediğini gözlemlemek ve model ile belirsizlik kaynağı bazında karşılaştırma yapmak için

belirsizlik yüzdesi-çatlak büyüme hızı intervali ile belirsizlik yüzdesi-kalan yorulma ömrü diyagramları çizdirilmiş, %10 belirsizlik yüzdesi için interval aralıkları hesaplanmıştır.

3.5 Nümerik Çıktılar ve Diyagramlar

Tablo 3.2’de verilen parametrelerle ve Şekil 3.2’de verilen levha problemi için, özgün üretilen Matlab kodları ile ilk olarak belirsizliğin uygulamasının yapılmadığı çözüm sonuçları elde edilmiştir. Elde edilen nominal çözüm sonuçları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3.3 Probleme İlişkin Nominal Çözüm Sonuçları

Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, da/dN (mm/Çevrim)				Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, N (Çevrim)			
Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO Modeli	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO MODELİ
2.777×10^{-6}	2.773×10^{-6}	2.826×10^{-7}	2.637×10^{-6}	526508	527229	5539968	566256

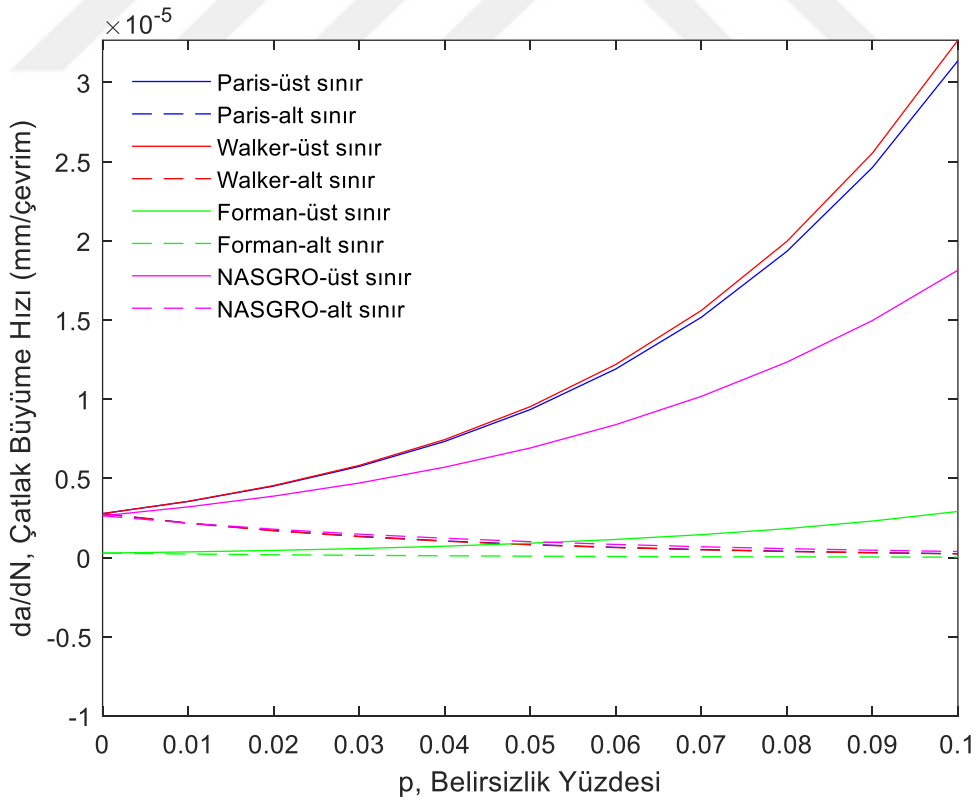
Burada görüldüğü üzere Paris, Walker ve NASGRO deterministik sonuçları birbirine oldukça yakın bir şekilde elde edilmiştirler. Her ne kadar bu çalışmada NASGRO modeli için kapalı formda genel yorulma ömrü eşitliği elde edilememiş olursa da, (2.75) denkleminde parametrelerin probleme özgü değerlerini yerine koyarak Matlab editörü üzerinde ‘integral’ komutu yardımıyla belirli integrasyon sonucu elde edilebilmiştir. Bu kod, ‘intval’ veri tipi ile tanımlanmış interval sayı parametreleriyle denendiğinde hata vermektedir. Dolayısıyla NASGRO modeli için belirsizliğin uygulamasının yapıldığı yorulma ömrü eşitliği elde edilmemiştir.

Aşağıdaki alt başlıklarda Paris, Walker, Forman ve Nasgro Modelleri için interval analizinin uygulandığı her bir belirsizlik yüzdesi için çatlak büyüme hızı ve Paris, Walker ile Forman Modelleri için interval analizinin uygulandığı her bir belirsizlik yüzdesi için kalan yorulma ömrü çevrim sayısı sonuçları tablolar ve diyagramlar halinde verilmiştir. Tüm tablolar matlab üzerinde elde edilmiş çözüm matrislerinden oluşturulmuştur. Diyagramlar ise elde edilen sonuç matrisleri kullanılarak Matlab üzerinde çizdirilmiştir.

3.5.1 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Sonuç Tabloları ve Diyagramlar

Tablo 3.4 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ (mm/çevrim) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği.

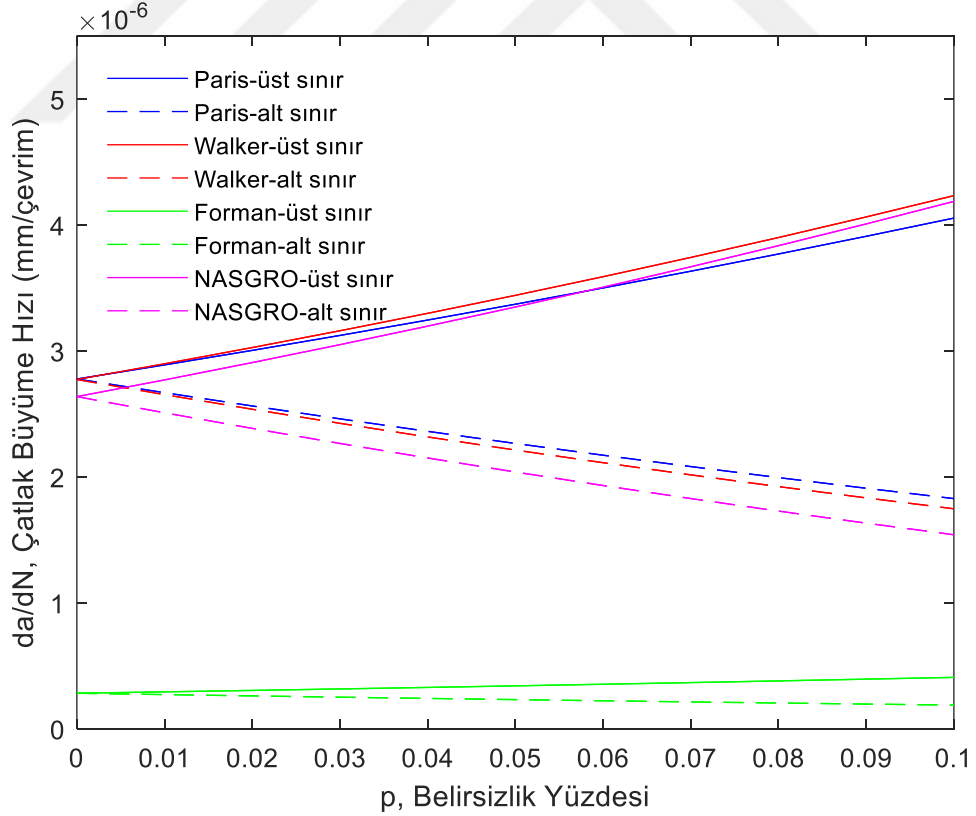
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO Modeli
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[0.282, 0.283]	[2.63, 2.64]
0.01	[2.17, 3.55]	[2.16, 3.56]	[0.223, 0.357]	[2.17, 3.20]
0.02	[1.70, 4.52]	[1.69, 4.55]	[0.177, 0.451]	[1.79, 3.88]
0.03	[1.33, 5.76]	[1.32, 5.82]	[0.140, 0.569]	[1.47, 4.71]
0.04	[1.05, 7.34]	[1.03, 7.45]	[0.111, 0.718]	[1.21, 5.71]
0.05	[0.82, 9.35]	[0.80, 9.53]	[0.088, 0.907]	[1.00, 6.92]
0.06	[0.64, 11.91]	[0.62, 12.20]	[0.069, 1.145]	[0.82, 8.40]
0.07	[0.50, 15.18]	[0.49, 15.61]	[0.055, 1.446]	[0.68, 10.18]
0.08	[0.39, 19.34]	[0.38, 19.97]	[0.043, 1.826]	[0.56, 12.34]
0.09	[0.31, 24.63]	[0.29, 25.54]	[0.034, 2.305]	[0.46, 14.97]
0.10	[0.24, 31.38]	[0.23, 32.67]	[0.027, 2.912]	[0.38, 18.15]



Şekil 3.2 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - da/dN Diyagramı, Malzeme Belirsizliği.

Tablo 3. 5 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ (mm/çevrim) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Yük Belirsizliği.

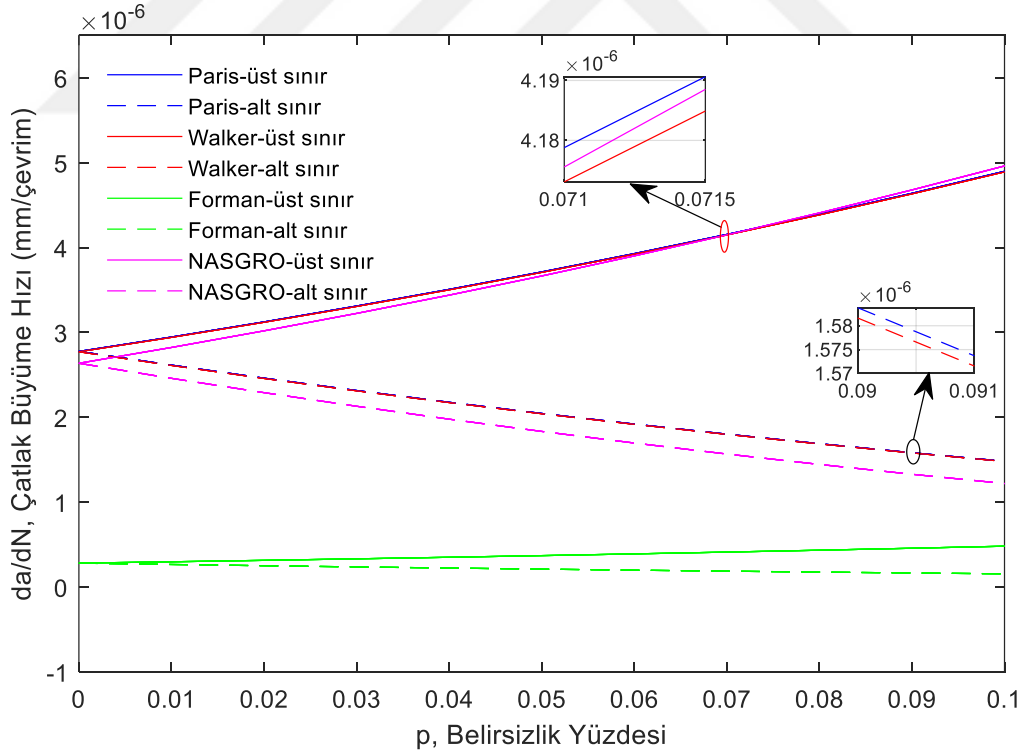
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO Modeli
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[0.282, 0.283]	[2.63, 2.64]
0.01	[2.66, 2.89]	[2.65, 2.90]	[0.271, 0.294]	[2.50, 2.78]
0.02	[2.56, 3.01]	[2.53, 3.03]	[0.261, 0.306]	[2.38, 2.91]
0.03	[2.46, 3.13]	[2.42, 3.17]	[0.251, 0.317]	[2.26, 3.05]
0.04	[2.36, 3.25]	[2.31, 3.30]	[0.241, 0.329]	[2.15, 3.20]
0.05	[2.26, 3.38]	[2.21, 3.45]	[0.232, 0.342]	[2.03, 3.35]
0.06	[2.17, 3.51]	[2.11, 3.59]	[0.222, 0.355]	[1.93, 3.51]
0.07	[2.08, 3.64]	[2.01, 3.75]	[0.213, 0.368]	[1.82, 3.67]
0.08	[1.99, 3.77]	[1.92, 3.91]	[0.205, 0.381]	[1.72, 3.84]
0.09	[1.90, 3.92]	[1.83, 4.07]	[0.196, 0.395]	[1.63, 4.01]
0.10	[1.82, 4.06]	[1.74, 4.24]	[0.188, 0.409]	[1.54, 4.19]



Şekil 3.3 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - Ida/dN Diyagramı, Yük Belirsizliği.

Tablo 3.6 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ ($mm/çevrim$) $\times 10^{-6}$ Interval Sonuçları, Geometri Belirsizliği.

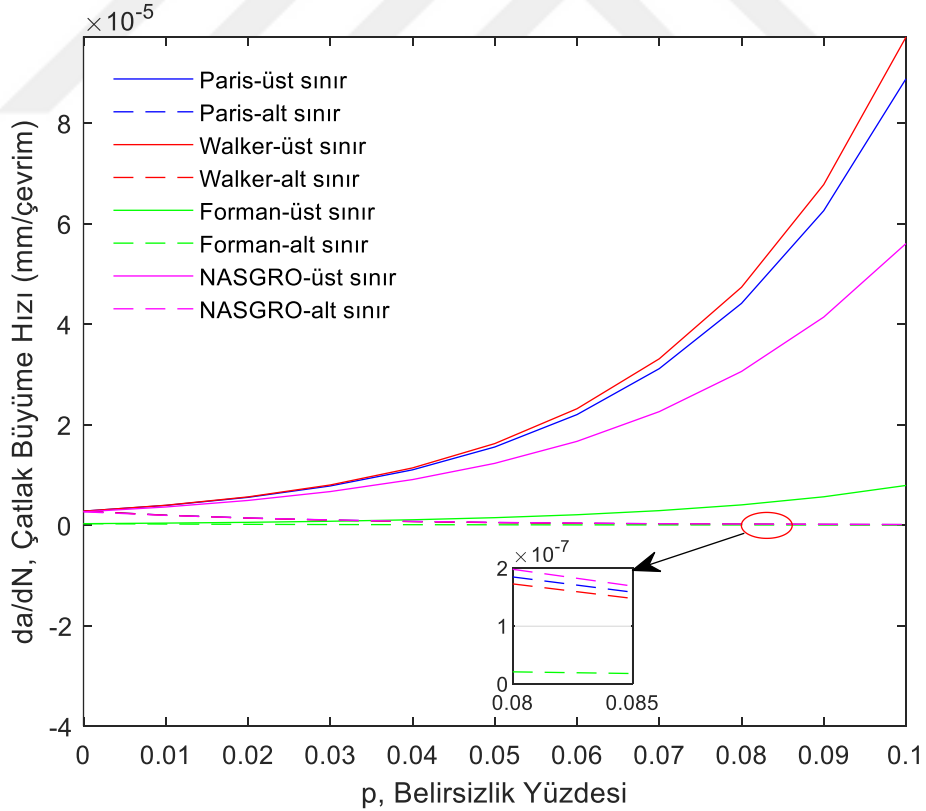
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO Modeli
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[0.282, 0.283]	[2.63, 2.64]
0.01	[2.61, 2.95]	[2.61, 2.95]	[0.267, 0.299]	[2.45, 2.83]
0.02	[2.46, 3.13]	[2.45, 3.13]	[0.251, 0.316]	[2.29, 3.02]
0.03	[2.31, 3.32]	[2.31, 3.31]	[0.238, 0.334]	[2.13, 3.23]
0.04	[2.17, 3.51]	[2.17, 3.51]	[0.224, 0.353]	[1.97, 3.45]
0.05	[2.04, 3.72]	[2.04, 3.71]	[0.212, 0.372]	[1.83, 3.67]
0.06	[1.92, 3.93]	[1.91, 3.93]	[0.200, 0.392]	[1.69, 3.91]
0.07	[1.80, 4.16]	[1.80, 4.15]	[0.188, 0.414]	[1.56, 4.15]
0.08	[1.69, 4.40]	[1.68, 4.39]	[0.177, 0.436]	[1.44, 4.41]
0.09	[1.58, 4.64]	[1.58, 4.64]	[0.166, 0.459]	[1.32, 4.68]
0.10	[1.48, 4.90]	[1.48, 4.90]	[0.156, 0.483]	[1.22, 4.97]



Şekil 3.4 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - da/dN Diyagramı, Geometri Belirsizliği.

Tablo 3.7 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)$ (mm/çevrim) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

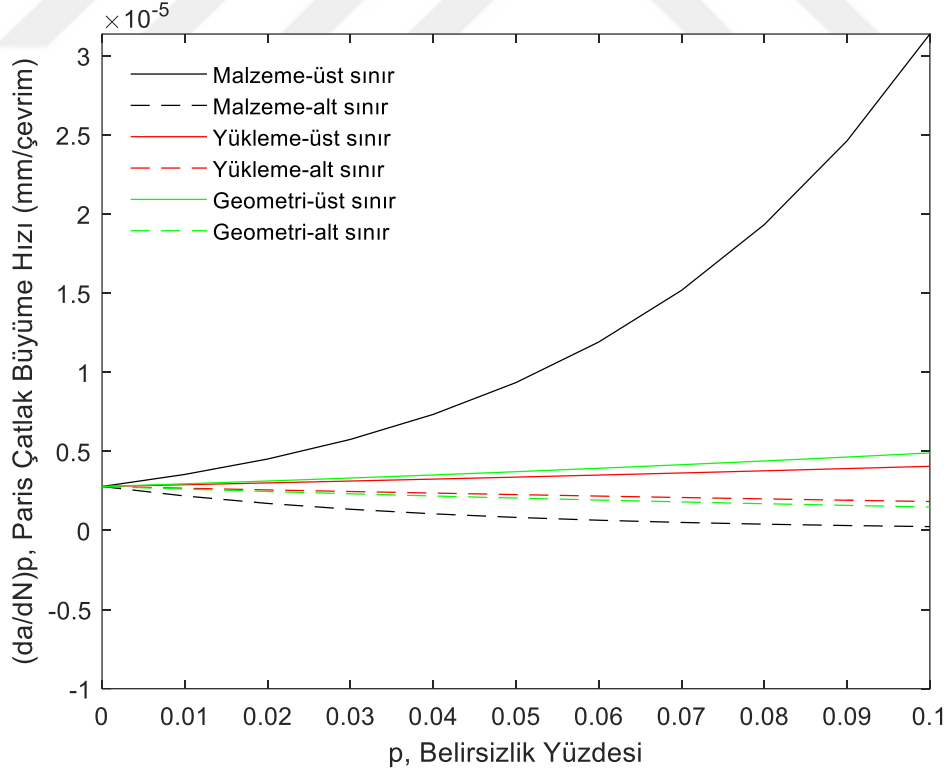
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli	NASGRO Modeli
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[0.282, 0.283]	[2.63, 2.64]
0.01	[1.97, 3.92]	[1.95, 3.95]	[0.203, 0.393]	[1.92, 3.60]
0.02	[1.40, 5.52]	[1.37, 5.61]	[0.147, 0.546]	[1.40, 4.90]
0.03	[0.99, 7.79]	[0.97, 7.98]	[0.106, 0.759]	[1.02, 6.67]
0.04	[0.71, 11.00]	[0.68, 11.37]	[0.076, 1.057]	[0.74, 9.06]
0.05	[0.50, 15.54]	[0.48, 16.22]	[0.055, 1.474]	[0.53, 12.29]
0.06	[0.36, 21.99]	[0.34, 23.16]	[0.040, 2.056]	[0.38, 16.66]
0.07	[0.25, 31.13]	[0.24, 33.09]	[0.029, 2.873]	[0.27, 22.58]
0.08	[0.18, 44.11]	[0.17, 47.33]	[0.021, 4.018]	[0.19, 30.57]
0.09	[0.13, 62.56]	[0.12, 67.76]	[0.015, 5.626]	[0.14, 41.39]
0.10	[0.09, 88.81]	[0.08, 97.10]	[0.011, 7.887]	[0.09, 56.02]



Şekil 3.5 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Yorulma Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - da/dN Diyagramı, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

Tablo 3.8 Paris Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_p$ (mm/çevrim) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

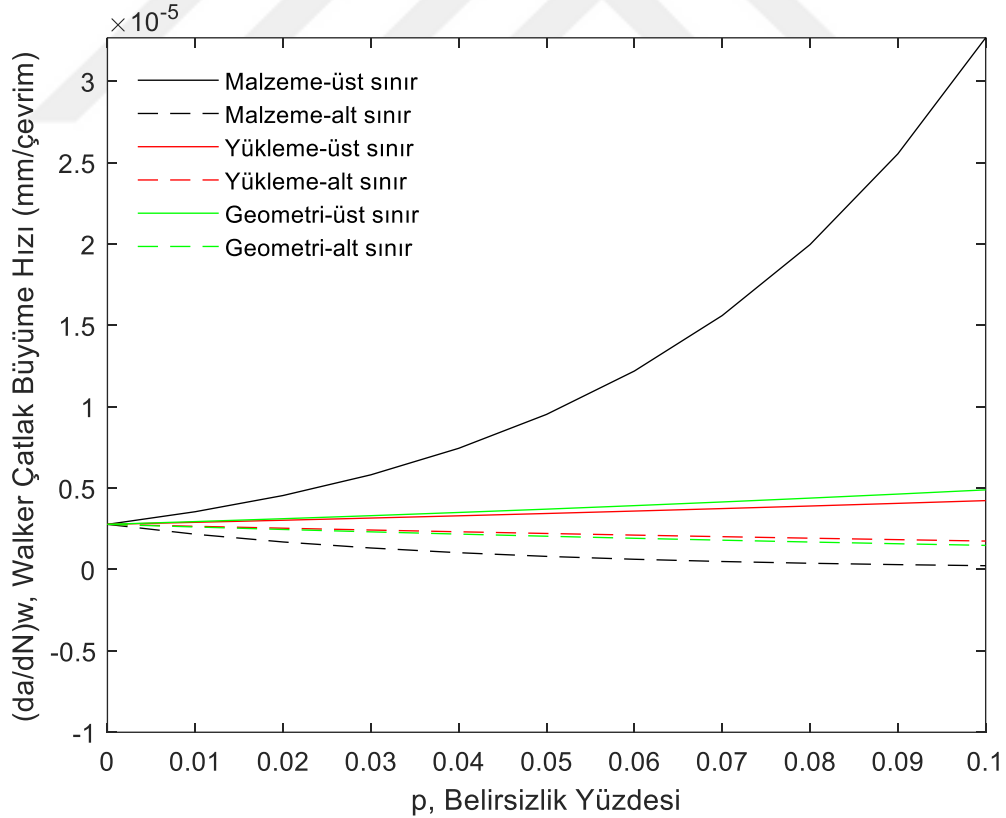
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]
0.01	[2.17, 3.55]	[2.66, 2.89]	[2.61, 2.95]	[1.97, 3.92]
0.02	[1.70, 4.52]	[2.56, 3.01]	[2.46, 3.13]	[1.40, 5.52]
0.03	[1.33, 5.76]	[2.46, 3.13]	[2.31, 3.32]	[0.99, 7.79]
0.04	[1.05, 7.34]	[2.36, 3.25]	[2.17, 3.51]	[0.71, 11.00]
0.05	[0.82, 9.35]	[2.26, 3.38]	[2.04, 3.72]	[0.50, 15.54]
0.06	[0.64, 11.91]	[2.17, 3.51]	[1.92, 3.93]	[0.36, 21.99]
0.07	[0.50, 15.18]	[2.08, 3.64]	[1.80, 4.16]	[0.25, 31.13]
0.08	[0.39, 19.34]	[1.99, 3.77]	[1.69, 4.40]	[0.18, 44.11]
0.09	[0.31, 24.63]	[1.90, 3.92]	[1.58, 4.64]	[0.13, 62.56]
0.10	[0.24, 31.38]	[1.82, 4.06]	[1.48, 4.90]	[0.09, 88.81]



Şekil 3.6 Paris Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, $p-I(da/dN)_p$ diyagramı.

Tablo 3.9 Walker Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_w$ (mm/çevrim) x 10^{-6} Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

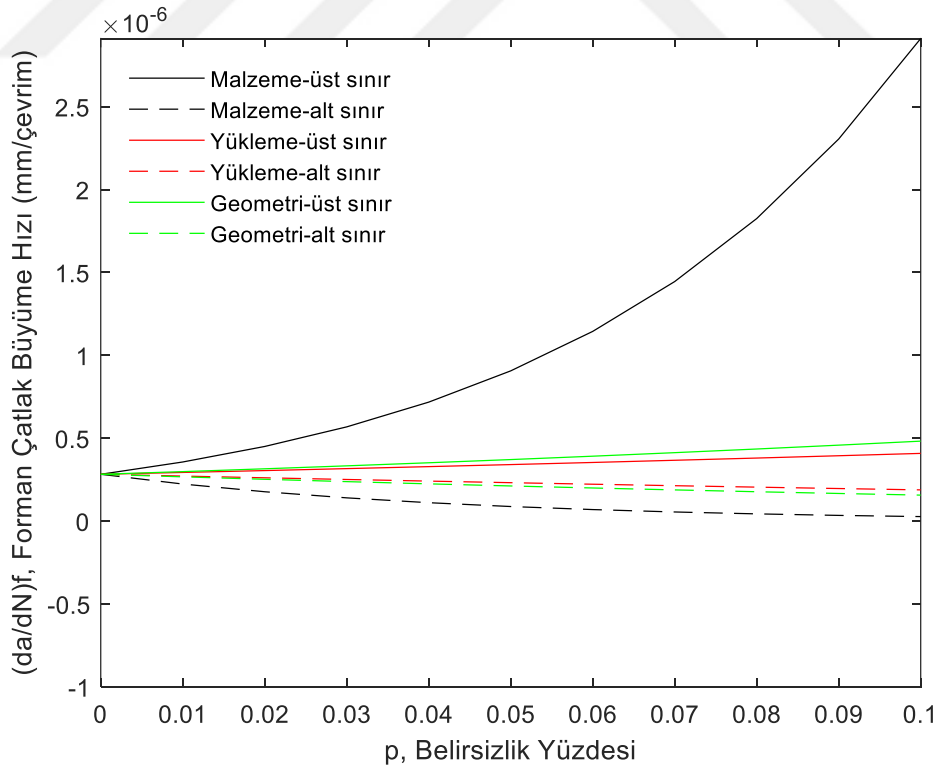
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği
0.00	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]	[2.77, 2.78]
0.01	[2.16, 3.56]	[2.65, 2.90]	[2.61, 2.95]	[1.95, 3.95]
0.02	[1.69, 4.55]	[2.53, 3.03]	[2.45, 3.13]	[1.37, 5.61]
0.03	[1.32, 5.82]	[2.42, 3.17]	[2.31, 3.31]	[0.97, 7.98]
0.04	[1.03, 7.45]	[2.31, 3.30]	[2.17, 3.51]	[0.68, 11.37]
0.05	[0.80, 9.53]	[2.21, 3.45]	[2.04, 3.71]	[0.48, 16.22]
0.06	[0.62, 12.20]	[2.11, 3.59]	[1.91, 3.93]	[0.34, 23.16]
0.07	[0.49, 15.61]	[2.01, 3.75]	[1.80, 4.15]	[0.24, 33.09]
0.08	[0.38, 19.97]	[1.92, 3.91]	[1.68, 4.39]	[0.17, 47.33]
0.09	[0.29, 25.54]	[1.83, 4.07]	[1.58, 4.64]	[0.12, 67.76]
0.10	[0.23, 32.67]	[1.74, 4.24]	[1.48, 4.90]	[0.08, 97.10]



Şekil 3.7 Walker Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, $p-I(da/dN)_w$ diyagramı.

Tablo 3.10 Forman Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_f$
($mm/çevrim$) $\times 10^{-6}$ Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği,
Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

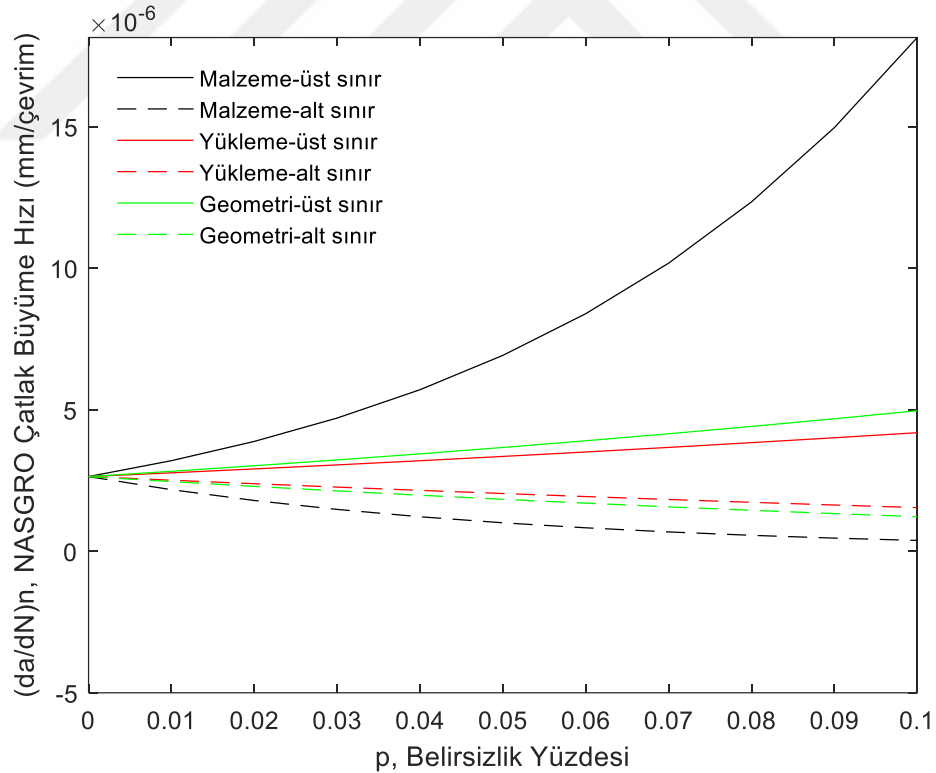
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği
0.00	[0.282, 0.283]	[0.282, 0.283]	[0.282, 0.283]	[0.282, 0.283]
0.01	[0.223, 0.357]	[0.271, 0.294]	[0.267, 0.299]	[0.203, 0.393]
0.02	[0.177, 0.451]	[0.261, 0.306]	[0.251, 0.316]	[0.147, 0.546]
0.03	[0.140, 0.569]	[0.251, 0.317]	[0.238, 0.334]	[0.106, 0.759]
0.04	[0.111, 0.718]	[0.241, 0.329]	[0.224, 0.353]	[0.076, 1.057]
0.05	[0.088, 0.907]	[0.232, 0.342]	[0.212, 0.372]	[0.055, 1.474]
0.06	[0.069, 1.145]	[0.222, 0.355]	[0.200, 0.392]	[0.040, 2.056]
0.07	[0.055, 1.446]	[0.213, 0.368]	[0.188, 0.414]	[0.029, 2.873]
0.08	[0.043, 1.826]	[0.205, 0.381]	[0.177, 0.436]	[0.021, 4.018]
0.09	[0.034, 2.305]	[0.196, 0.395]	[0.166, 0.459]	[0.015, 5.626]
0.10	[0.027, 2.912]	[0.188, 0.409]	[0.156, 0.483]	[0.011, 7.887]



Şekil 3.8 Forman Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, $p-I(da/dN)_f$ diyagramı.

Tablo 3. 11 NASGRO Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı, $I(da/dN)_n$
($mm/çevrim$) $\times 10^{-6}$ Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği
Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği
0.00	[2.63, 2.64]	[2.63, 2.64]	[2.63, 2.64]	[2.63, 2.64]
0.01	[2.17, 3.20]	[2.50, 2.78]	[2.45, 2.83]	[1.92, 3.60]
0.02	[1.79, 3.88]	[2.38, 2.91]	[2.29, 3.02]	[1.40, 4.90]
0.03	[1.47, 4.71]	[2.26, 3.05]	[2.13, 3.23]	[1.02, 6.67]
0.04	[1.21, 5.71]	[2.15, 3.20]	[1.97, 3.45]	[0.74, 9.06]
0.05	[1.00, 6.92]	[2.03, 3.35]	[1.83, 3.67]	[0.53, 12.29]
0.06	[0.82, 8.40]	[1.93, 3.51]	[1.69, 3.91]	[0.38, 16.66]
0.07	[0.68, 10.18]	[1.82, 3.67]	[1.56, 4.15]	[0.27, 22.58]
0.08	[0.56, 12.34]	[1.72, 3.84]	[1.44, 4.41]	[0.19, 30.57]
0.09	[0.46, 14.97]	[1.63, 4.01]	[1.32, 4.68]	[0.14, 41.39]
0.10	[0.38, 18.15]	[1.54, 4.19]	[1.22, 4.97]	[0.09, 56.02]



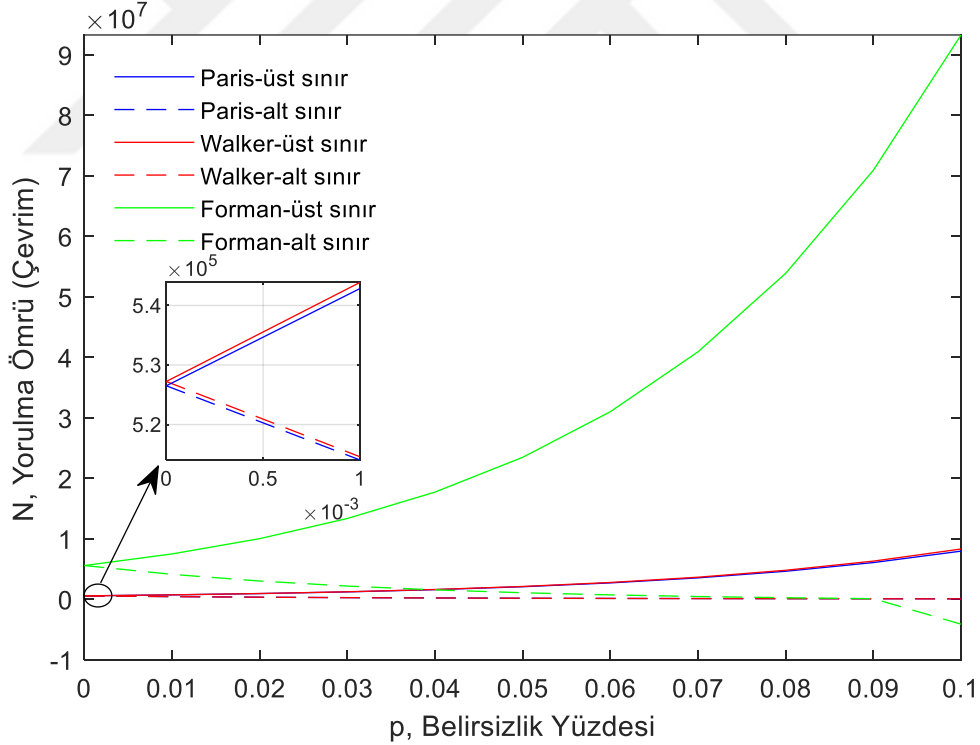
Şekil 3.9 NASGRO Modeli Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına göre dağılımı, $p-I(da/dN)_n$ diyagramı.

Aşağıda 3 belirsizlik kaynağı için Paris, Walker ve Forman modellerinden elde edilen kalan yorulma ömrü interval sonuçları tablolar halinde verilmiştir.

3.5.2 Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Sonuç Tabloları ve Diyagramlar

Tablo 3.12 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN (çevrim) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği.

p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli
0.00	[526508, 526509]	[527229, 527230]	[5539968, 5539969]
0.01	[401804, 689904]	[400675, 693745]	[4083114, 7461035]
0.02	[306613, 904046]	[304475, 912889]	[2979954, 9990952]
0.03	[233940, 1184772]	[231339, 1201376]	[2146015, 13319067]
0.04	[178454, 1552909]	[175733, 1581272]	[1516709, 17693354]
0.05	[136090, 2035854]	[133456, 2081727]	[1042623, 23438710]
0.06	[103745, 2669681]	[101312, 2741278]	[685917, 30981050]
0.07	[79052, 3501922]	[76876, 3610911]	[417547, 40879068]
0.08	[60203, 4595261]	[58302, 4758138]	[215112, 53866177]
0.09	[45820, 6032433]	[44187, 6272433]	[61156, 70905968]
0.10	[34846, 7922749]	[33464, 8272484]	[- ² , 93265662]

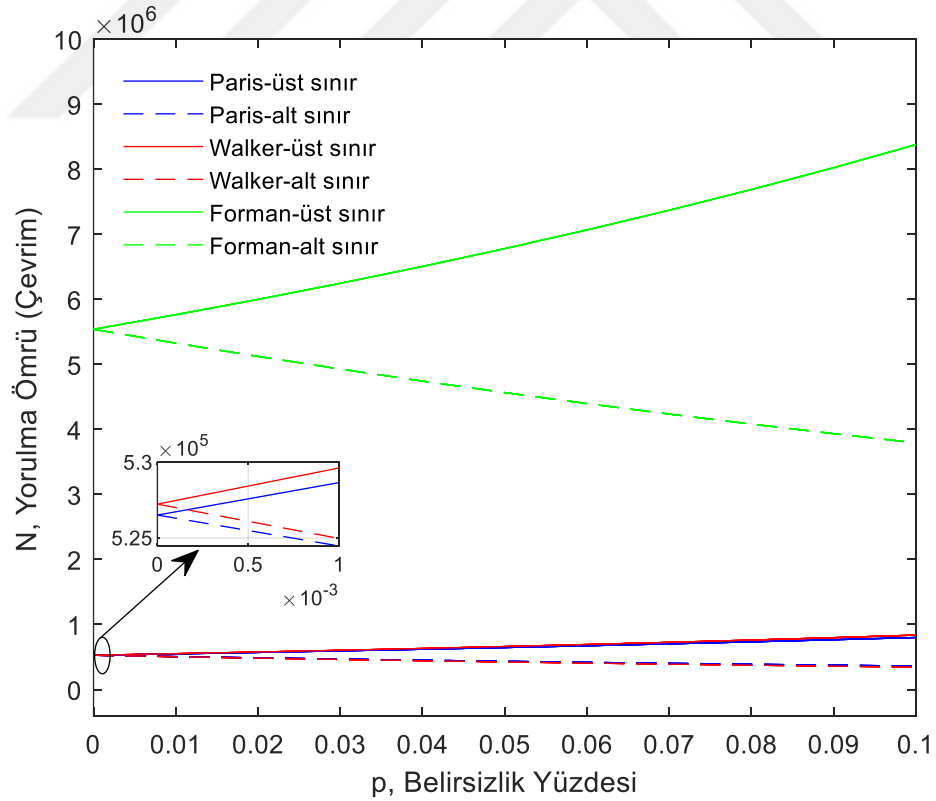


Şekil 3.10 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine göre dağılımı, p - IN diyagramı, Malzeme Belirsizliği.

² Normalde sıfırın altına inmemesi gereken çevrim sayısı yüksek belirsizlik yüzdesinde -4153E+3 gibi bir negatif değere geçmiştir. Forman Modelinin Malzeme Belirsizliği çözümündeki bu hatalı sapma için Bağımlı Çözüm Yapıldığında negatif ifade sıfırlanmaktadır. Şekil 3.17'de bu durum detaylandırılmıştır.

Tablo 3.13 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, *IN* (çevrim) Interval Sonuçları, Yük Belirsizliği.

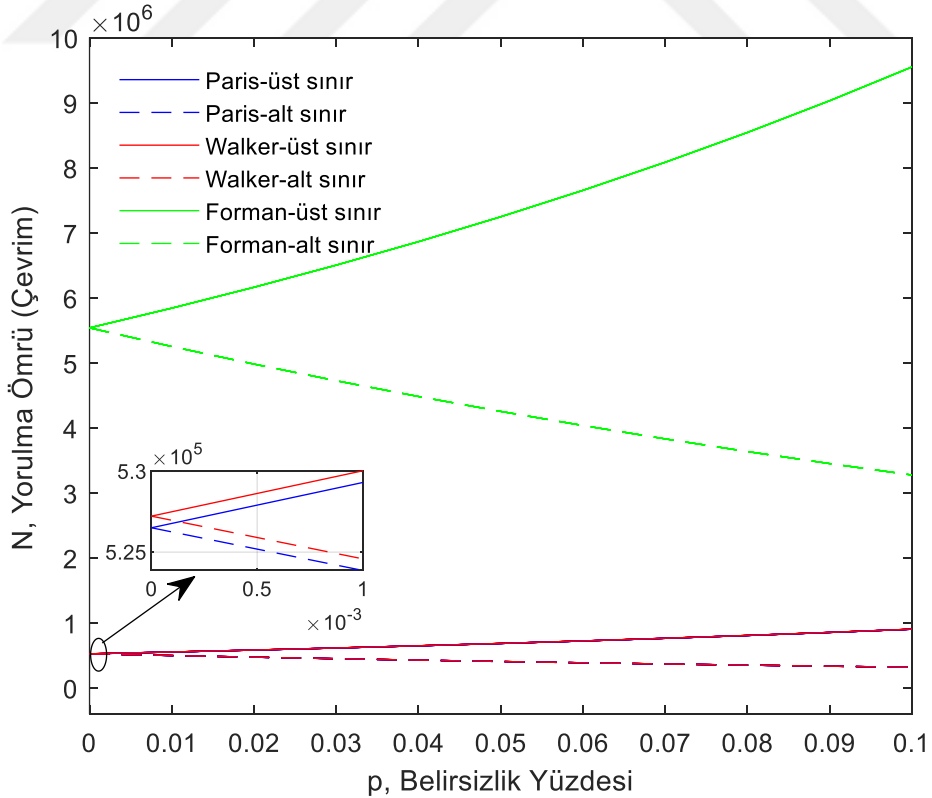
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli
0.00	[526508, 526509]	[527229, 527230]	[5539968, 5539969]
0.01	[506115, 547941]	[504576, 551112]	[5326332, 5764187]
0.02	[486701, 570477]	[483082, 576315]	[5122688, 5999620]
0.03	[468210, 594184]	[462678, 602912]	[4928482, 6246947]
0.04	[450591, 619140]	[443299, 631000]	[4743197, 6506891]
0.05	[433794, 645421]	[424886, 660677]	[4566347, 6780232]
0.06	[417773, 673113]	[407382, 692052]	[4397478, 7067802]
0.07	[402486, 702309]	[390736, 725238]	[4236164, 7370499]
0.08	[387893, 733108]	[374897, 760362]	[4082005, 7689283]
0.09	[373957, 765616]	[359822, 797556]	[3934625, 8025190]
0.10	[360641, 799950]	[345466, 836968]	[3793673, 8379332]



Şekil 3.11 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine göre dağılımı, *p-*IN** diyagramı, Yük Belirsizliği.

Tablo 3.14 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN (çevrim) Interval Sonuçları, Geometri Belirsizliği.

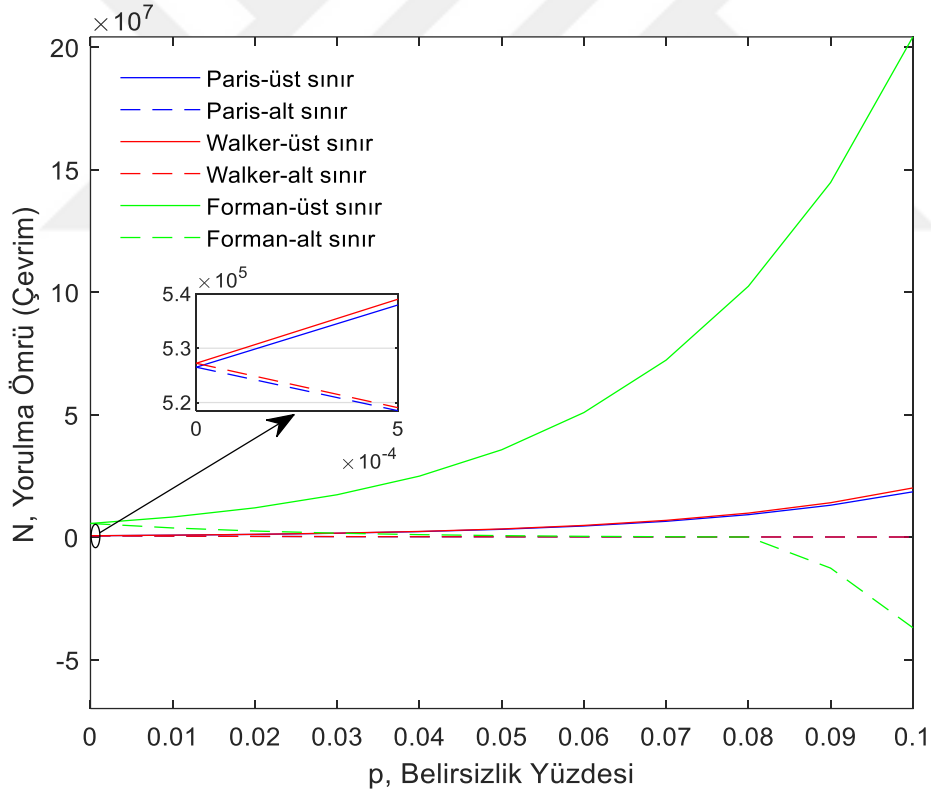
p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli
0.00	[526508, 526509]	[527229, 527230]	[5539968, 5539969]
0.01	[500073, 554590]	[500757, 555349]	[5253532, 5843186]
0.02	[475172, 584437]	[475823, 585237]	[4982810, 6164339]
0.03	[451703, 616180]	[452322, 617024]	[4726809, 6504671]
0.04	[429572, 649962]	[430160, 650852]	[4484606, 6865527]
0.05	[408689, 685935]	[409249, 686875]	[4255346, 7248358]
0.06	[388974, 724268]	[389507, 725260]	[4038231, 7654735]
0.07	[370352, 765142]	[370859, 766199]	[3832521, 8086359]
0.08	[352753, 808755]	[353236, 809862]	[3637524, 8545070]
0.09	[336111, 855322]	[336572, 856494]	[3452598, 9032867]
0.10	[320367, 905080]	[320806, 906320]	[3277142, 9551917]



Şekil 3.12 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, p - IN Diyagramı, Geometri Belirsizliği.

Tablo 3.15 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, *IN* (*çevrim*) Interval Sonuçları, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

p	Paris Modeli	Walker Modeli	Forman Modeli
0.00	[526508, 526509]	[527229, 527230]	[5539968, 5539969]
0.01	[366426, 755413]	[363771, 762941]	[3710932, 8166187]
0.02	[254614, 1082342]	[250571, 1102408]	[2443579, 11920786]
0.03	[176622, 1548749]	[172290, 1590709]	[1570733, 17268845]
0.04	[122297, 2213444]	[118238, 2292288]	[973941, 24862599]
0.05	[84515, 3159784]	[80977, 3299921]	[569446, 35615684]
0.06	[58281, 4505845]	[55335, 4742844]	[298153, 50806633]
0.07	[40098, 6418770]	[37722, 6810598]	[118455, 72223068]
0.08	[27517, 9135017]	[25647, 9769531]	[1103, 102362604]
0.09	[18831, 12988917]	[17388, 14000007]	[- ³ , 144712771]
0.10	[12848, 18452943]	[11751, 20043433]	[- ³ , 204141111]

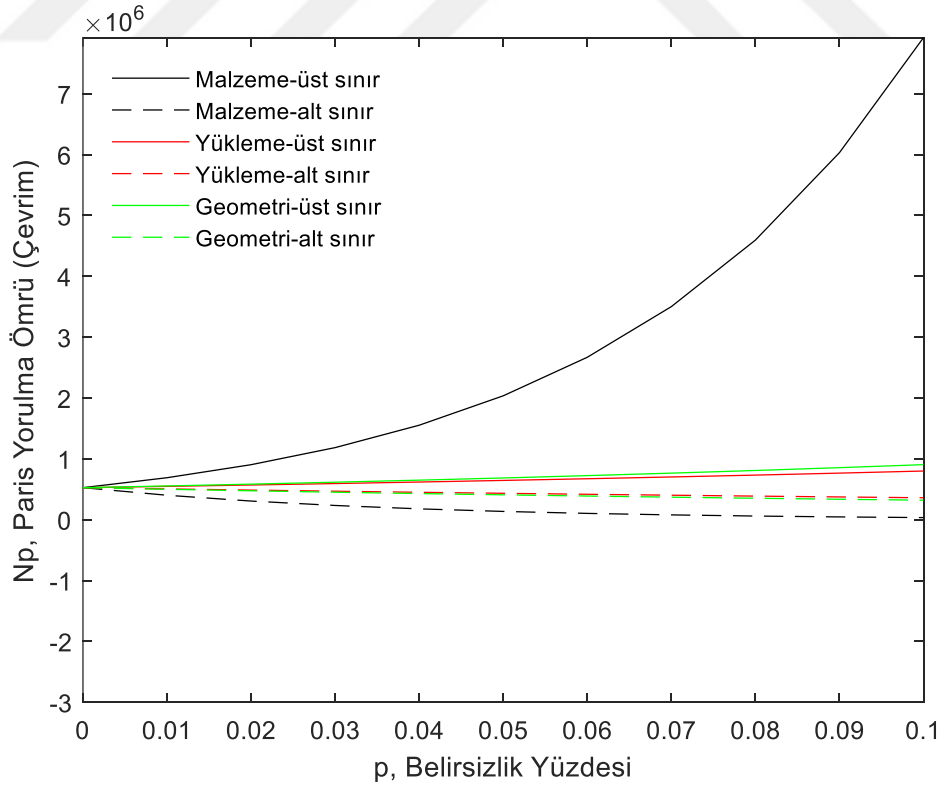


Şekil 3.13 Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Çatlak Büyüme Modellerine Göre Dağılımı, *p-IN* Diyagramı, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

³ Burada da Forman Modelinde yüksek belirsizlik yüzdesi değerlerinde sırasıyla -12.6E+5 ile -37E+5 hatalı çevrim değerleri elde edilmiştir. Bağımlı çözüm yapıldığında bu problem yine çözülmektedir. Negatif değer bağımlı çözümde mevcut olmadığı %50 belirsizlik yüzdesine çıkarılarak teyit Forman modelinin Malzeme+Yük+Geometri belirsizlik çözümü için Şekil 3.17'de kontrol edilmiştir.

Tablo 3.16 Paris Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_p (çevrim) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

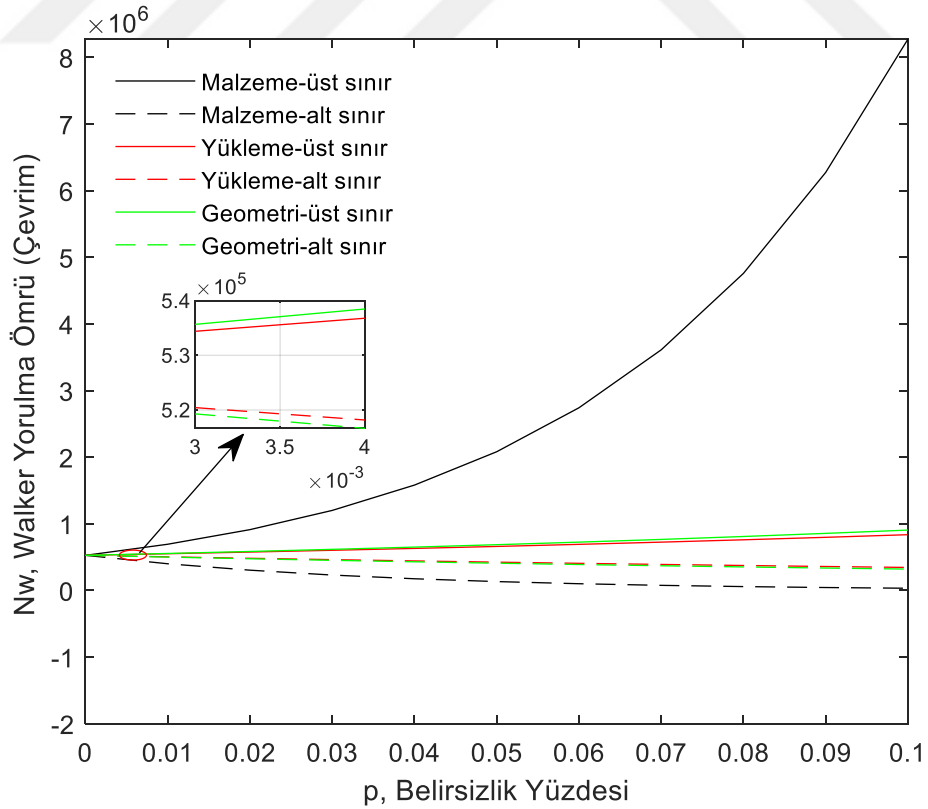
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme + Yük + Geometri Belirsizliği
0.00	[526508, 526509]	[526508, 526509]	[526508, 526509]	[526508, 526509]
0.01	[401804, 689904]	[506115, 547941]	[500073, 554590]	[366426, 755413]
0.02	[306613, 904046]	[486701, 570477]	[475172, 584437]	[254614, 1082342]
0.03	[233940, 1184772]	[468210, 594184]	[451703, 616180]	[176622, 1548749]
0.04	[178454, 1552909]	[450591, 619140]	[429572, 649962]	[122297, 2213444]
0.05	[136090, 2035854]	[433794, 645421]	[408689, 685935]	[84515, 3159784]
0.06	[103745, 2669681]	[417773, 673113]	[388974, 724268]	[58281, 4505845]
0.07	[79052, 3501922]	[402486, 702309]	[370352, 765142]	[40098, 6418770]
0.08	[60203, 4595261]	[387893, 733108]	[352753, 808755]	[27517, 9135017]
0.09	[45820, 6032433]	[373957, 765616]	[336111, 855322]	[18831, 12988917]
0.10	[34846, 7922749]	[360641, 799950]	[320367, 905080]	[12848, 18452943]



Şekil 3.14 Paris Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, $p-IN_p$ Diyagramı.

Tablo 3.17 Walker Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_w (çevrim) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

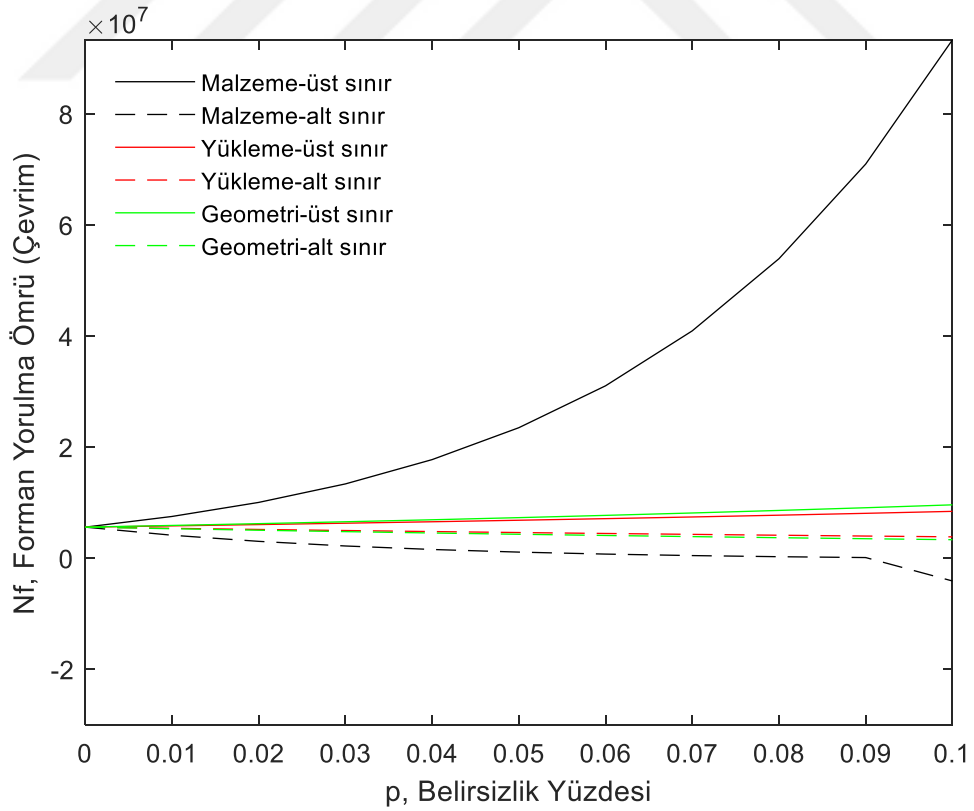
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme + Yük + Geometri Belirsizliği
0.00	[527229, 527230]	[527229, 527230]	[527229, 527230]	[527229, 527230]
0.01	[400675, 693745]	[504576, 551112]	[500757, 555349]	[363771, 762941]
0.02	[304475, 912889]	[483082, 576315]	[475823, 585237]	[250571, 1102408]
0.03	[231339, 1201376]	[462678, 602912]	[452322, 617024]	[172290, 1590709]
0.04	[175733, 1581272]	[443299, 631000]	[430160, 650852]	[118238, 2292288]
0.05	[133456, 2081727]	[424886, 660677]	[409249, 686875]	[80977, 3299921]
0.06	[101312, 2741278]	[407382, 692052]	[389507, 725260]	[55335, 4742844]
0.07	[76876, 3610911]	[390736, 725238]	[370859, 766199]	[37722, 6810598]
0.08	[58302, 4758138]	[374897, 760362]	[353236, 809862]	[25647, 9769531]
0.09	[44187, 6272433]	[359822, 797556]	[336572, 856494]	[17388, 14000007]
0.10	[33464, 8272484]	[345466, 836968]	[320806, 906320]	[11751, 20043433]



Şekil 3. 15 Walker Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, $p-IN_w$ Diyagramı.

Tablo 3.18 Forman Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü, IN_f (çevrim) Interval Sonuçları, Malzeme Belirsizliği, Yük Belirsizliği, Geometri Belirsizliği, Malzeme+Yük+Geometri Belirsizliği.

p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme + Yük + Geometri Belirsizliği
0.00	[5539968, 5539969]	[5539968, 5539969]	[5539968, 5539969]	[5539968, 5539969]
0.01	[4083114, 7461035]	[5326332, 5764187]	[5253532, 5843186]	[3710932, 8166187]
0.02	[2979954, 9990952]	[5122688, 5999620]	[4982810, 6164339]	[2443579, 11920786]
0.03	[2146015, 13319067]	[4928482, 6246947]	[4726809, 6504671]	[1570733, 17268845]
0.04	[1516709, 17693354]	[4743197, 6506891]	[4484606, 6865527]	[973941, 24862599]
0.05	[1042623, 23438710]	[4566347, 6780232]	[4255346, 7248358]	[569446, 35615684]
0.06	[685917, 30981050]	[4397478, 7067802]	[4038231, 7654735]	[298153, 50806633]
0.07	[417547, 40879068]	[4236164, 7370499]	[3832521, 8086359]	[118455, 72223068]
0.08	[215112, 53866177]	[4082005, 7689283]	[3637524, 8545070]	[1103, 102362604]
0.09	[61156, 70905968]	[3934625, 8025190]	[3452598, 9032867]	[- , 144712771]
0.10	[- , 93265662]	[3793673, 8379332]	[3277142, 9551917]	[- , 204141111]

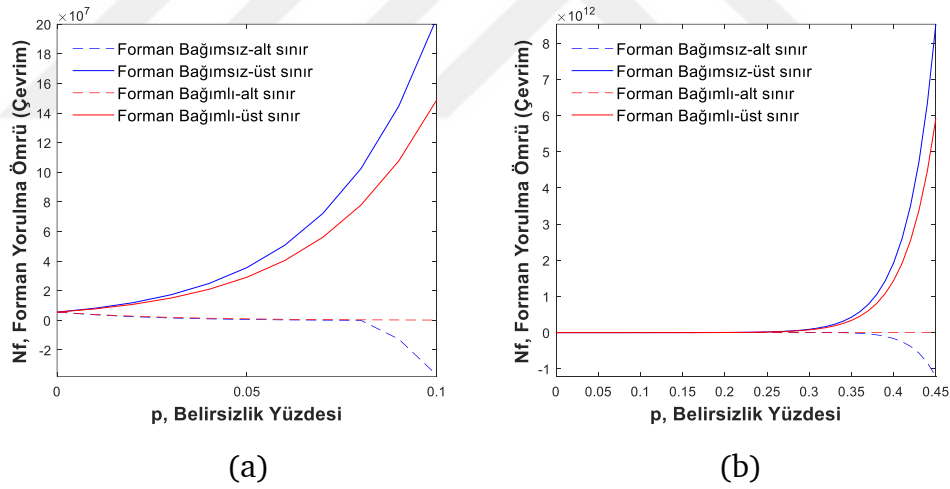


Şekil 3.16 Forman Modeli Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Interval Değerlerinin Belirsizlik Kaynaklarına Göre Dağılımı, p - IN_f Diyagramı.

Tablolardan görüldüğü üzere belirsizlik yüzdesi $p_i = 0$ için elde edilen değerler, Tablo 3.3 nominal çözüm sonuçları ile başlamaktadır. Alt sınır ile üst sınır arasındaki 1 değerindeki nümerik fark ise bilgi kaybının olmadığı, güvenilir sonuç kümesi için yürütülen yuvarlama prosedüründen gelmektedir.

Forman modelinden elde edilen kalan yorulma ömrü eşitliğinde birbiriyle çarpılan çok fazla malzeme parametresi bulunmaktadır. Bu durum bağımlılık probleminin etkisini güçlendirmektedir. Aralık açılmasının negatif değerlere geçecek kadar açılmasının sebebinin bağımlılık problemi olup olmadığını incelemek için Forman modelinin malzeme + yük + geometri belirsizliği yorulma ömrü eşitliğinin bağımlı çözümü de yapılmıştır.

Bağımlı çözümün daha yüksek belirsizliklerde dahi negatif değerlere geçmediğini ispatlamak adına $p = \%45$ için belirsizlik analiz yapılmış ve bağımlı çözümün negatife dönme hatasını vermediği teyit edilmiştir. $p = \%10$ ve $p = \%45$ için elde edilen diyagramlar Şekil 3.17’de verilmiştir.



Şekil 3. 17 Malzeme + Yük + Geometri Belirsizliği Forman Modeli Kalan Yorulma Ömrü p - N_f Diyagramları (a) %10 Belirsizlik Yüzdesi Sınırı (b) %45 Belirsizlik Yüzdesi Sınırı.

Şekil 3.17’den görüldüğü üzere bağımlı çözümün alt sınırı 0’ yakınsamaktadır. Bağımlı çözüm, bağımsız çözümün bir alt kümesi olarak elde ediliyor olsa dahi, yine de büyük belirsizlik düzeyinde elde edilen sonuçlar oldukça abartılı düzeyde elde edilmektedir. Forman modelinin malzeme + yük + geometri belirsizlikleri için yapılan çözümde bağımlı çözümdeki yorulma ömrü interval genişliği

1.4873×10^8 çevrim aralığında hesaplanmıştır. Bağımlı çözüm interval genişliğinin, bağımsız çözümdeki yorulma ömrü interval aralığına oranı % 61.68 olarak elde edilmektedir. Dolayısıyla bağımlı çözüm gerçekleştirilerek bağımsız çözümde yer alan geriye kalan % 38.32'lik aralık değerlerinden tasarruf edilmektedir.

3.5.3 Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Aralık Değerleri

Bir interval sayı hatırlanacağı üzere kesin sonucu üst ve alt sınırları içerisinde barındıran bir sayı kümesini temsil eder. Bu nedenle üst ve alt sınır aralığının küçük olması, kesin sonucun daha hassas bir aralıkta biliniyor olduğu anlamına gelmektedir. Şekil 3.2, Şekil 3.3 ve Şekil 3.4'de sırasıyla Malzeme, Yük ve Geometri belirsizlik kaynaklarındaki belirsizliklerin modellerden elde edilen çatlak büyüme hızı interval sonuçlarına etkisi görülmektedir. Burada Forman modeli görece dar interval sonuç açılımı göstermekteyken, Paris ile Walker birbirine yakın seyretmektedir. NASGRO modelinin ise malzeme belirsizliği dikkate alındığında Paris ve Walker modelinden daha kararlı sonuç dağılımı gösterdiği görülmektedir. Karşılaştırmalar interval genişlikleri hesaplanmak suretiyle daha nesnel ve daha kesine yakın bir şekilde gerçekleştirilebilmektedir.

Belirsizlik kaynaklarındaki belirsizliklerin çatlak büyüme modellerine etkileri ayrı ayrı incelenmek üzere Şekil 3.5, Şekil 3.6, Şekil 3.7 ve Şekil 3.8'de sonuçlar verilmiştir. Bu diyagramlara bakıldığında Paris, Walker, Forman ve NASGRO modellerinin aynı belirsizlik kaynağına interval değer açılımı bakımından benzer yanıtlar verdiği görülmektedir. Öyle ki 4 model için de en geniş çatlak büyüme hızı sonuç interval açılımından en dar olana sırasıyla malzeme belirsizliği, geometri belirsizliği ve yük belirsizliği olarak elde edilmiştir. Buna göre malzeme parametreleri interval sonuçlarını diğer belirsizlik kaynağı parametrelerine kıyasla daha çok etkilemektedir. Dolayısıyla çatlak büyüme modelleri kullanılırken en geniş açılıma sebep olan belirsizlik kaynağı parametrelerinin daha kesin alınması, daha hassas sonuç kümesi elde etmek açısından önem arz etmektedir. Buna karşıt olarak, yük belirsizliği parametrelerindeki belirsizliklerin ise diğerlerine kıyasla daha kararlı sonuç intervalleri ürettiği görülmektedir.

Şekil 3.9’de ise tüm çatlak büyüme modellerinin bütün belirsizlik kaynakları dikkate alınarak elde edildiği çatlak büyüme hızı interval sonuçlarının belirsizlik yüzdesince dağılımı görülmektedir. Buradan genel anlamda en dar (kararlı) sonuç değerlerinden en geniş (kararsız) doğru sırasıyla Walker, Paris, NASGRO ve Forman modellerinin ürettiği çatlak büyüme hızı interval sonuçları olduğu görülmektedir.

Aşağıda en yüksek belirsizlik değeri olan $p = \%10$ için interval aralığı değerleri tablo halinde verilmiştir. Interval aralığı hesabı için (2.5) bağıntısı kullanılmış olup, elde edilen tablo yukarıdaki diyagramların özeti niteliğindedir. Böylece çatlak büyüme hızı için interval sayı değerlerinin saçılım alanı direkt olarak hesaplanmıştır.

Tablo 3.19 %10 Belirsizlik Yüzdesi İçin Yorulma Çatlak Büyüme Hızı Interval Genişliği Değerleri

$W(I(da/dN)_s)$ mm/Çevrim x 10^{-6}	Malzeme Belirsizliği	Yükleme Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme +Yükleme+Geom etri Belirsizlikleri
Paris Modeli	31,126937	2,226584	3,415966	88,707255
Walker Modeli	32,432486	2,485529	3,411295	97,005164
Forman Modeli	2,883579	0,220141	0,325522	7,874855
NASGRO Modeli	17,763654	2,646140	3,741359	55,918182

Tablo 3.19 incelendiğinde çatlak büyüme modelleri içerisinde malzeme, yük ve geometri belirsizlikleri ayrı ayrı olmak ve malzeme+yük+geometri belirsizlikleri en yüksek belirsiz parametre adetli çözüm olmak üzere en iyi sonuç kümesi dağılımını Forman Modelinin verdiği görülmektedir. NASGRO modeli malzeme belirsizliği dikkate alındığında Paris ve Walker modelinin yaklaşık %55’ine tekabül etmektedir. Paris ve Walker modelinin malzeme belirsizliği karşısındaki kararsızlığı, malzeme+yük+geometri Belirsizliği çözümünde yüksek interval genişliği vermesine sebep olmuştur. Malzeme belirsizliğinden en çok Walker modeli, yük belirsizliğinden NASGRO, geometri belirsizliğinden ise Paris Modeli etkilenmiştir.

3.5.3 Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü İnterval Aralık Değerleri

Diyagramlarda çakışık gözükten eğrilerin çakışmadığına ilişkin detay verilmiştir. Fazladan detay grafik eklememek için bu detaylarda hem üst hem de alt sınırlar bir arada gösterebilmek için üst ve alt sınır aralığının düşük olduğu düşük belirsizlik yüzdeli kısımlardan örnek alınmıştır. Her ne kadar $p = 0$ için yorulma ömrü değerleri büyük olsa da, $p = \%10$ için interval aralıkları ile birlikte değerlendirildiğinde küçük kalmakta ve sanki sıfır gibi gözükmektedir. Yakınlaştırılmış grafik detayları diyagramların başlangıcından alınarak bir yandan da $p = 0$ için interval sayılarının başlangıç değerlerinin, geniş interval aralık açılımları neticesinde sıfıra yakınmış gibi gözükmesine karşın, esasında başlangıç değerlerinin sıfıra eşit olmadığına dair bir ispat niteliği taşımaktadır.

Kalan Yorulma Ömrü interval değer saçılımlarını daha detaylı karşılaştırmak amacıyla interval genişlikleri tablosu oluşturulmuş olup, interval genişliği yine (2.5) bağıntısı kullanılarak matlab üzerinde hesaplatılmıştır. Yorulma ömrü interval genişlikleri aşağıda verildiği üzere dir.

Tablo 3.20 %10 Belirsizlik Yüzdesi İçin Kalan Yorulma Ömrü İnterval Genişliği Değerleri

W(N, Çevrim Aralığı)	Malzeme Belirsizliği	Yükleme Belirsizliği	Geometri Belirsizliği	Malzeme+Yükleme+Geometri Belirsizlikleri
Paris Modeli	7887902	439307	584712	18440094
Walker Modeli	8239019	491500	585513	20031681
Forman Modeli	97418669	4585658	6274773	241150423

Tablo 3.20'ye göre Forman modelinin malzeme belirsizliğinden elde edilen interval aralığı, Paris Modelinden elde edilenin 10.25 katı, Walker modelinden elde edilenin ise 11.82 katı olarak elde edilmiştir. Fakat bu durum çatlak büyüme hızı interval aralığı Tablo 3.19'un tam tersidir. Dolayısıyla malzeme parametreleri geometri ve yük parametrelerine göre daha hassas olarak belirlenemeyen (belirsizliğe sahip) problemlerde çatlak büyüme hızı için Forman modeli uygun iken, kalan yorulma ömrü hesabı için başka bir modelin kullanımı

uygun düşmektedir. Her ne kadar Walker modelinin interval aralığı değerine yakın olsa da, malzeme parametrelerindeki parametrik belirsizlik söz konusu olduğu zaman bu problem için yorulma ömrü hesabında Paris modeli uygun düşmektedir. Her ne kadar Walker modeline görece yakın olsa da Tablo 3.20'ye göre Paris modeli yük belirsizliğinde ve geometri belirsizliğinde de kararlı gözükmektedir. Tüm belirsizliklerin dikkate alındığı çözümden elde edilen interval aralığı sonucuna göre de, her ne kadar Walker modeline görece yakın çıksa da Paris modeli daha dar sonuç aralığı vermiştir.

Burada şunun altı çizilmelidir ki, bu durum Paris ve Walker Modeli arasında optimum model seçimi açısından net bir genelleme yapılabileceği anlamına gelmemektedir. Zira interval genişliği, (3.40) denkleminde yer alan X nominal değeriyle doğrudan ilişkilidir. Dolayısıyla parametrelerin teorik değerleri, belirsizliğin dikkate alındığı IV interval sayısı ile çarpım halinde olduğundan X 'in görece yüksek olması X_{IV} interval sayısının ve bu sayıyla yapılan interval işlemleri sonucu elde edilen interval sayılarının genişliklerinin de yüksek olması sonucunu doğurmaktadır. Dolayısıyla probleme özgü olarak yük parametreleri görece yüksek mertebede verilmekte ise yük belirsizliği aralık açılmasının fazla olması beklenmektedir.

4.1 Sonuçların Özeti, Eksiklikler ve Geliştirmelere Dair Öneriler

Bu çalışmada sabit genlikli yükleme hali ile sabit geometrik şekil faktörü varsayımları altında on adet lineer elastik kırılma mekaniği kapsamındaki yorulma çatlak büyüme modeli için kalan yorulma çatlak büyüme ömür denklemleri integrasyon yoluyla elde edilmiştir. Bu modeller arasından Paris, Walker, Forman ve NASGRO modelleri üzerinde çatlak büyüme hızı ve kalan yorulma ömrü ifadelerine interval analizi kullanılarak belirsizlik uygulaması yapılmıştır. Uygulama, örnek problem için Matlab yazılımı ve Intlab kütüphanesi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Uygulamada önce nominal (interval olmayan) sonuçlar elde edilmiş, ardından belirsizlik yüzdesi kademeli bir şekilde artırılarak çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü interval sonuçları elde edilmiştir. Sonuç intervalleri tablolar ve diyagramlar halinde sunulmuş ve interval aralıkları hesaplanmış, ve yorumlanmıştır. Böylece parametrik belirsizliklerin çatlak büyüme modellerinden elde edilmiş yorulma ömrü denklemlerine olan etkileri değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde bütün modellerde malzeme belirsizliği çözümünün en geniş aralıklı sonuçlar sunduğu görülmüştür. Bunu geometri belirsizliği ve en son olarak da yük belirsizliği takip etmektedir. Malzeme parametreleri çatlak büyüme hızı ve yorulma ömrü değerlerinde baskın rol oynamaktadırlar. Dolayısıyla gerek çatlak büyüme hızı, gerek yorulma ömrü eşitlikleri kullanılırken malzeme parametrelerinin değerlerinin hassas belirlenebilmesinin önemi ortaya çıkmaktadır. Malzeme + yük + geometri belirsizliği çözümleri belirsizliğin uygulandığı tüm parametrelere interval analizi uygulanarak elde edilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlerin belirsizliklerin etkisinin en çok görüldüğü ve en geniş aralıklı çözümlerin elde edildiği interval çözümleri olması söz konusudur. Ayrıca örneğin Forman modelinin yorulma ömrü interval genişliği, çatlak büyüme hızı interval genişliğiyle ters orantılı olarak oldukça fazla elde

edilmiştir. Dolayısıyla çatlak büyüme hızı için ideal olan bir model var iken, çatlak büyüme hızı denklemlerinin çarpma işlemine göre tersinin integrasyonu ile elde edilen yorulma ömrü eşitlikleri için bir başka modelin eşitliği belirsizliklerin varlığı düşünüldüğünde daha ideal olabilmektedir.

Klasik Interval Analizindeki parametrik bağımlılığın etkisi, bağımlı çözümün gerçekleştirilmesi ve Forman modeli için diyagramın sunulması ile gözlemlenmiştir. Bu çalışmada örnek levha problemi üzerinden çatlak büyüme hızı değerlerine interval analizi uygulaması yapılarak hesap sonuçlarının dağılımı incelenmiş ve yorumlanmıştır. Ele alınan probleme dair girdilerin belirsizliği hangi belirsizlik kaynağında fazla ise, bu belirsizlik kaynağı çözümünün aralık açılımını daha dar bir alanda sergileyen Çatlak büyüme Modelinin ilgili problemin çözümünde kullanılması, belirsizlikler açısından hesap etkinliğini arttıracaktır.

Bu tez çalışmasında gerek yapılan varsayımlar bakımından, gerek hesap yöntemi bakımından, birtakım iyileştirmeler veya ilaveler önerilebilir. Örneğin intval data tipi ile matlab live editör sembolik hesap arayüzü kullanılmadan, komut satırı üzerinde belirli integrasyon işlemi gerçekleştirilmeye çalışıldığında hatayla karşılaşmaktadır. Dolayısıyla NASGRO denklemi için kapalı integrasyon çözümü elde edilememiştir. FCG modellerinde parametrelere nümerik değerlerini yerleştirmeden (genel halde) integrasyon işlemi alınıp $N(a)$ fonksiyonu elde edildiğinden ötürü normalde interval integral konusuna girilmek gerekmemektedir. İntegrasyon sonrasında elde edilen ve diğer tüm parametreleri sembolik olarak bünyesinde barındıran $N(a)$ denklemlerinde parametreler direkt olarak interval sayı olarak girilebilir halde elde edilir. Ancak integrasyonu genel halde alınamayan NASGRO denklemi gibi çatlak büyüme modelleri için probleme özgü parametrelerin nümerik değerlerinin yerine konulması ile integrasyon almak şeklinde probleme özgü çözüm elde edilmeye çalışmak denenebilir, ki bu ele alınan problemde tüm sabitlerin sayısal değerleri nominal çözümde yerine konulduğunda NASGRO modeli için yapılabilmiş ve yorulma ömrü değeri elde edilebilmiştir. Ancak belirsizlikler uygulandığı vakit Matlab üzerinde interval sayılar vasıtasıyla belirli integrasyon direkt olarak alınamamakta olduğundan belirsizliğin uygulanmayacağı parametrelere nümerik

değerlerini atamak suretiyle belirsiz integral alıp, elde edilen probleme özgü yorulma ömrü denklemi üzerinde kalan parametrelere interval sayı tanıtılabilir. Ancak bu da her zaman mümkün olamamaktadır. Bu durumda interval integrasyon konusu önem arz etmektedir. NASGRO denkleminin yorulma ömrü eşitliği, bu tez kapsamında girilmemiş interval integral gibi ilave konular gerektirmektedir. Ancak bu tez kapsamında bu detaya girilmemesi tercih edilmiştir.

Yapılan uygulamada sabit genlikli yükleme hali ve sabit şekil faktörü varsayımları yerine değişken genlikli yükleme hali ile a çatlak uzunluğuna bağlı β şekil faktörü durumları dikkate alınarak hesap modeli genişletilebilir. Ancak bu durumda bu varsayımlar altında elde edilen yorulma çatlak büyüme ömrü bağıntılarının kullanımı yerine, nümerik integrasyona başvurmak gerekecektir. Ayrıca değişken genlikli yükleme halinde yük spektrumunun nasıl alındığı önem arz etmektedir. Bu gibi durumlar için çevrim sayma metodları bulunmaktadır. Bu meseleler, tez kapsamının dışına çıkmaktadır.

Bu tez kapsamında Klasik Interval Analiz yöntemi kullanılmıştır. Aralık açılmasını düşürmek amacıyla Gelişmiş Interval Analizi yöntemlerinden biri tercih edilebilir. Ayrıca uygulamalar için daha farklı çatlak büyüme modelleri incelenebilir ve örnek problem sayısı artırılabilir. Walker modelinde yer alan γ_w parametresine belirsizlik uygulaması yapılabilir. Uygulama kısmında literatürdeki kullanıma sadık kalınarak NASGRO modelinde yer alan ΔK_{th} parametresi sabit varsayılmıştır. Bu konuda çatlak uzunluğuna bağlı (2.65) denklemi kullanılabilir veya bu parametreye geometrik belirsizlik uygulaması yapılabilir.

Uygulamada ele alınan levha tek eksenli çevrimsel yorulma yüklemesine sahiptir. Farklılık olarak diğer eksenlerde de yorulma yüklemesi dikkate alınabilir ve çok eksenli yorulma durumu incelenebilir. Bu tez kapsamındaki uygulamada kırılma modu olarak sadece Mod 1 değerlendirilmiştir. Çalışmanın kapsamının genişletilmesi adına kırılma modu olarak diğer modlar da dikkate alınabilir ve karışık mod durumu için eşdeğer gerilme şiddet faktör aralığı hesaplatılabilir.

Basit interval cebri işlemlerinde çözüm kümesinin elde edilmesinde interval cebri bağıntılarında gösterildiği gibi sınır değerlerinin kullanımı gerçekleştirilmektedir. Ancak her ne kadar bu tezde karşılaşılmamış olsa da, Intlab sadece sınır değerlerinin kullanımıyla sınırlı olmayıp, interval sayı içerisindeki bir sayının, sınır değerlerin kullanımıyla oluşturulacak kümenin dışına çıkma durumu da dikkate almakta, m_i değerlerinin süreksizlik noktalarını da değerlendirerek 'inf' şeklinde hatalı sonuç üretmektedir. Bu durumun önüne geçmek adına bu tezde süreksizlik noktalarının sınır değerlerin arasında kalıp kalmadığı kod üzerinde kontrol edilmekte, kalması takdirinde tanımsızlığa sebep olan bu değerler Intlab tarafından dikkate alınmaması ve sadece sınır değerlerinin kullanılması adına bağımlı çözümde yapılan işleme benzer bir şekilde sınır değerleri ayrık bir şekilde değerlendirilerek interval cebri kuralları çerçevesinde işlem gerçekleştirilmiştir. Bu durum sadece üs değeri " m_i "'nin Im_i Interval sayısı olarak değerlendirildiği malzeme ve malzeme+yük+geometri belirsizliği çözümlerinde meydana gelebilme olanağına sahiptir. Her ihtimal, özel çözüm de dikkate alınarak özel çözümden elde edilen sınır değerler ile genel çözümden elde edilen sınır değerler arasından bilgi kaybının olmaması için minimum ve maksimum değerleri bulunup çözüm kümesinin sınır değeri olarak alınmıştır. Ancak bu durum, üretilen kodu genelleştirmek, bu durumun gerçekleşeceği problemlere de uyumluluğunu sağlamak, ve IntLabın üretebileceği bahsi geçen hatadan programı arındırmak amacıyla yapılmıştır. Bu tez kapsamında [99]'dan alınmış üs değerlerinin interval sayı kümesi içerisinde bu tanımsızlık noktaları düşmemektedir. Burada Im_i interval sayısının değişken sınır değerinin belirsizlik değeri arttıkça tam olarak ilgili modelin tanımsızlık nominal değerine denk gelmesi gibi çok düşük olasılık dikkate alınmamıştır.

Yorulma ömür tahmini ileriye yönelik bir tahmin olmakta ve henüz daha varılmamış olan hedeflenmiş bir a_s çatlak uzunluğuna varılması için geçmesi gereken çevrim adeti hesaplanmaktadır. Ancak çatlak ilerleme hızı a 'nın bir fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Bu çalışmada çatlak ilerleme hızı için başlangıç çatlak uzunluğunun değeri dikkate alınmış olup, istendiği takdirde a_s son çatlak uzunluğu veya herhangi bir

$a_s > a > a_i$ referans değeri için çatlak büyüme hızı da hesaplanabilir. Ancak bu durumda ilgili eleman için hesaplanan çatlak büyüme hızına daha sonradan varılacağı yani bir başka tabirle, ileriye yönelik bir anlık hız hesabının yapılacağı unutulmamalıdır.

Intlab ortadeğer-yarıçap tanımlamasına izin vermektedir. Yürütülen hesap yönteminde, parametrelerin nominal değerleri ve belirsizlik yüzdesi belli olduğundan, m değeri nominal değeri ve r değeri mxp tolerans değeri olarak alınabilmektedir. Yürütülen yöntemde sonuç kümelerinin uç sınır değerleri ve bu sınır değerleri arası genişlikleri önem arz eden değerlerdir. Dolayısıyla bu tez çalışmasında program girdilerinin reel interval aritmetiğinde sık kullanılan infimum-supremum formatıyla tanıtılması tercih edilmiştir.

- [1] J. Schijve, *Fatigue of Structures and Materials*, 2nd ed., Netherlands, Springer Science&Business Media, 2009.
- [2] A. S. Ribeiro, A. L. L. Silva, A. M. P. de Jesus, “Evolution of fatigue history”, 21st Brazilian congress of mechanical, ABCM, 2011.
- [3] A. Fatemi, L. Yang, “Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogenous materials”, *International journal of fatigue*, 20, 9-34, 1998, doi: 10.1016/S0142-1123(97)00081-9.
- [4] A. B. Şengül, *Yorulma çatlak gelişiminde periyodik aşırı yüklemenin etkisi*, 1st ed., Bursa, EKİN Basım Yayın Dağıtım, 2011.
- [5] J. F. Maire, J. L. Chaboche, “A new formulation of continuum damage mechanics (cdm) for composite materials”, *Aerospace science and technology*, 1, 247-257, 1997, doi: 10.1016/S1270-9638(97)90035-3
- [6] S. M. Beden, S. Abdullah, A. K. Ariffin, “Review of fatigue crack propagation models for metallic components”, *European journal of scientific research*, 28, 364-397, 2009.
- [7] C. Bathias, A. Pineau, *Fatigue of Materials and Structures: Fundamentals*, 1st ed., London ve Hokoben, ISTE Ltd. ve John Wiley ve Sons Inc., 2010.
- [8] A. Iost, “Temperature dependence of stage II fatigue crack growth rate”, *Engineering fracture mechanics*, 45, 741-750, 1993.
- [9] A. C. O. Miranda, M. A. Meggiolaro, J. T. P. Castro, L. F. Martha, T. N. Bittencourt, “Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components”, *Engineering fracture mechanics*, 70, 1259–1279, 2003, doi: 10.1016/S0013-7944(02)00099-1
- [10] A. Carpinteri, A. Spagnoli, “A fractal analysis of size effect on fatigue crack growth”, *International journal of fatigue*, 26, 125-133, 2004, doi: 10.1016/S0142-1123(03)00142-7
- [11] N. Saintier, G. Cailletaud, R. Piques, “Multiaxial fatigue life prediction for a natural rubber”, *International journal of fatigue*, 28, 530-539, 2006, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2005.05.011
- [12] C. Kong, T. Kim, D. Han, Y. Sugiyama, “Investigation of fatigue life for a medium scale composite wind turbine blade”, *International journal of fatigue*, 28, 1382-1388, 2006, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2006.02.034
- [13] Y. E. Zhou, “Assessment of bridge remaining fatigue life through field strain measurement”, *Journal of bridge engineering*, 11, 737-744, 2006, doi: 10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:6(737)
- [14] M. da Fonte, L. Reis, M. de Freitas “The effect of steady torsion on fatigue crack growth under rotating bending loading on aluminium alloy 7075-T6”,

Fracture and structural integrity, 30, 360–368, 2014, doi: 10.3221/IGF-ESIS.30.43

- [15] A. Karolczuk, “Analysis of revised fatigue life calculation algorithm under proportional and non-proportional loading with constant amplitude”, *International journal of fatigue*, 88, 111–120, 2016, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2016.03.027
- [16] J. A. O. Gonzalez, J. T. P. De Castro, G. L. G Gonzales, M. A. Meggiolaro, J. L. de F. Freire, “Verification of the ΔK_{eff} hypothesis along the fatigue crack path in thin and thick Al specimens”, *Fracture and structural integrity*, 49, 26–35, 2019, doi: 10.3221/IGF-ESIS.49.03
- [17] Z. You, X. Liu, Z. Jiang, Xu Wang, Y. Wang, Xi. Wang, “Numerical method for fatigue life of aircraft lugs under thermal stress”, *Journal of aircraft*, 2020, doi: 10.2514/1.C035784
- [18] O. Demir, “Eğik çatlak içeren çelik plakanın yorulma davranışının farklı hasar modelleriyle tahmini”, *Konya mühendislik bilimleri dergisi*, 8, 586–600, 2020, doi: 10.36306/konjes.684071
- [19] W. K. Liu, Y. Chen, T. Belytschko, Y. J. Lua, “Three reliability methods for fatigue crack growth”, *Engineering fracture mechanics*, 53, 733-752, 1996.
- [20] E. Acar, “Güvenirlilik tabanlı yorulma ömrü tahmini”, *Mühendis ve makina dergisi*, 2003.
- [21] B. Sudret, Z. Guédé, P. Hornet, J.-M. Stéphan, M. Lemaire, “Probabilistic assessment of fatigue life including statistical uncertainties in the S-N curve”, *Transactions of the 17th international conference on structural mechanics in reactor technology*, 2003.
- [22] L. Flaceliere, F. Morel, “Probabilistic approach in high-cycle multiaxial fatigue: volume and surface effects”, 27, 1123-1135, 2004, doi: 10.1111/j.1460-2695.2004.00823.x
- [23] A. Bengtsson, I. Rychlik, “Uncertainty in fatigue life prediction of structures subject to gaussian loads”, *Probabilistic engineering mechanics*, 24, 224-235, 2009, doi: 10.1016/j.probengmech.2008.06.004
- [24] Y. Garbatov, S. Rudan, B. Gaspar, C. G. Soares, “Fatigue assessment of marine structures”, *Marine technology and engineering*, 865-888, 2011, doi: 10.13140/RG.2.1.3185.0488
- [25] D. S. Kim, J. Lee, “Interval prediction of the fatigue crack cycle using evidence theory and the kriging meta-model”, *International journal of precision engineering and manufacturing*, 16, 2315-2320, 2015, doi: 10.1007/s12541-015-0297-5
- [26] H. Tang, J. Mei, W. Chen, D. Li, S. Xue, “Uncertainty analysis in fatigue life prediction of concrete using evidence theory”, 866, 25-30, 2016, doi: 10.4028/www.scientific.net/MSF.866.25
- [27] B. Li, C. Jiang, X. Han, Y. Li, “The prediction of multiaxial fatigue probabilistic stress–life curve by using fuzzy theory”, *Artificial intelligence for*

engineering design, analysis and manufacturing, 31, 199-206, 2017, doi: 10.1017/S0890060417000087

- [28] A. Fernández-Canteli, E. Castillo, S. Blason, “A methodology for phenomenological analysis of cumulative damage processes. Application to fatigue and fracture phenomena”, *International journal of fatigue*, 150, 2021, doi: doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2021.106311
- [29] Y. Zhou, S. F. Stiemer, “Evaluation of metal fatigue problems using qualitative reasoning approach”, *Tsinghua science and technology*, 13, 96–101, 2008.
- [30] Y. Zhu, Y. Tian, “Study on random fatigue analysis method of uncertainty structure based on interval theory”, *Engineering mechanics*, 34 (8), 1–9, 2017.
- [31] L. Wang, J. Liang, Y. Yang, Y. Zheng, “Time-dependent reliability assessment of fatigue crack growth modeling based on perturbation series expansions and interval mathematics”, *Theoretical and applied fracture mechanics*, 95, 104–118, 2018.
- [32] Y. Zhu, Y. Tian, “Fatigue life evaluation of linear structures with uncertain-but-bounded parameters under stochastic excitations”, *International journal of structural stability and dynamics*, 18 (3), 2018, doi: 10.1142/S0219455418500451
- [33] X. Y. Long, C. Jiang, K. Liu, X. Han, W. Gao, B. C. Li “An interval analysis method for fatigue crack growth life prediction with uncertainty”, *Computers and structure*, 34, 1–11, 2018.
- [34] A. Sofi, G. Muscolino, F. Giunta, “Fatigue analysis of structures with interval axial stiffness subjected to stationary stochastic excitations”, 54, 1471-1487, 2019.
- [35] L. Tang, Y. Xiao, J. Xie, “Fatigue cracking checking of cement stabilized macadam based on measurement uncertainty and interval analysis”, *Construction and building materials*, 250, 2020, doi: https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.118921
- [36] W. M. Bulleit, M. ASCE, “Uncertainty in structural engineering”, *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 13 (1), 24-30, 2008, doi: 10.1061/(ASCE)1084-0680(2008)13:1(24)
- [37] Y. Liu, X. Wang, L. Wang, “Interval uncertainty analysis for static response of structures using radial basis functions”, 69, 425-440, 2019.
- [38] J. Kohlas, P.-A. Monney, “Theory of evidence - A survey of its mathematical foundations, applications and computational aspects”, *Mathematical methods of operation research*, 39, 35-68, 1994, doi: https://doi.org/10.1007/BF01440734
- [39] B. Hayes, “Computing science: a lucid interval.” *American Scientist*, Sigma Xi, The Scientific Research Society, 91 (6), 484–488, 2003.
- [40] C. Jiang, X. Han, H. Xie, “*Nonlinear interval optimization for uncertain problems*”, Singapore, Springer tracts in mechanical engineering, 2021.

- [41] N., Danet, “Interval Analysis - A powerful trend in numerical analysis”, International Conference Trends and Challenges in Applied Mathematics - ICTCAM, 2007.
- [42] E. Hansen, G. W. Walster, “*Global optimization using interval analysis*”, 2nd ed., New York, Marcel Dekker Inc., 2004.
- [43] R. E. Moore, R. B. Kearfott, M. J. Cloud, “*Introduction to interval analysis*”, Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2009.
- [44] G. Alefeld, J. Herzberger, “*Introduction to interval computations*”, New York, Academic Press, 1983.
- [45] A. Neumaier, 1st ed., “*Interval methods for systems of equations*”, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [46] Hargreaves, I. Gareth, “Interval analysis is matlab”, 2002.
- [47] I. Gargantini, P. Henrici, “Circular arithmetic and the determination of polynomial zeros”, in mechanical engineering, 18, 305-320, 1972
- [48] A. Altay, Yapı sistemlerinde aralık analiz yöntemi, Yüksek Lisans Tezi, Ytü Fen Bilimleri Enstitüsü, 2019.
- [49] P. Yayla, *Kırılma mekaniği*, 1st ed., İstanbul, Çağlayan Kitabevi, 2007.
- [50] H. A. Richard, M. Sander, *Fatigue crack growth detect-assess-avoid*, Switzerland, Springer International Publishing, 2016.
- [51] S. Seetharamu, T. Jagadish, R. R. Malagi, *Fatigue, durability, and fracture mechanics proceedings of fatigue durability India 2019*, Singapore, Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2021.
- [52] N. Perez, *Fracture mechanics*, 2st ed., Switzerland, Springer International Publishing, 2017.
- [53] E. Zahavi, V. Torbilo, *Fatigue design life expectancy of machine parts*, Florida, Crc Press, 1996.
- [54] K. S. Al-Rubaie, “A general model for stress-life fatigue prediction”, *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 39 (6), 400-406, 2008, doi: 10.1002/mawe.200800282
- [55] K. Youseffi, I. Finnie, Fatigue crack initiation and propagation in steels exposed to inert and corrosive environments, Final Report On Project, University of California, 1978.
- [56] P. C. Paris, “A brief history of the crack tip stress intensity factor and its application”, *Meccanica*, 49, 759-764, 2014.
- [57] M. A. Meggiolaro, A. C. O. Miranda, J. T. P. Castro, L. F. Martha, “Stress intensity factor equations for branched crack growth”, *Engineering Fracture Mechanics*, 72, 2647-2671, 2005. doi: 10.1016/j.engfracmech.2005.05.004
- [58] Q. Bai, Y. Bai, *Subsea pipeline design, analysis, and installation*, 1st ed., Oxford, Gulf Professional Publishing, 2014
- [59] N. E. Dowling, *Mechanical behavior of materials engineering methods for deformation, fracture and fatigue*, 4th ed., Pearson Education Limited, 2013.

- [60] A. T. Zehnder, *Fracture mechanics*, Springer Science+Business Media B.V., 2012.
- [61] A. J. McEvily, J. Groeger, “On the threshold for fatigue crack growth”, *Fracture*, 2, 19-24, 1977.
- [62] M. Meyers, K. Chawla, *Mechanical behavior of materials*, 2nd ed., New York, Cambridge University Press, 2009.
- [63] D. V. Hoepfner, W. E. Krupp, “Prediction of component life by application of fatigue crack growth knowledge”, *Engineering Fracture Mechanics*, 6, 47-70, 1974.
- [64] W. R. Sperr, “A phenomenological approach to fatigue crack growth rate prediction”, *Fracture*, 2, 19-24, 1977.
- [65] P. Paris, F. Erdoğan, “A critical analysis of crack propagation laws”, *Journal of Basic Engineering*, 85 (4), 528-533, 1963, doi: <https://doi.org/10.1115/1.3656900>
- [66] F. Ellyin, *Fatigue damage, crack growth and life prediction*, 1st ed., London, Chapman & Hall, 1997.
- [67] F. Erdoğan, Crack propagation theories, NASA CR-901 Report, 1967.
- [68] T. L. Anderson, *Fracture mechanics fundamentals and applications*, 2st ed., Boca Raton, CRC Press, 1995.
- [69] A. Kumar, A. R. C. Murthy, N. R. Iyer “A study of the stress ratio effects on fatigue crack growth using LOWESS regression”, *International Conference on Advances in Civil, Structural and Mechanical Engineering*, 47-51, 2013, doi: 10.3850/978-981-07-7227-7_20
- [70] F. Antunes, P. Prates, D. Camas, J. Costa, “Elastic correction of fatigue crack growth laws”, *Fatigue Fracture of Engineering Materials & Structures*, 42, 1052-1061, 2019, doi: 10.1111/ffe.12968
- [71] S. M. Beden, S. Abdullah, A. K. Ariffin, “Review of fatigue crack propagation models for metallic components”, *European Journal of Scientific Research*, 28 (3), 364-397, 2009.
- [72] P. T. Heald, T. C. Lindley, C. E. Richards, “The influence of stress intensity and microstructure on fatigue crack propagation in a 1% carbon steel”, *Materials Science and Engineering*, 10, 235-240, 1972.
- [73] M. Cavallini, F. Iacoviello, “Fatigue models for AI alloys”, *International journal of fatigue*, 13 (6), 442-446, 1991.
- [74] E. K. Priddle, “High cycle fatigue crack propagation under random and constant amplitude loadings”, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 4 (2), 89-117, 1976.
- [75] S. Pearson, “The effect of mean stress on fatigue crack propagation in half-inch (12.7 mm) thick specimens of aluminium alloys of high and low fracture toughness”, *Engineering Fracture Mechanics*, 4, 9-24, 1972.
- [76] H. W. Liu, D. Liu, “A quantitative analysis of structure sensitive fatigue crack growth in steels”, *Scripta Metallurgica*, 18, 7-12, 1983.

- [77] R. G. Forman, S. R. Mettu, "Behavior of surface and corner cracks subjected to tensile and bending loads in Ti-6Al-4V alloy", NASA TM-102165, 1990.
- [78] M. Kato, G. Deng, K. Inoue, N. Takatsu, "Evaluation of the strength of carburized spur gear teeth based on fracture mechanics", JSME international journal, 36 (2), 233-240, 1993.
- [79] D. J. Nicholls, "The relation between crack blunting and fatigue crack growth rates", Fatigue Fracture of Engineering Materials & Structures, 17 (4), 459-467, 1994.
- [80] D. V. Ramsamooj, "Analytical prediction of short to long fatigue crack growth rate using small- and large-scale yielding fracture mechanics", International Journal of Fatigue, 25 (4), 923-933, 2003.
- [81] C. A. R. P. Baptista, A. M. L. Adib, M. A. S. Torres, V. A. Pastoukhov, "Describing fatigue crack growth and load ratio effects in Al 2524 T3 alloy with an enhanced exponential model", Mechanics of Materials, 51 (4), 66-73, 2012.
- [82] Z. Junhong, Y. Shuo, L. Jiewei, "Fatigue crack growth rate of Ti-6Al-4V considering the effects of fracture toughness and crack closure", Chinese Journal Of Mechanical Engineering, 28 (2), 409-415, 2015.
- [83] A. M. L. Adib, C. A. R. P. Baptista, "An exponential equation of fatigue crack growth in titanium", Materials Science and Engineering, 321-325, 2007, doi: 10.1016/j.msea.2006.10.124
- [84] Y. Kondo, "An exponential equation of fatigue crack growth in titanium", Comprehensive Structural Integrity, 4, 253-279, 2007, doi: 10.1016/B0-08-043749-4/04029-5
- [85] P. C. Paris, M. P. Gomez, W. E. Anderson, "A rational analytic theory of fatigue", The Trend in Engineering, 13, 9-14, 1961.
- [86] M. Mlikota, S. Staib, S. Schmauder, Z. Bozic, "Numerical determination of Paris law constants for carbon steel using a two-scale model", Journal of Physics Conference Series, 843 (1): 012042, 2017, doi: 10.1088/1742-6596/843/1/012042
- [87] M. B. Cortie, G. G. Garrett, "On the correlation between the C and m in the paris equation for fatigue crack propagation", Engineering Fracture Mechanics, 30 (1), 49-58, 1988.
- [88] A. Kumar, A. R. Murthy, N. R. Iyer "Enhanced model for describing total fatigue rate curve considering stress ratio effects", Advances in Structural Engineering, 17 (7), 1011-1027, 2014.
- [89] F. Erdoğan, M. Ratwani, "Fatigue and fracture of cylindrical shells containing a circumferential crack", International Journal of Fracture Mechanics, 6 (4), 379-392, 1970.
- [90] R. D. Watson, R. R. Peterson, W. G. Wolfer "The effect of irradiation creep, swelling, wall erosion and embrittlement on the fatigue life of a tokamak first wall", Journal of Nuclear Materials, 103, 97-102, 1981.

- [91] A. H. NorooziSani, "Development of a two-parameter model (K_{max} , ΔK) for fatigue crack growth analysis", Doctoral Thesis, University of Waterloo, 2007.
- [92] I. D. Erhunmwun, E. Ikpoze, U. B. Ikponmwosa "Crack growth analysis in aluminium alloy plate (Al 2024 - T351) using finite element method", *Journal of Applied Sciences and Environmental Management*, 22 (4), 499-402, 2018, doi: 10.4314/jasem.v22i4.10
- [93] C. M. Hudson, J. Scardina, "Effect of stress ratio on fatigue-crack growth in 7075t6 aluminum-alloy sheet", *Engineering Fracture Mechanics*, 1, 429-446, 1969.
- [94] A. Hartman, J. Schijve, "The effects of environment and load frequency on the crack propagation law for macro fatigue Crack Growth In Aluminium Alloys", *Engineering Fracture Mechanics*, 1, 615-631, 1970.
- [95] R. Jones, L. Molent, K. Walker "Fatigue crack growth in a diverse range of materials", *International Journal of Fatigue*, 40, 43-50, 2012.
- [96] M. M. Rocha, G. I. Schueller, "The fitting of one- and two-dimensional fatigue crack growth laws", *Engineering Fracture Mechanics*, 44 (3), 473-480, 1993.
- [97] A. F. Golestaneh, A. Ali, M. Zadeh, "Modelling the fatigue crack growth in friction stir welded joint of 2024-T351 Al alloy", *Materials and Design*, 30, 2928-2937, 2009.
- [98] K. S. El-Rubaie, L. B. Godefroid, E. K. L. Barroso, J. A. M. Lopes, "Statistical modeling of fatigue crack growth rate in inconel alloy 600 and 7475-T7351 aluminum alloy", *International Journal of Fatigue*, 29 (5), 931-940, 2006, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2006.07.013
- [99] S. Chowdhury, M. Deeb, V. Zabel, "Effects of parameter estimation techniques and uncertainty on the selection of fatigue crack growth model", *Structures*, 19 (5), 128-142, 2019, doi: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.11.018>
- [100] S. M. Rump, "INTLAB-INTerval LABoratory", *Developments in reliable computing*, In: T. Csendes (ed.), 77-104, 1999, doi: 10.1007/978-94-017-1247-7_7

EK-1

In[1]= (*Erdoğan Ratwani Modelinin Yorulma Ömrü Eşitliği*)

$$f[a_] := \left(\frac{Ce * \left(\frac{2}{1-R}\right)^{me} * \left(S * \beta * \sqrt{a * \pi} - dkth\right)^{\alpha}}{Kc - \left(\frac{2}{1-R}\right) * S * \beta * \sqrt{a * \pi}} \right)^{-1}$$

In[2]= Integrate[f[a], a] // FullSimplify

$$Out[2]= -\frac{2^{1-me} \left(\frac{1}{1-R}\right)^{-me} \left(-dkth + \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta\right)^{1-\alpha} \left(dkth (4 dkth - Kc (-1+R) (-3+\alpha)) + \sqrt{a} \sqrt{\pi} S (-4 dkth + Kc (-1+R) (-3+\alpha)) (-1+\alpha) \beta + 2 a \pi S^2 (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2\right)}{Ce \pi (-1+R) S^2 (-3+\alpha) (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2}$$

In[3]= g[a_] = %

$$Out[3]= -\frac{2^{1-me} \left(\frac{1}{1-R}\right)^{-me} \left(-dkth + \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta\right)^{1-\alpha} \left(dkth (4 dkth - Kc (-1+R) (-3+\alpha)) + \sqrt{a} \sqrt{\pi} S (-4 dkth + Kc (-1+R) (-3+\alpha)) (-1+\alpha) \beta + 2 a \pi S^2 (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2\right)}{Ce \pi (-1+R) S^2 (-3+\alpha) (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2}$$

In[4]= h = g[as] - g[ai] // FullSimplify

$$Out[4]= \frac{1}{Ce \pi (-1+R) S^2 (-3+\alpha) (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2} \\ 2^{1-me} \left(\frac{1}{1-R}\right)^{-me} \left(-dkth + \sqrt{a_i} \sqrt{\pi} S \beta\right)^{1-\alpha} \left(dkth (4 dkth - Kc (-1+R) (-3+\alpha)) + \sqrt{a_i} \sqrt{\pi} S (-4 dkth + Kc (-1+R) (-3+\alpha)) (-1+\alpha) \beta + 2 a_i \pi S^2 (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2\right) \\ - \left(-dkth + \sqrt{a_s} \sqrt{\pi} S \beta\right)^{1-\alpha} \left(dkth (4 dkth - Kc (-1+R) (-3+\alpha)) + \sqrt{a_s} \sqrt{\pi} S (-4 dkth + Kc (-1+R) (-3+\alpha)) (-1+\alpha) \beta + 2 a_s \pi S^2 (-2+\alpha) (-1+\alpha) \beta^2\right)$$

EK-2

In[1]= (* McEvily & Groeger Modelinin Yorulma Ömrü Eşitliği *)

$$f[a_] := \left(\frac{A}{Ee * Sy} * \left(S * \beta * \sqrt{\pi * a} - dkth\right)^2 * \left(1 + \frac{S * \beta * \sqrt{\pi * a}}{Kc - \frac{S * \beta * \sqrt{\pi * a}}{(1-R)}}\right) \right)^{-1}$$

In[2]= Integrate[f[a], a] // FullSimplify

$$Out[2]= \frac{2 Ee Sy \left(\frac{dkth (dkth + Kc (-1+R)) (-Kc + (dkth + Kc) R)}{dkth - \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta} + \left(2 dkth Kc (-1+R) + Kc^2 (-1+R)^2 + dkth^2 R\right) \text{Log} \left[dkth - \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta \right] - \frac{Kc^2 (-1+R)^3 \text{Log} \left[Kc (-1+R) + \sqrt{a} \sqrt{\pi} R S \beta \right]}{R} \right)}{A \pi (Kc (-1+R) + dkth R)^2 S^2 \beta^2}$$

In[3]= g[a_] = %

$$Out[3]= \frac{2 Ee Sy \left(\frac{dkth (dkth + Kc (-1+R)) (-Kc + (dkth + Kc) R)}{dkth - \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta} + \left(2 dkth Kc (-1+R) + Kc^2 (-1+R)^2 + dkth^2 R\right) \text{Log} \left[dkth - \sqrt{a} \sqrt{\pi} S \beta \right] - \frac{Kc^2 (-1+R)^3 \text{Log} \left[Kc (-1+R) + \sqrt{a} \sqrt{\pi} R S \beta \right]}{R} \right)}{A \pi (Kc (-1+R) + dkth R)^2 S^2 \beta^2}$$

In[4]= h = g[as] - g[ai] // FullSimplify

$$Out[4]= \frac{2 Ee Sy}{A \pi (Kc (-1+R) + dkth R)^2 S^2 \beta^2} \left(\frac{(\sqrt{a_i} - \sqrt{a_s}) dkth \sqrt{\pi} (dkth + Kc (-1+R)) (Kc (-1+R) + dkth R) S \beta}{(dkth - \sqrt{a_i} \sqrt{\pi} S \beta) (dkth - \sqrt{a_s} \sqrt{\pi} S \beta)} - \left(2 dkth Kc (-1+R) + Kc^2 (-1+R)^2 + dkth^2 R\right) \text{Log} \left[dkth - \sqrt{a_i} \sqrt{\pi} S \beta \right] \right. \\ \left. + \left(2 dkth Kc (-1+R) + Kc^2 (-1+R)^2 + dkth^2 R\right) \text{Log} \left[dkth - \sqrt{a_s} \sqrt{\pi} S \beta \right] + \frac{Kc^2 (-1+R)^3 \left(\text{Log} \left[Kc (-1+R) + \sqrt{a_i} \sqrt{\pi} R S \beta \right] - \text{Log} \left[Kc (-1+R) + \sqrt{a_s} \sqrt{\pi} R S \beta \right] \right)}{R} \right)$$

EK-3

m[1]= (*Hartman ve Schijve Modelinin Yorulma Ömrü Eşitliği*)

$$f[a] := \left(\frac{D * (S * \beta * \sqrt{\pi * a} - dKth)^a}{Kc * (1 - R) - S * \beta * \sqrt{\pi * a}} \right)^{-1}$$

m[2]= g[a] = Integrate[f[a], a] // FullSimplify

$$O_{out[2]} = \frac{2 \left(-dKth + S \beta \sqrt{a \pi} \right)^{-a} \left(-2 dKth^3 + dKth S \alpha \beta \left(-a S (-1 + \alpha) \beta \pi - Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) \sqrt{a \pi} \right) + a S^2 (-1 + \alpha) \beta^2 \pi \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + S (-2 + \alpha) \beta \sqrt{a \pi} \right) + dKth^2 \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + 2 S \alpha \beta \sqrt{a \pi} \right) \right)}{D S^2 (-3 + \alpha) (-2 + \alpha) (-1 + \alpha) \beta^2 \pi}$$

m[3]= g[a] = %

$$O_{out[3]} = \frac{2 \left(-dKth + S \beta \sqrt{a \pi} \right)^{-a} \left(-2 dKth^3 + dKth S \alpha \beta \left(-a S (-1 + \alpha) \beta \pi - Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) \sqrt{a \pi} \right) + a S^2 (-1 + \alpha) \beta^2 \pi \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + S (-2 + \alpha) \beta \sqrt{a \pi} \right) + dKth^2 \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + 2 S \alpha \beta \sqrt{a \pi} \right) \right)}{D S^2 (-3 + \alpha) (-2 + \alpha) (-1 + \alpha) \beta^2 \pi}$$

m[4]= h = g[as] - g[ai] // FullSimplify

$$O_{out[4]} = \frac{1}{D S^2 (-3 + \alpha) (-2 + \alpha) (-1 + \alpha) \beta^2 \pi} \left(2 \left(-dKth + S \beta \sqrt{a i \pi} \right)^{-a} \left(-2 dKth^3 + dKth S \alpha \beta \left(-a i S (-1 + \alpha) \beta \pi - Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) \sqrt{a i \pi} \right) + a i S^2 (-1 + \alpha) \beta^2 \pi \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + S (-2 + \alpha) \beta \sqrt{a i \pi} \right) + dKth^2 \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + 2 S \alpha \beta \sqrt{a i \pi} \right) \right) + \left(-dKth + S \beta \sqrt{a s \pi} \right)^{-a} \left(-2 dKth^3 + dKth S \alpha \beta \left(-a s S (-1 + \alpha) \beta \pi - Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) \sqrt{a s \pi} \right) + a s S^2 (-1 + \alpha) \beta^2 \pi \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + S (-2 + \alpha) \beta \sqrt{a s \pi} \right) + dKth^2 \left(Kc (-1 + R) (-3 + \alpha) + 2 S \alpha \beta \sqrt{a s \pi} \right) \right) \right)$$

EK-4

% YTU Mekanik Programı Yüksek Lisans Tez Çalışması MATLAB Kodları

% Tez Konusu: "BELİRSİZLİKLERİN YORULMA ÖMRÜNE ETKİLERİ"

clear all

%Girdiler----->\

ai=1.6; as=16.6; ahiz=1.6; %ilk, son ve da/dN hesabında kullanılacak çatlak boyu (mm)

beta=15; %Şekil faktörü

dS=10.5; %Gerilme Aralığı (MPa)

R=0.1; %Gerilme Oranı

Kc=3648; %Kırılma Tokluğu (MPakök(mm))

pin=0; ps=0.1; dp=0.01; %ilk, son ve artımsal belirsizlik yüzdeleri

po(1,:)=pin:dp:ps; %po: belirsizlik yüzdesi

po=transpose(po); %belirsizlik yüzdesi vektörü elde edilmiştir.

%Paris-Erdoğan Modeli Girdileri->\

Cp=2.13*10^(-16); %|

mp=3.97; %|

%----->/

%Walker Modeli Girdileri----->\

gamaw=0; %|

Cw=1.4*10^(-16); %|

mw=mp; %|

%----->/

%Forman Modeli Girdileri----->\

Cf=5.25*10^(-13); %|

mf=3.61; %|

%----->/

%NASGRO Modeli Girdileri----->\

Cn=2.22*10^(-13);

mn=3.05;

p=1.22;

q=1.17;

```

f=0.30803; %Bu değer hesaplanacaksa buraya 0 konulacaktır.
if f==0 %Newman'ın önerdiği formül dikkate alınmıştır.
    Sy=420; %Akma gerilmesi (MPa)
    Smax=350;%Maksimum gerilme Smax=dS+Smin (MPa)
    alfa=1; %düzlem gerilme hali için 1; düzlem şek. değ. hali için 3.
    A0=(0.825-0.34*alfa)*cos(pi()/2*Smax/Sy)^(1/alfa);
    A1=(0.415-0.071*alfa)*Smax/Sy;
    A3=2*A0+A1-1;
    A2=1-A0-A1-A3;
    f=max(R,A0+A1*R+A2*R^2+A3*R^3);
end
Kth=210; %Eşik gerilme şiddet faktörü (MPakök(mm))
dkth=210*(1-R); %Bu değer hesaplanacaksa buraya 0 konulacaktır.(MPakök(mm))
na=0; %kontrol parametresi 0 ise dkth sabit, 1 ise (2.65) formüllü kullanılacaktır.
if dkth==0
    na=1;
    Cth=1; %(2.65) denklem sabiti.
    a0=0.0381; %küçük çatlak parametresi.
    dkth0=10; %R=0 için eşik gerilme şiddet faktör aralığı.
    s=dkth0/(((1-f)/((1-A0)*(1-R)))^(1+R*Cth)); %dkth için sabit katsayı,
    dkth=s*sqrt(a/(a+a0)).
end
%----->/
%Gerilme Şiddet Faktör Aralığının Elde Edilmesi
dk=beta*dS*sqrt(ahiz*pi()); %MPakök(mm)
%Gerilme Şiddet Faktörünün Maksimumunun Elde Edilmesi
Kmax=dk/(1-R); %MPakök(mm)

%NOMİNAL (Interval olmayan, Nokta değer) HESAP AŞAMASI

%Paris-Erdoğan Modeli-----||
% \ /
% \ /
%Başlangıç çatlak büyüme hızının elde edilmesi
dadNp=Cp*dk^mp;

%Yorulma ömrünün elde edilmesi
if mp==2
    Np=log(as/ai)/(Cp*pi()*(beta*dS)^2);
else
    Np=(as^(1-mp/2)-ai^(1-mp/2))/(Cp*(beta*dS*sqrt(pi()))^mp*(1-mp/2));
end

%Walker Modeli-----||
% \ /
% \ /
%Başlangıç çatlak büyüme hızının elde edilmesi
dadNw=Cw*(dk/((1-R)^(1-gamaw)))^mw;

%Yorulma ömrünün elde edilmesi
if mw==2
    Nw=(1-R)^(2-2*gamaw)*log(as/ai)/(Cw*pi()*(S*beta)^2);
else
    Nw=(as^(1-mw/2)-ai^(1-mw/2))*((1-R)^(mw*(1-gamaw)))/(Cw*(beta*dS*sqrt(pi()))^mw*(1-
mw/2));
end

```

```

%Forman Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızının elde edilmesi
dadNf=Cf/(Kc*(1-R)-dk)*(dk)^mf;

%Yorulma ömrünün elde edilmesi
if mf==2
    Nf=(Kc*(1-R)*log(as/ai)-2*(sqrt(as*pi())-
sqrt(ai*pi()))*ds*beta)/(Cf*pi()*(beta*ds)^2);
else if mf==3
    Nf=ai*(2*(1-R)*(sqrt(as*pi())-sqrt(ai*pi()))*Kc-
pi()*ds*beta*log(as/ai)*sqrt(ai*as))/(Cf*(ds*beta*sqrt(ai*pi()))^3*sqrt(as*pi()));
else
    Nf=2*((1-R)*Kc/(2-mf)*(as^(1-mf/2)-ai^(1-mf/2)))-((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-
mf)*(as^(3/2-mf/2)-ai^(3/2-mf/2)))/(Cf*(ds*beta)^mf*pi()^(mf/2));
end
end
%NASGRO Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızının elde edilmesi
if na==0 %dkth sabit
dadNn=Cn*((1-f)/(1-R)*dk)^mn*((1-dkth/dk)^p)/((1-Kmax/Kc)^q);
elseif na==1 % dkth sabit değil, dkth=s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao)) ifadesi kullanılacak
dadNn=Cn*((1-f)/(1-R)*dk)^mn*((1-(s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao)))/dk)^p)/((1-Kmax/Kc)^q);
end

%Yorulma ömrünün elde edilmesi, belirli integrasyon işlemi
if na==0 %bu durumda dkth sabittir.
h=@(a) (Cn*((1-f)/(1-R)*beta.*ds.*sqrt(a.*pi())).^mn.*((1-
dkth./(beta.*ds.*sqrt(a.*pi()))).^p)/((1-Kmax./Kc).^q).^(-1);
Nn=integral(h,ai,as);
elseif na==1 % bu durumda dkth için (2.65) denklemi uygulanmaktadır.
h=@(a) (Cn*((1-f)/(1-R)*beta.*ds.*sqrt(a.*pi())).^mn.*((1-
(s.*sqrt(a./(a+ao)))/(beta.*ds.*sqrt(a.*pi()))).^p)/((1-Kmax./Kc).^q).^(-1);
Nn=integral(h,ai,as);
end

%INTERVAL HESABI AŞAMASI
%Sonuç matrislerinin 1. Sütunları malzeme belirsizliği çözüm vektörünü,
%2. Sütunlar yük belirsizliği çözüm vektörünü,
%3. Sütunlar geometri belirsizliği çözüm vektörünü,
%4. Sütunlar malzeme+yük+geometri belirsizliği çözüm vektörünü temsil etmektedir.
for i=1:length(po) %Satır sayıları kümülatif arttırılmış belirsizlik yüzdesi için
çözülecektir.

%Girdilerin Belirsizliğe Tabi Tutulmuş İfadeleleri

Iai(i,3)=infsup(ai-ai*po(i,1),ai+ai*po(i,1));
Ias(i,3)=infsup(as-as*po(i,1),as+as*po(i,1));
Iahiz(i,3)=Iai(i,3);
Ibeta(i,3)=infsup(beta-beta*po(i,1),beta+beta*po(i,1));
Ids(i,2)=infsup(ds-ds*po(i,1),ds+ds*po(i,1));
IR(i,2)=infsup(R-R*po(i,1),R+R*po(i,1));
IKc(i,1)=infsup(Kc-Kc*po(i,1),Kc+Kc*po(i,1));

```

```

%Paris-Erdoğan Modeli Girdileri----->\
ICp(i,1)=infsup(Cp-Cp*po(i,1),Cp+Cp*po(i,1)); %|
Imp(i,1)=infsup(mp-mp*po(i,1),mp+mp*po(i,1)); %|
%----->/
%Walker Modeli Girdileri----->\
ICw(i,1)=infsup(Cw-Cw*po(i,1),Cw+Cw*po(i,1)); %|
Imw(i,1)=infsup(mw-mw*po(i,1),mw+mw*po(i,1)); %|
%----->/
%Forman Modeli Girdileri----->\
ICf(i,1)=infsup(Cf-Cf*po(i,1),Cf+Cf*po(i,1)); %|
Imf(i,1)=infsup(mf-mf*po(i,1),mf+mf*po(i,1)); %|
%----->/
%NASGRO Modeli Girdileri----->\
ICn(i,1)=infsup(Cn-Cn*po(i,1),Cn+Cn*po(i,1)); %|
Imn(i,1)=infsup(mn-mn*po(i,1),mn+mn*po(i,1)); %|
Ip(i,1)=infsup(p-p*po(i,1),p+p*po(i,1)); %|
Iq(i,1)=infsup(q-q*po(i,1),q+q*po(i,1)); %|
f=0.30803; %problemde sabit alınmıştır. %|
%problemde dkth sabit alınmıştır %|
%----->/

%%MALZEME BELİRSİZLİĞİ İÇİN ÇÖZÜMLER (parametrelerin sütun numarası 1)

%dk ve kmax, malzeme parametresi içermediğinden nominal değerleri baz alınmaktadır.

%Paris-Erdoğan Modeli-----||
%                               \ /
%                               \ /
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNp(i,1)=ICp(i,1)*dk^Imp(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imp(i,1))>2.00&&inf(Imp(i,1))<2.00 %Imp intervalinin içerisine mp=2 denk
gelmekteyse yapılır.
INpozel(i,1)=log(as/ai)/(ICp(i,1)*pi()*(beta*ds)^2);
Imp1(i,1)=inf(Imp(i,1)); Imp2(i,1)=sup(Imp(i,1));
INp1(i,1)=(as^(1-Imp1(i,1)/2)-ai^(1-
Imp1(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imp1(i,1)*(1-Imp1(i,1)/2));
INp2(i,1)=(as^(1-Imp2(i,1)/2)-ai^(1-
Imp2(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imp2(i,1)*(1-Imp2(i,1)/2));
INpiki(i,1)=infsup(min(inf(INp1(i,1)),inf(INp2(i,1))),max(sup(INp1(i,1)),sup(INp2(i,1)))
); %genel çözümde sadece mp nin sonuor değerleri kullanılmıştır.
INp(i,1)=infsup(min(inf(INpiki(i,1)),inf(INpozel(i,1))),max(sup(INpiki(i,1)),sup(INpozel
(i,1))));
else
INp(i,1)=(as^(1-Imp(i,1)/2)-ai^(1-
Imp(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imp(i,1)*(1-Imp(i,1)/2));

%Parametrik bağımlılığın dikkate alındığı çözüm
Imp1(i,1)=inf(Imp(i,1)); Imp2(i,1)=sup(Imp(i,1));
INp1(i,1)=(as^(1-Imp1(i,1)/2)-ai^(1-
Imp1(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imp1(i,1)*(1-Imp1(i,1)/2));
INp2(i,1)=(as^(1-Imp2(i,1)/2)-ai^(1-
Imp2(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imp2(i,1)*(1-Imp2(i,1)/2));
INpiki(i,1)=infsup(min(inf(INp1(i,1)),inf(INp2(i,1))),max(sup(INp1(i,1)),sup(INp2(i,1)))
);
end

```

```

%Walker Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNw(i,1)=ICw(i,1)*(dk/((1-R)^(1-gamaw)))^Imw(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imw(i,1))>2.00&&inf(Imw(i,1))<2.00 %Imw intervalinin içerisine mw=2 denk
gelmekteyse yapılır.
INwozel(i,1)=(1-R)^(2-2*gamaw)*log(as/ai)/(ICw(i,1)*pi()*(ds*beta)^2);
Imw1(i,1)=inf(Imw(i,1)); Imw2(i,1)=sup(Imw(i,1));
INw1(i,1)=(as^(1-Imw1(i,1)/2)-ai^(1-Imw1(i,1)/2))*((1-R)^(Imw1(i,1)-
Imw1(i,1)*gamaw))/(ICw(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imw1(i,1)*(1-Imw1(i,1)/2));
INw2(i,1)=(as^(1-Imw2(i,1)/2)-ai^(1-Imw2(i,1)/2))*((1-R)^(Imw2(i,1)-
Imw2(i,1)*gamaw))/(ICw(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imw2(i,1)*(1-Imw2(i,1)/2));
INwiki(i,1)=infsup(min(inf(INw1(i,1)),inf(INw2(i,1))),max(sup(INw1(i,1)),sup(INw2(i,1))
)); %genel çözümde sadece imp nin sınır değerleri kullanılmıştır.
INw(i,1)=infsup(min(inf(INwiki(i,1)),inf(INwozel(i,1))),max(sup(INwiki(i,1)),sup(INwozel
(i,1))));
else
ned2=(1-Imw(i,1)/2);
INw(i,1)=(as^(1-Imw(i,1)/2)-ai^(1-Imw(i,1)/2))*((1-R)^(Imw(i,1)*(1-
gamaw)))/(ICw(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imw(i,1)*ned2);

%Parametrik bağımlılığın dikkate alındığı çözüm
Imw1(i,1)=inf(Imw(i,1)); Imw2(i,1)=sup(Imw(i,1));
INw1(i,1)=(as^(1-Imw1(i,1)/2)-ai^(1-Imw1(i,1)/2))*((1-R)^(Imw1(i,1)-
Imw1(i,1)*gamaw))/(ICw(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imw1(i,1)*(1-Imw1(i,1)/2));
INw2(i,1)=(as^(1-Imw2(i,1)/2)-ai^(1-Imw2(i,1)/2))*((1-R)^(Imw2(i,1)-
Imw2(i,1)*gamaw))/(ICw(i,1)*(beta*ds*sqrt(pi()))^Imw2(i,1)*(1-Imw2(i,1)/2));
INwiki(i,1)=infsup(min(inf(INw1(i,1)),inf(INw2(i,1))),max(sup(INw1(i,1)),sup(INw2(i,1))
));
end

%Forman Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNf(i,1)=ICf(i,1)/(IKc(i,1)*(1-R)-dk)*(dk)^Imf(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imf(i,1))>2.00&&inf(Imf(i,1))<2.00|sup(Imf(i,1))>3.00&&inf(Imf(i,1))<3.00 %Imf
intervalinin içerisine mf=2 ve ya mf=3 (en az biri) denk gelmekteyse yapılır.
Imf1(i,1)=inf(Imf(i,1));
INF1(i,1)=2*(((1-R)*IKc(i,1)/(2-Imf1(i,1))*(as^(1-Imf1(i,1)/2)-ai^(1-Imf1(i,1)/2)))-
((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-Imf1(i,1))*(as^(3/2-Imf1(i,1)/2)-ai^(3/2-
Imf1(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(ds*beta)^Imf1(i,1)*pi()^(Imf1(i,1)/2));
Imf2(i,1)=sup(Imf(i,1));
INF2(i,1)=2*(((1-R)*IKc(i,1)/(2-Imf2(i,1))*(as^(1-Imf2(i,1)/2)-ai^(1-Imf2(i,1)/2)))-
((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-Imf2(i,1))*(as^(3/2-Imf2(i,1)/2)-ai^(3/2-
Imf2(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(ds*beta)^Imf2(i,1)*pi()^(Imf2(i,1)/2));
INFiki(i,1)=infsup(min(inf(INF1(i,1)),inf(INF2(i,1))),max(sup(INF1(i,1)),sup(INF2(i,1))
)); %genel çözümde sadece imp nin sınır değerleri kullanılmıştır.

if sup(Imf(i,1))>2.00&&inf(Imf(i,1))<2.00
INfozel1(i,1)=(IKc(i,1)*(1-R)*log(as/ai)-2*(sqrt(as*pi())-
sqrt(ai*pi()))*ds*beta)/(ICf(i,1)*pi()*(beta*ds)^2);

```

```

INf(i,1)=infsup(min(inf(INfiki(i,1)),inf(INfozel1(i,1))),max(sup(INfiki(i,1)),sup(INfoze
l1(i,1))));
else
INfozel2(i,1)=ai*(2*(1-R)*(sqrt(as*pi()-sqrt(ai*pi())))*IKc(i,1)-
pi()*ds*beta*log(as/ai)*sqrt(ai*as))/(ICf(i,1)*(ds*beta*sqrt(ai*pi()))^3*sqrt(as*pi()));
INf(i,1)=infsup(min(inf(INfiki(i,1)),inf(INfozel2(i,1))),max(sup(INfiki(i,1)),sup(INfoze
l2(i,1))));
end
else
INf(i,1)=2*(((1-R)*IKc(i,1)/(2-Imf(i,1))*(as^(1-Imf(i,1)/2)-ai^(1-Imf(i,1)/2)))-
((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-Imf(i,1))*(as^(3/2-Imf(i,1)/2)-ai^(3/2-
Imf(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(ds*beta)^Imf(i,1)*pi()^(Imf(i,1)/2));

                %Parametrik bağımlılığın dikkate alındığı çözüm
Imf1(i,1)=inf(Imf(i,1)); Imf2(i,1)=sup(Imf(i,1));
INf1(i,1)=2*(((1-R)*IKc(i,1)/(2-Imf1(i,1))*(as^(1-Imf1(i,1)/2)-ai^(1-Imf1(i,1)/2)))-
((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-Imf1(i,1))*(as^(3/2-Imf1(i,1)/2)-ai^(3/2-
Imf1(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(ds*beta)^Imf1(i,1)*pi()^(Imf1(i,1)/2));
INf2(i,1)=2*(((1-R)*IKc(i,1)/(2-Imf2(i,1))*(as^(1-Imf2(i,1)/2)-ai^(1-Imf2(i,1)/2)))-
((ds*beta*sqrt(pi()))/(3-Imf2(i,1))*(as^(3/2-Imf2(i,1)/2)-ai^(3/2-
Imf2(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(ds*beta)^Imf2(i,1)*pi()^(Imf2(i,1)/2));
INfiki(i,1)=infsup(min(inf(INf1(i,1)),inf(INf2(i,1))),max(sup(INf1(i,1)),sup(INf2(i,1))
));
end

%NASGRO Modeli-----||
%
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
if na==0
IdadNn(i,1)=ICn(i,1)*((1-f)/(1-R)*dk)^Imn(i,1)*((1-dkth/dk)^Ip(i,1))/((1-
Kmax/IKc(i,1))^Iq(i,1));
elseif na==1
IdadNn(i,1)=ICn(i,1)*((1-f)/(1-R)*dk)^Imn(i,1)*((1-
(s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao)))/dk)^Ip(i,1))/((1-Kmax/IKc(i,1))^Iq(i,1));
end

                %%YÜK BELİRSİZLİĞİ İÇİN ÇÖZÜMLER (parametrelerin sütun numarası 2)

%Gerilme Şiddet Faktör Aralığı Intervalinin Elde Edilmesi
IdK(i,2)=beta*IdS(i,2)*sqrt(ahiz*pi()); %MPakök(mm)

%Gerilme Şiddet Faktörü Maksimumunun Intervalinin Elde Edilmesi
IKmax(i,2)=IdK(i,2)/(1-IR(i,2)); %MPakök(mm)

%Paris-Erdoğan Modeli-----||
%
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNp(i,2)=Cp*IdK(i,2)^mp;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mp==2
INp(i,2)=log(as/ai)/(Cp*pi()*(beta*IdS(i,2))^2);
else
INp(i,2)=(as^(1-mp/2)-ai^(1-mp/2))/(Cp*(beta*IdS(i,2)*sqrt(pi()))^mp*(1-mp/2));
end

```

```

%Walker Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNw(i,2)=Cw*(IdK(i,2)/((1-IR(i,2))^(1-gamaw)))^mw;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mw==2
INw(i,2)=(1-IR(i,2))^(2-2*gamaw)*log(as/ai)/(Cw*pi()*(Ids(i,2)*beta)^2);
else
INw(i,2)=(as^(1-mw/2)-ai^(1-mw/2))*((1-IR(i,2))^(mw*(1-
gamaw)))/(Cw*(beta*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^mw*(1-mw/2));
end

%Forman Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNf(i,2)=Cf/(Kc*(1-IR(i,2))-IdK(i,2))*(IdK(i,2))^mf;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mf==2
INF(i,2)=(Kc*(1-IR(i,2))*log(as/ai)-2*(sqrt(as*pi())-
sqrt(ai*pi()))*Ids(i,2)*beta)/(Cf*pi()*(beta*Ids(i,2))^2);
else if mf==3
INF(i,2)=ai*(2*(1-IR(i,2))*(sqrt(as*pi())-sqrt(ai*pi()))*Kc-
pi()*Ids(i,2)*beta*log(as/ai)*sqrt(ai*as))/(Cf*(Ids(i,2)*beta*sqrt(ai*pi()))^3*sqrt(as*p
i()));
else
INF(i,2)=2*(((1-IR(i,2))*Kc/(2-mf)*(as^(1-mf/2)-ai^(1-mf/2)))-
((Ids(i,2)*beta*sqrt(pi()))/(3-mf)*(as^(3/2-mf/2)-ai^(3/2-
mf/2))))/(Cf*(Ids(i,2)*beta)^mf*pi()^(mf/2));
end
end

%NASGRO Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
if na==0
IdadNn(i,2)=Cn*((1-f)/(1-IR(i,2))*IdK(i,2))^mn*((1-dkth/IdK(i,2))^p)/((1-
IKmax(i,2)/Kc)^q);
elseif na==1
IdadNn(i,2)=Cn*((1-f)/(1-IR(i,2))*IdK(i,2))^mn*((1-
(s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao)))/IdK(i,2))^p)/((1-IKmax(i,2)/Kc)^q);
end

%%GEOMETRİ BELİRSİZLİĞİ İÇİN ÇÖZÜMLER (parametrelerin sütun numarası 3)

%Gerilme Şiddet Faktör Aralığı Intervalinin Elde Edilmesi
IdK(i,3)=Ibeta(i,3)*ds*sqrt(Iahiz(i,3)*pi()); %MPakök(mm)

%Gerilme Şiddet Faktörü Maksimumunun Intervalinin Elde Edilmesi
IKmax(i,3)=IdK(i,3)/(1-R); %MPakök(mm)

%Paris-Erdoğan Modeli-----||
%
%
%

```

```

%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNp(i,3)=Cp*IdK(i,3)^mp;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mp==2
INp(i,3)=log(Ias(i,3)/Iai(i,3))/(Cp*pi()*(Ibeta(i,3)*ds)^2);
else
INp(i,3)=(Ias(i,3)^(1-mp/2)-Iai(i,3)^(1-mp/2))/(Cp*(Ibeta(i,3)*ds*sqrt(pi()))^mp*(1-mp/2));
end

%Walker Modeli-----||
%
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNw(i,3)=Cw*(IdK(i,3)/((1-R)^(1-gamaw)))^mw;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mw==2
INw(i,3)=(1-R)^(2-2*gamaw)*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))/(Cw*pi()*(ds*Ibeta(i,3))^2);
else
INw(i,3)=(Ias(i,3)^(1-mw/2)-Iai(i,3)^(1-mw/2))*((1-R)^(mw*(1-gamaw)))/(Cw*(Ibeta(i,3)*ds*sqrt(pi()))^mw*(1-mw/2));
end

%Forman Modeli-----||
%
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNf(i,3)=Cf/(Kc*(1-R)-IdK(i,3))*(IdK(i,3))^mf;

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if mf==2
INF(i,3)=(Kc*(1-R)*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))-2*(sqrt(Ias(i,3)*pi())-sqrt(Iai(i,3)*pi()))*ds*Ibeta(i,3))/(Cf*pi()*(Ibeta(i,3)*ds)^2);
else if mf==3
INF(i,3)=Iai(i,3)*(2*(1-R)*(sqrt(Ias(i,3)*pi())-sqrt(Iai(i,3)*pi()))*Kc-pi()*ds*Ibeta(i,3)*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))*sqrt(Iai(i,3)*Ias(i,3)))/(Cf*(ds*Ibeta(i,3)*sqrt(Iai(i,3)*pi()))^3*sqrt(Ias(i,3)*pi()));
else
INF(i,3)=2*(((1-R)*Kc/(2-mf)*(Ias(i,3)^(1-mf/2)-Iai(i,3)^(1-mf/2)))-((ds*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-mf)*(Ias(i,3)^(3/2-mf/2)-Iai(i,3)^(3/2-mf/2))))/(Cf*(ds*Ibeta(i,3))^mf*pi()^(mf/2));

%Parametrik bağımlılığın dikkate alındığı çözüm
Iai1(i,3)=inf(Iai(i,3)); Iai2(i,3)=sup(Iai(i,3));
Ias1(i,3)=inf(Ias(i,3)); Ias2(i,3)=sup(Ias(i,3));
INF1(i,3)=2*(((1-R)*Kc/(2-mf)*(Ias1(i,3)^(1-mf/2)-Iai1(i,3)^(1-mf/2)))-((ds*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-mf)*(Ias1(i,3)^(3/2-mf/2)-Iai1(i,3)^(3/2-mf/2))))/(Cf*(ds*Ibeta(i,3))^mf*pi()^(mf/2));
INF2(i,3)=2*(((1-R)*Kc/(2-mf)*(Ias2(i,3)^(1-mf/2)-Iai2(i,3)^(1-mf/2)))-((ds*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-mf)*(Ias2(i,3)^(3/2-mf/2)-Iai2(i,3)^(3/2-mf/2))))/(Cf*(ds*Ibeta(i,3))^mf*pi()^(mf/2));
INFiki(i,3)=infsup(min(inf(INF1(i,3)),inf(INF2(i,3))),max(sup(INF1(i,3)),sup(INF2(i,3)))));
end
end
end

```

```

%NASGRO Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
if na==0
IdadNn(i,3)=Cn*((1-f)/(1-R)*Idk(i,3))^mn*((1-dkth/Idk(i,3))^p)/((1-IKmax(i,3)/Kc)^q);
elseif na==1
IdadNn(i,3)=Cn*((1-f)/(1-R)*Idk(i,3))^mn*((1-(s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao))))/Idk(i,3))^p)/((1-
IKmax(i,3)/Kc)^q);
end

%MALZEME+YÜK+GEOMETRİ BELİRSİZLİKLERİ İÇİN ÇÖZÜMLER (parametrelerin sütun numarası 4)

%Gerilme Şiddet Faktör Aralığı Intervalinin Elde Edilmesi
Idk(i,4)=Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(Iahiz(i,3)*pi()); %MPakök(mm)

%Gerilme Şiddet Faktörü Maksimumunun Intervalinin Elde Edilmesi
IKmax(i,4)=Idk(i,4)/(1-IR(i,2)); %MPakök(mm)

%Paris-Erdoğan Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNp(i,4)=ICp(i,1)*Idk(i,4)^Imp(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imp(i,1))>2.00&&inf(Imp(i,1))<2.00
INpozel(i,4)=log(Ias(i,3)/Iai(i,3))/(ICp(i,1)*pi()*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2))^2);
Imp1(i,1)=inf(Imp(i,1)); Imp2(i,1)=sup(Imp(i,1));
INp1(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imp1(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imp1(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imp1(i,1)*(1-Imp1(i,1)/2));
INp2(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imp2(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imp2(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imp2(i,1)*(1-Imp2(i,1)/2));
INpiki(i,4)=infsup(min(inf(INp1(i,4)),inf(INp2(i,4))),max(sup(INp1(i,4)),sup(INp2(i,4)))
);
INp(i,4)=infsup(min(inf(INpiki(i,4)),inf(INpozel(i,4))),max(sup(INpiki(i,4)),sup(INpozel
(i,4))));
else
INp(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imp(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imp(i,1)/2))/(ICp(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imp(i,1)*(1-Imp(i,1)/2));
end

%Walker Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNw(i,4)=ICw(i,1)*(Idk(i,4)/((1-IR(i,2))^(1-gamaw)))^Imw(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imw(i,1))>2.00&&inf(Imw(i,1))<2.00 %Imw intervalinin içerisine mw=2 denk
gelmekteyse yapılmaktadır.
INwozel(i,4)=(1-IR(i,2))^(2-
2*gamaw)*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))/(ICw(i,1)*pi()*(Ids(i,2)*Ibeta(i,3))^2);
Imw1(i,1)=inf(Imw(i,1)); Imw2(i,1)=sup(Imw(i,1));
INw1(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imw1(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-Imw1(i,1)/2))*((1-
IR(i,2))^(Imw1(i,1)*(1-gamaw)))/(ICw(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imw1(i,1)*(1-
Imw1(i,1)/2));

```

```

INw2(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imw2(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-Imw2(i,1)/2))*((1-
IR(i,2))^(Imw2(i,1)*(1-gamaw)))/(ICw(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imw2(i,1)*(1-
Imw2(i,1)/2));
INwiki(i,4)=infsup(min(inf(INw1(i,1)),inf(INw2(i,1))),max(sup(INw1(i,1)),sup(INw2(i,1))
));
INw(i,1)=infsup(min(inf(INwiki(i,4)),inf(INwozel(i,4))),max(sup(INwiki(i,4)),sup(INwozel
(i,4))));
else
INw(i,4)=(Ias(i,3)^(1-Imw(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-Imw(i,1)/2))*((1-IR(i,2))^(Imw(i,1)*(1-
gamaw)))/(ICw(i,1)*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2)*sqrt(pi()))^Imw(i,1)*(1-Imw(i,1)/2));
end

%Forman Modeli-----||
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
IdadNf(i,4)=ICf(i,1)/(IKc(i,1)*(1-IR(i,2))-Idk(i,4))*(Idk(i,4))^Imf(i,1);

%Yorulma ömür intervalinin elde edilmesi
if sup(Imf(i,1))>2.00&&inf(Imf(i,1))<2.00|sup(Imf(i,1))>3.00&&inf(Imf(i,1))<3.00 %Imf
intervalinin içerisine mf=2 ve ya mf=3 (en az biri) denk düşüyorsa yapılmaktadır.
Imf1(i,1)=inf(Imf(i,1)); Imf2(i,1)=sup(Imf(i,1));
INF1(i,4)=2*(((1-IR(i,2))*IKc(i,1)/(2-Imf1(i,1))*(Ias(i,3)^(1-Imf1(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imf1(i,1)/2)))-((Ids(i,2)*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-Imf1(i,1))*(Ias(i,3)^(3/2-
Imf1(i,1)/2)-Iai(i,3)^(3/2-
Imf1(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(Ids(i,2)*Ibeta(i,3))^Imf1(i,1)*pi()^(Imf1(i,1)/2));
INF2(i,4)=2*(((1-IR(i,2))*IKc(i,1)/(2-Imf2(i,1))*(Ias(i,3)^(1-Imf2(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imf2(i,1)/2)))-((Ids(i,2)*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-Imf2(i,1))*(Ias(i,3)^(3/2-
Imf2(i,1)/2)-Iai(i,3)^(3/2-
Imf2(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(Ids(i,2)*Ibeta(i,3))^Imf2(i,1)*pi()^(Imf2(i,1)/2));
INFiki(i,4)=infsup(min(inf(INF1(i,4)),inf(INF2(i,4))),max(sup(INF1(i,4)),sup(INF2(i,4))
)); %genel çözümde sadece imp nin sınıır değerleri kullanılmıştır.
if sup(Imf(i,1))>2.00&&inf(Imf(i,1))<2.00
INfozel1(i,4)=(IKc(i,1)*(1-IR(i,2))*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))-2*(sqrt(Ias(i,3)*pi())-
sqrt(Iai(i,3)*pi()))*Ids(i,2)*Ibeta(i,3))/(ICf(i,1)*pi()*(Ibeta(i,3)*Ids(i,2))^2);
INF(i,4)=infsup(min(inf(INFiki(i,4)),inf(INfozel1(i,4))),max(sup(INFiki(i,4)),sup(INfoze
l1(i,4))));
else
INfozel2(i,4)=Iai(i,3)*(2*(1-IR(i,2))*(sqrt(Ias(i,3)*pi())-
sqrt(Iai(i,3)*pi()))*IKc(i,1)-
pi()*Ids(i,2)*Ibeta(i,3)*log(Ias(i,3)/Iai(i,3))*sqrt(Iai(i,3)*Ias(i,3)))/(ICf(i,1)*(Ids(
i,2)*Ibeta(i,3)*sqrt(Iai(i,3)*pi()))^3*sqrt(Ias(i,3)*pi()));
INF(i,4)=infsup(min(inf(INFiki(i,4)),inf(INfozel2(i,4))),max(sup(INFiki(i,4)),sup(INfoze
l2(i,4))));
end
else
INF(i,4)=2*(((1-IR(i,2))*IKc(i,1)/(2-Imf(i,1))*(Ias(i,3)^(1-Imf(i,1)/2)-Iai(i,3)^(1-
Imf(i,1)/2)))-((Ids(i,2)*Ibeta(i,3)*sqrt(pi()))/(3-Imf(i,1))*(Ias(i,3)^(3/2-Imf(i,1)/2)-
Iai(i,3)^(3/2-
Imf(i,1)/2))))/(ICf(i,1)*(Ids(i,2)*Ibeta(i,3))^Imf(i,1)*pi()^(Imf(i,1)/2));
end

%Parametrik bağımlılığın dikkate alındığı çözüm
Iai1(i,4)=inf(Iai(i,3)); Iai2(i,4)=sup(Iai(i,3));
Ias1(i,4)=inf(Ias(i,3)); Ias2(i,4)=sup(Ias(i,3));
Imf1(i,4)=inf(Imf(i,1)); Imf2(i,4)=sup(Imf(i,1));
Ids1(i,4)=inf(Ids(i,2)); Ids2(i,4)=sup(Ids(i,2));
Ibeta1(i,4)=inf(Ibeta(i,3)); Ibeta2(i,4)=sup(Ibeta(i,3));

```

```

INf1(i,4)=2*(((1-IR(i,2))*IKc(i,1)/(2-Imf1(i,4))*(Ias1(i,4)^(1-Imf1(i,4)/2)-
Iai1(i,4)^(1-Imf1(i,4)/2)))-((Ids1(i,4)*Ibeta1(i,4)*sqrt(pi()))/(3-
Imf1(i,4))*(Ias1(i,4)^(3/2-Imf1(i,4)/2)-Iai1(i,4)^(3/2-
Imf1(i,4)/2))))/(ICf(i,1)*(Ids1(i,4)*Ibeta1(i,4))^Imf1(i,4)*pi()^(Imf1(i,4)/2));
INf2(i,4)=2*(((1-IR(i,2))*IKc(i,1)/(2-Imf2(i,4))*(Ias2(i,4)^(1-Imf2(i,4)/2)-
Iai2(i,4)^(1-Imf2(i,4)/2)))-((Ids2(i,4)*Ibeta2(i,4)*sqrt(pi()))/(3-
Imf2(i,4))*(Ias2(i,4)^(3/2-Imf2(i,4)/2)-Iai2(i,4)^(3/2-
Imf2(i,4)/2))))/(ICf(i,1)*(Ids2(i,4)*Ibeta2(i,4))^Imf2(i,4)*pi()^(Imf2(i,4)/2));
INfiki(i,4)=infsup(min(inf(INf1(i,4)),inf(INf2(i,4))),max(sup(INf1(i,4)),sup(INf2(i,4)))
);
%NASGRO Modeli-----||
%
%
%
%Başlangıç çatlak büyüme hızı intervalinin elde edilmesi
if na==0
IdadNn(i,4)=ICn(i,1)*((1-f)/(1-IR(i,2))*Idk(i,4)^Imn(i,1)*((1-
dkth/Idk(i,4))^Ip(i,1))/(1-IKmax(i,4)/IKc(i,1))^Iq(i,1));
elseif na==1
IdadNn(i,4)=ICn(i,1)*((1-f)/(1-IR(i,2))*Idk(i,4)^Imn(i,1)*((1-
(s*sqrt(ahiz/(ahiz+ao))))/Idk(i,4))^Ip(i,1))/(1-IKmax(i,4)/IKc(i,1))^Iq(i,1));
end
end

%p=%10 için Ida/dN interval genişlikleri w(Ida/dN) hesabı.
%wdadN matrisinin satırları sıraysa Paris, Walker, Forman ve NASGRO Modellerini temsil
etmektedir.
for k1=1:4
wdadNp(1,k1)=sup(IdadNp(length(po),k1))-inf(IdadNp(length(po),k1));
wdadNw(1,k1)=sup(IdadNw(length(po),k1))-inf(IdadNw(length(po),k1));
wdadNf(1,k1)=sup(IdadNf(length(po),k1))-inf(IdadNf(length(po),k1));
wdadNn(1,k1)=sup(IdadNn(length(po),k1))-inf(IdadNn(length(po),k1));
end
wdadN(1,:)=wdadNp(1,:);
wdadN(2,:)=wdadNw(1,:);
wdadN(3,:)=wdadNf(1,:);
wdadN(4,:)=wdadNn(1,:);
%p=%10 için IN interval genişlikleri w(IN) hesabı
%WN matrisinin satırları sıraysa Paris, Walker, Forman ve NASGRO Modellerini temsil
etmektedir.
for k2=1:4
WNp(1,k2)=sup(INp(length(po),k2))-inf(INp(length(po),k2));
WNw(1,k2)=sup(INw(length(po),k2))-inf(INw(length(po),k2));
WNf(1,k2)=sup(INf(length(po),k2))-inf(INf(length(po),k2));
end
WN(1,:)=WNp(1,:);
WN(2,:)=WNw(1,:);
WN(3,:)=WNf(1,:);

%%%%Yorulma Çatlak Büyüme Hızı ve Kalan Yorulma Çatlak Büyüme Ömrü Diyagramları%%%%

%Burada Parametrik Bağlılılığın dikkate alındığı ve alınmadığı çözümler kendi aralarında
karşılaştırılmaktadır.
figure(111) %mavi: normal; kırmızı: bağlılı çözüm
plot(po,inf(INp(:,1)), 'b--',po,sup(INp(:,1)), 'b',po,inf(INpiki(:,1)), 'r--
',po,sup(INpiki(:,1)), 'r');
%title('Malzeme Paris INp, mavi: normal ; kırmızı: bağlılı çözüm')

```

```

xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Np, Paris Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Paris Bağımsız-alt sorun','Paris Bağımsız-üst sorun','Paris Bağımlı-alt sorun','Paris Bağımlı-üst sorun'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -3*10^5 inf]);
figure(112) %mavi: normal; kırmızı: bağımlı çözüm
plot(po,inf(INw(:,1)), 'b--',po,sup(INw(:,1)), 'b',po,inf(INwiki(:,1)), 'r--',po,sup(INwiki(:,1)), 'r');
%title('Malzeme walker INw, mavi: normal ; kırmızı: bağımlı çözüm')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nw, walker Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'walker Bağımsız-alt sorun','walker Bağımsız-üst sorun','walker Bağımlı-alt sorun','walker Bağımlı-üst sorun'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^5 inf]);
figure(113) %mavi: normal; kırmızı: bağımlı çözüm
plot(po,inf(INf(:,1)), 'b--',po,sup(INf(:,1)), 'b',po,inf(INfiki(:,1)), 'r--',po,sup(INfiki(:,1)), 'r');
%title('Malzeme Forman INf, mavi: normal ; kırmızı: bağımlı çözüm')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nf, Forman Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Forman Bağımsız-alt sorun','Forman Bağımsız-üst sorun','Forman Bağımlı-alt sorun','Forman Bağımlı-üst sorun'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -3*10^6 inf]);
figure(114) %mavi: normal; kırmızı: bağımlı çözüm
plot(po,inf(INf(:,3)), 'b--',po,sup(INf(:,3)), 'b',po,inf(INfiki(:,3)), 'r--',po,sup(INfiki(:,3)), 'r');
%title('Geometri Forman INF, mavi: normal ; kırmızı: bağımlı çözüm')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nf, Forman Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Forman Bağımsız-alt sorun','Forman Bağımsız-üst sorun','Forman Bağımlı-alt sorun','Forman Bağımlı-üst sorun'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps 2.5*10^5 inf]);
figure(115) %mavi: normal; kırmızı: bağımlı çözüm
plot(po,inf(INf(:,4)), 'b--',po,sup(INf(:,4)), 'b',po,inf(INfiki(:,4)), 'r--',po,sup(INfiki(:,4)), 'r');
%title('3 Belirsizlik Forman INF, mavi: normal ; kırmızı: bağımlı çözüm')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nf, Forman Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Forman Bağımsız-alt sorun','Forman Bağımsız-üst sorun','Forman Bağımlı-alt sorun','Forman Bağımlı-üst sorun'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -inf inf]);

%Grafikler----->
%Malzeme po-FCGR
figure(1);
plot(po,sup(IdadNp(:,1)), 'b',po,inf(IdadNp(:,1)), 'b--');%Paris Malzeme
hold on

```

```

plot(po,sup(IdadNw(:,1)), 'r', po, inf(IdadNw(:,1)), 'r--');%Walker Malzeme
hold on
plot(po,sup(IdadNf(:,1)), 'g', po, inf(IdadNf(:,1)), 'g--');%Forman Malzeme
hold on
%title('Malzeme Belirsizliği p-FCGR')
plot(po,sup(IdadNn(:,1)), 'm', po, inf(IdadNn(:,1)), 'm--');%NASGRO Malzeme
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('da/dN, Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'Walker-üst sınıır', 'Walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır', 'NASGRO-üst sınıır', 'NASGRO-alt
sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^-5 inf ]); %interval aralıklarını grafiğin ortasına getirmek maksadıyla
eksen sınıırları düzenlenmiştir.

%Malzeme po-N
figure(2);
plot(po,sup(INp(:,1)), 'b', po, inf(INp(:,1)), 'b--');%Paris Malzeme
hold on
plot(po,sup(INw(:,1)), 'r', po, inf(INw(:,1)), 'r--');%Walker Malzeme
hold on
%title('Malzeme Belirsizliği p-N')
plot(po,sup(INf(:,1)), 'g', po, inf(INf(:,1)), 'g--');%Forman Malzeme
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('N, Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'Walker-üst sınıır', 'Walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^7 inf ]);

%Yük po-FCGR
figure(3);
plot(po,sup(IdadNp(:,2)), 'b', po, inf(IdadNp(:,2)), 'b--');%Paris yükleme
hold on
plot(po,sup(IdadNw(:,2)), 'r', po, inf(IdadNw(:,2)), 'r--');%Walker yükleme
hold on
plot(po,sup(IdadNf(:,2)), 'g', po, inf(IdadNf(:,2)), 'g--');%Forman yükleme
hold on
%title('Yük Belirsizliği p-FCGR')
plot(po,sup(IdadNn(:,2)), 'm', po, inf(IdadNn(:,2)), 'm--');%NASGRO yükleme
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('da/dN, Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'Walker-üst sınıır', 'Walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır', 'NASGRO-üst sınıır', 'NASGRO-alt
sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps 0 5.5*10^-6 ]);

%Yük po-N
figure(4);
plot(po,sup(INp(:,2)), 'b', po, inf(INp(:,2)), 'b--');%Paris yükleme
hold on
plot(po,sup(INw(:,2)), 'r', po, inf(INw(:,2)), 'r--');%Walker yükleme
hold on

```

```

%title('Yükleme Belirsizliği p-N')
plot(po,sup(INf(:,2)), 'g',po,inf(INf(:,2)), 'g--');%Forman yükleme
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('N, Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'walker-üst sınıır', 'walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -4*10^5 10^7 ]);

%Geometri po-FCGR
figure(5);
plot(po,sup(IdadNp(:,3)), 'b',po,inf(IdadNp(:,3)), 'b--'); %Paris geometri
hold on
plot(po,sup(IdadNw(:,3)), 'r',po,inf(IdadNw(:,3)), 'r--'); %walker geometri
hold on
plot(po,sup(IdadNf(:,3)), 'g',po,inf(IdadNf(:,3)), 'g--'); %Forman geometri
hold on
%title('Geometri Belirsizliği p-FCGR')
plot(po,sup(IdadNn(:,3)), 'm',po,inf(IdadNn(:,3)), 'm--'); %NASGRO geometri
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('da/dN, Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'walker-üst sınıır', 'walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır', 'NASGRO-üst sınıır', 'NASGRO-alt
sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^-6 6.5*10^-6 ]);

%Geometri po-N
figure(6);
plot(po,sup(INp(:,3)), 'b',po,inf(INp(:,3)), 'b--'); %paris geometri
hold on
plot(po,sup(INw(:,3)), 'r',po,inf(INw(:,3)), 'r--'); %walker geometri
hold on
%title('Geometri Belirsizliği p-N')
plot(po,sup(INf(:,3)), 'g',po,inf(INf(:,3)), 'g--'); %forman geometri
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('N, Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Paris-üst sınıır', 'Paris-alt sınıır', 'walker-üst sınıır', 'walker-alt
sınıır', 'Forman-üst sınıır', 'Forman-alt sınıır'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -4*10^5 10^7 ]);

%Paris Modeli po-FCGR
%Malzeme
figure(7)
plot(po,sup(IdadNp(:,1)), 'k',po,inf(IdadNp(:,1)), 'k--');
%Yük
hold on
plot(po,sup(IdadNp(:,2)), 'r',po,inf(IdadNp(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('Paris p-FCGR')
plot(po,sup(IdadNp(:,3)), 'g',po,inf(IdadNp(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))

```

```

xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('(da/dN)p, Paris Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Malzeme-üst sorun', 'Malzeme-alt sorun', 'Yükleme-üst sorun', 'Yükleme-alt sorun', 'Geometri-üst sorun', 'Geometri-alt sorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^5 inf ]);

%Walker Modeli po-FCGR
%Malzeme
figure(8)
plot(po, sup(IdadNw(:,1)), 'k', po, inf(IdadNw(:,1)), 'k--');
%Yük
hold on
plot(po, sup(IdadNw(:,2)), 'r', po, inf(IdadNw(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('walker p-FCGR')
plot(po, sup(IdadNw(:,3)), 'g', po, inf(IdadNw(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('(da/dN)w, Walker Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Malzeme-üst sorun', 'Malzeme-alt sorun', 'Yükleme-üst sorun', 'Yükleme-alt sorun', 'Geometri-üst sorun', 'Geometri-alt sorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -1*10^5 inf ]);

%Forman Modeli po-FCGR
%Malzeme
figure(9)
plot(po, sup(IdadNf(:,1)), 'k', po, inf(IdadNf(:,1)), 'k--');
%Yük
hold on
plot(po, sup(IdadNf(:,2)), 'r', po, inf(IdadNf(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('Forman p-FCGR')
plot(po, sup(IdadNf(:,3)), 'g', po, inf(IdadNf(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('(da/dN)f, Forman Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Malzeme-üst sorun', 'Malzeme-alt sorun', 'Yükleme-üst sorun', 'Yükleme-alt sorun', 'Geometri-üst sorun', 'Geometri-alt sorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -10^6 inf ]);

%NASGRO Modeli po-FCGR
%Malzeme
figure(10)
plot(po, sup(IdadNn(:,1)), 'k', po, inf(IdadNn(:,1)), 'k--');
%Yükleme
hold on
plot(po, sup(IdadNn(:,2)), 'r', po, inf(IdadNn(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('NASGRO p-FCGR')
plot(po, sup(IdadNn(:,3)), 'g', po, inf(IdadNn(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))

```

```

xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('(da/dN)n, NASGRO Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Malzeme-üst yorun', 'Malzeme-alt yorun', 'Yükleme-üst yorun', 'Yükleme-alt yorun', 'Geometri-üst yorun', 'Geometri-alt yorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -0.5*10^-5 inf ]);

%Paris Modeli po-N
%Malzeme
figure(11)
plot(po, sup(INp(:,1)), 'k', po, inf(INp(:,1)), 'k--');
%Yükleme
hold on
plot(po, sup(INp(:,2)), 'r', po, inf(INp(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('Paris p-N')
plot(po, sup(INp(:,3)), 'g', po, inf(INp(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Np, Paris Yorulma Ömrü (çevrim)')
legend({'Malzeme-üst yorun', 'Malzeme-alt yorun', 'Yükleme-üst yorun', 'Yükleme-alt yorun', 'Geometri-üst yorun', 'Geometri-alt yorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -3*10^6 inf ]);

%Walker Modeli po-N
%Malzeme
figure(12)
plot(po, sup(INw(:,1)), 'k', po, inf(INw(:,1)), 'k--');
%Yükleme
hold on
plot(po, sup(INw(:,2)), 'r', po, inf(INw(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('walker p-N')
plot(po, sup(INw(:,3)), 'g', po, inf(INw(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nw, walker Yorulma Ömrü (çevrim)')
legend({'Malzeme-üst yorun', 'Malzeme-alt yorun', 'Yükleme-üst yorun', 'Yükleme-alt yorun', 'Geometri-üst yorun', 'Geometri-alt yorun'}, 'Location', 'northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -2*10^6 inf ]);

%Forman Modeli po-N
%Malzeme
figure(13)
plot(po, sup(INf(:,1)), 'k', po, inf(INf(:,1)), 'k--');
%Yükleme
hold on
plot(po, sup(INf(:,2)), 'r', po, inf(INf(:,2)), 'r--');
%Geometri
hold on
%title('Forman p-N')
plot(po, sup(INf(:,3)), 'g', po, inf(INf(:,3)), 'g--');
xticks(transpose(po))

```

```

xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('Nf, Forman Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Malzeme-üst sınırları','Malzeme-alt sınırları','Yükleme-üst sınırları','Yükleme-alt sınırları','Geometri-üst sınırları','Geometri-alt sınırları'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -3*10^7 inf ]);

%FCG Modelleri İçin Malzeme+Yük+Geometri Çözümü İnterval Diyagramları
%Paris Modeli po-FCG
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
figure(14)
plot(po,sup(IdadNp(:,4)), 'b',po,inf(IdadNp(:,4)), 'b--');
%Walker Modeli po-FCG
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
hold on
plot(po,sup(IdadNw(:,4)), 'r',po,inf(IdadNw(:,4)), 'r--');
%Forman Modeli po-FCG
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
hold on
plot(po,sup(IdadNf(:,4)), 'g',po,inf(IdadNf(:,4)), 'g--');
%NASGRO Modeli po-FCG
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
hold on
plot(po,sup(IdadNn(:,4)), 'm',po,inf(IdadNn(:,4)), 'm--');
%title('Paris,Walker,Forman,NASGRO p-FCGR 3 Belirsizlik Aynı Anda')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('da/dN, Çatlak Büyüme Hızı (mm/çevrim)')
legend({'Paris-üst sınırları','Paris-alt sınırları','Walker-üst sınırları','Walker-alt sınırları','Forman-üst sınırları','Forman-alt sınırları','NASGRO-üst sınırları','NASGRO-alt sınırları'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -4*10^5 inf ]);

%Paris Modeli po-N
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
figure(15)
plot(po,sup(INp(:,4)), 'b',po,inf(INp(:,4)), 'b--');
%Walker Modeli po-N
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
hold on
plot(po,sup(INw(:,4)), 'r',po,inf(INw(:,4)), 'r--');
%Forman Modeli po-N
%Malzeme+Yük+Geometri Birarada
hold on
plot(po,sup(INf(:,4)), 'g',po,inf(INf(:,4)), 'g--');
%title('Paris,Walker,Forman p-N 3 Belirsizlik Aynı Anda')
xticks(transpose(po))
xlabel('p, Belirsizlik Yüzdesi')
ylabel('N, Yorulma Ömrü (Çevrim)')
legend({'Paris-üst sınırları','Paris-alt sınırları','Walker-üst sınırları','Walker-alt sınırları','Forman-üst sınırları','Forman-alt sınırları'},'Location','northwest');
legend('boxoff')
axis([0 ps -7*10^7 inf]);

```

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirileri

1. M. F. Aydın, A. Erdölen, “Belirsizliklerin Yorulma Ömrüne Etkisi”, 9. Uluslararası Mühendislik Mimarlık ve Tasarım Kongresi, pp. 1117–1127, 2022.

Projeler

1. Proje ID:4801, “Belirsizliklerin Yorulma Ömrüne Etkileri”, Doç. Dr. Ayşe ERDÖLEN, FYL-2021-4801, YTU Bilimsel Araştırma Proje Koordinatörlüğü, 1.1. Geniş Literatür Çalışması 1.2. Yorulma Çatlak Büyümesi için çeşitli yazarlar tarafından oluşturulan Yorulma Ömür teorilerinde belirsizliklerin tanımlanması 1.3. Belirsizliklerin Interval Analizi Yöntemine uyarlanması ve bu aşamada bilgisayar programının oluşturulması 1.4. Nümerik sonuçların elde edilerek gerekli karşılaştırmaların ve yorumlamaların yapılması 1.5. Proje konusu ile alakalı Konferans Bildirisin Hazırlanması 1.6. Yüksek Lisans Tezinin hazırlanması ve teslim edilmesi