

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(DOKTORA TEZİ)

DEPREM MODELLERİNDEN ÜRETİLEN
ZAMAN SERİLERİNİN İSTATİSTİK
MEKANİKSEL İNCELENMESİ

Ahmet ÇELİKOĞLU

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Uğur TIRNAKLI

Fizik Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu: 404.06.01

Sunuş Tarihi: 22.08.2012

Bornova-İzmir

2012

Ahmet ÇELİKOĞLU tarafından DOKTORA tezi olarak sunulan “Deprem modellerinden üretilen zaman serilerinin istatistik mekaniksel incelenmesi” başlıklı bu çalışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve **22.08.2012** tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri üyeleri

İmza

Jüri Başkanı : Prof. Dr. Fevzi Büyükkılıç

Raportör Üye : Prof. Dr. Doğan Demirhan

Üye : Prof. Dr. Uğur Tırnaklı

Üye : Prof. Dr. Özhan Kayacan

Üye : Yrd. Doç. Dr. Haydar Uncu

ÖZET**DEPREM MODELLERİNDEN ÜRETİLEN ZAMAN
SERİLERİNİN İSTATİSTİK MEKANİKSEL İNCELENMESİ**

ÇELİKOĞLU, Ahmet

Doktora Tezi, Fizik Anabilim Dalı

Tez Yöneticisi: Prof. Dr. Uğur TIRNAKLI

Ağustos 2012, 53 sayfa

Bu tezde bekleme zamanı dağılımları çalışılmış ve koherent gürültü modelinin birleşik ölçeklenme yasasını sağladığı gösterilmiştir. Yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımında karakteristik kambur ortaya çıkmasına rağmen, artçı şok ile anaşok arasındaki geçiş noktasının kamburun tepe noktası ile örtüşmediği gösterilmiştir. Ayrıca kamburun tepe noktasını bire sabitlemek için kullanılan C parametresinin rolü ve anlamı tartışılmıştır.

Koherent gürültü modelinde sistem boyutuna bağlı olan ve olmayan durumların her ikisi için de getiri dağılımları çalışılmıştır. Sistem büyüklüğünden bağımsız durum için dağılımların q -Gaussiyen şekle sahip oldukları gösterilmiştir. Sistem büyüklüğüne bağlı durum için Gaussiyen ile q -Gaussiyen arasında bir geçiş gözlenmiştir. Dahası $q = (b + 2)/b$ şeklinde bir tam çözüm elde edilmiş ve bu bağıntı ve çok iyi bilinen çığ büyüklüğü dağılımı üsteli b kullanılarak q parametresi belirlenmiştir.

Ayrıca q -istatistik bakış açısı ile geçmiş dönemde yapılan deprem çalışmaları derlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Kompleks sistemler, depremsellik, kendiliğinden-organize sistemler, q -istatistik.

ABSTRACT

STATISTICAL MECHANICAL ANALYSIS OF THE TIME
SERIES GENERATED USING EARTHQUAKE MODELS

ÇELİKOĞLU, Ahmet

Ph.D. in Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Uğur TIRNAKLI

August 2012, 53 pages

In this thesis, the waiting time distributions between successive earthquakes are studied and showed that coherent noise model provides the unified scaling law. Although the characteristic kink occurs in the rescaled waiting time distribution, it is shown that the aftershock mainshock transition point do not coincide with the peak of the kink. Also the role and the meaning of the parameter C which is used to fix the peak of the kink to unity, is argued.

Return distributions of coherent noise model are studied for both system size independent and dependent cases. It is shown that return distributions are in the shape of q -Gaussian in the system size independent case. A crossover between Gaussian and q -Gaussian observed for system size dependent case. Moreover, an exact relation $q = (b + 2)/b$ is obtained and q parameter determined using this relation and well-known exponent b of avalanche size distribution.

Also some of the recent studies on earthquakes from the q -statistic point of view are reviewed.

Key Words: Complex systems, seismicity, self-organized systems, q -statistic.

TEŞEKKÜR

Doktora çalıőmam sűresince deęerli bilgi ve gűrűőlerini esirgemeyen, bir danıőmandan űte fikirleriyle hayatımı aydınlatan Tez Danıőmanım Prof. Dr. Uęur Tırnaklı'ya, tez izleme ve savunma jűrilerinde bulunan deęerli űęretim űyelerine, BİDEB 2211 programı ile sunduęu destekten dolayı TŪBİTAK'a ve 2009FEN027 nolu projemize destek veren Ege Ūniversitesi Fen Fakűltesi Dekanlıęı'na teőekkűr ederim.

Doktora tezim sırasında dostluklarını ve emeklerini esirgemeyen arkadaşlarıma ayrıca teőekkűr ederim.

Tűm yaőamım boyunca hep arkamda duran annem Elif elikoęlu ve babam İsmail elikoęlu'na űűkranlarımı sunarım.

Ayrıca bu űűrete bana her konuda destek olan sevgili eőim Meltem elikoęlu'na sonsuz teőekkűrler.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
ABSTRACT	vii
TEŞEKKÜR	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
1 GİRİŞ	1
2 DEPREM YASALARI VE YENİ YASA ARAYIŞLARI	7
2.1 Deprem Dinamiği ve Temel Yasalar	7
2.2 Gutenberg-Richter Yasası ve Sotolongo-Costa-Posadas Modeli	9
3 KULLANILAN MODELLER	15
3.1 Koherent Gürültü Modeli	15
3.2 Olami-Feder-Christensen Modeli	19
4 BİRLEŞİK ÖLÇEKLENME YASASI	21
5 GETİRİ DAĞILIMI	31
5.1 Koherent Gürültü Modelinde Getiri Dağılımı	31
5.1.1 Ölçekten bağımsız durum	32
5.1.2 Ölçeğe bağımlı durum	35
5.2 Olami-Feder-Christensen Modelinde Getiri Dağılımı	39
6 YAŞLANMA OLGUSU	41
7 SONUÇ VE TARTIŞMA	45
KAYNAKLAR DİZİNİ	48
ÖZGEÇMİŞ	52

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Dünya üzerindeki tektonik plakalar	8
3.1 Koherent gürültü modeli için χ^2 büyüklüğü dağılımı.	17
4.1 Kaliforniya bölgesi için hücre gösterimi.	21
4.2 Kaliforniya için bekleme zamanı dağılımı ve yeniden ölçeklenmiş hali.	22
4.3 Bekleme zamanı ve yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımları	27
4.4 Korele olmayan olayların bekleme zamanı dağılımı	29
5.1 Farklı σ değerleri için χ^2 büyüklüğü ve getiri dağılımları	33
5.2 (29) ile (33) denklemlerinde verilen çözümlerin karşılaştırması. . .	35
5.3 \mathcal{N} ye bağlı durum için χ^2 büyüklüğü dağılımı.	36
5.4 Farklı \mathcal{N} değerlerine karşılık getiri dağılımı	38
6.1 Koherent gürültü modeli için korelasyon fonksiyonu.	41
6.2 Olami-Feder-Christensen modeli için korelasyon fonksiyonu	43

1 GİRİŞ

İnsanoğlu yüzyıllardır doğayı anlama ve ona hükmetme çabası içerisinde olmuştur. Özellikle son iki yüzyıldaki atılımlar insanlığın ufkunu hiç olmadığı kadar genişletmiştir. Karanlık çağlarda taşlara şekil veren, anıtlar diken insanoğlu eski Yunan döneminde kendi varoluşunu ve doğayı daha sistematik sorgulamaya başlamıştır. Bu serüvende mantık ve felsefeye dayalı sözel imgeler yerine herkes için aynı şeyi ifade eden matematiği çok daha ağırlıklı olarak kullanmamız oldukça yeni sayılır. Özellikle Newton'ın hareket kanunlarını ortaya koymasının ardından 19. yüzyılın başlarından itibaren mekaniğe ek olarak elektrik, manyetizma, termodinamik ve istatistiksel mekaniğin bugün bilinen temelleri atılmıştır. Matematiğin ortak bir dil olarak kullanılması bilimin farklı bir seviyeye çıkmasında önemli bir rol oynamıştır.

Doğaya istatistiksel fizik penceresinden baktığımızda incelenen sistemin mikro düzeydeki yapısından hareketle makro düzeydeki basınç, sıcaklık, hacim vb. gibi niceliklere ulaşma çabası göze çarpar. Bu çaba içerisinde sistemin dengede olup olmadığı sorusu önemli bir yer tutar. Aşırı şekilde düzenli bir yapıda entropiden söz etmek ilgi çekici değildir. Peki çok düzensiz birbirleri ile hiç etkileşmeyen veya çok zayıf etkileşen parçalardan meydana gelmiş bir sistemin entropisi için ne söyleyebiliriz? Boltzmann bu soruya "*Gazların Kinetik Teorisi*" isimli çalışmasında yanıt aramış ve kendi ruh dünyası gibi karmakarışık bu sistemin entropisini girilebilir durumlar cinsinden ifade etmiştir. Eğer bir sistem termik dengeye ulaşmış ise faz uzayında her hal eş olasılıkla işgal edilir. Bu durumda entropi $S_{BG} = k \ln W$ olarak verilir. Burada W girilebilir durumların sayısı, k ise Boltzmann sabitidir. Gibbs ise probleme olasılıklar üzerinden yaklaşmıştır. Girilebilir durumların işgal edilme olasılıkları eşit değilse entropi

$$S_{BG} = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \quad (1)$$

formunda yazılabilir. Burada p_i , i . durumun işgal edilme olasılığıdır. Boltzmann-Gibbs entropisi olarak bilinen bu entropi için işgal edilmemiş mikro hallerin entropiye katkısı sıfır olur. N tane alt sistemden oluşan bir

sistemin tüm alt sistemlerinin olasılıkları eşitse $S_{BG} \propto NS_{BG}(1)$ orantısı vardır. Bu alt sistemler kısa erimli etkileşmelere sahiplerse orantı $S_{BG} \propto N$ şeklinde verilebilir. Bu özellik ekstensiflik olarak bilinir. Dengedeki sistemlerin istatistiksel mekaniği açısından pek çok konu aydınlatılmış olmasına rağmen, görece daha yeni bir çalışma alanı olan denge dışı sistemlerin istatistiksel mekaniği hakkında aydınlatılması gereken pek çok konu vardır.

Gerçek hayatta karşılaştığımız sistemler çevresi ile etkileşirler. Dünya bu tür sistemlere güzel bir örnek teşkil eder. Dünya kendi başına bir sistem olarak ele alındığında uzaydan gelen etkilere açıktır. Dünya, Güneş'ten aldığı enerjinin bir kısmını kendi bünyesinde kullanır ve geri kalanını uzaya yansıtır yani dengede olmayan bir sistemdir. Bununla beraber sıcaklığı yaklaşık sabit olması dolayısıyla kararlı bir sistemdir. Dengede olmayan sistemler, dengedeki sistemlerin tersine üzerlerine etkiyen herhangi bir etki ile orantılı tepki vermeyebilirler. Bu durum özellikle sistem kritik bir noktada veya bu nokta yakınlarındaysa ortaya çıkar. Sistem üzerinde uzun erimli etkileşmelerin hakim olduğu bu tür ölçekten bağımsız davranış gösteren sistemlere örnek olarak depremler, orman yangınları, biyolojik olarak türlerin yokoluşu, borsa dinamikleri gösterilebilir. Büyüklük dağılımı kuvvet yasasına uyan çığlar üreten ve kompleks dinamiğe sahip bu tür sistemlere olan ilgi her ne kadar son yıllarda artmış olsa da henüz tek ve birleşik bir teori ortaya koyulamamıştır. Denge dışı sistemlerin insan hayatı üzerindeki felakete varan boyutlardaki etkileri ve bu alanın henüz iyi aydınlatılamamış olması, özellikle geçtiğimiz otuz yıl içerisinde çok popüler bir araştırma alanı olmasına yol açmıştır. Deprem, finans sektörü gibi güçlü etkileşmelere sahip bu tür sistemlerin dinamiği için elimizde herhangi bir deterministik denklem yoktur. Dolayısıyla sistemin zaman içinde nasıl evrileceğine dair herhangi bir kesin yargı üretmek mümkün değildir. Bununla beraber istatistiksel analizler ile bu tür sistemlerin ortaya koyduğu çeşitli ölçeklenmeler veya şekillenimler üzerinden bilgi elde etmek mümkündür. Fakat iyi bir istatistik analiz için gerçek sistemlerden alınan veriler yetersiz kalabilir. Bu durum farklı yollar aranmasına sebep olmuştur. Özellikle bilgisayar teknolojisinin gelişmesi pek çok denge dışı sistemin modellenerek çalışılmasına imkan tanımıştır.

Denge dışı sistemleri açıklamaya çalışan değişik mekanizmalar mevcuttur. Bu mekanizmalardan en bilineni olan kendiliğinden organize kritiklik ilk kez Bak, Tang ve Wisenfeld tarafından 1987’de ortaya atılmıştır (Bak et al., 1987, 1988). Doğada karşılaştığımız pek çok sistem kritiklik gösterdiği noktaya dışarıdan yapılan sıcaklık, basınç vb. gibi parametre değişimleri sonucunda ulaşır. Kendiliğinden organize kritiklik sergileyen sistemler ise adından da anlaşıldığı gibi kritiklik gösterdiği noktaya dışarıdan herhangi bir parametre ayarına ihtiyaç duymaksızın tamamen kendi iç dinamiği ile ulaşırlar. Sistem üzerine bölgesel olarak etkiyen bir sürücü kuvvet başlangıçta yerel çığlara sebep olabilir. Belirli bir süre geçtikten sonra sistem senkronize olur ve yerel kuvvet tüm sistemi etkisi altına alarak sistemin tamamını içine alabilecek büyüklükte çığlar üretebilir. Bu durum etkiyen sürücü kuvvetin büyüklüğünden bağımsızdır, küçük bir kuvvet sistemde hiç bir değişiklik yapmayabileceği gibi tüm sistemi içine alan bir çığ da üretebilir. Ölçekten bağımsızlık olarak bilinen bu davranışta üst limit ele alınan sistemin tümüdür. Kritikliğe ulaşan bir sistem için bazı fiziksel niceliklerin dağılımı $D(\tau) = \tau^\alpha$ şeklinde basit kuvvet yasası olarak karşımıza çıkar.

Bu tip kuvvet yasası davranışı sergileyen, sistemin tümüne yayılabilecek uzun erimli etkileşmelerin söz konusu olduğu denge dışı sistemler için Boltzmann-Gibbs entropisi yetersiz kalır. Tam bu noktada yine mikroskopik olasılık terimleri içeren başka bir entropi ifadesini dengede olmayan sistemler için türetme gereksinimi ortaya çıkar. Litaratürde bu tür bir gereksinimi karşılamaya aday değişik entropi tanımları mevcuttur. Bu adaylardan en iyi bilinenlerinden birisi olan Tsallis entropisi 1988’de Tsallis tarafından ilk kez ortaya atılmıştır (Tsallis, 1988, 2009). Boltzmann-Gibbs entropisi tanımındaki normal logaritma tanımı yerine

$$y = \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q} \equiv \ln_q x \quad (x > 0; \ln_1(x) = \ln(x)), \quad (2)$$

şeklinde verilen q logaritma tanımını kullanan Tsallis entropisi $q \rightarrow 1$ limitinde Boltzman-Gibbs entropisine indirgenir ve

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q - 1}, \quad (3)$$

şeklinde tanımlıdır. Burada q , entropi indisi adını alır. A ve B gibi birbirinden bağımsız iki sistem için birleşik olasılık $p_{ij}^{A+B} = p_i^A p_j^B$ ($\forall(i, j)$) şeklinde ise bu

sistemlerin toplam entropisi

$$\frac{S_q(A+B)}{k} = \frac{S_q(A)}{k} + \frac{S_q(B)}{k} + (1-q) \frac{S_q(A)}{k} \frac{S_q(B)}{k} \quad (4)$$

toplanamaz formdadır. Ancak $q = q^*$ gibi özel bir değerde toplanabilir olmayan S_q entropisi $S_{q^*}(A+B) = S_{q^*}(A) + S_{q^*}(B)$ gibi toplanabilir hale gelir. Boltzmann-Gibbs entropisinde olduğu gibi Tsallis entropisinde de olasılıkları sıfır olan hallerin entropiye katkısı yoktur.

Bu tezde kompleks bir dinamiğe sahip olan depremler, sentetik zaman serileri üretilerek istatistik mekaniksel olarak incelenmiş ve literatüre girmiş bazı çalışmaların ışığında q -istatistikle arasında bağlantılar kurulmaya çalışılmıştır.

İkinci bölümde deprem dinamiği hakkında temel bilgiler verilmiş, depremlerin uyduğu temel yasalar ele alınmış ve istatistiksel mekaniğin temel prensipleri ile çığ büyüklüğü dağılımı arasında bağ kurmaya çalışan bazı çalışmalara yer verilmiştir.

Üçüncü bölümde literatürde sıkça kullanılan iki deprem modeline yer verilmiş ve modellerin bazı özellikleri vurgulanmıştır.

Yeni bir yasa arayışına ayrılan dördüncü bölümde birleşik ölçeklenme yasası ele alınmış ve şu üç temel soruya cevap aranmıştır; i) bu tip bir ölçeklenme için kritiklik şart mıdır? ii) birleşik ölçeklenme yasası gerçekten anaşoklar ile artçı şokları ayırmada başarılı mıdır? iii) eğer böyle bir ayırım noktası var ise bu noktanın yerini belirten parametre alalede bir çarpan mıdır yoksa fiziksel bir karşılığı var mıdır?

Beşinci bölümde deprem büyüklüklerinin getiri dağılımı incelenmiştir. Entropi indisi olan q , analitik olarak türetilen bir bağıntı yardımı ile depremin çığ büyüklüğü dağılımı üsteli ile ilişkilendirilerek bir fitting parametresi olmaktan kurtarılmıştır. Getiri dağılımlarının ise termodinamik limitte q -Gaussiyen formda olduğu gösterilmiştir.

Altıncı bölümde literatürde yer alan farklı çalışmalar derlenerek

deprem modellerinde yaşlanma etkisi incelenmiştir. Yaşlanma etkisi depremler arasındaki olay-olay etkileşmesinin varlığını ortaya koymak açısından aydınlatıcıdır. Gerçek deprem verileri analizinde karşımıza akan bu olgunun model sistemlerdeki varlığı iki farklı model yardımıyla ortaya koyulmuştur.

Yedinci ve son bölüm ise sonuç ve tartışmaya ayrılmıştır.

2 DEPREM YASALARI VE YENİ YASA ARAYIŞLARI

2.1 Deprem Dinamiği ve Temel Yasalar

Milyonlarca yıldır yeryüzünü şekillendiren depremler kompleks doğasından dolayı henüz tam olarak anlaşılammıştır. Bununla beraber geçtiğimiz yüzyılda bu konuda önemli aşamalar kaydedilmiştir. Bilindiği gibi yerküre değişik katmanlardan oluşmuştur. En üstte bulunan yer kabuğu ise tek ve bütün bir parça halinde değildir. Bu kabuk Şekil 2.1'de görüldüğü gibi çeşitli kıta plakalarından meydana gelmiştir. Bu kıta plakaları derinlerdeki sıcak magmanın etkisi ile yılda bir kaç santimetre mertebesinde hareket ederler. Pek çok insan bazen yürüyüş yapmak için çıktıkları bölgelerde çıplak gözle bile farkedilebilen keskin yükselmeler veya kayalardaki farklı tabakalar arasında ani ve kesikli geçişler görebilir. Bu o bölgede yerkabuğunun iki farklı yönde hareket ettiğinin bir göstergesidir. Birbirlerine göre daha farklı yönlerde veya hızlarda hareket eden plakaların temas noktalarında enerji birikmesi olur. Bu hareket yavaş yavaş olabileceği gibi aniden de meydana gelebilir. Yıllarca biriken enerjinin aniden serbest kalmasına deprem denir. Levha tektoniği diye bilinen bu kuram yirminci yüzyılın ikinci yarısında ortaya atılmıştır. Daha önceki yüzyıllarda deprem mekanizması için her toplumun kendi mitinin olması, aslında insanlık tarihi boyunca bu tür kompleks sistemleri anlamakta ne kadar yetersiz olduğumuzun bir göstergesidir. İnsanoğlunun yüzlerce yıllık arayışı özellikle son elli yılda yapılan çalışmalar ile hız kazanmıştır. Bu çalışmalar kompleks sistemlerin tamamen anlaşılmasını sağlamasa da bazı temel yasalar ortaya çıkarmıştır. Depremlerin uyduğu bilinen üç temel empirik yasa mevcuttur. Bunların belkide en bilineni deprem büyüklüğünün sıklık dağılımını ifade eden Gutenberg-Richter yasasıdır (Gutenberg and Richter, 1944). Yasaya göre enerjisi E 'den büyük depremlerin toplam sayısının dağılımı,

$$N(\geq E) \sim E^{-b} \quad (5)$$

şeklinde kuvvet yasası davranışı sergiler. Burada b üsteli bölgenin büyük deprem üretme potansiyelini gösteren bir parametredir ve genelde 0.8 ile 1.2 arasında değişir. Yasa, enerji ve deprem büyüklüğü arasındaki $m \sim \log E$ bağıntısı kullanılarak deprem büyüklükleri cinsinden de ifade edilebilir.



Şekil 2.1: Dünya üzerindeki tektonik plakalar (<http://derskonusu.blogcu.com/levha-hareketleri/11205276> adresinden alınmıştır.)

$$\log(N \geq m) = a - bm. \quad (6)$$

Burada a , şiddeti sıfırdan büyük olan depremlerin toplam sayısının logaritması olarak verilir.

Bir diğer empirik yasa ise artçı şok aktivitelerinin zamansal davranışı ile ilgilidir. Ana şoktan sonra gelen artçıların sayısının zamanla nasıl azaldığını ifade eden yasa

$$\frac{dN}{dt} = K(C + t)^{-p}, \quad (7)$$

üç temel yasa arasında en eskisidir ve Omori yasası olarak bilinir (Omori, 1894). Burada C ve K pozitif sabitler, p ise 0.7 ile 1.5 arasında değişen bir parametredir. p nin büyük olması, ele alınan bölgede görece daha küçük bir p üsteline sahip başka bir depremsel bölgeye oranla artçı şok sayısının gün geçtikçe daha hızlı azaldığı ve artçı şok rejiminin daha erken son bulduğu anlamına gelir.

Üçüncü bir yasa ise bir ana şoktan sonra gelen en büyük artçı ile ana şok arasındaki büyüklük farkının ana şokun büyüklüğünden bağımsız ve

yaklaşık olarak sabit olduğunu söyleyen Bath yasasıdır (Bath, 1965). Ana şok ile en büyük artçı arasındaki fark yaklaşık 1 şiddetindedir. Bu yasanın bir sonucu olarak 7 şiddetinde bir ana şok ile sallanmış bir bölgede belirli bir süre içerisinde yaklaşık 6 şiddetinde bir artçı şok olacağını tahmin edebiliriz. Böylece bu şiddette bir artçıya yönelik önlemler alınarak can ve mal kaybı en aza indirilebilir.

Bunların dışında bir bölgede belirli bir zaman diliminde meydana gelen depremlerin merkez üslerinin fraktal yapıda dağıldıkları bilinmektedir.

Depremleri istatistiksel açıdan incelemek için gerçek deprem kataloglarının veri sayıları bazı analizler için yetersiz kalabilir. Hem bu güçlükten hem de deprem dinamiğinin daha iyi anlaşılabilmesi için çeşitli deprem modelleri üretilmiştir. Üretilen bu modellerin öncelikle bahsi geçen yasalarla uyumlu olması gerekir. İlerleyen bölümlerde bu tür modeller ile yapılan bazı çalışmalara değinilecektir.

2.2 Gutenberg-Richter Yasası ve Sotolongo-Costa-Posadas Modeli

Depremlerin birbirleri ile ilintili oldukları fikri araştırmacıları depremler arasında uzaysal ve zamansal uzun erimli korelasyonlar aramaya yöneltmiştir. Bu arayış özellikle toplanabilir olmayan q -istatistiğin ortaya çıkışı ile yeni bir boyut kazanmıştır (Tsallis, 1988, 2009). On yıldan fazla bir süredir jeolojik sistemlerin bazı özellikleri q -istatistik kullanılarak çalışılmıştır. Deprem dinamiğinin kompleks yapısı içerisinde kendisini gösteren rastgele olayların, düzenli ölçeklenmelere sahip olduklarını üç temel yasa sayesinde biliyoruz. Fakat bu yasalar istatistiksel mekaniğin temel prensipleri kullanılarak elde edilmemiştir ve tamamen gözleme dayalı sonuçlardır. Bu yasalardan bir tanesi olan Gutenberg-Richter yasası ile fizik prensipleri arasında bir bağlantı kurmaya çalışan Sotolongo-Costa-Posadas modeli, q -istatistiğin depremlerin analizi açısından iyi ve kullanışlı bir aday olduğunun önemli

bir örneğidir (Sotolongo-Costa and Posadas, 2004). Modelde Herrmann et al. (1990) tarafından yapılan bir çalışmadan esinlenilerek birbirine zıt yönde hareket eden iki plaka arasındaki alanın zaman içerisinde plakalardan kopan çeşitli büyüklüklerde parçalarla dolu olduğu düşünülmüştür. Levhaların zıt yöndeki hareketine karşı bir direnç oluşturan bu parçalar aynı zamanda levhalar arası etkileşmeyi de üstlenirler. Bu parçalar her ne kadar düzensiz şekillerde olsalar da Herrmann et al. (1990)'da olduğu gibi bir parçanın hareketinden ortaya çıkan enerji, parçanın yarıçapı (Herrmann et al. (1990) da parçalar dairesel disk şeklinde alınmıştır ve enerji r ile $\varepsilon \propto r^2$ şeklinde ilişkilendirilmiştir) ile $\varepsilon \propto r$ orantılı olarak ele alınmıştır. Buradan hareketle parçaların ς yüzey büyüklüğü dağılımı ile depremlerin enerji dağılımı arasında bir ilişki kurmak çok akla yatkın görünmektedir. Levhalar arası bölgede yüzey büyüklüğü ς olan bir parçanın bulunma olasılığı $p(\varsigma)$ ise toplanabilir olmayan Tsallis entropisi

$$S_q = k \frac{1 - \int p^q(\varsigma) d\varsigma}{q - 1}, \quad (8)$$

formundadır. Burada q entropik indistir. Maksimizasyon yapılırken dikkate alınması gereken bağ koşullarından ilki $p(\varsigma)$ için

$$\int_0^\infty p(\varsigma) d\varsigma = 1, \quad (9)$$

şeklindeki normalizasyon koşuludur. Bir diğeri ise ς yüzey büyüklüğünün q ortalama değeridir. Bu ortalama

$$\int_0^\infty \varsigma p^q(\varsigma) d\varsigma = \ll \varsigma \gg_q, \quad (10)$$

olarak ifade edilir. Bu bilgi ışığında parçaların büyüklük dağılımı

$$p(\varsigma) d\varsigma = \frac{(2 - q)^{1/(2-q)} d\varsigma}{[1 + (q - 1)(2 - q)^{(q-1)/(2-q)} \varsigma]^{1/(q-1)}}, \quad (11)$$

şeklinde elde edilir. Bu dağılım kullanılarak ve ς yüzey büyüklüğünün parçanın uzunluğu ile r^2 şeklinde ölçeklendiği varsayılarak depremin enerji dağılım fonksiyonu

$$p(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{C_1 \varepsilon d\varepsilon}{[1 + C_2 \varepsilon^2]^{1/(q-1)}}, \quad (12)$$

şeklinde bulunmuştur. Burada $p(\varepsilon)$, ε enerjisinin olasılığı, C_1 ve C_2 ise sabitlerdir. Depremlerin kümülatif sayısını bulmak için

$$\frac{N_{>\varepsilon}}{N} = \int_\varepsilon^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (13)$$

eşitliğinde enerji dağılımı yerine koyulursa modifiye edilmiş Gutenberg-Richter yasası için m den büyük depremlerin sayısı

$$\log(N(> m)) = \log N + \left(\frac{2-q}{1-q}\right) \log[1 + \mu(q-1)(2-q)^{(1-q)/(q-2)}10^{2m}], \quad (14)$$

şeklinde ortaya çıkar. Burada $N_{>\varepsilon}$ enerjisi ε den büyük olan depremlerin sayısı, N tüm depremlerin sayısı ve μ ise ε ve r arasındaki ilişki ile alakalı bir sabittir. Gutenberg-Richter yasasının bu versiyonu deprensellik gösteren İber Yarımadası, İspanya'nın Endülüs bölgesi ve Kaliforniya bölgeleri için test edilmiştir. İlginç bir şekilde her üç bölge için de q değeri 1.60–1.65 arasındadır.

Sotolongo-Costa-Posadas modelin ardından toplanabilir olmayan Tsallis entropisi kullanarak Gutenberg-Richter yasasını yeniden ele almayı amaçlayan iki çalışma Silva et al. (2006) ve Darooneh and Mehri (2010) tarafından yapılmıştır. Sotolongo-Costa-Posadas tarafından ortaya atılan yaklaşımı izleyen çalışmalar, yüzey büyüklüğünün beklenen değerini ve enerjinin levhalar arasındaki parçaların doğrusal uzunluğu olan r ile olan ilişkisini yeniden ele alan revizyonlar niteliğindedir. İlk olarak Silva et al. (2006), ς yüzey büyüklüğünün beklenen değeri yerine Denklem (10)'daki q ortalama değeri değil

$$P_q = \frac{p^q(\varsigma)}{\int_0^\infty p^q(\varsigma) d\varsigma}, \quad (15)$$

eski dağılımını da içeren (Abe, 2003)

$$\varsigma_q = \langle \varsigma \rangle_q = \int_0^\infty \varsigma P_q(\varsigma) d\varsigma, \quad (16)$$

şeklindeki q -beklenen değeri kullanmıştır. Bununla beraber enerjinin r 'ye bağımlılığının $\varepsilon \sim r^3$ şeklinde olduğu kabulü yapılmıştır. Bu koşullar altında entropi maksimizasyonu yapılır ve ς yüzey büyüklüğünün r^2 ile orantılı olduğu da kullanılırsa enerji dağılımı için

$$p(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{C\varepsilon^{-1/3}d\varepsilon}{[1 + C'\varepsilon^{2/3}]^{1/(q-1)}}, \quad (17)$$

sonucuna ulaşılır. Burada C ve C' , μ oran sabitini ve q indisini içeren sabitlerdir. Türetilen enerji dağılımı ve Denklem (13) kullanılarak depremlerin enerji cinsinden kümülatif dağılımı elde edilebilir. Enerji ile deprem büyüklüğü m arasında varolan $m \sim \log(\varepsilon)$ ilişkisi kullanılarak dağılım deprem

büyüklüğü cinsinden ifade edilebilir. Böylece Gutenberg-Richter yasasının yeni versiyonu

$$\log(N(> m)) = \log N + \left(\frac{2-q}{1-q}\right) \log \left[1 - \left(\frac{1-q}{2-q}\right) \left(\frac{10^{2m}}{\mu^{2/3}}\right)\right], \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Görüldüğü gibi enerjinin r 'ye olan bağılılığı ve ς yüzey büyüklüğünün beklenen değeri için yapılan yeniden düzenleme sonucunda Gutenberg-Richter yasası Sotolongo-Costa and Posadas (2004) ile benzer formda yeniden elde edilmiştir. Her iki versiyon için de entropi indisi q yaklaşık aynı değerlerde olmasına rağmen, iki versiyon enerji kestiriminde birbirlerinden çok farklı sonuç vermektedir. Öyle ki Sotolongo-Costa and Posadas (2004) tarafından enerji ile r arasındaki oranı $\mu \sim 10^{-6}$ mertebesinde iken, Silva et al. (2006) tarafından $\mu \sim 10^{10}$ mertebesinde bulunmuştur. Bu yeni versiyon Brezilya'nın Samambaia bölgesi, Anadolu ve Amerika'nın New Madrid bölgesinden alınan sismik verilerle test edilmiştir. Sonuç olarak Sotolongo-Costa and Posadas (2004) tarafından yapılan çalışmaya göre deprem büyüklüklerinin daha geniş bir aralığında kullanılabilir olduğu gösterilmiştir.

Bu iki versiyonun özellikle küçük büyüklükteki depremleri kapsar nitelikte olmaması üzerine konu Darooneh ve Mehri tarafından 2010' da yeniden ele alınmıştır (Darooneh and Mehri, 2010). Deprem büyüklüklerinin dağılımı (Gutenberg-Richter yasası), küçük deprem büyüklükleri için yaklaşık düz bir çizgi şeklinde sabit iken kabaca $m > 2.5$ den sonra kuvvet yasası formundadır. Darooneh ve Mehri küçük deprem büyüklüklerinde karşılaşılan bu durumu katalogların tam olmamasının yanısıra uzun erimli korelasyonların da etkilediğini öne sürerek Gutenberg-Richter yasasını toplanabilir olmayan Tsallis entropisi kullanarak yeniden genelleştirdiler. Parçaların şeklinin düzgün olmadığından yola çıkarak yüzey büyüklüğü ile yayılan enerji arasındaki ilişki

$$\varepsilon \sim \exp(\varsigma^{1/\mu}), \quad (19)$$

şeklinde yeniden tanımlanmıştır. Yüzey büyüklüklerinin olasılık dağılımı, Silva et al. (2006) ile benzer maksimizasyon koşulları kullanılarak elde edildikten sonra Denklem (19) kullanılarak enerji dağılımı hesaplanmıştır. Sonuç

olarak $m \sim \ln \varepsilon$ ilişkisi kullanılarak Gutenberg-Richter yasası

$$P_{>}(m) = \frac{N(m)}{N} = \int_m^{\infty} P(m) dm = \exp_q(-\beta m^\mu), \quad (20)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $P(m)$, m nin eskort olasılığı, β ise bir parametredir. Bu son modifiye versiyon İran ve Kaliforniya deprem katalogları kullanılarak daha önce bahsedilen diğer iki versiyon ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak öne sürülen yeni versiyonun depremin frekans dağılımı ile küçük ölçekteki depremler bölgesinde uyumlu olduğu ve özellikle bu yönü ile önceki versiyonlara göre gerçek verilerle daha iyi uyum gösterdiği ortaya konulmuştur.

Bu noktada hangi versiyonun daha iyi olduğunu anlayabilmek için deprem modellerinden sentetik zaman serileri üretilip kıyaslama yapılabilir.

3 KULLANILAN MODELLER

Gerçek depremlerin kayıtları teknolojinin gelişmesine paralel olarak ancak geçtiğimiz yüzyılın son çeyreğinde tam olarak tutulmaya başlanmıştır. Bu durum beraberinde veri sayısının azlığını ve depremlerle ilgili yapılacak istatistiksel analizlerin yeteri kadar verimli olmamasını getirir. Bu yüzden yine teknolojinin sunduğu nimetlerden yararlanan insanoğlu depremi modelleme yoluna gitmiştir. Çeşitli modellerden istenildiği kadar üretilen sentetik veriler kullanılarak deprem dinamiği ve istatistiksel özellikleri anlaşılmasına çalışılmıştır. Bir deprem modeli için temel şart, depremlerin uyduğu bilinen yasaları sağlamasıdır. Bu yasalardan Gutenberg-Richter ve Omori yasaları kuvvet yasası formunda olduğu ve bu formunun genelde literatürde kritik süreçlerden kaynaklandığı düşünüldüğü için pek çok deprem modeli kritiklik sergiler. Bu tür modellerin en bilinenlerinden birisi Olami, Feder ve Christensen tarafından 1992 yılında ortaya atılan Olami-Feder-Christensen modelidir (Olami et al., 1992). Fakat bu tür kuvvet yasası davranışı sergilemek için kritiklik şart değildir. Literatürde kritik olmayan fakat kuvvet yasası korelasyonuna sahip modeller mevcuttur. Bu tür modellere iyi bir örnek olarak Newmann tarafından 1996'da ortaya atılan Koherent Gürültü Modeli gösterilebilir (Newman, 1996; Newman and Sneppen, 1996).

3.1 Koherent Gürültü Modeli

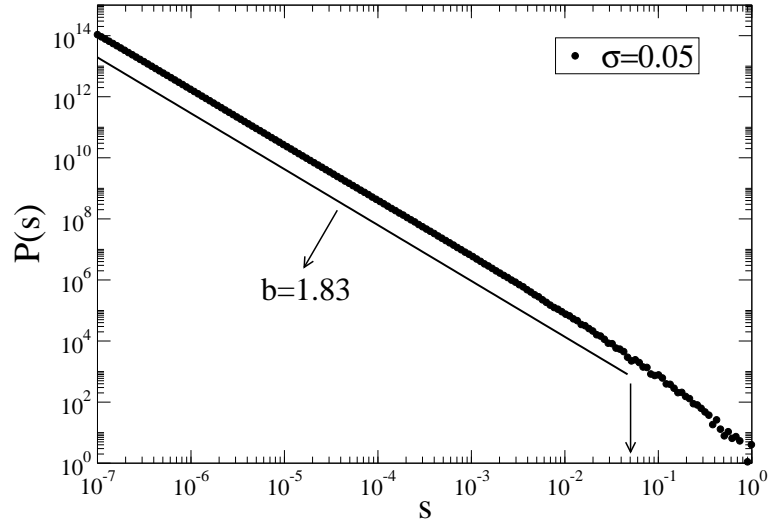
Koherent gürültü modeli türlerin yok oluşunu açıklamak amacı ile ortaya atılmış bir model olmasına rağmen literatürde depremleri modellemek için de kullanılmıştır. Türlerin yok oluş sürecini ele alan öncü modeller sürece biyolojik açıdan yaklaşmış, avlanma, besin zinciri ve türler arası rekabet gibi doğal seçim sonucu yok oluşun gerçekleştiğini varsaymışlardır. Bununla beraber günümüzde üzerinde en çok konuşulan yok oluşlardan bir tanesi olan dinazorların yeryüzünden silinmesini açıklamaya çalışan en popüler teori, Meksika yakınlarına düşen büyük bir meteorun bu yok oluştan sorumlu olduğunu savunmaktadır. Fosil kayıtlarını inceleyen bilimadamları bu teoriyi destekler

şekilde bazı türlerin aniden yeryüzünden silindikleri sonucuna ulaşmıştır. Bu ani yok oluşlar türün yaşadığı çevrenin abiotik bir etki ile türün adaptasyonuna izin vermeyecek kadar hızlı değişmesi ile oluşabilir. Bu tür abiotik bir etki meteor çarpması olabileceği gibi okyanus sularının tuzluluğunun ani değişmesi, devasa bir volkanın patlaması gibi değişik faktörler de olabilir.

Koherent gürültü modeli bu tür abiotik etkileri bir dış stres olarak ele almıştır. Model, birbiri ile etkileşmeyen \mathcal{N} tane türden oluşmaktadır. Bu türlerden her biri dışarıdan gelecek abiotik etkilere (strese) karşı bir direnme toleransına sahiptir. Bu toleranslar (eşik değerler) $0 \leq x \leq 1$ aralığında düzgün dağılımdan ($p_{thr}(x)$) rastgele seçilerek atanır. Türler üzerine dışarıdan η gibi abiotik etkiyi temsil eden bir stres etki ettirilir. Bu stres değeri $p_{stres}(\eta)$ gibi bir dağılımdan yine rastgele seçilir. $p_{stres}(\eta)$ dağılımı olarak doğada karşımıza çıkan Gaussiyen, kuvvet yasası, eksponansiyel gibi pek çok dağılım kullanılabilir ve seçilen dağılımın modelin ortaya koyduğu sonuçlara etkisi yoktur. Seçilen dağılım model dinamiğini etkilemez, sadece çıkış büyüklüğü dağılımının üstelini değiştirir. Yaptığımız çalışmalarda stres dağılımı olarak

$$p_{stres}(\eta) = \frac{1}{\sigma} \exp(-\eta/\sigma), \quad (21)$$

şeklindeki eksponansiyel dağılım kullanılmıştır. Fiziksel açıdan da küçük stres değerlerinin büyük stres değerlerinden daha sık görülmesi akla yakın gözükmektedir. Bu yüzden $p_{stres}(\eta)$ en büyük değerini $\eta = 0$ durumunda alırken, η nın büyük değerleri için sıfıra gider. Uygulanan stresin değeri η , türün eşik değeri x den büyük ise tür yok olur. Yok olan türün yerine sabit tür çeşitliliği sağlamak için yine düzgün dağılımdan rastgele seçilen bir eşik değere sahip yeni tür atanır. Bu şekilde yenileri ile değişen tür sayısının toplam tür sayısına oranı çığın büyüklüğünü (s) verir. Bununla beraber modelin çalışmasını sürekli kılmak için yeni bir adım eklenmelidir. Düşük eşik değerine sahip türler yok oldukça yerine geçen türlerden bazıları büyük eşik değerlerine sahip olabilirler. Dışarıdan uygulanan stres rastgele seçilen eşik değerlerinden küçük olanları sistematik olarak ortadan kaldırma eğilimindedir. Bu durum eşik değerlerinin zamanla 1'e çekilmesine ve seçilecek stresin bu değer altında kalmasına, dolayısıyla da modelin durmasına ve daha fazla çıkış üretememesine sebep olur. Türlerin kendi aralarında etkileşmeleri ve evrimi, bu



Şekil 3.1: Koherent gürültü modeli için çığ büyüklüğü dağılımı. $f = 10^{-7}$ alınmıştır.

duruma bir çözüm getirir. Türleri aynı anda etkileyen abiotik süreçler arasında evrim sonucu eşik değerler yani bir strese karşı koyabilme toleransları rastgele değişir. Bir avcı tür zaman içinde yeryüzünde herhangi bir bölgede yaşarken, av popülasyonundaki artışlar veya diğer çevre şartlarına uyumu sonucunda tüm yerküreye yayılmış ve böylece hayatta kalma olasılığını arttırmış olabilir. Bunun tam tersi de mümkündür. Bu değişimi temsil etmek için türlerin küçük bir f kesri rastgele seçilerek eşik değeri değiştirilir ve diğer türlere dokunulmaz.

Uygulanan stres aynı anda tüm türlere etki ettiğinden model bir ortalama alan modelidir. Model, bir deprem modeli olarak ele alındığında s çığ büyüklükleri deprem şiddetleri olarak kullanılabilir. Plakalar arasındaki temas noktaları ise türlerin yerini alır. Artık türlerin dış strese karşı koyma eşliğinden değil, plakaların birbirine temas ettiği noktada harekete karşı koyma direncinden bahsedilebilir. Son olarak modelin devamlılığını sağlayan rastgele seçilen türlerin eşik değerlerinin değiştirilmesi adımı ise tektonik plakaların plastik deformasyonuna karşılık gelir.

Üretilen çığların frekans dağılımı üç bölgeden oluşmaktadır. Çığ büyüklüğü $s \approx \sigma f$ değerine kadar uzanan birinci bölge yatay plato şeklindedir ve f nin seçimi ile istenilen genişlikte ayarlanabilir veya ortadan kaldırılabilir. Hemen ardından gelen kuvvet yasası rejimi ise $s \approx \sigma$ değerinden sonra

yerini eksponansiyel düşüğe bırakır. Şekil 3.1’de uygun f değeri seçilerek plato bölgesi ortadan kaldırılmış ve dağılımın kuvvet yasası bölgesinden başlaması sağlanmıştır. Ayrıca kuvvet yasası bölgesinin bitiş noktası ok ile işaretlenmiştir. f parametresinin seçimi model dinamiğine etkide bulunmaz. Bununla beraber f , çığ üretiminin devam etmesi için sıfırdan büyük olmalıdır. Fakat kuvvet yasası davranışını bozmayacak kadar da küçük seçilmelidir. σ , $0 < \sigma \ll 1$ aralığında olmalıdır. Bu seçim hem modelin kuvvet yasası davranışı ortaya koyması açısından hem de bu kuvvet yasası rejiminin üsteli açısından önemlidir. Denklem (21)’den de görüldüğü gibi daha büyük σ değeri daha büyük stres dolayısıyla da daha büyük çığlar anlamına gelmektedir. σ değeri arttıkça kuvvet yasası rejiminin eğimi azalır fakat daha büyük σ değerlerine gidildikçe kuvvet yasası rejimi bozulup yerini eksponansiyel azalmaya bırakır.

Model oldukça basit ve sade olmasına rağmen Omori (Wilke et al., 1998) ve Gutenberg-Richter yasalarına uyduğu, ilk koşullara kuvvet yasası bağlılığı gösterdiği (Ergün and Tirnakli, 2005) ve yaşlanma etkisini gösterdiği daha önceki çalışmalarda ortaya koyulmuştur (Tirnakli and Abe, 2004). Bununla beraber modelin eleştiri alan yönleri de mevcuttur. Bunlardan ilki türlerin birbirleri ile etkileşmedikleri kabulüdür. Aynı ortamda yaşayan türler arasında herhangi bir etkileşimin olmadığını düşünmek akla yatkın gözükmemektedir. Bir diğer husus ise yok olan türlerin yerine gelen yeni türlerin tolerans değerlerinin rastgele seçilmesidir. Bunun yerine türlerin geçmişteki türlerin soyundan geldiğini ve tolerans değerlerinin atalarının toleransı ile ilişkili olduğunu düşünmek daha kabul edilebilir bir yaklaşımdır. Ayrıca üretilen streslerin tüm türler için eşit davranması sorunu vardır. Herhangi bir tür için etkili olan stres başka bir türü hiç etkilemeyebilir. Modelin gerçek dünya ile uyumsuzluğunu ortaya koyan tüm bu eleştiri veya eksikliklerini ele alan bir çalışma Newman tarafından 1997’de yapılmıştır (Newman, 1997). Newman etkileşme problemini çözmek için türleri bir örgü üzerine oturtturarak uzaysal bir topoloji oluşturmuş ve herhangi bir tür yok olduğunda, türün en yakın komşularının da yok olmasına izin vermiştir. Modelin etkileşim eklenmiş bu versiyonunda herhangi bir topoloji ve herhangi bir stres değeri altında çığ büyüklüğü dağılımının yine kuvvet yasası formunda olduğu ve üstelinin de

hemen hemen hiç değişmediği gözlenmiştir. Yine tolerans değerinin rastgele olarak direkt atandığı kesikli dinamik yerine, küçük değişimler sonucu sürekli bir tolerans değişiminin olduğu versiyon incelenmiş ve başat kestirimlerin değişmez kaldığı görülmüştür. Newman aynı çalışmasında çok boyutlu stres versiyonunu da ele almıştır. Bu versiyon temelde deniz seviyesindeki bir düşüşten okyanus sınırında yaşayan türlerin, dağlarda yaşayanlara oranla daha çok etkilenmesi gerektiğinden veya bir başka örnek olarak Avustralya kıtasına düşen bir meteorun öncelikli olarak bu bölgedeki türler üzerinde etkili olmasının daha akla yatkın bir yaklaşım olduğundan yola çıkmıştır. Bu tip farklı stresler modele \mathcal{M} tane $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots$ gibi farklı rastgele stres türleri ve seviyeleri temsili ile eklenmiştir. Streslerin etkileyeceği tolerans değerleri ise yine rastgele olarak x_1, x_2, x_3, \dots gibi oluşturulmuştur. Bu versiyon incelendiğinde de kuvvet yasası davranışında ve üstelinde herhangi bir farklılık gözlenmemiştir.

3.2 Olami-Feder-Christensen Modeli

Deprem dinamiğini modellemek için üretilmiş Olami-Feder-Christensen modeli ortaya çıktığı 1992 yılından itibaren hem orjinal versiyonu hem de değişik varyantları ile iyi çalışılmış bir modeldir (Olami et al., 1992). Model birbiri üzerinde kayan iki plakadan oluşur ve plakalar arasındaki kontak noktaları; birbirlerine ve alt plakaya yaylarla bağlı bloklarla temsil edilir. Herbir bloğun üzerine başlangıçta $[0, 1]$ aralığından rastgele seçilen bir F_i stresi (kuvveti) etki eder. Daha sonra üstteki serbest plakanın hareketi ile bloklar üzerindeki stres değeri giderek artar. Üstteki plaka hareket ettikçe biriken kuvvet bloğun alltaki plaka ile olan sürtünme kuvvetini ($F_{th} = 1$) geçtiğinde blok serbest kalır (mesela i . blok) ve deprem tetiklenir. Serbest kalan blok bu hareketi sonucu çevresindeki bloklara aradaki yaylar vasıtasıyla üzerindeki kuvveti boşaltır ve i . blok üzerindeki stres sıfırlanır. $L \times L$ lik bir kare örgü için i . bloğun en yakın komşu sayısı dörttür. Matematiksel olarak i .

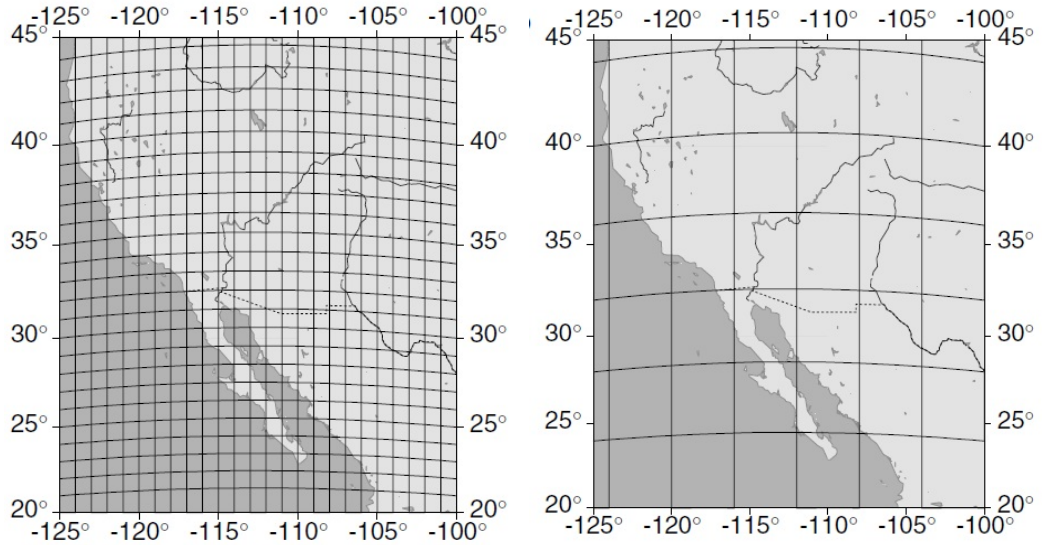
bloğun tetiklendiği durumu ifade etmek istersek

$$F_i \geq F_{th} \Rightarrow \begin{cases} F_i \rightarrow 0, \\ F_{nn} \rightarrow F_{nn} + \gamma F_i \end{cases} \quad (22)$$

ile gösterebiliriz. Burada nn , i . bloğun en yakın komşularını temsil eder. Eğer bu en yakın komşulardan herhangi birisinin (j nin) stres değeri $F_{jenn} \geq F_{th} = 1$ eşik değeri aşarsa j . blokta serbest kalır ve komşularına üzerindeki stresin γF_j kadarını aktarır. Bu durum tüm bloklar üzerindeki stres eşik değerden küçük olana kadar devam eder. Bir zaman adımında serbest kalan blokların sayısı çığın (depremin) büyüklüğünü verir. Bir çığdan sonra sistem tekrar sürücü kuvveti temsil eden üst plaka tarafından yavaş yavaş stres yüklenir ve herhangi bir blok üzerindeki stres değeri eşik aştığında çığ tekrar başlar. Denklem (22)'deki γ , transfer parametresidir ve sistemin korunumlu olup olmadığını belirler. Eğer $\gamma = 0.25$ ise sistem korunumlu, $\gamma < 0.25$ ise korunumsuzdur. Model için iki farklı çığ tanımlaması yapılabilir. Bunlardan birinde her bir bloğun tekrar tekrar çığa katılmasına izin verilirken bir diğesinde izin verilmez ve her blok bir zaman adımında sadece bir defa çığa katılacak şekilde sınırlandırılır. Bu iki durum arasında çığ büyüklüğü dağılımı açısından pek bir fark olmamasına rağmen model dinamiği açısından farklı davranırlar.

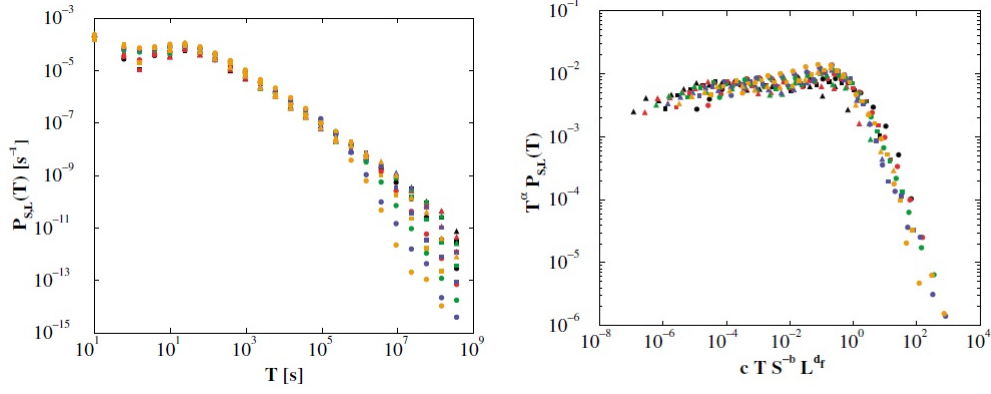
4 BİRLEŞİK ÖLÇEKLENME YASASI

Depremlerin uyduğu temel yasalar uzun yıllardır bilinmektedir. Bu yasaları tek bir yasa altında toplamak için 2002 yılında önemli bir çalışma yapılmıştır (Bak et al., 2002; Christensen et al., 2002). Kaliforniya deprem kataloğunun incelendiği çalışma Ito'nun prosedürünü temel almış ve bu prosedüre küçük bir ek yapılarak analiz gerçekleştirilmiştir (Ito, 1995). Katalog verilerinin analizi 1984 – 2000 yılları aralığında $20^\circ - 45^\circ$ kuzey enlemleri ve $100^\circ - 125^\circ$ batı boylamlarını kapsayacak şekilde yapılmıştır. Bahsi geçen bölge Şekil 4.1'den de görüldüğü gibi $L \times L$ büyüklüğünde hücelere ayrılmış ve her bir hücre içerisinde $m_{th} = \log_{10} S$ eşik değerini geçen ardarda gelen iki deprem arasındaki bekleme zamanı ($T = t_i - t_{i-1}$; burada t_i i . depremin zamanıdır) hesaplanmıştır. Her bir hücredeki bekleme zamanları sayılarak T bekleme zamanının $P_{S,L}(T)$ dağılımı elde edilmiştir. Bahsi geçen dağılım Şekil 4.2'nin



Şekil 4.1: Kaliforniya bölgesinin 1 ve 4 derecelik kare hücelere bölünmüş gösterimi (Bak et al., 2002)

sol kısmında görüldüğü gibi yatay bir doğru şeklinde başlayıp ardından kuvvet yasası formunda devam etmektedir. Fakat seçilen farklı hücre büyüklükleri ve farklı eşik değerler için özellikle $T \simeq 10^5$ değerinden sonra her bir dağılım farklı davranmaktadır. Dağılımlar bu bölgede belirli bir dalgalanmanın etkisi



Şekil 4.2: Sol taraf: Kaliforniya bölgesi için bekleme zamanı dağılımı. Sağ taraf: Aynı bölge için yeniden ölçeklendirilmiş bekleme zamanı dağılımı (Bak et al., 2002)

altında kuvvet yasasından ziyade hızlı bir düşüşe daha yakın görülmektedir. Yazarlar tarafından dağılım hem uzay hem de zamanı içerecek şekilde yeniden ölçeklendirildiğinde depremlerin merkez üslerinin dağılımının fraktal boyutu, Gutenberg-Richter yasası ve Omori yasalarının tek bir ölçeklenme yasası altında birleştiği gözlenmiştir. Şekil 4.2'nin sağ kısmında da görülen bu tür bir ölçeklenmenin ancak kritik süreçlerin bir sonucu olabileceği düşünülmüştür. Bak et al. (2002) tarafından kullanılan yeniden ölçekleme fonksiyonu

$$T^{\alpha} P_{S,L}(T) = C T S^{-b} L^{d_f}, \quad (23)$$

şeklinindedir. Burada T ardarda meydana gelen depremler arasındaki zaman farkı, $P_{S,L}(T)$ bu zaman farklarının olasılığı, S depremler için eşik değeri, b Gutenberg-Richter yasası üsteli, α Omori yasası üsteli, L seçilen hücrelerin derece cinsinden kenar uzunluğu ve d_f ise deprem merkez üslerinin dağılımının fraktal boyutunu temsil etmektedir. Buna ek olarak denklemin sağ tarafı Şekil 4.2'nin sağ kısmında (yeniden ölçeklenmiş dağılım) görülen kamburun tepe noktasını 1'e sabitlemek için bir sabit ile çarpılmıştır. Bak et al. (2002) tarafından kamburun ana şok ve artçı şok bölgesini ayırdığı düşünülmüş ve bu sebeple kambur 1'e sabitlenmiştir. Böylece 1'in solunda kalan bölge birbirleri ile korele olan artçı şok bölgesi, sağ taraf ise birbirleri ile korele olmayan ana şoklar bölgesi olarak değerlendirilmiştir. Bu değerlendirmelerin altında yatan fikirlerden bir tanesi sağ tarafın hızlı düşüş göstermesidir. Bu tür bir hızlı düşüşün eksponansiyel tipte bir düşüş olduğu ve bu tür eksponansiyel bir

davranışın ancak birbirleri ile korele olmayan olaylardan kaynaklanabileceği değerlendirilmesi yapılmıştır. Dolayısı ile ana şok ve artçı şok bölgesini ayırma rolü kambura yüklenmiştir. Bu tür bir ölçeklenmenin daha iyi anlaşılabilmesi için kamburun korelasyon ile ilişkisini ortaya koymak iyi bir yol olarak görülmektedir. Birleşik ölçeklenme yasasında değişen L ve S değerleri için herhangi bir deprem artçı şok (korele bölge) veya ana şok bölgesinde (korele olmayan bölge) bulunabilir. Eşik değer S ve ilgilenilen bölgenin büyüklüğü L bilinmeden ardarda gelen iki deprem arasında korelasyon olup olmadığı söylenemez. Bak et al. (2002) tarafından ortaya atılan birleşik ölçeklenme yasasını baz alan pek çok çalışma literatürde yer almıştır. Bunlardan bazıları çalışmayı farklı bölgeler için test ederken bazıları ise kendi bakış açılarından eksiklikleri giderme çabası içerisinde olmuşlardır.

Yine Kaliforniya deprem kataloğu farklı bir bölge seçimi ile ($30^\circ - 40^\circ$ kuzey, $123^\circ - 113^\circ$ batı) 1984 – 2001 yılları arasında Corral tarafından incelenmiştir (Corral, 2003, 2004a,b). Çalışmada bekleme zamanlarının olasılık yoğunluğunun $D(\tau|r) \simeq rg(r\tau)$ şeklinde ölçeklendiği görülmüştür. Burada r deprem olma oranı (sıklığı) ve g ise genelleştirilmiş gama dağılımı ($g(r\tau) = A(\frac{1}{(r\tau)^{1-\theta}})exp(\frac{(r\tau)^\phi}{B})$; $A = 0.5 \pm 0.10, B = 1.58 \pm 0.15, \theta = 0.67 \pm 0.05, \phi = 0.95 \pm 0.05$) ile iyi örtüşen bir ölçeklenme fonksiyonudur. Ayrıca bu ölçeklenmenin farklı kataloglar için de geçerli olduğu gösterilmiştir. r yerine L^{d_f}/S^b kullanıldığında ve Bak et al. (2002) ile aynı prosedür izlendiğinde Kaliforniya kataloğu için bekleme zamanlarının yeniden ölçeklenmiş $D(\tau)$ dağılımının iki farklı kuvvet yasası rejimine sahip olduğu görülmüştür.

2004 yılında Baiesi ve Paczuski tarafından birleşik ölçeklenme yasasını temel alan ve ardarda gelen iki deprem arasındaki korelasyonu ölçen bir metrik önerilmiştir (Baiesi and Paczuski, 2004). Bu metrik kulanılarak öncü, artçı ve ana şoklar sınıflandırılmıştır. Ortaya atılan metriğe göre i . ve j . depremler arasındaki korelasyon $kor_{i,j}$ bu iki deprem arasındaki deprem sayısı ($n_{i,j}$) ile ters orantılıdır. Yapılan analizde birbiri ile ilintili depremlerin yer aldığı uzay-zaman penceresinin seçimi manuel olarak dışarıdan empoze edilmemiştir. Herhangi i ve j depremleri arasındaki deprem sayısı $n_{i,j} = Ct_{i,j} \ell^{d_f} \Delta m^{-bm_i}$ ile verilir. Burada t ve ℓ , i ve j depremlerinin arasında

geçen zaman ve merkezüsler arası uzaklık, d_f incelenilen fayın fraktal boyutu, b Gutenberg-Richter ölçeklenmesinin üsteli, m_i ilk depremin Δm kadar belirsizlikle büyüklüğü ve son olarakta C ise ilgilenilen bölgenin incelenilen zaman aralığındaki sismik aktifliği ile ilgili bir sabittir. Bu çalışmada C sabiti, Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) çalışmalarından farklı bulunmuş ve sabite farklı bir anlam yüklenmiştir.

Dauidsen ve Goltz tarafından yapılan bir çalışmada ise birleşik ölçeklenme yasasında hücrelerin büyüklüğünü belirten lokalizasyon terimi L nin seçimi ele alınmıştır (Dauidsen and Goltz, 2004). Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) tarafından yapılan çalışmada ilgilenilen bölgenin Amerika Birleşik Devletleri'nin büyük bir bölümünü kapsadığı göz önünde bulundurulursa hücre büyüklüklerinin belirlenmesinde derece yerine kilometre gibi uzunluk boyutunda bir birim kullanmak daha tutarlılık sağlayabilir. Kuzeye gidildikçe iki enlem arasındaki mesafe daraldığı için derece kullanılarak yapılan bölmede kuzeydeki hücreler güneydekilerden daha küçük olarak seçilmiş olur ve bu durum analiz sonucuna etki edebilir. Dauidsen and Goltz (2004) tarafından yapılan bir çalışmada bu duruma vurgu yapılarak hücreler belirlenirken kenar uzunlukları kilometre olarak alınmıştır. Yeniden ölçeklenmiş dağılımda τ bekleme zamanlarının küçük değerleri için $\gamma = 0.6$ gibi üçüncü bir üstel gözlenmiştir. Bununla beraber verilerin üst üste binmesinin τ nun artan değerlerinde bozulduğu görülmüştür.

Birleşik ölçeklenme yasası Lindman et al. (2005) tarafından sentetik veri üretilerek test edilmiştir. Çalışmada Omori yasasında yerleşik olmayan Poisson dağılımı kullanılarak elde edilen denklem yardımıyla sentetik veriler üretilmiştir. Birbiri ile korele olarak üretilen bu veriler kullanılarak birleşik ölçeklenme yasası test edilmiştir. Tamamen korele verilerle yapılan çalışma sonucunda yasanın benzer şekilde ortaya koyulması, yazarları yasanın ana şoklar ile artçı şokları ayırmak açısından fiziksel olarak tamamen anlamsız olduğu fikrine yöneltmiştir. Buna ek olarak veriler üzerine birbirleri ile korele olmayan veriler eklendiğinde ise Bak et al. (2002) tarafından yapılan çalışmadakine benzer bir kambur gözlenmiştir. Dolayısı ile kamburun ancak korele olmayan depremlerin varlığında ortaya çıktığı ve herhangi iki bölgeyi

ayırmadığı sonucuna varılmıştır.

Ana şoklar ile artçı şoklar arasında bir fark olup olmadığını araştıran farklı bir çalışma 2005 yılında İtalya’da yapılmıştır (Carbone et al., 2005). İtalya’nın belirli bölgelerini kapsayacak şekilde dört veri seti analiz edilmiştir. Bunlardan ikisi ana şok ve artçı şokları içeren uzun zaman aralıklı veri setleri iken diğer ikisi yıllık artçı şok dizisi olarak alınmıştır. Bu veri setleri ile birleşik ölçeklenme yasası test edilmiş ve sonuç olarak kamburdan sonraki bölümde sadece artçı şokları içeren setlerin diğerlerinden farklı biçimde kümelendikleri görülmüştür. Böylece artçı şok mekanizmasının anaşokları oluşturan mekanizmadan farklı olduğu sonucu çıkarılmıştır.

Bununla beraber Tayvan bölgesinden alınan deprem verileri ile yapılan bir çalışmada ise Bak et al. (2002) ile benzer sonuçlar gözlenmiştir (Tsai and Shieh, 2008).

2010 yılında Kaliforniya deprem kataloğu kullanılarak yapılan bir çalışmada incelenen bölgeyi $L \times L$ büyüklüğünde hücrelere ayırmak yerine Baiesi and Paczuski (2004) tarafından ortaya atılan metrik kullanılarak sadece korele verilerle birleşik ölçeklenme yasası test edilmiştir (Mohan and Revathi, 2011). Sonuç olarak yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımında herhangi bir kambur gözlenmemiştir. Bu durum Lindman et al. (2005)’de olduğu gibi kamburun ancak korele olmayan depremlerden kaynaklandığı şeklinde yorumlanmıştır.

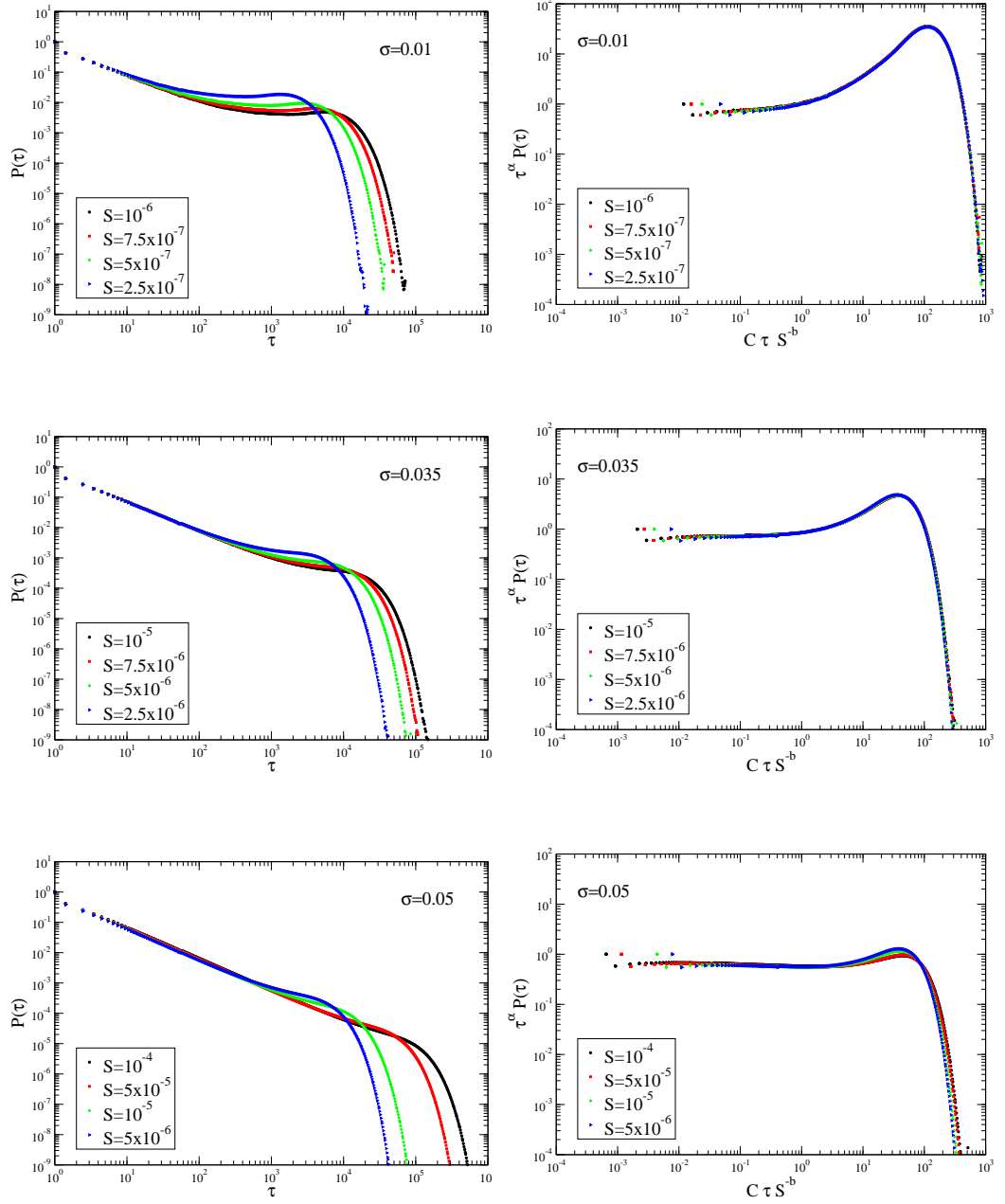
Görüldüğü gibi birleşik ölçeklenme yasasını temel alan çalışmalar özellikle yeniden ölçeklendirilmiş bekleme zamanı dağılımında ortaya çıkan kümelenme ile korelasyon arasında bir ilişki olup olmadığı konusunda tartışmalı sonuçlar ortaya koymaktadır. Bu sebeple 2011 yılında yapılan çalışmada probleme koherent gürültü modeli kullanılarak yaklaşılmış ve şu üç temel soruya yanıt aranmıştır; i) bu tür bir ölçeklenme için kritiklik şart mıdır? ii) yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımında ortaya çıkan kamburun ana şoklar ile artçı şokları ayırmakta bir rolü var mı? iii) yeniden ölçeklenme bağıntısında kullanılan C alalede bir sabit mi? Buna ek olarak çıkan sonuçlar Bak et al. (2002) ile kıyaslanmıştır (Celikoglu and Tirnakli, 2012b).

Koherent gürültü modeli uzaysal bir topolojiye sahip olmadığından kritiklik sergilemez ve birbiri ile büyüklük olarak korele olmayan depremler üretir. Model çok basit olan yapısına rağmen Bölüm 3.1’de bahsedildiği gibi bazı temel yasaları sağlar. Modelde eşik dağılım olarak düzgün dağılım seçildiğinde, türlerin tek tek üretilen stres değerinin altında kalıp kalmadığına bakmak yerine dağılımdan direk olarak çıkış büyüklükleri hesaplanabildiğinden (model $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ limitinde çalıştırılabildiğinden) eşik dağılım olarak düzgün dağılım kullanılmıştır. Stres dağılımının seçimi modelin dinamiğini ve sonuçlarını etkilemediğinden stres dağılımı olarak $P_{stress}(\eta) = (\frac{1}{\sigma}) \exp(\frac{-\eta}{\sigma})$ biçiminde eksponansiyel dağılım kullanılmıştır. Modelde farklı durumlara karşılık gelen üç farklı σ değeri için ($\sigma = 0.01, \sigma = 0.035, \sigma = 0.05$) sentetik zaman serileri oluşturularak, S_{th} eşik değerinden büyük ardarda gelen depremler arasındaki bekleme zamanları ($\tau = t_i - t_{i-1}$) hesaplanmıştır. Bekleme zamanlarının dağılımı Şekil 4.3’ün sol tarafında değişik eşik değerleri için gösterilmiştir. Üç farklı σ durumu için de dağılımlar 1’den başlayacak şekilde normalize edilmiştir. Şekil 4.3’den de görüldüğü gibi dağılım üsteli $\alpha \approx 1$ olan kuvvet yasası formunda başlayıp bir hızlı düşüş bölgesi ile son bulmaktadır. Bu iki bölgenin arasında yeniden ölçeklenmiş dağılımda kendisini kambur olarak gösteren bir plato bölgesi mevcuttur. Eşik değerin artması deprem olmadan geçen zamanı uzatacağından eşik değeri S_{th} büyüdükçe kuvvet yasası rejimi aralığı uzar. Sabit plato bölgesi ise sismik aktivitenin azalması ile yani modelde σ parametresinin küçülmesi ile daha baskın hale geçer ve uzar.

Model her adımda sadece deprem büyüklükleri ürettiğinden ve herhangi bir lokalizasyon verisine sahip olmadığından yeniden ölçekleme yapılırken x eksenini Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) den farklı olarak L^{df} lokalizasyon terimini içermeyecek şekilde seçilmiştir ($x = C\tau S^{-b}$). Bununla beraber y ekseninin ölçeklenmesi için herhangi bir değişikliğe gidilmemiştir. Şekil 4.3’ün sağ tarafından da görüldüğü gibi yeniden ölçeklenmiş dağılımda tüm farklı durumlar için eğriler çok iyi bir şekilde üst üste binmiştir. Burada ölçeklenme fonksiyonu

$$\tau^\alpha P(\tau) = f(C\tau S^{-b}), \quad (24)$$

olarak ortaya çıkar. Ölçeklenme fonksiyonunda yer alan τ , Bak et al. (2002)



Şekil 4.3: Sol Kolon: Üç farklı σ değeri için bekleme zamanı dağılımları. Sağ kolon: Tüm durumlar için yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımları. Tüm durumlar için $f = 10^{-8}$ alınmıştır.

çalışmasında olduğu gibi iki deprem arasındaki bekleme zamanını temsil etmektedir. Yine çığ büyüklüğü gösterimi için s yerine önceki çalışmalarla tutarlı olmak için S kullanılmıştır. Ayrıca bekleme zamanı dağılımının üsteli α ile Omori yasası üsteli p arasında $\alpha = 2 - 1/p$ (Carbone et al., 2005) gibi doğrudan bir eşitlik bulunduğundan Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) çalışmalarında olduğu gibi $\alpha = 1$ alınmıştır. Gutenberg-Richter yasasının üsteli b ise $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.035$, $\sigma = 0.05$ değerleri için standart

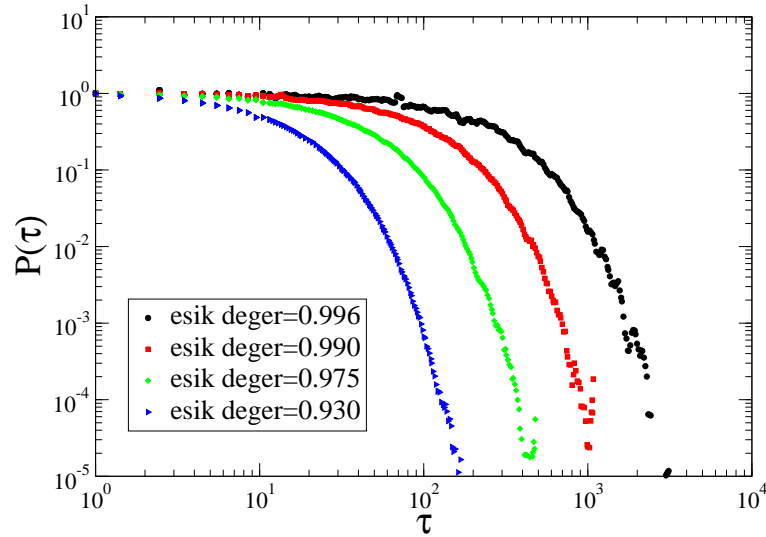
regresyon yöntemi ile regresyon katsayısı 0.999 den büyük olacak şekilde sırasıyla 1.00, 0.92, 0.83 olarak hesaplanmıştır. Modelin çığ büyüklüğü dağılımı, $S < \sigma$ bölgesinde kuvvet yasası formunda olduğu için hesaplamada bu aralık kullanılmıştır. C sabiti ise Baiesi and Paczuski (2004) de olduğu gibi sismik aktiflikle bağlantılı bir nicelik olarak ele alınmıştır. Modelin değişik σ değerleri için ürettiği ortalama deprem sayısını tesbit etmek için Baiesi and Paczuski (2004) çalışmasında ortaya atılan metriktен yararlanılmıştır. Deprem verilerinin üretildiği koherent gürültü modeli herhangi bir uzaysal veri sağlamadığı için kullanılan metrikte lokasyon terimine yer verilmemiştir. Yine sentetik olarak üretilen zaman serisinde gerçek deprem verilerinin aksine ölçümlerde bir belirsizlik olamadığından deprem şiddetindeki belirsizliği niteleyen terimde metrikte kullanılmamıştır. Dolayısıyla metriğin bu yeni versiyonunda belirli bir zaman aralığında eşik değeri geçen depremlerin sayısı

$$n = CtS_{th}^{-b}, \quad (25)$$

olarak verilebilir. Model kullanılarak farklı σ değerlerinde yeter miktarda uzun zaman serileri üretilmiştir. Sonrasında bu zaman serilerinden 5 milyon, 10 milyon, 50 milyon, 100 milyon gibi farklı uzunluklarda veri setleri alınmıştır. Bu setlerden her biri 5 bin, 10 bin, 50 bin gibi farklı zaman aralıklarına (t) ayrılarak her zaman aralığında eşik değeri geçen kaç deprem olduğu sayılmış ve deneyin yapıldığı toplam zaman aralığı sayısına bölünerek ortalama deprem sayısı bulunmuştur. Bu işlem pek çok eşik değeri üzerinden tekrarlanarak metrikte değişken olarak verilen t ve S_{th} değerlerinin pek çok farklı durumu için n tesbit edilmiştir. Bu üç değişken Denklem (25)'de yerine yazılarak pek çok C değeri elde edilmiştir. Her bir σ durumu için elde edilen C değerlerinin pek fazla değişmediği görülmüştür ve ortalaması alınmıştır. $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.035$, $\sigma = 0.05$ için C değerleri sırasıyla 1.19×10^{-8} , 5.27×10^{-8} ve 3.12×10^{-7} olarak elde edilmiştir.

İki deprem arasındaki korelasyonu bulmak için Baiesi and Paczuski (2004) çalışmasında kullanılan metrik yine benzer sebeplerle lokasyon terimi ve belirsizlik terimine yer verilmeden kullanılmıştır. Korelasyonu ölçmek için kullanılan metrik

$$\frac{1}{kor_{i,j}} = n_{i,j} = Ct_{i,j}S_i^{-b}, \quad (26)$$



Şekil 4.4: Değişik eşik değerleri için korele olmayan olayların bekleme zamanı dağılımı

şeklinde verilebilir. Burada $kor_{i,j}$, i . ve j . depremler arasındaki korelasyonu, $n_{i,j}$ ve $t_{i,j}$ yine bu iki deprem arasında meydana gelen depremlerin sayısını ve aralarındaki zaman farkını, S_i ilk depremin büyüklüğünü temsil eder. Denklem (26)'da ilk deprem ile korele olan en az bir depremin maksimum ne kadar süre sonra oluşabileceğini bulmak için $n_{i,j} = kor_{i,j} = kor_{th} = 1$ ve depremin büyüklüğü için ise koherent gürültü modelinde oluşabilecek en büyük deprem değeri olan 1 değeri alınmıştır. Bu koşullar altında kolayca görülebileceği gibi $C = 1/t_{i,j} = 1/t_{max}$ a eşittir. Burada t_{max} anaşok ile korele olan, bir artçı şok ile anaşok arasındaki maksimum zaman aralığını veren maksimum korelasyon uzunluğunu temsil eder. Bununla beraber Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) çalışmalarında kamburu 1'e sabitlemek için kullanılan C katsayısı yerine maksimum korelasyon uzunluğu karşılığı yazılarak ölçeklenme bağıntısı

$$\tau^\alpha P(\tau) = f\left(\frac{\tau S^{-b}}{t_{max}}\right), \quad (27)$$

formunda yeniden düzenlenebilir. Şekil 4.3'ün sağ tarafında yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımlarının çok iyi bir şekilde üstüste bindikleri görülmektedir. Bir plato bölgesi ile başlayan dağılım, kambur şeklinde artarak devam etmekte ve ardından hızlı bir düşüş göstermektedir. Yeniden ölçeklenmiş dağılımda kümelenmeler gözlenmesine ve korele olan ve olmayan depremler birbirlerinden ayırdedilebilmesine rağmen bu ayırım noktası Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) çalışmalarında olduğu gibi kamburun tepe

noktası değil başlangıç noktası olarak ortaya çıkmaktadır. Yine Bak et al. (2002); Christensen et al. (2002) çalışmalarında belirtilenin aksine dağılımın sonundaki hızlı düşüş bölgesi sonlu boyut etkisinden kaynaklanmaktadır. Şekil 4.3'de depremselliğin azalmasıyla, başka bir değişle küçülen σ değeriyle kamburun daha baskın olarak ortaya çıktığı gözükmemektedir. Depremsellik azaldıkça korelasyonun düştüğü gözönünde bulundurulursa kamburun korele olmayan depremlerden kaynaklandığı sonucuna ulaşılabilir. Benzer sonuçlar Lindman et al. (2005); Mohan and Revathi (2011) çalışmalarında da ortaya çıkmıştır. Bu çalışmaların ilkinde korele veriler üzerine korele olmayan veriler eklenerek kambur gözlenirken (Lindman et al., 2005), diğerinde tamamen korele verilerle çalışıldığında kambur gözlenmemiştir (Mohan and Revathi, 2011). Böylece korele olmayan depremlerin bir arka fon etkisi olabileceği düşünülmüştür (Lindman et al., 2005). Koherent gürültü modelinde de kendisini azalan depremsellikte gösterebilen bir arka fon etkisi olabilir. Yeniden ölçeklenmiş dağılımda kambur korele olmayan depremlerin varlığında ortaya çıkan bir davranışmış gibi gözükmekte ve korele olmayan deprem sayısının görece artması kamburu daha baskın biçimde ortaya çıkarmaktadır. Kamburun kaynağının korele olmayan depremler olup olmadığını anlamak için düzgün dağılımdan rastgele sayılar üretilmiş ve bekleme zamanı dağılımı elde edilmiştir. Şekil 4.4'de görülen dağılım bir plato bölgesinin ardından hızlı bir düşüşle son bulmaktadır. Böyle bir dağılımın birleşik ölçeklenme yasasındaki benzer biçimde τ^α gibi bir çarpanla ölçeklenmesi, plato bölgesinin Şekil 4.3'te görüldüğü gibi bir kambur olarak ortaya çıkmasına sebep olur. Bu durum kamburun ancak korele olmayan depremlerin varlığında ortaya çıktığını göstermektedir. Bununla beraber herhangi bir deprem olmadan geçen zaman sonlu olduğundan hem bekleme zamanı dağılımında hem de yeniden ölçeklendirilmiş bekleme zamanı dağılımında son bölümde ortaya çıkan hızlı düşüşün sonlu boyut etkisi olduğu açıktır. Bunlara ek olarak bu tip bir ölçeklenmenin ortaya çıkması için uzaysal bir terimin varlığına ihtiyaç olmadığı görülmektedir. Kullanılan model uzaysal bir topolojiye sahip olmadığından kritiklik sergilemez. Böylece birleşik ölçeklenme yasası için kritikliğin bir şart olmadığı ortaya konulmuştur (Celikoglu and Tirnakli, 2012b).

5 GETİRİ DAĞILIMI

5.1 Koherent Gürültü Modelinde Getiri Dağılımı

Son yıllarda deprem gibi kompleks sistemlerin dinamiğini anlayabilmek için getiri dağılımlarını incelemek popülerlik kazanmıştır. Ard arda gelen depremlerin büyüklükleri arasındaki farkın ($\Delta s = s(t) - s(t - 1)$) dağılımına getiri dağılımı denir. 2007 yılında yapılan bir çalışmada standart Olami-Feder-Christensen modeline az sayıda uzun erimli bağlantılar eklenerek getiri dağılımı, hem standart Olami-Feder-Christensen hem de bağlantı eklenmiş versiyonu için incelenmiştir (Caruso et al., 2007). Dağılımın kritiklik sergileyen bağlantı eklenmiş versiyon için Denklem (3)'de verilen toplanabilir olmayan Tsallis istatistiğinin standart dağılımı olan q -Gaussiyen formda olduğu gösterilmiştir. Herhangi bir x değişkeni için q -Gaussiyen form

$$y = [1 + \beta(q - 1) x^2]^{1/(1-q)} \quad (28)$$

şeklinde verilebilir ve $q \rightarrow 1$ limitinde Gaussiyen forma gider. Burada β dağılımın genişliğini ifade eder. Çalışmada ayrıca Kaliforniya kataloğu ve tüm Dünya kataloğu için de benzer sonuç vermesine rağmen gerçek verilerdeki küçük depremlerin tamlığı problemi yüzünden dağılımın kuyruk bölgelerinde bozulmalar görülmüştür. Analiz birbiri ardına gelen depremler yerine farklı aralıklarla da tekrarlanmış ve q -Gaussiyen formun değişmediği görülmüştür. Ayrıca veriler rastgele karıştırıldığında da sonuç değişmemiştir. Bu durum deprem büyüklükleri arasında bir korelasyon olmadığı ve bir önceki depremin büyüklüğü bilinerek sonraki depremin tahmin edilmesinin mümkün olamayacağı şeklinde yorumlanmıştır. Fakat çalışmada asıl ön plana çıkan deprem büyüklüğü dağılımının (Gutenberg-Richter) üsteli b ile q -Gaussiyen dağılım için uygun q değeri arasında

$$q = e^{1.19 b^{-0.795}}, \quad (29)$$

şeklinde bir bağıntı önerilmesidir. Böylece q bir fitting parametresi olmaksızın kurtarılmış ve depremler için çok iyi bilinen bir yasanın üsteli ile ilişkilendirilmiştir. Fakat kullanılan veri sayısının azlığı kuyruk bölgesinin

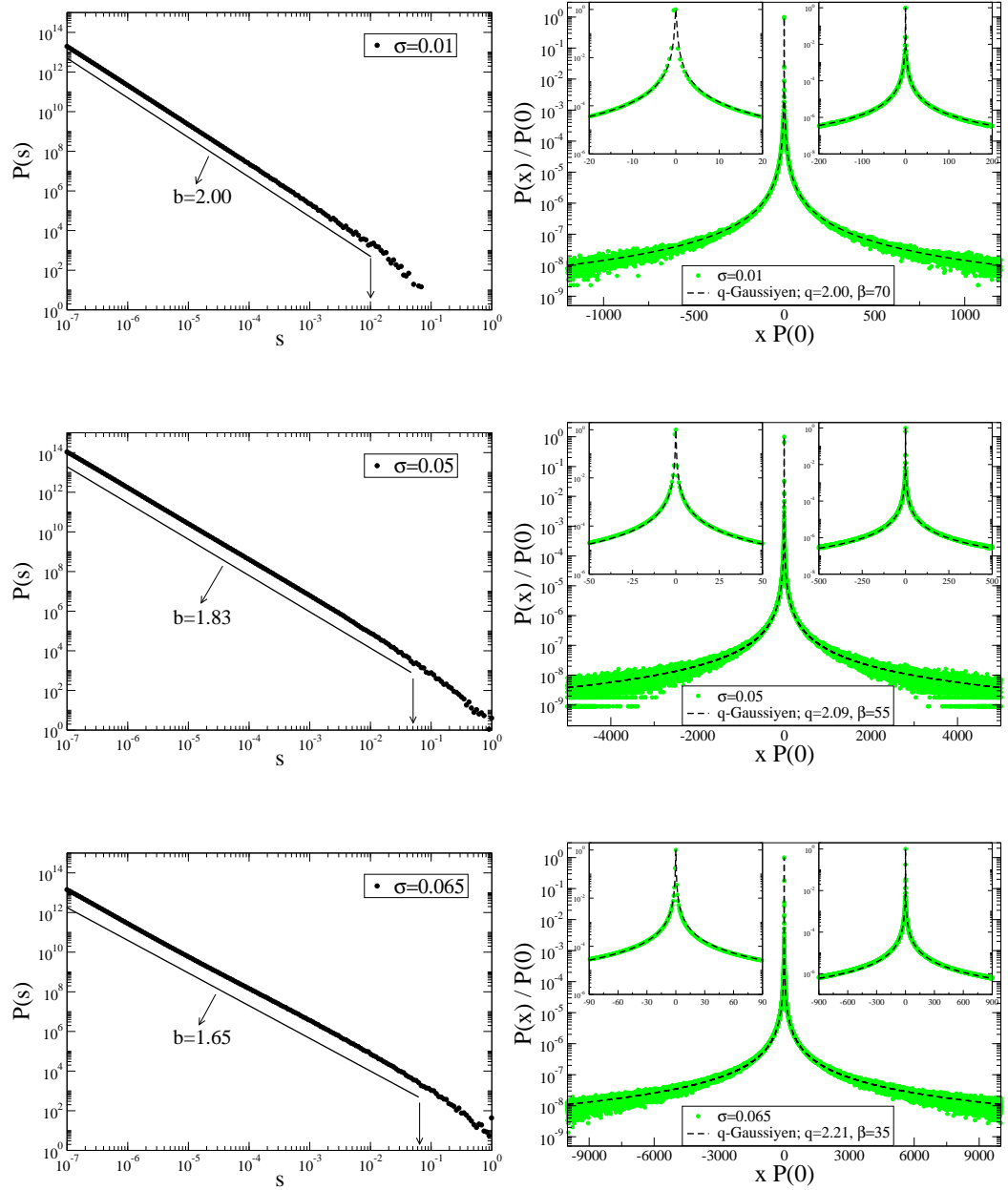
dağılık olamsına yol açmış, aynı zamanda b üstelinin hassas olarak belirlenemesini beraberinde getirmiştir.

Benzer şekilde getiri dağılımı analizi Ehrenfest'in köpek-pire modeli için veri sayısı 2×10^9 a kadar çıkarılarak tekrarlanmıştır (Bakar and Tirnakli, 2009). Bu analizde Denklem (29)'dan elde edilen q değerine sahip q -Gaussiye'nin getiri dağılımı ile iyi bir şekilde örtüştüğü görülmüştür. Bununla beraber Ehrenfest'in köpek-pire modelinden tek bir çığ dağılımı üsteli elde edilebildiği için denklem farklı üsteller için test edilememiştir.

Gerek Denklem (29)'un analitik biçimde elde edilmeyen bir bağıntı olması, gerekse değişik çığ büyüklüğü üstelleri için test edilememiş olması sonucu getiri dağılımını ele alan farklı bir çalışma 2010 yılında yapılmıştır (Celikoglu et al., 2010). Koherent gürültü modelinin farklı σ değerlerinde farklı çığ büyüklüğü dağılımları vermesi ve eşik dağılımının düzgün dağılım olarak seçildiği durumda modelin $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ limitinde çalışabilmesi, yapılan analizde bahsi geçen modelin kullanılmasında önemli olmuştur. Yine çalışmada q -Gaussiye için uygun q değeri ile Gutenberg-Richter yasasının üsteli b arasında analitik bir bağıntı türetilerek, her iki bağıntı da kullanılan model yardımıyla test edilmiştir. Bunun dışında koherent gürültü modeli kullanılarak sonlu \mathcal{N} değeri için de sentetik veriler üretilmiş ve sonlu boyut etkisi incelenmiştir.

5.1.1 Ölçekten bağımsız durum

Koherent gürültü modelinde ölçekten bağımsız durumu incelemek için üç farklı duruma karşılık gelen ve üç farklı çığ büyüklüğü dağılımı veren $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.05$, $\sigma = 0.065$ değerleri için 2×10^9 adım uzunluğunda veri setleri oluşturulmuştur. Her bir durum için ardarda gelen depremler arasındaki büyüklük farkları hesaplanmıştır. Bu üç farklı σ değeri için de çığ büyüklüğü dağılımı Şekil 5.1'de verilmiştir. Her üç durum için de modelde $f = 10^{-7}$ alınmış ve böylece dağılımların plato bölgesi genişliği sıfırlanarak dağılımın direkt olarak kuvvet yasası rejiminden başlaması sağlanmıştır.



Şekil 5.1: Sol Kolon: Üç değişik σ için çığ büyüklüğü dağılımı. Her durum için b değeri $s < \sigma$ aralığında standart regresyon metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Sağ Kolon: Aynı üç durum için getiri dağılımları. İçeride verilmiş iki grafik merkez kısmın daha iyi görülebilmesi içindir. Her durum için $f = 10^{-7}$ alınmış ve deney sayısı 2×10^9 .

Ayrıca modelin $s \approx \sigma$ değerine kadar bu rejimde kaldığı göz önünde bulundurularak çığ büyüklüğü dağılımı üstelleri bu aralıkta standart regresyon yöntemiyle belirlenmiştir. Bu değerler $\sigma = 0.01$, $\sigma = 0.05$, $\sigma = 0.065$ durumları için sırasıyla $b = 2.00$, $b = 1.83$, $b = 1.65$ olarak elde edilmiştir.

Getiri dağılımı ile örtüşecek q -Gaussiyen için uygun q değeri ise analitik olarak kısaca şöyle türetilir. Koherent gürültü modelinde çığ büyüklüğü

dağılımı matematiksel olarak

$$p(s) \propto (\varepsilon + s)^{-b}, \quad (b > 1), \quad (30)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $\varepsilon, s \rightarrow 0$ asimptotik limitini sıfır yapan bir sabittir. Model için çığ büyüklükleri arasında herhangi bir korelasyon olmadığından yani çığların oluşumu Markovyen olduğundan Δs farklarının olasılıkları

$$\begin{aligned} P(\Delta s) &= \int_0^\infty \int_0^\infty p(s)p(s')\delta(\Delta s - (s - s'))ds'ds \\ &= \int_0^\infty (\varepsilon + s)^{-b}(\varepsilon + \Delta s + s)^{-b}\Theta(\Delta s + s)ds \end{aligned} \quad (31)$$

şeklinde verilebilir. Burada $\Theta(\dots)$ Heaviside basamak fonksiyonu ve s' bir önceki çığın büyüklüğüdür. $P(\Delta s)$ in simetrik doğasından ve Gradshteyn and Ryzhik (1980)'den faydalanarak negatif dal

$$P(\Delta s) = |\Delta s|^{1-2b}(B[\frac{\varepsilon}{\Delta s}, 1 - b, 1 - b](-1)^b + C(b)), \quad (32)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $C(b)$ sadece b ile değişen bir katsayı, $B[\dots]$ tam olmayan Beta fonksiyonudur. $B[x, g, h]$ fonksiyonunun $x \rightarrow 0$ asimptotik davranışı da dikkate alınarak

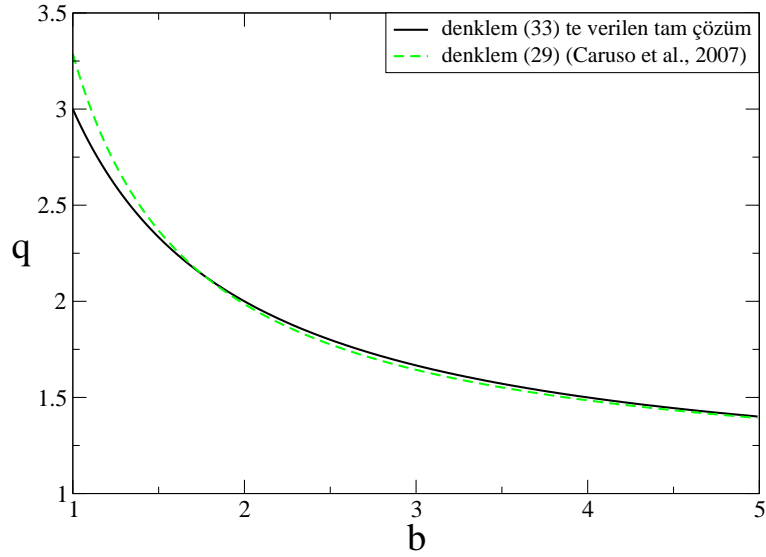
$$P(\Delta s) \sim |\Delta s|^{-b}, \quad (\Delta s \gg 1)$$

sonucuna ulaşılmıştır. Denklem (28) ile verilen q -Gaussiyen dağılımı ile getiri dağılımı karşılaştırıldığında, Gutenberg-Richter yasası üsteli b ile getiri dağılımı ile örtüşen q -Gaussiyen için uygun q değeri arasında

$$q = \frac{b + 2}{b}, \quad (33)$$

şeklinde bir tam çözüme ulaşılabilir. Şekil 5.2'de elde edilen tam çözüm ile Caruso et al. (2007) tarafından verilen Denklem (29) birlikte grafiğe dökülmüştür. Şekilden de açıkça görüldüğü gibi iki bağıntı $b \rightarrow \infty$ limitinde benzer davranış sergilerken özellikle $b < 1.5$ bölgesinde birbirlerinden ayrılmaktadır. Bu bölgede sadece Denklem (33) $b = 1$ de $q = 3$ üst limitini sağlar.

Denklem (33) kullanılarak $\sigma = 0.01, \sigma = 0.05, \sigma = 0.065$ durumlarında getiri dağılımı için uygun q değerleri sırasıyla $q = 2.00, q = 2.09, q = 2.21$



Şekil 5.2: Denklem (33) ile verilen tam çözüm ile Caruso et al. (2007) tarafından verilen Denklem (29)'in karşılaştırması.

olarak elde edilmiştir. Çıg büyüklüğü dağılımında olduğu gibi getiri dağılımları da hesaplanırken $s < \sigma$ bölgesi dikkate alınmıştır. Şekil 5.1'in sağ tarafında ortalananmış getiri dağılımları üç farklı σ değeri için gösterilmiştir. Burada ortalananmış getiriler yani ortalananmış ardışık depremler arasındaki büyüklük farkları

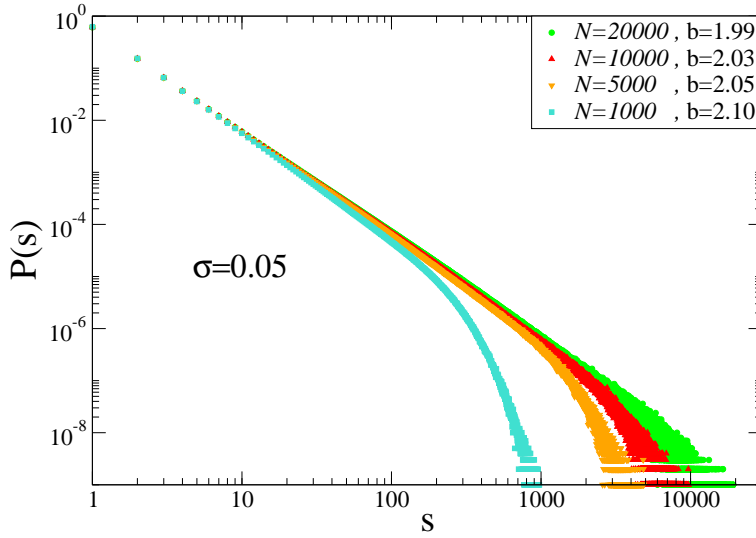
$$x = \Delta s - \langle \Delta s \rangle \quad (34)$$

şeklinde verilir ve $\langle \dots \rangle$ veri setinin ortalamasını temsil eder. Şekil 5.1'den görüldüğü gibi getiri dağılımları Gaussiyen değil q -Gaussiyen forma sahiptir. Denklem (33) kullanılarak hesaplanan q değerlerine sahip q -Gaussiyen formu ile getiri dağılımının çok iyi biçimde örtüştüğünü göstermek için Şekil 5.1'nin iç kısmında dağılımın merkez bölgesi ve orta kısmı ayrıca gösterilmiştir. Görüldüğü gibi merkez bölge, orta kısım ve kuyruk kısmında mükemmel bir uyum söz konusudur.

5.1.2 Ölçeğe bağımlı durum

Gerek doğada karşılaşılan sistemler gerekse pek çok model sistem ölçeğe bağımlı olduğundan, getiri dağılımı için ölçeğe bağımlı davranışın aydınlatıcı olabileceği düşünülerek Celikoglu et al. (2010) tarafından yapılan çalışmada

koherent gürültü modeli ölçeğe bağımlı hale getirilerek getiri dağılımı incelenmiştir. Böylece sistem büyüklüğünün dağılıma etkisi ve sistem büyüdükçe gidişatın sistem büyüklüğünün sonsuz olduğu durumla uyumlu olup olmadığı test edilmiştir. Bu analiz için ölçeğe bağımlı durumda farklı veri setleri üretilmiştir. Koherent gürültü modelinde $\sigma = 0.05$ hali için plakaların kontak noktasını temsil eden \mathcal{N} değerleri $\mathcal{N} = 1000, \mathcal{N} = 5000, \mathcal{N} = 10000, \mathcal{N} = 20000$ şeklinde sonlu sayıda alınarak ölçeğe bağımlı veri setleri elde edilmiştir. Model bu şekilde işletildiğinde her adımda \mathcal{N} tane noktadaki eşik değerin aşılıp aşılmadığı tek tek kontrol edildiğinden, 10^9 veri üretebilmek için geçen zaman göz önünde bulundurularak, \mathcal{N} değerlerinin en büyüğü 20000 ile sınırlandırılmıştır.



Şekil 5.3: \mathcal{N} ye bağlı durum için çığ büyüklüğü dağılımı.

Şekil 5.3'de \mathcal{N} ye bağlı durum için çığ büyüklüğü dağılımı verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi dağılım kuvvet yasası formu ile başlayıp son bölümde üstel azalma göstermektedir. \mathcal{N} küçüldükçe kuvvet yasası bölgesi daralmakta ve üstel azalma baskın hale gelmektedir. Böyle bir durumda getiri dağılımı için \mathcal{N} değerinin artması ile Gaussiyenden q -Gaussiyene doğru bir geçiş beklenir. Her bir \mathcal{N} değeri için standart regresyon metodu kullanılarak çığ büyüklüğü dağılımı üsteli $\mathcal{N} = 1000, \mathcal{N} = 5000, \mathcal{N} = 10000, \mathcal{N} = 20000$ için sırasıyla $b = 1.99, b = 2.03, b = 2.05, b = 2.10$ olarak ölçülmüştür. Bu çığ büyüklüğü dağılımı üstelleri Denklem (33)'de yerine koyulduğunda

$\mathcal{N} = 1000, \mathcal{N} = 5000, \mathcal{N} = 10000, \mathcal{N} = 20000$ için uygun q değerleri sırasıyla $q = 1.95, q = 1.98, q = 1.99$ ve $q = 2.01$ olarak elde edilir. Görüldüğü gibi artan \mathcal{N} değerleri ile dağılım termodinamik limitdeki q -Gaussiyen ($q = 2.09$) forma yaklaşmaktadır.

Böyle bir sonlu boyut etkisi ile gerçekleşen kademeli geçiş için literatüre girmiş olan bir model kullanılabilir (Tsallis, 2009; Tsallis and Tirnakli, 2010; Tsallis et al., 1999). Bu matematiksel model

$$\frac{dy}{d(x^2)} = -a_r y^r - (a_q - a_r) y^q \quad (a_q \geq a_r \geq 0; q > r; y(0) = 1), \quad (35)$$

şeklinde bir denklem ile ifade edilebilir. Denklemin $r = 1$ ve $q > 0$ durumunda genel çözümü

$$y = [1 - \frac{a_q}{a_1} + \frac{a_q}{a_1} e^{(q-1)a_1 x^2}]^{1/(1-q)}, \quad (36)$$

olarak verilebilir. Denklem (35), $a_r = 0$ veya $r = q$ için

$$\frac{dy}{d(x^2)} = -a_q y^q \quad (y(0) = 1), \quad (37)$$

şekline indirgenir ve çözüm Denklem (28)'de verilen q -Gaussiyen formundadır. Yine $r = 1$ için $a_q = a_1$ halinde ($q = 1$ durumuna karşılık gelir) denklem

$$\frac{dy}{d(x^2)} = -a_1 y \quad (y(0) = 1), \quad (38)$$

şeklini alır ve çözüm

$$y = \exp(-a_1 x^2), \quad (39)$$

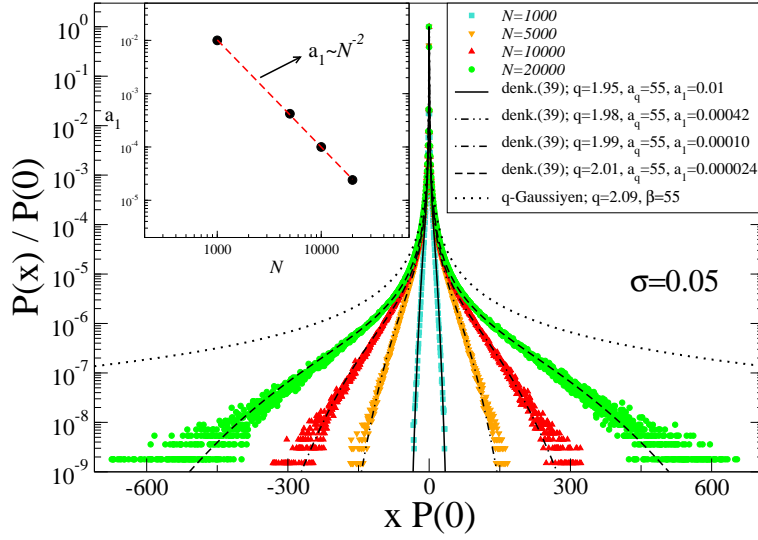
Gaussiyendir.

Denklem (36) ile verilen genel çözümde $a_q > a_1 > 0$ halinde Gaussiyen ile q -Gaussiyen arasında bir geçiş mevcuttur. Çözüm $(q - 1)a_1 x^2 \ll 1$ iken q -Gaussiyene yaklaşır. Zıt durum $(q - 1)a_1 x^2 \gg 1$ de ise üstel ifade baskın hale gelir ve

$$y \asymp \left(\frac{a_q}{a_1}\right)^{1/(1-q)} \exp(-a_1 x^2), \quad (40)$$

Gaussiyen davranış görülür. Denklem (36)'nın davranışı x in değerlerine göre üç farklı bölgede incelenebilir. Birincisi,

$$x_a \sim \sqrt{\frac{W[-\frac{a_1}{a_q}]}{a_1(1-q)}},$$



Şekil 5.4: Farklı \mathcal{N} değerlerine karşılık getiri dağılımı. İçerideki grafikte \mathcal{N} nin a_1 parametresine bağlı değişimi verilmiştir. Sonlu boyut etkisi ortadan kalktığıında ($\mathcal{N} \rightarrow \infty$) a_1 ile \mathcal{N} arasında $a_1 = 11080\mathcal{N}^{-2}$ ilişkisi vardır.

olup eğri diğer x değerine kadar üsteli $2/(1-q)$ olan kuvvet yasası formundadır. Burada W Lambert fonksiyonudur. İkinci x değeri,

$$x_b \sim \sqrt{\frac{\ln 2}{a_1(q-1)}}$$

olup Gaussiyen bağımlılık tarafından bozulmayla başlar ve

$$x_c \sim \sqrt{\frac{\ln(1 - \frac{a_1}{a_q} + \frac{a_q}{a_1})}{a_1(q-1)}}$$

değrinde artık iyice Gaussiyen forma yaklaşır.

Şekil 5.4'de \mathcal{N} 'nin farklı değerlerine karşılık getiri dağılımları görülmektedir. \mathcal{N} değeri arttıkça yani sistem termodinamik limite yaklaştıkça dağılımın en dışta gösterilen q -Gaussiyene yaklaşmaktadır. Dağılım merkezden kuyruklara doğru gidildikçe yani artan x değerlerinde Gaussiyene dönmektedir. Her bir \mathcal{N} değeri için Denklem (36) kullanılarak elde edilen eğriler kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Bu eğriler için q değerleri Denklem (33) kullanılarak hesaplanmıştır. Şekilde ayrıca \mathcal{N} 'nin a_1 değerine bağlı değişimi verilmiştir. $\mathcal{N} \rightarrow \infty$ limitinde aralarında $a_1 = 11080\mathcal{N}^{-2}$ ilişkisi vardır.

5.2 Olami-Feder-Christensen Modelinde Getiri Dağılımı

Getiri dağılımlarını inceleyen farklı bir çalışma 2011 yılında yapılmıştır (Zhang et al., 2011). Yeryüzündeki kayaçlar farklı yapıda ve farklı yoğunlukta oldukları için içerisinde yayılacak herhangi bir enerji için izotropik davranmazlar. Bundan dolayı çalışmada deprem esnasında yayılan enerjinin homojen olarak yayılmadığı üzerinde durulmuştur. Pek çok model sistem deprem mekanizmasını homojen ve izotropik yapıda ele almış ve bu şekilde modellemiştir. Bu tür modellere standart Olami-Feder-Christensen modeli bir örnek olarak verilebilir. Zhang et al. (2011) tarafından yapılan çalışmada orjinal modele bir γ transfer parametresi eklenerek enerji transferinde heterojenlik elde edilmiştir. Kullanılan modifikasyon

$$\gamma_j(t) = \kappa \frac{F_i(t) + F_j(t)}{4F_i + \sum_{j \in \text{enn}} F_j(t)}, \quad (41)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada F_i ve F_j , i . ve j . bloklar üzerindeki stres değerini temsil eder. κ ise bir kontrol parametresidir. Uzun erimli etkileşmeleri hesaba katmak için örgünün küçük bir kesrine uzun erimli bağlantılar eklenmiş ve bu bağlantıların yoğunluğu p_{add} gibi bir parametre ile temsil edilmiştir. $0.88 \leq \kappa < 1$ aralığında model hem sonlu boyut ölçeklenmesi hem de kuvvet yasası davranışı sergilemektedir. Modelin modifiye edilmiş bu versiyonu ayrıca kendiliğinden organize kritiklik gösterir.

Olami-Feder-Christensen modelinde iki farklı tip çığ tanımlaması yapmak mümkündür. Bunların ilkinde sistemdeki her bir blok çığa birden fazla kez katılabilirken diğerinde sadece bir defa katılabilmektedir. Bu iki tanım arasında çığ büyüklüğü dağılımı üsteli açısından bir fark yoktur.

Modeldeki her bloğun çığa birden fazla katkı yapabildiği sınırlandırılmamış tanım ile üretilen çıgların getiri dağılımı, tıpkı koherent gürültü modelinden üretilen getiri dağılımı gibi Denklem (36) ile verilen geçişe uymaktadır. Sitemin büyüklüğü arttıkça dağılım q -Gaussiyene yaklaşır. Bununla beraber her bloğun çığa bir defa katkı yapmasına izin verildiğinde ise getiri dağılımı Denklem (35)'in farklı bir çözümüne uyar. Bu Denklem (35)'de $r = 0$ ve $q > 1$

durumuna karşılık gelir ve çözümü

$$x^2 = \frac{1}{a_0} \left\{ {}_2F_1 \left[\frac{1}{q}, 1, 1 + \frac{1}{q}, -\frac{(a_q - a_0)}{a_0} \right] - {}_2F_1 \left[\frac{1}{q}, 1, 1 + \frac{1}{q}, -\frac{(a_q - a_0)}{a_0} \right] y \right\} \quad (42)$$

şeklinde verilir. Burada ${}_2F_1$ hipergeometrik fonksiyondur. Getiri dağılımı yine sistem boyutunun sonsuz limitinde q -Gaussiyene gider.

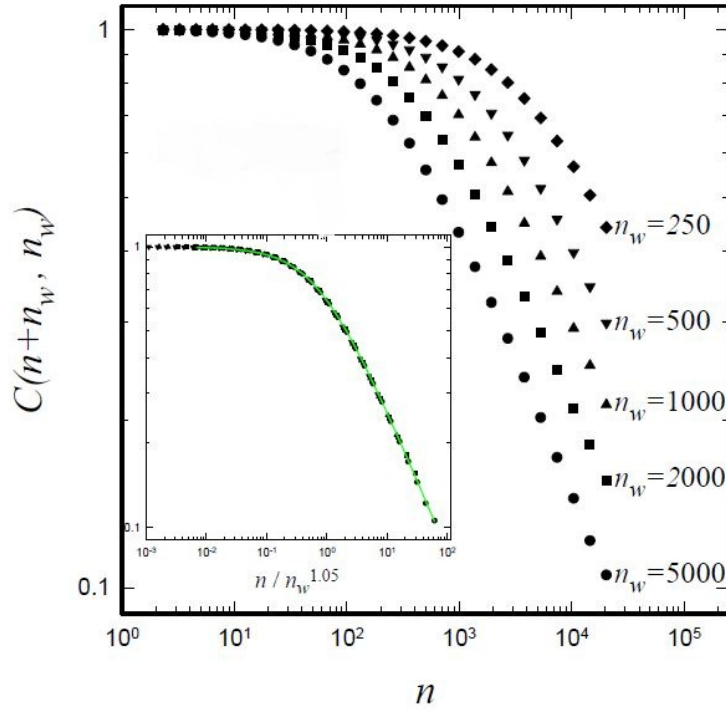
Hem sınırlandırılmış çığ tanımı hem de sınırlandırılmamış tanım için q değerleri Denklem (33) ile verilen tam çözüm kullanılarak hesaplanmıştır. Bu çalışmada da yeniden ortaya koyulduğu gibi getiri dağılımının formu Gaussiyenden çok farklıdır. Termodinamik limitte ise uygun q -Gaussiyene gider (Zhang et al., 2011).

6 YAŞLANMA OLGUSU

Deprem dinamiğinin kompleks uzay-zamansal yapısının yanında depremlerin uyduğu bazı temel yasaların varlığından Bölüm 2.1’de bahsetmiştik. Bu yasalardan bir tanesi olan Omori yasası bir ana şoktan sonra gelen atırcıların zamanla nasıl azaldığını ele alır ve depremlerin zamansal ölçeklenmesi hakkında bilgi verir. 2004 yılında yapılan bir çalışmada Omori rejimi içerisinde depremlerin yaşlanma etkisi gösterdiği gözlenmiştir (Abe and Suzuki, 2004). Çalışmada Omori rejimi içinde değişik bekleme zamanları için korelasyonun nasıl değiştiğini gözlemek için

$$C(n + n_w, n_w) = \frac{\langle t_{n+n_w} t_{n_w} \rangle - \langle t_{n+n_w} \rangle \langle t_{n_w} \rangle}{(\sigma_{n+n_w}^2 \sigma_{n_w}^2)^{1/2}}, \quad (43)$$

şeklinde bir korelasyon fonksiyonu kullanılmıştır. Burada herhangi bir niceliğin



Şekil 6.1: Koherent gürültü modeli için korelasyon fonksiyonunun n ye göre davranışı. Deney ortalaması 120000 veri üzerinden alınmıştır. İçerideki grafikte ölçeklenme verilmiştir. Düz çizgi $\exp_q(0.7 n/n_w^{1.05})$ na karşılık gelir ve $q \simeq 2.98$ dir (Tirnakli and Abe, 2004).

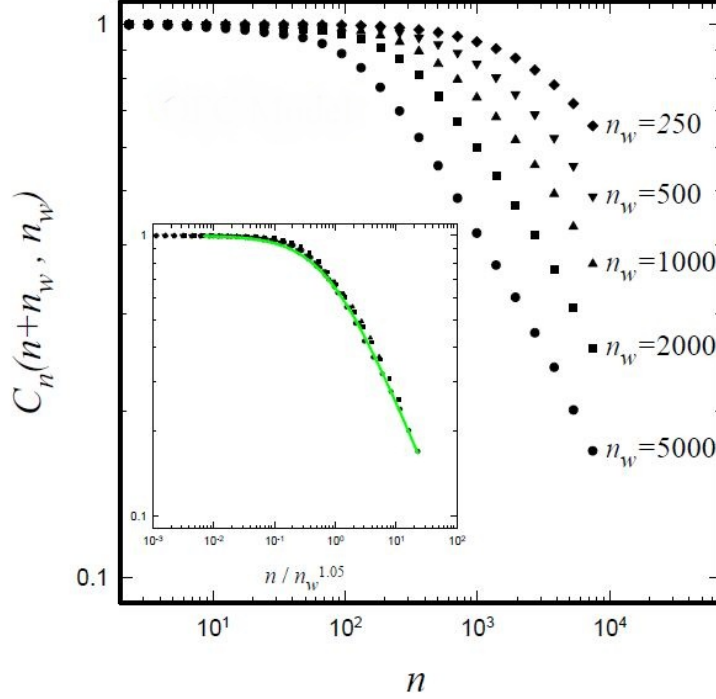
ortalaması $\langle t_m \rangle = (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} t_{m+k} t_{m'+k}$ ve varyans ise $\sigma_m^2 = \langle t_m^2 \rangle - \langle t_m \rangle^2$ şeklinde tanımlıdır. Çalışmada depremlerin oluş zamanlarını ifade etmek için literatürde sıkça kullanılan ve doğal zaman adı verilen bir

olgu kullanılmıştır. Bu yaklaşıma göre yer hareketlerinin kendi karmaşık iç dinamikleri ve kesikli yapısı dolayısıyla normalde kullandığımız zaman kavramı bazı durumlarda çok aydınlatıcı olmayabilir. Her depremin ne zaman olduğu, zaman serisinin alınmaya başladığı andan itibaren depremlerin oluş sırasıyla temsil edilir. Örneğin başlangıç noktası olarak alınan herhangi bir ana şoktan sonra gelen ilk artçının doğal zamanı 1'dir. Denklem (43)'de t_n , rastgele büyüklükteki n . artçışokun zamanını temsil etmektedir. n alt indisi ise t_n zamanının doğal zaman cinsinden ele alındığını vurgulamaktadır. Yine n_w ise doğal bekleme zamanını temsil eder. Kaliforniya bölgesinde meydana gelen iki büyük depremin artçılarını ele alan çalışmada zaman ortalaması kullanılmıştır. Değişik bekleme zamanlarında korelasyonlar hesaplandığında Omori rejiminin içinde bekleme zamanının değişmesinin korelasyon üzerinde etkili olduğu yani yaşlanma olgusunun gözlemlendiği rapor edilmiştir. Omori rejiminin dışında ise böyle bir etki gözlenmemiştir. Ayrıca farklı bekleme zamanlarının ölçeklenmesi için uygun bir ölçeklenme fonksiyonuna çalışmada yer verilmiştir.

Benzer bir davranışın varlığını Omori yasasının gözlenebildiği model sistemlerde araştırmak için koherent gürültü modeli ve Olami-Feder-Christensen modeli ile analiz tekrarlanmıştır (Tirnakli and Abe, 2004; Tirnakli, 2004). Bu modellerden koherent gürültü modeli herhangi bir uzaysal konfigürasyona sahip değilken, diğerinde bir uzaysal yapı mevcuttur. Bu nedenle dinamikleri birbirinden çok farklı olan fakat Omori yasasının gözlenebildiği bu iki model ile yaşlanma olgusunu test etmek önemlidir. Bahsi geçen her iki çalışmada da Abe and Suzuki (2004) çalışmasından farklı olarak Denklem (43)'de zaman ortalaması değil topluluk ortalaması kullanılmıştır. Şekil 6.1'den de görüldüğü gibi korelasyon fonksiyonu hem n hem de n_w 'ya bağlıdır. Değişik bekleme zamanları (n_w) için korelasyon fonksiyonlarının farklı davrandıkları görülmektedir. Bu davranış Omori rejiminin içerisinde bir olay-olay etkileşmesinin olduğunu ve yaşlanma olgusunun varlığını göstermektedir. Bu rejimin dışında ise böyle bir davranışa rastlanmamıştır. Ayrıca farklı bekleme zamanları için çizilen eğrilerin bir ölçeklenmeye sahip oldukları gösterilmiştir. Bu ölçeklenme

$$C(n + n_w, n_w) = \tilde{C} \left(\frac{n}{n_w^\chi} \right), \quad (44)$$

gibi verilebilir. Burada \tilde{C} ölçeklenme fonksiyonudur ve χ sayısal olarak yaklaşık 1.05 olarak gözlenmiştir. Bununla beraber ölçeklenme fonksiyonunun formunun $\exp_q(0.7 n/n_w^{1.05})$ şeklinde ($q \simeq 2.98$) q -eksponansiyel ($\exp_q(x) \equiv [1+(1-q)x]^{-\frac{1}{1-q}}$) formda olduğu gösterilmiştir. Burada \tilde{C} bir dağılım fonksiyonu



Şekil 6.2: Olami-Feder-Christensen modeli için korelasyon fonksiyonunun n ye göre davranışı. Deney ortalaması 20000 veri üzerinden alınmıştır. İçerideki grafikte ölçeklenme verilmiştir. Düz çizgi $\exp_q(0.67 n/n_w^{1.05})$ na karşılık gelir ve $q \simeq 2.90$ dır.(Tirnakli, 2004)

değil bir korelasyon fonksiyonudur. Dolayısıyla q -eksponansiyel formda bir ölçeklenme gözlenmesine rağmen ölçeklenmenin q -istatistik ile ilişkisi net değildir.

Benzer davranış 2004 yılında bir başka iyi bilinen deprem modeli olan Olami-Feder-Christensen modeli kullanılarak gözlenmiştir (Tirnakli, 2004). Şekil 6.2'den de görüldüğü gibi koherent gürültü modeli kullanılarak yapılan çalışma ile çok benzer sonuçlar gözlenmiştir ve Olami-Feder-Christensen modeli için de Denklem (44)'deki ölçeklenme fonksiyonunun çalıştığı ortaya konmuştur. Deprem dinamiğinin ergodik olmayan yapısı dolayısıyla her iki model için de korelasyon fonksiyonu hesabında Abe and Suzuki (2004) de olduğu gibi zaman ortalaması kullanılarak analizin tekrarlanması ilginç

sonuçlar verebilir.

7 SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tez çalışması kapsamında literatürde var olan bazı çalışmalar derlenerek deprem istatistiğine farklı açılardan bakılmaya çalışılmıştır (Celikoglu and Tirnakli, 2012a). Bu bağlamda depremin kompleks doğası ve uzun erimli etkileşmeleri sebebiyle istatistik mekaniksel olarak depremi açıklama konusundaki en büyük adaylardan birisi olan q -istatistik ile depremler için iyi bilinen Gutenberg-Richter yasası arasındaki ilişki ortaya koyulmaya çalışılmıştır. Her ne kadar ele alınan çalışmalarda enerji ile plakalar arasındaki boşluğu dolduran parçaların çapı (r) arasındaki ilişkinin nasıl olması gerektiği yoruma açık bırakılsa da yapılan çalışmalar istatistik mekaniğin temel kavramları kullanılarak gözlemsel bir yasanın türetilebileceğini ortaya koymuştur.

Benzer çalışmalar kuvvet yasası davranışı sergileyen farklı kompleks sistemlere de uygulanabilir ve hatta bu tür çalışmalar kullanılan istatistik mekaniğin kendi doğası açısından da çok aydınlatıcı olabilir.

Bununla beraber tez projesinin temel amacı olan deprem modelleri kullanarak üretilmiş sentetik zaman serilerinin analizi yolu ile gerçek verilerin azlığı sonucu karşılaşılan zorlukların aşılması ve model sistemlerin deprem mekanizmasını ne ölçüde ortaya koyabildiğinin araştırılması iki farklı çalışma ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalardan bir tanesinde koherent gürültü modeli kullanılarak bekleme zamanı dağılımı ve birleşik ölçeklenme yasası analiz edilmiştir (Bak et al., 2002; Christensen et al., 2002). Koherent gürültü modelinde bekleme zamanı dağılımı üç farklı durum için elde edilmiştir. Herhangi bir uzaysal konfigürasyona sahip olmayan model kritiklik sergilemediği halde birleşik ölçeklenme yasası gözlenmiştir. Birleşik ölçeklenme yasası benzeri veri çökmesinin kritik olayların varlığına işaret ettiği görüşünün hakim olduğu bir bilimsel ortamda koherent gürültü modeli ile birleşik ölçeklenme yasasının gözlenmiş olması, böyle bir davranış için kritikliğin şart olmadığını gösterme açısından önemlidir. Ayrıca kuvvet yasası davranışı gösteren değişik sistemlerde de benzer ölçeklenme çalışmalarının yolu açılmıştır.

Üç bölümden oluşan yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımında maksimum korelasyon uzunluğu tanımlanmıştır. Birleşik ölçeklenme yasasında her ne kadar ana şoklar (korele olmayan depremler) ile artçı şoklar (korele olan depremler) arasında bir kümelenme gözlemlense de, bu kümelenmeleri ayıran geçiş noktasının daha önceki çalışmalarda olduğu gibi kamburun tepe noktasında değil başlangıç noktasında olduğu maksimum korelasyon zamanından yararlanarak ortaya koyulmuştur. Buna ek olarak yeniden ölçeklenmiş bekleme zamanı dağılımında ortaya çıkan kamburun sadece korele olmayan depremlerin varlığında ortaya çıktığı ve depremsellik azaldıkça daha baskın hale geldiği gösterilmiştir. Litaratürde korele olmayan depremlerin göstergesi olarak yorumlanan son bölümdeki hızlı düşüşün ise sonlu boyut etkisinden kaynaklandığı gösterilmiştir.

Bu çalışma ile her ne kadar bir depremin ne zaman olacağı hakkında birşey söylemek imkansız olasa da, iki deprem arasındaki ilişkinin ne zaman kopacağı belirlenebilir.

Bir diğer çalışmada ise koherent gürültü modelinin ölçekten bağımsız ve ölçeğe bağımlı getiri dağılımları çalışılmış ve dağılımın q -Gaussiyen formda olduğu gözlenmiştir. Ayrıca deprem gibi kompleks sistemler için iyi bilinen bir üstel olan çığ büyüklüğü dağılımı üsteli (b) ile getiri dağılımında karşımıza çıkan q -Gaussiyen için uygun q değeri arasında bir tam çözüm sunulmuştur. Böylece q parametresi bir fitting parametresi olmaktan çıkarılmıştır.

Kullanılan model kritiklik sergilemediği için bu tip bir davranışın, çığ büyüklüğü dağılımı asimptotik kuvvet yasası sergileyen pek çok kompleks sistem tarafından ortaya koyulan daha genel bir davranış olduğu gösterilmiştir.

Ayrıca ölçeğe bağımlı durum için sonlu boyut etkisi incelenmiş, sistem boyutu artıkça Gaussiyenden q -Gaussiyene bir geçiş gözlenmiştir. Bu vesileyle sistemin termodinamik limitdeki davranışının q -Gaussiyen formda olduğu gösterilmiştir. Bu geçiş bir matematiksel modelle desteklenmiştir.

Son bölümde ise Omori rejimi içerisinde kendisini gösteren yaşlanma

olgusuna yer verilmiştir. Hem gerçek deprem verileri için hem de modelden üretilen sentetik verilerle gözlemlenen bu olgu, Omori rejimi içinde depremler arasında bir olay-olay etkileşmesinin olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca yaşlanma etkisinin gerçek veri seti analizinde zaman ortalaması kullanılarak gözlenmesine rağmen modellerde deney ortalaması alınarak gözlemlenebilmiş olması ilgiçtir. Bununla beraber modeller için de zaman ortalaması kullanılarak analiz tekrarlanabilir ve depremlerin ergodik olmayan yapısından kaynaklanan farklar ortaya koyulabilir.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Abe, S.**, 2003, Geometry of escort distribution, *Phys. Rev. E*, 68, 031101.
- Abe, S.** and **Suzuki, N.**, 2004, Aging and scaling of earthquake aftershocks, *Physica A*, 332, 533.
- Baiesi, M.** and **Paczuski, M.**, 2004, Scale-free networks of earthquakes and aftershocks, *Phys. Rev. E*, 69, 066106.
- Bak, P.**, **Christensen, K.**, **Danon, L.**, and **Scanlon, T.**, 2002, Unified scaling law for earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 88, 178501.
- Bak, P.**, **Tang, C.**, and **Wiesenfeld, K.**, 1987, Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise, *Phys. Rev. Lett.*, 59, 381.
- Bak, P.**, **Tang, C.**, and **Wiesenfeld, K.**, 1988, Self-organized criticality, *Phys. Rev. A*, 38, 364.
- Bakar, B.** and **Tirnakli, U.**, 2009, Analysis of self-organized criticality in Ehrenfest's dog-flea model, *Phys. Rev. E*, 79, 040103(R).
- Bath, M.**, 1965, Lateral inhomogeneities of the upper mantle, *Tectonophysics*, 2, 483.
- Carbone, V.**, **Sorriso-Valvo, L.**, **Harabaglia, P.**, and **Guerra, I.**, 2005, Unified scaling law for waiting times between seismic events, *Europhys. Lett.*, 71, 1036.
- Caruso, F.**, **Pluchino, A.**, **Latora, V.**, **Vinciguerra, S.**, and **Rapisarda, A.**, 2007, Analysis of self-organized criticality in the Olami-Feder-Christensen model and in real earthquakes, *Phys. Rev. E*, 75, 055101(R).
- Celikoglu, A.** and **Tirnakli, U.**, 2012a, Earthquakes, model systems and connection to q- statistics, *Acta Geophysica*, 60, 535.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

- Celikoglu, A.** and **Tirnakli, U.**, 2012b, Unified scaling law in the coherent noise model, (*Degerlendirme asamasininda*).
- Celikoglu, A.**, **Tirnakli, U.**, and **Queiros, S.**, 2010, Analysis of return distributions in the coherent noise model, *Phys. Rev. E*, 82, 021124.
- Christensen, K.**, **Danon, L.**, **Scanlon, T.**, and **P.Bak**, 2002, Unified scaling law for earthquakes, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A*, 99, 2509.
- Corral, A.**, 2003, Local distributions and rate fluctuations in a unified scaling law for earthquakes, *Phys. Rev. E*, 68, 035102(R).
- Corral, A.**, 2004a, Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 108501.
- Corral, A.**, 2004b, Universal local versus unified global scaling laws in the statistics of seismicity, *Physica A*, 340, 590.
- Darooneh, A.H.** and **Mehri, A.**, 2010, A nonextensive modification of the Gutenberg-Richter law: q-stretched exponential form, *Physica A*, 389, 509.
- Davidson, J.** and **Goltz, C.**, 2004, Are seismic waiting time distributions universal?, *Geophys. Res. Lett*, 31, L21612.
- Ergün, E.** and **Tirnakli, U.**, 2005, Sensitivity to initial conditions in coherent noise models, *Eur. Phys. J. B*, 46, 377.
- Gradshteyn, I.S.** and **Ryzhik, I.M.**, 1980, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, New York.
- Gutenberg, B.** and **Richter, C.F.**, 1944, Frequency of earthquakes in California., *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 34, 185.
- Herrmann, H.J.**, **Mantica, G.**, and **Bessis, D.**, 1990, Space-filling bearings, *Pyhs. Rev. Lett.*, 65(26), 3223.
- Ito, K.**, 1995, Punctuated-equilibrium model of biological evolution is also a self-organized-criticality model of earthquakes, *Phys. Rev. E*, 52, 3232.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

- Lindman, M., Jonsdottir, K., Roberts, R., Lund, B., and Bodvarsson, R.**, 2005, Earthquakes descaled: On waiting time distributions and scaling laws, *Phys. Rev. Lett.*, 94, 108501.
- Mohan, T.R. and Revathi, P.G.**, 2011, Network of earthquakes and recurrences therein, *J Seismol*, 15, 71.
- Newman, M.E.J.**, 1996, Self-organized criticality, evolution, and the fossil extinction record, *Proc. R. Soc. London, Ser. B*, 263, 1605.
- Newman, M.E.J.**, 1997, A model of mass extinction, *J. Theor. Biol*, 189, 235.
- Newman, M.E.J. and Sneppen, K.**, 1996, Avalanches, scaling, and coherent noise, *Phys. Rev. E*, 54(6), 6226.
- Olami, Z., Feder, H.J.S., and Christensen, K.**, 1992, Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 68, 1244.
- Omori, F.**, 1894, On the aftershocks of earthquakes, *J. Coll. Sci. Imp. Tokyo*, 7, 111.
- Silva, R., Franca, G., and Vilar, J.S.**, 2006, Nonextensive models for earthquakes, *Phys. Rev. E*, 73, 026102.
- Sotolongo-Costa, O. and Posadas, A.**, 2004, Fragment-asperity interaction model for earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 048501.
- Tirnakli, U.**, 2004, Aging in earthquake models, in C. Beck, G. Benedek, A. Rapisarda, and C. Tsallis, editors, *Complexity, Metastability And Nonextensivity 31st Workshop of the International School of Solid State Physics*, pages 350–354, World Scientific.
- Tirnakli, U. and Abe, S.**, 2004, Aging in coherent noise models and natural time, *Phys. Rev. E*, 70, 056120.
- Tsai, C. and Shieh, C.**, 2008, A study of the unified scaling law of earthquakes in the Taiwan region, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 19, 235.

KAYNAKLAR DİZİNİ (Devam)

- Tsallis, C.**, 1988, Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics., *J. Stat. Phys.*, 52, 479.
- Tsallis, C.**, 2009, *Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics—Approaching a Complex World*, New York: Springer.
- Tsallis, C., Bemski, G., and Mendes, R.**, 1999, Is re-association in folded proteins a case of nonextensivity?, *Phys. Lett. A*, 257, 93.
- Tsallis, C. and Tirnakli, U.**, 2010, Nonadditive entropy and nonextensive statistical mechanics û Some central concepts and recent applications, *J. Phys. Conf. Ser.*, 201, 012001.
- Wilke, C., Altmeyer, S., and Martinetz, T.**, 1998, Aftershocks in coherent-noise models, *Physica D*, 120, 401.
- Zhang, G.Q., Tirnakli, U., Wang, L., and Chen, T.L.**, 2011, Self organized criticality in a modified Olami-Feder-Christensen model, *Eur. Phys. J. B*, 82, 83.

ÖZGEÇMİŞ

Özlük Bilgileri

- Ad-Soyad: Ahmet Çelikoğlu
- Adres : Ege Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü
35100, Bornova, İzmir
- Doğum Tarihi: 01.02.1980
- Doğum Yeri : Dinar/AFYON

Öğrenim Durumu

- 1998-1999 : Ege Üniversitesi Yabancı Diller (İngilizce hazırlık)
- 1999-2003 : Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü (Lisans)
- 2003-2006 : Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü (Yüksek Lisans)
- 2006- : Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü (Doktora)

Yayınlar

- Ahmet Çelikoğlu, Uğur Tırnaklı, *Sensitivity function and entropy increase rates for z-logistik map family at the edge of chaos*, Physica A, **372**, 238, 2006
- Ahmet Çelikoğlu, Uğur Tırnaklı, Silvio M. Duarte Queiros, *Analysis of return distributions in the coherent noise model*, Phys. Rev. E, **82**, 021124, 2010
- Ahmet Çelikoğlu, Uğur Tırnaklı, *Earthquakes, model systems and connections to q-statistics*, Acta Geophysica, **60**, 535, 2012

- Ahmet elikoğlu, Uğur Tırnaklı, *Unified scaling law in the coherent noise model*, değerlendirmede

BURSLAR ve DÜLLER

- TÜBİTAK BİDEB Yurt İi Doktora Bursu