

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DURUM GERİ BESLEMELİ H_{∞} KONTROLCÜLÜ YARIM
TAŞIT MODELİNDE YOLCU KONFORUNUN SAĞLANMASI**

Hasan TAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Teorisi ve Kontrol Programı

Danışman

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Temmuz, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DURUM GERİ BESLEMELİ H_{∞} KONTROLCÜLÜ YARIM TAŞIT
MODELİNDE YOLCU KONFORUNUN SAĞLANMASI**

Hasan TAN tarafından hazırlanan tez çalışması 05.07.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Makine Teorisi ve Kontrol Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç.Dr. Hakan YAZICI
Yıldız Teknik Üniversitesi

Dr.Öğr.Üye. Mahmut PAKSOY
Selçuk Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Durum Geri Beslemeli H^∞ Kontrolcülü Yarım Taşıt Modelinde Yolcu Konforunun Sağlanması başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Hasan TAN

İmza



*Anneme, babama
ve
biricik kardeşime*

TEŞEKKÜR

Yıldız Teknik Üniversitesi, 1911 yılına dayanan tarihiyle Türkiye'nin en eski 3. üniversitesi olmasının yanı sıra İstanbul'da bulunan yedi devlet üniversitesinden biridir. Üniversite, ülkenin en iyi üniversitelerinden biri olarak kabul görmektedir. Üniversitemizde 10 fakülte, 2 enstitü, 1 meslek yüksekokulu, milli saraylar ve tarihi yapılar meslek yüksekokulu ve yabancı diller meslek yüksekokulu ile birlikte 25.000'den fazla öğrenci bulunmaktadır.

Mersin'de geçirdiğim 18 yıllık aile hayatımın ardından İstanbul'a adım atma sebebim olan kıymetli üniversitem, hem lisans hem de yüksek lisans eğitimim boyunca sosyal ve entelektüel anlamda bana zengin bir hazine olmuştur. Sahiplendiği öğrenci kulüpleri aracılığıyla hem mühendisliği, hem mücadeleyi, hem de başarıyı öğretmeye vesile olmuştur. Kurumumuz çatısı altında bulunan başta tez hocam, öğretmenim, danışmanım, akademik rol modelim, sayın Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ'ye ve tüm öğretim üyesi hocalarıma verdikleri emekler, okulumuza katkıları, yetiştirdikleri öğrenciler ve Cumhuriyet'imize katkıları için derin şükranlarımı sunarım.

Hasan TAN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vi
KISALTMA LİSTESİ	viii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
TABLO LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiv
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	3
1.3 Hipotez	3
2 MATERYAL VE METOT	4
2.1 Süspansiyon	4
2.2 Doğrusal Matris Eşitsizliği, DME (Linear Matrix Inequality, LMI)	8
2.3 H_{∞} Normu.....	11
3 ANALİZ	16
3.1 Modelleme	16
3.2 Durum Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı	19
3.3 Statik Çıkış Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı	21
3.4 ISO 2631-1 Konfor Kriteri.....	24
4 SONUÇ VE ÖNERİLER	26
KAYNAKÇA	47
A ERASMUS	50
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	54

SİMGE LİSTESİ

A	Sistem durum matrisi
B_1	Sistem bozucu girişi matrisi
B_2	Sistem kontrolcü girişi matrisi
C	Sistem çıkış matrisi
c_s	Sürücü koltuğu süspansiyonu damper sabiti
c_{s1}	Taşıt ön süspansiyonu damper sabiti
c_{s2}	Taşıt arka süspansiyonu damper sabiti
c_{t1}	Taşıt ön tekerleği damper sabiti
c_{t2}	Taşıt arka tekerleği damper sabiti
D_{11}	Sistem bozucu gürültüsü matrisi
D_{12}	Sistem kontrolcü gürültüsü matrisi
$G(s)$	Sistem transfer fonksiyonu
H_∞	H sonsuz uzayı
J	Taşıt eylemsizlik momenti
j	İmajner eksen
$K(s)$	Kontrolcü transfer fonksiyonu
k_s	Sürücü koltuğu süspansiyonu yay sabiti
k_{s1}	Taşıt ön süspansiyonu yay sabiti
k_{s2}	Taşıt arka süspansiyonu yay sabiti
k_{t1}	Taşıt ön tekerleği yay sabiti
k_{t2}	Taşıt arka tekerleği yay sabiti
L_2	Banach uzayı
l_s	Taşıt ağırlık merkezinden sürücü koltuğuna olan mesafe
l_1	Taşıt ağırlık merkezinden ön tekerleğe olan mesafe
l_2	Taşıt ağırlık merkezinden arka tekerleğe olan mesafe
m_s	Sürücü kütlesi
M	Yarım taşıt kütlesi
m_{t1}	Ön tekerlek kütlesi
m_{t2}	Arka tekerlek kütlesi
T_{zw}	Sistem girişlerinden çıkışlarına olan transfer fonksiyonu
V	Lyapunov enerji fonksiyonu
w	Sistem bozucu girişi

z	Durum-uzayı sistem çıkışı
z_y	İnsan gövdesi düşey yerdeğişimi
z_s	Sürücü koltuğu düşey yerdeğişimi
z_c	Taşıt gövdesi düşey yerdeğişimi
z_{u1}	Ön tekerlek düşey yerdeğişimi
z_{u2}	Arka tekerlek düşey yerdeğişimi
z_{r1}	Ön tekerlekten gelen yol girişi
z_{r2}	Arka tekerlekten gelen yol girişi
$\dot{x}$	Durum-uzayı sistem girişi
θ	Taşıt gövdesi yunuslama açısal hareketi açısı
γ	H_∞ normu üst sınırı sabiti
$\dot{z}_y$	İnsan gövdesi düşey hızı
$\dot{z}_s$	Sürücü koltuğu düşey hızı
$\dot{z}_c$	Taşıt gövdesi düşey hızı
$\dot{z}_{u1}$	Ön tekerlek düşey hızı
$\dot{z}_{u2}$	Arka tekerlek düşey hızı
$\dot{\theta}$	Taşıt gövdesi yunuslama açısal hızı
$\ddot{z}_y$	İnsan gövdesi düşey ivmesi
$\ddot{z}_s$	Sürücü koltuğu düşey ivmesi
$\ddot{z}_c$	Taşıt gövdesi düşey ivmesi
$\ddot{z}_{u1}$	Ön tekerlek düşey ivmesi
$\ddot{z}_{u2}$	Arka tekerlek düşey ivmesi
$\ddot{\theta}$	Taşıt gövdesi yunuslama açısal ivmesi

KISALTMA LİSTESİ

CRD	Cebirsel Riccati denklemi
DME	Doğrusal matris eşitsizliği
KYP	Kalman – Yakubovich – Popov
LMI	Linear matrix inequality
LTİ	Linear time invariant
MIMO	Multiple input multiple output
SISO	Single input single output
YALMIP	Yet another LMI parser

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Taşıt süspansiyon yapısı	2
Şekil 2.2 Tekerlek süspansiyon yapısı modellemesi	4
Şekil 2.3 Aktif gövde kontrol sistemini sağlayan aktif süspansiyon	6
Şekil 2.4 H_{∞} kontrolcünün blok diyagram gösterimi.....	12
Şekil 3.1 6 serbestlik dereceli yarım taşıt modeli	17
Şekil 3.2 ISO2631-1 konfor testi için düzensiz yol girdisi.....	20
Şekil 4.1 Kasis bozucu girişi	25
Şekil 4.2 İnsan gövdesi yerdeğişimi – ISO2631-1	26
Şekil 4.3 İnsan gövdesi ivmesi – ISO2631-1	26
Şekil 4.4 Yolcu koltuğu yerdeğişimi – ISO2631-1	27
Şekil 4.5 Yolcu koltuğu ivmesi – ISO2631-1.....	27
Şekil 4.6 Taşıt gövdesi düşey yerdeğişimi – ISO2631-1.....	28
Şekil 4.7 Taşıt gövdesi düşey ivmesi – ISO2631-1.....	28
Şekil 4.8 Taşıt gövdesi kafa vurma açısal hareketi – ISO2631-1.....	29
Şekil 4.9 Taşıt gövdesi kafa vurma açısal ivmesi – ISO2631-1	29
Şekil 4.10 Ön tekerlek yerdeğişimi – ISO2631-1.....	30
Şekil 4.11 Arka tekerlek yerdeğişimi – ISO2631-1	30
Şekil 4.12 Durum geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – ISO2631-1	31
Şekil 4.13 Statik çıkış geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – ISO2631-1	32
Şekil 4.14 İnsan gövdesi yerdeğişimi – 0.1m kasis.....	33
Şekil 4.15 İnsan gövdesi ivmesi – 0.1m kasis	33
Şekil 4.16 Yolcu koltuğu yerdeğişimi – 0.1m kasis	34
Şekil 4.17 Yolcu koltuğu ivmesi – 0.1m kasis	34
Şekil 4.18 Taşıt gövdesi düşey yerdeğişimi – 0.1m kasis	35
Şekil 4.19 Taşıt gövdesi düşey ivmesi – 0.1m kasis	35
Şekil 4.20 Taşıt gövdesi kafa vurma açısal hareketi – 0.1m kasis	36
Şekil 4.21 Taşıt gövdesi kafa vurma açısal ivmesi – 0.1m kasis.....	36
Şekil 4.22 Ön tekerlek yerdeğişimi – 0.1m kasis	37
Şekil 4.23 Arka tekerlek yerdeğişimi – 0.1m kasis	37
Şekil 4.24 Durum geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – 0.1m kasis	38
Şekil 4.25 Statik çıkış geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – 0.1m kasis.....	39

Şekil 4.26 İnsan gövdesi frekans cevapları	40
Şekil 4.27 Yolcu koltuğu frekans cevapları.....	41
Şekil 4.28 Taşıt gövdesi düşey hareketi frekans cevapları	42
Şekil 4.29 Taşıt gövdesi açısal hareketi frekans cevapları	43



TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1 Taşıt modeli parametreleri	18
Tablo 3.2 Sistem doğal frekansları.....	18
Tablo 4.1 ISO2631-1 için konfor kriterleri (dB).....	39



Durum Geri Beslemeli H_∞ Kontrolcülü Yarım Taşıt Modelinde Yolcu Konforunun Sağlanması

Hasan TAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Yolcu konforu, taşıt kontrol parametreleri arasında oldukça önemli bir yere sahiptir. Yolculuk süresine bağlı olarak, sürücüler çeşitli zorlu yol koşullarına maruz kalabilirler. Bu koşullar dolayısıyla ortaya çıkan çeşitli ergonomi problemleri, taşıt içinde bulunan kişilerin sağlığına dair çeşitli olumsuz etkilere yol açabilir. Bu etkiler fiziksel deformasyona yol açabileceği gibi, ilave yorgunluğa da sebep olabilir. Ekonomik anlamda bakıldığında yorgunluğun beraberinde getirdiği verimsizlik ilave dinlenme süresine, ilave ulaşım sürelerine, dolayısıyla ilave maliyetlere; güvenlik açısından bakıldığında dikkat dağınıklığı, sürüş emniyetsizliği durumlarına yol açabilir. Bu hususlar bakımından, konfor probleminin doğrudan ve dolaylı etkilerinin çözüme ulaştırılması önem göstermektedir. Günümüzün getirdiği bilimsel altyapı nezdinde, yolculuk konforunu sağlayıcı çeşitli teknolojik imkânlar mevcuttur. Yoldan gelecek bozucu etkilerin yolcuya ulaşmasını önlemek adına, yolcu ile taşıt arasında kalan koltuğun aktif eyleyiciyle kontrolü vasıtasıyla bozucu etkilerin sönümlenmesi sağlanabilir. Bu çalışma kapsamında konforu artırmak ve olumsuz etkileri önlemek amacıyla hedeflenen çözüm yönteminde yarım taşıt-koltuk-insan modeli Matlab&Simulink ortamında modellenmiştir. Ardından lineer matris eşitsizliği (LMI) yaklaşımıyla durum geri beslemeli H_∞ kontrolcüsü tasarlanmış ve uygulanmıştır. Buna ilave olarak statik çıkış beslemeli H_∞ kontrolcü tasarımı ile de karşılaştırma yapılmıştır.

Kontrolcölü ve kontrolcüsüz durumlar için sistem titreşimlerinin ivme ve yerdeğişimlerinin cevapları elde edilmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Yarım taşıt modeli, Titreşim, Lineer matris eşitsizliğı, H_∞ kontrol,



Ensuring Passenger Comfort In Half Vehicle Model With H_∞ Controller With State Feedback

Hasan TAN

Department of Mechanical Engineering

Master of Science Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Rahmi GÜÇLÜ

Passenger comfort has a very important place among vehicle control parameters. Depending on the journey time, drivers may be exposed to a variety of harsh road conditions. Various ergonomics problems that arise due to these conditions can cause various negative effects on the health of the occupants of the vehicle. These effects may cause physical deformation as well as additional fatigue. From an economic point of view, the inefficiency brought about by fatigue leads to additional rest time, additional transportation times, and therefore additional costs; From a safety point of view, distraction can lead to situations of driving insecurity. In terms of these issues, it is important to solve the direct and indirect effects of the comfort problem. In view of the scientific infrastructure brought by today, there are various technological opportunities that provide improved comfort. In order to prevent the harmful effects from the road to the passenger, it is possible to dampen the disturbing effects by controlling the seat between the passenger and the vehicle with the active actuator. Within the scope of this study, half vehicle-seat-human model was modeled in Matlab&Simulink environment in order to increase comfort and prevent negative effects. Then, H_∞ controller with state feedback was designed and implemented with the linear matrix inequality (LMI) approach. In addition to this, also static output feedback controller is designed and

compared. The responses of acceleration and displacements of system vibrations for controlled and uncontrolled situations are obtained and interpreted.

Keywords: Half vehicle model, vibration, Linear matrix inequality, H^∞ control,



1.1 Literatür Özeti

Taşıt kullanımı esnasında, oluşan titreşimlerden dolayı yolcu ergonomisi ve konforu önem arz etmektedir. Bu duruma istinaden birden çok katılımcının bulunduğu farklı sürücü koltukları ile konfor incelemesi çalışmaları yürütülebilmektedir [1]. Frings ve ark. (2008) yaptığı çalışmada, taşıt titreşimlerinin sırt ağrısı yaptığı, bu nedenle işçilik saati kaybının meydana geldiği görülmüştür [2]. Yağız ve ark. (2008) yaptıkları çalışmada taşıt titreşimlerini farklı metotlar ile kontrol etmişlerdir [3]. Kontrol teorisi, çeşitli sistemlerde istenmeyen durumların giderilmesi için geniş bir alanda kullanılmaktadır. Demir ve ark. (2012) yarım taşıtın süspansiyon sistemini doğrusal olmayan şekilde modelleyerek hibrit bulanık mantık ile kontrol sağlamışlardır [4]. Güçlü (2004) tarafından da bulanık mantık kontrol, taşıt sistemlerinde uygulanmıştır [5]. Yine Güçlü ve Gülez (2008) tarafından kalıcı mıknatıslı senkron motor aracılığıyla koltuk titreşimlerinin yapay sinir ağıyla kontrolü sağlanmıştır [6]. Çalışma özelinde kullanılacak metot olan H_∞ kontrolcü çalışmaları ise geniş bir portföye sahiptir. Şu anda University of Wollongong bünyesinde bulunan Haiping Du isimli bilim insanının taşıt kontrolünde H_∞ kontrolcü uygulamasına yönelik hem nicelik hem de nitelik olarak birçok kıymetli çalışmasına rastlanmıştır. Taşıt kontrol uygulaması olarak bakıldığında ilk çalışmasının 2003 yılında yaptığı görülmüştür. Du ve ark. (2003) statik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü tasarımı genetik algoritma ve doğrusal matris eşitsizliği tasarımıyla “fragile” ve “non-fragile” ölçüm metodu olarak kıyaslamışlardır [7]. Du ve ark. (2003) yine aynı yıl MR damper kullanarak H_∞ kontrolcü ile yarı aktif süspansiyon kontrolünü sağlamışlardır [8]. Du ve ark. (2005) taşıt aktif süspansiyon kontrolünde H_∞ kontrolcü ve non-fragile gözlemci kullanmışlardır [9]. Du ve ark. (2007) H_∞ kontrolcülü aktif süspansiyon sisteminde eyleyici gecikmesini çalışmışlardır. Doğrusal matris eşitsizliklerine ifade olarak eklenen eyleyici gecikmesi sabiti ile hem aktif süspansiyonun optimal kontrolü sağlanmış, hem de kapalı çevrim sistemin kararlılığı korunmuştur [10]. Du ve ark. (2008) çeyrek taşıt aktif süspansiyon kontrolünü $H_2/H_\infty/GH_2$ olarak ve doğrusal matris eşitsizliği ve genetik algoritma metotlarını kullanarak çok amaçlı kontrolünü sağlamışlardır [11]. Du ve ark. (2008) H_∞/GH_2 kontrolcü tasarımıyla doğrusal matris eşitsizliği ve genetik algoritma tasarımı

kullanarak taşıt süspansiyon kontrolünü sağlamış ve sürüş konforu, yol tutuş performansı ve süspansiyon sapmasını kontrolünü sağlamışlardır [12]. Du ve ark. (2010) taşıt kontrolünde H_∞ kontrolcü kullanarak taşıt atalet parametrelerinin varyasyonları durumunu incelemişleridir [13]. Du ve ark. (2013) statik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü tasarımını doğrusal matris eşitsizliği vasıtasıyla insan modeli çeyrek taşıt modeline uygulayarak eyleyici satürasyonu, süspansiyon sapması ve yol tutuş kabiliyeti açısından incelemede bulunmuştur [14]. Du ve ark. (2014) taşıt dinamiğindeki farklı hareketler için hareket algılayıcı ve buna göre süspansiyonu kontrol edecek bir H_∞ kontrolcü yöntemi geliştirmişlerdir [15]. Du ve ark. (2014) MR damper ile yarı aktif süspansiyon kontrolünde ANFIS-adaptif nörobulanık hibrit kontrolcü sistemini kullanmışlardır. Burada hibrit olarak ifade edilen kısım skyhook ve groundhook olarak sistemin hayali olarak yayla zemine ve gökyüzüne bağlantı yapıldığı varsayımıyla kontrol kazancını hesaplamaya yöneliktir [16]. Diğer bilim insanları ile beraber yapmış olduğu çalışmalar neticesinde Haiping Du'nun H_∞ kontrolcü çalışması literatürüne özellikle çıkış geri beslemeli sistemler için yaptığı bilimsel katkının oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Çalışma kapsamında incelenmek üzere yapılan araştırmalarda farklı bilim insanlarının da bu literatüre çeşitli katkılar sağladığı elbette görülmektedir. Guo ve ark. (2012) tam durum geri beslemeli H_∞ kontrolcü tasarımıyla çeyrek taşıt modelinde parametre belirsizlikleri üzerine incelemelerde bulunmuşlardır [17]. Zong ve ark. (2013) MR damper ile yarı aktif süspansiyon kontrolünü H_∞ kontrolcü ve buna ilave olarak daha önce bahsedilen ANFIS metotlarını kullanmışlardır [18]. Li ve ark. (2014) çeyrek taşıt kontrolünde dinamik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü için kontrolcü gecikmesi konusunu incelemişlerdir [19]. Choi ve ark. (2016) yarış taşıt modeline uygulanan dinamik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü için zamana bağlı girdi gecikmesini analiz etmişlerdir [20]. Wei ve ark. (2018) 5 serbestlik dereceli yarım taşıtın aktif süspansiyon modelini statik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü ile kontrol ederek durum geri beslemeli H_∞ kontrolcü ile karşılaştırmasını yapmışlardır [21]. Li ve ark. (2014) çeyrek taşıt modeline H_∞ kontrolcü uygulayarak mekanik titreşimlerin bastırılması konusunda çalışmışlardır [22]. Wang ve ark. (2017) KYP lemma ile düzenlenen non-fragile sonlu frekanslı statik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü ile aktif süspansiyon kontrolünü sağlamışlardır [23]. Zhang ve ark. (2013) benzer yaklaşımı farklı yapısal sistemlerde incelemişlerdir [24]. Rubio-Massegu ve ark. (2013) çeyrek taşıt modelinde doğrusal matris eşitsizliklerini kullanarak durum ve statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımlarının bir kıyaslamasını yapmışlardır [25]. Yine Rubio-Massegu ve ark (2014) iki

adımlı hesaplamalı yaklaşımla taşıt süspansiyonu için statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımı sağlamışlardır [26]. Wang ve ark. (2016) kısıtlı enformasyon durumundaki yarım taşıt modelinde statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımı doğrusal matris eşitsizliği ile yapmışlardır [27]. Jing ve ark. (2018) tam taşıt süspansiyon kontrolünü H_∞ kontrolcü tasarımıyla sağlamışlardır [28]. Sun ve ark. (2011) ise dinamik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü tasarımıyla titreşimlerin yarattığı etkiyi azaltarak yolcu konforunu hedeflenmişlerdir [29]. Ahan ve ark. (2016) dinamik çıkış geri beslemeli H_∞ kontrolcü ile yarım ağır yük kamyonunda meydana gelen titreşimlerin bastırılması ve ISO2631-1 çerçevesinde konfor analizi yapmışlardır [30].

1.2 Tezin Amacı

Yapılan çalışma kapsamında; tekerlekli kara aracı sisteminin modellenmesinin kavranması, matematiksel modelin sistem dinamiğinin incelenmesi, doğrusal matris eşitsizliklerinin özümzenmesi, H_∞ kontrolcü tasarımının incelenmesi, kapalı çevrim sistemin doğrusal eyleyici vasıtasıyla kontrolü, sistem cevaplarının konfor açısından değerlendirilerek iyileşme sağlanıp sağlanamayacağı bilgisine ulaşılmak hedeflenmiştir.

1.3 Hipotez

H_∞ normu, bir sistemin dinamik davranışının en kötü senaryoda vereceği cevabın tayinini ve bu cevabın bastırılabilirliğini ifade eder. Tekerlekli kara araçları, yay ve süspansiyona sahip dinamik sistemler olmakla birlikte dış bozucu etkiye maruz kalabilir. Bu durumda, sisteme etki eden bozucu etkinin doğrusal eyleyici vasıtasıyla sönümlenerek yolcu ulaşması engellenebilir ve konfor sağlanabilir. Bu çalışma kapsamında H_∞ kontrolcü tasarımı ile elde edilen kontrol kazancı ile bozucu etkilerin minimize edileceği ve yolcu konforunun sağlanacağı öngörülmüştür.

2.1 Süspansiyon

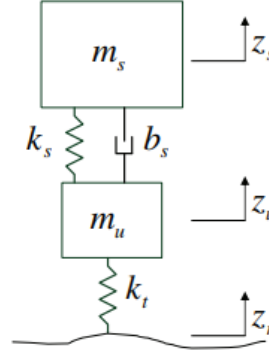
Çalışmanın bu bölümünde, süspansiyon sistemlerinin tanıtımı yapılacaktır. İlk olarak, süspansiyon sistemleri hakkında bazı genel teoriler verilmiştir. Daha sonra farklı süspansiyon sistemleri (pasif, yarı aktif ve aktif) hakkında özellikler ve sınırlamalar tartışılmıştır. Süspansiyon, bir yay ve bir sönümleyiciden oluşan bir bağlantı elemanıdır. Genel olarak mevcudiyet sebebi itibarı ile taşıtlarda kullanılan süspansiyonlardan beklenen özellikler şu şekilde belirtilebilir;

- Vücut hareketinin düzenlenmesi yönünde, gövdeyi yolun bozucu etkilerinden, aracın virajda savrulması (gövde yuvarlanması) ve aracın frenleme/hızlanma hareketleri ile ilişkili atalet etkisinden muhafaza etmelidir.
- Süspansiyon hareketinin düzenlenmesi yönünde, düşey yönde tekerleğin hareketi lastiğin yola göre optimum olmayan hareketlerine sebep olur. Sonuç olarak, aracın yol tutuşu kötü etkilenir ve sürücüde yorgunluk meydana gelir.
- Kuvvet dağılımı yönünde, taşıtın iyi derecede yol tutuşu özelliklerini sağlaması için, tekerleklerin hepsinde optimum lastik/yol teması sağlanmalıdır.

Örnek bir süspansiyon sisteminin yapısı Şekil 2.1'de gösterilmektedir.



Şekil 2.1 Taşıt süspansiyon yapısı [31]



Şekil 2.2 Tekerlek süspansiyon yapısı modellemesi

Süspansiyon, yaylanan kütle (şekilde araç gövdesi, m_s) ile yaylanmayan kütle (lastik, tekerlek, fren) arasında bulunmaktadır. Şekil 2.2’de görülen k_s süspansiyon yay sabiti, c_s ise süspansiyon sönüm sabiti olup ayarlanabilir parametrelerdir. Hem yaylanan kütlenin hem de yaylanmayan kütlenin kendi rezonans frekansları olmakta birlikte bu frekans tüm süspansiyon sisteminin çalışma performansını etkileyebilmektedir. Bu yapıda bulunun yay ve amortisörlere ek olarak süspansiyon sistemleri, süspansiyonun performansını artırmak için ayrıca doğrusal eyleyici de içerebilir. Bu sebeple süspansiyon sistemleri birkaç farklı tipte tanımlanabilir. Bu çalışmada, ileride görüleceği üzere üç farklı kategori kullanılmıştır: pasif, yarı aktif ve aktif süspansiyon sistemleri. Kategoriler arasındaki farklar sırasıyla tanıtılmıştır.

2.1.1 Pasif Süspansiyon

Pasif terimi, sistemin fiziksel olarak hiçbir harici güç kaynağından etkilemediğini gösterir. Bu tip süspansiyon sistemi çoğu konvansiyonel araçta bulunmaktadır. Süspansiyon sistemi ideal olarak, sürüş konforunun sağlanması için yumuşak, ancak uygulanan yüklere karşı dayanıklı olacağı şekilde yeterince de sert olmalıdır. Çalışma koşullarına göre, bu iki durum arasında bir noktada optimum süspansiyon ayarı gereklidir. Bu durum nedeniyle, sadece pasif süspansiyonun kullanımı durumunda araç süspansiyon tasarımı, belirlenen sabit bir özellikte çalışma sağlayabilir. Aracın kullanım tipine göre, yay sertliği ve sönümleme faktörü farklı değerlere sahip olabilmektedir. Konvansiyonel pasif süspansiyon sistemlerinde, performansın iyileştirilebileceği yapısal bazı yöntemler mevcuttur. Bu yöntemlerden bir tanesi, Mercedes-Benz A serisinde kullanılmış ve seçici sönümleme olarak adlandırılmıştır [32]. Seçici sönümleme sisteminde, yağ akışının bir kısmı, sönümleyici pistonunun üzerindeki ek bir valf koruması aracılığıyla yönlendirilmiştir. Korumanın içinde, onu iki ayrı kısma ayıran bir

kontrol pistonu mevcuttur. Süspansiyon yalnızca küçük yerdeğişimlerine maruz kaldığında, kontrol pistonu ortalama bir konumda bulunur ve yağ akışının bir kısmının piston aralığından geçmesine izin veren bir kanalı açık tutar. Bu yağ, sönümleyici valfinden geçerek süspansiyonun sertliğini azaltır. Bu durum, görece koşulları kötü yollarda seyahat esnasında konforu artıran daha yumuşak süspansiyon özelliklerinin sağlanmasına yardımcı olur. Süspansiyon daha ani hareketlere maruz bırakılırsa, örneğin viraja hızlı girildiğinde veya seri manevra yapıldığında yağ valf muhafazasındaki kontrol pistonunu yukarı veya aşağı doğru iterek kanalı otomatik olarak kapatabilir. Sonuç olarak, sönümleme etkisi mevcut olabilecek en yüksek duruma gelir. Seçici sönümleme sisteminin uygulaması yalnızca tasarımsal ölçümler gerektirdiğinden sistem güvenilir, kolay ve düşük maliyetlidir. Ancak daha da iyi sonuç alınması istendiği takdirde yarı aktif ve aktif sistemlerin kullanımı gereklidir.

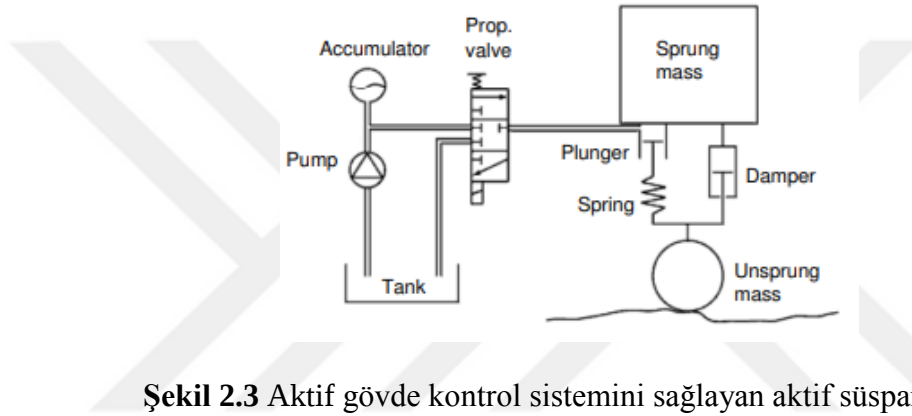
2.1.2 Yarı Aktif Süspansiyon

Yarı aktif süspansiyon sistemleri, harici bir mekatronik kontrol vasıtasıyla değiştirilebilen yay ve sönüm elemanının özelliğinin değiştirilebildiği bir sistemden oluşur. Bu sistemde yay, normal bir süspansiyon yayıdır, ancak sönüm elemanı kapalı döngü şeklinde kontrol edilebilen bir eyleyicidir. Çeşitli sensörler, sistem dinamiği durumlarını ölçer ve bu değerlere göre eyleyicinin sönümleme değeri ayarlanabilir. Ancak bu açıklama, yarı aktif bir süspansiyonun nasıl çalıştığına dair yalnızca genel bir ifadedir. Daha ayrıntılı bir düzeyde inceleyecek olursak, uygulama tipine bağlı olarak yarı aktif süspansiyon sistemlerinin bölünebileceği birkaç farklı kategori bulunmaktadır. Yarı aktif süspansiyon sistemlerinin pasif süspansiyon sistemlerine göre asıl avantajı, sönümleme değerinin değiştirilmesiyle yol tutuş ve sürüş konforu arasında daha iyi bir dengenin sağlanabilmesidir. İlaveten, yarı aktif süspansiyon bileşenleri, harici güç kaynağında meydana gelebilecek arızalarından etkilenmeyecek şekilde tasarlanmıştır ve yarı aktif eyleyiciler kullanılarak mekatronik kontrolün uygulanması oldukça gürbüzdür. Bu özellikler sayesinde, yarı aktif süspansiyon sistemleri özellikle yüksek güvenilirliğin önem arz ettiği durumlarda ön plana çıkmaktadır. Ancak kontrol açısından daha da iyi sonuçlar almak istendiği durumda aktif süspansiyon tasarımına geçmek gereklidir.

2.1.3 Aktif Süspansiyon

Aktif süspansiyon mekanizmasında, sürüş özelliklerini iyileştirmek için süspansiyon yay ve sönüm elemanına ilaveten doğrusal kuvvet uygulayabilen ayrı bir eyleyici kullanılır.

Aktif elemanlar yardımıyla, konvansiyonel pasif süspansiyon sistemlerindeki kullanım dezavantajları azaltılabilir ancak tamamen ortadan kaldırılamaz. Ek olarak, aktif bir süspansiyon sisteminin uygulanması kolay değildir. Genellikle aktif süspansiyon sistemleri, sürekli güç gereksinimi ve çabuk hareket etme kabiliyetine sahip mekanizmalar içerir. Dolayısıyla bu tür sistemlerin maliyetleri daha yüksek olmakta ve sistemler çoğunlukla olarak üst segment araç modellerinde kullanılabilmektedir. Bu sisteme örnek, 1999'da Daimler'in aktif gövde kontrollü süspansiyon sistemini kullanan ilk modeli olan Mercedes-Benz S serisidir [32]. O zamandan beri aktif gövde kontrolü, şirketin diğer birçok üst düzey ürününde kullanıma sunulmuştur. Bahsi geçen aktif gövde kontrol sistemi Şekil 2.3'te gösterilmiştir.



Şekil 2.3 Aktif gövde kontrol sistemini sağlayan aktif süspansiyon

Klasik pasif süspansiyon sistemlerinde olduğu gibi, yaylanan ve yaylanmayan kütleler arasında paralel olarak bağlanan bir yay ve sönüm elemanı bulunmaktadır. Bunlara ek olarak, sisteme seri olarak bağlanan yüksek basınçlı bir hidrolik servo mekanizması mevcuttur. Gerekli hidrolik basınç, yüksek basınçlı radyal pistonlu pompa ile sağlanır ve valf yardımı ile basınç servolara uygun olarak ayarlanır. Birkaç sensör gövde hareketini ve araç yerdeğişimini sürekli olarak izler ve sisteme bilgi sağlar. Aktif kontrol sistemi sayesinde çeşitli sürüş manevraları sırasında gövdede meydana gelen hareketlere karşı servolar tarafından karşı kuvvet oluşturulması sağlanır. Aktif kontrol sistemi birkaç araç modelinde başarılı bir şekilde uygulanmıştır ve 10 yılı aşkın bir süredir piyasada mevcuttur ancak sistemin yine de bazı önemli dezavantajları vardır. Bunlardan en önemlisi, aktif sistemin aracı her an yönetmesinden kaynaklanan yüksek enerji tüketimidir. Hidrolik pompayı çalıştırmak için gerekli olan enerji, aracın yakıt tüketimi ile çalıştırılan içten yanmalı motor tarafından üretilir. Dolayısıyla, içten yanmalı motorun çalışmadığı durumda aktif sistem çalışmaz.

2.2 Doğrusal Matris Eşitsizliği, DME (Linear Matrix Inequality, LMI)

Doğrusal matris eşitsizliklerinin dinamik sistem analizinde kullanım geçmişi LMI'ların geçmişi 100 yıldan eskiye dayanmaktadır. Lyapunov tarafından yayınlanan ve günümüzde Lyapunov teorisi olarak adlandırılan teoremin tarihçesi 1890'da başlamaktadır [33]. Lyapunov bize aşağıda gösterilen denklem koşullarını tanıtmıştır;

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) \quad (2.1)$$

$$A^T P + PA < 0, P > 0 \quad (2.2)$$

Lyapunov teorisine göre, ancak ve ancak 2.2 numaralı denklemi sağlayan pozitif tanımlı bir P matrisi bulunabilirse, 2.1 numaralı denklemde ifade edilen sistem karardır. Gösterilen 2.2 numaralı denklem ile DME'nin özel bir ifadesi olarak P ifadesi Lyapunov eşitsizliği olarak ifade edilir. Lyapunov ayrıca ifade edilen DME'nin açıkça çözülebileceğini de göstermiştir [33].

$$Q = Q^T > 0 \quad (2.3)$$

$$A^T P + PA = -Q \quad (2.4)$$

Buna ilave olarak, 2.3 numaralı denklemde ifade edilen şekilde herhangi bir Q seçilir ve ardından 2.4 doğrusal sistemi çözülmüşse, 2.1 sistemi kararlı olduğu koşulda P'nin pozitif tanımlı olduğu garanti edilebilir. Özetle, 2.2 numaralı denklem ile ifade edilen dinamik sistem analizini sağlayan Lyapunov eşitsizliğinin, bir dizi doğrusal denklemin çözülmesi yoluyla, analitik olarak çözülmesi mümkündür.

Bir diğer önemli mihenk taşı 1940'larda inşa edilmiştir. Lur'e, Postnikov ve Sovyetler Birliği'ndeki diğer bilim insanları, Lyapunov'un yöntemlerini kontrol mühendisliğindeki bazı diğer problemlere, özellikle de doğrusal olmayan eyleyicilerdeki kontrol sisteminin kararlılığı konusuna uygulamışlardır. Özellikle matris eşitsizliği oluşturmamış olsalar da, kararlılık koşullarını DME şeklinde kurgulamışlardır. Bu eşitsizlikler, daha sonra basit sistemler için elle kontrol edilen polinom eşitsizliklerine indirgenmiştir. Yine de Lyapunov teorisinin kontrol mühendisliğindeki zor ve önemli matematiksel problemlere uygulanmasının mümkün olduğu fikrinden dolayı heyecan duydukları belirtilmektedir. Özetlenecek olursa, Lur'e ve diğer bilim insanları Lyapunov teorisini kontrol

mühendisliği problemlerinde ilk deneyenler olmuşlardır [33]. Elde edilen DME'ler analitik olarak elle çözülmüştür. Doğal olarak bu durum, uygulamalarının ikinci ya da üçüncü derece gibi basit sistemlerle sınırlanmasına sebep olmuştur.

Bir sonraki büyük gelişme, 1960'lı yılların başlarında Kalman, Yakubovich ve Popov ile birlikte bazı diğer araştırmacılar, Lur'e'un problemiyle ortaya çıkan doğrusal matris eşitsizliklerinin hesaplanmasını, şimdi pozitif gerçel lemma dediğimiz yöntemi kullanarak basit grafik kriterlere indirgemeyi başardıklarında gerçekleşmiştir. Bu lemma ise daha sonra ünlü Popov kriteri, daire kriteri, Tsypkin kriteri ve diğer başka birçok varyasyonla sonuçlanmıştır [33]. Bu bahsedilen kriterler daha yüksek mertebe sistemlere uygulansa da, birden fazla doğrusal olmayan durum içeren sistemlere faydalı bir biçimde etki edememiştir.

DME'lerin kontrol teorisindeki önemli rolü, özellikle Yakubovich tarafından 1960'lı yılların başlarında kabul edilmiştir. Bu, 1962-1965 yılları arasında yayınlanan bazı makalelerinin başlıklarından açıkça görülmektedir. Pozitif gerçel lemması ve varyasyonları, 1960'ların ikinci yarısında oldukça fazla bir şekilde çalışılmış ve pasivite fikri, Zames ve Sandberg tarafından sunulan küçük kazanç kriterleri ve ikinci dereceden optimal kontrol ile ilgili olduğu bulunmuştur. 1970'lere gelindiğinde, pozitif gerçel lemmasındaki DME'nin sadece grafiksel metotlarla değil, ayrıca belirli bir cebirsel Riccati denklemini (CRD) çözerek de bulunabileceği biliniyordu [33].

Böylelikle 1971 yılına gelindiğinde, araştırmacılar özel karakteristikteki DME'leri çözmek için birkaç yöntem bilir duruma gelmişlerdi. Bunlar kısaca; küçük sistemler için doğrudan çözüm, grafiksel yöntemlerle çözüm ve Lyapunov veya Riccati denklemlerini çözümü şeklindedir. Bir perspektiften bu metotların tümü, özel DME tiplerini çözmek için kullanılabilecek kapalı form veya analitik çözümlerdir. Çoğu kontrol sistemleri araştırmacısı ve mühendisler, Riccati denkleminin analitik olarak bir çözümünün bulunduğunu düşünmektedir. Çünkü onu çözebilen standart algoritmik yöntemlerle, problemin boyutuna bağlı çözüm eforunun kestirilebileceğini düşünürler. Ancak, beşinci ve daha yüksek mertebeden sistemler için aritmetik sonlu sayıda adımla tam olarak çözülemez [33].

Pyatnitskii ve Skorodinskii Lur'e'nin problemini, DME'leri de içeren dışbükey bir optimizasyon problemine indirgemişlerdir ve daha sonra bunu elipsoid algoritmasını kullanarak çözmüşlerdir. Bu sorun üzerinde daha önce çalışılmıştır ancak çözümleri

rasgele bir ölçeklendirme matrisi içermektedir. Pyatnitskii ve Skorodinskii, bir Lyapunov fonksiyonunu dışbükey optimizasyon problemi şeklinde ifade eden ve ardından uygulayan ilk kişilerdir. Ardından bu optimizasyon problemini çözmeyi garanti eden bir algoritmaları geliştirmişleridir. 1976 tarihli bir makalede, Horisberger ve Belanger doğrusal sistemlerin bir toplamının kararlılığının kanıtlanmasını aynı anda gerçekleştirebilen ikinci dereceden bir Lyapunov fonksiyonunun varlığının DME içeren dışbükey bir problem olduğunu belirtmişlerdir [33].

Tarihçenin sonlarına doğru, kontrol teorisinde ortaya çıkan DME'leri çözmek için güçlü ve faydalı yöntemlerinin geliştirilmesi şeklinde yeni ve pratik öneme sahip bir kısım bulunmaktadır. 1984 yılında N. Karmarkar, doğrusal programları polinom-zamanda çözen, elipsoid yöntemine benzer, ancak elipsoid yönteminden farklı olarak pratikte de oldukça faydalı olan yeni bir doğrusal programlama algoritmasını tanıtmıştır. Bu çalışmayla, iç-nokta metotları arasında bulunan doğrusal programlama algoritması metoduna yönelik oldukça büyük seviyelerde çözüm olanakları mümkün kılınmıştır. Esas olarak bütün bu araştırma emekleri, doğrusal ve dışbükey ikinci dereceden programların algoritmaları üzerine odaklanmıştır. Daha sonra 1988'de Nesterov ve Nemirovskii, DME'leri içeren dışbükey problemlere ve özellikle karşılaştığımız problemlere doğrudan uygulanabilen iç-nokta yöntemlerini geliştirmişlerdir. Bu alanda çalışılacak oldukça alan olmasına rağmen, DME sorunları için birkaç iç-nokta algoritması denenmiş ve kontrol teorisinde meydana gelen belirli DME sorunları üzerinde test edilmiş ve son derece faydalı yanları görülmüştür [33].

Doğrusal matris eşitsizliğinin kontrol teorisinde kullanımlarının tarihçesini önemli anlar şeklinde şu şekilde sıralayabiliriz;

- 1890: İlk DME'lerin bulunması, Lyapounov tarafından geliştirilen DME analitik çözümü.
- 1940'lar: Gerçek kontrol mühendisliği problemlerine Lyapunov metotlarının uygulanması ve basit DME'lerin el ile çözümü.
- 1960'ların başı: Pozitif gerçel lemmanın sağladığı grafik teknik sayesinde diğer DME ailelerinin çözümü
- 1960'ların sonu: Aynı tip DME'lerin çözümü için cebirsel Riccati denklemlerinin kullanılabilirliğinin keşfedilmesi
- 1980'lerin başı: Bilgisayarlar aracılığıyla konveks programlama ile birçok DME'nin çözülebilirliğinin görülmesi.

- 1980'lerin sonu: DME'ler için iç-nokta algoritmalarının geliştirilmesi

2.3 H_∞ Normu

Sistem üzerine bozucu etkilerinin minimize edilmesi konusunda, İngiliz matematikçi G.H. Hardy'nin H uzayları teorisinden yararlanılmaktadır. Bu teori, bir süre uygulama alanı bulamama sürecinin ardından, 1970'li yılların sonrasında kontrol mühendisliği problemlerinde kendine uygulama alanı bulabilmiştir. Bu ilerlemelerin beraberinde, 1981 yılı sonrasında H_∞ problemlerinin çözülmesi yönünde kıymetli adımlar atılmaya başlanmıştır. Daha önce bahsettiğimiz üzere, DME'ler ilk olarak 1890 yılında Lyapunov'un kararlılık analizi sonucu ortaya çıkmıştır. Sonrasında, 1940 yılında Lur'e ve Postnikov alternatif çözüm önerisi olarak doğrusal olmayan eyleycilerin kararlılığı için DME'lerden yararlanılmıştır. 1960'larda DME'lerin çözülmesi metodu olarak Kalman, Yakupovich ve Popov tarafından grafiksel bir metot geliştirilmiştir. Bu metot, günümüzde KYP lemma olarak kontrol biliminde yer edinmiştir. DME'nin numerik çözümlemesi için Nesterov ve Nemirovski'nin geliştirdiği yöntem, DME çözümünü yapan en önemli çalışmalardan biri olagelmıştır. Nesterov ve Nemirovski'nin yapmış olduğu çalışma, H_∞ probleminin DME tabanlı çözümünün sağlanması doğrultusunda yeni bir sayısal yöntem önermektedir. Nesterov ve Nemirovski'nin yazmış olduğu makalede, iç nokta algoritmasını (İNA), DME sınır koşulları yoluyla dışbükey iyileştirme problemine uzandırmışlardır. Ardından yapılan çalışmalar, H_∞ kontrolcüsü, H_2 kontrolcüsü, kutup yerleştirme, dayanıklı kutup yerleştirme gibi denetim problemlerinin DME ile çözülebileceğini aktarmıştır [34].

Norm, matris ve vektörler gibi çok girdili matematiksel ifadelerin büyüklüğünün ya da uzunluğunun ölçülmesinde yararlanılan bir değer fonksiyonudur. Tanım olarak H_∞ uzayı doğrusal vektör kümesi olup, analitik olarak sağ yarı açık s düzleminde bulunan L_∞ Banach uzayının kapalı bir alt uzayı olarak ifade edilebilir. Bu uzayda tanımlanan norma ise H_∞ normu denmektedir. H_∞ vektör uzayı düzgün ve kararlı transfer fonksiyonlarını içermektedir. Aşağıda ifade edilen (2.5) eşitliği Boyd ve Desoer tarafından ifade edilmiş maksimum genlik teoreminin genelleştirilmiş bir halidir [34]. Burada ifade edilen $G(s)$ bir sistemin tek giriş ve tek çıkışa (SISO) sahip transfer fonksiyonuysa, sistemin H_∞ normunu aşağıdaki şekilde belirtmek mümkündür.

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{w \in \mathbb{R}} |G(jw)| \quad (2.5)$$

Bu ifade Bode genlik diyagramında tek giriş ve tek çıkışlı sistemin transfer fonksiyonuna yönelik en yüksek performans analiz çıktısı, yani pik yapan değeri ya da Nyquist eğrisinde orijine doğru ölçülecek en büyük uzaklığı verir. Zaman tabanlı olarak da H^∞ normunu tanımlamak mümkündür. Doğrusal zamanla değişmeyen (LTI, linear time invariant) bir sistemde $w(t)$ ifadesi sistemin bozucu girişini, $z(t)$ ifadesi ise sistemin performans çıkışı olarak ifade edilirse, bu ifadelerin enerjilerinin tanımlanması aşağıdaki şekildedir. Bu durumu bağlı olarak $G(s)$ transfer fonksiyonunun H^∞ normu (2.8) eşitliğinde ifade edilmiştir.

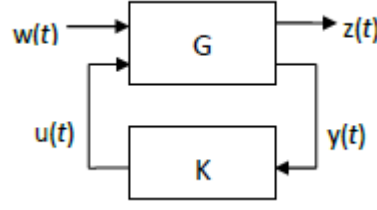
$$\|w\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} w^T(t)w(t)dt \quad (2.6)$$

$$\|z\|_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^T(t)z(t)dt \quad (2.7)$$

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \quad (2.8)$$

Bu ifadeden de anlaşılacağı üzere H^∞ normu, $L_2([0, \infty))$ Banach uzayının üzerinden performans durumlarının ne kadar kuvvetlendirileceğini ifade eder. Buna istinaden söylenebilir ki, H^∞ normu ile bir transfer fonksiyonunun aslında en olumsuz halinin performansı belirlenmektedir. LTI ve MIMO (multiple input multiple output) sistemlerde H^∞ normunun Bode diyagramları üzerinden hesaplanması epey zordur. Bu hedef doğrultusunda farklı yaklaşımlar geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlardan en popüler kullanıma sahip olanlar ise Algebraic Riccati Equation (cebirsel Riccati denklemi, CRD), Bisection-ortay algoritması ve doğrusal matris eşitsizliğidir [34].

Bilindiği üzere, standart H^∞ denetim problemi, sisteme gelen bozucu etkilerin sistem yanıtı üzerindeki etkilerinin azaltılması konusunda en iyi yol olarak, bozucu girişlerden denetlenmek istenen çıkışlara doğru olan transfer fonksiyonları matrisinin H^∞ normunu minimize etme işlemi olarak tanımlanabilir. Bu H^∞ denetleyici probleminin çözümü için tasarlanan kapalı çevrim sistemin blok diyagramı Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 H^∞ kontrolcünün blok diyagram gösterimi

Burada, $w(t)$ gürültü bozucusu veya referans değer gibi tüm dış kaynaklı sistem girişlerini, $z(t)$ kontrol edilmek istenen sistem çıkışlarını, $u(t)$ kontrolcü sinyalini, $y(t)$ sistemden alınan geri besleme sinyalini, G kontrolcü sistemi dışında kalan tüm sistemin transfer fonksiyonu matrisini ve K ise kontrolcüye ait transfer fonksiyonları matrisini ifade etmektedir. G ve K sistemlerinin durum-uzayı modellenmesinin kontrol edilebilir ve gözlemlenebilir olduğu varsayımı yapılmaktadır. Şekil 2.4'te yer alan kapalı çevrim sistem, eğer herhangi bir başlangıç koşulu altında ve $w(t)=0$ iken $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ koşullarını sağlıyorsa bu sisteme iç kararludur denebilir. Burada T_{zw} , w sistem girişlerinden z sistem çıkışlarına olan transfer fonksiyonları matrisi olarak ifade edilirse kapalı çevrim sistemin iç kararlı olması koşulu ve $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ olacak şekilde bir kontrolcü tasarımı bulmak alt en iyi H^∞ kontrolcü tasarımı problemi, γ 'yı en küçük yapan kontrolcüyü bulmak ise H^∞ en iyi kontrolcü tasarım problemi olarak tanımlanabilir. Gürbüz kararlılık durumu, bozucu bastırma durumu, yörünge izleme durumu, model eşleme durumu gibi pek çok durum H^∞ kontrolcü tasarımına indirgenip çözümlenebilir. Problemin çözümüne ilişkin getirilen doğrusal matris eşitsizlikleri (DME) yaklaşımı bu alanda yaşanan en önemli gelişimlerden biridir. Aşağıda, doğrusal matris eşitsizlikleri tanımlaması ve bu yaklaşımın kontrolcü tasarımına getirdiği yenilikler ve faydalar aktarılmıştır.

Durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı durum-uzay formu şu şekilde ifade edilebilir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (2.9)$$

$$z(t) = Cx(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \quad (2.10)$$

Burada, $\dot{x}(t)$ sistemin durumlarını, $z(t)$ sistemin çıkışlarını, $w(t)$ sisteme etkiyen bozucu girişi, $u(t)$ kontrolcü girişini göstermektedir. Kontrolcü girişinin $u(t) = K * x(t)$ şeklinde durumlara ait bir doğrusal fonksiyon olduğunu varsayarsak aşağıdaki kapalı

çevrim transfer fonksiyonu elde edilir. Belirtilen K ifadesi, state feedback yani durum geri beslemeli kontrol sistemi kazanç sabitini ifade etmektedir.

$$\dot{x}(t) = (A + B_2K)x(t) + B_1w(t) \quad (2.11)$$

$$z(t) = (C + D_{12}K)x(t) + D_{11}w(t) \quad (2.12)$$

H^∞ kontrolcü tasarımı konusu, sistem girişlerinden sistem çıkışlarına olan sinyali ifade eden transfer fonksiyonu matrisinin sonsuza giden normunu $\|T_{zw}\|_\infty, \gamma$ şeklinde hesaplanabilecek en düşük sabit sayı ve sıfırdan büyük bir değerden daha küçük olarak bulunabilecek bir kontrolcünün tasarlanmasıdır. Mevcut literatür itibariyle, sınırlı gerçek yardımcı teoremi vasıtasıyla H^∞ normuyla doğrusal matris eşitsizliği arasında ilişki kurulabilir.

$$V(x(t)) = x^T(t)Px(t), P = P^T > 0 \quad (2.13)$$

$$\dot{V}(x(t)) + z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t) < 0 \quad (2.14)$$

İfade edilen (2.13) eşitsizliği karesel Lyapunov fonksiyonu ifadesidir. $\gamma > 0$ olacak şekilde sistemin kararlılık ve performans sınır koşulları için (2.13) eşitsizliğinin türevi sıfırdan küçük olmalıdır ki sistemin enerjisi azalsın. Dolayısıyla bütün $x(t)$ ve $w(t)$ ifadelerinin, yukarıda belirtilen (2.14) eşitsizliği için negatif tanımlı olması gereklidir.

Durum geri beslemeli sistemde, ele alınan tüm durumların ölçümü yapılması gerektiği için kimi zaman oldukça maliyetli ya da çözümü olanaksız bir problem meydana gelmektedir. Bu problemi ortadan kaldırmak için alternatif olarak sistemin statik çıkış geri beslemeli modellemesi yapılabilir. Burada kontrol kuvveti, sistemin durumları ile değil, ölçümlenen sensör bilgisi ile beslenmektedir. Sistemin durum uzay modellemesi şu şekildedir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (2.15)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \quad (2.16)$$

$$y(t) = C_2x(t) \quad (2.17)$$

Burada $x(t)$ sistemin durum vektörünü, $u(t)$ kontrol girişini, $w(t)$ bozucu girişi, $z(t)$ performans çıkış vektörünü, $y(t)$ ölçülen çıkışların vektörünü göstermektedir. Statik çıkış geri beslemeli kontrol kanunu aşağıda ifade edilmiştir.

$$u(t) = Ky(t) \quad (2.18)$$

$$u(t) = KC_2x(t) \quad (2.19)$$

Buna göre, sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu şu şekilde olmaktadır.

$$\dot{x}(t) = (A + B_2KC_2)x(t) + B_1w(t) \quad (2.20)$$

$$z(t) = (C_1 + D_{12}KC_2)x(t) + D_{11}w(t) \quad (2.21)$$

Burada 2 farklı kontrolcü tasarımı için de kullanılacak olan durum uzay gösterimleri ele alınmış olup, kontrol kazancı hesabının yapılmasını sağlayacak olan doğrusal matris eşitsizlikleri kontrolcü tasarımı kısmında aktarılmıştır.

3.1 Modelleme

Yarım taşıt sisteminin 6 serbestlik dereceli modellenmesi yapılırken 2 tekerlek, 1 taşıt gövdesi, 1 yolcu koltuğu ve 1 yolcu gövdesi kütlesi hesaba katılmıştır. Buradaki 5 kütlenin dikey ekseninde yaptığı doğrusal hareketin yanı sıra, taşıt gövdesinin kafa vurma açısal hareketi mevcuttur. Bu durumların D'Alembert metodu [35] ile ivme denklemleri elde edilebilir. Değişken değişimi yapılan ivme denklemleri sayesinde sistemin durum matrisleri elde edilebilir.

Durum uzay denklemleri;

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (3.2)$$

Sistemin durumları;

$$x = \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}\} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= z_y & x_2 &= z_s & x_3 &= z_c & x_4 &= \theta & x_5 &= z_{u1} & x_6 &= z_{u2} \\ x_7 &= \dot{z}_y & x_8 &= \dot{z}_s & x_9 &= \dot{z}_c & x_{10} &= \dot{\theta} & x_{11} &= \dot{z}_{u1} & x_{12} &= \dot{z}_{u2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sistemde kontrolcü hesaplamasının yapılabilmesi için öncelikle durum-uzay formundaki sistem matrislerinin yazılması gereklidir. Bunun için ise (3.3) ve (3.4) eşitlikleriyle ifade edilen durumlara yönelik, sistemin 6 serbestlik derecesi için diferansiyel denklemlerinin yazılması ve ardından değişken dönüşümü uygulanması gerekmektedir. Her bir serbestlik derecesi için elde edilen sistem dinamiğinin diferansiyel denklemleri sırasıyla belirtilmiştir.

$$m_y \ddot{z}_y = k_y(z_s - z_y) + c_y(\dot{z}_s - \dot{z}_y) \quad (3.5)$$

$$m_s \ddot{z}_s = k_s(z_c + l_s \theta - z_s + z_y) + c_s(\dot{z}_c + l_s \dot{\theta} - \dot{z}_s + \dot{z}_y) + u_{ts} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} M \ddot{z}_c &= k_{s1}(z_{u1} - l_1 \theta - z_c) + c_{s1}(\dot{z}_{u1} - l_1 \dot{\theta} - \dot{z}_c) \\ &+ k_{s2}(z_{u2} + l_2 \theta - z_c) + c_{s2}(\dot{z}_{u2} + l_2 \dot{\theta} - \dot{z}_c) \\ &- k_s(z_c + l_s \theta - z_s) - c_s(\dot{z}_c + l_s \dot{\theta} - \dot{z}_s) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} J \ddot{\theta} &= l_1 k_{s1}(z_{u1} - l_1 \theta - z_c) + l_1 c_{s1}(\dot{z}_{u1} - l_1 \dot{\theta} - \dot{z}_c) \\ &- l_2 k_{s2}(z_{u2} + l_2 \theta - z_c) - l_2 c_{s2}(\dot{z}_{u2} + l_2 \dot{\theta} - \dot{z}_c) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$-l_s k_s(z_c + l_s \theta - z_s) - l_s c_s(\dot{z}_c + l_s \dot{\theta} - \dot{z}_s) - l_s u_{ts}$$

$$\begin{aligned} m_{t1} \ddot{z}_{u1} &= -k_{t1}(z_{u1} - z_{r1}) - k_{s1}(z_{u1} - z_c - l_1 \theta) \\ &- c_{s1}(\dot{z}_{u1} - \dot{z}_c - l_1 \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} m_{t2} \ddot{z}_{u2} &= -k_{t2}(z_{u2} - z_{r2}) - k_{s2}(z_{u2} - z_c + l_2 \theta) \\ &- c_{s2}(\dot{z}_{u2} - \dot{z}_c + l_2 \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bu denklemlerde ivme yalnız bırakılacak şekilde düzenleme yapılır.

$$\ddot{z}_y = -\frac{k_y z_y}{m_y} + \frac{k_y z_s}{m_y} - \frac{c_y \dot{z}_y}{m_y} + \frac{c_y \dot{z}_s}{m_y} \quad (3.11)$$

$$\ddot{z}_s = \frac{k_s z_c}{m_s} + \frac{k_s l_s \theta}{m_s} - \frac{k_s z_s}{m_s} + \frac{k_y z_y}{m_s} + \frac{c_s \dot{z}_c}{m_s} + \frac{c_s l_s \dot{\theta}}{m_s} - \frac{c_s \dot{z}_s}{m_s} + \frac{c_y \dot{z}_y}{m_s} + \frac{u_{ts}}{m_s} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}_c &= \frac{k_{s1} z_{u1}}{M} - \frac{k_{s1} z_c}{M} - \frac{k_{s1} l_1 \theta}{M} + \frac{c_{s1} \dot{z}_{u1}}{M} - \frac{c_{s1} \dot{z}_c}{M} - \frac{c_{s1} l_1 \dot{\theta}}{M} \\ &+ \frac{k_{s2} z_{u2}}{M} - \frac{k_{s2} z_c}{M} - \frac{k_{s2} l_2 \theta}{M} + \frac{c_{s2} \dot{z}_{u2}}{M} - \frac{c_{s2} \dot{z}_c}{M} - \frac{c_{s2} l_2 \dot{\theta}}{M} \\ &- \frac{k_s z_c}{M} + \frac{k_s z_s}{M} - \frac{k_s l_s \theta}{M} - \frac{c_s \dot{z}_c}{M} + \frac{c_s \dot{z}_s}{M} - \frac{c_s l_s \dot{\theta}}{M} - \frac{u_{ts}}{M} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{k_{s1}l_1z_{u1}}{J} - \frac{k_{s1}l_1z_c}{J} - \frac{k_{s1}l_1^2\theta}{J} + \frac{c_{s1}l_1\dot{z}_{u1}}{J} - \frac{c_{s1}l_1\dot{z}_c}{J} - \frac{c_{s1}l_1^2\dot{\theta}}{J} - \frac{k_{s2}l_2z_{u2}}{J} + \frac{k_{s2}l_2z_c}{J} - \frac{k_{s2}l_2^2\theta}{J} - \frac{c_{s2}l_2\dot{z}_{u2}}{J} + \frac{c_{s2}l_2\dot{z}_c}{J} - \frac{c_{s2}l_2^2\dot{\theta}}{J} \quad (3.14)$$

$$- \frac{k_sl_sz_c}{J} + \frac{k_sl_sz_s}{J} - \frac{k_sl_s^2\theta}{J} - \frac{c_sl_s\dot{z}_c}{J} + \frac{c_sl_s\dot{z}_s}{J} - \frac{c_sl_s^2\dot{\theta}}{J} - \frac{l_su_{ts}}{J}$$

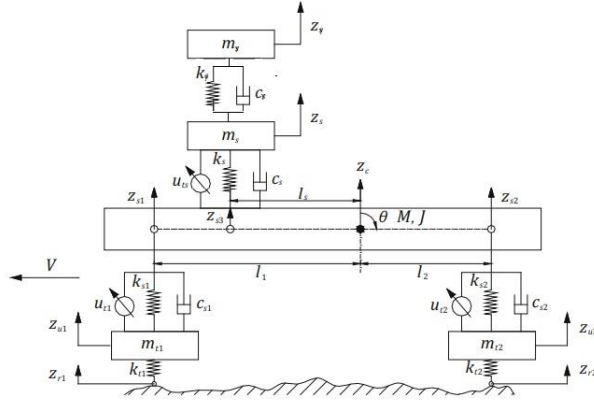
$$\ddot{z}_{u1} = -\frac{k_{t1}z_{u1}}{m_{t1}} + \frac{k_{t1}z_{r1}}{m_{t1}} - \frac{k_{s1}z_{u1}}{m_{t1}} + \frac{k_{s1}z_c}{m_{t1}} + \frac{k_{s1}l_1\theta}{m_{t1}} - \frac{c_{s1}\dot{z}_{u1}}{m_{t1}} + \frac{c_{s1}\dot{z}_c}{m_{t1}} + \frac{c_{s1}l_1\dot{\theta}}{m_{t1}} \quad (3.15)$$

$$\ddot{z}_{u2} = -\frac{k_{t2}z_{u2}}{m_{t2}} + \frac{k_{t2}z_{r2}}{m_{t2}} - \frac{k_{s2}z_{u2}}{m_{t2}} + \frac{k_{s2}z_c}{m_{t2}} - \frac{k_{s2}l_2\theta}{m_{t2}} - \frac{c_{s2}\dot{z}_{u2}}{m_{t2}} + \frac{c_{s2}\dot{z}_c}{m_{t2}} - \frac{c_{s2}l_2\dot{\theta}}{m_{t2}} \quad (3.16)$$

Tanımlanan (3.11) eşitliğinden (3.16) eşitliğine kadar olan ifadelerde (3.4) eşitliğinde belirtilen değişkenlere göre dönüşüm yapılarak (3.17) eşitliğinde belirtilen A matrisi, yani sistem matrisi elde edilebilir. Buradan hareketle aynı eşitlikte ifade edilen diğer matrisler de kurgulanır. Daha sonrasında bu matrisler, 3.2 Modelleme bölümünde tanımlanacak olan kontrolcü hesabında kullanılacaktır. İlgili matrisler çalışmanın sonundadır. Model parametreleri Tablo 3.1’de tanımlanmıştır. Şekil 3.1 ise modelin temsili görselidir.

Tablo 3.1 Taşıt modeli parametreleri

$m_p = 90 \text{ kg}$	$k_p = 15000 \text{ N/m}$	$c_p = 500 \text{ N.s/m}$	$L_p = 0.5 \text{ m}$
$m_v = 500 \text{ kg}$	$k_{sf} = 10000 \text{ N/m}$	$c_{sf} = 1000 \text{ N.s/m}$	$L_f = 1.2 \text{ m}$
$m_{wf} = 70 \text{ kg}$	$k_{sr} = 10000 \text{ N/m}$	$c_{sr} = 1000 \text{ N.s/m}$	$L_r = 1 \text{ m}$
$m_{wr} = 70 \text{ kg}$	$k_{wf} = 10000 \text{ N/m}$	$V = 60 \text{ km/h}$	
$I_v = 910 \text{ kg.m}^2$	$k_{wr} = 10000 \text{ N/m}$		



Şekil 3.1 6 serbestlik dereceli yarım taşıt modeli [7]

Tablo 3.2 Sistemin doğal frekansları

$w_{n1} = 3.5353 \text{ rad/s}$	$w_{n2} = 3.7674 \text{ rad/s}$	$w_{n3} = 9.1815 \text{ rad/s}$
$w_{n4} = 17.0257 \text{ rad/s}$	$w_{n5} = 17.3603 \text{ rad/s}$	$w_{n6} = 17.7911 \text{ rad/s}$

3.2 Durum Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı

İlk olarak tam durum geri beslemeli kontrolcü tasarımını inceleyelim. Lyapunov kararlılık teoremine göre, kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için sisteme ait her $t > 0$ için negatif değer almayan bir enerji fonksiyonu bulunması ve bu fonksiyonun zamana göre birinci türevi negatif olması gereklidir. Bu sayede sistemin dengeye ulaşması garanti edilmiş olur. Kalman-Yakubovic-Popov'un ortaya koyduğu KYP Lemma, Hsonsuz normunun Lyapunov enerji fonksiyonuna eklenmesi ve Schur tümleyeni ile bu eşitsizliğin doğrusal matris eşitsizliğine çevrilmesi için kullanılabilir. Bu yeni matris eşitsizliği elde edilip dışbükeyliği sağlamak için değişken dönüşümü uygulanırsa, elde edilen matris eşitsizliğini çözerek sistemin Hsonsuz kontrol kazancı K hesaplanabilir. Kontrolcü tasarımının kullanılacağı durum-uzay gösterimi, aşağıda verilmiştir [34].

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (3.17)$$

$$y(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \quad (3.18)$$

KYP Lemma;

$$\begin{bmatrix} A^T X + XA & XB \\ B^T X & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} C^T \\ D^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} < 0 \quad (3.19)$$

Shur tümleyen;

$$\begin{bmatrix} M & R \\ R^T & Q \end{bmatrix} < 0 \quad (3.20)$$

$$Q < 0, \quad M - RQ^{-1}R^T < 0 \quad (3.21)$$

Kontrol edilen sistemin performansı olarak tanımlanan γ aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$\|G\|_\infty = \frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} \leq \gamma \quad (3.22)$$

$$\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2 \quad (3.23)$$

$$g(x, w) = z^T z - \gamma^2 w^T w \leq 0 \quad (3.24)$$

Belirtilen performans kriteri ile, H_∞ kontrolcü için $P = P^T > 0$, $V(x) = x^T P x$ Lyapunov eşitsizliği şu şekilde yazılabilir;

$$\dot{V}(x) + g(x, w) < 0 \quad (3.25)$$

$$\dot{V}(x) + z^T z - \gamma^2 w^T w < 0 \quad (3.26)$$

Kapalı çevrim sistemin bu denklemde yerine yazılmasıyla ve genelleştirilmiş durum vektörünün $\xi = [x(t) \ w(t)]^T$ olarak belirlenmesiyle $\xi^T(t) \Omega \xi(t) < 0$ formu elde edilebilir ve buradan Ω aşağıdaki şekilde yazılır;

$$\Omega = \begin{bmatrix} H & PB_1 + (C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T P + D_{11}^T (C_1 + D_{12}K) & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.27)$$

$$H = ((A + B_2 K)^T P + P(A + B_2 K) + (C_1 + D_{12} K)^T (C_1 + D_{12} K))$$

Elde edilen Ω sağından ve solundan P^{-1} ile çarpılırsa ve ardından $X = P^{-1}$ değişken dönüşümü yapılırsa aşağıdaki ifade elde edilir;

$$\begin{bmatrix} H & B_1 + X(C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T + D_{11}^T(C_1 + D_{12}K)X & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.28)$$

$$H = ((A + B_2K)X + X(A + B_2K)^T + X(C_1 + D_{12}K)^T (C_1 + D_{12}K)X)$$

KYP Lemma ile (3.28) numaralı denklem, aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} H & B_1 \\ B_1^T & -\gamma I \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} X(C_1 + D_{12}K)^T \\ D_{11}^T \end{bmatrix} [(C_1 + D_{12}K)X \quad D_{11}] < 0 \quad (3.29)$$

$$H = ((A + B_2K)X + X(A + B_2K)^T$$

Shur tümleyeni ile (3.29) numaralı denklem, aşağıdaki şekilde düzenlenebilir;

$$\begin{bmatrix} ((A + B_2K)X + X(A + B_2K)^T & B_1 & X(C_1 + D_{12}K)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ (C_1 + D_{12}K)X & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.30)$$

Elde edilen (3.30) numaralı eşitsizlik, KX terimi dolayısıyla dışbükey olamamaktadır. Bu durumun yerine getirilmesi adına $W=KX$ olarak değişken dönüştürüldüğü takdirde aşağıdaki doğrusal matris eşitsizliği elde edilir;

$$\begin{bmatrix} AX + XA^T + B_2W + B_2^T W^T & B_1 & XC_1^T + W^T D_{12}^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{12}W & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.31)$$

Yukarıda ifade edilen (3.31) numaralı doğrusal matris eşitsizliğini çözen $X = X^T > 0$ ve W matrisleri bulunabilirse, sistemin tam durum geri beslemeli H_∞ kontrol kazancı hesaplanabilir.

Tam durum geri beslemeli kontrol kazancı;

$$K = 10^5 *$$

$$\begin{bmatrix} 1.26 & -1.48 & -0.02 & 0.36 & -0.39 & 0.33 & -0.1 & -0.13 & 0.03 & -0.08 & 0.009 & 0.02 \\ -0.15 & 0.04 & 0.4 & 2.63 & -2.89 & 2.43 & -0.05 & -0.02 & 0.12 & -0.86 & -0.07 & 0.07 \\ 0.03 & -0.03 & -0.06 & -0.85 & 0.76 & -0.8 & 0.003 & 0.002 & -0.06 & 0.22 & -0.003 & -0.07 \end{bmatrix}$$

3.3 Statik Çıkış Geri Beslemeli Kontrolcü Tasarımı

Durum geri beslemeli kontrolcü tasarımında sistemdeki tüm durumların ölçümü gereklidir. Ancak statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımı için belirli çıkışların sensör okuması sisteme geri beslenerek kontrol sağlanması mümkün kılınabilir. Statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımı için durum uzay gösterimi şu şekildedir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \quad (3.32)$$

$$z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \quad (3.33)$$

$$y(t) = C_2x(t) \quad (3.34)$$

Burada $x(t)$ sistemin durum vektörünü, $u(t)$ kontrol giriş vektörünü, $w(t)$ bozucu giriş vektörünü, $z(t)$ performans çıkış vektörünü ve $y(t)$ ise ölçülen çıkışların vektörünü ifade etmektedir. Sistemde kullanılacak kontrol kanunu şu şekilde seçilecektir.

$$u(t) = Ky(t) \quad (3.35)$$

$$u(t) = KC_2x(t) \quad (3.36)$$

Buna göre sistemin kapalı çevrim transfer fonksiyonu şu şekilde olacaktır.

$$\dot{x}(t) = (A + B_2KC_2)x(t) + B_1w(t) \quad (3.37)$$

$$z(t) = (C_1 + D_{12}KC_2)x(t) + D_{11}w(t) \quad (3.38)$$

Yukarıda ifade edilen (3.26) numaralı Lyapunov eşitsizliğinde, statik çıkış geri beslemeli sistemin kapalı çevrim durum uzay gösterimini belirten (3.37) ve (3.38) numaralı denklemler yazılarak statik çıkış geri beslemeli kontrolcü hesabında kullanılacak doğrusal matris eşitsizlikleri elde edilebilir.

Yine burada da kapalı çevrim sistemin bu denklemde yerine yazılmasıyla ve genelleştirilmiş durum vektörünün $\xi = [x(t) w(t)]^T$ olarak belirlenmesiyle $\xi^T(t) \Omega \xi(t) < 0$ formu elde edilebilir ve buradan Ω aşağıdaki şekilde yazılır;

$$\Omega = \begin{bmatrix} H & B_1P + (C_1 + D_{12}KC_2)^T D_{11} \\ B_1^T P + (C_1 + D_{12}KC_2) D_{11}^T & -\gamma^2 I + D_{11} D_{11}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.39)$$

$$H = ((A + B_2KC_2)^T P + P(A + B_2KC_2) + (C_1 + D_{12}KC_2)^T (C_1 + D_{12}KC_2))$$

Elde edilen Ω , $S = P^{-1}$ olmak üzere sağından ve solundan $\begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$ ile çarpılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\begin{bmatrix} H & SB_1 + S(C_1 + D_{12}KC_2)^T D_{11}S \\ SB_1^T + SD_{11}^T (C_1 + D_{12}KC_2)S & -\gamma^2 I + D_{11} D_{11}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (3.40)$$

$$H = (S(A + B_2KC_2)^T + (A + B_2KC_2)S + S(C_1 + D_{12}KC_2)^T(C_1 + D_{12}KC_2)S)$$

Bu ifade KYP Lemma aracılığıyla şu şekilde düzenlenebilir.

$$\begin{bmatrix} H & B_1 \\ B_1^T & -\gamma I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S^T(C_1 + D_{12}KC_2)^T \\ D_{11}^T \end{bmatrix} [S(C_1 + D_{12}KC_2)X \quad D_{11}] < 0 \quad (3.41)$$

$$H = (S(A + B_2KC_2)^T + (A + B_2KC_2)S)$$

Shur tümleyeni ile Ω ifadesi aşağıdaki şekilde düzenlenebilir;

$$\begin{bmatrix} ((A + B_2KC_2)S + S(A + B_2KC_2)^T & B_1 & S(C_1 + D_{12}KC_2)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ (C_1 + D_{12}KC_2)S & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.42)$$

İfade edilen matris eşitsizliğindeki doğrusal olmayan ifadeleri gidermek için $WC_2 = C_2S$ ve $Y = KW$ değişen dönüşümleri yapılır. Bu doğrusallaştırmanın yapılması sonucu (3.42) numaralı eşitsizlik şu biçime dönüşür.

$$\begin{bmatrix} SA^T + AS + C_2^T Y^T B_2^T + B_2 Y C_2 & B_1 & SC_1^T + C_2^T Y^T D_{12}^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 S + D_{12} Y C_2 & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.43)$$

Burada hesaplanacak kontrolcünün numerik çözümünde meydana gelebilecek varlık probleminin giderilmesi için $WC_2 = C_2S$ eşitliği şu şekilde yazılabilir.

$$iz[(WC_2 - C_2S)^T(WC_2 - C_2S)] = 0 \quad (3.44)$$

$$[(WC_2 - C_2S)^T(WC_2 - C_2S)] \leq \mu I \quad (3.45)$$

Bu tanımlanan koşulda $\mu > 0$ bir skaler olmak üzere ilgili eşitsizlik Schur tümleyeni ile şu şekilde ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} -\mu I & (WC_2 - C_2S)^T \\ (WC_2 - C_2S) & -I \end{bmatrix} \leq 0 \quad (3.46)$$

Elde edilen (3.43) ve (3.46) numaralı doğrusal matris eşitsizlikleri, μ 'nın çok küçük bir değer olduğu kabulü yapılarak çözdürülürse, sistemin statik çıkış beslemeli kontrol kazancı hesaplanmış olur. Burada $S > 0$, W ve Y matrislerinin bulunmasıyla kontrol kazancı $K = YW^{-1}$ olarak hesaplanabilecektir.

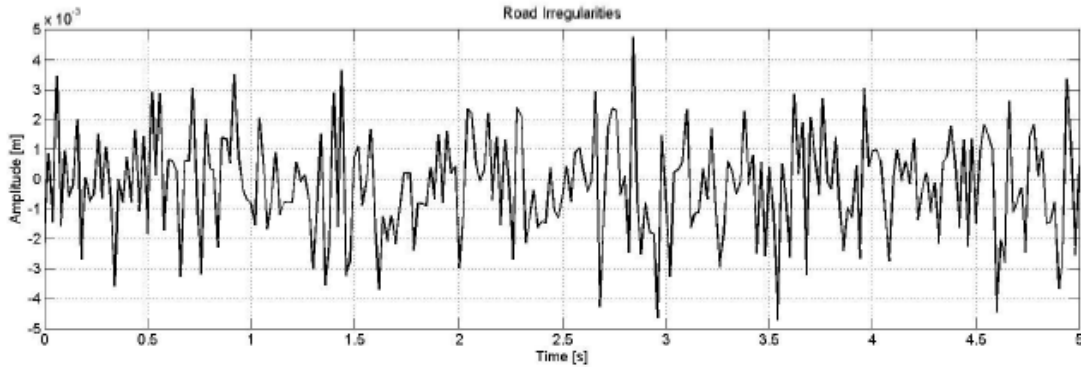
Statik çıkış geri beslemeli kontrol kazancı;

$$K = 10^4 * \begin{bmatrix} -1.49 & -0.75 & -0.04 & -0.02 \\ -1.03 & -1.16 & -0.12 & -0.15 \\ -0.96 & 1.04 & -0.12 & 0.12 \end{bmatrix}$$

Bu matris eşitsizlikleri Matlab&Simulink paket programında YALMIP ve SeDuMi aracılığıyla çözdürülebilir. YALMIP bir parser olup girilen denklemleri çözücünün çözebileceği formata düzenler. SeDuMi ise çözücü olup istenen kontrol kazancı matrisini hesaplamaya yaramaktadır.

3.4 ISO 2631-1 Konfor Kriteri

ISO2631-1 mekanik titreşimlerin insan vücuduna etkisini incelemek için oluşturulmuş teknik standartları içermektedir. Bu incelemenin temelinde konfor ve emniyet bulunmaktadır. Burada incelenen titreşimler insan bağlamında olup, genel taşıt performansı ile ilgili değildir. Çalışma altına alınacak titreşimlerin oluşturulması için Oğuzhan A. Ve arkadaşları ile Haiping Du ve arkadaşlarının yapmış olduğu çalışmalarda da kullanılan rastgele bozucu yol girişi profili kullanılacaktır [30],[37]. Ardından bu bozucu etkinin kullanıcıya aktarılan ivme değerinin ortalama karekök değeri alınarak yine aynı çalışmada kullanılan, ISO 2631-1’de tanımlanmış filtrelerden geçirilecektir [30].



Şekil 3.2 ISO2631-1 konfor testi için düzensiz yol girdisi [30]

Bozucu giriş sonrası elde edilen ivme değerinin ortalama karekök değeri şu şekilde hesaplanacaktır;

$$a_{rms} = \frac{1}{T} \sqrt{\int_0^T a_w^2(t) dt} \quad (3.32)$$

Burada ifade edilen a_w ölçülen ivme değeri olup T ise ölçüm periyodudur. a_w 'nin elde edilmesi için 3 farklı filtre kullanılmaktadır;

$$H_H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{2\pi * 100}{0.71}s + (2\pi * 100)^2} \quad (3.33)$$

$$H_L(s) = \frac{(2\pi * 100)^2}{s^2 + \frac{2\pi * 100}{0.71}s + (2\pi * 100)^2} \quad (3.34)$$

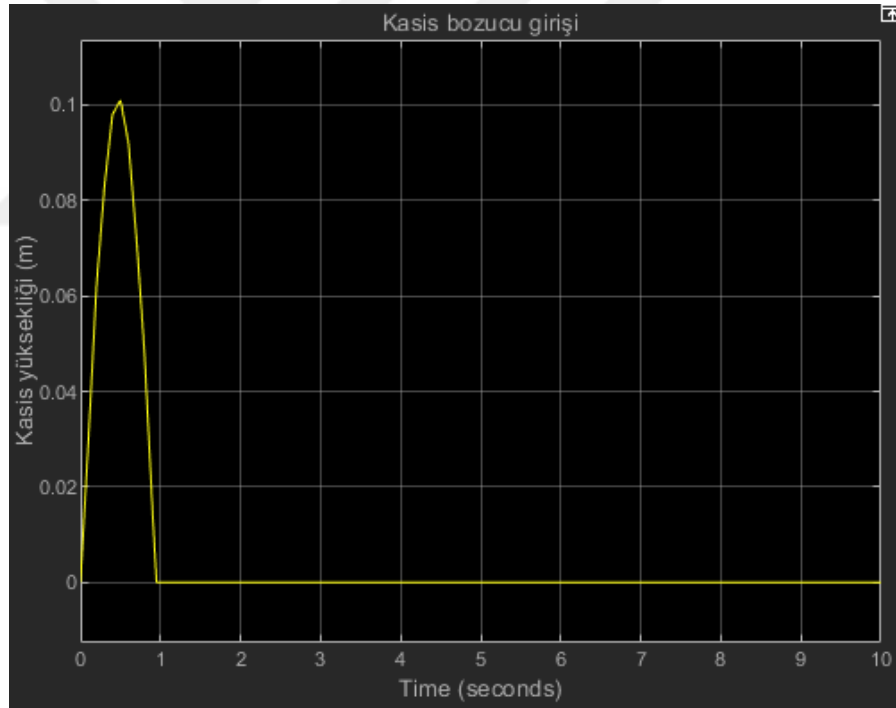
$$H_{TV}(s) = \frac{(s + 2\pi * 16)^2}{s^2 + \frac{2\pi * 16}{0.63}s + (2\pi * 16)^2} * \frac{s^2 + \frac{2\pi * 2.5}{0.8}s + (2\pi * 2.5)^2}{s^2 + \frac{2\pi * 4}{0.8}s + (2\pi * 4)^2} * 32.768\pi \quad (3.35)$$

Burada ifade edilen H_L alçak geçiş filtresi, H_H yüksek geçiş filtresi, H_{TV} ise dikey titreşim inceleme filtresidir [10]. Genelleştirilmiş filtre ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

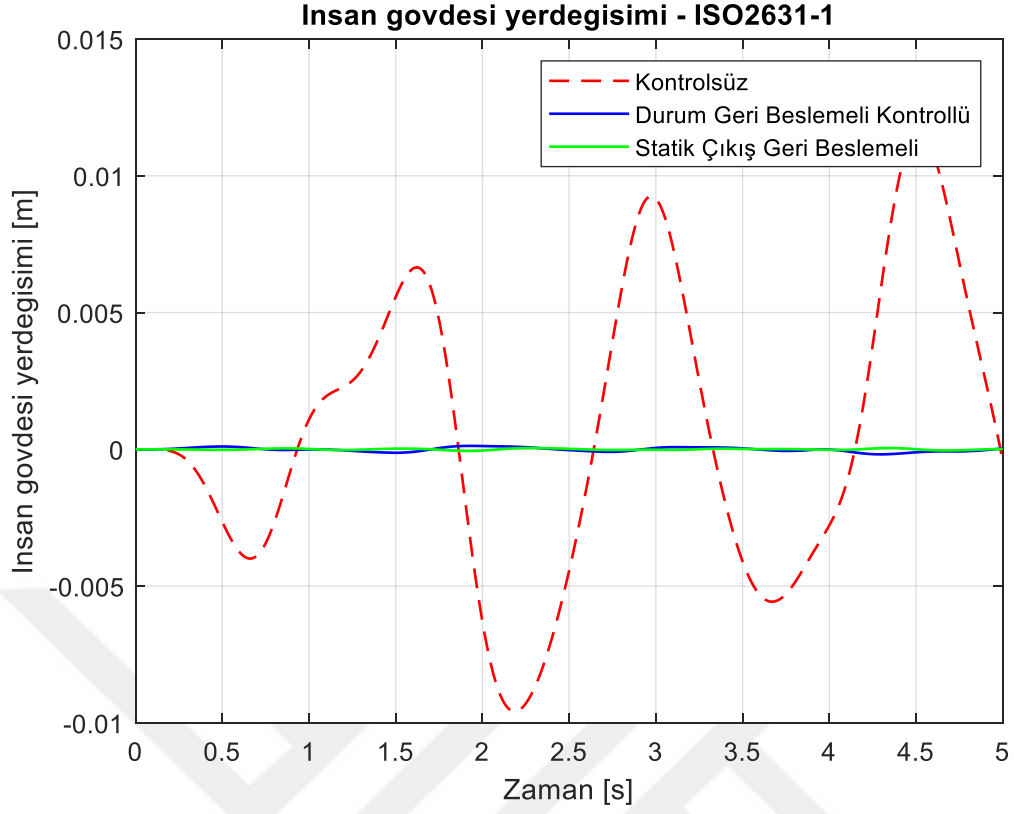
$$H_{vertical}(s) = H_H(s) * H_L(s) * H_{TV}(s) \quad (3.36)$$

Durum geri beslemeli optimal kontrol kazancı ile kapalı çevrim sistem elde edilmiştir. Beyaz gürültü ve kasis bozucu girişleri ile sistemin kontrolcülü ve kontrolcüsüz cevapları yerdeğişimi ve ivme çıktıları cinsinden değerlendirilmiştir. Ayrıca kontrollü ve kontrolsüz durum için frekans cevabı da incelenmiştir.

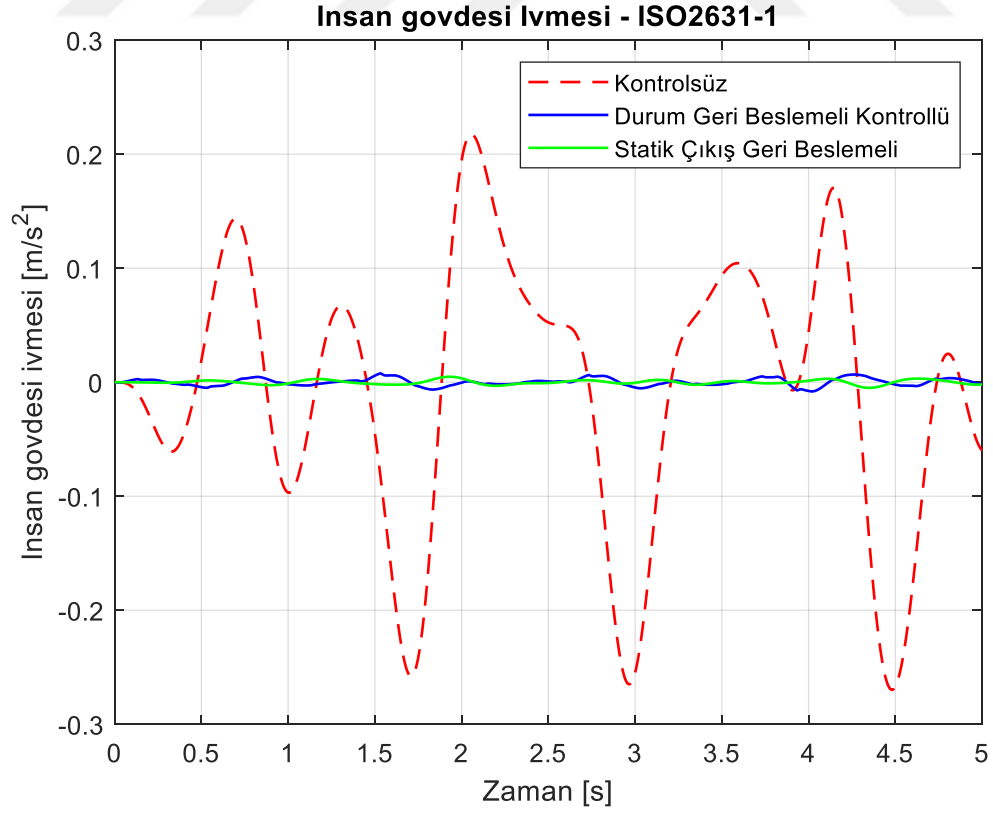
Sistemde meydana gelecek etkiyi yaratması için kasis girişi ve ISO2631-1 yol profilleri kullanılmıştır. ISO yol profiline ilgili bölümde değinilmiş ve aktarılmıştır. Kasis bozucu girişinin profili ise Şekil 4.1’de görülmektedir.



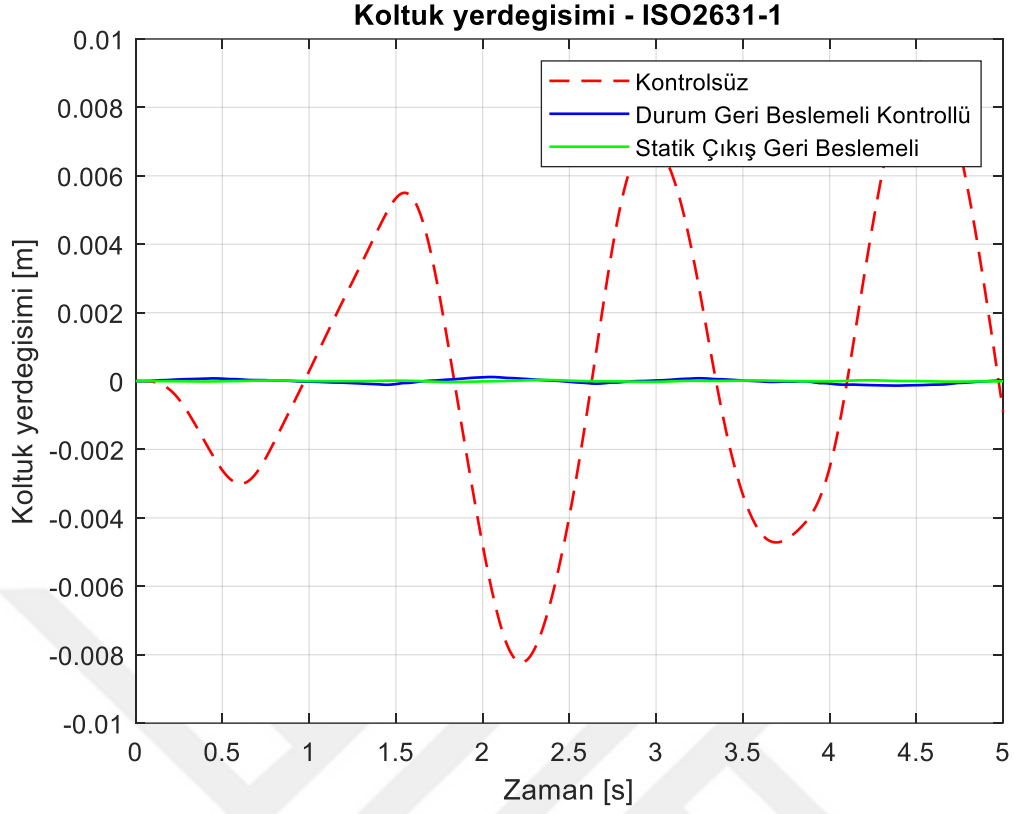
Şekil 4.1 Kasis bozucu girişi



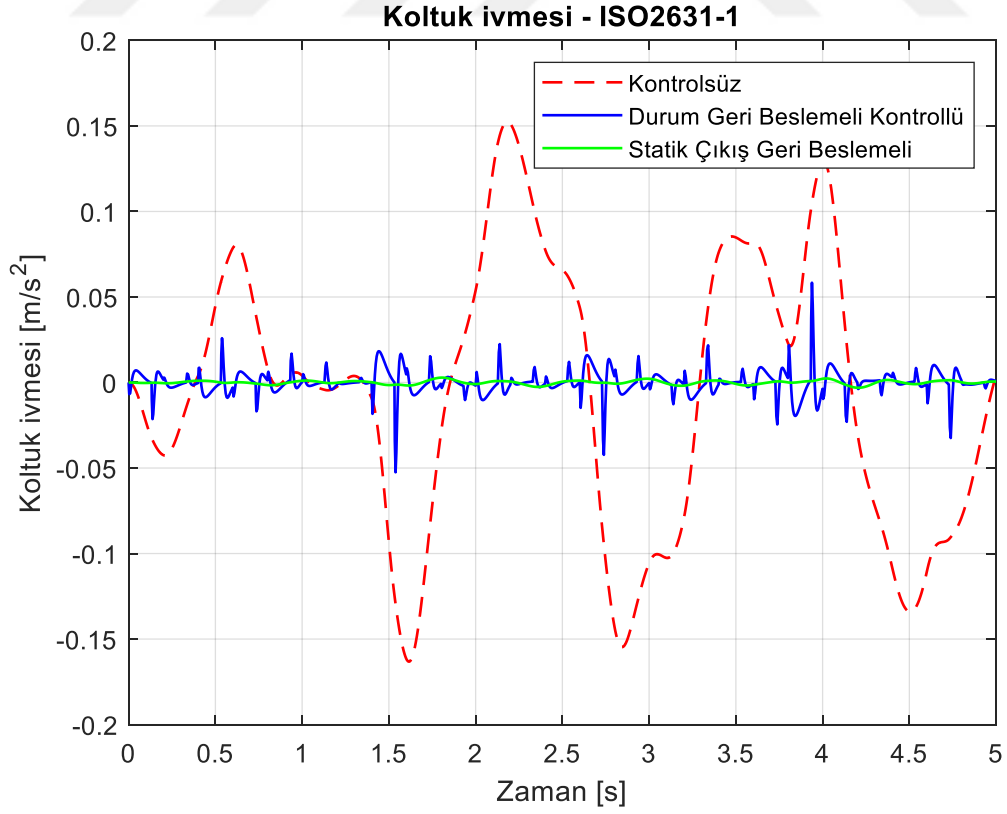
Şekil 4.2 İnsan gövdesi yerdeğişimi – ISO2631-1



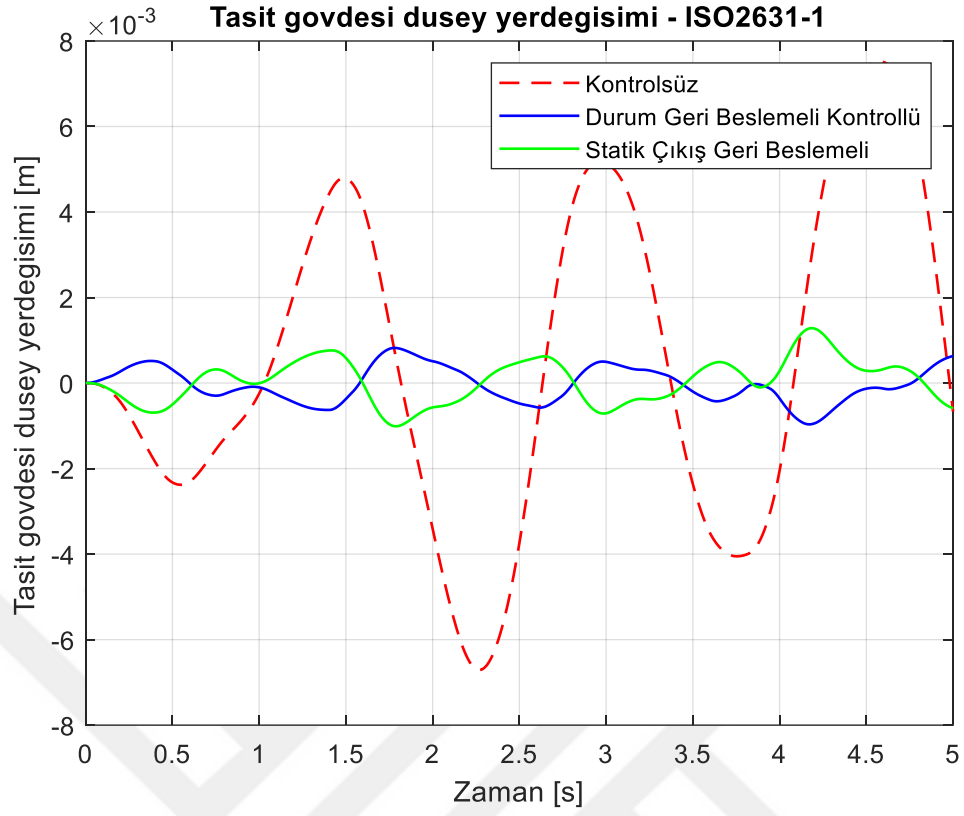
Şekil 4.3 İnsan gövdesi ivmesi – ISO2631-1



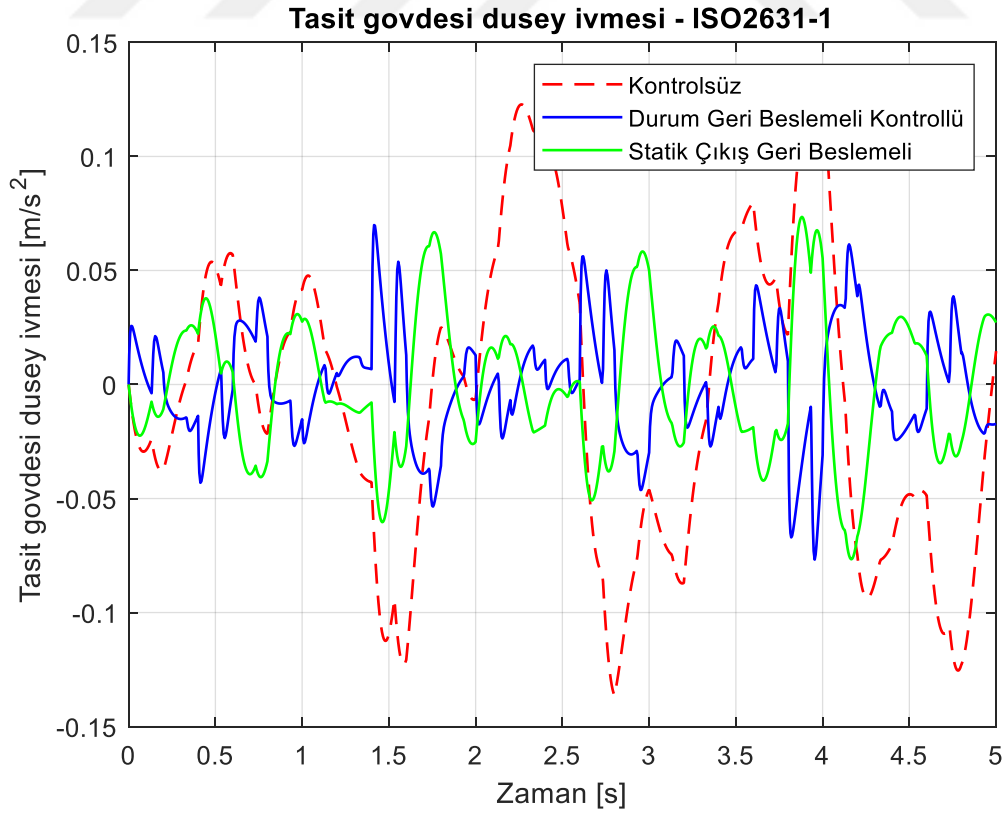
Şekil 4.4 Yolcu koltuğu yerdegisimi – ISO2631-1



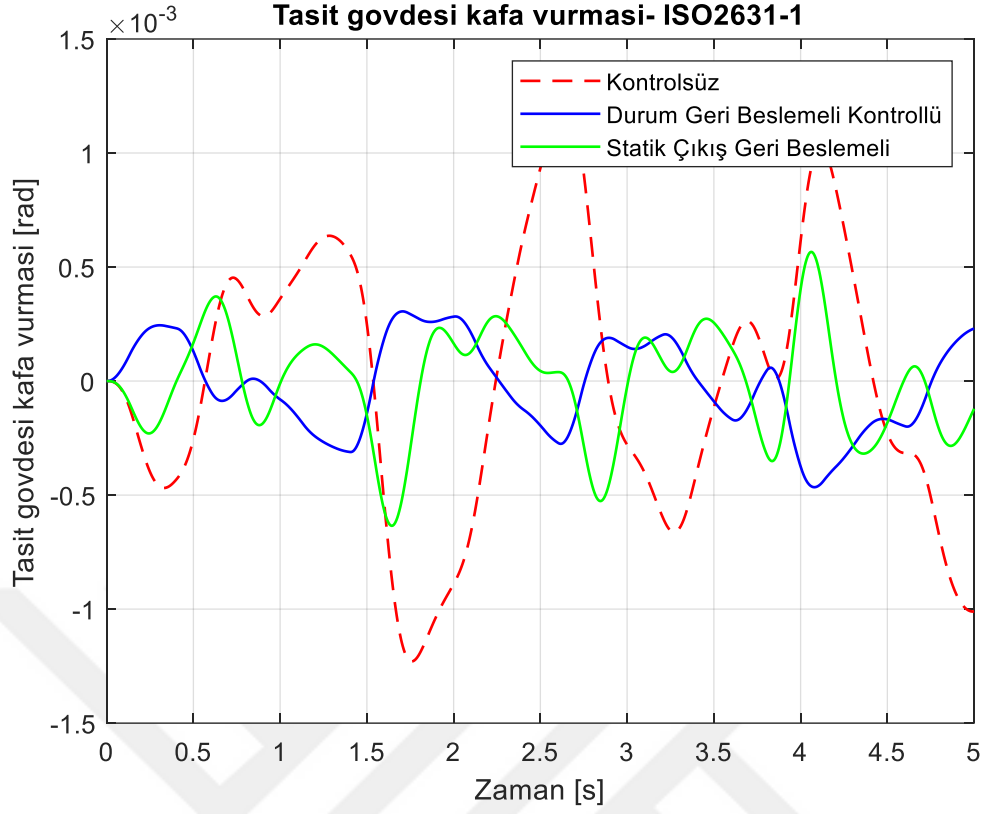
Şekil 4.5 Yolcu koltuğu ivmesi – ISO2631-1



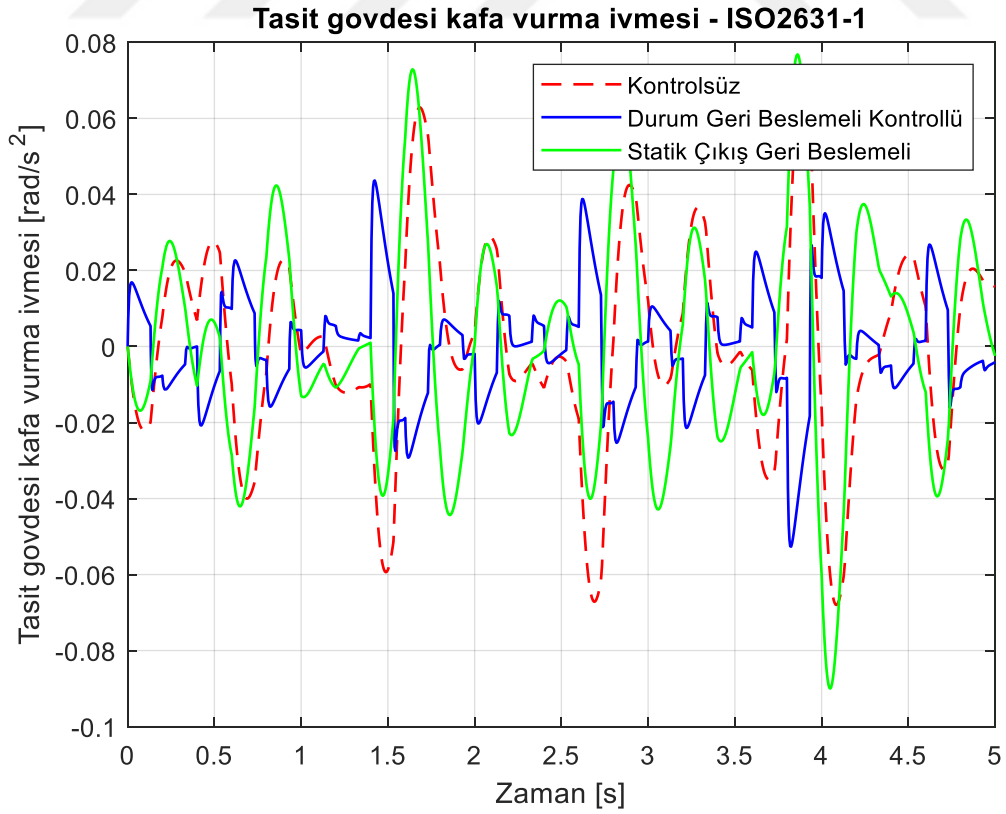
Şekil 4.6 Taşıt gövdesi düşey yerdeğişimi – ISO2631-1



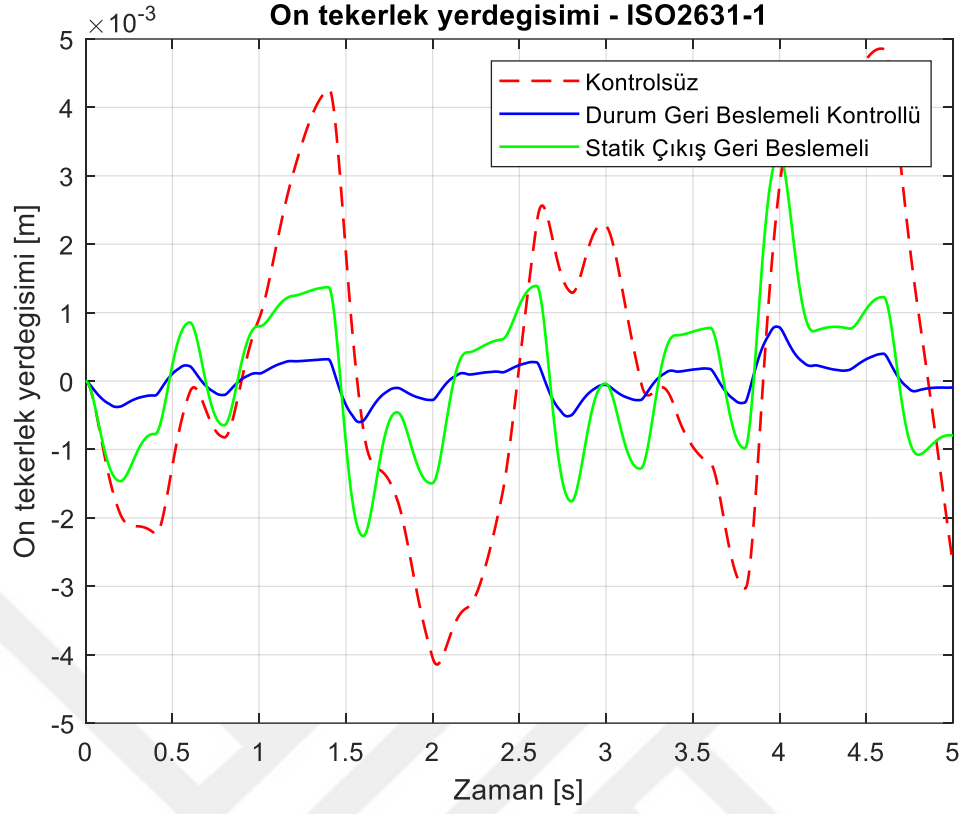
Şekil 4.7 Taşıt gövdesi düşey ivmesi – ISO2631-1



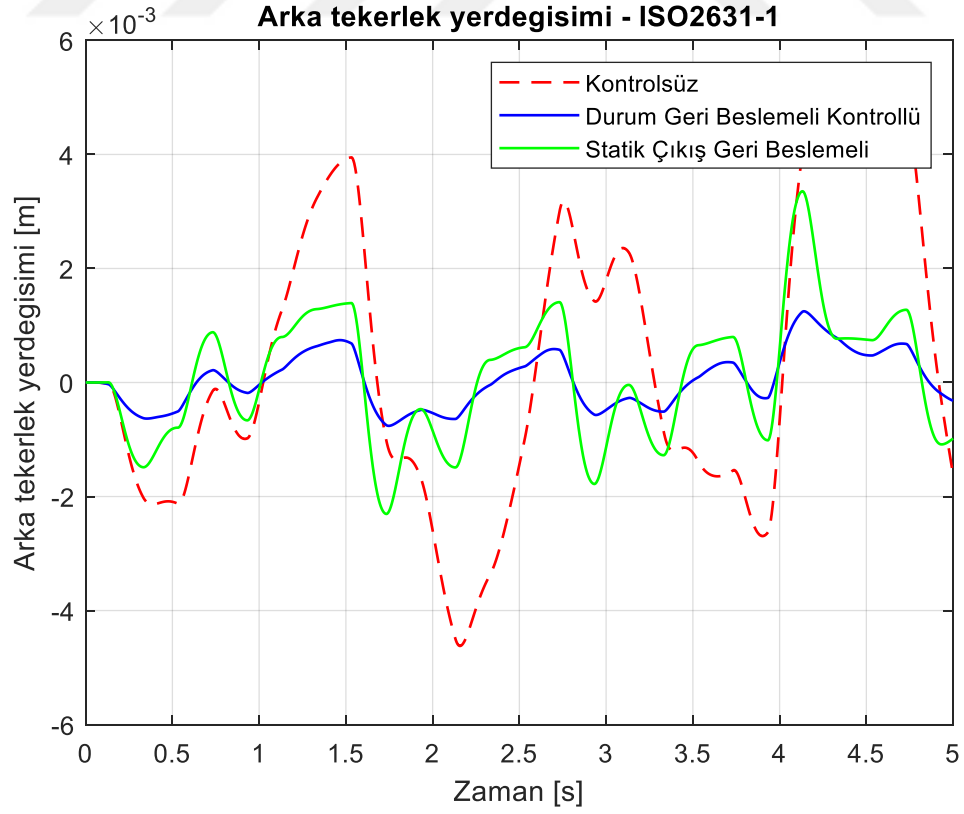
Şekil 4.8 Taşıt gövdesi kafa vurma açısai hareketi – ISO2631-1



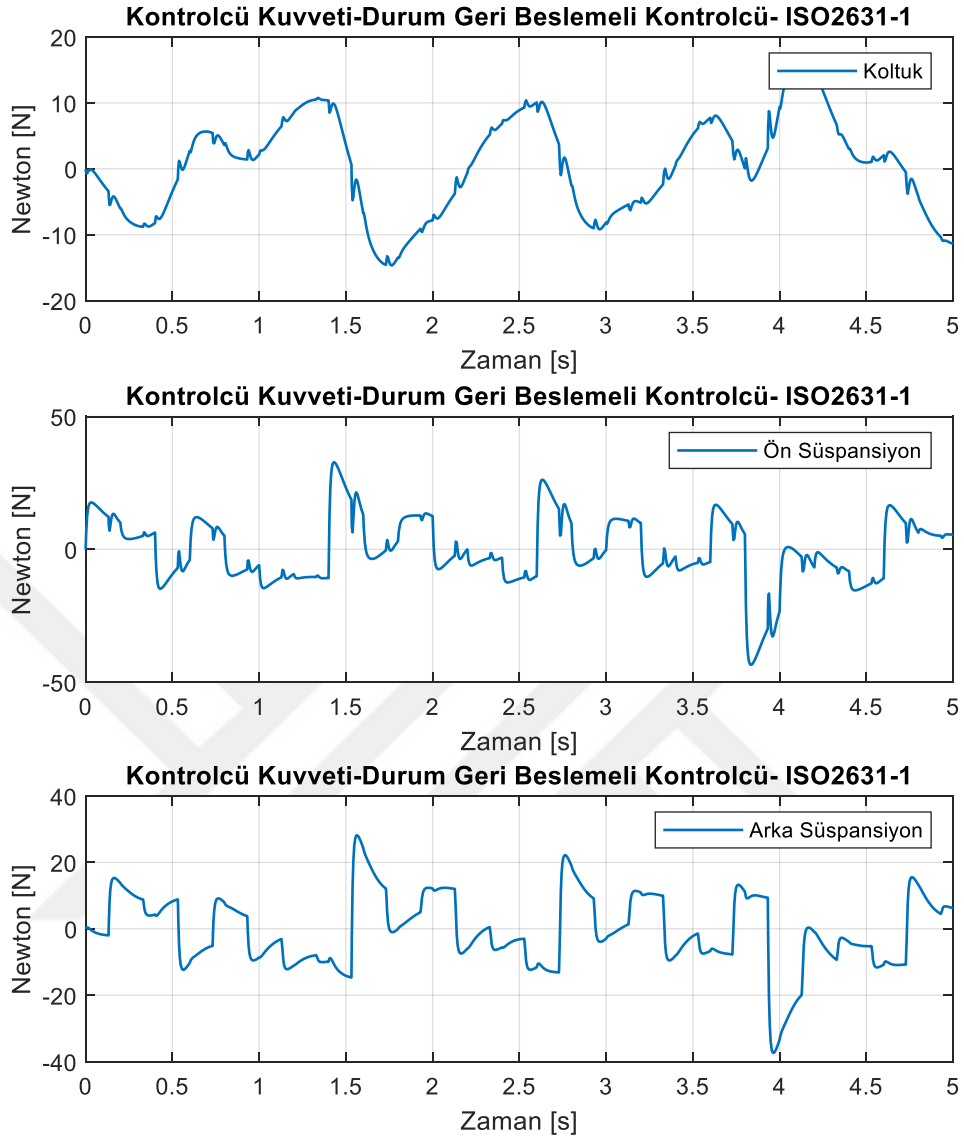
Şekil 4.9 Taşıt gövdesi kafa vurma açısai ivmesi – ISO2631-1



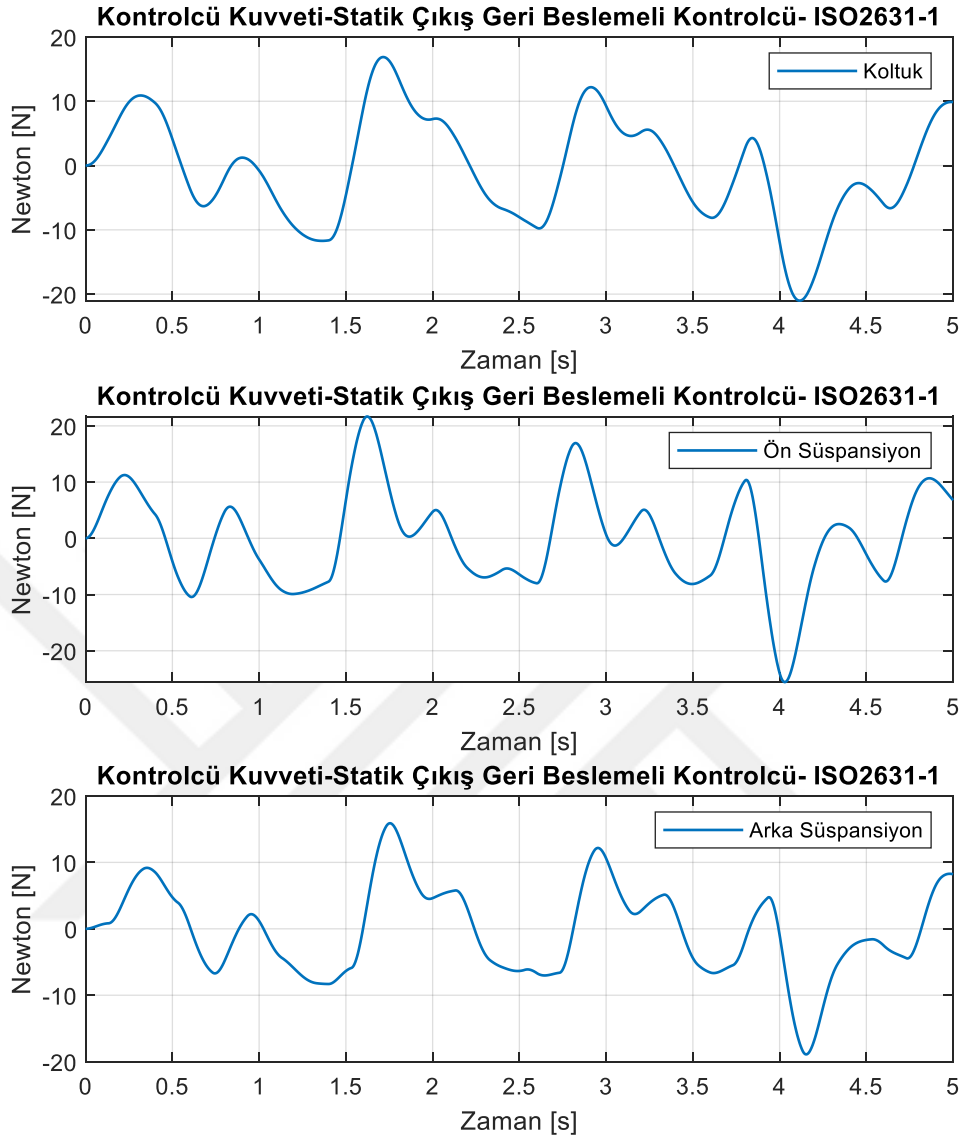
Şekil 4.10 Ön tekerlek yerdeğişimi – ISO2631-1



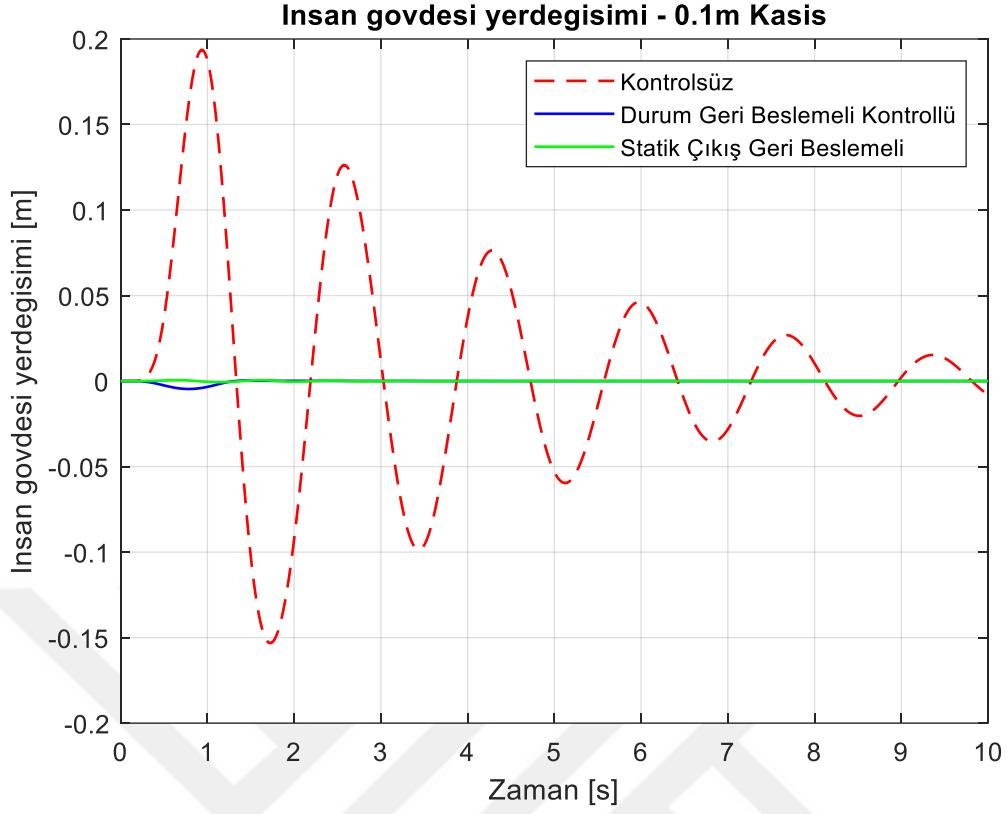
Şekil 4.11 Arka tekerlek yerdeğişimi – ISO2631-1



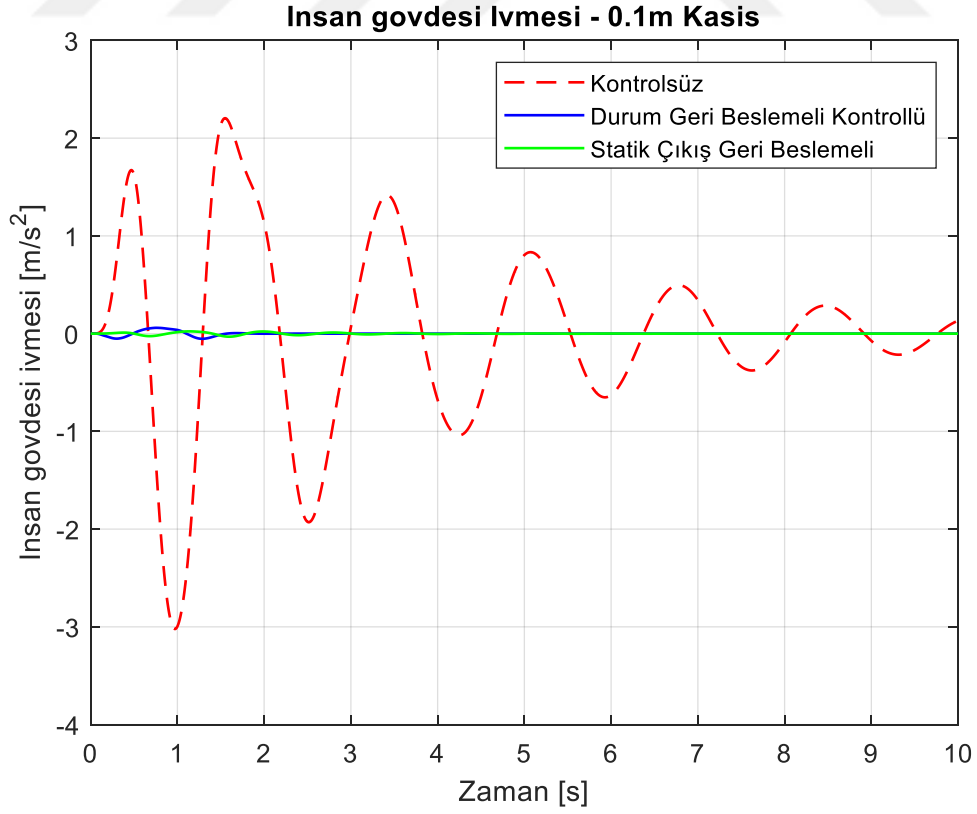
Şekil 4.12 Durum geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – ISO2631-1



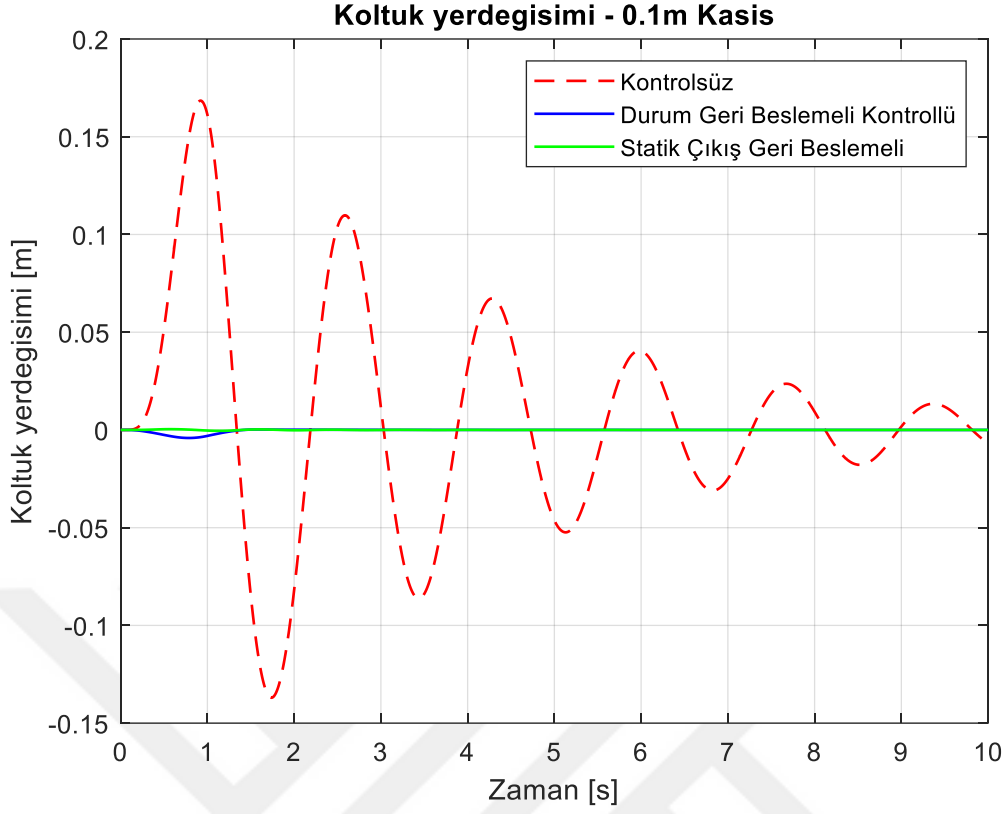
Şekil 4.13 Statik çıkış geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – ISO2631-1



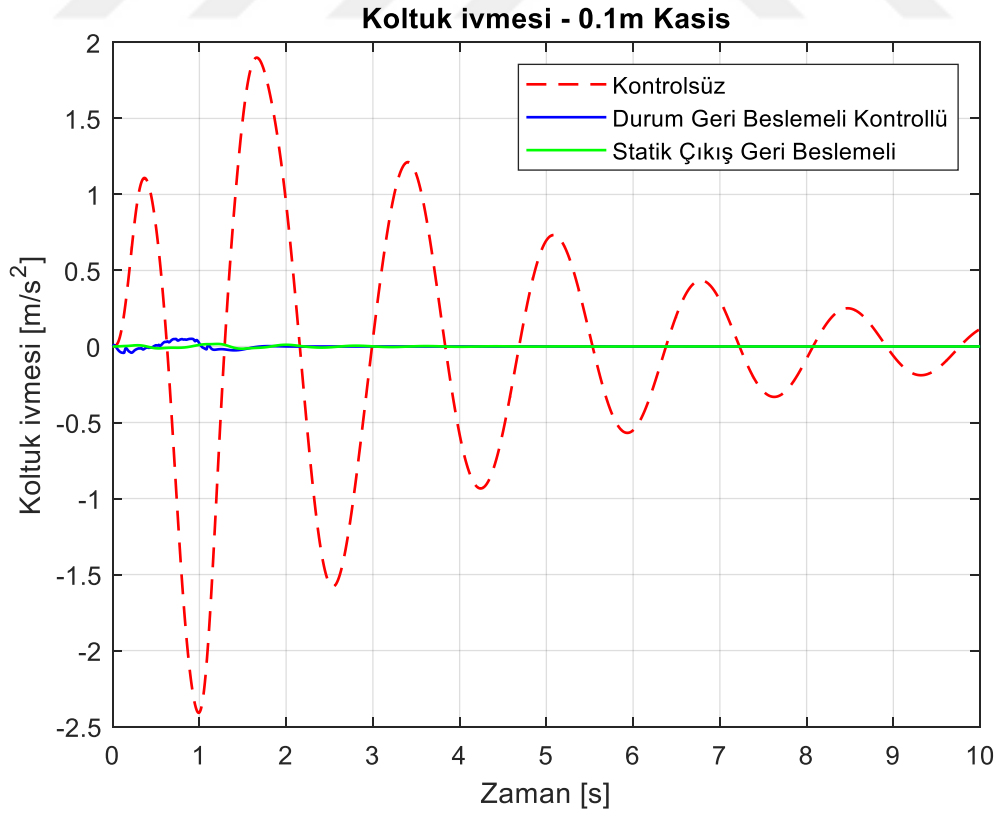
Şekil 4.14 İnsan gövdesi yerdegisimi – 0.1m kasis



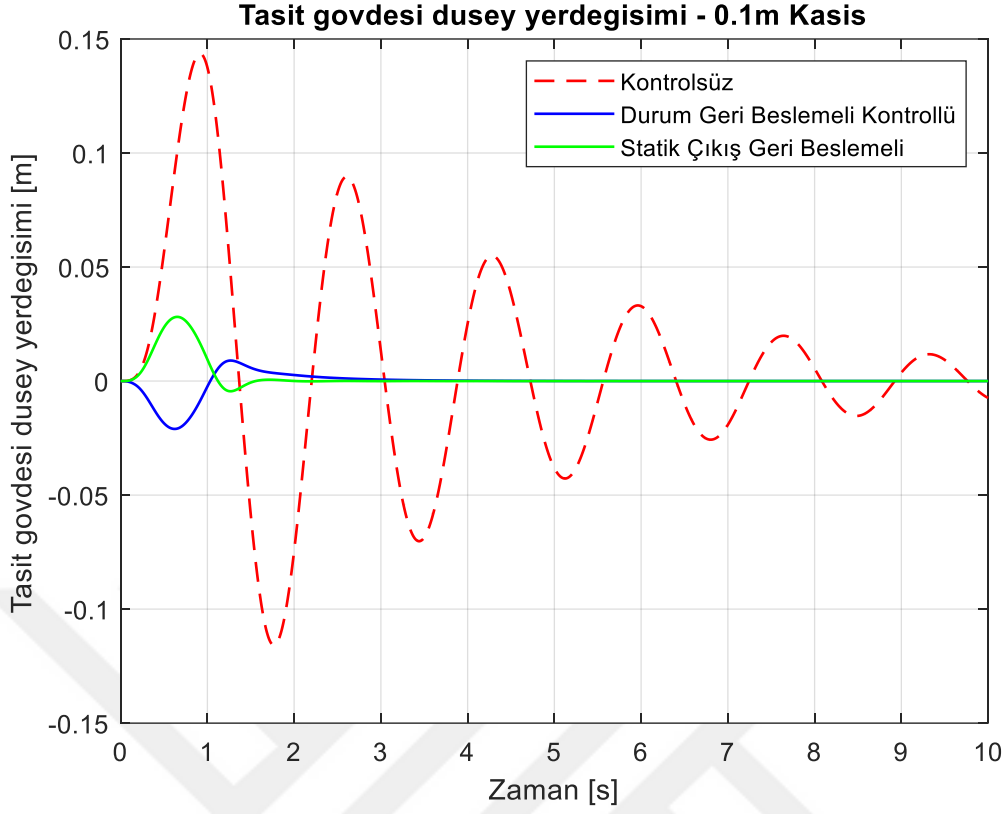
Şekil 4.15 İnsan gövdesi ivmesi – 0.1m kasis



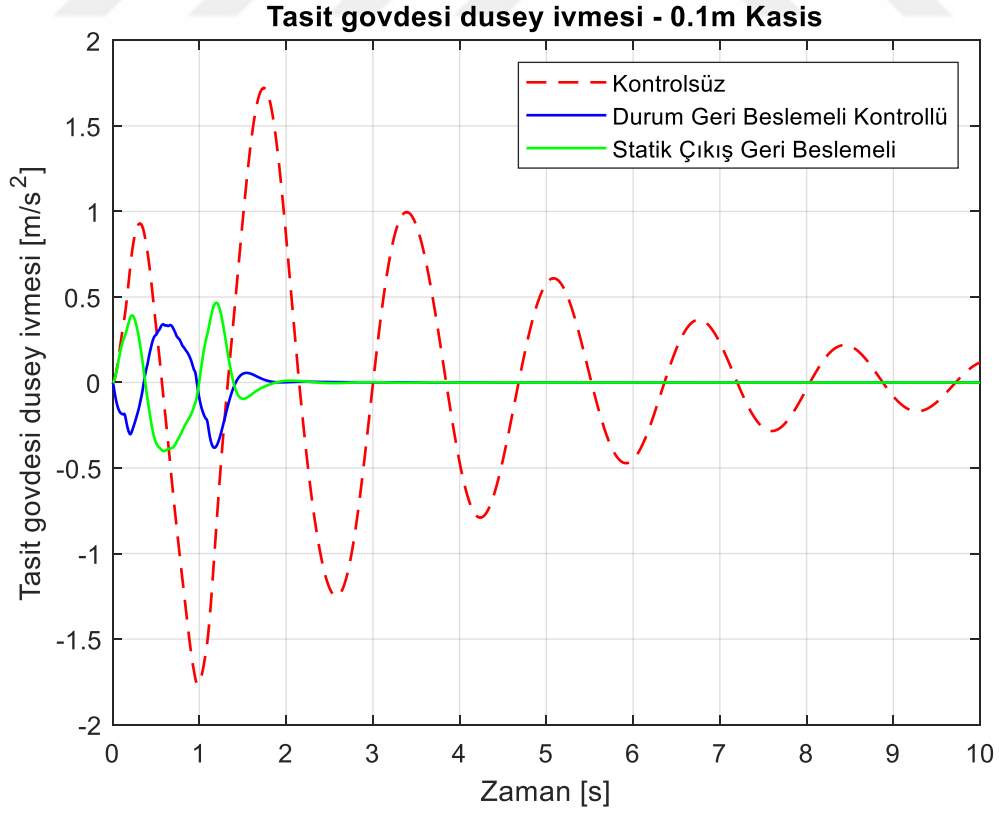
Şekil 4.16 Yolcu koltuğu yerdegisimi – 0.1m kasis



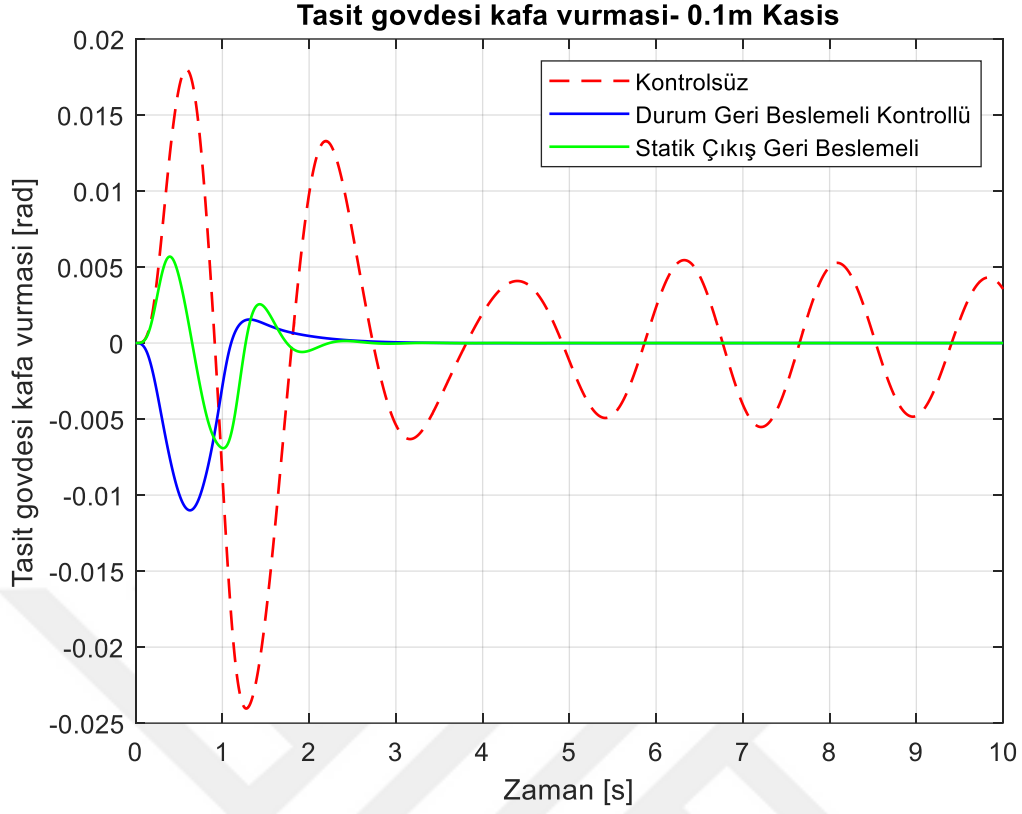
Şekil 4.17 Yolcu koltuğu ivmesi – 0.1m kasis



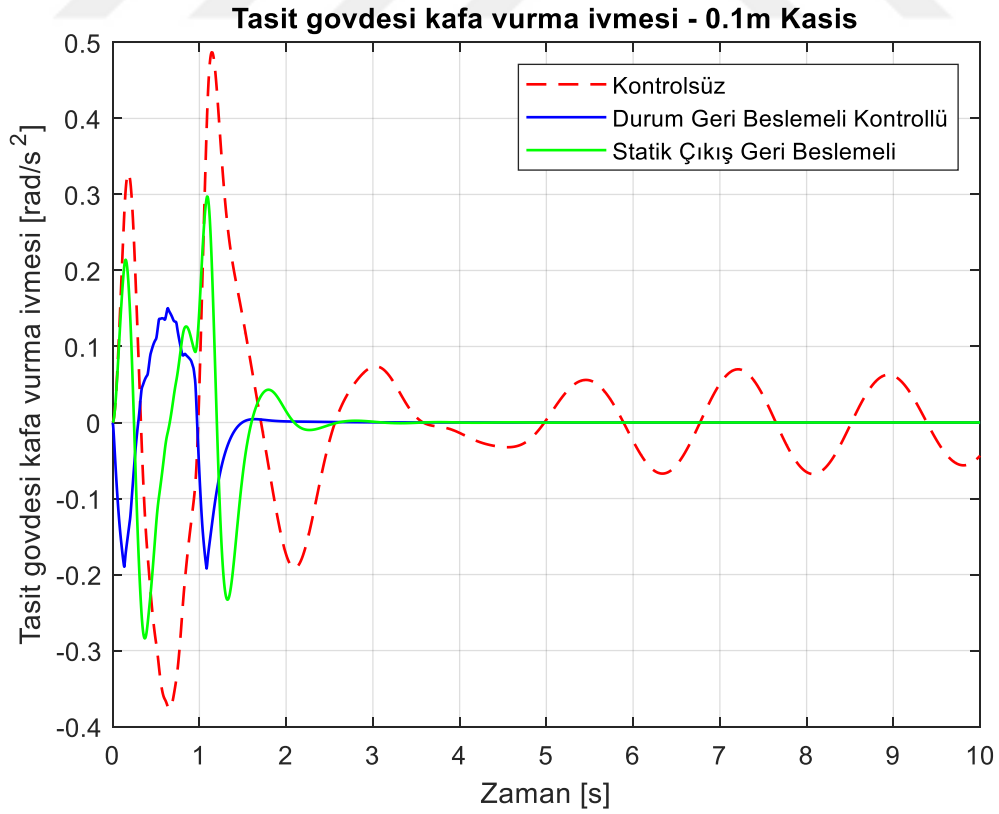
Şekil 4.18 Taşıt gövdesi düşey yerdeğişimi – 0.1m kasis



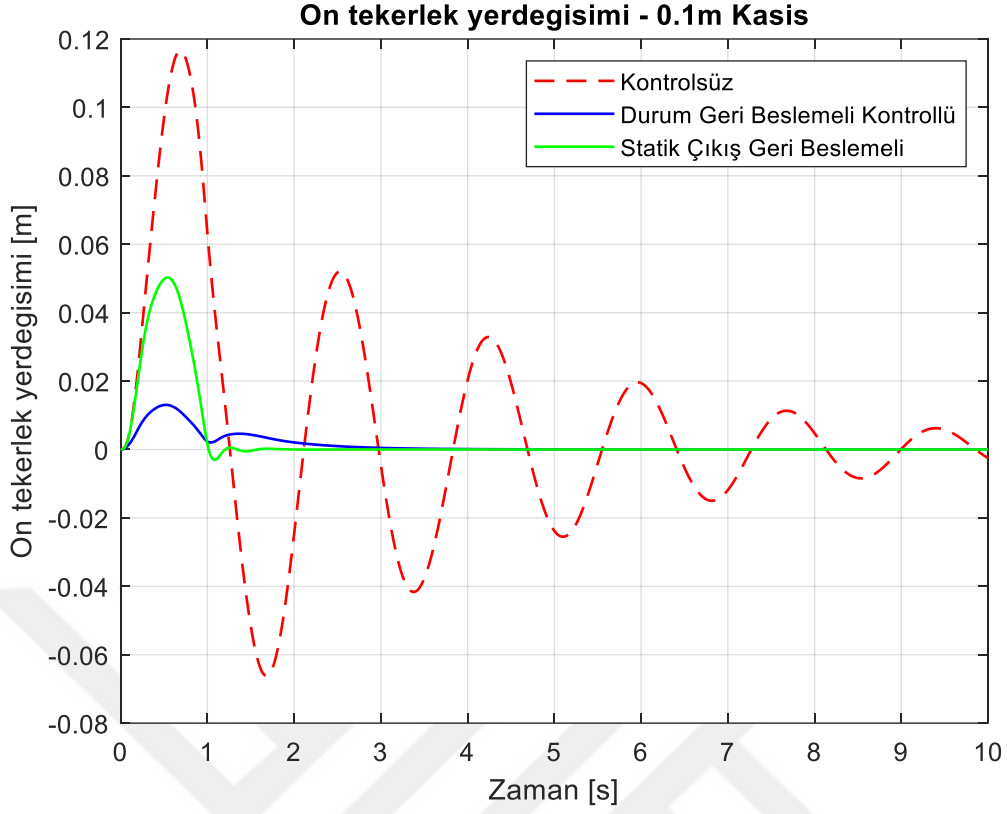
Şekil 4.19 Taşıt gövdesi düşey ivmesi – 0.1m kasis



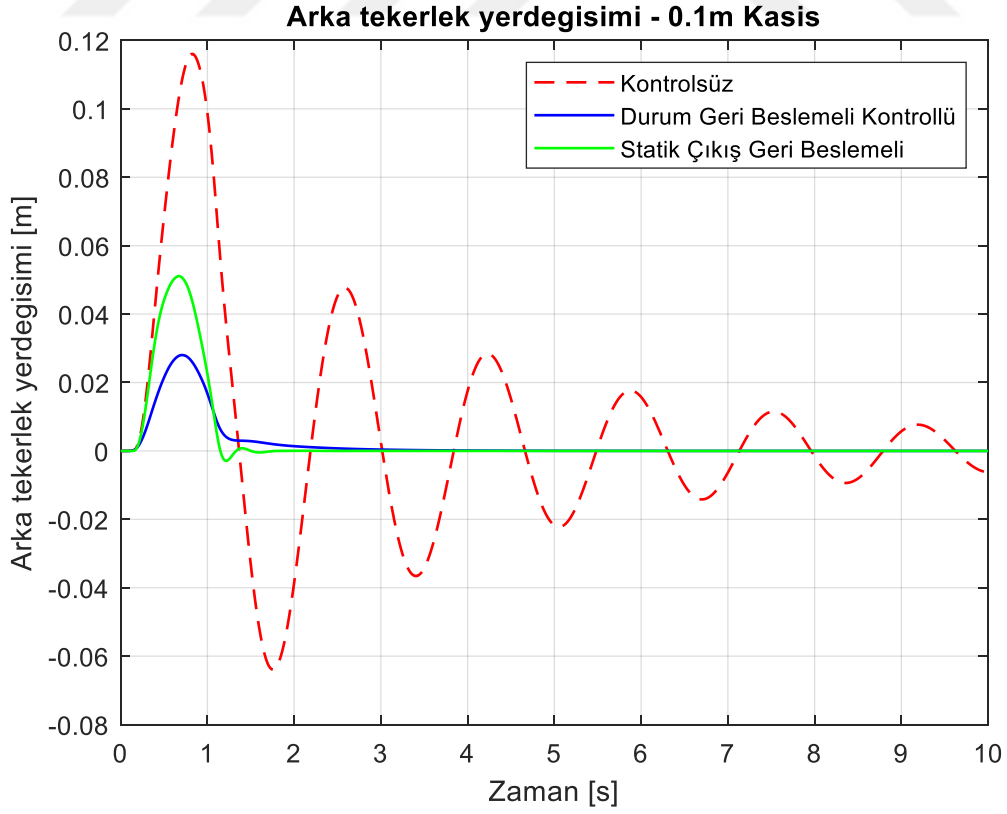
Şekil 4.20 Taşıt gövdesi kafa vurma açısıl hareketi – 0.1m kasis



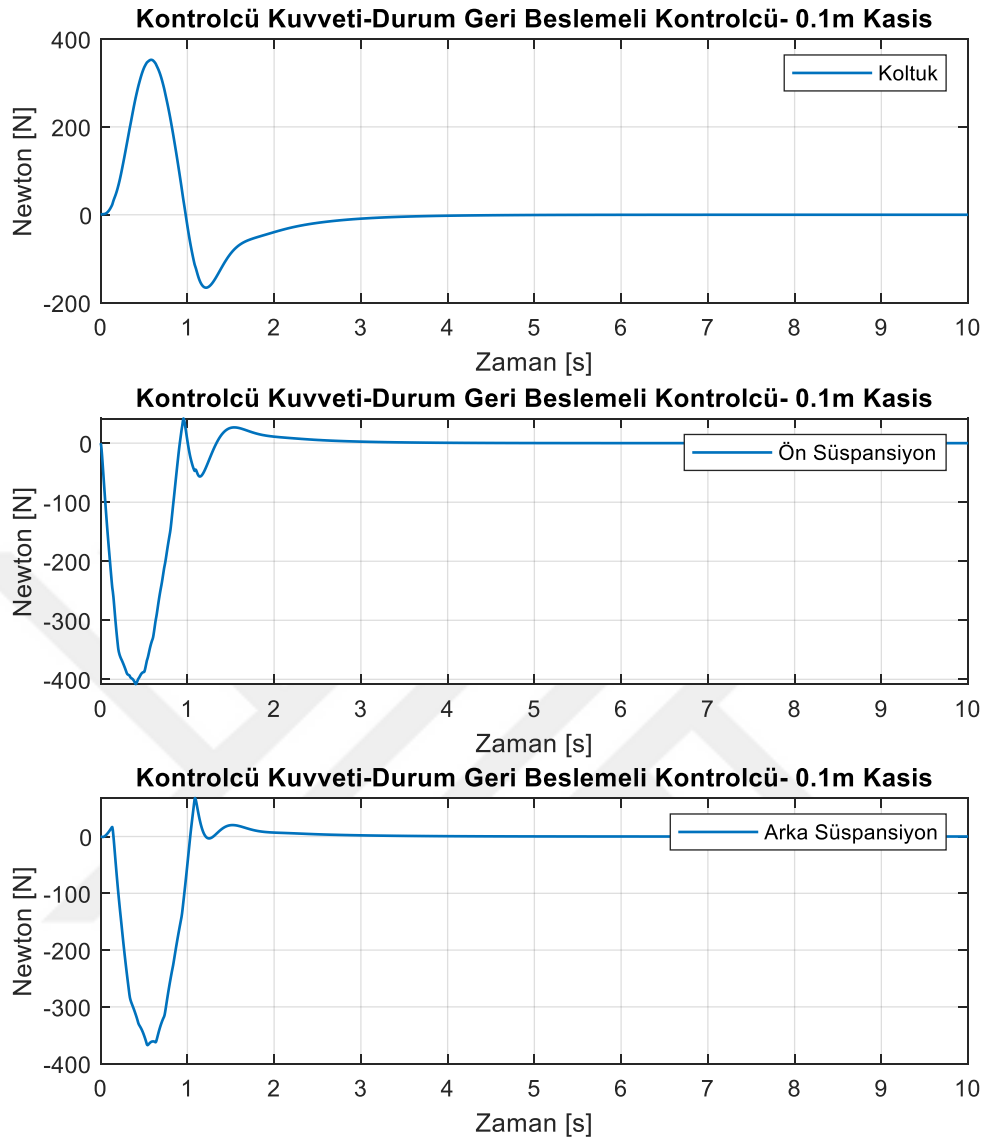
Şekil 4.21 Taşıt gövdesi kafa vurma açısıl ivmesi – 0.1m kasis



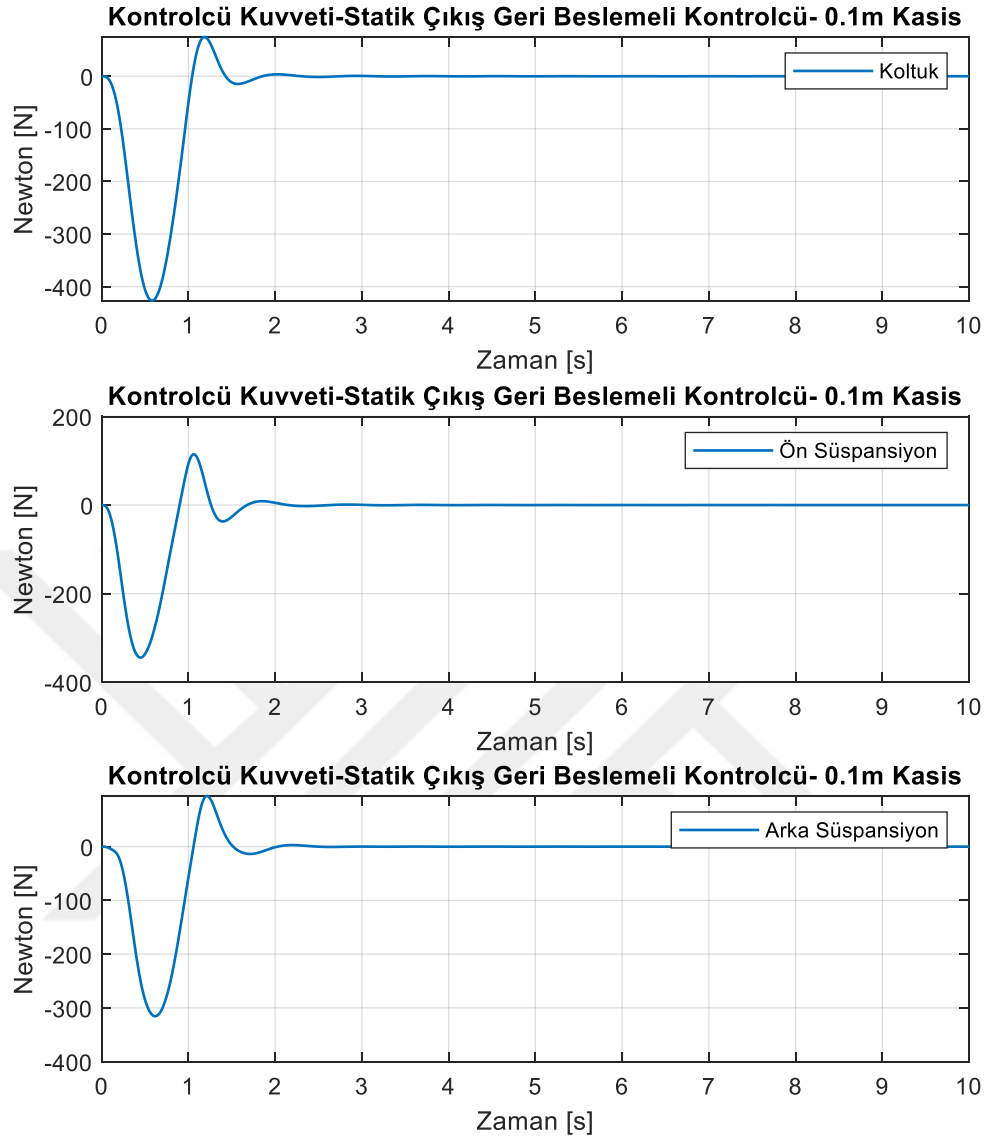
Şekil 4.22 Ön tekerlek yerdeğişimi – 0.1m kasis



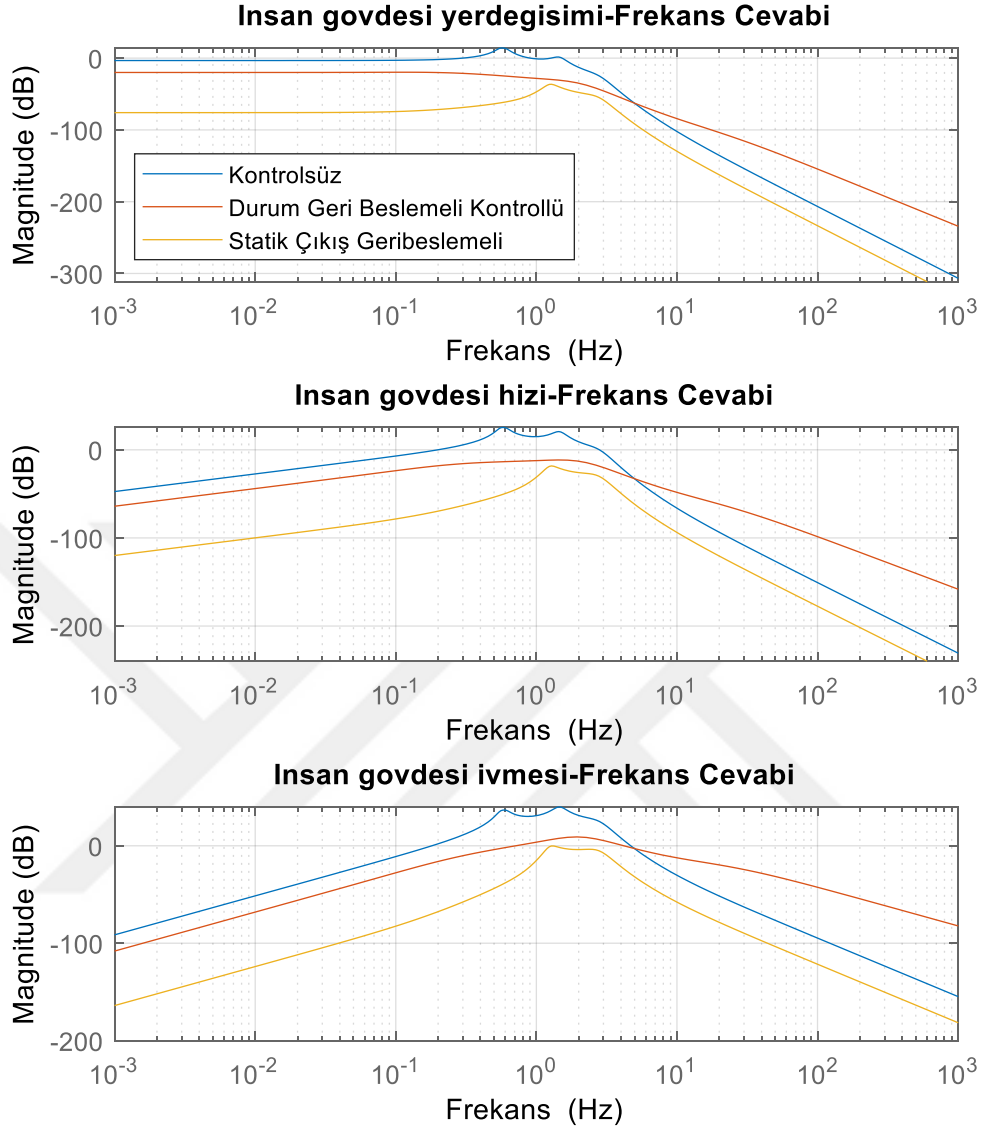
Şekil 4.23 Arka tekerlek yerdeğişimi – 0.1m kasis



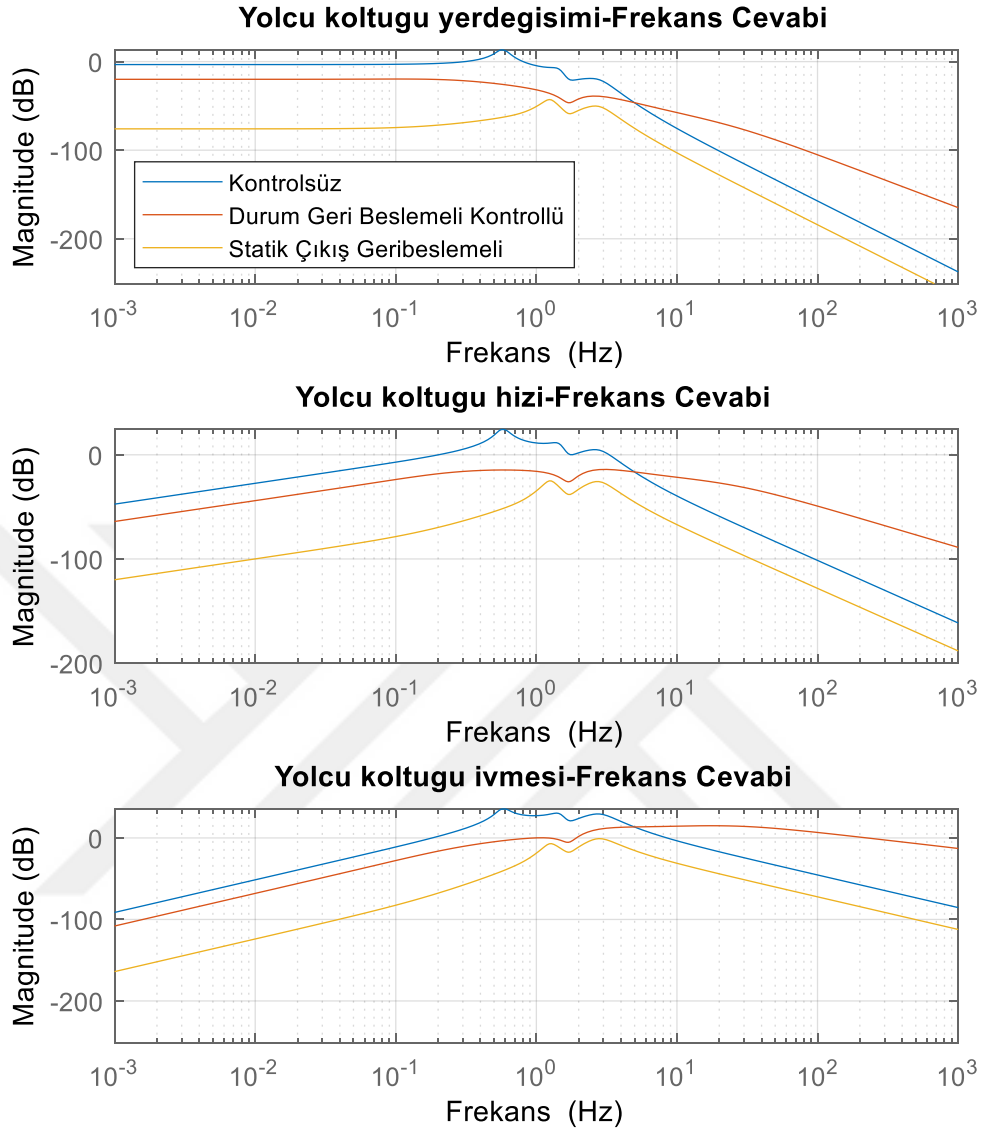
Şekil 4.24 Durum geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – 0.1m kasis



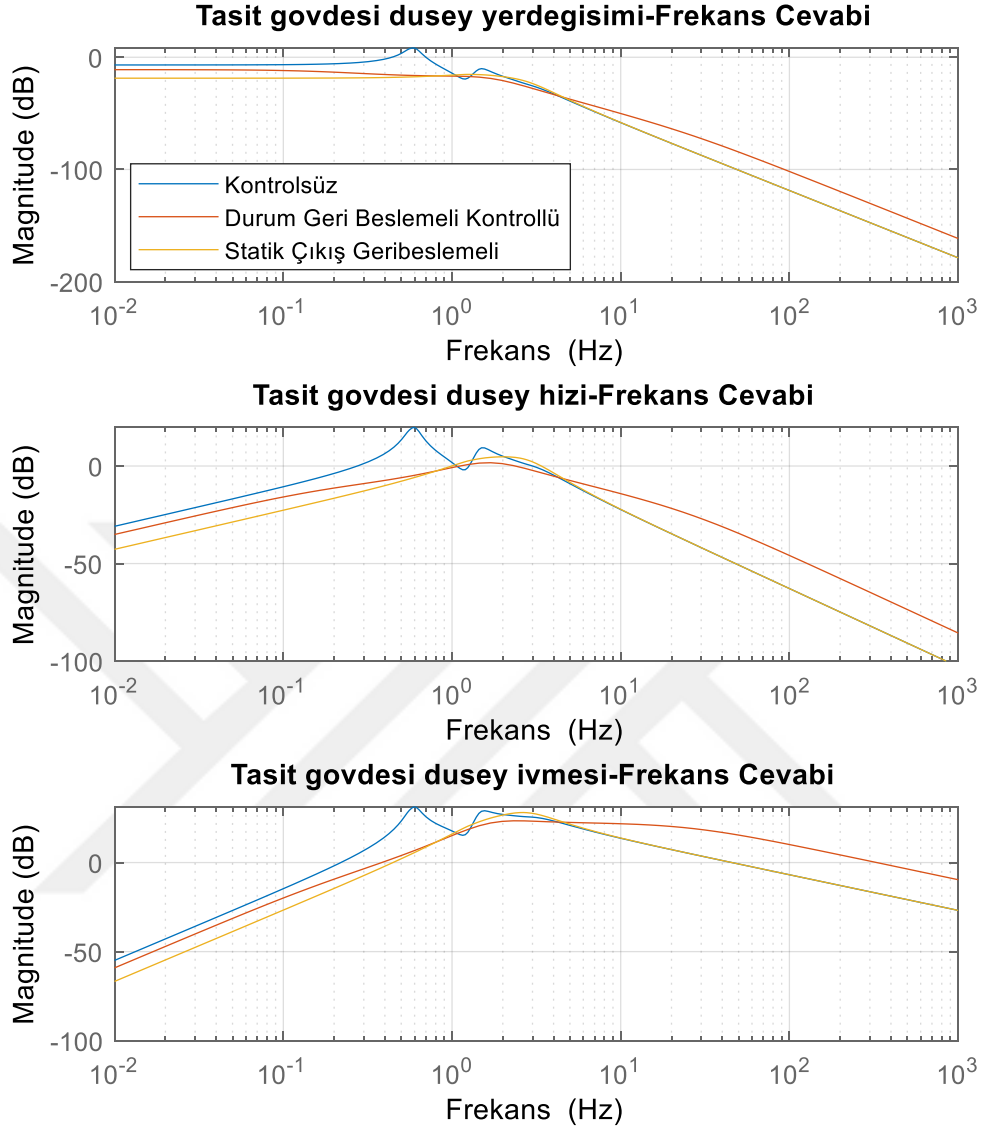
Şekil 4.25 Statik çıkış geri beslemeli kontrolcü kuvvetleri – 0.1m kasis



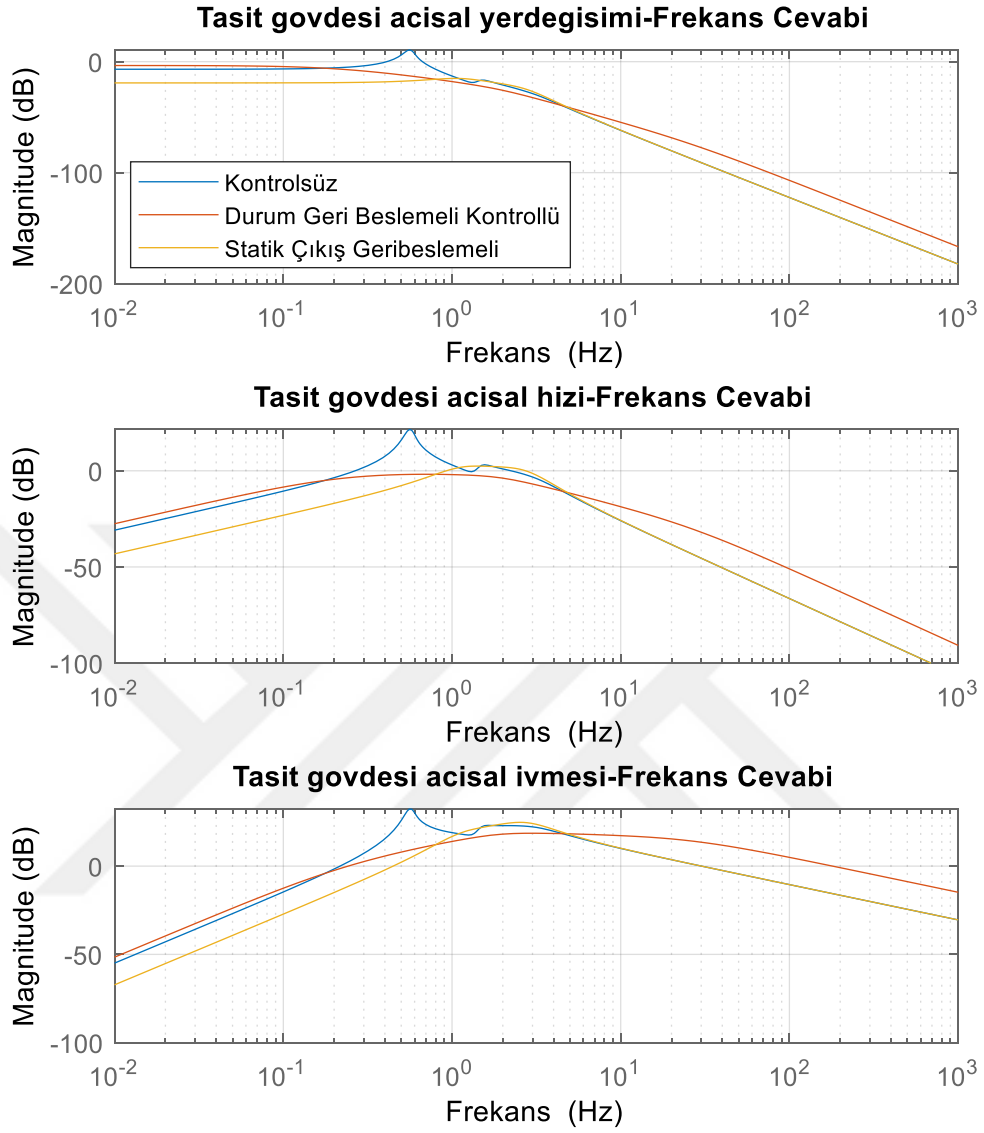
Şekil 4.26 İnsan gövdesi frekans cevapları



Şekil 4.27 Yolcu koltuğu frekans cevapları



Şekil 4.28 Taşıt gövdesi düşey hareketi frekans cevapları



Şekil 4.29 Taşıt gövdesi açısal hareketi frekans cevapları

Tablo 4.2 ISO2631-1 için konfor kriterleri (dB) [10]

$< (-10,034)$	Konforlu
$(-10,034) - (-4,0132)$	Yeterince konforlu
$(-6,0206) - 0$	Yeterince konforsuz
$(-1,9382) - 4,0824$	Konforsuz
$1,9382 - 7,9588$	Oldukça konforsuz
$> 6,0206$	Aşırı miktarda konforsuz

Açık ve kapalı çevrim cevaplarıyla elde edilen çıktılarına göre, farklı bozucu girişlerine rağmen, kapalı çevrim sistemin bozucu etkiyi başarılı biçimde bastırdığı görülmektedir. ISO2631-1 nezdinde hesaplanan ivme çıktısı, filtre sonrası RMS değeri ise -53 dB çıkmıştır. Standart için -10.034 dB altındaki değerler konforlu olarak değerlendirilmektedir.

Çalışmada, 6 serbestlik dereceli yarım taşıt modeli incelenmiştir. Önce sistem dinamiğinin matematik denklemleri elde edilmiştir. Ardından bu denklemler, durum-uzay biçiminde ifade edilmiştir. Elde edilen durum-uzay matrisleri ile, doğrusal matris eşitsizliği metoduyla durum geri beslemeli H_∞ normu hesaplanarak elde edilen optimal kontrol kazancı ile kapalı çevrim sistem elde edilmiştir. Durum geri beslemeli kontrolcü tasarımında tüm durumların ölçümünün gerek maliyeti gerek ölçüm olanağının zayıf olması durumlarına karşın belirli durumların çıkışlarının ölçümünü sisteme geri besleyen statik çıkış geri beslemeli kontrolcü tasarımıyla da ayrıca kıyaslama yapılmıştır. Modellenen sistem, Matlab&Simulink paket programı üzerinden simüle edilmiştir. Bu şekilde elde edilen sistemde, farklı bozucu giriş etkisine karşın zaman tabanlı çıktıda yerdeğişimi ve ivme değerleri ilgili şekillerde görülmektedir. Buna göre her iki tip kontrolcü tasarımı için de yerdeğişimi ve ivme değerleri oldukça başarılı biçimde sönümlenmiştir. Kontrolcülü ve kontrolcüsüz duruma istinaden, eyleyici vasıtasıyla oluşturulan kontrolcü kuvveti ise Şekil 4.12, Şekil 4.13, Şekil 4.24 ve Şekil 4.25'te

görülmektedir. Elde edilen değerlere istinaden bu performans bandında bir eyleyici kullanımı ticari açıdan mümkün görünmektedir. Frekans tabanlı performans çıktısı Şekil 4.26 ve Şekil 4.29 arasında gösterilmiştir. H_{∞} normu teorik olarak sistemdeki pik noktayı, yani performansın en kötü olduğu noktayı saptayıp bastırmaya yaramaktadır. Şekilde görüldüğü üzere kontrolcülü ve kontrolcüsüz durum kıyaslamasına istinaden kontrolcülü sistemde en kötü performans noktasında bariz iyileşme görülmektedir. ISO2631-1'e göre meydana gelen ivme değerinin ortalama karekök değeri için bir konfor kıstas tablosu bulunmaktadır. Bu tabloya istinaden kontrolcülü sistemdeki durumun ise konforlu olarak tanımlanabileceği görülmektedir. Nihai olarak, H_{∞} normu hesaplanarak elde edilen kapalı çevrim sistemin farklı bozucu etkiler karşısında başarılı performans gösterdiği ve yolcu konforunun sağlandığı rahatlıkla anlaşılmaktadır. Sistemdeki tüm durumların ölçülmesine gerek olmaksızın tasarlanabilecek statik çıkış kontrolcülü tasarım ile de tam durum geri beslemeli ile yakınsak performans çıktısı elde edilmiş ve mühendislik çözümü için alternatif olanağın isabetli biçimde varlığı gösterilmiştir.

- [1] G. Kyung, M. A. Nussbaum, K. B. Reeves, “Driver sitting comfort and discomfort (part I): Use of subjective ratings in discriminating car seats and correspondence among ratings”, *International Journal of Industrial Ergonomics*, 38, 516–525, 2008.
- [2] M. H. W. Frings-Dresen, C. T. J. Hulsholf, I. J. Tiemessen, “An overview of strategies to reduce whole-body vibration exposure on drivers: A systematic review”, *International Journal of Industrial Ergonomics*, 37, 245–256, 2007.
- [3] N. Yağız, L. E. Sakman, R. Güçlü, “Different control applications on a vehicle using fuzzy logic control”, *Sadhana*, 33-1, 15–25, 2008.
- [4] O. Demir, I. Keskin, S. Çetin, “Modeling and control of a nonlinear half-vehicle suspension system: a hybrid fuzzy logic approach”, *Springer*, 67, 2139-2151, 2012.
- [5] R. Güçlü, “The fuzzy-logic control of active suspensions without suspension-gap degeneration”, *J Mech Eng Strojnicki Vestnik*, 50, 462-468, 2004.
- [6] R. Güçlü, K. Gülez, “Neural network control of seat vibrations of a non-linear full vehicle model using PMSM”, *Math Comput Model*, 47, 1356-1371, 2008.
- [7] H. Du, J. Lam, K. Y. Sze, “Non-fragile output feedback H_∞ vehicle suspension control using genetic algorithm”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 16, 667-680, 2003.
- [8] H. Du, K. Y. Sze, J. Lam, “Semi-active H_∞ control of vehicle suspension with magneto-rheological dampers”, *Journal of Sound and Vibration*, 283, 981–996, 2005.
- [9] H. Du, J. Lam, K. Y. Sze, “Design of Non-Fragile H_∞ Controller for Active Vehicle Suspensions”, *Journal of Vibration and Control*, 11, 255-243, 2005.
- [10] H. Du, N. Zhang, “ H_∞ control of active vehicle suspensions with actuator time delay”, *Journal of Sound and Vibration*, 301, 236–252, 2007.
- [11] H. Du, N. Zhang, “Multiobjective Static Output Feedback Control Design for Vehicle Suspensions” *Journal of System Design and Dynamics*, 2, 228-239, 2007.
- [12] H. Du, N. Zhang, “Designing H_∞ /GH2 static-output feedback controller for vehicle suspensions using linear matrix inequalities and genetic algorithms”, *Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 46, 285-412, 2008.
- [13] H. Du, N. Zhang, “Robust Active Suspension Design Subject to Vehicle Inertial Parameter Variations”, *International Journal of Automation and Computing*, 7, 419-427, 2010.
- [14] H. Du, W. Li, N. Zhang, “Semi-active control of an integrated full-car suspension with seat suspension and driver body model using ER dampers”, *Int. J. Vehicle Design*, 63, 159-182, 2013.
- [15] H. Du, N. Zhang, L. Wang, “Switched control of vehicle suspension based on motion-mode detection” *Vehicle System Dynamics*, 52, 142-165, 2014.

- [16] P. W. Nughero, W. Li, H. Du, G. Alici, J. Yang, "An Adaptive Neuro Fuzzy Hybrid Control Strategy for a Semiactive Suspension with Magneto Rheological Damper", *Advances in Mechanical Engineering*, 1-11, 2014.
- [17] L. Guo, L. Zhang, "Robust H_∞ control of active vehicle suspension under non-stationary running", *Journal of Sound and Vibration*, 331, 5824-5837, 2012.
- [18] L. Zong, X. Gong, S. Xuan, C. Guo, "Semi-active H_∞ control of high-speed railway vehicle suspension with magnetorheological dampers", *Vehicle System Dynamics*, 51, 60-626, 2013.
- [19] H. Li, X. Jing, H. R. Karimi, "Output-Feedback-Based H_∞ Control for Vehicle Suspension Systems With Control Delay", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61, 436-446, 2014.
- [20] H. D. Choi, C. K. Ann, M. T. Lim, M. K. Song, "Dynamic Output-Feedback H_∞ Control for Active Half-vehicle Suspension Systems with Time-varying Input Delay", *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14, 59-68, 2014.
- [21] C. Wei, K. Zhang, Y. Cai, Z. Wang, W. Yu, "A new method of static output-feedback H_∞ controller design for 5 DOF vehicle active suspension system", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 40, 132, 2018.
- [22] H. Li, X. Jing, H. Karimi, "Output-feedback-based H_∞ control for vehicle suspension systems with control delay", *IEEE Trans Ind Electron*, 61, 436-446, 2014.
- [23] G. Wang, C. Chen, S. Yu, "Robust non-fragile finite-frequency H_∞ static output-feedback control for active suspension systems", *Mechanical Systems and Signal Processing*, 91, 41-56, 2017.
- [24] H. Zhang, R. Wang, J. Wang, Y. Shi, "Robust finite frequency H_∞ static-output-feedback control with application to vibration active control of structural systems", *Mechatronics*, 24, 354-366, 2014.
- [25] J. Rubio-Massegu, F. Palacios-Quinonero, J. M. Rossell, H. R. Karimi, "Static Output-Feedback Control for Vehicle Suspensions: A Single-Step Linear Matrix Inequality Approach", *Mathematical Problems in Engineering*, 2013.
- [26] J. Rubio-Massegu, F. Palacios-Quinonero, J. M. Rossell, H. R. Karimi, "Static output-feedback controller design for vehicle suspensions: an effective two-step computational approach", *IET Control Theory and Applications*, 8, 1566-1574, 2014.
- [27] G. Wang, C. Chen, S. Yu, "Optimization and static output-feedback control for half-car Active suspensions with constrained information", *Journal of Sound and Vibration*, 378, 1-13, 2016.
- [28] H. Jing, R. Wang, C. Li, J. Bao, "Robust finite-frequency H_∞ control of full-car active suspension", *Journal of Sound and Vibration*, 441, 221-239, 2019.
- [29] W. Sun, J. Zhao, Y. Li, H. Gao, "Vibration control for active seat suspension systems via dynamic output feedback with limited frequency characteristic", *Mechatronics*, 21, 250-260, 2011.

- [30] O. Ahan, K. Müderrisoğlu, D. O. Arısoy, H. Yazıcı, R. Güçlü, “Vibration control of a semi-trailer truck for comfort with and output feedback H_∞ controller”, International Conference on Engineering and Natural Science, 2, 2053-2062, 2016.
- [31] Süspansiyon sistemi ve çeşitleri, <https://www.otoshops.com/suspansiyon-sistemi-ve-cesitleri-haber-263>, 28.05.2018.
- [32] History of suspension: from independent to active suspension, <https://group-media.mercedes-benz.com/marsMediaSite/en/instance/ko/History-of-suspension-from-independent-to-active-suspension.xhtml?oid=9361881>, 25.08.2009.
- [33] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, 1994.
- [34] H. Yazıcı, Modern kontrol (basılı olmayan ders notu), 2020.
- [35] P. Gutierrez, D’Alembert’s Principle and The Lagrangian, 10.09.2013.
- [36] International Organization for Standardization (ISO), ISO 2631-1, 1997, Mechanical vibration and shock - evaluation of human exposure to whole-body vibration. Part 1: general requirements
- [37] H. Du, W. Li, N. Zhang, “Integrated seat and suspension control for a quarter car with driver model”, IEEE Transactions On Vehicular Technology, 61, 3893-3908, 2012.

```

%% Hasan Tan Yıldız Teknik Üniversitesi
% Makine Mühendisliği
% Makine Teorisi ve Kontrol Programı
% Yüksek Lisans Bitirme Tezi

V=60; %km/h
V=V/3.6;
my=70; mp=90; mv=500; mwf=70; mwr=70; Iv=910;
ky=8000; cy= 150; kp=15000; cp=500; ksf=10000; csf=1000; ksr=10000;
csr=1000; kwf=10000; kwr=10000;
Lp=0.5; Lf=1.2; Lr=1;

%% x1      x2      x3      x4      x5
x6      x7      x8      x9      x10
x11     x12
A=[ 0      0      0      0      0
0      1      0      0      0
0      0;
0      0      0      0      0
0      0      1      0      0
0      0;
0      0      0      0      0
0      0      0      1      0
0      0;
0      0      0      0      1
0      0;
0      0      0      0      0
0      0      0      0      0
1      0;
0      0      0      0      0
0      0      0      0      0
0      1;
-kv/my   kv/my      0      0      0
0      -cy/my      cy/my      0      0
0      0;
kv/mp   (-kv-kp)/mp   kp/mp      (kp*Lp)/mp      0
0      cy/mp      (-cy-cp)/mp      cp/mp      (cp*Lp)/mp
0      0;
0      kp/mv      -(kp+ksf+ksr)/mv   (-kp*Lp-ksf*Lf+ksr*Lr)/mv   ksf/mv
ksr/mv      0      cp/mv   -(cp+csf+csr)/mv   (-cp*Lp-
csf*Lf+csr*Lr)/mv   csf/mv      csr/mv;
0      (kp*Lp)/Iv   (-kp*Lp-ksf*Lf+ksr*Lr)/Iv   -
(kp*Lp^2+ksf*Lf^2+ksr*Lr^2)/Iv   (ksf*Lf)/Iv   -(ksr*Lr)/Iv   0   (cp*Lp)/Iv
(-cp*Lp-csf*Lf+csr*Lr)/Iv   -(cp*Lp^2+csf*Lf^2+csr*Lr^2)/Iv   (csf*Lf)/Iv
-(csr*Lr)/Iv;
0      0      ksf/mwf      (ksf*Lf)/mwf      -
(ksf+kwf)/mwf      0      0      0      csf/mwf
(csf*Lf)/mwf      -csf/mwf      0;
0      0      ksr/mwr      -(ksr*Lr)/mwr      0      -
(ksr+kwr)/mwr      0      0      csr/mwr      -(csr*Lr)/mwr
0      -csr/mwr];

B1=[zeros(10,2);
kwf/mwf 0;

```

```

0    kwr/mwr];

B2=[zeros(7,3);
    1/mp 0 0;
    -1/mv 1/mv 1/mv;
    -Lp/Iv Lf/Iv -Lr/Iv;
    0 1/mwf 0;
    0 0 1/mwr];

C1=[eye(12)];
C1(4,4)=2;
C1(10,10)=2;

Pen=1e-3;
D11=zeros(size(C1,1),size(B1,2));
D12=zeros(size(C1,1),size(B2,2));
D11(1,1)=Pen;

[n, m]=size(B2);
p=size(B1,2);
c=size(C1,1);

X=sdprvar(n,n);
W=sdprvar(m,n,'full');
gamma=sdprvar(1,1);

LMI1=[A*X+X*A'+B2*W+W'*B2'      B1      X*C1'+W'*D12';
      B1'      -gamma*eye(p)      D11';
      C1*X+D12*W      D11      -gamma*eye(c)]<0;

LMI2=X>0;
Fset=[LMI1,LMI2];

solution=optimize(Fset,gamma);

W=value(W);
X=value(X);
gamma=value(gamma);
K=W*inv(X);
Acl=A+B2*K;

Clunc=[eye(12);
        zeros(4,12)];
Clunc(13,:)=A(7,:);
Clunc(14,:)=A(8,:);
Clunc(15,:)=A(9,:);
Clunc(16,:)=A(10,:);

Clc=[eye(12);
      zeros(4,12)];
Clc(13,:)=Acl(7,:);
Clc(14,:)=Acl(8,:);
Clc(15,:)=Acl(9,:);
Clc(16,:)=Acl(10,:);

C=eye(12);
Bcl=[B1 B2];
Dcl1=zeros(12,2);
Dcl2=zeros(12,3);

```

```
sys1=ss(A,B1,C1,Dc11);  
sys2=ss(Ac1,Bc1,C1,[Dc11 Dc12]);  
  
[wn zeta]=damp(sys1)
```



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{ky}{my} & \frac{ky}{my} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{cy}{my} & \frac{cy}{my} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{ky}{mp} & \frac{-ky - kp}{mp} & \frac{kp}{mp} & \frac{kpLp}{mp} & 0 & 0 & \frac{cy}{mp} & \frac{-cy - cp}{mp} & \frac{cp}{mp} & \frac{cp * Lp}{mp} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{kp}{mv} & \frac{-kp - ksf - ksr}{mv} & \frac{-kpLp - ksfLf + ksrLr}{mv} & \frac{ksf}{mv} & \frac{ksr}{mv} & 0 & \frac{cp}{mv} & \frac{-cp - csf - csr}{mv} & \frac{-cpLp - csfLf + csrLr}{mv} & \frac{csf}{mv} & \frac{csr}{mv} \\ 0 & \frac{kpLp}{lv} & \frac{-kpLp - ksfLf + ksrLr}{lv} & \frac{-kpLp^2 + ksfLf^2 + ksrLr^2}{lv} & \frac{ksfLf}{lv} & \frac{-ksrLr}{lv} & 0 & \frac{cpLp}{lv} & \frac{-cpLp - csfLf + csrLr}{lv} & \frac{-cpLp^2 + csfLf^2 + csrLr^2}{lv} & \frac{csfLf}{lv} & \frac{-csrLr}{lv} \\ 0 & 0 & \frac{ksf}{mwf} & \frac{ksfLf}{mwf} & \frac{ksf + kwf}{mwf} & 0 & 0 & 0 & \frac{csf}{mwf} & \frac{ksfLf}{mwf} & \frac{csf}{mwf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{ksr}{mwr} & \frac{ksrLr}{mwr} & 0 & \frac{ksr + kwr}{mwr} & 0 & 0 & \frac{csr}{mwr} & \frac{csrLr}{mwr} & 0 & \frac{csr}{mwr} \end{bmatrix}$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{kwf}{mwf} & 0 \\ 0 & \frac{kwr}{mwr} \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{mp} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{mv} & \frac{1}{Lp} & \frac{1}{Lr} \\ -\frac{1}{mv} & \frac{1}{Lf} & \frac{1}{Lr} \\ -\frac{1}{lv} & \frac{1}{mwf} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{mwr} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirileri

1. H. Tan, R. Güçlü, “Durum Geri Beslemeli H_∞ Kontrolcülü Yarım Taşıt Modelinde Yolcu Konforunun Sağlanması”, IMASCON Spring 2022, 475.

