



T.C.
OSMANIYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Soner YILDIRIM

TEK BOYUTLU DİLİM GEOMETRİDE
NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE
I. TİP CHEBYSHEV POLİNOMLARI İLE
DİFÜZYON YAKLAŞIMI

FİZİK ANABİLİM DALI

OSMANIYE – 2022

**T.C.
OSMANİYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**TEK BOYUTLU DİLİM GEOMETRİDE NÖTRON
TRANSPORT DENKLEMİNE I. TİP CHEBYSHEV
POLİNOMLARI İLE DİFÜZYON YAKLAŞIMI**

Soner YILDIRIM

**FİZİK
ANABİLİM DALI**

**OSMANİYE
EYLÜL-2022**

TEZ ONAYI

TEK BOYUTLU DİLİM GEOMETRİDE NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE I. TİP CHEBYSHEV POLİNOMLARI İLE DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Soner YILDIRIM tarafından Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK danışmanlığında Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **FİZİK** Anabilim Dalı'nda hazırlanan bu çalışma aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından oy birliği/çokluğu ile **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK
Fizik Anabilim Dalı, OKÜ

Üye: Prof. Dr. Nazım AKSAKER
Astronomi ve Astrofizik Anabilim Dalı, ÇÜ

Üye: Doç. Dr. Durmuş YARIMPABUÇ
Matematik Anabilim Dalı, OKÜ

Yukarıdaki jüri kararı Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve /.....sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Doç. Dr. Bülent YANIKTEPE
Enstitü Müdürü, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

Bu tezde kullanılan özgün bilgiler, şekil, çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, bu çalışma sonucunda elde edilmeyen her türlü bilgi ve ifade için ilgili kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını ve bu tezin Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Soner YILDIRIM



ÖZET

TEK BOYUTLU DİLİM GEOMETRİDE NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE I. TİP CHEBYSHEV POLİNOMLARI İLE DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Soner YILDIRIM
Yüksek Lisans, Fizik Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK

Eylül 2022, 65 Sayfa

Bu çalışmada, ileri, geri ve lineer anizotropik saçılmalı bir dilimde tek-hızlı nötronlar için difüzyon mesafeleri ve difüzyon katsayılarını hesaplamak için nötron transport denkleminde difüzyon yaklaşımı yapılmıştır. Bu amaçla, sırasıyla Legendre (P_1) ve birinci tip Chebyshev polinomlarının (P_1) birinci merteye yaklaşımları uygulanmıştır. Anizotropik parametrelerinin farklı değerleri kullanılarak difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için nümerik sonuçlar elde edilmiştir. Daha sonra bu sonuçlar karşılaştırma için literatürde var olanlarla birlikte çizelgelerde yan yana verilmiştir. T_N yönteminin nötron transport teorisindeki problemlere uygulanabilirliği ve etkinliği açık bir şekilde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: P_1 Yaklaşımı, T_1 Yaklaşımı, Difüzyon Mesafesi, Difüzyon Katsayısı, Anizotropik Saçılma

ABSTRACT

DIFFUSION APPROXIMATION TO NEUTRON TRANSPORT EQUATION IN SLAB GEOMETRY USING THE CHEBYSHEV POLYNOMIALS OF FIRST KIND

Soner YILDIRIM
Master of Science, Department of Physics
Supervisor: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK

September 2022, 65 Pages

In this study, diffusion approximation has been done to the neutron transport equation to compute the diffusion lengths and diffusion coefficients for one-speed neutrons in a homogeneous slab with forward, backward and linear anisotropic scattering. For this purpose, the first order approximations of the Legendre (P_1) and the Chebyshev polynomials of first kind (T_1) have been applied, respectively. The numerical results obtained for the diffusion length and the diffusion coefficient have been computed using various values of the anisotropy parameters. Then they are given in the tables side by side with the ones available in literature for comparison. The applicability and the efficiency of the T_N method to the problems of neutron transport theory have been presented explicitly.

Key Words: P_1 Approximation, T_1 Approximation, Diffusion Length, Diffusion Coefficient, Anisotropic Scattering



Çok kıymetli anneciğime...

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez konumun belirlenerek tez çalışmamın yürütölmesini üstlenen, çalışmalarım süresince değerli bilgi ve tecrübeleriyle katkılarını esirgemeyen danışman hocam, Sayın Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK'e teőekkürlerimi sunarım. Ayrıca tez çalışmalarım esnasında yardımcı olan Ökkeő EGE'ye teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
TEZ BİLDİRİMİ	
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İTHAF SAYFASI.....	iv
TEŞEKKÜR	ivi
İÇİNDEKİLER.....	vi
ÇİZELGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR	viii
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	20
3. MALZEME VE YÖNTEM.....	27
3.1. Tanımlar	28
3.2. Transport Denklemi	33
3.2.1 Tek Hızlı Tansport Denklemi	35
3.3. Transport Denklemine P_1 yaklaşımı	36
3.4. Transport Denklemine T_1 yaklaşımı	47
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	52
5. SONUÇ	59
KAYNAKLAR.....	61

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1. Kişi Başına Yıllık Elektrik Enerjisi Tüketimi.....	15
Çizelge 4.1. İleri saçılma için ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden elde edilen difüzyon mesafeleri L (cm).....	55
Çizelge 4.2. Geri saçılma için ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden elde edilen difüzyon mesafeleri L (cm).....	56
Çizelge 4.3. ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$) için T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden elde edilen difüzyon mesafeleri L (cm)	56
Çizelge 4.4. İleri saçılma için ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden elde edilen difüzyon katsayıları D (cm)	57
Çizelge 4.5. Geri saçılma için ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden edilen difüzyon katsayıları D (cm)	57
Çizelge 4.6. ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$) için T_1 yaklaşımı ve diğer yöntemlerden elde edilen difüzyon katsayıları D (cm).....	58

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Watt Makinesinin Temsili Resmi.....	2
Şekil 1.2. Dünyanın Kullandığı Mevcut Enerji Kaynakları.....	4
Şekil 1.3. Nükleon Başına Bağlanma Enerjisi.....	6
Şekil 1.4. Nükleer Kararlılığın n/p Oranına Göre Değişimi.....	7
Şekil 1.5. Uranyum Zincir Tepkimesi Şeması.....	9
Şekil 1.6. Basınçlı Su Reaktörü.....	12
Şekil 1.7. Dünya’da Elektrik Üretimi.....	15
Şekil 1.8. Nötron Difüzyonu.....	19

SİMGELER ve KISALTMALAR

c	Çarpışma başına açığa çıkan ortalama ikincil nötron sayısı	(-)
D	Difüzyon katsayısı	(cm)
d	Ekstrapolasyon (uzatılmış) mesafe	(-)
J	Net nötron akımı	(nötron/(cm ² s))
L	Difüzyon mesafesi	(cm)
N	Birim yoğunluktaki çekirdek sayısı (çekirdek/cm ³)	(-)
$N_i(\mathbf{r})$	Çekirdek yoğunluğu	(çekirdek/cm ³)
n	Hedefe çarpan toplam nötron yoğunluğu	(nötron/cm ³)
Ω	Nötronun çarpışmadan sonraki hızı yönündeki birim vektör	(-)
Ω'	Nötronun çarpışmadan önceki hızı yönündeki birim vektör	(-)
$\psi(x, \mu)$	Açısal nötron akısı	(-)
$\Phi(x)$	Nötron skaler akısı	(nötron/(cm ² s))
$\delta_{n,m}$	Kroniker delta	(-)
$\mu_0 = \Omega \cdot \Omega'$	Saçılma açısının kosinüsü	(-)
Σ_a^i	Yutma (absorbsiyon) mikroskobik tesir kesiti	(cm ²)
Σ_i	i reaksiyonu için mikroskobik tesir kesiti	(cm ²)
$\Sigma^i(\mathbf{u})$	Toplam mikroskobik tesir kesiti	(cm ²)
Σ_s^i	Elastik saçılmamikroskobik tesir kesiti	(cm ²)
σ_s	Makroskopik saçılma tesir kesiti	(1/cm)
σ_T	Makroskopik toplam tesir kesiti	(1/cm)
∇^2	Laplace operatörü	(-)

1. GİRİŞ

Fizikteki en önemli kavramlardan biri iş ve enerji kavramlarıdır. Bir cisme uygulanan kuvvet ile cisim harekete geçirildiğinde ya da cismin hareketinde (hızı, yönü, yerden yüksekliği) bir değişim oluşturulduğunda, fiziksel anlamda iş yapmış kabul edilmektedir. Bu durumda, iş yapılan sistemde bir enerji değişimi oluşmaktadır ya da enerji değişimi olan bir sistem iş yapabilmektedir. Kısacası iş yapabilmek için enerji gerekmektedir. Böylelikle “Enerji, bir sistemin iş yapabilme yeterliliğidir.” şeklinde bir tanım yapılabilmektedir. Enerji olarak cisme ne aktarabiliyorsak bu yapılan iştir. Kısacası, doğanın temel yasalarından biri olan iş-enerji eşdeğerliliği, iş yapabilmenin tek gereğinin enerji olduğunu ifade etmektedir.

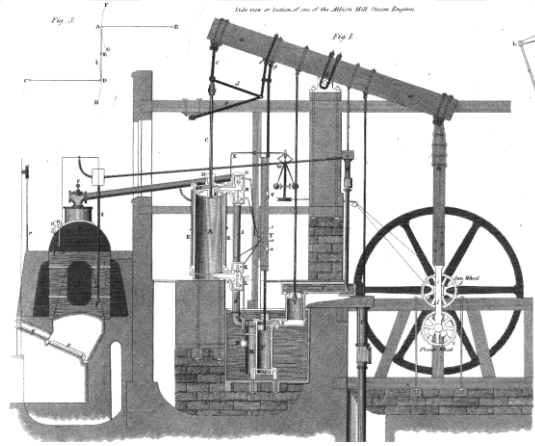
Enerji kelimesi günlük hayatta çok kullandığımız kelimelerden biridir. İnsan ve diğer canlıların yaşamlarını devam ettirebilmeleri için enerji gerekmektedir. Örneğin insan için günlük ortalama 4-6 milyon Joule’lük (1000-1500 kcal) enerji, canlılığın devamı için yeterli olmaktadır. İnsan dışındaki tüm canlılar aldıkları enerjisi, büyüme, gelişme, vücut sıcaklığını koruma vb. yaşamsal faaliyetler için kullanmaktadır.

Ancak insan için durum farklıdır. İnsan için böyle bir enerji yeterli olmamaktadır. İnsanoğlu ilk çağlardan günümüze birçok enerji kaynağı kullanmış ve gereksinimi ölçüsünde birçok enerjisi elde etmenin yeni yollarını denemiştir. Ateşin, rüzgârın, güneşin ve suyun enerjisini farklı amaçlarla kullanagelmiştir.

İnsanoğlunun 40-50 bin yıl önce başlayan, dünyanın her türlü kaynaklarından yararlanmasına yönelik enerji serüveni, her geçen asır boyunca çeşitlenmiş, değişmiş ve gelişmiştir. Uzunca süreler yavaş adımlarla kullanageldiği ateşten yararlanma, su ve rüzgâr gücünden yararlanmasına ait yetisi, 12. yüzyıla dek yavaş adımlarla ve nihayet 16. yüzyıldan sonra itibaren ise kömürün topraktan çıkarılarak kullanılmasıyla birlikte ise yeni bir devir, sanayi devrimini olarak adlandırılan bir dönemde çok önemli bir rol almıştır.

Enerji kaynağı olarak su buharının içindeki var olan ısı enerjisinin mekanik enerjiye dönüştürülerek kullanılması endüstri devriminin başlamasında önemli bir etkidir.

Endüstri devriminin en önemli gelişmelerinden birisi de buharlı makinenin bulunuşudur. Önemli bir buluş olarak tarihteki tahtını koruyan buhar makinalarının icadı aslında kömür madenlerinde biriken suyun dışarı atılması amacıyla, 1698’de Savery ve 1712’de Newcomen adlı İngiliz ustalarca ortaya atılan bir fikirdir. Buhar makinası, basitçe kömür ateşiyle kaynatılan suyun buharlaştırılması ve bu buharın bir pistonu itmesiyle çalışır. Böyle bir makinanın asıl enerji kaynağı ise buharı elde etmek için kömürün yanmasıyla ortaya çıkan ısı enerjisidir. Kısacası buhar makinası ile ısı enerjisi iş yapmakta kullanılmaktadır. Bu iş yapma alanı, buhar makinalarının taşınabilir olması nedeniyle zamanla çok genişlemiştir. Newcomen buhar makinaları %1-2 verimle çalıştığı için çok verimsizdi. Verim kısaca amaçlanan çıktının onun elde edildiği kaynağa oranı olarak tanımlanabilir. Ancak yine döneminin iyi bir ustası olan James Watt, 1769’da bu makinalarda bir değişiklik yaparak verimini %6’ya çıkararak yine çok önemli bir buluş yapmış, buhar makinalarının sanayici ve iş adamları için cazip hale gelmesiyle de, hem termodinamik bilimi hem de makinaların çeşitli alanlarda kullanılmalarının önü açılmıştır.



Şekil 1.1. Watt Makinesinin Temsili Resmi

19. yüzyıla gelindiğinde petrolünde bulunması ve ısı makinalarının çeşitliliğinin ve kullanım alanının genişlemesinin yolu açılmıştır. 19. yüzyıl bu açıdan günümüzdeki pek çok teknolojik ürünün çeşitlendiği bir yüzyıl olmuştur.

Birkaç örnek olarak,

1807 ilk ticari buharlı gemi “Clemont”,

1814 ilk buharlı lokomotif,

1856 ilk ticari buz yapma makinası,

1876 içten yanmalı motor (Otto-Langen),

1882 ilk buharla çalışan elektrik üretim santrali (Edison, New York),

1884 buhar tribünü (Persons),

1888 ilk elektrik motoru Tesla,

1892 dizel motoru (Diesel),

1893 Benz ve Ford’un otomobil üretimi,

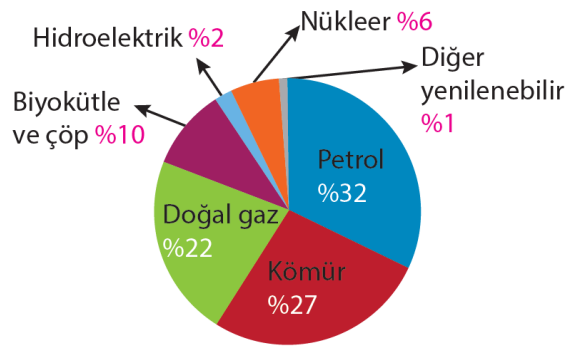
1896 ilk su gücüyle çalışan elektrik (dalgalı akım) üretimi (Niagara Şelaleleri, New York santrali) verilebilir.

20. yüzyıla gelindiğinde ise, insanoğlu geliştirdiği ürünlerin kullanımını çeşitlendirmekle kalmayıp, yaygınlaştırmış, daha da fazla yararlanmaya çalışmıştır. Daha güçlü makineler daha fazla insana ulaşmıştır. Elektrik enerjisi sanayide, evlerde, ulaşımda, iletişimde kullanımı süratli bir şekilde artmıştır.

20. yüzyıl, insanoğlunun enerji kaynaklarını kullanmada, enerjiyi üretmede ve sınırsızca harcamada, dorukları yaşadığı bir yüzyıldır. Bunun sonucu olarak, enerjiye olan gereksinim artmış, hammadde tüketimi giderek artmış daha fazla kömür, daha fazla petrol üretimi artmıştır.

Önceleri Watt makineleriyle başlayan, daha az kömür kullanarak aynı işi yaptırma süreci, sonrasında ise “Acaba daha az kömürle ya da hiç kömür kullanmadan çalışabilen makineler yapılamaz mı?” düşüncesi bilim insanlarıca sürekli sorulmuş ve yeni yeni kaynaklara ve buluşlara yön vermiştir. Bilim insanlarını yeni çalışmalara ve enerjiye olan gereksinimi karşılayacak yeni kaynak arayışlarına yönlendirmiştir.

Dünya nüfusunun artışı, sanayileşme ve insanoğlunun rahat yaşama isteğine yönelik endüstrinin baş döndürücü gelişmesi, enerjiye olan talebi karşılayamaz duruma gelmiştir. Günümüzde hem gelişmiş hem de gelişmekte olan ülkelerin en önemli gereksinimi enerjidir. Tam bir ölçüt olmasa dahi bir ülkenin enerji tüketimi ve ürettiği enerjiyi hangi alanlarda kullandığı, bize gelişmişlik düzeyi hakkında da bir fikir verebilmektedir. Tüm ülkelerin gereksinimi olan bol, ucuz ve temiz enerji kaynakları olmaktadır. Dünyanın mevcut kullandığı enerji kaynakları Şekil 1.2’de verilmektedir. Tüketilen enerjinin büyük kısmının fosil yakıtlardan elde edildiği görülmektedir. Fosil yakıtlara dayalı tüketim çözümü zor sorunları beraberinde getirmektedir. Yüzde 81 oranında fosil yakıtların enerji üretiminde kullanılması sırasında açığa çıkan SO₂, CO₂, NO₂ gibi sera gazlarının belirli sınır değerleri artışı nedeniyle hava kirliliği ve çevre kirliliği oluşturmaktadır.



Şekil 1.2. Dünyanın Kullandığı Mevcut Enerji Kaynakları (International Energy Agency, 2010.)

Artan enerji ihtiyacının karşılanabilmesi için mevcut kaynakların, insan ve diğer canlıların yaşamını tehdit etmemesi gerekliliği vardır. Bu enerji kaynaklarına bir alternatif oluşturabilecek yeni bir enerji kaynağı, yaşadığımız son çağa şekil veren teknolojik gelişme, “çekirdek enerjisi” yani atom çekirdeklerinin parçalanması ile ortaya çıkan enerjidir. İnsanlığın artan enerji ihtiyacını karşılamaya yönelik, günümüzün en gözde sayılabilecek enerji türlerinden biri olarak tarihteki rolünü çok dikkat çekici bir biçimde almıştır. Günümüz şartlarında bilinmektedir ki, insanların gerek refah düzeyini yükseltmekte, gerek felaketini hazırlamakta nükleer enerji, her geçen gün daha çok yer almaktadır. Aslında, çekirdeğin parçalanma sürecini bir buhar makinasıyla karşılaştırmak çok ta doğru bir tutum değildir. Çünkü çekirdek

parçalanması ile ortaya çıkan devasa kontrolsüz enerjinin yanında çok çeşitli radyoaktif ışınım süreci de gerçekleşmektedir.

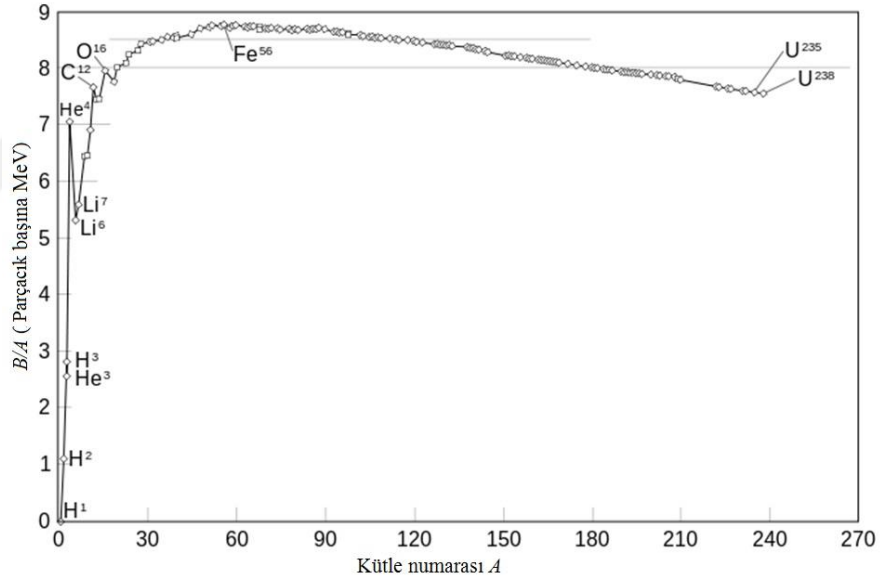
20. yy başlarında atom çekirdeğinin varlığı ve pozitif bir çekirdeğinin varlığı bilinmekteydi. Ama varlığına ait somut uygulama Ernest Rutherford'un 1919'da alfa parçacıkları yardımıyla azot çekirdeğinden bu parçacıkları sökmeye çalışması ile olmuştur. Rutherford, Marsden ve Geiger' in benzer kuramsal ve deneysel çalışmaları çekirdek fiziği olarak bir dalını şekillendirmiştir. 1932'de Rutherford'un öğrencisi olan James Chadwick proton ile aynı kütleye sahip fakat elektriksel olarak yüksüz olan çekirdek içerisindeki diğer bir temel parçacık olan nötronu, berilyum metalini alfa parçacıklarına maruz bırakarak keşfetmiştir. Sonrasında ise nötron sayısının farklılığından kaynaklı olan izotopların keşfi süreci ile devam etmiştir. Yine 1932'de keşfedilen ve "ağır hidrojen" olarak bilinen döteryum izotopunun nükleer santrallerde kullanımı yaygındır. Daha sonra ise nükleer reaktörlerin geliştirilmesi ile yapay radyoaktif izotopların kitleler halinde geliştirilmesi süreci izlemiştir.

Doğadaki bütün atomlar kütlelerin yoğunlaştığı bir çekirdek ve etrafındaki elektron bulutundan ve parçacıklarının boyutlarına oranla çekirdek ile elektronlar arası devasa bir boşluktan oluşmaktadır. Atom çekirdeklerini birbirinden ayıran çekirdeğin artı yükünü oluşturan fark proton sayısıdır. Nötronlar yüksüzdür. Çekirdek ile elektron bulutu arasındaki etkileşimde etkisizdirler. Proton ve nötronlar nükleon olarak isimlendirilmektedir. Proton pozitif yüklü nükleon, nötron elektriksel yük bakımından nötral-yüksüz nükleondur. Nükleonlar atom hacminin milyarda birini doldurmaktadır. Atom çekirdeğinin yoğunluğu 10^{14} g/cm^3 'tür. Atom çekirdeği bir bütün halinde nükleonlarını barındırmakta iken nükleonlarını birbirinden ayırmak için verilmesi gereken enerji çekirdek bağlanma enerjisi olarak adlandırılmaktadır. Bu bağlanma enerjisi toplam nükleon sayısına bölüldüğünde ise nükleon başına çekirdek bağlanma enerjisi elde edilmektedir. Nükleon başına düşen çekirdek bağlanma enerjisi ne kadar büyük olursa çekirdeği parçalamanın da o kadar zor olacağı anlaşılmaktadır. Bu durum da çekirdeğin daha kararlı olduğunu ifade etmektedir. Z proton sayısı, N nötron sayısı ($A-Z =$ nötron sayısı) ve atomun ait olduğu çekirdek (${}^A_Z X$) şeklinde ve m_p proton kütlesi, m_n nötron kütlesi, m_e elektronun kütlesi ile c ışınım sürati olarak gösterilerek, bir çekirdeğin bağlanma enerjisi B ,

$$B = \{Zm_p + Nm_n - [m(^A X) - Zm_e]\}c^2 \quad (1.1)$$

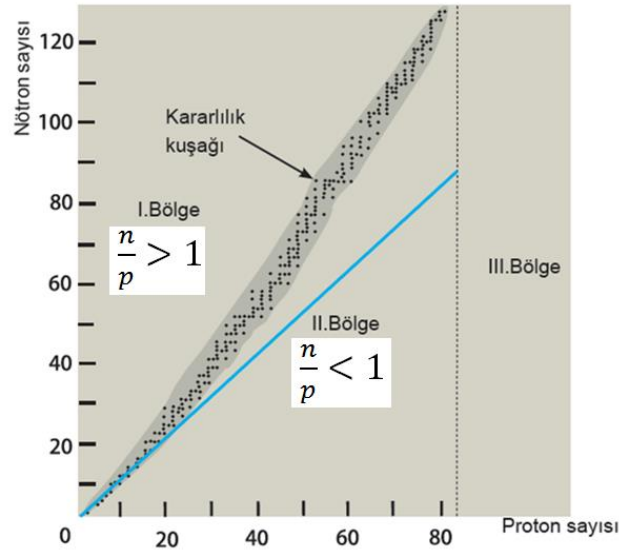
ile yazılmaktadır. Denklem (1.1) ile verilen bağı bir çekirdeğin toplam enerjisini veren ifade, bağı bir çekirdeğin toplam enerjisinin kendisini oluşturan nükleonların toplam enerjisinden daha küçük olduğunu göstermektedir. Mevcut kütlelerin ne kadarının enerjiye dönüştüğünü gösteren bir denklem olup, ($E = mc^2$) ile Einstein kütle-enerji denkliği olarak ifade edilmektedir.

Nükleon başına bağlanma enerjisi Şekil 1.3'de gösterilmektedir. Kararsız halden daha kararlı hale geçmeye çalışan çekirdekler böylelikle nükleon başına bağlanma enerjilerini arttırmaktadırlar. Bunu sağlamak için de kütle numaraları azaltmaya yönelik bölünme reaksiyonları (filyon) yapabilmektedirler.



Şekil 1.3. Nükleon Başına Bağlanma Enerjisi

Peryodik cetvele bakıldığında her protona karşılık her zaman bir nötronun yeterli gelmediği, özellikle çekirdek büyüdükçe nötron sayısının proton sayısından fazla artış gösterdiği farkedilmektedir (Şekil 1.3). Çekirdeklerin nötron sayısı/proton sayısı (n/p) oranı çekirdek kararlılıklarını göstermektedir. n/p oranının 1'den büyük olduğu durumlar için kararlık kuşağından ayrıldığı görülmektedir.



Şekil 1.4. Nükleer Kararlılığın n/p Oranına Göre Değişimi

Atom numarası 1-20 arasındaki atomların çekirdeklerinde proton sayısı = nötron sayısıdır. Atom numarası 20-83 arasındaki çekirdeklerde nötron sayısı proton sayısından fazladır. Atom numarası 83'ten büyük olan elementlerin çekirdekleri kararsız olup radyoaktiftir. Atom numarası ve nötron sayısı çift olan atomların, atom numarası ve nötron sayısı tek olan atomlara göre, daha çok sayıda kararlı izotopu vardır. En kararlı çekirdekler, hem nötron hem de proton sayıları çift olanlardır: 0-8-20-28-50-82 proton veya nötron sayısına sahip çekirdekler özellikle kararlıdır. Toplam çekirdek nüfusu içerisinde protonlar, artı elektrik yükü taşımalarından dolayı çekirdek içerisinde birkaç fm'lik yer kaplasalar da birbirlerini kuvvetli Coulomb etkileşmesi ile ittiklerinden dolayı, çekirdeği bir arada tutan nükleer kuvvetlere galip gelerek çekirdek kararlılığını bozmaktadır. Atom numarası 84 ve daha yukarı olan elementler proton sayılarının fazlalığından dolayı çekirdeğini uzun bir sürede bir arada tutamamaktadır. $Z > 84$ ve $A > 210$ için elementlerin hemen hepsi kararsızdır.

1896'da Antonie Henri Becquerel ile başlatılan süreç, fizikçiler tarafından 1932'de doğal radyoaktifliğin, 1934'te yapay radyoaktifliğin keşfi ile yeni yüzyılın ikinci yarısında nükleer enerji, önemli bir güç unsuru durumuna gelmiştir. Kararsız elementlerin kararlı hale gelme süreci, -hiçbir dış etki olmadan sahip oldukları enerjilerini dışarı salmaları- bilim tarihinde önemli bir keşifti. Sonrasında ise kararlı ya da kararsız elementlerin alfa, nötron, proton gibi tanecikler ile bombardımanı yeni

radioaktif elementleri oluşturmaktaydı.1934'te I. Curie ve F. Joliot'un deneysel çalışmaları yapay radyoaktiflik sürecini hızlandırmış, yeni keşfedilen elementler ile 400'den radyoaktifizotop yapay olarak elde edilmiştir. Yavaş nötronların mermi olarak kullanması yöntemi ile Uranyum ötesi yapay elementler elde etme sürecinde rastlantısal bir olay olarak atom çekirdeğini bölmüşlerdir. 1939 yılında Alman Otto Hahn ve arkadaşı Fritz Strassmann, uranyum-238 çekirdeğini yavaşlatılmış nötronlarla bombardıman ederek ilk fisyonu gerçekleştirmişlerdir (Murray ve Holbert, 2021).

Uranyum çekirdeği doğadaki en ağır ve kararsız çekirdek olup,uranyum bölgesinde ağır bir çekirdeğin bağlanma enerjisi, nükleon başına ~7,6 MeV dir. Bu kararlı yapının gerek doğal ya da yapay yollarla bozularak, daha küçük kararsız çekirdeklere ayrılması fisyon tepkimesi olarak adlandırılmaktadır. Uranyumun fisyonu neticesinde, bölündüğünde nükleon başına bağlanma enerjisi yaklaşık 8,5 MeV olmakta ve bölünme başına 200 MeV'lik bir enerji açığa çıkmaktadır. Böylelikle daha kararlı bir yapıya giderken, enerji açığa çıkmaktadır.

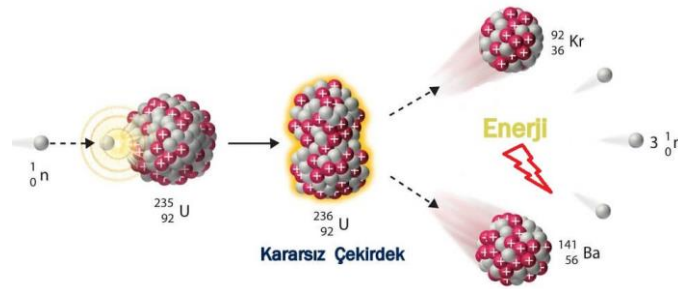
Tepkimelerin gerçekleşebilmesi için bir ilk enerjiye (aktifleşme enerjisi) ihtiyaç olmakta ve ürün olarak kararsız bölünmüş çekirdekler ve enerji ile birlikte tepkime başına ~2-3 serbest nötron açığa çıkmaktadır. Bu serbest nötronlar ortamdaki uzaklaştırılmadığında yeni bölünmelere sebep olacak tepkimeler için önemli rol oynamaktadır. Zincirleme fisyon tepkimeleri bu nötronlar sayesinde sürdürülebilmektedir. Ortamdaki nötronların her biri ortamdaki mevcut başka bir uranyum çekirdeğiyle tepkimeye girmekte ve böyle tepkimeler silsilesi zincirleme olarak devam etmektedir. Bu zincirleme tepkimeler kontrolsüz olarak gerçekleştirildiğinde, yanlış bir ifadeyle “atom bombası” yapılmış olur ve açığa çıkan enerji büyük bir patlama oluşturur. Örneğin uranyum bölünmesiyle ifade edilebilecek bir tepkime,



şeklinindedir. Örneğin, ${}_{92}^{235}\text{U}$ nötron bombardımanına tutularak, uranyumun nötron kaybetmesi sağlanmaktadır. Mevcut nötronlarından birini bile kaybetse kararsız bir

hâl alır ve bu tepkime zincirleme reaksiyona girerek madde kendini parçalar. Ardından $^{141}_{56}\text{Ba}$ ve $^{92}_{36}\text{Kr}$ 'e dönüşür. Bununla birlikte üç nötron salar ve yüksek miktarda gama ışınları çıkar. Bu yaklaşık 25 bin ton kömürün enerjisine eşittir. Tepkimelerle ayrıca açığa çıkan alfa ve gama ışınları da bilimsel deneylerde kullanılır. Böyle bir fisyon tepkimesinin insanoğlunun yararına kullanılabilen şekilde olması için fisyon tepkimeleri kontrollü gerçekleştirilmektedir.

1940'a kadar, protaktinyum, toryum ve uranyum, radyoaktif çekirdeklerinin bölünmesi neticesinde ortaya çıkan ürün çekirdeklerin atom sayısı 34 ve 57 olan radyoaktif çekirdekler olduğu biliniyordu. Çekirdek bölünmelerinin (fisyon) açığa çıkardığı enerjinin büyüklüğü insanoğlunu cezbetmiş öncelikle bunu kullanarak üstünlük sağlamak için silaha dönüştürme yoluna iteklemiştir. 1941'te nükleer silah yapabilmek için tonlarca Uranyuma gereksinim olmadığı, zengin Uranyum içeriği ile 2-100 kg uranyum-235 ile bir bomba yapılabileceğine inanılıyordu. 1 kg U-235 izotopunun fisyonu neticesinde açığa çıkan enerjiye eşdeğer bir enerji eldesi için yaklaşık 22 milyar kJ \approx 1,3 milyon kg kömür yakılması gerekmektedir. Her fisyon neticesinde ortaya nötronlar çıkmakta ve ortamdaki diğer fisyon yapabilen atom çekirdeklerinin bunları yutması ve bu olayların ardışık olarak tekrarı zincirleme bir tepkime biçimi ortaya koymaktaydı. Fakat zincirleme tepkimeler neticesinde kontrolsüz bir enerji ortaya çıkmakta ve bu nükleer enerjiyi kontrol etmek güç bir olmaktadır. Şekil 1.5'te kabaca, uranyum zincir tepkimesi görülmektedir.



Şekil 1.5. Uranyum Zincir Tepkimesi Şeması

Nükleer reaktör, çekirdek bölünmesi sonucu açığa çıkan enerjinin, ısı enerjisine dönüştürülerek elektrik enerjisine dönüştürülen düzeneklerdir. Şekil 1.5 (zincir reaksiyonu) de zincir tepkimenin gelişme şekli görülmektedir. Soldan gelen bir

nötron, bir uranyum-235 çekirdeğine girerek onu kısa bir süre içerisinde dengesiz (kararsız) bir çekirdek olan uranyum-236 durumuna getirmektedir. Bu uranyum çekirdeğinin parçalanmasından fisyon ürünü çekirdekler ile 2-3 serbest nötron açığa çıkmaktadır. Fırlayan hızlı nötronların yerine, sınırlandırılmış, frenlenmiş ya da yavaşlatılmış nötronların herhangi bir uranyum-235 çekirdeği ile tepkime gerçekleştirmesi daha olası olduğundan, tepkimelerde ana kararsız çekirdeklerden fırlayan nötronlar yavaşlatıcı düzenekler ile yavaşlatılarak tepkime gerçekleştirmeye yatkın hale getirilirler. Bu şekilde yavaşlatmayı mümkün kılan düzenekler reaktör moderatörü (yavaşlatıcı) olarak adlandırılmaktadır. Nükleer reaktör teknolojisinde yavaşlatıcılar olarak genellikle su ya da grafit kullanılmaktadır.

Nükleer reaktörlerin yakıt kaynağı uranyum çekirdekleridir ve hafifçe zenginleştirilmiş (ortalama % 3 uranyum-235) UO_2 (uranyum pası)'den yapılan 1 cm çap ve yüksekliğindeki yakıt lokmaları üst üste 3,5-4 m uzunluğundaki ince bir metal zarf içerisine yerleştirilerek ve belirli bir geometrik düzende belirli miktarlarda bir araya getirilerek kullanılmaktadır.

Fisyon tepkimeleri neticesinde ortaya çıkan enerji bu yakıt çubuklarını ısıtmaktadır. Yakıt çubuklarının su ve ya ağır su soğutucuları ile soğutulması ile yüksek basınç ve sıcaklıkta buhar elde edilmektedir. Buharın bir türbin ile genişletilmesi ile tıpkı benzer fosil yakıtlı santrallerde olduğu gibi, ısıdan elde edilen enerji önce mekanik enerjiye, türbinin çevirdiği jeneratör ile de, mekanik enerji elektrik enerjisine dönüştürülerek enerji dönüşümü sağlanarak çalıştırılmaktadır.

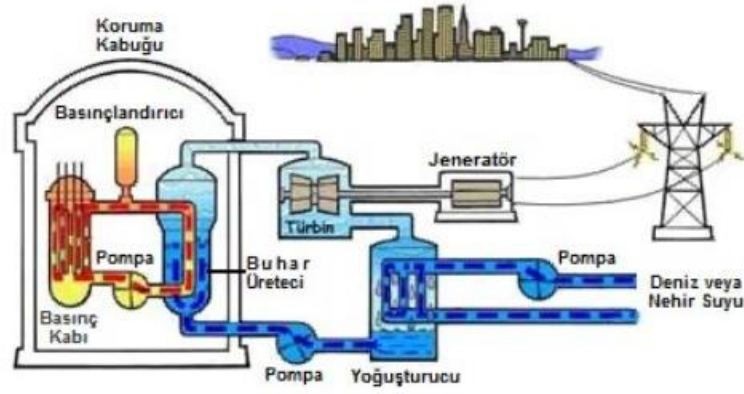
Manhattan Projesi'nde bu hedefle çalışan Amerikalı bilim insanları 1942 yılında, elde edilen enerjiyi kontrol etmeyi başarmışlar ve Chicago Üniversitesinde pile (yığın) adı verilen CP1 (Chicago Pile 1) ilk nükleer reaktörün yapımını gerçekleştirmişlerdir. Bu ilk reaktör, Chicago Üniversitesinin bahçesinde, bir futbol sahasının altında tasarlanarak ilk kritik kütle oluşturulmuştur. Bu ilk reaktör beklenildiği üzere bomba gibi patlamamıştır. Grafit yavaşlatıcılı, doğal UO_2 yakıtlı, soğutmasız ve zırhsız olup, 0,5 W gücünde çalıştırılmış ve 12 Aralık 1942' de 200 W güce çıkarıldıktan sonra durdurulmuş ve sökülüştür (Aybers ve Bayülken, 1990).

Enerji üretiminde kullanılan reaktörlerin tamamı, çekirdek bölünmesi neticesi açığa çıkan enerjinin kullanıldığı fisyon reaktörleridir. İstenen güce dayalı olarak tasarlanan bir fisyon reaktöründe, zincir tepkimenin oluşmasına elverişli kritik kütle kontrol altında tutularak çalışması planlanmıştır. Reaktörün kritik durumda çalıştırılabilmesi için aşağıda sıralanan durumların dengeli olması gerekmektedir:

- Tek nötron ile başlayıp birden fazla nötronun açığa çıktığı zincir bölünme tepkimesi,
- Fisyon nötronlarının yakıt uranyum çekirdekleri tarafından tutulması,
- Nötronların yakıt dışındaki ortam tarafından yutulması,
- Reaktör kabından kaçan nötronlar (sızıntı nötronları).

Yukarıda sayılan durumların dengede olması reaktör kritikliği için oldukça önemlidir ve reaktörün güvenli çalıştırılması bunların uyumuna bağlı olmaktadır. Tasarım ve kullanım amacına yönelik olarak bütün reaktörlerin çalışma ilkesi benzerlikler taşımakla birlikte farklılıklar da içermektedir. Reaktörleri oluşturan parçalar: Fisyon yapabilen malzeme (yakıt), nötronların yavaşlatılması için kullanılan yavaşlatıcı malzeme (Hızlı nötronların kullanıldığı reaktörlerde bulunmamaktadır.); nötron kaçaklarının azaltılması için yansıtıcı (reflektör); radyoaktif malzemeyi dış ortamdan ayıran ve sağlam inşa edilen bir reaktör kabı; çalışan personelin ve doğal çevrenin korunması için biyolojik kalkan oluşturulması (zırhlama); soğutucu ve kontrol sistemi ile acil durumlar için acil önlem sistemlerinin hazırlanması olmaktadır.

Nükleer enerjinin kullanılmaya başlanılmasından günümüze geçen yaklaşık yetmiş yıllık zaman içerisinde birçok farklı nükleer reaktör tipi tasarlanmış, üretilmiş ve çalıştırılmıştır. PWR olarak bilinen basınçlı su reaktörleri (pressurized water reactor) ile basınçlı ağır sulu (CANDU) ve basınçlı boru reaktörleri; kaynar sulu reaktörler ve kızdırılmış buharlı reaktörler; gaz ile soğutulan nükleer reaktörler; yüksek sıcaklık dereceli reaktörler; sodyumlu reaktörler; üretken ve hızlı üretken reaktörler başlıcalarıdır.



Şekil 1.6. Basınçlı Su Reaktörü

Şekil 1.6'da basınçlı su reaktörünün temsili resmi görülmektedir. Basınçlı su reaktörü diğer reaktörlere nazaran en basit termik reaktör kabul edilmektedir. Uranyum resmin sol tarafında görüldüğü gibi metalik yakıt çubukları haline getirilerek reaktör gövdesinde bulunan ve moderatör görevini yapan suya daldırılmaktadır. Bu tip reaktörde su hem yavaşlatıcı ortam hem de soğutucu olarak kullanılmaktadır. Normal su (H_2O) ya da ağır su (D_2O) kullanılmaktadır. Filyon reaktörün içinde gerçekleşmektedir. Uranyum çekirdeğinden serbest kalan nötronlar suda rastgele dağılmakta ve suyun oksijen ile hidrojen atomları ile çarpışmalar yaparak yavaşlatılmaktadır. Bu durumdan itibaren yavaş nötronlar olarak uranyum çekirdekleri ile etkileşime girerek zincirleme tepkimeler sürdürülmesi olasılık halindedir. Bu arada ısı enerjisi uranyum çubuklarından yavaşlatıcı olarak kullanılan basınçlı suya geçmektedir. Birincil devre olarak zorunlu şekilde bir ısı değiştiricisinden geçirilen basınçlı sıcak su, ısı enerjisini normal olarak çalışan bir ikincil devreye iletmektedir. Birincil devredeki basınç her hangi bir buharlaşmaya olayını engelleyecek kadar yüksek tutulmaktadır. Belirli bir basınç ve sıcaklığa göre ayarlanmış ikincil devrede buhar olarak üretilen enerji ile jeneratörler çalıştırılarak elektrik enerjisi üretilmektedir. Reaktör sistemini oluşturan birincil devrede radyoaktif bulaşıklık olmaktadır. Yakıt çubukları, kontrol çubukları, yavaşlatıcı, yansıtıcı yüzey ve ısılı zırh reaktör kalbinde bulunur. İkincil devrede böyle bir sakınca olmamaktadır. Faz dönüşümü için çevredeki deniz, göl gibi su kaynaklarını soğutucu olarak kullanılmaktadır.

Fisyon tepkimesi neticesinde açığa çıkan nötron sayısının (n_2), fisyonu neden olan nötron sayısına (n_1) oranı, üretme katsayısı (k) olarak adlandırılmaktadır ve $k = \frac{n_2}{n_1}$ ile ifade edilmektedir.

$n_2 = n_1$ ya da $k = 1$ şeklinde olduğunda reaktör kritik durumda olmaktadır. Reaktörün güvenli çalıştırılması, reaktörün kritik olarak çalıştırılması ile mümkündür. Reaktörün kritik çalıştırılması zincirleme fisyon tepkimelerinin belirli bir oran içerisinde sürdürülmesini ifade etmektedir. $k > 1$, durumu kritik üstü ve $k < 1$ durumu da kritik altı olarak adlandırılmaktadır. Yakıt çubukları, kontrol çubukları, yavaşlatıcı, yansıtıcı yüzey ve ısıl zırh reaktör kalbinde bulunmaktadır. Reaktör kalbi içerisinde kontrollü fisyonun birdenbire kritik üstü ya da kritik altı duruma geçerek kesilmemesi içerisinde ayar çubukları da kullanılmaktadır. Moderatör çevresine daldırılan ve nötron yutucu zirkonyum malzemesinden yapılan ayar çubukları ile reaktör kritikliği kontrol altında tutulabilmektedir. Fisyon ürünleri de radyoaktiftir. Bu nedenle reaktör kalın beton duvarlarla zırhlandırılmaktadır.

1944 yılından itibaren Rusya, ABD, Fransa, İngiltere gibi bazı ülkelerde izotop üretimi ve araştırma amaçlı reaktörlerin sayısı artmıştır. ABD’de 28 MW gücünde, grafik yavaşlatıcılı ve hava soğutmalı Brookhaven Reaktörü ile İngiltere’de 6 MW gücünde aynı tipteki BEPO Reaktörü ilk araştırma reaktörleridir. Plütonyum üretmek maksadı ile yapılmış reaktörlere “üretim reaktörü” adı verilmiştir. Dünyada Plütonyum üreten ilk reaktör ABD’de 1943’de işletilmiş olan Oak Ridge X reaktörüdür.

1954’te Rusya’nın Obninsk şehrinde 5 MW gücünde bir reaktör elektrik enerjisi enerji üretimine başlamıştır. Bu reaktör % 5 zenginleştirilmiş Uranyum yakıtlı, basınçlı su soğutmalı ve grafit yavaşlatıcılıdır.

1957’de basınçlı su tipi, zengin uranyum yakıtlı 68 MW gücünde reaktör olan Shippingport reaktörü Pensilvanya (ABD) çalıştırılan ilk ticari reaktördür.

1961'de zenginleştirilmiş uranyumlu ve basınçlı su reaktörü tipinde 175 MW gücündeki olan Yankee nükleer santrali Massachusetts (ABD)'de inşa edilmiş, bugün kullanılan türlerin ilk örneğidir.

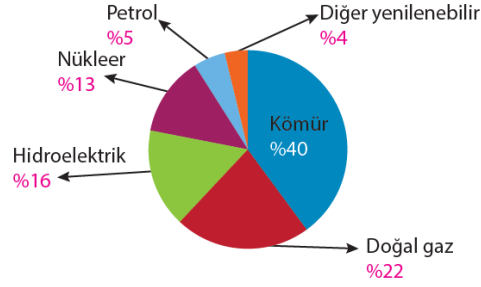
1956'da zenginleştirilmiş uranyum ve buharlaştırmalı, 320 MW ton ve 5 MW elektrik gücünde H₂O içeren kaynar sulu reaktör, Argonne N.L. (ABD)'de açılmıştır (<http://nukleer.web.tr>).

Halen aktif, fisyonu dayalı 430'dan fazla fisyonu dayalı reaktör faaliyette bulunmaktadır. Bunların yarıya yakını basınçlı su reaktörüdür. Ancak mevcut reaktörlerin sınıflandırılması çok çeşitli özelliklerine göre olmaktadır:

- Nötron enerjisine göre, termal ve hızlı üretken reaktörler,
- Yakıt elemanına göre, doğal uranyum reaktörleri ve zengin uranyum reaktörleri,
- Yavaşlatıcı cinsine göre, grafit yavaşlatıcılı ve H₂O yavaşlatıcılı,
- Soğutucu cinsine göre, gaz soğutmalı (hava, CO₂, He), sıvı soğutmalı (H₂O, D₂O),
- Soğutma şekline göre, basınçlı akışkan dolaşımı ile (gaz, H₂O, D₂O), reaktör içerisinde buharlaşma ile (H₂O, D₂O),
- Yapı bakımından, homojen reaktörler ve heterojen reaktörler,

Kullanma amaçlarına göre, araştırma reaktörleri, deneme reaktörleri, üretim reaktörleri, güç reaktörleri, iki amaçlı reaktörler, taşıt reaktörleri olarak sınıflandırılmaktadır. Bu sayılan reaktör çeşitliliği içerisinde, termal reaktörlerin geliştirilmesinde askeri amaçların rolü büyük olmuştur. 1942'nin Ağustos ayında Manhattan projesi olarak bilinen ve gizli yürütülen bir proje olarak atom bombasını yapma yarışı üzerinde çalışmaya Amerikalılar başlamışlardır. CP-1 ile ilk kritik kütle oluşturulması ile Pu üreten bir reaktör geliştirme planlanmıştır. Ardından Hanford, Pu üretim reaktörleri ile İngiltere'deki Sellafield reaktörleri ve Fransa'daki G-1 reaktörü ilk Pu üretim reaktörleri olarak inşa edilmişlerdir. 1960'da Fransa'da elektrik üretme için de kullanılan 150 MW gücündeki G-2 reaktörü iki amaçlı reaktörlere ilk örnek olmuştur.

Şekil 1.7’de dünyanın elektrik üretiminde kullandığı kaynaklara yönelik yüzdeler görülmektedir. Elektrik üretiminde hala fosil yakıtların büyük oranda kullanıldığı ve hidroelektrik santrallerinin elektrik üretiminde önemli bir paya sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 1.7. Dünya’da Elektrik Üretimi (International Energy Agency, 2010)

Elektrik enerjisinin insan yaşamının birçok alanında vazgeçilmezliği onun tartışmasız olarak enerji kullanımında tartışmasız bir öncelik hakkına sahip bir konuma getirmiştir. Dünyada yenilenebilir ve yenilenemez enerji kaynakları ile elektrik üretimi yıllık 21431 TWh, Türkiye’de ise 240 TWh’tir. Şekil 1.7’de 2009 verilerine ait elektrik tüketimi görülmektedir.

Çizelge 1.1. Kişi Başına Yıllık Elektrik Enerjisi Tüketimi

Ülkeler	Kişi Başına Tüketim (kWh)
Dünya Ortalaması	2500
Gelişmiş Ülkeler Ortalaması	8900
ABD	12322
Türkiye	2791

Dünya elektrik ihtiyacının 2010 ile 2035 yılları arasında yıllık ortalama %2,2 oranında, toplamda ise %70 artacağı öne sürülmektedir. 2023 yılında tahmini enerji ihtiyacımızın 500 milyar kWh olacağı öngörülmektedir. Buna göre enerji üretim tesislerimizin üretim kapasitesinin yıllık 4000-5000 MW arttırılarak enerji gereksinimlerimizin karşılanması gerekmektedir.

2016 BP Dünya Enerji İstatistikleri Raporu’na göre, küresel olarak enerji ihtiyacının yavaş olarak arttığı ve kömürün yakıt olarak kullanımından uzaklaşıldığı gözlenmiştir

ve petrol, küresel enerji tüketiminin %32,9'u ile dünyanın en büyük kullanılan yakıtı olarak yerini korumuştur. Nükleer enerji küresel enerji tüketiminin % 4,4'ünü oluşturmuştur. 2016 yılında 31 ülkede toplam 444 faal reaktör bulunmaktadır. 64 santralin inşası devam etmekte ve 2023 yılına kadar bitirilmesi planlanmış 164 nükleer reaktör tasarlanmıştır. 99 santralle ABD, ardından Fransa 58, Rusya 35 ve Güney Kore'nin 25 reaktörü faal olup, dünyanın önde gelen nükleer yakıttan elektrik üreticileridir.

Fransa nükleer enerji ajansı tarafından (NEA), 2007'de yalnızca 370 GW olan dünyada kurulu nükleer enerji kapasitesinin 2050'ye kadar 580 GW' a yükseleceği tahmin edilmektedir. Tüm dünyada olduğu gibi ülkemizin de artan enerji gereksinimlerinin karşılanabilmesi için yeni enerji kaynaklarının kullanıma geçirilmesi gerekmektedir. Talep artışına zamanında ve güvenli olarak karşılık verebilecek, alternatif bir enerji kaynağı olarak nükleer enerjiden yararlanmak tüm gelişmiş ülkelerde olduğu gibi ülkemiz için de bir seçenek olarak durmaktadır. Dünyadaki aktif nükleer santral sayısı gereksinimden dolayı hızla artmaktadır. Japonya 2011'de meydana gelen Fukuşima kazasından hemen sonra kapattığı 48 santrali art arda yeniden işleme açmaktadır.

Dünya elektrik üretiminde kömüre dayalı santrallerin payı % 44' tür. Uluslararası Enerji Ajansı (IEA) verilerine dayalı olarak, faal 7000 kadar fosil yakıtı dayalı elektrik santrali bulunmakla beraber yılda 10 ton CO₂ atmosfere salınmaktadır. Kömür santralleri çevresindeki hava kirliliği dikkat çekmektedir. Baca gazlarıyla çevreye yayılan ağır metallerin yanında, solunan havayla birlikte ağır radyoaktif maddeler de canlı yaşamını tehdit etmektedir. Taşkömürü ve linyit kömürleri yakıtlarından yanma ile birlikte bileşimindeki uranyum 238 ve toryum 232'den türeyen, radyum 226, polonyum 210 ve kurşun 210 ve potasyum 240 radyoaktif maddeler yayılmaktadır. Bu radyoaktif maddeler nükleer santrallerden yayılmamaktadır. Bir nükleer santralin çevresinde yaşayan insanların, santralin normal zamanında alacağı radyasyon dozu 0,05 mSv/Yıl iken, diğer radyasyon kaynaklarından alacağı toplam doz miktarı sınır değeri olan 2,7 mSv/Yıl (sadece tıbbi tetkiklerde yüklediği 2,7 mSv/yıl) yıllık sınır değerinin oldukça altında kalmaktadır. Bu da herhangi bir anormal durumu teşkil etmemektedir.

Enerji ihtiyacının çeşitlenip arttığı günümüzde, nükleer enerji açığı azaltmaya yönelik alternatif bir yöntem olarak bulunmaktadır. Fosil yakıtların dünya üzerindeki mevcudu bilinmektedir ve birim fiyatları artış göstermektedir. Yenilenebilir enerji kaynaklarında kullanımı ve çeşitliliğindeki artış hızlıdır. Ancak artan talebi tümüyle karşılayamayacak durumdadır. Bu durumlar da nükleer enerjinin, özellikle karbon salınımını dengelemeye yönelik başarısı nükleer enerjiyi gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler için cazip duruma getirmektedir.

Nükleer güç santrallerinde meydana gelen zincirleme fisyon tepkimeleri sonucunda açığa çıkan termal enerji, elektrik enerjisine dönüşmektedir. Fisyonun gerçekleştiği ortam olan reaktör kabı santral için en önemli nokta olarak görülmektedir ve reaktörün güvenli olarak kritik düzeyde çalıştırılabilmesi için kabındaki nötron sayısının kontrol altında tutulması oldukça önemli bir problem halini almakta ve büyük önem taşımaktadır. Ancak, bu ciddi problemin çözümü kolay değildir. Çünkü reaktör kabında mevcut olan serbest nötron sayısı, sürekli ve rastlantısal olarak değişmektedir. Gerçekleşen zincirleme fisyon, izotropik (yönden bağımsız) ve anizotropik (yöne bağımlı) saçılma ve yakalama gibi reaksiyonlar neticesinde değişik sayılar almaktadır. Dolayısıyla gözlenen bu sayılan durumlar, reaktör içerisinde var olan bileşenlerin önemi arttırmaktadır. Kusursuz olarak inşa edilmesi gereken reaktör için, her aşamasında ilerde karşılaşılabilecek sorunların çözümü için tasarım aşamasındaki ilk hesapların yapılmasını, kullanılabilirliğini ve kontrol edilebilirliğinin önemini oldukça ön plana çıkarmaktadır.

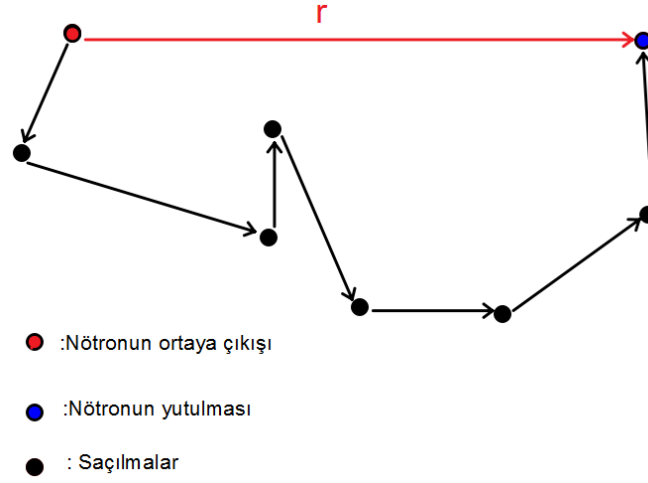
Reaktör yakıtı ve kalitesi, zincirleme fisyon neticesi açığa çıkaracağı nötronların sayısından dolayı önemlidir. Bu durum da reaktör boyutu ve devamında yakıtın ekonomik kullanımını ve zincirleme tepkimelerin kontrol edilebilirliğini önemli kılmaktadır. Dolayısıyla tasarım ve planlama aşamasında yapılacak işlemlerin kalitesi, kullanılabilirliği ve güvenliği oldukça önemlidir. Aktif bir reaktör kabında mevcut nötronlar yok olmamaktadır. Fisyon neticesinde radyoaktif uranyum çekirdeği tarafından her yutulan nötron ile bölünme tepkimeleri neticesinde açığa çıkan her nötron ve yavaşlatıcı madde tarafından esnek ve esnek olmayan çarpışmalar neticesinde mevcut bulunan her nötron aynı ortamda bulunmaktadır. Bu durum da nötron sayısını ve sayı değişiminin takibini çok önemli bir yere

taşımaktadır. Bu sebeple nötron transportunu (nötron sayısının her yeni jenerasyona taşınmasını anlatan denklemler) içeren nötron transport denklemleri geliştirilmiştir. Nükleer güç reaktörlerinin sürekli ve kontrollü bir şekilde güç üretimini sağlayacak olan nötron dağılımının korunmasını anlatan transport denkleminin çözümü, bu alanda en çok çalışılan konuların başında gelmektedir.

Reaktörün güvenli olarak çalışmasında bu kadar önemli olan nötron dağılımının belirlenmesi için nötronların reaktör içindeki etkileşimlerini ve dağılımlarını belirlemek amacıyla ilk hesaplamaları içeren nötron transport denklemi oluşturulmakta, belirlenecek çeşitli sınır şartları altında transport denklemlerin çözümü yapılmaktadır. Böyle bir denklem ile nötronların serbestçe ve rastgele hareketlerinin bulunduğu bir ortamda, nötron çekirdek etkileşimleri ile nötronların diğer nötronlarla olan etkileşimleri incelenerek, sonuçları istatistiki şekilde açıklanmaktadır.

Bu nedenle, transport denkleminin çözümü için polinom açılımına dayanan birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan en sık kullanılanı Legendre polinomları yaklaşımı olarak da bilinen P_N metodudur. Bu metodun birinci mertebesi olan P_1 yaklaşımı genellikle difüzyon yaklaşımı olarak bilinir ve hala reaktörün ilk hesaplamalarında sıklıkla kullanılan yani geçerliliği olan bir yaklaşımdır (Lamarsh ve Baratta, 2001). Ancak transport denkleminin çözümünde sadece Legendre polinomları değil, aynı polinom ailesinden olan Chebyshev polinomları da kullanılabilir (Arfken ve Weber, 1995).

Buna göre bu çalışmada, tek boyutlu dilim geometride ileri-geri anizotropik saçılmalı ortamda nötron transport denkleminin I. tip Chebyshev polinomları (T_1) uygulayarak difüzyon uzunluğu hesaplanması amaçlanmıştır. Bu tez çalışması için belirlenen ilk hedeflerden birisi, T_1 yönteminin difüzyon uzunluğu hesaplamalarına uygun olduğunu göstermektir. Difüzyon uzunluğu hesaplaması, reaktör ilk hesaplamaları açısından önemlidir. Reaktör korunda, örneğin fisyon tepkimesi sonucu doğan bir nötronun yutuluncaya kadar (absorbe) bir doğrultuda (\mathbf{r}) izlediği yolun yer değiştirmesidir (Şekil 1.8).



Şekil 1.8. Nötron Difüzyonu

Difüzyon uzunluğu hesaplamaları reaktör tasarımında önemli ilk hesaplamalardandır. Bununla beraber, aynı fiziksel büyüklüklerin P_1 metodu kullanılarak da hesaplanması amaçlanmıştır. Ayrıca, T_1 metodu kullanılarak elde edilecek sonuçlar ile sık kullanılan ve bu nedenle kabul gören bir yöntem olan P_1 metodu kullanılarak elde edilecek sonuçların karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Bu çalışmada kullanılan metodun geliştirilerek transport teorisinde ve bilimin diğer alanlarında bazı problemlerin çözümüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

1932 yılında Chadwick'in nötronu keşfinden sonra nötron reaksiyonları ile ilgili çalışmalar tüm dünyada hızlanmıştır. Bu parçacık nötr olduğu için nükleer reaksiyonlar esnasında atomun elektronları ve çekirdekdeki protonlardan kaynaklanan Coulomb engelinden etkilenmeden çekirdeğe girebilmekte ve çekirdekle etkileşim yapabilmektedir. Bu nedenle, nükleer yapı ile ilgili yapılan çalışmalarda, bilinmeyen yeni çekirdeklerin oluşturulması için nötronun uygun bir parçacık olduğu görüşü yayılmıştır. Daha sonraki yıllarda, yeni çekirdekler üretmek için nötronların kullanıldığı birçok deney yapılmıştır. Bu çalışmalar arasında en önemli olanlardan bir tanesi de ağır çekirdekler elde etmek için yapılan uranyum deneyleridir. 1930'da Bothe ve Becker, polonyumdan elde ettikleri parçacıklarla berilyumu bombardımana tutmuşlar ve γ ışınları olduğunu düşündükleri yeni parçacıklar ortaya çıktığını görmüşlerdir. Ancak daha sonra 1932 yılında Chadwick, adian nötron dediği bu parçacıkların nötr fakat kütlelerinin olduğunu bulmuştur (Lilley, 2018; Murray ve Holbert, 2021).

1930'lu yıllarda başta Enrico Fermi ve çalışma arkadaşları olmak üzere bilim insanları bu yeni keşfedilen parçacıklarla bir dizi deneyler yapılmıştır. 1936 yılında Breit ve Wigner yavaş yani termal nötronlarla bir takım deneyler yapmışlar ve bu süreçleri açıklamışlardır. Ancak bu zamana kadar fisyon süreci hala tam olarak tanımlanamamıştır. 1939 yılında fisyonu ilk olarak gözlemleyen ve tarif eden Alman Hahn ve Strassmann, uranyumu nötron bombardımanına tutmuşlar ve sonuçta baryum elementi gözlemlediklerini bildirmişlerdir. Daha sonra yine Alman Frisch ve Meitner bu bölünme olayının biyolojideki *fisyon* kelimesine karşılık geldiğini bildirmişlerdir. Son olarak İtalyan Fermi, bu süreçte çok fazla enerjiyle beraber yeni nötronların salınabileceğini ve böylece zincirleme bir reaksiyon sürdürülüp sürekli bir enerji kaynağı elde edilebileceğini bildirmiştir (Murray ve Holbert, 2021). Bundan sonraki birkaç yıl içerisinde ABD'de Fermi ve arkadaşları tarafından ilk reaktör kurulmuştur. 1950'lerden itibaren ise nükleer enerjinin sürekli bir enerji kaynağı olduğu ve dünya enerji ihtiyacının karşılanmasında çok önemli bir yere sahip olduğu gerçeğinden yola çıkarak termal nötronlarla fisyon yapan ve ticari olarak elektrik üretilen termal reaktörler inşa edilmeye başlanmıştır.

Günümüze gelindiğinde ise nükleer reaktörler ve nükleer enerji tüm dünyada hala önemini korumaya devam etmektedir.

Termal reaktörler, yavaş yani termal nötronların uranyum gibi fisil yani neredeyse sıfır kinetik enerjili ($\sim 0,025$ eV) nötronlarla bombardımanı sonucunda bölünmesi (fisyona uğraması) ile açığa çıkan fisyon ürünü çekirdeklerin kinetik enerjilerini reaktör içindeki soğutucuya (genellikle su, ağır su veya çeşitli gazlar) aktarması ve böylece ısınan suyun buhara dönüşerek türbine yönlendirilip türbinin ve ona bağlı olan jeneratörün dönmesi sonucunda elektrik enerjisinin üretildiği enerji üretim santralleridir. Bir kaynağın enerji üretimi için kullanılmasının iki gereksinimi vardır: bunlar sürekli yani sürdürülebilir ve kontrol altına alınabilir bir kaynak olması gerekmektedir. Bu iki gereksinimden herhangi birisi veya her ikisi birden sağlanmadığı zaman o kaynak enerji üretimi için kullanılmamaktadır. Dolayısıyla nükleer reaktörlerde fisyonun devamının sağlanması için sürekli bir nötron kaynağına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedendir ki, fisyon olayında nötrona başrol oyuncusu gözüyle bakılmaktadır.

Bir fisyonunda bölünme sonucunda fisyon ürünü iki çekirdeğin yanı sıra 2 veya 3 tane de (ortalama 2,5) yeni nötron açığa çıkmaktadır. Bu nötronlar yutulma sonucunda fisyonun sebep olup yok olan bir fisyon nötronundan sonra fisyon zincirinin devam etmesinden sorumludurlar. Ancak bu nötronların bir kısmı hiçbir reaksiyon yapmadan sistemden kaçabilmekte, bir kısmı ise fisil olmayan çekirdekler tarafından soğurulmaktadır. Bu nedenlerle, reaktör içinde fisyon zincirinin sürekliliğini sağlamak, başka bir deyişle nötron popülasyonunu istenilen seviyede tutabilmek oldukça zordur.

Nötronların reaktör içindeki dağılımının bilinmesi, fisyon zincirinin devamı dolayısıyla sürekli bir enerji üretiminin sağlanmasında birinci derecede öneme sahiptir. Bu aynı zamanda bir reaktörün tasarımı ve güvenli işletilmesi gibi konularda da önemlidir. Bir reaktördeki nötron sayısının zamanla azalması ve bu azalmanın durdurulamaması o reaktörün kapanmasına kadar gidebilmektedir; bu durumdaki bir reaktöre kritik altı reaktör denmektedir. Bunun aksi durumunda ise bir reaktördeki nötron sayısının zamanla istemsiz bir şekilde artması fisyonun ve dolayısıyla üretilen

enerjinin gereksiz bir şekilde artması anlamına gelmektedir. Bu durumdaki bir reaktöre süper kritik reaktör denmektedir ve eğer kontrol altına alnamazsa böyle bir reaktörde kalp denilen yakıt ünitesinin erimesi söz konusu olabilir. Bu durum, bütün olası reaktör kazaları içinde olabilecek en kötü kaza türüdür. Burada bahsedilen her iki durumun aksine bir reaktördeki nötron sayısının dolayısıyla fisyon sayısının sabit yani her zaman kontrol edilebilir bir düzeyde olması istenir. Böyle bir reaktöre ise kritik reaktör denir. Kritik bir reaktörde üretilen enerji sabit yani istenilen düzeyde seyrederek. Bir reaktörün her zaman istenilen çalışma rejiminde olması, güvenli bir şekilde çalıştırılması başka bir deyişle kritik durumda olması içindeki nötron popülasyonunun sabit olması ve nötron sayısının istenildiği zaman arttırıp azaltılabileceği anlamlarına gelmektedir.

Bir nükleer reaktör içindeki nötronların dağılımını, etkileşimlerini ve zamanla değişimini veren ifadeye *nötron transport denklemi* denilmektedir. Bu denklemin farklı problemler için çözümü nükleer reaktörlerin tasarımında hakkında güvenli ipuçları vermektedir.

İlk olarak 1872 yılında Boltzmann tarafından geliştirilen transport denklemi, gazların kinetik teorisini açıklamak ve analitik çözüm aramak için kullanılmıştır. Boltzmann transport denklemi de denilen bu denklem daha sonraki yıllarda sadece gazlar için değil enerji transferi, parçacık transportu, foton transportu gibi alanlarda incelenmiş, ancak denklemin içeriğindeki fazla değişkenler nedeniyle birçok problemin sadece nümerik çözümleri yapılabilmektedir. Denklem analitik olarak çözülememesinin nedenlerinden bir tanesi de integro-diferansiyel bir yapıya sahip olması; yani hem türev hem de integral terimleri içeren bir denklem olmasıdır. Dolayısıyla bugüne kadar yapılan çalışmaların hemen tamamında transport denkleminde bulunan nötron açılma akısı veya saçılma fonksiyonu için yaklaşık ifadeler kullanılmış ve böylece yarı-analitik veya nümerik çözümler yapılabilmektedir.

Transport denkleminin çözümünde yöntemler iki ana grupta toplanabilir: deterministik ve analitik yöntemler. Deterministik yöntemler Monte Carlo başta olmak üzere nötron reaksiyonlarının gerçekleşme olasılığına yani reaksiyon tesir kesitine dayanan yöntemlerdir. Hatta Monte Carlo yöntemi ilk olarak transport

denkleminin çözümü için geliştirilmiş, daha sonra bilimin bütün dallarında uygulanır hale gelmiştir. Bunun yanı sıra, en yaygın olarak kullanılan analitik yöntemlerden bir tanesi ortogonal polinomlar açılımı ile yapılan çözümlerdir. Bu çözüm yöntemlerinde açısız nötron akısı Legendre polinomları gibi tanım aralığı nötron saçılma açısı ile aynı olan polinomlar cinsinden seriye açılmaktadır. Daha sonra bu serinin ilk birkaç terimi alınarak yaklaşık çözümler bulunabilmektedir. Ne kadar çok terim alınırsa yani ne kadar yüksek mertebeden yaklaşımlar yapılırsa gerçek sisteme o kadar yakın sonuçlar bulunabilmektedir. Polinom açılımına dayanan yöntemlerden en yaygın kullanılan, birçok problemde en doğru sonuçların alındığı ve dolayısıyla doğru sonuçlara referans (benchmark) kabul edilebilen Legendre polinomları (P_N) yöntemidir. Bu yöntemin kullanıldığı ilk çalışmalardan birinde Davison (1958) kritik kalınlık ve kritik yarıçap problemlerini çözmüş ve sonuçları yayımlamıştır. Daha sonra bu yöntemin kullanıldığı birçok çalışma yapılmıştır (Case ve Zweifel, 1967; Yıldız, 1998; 2001; Sharma, 2000; Bell ve Glasstone, 1972; Lee ve Dias, 1984; Aranson, 1984; Pomraning, 1989).

Transport denklemindeki integral teriminden dolayı denklemin çözümünü başka bir uzayda daha kolay çözmek için Fourier ve Laplace gibi integral dönüşümü yöntemleri de denklemin ilk ortaya çıktığı yıllarda yaygın olarak kullanılmıştır. Daha sonraki birkaç yıl içerisinde Case, tek hızlı veya tek enerjili nötronlar için transport denklemini çözen yeni bir yöntem geliştirmiştir. Bu yöntemde, sonsuz veya yarı-sonsuz izotropik bir ortamda saçılan nötronlar düşünülmüş ve transport denklemi analitik olarak çözülmüştür. Her ne kadar basitleştirilmiş bir ortam ve tek hızlı nötronlar için de olsa transport denkleminin analitik olarak çözümünün yapıldığı ilk yöntem olması nedeniyle oldukça önemli bir yöntemdir. Çünkü gerçekte reaktör içinde nötronların dağılımı uzay, zaman, açı ve enerji olmak üzere çok fazla değişkene bağlıdır (Case ve Zweifel, 1967).

Nötron transport denkleminin çözümü için Case ve integral dönüşümleri yöntemlerine ilave olarak kesikli (diskret) ordinatlar, spektral Green fonksiyonları, Legendre polinomları (P_N), Chebyshev I. tip (T_N) ve Chebyshev II. tip (U_N) gibi yöntemler de geliştirilmiştir. Bu yöntemler sadece transport denkleminin çözümünde

değil, diğer bilim dallarındaki problemlerin çözümünde de kullanılabilirler (Davison, 1958; Bell ve Glasstone, 1972).

Bir problemin çözümünde birden fazla çözüm yolunun olup olmadığının araştırılması, o yöntemin geçerliliğini araştırmada kullanılan en etkili yoldur. P_N yöntemi, her ne kadar polinom açılımına dayanan ve tam sonuçlara çok yakın sonuçların elde edildiği bir yöntem olmasına rağmen, transport denklemindeki problemlerin tamamında etkili olduğu söylenemez. Dolayısıyla, bu yöntemin yetersiz kaldığı problemlerde alternatif yöntemler denenmesi kaçınılmazdır. Bu nedenle nötron transport teorisinde P_N yönteminin yetersiz kaldığı, yüksek mertebeden difüzyon uygulamaları, ekstrapolasyon mesafesi çalışmaları ve anizotropik saçılma durumları gibi problemlerde Legendre polinomları ile aynı tanım aralığına sahip olduklarından I. ve II. tip Chebyshev polinomları denenmiştir. Bu çalışmaları ilk olarak Conkie (1959), Yabushita (1961) ve Aspelund (1958) yapmış ve reaktör kritikliği, anizotropik saçılma ve ekstrapolasyon mesafe problemlerinde elde ettikleri sonuçları konvansiyel olan P_N yöntemi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırmalar sonucunda, Chebyshev polinomları ile yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçların Legendre polinomları ile elde edilen sonuçlara göre tam sonuçlara daha yakın olduğunu bildirmişlerdir. Bu da, nötron transport teorisinde P_N yönteminin problemlerin çözümünde tek etkili yöntem olmadığının kanıtı olmuştur.

Nötronların reaktör içinde izotropik olarak dağılması, her yöne eşit olasılıkla hareket edebilmeleri anlamına gelmektedir. Bu durum reaktör içinde her ne kadar gerçekçi olmasa da birçok çalışmada sıklıkla kullanılan bir yaklaşımdır. Anizotropik saçılma ise nötronların her doğrultuda eşit olasılıklarla değil, belirli doğrultularda diğerlerine göre farklı olasılıkla saçılabilirler bir saçılma türüdür. Bu durum, gerçek sisteme daha yakın bir saçılmadır. O nedenle anizotropik saçılmanın dahil edildiği çalışmalar daha çok ilgi çekebilmektedir.

Saçılma fonksiyonu, nötronların reaktör içinde saçılmalarını temsil etmektedir. Bu fonksiyonun Legendre polinomları cinsinden seriye açılmış hali transport teorisinin birçok problemde kullanılmaktadır. Seriyeye açılmış bu fonksiyonun ilk terimi izotropik saçılmayı, ilk iki terimi lineer anizotropik saçılmayı, sonraki terimler ise

sırasıyla kuadratik anizotropik saçılmayı ve üçüncü dereceden anizotropik saçılmayı temsil etmektedir. Anizotropik saçılmanın yüksek mertebeden terimlerinin alındığı çalışmalar da son on yılda yapılmaya başlanmıştır (Mitsis, 1963; Türeci, 2020; Köklü ve Özer, 2020).

Transport denkleminin yaklaşık çözümlerinin bulunması için sadece Legendre polinomları cinsinden seriye açılmış fonksiyonlar değil aynı zamanda gerçek ortamı daha iyi taklit edebileceği umuduyla farklı saçılma fonksiyonları geliştirilmiştir. Bunlardan bir tanesi de İnönü'nün 1973 yılında geliştirdiği ileri ve geri anizotropik saçılma modelidir (İnönü, 1973).

Bugüne kadar yapılan çalışmalarda transport denkleminin tek boyutlu (dilim), iki ve üç boyutlu Kartezyen geometride, küresel ve silindirik geometride çözümleri yapılmıştır. Bu çözümlerin bazılarında saçılmanın izotropik, bazılarında ise anizotropik olduğu düşünülmüştür. Anizotropik saçılma gerçek sistemi daha iyi temsil ettiği için bu tür çalışmalar daha çok ilgi görmektedir. Her ne kadar gerçek reaktör sistemleri ve bu reaktörlerde kullanılan yakıt elemanlarının geometrisi çoğunlukla silindirik ve küresel olmasına rağmen, hala dilim geometride yapılan çalışmalar önemini korumaktadır. Ayrıca, transport denkleminin silindirik ve küresel geometrilerdeki çözümleri, Kartezyen geometriye göre daha fazla matematiksel bilgi ve uygulama gerektirmektedir.

Nükleer teknolojide, ya yakıtın türüne göre reaktör seçimi ya da reaktörün tasarımına göre yakıt türüne karar verilmektedir. Bu seçim yöntemlerinin her ikisinde de reaktör tasarımı oldukça önemlidir. Bir reaktörün tasarımında ilk yapılan hesaplamalar difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısıdır. Bu, difüzyon yaklaşımının hala bir reaktörün ilk hesaplamalarında çok önemli olduğunun göstergesidir. Polinom açılımına dayanan yaklaşım yöntemlerinde birinci mertebeden yapılan yaklaşımlara difüzyon yaklaşımı adı verilebilir. Buna göre difüzyon yaklaşımı, sadece Legendre polinomları ile değil aynı zamanda Chebyshev polinomları ile de yapılabilmektedir. Özellikle Legendre polinomları yaklaşımının ilk mertebesi olan P_1 yaklaşımı, klasik difüzyon teorisi ile tamamen örtüşmektedir; bu nedenle P_1 yaklaşımına difüzyon yaklaşımı da denir (Bell ve Glasstone, 1972).

Bu tez çalışmasında, bir boyutlu kartezyen geometride nötron transport denklemi difüzyon mesafesi problemi için çözülmüştür. Saçılma fonksiyonu olarak en yaygın kullanılanlardan birisi olan ileri, geri ve lineer anizotropik saçılma kerneli tercih edilmiştir. Denklem önce P_1 yaklaşımı ile çözülmüştür; nötron açısız akısı Legendre polinomları cinsinden seriye açılmıştır (Bell ve Glasstone, 1972). Daha sonra sıfıncı ve birinci mertebeden yaklaşımlar yapıp P_N moment denklemleri elde edilmiştir. Bu iki çiftlenmiş (kuplajlı) denklem birbiri içine yazılarak difüzyon denklemi elde edilmiştir. Böylece difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için nümerik değerler bulunan eşitliklerden hesaplanmıştır. Bu şekilde P_1 yaklaşımı yapılarak difüzyon hesaplamaları daha önce yapılan çalışmalarda da mevcuttur (Bülbül ve Öztürk, 2013).

Bu çalışmanın özgün bir çalışma olmasını sağlayan kısımda ise, I. tip Chebyshev polinomları ile birinci mertebeye yaklaşım (T_1 yaklaşımı) yapıp difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı hesaplamaları yapılmıştır. Bu yaklaşımda daha önce transport teorideki kritiklik gibi çeşitli problemlere başarıyla uygulanması nedeniyle nötron açısız akısı I. tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılmıştır (Conkie, 1959; Yabushita, 1961; Aspelund, 1958). Daha sonraki yıllarda bu yaklaşımın aynısı veya düzeltilmiş bir hali de transport teori problemlerinde kullanılmıştır ve literatürde yer alan doğru kabul edilen sonuçlarla güzel uyum içinde olan sonuçlar elde edilmiştir (Anlı ve ark., 2006a,b; Öztürk ve ark., 2007; Öztürk ve Güngör, 2009; Öztürk, 2013; Öztürk ve Bülbül, 2013; Öztürk, 2017). P_1 yaklaşımındaki izlenen yolun aynısı burada da takip edilmiş ve sıfıncı ve birinci mertebeden yaklaşımlarla bulunan çiftlenmiş denklemler birlikte çözülerek difüzyon denklemi elde edilmiştir. Son olarak da, bu denklemden bulunan difüzyon katsayısı ve difüzyon mesafesi eşitliklerinde bu büyüklükler nümerik olarak hesaplanmıştır.

T_1 yaklaşımının bu problemde uygulanabilirliğini test etmek için, bu yöntemle bulunan sonuçlar, konvansiyonel bir yöntem olan ve birçok problemde doğru sonuçlar alındığı kabul edilen P_1 yaklaşımıyla ve daha önce II. tip Chebyshev polinomları (U_1) yaklaşımıyla bulunan sonuçlarla kıyaslanmıştır.

3. MALZEME VE YÖNTEM

Transport teorisinin kökleri yüzyıldan daha öncesine dayanan ve ilk olarak gazların kinetik teorisi çalışmalarında formüle edilen Boltzmann denklemine kadar gitmektedir. 1930'larda, yıldız atmosferindeki radyasyon transportu çalışmaları transport problemlerinin bir dizi analitik çözümünün yapılmasına öncülük etmiştir. Ancak, bu problemlerin fiziksel açıklamaları, bütün ilginin yarı-sonsuz ortam tek-boyutlu problemlerle sınırlı kalmasına neden olmuştur. Nükleer reaktör ve radyasyon zırhlama uygulamaları için nötr parçacık transport problemlerinin çözümüne yönelik ilgi 1940'larda nükleer zincir reaktörlerinin ortaya çıkmasından sonra da devam etmiştir.

1940'lı yıllardan beri transport problemlerinin çözümü için birkaç seçkin analitik yöntem kullanılmaktadır. Weiner-Hopf, tekil özfonksiyon açılımı ve diğer analitik teknikler Milne problemi gibi fazla idealize edilmiş sistemlerdeki transport süreçlerini incelemek için geliştirilmişlerdir. Sonuçların en önemlileri standart reaktör teorisi metinlerine dahil edilmiştir. Uygulamalı matematik alanında süregelen bu araştırmalar, mühendislik analizinde geçen problemlerin çoğu ile ilgili olarak çok ideal olan geometrik yapılar ve analitik çözümler elde etmek için gerçekleştirilmektedir.

Aynı zamanda, artan sayısal yöntemler dijital bilgisayarların hızla gelişen hesaplama gücü ile son on yılda daha iyi geliştirildi. Nükleer reaktörlerin radyasyon zırhlarının ve diğer uygulamaların analizinde çokça rastlanan çok boyutlu transport problemlerinin çözümüne dönmeyi gerektiren bu yöntemler bilgisayar kodları ile bağlantılı yöntemlerdir.

Bundan sonraki bölümlerde nötron transport (balans) denkleminin türetilmesinden önce, denklemde geçen büyüklüklerle ilgili tanımlamalar yapılacak, daha sonra ise tek boyutlu dilim geometride nötron transport denkleminin birinci mertebeden çözümlerine geçilecektir.

3.1. Tanımlar

Nötron transport denkleminin türetilmesine geçmeden önce madde ile nötronların ve fotonların etkileşimini yöneten fiziksel verilerin transport hesaplamalarına dahil edildiği bazı olayların açıklamasını yapmalıyız. Bunu yapmak için öncelikle nötr parçacıklar tarafından makul derecede karşılanan bir dizi varsayımda bulunacağız:

1. *Parçacıklar noktasal düşünülebilir.* Sadece kuantum mekaniksel dalga boyu atomik çapa kıyasla küçük olan parçacıklar düşünülmüştür. Parçacıklar çarpışmalar arasında birçok atomlar arası mesafe kat ederler, dolayısıyla, böyle küçük dalga boyları için parçacıklar noktasal bir konum ve hız vektörü ile tarif edilebilirler. Konumda önemli belirsizliklere sebep olacak dalga davranışı gösteren düşük enerjili parçacıklar reaktör uygulamalarında oldukça azdır ve bu nedenle ihmal edilebilirler.
2. *Parçacıklar noktasal çarpışmalar arasında doğrusal hareket ederler.* Nötronlar ve gama ışınları yüklü değildirler ve bu nedenle, uzun mesafeli elektriksel ve manyetik kuvvetler bunların doğrusal yörüngelerini değiştirmezler. Yön değiştirmeler, noktasal çarpışma olarak düşünülebilen olaylardaki kısa mesafeli kuvvetlerden kaynaklanmaktadır. Nötronlar için çarpışmalar çekirdektedir. Gama ışınları için ise çarpışmalar hem çekirdek hem de yörüngesel elektronlardır. Bu tür çarpışmalar, çekirdeğin yarıçapı (10^{-12} cm) atomlar arası mesafeden (örneğin bir katıda bu mesafe 10^{-8} cm mertebesindedir) çok küçük olduğundan, noktasal düşünülebilir.
3. *Parçacık-parçacık etkileşimleri ihmal edilebilir.* Nükleer reaktörlerde, radyasyon zırhlarında ve diğer uygulamalardaki parçacık yoğunluğu atomik yoğunluğa kıyasla küçüktür. Hatta gazlar için, parçacık-parçacık çarpışmalarının ihmal edilmesine izin verilmektedir.
4. *Çarpışmalar anlık düşünülebilir.* Bir çarpışma sonrasında ortaya çıkan parçacıklar hemen açığa çıkmaktadır. Böyle reaksiyonların tek istisnası fisyon ürünlerinin küçük bir kısmının biraz gecikmeyle nötron yayılımı yaptığı fisyon reaksiyonudur.
5. *Malzeme özelliklerinin izotropik olduğu varsayılmaktadır.* Bu varsayım genelde küçük bir istisna olmak üzere reaktör ortamı için geçerlidir. Çok

küçük enerjili dolayısıyla çok uzun dalga boylu parçacıklar düşünülürse, açığa çıkan kırınım desenleri, belirli doğrultularda sıralanmış kristallere sahip ortama doğrudan bağlı olacaktır.

6. *Çekirdeklerin ve materyal bileşenlerinin özelliklerinin aksi belirtilmediği sürece bilindiği ve zamandan bağımsız olduğu varsayılır.* Eğer parçacık yoğunlukları önemli derecede fazla olursa, nötron fisyonu başta olmak üzere etkileşim oranları atom yoğunluklarındaki değişimin sonucu olarak ortamda sıcaklığın artmasına neden olacaktır. Benzer şekilde, fisyon ve diğer nötron reaksiyonları, ortamın nötronik özelliklerini önemli derecede etkileyen yeni izotopların oluşmasına neden olur.
7. *Parçacık yoğunluğu dağılımının sadece beklenen veya ortalama değeri düşünülür.* Parçacık yoğunluğunun ortalama değeri ile ilgili olarak düşük parçacık yoğunluğundan kaynaklanan dalgalanmalar dikkate alınmaz (Lewis ve Miller, 1993).

Nötron transportunu açıklamadan önce bazı tanımlamalara ihtiyaç duyulmaktadır. Nötronlar arasında herhangi bir kuvvetin ve çarpışmanın olmadığı varsayılmaktadır. Dolayısıyla, nötronların ideal bir gaz gibi davrandığı söylenebilir. Nötron dağılımı, parçacık dağılım fonksiyonu $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ ile gösterilmektedir, bu fonksiyon daha sonra *açısal yoğunluk* olarak adlandırılacaktır.

Tanım 1. $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d^3r d^3v = t$ anında, hızları \mathbf{v} civarında d^3v hacim elemanı içinde ve \mathbf{r} noktası civarında d^3r hacim elemanı içindeki beklenen nötron sayısı (Bundan sonra, nötronun hızı doğrultusundaki birim vektör olan Ω kullanılacaktır).

Tanım 2. $\Omega = \mathbf{v}/v$, nötronun hızı doğrultusundaki birim vektördür ve burada v nötron hızının büyüklüğüdür. Aynı zamanda, $d^3v = v^2 dv d\Omega$. Tek-gruplu (hızlı) nötron transportu düşünüldüğünde \mathbf{v} yerine Ω tercihi uygun olacaktır. Açısal yoğunlukla ilişkili olarak $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ *açısal akımdır*.

Tanım 3. $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \mathbf{v}\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \cdot \mathbf{n}dSd^3vdt = t$ anında, \mathbf{n} normaline sahip dS alanını geçen hızları \mathbf{v} civarında d^3v hacim elemanı içinde olan nötron sayısı. Ayrıca, açısal yoğunlukla ilgili olarak enerji-bağımlı yoğunluk $\rho(\mathbf{r}, v, t)$ ve yoğunluk $\rho(\mathbf{r}, t)$ ile de ilişkilendirilmektedir.

Tanım 4.

a) $\rho(\mathbf{r}, v, t) = \int d\Omega \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

b) $\rho(\mathbf{r}, t) = \int d^3v \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$

Burada $\rho(\mathbf{r}, t)d^3r$, \mathbf{r} 'de d^3r hacminde hızdan bağımsız toplam nötron sayısını temsil ederken, $\rho(\mathbf{r}, v, t)d^3r v^2dv$ ise d^3r hacminde hızları v ile $v+dv$ aralığında olan nötronların toplam sayısını gösterir.

Benzer şekilde, $\mathbf{J}(\mathbf{r}, v, t)$ ve $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ sırasıyla $\mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ 'nin $d\Omega$ ve d^3v üzerinden integraline eşittir.

Nötron popülasyonundan bağımsız olan nötron kaynaklarının bulunduğu ortamdaki nötron sayısı *açısal kaynak yoğunluğu* olarak tanımlanabilir.

Tanım 5. $q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)d^3rd^3vdt = \mathbf{r}$ konumunda d^3r içine, \mathbf{v} hızında d^3v içine t ile $t+dt$ zaman aralığında yerleştirilen nötron sayısıdır.

$q(\mathbf{r}, v, t)$ ve $q(\mathbf{r}, t)$ nicelikleri aynı zamanda $q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ 'nin sırasıyla $d\Omega$ ve d^3r üzerinden integralleri olarak da tanımlanabilir.

Eğer incelenen ortamda atom çekirdekleri varsa, nötronlar bu çekirdeklerle çarpışmalar yapacaktır. Hızı \mathbf{v} olan bir nötronun yaptığı çarpışmalar arasındaki *ortalama serbest yolun* (λ) olduğu varsayalım. Hızı \mathbf{v} olan bir nötron saniyede ortalama v/λ çarpışma yapacağından, \mathbf{r} noktasında \mathbf{v} hızındaki nötronların çarpışma hızı:

$$\frac{v}{\lambda(\mathbf{r}, \mathbf{v})} \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3r d^3v \quad (3.1)$$

olacaktır (burada l 'nin zamanla sabit olduğu düşünölmektedir).

Ortalama serbest yolun tersi *makroskopik tesir kesiti* olarak tanımlanır ve burada $\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ ile gösterilecektir:

$$\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = l^{-1}(\mathbf{r}, \mathbf{v}). \quad (3.2)$$

Bu nicelik, ortamda bulunan bütün çekirdeklerin tesir kesitlerinin ağırlıklı toplamına eşittir,

$$\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \sum_i N^i(\mathbf{r}) \Sigma^i(\mathbf{v}), \quad (3.3)$$

burada $N^i(\mathbf{r})$, \mathbf{r} noktasında i türündeki çekirdek yoğunluğu ve Σ^i ise *mikroskopik* nötron tesir kesitlerinin toplamıdır. Bu mikroskopik tesir kesiti gerçekte, nötron-çekirdek çarpışmalarında her biri farklı bir reaksiyonu temsil eden bileşenlerin toplamına eşittir. Yani,

$$\Sigma^i = \Sigma_s^i + \Sigma_a^i + \Sigma_{in}^i + \Sigma_f^i \quad (3.4)$$

Şeklinde yazılabilir. Burada eşitliğin sağ tarafındaki tesir kesitleri sırasıyla; esnek saçılma, ışınsal yakalama, esnek olmayan saçılma ve fisyonudur. Kısmi makroskopik tesir kesitleri benzer şekilde örneğin

$$\sigma_s = \sum_i N^i \Sigma_s^i \quad (3.5)$$

gibi tanımlanabilir. \mathbf{r} noktasında \mathbf{v} hızındaki nötronlar için saçılma reaksiyon hızı $v\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}) d^3r d^3v$ ile tanımlanır. Benzer şekilde fisyon reaksiyon hız da bu ifadede σ_s yerine σ_f yazılarak bulunabilir.

Bir çarpışma meydana geldiğinde, $c(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ adet ikincil nötron açığa çıkacaktır.

Tanım 6. $c(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ = \mathbf{r} noktasında \mathbf{v} hızındaki bir nötron tarafından çarpışma başına üretilen ortalama ikincil nötron sayısıdır.

Absorbsiyon ile sonuçlanan bir çarpışma için $c = 0$, saçılma ile sonuçlanan bir çarpışma için $c = 1$ ve fisyon ile sonuçlanan bir çarpışma için $c = \nu$, fisyon başına üretilen nötron sayısı ($\sim 2,5$). Verilen bir \mathbf{r} noktasında c 'nin değişimi elbette, o noktadaki malzemelere ve onların tesir kesitlerine bağlıdır. Fisyonun olmadığı, yani, $\sigma_f = 0$ durumunda,

$$c(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \frac{\sigma_s(\mathbf{r}, \mathbf{v}) + \sigma_{in}(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v})} \quad (3.6)$$

olur. Fisyonun olması durumunda ise bu ifadenin pay kısmına $\nu\sigma_f(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ terimi eklenmelidir. Yeni nötron üretiminin olmadığı bir durumda, $\sigma_f = \sigma_s = \sigma_{in} = 0$ ve dolayısıyla $c = 0$ olacaktır.

Tanım 7. $\int \nu' \sigma(\mathbf{v}', t' \rightarrow \mathbf{v}, t; \mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t') d^3 v' d^3 r d^3 v dt = \mathbf{r}$ noktasında, $d^3 v'$ içinde hıza sahip nötronlar tarafından t' anında gerçekleştirilen çarpışmalar sonucunda, $d^3 r$ 'de t anında dt içinde $d^3 v$ içine yayılan nötronların muhtemel sayılarıdır.

Nötronların çarpışmanın meydana geldiği noktada üretildiği düşünülmektedir. Dahası, ikincil nötronların çarpışma anında üretildiğini düşünebiliriz, yani, $\sigma = \sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r})$. Tanım 6, 7 ve tesir kesitinin tanımından faydalanarak,

$$\int \sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r}) d^3 v = c(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \quad (3.7)$$

olduğu belirtilebilir. Bu ve buna benzer kabullenimler daha önce verilmişti, o nedenle burada daha fazla bahsedilmeyecek ancak denklemin oluşumundan sonra özellikle çözüm aşamasında gerekli açıklamalara devam edilecektir (Case ve Zweifel, 1967).

Şimdiye kadar herhangi bir sistemdeki nötron dağılımını tarif eden bir denklem için gerekli nicelikleri tanımlamaya çalıştık. Bundan sonraki bölümde ise, bu denklemi oluşturup çözüm yöntemleri geliştirmeye çalışacağız.

3.2. Transport Denklemi

Bir sistemde nötronların davranışını tarif eden temel yasa esasen bir denge (balans) denklemidir. Gerçekte Boltzmann denkleminin lineer hali olan bu denklem, Liouville denkleminin bir nötron hariç diğer bütün parçacıkların konum ve hız (momentum) koordinatları üzerinden integralinin alınması ve uygun yaklaşımların yapılmasıyla elde edilebilir (Goldstein, 2002). Burada, faz uzayında küçük bir hacim elemanı içindeki nötron sayısının korunumuna dayanan basit bir türetme işlemi yapılacaktır.

\mathbf{r} noktası civarında, S yüzeyine sahip V hacmi içindeki d^3v de \mathbf{v} hızına sahip nötron sayısının dt zaman aralığındaki değişiminin dN olduğu varsayalım:

$$dN = d^3v dt \int_V \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} d^3r \quad (3.8)$$

Ayrıca, aşağıdaki denge ilişkisinin de olduğu unutulmamalıdır:

$$dN = \begin{aligned} & - (a) dt \text{ zamanında } S \text{ yüzeyini terk eden nötronlar} \\ & - (b) dt \text{ zamanında } V \text{ içinde çarpışma yapan nötronlar} \\ & + (c) dt \text{ zamanında } V \text{ içinde çarpışmalarla üretilen } \mathbf{v} \text{ hızlı ikincil nötronlar} \\ & + (d) dt \text{ zamanında } V \text{ içinde kaynaktan üretilen } \mathbf{v} \text{ hızlı nötronlar} \end{aligned}$$

(a) terimi, seçilen hacim elemanı içine hızında bir değişiklik olmadan giren ve çıkan nötronları, başka bir ifade ile hiçbir çarpışma yapmayan nötronları temsil etmektedir. (b) ve (c) terimleri sırasıyla, hız elemanı d^3v içine konumda bir değişiklik olmadan çıkan ve giren nötronları temsil etmektedir. Bu dört terimi matematiksel olarak ifade etmek için bir önceki bölümdeki tanımlamalardan faydalanılacaktır. Tanım 3 kullanılarak,

$$(a) = d^3v dt \int_S \mathbf{j}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \cdot \mathbf{n}_0 dS \quad (3.9a)$$

yazılabilir, burada \mathbf{n}_0 , dS yüzeyinin normal vektörüdür. Gauss teoremi kullanılarak denklem (a) terimindeki yüzey integrali hacim integraline dönüştürülebilir:

$$(a) = d^3v dt \int_V \nabla \cdot \mathbf{j} d^3r. \quad (3.9a')$$

Benzer şekilde Tanım 4 kullanılarak,

$$(b) = d^3v dt \int_V \frac{v\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{l(\mathbf{r}, \mathbf{v})} d^3r \quad (3.9b)$$

yazılabilir. Ayrıca Tanım 7 ile,

$$(c) = d^3v dt \int_V \int_V v'\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) \sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r}) d^3v' d^3r \quad (3.9c)$$

yazılabilir. Son olarak Tanım 5 yardımıyla (d) terimi,

$$(d) = d^3v dt \int_V q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3r \quad (3.9d)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada matematiksel olarak ifade edilen (a), (b), (c) ve (d) terimleri ile denklem (3.8) nötron sayısının zamanla değişim ifadesi dN 'de yerlerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + v\sigma(\mathbf{r}, \mathbf{v})\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \\ = q(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \int d^3v' \sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r}) v'\psi(\mathbf{r}, \mathbf{v}', t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

elde edilir. Denklem (3.10), temel nötron transport denklemi olarak bilinir (Case ve Zweifel, 1967). Gerçekte bu denklemi incelemek oldukça zordur. Ancak bu

denklemin elde edilmesinde bile çekirdeklerin durgun, çarpışmaların anlık olması gibi bazı kabullenimler ve yaklaşımlar yapılmıştır. Aynı zamanda bu denklemin çözümünde benzer basitleştirici varsayımlar yapılmak zorundadır, aksi takdirde, çözüm umutsuz bir duruma dönüşmektedir.

3.2.1. Tek Hızlı Transport Denklemi

Bu çalışmanın temelinde transport denkleminin tek hızlı (tek gruplu veya monoenerjitik olarak da anılmaktadır) nötronlar için çözümü yer almaktadır. Bu yaklaşımda, bir çarpışmada nötron süratinin *ortalama olarak* değişmediği varsayılmaktadır. Dolayısıyla $\sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r})$ fonksiyonu

$$\sigma(\mathbf{v}' \rightarrow \mathbf{v}, \mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v) \frac{\delta(v - v')}{v^2} \quad (3.11)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\mathbf{\Omega}'$ ve $\mathbf{\Omega}$, daha önce Tanım 2'de verildiği gibi sırasıyla nötronun çarpışmadan önce ve sonra hızları doğrultusundaki birim vektörlerdir. Aynı zamanda,

$$\sigma(r, \mathbf{v})c(r, \mathbf{v}) = \int d\Omega \sigma(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v) = \int d\Omega' \sigma(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v) \quad (3.12)$$

olarak yazılabilir.

Tek hızlı yaklaşımla iki nedenden dolayı ilgilenilmektedir: Birincisi, transport denkleminin mevcut haliyle yapılamayan analitik çözümünün yapılmasına olanak sağlamasıdır. İkincisi ise, pratikte bu yaklaşımın uygulamalarının olmasıdır. Ayrıca, tamamen emici (absorbe edici) bir ortamda ($c = 0$), bir çarpışmayı takiben nötronlar salınmadığından, bu durum tek hızlı yaklaşımla incelenmektedir.

$\sigma(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v)$ fonksiyonu yerine,

$$f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v) = \frac{\sigma(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v)}{c(\mathbf{r}, v)\sigma(\mathbf{r}, v)} \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlanan ve bire normalize edilen bir $f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v)$ fonksiyonuyla ilgilenmek daha kullanışlı olabilir. Nötronların ortam içindeki çekirdeklerle etkileşme olasılıklarını veren bu fonksiyona aynı zamanda *saçılma fonksiyonu* da denilmektedir. Dolayısıyla $f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v)$ cinsinden tek hızlı transport denklemi,

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, t)}{\partial t} + v \mathbf{\Omega} \cdot \nabla \psi + v \sigma(\mathbf{r}, v) \psi = q(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, t) + v \sigma(\mathbf{r}, v) c(\mathbf{r}, v) \times \int \psi(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}', t) f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}, \mathbf{r}, v) d\mathbf{\Omega}' \quad (3.14)$$

şeklinde yazılabilir (Case ve Zweifel, 1967). Denklem (3.14)'ün sol tarafındaki ilk terim, zamanla değişen açısal nötron akısını göstermektedir. Bu denkleme balans denklemi gözüyle bakılacak olursa; ikinci terim seçilen hacim elemanı içinden hiç çarpışma yapmadan kaçan nötronları temsil etmektedir. Üçüncü terim ise herhangi bir reaksiyon sonucu (esnek veya esnek olmayan saçılma, yutulma, ışımsal yakalama veya fisyon gibi) absorbe edilen ve dolayısıyla ortamdaki kaybolan nötronları temsil etmektedir. Eşitliğin sağ tarafındaki ilk terim, dış kaynaktan üretilen nötronları temsil ederken, ikinci terim ise seçilen hacim elemanı dışında saçılma yapıp v hızıyla içeriye giren nötronları temsil etmektedir. Görüldüğü gibi, denklem (3.14)'ün sol tarafındaki ikinci ve üçüncü terimler sağ tarafa geçirilirse, açısal nötron akısını iki terim negatif olarak azaltırken iki terim ise pozitif olarak arttırmaktadır. Bu nedenle bu denkleme, balans denklemi de denilmektedir.

3.3. Transport Denkleminin P_1 yaklaşımı

Transport denkleminin çözümü için yapılan yaklaşımlardan bir tanesi uygun bir saçılma fonksiyonunu belirlenmesidir. Bu saçılma fonksiyonu sıklıkla Legendre polinomları cinsinden seriye açılmaktadır (Arfken ve Weber, 1995). Bugüne kadar yapılan çalışmalarda farklı saçılma fonksiyonları kullanılmış olsa da, en sık kullanılan saçılma fonksiyonlarından bir tanesi, normalizasyon koşulu $b_0 = 1$ olacak şekilde (sabit saçılma fonksiyonu, konumdan bağımsız),

$$f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^N (2n+1) b_n P_n(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}) \quad (3.15)$$

ile verilmektedir (Davison, 1958). b_1 ise saçılma açısının ortalama kosinüsüdür. Nötronların yaptığı çarpışmaların izotropik olduğu düşünülürse (nötron saçılmalarının her yöne eşit olasılıkla olduğu durumlar), denklem (3.15)'de verilen seri açılımda sadece ilk terim ($n = 0$) kullanılır ve bu durumda $f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}) = 1/4\pi$ olacaktır. İlk terimden sonraki terimler ise saçılmanın anizotropik olduğunu (nötron saçılmalarının her yöne eşit olasılıkla olmadığı durumlar) ve alınan terim sayısı anizotropik saçılmanın derecesini temsil etmektedir. Örneğin anizotropik saçılmanın lineer olduğu düşünülürse, denklem (3.15)'den sadece ilk iki terim alınır.

Nötronların anizotropik saçıldığı ortamlarda transport denkleminde çok doğru çözümler bulmak oldukça zordur. Nötron etkileşme olasılıklarını temsil eden uygun bir saçılma fonksiyonu belirlenebilirse, üzerinde çalışılan problem için transport denkleminin çözümü yapılabilir. Bugüne kadar yapılan çalışmaların birçoğunda nötronların madde ile etkileşmesi sonucu izotropik olarak saçıldıkları varsayılmış ve dolayısıyla da izotropik saçılma fonksiyonları kullanılmıştır (Carlvik, 1968; İnönü, 1973; Kaper ve ark., 1974; Dahl ve Sjöstrand, 1979; Sahni ve Sjöstrand, 1990). Ancak, izotropik saçılmanın nötron etkileşmelerini gerçekçi olarak yansıtmadığı düşünen birçok araştırmacı da anizotropik saçılma fonksiyonları kullanmayı tercih etmişlerdir (Sahni ve Sjöstrand, 1990).

Bu tez çalışmasında ise, daha önceki çalışmalarda başarıyla uygulanmış ve iyi sonuçlar alınmış, lineer anizotropik saçılmaya ilaveten ileri ve geri saçılmanın da dahil edildiği ve ileri-geri-lineer anizotropik saçılma modeli olarak adlandırılan,

$$f(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}) = \frac{1-\alpha-\beta}{4\pi} (1+3b_1\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega}) + \frac{\alpha}{2\pi} \delta(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega} - 1) + \frac{\beta}{2\pi} \delta(\mathbf{\Omega}' \cdot \mathbf{\Omega} + 1) \quad (3.16)$$

şeklinde bir saçılma fonksiyonu kullanılması tercih edilmiştir. Burada α ve β katsayıları sırasıyla, nötronların çarpışmadan sonra ileri ve geri saçılma olasılıklarını gösterirken, δ ise Dirac delta fonksiyonudur. Bu fonksiyonun konumdan bağımsız

seçilmesi, onun sabit olduğu anlamına gelmektedir. α ve β katsayıları, $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$ ve $\alpha + \beta \leq 1$ değerlerini almaktadır ve saçılma fonksiyonu $f(\Omega' \cdot \Omega)$ genellikle pozitif varsayılmaktadır. Bu demektir ki denklem (3.16)'daki b_1 katsayısı $|b_1| \leq 1/3$ koşulunu sağlamalıdır. Bu durumda, b_1 'in negatif değerleri için c (çarpışma başına ortalama ikincil nötron sayısı) değerleri reel ve yaklaşık 2mfp (ortalama serbest yol, nötronun yaptığı iki ardışık çarpışma sonucu kat ettiği ortalama mesafe) kalınlığındaki büyük sistemlerde daima reel olmaktadır. Öte yandan, birçok c değerinin kompleks olduğu bildirilmiştir (Dahl ve Sjöstrand, 1979; 1989; Sjöstrand, 1989). Denklem (3.16)'da verilen saçılma modelinde, $b_1 = 0$ alınarak, daha önce birçok çalışmada kullanılan ileri-geri-izotropik saçılma modeli elde edilebilir (Yılmaz, 2007; Öztürk ve ark., 2007a,b).

Bu çalışmada, ileri-geri ve lineer anizotropik saçılmalı bir dilimde, tek hızlı nötronlar için difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılacaktır. Bu nedenle, denklem (3.14)'te en genel haliyle verilen transport denkleminin dilim (tek boyutlu) geometride yazılması gerekmektedir. Bunun için, $x = -a$ 'dan a 'ya uzanan ve böylece kalınlığı $2a$ olan homojen bir dilim düşünülmektedir. Dolayısıyla, Denklem (3.16)'da verilen ileri-geri-lineer anizotropik saçılma fonksiyonu denklem (3.14)'te verilen transport denkleminde yerine yazılır ve gerekli bazı düzenlemeler yapılırsa,

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \sigma_T (1 - \alpha c) \psi(x, \mu) \\ & = \frac{c \sigma_T}{2} (1 - \alpha - \beta) \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') (1 + 3 b_1 \mu \mu') d\mu' + \beta c \sigma_T \psi(x, -\mu). \end{aligned} \quad (3.17)$$

tek boyutlu dilim geometride, zamandan bağımsız, kaynağın olmadığı, homojen bir ortamda, ileri-geri ve lineer anizotropik saçılma için nötron transport denklemi elde edilmiş olur (Davison, 1958; Sahni ve ark., 1992).

Bir nükleer reaktörün tasarımında ilk yapılan hesaplamalardan bir tanesi difüzyon yaklaşımı ve hesaplamalarıdır. Bu yaklaşımda yapılan difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı hesaplamaları nedeniyle kullanılan difüzyon yaklaşımı, hala bir reaktörün

tasarımı esnasında ilk olarak yapılan ve geçerliliğini koruyan bir yaklaşımdır. Bu kavramların açıklamalarına daha sonraki bölümlerde devam edilecektir.

Transport denkleminin çözümü için kullanılan en eski ve geleneksel yöntemlerden bir tanesi de küresel harmonikler veya Legendre polinomları (ayrıca P_N yöntemi olarak da bilinmektedir) yöntemidir (Bell ve Glasstone, 1972). Bu yöntem, transport denkleminin analitik çözümlerinin yapılamadığı durumlarda nümerik olarak çözülmesi için geliştirilen en güçlü yöntemlerden bir tanesidir ve bugün hala kullanılmaktadır. Hatta bu yöntem transport denkleminin bütün problemlerinde değil ancak bazı problemlerinde öyle iyi sonuçlar vermiştir ki; bu sonuçlar diğer çalışmalarda elde edilen sonuçların kıyaslanmasında referans dahi kabul edilmektedir. Genellikle bu yöntemde yapılacak düşük mertebeden birkaç yaklaşımla hemen hemen tam sonuçlara ulaşılmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada, yapılacak çalışmanın ve elde edilen sonuçların doğruluğunun kıyaslanması için P_N yönteminin de bir referans yöntem olarak yer almasının yararlı olacağı düşünülerek; ilk olarak geleneksel (konvansiyonel) kabul edilen P_N yöntemi kullanılarak difüzyon mesafesi ve difüzyon uzunluğu hesaplamaları yapılacaktır.

Transport denkleminin çözümünde Legendre polinomlarının yanı sıra Chebyshev polinomları da kullanılmaktadır. Legendre ve birinci ve ikinci tip Chebyshev polinomları daha genel bir polinom ailesi olan ultraküresel polinomlara aittirler. Dahası, ultraküresel polinomlar $P_n^{(a,b)}(\mu)$ ile gösterilen Jakobi polinomlarının özel bir halidir. Bu polinomlar, $(1-\mu)^a(1+\mu)^b$ ağırlık fonksiyonuna göre $[-1, 1]$ aralığında ortogonal bir set oluştururlar. $a = b = 0$ için $P_n^{(0,0)}(\mu)$ Legendre polinomlarına; $a = b = -1/2$ için $P_n^{(-1/2,-1/2)}(\mu)$, birinci tip Chebyshev polinomlarına $T_n(\mu)$ ve $a = b = 1/2$ için $P_n^{(1/2,1/2)}(\mu)$, ikinci tip Chebyshev polinomlarına $U_n(\mu)$ indirgenmektedir.

Jakobi polinomlarının iki parametreliliğine $a = b$ olduğu zaman ultra küresel polinom denir ve

$$\begin{aligned}
P_n^\lambda(\mu) &= \frac{\Gamma(a+1)}{\Gamma(2a+1)} \frac{\Gamma(n+2a+1)}{\Gamma(n+a+1)} P_n^{(a,a)}(\mu) \\
&= \frac{\Gamma(\lambda+1/2)}{\Gamma(2\lambda)} \frac{\Gamma(n+2\lambda)}{\Gamma(n+\lambda+1/2)} P_n^{(\lambda-1/2,\lambda-1/2)}(\mu)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$a = \lambda - 1/2$$

şeklinde geleneksel bir gösterim ve normalizasyon ile verilir (Szegő, 1967). λ 'nın bazı değerleri için özel durumlar şöyle verilebilir:

$$\begin{aligned}
P_n^{(1/2)}(\mu) &= P_n(\mu) && \text{(Legendre polinomları),} \\
\lim_{\lambda \rightarrow 0} \lambda^{-1} P_n^{(\lambda)}(\mu) &= (2/n) T_n(\mu) && \text{(birinci tip Chebyshev polinomları),} \\
P_n^{(1)}(\mu) &= U_n(\mu) && \text{(ikinci tip Chebyshev polinomları).}
\end{aligned}$$

Bu durumda, nötron açısal akısı ultraküresel polinomlar cinsinden $\mu = \cos \theta$ olacak şekilde,

$$\psi(x, \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} (h_n^\lambda)^{-1} (1 - \mu^2)^{\lambda-1/2} P_n^\lambda(\mu) \Phi_n(x) \tag{3.19}$$

açılabilir. Burada h_n^λ normalizasyon sabitidir ve

$$h_n^\lambda = \frac{2^{1-2\lambda} \pi}{[\Gamma(\lambda)]^2} \frac{\Gamma(n+2\lambda)}{(n+\lambda)\Gamma(n+1)}, \quad \lambda > -1/2, \quad \lambda \neq 0 \tag{3.20}$$

ile verilir (Szegő, 1967). Hızdan bağımsız nötron akısı $\Phi_n(x)$, açısal akının m . ultraküresel momenti olarak tanımlanır ve

$$\Phi_m(x) = \int_{-1}^1 P_m^\lambda(\mu) \sum_{n=0}^{\infty} (h_n^\lambda)^{-1} P_n^\lambda(\mu) \Phi_n(x) d\mu \tag{3.21}$$

ile verilir.

Bu çalışmanın ilk bölümünde, çalışmaya temel oluşturması ve ikinci bölümde problemin özgün bir yöntemle çözümünden elde edilecek sonuçlara referans oluşturması açısından, P_N yöntemi kullanılarak dilim geometride difüzyon problemi incelenecektir. Öyleyse, denklem (3.19)'da verilen açısız akı fonksiyonunda $\lambda = 1/2$ yazılırsa, Legendre polinomları cinsinden açısız akı,

$$\psi(x, \mu) = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \Phi_n(x) P_n(\mu) \quad (3.22)$$

şeklinde yazılmış olur. Burada açısız akının açısız kısmını temsil eden $P_n(\mu)$, n . mertebeden Legendre polinomudur; $\Phi_n(x)$ ise açısız akı momentleridir ve

$$\Phi_n(x) = 2\pi \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') P_n(\mu') d\mu' \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlanır (Davison, 1958; Bell ve Glasstone, 1972).

Denklem (3.22)'de verilen nötron açısız akısını transport denkleminde yerine yazıp moment denklemlerini türetmeden önce Legendre polinomlarının tekrarlı ve diklik bağıntılarına ihtiyaç duyulacaktır. Bunlar sırasıyla;

$$(2n+1)\mu P_n(\mu) = (n+1)P_{n+1}(\mu) + nP_{n-1}(\mu), \quad (3.24)$$

$$\int_{-1}^1 P_n(\mu) P_m(\mu) d\mu = \frac{2}{2n+1} \delta_{n,m}. \quad (3.25)$$

Şimdi denklem (3.22)'de verilen nötron açısız akısı, denklem (3.17)'deki transport eşitliğinde yerine yazılır ve elde edilen denklem $P_m(\mu)$ ile çarpılıp $[-1, 1]$ aralığında integre edilirse,

$$\begin{aligned}
& n \frac{d\Phi_{n-1}(x)}{dx} + (n+1) \frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} + (2n+1)\sigma_T(1-\alpha c)\Phi_n(x) \\
& = (2n+1)c\sigma_T \left\{ (1-\alpha-\beta) \left[\Phi_0(x)\delta_{n,0} + \Phi_1(x)b_1\delta_{n,1} \right] + (-1)^n \beta \Phi_n(x) \right\}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

şeklinde moment denklemleri için genel bir ifade bulunmuş olur. Bu eşitlik türetilirken denklem (3.24) ve (3.25)'de verilen tekraralama ve diklik koşulları integraller alınırken kullanılmıştır.

Bu yöntemin ilk basamağı olan $P_0(\mu)$, yani 0. mertebe, yaklaşımını yapmak için denklem (3.26)'da $n = 0$ yazmak yeterli olacaktır:

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T(1-\alpha c)\Phi_0(x) = c\sigma_T \left\{ (1-\alpha-\beta)\Phi_0(x) + \beta\Phi_0(x) \right\}. \tag{3.27}$$

(3.27) denklemi yeniden düzenlenirse;

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T(1-c)\Phi_0(x) = 0 \tag{3.28}$$

bulunur. Benzer şekilde 1. mertebe $P_1(\mu)$ yaklaşımını uygulamak için de denklem (3.26)'de $n = 1$ yazmak yeterli olacaktır:

$$\frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 2 \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 3\sigma_T(1-\alpha c)\Phi_1(x) = 3c\sigma_T \left\{ (1-\alpha-\beta)b_1\Phi_1(x) - \beta\Phi_1(x) \right\} \tag{3.29}$$

(3.29) denklemi yeniden düzenlenirse;

$$\frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + \frac{3}{2} \sigma_T \left\{ 1-c(\alpha-\beta) - b_1c(1-\alpha-\beta) \right\} \Phi_1(x) = 0 \tag{3.30}$$

bulunur. Denklem (3.28) ve (3.30)'a P_1 denklemleri adı verilmektedir. Ayrıca denklem (3.23) ile tanımlanan $\Phi_0(x)$, x noktasındaki toplam skaler akı, $\Phi_1(x)$ ise, x doğrultusunda ve x noktasındaki akıdır.

P_N yönteminin uygulanmasındaki yaklaşım şöyle açıklanabilir: Nötron akısının hesaplanacağı ortam ($N+1$) parçaya bölünür ve her dilimdeki akı hesaplanıp toplam akı bulunabilir. Ancak burada denklem sayısını bilinmeyen sayısına eşitlemek için akımın son teriminin ve türevinin katkısının yok denecek kadar az olduğu dolayısıyla alınmadığı şeklinde bir yaklaşıma gidilir. Yani $\Phi_{N+1}(x)=0$ ve $d\Phi_{N+1}(x)/dx=0$ olduğu varsayılır (Bell ve Glasstone, 1972).

$N = 1$ durumu aynı zamanda Fick yasasına karşılık gelmektedir. Bu yasa, gazların kinetik teorisinden yola çıkılarak oluşturulmuş ve akışkan gazın konsantrasyonun yüksek olduğu bölgeden düşük olduğu bölgeye doğru akacağını belirtir. Nötron transportunda ise bu yasa nötron akımının, nötron akısının gradyeni ile orantılı olduğunu söyler, orantıyı sağlayan sabite (D) ise *difüzyon katsayısı* denir (Bell ve Glasstone, 1972; Lamarsh ve Baratta, 2001):

$$\Phi_1(x) = J(x) = -D \frac{d\Phi_0(x)}{dx}. \quad (3.31)$$

Difüzyon katsayısı kavramını daha iyi açıklayabilmek için şöyle bir örnek göz önüne alınabilir: Nötronların $x = 0$ düzleminin solunda yaptıkları çarpışmalar neticesinde sağa doğru geçtiği bir ortam düşünülün. x 'in negatif değerleri için, yani $x = 0$ düzleminin solunda, nötron konsantrasyonu ve nötron akısı daha büyük olduğundan, birim hacimdeki çarpışma sayısı (çarpışma hızı veya oranı da denir) sol tarafta daha fazla olacaktır. Dolayısıyla, soldan sağa doğru ve daha sonra tam tersine daha fazla nötron saçılacaktır. Yani nötronlar doğal olarak sağ tarafa doğru yayılacaktır, dağılacaktır. Difüzyon katsayısı, bu yayılmanın, dağılmanın hızını temsil etmektedir (Bell ve Glasstone, 1972; Lamarsh ve Baratta, 2001).

Buna göre, P_1 yaklaşımında $\Phi_2(x)=0$ ve $d\Phi_2(x)/dx=0$ olmalıdır. Bu koşullar denklem (3.28) ve (3.30)'a uygulanır ve denklem (3.30)'dan $\Phi_1(x)$ terimi alınırsa,

$$\Phi_1(x) = -\frac{1}{3\sigma_T \{1 - c(\alpha - \beta) - b_1 c(1 - \alpha - \beta)\}} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.32)$$

bulunur. Bu ifade gerçekten de denklem (3.31) ile verilen Fick yasasının kendisidir. Son olarak denklem (3.32), denklem (3.28)'de yerine yazılırsa,

$$-\frac{1}{3\sigma_T \{1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)\}} \frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} + \sigma_T(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.33)$$

bulunur. Denklem (3.33) yeniden düzenlenirse,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 3\sigma_T^2(1-c)\{1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)\}\Phi_0(x) = 0 \quad (3.34)$$

elde edilir. Denklem (3.34)'deki diferansiyel denklem, sabit katsayılı, lineer ve homojen bir diferansiyel denklemdir ve *difüzyon denklemi* adı verilir.

P_1 yaklaşımına göre difüzyon katsayısı denklem (3.32)'de Fick yasası gereğince $\Phi_1(x)$ 'in çarpanının tersidir; yani,

$$D = \frac{1}{3\sigma_T \{1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)\}} \quad (3.35)$$

şeklinde kolaylıkla bulunabilir. Saçılmanın izotropik ($b_1 = 0$) ve ileri-geri saçılmanın olmadığı ($\alpha = \beta = 0$) durumlarda, çarpışma başına ortalama ikincil nötron sayısı

$$c = \frac{(\sigma_T - \sigma_a)}{\sigma_T} \quad (3.36)$$

ile verilmektedir. Difüzyon teorisinde, ortamda dağılan gaz veya parçacığın ortamdaki malzeme atomlarıyla saçılmalar yaptığı bilinmektedir. Bu parçacıkların yutulma ile sonuçlanan bir reaksiyon yapmadığı varsayılmaktadır; yani ortamda dağılan parçacık sayısının yaklaşık sabit kaldığı düşünülmektedir. Bu düşünce ilk bakışta fiziksel olarak anlamsız ve mümkün değil gibi algılanabilir. Nötron transportunda olduğu gibi gerçekte nötronlar reaktör içinde çok fazla sayıda etkileşime girmekte ve bu reaksiyonların önemli bir kısmında yutulmaya

uğramaktadırlar. Ancak termal bir nötronun fisil (termal nötronlarla kolaylıkla fisyon yapabilen) bir çekirdek tarafından yutulması sonucunda fisyon meydana gelirse ortama yeni nötronlar salınacağından; bu nötron kazanç ve kayıplarının birbirini dengelediği anların da yaşanacağı ve bu anların sürdürülebilir olacağı ihtimali ortaya çıkmaktadır. Böyle nötron popülasyonunun dolayısıyla fisyon sayısının ve üretilen enerjinin sabit olduğu reaktörlere *kritik reaktör* denir. Buna göre difüzyon yaklaşımında $\sigma_s \approx \sigma_a$ olması beklenmektedir. Dolayısıyla kritik reaktörlere absorpsiyonun az olduğu yani absorpsiyon tesir kesitinin ihmal edilebilir olduğu ortamlar olarak bakılabileceği anlamı çıkmaktadır. Bu yaklaşımın çok da gerçek dışı olmadığı yukarıdaki açıklamalardan anlaşılmaktadır. Böylece $\sigma_T = \sigma_s$ ve $c = 1$ olur ve (3.35) denkleminde difüzyon katsayısı,

$$D = \frac{1}{3\sigma_T} \quad (3.37)$$

olarak bulunabilir. Bu sonuç klasik difüzyon teorisi ile bulunan sonucun aynısıdır (Bell ve Glasstone, 1972).

Difüzyon yaklaşımında, difüzyon uzunluğu (mesafesi) da difüzyon katsayısı kadar önemli bir parametredir. Hatta bazı problemlerde difüzyon katsayısı yerine difüzyon uzunluğu çalışmak avantaj sağlamaktadır. Difüzyon mesafesi, genellikle L harfi ile gösterilir ve nötronun doğumu ile ölümü arasında yaptığı çarpışmalar sonucunda katettiği mesafelerin karesinin beklenen değeridir. Bu beklenen değer hesaplanırken incelenen geometri önemlidir. Difüzyon mesafesi ile difüzyon katsayısı arasında,

$$L = \sqrt{\frac{D}{\sigma_a}} \quad (3.38)$$

Difüzyon mesafesi de tıpkı difüzyon katsayısı gibi nükleer teknolojide çalışılan konulardan biridir. Hatta bazen difüzyon katsayısı yerine difüzyon mesafesi çalışmak, problemlerin daha farklı bir açıdan analiz edilmesinde, tercih edilebilmektedir. Buna göre, denklem (3.34) difüzyon denklemine benzediğinden,

$$\nabla^2 \Phi_0(x) - \frac{1}{L^2} \Phi_0(x) = 0 \quad (3.39)$$

şeklinde de yazılabilmektedir. Öyleyse, P_1 yaklaşımına göre, ileri-geri ve lineer anizotropik saçılmalı bir ortam için tek hızlı nötronların difüzyon mesafesi,

$$L = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{3(1-c) \{1-c[\alpha - \beta + b_1(1-\alpha - \beta)]\}}} \quad (3.40)$$

olarak yazılabilir. Ayrıca denklem (3.34)'deki sabit katsayılı, lineer ve homojen diferansiyel denklem çözülerek, skaler nötron akısı için de bir ifade türetmek mümkündür:

$$\Phi_0(x) = Ae^{x/L} + Be^{-x/L} \quad (3.41)$$

Burada A ve B sabitler olup, başlangıç ve sınır şartları uygulanarak kolaylıkla bulunabilirler (Bell ve Glasstone, 1972).

Bu çalışmada, difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için bulunan sonuçların kıyaslamasının yapılması için P_1 yaklaşımının yanı sıra Case metodu ve klasik difüzyon teorisi ile elde edilen ifadeler de verilecektir. Ancak bu sonuçlar izotropik saçılmanın olduğu bir ortam için bulunmuştur. Buna göre Case metodu kullanılarak elde edilen difüzyon katsayısı ve difüzyon mesafesi sırasıyla;

$$D = \frac{1}{3(1-c)} \left[1 + \frac{2}{5}(1-c) \right]^2 \sigma_a \quad (3.42)$$

$$L = \frac{1}{\sqrt{3(1-c)}} \left[1 + \frac{2}{5}(1-c) \right] \quad (3.43)$$

şeklinde verilebilir. Klasik difüzyon teorisi ile elde edilen difüzyon katsayısı,

$$D = \frac{1}{3} \quad (3.44)$$

iken, difüzyon mesafesi ise,

$$L = \sqrt{\frac{1}{3(1-c)}} \quad (3.45)$$

şeklinde verilmektedir.

Ayrıca, transport teoride tam (doğru, exact) sonuç olarak adlandırılan ve değişkenlerine ayırma yöntemiyle elde edilen difüzyon mesafesi,

$$1 = cL \tanh^{-1}\left(\frac{1}{L}\right) = \frac{cL}{2} \ln\left(\frac{L+1}{L-1}\right) \quad (3.46)$$

şeklinde verilmektedir. Burada bulunan L değeri, asimtotik rahatlama mesafesi olarak adlandırılmaktadır. Difüzyon katsayısı ise, difüzyon mesafesi hesaplanan c değeri denklem (3.36)'da yerine yazılıp makroskopik absorpsiyon tesir kesiti σ_a buradan bulunur. Daha sonra bu σ_a , denklem (3.38)'de yerine yazılarak difüzyon katsayısı hesaplanabilir (Bell ve Glasstone, 1972).

3.4. Transport Denkleminin T_1 yaklaşımı

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, çalışmanın özgün değerini ortaya çıkaran daha önce çözülmemiş olan T_N yöntemi kullanılarak ileri-geri ve lineer anizotropik saçılmanın olduğu tek boyutlu dilim geometride difüzyon problemi incelenecektir. Öyleyse, denklem (3.19)'da verilen akı fonksiyonuna benzer şekilde $\lambda = 0$ yazılırsa, nötron açısız akısı için birinci tip Chebyshev polinomları cinsinden daha önce denenmiş olan,

$$\psi(x, \mu) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^N (2 - \delta_{n,0}) \Phi_n(x) T_n(\mu), \quad -a \leq x \leq a, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (3.47)$$

açısal akı fonksiyonu kullanılacaktır; burada dilimin genişliği $-a \leq x \leq a$ ve saçılma açısının kosinüsü $-1 \leq \mu \leq 1$ aralıklarında tanımlanmaktadır (Conkie, 1959; Yabushita, 1961; Aspelund, 1958; Öztürk, 2013; 2017). Ayrıca $T_n(\mu)$, n . mertebeden birinci tip Chebyshev polinomu olarak açısal akının açısal kısmını temsil ederken, $\Phi_n(x)$ ise açısal akı momentlerini temsil etmektedir.

Denklem (3.47)'de verilen nötron açısal akısını transport denkleminde yerine yazmadan önce birinci tip Chebyshev polinomlarının tekrarlı ve diklik bağıntılarına ihtiyaç vardır. Bunlar sırasıyla;

$$\int_{-1}^1 \frac{(2 - \delta_{n,0})T_n(\mu)T_m(\mu)}{\pi\sqrt{1-\mu^2}} d\mu = \delta_{m,n}, \quad (3.48)$$

$$T_{n+1}(\mu) - 2\mu T_n(\mu) + T_{n-1}(\mu) = 0, \quad (3.49)$$

şeklinde yazılabilir (Arfken ve Weber, 1995). Şimdi denklem (3.47)'de verilen nötron açısal akısı denklem (3.17)'deki transport denkleminde yerine yazılabilir. Bu bölümde, bir önceki bölümdekinden farklı olarak, genel bir ifade türetmek yerine kolaylık olması nedeniyle sadece T_0 ve T_1 yaklaşımlarının yapılması tercih edilecektir.

Buna göre, T_0 yaklaşımında, denklem (3.47)'deki nötron açısal akısı denklem (3.17)'deki transport denkleminde yerine yazıldıktan sonra elde edilen ifade $T_0(\mu)/\sqrt{1-\mu^2}$ ile çarpılıp, μ üzerinden $[-1, 1]$ aralığında, denklem (3.48) ve (3.49)'da verilen birinci tip Chebyshev polinomlarının tekrarlı ve diklik bağıntıları yardımıyla integrali alınırsa,

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T(1-c)\Phi_0(x) = -2c\sigma_T(1-\alpha-\beta) \sum_{n=1}^N \frac{\Phi_{2n}(x)}{4n^2-1} \quad (3.50)$$

elde edilir. Benzer şekilde, T_1 yaklaşımında ise, denklem (3.47)'deki nötron açısal akısı denklem (3.17)'deki transport denkleminde yerine yazıldıktan sonra elde edilen

ifade $T_1(\mu)/\sqrt{1-\mu^2}$ ile çarpılıp, μ üzerinden $[-1, 1]$ aralığında, denklem (3.48) ve (3.49)'da verilen birinci tip Chebyshev polinomlarının tekrarlama ve diklik bağıntıları yardımıyla integrali alınırsa,

$$\begin{aligned} & \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 2\sigma_T [1-c(\alpha-\beta)]\Phi_1(x) \\ &= 6b_1 c \sigma_T (1-\alpha-\beta) \left\{ \frac{1}{3}\Phi_1 - \sum_{n=1}^N \frac{\Phi_{2n+1}(x)}{(2n+1)^2-4} \right\} \end{aligned} \quad (3.51)$$

elde edilir. Denklem (3.50) ve (3.51)'e T_N momentleri adı verilmektedir. T_N yönteminin uygulanması bir önceki bölümde açıklanan P_N yönteminin uygulanması ile hemen aynıdır. Çünkü daha önce de açıklandığı gibi bu iki polinom aynı fonksiyon ailesinin üyeleridir; Jacobi polinomları. Dolayısıyla, Bu yöntemde de nötron akısının hesaplanacağı ortam $(N+1)$ parçaya bölünür ve her dilimdeki akı hesaplanıp toplam akı bulunabilir. Ancak burada denklem sayısını bilinmeyen sayısına eşitlemek için akının son teriminin ve türevinin katkısının yok denecek kadar az olduğu dolayısıyla alınmadığı şeklinde bir yaklaşıma gidilir. Yani $\Phi_{N+1}(x)=0$ ve $d\Phi_{N+1}(x)/dx=0$ olduğu varsayılır (Bell ve Glasstone, 1972). Benzer şekilde, $N=1$ durumu aynı zamanda Fick yasasına karşılık gelmektedir.

Buna göre, T_1 yaklaşımında tıpkı P_1 yaklaşımında olduğu gibi, $\Phi_2(x)=0$ ve $d\Phi_2(x)/dx=0$ olmalıdır. Aynı zamanda, ikinci ve daha yüksek mertebeden akınının kendisi ve türevleri de sıfır olacaktır. Bu koşullar denklem (3.50) ve (3.51)'e uygulanır ve denklem (3.51)'den $\Phi_1(x)$ terimi alınırsa,

$$\Phi_1(x) = -\frac{1}{2\sigma_T \{1-c[\alpha-\beta+b_1(1-\alpha-\beta)]\}} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.52)$$

bulunur. Bu ifade denklem (3.31) ile verilen Fick yasasının kendisidir. T_1 yaklaşımına göre $N=1$ yazılarak denklem (3.52), denklem (3.50)'de yerine yazılırsa,

$$-\frac{1}{2\sigma_T\{1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)\}}\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2}+\sigma_T(1-c)\Phi_0(x)=0 \quad (3.53)$$

elde edilir. Denklem (3.53) yeniden düzenlenirse,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2}-2\sigma_T^2(1-c)\{1-c[\alpha-\beta+b_1(1-\alpha-\beta)]\}\Phi_0(x)=0 \quad (3.54)$$

elde edilir. Denklem (3.54)'deki diferansiyel denklem, sabit katsayılı, lineer ve homojen bir diferansiyel denklemdir ve T_1 yaklaşımına göre elde edilmiş *difüzyon denklemi* adı verilir. Bu yaklaşımına göre difüzyon katsayısı denklem (3.52)'de Fick yasası gereğince,

$$D=\frac{1}{2\sigma_T\{1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)\}} \quad (3.55)$$

şeklinde kolaylıkla bulunabilir. Denklem (3.54)'deki $\Phi_0(x)$ 'in çarpanı $1/L^2$ olarak adlandırılırsa, difüzyon mesafesi L :

$$L=\frac{1}{\sigma_T\sqrt{2(1-c)\{1-c[\alpha-\beta+b_1(1-\alpha-\beta)]\}}} \quad (3.56)$$

şeklinde yazılabilir. Burada ayrıca, bu çalışmanın temelini oluşturan T_1 yönteminin geçerliliğini göstermek için daha önce yapılan bir çalışmada II. tip Chebyshev polinomları (U_1) yaklaşımı ile elde edilen difüzyon katsayısı,

$$D=\frac{1}{2\sigma_T[1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)]} \quad (3.57)$$

ve difüzyon mesafesi,

$$L = \frac{1}{2\sigma_T \sqrt{(1-c)[1-c(\alpha-\beta)-b_1c(1-\alpha-\beta)]}} \quad (3.58)$$

şeklinde verilebilir (Bülbül ve Öztürk, 2013).



4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışma, nötronların reaktör ortamında taşınması ile ilgili önemli olan değişkenlerin ve büyüklüklerin tanımlanması ile başlamış ve transport denkleminin türetilmesiyle devam etmiştir. Daha sonra transport denklemi, problemin çözümünün gerçekleşeceği ve kaynağın olmadığı bir boyutlu dilim geometriye indirgenmiştir. Ayrıca nötronların hepsinin aynı enerjiye yani hıza sahip oldukları varsayılmıştır. Bu yaklaşım, normal çalışma rejiminde kritik olması istenen bir reaktör için çok da gerçek dışı bir yaklaşım değildir. Çünkü kritik bir reaktördeki enerji üretimi, fisyon sayısı ve dolayısıyla da nötron sayısı hemen hemen sabit demektir. Transport denkleminde yer alan saçılma fonksiyonu için ileri, geri ve lineer anizotropik saçılma fonksiyonu tercih edilmiş ve bu fonksiyon kullanılarak tek hızlı nötronlar için transport eşitliği elde edilmiştir.

Nükleer teknolojinin ilerlemesi birçok faktöre bağlıdır. Ancak, nükleer yakıt ve bu yakıtın kullanılacağı reaktör sistemleri, bu teknolojinin gelişmesinde başrolü oynadığı söylenebilir. Başka bir ifadeyle, yakıtın türüne göre yeni reaktörlerin tasarlanması veya mevcut reaktörlere göre yakıtların geliştirilmesi nükleer teknolojinin gelişmesine neden olan en önemli kısıtlardır. Yeni reaktörlerin tasarımı oldukça zorlu çalışma süreçleri gerektirmektedir. Ancak böyle çalışmaların yapılması gerekliliği bir yerlerden başlanmasını öne çıkarmaktadır. Difüzyon teorisi reaktör tasarımında kullanılan en eski ve en iyi bilinen ilk adımlardan birisidir. Öyle ki, bu yöntem hala bir reaktörün ilk tasarımında etkili bir şekilde kullanılmaktadır. Difüzyon teorisinin bu öneminden dolayı, bu tez çalışmasında yapılan difüzyon katsayısı ve difüzyon mesafesi hesaplamalarının değerli çalışmalar olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada, dilim geometriye indirgenmiş transport denklemi difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı problemi için önce geleneksel bir yöntem olan ve artık transport teorideki birçok problem için referans kabul edilen Legendre polinomları (P_N) yaklaşımı kullanılarak çözülmüştür. Daha sonra ise aynı problem bu çalışmanın özgün değeri olan ve dolayısıyla temelini oluşturan birinci tip Chebyshev polinomları (T_N) yaklaşımı kullanılarak çözülmüştür. Difüzyon yaklaşımı polinom

açılımı yöntemlerinde birinci mertebeden yaklaşımlarla yapıldığından, hem P_1 hem de T_1 yaklaşımları yapılarak difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için analitik ifadeler türetilmiştir. Çalışmanın son aşamasında ise, farklı çarpışma ve anizotropik parametreleri için nümerik hesaplamalar yapılmış ve sonuçlar çizelgelerde verilmiştir.

Çalışmaya başlarken transport denklemini oluşturmak için gerekli tanımlamaları yaptıktan sonra en genel haliyle transport denklemini kurduk. Sonra, ileri-geri ve lineer anizotropik saçılma kernelini saçılma fonksiyonu olarak belirledik ve bunu transport denklemine yazdık. Sonuçta denklemi çözümünü ilgilendığımız problemi çözmek için bir boyutlu dilim geometriye indirgedik. Nötronların hepsinin aynı enerjiye (hıza) sahip olduğunu; ortamın homojen ve haricen bir kaynak içermediğini varsaydık. Bütün hesaplamalarda toplam makroskopik tesir kesitini $\sigma_T = 1 \text{ cm}^{-1}$ olarak aldık.

Transport teorisinde kullanılan polinom açılımına dayanan yöntemlerde genellikle nötron açısız akısı dik polinomlar cinsinden seriye açılmaktadır. Bilindiği gibi, Legendre polinomları veya daha genel adıyla küresel harmonikler yöntemi transport teorisindeki problemlerin çözümünde en yaygın olarak kullanılan yöntemdir. Ancak her yöntemde olduğu gibi bu yöntemin de çok iyi sonuçlar vermediği problemler olabilmektedir. Dolayısıyla, difüzyon problemine referans teşkil etmesi için önce bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

Difüzyon probleminde birinci mertebeden yaklaşımlar kullanıldığı için nötron skaler akısı Legendre polinomları cinsinden seriye açılıp transport denkleminde yerine yazıldıktan sonra ilk iki terim alınmış ve sıfıncı ve birinci mertebeden yaklaşımlar yapılarak skaler akılar için moment denklemleri elde edilmiştir. Sıfıncı ve birinci ($n = 0$ ve 1) mertebeden yaklaşımlarla elde edilen çiftlenmiş denklemler daha sonra birbiri içinde yazılarak difüzyon denklemi bulunmuştur. Böylece difüzyon denkleminde difüzyon mesafesi, Fick yasasından ise difüzyon katsayısı için analitik ifadeler türetilmiştir. Bulunan bu ifadeler yardımıyla çarpışma parametresi (c) ve anizotropik parametrelerinin (b_1, α ve β) çeşitli değerleri kullanılarak difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için nümerik hesaplamalar yapılmıştır. Difüzyon

yaklaşımı yapılarak hesaplanmak istenen difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı kavramları $c < 1$ ve c 'nin 1'e yakın değerleri için önemli ve geçerli olduğundan burada c 'nin 1'den küçük ve 1'e yakın değerleri için difüzyon katsayısı ve difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılmıştır [Lamarsh-Baratta]. İleri ve geri saçılma olasılıklarının (sırasıyla α ve β) tipik değerlerinin yanı sıra lineer anizotropik parametresi b_1 'in de $-0,3$, 0 ve $0,3$ değerleri kullanılmıştır.

Bu çalışmanın ikini kısmında, çalışmaya özgün değer kazandıran birinci tip Chebyshev polinomları kullanılarak dilim geometride, ileri-geri anizotropik saçılmalı homojen bir ortamda tek hızlı nötronlar için difüzyon problemi çözülmüştür. Bu yöntemde, tıpkı Legendre polinomları yönteminde olduğu gibi açısal nötron akısı birinci tip Chebyshev polinomları cinsinden seriye açılıp transport denkleminde yerine yazıldıktan sonra sıfırıncı ve birinci mertebeden yaklaşımlar yapılarak skaler akı için moment denklemleri bulunmuştur. Bu çiftlenmiş denklemler birbiri içinde çözümlenerek difüzyon denkleminde ulaşılmış ve difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı için nümerik hesaplamalar yapılmıştır. Bildiğimiz kadarıyla bu yöntem, ileri-geri ve lineer anizotropik saçılmalı bir ortamda difüzyon probleminin çözümü için ilk defa uygulanmıştır.

Her iki yöntemle de bulunan difüzyon mesafesi sonuçları Çizelge 4.1-4.3'te yan yana verilmiştir. Böylece sonuçların uyumluluğunun aynı çizelgede görülmesine olanak sağlanmıştır. Çizelge 4.1'de ileri saçılma ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) durumunda difüzyon mesafesi için bulunan sonuçlar verilmiştir. Çizelge 4.2'de geri saçılma ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) durumunda difüzyon mesafesi için bulunan sonuçlar verilmiştir. Çizelge 4.3'te ise ileri ve geri saçılmanın olmadığı ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$), sadece anizotropik saçılma ($b_1 \neq 0$) ve izotropik saçılma ($b_1 = 0$) durumunda difüzyon mesafesi için bulunan sonuçlar verilmiştir.

Difüzyon katsayısı için bulunan sonuçlar Çizelge 4.4-4.6'da verilmiştir. Çizelge 4.4'te ileri saçılma ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) durumunda, Çizelge 4.5'te geri saçılma ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) durumunda, Çizelge 4.6'da ise ileri ve geri saçılmanın olmadığı ($\alpha =$

0,0 ve $\beta = 0,0$), sadece anizotropik saçılma ($b_1 \neq 0$) ve izotropik saçılma ($b_1 = 0$) durumunda difüzyon katsayısı için bulunan sonuçlar verilmiştir.

Bütün çizelgelerde sadece burada uygulanan T_1 ve P_1 yöntemlerinden elde edilen sonuçlar değil, aynı zamanda ikinci tip Chebyshev polinomları yaklaşımı (U_1) kullanılarak elde edilen sonuçlar da verilmiştir. U_1 yöntemine ait sonuçlar Bülbül ve Öztürk (2013)'ün U_1 ve P_1 yöntemlerini kullanarak difüzyon mesafesi hesaplamaları yaptıkları makalelerinden alınmıştır. Ayrıca P_1 yöntemiyle elde edilen sonuçlara bu çalışmadan ulaşılabilmektedir. Ayrıca çizelgelerde izotropik saçılma için verilen tam sonuçlar Bell ve Glasstone (1972)'dan alınmıştır. Böylece T_1 yönteminin transport teorideki problemlere uygulanabilirliği sorgulanabilmektedir.

Çizelge 4.1. İleri Saçılma İçin ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Mesafeleri L (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)
0,99	-0,3	7,40883	5,23883	6,04928
	0,0	8,43349	5,96338	6,88592
	0,3	10,04936	7,10597	8,20527
0,98	-0,3	5,23625	3,70259	4,27538
	0,0	5,95069	4,20778	4,85872
	0,3	7,06965	4,99900	5,77235
0,95	-0,3	3,30680	2,33826	2,69999
	0,0	3,73979	2,64443	3,05352
	0,3	4,40439	3,11437	3,59617
0,90	-0,3	2,33253	1,64935	1,90450
	0,0	2,61712	1,85058	2,13687
	0,3	3,04009	2,14967	2,48222
0,80	-0,3	1,64133	1,16060	1,34014
	0,0	1,81369	1,28247	1,48087
	0,3	2,05499	1,45310	1,67789
0,50	-0,3	1,02329	0,72357	0,83551
	0,0	1,08465	0,76696	0,88561
	0,3	1,15857	0,81923	0,94597
0	-0,3	0,70711	0,50000	0,57735
	0,0	0,70711	0,50000	0,57735
	0,3	0,70711	0,50000	0,57735

Çizelge 4.2. Geri Saçılma İçin ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Mesafeleri L (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)
0,99	-0,3	5,76410	4,07583	4,70636
	0,0	6,20890	4,39036	5,06955
	0,3	6,77565	4,79111	5,53230
0,98	-0,3	4,08276	2,88694	3,33356
	0,0	4,39545	3,10805	3,58887
	0,3	4,79309	3,38923	3,91354
0,95	-0,3	2,59543	1,83525	2,11916
	0,0	2,78964	1,97257	2,27773
	0,3	3,03518	2,14620	2,47822
0,90	-0,3	1,85122	1,30901	1,51151
	0,0	1,98419	1,40303	1,62008
	0,3	2,15066	1,52075	1,75601
0,80	-0,3	1,33250	0,94222	1,08799
	0,0	1,41990	1,00402	1,15935
	0,3	1,52712	1,07984	1,24689
0,50	-0,3	0,89264	0,63119	0,72884
	0,0	0,93250	0,65938	0,76139
	0,3	0,97823	0,69171	0,79872
0	-0,3	0,70711	0,50000	0,57735
	0,0	0,70711	0,50000	0,57735
	0,3	0,70711	0,50000	0,57735

Çizelge 4.3. ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$) için T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Mesafeleri L (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	Tam sonuç (Bell ve Glasstone, 1972)
0,99	-0,3	6,20890	4,39036	5,06955	-
	0,0	7,07107	5,00000	5,77350	5,79673
	0,3	8,43349	5,96338	6,88592	-
0,98	-0,3	4,39545	3,10805	3,58887	-
	0,0	5,00000	3,53553	4,08248	4,11552
	0,3	5,95069	4,20778	4,85872	-
0,95	-0,3	2,78964	1,97257	2,27773	-
	0,0	3,16228	2,23607	2,58199	2,63515
	0,3	3,73979	2,64443	3,05352	-
0,90	-0,3	1,98419	1,40303	1,62008	-
	0,0	2,23607	1,58114	1,82574	1,90320
	0,3	2,61712	1,85058	2,13687	-
0,80	-0,3	1,41990	1,00402	1,15935	-
	0,0	1,58114	1,11803	1,29099	1,40763
	0,3	1,81369	1,28247	1,48087	-
0,50	-0,3	0,93250	0,65938	0,76139	-
	0,0	1,00000	0,70711	0,81650	1,04438
	0,3	1,08465	0,76696	0,88561	-
0	-0,3	0,70711	0,50000	0,57735	-
	0,0	0,70711	0,50000	0,57735	1,00000
	0,3	0,70711	0,50000	0,57735	-

Çizelge 4.4. İleri Saçılma İçin ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$) T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Katsayıları D (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)
0,99	-0,3	0,54891	0,54891	0,36594
	0,0	0,71124	0,71124	0,47416
	0,3	1,00999	1,00999	0,67326
0,98	-0,3	0,54837	0,54837	0,36558
	0,0	0,70822	0,70822	0,47214
	0,3	0,99960	0,99960	0,66640
0,95	-0,3	0,54674	0,54674	0,36450
	0,0	0,69930	0,69930	0,46620
	0,3	0,96993	0,96993	0,64662
0,90	-0,3	0,54407	0,54407	0,36271
	0,0	0,68493	0,68493	0,45662
	0,3	0,92421	0,92421	0,61614
0,80	-0,3	0,53879	0,53879	0,35920
	0,0	0,65789	0,65789	0,43860
	0,3	0,84459	0,84459	0,56306
0,50	-0,3	0,52356	0,52356	0,34904
	0,0	0,58824	0,58824	0,39216
	0,3	0,67114	0,67114	0,44743
0	-0,3	0,50000	0,50000	0,33333
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,50000	0,50000	0,33333

Çizelge 4.5. Geri Saçılma İçin ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Katsayıları D (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)
0,99	-0,3	0,33225	0,33225	0,22150
	0,0	0,38551	0,38551	0,25700
	0,3	0,45909	0,45909	0,30606
0,98	-0,3	0,33338	0,33338	0,22225
	0,0	0,38640	0,38640	0,25760
	0,3	0,45947	0,45947	0,30632
0,95	-0,3	0,33681	0,33681	0,22454
	0,0	0,38911	0,38911	0,25940
	0,3	0,46062	0,46062	0,30708
0,90	-0,3	0,34270	0,34270	0,22847
	0,0	0,39370	0,39370	0,26247
	0,3	0,46253	0,46253	0,30836
0,80	-0,3	0,35511	0,35511	0,23674
	0,0	0,40323	0,40323	0,26882
	0,3	0,46642	0,46642	0,31095
0,50	-0,3	0,39841	0,39841	0,26560
	0,0	0,43478	0,43478	0,28986
	0,3	0,47847	0,47847	0,31898
0	-0,3	0,50000	0,50000	0,33333
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,50000	0,50000	0,33333

Çizelge 4.6. ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$) için T_1 Yaklaşımı ve Diğer Yöntemlerden Elde Edilen Difüzyon Katsayıları D (cm)

c	b_1	T_1 (bu çalışma)	U_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)	P_1 (Bülbül ve Öztürk, 2013)
0,99	-0,3	0,38551	0,38551	0,25700
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,71124	0,71124	0,47416
0,98	-0,3	0,38640	0,38640	0,25760
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,70822	0,70822	0,47214
0,95	-0,3	0,38911	0,38911	0,25940
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,69930	0,69930	0,46620
0,90	-0,3	0,39370	0,39370	0,26247
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,68493	0,68493	0,45662
0,80	-0,3	0,40323	0,40323	0,26882
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,65789	0,65789	0,43860
0,50	-0,3	0,43478	0,43478	0,28986
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,58824	0,58824	0,39216
0	-0,3	0,50000	0,50000	0,33333
	0,0	0,50000	0,50000	0,33333
	0,3	0,50000	0,50000	0,33333

Çizelgelerde verilen sonuçlara ve denklemlerin türetilmesine genel bir bakış sonrasında yapılacak kıyaslama sonucunda, T_1 yaklaşımının gerek kolay türetilbilir ve yürütülebilir eşitlikleri ile gerekse yakınsak nümerik sonuçları ile transport teoride difüzyon problemine kolaylıkla uygulanabilir olduğu söylenebilir.

Ayrıca, bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlar SCI kapsamındaki uluslararası bir dergide yayımlanmıştır.

5. SONUÇ

Reaktör teorisi ile ilgili yapılan çalışmaların birçoğu, nükleer fisyon veya füzyon yoluyla elde edilen enerjinin güvenli ve sürdürülebilir olması hakkındadır. Yine bu çalışmaların önemli bir kısmı uygun yakıtı göre tasarlanacak reaktör teknolojileri ile ilgilidir. Bu konuda, difüzyon teorisi yeni reaktörlerin ilk tasarımında hala kullanılan etkili ve önemli bir yöntemdir.

Bu çalışmada, tek hızlı (aynı enerjili) nötronlar için bir boyutlu dilim geometride kaynağın olmadığı homojen bir ortamda nötron transport denkleminin difüzyon problemi için çözümü araştırılmıştır. Transport denkleminde saçılma fonksiyonu olarak ileri-geri ve lineer anizotropik saçılma fonksiyonu kullanılmıştır. Önce, tek boyutlu geometride transport eşitliğindeki değişkenler tanımlanmıştır. Daha sonra, transport denklemi geleneksel bir yöntem olan Legendre polinomları (P_N) yöntemi ile çözülmüştür. Çalışmanın özgün değerini taşıyan bölümde ise, transport denklemi I. tip Chebyshev polinomları (T_N) yöntemi ile çözülmüştür. Bu iki polinomlar aynı polinom ailesinin üyeleri olduklarından ve tanım aralıkları da aynı olduğundan $[-1, 1]$ her iki yöntemde aynı yol izlenmiştir. Her iki yöntemle de birinci mertebeye yaklaşımlar yapılmış ve çarpışma parametresi ve anizotropik parametrelerinin bazı değerleri için difüzyon mesafeleri hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar çizelgelerde verilmiştir.

Difüzyon teorisinde yapılan difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayısı gibi hesaplamalarda sonuçların daha çok c 'nin 1'e yakın ve 1'den küçük değerleri için geçerli olduğu bildirilmektedir (Lamarsh ve Baratta, 2001). Bu nedenle çizelgelerde $0,00 \leq c \leq 0,99$ aralığı seçilerek sonuçlar verilmiştir. Bütün çizelgelerde anizotropik saçılmanın $-0,3, 0,0$ ve $0,3$ değerleri için difüzyon mesafesi ve difüzyon katsayıları hesaplamaları yapılmışken, Çizelge 4.1'de ileri saçılma ($\alpha = 0,3$ ve $\beta = 0,0$), Çizelge 4.2'de geri saçılma ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,3$) ve Çizelge 4.3'te ise ($\alpha = 0,0$ ve $\beta = 0,0$) için bu çalışmada kullanılan T_1 yöntemi ile elde edilen difüzyon mesafeleri ile literatürde yer alan diğer sonuçlar verilmiştir. Özellikle Çizelge 4.3'te daha önce yapılan çalışmalardan (U_1 ve P_1) elde edilen sonuçlar ile bu çalışmada kullanılan T_1 yöntemiyle elde edilen sonuçlar, tam sonuçlarla birlikte verilmiştir. Burada her ne kadar c 'nin bazı değerlerinde elde edilen T_1 sonuçları diğer U_1 ve P_1 sonuçlarından

tam sonuca daha iyi yakınsamasa da, özellikle c 'nin 0,80'den daha küçük değerleri için T_1 sonuçlarının diğer sonuçlardan tam sonuca daha iyi yakınsadığı söylenebilir. Benzer manzara Çizelge 4.4, 4.5 ve 4.6'da verilen difüzyon katsayıları için de geçerlidir. Ayrıca difüzyon katsayısı için verilen sonuçlar incelendiğinde, T_1 ve U_1 yöntemleriyle elde edilen sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Bu durum, bu çalışmada kullanılan T_1 yönteminin yetersizliğine veya etkisizliğine bir işaret değildir. Çünkü bunlar birinci mertebe yaklaşımlar olduğundan zaten çok iyi yakınsak sonuçlar beklenmemektedir. Bu konuda yapılacak daha yüksek mertebeden yaklaşımlarda tam sonuçlara çok daha iyi yakınsayan sonuçların bulunması beklenmektedir. Ayrıca, bu çalışmanın sadece elde edilen nümerik sonuçlar açısından değerlendirilmesi eksik olacaktır. T_1 yönteminin detaylarıyla açıklandığı Bölüm 3.4 dikkatli bir şekilde incelenirse, bu yöntemin kolay türetilbilir ve yürütülebilir eşitliklere sahip olduğu söylenebilir. Bu da mevcut yöntemin hem transport teorisindeki hem de diğer uygulamalı bilimlerdeki değişik problemlere kolaylıkla uygulanabilirliğini göstermektedir.

Ayrıca, bu tez çalışmasından elde edilen sonuçların yer aldığı bir makale çalışması SCI kapsamındaki uluslararası hakemli bir dergide yayımlanmıştır (Yıldırım ve Öztürk, 2014). Son olarak, bizim tez çalışmamızda kullanılan yöntemin aynısı veya aynı polinom ailesine ait diğer polinomlar kullanılarak, problem hem daha yüksek mertebelere uygulanabilir hem de transport teorisindeki ve bilimin diğer alanlarındaki başka problemlere uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Anlı , F., Yaşa, F., Güngör, S., Öztürk , H., T_N approximation to neutron transport equation and application to critical slab problem, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 101, 129-134, 2006.
- Anlı, F., Yasa, F., Güngör, S., Öztürk, H., T_N approximation to reflected slab and computation of the critical half thickness. J. Quant Spectrosc. Radiat. Transfer, 101, 135, 2006.
- Aranson, R., Critical problems for bare and reflected slabs and spheres, Nucl. Sci. Eng., 86, 150-156, 1984.
- Arfken, G.B., Weber, H.J., Mathematical methods for physicists, Academic Press, London, 4. Edition, 974s., 1995.
- Aspelund, O., On a new method for solving the (Boltzmann) equation in neutron transport theory. PICG 16, 530, 1958.
- Aybers, N., Bayülken, A., Nükleer reaktör mühendisliği, İstanbul teknik üniversite matbaası, Gümüşsuyu, 1990.
- Bell, G.I.; Glastone, S., Nuclear Reactor Theory, New York, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 604s, 1972.
- Bülbül, A., Öztürk, H., U_1 and P_1 approximations to neutrons transport equation for diffusion length calculation, Kerntechnik 78:3, 238-240, 2013.
- Carlvik, I., Mononenergetic critical parameters and decay constants for small homogeneous spheres and thin homogeneous slabs. Nuclear Science and Engineering, 31, 295-303, 1968.
- Case, K.M. and Zweifel, P.F., Linear Transport Theory, Addison-Wesley Publishing Company, USA, 342, 1967.
- Conkie, W.R., Polynomial approximations in neutron transport theory. Nucl. Sci. Eng. 6, 260, 1959.
- Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., Eigenvalue Spectrum of Multiplying Slabs and Spheres for Monoenergetic Neutrons with Anisotropic Scattering, Nucl. Sci. Eng., 69(1), 114-125, 1979.
- Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., Time-eigenvalue spectra for one-speed neutrons in systems with vacuum boundary conditions, Ann. Nucl. Energy, 16(10), 527, 1989.

- Davison, B., Neutron Transport Theory, Oxford University Press, London, 450s, 1958.
- Goldstein, H., Classical mechanics, USA, 638 s., Addison-Wesley, 2002.
- İnönü, E., A theorem on anisotropic scattering, Transp. Theory Statist. Phys., 3, 137-146, 1973.
- Kaper, H., G., Lindeman, A.J., Leaf, G.K., Benchmark values for the slab and sphere criticality problem in one-group neutron transport theory, Nuclear science and engineering, 54, 94-99, 1974.
- Köklü, H., Özer, O., Extension to quadratic anisotropic scattering in one-speed neutron transport equation for critical thickness calculations, Kerntechnik, 85:5, 380-386, 2020.
- Lamarsh, J. R., Baratta, A., J., Introduction to nuclear engineering, Prentice Hall, Inc., Company, New Jersey, 2001.
- Lamarsh, J.R.; Baratta, A.J., Introduction to nuclear engineering, Prentice Hall, Inc., 783s, 2001.
- Lee, C. E. and Dias, M. P., Analytical solutions to the moment transport equations-I: One-group, one-region slab and sphere criticality, Annals of Nuclear Energy, 11/10, 515-530, 1984.
- Lewis, E.E., Miller, W.F.Jr., Computational methods of neutron transport, American Nuclear Society, USA, 401s., 1993.
- Lilley, J.S., Nükleer Fizik, İlkeler ve Uygulamalar, Çeviri Editörleri: Aydın, A., Sarpün, İ.H., Tel, E., Kaplan, A., Nobel Akademik Yayıncılık, 2018.
- Mitsis, G. J., Transport solutions to the mono energetic critical problems, PhD Thesis, ANL-6787, 162s, 1963.
- Murray, R.L., Holbert, K.E., Nükleer Enerji, Nükleer Süreç Kavramlarına, Sistemlerine ve Uygulamalarına Giriş, Çeviri Editör Kurulu: Yılmaz, A.K., Aydın, A., Bayram, T., Akkoyun, S., Billur, A.A., Nobel Kitap, 2021.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S., Application of the U_N method to the reflected critical slab problem for one-speed neutrons with forward and backward scattering. Kerntechnik, 72/1-2, 74-76, 2007.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S., T_N method for the critical thickness of one-speed neutrons in a slab with forward and backward scattering, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 105, 211-216, 2007.

- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S., T_N method for the critical thickness of one-speed neutrons in a slab with forward and backward scattering, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 105, 211-216, 2007.
- Öztürk, H., Bülbül, A., Calculation of the critical thickness for one-speed neutrons in a reflected slab with backward and forward scattering using modified T_N method, *Kerntechnik*, 78:6, 526-529, 2013.
- Öztürk, H., Güngör, S., T_N approximation on the critical size of time-dependent, one-speed and one-dimensional neutron transport problem with anisotropic scattering, *Annals of Nuclear Energy*, 105, 211-216, 2009.
- Öztürk, H., T_N approximation for the critical size of one-speed neutrons in a slab with anisotropic scattering, *Kerntechnik*, 78:3, 241-244, 2013.
- Öztürk, H., The influence of anisotropic scattering of one-speed neutrons on the critical size of a slab with reflective boundary conditions, *Nuclear Technology and Radiation Protection*, 32:3, 236-241, 2017.
- Pomraning, E.C., The transport equation in general geometry, *Nuclear Science and Engineering*, 101, 330-340, 1989.
- Sahni D.C., Sjöstrand N.G., Criticality and time eigenvalues for one-speed neutron transport, *Progress in Nuclear Energy*, 23: 241–289, 1990.
- Sahni, D.C., Sjöstrand, N.G., Garis, N.S., Criticality and time eigenvalues for one-speed neutrons in a slab with forward and backward scattering, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 25, 1381, 1992.
- Sharma, A., Spherical harmonics moments of neutron angular flux for spherically symmetric systems, *Annals of Nuclear Energy*, 28,715-721, 2000.
- Sjöstrand, N.G., Approximate high-order eigenvalues in two-medium one-speed neutron transport. CTH-Rf-67, Chalmers Univ., Sweden, 1989.
- Szegő, G., Orthogonal polynomials, *Amer. Math. Soc. Colloq. Pub.*, Vol. 23, Amer. Math. Soc., Providence, R. I., 1967.
- Türeci, R.G., Half-space albedo problem for İnönü, linear and quadratic anisotropic scattering, *Nucl. Eng. Tech.*, 52:4, 700-707, 2020.
- Yabushita, S., TsChebyscheff polynomials approximations method of the neutron transport equation. *J. Math. Phys.* 2, 543, 1961.

- Yıldırım, S., Öztürk, H. Diffusion length calculations for one-speed neutrons in a slab with backward, forward and linear anisotropic scattering, Kerntechnik 79:3, 243-246, 2014.
- Yıldız, C. , The spherical harmonics method for anisotropic scattering in neutron transport theory, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 71, 25-37, 2001.
- Yıldız, C., Variation of the critical slab thickness with the degree of strongly anisotropic scattering in one-speed neutron transport theory, Ann. Nucl. Energy, 25(8), 529-540, 1998.
- Yılmazer, A. , Spectral $P_N(\lambda)$ approximation(s) to the transport problems in spherical media, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, 108, 403- 422, 2007.
- “Nükleer Enerji Dünyası”, Erişim adresi: <http://nukleer.web.tr>, Erişim Tarihi: 27.10.2021.

ÖZGEÇMİŞ

1. Adı Soyadı :Soner YILDIRIM
2. Doğum Tarihi :
3. Unvanı :Fizik Öğretmeni
4. Öğrenim Durumu :Lisans

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Bitirme Yılı
Lisans	Fizik	Çukurova Üniversitesi,	2007
Yüksek Lisans	Fizik	Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi	2022

5. İş Tecrübesi:

Görev Unvanı	Görev Yeri	Yıl
Öğretmen		2007

6. Yayınlar:

1. Yıldırım, S., Öztürk, H. Diffusion length calculations for one-speed neutrons in a slab with backward, forward and linear anisotropic scattering, Kerntechnik 79:3 (2014) 243-246.



OSMANİYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

FORM
YL11

OSMANİYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞINA

Tarih: 07/09/2022

Tez Başlığı / Konusu: TEK BOYUTLU DİLİM GEOMETRİDE NÖTRON TRANSPORT DENKLEMİNE I. TİP CHEBYSHEV POLİNOMLARI İLE DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Yukarıda başlığı/konusu belirlenen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Özet ve Abstract, c) Giriş, d) Ana bölümler ve e) Sonuç, f) Kaynakça kısımlarından oluşan toplam 67 sayfalık kısmına ilişkin, 07/09/2022 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtreleme tiplerinden biri uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 13'tür.

Filtreleme Tip 1 (maksimum %30)

1- Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
2- Kaynakça hariç,
3- Alıntılar dahil,
4- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Filtreleme Tip 2 (maksimum %10)

1- Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
2- Kaynakça hariç,
3- Alıntılar hariç,
4- 5 Kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Tarih ve İmza

Adı Soyadı: SONER YILDIRIM

Öğrenci No:

Anabilim Dalı: FİZİK

Programı:

Statüsü: Y.Lisans Doktora

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

RAPORU DÜZENLEYEN

(Unvan, Ad Soyad, İmza)

(Unvan, Ad Soyad, İmza)