

Lojistik Regresyonda Kuşkulu Gözlemlerin İncelenmesi

Burçin Coşkun

**DOKTORA TEZİ**

İstatistik Anabilim Dalı

Temmuz 2017

Examining of Suspicious Observations in Logistic Regression

Burçin Coşkun

**DOCTORAL DISSERTATION**

Department of Statistics

July 2017

# Lojistik Regresyonda Kuşku Gözlemlerin İncelenmesi

Burçin Coşkun

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca  
İstatistik Anabilim Dalı  
Uygulamalı İstatistik Bilim Dalında  
DOKTORA TEZİ  
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Özlem Alpu

Bu Tez ESOGU BAP tarafından 2015-903 no'lu proje çerçevesinde desteklenmiştir.

Temmuz 2017

## ONAY

İstatistik Anabilim Dalı Doktora öğrencisi Burçin Coşkun'un DOKTORA tezi olarak hazırladığı "Lojistik Regresyonda Kuşkulu Gözlemlerin İncelenmesi" başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek oy birliği ile kabul edilmiştir.

**Danışman** : Doç. Dr. Özlem Alpu

**İkinci Danışman** : -

**Doktora Tez Savunma Jürisi:**

**Üye** : Doç. Dr. Özlem Alpu

**Üye** : Doç. Dr. Hatice Şamkar

**Üye** : Doç. Dr. Betül Kan Kılınc

**Üye** : Prof. Dr. Berna Yazıcı

**Üye** : Yrd. Doç. Dr. Gaye Karpat Çatalbaş

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun ..... tarih ve  
..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Hürriyet ERŞAHAN  
Enstitü Müdürü

## ETİK BEYAN

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Doç. Dr. Özlem Alpu danışmanlığında hazırlamış olduğum ‘‘Lojistik Regresyonda Kuşkulu Gözlemlerin İncelenmesi’’ başlıklı DOKTORA tezimin özgün bir çalışma olduğunu, tez çalışmamın tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; tezimde verdiğim bilgileri, verileri akademik ve bilimsel etik ilke ve kurallara uygun olarak elde ettiğimi; tez çalışmamda yararlandığım eserlerin tümüne atıf yaptığımı ve kaynak gösterdiğimi ve bilgi, belge ve sonuçları bilimsel etik ilke ve kurallara göre sunduğumu beyan ederim.

25/07/2017

Burçin Coşkun

## ÖZET

Lojistik regresyon modeli geçmişten günümüze hemen her bilim dalında büyük ilgi gören istatistik tekniklerden biridir. Ancak, lojistik regresyon modelinin yeterliliğinin, uygunluğunun kontrolü için etkili gözlem, aykırı değer ve kaldıraç noktaların analizi çok sık çalışılmamaktadır. Kuşkulu gözlemlerin belirlenmesindeki bir hata modelden elde edilen çıkarsamaların geçerliliği üzerinde ciddi bozulmalar yaratabileceğinden bu gözlemlerin belirlenmesi ve ortadan kaldırılması modelleme çalışmalarında çok önemli bir konudur. Aykırı değerlerin tespiti ve artıklara dayalı olarak geliştirilmiş diğer teşhis ölçüleri doğrusal regresyonda geniş bir kullanım alanı kazanmıştır. Doğrusal regresyonda yapılan çalışmaların çokluğu lojistik regresyon için geliştirilebilecek yöntemlere rehberlik etmektedir. Doğrusal regresyonda olduğu gibi lojistik regresyonda da aykırı değer, etkili gözlem ve yüksek kaldıraç noktaları konuları birlikte ele alınmaktadır. Bir lojistik regresyon modelinin parametrelerinin tahmininde sıklıkla kullanılan en çok olabilirlik yöntemi ideal ortamlarda iyi optimallik özelliklerine sahip olsa da kuşkulu gözlem değerlerine karşı oldukça duyarlıdır. Bu nedenle modelin uygun olduğuna karar vermeden önce değişken ögelerinin tam kümesi üzerinden model uyumunun desteklenip desteklenmediğini görmek amacıyla kuşkulu gözlem teşhisçileri geliştirilmiştir.

Bu çalışmada lojistik regresyon modeli için son dönemlerde ele alınmış bazı teşhis ölçüleri ve önerilen teşhis ölçüleri, R yazılım programından faydalanılarak gerçekleştirilen simülasyon çalışması ile türetilen veriler üzerinden karşılaştırılmıştır. Simülasyon çalışması bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri ile gerçekleştirilmiştir. Her bir model için tek bir bağımsız değişkenin ve tüm bağımsız değişkenlerin belirli kirletme oranları ile kirletildiği durumlarda teşhis ölçülerinin performansı incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Lojistik regresyon teşhis ölçüleri, Aykırı değer, Yüksek kaldıraç noktası, Etkili gözlem, Çoklu lojistik regresyon teşhis ölçüleri

## SUMMARY

Logistic regression model is one of the statistical techniques which has been received a great deal of attention from past to present in almost every branch of science. However, analyses of influential observations, outliers and leverage points are not studied frequently for the adequacy and efficiency of the logistic regression model. An error in determining the suspicious observations can create serious distortions on validity of the inferences derived from the model, identification and elimination of these observations are very important issues in modelling studies. Detection of outliers and other diagnostic measures based on residuals have gained a wide range of use in the linear regression. The multiplicity of studies on the linear regression provides guidance to methods that can be developed for logistic regression. Issues on outliers, influential observations and high leverage points have been discussed together in logistic regression as in linear regression. The usual method of fitting logistic regression models, maximum likelihood, has good optimality properties in ideal settings, but is extremely sensitive to suspicious data points. Therefore, before concluding that model fits, a series of influential observation diagnostics have been developed to see if fit is supported over the entire set of covariate patterns.

In this thesis developed and recently proposed multiple group diagnostic measures for logistic regression compared with the data derived from simulation study. Thus, optimal diagnostic measures were determined in different simulation scenarios. R software program used at the stage of the development of new diagnostic measures and compare of current diagnostic measures. The simulation study was conducted with one, two and five independent variable logistic regression models. The performance of diagnostic measures were examined for a single contaminated independent variable for each model and in case where all the independents variables were contaminated with certain contamination rates.

**Keywords:** Logistic regression diagnostics, Outliers, High leverage points, Influential observations, Multiple group logistic regression diagnostics

## TEŞEKKÜR

Doktora tezimin her aşamasında yardımını esirgemeyen, beni cesaretlendiren, bana olan inancını kaybetmeyen ve her konuda anlayış gösteren değerli danışmanım Doç. Dr. Özlem Alpu'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez izleme jürimde bulunan ve doktora sürecinde önerilerinden ve tecrübelerinden sıklıkla faydalandığım değerli hocalarım Doç. Dr. Betül Kan Kılınç ve Doç. Dr. Hatice Fidan Şamkar'a teşekkürü bir borç bilirim.

Hayatımın her anında yanımda olan, çoğu zaman çalıştığım için zaman ayıramadığım ama bu durumdan bir kez bile şikayet etmeyen, uzakta olsalar bile yanımda hissettiğim canım ailem ve eşime varlıkları için sonsuz teşekkür ederim.

Eskişehir Osmangazi Üniversitesinde BAP 2015-903 no'lu "Lojistik Regresyonda Kuşku Gözlemlerin İncelenmesi" doktora tezi olarak projelendirilen tezim için ESOĞU BAP birimine teşekkürlerimi sunarım.

## İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET.....	vi
SUMMARY .....	vii
TEŞEKKÜR.....	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	xiv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ .....	xvii
1. GİRİŞ VE AMAÇ.....	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI.....	2
3. YÖNTEM.....	5
4. KUŞKULU GÖZLEMLER: AYKIRI DEĞER, YÜKSEK KALDIRAÇ NOKTASI VE ETKİLİ GÖZLEM.....	6
5. DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ İÇİN KUŞKULU GÖZLEM TEŞHİS ÖLÇÜLERİ .....	9
5.1. Kaldıraç Matrisi ve Aykırı Değer Teşhis ölçüleri.....	11
5.1.1. Kaldıraç matrisi .....	11
5.1.2. Aykırı değer teşhis ölçüleri .....	12
5.1.2.1. <u>Standartlaştırılmış artıklar</u> .....	13
5.1.2.2. <u>Student türü artıklar</u> .....	13
5.1.2.3. <u>PRESS artıkları</u> .....	14
5.2. Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri .....	15
5.2.1. Mahalanobis uzaklığı .....	15
5.2.2. Hadi'nin Potansiyel ölçüsü .....	16
5.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri .....	17
5.3.1. Tek bir gözlemi silmeye dayalı ölçüler .....	17
5.3.1.1. <u>Cook uzaklığı - CD</u> .....	17
5.3.1.2. <u>Modifiye edilmiş Cook uzaklığı - mCD*</u> .....	18
5.3.1.3. <u>DFBETAS</u> istatistiği .....	18
5.3.1.4. <u>DFFITS</u> istatistiği.....	19
5.3.1.5. <u>COVRATIO</u> istatistiği .....	20

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
5.3.1.6. <u>FVARATIO</u> istatistiği.....	21
5.3.1.7. <u>Andrews ve Pregibon İstatistiği- AP</u> .....	22
5.3.2. Birden fazla gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı ölçüler .....	23
5.3.2.1. <u>Cook uzaklığı - CD</u> .....	23
5.3.2.2. <u>MDFFITS</u> istatistiği .....	23
5.3.2.3. <u>GDFFITS</u> istatistiği.....	24
5.3.2.4. <u>Genelleştirilmiş Pena ölçüsü-M</u> .....	25
<b>6. LOJİSTİK REGRESYON MODELİ İÇİN KUŞKULU GÖZLEM TEŞHİS ÖLÇÜLERİ</b> 28	
6.1. Lojistik Regresyonda Tek Bir Kuşkulu Gözlem için Teşhis Ölçüleri .....	30
6.1.1.Kaldıraç matrisi ve aykırı değer teşhis ölçüleri .....	30
6.1.1.1. <u>Kaldıraç matrisi</u> .....	30
6.1.1.2. <u>Aykırı değer teşhis ölçüleri</u> .....	31
6.1.2.Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri.....	34
6.1.2.1. <u>Ortalamadan olan uzaklık-DM</u> .....	34
6.1.3. Etkili gözlem teşhis ölçüleri.....	35
6.1.3.1. <u>Cook uzaklığı-CD</u> .....	35
6.1.3.2. <u>Pearson Ki-Kare istatistiğindeki değişim</u> .....	36
6.1.3.3. <u>Sapma istatistiğindeki değişim</u> .....	36
6.1.3.4. <u>SDFBETA</u> istatistiği .....	37
6.2. Lojistik Regresyonda Birden Fazla Kuşkulu Gözlem için Teşhis Ölçüleri.....	38
6.2.1. Aykırı değer teşhis ölçüleri .....	38
6.2.1.1. <u>Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR</u> .....	38
6.2.1.2. <u>Modifiye edilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları- MSPR</u> .....	40
6.2.1.3. <u>Sapma bileşenleri-DEVC</u> .....	41
6.2.2.Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri.....	42
6.2.2.1. <u>Genelleştirilmiş ağırlıklar-GW</u> .....	42

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<u>Sayfa</u>
6.2.2.2. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM.....	43
6.2.2.3. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC .....	44
6.2.2.4. Sağlam lojistik teşhisçisi-RLGD .....	45
6.2.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri.....	46
6.2.3.1. GDFFITS istatistiği .....	46
6.2.3.2. GSDFBETA istatistiği.....	49
6.3. Lojistik Regresyonda Birden Fazla Kuşkulu Gözlem İçin Önerilen Teşhis Ölçüleri .	49
6.3.1. GSPR'ye dayalı geliştirilmiş Cook uzaklığı-GCD.GSPR.....	49
6.3.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD* .....	50
<b>7. LOJİSTİK REGRESYON TEŞHİS ÖLÇÜLERİNİN BİR VERİ SETİNE</b>	
<b>UYGULANMASI</b> .....	<b>52</b>
7.1. Çoklu Aykırı Değer Teşhis Ölçüleri .....	54
7.1.1.Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR.....	54
7.1.2.Sapma bileşenleri-DEVC .....	56
7.2. Çoklu Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri.....	58
7.2.1. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM.....	58
7.2.2. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC .....	60
7.3. Çoklu Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri.....	62
7.3.1. GDFFITS istatistiği.....	62
7.3.2. GSDFBETA istatistiği .....	64
7.4. Önerilen Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri .....	65
7.4.1. GSPR'ye dayalı geliştirilmiş Cook uzaklığı-GCD.GSPR.....	65
7.4.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD* .....	67
<b>8. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI</b> .....	<b>69</b>
8.1. Simülasyon Senaryosu .....	69
8.2. Tek Bağımsız Değişkenin Kirletildiği Simülasyon Çalışması Sonuçları .....	71
8.2.1. Çoklu aykırı değer teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları .....	71

## İÇİNDEKİLER (devam)

	<b><u>Sayfa</u></b>
8.2.1.1. <u>Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR</u> .....	71
8.2.1.2. <u>Sapma bileşenleri-DEVC</u> .....	73
8.2.2. Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri İçin Simülasyon Sonuçları .....	75
8.2.2.1. <u>Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM</u> .....	75
8.2.2.2. <u>Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC</u> .....	77
8.2.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri.....	79
8.2.3.1. <u>GSDFBETA istatistiği</u> .....	79
8.2.3.2. <u>GDFFITS istatistiği</u> .....	81
8.2.4. Önerilen etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları .....	83
8.2.4.1. <u>GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı-GCD. GSPR</u> .....	83
8.2.4.2. <u>Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD*</u> .....	84
8.3. Tüm Bağımsız Değişkenlerin Kirletildiği Simülasyon Sonuçları .....	87
8.3.1. Çoklu aykırı değer teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları .....	87
8.3.1.1. <u>Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR</u> .....	87
8.3.1.2. <u>Sapma bileşenleri-DEVC</u> .....	89
8.3.2. Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları.....	91
8.3.2.1. <u>Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM</u> .....	91
8.3.2.2. <u>Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC</u> .....	93
8.3.3. Etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları.....	94
8.3.3.1. <u>GSDFBETA istatistiği</u> .....	94
8.3.3.2. <u>GDFFITS istatistiği</u> .....	96
8.3.4. Önerilen etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları .....	98
8.3.4.1. <u>GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı-GCD. GSPR</u> .....	98
8.3.4.2. <u>Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD*</u> .....	100
<b>9. BULGULAR VE TARTIŞMA</b> .....	103
<b>10. SONUÇ VE ÖNERİLER</b> .....	111
<b>KAYNAKLAR DİZİNİ</b> .....	115
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	119

**ŞEKİLLER DİZİNİ**

<b><u>Sekil</u></b>	<b><u>Sayfa</u></b>
4.1. (a) Yüksek kaldıraç noktası ve (b) Etkili gözlem örneği.....	6
7.1. (a) PR, (b) DR, (c) SPR ve (d) GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	56
7.2. (a) DR, (b) PR ve (c) SPR (d) SDR ve (e) DEVC teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	58
7.3. (a) $h_{ii}$ , (b) DM ve (c) DDM yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	60
7.4. (a)DR, (b) DEVC ve (c) RobDEVC teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	62
7.5. (a) DFFITS, (b) CD ve (c) GDFITS teşhis ölçüleri için indeks grafikler .....	64
7.6. (a) CD ve (b) GSDFBETA teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	65
7.7. (a) CD , (b) DFFITS ve (c) GCD.GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri.....	66
7.8. (a) CD , (b) mCD* ve (c) GCD.GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri .....	68

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
7.1. Brown'un (1980) iki bağımsız değişkenli orijinal veri seti.....	52
7.2. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti .....	53
7.3. Imon ve Hadi'nin (2013) modifiye edilmiş Brown veri seti .....	54
7.4. Imon ve Hadi (2008) veri seti üzerinden GSPR ile DR, PR ve SPR aykırı değer teşhis ölçülerinin karşılaştırılması .....	55
7.5. İki bağımsız değişkenli orijinal Brown (1980) veri seti üzerinden DEVC ile PR, DR, SPR ve SDR aykırı değer teşhis ölçülerinin karşılaştırılması .....	57
7.6. Imon ve Hadi'nin (2013) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden DDM ile <i>hii</i> ve DM yüksek kaldıraç noktası teşhisçilerinin karşılaştırılması .....	59
7.7. İki bağımsız değişkenli Orijinal Brown (1980) veri seti üzerinden RobDEVC, DR ve DEVC teşhis ölçülerinin karşılaştırılması .....	61
7.8. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GDFITS ile CD ve DFFITS teşhis ölçülerinin karşılaştırılması.....	63
7.9. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GSDFBETA ve CD teşhis ölçülerinin karşılaştırılması .....	64
7.10. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GCD.GSPR ile CD ve DFFITS teşhis ölçülerinin karşılaştırılması.....	66
7.11. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden mCD* ile CD ve GDFITS teşhis ölçülerinin karşılaştırılması.....	67
8.1. GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	71
8.2. GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	72
8.3. DEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	73
8.4. DEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemler ile kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	74
8.5. DDM teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	75
8.6. DDM teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları .....	76

## ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
8.7. RobDEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	77
8.8. RobDEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	78
8.9. GSDFBETA teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	79
8.10. GSDFBETA teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	80
8.11. GDFFITs teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	81
8.12. GDFFITs teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	82
8.13. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	83
8.14. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	84
8.15. mCD* teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	85
8.16. mCD* teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	86
8.17. GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	87
8.18. GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	88
8.19. DEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	89
8.20. DEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	90
8.21. DDM teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	91
8.22. DDM teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	92

## ÇİZELGELER DİZİNİ

### Cizelge

### Sayfa

8.23. RobDEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	93
8.24. RobDEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	94
8.25. GSDFBETA teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	95
8.26. GSDFBETA teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	96
8.27. GDFFITS teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	97
8.28. GDFFITS teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	97
8.29. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	99
8.30. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	100
8.31. mCD* teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	101
8.32. mCD* teşhis ölçüsü için tüm değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları .....	102

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<b><u>Simge</u></b>	<b><u>Açıklama</u></b>
$d$	Kuşkulu Gözlem Sayısı
$D$	Kuşkulu Gözlem Kümesi
$h_{ii}$	Kaldıraç Matrisinin $i$ 'inci Köşegen Elemanı
$k$	Bağımsız Değişken Sayısı
$n$	Örneklem Büyüklüğü
$p$	Parametre Sayısı
$R$	Kuşkulu Gözlemler Çıkarıldıktan Sonra Veri Setinde Kalan Gözlem Kümesi

<b><u>Kısaltma</u></b>	<b><u>Açıklama</u></b>
AKO	Artık Kareler Ortalaması
AKT	Artık Kareler Toplamı
AP	Asit Fosfat Düzeyi
CD	Cook Uzaklığı
CD*	Düzeltilmiş Cook Uzaklığı
DTO	Doğru Teşhis Oranı
EKK	En Küçük Kareler
LTS	En Küçük Kırpılmış Kareler
LMS	En Küçük Medyan Kareler
GW	Genelleştirilmiş Ağırlıklar
GCD.GSPR	GSPR'ye Dayalı Genelleştirilmiş Cook uzaklığı
DRGP	Genelleştirilmiş Sağlam Potansiyel Teşhis Ölçüsü
GSPR	Genelleştirilmiş Standartlaştırılmış Pearson Artıkları
KO	Kirlenme Oranı
LNI	Lenf Nodu Tutulumu
mCD*	Modifiye Edilmiş Cook Uzaklığı

**SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)**

<b><u>Kısaltma</u></b>	<b><u>Açıklama</u></b>
MVE	Minimum Hacim Elipsoidi
MSPR	Modifiye Edilmiş Standartlaştırılmış Pearson Artıkları
DM	Ortalamadan Olan Uzaklık
DDM	Ortalamadan Olan Silme Uzaklıkları
MDDM	Ortalamadan Olan Silme Uzaklıklarının Medyanı
PR	Pearson Artıkları
RLGD	Sağlam Lojistik Teşhisçi
ROBDEVC	Sağlam Sapma Bileşenleri
DR	Sapma Artığı
DEVC	Sapma Bileşenleri Teşhis Ölçüsü
DEV	Sapma İstatistiği Teşhis Ölçüsü
SPR	Standartlaştırılmış Pearson Artıkları
SDR	Standartlaştırılmış Sapma Artıkları
SO	Süpürme Oranı
BACON	Uyarlanabilir, Parçalı, Hesaplama Yönünden Etkin Aykırı Değer Teşhisçisi
AGE	Yaş

## 1. GİRİŞ VE AMAÇ

Lojistik regresyon modeli geçmişten günümüze büyük ilgi görmektedir. Ancak, lojistik regresyon modelinin yeterliliğinin, uygunluğunun kontrolü için etkili gözlem, aykırı değer ve yüksek kaldıraç noktalarının analizi çok sık çalışılmamaktadır. Etkili gözlemlerin belirlenmesindeki bir hata modelden elde edilen çıkarsamaların geçerliliği üzerinde ciddi bozulmalar yaratabileceğinden bu gözlemlerin belirlenmesi ve ortadan kaldırılması modelleme çalışmalarında çok önemli bir konudur.

Lojistik regresyon modeli için parametrelerin tahmininde sıklıkla kullanılan en çok olabilirlik tahmin tekniği kuşkulu gözlem değerlerine karşı oldukça duyarlıdır. Bu nedenle modelin uygun olduğuna karar vermeden önce değişken değerlerinin tam kümesi üzerinden model uyumunun desteklenip desteklenmediğini görmek amacıyla kuşkulu gözlem teşhisçileri geliştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında lojistik regresyon modelinde kuşkulu gözlemleri belirlemek için literatürde var olan bazı teşhis ölçüleri ve tez çalışmasında önerilen teşhis ölçüleri incelenerek performanslarının değerlendirilmesi amaçlanmaktadır. Böylece tez çalışması, literatürde özellikle uygulamacılar tarafından sıklıkla kullanılan lojistik regresyon analizinde veri setinin aykırı değer, etkili gözlem veya kaldıraç noktalarından arındırılması ve doğru parametre tahminlerinin yapılması için hangi teşhis ölçülerinin daha kullanışlı olabileceği konusunda fikir vermesi bakımından önemlidir.

Çalışmada öncelikle doğrusal regresyonda kullanılan etkili gözlem, aykırı değer ve yüksek kaldıraç noktaları için geliştirilmiş teşhis ölçüleri ele alınıp, ardından lojistik regresyon için geliştirilmiş teşhis ölçüleri incelenmiştir. Ayrıca, literatürde son dönemlerde ele alınmış çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçüleri ve tez çalışmasında önerilen teşhis ölçülerinin performansları lojistik regresyon çalışmalarında sıklıkla kullanılan bir veri seti üzerinden ve simülasyon çalışması ile incelenmiş ve karşılaştırılmıştır.

## 2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Lojistik regresyon analizinde model uyumunun değerlendirilmesi için geliştirilen teşhis ölçülerinin temeli 1970'li yıllardan itibaren literatüre kazandırılan tekli ya da çoklu lojistik regresyon ölçülerine dayanmaktadır. Her iki alandaki en popüler iki kaynağın doğrusal regresyon için Cook (1977) ve lojistik regresyon için Pregibon (1981) olduğu söylenebilir. Bu bölümde lojistik regresyon modeli için kuşkulu gözlemlerin belirlenmesinde kullanılan teşhis ölçüleri ile ilgili çalışmalardan bazıları hakkında bilgi verilmiştir.

Pregibon (1981), lojistik regresyon modelinin en çok olabilirlik tahmininin bağımsız değişken matrisindeki uç değerlere ve bağımlı değişkendeki aykırı değerlere hassas olmasından yola çıkarak, bu tür gözlemlerin teşhisinde ve bu gözlemlerin en çok olabilirlik uyumu üzerindeki etki miktarının belirlenmesinde kullanılabilecek bazı teşhis ölçüleri geliştirmiştir. Parametre tahminleri, standart hatalar, artıklar vb. gibi tahmin süreci bileşenleri bu amaç için kullanılmıştır.

Jennings (1986), aykırı değerler ve artık dağılımlarından yola çıkarak doğrusal regresyon tekniklerinin lojistik regresyona doğrudan uygulanmasının her zaman kullanışlı teşhis araçları vermeyeceğine işaret etmektedir. Dolayısıyla çalışmada her bir teşhis tekniğinin dikkatli bir şekilde değerlendirilmesinin gerektiği vurgulanmaktadır.

Imon ve Hadi (2008), lojistik regresyonda çoklu aykırı değerlerin belirlenmesi için yeni bir yöntem önermiştir. Standartlaştırılmış Pearson artıkları gibi literatürdeki çeşitli aykırı değer teşhis ölçüleri veri setinde tek bir aykırı değer olduğu durumda başarı göstermektedir. Aykırı değer sayısının birden fazla olduğu durumda ise bu ölçüler maskeleyen ve süpürme etkisi nedeniyle başarısız olabilmektedir. Çalışmada öncelikle grup halinde silmeye dayalı standartlaştırılmış Pearson artıklarının genelleştirilmiş bir versiyonu geliştirilmiş ve sonrasında çoklu aykırı değerlerin belirlenmesi için genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları (GSPR) teşhis ölçüsü önerilmiştir. Önerilen yöntemin performansı birkaç veri seti üzerinden incelenmiştir.

Roy ve Guria (2008), gözlem silme tekniğinin lojistik regresyon modeline çok daha kolay bir şekilde genelleştirilebileceğini göstermiştir. Aslında tahmin en çok olabilirlik tekniği ile yapılmasına rağmen, çalışmada klasik doğrusal modelin EKK tahminine oldukça benzer bir teknik kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Tek bir gözlemi silmenin tek bir iterasyon sonrasında elde edilen en çok olabilirlik yöntemi ile regresyon parametrelerinin tahmini üzerindeki etkisi ve modele ilişkin teşhisçiler üzerinde çalışılmıştır. Model en çok olabilirlik yöntemi kullanılarak tahmin edilmiş ve tek bir gözlemin silinmesinden sonra elde edilen tahminlerde ve sapmada meydana gelen değişimler gözlenmiştir.

Nurunnabi, Imon ve Nasser (2010), lojistik regresyonda çoklu etkili gözlemlerin belirlenmesi için DFFITS'in genelleştirilmiş bir versiyonuna dayalı olarak geliştirilmiş GDDFFITS teşhis ölçüsünü önermiştir. Önerilen yöntemin avantajları literatürde yer alan veri setleri üzerinde ve bir simülasyon çalışması ile incelenmiştir.

Syaiba ve Habshah'a (2010) göre lojistik regresyon modelinde  $x$  değişken uzayında diğer gözlemlerden daha uzakta konumlanmış yüksek kaldıraç noktalarının parametre tahminleri üzerindeki kötü etkisi, yüksek kaldıraç noktalarının teşhisini oldukça önemli hale getirmektedir. Son zamanlarda, yüksek kaldıraç noktalarının belirlenmesi için ortalamadan olan uzaklık (DM) teşhisçisi kullanılmaktadır. Bu yöntem yüksek kaldıraç noktalarını doğru bir şekilde teşhis etse bile en temel kısıtı, bazı düşük kaldıraç noktalarını süpürme etkisine maruz bırakmasıdır. Bu çalışmada yüksek kaldıraç noktalarının belirlenmesi için yeni bir teşhis yöntemi geliştirilmiştir. İlk olarak kuşkulu yüksek kaldıraç noktaları sağlam bir yaklaşımla belirlenmiştir. Doğrulamak için kuşkulu gözlem grubu silmeye dayalı potansiyel (group deleted potential) teşhis ölçüsü kullanılmıştır. Önerilen bu teşhis yöntemi, sağlam lojistik teşhisçisi (RLGD) olarak adlandırılmıştır. Önerilen teşhis yönteminin performansı literatürde yer alan veri setleri ve simülasyon çalışması ile incelenmiştir.

Sarkar vd. (2011) potansiyel aykırı değerleri grafiksel yöntemlerle belirleyerek farklı standartlaştırılmış artık ölçüleri ve teşhis istatistiklerini değerlendirmiştir. Teşhis istatistikleri ve grafiksel gösterimler ile 25 gözlem aykırı değer olarak tanımlanmış ancak bu durum parametre tahminleri ve özet uyum ölçüleri üzerinde önemli bir etki yaratmamıştır.

Ahmad, Midi ve Ramli (2011) Pearson artıkları ve sapma artıklarının veri setinde çok sayıda kuşkulu gözlemin varlığında başarısız olduğu düşüncesinden yola çıkarak sapma artıklarına dayalı çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü önermiştir. Önerilen teşhis ölçüsünün performansı birkaç veri seti ve simülasyon çalışması üzerinden değerlendirilmiştir.

Imon ve Hadi (2013), Hosmer ve Lemeshow' un (1980) lojistik regresyonda kaldıraç ölçüsünün, gerçek kaldıraç değerlerini yanıltıcı ve çok küçük bir değer yapabilen bir bileşen içerdiği ve bu durumun gözlemlerin doğru tanımlanmasında sorun yarattığı düşüncesinden yola çıkarak çoklu yüksek kaldıraç noktası belirleme yöntemi geliştirmiştir. Önerilen yöntemin kullanılabilirliği iyi bilinen birkaç veri seti ve simülasyon çalışması üzerinden değerlendirilmiştir.

Midi ve Ariffin (2013), Imon ve Hadi'nin (2008) GSPR teşhisçisine alternatif bir yaklaşım önermiştir. Bu çalışmada sağlam lojistik teşhisçisinden türetilmiş alternatif bir ölçü, modifiye edilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları (MSPR) önerilmiştir. Sonuç olarak GSPR ve önerilen yöntemin bir aykırı değer grubunun teşhisinde eşit düzeyde etkili olduğu görülmüştür.

Beyaztaş ve Alin (2014), iki düzeyli lojistik regresyon modelinde etkili gözlemleri tespit etmek için jackknife-after-bootstrap yönteminin kullanımını önermiştir. Önerilen yöntemin performansı geleneksel yöntem, standartlaştırılmış Pearson artıkları, Cook uzaklığı, Pearson ki-kare istatistiğindeki değişim ve sapma istatistiklerindeki değişim ile hem gerçek veri setleri hem de simülasyon çalışması ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, jackknife-after-bootstrap yönteminin geleneksel yöntemlerden daha iyi performans gösterdiğini ve özellikle Cook uzaklığı için maskeleyen etkisine karşı daha sağlam olduğunu göstermiştir.

Bu bölümde literatürde yer alan lojistik regresyon teşhis ölçüleri hakkında kısaca bilgi verildikten sonra ilerleyen bölümlerde öncelikle doğrusal regresyonda kullanılan kuşkulu gözlem teşhis ölçüleri ve ardından lojistik regresyonda kullanılan teşhis ölçüleri detaylı olarak incelenmektedir.

### 3. YÖNTEM

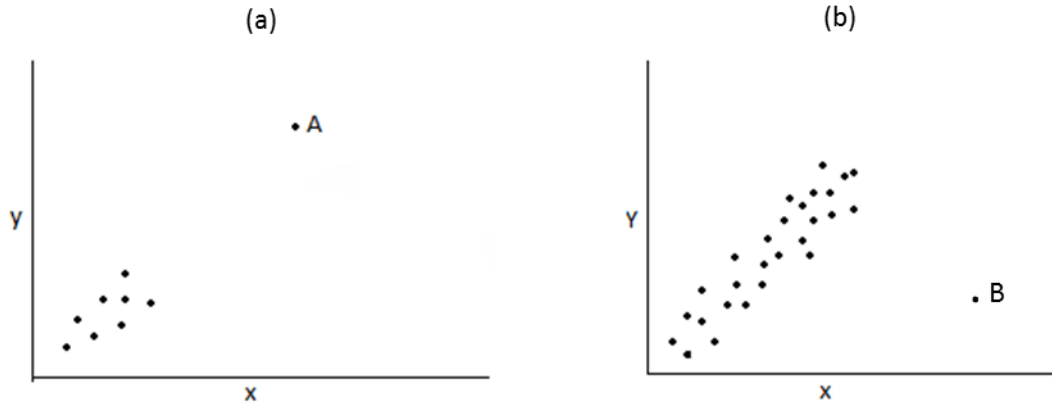
Bu çalışmada lojistik regresyon modeli için son dönemlerde ele alınmış teşhis ölçüleri ve önerilen teşhis ölçüleri, lojistik regresyon çalışmalarında sıklıkla kullanılan bir veri seti ve Monte Carlo simülasyon çalışması ile türetilen veriler üzerinden karşılaştırılmaktadır.

Simülasyon çalışması bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri ile gerçekleştirilmiştir. Her bir model için tek bir bağımsız değişkenin ve tüm bağımsız değişkenlerin belirli kirletme oranları ile kirletildiği durumlarda teşhis ölçülerinin performansı incelenmiştir. Yeni teşhis ölçülerinin geliştirilmesi ve mevcut teşhisçilerin karşılaştırılması aşamasında istatistiksel yazılım geliştirme ortamı olan R yazılım programından faydalanılmıştır.

#### 4. KUŞKULU GÖZLEMLER: AYKIRI DEĞER, YÜKSEK KALDIRAÇ NOKTASI VE ETKİLİ GÖZLEM

Regresyon analizinde kuşkulu gözlemler; aykırı değer, yüksek kaldırmaç noktası ve etkili gözlem olmak üzere üç kategoride sınıflandırılmaktadır (Nurunnabi, Nasser ve Imon, 2016). Hem doğrusal regresyon hem de lojistik regresyon teşhis ölçülerinde kuşkulu gözlemlere ilişkin konular birlikte ele alınmaktadır.

En genel anlamda verilerin homojen çoğunluğu tarafından önerilen modele uyumsuzluk gösteren gözlem veya gözlemlere aykırı değer denir. Diğer gözlem değerlerinden daha uzakta konumlanmış tek bir gözlemin çıkarılması, tahmin edilen regresyon model parametrelerinde önemli değişikliklere neden oluyorsa bu tür gözlemlere etkili gözlemler ya da yüksek kaldırmaç noktaları denir (Rawlings vd., 1998). Kaldırmaç, sadece bağımsız değişkene ilişkin bir kavramdır. Yüksek kaldırmaç noktaları  $x$  yönündeki aykırı değerler olarak kabul edilebilir. Doğrusal regresyonda yüksek kaldırmaç noktası ve etkili gözlem örneği Şekil 4.1’de verilmiştir.



Şekil 4.1. (a) Yüksek kaldırmaç noktası ve (b) Etkili gözlem örneği

Şekil 4.1(a)’daki A noktası  $x$  uzayında örneklemin geri kalanından daha uzak bir noktada konumlanmış, fakat neredeyse örneklemin diğer noktaları arasından geçerek regresyon doğrusu boyunca uzanmıştır. Bu bir kaldırmaç noktası örneğidir; kuşkulu bir  $x_i$  değerine sahiptir ve belirli model özelliklerini kontrol edebilir. Bu nokta regresyon katsayılarının tahmininde etkili değildir, fakat  $R^2$  ve regresyon katsayılarının standart hatası gibi özet istatistiklerde şüphesiz büyük bir etki yaratacaktır. Şekil 4.1(b)’deki B noktası ise

$x$  koordinatında kısmen kuşkulu görüldüğü gibi  $y$  değeri de şüpheli görünmektedir. Bu etkili bir gözlemdir; model katsayıları üzerinde dikkate değer bir etkisi olmakla birlikte, regresyon modelini de bulunduğu konumuna doğru çekmektedir. Sonuç olarak, bu etkili gözlemleri bulup model üzerindeki etkilerini değerlendirmek gerekir. Bu etkili gözlemler gerçekte kuşkulu gözlem değerleri ise gözlemin örneklemeden çıkarılması gerekir. Diğer taraftan bu gözlemlerle ilgili bir sorun olmayabilir, eğer model özelliklerini kontrol eden düzeydeyse bilinmelidir çünkü tahmin edilen son modelin kullanımını etkileyebilir (Montgomery, Peck ve Vining, 2001).

Chatterjee ve Hadi'ye (1988) göre etkili gözlem, diğer gözlemlerle karşılaştırıldığında tek başına ya da diğer gözlemlerle birlikte tahmin edilen regresyon modeli parametreleri üzerindeki etkisi oldukça büyük olan gözlemlerdir. Belsley, Kuh ve Welsch'e (1980) göre etkili gözlem, tek başına ya da diğer bazı gözlemlerle birlikte çeşitli tahmin değerlerinin (katsayılar, standart hatalar vb. gibi) hesaplanmasında açıkça görülebilen bir etkiye sahiptir. Bu durumda, parametre tahminleri ya da ön kestirimlerin doğruluğu verinin büyük çoğunluğuna değil etkili gözlemlere bağlıdır. Bu gözlemlerin veri setinden çıkarılması analiz sonuçları üzerinde dikkate değer bir değişim yaratabilir.

Çoklu doğrusal regresyon ile karşılaştırıldığında lojistik regresyonda aykırı değerleri tanımlamak ve teşhis etmek daha zordur (Cook ve Weisberg, 1999). Lojistik regresyon modelinde doğrusal regresyon modelinden farklı olarak  $y$  bağımlı değişken değerlerinin tamamı 0 ya da 1 değerlerinden oluşmaktadır.  $y$  yönünde bir hata ancak 0 değeri 1 değerine ( $0 \rightarrow 1$ ) ya da 1 değerinin 0 değerine ( $1 \rightarrow 0$ ) dönüşmesiyle ortaya çıkabilir. İki düzeyli veri için bir aykırı değer iki şekilde ortaya çıkabilir;  $y=1$  ve  $P(Y = 1 | x_i)$  olasılık değerinin 0'a yakın olması durumu bir diğeri ise  $y=0$  için  $P(Y = 1 | x_i)$  değerinin 1'e yakın olma durumudur (Copas, 1988).

Lojistik regresyonda  $x$  yönündeki aykırı değerler yüksek kaldıraç noktaları, iyi ya da kötü kaldıraç noktaları olabilir. Ancak kötü kaldıraç noktaları çıkarımsal istatistiklerde ciddi problemlere neden olur (Norazan, Sanizah ve Habshah, 2012). Croux vd. ne (2002) göre kötü kaldıraç noktaları olarak adlandırılan en tehlikeli aykırı değerler, hem yanlış sınıflandırılmış hem de  $x$  yönündeki diğer gözlem noktalarına uyumsuzluk gösteren gözlemlerdir. İyi kaldıraç noktaları  $y=1$  için  $P(Y = 1 | x_i)$  olasılık değerinin büyük değer

alması,  $y=0$  için  $P(Y = 1|x_i)$  olasılık değerinin küçük bir değer olması durumunda ortaya çıkmaktadır. Kötü kaldıraç noktaları ise tam tersi bir durumda ortaya çıkmaktadır (Ahmad, Ramli ve Midi, 2010).

Doğrusal regresyon literatüründe aykırı değer ve etkili gözlemlerin önemi, teşhis ölçüleri detaylı olarak incelenmiştir (Belsley vd., 1980; Chatterjee ve Hadi, 1986, 2006; Cook ve Weisberg, 1982; Rousseeuw ve Leroy, 1987). Bunlar arasında, aykırı değerler için geliştirilmiş artıklara ya da bazı artık fonksiyonlarına dayalı ölçüler (standartlaştırılmış ya da Student türü artıklar), yüksek kaldıraç noktaları için kaldıraç matrisinin köşegen elemanları ve etkili gözlemler için tek bir gözlemi silmeye dayalı Cook uzaklığı, DFFITS, COVRATIO gibi ölçüler genellikle teşhis amacıyla kullanılmıştır (Nurunnabi vd., 2008).

Hepsi olmasa bile çoğu tek satır teşhisçisi çoklu satır teşhisçileri olarak geliştirilebilmektedir. Yani, gözlemlerin etkisini tek tek incelemek yerine şüpheli gözlem gruplarının etkisi incelenebilir (Sebert, 1996). Belsley vd. (1980) tek bir gözlemi silmeye dayalı teşhis ölçülerinin çoğunun çoklu satır silme ölçülerine dönüştürülebileceğini göstermiştir.

Lojistik regresyonda aykırı değerlerin teşhisi için artık ölçülerine dayalı olarak geliştirilmiş birçok teşhis ölçüsü önerilmiştir (Pregibon, 1981; Menard, 2002; Hosmer ve Lemeshow, 2000; Copas, 1988). Lojistik regresyonda aykırı değerlerin teşhisinde kullanılan ölçülerden bazıları Pearson artıkları, sapma artıkları, standartlaştırılmış Pearson artıklarıdır. Veri setinden tek bir gözlemin çıkarılmasının parametre tahminlerine olan etkisini teşhis etmek için kullanılan ölçülerden bazıları ise Cook uzaklığı, Pearson ki-kare istatistiğindeki değişim ve sapma istatistiğindeki değişimdir. Tüm bu teşhis ölçüleri veri setinde birden fazla kuşkulu gözlemin olması durumunda maskeleye ya da süpürme etkisi nedeniyle başarısız olabilmektedir (Imon ve Hadi, 2008; Ahmad vd., 2011). Bir regresyon modelinin kullanımı ve özellikle bu modele dayalı olarak gerçekleştirilen parametre tahminleri modelin veriyle uyumlu olmasını gerektirir. Uyum iyiliğinin gerçekleştirilebilmesi için bu kuşkulu gözlemlerin teşhis edilebilmesi ve gerekli önlemlerin alınması önemlidir.

## 5. DOĞRUSAL REGRESYON MODELİ İÇİN KUŞKULU GÖZLEM TEŞHİS ÖLÇÜLERİ

Doğrusal bir regresyon modelinde, en küçük kareler (EKK) tahmin tekniği ile parametre tahmini, veri setindeki bazı kuşkulu gözlem noktalarından etkilenmektedir. Böylece, bu kuşkulu gözlem değerlerinin tespiti regresyon analizinin önemli adımlarından biri haline gelmiştir (Bagheri vd., 2010).

Herhangi bir veri seti için genel doğrusal model  $Y = X\beta + \varepsilon$ 'nın EKK tahminleri bir ya da birkaç gözlemin silinmesi ya da eklenmesinden ciddi bir şekilde etkilenebilmektedir. EKK tekniği tüm gözlemlere eşit ağırlık verir. Ancak, her bir gözlem değerinin EKK sonuçları üzerindeki etkisi eşit değildir (Chatterjee ve Hadi, 1988).

Klasik regresyon analizi belirli varsayımları gerektirmektedir. Analizin geçerli olabilmesi için bu varsayımların sağlandığından emin olunmalıdır. Artıklar regresyon teşhisçilerinde önemli bir rol oynar; hiçbir analiz artıklar kapsamlı olarak incelenmeden tamamlanamaz (Chatterjee ve Hadi, 1988). Aykırı değerlerin etkili gözlem olması gerekmediği (Andrews ve Pregibon, 1978) gibi büyük artık değerleri de etkili gözlemlerin aykırı değer olmasını gerektirmez (Draper ve Smith, 1981). Bu iki durumda kuşkulu gözlemlerin tespitinde artıkların tek başına incelenmesi yeterli değildir. Küçük artık değerine sahip ve uyum üzerinde büyük bir etkiye sahip gözlemlerle gerçek hayatta sıklıkla karşılaşılmaktadır. Bu durum artıklara ek olarak kaldıraç kavramı üzerinde de çalışılması gerektiğini doğurmuştur (Chatterjee ve Hadi 1986). Welsch (1982), ne kaldıraç matrisi ne de Student türü artıkların tek başına etkili gözlemlerin teşhisinde yeterli olmayacağını belirtmiştir. Pregibon (1981), standartlaştırılmış artıklar ve kaldıraç matrisinin köşegen elemanlarının uç noktaların teşhisinde yararlı olduğunu ancak uyumun çeşitli yönlerine ilişkin etkilerini değerlendirmede kullanışlı olmadıklarını belirtmiştir. Son zamanlarda yapılan çalışmalarda dikkat, uç noktaların model uyumu üzerindeki etkisini değerlendirmek için etkili gözlemlerin belirlenmesine çevrilmiştir.

Chatterjee ve Hadi (1986), çok sayıda etki ölçüsünden en yaygın olanları incelemiş ve aralarındaki mevcut ilişkileri göstermiştir. Bu ölçüler beş grupta sınıflandırılmaktadır; artıklara dayalı ölçüler, kaldıraç matrisine dayalı ölçüler, güven elipsoitlerinin hacmine dayalı ölçüler, etki fonksiyonlarına dayalı ölçüler ve kısmi etkiye dayalı ölçülerdir. Bu tanı istatistiklerinin çoğu tek bir gözlemin silinmesine ya da gözlem grubunun silinmesine dayalıdır.

Geleneksel doğrusal regresyon teşhis ölçüleri, her bir gözlem değerinin regresyon parametre tahminleri ya da varyans tahmin değerlerini belirlemedeki etkisini ölçmek için geliştirilmiş bir dizi istatistiktir. Bu istatistikler gözlem silme teşhis ölçüleri olarak bilinir. Çünkü bunlar modelden tek bir gözlem silindikten sonra regresyon parametrelerinin tahmininde ya da önkestim değerlerinde meydana gelen değişikliği ölçmektedir (Li ve Valliant, 2011).

Cook uzaklığı (Cook, 1977), DFFITS ve DFBETAS (Belsley vd., 1980) gibi popüler teşhis ölçüleri tek gözlemi silmeye dayalıdır. Tek bir gözlemin silinmesine dayalı olarak geliştirilmiş teşhis ölçüleri maskeleye ya da süpürme etkisine maruz kalabilmektedir. Atkinson (1986) maskeleye durumunda tek gözlem silmeye dayalı bu teşhisçilerin aykırı değerleri ve etkili gözlemleri belirlemede başarısız olacağına dikkat çekmektedir. Maskeleye, bir aykırı değer genellikle yakınındaki başka bir gözlem nedeniyle teşhis edilemediği durumda ortaya çıkmaktadır. Süpürme ise, sorunsuz gözlemlerin daha uzakta konumlanmış bir gözlem grubu nedeniyle yanlışlıkla aykırı değer olarak belirlenmesi ile ortaya çıkmaktadır (Mercedes vd., 1999).

Her seferinde tek bir gözlemin veri setinden çıkarılması bazı maskelenmiş aykırı değerlerin ya da etkili noktaların gözden kaçırılmasına neden olabileceğinden kuşkulu gözlem gruplarının potansiyel etkisini sınamada kullanılacak çoklu-satır silme teşhis ölçüleri geliştirilmiştir. Çoklu-satır silme yöntemleri, prensipte, kuşkulu gözlem grubunun tüm üyelerinin eşzamanlı olarak veri setinden çıkarılmasından sonra regresyon modelinde meydana gelen değişimi ölçmeye olanak sağlamaktadır. Böylece, aykırı değerler arasındaki maskeleye etkisi önlenmektedir. Çoklu-satır silme yöntemlerini kullanmadan önce, aykırı değer grubunu etkili ve doğru bir şekilde belirleyebilmek için bir yöntem (grafiksel teknikler ya da sağlam kuşkulu gözlem teşhisçileri) belirlenmelidir (Li ve Vaillant, 2011).

## 5.1. Kaldıraç Matrisi ve Aykırı Değer Teşhis ölçüleri

### 5.1.1. Kaldıraç matrisi

$n$  gözlem sayısı,  $k$  bağımsız değişken sayısı ve  $p=k+1$  olmak üzere çoklu doğrusal regresyon modelinin matris gösterimi,

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (5.1)$$

biçimindedir. Burada,  $Y$   $n \times 1$  boyutlu bağımlı değişken vektörü,  $X$ ,  $n \times p$  boyutlu bağımsız değişken matrisi,  $\beta$ ,  $p \times 1$  boyutlu bilinmeyen katsayı vektörü ve  $\varepsilon$ ,  $n \times 1$  boyutlu hata terimleri  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$  vektörüdür.  $\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \varepsilon' \varepsilon = (\mathbf{y} - X\beta)'(\mathbf{y} - X\beta)$  fonksiyonunun  $\beta$ 'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlendiğinde  $\beta$  parametresinin EKK kestiricisi  $\hat{\beta}$  olmak üzere,

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (5.2)$$

ifadesi elde edilir. Gözlenen  $y_i$  değerlerine karşılık gelen  $\hat{y}$  tahmin değerleri vektörü,

$$\hat{y} = X\hat{\beta} = X(X'X)^{-1}X'y = Hy \quad (5.3)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada  $H = X(X'X)^{-1}X'$   $n \times n$  boyutlu kaldıraç matrisidir. Kaldıraç matrisi etkili gözlemlerin belirlenmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Gözlenen  $y_i$  değerlerine karşılık gelen  $\hat{y}_i$  tahmin değerleri arasındaki fark,

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

$i$ 'inci artık değeridir. Artık vektörü,

$$e = y - X\hat{\beta} = y - Hy = (I - H)y \quad (5.5)$$

şeklinde de ifade edilmektedir. Kaldıraç matrisi  $\hat{y}$  ve  $e$ 'nin varyans ve kovaryanslarını belirler, çünkü  $Var(\hat{y}) = \sigma^2 H$  ve  $Var(e) = \sigma^2(I - H)$ 'dir. Kaldıraç matrisinin köşegen elemanları  $h_{ii}$ ,

$$h_{ii} = \mathbf{x}_i'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_i \quad (5.6)$$

kaldıraç noktası olarak da adlandırılır.  $\mathbf{x}_i'$ ,  $\mathbf{X}$  matrisinin  $i$ 'inci satırıdır. Kaldıraç matrisi köşegeni  $i$ 'inci gözlem değerinin  $x$  uzayının merkezine olan uzaklığının standartlaştırılmış bir ölçüsüdür. Büyük  $h_{ii}$  değerine sahip noktalar etkili olması muhtemel gözlem değerlerini göstermektedir (Montgomery vd., 2001). Hoaglin ve Welsch'e (1978) göre  $k$ , bağımsız değişken sayısı,  $p=k+1$  olmak üzere,

$$h_{ii} > 2p/n \quad (5.7)$$

olduğu durumda  $i$ 'inci gözlem yüksek kaldıraç noktasıdır. Belsley vd. ne (1980) göre  $(n - p)[h_{ii} - (1/n)]/[(1 - h_{ii}) * (p - 1)]$ ,  $(p-1)$  ve  $(n-1)$  serbestlik derecesi ile F dağılımı göstermektedir.  $p > 15$  ve  $n - p > 30$  olduğu durumda  $2p/n$  eşik değeri,  $p > 6$  ve  $n - p > 12$  olduğu durumda ise,

$$3p/n \quad (5.8)$$

eşik değerinin kullanılması daha uygundur (Velleman ve Welsch, 1981).

### 5.1.2. Aykırı değer teşhis ölçüleri

Artıklar bir gözlemin gerçek bağımlı değişken değeri  $y_i$  ve tahmin edilen bağımlı değişken değeri  $\hat{y}_i$  arasındaki uyumun bir göstergesidir (Ahmad vd., 2011; Collet, 2003). Aykırı değerlerin teşhisinde öncelikle artıkların kullanımı söz konusudur (Christensen, 1997).

Aykırı değer diğer gözlemlerle karşılaştırıldığında kuşkulu bir  $\hat{y}_i$  tahmin değeri alan gözlemdir.  $\hat{y}_i$   $i$ 'inci gözlem için bağımlı değişken beklenen değerinin mevcut en iyi tahmini olduğundan, Eşitlik (5.4) ile ifade edilen artıkların, gözlemlerin aykırı değer olup olmadığını değerlendirmek için kullanılan anahtar istatistik olması doğaldır. Aykırı değer büyük artık değerine sahip bir gözlemdir. Asıl mesele büyük artık değeri ile ifade edilenin ne olduğudur (Chatterjee ve Simonoff, 2013).

### 5.1.2.1. Standartlaştırılmış artıklar

Doğrusal regresyon analizinde Eşitlik (5.4)'te tanımlanan sıralı artıklar  $e_{(1)}, e_{(2)}, \dots, e_{(n)}$  ile hataların toplamı sıfırdır varsayımı karşılanırken hata varyanslarının eşit olması varsayımı  $Var(e) = \sigma^2(\mathbf{I} - \mathbf{H})$  eşitliğindeki  $h_{ii}$  kaldıraç değerlerinin  $x_{i1}, x_{i2} \dots x_{ip}$  bağımsız değişken değerlerine bağlı olarak değişmesi nedeniyle gerçekleşmemektedir. Hata varyanslarının eşit olmaması sorununun önüne geçmek için  $i$ 'inci artık  $e_i$ 'nin kendi standart sapmasına bölünerek standartlaştırılmasıyla ortalaması 0 ve standart sapması 1 olan,

$$e_i^* = \frac{e_i}{\sigma\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (5.9)$$

standartlaştırılmış artık elde edilir (Chatterjee ve Hadi, 2012).  $e_i^* > 3$  olduğu durumda standartlaştırılmış artık değeri bir aykırı değer varlığını göstermektedir (Montgomery vd., 2001).

### 5.1.2.2. Student türü artıklar

Standartlaştırılmış artıklar bilinmeyen  $\sigma$  parametresine bağlı olduğundan gerçek hesaplama  $\sigma$  tahmininin hesaplanmasını gerektirir. Standart yaklaşım  $\sigma$  tahmininin ( $\hat{\sigma}$ ) standart hatasının kullanımını; bazen içsel Student türü artık olarak adlandırılır ancak genellikle sadece standartlaştırılmış artık denir.

$$r_{Si} = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_i\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (5.10)$$

Alternatif bir yaklaşım ise  $i$ 'inci artığı belirlerken  $n$  gözlemden  $i$ 'inci gözlemin çıkarılması ile hesaplanan  $\sigma$  tahmini  $\hat{\sigma}_{(i)}$ 'nin kullanıldığı dışsal Student türü artıktır.

$$r_{Si}^* = \frac{e_i}{\hat{\sigma}_{(i)}\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (5.11)$$

Böylece, veri setinden çıkarılan gözlem gerçekte aykırı değer ise  $\sigma$  tahmininde etkisi olmayacaktır (Chatterjee ve Simonoff, 2013). Student türü artıkların toplamı sıfıra eşit değildir ancak, aynı varyansa sahiptirler. Genellikle dışsal Student türü artıklar içsel Student

türü artıklara tercih edilir. İçsel Student türü artıklar varyansı 1 olan Beta dağılımı gösterirken dışsal Student türü artıklar  $n-p-2$  serbestlik derecesiyle t dağılımına sahiptir (Velleman ve Welsch, 1981). Örneklem büyüklüğü arttıkça Student türü artıklar yaklaşık normal dağılmaktadır. Artıklar tam olarak birbirinden bağımsız değildir ancak örneklem hacmi büyük olduğunda bu durum göz ardı edilebilmektedir (Chatterjee ve Hadi, 2012; Montgomery vd., 2001).

### 5.1.2.3. PRESS artıkları

Standartlaştırılmış artıklar ve Student türü artıklar aykırı değerlerin teşhisinde etkili teşhis ölçüleridir. Bir diğer yaklaşım ise  $y_i - \hat{y}_{(i)}$  denklemi ile hesaplanan PRESS artıklarıdır. Bu artık ölçüsünün mantığı eğer  $i$ 'inci gözlem için  $y_i$  bağımlı değişken değeri gerçekten kuşkulu bir değerse tüm gözlemler için tanımlanan regresyon modeli bu gözlemden etkilenebilir. Bu gözlem gözlenen  $y_i$  değerine çok yakın bir  $\hat{y}_i$  tahmin değeri üretirse sıralı artık  $e_i$  küçük bir değer olacaktır. Bu durumda aykırı değer teşhisi zorlaşacaktır. Eğer  $i$ 'inci gözlem silinirse  $\hat{y}_{(i)}$  bu gözlemden etkilenmeyecek ve aykırı değeri teşhis edilebilecektir.  $i$ 'inci gözlem silindiğinde doğrusal regresyon modeli veri setinde kalan  $n-1$  gözlem üzerinden tahmin edildiğinde ve silinen gözleme karşılık gelen  $y_i$  değeri kestirildiğinde tahmin hatası,

$$e_{(i)} = y_i - \hat{y}_{(i)} \quad (5.12)$$

eşitliği ile elde edilir. Bu tahmin hatası  $i=1,2, \dots, n$  olmak üzere her bir gözlem için hesaplanır. Eşitlik (5.12)'deki tahmin hataları PRESS artıkları ya da silinen artıklar olarak ifade edilmektedir. PRESS artıkları için  $n$  farklı regresyon modelinin tahmin edilmesi gerekir. Ancak, PRESS artıkları  $h_{ii}$  kaldıraç matrisi değerleri ile de ifade edilebilmektedir.

$$e_{(i)} = \frac{e_i}{1-h_{ii}} \quad (5.13)$$

Eşitlik (5.13)'te görüldüğü gibi PRESS artıkları kaldıraç matrisinin köşegen elemanları ile ağırlıklandırılmış sıralı artıklardır. Büyük  $h_{ii}$  değerleri için PRESS artıkları diğer

gözlemlerle karşılaştırıldığında büyük artık değerleri alacağından bu gözlemlerin etkili gözlem noktaları olduğu düşünülebilir. PRESS artıklarının varyansı,

$$Var[e_{(i)}] = Var\left[\frac{e_i}{1-h_{ii}}\right] = \frac{1}{(1-h_{ii})^2} [\sigma^2(1-h_{ii})] = \frac{\sigma^2}{(1-h_{ii})} \quad (5.14)$$

biçiminde ifade edildiğinde standartlaştırılmış PRESS artıkları,

$$\frac{e_{(i)}}{\sqrt{Var[e_{(i)}]}} = \frac{e_i/(1-h_{ii})}{\sqrt{\sigma^2(1-h_{ii})}} = \frac{e_i}{\sqrt{\sigma^2(1-h_{ii})}} \quad (5.15)$$

olarak elde edilir.  $\sigma^2$ 'nin tahmini için artık kareler ortalaması (AKO) kullanıldığında ise PRESS artıkları Student türü artıklara dönüşür (Montgomery, Peck ve Vining, 2012).

## 5.2. Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri

### 5.2.1. Mahalanobis uzaklığı

Mahalanobis uzaklığı, doğrusal regresyonda yüksek kaldıraç noktalarının tespisi için Rousseeuw ve Leroy (1987) tarafından önerilmiş bir teşhis ölçüsüdür.  $X$  bağımsız değişken matrisinin 1 değerlerinden oluşan bir sütunu olduğu düşünüldüğünde  $\mathbf{x}'_i$  gözlem vektörü,

$$\mathbf{x}'_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}) = (1, \mathbf{v}_i) \quad (5.16)$$

biçiminde tanımlanır.  $k$  boyutlu satır vektörü  $\mathbf{v}_i$ 'nin aritmetik ortalaması, ve kovaryans matrisi  $C$  sırasıyla,

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \quad (5.17)$$

$$C = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}})' (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}}) \quad (5.18)$$

olmak üzere Eşitlik (5.17) ve Eşitlik (5.18)'deki gibi tanımlandığında, bağımsız değişken gözlem değerlerinin ortalamadan uzaklığının bir ölçüsü Mahalanobis uzaklığının karesi,

$$MD_i^2 = (v_i - \bar{v})\mathbf{C}^{-1}(v_i - \bar{v})' \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.19)$$

olarak ifade edilir.  $MD_i^2$  değerleri 0.95 güvenirlilik düzeyi için  $k$  serbestlik dereceli ki-kare değeri ile karşılaştırıldığında elde edilen eşik değerden büyük olan gözlemlerin yüksek kaldıraç noktası olduğu düşünülmektedir. Mahalanobis uzaklığının karesi kaldıraç matrisinin köşegen elemanları türünden,

$$MD_i^2 = (n - 1)[h_{ii} - 1/n] \quad (5.20)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir (Rousseeuw ve Leroy, 1987). Rousseeuw ve Zomeren'e (1990) göre  $k$  boyutlu satır vektörünün aritmetik ortalaması  $\bar{v}$  ve kovaryans matrisi  $\mathbf{C}$  veri setinde çok sayıda kuşkulu gözlem olması durumunda maskeleye ve süpürme etkisi nedeniyle başarısız olabilmektedir. Bu nedenle Rousseeuw ve Zomeren (1990) Eşitlik (5.17)'nin minimum hacim elipsoidi (MVE) tahmincisi ile hesaplandığı sağlam Mahalanobis uzaklığını önermiştir.

### 5.2.2. Hadi'nin Potansiyel ölçüsü

Hadi'ye (1992) göre veri setinde yüksek bir kaldıraç noktasının bulunması durumunda kaldıraç matrisi bozulmaya uğrayacak ve uygun kaldıraç değerlerini vermeyecektir. Bu durumda tek bir gözlemin veri setinden silinmesinin kaldıraç matrisi üzerindeki etkisini belirlemek için Hadi'nin potansiyel ölçüsü olarak adlandırılan bir yüksek kaldıraç noktası teşhisçisi önermiştir. Hadi'nin  $i$ 'inci gözlem için potansiyel ölçüsü,

$$p_{ii} = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}_{(i)}^T \mathbf{X}_{(i)}) \mathbf{x}_i \quad (5.21)$$

$\mathbf{X}_{(i)}$ ,  $\mathbf{X}$  bağımsız değişken matrisinde  $i$ 'inci satırın silinmesi ile elde edilen matris olmak üzere Eşitlik (5.21) ile ifade edilmektedir. Kaldıraç matrisi ile Hadi'nin potansiyel ölçüsü arasındaki ilişki,

$$p_{ii} = \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \quad (5.22)$$

Eşitlik (5.22)'deki gibi ifade edilmekle birlikte büyük  $p_{ii}$  değerine sahip gözlemler yüksek kaldıraç noktasıdır. Hadi'nin  $p_{ii}$  teşhis ölçüsü için önerdiği eşik değer,

$$\text{medyan}(p_{ii}) + c.MAD(p_{ii}) \quad (5.23)$$

$c$ , 2 ya da 3 gibi sabit bir değer olmak üzere Eşitlik (5.23)'teki gibi ifade edilmektedir (Imon, 2005).

### 5.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri

#### 5.3.1. Tek bir gözlemi silmeye dayalı ölçüler

##### 5.3.1.1. Cook uzaklığı - CD

Cook'un (1977) önerdiği etkili gözlem teşhis ölçüsü Cook uzaklığı, Student türü artıklar, artık varyansı ve tahmin değerlerinin bütünleşik etkisini gösteren bir etkili gözlem teşhis ölçüsüdür. Önerilen bu yöntemde her bir gözlemin tahmin değerlerine etkisi ölçülmektedir.  $n$  gözlem üzerinden tahminler elde edildikten sonra  $i$ 'inci gözlem çıkarılır ve kalan  $n-1$  gözlem üzerinden  $\hat{\beta}_{(i)}$  kestirimleri bulunur. Böylece Cook uzaklığı,

$$CD_i = \frac{(\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})' X' X (\hat{\beta}_{(i)} - \hat{\beta})}{p \cdot \hat{\sigma}^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.24)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Burada  $k$  bağımsız değişken sayısı olmak üzere  $p=k+1$  için  $CD_i$ 'nin büyük değerlerine karşılık gelen gözlemler  $\hat{\beta}$ 'nin EKK tahmini üzerinde etkilidir. Pratikte Eşitlik (5.24)'ün kullanılması zordur. Bunun yerine daha yalın bir eşitlik yazıldığında,

$$CD_i = \frac{r_{Si}^2 \text{var}(\hat{y}_i)}{p \text{var}(e_i)} = \frac{r_{Si}^2 h_{ii}}{p (1-h_{ii})} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.25)$$

elde edilir. Cook uzaklığı, regresyon modelindeki parametreler dışında Eşitlik (5.25)'te görüldüğü gibi, hem kaldıraç matrisinin köşegen elemanları  $h_{ii}$ , hem de Student türü artıklardan  $r_{Si}$ , etkilenmektedir.  $CD_i$  değeri ya  $r_{Si}$ 'nin büyüklüğüne ya da  $x_i$  vektörünün

diğer vektör ortalamalarına olan uzaklığına ya da her ikisine bağılı olarak büyük bir değer olabilir.  $CD_i > 1$  eşik değerini aşan gözlemler etkili gözlemdir (Montgomery vd., 2001).

### 5.3.1.2. Düzeltilmiş Cook uzaklığı- $CD^*$

Cook uzaklığı'nın (1977) bir başka uyarlaması olan düzeltilmiş Cook uzaklığı, etkili gözlemlerin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Düzeltilmiş Cook uzaklığı;

$$CD_i^* = |r_{Si}^*| \sqrt{\left[\left(\frac{n-p}{p}\right) \left(\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}\right)\right]} = |DFFITs_i| \sqrt{\left(\frac{n-p}{p}\right)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.26)$$

olarak ifade edilmektedir (Atkinson, 1981). Yukarıdaki ifadede  $r_{Si}^*$ , dışsal Student türü artıklardır. Her bir  $CD_i^*$  için eşik değer,

$$2 / \sqrt{\left(\frac{n-p}{n}\right)} \quad (5.27)$$

biçiminde ifade edilir.  $CD_i^* > 2 / \sqrt{\left(\frac{n-p}{n}\right)}$  koşulunu sağlayan gözlemler etkili gözlemlerdir.

Düzeltilmiş Cook uzaklığının, Cook uzaklığına göre avantajları;

- Düzeltilmiş Cook uzaklığının aykırı değerleri belirlemede daha hassas davranması,
- $CD_i^*$  değerlerinin grafiksel gösterim için daha uygun olmasıdır (Chatterjee ve Hadi, 1986).

### 5.3.1.3. DFBETAS istatistiği

Cook uzaklığı veri setinden gözlem çıkarmaya dayalı bir teşhis ölçüsüdür. Cook uzaklığı  $i$ 'inci gözlemin örneklemden çıkarılmasının parametre tahmini üzerindeki etkisini ölçmektedir. Belsley vd. (1980) örneklemden gözlem çıkarmanın etkisinin diğer iki kullanışlı ölçüsü olan DFBETAS ve DFFITS'i tanıtmıştır. DFBETAS teşhis ölçüsü  $i$ 'inci gözlem silindiğinde standart sapmada ve regresyon katsayılarında ( $\hat{\beta}_j$ ), ne kadar değişim olacağını gösteren bir teşhis ölçüsüdür (Montgomery vd., 2001).

$$DFBETAS_{i,j} = \frac{\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_{j(i)}}{\sqrt{s_{(i)}^2 (X'X)^{-1}}} \quad (5.28)$$

Eşitlik (5.28)'de  $\mathbf{X}$ , bağımsız değişken matrisi  $\hat{\beta}_{j(i)}$ ,  $i$ 'inci gözlem değeri çıkarıldıktan sonra hesaplanan  $j$ 'inci regresyon katsayısıdır.  $DFBETAS_{i,j}$  değerinin büyük olması  $i$ 'inci gözleminin  $j$ 'inci regresyon katsayısı üzerinde dikkate değer bir etkisi olduğunu gösterir. Hesaplama öncelikle  $p \times n$  boyutlu  $\mathbf{R}$  matrisi oluşturulur.

$$\mathbf{R} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' \quad (5.29)$$

$r'_j$ ,  $\mathbf{R}$  matrisinin  $j$ 'inci satırı olarak tanımlanırsa,

$$DFBETAS_{i,j} = \frac{r_{ji}}{\sqrt{r_j r_j}} \frac{e_i}{s_{(i)}(1-h_{ii})} = \frac{r_{ji}}{\sqrt{r_j r_j}} \frac{r_{si}^*}{\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (5.30)$$

elde edilir. Eşitlik (5.30)'da  $r_{si}^*$ , dışsal Student türü artık değeridir.  $(\frac{r_{ji}}{\sqrt{r_j r_j}})$ ,  $i$ 'inci gözlem değerinin  $\hat{\beta}_j$  katsayısı üzerindeki etkisinin bir ölçüsüdür.  $DFBETAS_{i,j}$  hem kaldıraç noktasının hem de büyük bir artık değer etkisini ölçmektedir.  $DFBETAS_{i,j}$  için Belsley vd. (1980) tarafından önerilmiş eşik değer  $\frac{2}{\sqrt{n}}$ 'dir.

$$|DFBETAS_{i,j}| > 2/\sqrt{n} \quad (5.31)$$

Eşitlik (5.31) koşulu sağlandığında  $i$ 'inci gözlemin  $j$ 'inci katsayı üzerinde etkili olduğu düşünülür.

#### 5.3.1.4. DFFITS istatistiği

DFFITS, DFBETAS teşhis ölçüsüne benzer bir şekilde  $i$ 'inci gözlemi veri setinden çıkarmanın tahmin ya da kestirim değeri üzerindeki etkisini incelemektedir. Belsley vd. (1980) tarafından önerilen bu teşhis ölçüsü,

$$DFFITS_i = \frac{\hat{y}_i - \hat{y}_{(i)}}{\sqrt{s_{(i)}^2 h_{ii}}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.32)$$

biçiminde ifade edilir. Burada  $\hat{y}_{(i)}$ ,  $i$ 'inci gözlem çıkarıldıktan sonra elde edilen modeldeki tahmin değeridir. Payda sadece bir standartlaştırma işlemidir. Çünkü  $var(\hat{y}_i) = \sigma^2 h_{ii}$ 'dir. Bu ölçü için eşik değer,

$$2\sqrt{\frac{p}{n}} \quad (5.33)$$

olarak önerilmiştir (Belsley vd., 1980).  $|DFFITS_i| \geq 2\sqrt{\frac{p}{n}}$  koşulunu sağlayan gözlemlerin tahmin üzerinde etkili olduğu düşünülmektedir. Velleman ve Welsch'e (1981) göre ise 1 ya da 2 değerinden daha büyük gözlemlerin etkili gözlem olabileceği düşünülmektedir. DFFITS uzaklığı,

$$DFFITS_i = \left(\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}}\right)^{1/2} r_{Si}^* \quad (5.34)$$

biçiminde ifade edilebilmektedir. Eşitlik (5.34)'te görüldüğü gibi bu ölçü, hem kaldıraç matrisinin köşegen elemanlarından hem de dışsal Student türü artıklardan etkilenmektedir.

### 5.3.1.5. COVRATIO istatistiği

Teşhis ölçüleri  $CD_i$ ,  $DFBETAS_{j,i}$ , ve  $DFFITS_i$  gözlemlerin, katsayı tahminleri  $\hat{\beta}_j$  ve regresyon doğrusundan kestirilmiş  $\hat{y}_i$  tahmin değerleri üzerindeki etkisi hakkında bir fikir kazandırmaktadır. Tahminin doğruluğu ile ilgili bir bilgi sağlamamaktadır. Tahminin uygun skaler bir ölçüsü olarak kovaryans matrisinin determinantının kullanımı pratikte oldukça yaygındır ve genelleştirilmiş varyans olarak adlandırılır.  $\hat{\beta}$ 'nin genelleştirilmiş varyansı,

$$GV(\hat{\beta}) = |Var(\hat{\beta})| = |\sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}| \quad (5.35)$$

biçiminde tanımlanmaktadır (Montgomery, 2001).  $i$ 'inci gözlemin tahmin kesinliği üzerindeki rolünü belirtmek için kovaryans oranı,

$$COVRATIO_i = \frac{|(\mathbf{X}'_{(i)}\mathbf{X}_{(i)})^{-1}s_{(i)}^2|}{|(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}AKO|} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.36)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Eğer,  $COVRATIO_i > 1$  ise  $i$ 'inci gözlemin parametre kestiricilerinin doğruluğunu arttırdığı,  $COVRATIO_i < 1$  olması durumunda ise  $i$ 'inci gözlemin parametre kestiricilerinin doğruluğunu azalttığı söylenebilir (Rawling vd., 1998). Sayısal olarak kovaryans oranı,

$$COVRATIO_i = \frac{(S_{(i)}^2)^p}{AKOP} \left( \frac{1}{1-h_{ii}} \right) \quad (5.37)$$

eşitliği ile elde edilmektedir. Eşitlik (5.37)'de  $[1/(1-h_{ii})]$ ,  $[(\mathbf{X}'_{(i)}\mathbf{X}_{(i)})^{-1}]$ 'in  $[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}]$ 'e oranı ve AKO,  $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2/n$ 'dir. Böylece yüksek bir kaldıraç noktası kovaryans oranını arttıracaktır. Yüksek kaldıraç noktası bu nokta  $y$  yönünde bir aykırı değer olmadığı sürece tahminin doğruluğunu arttıracaktır.  $i$ 'inci gözlem bir aykırı değer ise  $\frac{S_{(i)}^2}{AKO}$ , 1 değerinden çok daha küçük bir değer alacaktır. Kovaryans oranı için eşik değerleri saptamak kolay değildir. Belsley vd. nin (1980)  $COVRATIO$  teşhis ölçüsü için önerdiği eşik değer,

$$1 - 3p/n \quad (5.38)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $COVRATIO_i > 1 + 3p/n$  ya da  $COVRATIO_i < 1 - 3p/n$  ise  $i$ 'inci gözlemin etkili olabileceği düşünülmektedir. Bu eşik değerler sadece büyük örneklem için geçerlidir.

#### 5.3.1.6. FVARATIO istatistiği

$COVRATIO$  ölçüsüne benzer bir mantıkla, Belsley vd. (1980) tarafından tanımlanan bu ölçü,  $i$ 'inci gözlemin  $\hat{y}_i$  nin tahmin edilmiş varyansı üzerindeki etkisini belirleyen bir teşhis ölçüsüdür.  $FVARATIO$  ölçüsü,

$$FVARATIO_i = \frac{var(\hat{y}_{i(i)})}{var(\hat{y}_i)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.39)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada  $\hat{y}_{(i)}$  veri setinden  $i$ 'inci gözlem çıkartıldıktan sonra tahmin edilen regresyon modelinin bağımlı değişken değerler vektörünün  $i$ 'inci gözlemini ifade etmektedir.

$$\text{var}(\hat{y}_{i(i)}) = s_{(i)}^2 \left( \frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.40)$$

$$\text{var}(\hat{y}_i) = s^2 h_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.41)$$

Eşitlik (5.40) ve (5.41), Eşitlik (5.39)' da yerine yazılırsa,

$$FVARATIO_i = \frac{s_{(i)}^2}{s^2(1-h_{ii})} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.42)$$

olarak elde edilmektedir.

### 5.3.1.7. Andrews ve Pregibon İstatistiği- AP

Andrews ve Pregibon'a (1978) göre,  $\beta$ 'nın güven elipsoidi hacminin  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  matrisinin determinantına bağlı oluşu ve büyük artık değerine sahip gözlemlerin veri kümesinden çıkarılması artık kareler toplamı  $AKT = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$  değerinde büyük bir düşüş yaratmaktadır. Bu düşünceden yola çıkarak Andrews ve Pregibon (1978)  $i$ 'inci gözlemin model üzerindeki etkisinin,  $\mathbf{X}'\mathbf{X}$  matrisinin determinantı ve AKT değerlerinde meydana gelen değişim ile ölçülebildiği  $AP_i$  teşhis ölçüsünü geliştirmiştir.

$$AP_i = \frac{|\mathbf{X}_{(i)}^{*T} \mathbf{X}_{(i)}^*|}{|\mathbf{X}^{*T} \mathbf{X}^*|} \quad (5.43)$$

$AP_i$ , veri setinden  $i$ 'inci gözlem çıkarıldıktan sonra  $|\mathbf{X}_{(i)}^{*T} \mathbf{X}_{(i)}^*|$ 'de meydana gelen değişimi ölçmektedir. Eşitlik (5.43)'teki  $\mathbf{X}^* = (\mathbf{X} : \mathbf{Y})$  matrisi ise,

$$\mathbf{X}^* = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{1k} & y_1 \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{2k} & y_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot & \cdot \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & x_{nk} & y_n \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

biçiminde tanımlanmaktadır.  $AP_i$  teşhis ölçüsü Eşitlik (5.45)'te görüldüğü gibi kaldıraç matrisi köşegen elemanları ve artık değerleri türünden ifade edilebilmektedir.

$$AP_i = 1 - h_{ii} - \frac{e_i^2}{e^T e} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.45)$$

Küçük  $AP_i$  değerine sahip gözlemlerin etkili gözlemler olduğu düşünülmektedir (Chatterjee ve Hadi, 1986).

### 5.3.2. Birden fazla gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı ölçüler

#### 5.3.2.1. Cook uzaklığı - $CD_I$

Tek bir gözlemin etkisinin incelenmesi için Cook (1977) tarafından tanımlanan Cook uzaklığı, birden fazla gözlemin parametre tahminleri üzerindeki etkisi için, I, etkisi incelenen  $m$  gözlem için indis kümesini ifade etmek üzere,

$$CD_I = \frac{[(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(I)})' X' X (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(I)})]}{ps^2} \quad (5.46)$$

olarak tanımlanmaktadır (Cook ve Weisberg, 1982). Bu eşitlik bir takım düzenlemelerden sonra

$$CD_I = \frac{e_I'(I - H_I)^{-2} H_I e_I}{ps^2} \quad (5.47)$$

olarak ifade edilmektedir.

#### 5.3.2.2. MDFFITS istatistiği

Birden fazla kuşku gözlemin veri setinden çıkarılmasının model uyumunda yarattığı değişimi ölçmek için geliştirilen  $MDFFITS_{(I)}$  teşhis ölçüsü Belsley vd. (1980) tarafından Cook uzaklığının çoklu satır silme yöntemine genelleştirilmesi olarak,

$$MDFFITS_{(I)} = [(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(I)})' X' X (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(I)})] \quad (5.48)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Eşitlik (5.48) yeniden düzenlenirse,

$$MDFFITs_{(I)} = \mathbf{e}'_I(1 - \mathbf{H}_I)^{-1}\mathbf{H}_I\mathbf{e}_I \quad (5.49)$$

eşitliği elde edilmektedir. Burada  $I$ ,  $m < n$  sayıda veri setinden çıkarılacak gözlemlerden oluşan indis kümesini,  $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(I)}$   $m$  sayıdaki gözlem çıkartıldıktan sonra elde edilen parametre tahminlerinin oluşturduğu sütun vektörünü,  $\mathbf{e}$  ise EKK artıklarını içeren sütun vektörünü göstermektedir.  $MDFFITs_{(I)}$  ölçüsü, diğer gözlem kümeleri ile karşılaştırıldığında büyük değerler veren gözlem kümelerinin etkili gözlemlere sahip olduğunu belirtir.  $m$  değeri 20 den büyük olduğu durumda hesaplama yükü ve etkili gözlem grubunu saptama zorluğu nedeniyle bu ölçü kullanışlı olmayabilir (Belsley vd., 1980).

### 5.3.2.3. GDFFITs istatistiği

Imon'un (2005) veri setindeki çoklu etkili gözlemleri belirlemek için önerdiği  $GDFFITs_i$  teşhis ölçüsü, etkili gözlem teşhis ölçüsü  $DFFITs_i$  nin genelleştirilmiş halidir. Eşitlik (5.32) ile ifade edilen  $DFFITs_i$ , kaldıraç matrisi köşegen elemanları  $h_{ii}$  ve dışsal Student türü artıklar  $r_{Si}^*$ , türünden Eşitlik (5.34)'teki gibi ifade edilebilmektedir.  $GDFFITs_i$ ,  $h_{ii}^*$  genelleştirilmiş kaldıraç matrisi köşegen elemanları ve  $t_i^*$  genelleştirilmiş Student türü artıklar'ı göstermek üzere,

$$GDFFITs_i = \sqrt{h_{ii}^* t_i^*} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.50)$$

olarak ifade edilmektedir. Eşitlik (5.50)'de  $h_{ii}^*$  ve  $t_i^*$ ;

$$h_{ii}^* = \begin{cases} \frac{h_{ii(R)}}{1-h_{ii(R)}} & i \in R \\ \frac{h_{ii(R)}}{1+h_{ii(R)}} & i \in D \end{cases} \quad (5.51)$$

ve

$$t_i^* = \begin{cases} \frac{y_i - \mathbf{x}'_i \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(R)}}{\widehat{\sigma}_{R-i} \sqrt{1-h_{ii(R)}}} & i \in R \\ \frac{y_i - \mathbf{x}'_i \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(R)}}{\widehat{\sigma}_R \sqrt{1+h_{ii(R)}}} & i \in D \end{cases} \quad (5.52)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada  $D$ , şüpheli gözlem grubunu  $R$ , şüpheli gözlemler çıkarıldıktan sonra kalan gözlem grubunu göstermektedir.  $\hat{\beta}_{(R)}$ , şüpheli gözlem grubu çıkarıldıktan sonra tahmin edilmiş  $\beta$  katsayısıdır.  $\beta$  katsayısı,

$$\hat{\beta}_{(R)} = (\mathbf{X}'_{(R)}\mathbf{X}_{(R)})^{-1}\mathbf{X}'_{(R)}\mathbf{Y}_{(R)} \quad (5.53)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır.  $h_{ii(R)}$ , etkili gözlem grubu çıkarıldıktan sonra hesaplanan

$$\mathbf{x}'_i(\mathbf{X}'_{(R)}\mathbf{X}_{(R)})^{-1}\mathbf{x}_i \quad (5.54)$$

matrisinin  $i$ 'inci köşegen elemanıdır.  $GDFFITs_i$  için önerilen eşik değer ölçüsü (Eşitlik 5.55)  $DFFITs_i$  için kullanılan eşik değer ölçüsüne benzerdir ve aşağıdaki gibi belirlenir.

$$3\sqrt{p/(n-d)} \quad (5.55)$$

$|GDFFITs_i| \geq 3\sqrt{p/(n-d)}$  koşulunu sağlayan gözlemlerin etkili gözlem olduğu düşünülmektedir (Imon, 2005).

#### 5.3.2.4. Genelleştirilmiş Pena ölçüsü-M

Pena (2005) veri setindeki gözlemlerin etkisini ölçmek için tamamen farklı bir teşhis ölçüsü geliştirmiştir. Bu ölçü, veri setindeki her bir gözlemin diğer gözlemlerden nasıl etkilendiğini incelemektedir. Nurunnabi vd. (2011) Pena'nın bu düşüncesinden yola çıkarak şüpheli gözlem grubunun veri setinden çıkarılmasına dayalı yeni bir çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü önermiştir. Pena (2005), örneklemdeki her bir gözlemi silmenin  $i$ 'inci gözlemin tahmin değerini nasıl etkilediğini göstermek için  $\mathbf{S}_i$  vektörünü,

$$\mathbf{S}_i = (\hat{y}_i - \hat{y}_{i(1)}, \dots, \hat{y}_i - \hat{y}_{i(n)})' \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.56)$$

biçiminde tanımlamıştır. Burada  $\hat{y}_i - \hat{y}_{i(j)}$ , tüm gözlemlerle hesaplanan  $\hat{y}_i$  tahmin değeri ile  $j$ 'inci gözlem çıkarıldığında elde edilen tahmin değeri arasındaki farktır (Nurunnabi vd., 2011).  $i$ 'inci gözlem için bu ölçü,

$$S_i = \frac{s_i' s_i}{pV(\hat{y}_i)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.57)$$

olarak tanımlanmaktadır.  $\hat{y}_i - \hat{y}_{i(j)} = \frac{h_{ji} e_j}{1-h_{jj}}$  ve  $var(\hat{y}_i) = \hat{\sigma}^2 h_{ii}$  olmak üzere  $S_i$  teşhis ölçüsü yeniden düzenlenirse,

$$S_i = \frac{1}{p\hat{\sigma}^2 h_{ii}} \sum_{j=1}^n \frac{h_{ji}^2 e_j^2}{(1-h_{jj})^2} \quad (5.58)$$

elde edilmektedir. Burada,

$$h_{ji} = \mathbf{x}_j' (\mathbf{X}' \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_i \quad (5.59)$$

kaldıraç matrisinin  $ji$ 'inci elemanıdır. Pena (2005) bu ölçü için eşik değer ölçüsünü,

$$|S_i| \geq \text{medyan}(S_i) + 4,5 * MAD(S_i) \quad (5.60)$$

olarak önermiştir.  $\text{medyan}(S_i)$ ,  $S_i$ 'nin medyanı,  $MAD(S_i)$ ,  $S_i$ 'nin medyan mutlak sapması olmak üzere, Pena'nın  $S_i$  istatistiği geleneksel yöntemlerle karşılaştırıldığında yüksek kaldıraç noktalarının belirlenmesinde oldukça kullanışlıdır. Tek bir gözlemi silmeye dayalı bu ölçü çok sayıda etkili gözlemin olması durumunda iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşamada tüm şüpheli gözlemler teşhis edilmeye çalışılmaktadır. Bu aşamada uygun olduğu düşünülen herhangi bir grafiksel yöntem ya da sağlam regresyon teknikleri kullanılabilir. Nurunnabi vd. (2011), artıklar ve kaldıraç noktası bileşenlerine daha fazla odaklanan BACON yöntemini önermektedir. Kuşku gözlem grubu belirlendikten sonra bu gözlem noktalarının etkili olup olmadığını kontrol etmek için bir etki ölçüsü uygulanmıştır. Pena'nın (2005) düşüncesinden yola çıkarak geliştirilen bu ölçü yeni bir çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsüdür.

$D$ , şüpheli gözlem grubunu  $R$ , şüpheli gözlemler çıkarıldıktan sonra kalan gözlem grubunu gösterebilir.  $\hat{y}_j^{-D} - \hat{y}_{j(i)}^{(-D)}$  arasındaki fark vektörü,

$$\mathbf{t}_{j(i)}^{(-D)} = (\hat{y}_1^{(-D)} - \hat{y}_{1(i)}^{(-D)}, \dots, \hat{y}_n^{-D} - \hat{y}_{n(i)}^{(-D)})' \quad (5.61)$$

$$= (t_{1(i)}^{(-D)}, \dots, t_{n(i)}^{(-D)})'$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Eşitlik (5.61) yeniden ifade edilirse,

$$t_{j(i)}^{(-D)} = \hat{y}_j^{(-D)} - \hat{y}_{j(i)}^{(-D)} = \frac{h_{ji} e_i^{(-D)}}{1-h_{ii}}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.62)$$

elde edilir. Burada,  $e_i^{(-D)} = \hat{y}_i - \hat{y}_i^{-D}$ ,  $D$ , kuşuklu gözlem kümesi veri setinden çıkarıldıktan sonra hesaplanan artık değerleri,  $h_{ji}$ , Eşitlik (5.59) ile ifade edilen kaldırma matrisi köşegen elemanlarıdır. Böylece geliştirilmiş Pena ölçüsü,

$$M_i = \frac{t_{(i)}^{(-D)' } t_{(i)}^{(-D)}}{kV(\hat{y}_i^{(-D)})} \quad (5.63)$$

biçiminde ifade edilir. Bu ölçü,  $V(\hat{y}_i^{(-D)}) = s^2 h_{ii}$  ve  $s^2 = \frac{e^{(-D)' } e^{(-D)}}{n-k}$  olmak üzere yeniden düzenlenirse,

$$M_i = \frac{1}{ks^2 h_{ii}} \sum_{j=1}^n \frac{h_{ji}^2 e_i^{(-D)^2}}{(1-h_{ii})^2} \quad (5.64)$$

elde edilir. Yeni ölçü Pena'nın  $S_i$  ölçüsünün geliştirilmiş hali olduğundan bu ölçü için de aynı eşik değeri kullanılmıştır.

$$|M_i| \geq \text{medyan}(M_i) + 4,5MAD(M_i) \quad (5.65)$$

Pena'nın  $S_i$  istatistiğine benzer şekilde  $M_i$  istatistiğinde de kaldırma değerleri ayrıca bir öneme sahiptir. Bu,  $M_i$ ' nin etkili gözlem olabileceği düşünen yüksek kaldırma noktalarını belirlemede çok kullanışlı olabileceğinin de bir göstergesidir (Nurunnabi, 2011).

## 6. LOJİSTİK REGRESYON MODELİ İÇİN KUŞKULU GÖZLEM TEŞHİS ÖLÇÜLERİ

Aykırı değerlerin tespiti ve artıklara dayalı olarak geliştirilmiş diğer teşhis ölçüleri doğrusal regresyonda geniş bir kullanım alanı kazanmıştır. Bu gelişim ile lojistik regresyonun hem önünü açtığı hem de engellediği olmuştur. Şüphesiz lojistik regresyon da model zayıflıklarını tespit edebilecek yöntemler gerektirmektedir. Bu nedenle, doğrusal regresyonda yapılan çalışmaların çokluğu lojistik regresyon için geliştirilebilecek yöntemlere rehberlik etmektedir (Jennings, 1986). Doğrusal regresyonda olduğu gibi lojistik regresyonda da aykırı değer, etkili gözlem ve yüksek kaldıraç noktaları konuları birlikte ele alınmaktadır.

Lojistik regresyon analizi varsayımları ihlal edildiğinde, analiz sonuçlarında üç problemlilikten biriyle karşılaşılabilir: yanlış katsayılar, etkin olmayan tahminler ya da geçersiz istatistiksel çıkarımlar. *Yanlılık* tahmin edilmiş regresyon katsayılarının gerçek değerleriyle karşılaştırıldığında, çok düşük ya da çok yüksek, sıfırdan çok uzak ya da sıfıra çok yakın gibi sistematik bir eğilim içinde olduğu durumu ifade etmektedir. *Etkin olmama* (inefficiency) katsayının büyüklüğüne (boyutuna) göre katsayıların büyük standart hataya sahip olma eğilimine işaret etmektedir. Bu durum sıfır hipotezi yanlış olsa bile, hipotezi reddetmeyi daha da zor hale getirir. *Geçersiz istatistiksel çıkarımlar*, lojistik regresyon katsayılarının istatistiksel anlamlılığının doğru hesaplanmaması anlamına gelmektedir (Menard, 2002). Çoklu lojistik regresyon modeli  $E(Y|X) = \pi(X)$ ,

$$\pi(X) = P(Y = 1|X = x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k}} \quad (6.1)$$

biçiminde yazıldığında  $0 \leq \pi(X) \leq 1$  koşulunu karşılar ve çoğu uygulama için kullanışlı bir modeldir. Lojistik regresyon modeli,

$$Y = \pi(X) + \varepsilon \quad (6.2)$$

eşitliği ile de ifade edilmektedir (Ryan, 1997). Buna göre,  $X = x$  için bağımlı değişkenin 1 değerini alması olasılığı  $\pi$ 'dir, denir. Bu form S biçiminde bir eğri ile gösterilir. Doğrusal

olmayan lojistik regresyon fonksiyonu  $\pi(X)$  logit dönüşüm ile doğrusal hale getirilebilmektedir.

$$g(X) = \ln\left(\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}\right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k \quad (6.3)$$

Logit dönüşüm ile  $\beta$  parametrelerinin doğrusal bir fonksiyonu elde edilir. Tek varsayım, bağımsız değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olma durumu bu dönüşüm ile sağlanır. Olasılık değeri 0 ile 1 arasında değişirken  $x$ 'in değerlerine bağlı olarak logit  $-\infty$  ile  $+\infty$  arasında değer alabilir. Matris gösterimi,

$$g(X) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \quad (6.4)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Burada  $\mathbf{X}$ ,  $p=k+1$  için  $n \times p$  boyutlu bağımsız değişken matrisidir.  $\mathbf{Y}$ ,  $n \times 1$  boyutlu binary (iki düzeyli) bağımlı değişken vektörü ve  $\boldsymbol{\beta}' = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)$  regresyon parametreleri vektörüdür. Eşitlik (6.2)'deki lojistik regresyon modeli için hata terimi,

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 - \pi(x), & y = 1 \\ -\pi(x), & y = 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

sıfır ortalama ve  $\pi(x)[1 - \pi(x)]$  varyansla binom dağılmaktadır (Nurunnabi vd., 2010). Doğrusal regresyonda artıklar  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ , verilen bir  $i$  gözlemi için bağımlı değişken tahmin değeri ve gözlenen bağımlı değişken değeri arasındaki farktır.

Doğrusal regresyonda hatalara ilişkin varsayımlar (hataların sıfır ortalama ve sabit varyansla normal dağılması, hata terimlerinin bağımsızlığı, hata terimleri ile bağımsız değişkenler arasında ilişki olmaması) örneklemden elde edilen tahmin sonuçlarının evrene genelleştirilebilmesi için gereklidir. Bu varsayımlar bazen artıklar kullanılarak test edilebilmektedir. Bazı varsayımların ihlali, (sıfır ortalama ve sabit varyans) nispeten küçük sonuçlar verebilir. Diğer varsayımların ihlali daha problemlidir. Değişen varyans standart hataları şişirir ve yanlış istatistiksel anlamlılık testleri verir ve tek başına toplamsal olamama (nonadditivity) ya da doğrusal olmama belirtisi de olabilir (Menard, 2002).

Doğrusal regresyonda bilinmeyen parametrelerin tahmini için en sık kullanılan yöntem EKK tekniğidir. Bu yöntemde modelden elde edilen tahmin değerleri ile gözlenen değerlerden olan sapmaların kareleri toplamını en küçükleyen  $\beta_0$  ve  $\beta_1$  değerleri seçilir. Bilinen doğrusal regresyon varsayımları altında EKK tekniği bir dizi istenilen istatistiksel özelliklere sahip tahminciler verir. EKK tekniği iki düzeyli yapıdaki bir bağımlı değişkenli modele uygulandığında artık tahminciler aynı özellikleri taşımamaktadır (Hosmer vd. 2013).

Bir lojistik regresyon modelinin parametrelerinin tahmininde en sık kullanılan tahmin tekniği, en çok olabilirlik tekniğidir (Ryan, 1996). En çok olabilirlik tekniği, kuşkulu gözlem değerlerine oldukça duyarlıdır (Pregibon, 1981; Salsas, Guillen ve Alemany, 1999; Ahmad vd., 2011).

Hata terimlerinin normal dağılması koşulu ile doğrusal regresyon modeli altında EKK fonksiyonuna götüren genel tahmin tekniğine en çok olabilirlik denir. Genel anlamda, en çok olabilirlik tekniği, gözlenen veri setini elde etme olasılığını maksimize eden bilinmeyen parametre değerlerini verir. Bu yöntemi uygulayabilmek için öncelikle olabilirlik fonksiyonu olarak adlandırılan bir fonksiyon oluşturmak gerekir. Bu fonksiyon, gözlenen verinin bilinmeyen parametrelerin bir fonksiyonu olması olasılığını ifade eder. Parametrelerin en çok olabilirlik tahmincileri bu fonksiyonu maksimize eden değerlerdir. Böylece, elde edilen tahminciler gözlenen veriyle daha iyi uyum sağlayabilmektedir (Hosmer vd., 2013).

## **6.1. Lojistik Regresyonda Tek Bir Kuşkulu Gözlem için Teşhis Ölçüleri**

### **6.1.1. Kaldıraç matrisi ve aykırı değer teşhis ölçüleri**

#### **6.1.1.1. Kaldıraç matrisi**

Doğrusal regresyonda her bir  $x$  bağımsız değişken değerinin ortalamadan olan uzaklıklarına dayalı olarak geliştirilen kaldıraç matrisi köşegen elemanları (Eşitlik 6.6) yüksek kaldıraç noktalarının teşhisi için kullanılmaktadır. Kaldıraç matrisi hem doğrusal regresyon hem de lojistik regresyonda aykırı değer, yüksek kaldıraç noktası ve etkili gözlem teşhis ölçülerinin temelini oluşturmaktadır.  $x$  uzayındaki gözlemler ile karşılaştırıldığında

daha uzakta konumlanmış kuşkulu gözlemler yüksek kaldıraç noktası olarak tanımlanmaktadır. Pregibon (1981) lojistik regresyon için kaldıraç matrisini,

$$\mathbf{H} = \mathbf{V}^{1/2} \mathbf{X} (\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{V}^{1/2} \quad (6.6)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada  $k$ , bağımsız değişken sayısı,  $p=k+1$  olmak üzere  $\mathbf{X}$ ,  $n \times p$  boyutlu bağımsız değişken matrisidir.  $\mathbf{V}$ , köşegen elemanları,

$$\mathbf{V}(y_i|x_i) = v_i = \hat{\pi}_i(1 - \hat{\pi}_i) \quad (6.7)$$

olmak üzere köşegen matrisi olarak tanımlanmaktadır. Doğrusal regresyona benzerlik yaklaşımı ile Pregibon (1981) lojistik regresyon artıklarının,

$$\hat{e}_i = y_i - \hat{\pi}_i \approx (1 - h_{ii})y_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.8)$$

olarak tanımlanabileceğini göstermiştir. Böylece  $h_{ii}$ , lojistik regresyon için Eşitlik (6.8)'deki benzerlik yaklaşımından yola çıkarak  $v_i$ , (Eşitlik 6.7) ve  $b_i$  (Eşitlik 6.6) olmak üzere,

$$h_{ii} = \hat{\pi}_i (1 - \hat{\pi}_i) \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_i = v_i \cdot b_i \quad (6.9)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada,  $h_{ii}$ , kaldıraç matrisinin köşegen elemanları,  $\hat{\pi}_i$ , bağımlı değişken tahmin değerleridir. Lojistik regresyonda kaldıraç matrisi için de eşik değer  $k$ , bağımsız değişken sayısı,  $p=k+1$ ,  $c$ , 2 ya da 3 gibi sabit bir değer olmak üzere,

$$c.p/n \quad (6.10)$$

olarak önerilmiştir (Hoaglin ve Welsch, 1978; Belsley vd.,1980).

### 6.1.1.2. Aykırı değer teşhis ölçüleri

Doğrusal regresyonda artıklar regresyon denkleminde doğrudan hesaplanmaktadır. Lojistik regresyon analizinde analizin kavramsallaştırılabilen farklı düzeylerine (probability, odds, logit) karşılık gelen birkaç farklı artık mevcuttur. Lojistik regresyonda artık analizinin

kullanım amacı modelin kötü uyum gösterdiği ya da parametre tahminleri üzerinde paylaştıkları etkiden daha fazlasını gösteren gözlemleri tespit etmektir (Menard, 2002).

Lojistik regresyonda, doğrusal regresyonda da olduğu gibi anahtar nicelik “artık kareler toplamı”dır. Doğrusal regresyondaki anahtar varsayım hata varyansının koşullu ortalamadan  $E(Y_i|x_i)$  bağımsız olmasıdır. Ancak, lojistik regresyonda hatalar binom dağılır ve sonuç olarak hata varyansı koşullu ortalamanın bir fonksiyonudur (Hosmer vd., 2013).

Lojistik regresyonda gözlenen değer ve tahmin değeri arasındaki farkı ölçmenin birkaç yolu vardır. Lojistik regresyonda  $i$ 'inci değişkenin tahmin değeri,

$$\hat{y}_i = \hat{\pi}_i = \frac{e^{\hat{g}(x_i)}}{1+e^{\hat{g}(x_i)}} \quad (6.11)$$

biçiminde ifade edildiğinde burada,

$$\hat{g}(x_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ik1} \quad (6.12)$$

tahmin edilmiş logittir. Lojistik regresyonda gözlenen değer ve tahmin değeri arasındaki farkın üç temel ölçüsü: Pearson artığı, sapma (deviance) artığı ve doğrusal regresyonda kullanılan artıktır.

Artıklar model uygunluğunun değerlendirilmesinde önemli bir rol oynamaktadır. Genelleştirilmiş doğrusal modellerde uyum iyiliğinin değerlendirilmesi için kullanılan sapma ve Pearson ki kare istatistikleri lojistik regresyonda en bilinen iki artık türü, Pearson artığı ve sapma artıklarının bileşenleridir (Cordeiro, 2004). Pearson artıkları varyansın karekökü ile düzeltilmiş ham artıklardır (Hilbe, 2009). Pearson artığı(PR),

$$PR = r_{Pi} = \frac{(y_i - \hat{\pi}_i)}{\sqrt{\hat{\pi}_i(1 - \hat{\pi}_i)}} \quad (6.13)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Pearson artıklarının karelerinin toplamı, Pearson ki-kare istatistiği,

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n r_{Pi}^2 \quad (6.14)$$

biçiminde ifade edilir. Sapma artığı (DR),

$$DR = r_{Di} = \text{sgn}(y_i - \hat{\pi}_i) \left\{ 2 \left[ y_i \ln \left( \frac{y_i}{\hat{\pi}_i} \right) + (1 - y_i) \ln \left( \frac{1 - y_i}{1 - \hat{\pi}_i} \right) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6.15)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Eşitlik (6.15)'teki  $\text{sgn}(y_i - \hat{\pi}_i)$ ,  $r_{Di}$  değerini  $y_i \geq \hat{\pi}_i$  olduğu durumda pozitif,  $y_i < \hat{\pi}_i$  olduğu durumda negatif yapan bir işaret fonksiyonudur (Ahmad, Ramli ve Midi, 2012; Collett, 2003).  $i$ 'nci gözlem için  $r_{Di}$  değeri  $\pm 2$  eşik değerinden büyük olduğunda aykırı değer olduğu düşünülmektedir (Christensen, 1997). Sapma artıklarına dayalı olarak geliştirilen sapma istatistiği (DEV);

$$DEV = \sum_{i=1}^n r_{Di}^2 \quad (6.16)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Tahmin edilen regresyon modelinin tüm yönleriyle doğru olduğu varsayımı altında  $\chi^2$  ve DEV istatistiklerinin  $n - (k + 1)$  serbestlik derecesi ile ki kare dağılımı beklenmektedir (Hosmer vd., 2013). Tahmin edilen regresyon modelinin özelliklerini değerlendirmek için genellikle sapma artığı, Pearson artığına tercih edilmektedir. Birincil nedeni, sapma artıklarının doğrusal regresyondaki sıralı artıklara benzer bir dağılım göstermesidir (Hilbe, 2009).

Bu istatistiklerin avantajı ve aynı zamanda dezavantajı tek bir sayı ile önemli bilgileri özetlemek için kullanılıyor olmalarıdır. Bu nedenle modelin uygun olduğuna karar vermeden önce değişken öğelerinin tam kümesi üzerinden uyumun desteklenip desteklenmediğini görmek amacıyla diğer ölçüler de incelenmelidir. Bu regresyon teşhisçileri genel başlığı altında toplanan bir dizi ölçü yoluyla gerçekleştirilir. Pregibon (1981), doğrusal regresyon teşhisçilerinin lojistik regresyona genişletildiği teorik bir çalışma sunmuştur. Uyum iyiliğinin değerlendirilmesinde lojistik regresyonun kullanımını arttırmaya odaklanmıştır (Hosmer vd., 2013).

Pregibon' un (1981) doğrusal regresyon-benzerlik yaklaşımı için artıkların varyans tahmincisi  $v_i$  (Eşitlik 6.7) ile PR,

$$PR = r_{Pi} = \frac{(y_i - \hat{\pi}_i)}{\sqrt{v_i}} \quad (6.17)$$

olarak da ifade edilebilmektedir. Eşitlik (6.17)'deki Pearson artıklarının  $\sqrt{1-h_{ii}}$  ile bölünmesi ile elde edilen standartlaştırılmış Pearson artıkları (SPR),

$$SPR = r_{SPi} = \frac{r_{Pi}}{\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (6.18)$$

olarak ifade edilir. Standartlaştırılmış Pearson artıklarının varyans değeri 1'dir. Genel olarak  $r_{SPi}$ , Pearson artıklarına tercih edilirken uygulamada her iki artık da benzerdir (Scott, 1997). Standartlaştırılmış Pearson artıkları, Pearson ve sapma artıklarıyla karşılaştırıldığında n örneklem hacmi arttığında yaklaşık  $N(0,1)$  normal dağılıma sahip olma avantajına sahiptir.  $\pm 2$  ya da  $\pm 3$  sınırları dışında değer alan gözlemler uyum eksikliği olabileceğinin göstergesidir (Agresti, 2015). Sapma artıkları da  $\sqrt{1-h_{ii}}$  ile bölünerek birim varyansa sahip olacak şekilde de standartlaştırılabilir. Standartlaştırılmış sapma artıkları (SDR),

$$SDR = r_{SDi} = \frac{r_{Di}}{\sqrt{1-h_{ii}}} \quad (6.19)$$

biçiminde ifade edilir.

## 6.1.2. Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri

### 6.1.2.1. Ortalamadan olan uzaklık-DM

Pregibon (1981) tarafından tanımlanmış kaldıraç matrisi (Eşitlik 6.9) doğrusal regresyonda olduğu gibi lojistik regresyon için de oldukça popüler bir yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüsüdür. Büyük  $h_{ii}$  değerine sahip gözlemler yüksek kaldıraç noktaları olarak bilinir ancak dezavantajları da vardır. Doğrusal regresyonda kaldıraç değeri, bağımsız değişken ögelerinin ortalamadan olan uzaklığının monoton artan bir fonksiyonudur. Ancak Hosmer ve Lemeshow (1980) değişken uzayındaki en uç noktaların eğer ağırlıkları çok küçükse mutlaka yüksek kaldıraç noktaları olmayabileceğine dikkat çekmiştir.

Lojistik regresyon modeli için  $i$ 'inci kaldıraç değeri Eşitlik (6.9)'daki gibi tanımlanırsa, eşitlik incelendiğinde ortalamadan olan uzaklık ile birlikte artış yaratan nicelik  $b_i = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_i$  (Eşitlik 6.6) görülmektedir. Ancak kaldıraç değerini hesaplamak için bu nicelik  $v_i = \hat{\pi}_i (1 - \hat{\pi}_i)$  (Eşitlik 6.7) ile çarpılmaktadır.  $x$  uzayında uç bir veri noktası için

$\hat{\pi}_i$  değerinin sıfır ya da bire çok yakın olması beklenir ve bu durumda  $v_i$ 'nin sıfıra çok yakın olması gerekir. Bunun sonucu olarak  $b_i$ 'nin değeri çok büyük olsa bile ona karşılık gelen  $h_{ii}$  çok küçük bir değer olabilir, bu da lojistik regresyonda  $h_{ii}$ 'nin büyüklüğü üzerinden yüksek kaldıraç noktasının belirlenmesi yöntemini oldukça kullanışsız hale getirmektedir (Imon ve Hadi, 2013).

Hosmer ve Lemeshow (1980) eğer sadece uzaklık ölçmeyle ilgileniliyorsa  $b_i$  üzerine odaklanmayı önermiş ancak bu niceliklere dayalı bir teşhis yöntemi önerilmemiştir. Imon (2006)  $b_i$ 'nin teorik bir dağılımını türetmenin kolay olmadığını, ancak güven aralığı türünde uygun bir eşik değer sağlamanın herhangi bir problem yaratmayacağını söylemiştir. Eşitlik (6.21)'deki eşik değer ölçüsü, ortalamadan olan medyan uzaklıklarına dayandırıldığı için  $b_i$ , teşhis ölçüsü DM olarak isimlendirilmiştir. Lojistik regresyonda yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüsü olarak önerilen DM,

$$DM = b_i = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{V} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_i \quad (6.20)$$

biçiminde ifade edilmektedir. DM için önerilen eşik değer ölçüsü,

$$b_i > \text{medyan}(b_i) + 3MAD(b_i) \quad (6.21)$$

olarak ifade edilmektedir (Imon ve Hadi, 2013).

### 6.1.3. Etkili gözlem teşhis ölçüleri

#### 6.1.3.1. Cook uzaklığı-CD

Pregibon (1981), doğrusal regresyon teşhisçilerini lojistik regresyona uyarladığı çalışmasında Cook'un (1977) doğrusal regresyon için önerdiği etkili gözlem teşhis ölçüsünü tek aşamalı yaklaşımı ile,

$$CD_i = \Delta \hat{\beta}_i = (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(-i)})' (\mathbf{X}' \mathbf{V} \mathbf{X}) (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(-i)}) \quad (6.22)$$

$$= \frac{r_{\hat{\beta}_i}^2}{p} \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \quad (6.23)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Tek bir gözlemi silmenin regresyon tahminlerinde yarattığı genel değişimin bir göstergesi olan lojistik regresyon Cook uzaklığı, hem Pearson artıkları hem de kaldıraç matrisi köşegen elemanları türünden Eşitlik (6.23)'teki gibi ifade edilebilmektedir (Menard, 2002).

### 6.1.3.2. Pearson Ki-Kare istatistiğindeki değişim

Bir gözlem silindiğinde Pearson ki-kare istatistiğindeki (Eşitlik 6.14) fark olarak tanımlanan Pearson ki-kare istatistiğindeki değişim ( $\Delta\chi_i^2$ ) teşhis ölçüsü, Cook uzaklığına benzer bir yaklaşımla,

$$\Delta\chi_i^2 = \chi^2 - \chi_{(-i)}^2 = \frac{r_{SPi}^2}{\sqrt{(1-h_{ii})}} \quad (6.24)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Burada  $r_{SPi}$  standartlaştırılmış Pearson artığı,  $h_{ii}$   $i$ 'inci gözlem için kaldıraç değeridir. Büyük değerler gözlem değeri ile tahmin edilmiş olasılık değeri arasındaki uyumsuzluğun göstergesidir. Anlamlılık düzeyi 0.05, serbestlik derecesi 1 olmak üzere Pearson ki-kare Çizelge değeri 3.841 olduğundan bu teşhis ölçüsü için eşik değer 4 olarak önerilmiştir. Bu değerden büyük gözlemlerin etkili gözlem olduğu düşünülmektedir (Peng ve So, 2002).

### 6.1.3.3. Sapma istatistiğindeki değişim

Veri setinden tek bir gözlemin çıkarılmasının sapma istatistiğinde (Eşitlik 6.16) meydana getirdiği fark olarak tanımlanan sapma istatistiğindeki değişim ( $\Delta DEV_i$ ) teşhis ölçüsü  $\Delta\chi_i^2$  teşhis ölçüsüne benzer şekilde,

$$\Delta DEV_i = DEV - DEV_{(i)} = \frac{r_{Di}^2}{(1-h_{ii})} \quad (6.25)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Eşitlik (6.25)'te  $r_{Di}$  sapma artığı,  $h_{ii}$ ,  $i$ 'inci gözlem için kaldıraç değeridir.  $\Delta DEV_i$  teşhis ölçüsüne ilişkin sonuçları değerlendirmede kullanılacak bir eşik değer önerilmediğinden Peng ve So (2002) Pearson ki-karedeki değişim teşhisçisi için kullanılan 4 değerini önermiştir.

#### 6.1.3.4. SDFBETA istatistiği

SDFBETA, Nurunnabi, Imon ve Nasser'in (2008) doğrusal regresyonda tek bir gözlemin silinmesine dayalı olarak geliştirdiği SDFBETA teşhis ölçüsünün lojistik regresyona uyarlanmış halidir. SDFBETA hem Cook uzaklığı hem de DFBETA (Belsley vd., 1980) etkili gözlem teşhisçilerinden yola çıkarak geliştirilmiş bir etkili gözlem teşhis ölçüsüdür. Lojistik regresyon için bu teşhis ölçüsü,

$$SDFBETA_i = \frac{(\hat{\beta}_{(-i)} - \hat{\beta}_i)' (X' V X) (\hat{\beta}_{(-i)} - \hat{\beta}_i)}{v_{i(-i)} (1 - h_{ii})} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.26)$$

olarak tanımlanmaktadır. Eşitlik (6.26)'da

$$v_{i(-i)} = \hat{\pi}_{(-i)} (1 - \hat{\pi}_{(-i)}) \quad (6.27)$$

olmak üzere,

$$v_{i(-i)} (1 - h_{ii}) \quad (6.28)$$

$i$ 'inci gözlem silindikten sonra elde edilen  $i$ 'inci artığın varyansıdır. Herhangi bir gözlem için elde edilen SDFBETA değeri,

$$\frac{9p}{n-3k} \quad (6.29)$$

eşik değerinden büyük ise etkili bir gözlem olduğu söylenir. Eşik değerinde yer alan  $k$  değeri bağımsız değişken sayısı olmak üzere,  $p=k+1$ 'dir.

## 6.2. Lojistik Regresyonda Birden Fazla Kuşkulu Gözlem için Teşhis Ölçüleri

### 6.2.1. Aykırı değer teşhis ölçüleri

#### 6.2.1.1. Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR

GSPR, lojistik regresyonda çoklu aykırı değerlerin belirlenmesi için Imon ve Hadi (2008) tarafından önerilmiş bir teşhis ölçüsüdür. GSPR, standartlaştırılmış Pearson artıklarının genelleştirilmiş bir halidir.

GSPR teşhis ölçüsü için regresyon modelini tahmin etmeden önce  $n$  gözlem kümesinden  $d$  sayıda gözlemin çıkarıldığı varsayıldığında analizde kalan gözlem kümesi  $R$  ile analizden çıkarılan gözlem kümesi  $D$  ile gösterilmektedir. Bu nedenle  $R, D$  kümesindeki  $d$  sayıda gözlem noktası silindikten sonra  $(n-d)$  sayıda gözlem içerir. Bu gözlemlerin  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  ve  $\mathbf{V}$  matrislerinin son  $d$  satırları olduğu varsayalım.  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}$  ve  $\mathbf{V}$  matrisleri,

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_R \\ X_D \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_R \\ Y_D \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_R & 0 \\ 0 & V_D \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

biçiminde gösterilmektedir.  $D$  ile gösterilen bir gözlem grubu çıkarıldığında tahmin edilmiş katsayılar vektörü  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(-D)}$  olarak ifade edildiğinde lojistik regresyon modeli için tahmin değerleri,

$$\hat{\pi}_{i(-D)} = \frac{\exp(x_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(-D)})}{1 + \exp(x_i' \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(-D)})} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.31)$$

denklemleri ile hesaplanmaktadır.  $i$ 'inci gözlemin veri setinden çıkarılması ile elde edilen artık,  $\hat{\varepsilon}_i$  (Eşitlik 6.8) olmak üzere, veri setinden kuşkulu gözlem grubunun silinmesine dayalı varyanslar ve kaldıraç değerleri,

$$v_{i(-D)} = \hat{\pi}_{i(-D)}(1 - \hat{\pi}_{i(-D)}) \quad (6.32)$$

$$h_{ii(-D)} = \hat{\pi}_{i(-D)}(1 - \hat{\pi}_{i(-D)}) \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}_R^T \mathbf{V}_R \mathbf{X}_R)^{-1} \mathbf{x}_i \quad (6.33)$$

eşitlikleri ile ifade edilmektedir. Doğrusal regresyonda, Hadi ve Simonoff (1993), içsel artıkların (regresyon modelinin tahmininde kullanılan gözlemler için) ve dışsal artıkların (regresyon modelinin tahmininde kullanılmayan gözlemler için) benzer bir ölçekte ölçülemeyeceği fikrinden yola çıkarak yeni bir ölçeklendirilmiş artık grubunun kullanılmasını önermiştir. R ve D ile ifade edilen gözlem kümeleri için ölçeklendirilmiş artık grubu,

$$t_i^* = \left\{ \begin{array}{l} \frac{y_i - x_i^T \hat{\beta}^{(-D)}}{\hat{\sigma}_R \sqrt{1 - x_i^T (X_R^T V_R X_R)^{-1} x_i}} \quad i \in R \\ \frac{y_i - x_i^T \hat{\beta}^{(-D)}}{\hat{\sigma}_R \sqrt{1 + x_i^T (X_R^T V_R X_R)^{-1} x_i}} \quad i \in D \end{array} \right\} \quad (6.34)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. Burada  $\hat{\sigma}_R$ , veri setinde kalan gözlemler üzerinden hesaplanan  $\sigma$  tahmin değeridir. Hadi ve Simonoff'un (1993) çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü (Eşitlik 6.34) doğrusal regresyon benzerlik yaklaşımı kullanılarak, lojistik regresyon için GSPR,

$$r_{gspi}^{(-D)} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{y_i - \hat{\pi}_{i(-D)}}{\sqrt{v_{i(-D)}(1 - h_{ii(-D)})}} \quad i \in R \\ \frac{y_i - \hat{\pi}_{i(-D)}}{\sqrt{v_{i(-D)}(1 + h_{ii(-D)})}} \quad i \in D \end{array} \right\} \quad (6.35)$$

olarak tanımlanmıştır. Bir gözlemin  $|GSPR|$  değeri oldukça büyükse (3 ya da daha fazla) aykırı değerdir (Imon ve Hadi, 2008).

GSPR teşhis ölçüsünün hesaplanmasında en önemli kısım veri setinden çıkarılacak gözlem kümesinin belirlenmesidir (Imon ve Hadi, 2008). Çoklu aykırı değerlerin tespiti için başlangıçtaki silme kümesi D, tüm kuşku gözlemleri içermez ve bazı aykırı değerler R kümesinde kalırsa GSPR'nin başlangıç kümesi hatalı olacaktır. Imon ve Hadi (2008) başlangıç teşhisi için en küçük medyan kareler (LMS), en küçük kırılmış kareler (LTS), uyarlanabilir, parçalı, hesaplama yönünden etkin aykırı değer teşhisçisi (BACON) ya da BOFOLS (best omitted from the ordinary least squares techniques) sağlam teşhisçilerini önermiştir.

### 6.2.1.2. Modifiye edilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları- MSPR

Midi ve Ariffin'e (2013) göre GSPR teşhis ölçüsü, lojistik regresyon modelinde aykırı değerleri belirlemede son zamanlarda geliştirilmiş en etkili yöntem gibi görünmektedir. Imon ve Hadi'nin (2008) önerdiği GSPR, eğer başlangıç silme kümesi tüm kuşku gözlemleri içeriyorsa oldukça iyi sonuçlar vermektedir.

Midi ve Ariffin'in (2013) GSPR teşhis ölçüsüne alternatif olarak önerdiği MSPR için kuşku gözlem kümesinin belirlenmesinde lojistik regresyon modelinde yüksek kaldıraç noktalarının teşhisi için Syaiba ve Habshah'ın (2010) önerdiği RLGD yöntemi uygulanmaktadır. Kuşku gözlem kümesi belirlendikten sonra önerilen teşhis ölçüsü için artıklar,

$$r_{si}^{MLE(-D)} = \frac{y_i - \hat{\pi}_{i(-D)}}{\sqrt{v_{i(-D)}(1 - \hat{\pi}_{i(-D)})}} \quad (6.36)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Eşitlik (6.36) ile ifade edilen teşhis ölçüsü MSPR1 olarak adlandırılır. Yeni teşhisçi üretme sürecinde RLGD, ağırlıklandırılmış en çok olabilirlik tahmincisi için ağırlıklarını belirlemede kullanılmaktadır. Ağırlıklar,

$$w_i^{RLGD} = \min \left\{ 1, \frac{k}{p_{ii(-D)}} \right\} \quad (6.37)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada  $k$ , sabit terim dışındaki parametre sayısı,  $p_{ii(-D)}$  Hadi'nin (1992) potansiyel teşhis ölçüsünün çok sayıda kuşku gözlem için genelleştirilmiş halidir. Eşitlik (6.37) ilk olarak Hubert ve Rousseeuw (1997) tarafından önerilmiştir. Pozitif ağırlıklar, RMD sağlam mahalobis uzaklıkları olmak üzere  $w_i = \min \left\{ 1, \frac{k}{RMD(x_i)^2} \right\}$  ile hesaplanmaktadır. Böylece  $\hat{\beta}^{WMLE}$ , nin iteratif tahminleri,

$$\hat{\beta}_{(i+1)} = \hat{\beta}^{(i)} + (\mathbf{X}^T \mathbf{X}^{1/2} \mathbf{W}^{RLGD} \mathbf{W}^{1/2} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}^{RLGD} \mathbf{e} \quad (6.38)$$

biçiminde elde edilmektedir.  $\hat{\beta}^{WMLE}$ , için MSPR,

$$r_{si}^{WMLE(-D)} = \frac{y_i - \hat{\pi}_i}{\sqrt{v_i(1-h_{ii})}} \quad (6.39)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Bu teşhis ölçü de MSPR2 olarak adlandırılmaktadır. Böylece MSPR1 ve MSPR2 değerleri için  $i$ 'inci gözlemin aykırı değer olarak belirlendiği kesim noktaları için eşik değer ölçüleri,

$$\left| r_{si}^{MLE(-D)} \right| > 3; \left| r_{si}^{WMLE(-D)} \right| > 3 \quad (6.40)$$

olarak önerilmektedir.  $\left| r_{si}^{MLE(-D)} \right|$  ve  $\left| r_{si}^{WMLE(-D)} \right|$  değerleri 3'ten büyük olan gözlemler aykırı değer olarak tanımlanmaktadır (Midi ve Ariffin, 2013).

### 6.2.1.3. Sapma bileşenleri-DEVC

DEVC, Ahmad vd.nin (2011) lojistik regresyonda veri setindeki birden fazla kuşkululu gözlemin belirlenmesi için geliştirdiği bir çoklu aykırı değer teşhis ölçüsüdür. DEVC teşhis ölçüsü sapma artıkları (Eşitlik 6.15) bileşenlerine dayalı olarak geliştirilmiştir.

Lojistik regresyon modeli  $Y_i = \pi(x_i) + \varepsilon_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  olmak üzere,  $\pi(x_i)$  olasılık değeri,

$$\pi(x_i) = \frac{\exp(x_i' \beta)}{1 + \exp(x_i' \beta)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.41)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir.  $\pi(x_i)$  olasılık değeri  $\beta$ ,  $k$ , bağımsız değişken sayısı olmak üzere  $p=k+1$  için  $(1 \times p)$  boyutlu katsayılar vektörü,  $\mathbf{x}$ ,  $n \times p$  boyutlu bir bağımsız değişken matrisi ve  $\varepsilon_i$   $(n \times 1)$  boyutlu bir hata vektörüdür.  $\beta$  parametresinin tahmini için olabilirlik ve log olabilirlik fonksiyonları,

$$L(\beta; y) = \prod_{i=1}^n \pi_i^{y_i} (1 - \pi_i)^{1-y_i} \quad (6.42)$$

$$l(\beta; y) = \log L(\beta; y) = \sum_{i=1}^n [y_i \log \pi_i + (1 - y_i) \log(1 - \pi_i)] \quad (6.43)$$

eşitlikleri ile gösterilmektedir. Lojistik regresyonda sapma istatistiği (DEV) tam modelin uyumunu değerlendirmek için kullanılır. DEV teşhis ölçüsünün denklemi ise sapma artıklarının karesi alınarak,

$$DEV = \sum_{i=1}^n (r_{Di})^2 = \sum_{i=1}^n 2 \left[ y_i \log \frac{y_i}{\hat{\pi}_i} + (1 - y_i) \log \left( \frac{1-y_i}{1-\hat{\pi}_i} \right) \right] \quad (6.44)$$

eşitliği ile de ifade edilmektedir. Burada  $i=1,2,\dots,n$  ve  $\hat{\pi}_i$ ,  $i$ 'inci gözlem için tahmin değerleri ve  $r_{Di}$ , sapma artığıdır.  $r_{Di}$ ,  $i$ 'inci gözlem için sapma artığı,

$$DR = r_{Di} = d(y_i, \hat{\pi}_i) = \pm \sqrt{-2 \log \left( \frac{y_i}{\hat{\pi}_i} \right) + (1 - y_i) \log \left( \frac{1-y_i}{1-\hat{\pi}_i} \right)} \quad (6.45)$$

olarak da ifade edilebilmektedir. Eşitlik (6.45)  $y_i = 0$  için  $r_{Di} = -\sqrt{-2|\log(1 - \hat{\pi}_i)|}$ ,  $y_i = 1$  için  $r_{Di} = \sqrt{-2|\log \hat{\pi}_i|}$  elde edilir. Gözlemin mutlak artık ölçüsünün 2'den büyük olması durumunda aykırı değer olduğu düşünülür. Eşitlik (6.45)'teki DR'nin bir bileşeni DEVC teşhis ölçüsü,

$$DEVC = dc_i = \begin{cases} 2 \log \left( \frac{1}{1-\hat{\pi}_i} \right), & y_i = 0 \\ 2 \log \left( \frac{1}{\hat{\pi}_i} \right), & y_i = 1 \end{cases} \quad (6.46)$$

biçiminde ifade edilmektedir. DEVC negatif değerler almayan ve aykırı değerlerin belirlenmesi için kullanışlı bir ölçüdür. DEVC değeri için eşik değer,

$$dc_i > \text{medyan}(dc_i) + 3MAD(dc_i) \quad (6.47)$$

olarak belirlenmiştir (Ahmad vd., 2011).

## 6.2.2. Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri

### 6.2.2.1. Genelleştirilmiş ağırlıklar-GW

GW (genelleştirilmiş ağırlıklar), Nurunnabi vd. (2010) tarafından çoklu yüksek kaldıraç noktalarının belirlenmesi için geliştirilmiş bir teşhis ölçüsüdür. Lojistik regresyon

için kaldıraç matrisinin köşegen elemanlarının veri setinden kuşku gözlemlerin çıkarılmasından sonra hesaplanması ile  $h_{ii(-D)}$  (Eşitlik 6.33) kullanılarak GW değerleri,

$$GW = h_{ii}^* = \begin{cases} \frac{h_{ii(-D)}}{1-h_{ii(-D)}}, & i \in R \\ \frac{h_{ii(-D)}}{1+h_{ii(-D)}}, & i \in D \end{cases} \quad (6.48)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Eşitlik (6.48) hem veri setinde kalan gözlemler  $R$ , hem de veri setinden çıkarılan gözlemler  $D$  için hesaplanmaktadır. GW teşhis ölçüsü için eşik değer,

$$\text{medyan}(h_{ii}^*) + 3MAD(h_{ii}^*) \quad (6.49)$$

olarak önerilmiştir.  $h_{ii}^* > \text{medyan}(h_{ii}^*) + 3MAD(h_{ii}^*)$  koşulunu sağlayan gözlemler yüksek kaldıraç noktalarıdır (Nurunnabi vd., 2010).

#### 6.2.2.2. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM

DDM veri setinden tek bir gözlemin silinmesi ile hesaplanan teşhis ölçüsü DM'nin (Eşitlik 6.20) Imon ve Hadi (2013) tarafından lojistik regresyonda çoklu yüksek kaldıraç noktalarının teşhisi için geliştirilmiş halidir.

Çoklu kaldıraç noktalarının belirlenmesi için önerilen yöntemde, GSPR (Imon ve Hadi , 2008) teşhis ölçüsünün hesaplanmasına benzer şekilde veri seti iki gruba ayrılmakta ve modeli tahmin etmeden önce  $n$  gözlem kümesinden  $d$  sayıda gözlemin veri setinden çıkarıldığı varsayılmaktadır. Veri setinde kalan  $(n-d)$  gözlem  $R$  ile, veri setinden silinen kuşulu gözlemler  $D$  ile gösterilmektedir. Son satırları  $D$  gözlem kümesi olan  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{V}$  matrislerinin gösterimleri Eşitlik (6.30)'daki gibidir.

$D$  ile gösterilen bir gözlem grubu veri setinden çıkarıldığında, parametre tahmini  $\hat{\beta}_{(-D)}$  ile gösterilmektedir. Böylece lojistik regresyon modeli için tahmin değerleri  $\hat{\pi}_{i(-D)}$  Eşitlik (6.31) kullanılarak hesaplanmaktadır.  $D$  gözlem grubunun veri setinden çıkarılması ile varyanslar  $v_{i(-D)}$  ve kaldıraç değerleri  $h_{ii(-D)}$  sırasıyla Eşitlik (6.32) ve Eşitlik (6.33) ile elde edilmektedir. Bu hesaplamalardan elde edilen sonuçlar ve aynı zamanda doğrusal

regresyon benzeri bir yaklaşım kullanılarak, kuşkulu bir gözlem grubunun silinmesinden sonra tüm veriler için ortalamadan olan uzaklıklar DDM,

$$DDM = b_{i(-D)} = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}_R^T \mathbf{V}_R \mathbf{X}_R)^{-1} \mathbf{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.50)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada,  $b_{i(-D)}$ ,  $\mathbf{X}(\mathbf{X}_R^T \mathbf{V}_R \mathbf{X}_R)^{-1} \mathbf{X}^T$  matrisinin  $i$ 'inci köşegen elemanıdır. DDM için eşik değer ölçüsü,

$$\text{medyan}(b_{i(-D)}) + 3 * \text{MAD}(b_{i(-D)}) \quad (6.51)$$

olarak önerilmiştir.  $b_{i(-D)} > \text{medyan}(b_{i(-D)}) + 3 * \text{MAD}(b_{i(-D)})$  koşulunu sağlayan gözlemler yüksek kaldıraç noktalarıdır. Bu kural ortalamadan olan silme uzaklıklarının medyanına dayalı olduğundan DDM teşhis ölçüsü, ortalamadan olan silme uzaklıklarının medyanı (MDDM) olarak da isimlendirilmektedir (Imon ve Hadi, 2013).

### 6.2.2.3. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC

RobDEVC Norazan vd. (2012) tarafından lojistik regresyonda kötü kaldıraç noktalarının belirlenmesi için önerilmiş bir teşhis ölçüsüdür. En çok olabilirlik tahmincisinin aykırı değerlere karşı sağlam olmadığı düşüncesinden yola çıkarak önerilen RobDEVC teşhisçisi DEVC teşhis ölçüsünün sağlam sapma bileşenine dayalı olarak geliştirilmiş halidir.

RobDEVC Mallows tahmincisi kullanılarak elde edilmiş sağlam bir  $\hat{\beta}^{rob}$  başlangıç tahmini içermektedir. RobDEVC yöntemi için ilk olarak Mallows tahmincisi kullanılarak sağlam bir başlangıç tahmini elde edilmektedir.  $\hat{\beta}^{rob}$  katsayı tahminleri kullanılarak olasılık değerleri,

$$\hat{\pi}_i^{rob} = \frac{\exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}^{rob})}{1 + \exp(\mathbf{x}_i^T \hat{\beta}^{rob})} \quad (6.52)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Böylece  $\hat{\beta}^{rob}$  katsayı tahminlerinin kullanıldığı sağlam DEVC teşhis ölçüsü RobDEVC,

$$RobDEVC = rdc_i = \begin{cases} 2\log\left(\frac{1}{1-\hat{\pi}_i^{rob}}\right), & y_i = 0 \\ 2\log\left(\frac{1}{\hat{\pi}_i^{rob}}\right), & y_i = 1 \end{cases} \quad (6.53)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. RobDEVC teşhis ölçüsü için eşik değer DEVC teşhis ölçüsüne benzer olarak,

$$medyan(rdc_i) + 3MAD(rdc_i) \quad (6.54)$$

biçiminde önerilmiştir.  $rdc_i > medyan(rdc_i) + 3MAD(rdc_i)$  olduğu durumda  $i$ 'inci gözlem kötü kaldıraç noktası olarak tanımlanmaktadır (Norazan vd., 2012).

#### 6.2.2.4. Sağlam lojistik teşhisçisi-RLGD

Syaiba ve Habshah'a (2010) göre, Imon' un (2006) ortalamadan olan uzaklık DM yöntemi, lojistik regresyon modeli için yüksek kaldıraç noktalarını belirleyebilse bile maskeleye ve süpürme etkisine maruz kalabilmektedir. Syaiba ve Habshah (2010) bu düşünceden yola çıkarak, sağlam lojistik teşhisçisi RLGD yöntemi geliştirmiştir. Bu yöntem hem DM hem de Habshah, Norazan ve Imon (2009) tarafından önerilmiş DRGP (genelleştirilmiş sağlam potansiyel teşhis ölçüsü) yöntemini içermektedir.

Bu teşhis yönteminde ilk olarak, kuşkulu yüksek kaldıraç noktaları minimum kovaryans belirleyicileri en küçük kovaryans determinanı (MCD) ya da MVE sağlam tahmincileri (Rousseeuw, 1984) ile belirlenmiştir. RLGD yönteminin ikinci aşamasında, lojistik regresyon modeli için DM' ye dayalı potansiyel teşhis ölçüsü hesaplanmıştır.  $n$  gözlemden  $d$  tanesinin silindiği varsayılınsın. Burada veri setinde kalan gözlemler  $R$ , silinen gözlemler  $D$  kümeleri ile gösterilmektedir.  $\tilde{X}$  matrisi

$$\tilde{X} = V^{\frac{1}{2}}X \quad (6.55)$$

olarak tanımlandığında,  $D$  kümesine dayalı olarak oluşturulan ortalamadan olan silme grubu uzaklığı,

$$b_{i(-D)} = \mathbf{x}_i^T (\tilde{\mathbf{X}}_R^T \tilde{\mathbf{X}}_R)^{-1} \mathbf{x}_i \quad (6.56)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Eşitlik (6.56) RLGD yönteminin ilk aşaması tamamlandıktan sonra,  $\hat{\beta}_{(-D)}$  kullanılarak hesaplanmaktadır. Burada  $\mathbf{x}_i^T = [1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki}]$ ,  $i$ 'inci gözleme karşılık gelen  $1 \times p$  boyutlu gözlem vektörüdür. Eşitlik (6.56) ile Hadi'nin (1992) önerdiği potansiyel değerler arasındaki ilişki,

$$b_{i(-D+i)} = \mathbf{x}_i^T (\tilde{\mathbf{X}}_R^T \tilde{\mathbf{X}}_R + \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T)^{-1} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^T = \frac{b_{i(-D)}}{1+b_{i(-D)}} \quad (6.57)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Eşitlik (6.57)'den faydalanılarak kuşkulu gözlem grubunun silinmesine dayalı olarak geliştirilen potansiyel ölçüsü  $p_{ii(-D)}^*$ ,

$$p_{ii(-D)}^* = \begin{cases} \frac{b_{i(-D)}}{1+b_{i(-D)}} & i \in R \\ b_{i(-D)} & i \in D \end{cases} \quad (6.58)$$

olarak ifade edilmektedir.  $p_{ii(-D)}^*$  için eşik değer ölçüsü Hadi'nin (1992) önerdiği eşik değer ölçüsüne (Eşitlik 5.23) benzer olarak,

$$\text{medyan}(p_{ii(-D)}^*) + c.MAD(p_{ii(-D)}^*) \quad (6.59)$$

biçiminde tanımlanmıştır. Böylece  $\text{medyan}(p_{ii(-D)}^*) + c.MAD(p_{ii(-D)}^*)$  eşik değerinden daha büyük bir değer alan herhangi bir gözlemin yüksek kaldıraç noktası olduğu düşünülmektedir (Syaiba ve Habshah, 2010).

### 6.2.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri

#### 6.2.3.1. GDFITS istatistiği

Nurunnabi vd. (2010)'un geliştirdiği GDFITS, lojistik regresyonda çoklu etkili gözlemlerin belirlenmesi için DFFITS'in genelleştirilmiş bir versiyonudur. Doğrusal regresyon için GDFITS teşhis ölçüsüne (Imon, 2005) dayalı olarak türetilmiştir. Bir lojistik regresyon modeli için Cook uzaklığı,

$$CD_i = \frac{(\hat{\beta}_{(-i)} - \hat{\beta})^T (X^T V X) (\hat{\beta}_{(-i)} - \hat{\beta})}{p \hat{\sigma}^2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.60)$$

biçiminde tanımlanmaktadır. Burada  $\hat{\beta}_{(-i)}$ ,  $i$ 'inci gözlem silindiğinde elde edilen  $\beta$  parametresi tahminidir. Pregibon'un (1981) önerdiği gibi doğrusal regresyona benzerlik yaklaşımıyla,

$$CD_i \approx \frac{1}{p} r_{SPi}^2 \left( \frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right) \quad (6.61)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Eşitlikte yer alan  $r_{SPi}$ ,  $i$ 'inci standartlaştırılmış Pearson artığı (Eşitlik 6.18),

$$r_{SPi} = \frac{y_i - \hat{\pi}_i}{\sqrt{v_i(1-h_{ii})}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.62)$$

biçiminde de ifade edilebilmektedir. Burada  $h_{ii}$  kaldıraç değeri, lojistik regresyon için uyarlanan kaldıraç matrisinin (Eşitlik 6.6)  $i$ 'inci köşegen elemanıdır.

Belsley vd., (1980) tarafından Eşitlik (5.32)'deki gibi ifade edilen DFFITS <sub>$i$</sub>  teşhis ölçüsü lojistik regresyon için  $r_{SPi}$  ve kaldıraç matrisinin köşegen elemanları  $h_{ii}$  ve varyans matrisi elemanları  $v_i$  (Eşitlik 6.7) türünden,

$$DFFITS_i = r_{spi} \sqrt{\frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \frac{v_i}{v_{i(-i)}}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.63)$$

olarak ifade edilmektedir. DFFITS <sub>$i$</sub>  teşhis ölçüsü için eşik değer,  $c$ 'nin 2, 3 ya da daha büyük bir sabit değer arasından uygun olarak seçildiği,

$$c\sqrt{p/n} \quad (6.64)$$

olarak önerilmiştir. DFFITS <sub>$i$</sub>  teşhis ölçüsü için  $c\sqrt{p/n}$  değerinden büyük değer alan gözlemlerin etkili gözlem olduğu düşünülmektedir.  $CD_i$ , (Eşitlik 6.22) DFFITS <sub>$i$</sub>  türünden,

$$CD_i = \frac{v_{i(-i)}^2}{pv_i^2} DFFITS_i^2 \quad (6.65)$$

ifade edildiğinde, Eşitlik (6.65)'te görüldüğü gibi  $CD_i$  ve  $DFFITS_i$  arasındaki önemli tek farklılık tahmin varyansının kullanımınıdır.

GDFFITs için buraya kadar tartışılan teşhis ölçüleri, tek bir etkili gözlemin tanımlanması için tasarlanmış ve maskeleye ya da süpürme etkisinden etkilenmektedirler. Böylece bu gibi problemlerden arınmış teşhis tekniklerinden gözlem grubunu silmeye dayalı GDFFITs için  $n$  gözlem kümesinden  $d$  sayıda gözlemin silindiği varsayalım. Analizde kalan gözlem kümesi  $R$  ile silinen gözlem kümesi ise  $D$  ile gösterildiğinde doğrusal regresyon benzerlik yaklaşımı kullanılarak lojistik regresyon modeli için GDFFITs,

$$GDFFITs_i = \begin{cases} \frac{\hat{y}_{i(-D)} - \hat{y}_{i(-D-i)}}{\sqrt{v_{i(-D)} h_{ii(-D)}}} & i \in R \\ \frac{\hat{y}_{i(-D+i)} - \hat{y}_{i(-D)}}{\sqrt{v_{i(-D)} h_{ii(-D+i)}}} & i \in D \end{cases} \quad (6.66)$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. Burada,  $h_{ii(-D)}$  (Eşitlik 6.33), kuşku gözlem kümesi veri setinden çıkarıldıktan sonra hesaplanan kaldırma matrisi köşegen elemanlarıdır.  $h_{ii(-D+i)}$  ise Hadi'nin potansiyel ölçüsü ve  $h_{ii(-D)}$  arasındaki ilişkiyi göstermektedir. GDFFITs, GSPR (Eşitlik 6.35) ve GW (Eşitlik 6.48) türünden yeniden ifade edildiğinde,

$$GDFFITs_i = r_{gspl}^{(-D)} \sqrt{h_{ii(-D)}^*} \quad (6.67)$$

elde edilmektedir.  $GDFFITs_i$  için eşik değeri, doğrusal regresyon için geliştirilmiş bu teşhis ölçüsüne benzer biçimde,

$$c \sqrt{\frac{p}{(n-d)}} \quad (6.68)$$

olarak önerilmiştir.  $|GDFFITs_i| \geq c \sqrt{\frac{p}{(n-d)}}$  koşulunu sağlayan gözlemlerin etkili gözlemler olabileceği düşünülmektedir (Nurunnabi vd., 2010).

### 6.2.3.2. GSDFBETA istatistiği

Nurunnabi ve Nasser (2009), lojistik regresyonda tek bir gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı olarak geliştirilmiş SDFBETA'nın (Eşitlik 6.26) çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için genelleştirilmiş halidir.

GSDFBETA teşhis ölçüsünün ilk aşamasında kuşkulu olduğu düşünülen gözlemler belirlenmektedir. Bu gözlemler belirlenirken bağımsız ve bağımlı değişken index grafikleri kuşkulu gözlemler hakkında bilgi verebilir. Ancak, bağımsız değişken sayısını birden fazla olması durumunda bu grafikler yetersiz kalabilmektedir. Bu nedenle GSPR (Imon ve Hadi, 2008) ve bazı kaldıraç ölçülerinin (Hosmer ve Lemeshow, 2000) hesaplanması etkili gözlemlerin teşhisinde yararlı olabilmektedir. İkinci aşamada, kuşkulu olduğu düşünülen  $d$  gözlem veri setinden çıkarılır.  $R$  kalan gözlem kümesi,  $D$  ise silme kümesi olmak üzere GSDFBETA teşhis ölçüsü, GSPR (Eşitlik 6.35) ve GW (Eşitlik 6.48) teşhis ölçüleri türünden

$$GSDFBETA_i = \begin{cases} \frac{h_{ii}^* r_{gspi(R)}^2}{1-h_{ii(R)}}, & i \in R \\ \frac{h_{ii}^* r_{gspi(R)}^2}{1+h_{ii(R)}}, & i \notin R \end{cases} \quad (6.69)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu teşhis ölçüsü için eşik değer SDFBETA teşhis ölçüsüne benzer biçimde,

$$|GSDFBETA| \geq \frac{9p}{n-d-3k} \quad (6.70)$$

olarak önerilmiştir. Eşitlik (6.70)'i sağlayan gözlemlerin etkili gözlem olabileceği düşünülmektedir (Nurunnabi ve Nasser, 2009).

## 6.3. Lojistik Regresyonda Birden Fazla Kuşkulu Gözlem İçin Önerilen Teşhis Ölçüleri

### 6.3.1. GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı -GCD.GSPR

Lojistik regresyon için genelleştirilmiş Cook uzaklığı teşhis ölçüsü tez çalışmasında çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için önerilmiştir. Pregibon'un doğrusal regresyon benzerlik

yaklaşımı ile lojistik regresyona uyarladığı Cook uzaklığı (Eşitlik 6.60) standartlaştırılmış Pearson artıkları türünden Eşitlik (6.61)'deki gibi ifade edilebilmektedir.

Bu tez çalışmasında önerilen teşhis ölçüsünde veri setinde tek bir kuşkulu gözlemin teşhisi için geliştirilmiş  $r_{SPi}$  yerine çoklu aykırı değerlerin teşhisi için genelleştirilmiş hali GSPR teşhis ölçüsü (Imon ve Hadi, 2008) kullanılmıştır. Böylece GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı olarak adlandırılan GCD. GSPR teşhis ölçüsü GSPR ve kaldıraç matrisi köşegen elemanları türünden,

$$GCD.GSPR = \frac{1}{p} r_{gspi}^{(-D)^2} \left( \frac{h_{ii}}{1-h_{ii}} \right) \quad (6.71)$$

olarak önerilmektedir. Lojistik regresyon için Cook uzaklığının genelleştirilmiş hali olan  $GCD.GSPR$  için eşik değerin belirlenmesinde, doğrusal regresyon için Cook uzaklığının veri setinden birden fazla kuşkulu gözlemin çıkarılmasına dayalı olarak genelleştirilmiş hali  $CD_I$  uzaklığının (Cook ve Weisberg, 1982) eşik değerinden faydalanılmıştır. Böylece,  $GCD.GSPR > 1$  eşik değerini aşan gözlemler etkili gözlem olarak düşünülmüştür.

### 6.3.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD\*

Cook'un (1977) hem doğrusal regresyon hem de lojistik regresyon teşhisçileri için rehber niteliğindeki teşhis ölçüsü Cook uzaklığı, hem etkili gözlemlerin belirlenmesinde hem de farklı teşhis ölçülerinin geliştirilmesinde sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak tek bir kuşkulu gözlemin teşhisi için geliştirilmiş bu ölçüler maskeleye ve süpürme etkisi nedeniyle başarısız olabilmektedir. Bu nedenle Atkinson (1981) Cook uzaklığında (Cook 1977) bir takım değişiklikler yaparak Eşitlik (5.26)'daki düzeltilmiş Cook uzaklığının ( $CD_i^*$ ) kullanımını önermiştir.  $CD_i^*$  etkili gözlem teşhis ölçüsünde, Cook uzaklığından farklı olarak  $\hat{\sigma}^2$ 'nin yerine  $\hat{\sigma}_{(i)}^2$  kullanılmakta ve Cook uzaklığının karekökü alınmaktadır. Ayrıca  $CD_i^*$ 'de örneklem büyüklüğü ile ilgili bir düzenleme de gerçekleştirmiştir.

Düzeltilmiş Cook uzaklığı kuşkulu gözlemlerin teşhisinde daha hassas olması ve grafiksel gösterim kolaylığı bakımından Cook uzaklığına göre daha kullanışlı bir teşhis ölçüsüdür (Atkinson, 1981, Chatterjee ve Hadi, 1986).

Tez çalışmasında doğrusal regresyonda etkili gözlemlerin teşhisi için önerilmiş olan  $CD_i^*$  teşhis ölçüsü lojistik regresyona uyarlanmıştır. DFFITS teşhis ölçüsü türünden,

$$CD_i^* = |DFFITS_i| \sqrt{\left(\frac{n-p}{p}\right)} \quad (6.72)$$

olarak ifade edilebilmektedir. Doğrusal regresyon benzerlik yaklaşımı kullanılarak  $CD_i^*$  teşhis ölçüsünde tekli etkili gözlem teşhis ölçüsü  $DFFITS_i$  yerine, bu teşhis ölçüsünün çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için geliştirilmiş hali GDFFITs (Nurunnabi vd.,2010) teşhis ölçüsü kullanılarak  $mCD^*$  olarak ifade edilen modifiye edilmiş Cook uzaklığı teşhis ölçüsü,

$$mCD^* = |GDFFITs_i| \sqrt{\left(\frac{n-d-p}{p}\right)} \quad (6.73)$$

olarak önerilmektedir. Burada  $p$ , bağımsız değişken sayısı  $k$  olmak üzere  $p=k+1$  ve  $d$  veri setindeki kuşkulu gözlem sayısıdır. Önerilen teşhis ölçüsü için Atkinson'un (1981)  $CD_i^*$  için önerdiği eşik değerden faydalanılarak,  $c$  2 ya da 3 gibi sabit bir değer olmak üzere  $c / \sqrt{\left(\frac{n-p}{n}\right)}$  koşulunu sağlayan gözlemlerin etkili gözlem olabileceği düşünülmektedir.

## 7. LOJİSTİK REGRESYON TEŞHİS ÖLÇÜLERİNİN BİR VERİ SETİNE UYGULANMASI

Bu bölümde birden fazla kuşku gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı olarak geliştirilmiş lojistik regresyon teşhis ölçülerinin her biri orijinal Brown veri seti ya da modifiye edilmiş Brown veri setleri üzerinden geleneksel teşhis ölçüleri ile karşılaştırılmıştır.

Lojistik regresyonda kuşku gözlemlerin teşhisinde sıklıkla kullanılan orijinal Brown (1980) veri setinde bağımlı değişken LNI (lenf nodu tutulumu) için  $y=0$  değeri hastanın lenf nodu tutulumu yaşadığını,  $y=1$  değeri ise lenf nodu tutulumu yaşamadığını göstermektedir. Orijinal veri seti iki sürekli (AP-kandaki asit fosfat düzeyi ve AGE-hastanın yaşı), ve üç kategorik (X-ray-röntgen, Stage-evre ve Grade-dönem) olmak üzere beş bağımsız değişkenden oluşmakta ve tek bir kuşku gözlem (24'üncü gözlem) içermektedir (Norazan vd., 2012). Tez çalışmasında DEVC ve RobDEVC'in performansları, orijinal Brown veri seti üzerinden değerlendirilmiştir. Bu teşhis ölçüsü için bağımlı değişken ve sürekli bağımsız değişkenler kullanılmıştır. Veri seti Çizelge 7.1'de verilmektedir.

Çizelge 7.1. Brown'un (1980) iki bağımsız değişkenli orijinal veri seti

İndeks	LNI	AP	AGE	İndeks	LNI	AP	AGE	İndeks	LNI	AP	AGE
1	0	0.48	66	20	0	0.98	56	39	0	0.76	53
2	0	0.56	68	21	0	0.52	67	40	0	0.95	67
3	0	0.5	66	22	0	0.75	63	41	0	0.66	53
4	0	0.52	56	23	1	0.99	59	42	1	0.84	65
5	0	0.5	58	24	0	1.87	64	43	1	0.81	50
6	0	0.49	60	25	1	1.36	61	44	1	0.76	60
7	0	0.46	65	26	1	0.82	56	45	1	0.7	45
8	0	0.62	60	27	0	0.4	64	46	1	0.78	56
9	1	0.56	50	28	0	0.5	61	47	1	0.7	46
10	0	0.55	49	29	0	0.5	64	48	1	0.67	67
11	0	0.62	61	30	0	0.4	63	49	1	0.82	63
12	0	0.71	58	31	0	0.55	52	50	1	0.67	57
13	0	0.65	51	32	0	0.59	66	51	1	0.72	51
14	1	0.67	67	33	1	0.48	58	52	1	0.89	64
15	0	0.47	67	34	1	0.51	57	53	1	1.26	68
16	0	0.49	51	35	1	0.49	65				
17	0	0.5	56	36	0	0.48	65				
18	0	0.78	60	37	0	0.63	59				
19	0	0.83	52	38	0	1.02	61				

Not: LNI=lenf nodu tutulumu, AP=asit fosfat düzeyi, AGE=hastanın yaşı

GSPR ve GDFFITS, GCD.GSPR ve mCD\* teşhis ölçülerinin performansının değerlendirilmesinde Imon ve Hadi'nin (2008) orijinal Brown veri setine kuşku gözlemler ekleyerek modifiye ettiği veri seti kullanılmıştır. Bu veri seti Çizelge 7.2.'de verilmektedir. DDM teşhis ölçüsünün performansının değerlendirilmesinde ise Imon ve Hadi'nin (2013), Imon ve Hadi'ye (2008) benzer şekilde modifiye ettiği Çizelge 7.3'teki Brown veri seti kullanılmıştır.

Çizelge 7.2. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti

İndeks	LNI	AP	İndeks	LNI	AP	İndeks	LNI	AP
1	0	48	20	0	98	39	0	76
2	0	56	21	0	52	40	0	95
3	0	50	22	0	75	41	0	66
4	0	52	23	1	99	42	1	84
5	0	50	24	0	187	43	1	81
6	0	49	25	1	136	44	1	76
7	0	46	26	1	82	45	1	70
8	0	62	27	0	40	46	1	78
9	1	56	28	0	50	47	1	70
10	0	55	29	0	50	48	1	67
11	0	62	30	0	40	49	1	82
12	0	71	31	0	55	50	1	67
13	0	65	32	0	59	51	1	72
14	1	67	33	1	48	52	1	89
15	0	47	34	1	51	53	1	126
16	0	49	35	1	49	54	0	200
17	0	50	36	0	48	55	0	220
18	0	78	37	0	63			
19	0	83	38	0	102			

Not: LNI=lenf nodu tutulumu, AP=asit fosfat düzeyi

Çizelge 7.2'deki veri seti Brown'un (1980) veri setine kuşku gözlem eklenmiş halidir. Orijinal veri setinde tek bir kuşku gözlem (24'üncü değer) varken Imon ve Hadi (2008) bu veri setine iki kuşku gözlem (54 ve 55'inci değerler) daha eklemiştir.

Çizelge 7.3. Imon ve Hadi'nin (2013) modifiye edilmiş Brown veri seti

İndeks	LNI	AP	İndeks	LNI	AP	İndeks	LNI	AP
1	0	48	21	0	52	41	0	66
2	0	56	22	0	75	42	1	84
3	0	50	23	1	99	43	1	81
4	0	52	<b>24</b>	<b>0</b>	<b>187</b>	44	1	76
5	0	50	<b>25</b>	<b>1</b>	<b>136</b>	45	1	70
6	0	49	26	1	82	46	1	78
7	0	46	27	0	40	47	1	70
8	0	62	28	0	50	48	1	67
9	1	56	29	0	50	49	1	82
10	0	55	30	0	40	50	1	67
11	0	62	31	0	55	51	1	72
12	0	71	32	0	59	52	1	89
13	0	65	33	1	48	<b>53</b>	<b>1</b>	<b>126</b>
14	1	67	34	1	51	<b>54</b>	<b>0</b>	<b>200</b>
15	0	47	35	1	49	<b>55</b>	<b>0</b>	<b>220</b>
16	0	49	36	0	48	<b>56</b>	<b>0</b>	<b>240</b>
17	0	50	37	0	63	<b>57</b>	<b>0</b>	<b>260</b>
18	0	78	38	0	102	<b>58</b>	<b>0</b>	<b>280</b>
19	0	83	39	0	76	<b>59</b>	<b>0</b>	<b>300</b>
20	0	98	40	0	95	<b>60</b>	<b>0</b>	<b>320</b>

Not: LNI=lenf nodu tutulumu, AP=asit fosfat düzeyi

Çizelge 7.3'teki veri seti Imon ve Hadi'nin (2013), 53 gözlemden oluşan orijinal Brown veri setine X=200, 220, 240, 260, 280, 300 ve 320 olmak üzere yedi kuşukulu gözlem daha eklediği veri setidir.

## 7.1. Çoklu Aykırı Değer Teşhis Ölçüleri

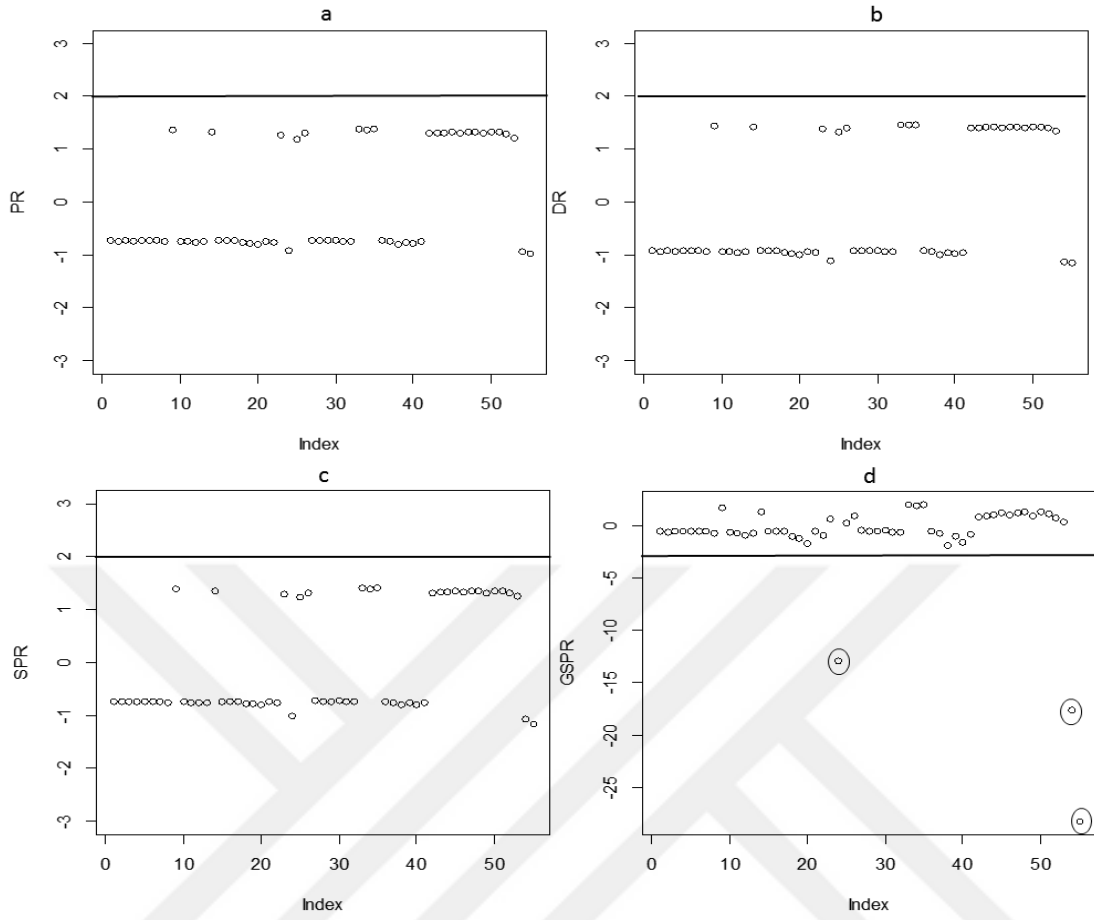
### 7.1.1. Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR

Imon ve Hadi'nin (2008) lojistik regresyonda aykırı değerlerin teşhisi için geliştirdiği GSPR teşhis ölçüsü tek bir gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı artık ölçüleri; DR, Pearson artıkları PR ve SPR ile Çizelge 7.2'de verilmiş olan modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonuçları Çizelge 7.4' te verilmektedir.

Çizelge 7.4. Imon ve Hadi (2008) veri seti üzerinden GSPR ile DR, PR ve SPR aykırı değer teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değer	±2	±2	±2	3		±2	±2	±2	3
İndeks	DR	PR	SPR	GSPR	İndeks	DR	PR	SPR	GSPR
1	-0.916283	-0.722245	-0.732282	-0.504831	29	-0.918807	-0.724683	-0.734274	-0.528581
2	-0.926404	-0.732048	-0.740503	-0.606868	30	-0.9062285	-0.712573	-0.724723	-0.419875
3	-0.918807	-0.724683	-0.734274	-0.528581	31	-0.9251354	-0.730815	-0.739438	-0.593032
4	-0.921335	-0.727130	-0.736308	-0.553455	32	-0.9302172	-0.735758	-0.743763	-0.650460
5	-0.918807	-0.724683	-0.734274	-0.528581	33	1.4632633	1.384573	1.403815	2.053904
6	-0.917544	-0.723463	-0.733273	-0.516569	34	1.4587229	1.377590	1.395392	1.910816
7	-0.913763	-0.719814	-0.730331	-0.482140	35	1.4617497	1.382241	1.400984	2.005054
8	-0.934040	-0.739487	-0.747121	-0.697433	36	-0.9162826	-0.722245	-0.732282	-0.504831
9	1.4511594	1.366031	1.381810	1.694466	37	-0.935316	-0.740734	-0.748263	-0.713903
10	-0.925135	-0.730815	-0.739438	-0.593032	38	-0.985879	-0.791054	-0.802345	-1.851347
11	-0.934040	-0.739487	-0.747121	-0.697433	39	-0.952000	-0.757141	-0.764154	-0.972788
12	-0.945562	-0.750788	-0.757807	-0.862405	40	-0.976692	-0.781777	-0.791155	-1.556478
13	-0.937871	-0.743235	-0.750580	-0.748146	41	-0.939151	-0.744489	-0.751756	-0.765949
14	1.434538	1.340941	1.353885	1.304890	42	1.408906	1.303071	1.315859	0.885033
15	-0.915022	-0.721028	-0.731301	-0.493357	43	1.413424	1.309675	1.322126	0.946481
16	-0.917544	-0.723463	-0.733273	-0.516569	44	1.420959	1.320757	1.332990	1.059786
17	-0.918807	-0.724683	-0.734274	-0.528581	45	1.430010	1.334180	1.346727	1.216657
18	-0.954582	-0.759698	-0.766778	-1.021323	46	1.417944	1.316313	1.328581	1.012719
19	-0.961055	-0.766126	-0.773556	-1.154819	47	1.430010	1.334180	1.346727	1.216657
20	-0.980624	-0.785739	-0.795864	-1.676991	48	1.434538	1.340942	1.353885	1.304890
21	-0.921335	-0.727130	-0.736308	-0.553455	49	1.411918	1.307470	1.320016	0.925490
22	-0.950710	-0.755867	-0.762861	-0.949495	50	1.434538	1.340942	1.353885	1.304890
23	1.386355	1.270544	1.2873293	0.634524	51	1.426992	1.329690	1.342063	1.161597
24	-1.101045	-0.912885	-1.015056	<b>-12.87274</b>	52	1.401382	1.292137	1.305831	0.791998
25	1.331044	1.193741	1.236869	0.267232	53	1.345943	1.214029	1.247680	0.340063
26	1.411918	1.307470	1.320016	0.925490	54	-1.119200	-0.933105	-1.066381	<b>-17.558138</b>
27	-0.906229	-0.712573	-0.724723	-0.419875	55	-1.147384	-0.965091	-1.161780	<b>-28.234319</b>
28	-0.918807	-0.724683	-0.734274	-0.528581					

Çizelge 7.4'teki GSPR değerleri incelendiğinde 24, 54 ve 55'inci gözlemlerin mutlak değerlerinin eşik değer olan 3'ten oldukça büyük oldukları görülmektedir. Sapma DR, PR ve SPR sütunları incelendiğinde ise eşik değer 2 için aykırı değerlerin teşhis edilemediği görülmüştür. Bu gözlemler maskeleye etkisine maruz kalmıştır. Analizi gerçekleştirilen aykırı değer teşhis ölçüleri için indeks grafikleri Şekil 7.1'de verilmektedir. Her bir teşhis ölçüsü için eşik değer, grafik üzerinde çizgi ile gösterilmiştir.



Şekil 7.1. (a) PR, (b) DR, (c) SPR ve (d) GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

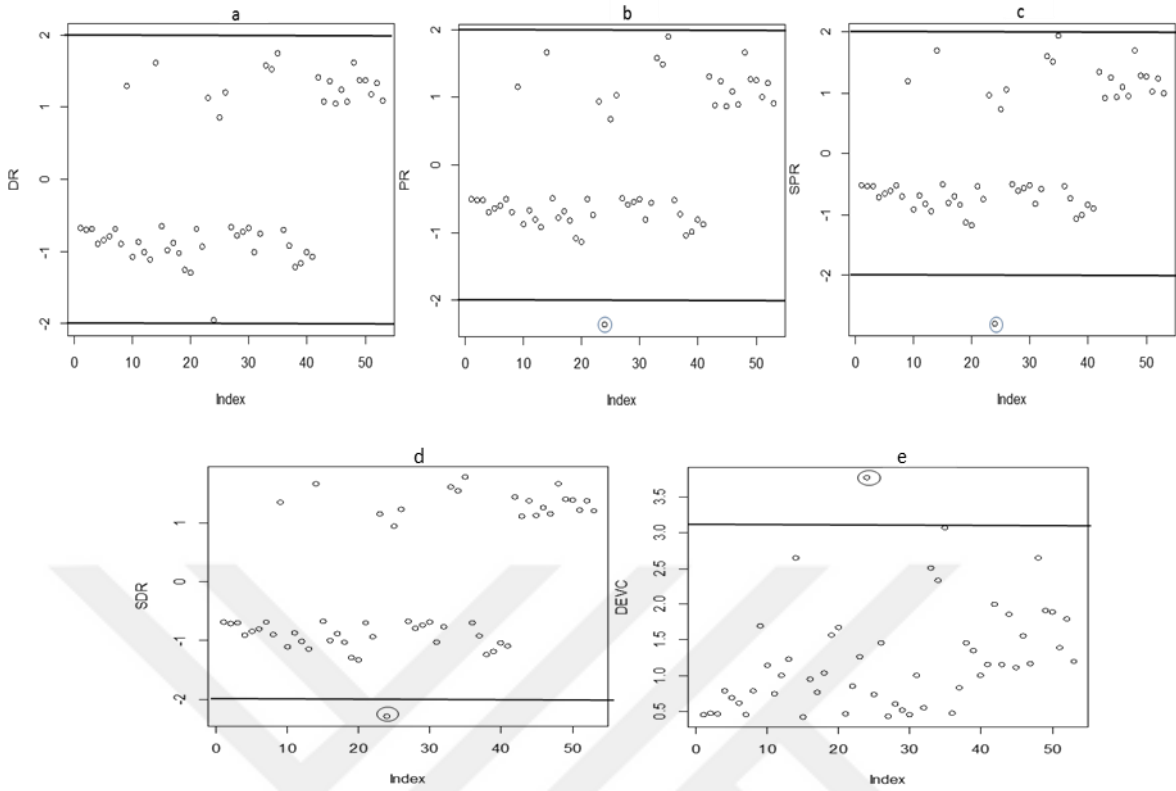
### 7.1.2. Sapma bileşenleri-DEVC

Ahmad vd. nin (2011) çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü DEVC' in performansı iki bağımsız değişkenli orijinal Brown veri seti üzerinden PR, DR, SPR ve SDR teşhis ölçüleri ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Teşhis ölçülerine ilişkin sonuçlar Çizelge 7.5'te verilmektedir.

Çizelge 7.5. İki bağımsız değişkenli orijinal Brown (1980) veri seti üzerinden DEVC ile PR, DR, SPR ve SDR aykırı değer teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değer	±2	±2	±2	±2	3.11		±2	±2	±2	±2	3.11
İndeks	PR	DR	SPR	SDR	DEVC	İndeks	PR	DR	SPR	SDR	DEVC
1	-0.505036	-0.674069	-0.518086	-0.691486	0.454369	29	-0.545890	-0.722249	-0.557298	-0.737342	0.521643
2	-0.520008	-0.691865	-0.535239	-0.712129	0.478676	30	-0.504521	-0.673454	-0.516733	-0.689756	0.453540
3	-0.515961	-0.687070	-0.528949	-0.704366	0.472065	31	-0.807743	-1.002256	-0.829690	-1.029487	1.004517
4	-0.698803	-0.891798	-0.710808	-0.907118	0.795303	32	-0.568120	-0.747958	-0.581127	-0.765082	0.559441
5	-0.646505	-0.835733	-0.656956	-0.849243	0.698450	33	1.580238	1.582371	1.607552	1.609722	2.503898
6	-0.604555	-0.789317	-0.614613	-0.802449	0.623022	34	1.487770	1.527974	1.512164	1.553022	2.334703
7	-0.508479	-0.678175	-0.520921	-0.694770	0.459921	35	1.904523	1.750402	1.948861	1.791152	3.063907
8	-0.694780	-0.887556	-0.702801	-0.897803	0.787756	36	-0.519478	-0.691237	-0.531771	-0.707596	0.477808
9	1.157686	1.304034	1.200068	1.351773	1.700505	37	-0.722335	-0.916376	-0.730310	-0.926494	0.839746
10	-0.879036	-1.070052	-0.916843	-1.116075	1.145012	38	-1.036298	-1.207839	-1.070001	-1.247121	1.458874
11	-0.675465	-0.867026	-0.683792	-0.877714	0.751734	39	-0.983143	-1.163006	-1.005176	-1.189069	1.352582
12	-0.809393	-1.003864	-0.818154	-1.014730	1.007744	40	-0.811874	-1.006280	-0.844686	-1.046948	1.012599
13	-0.924673	-1.111661	-0.951931	-1.144431	1.235791	41	-0.883377	-1.074070	-0.901847	-1.096526	1.153626
14	1.661990	1.627886	1.704324	1.669352	2.650013	42	1.309600	1.413375	1.340880	1.447131	1.997629
15	-0.485770	-0.650935	-0.499625	-0.669501	0.423717	43	0.885961	1.076455	0.919994	1.117805	1.158756
16	-0.779176	-0.974105	-0.806106	-1.007773	0.948881	44	1.239065	1.364042	1.253449	1.379876	1.860610
17	-0.684007	-0.876138	-0.696474	-0.892107	0.767618	45	0.865586	1.057527	0.927590	1.133279	1.118362
18	-0.824518	-1.018521	-0.834574	-1.030943	1.037384	46	1.083484	1.246226	1.099569	1.264727	1.553080
19	-1.089910	-1.251354	-1.122248	-1.288483	1.565887	47	0.890338	1.080485	0.946386	1.148503	1.167447
20	-1.143190	-1.292979	-1.177532	-1.331821	1.671795	48	1.661990	1.627886	1.704324	1.669352	2.650013
21	-0.512467	-0.682922	-0.526380	-0.701462	0.466382	49	1.264576	1.382162	1.286919	1.406582	1.910372
22	-0.733712	0.928116	-0.744890	-0.942256	0.861399	50	1.253673	1.374457	1.268193	1.390376	1.889131
23	0.941820	1.126944	0.968197	1.158505	1.270003	51	1.003420	1.180311	1.033507	1.215702	1.393134
24	<b>-2.364557</b>	-1.942022	<b>-2.795900</b>	<b>-2.296286</b>	<b>3.771449</b>	52	1.206869	1.340710	1.236348	1.373458	1.797502
25	0.670681	0.861899	0.732716	0.941621	0.742870	53	0.909280	1.097779	1.002054	1.209786	1.205120
26	1.038088	1.209319	1.055400	1.229486	1.462453						
27	-0.490495	-0.656633	-0.503016	-0.673395	0.431167						
28	-0.594071	-0.777516	-0.604022	-0.790540	0.604531						

Çizelge 7.5'te DEVC sütünü incelendiğinde 3.11 eşik değeri için bu çoklu aykırı değer teşhis ölçüsünün 24'üncü gözlemi doğru teşhis ettiği görülmektedir. Tek bir kuşku gözlemin teşhisi için geliştirilmiş PR, SPR, SDR teşhis ölçüleri de  $\pm 2$  eşik değeri (Agresti, 2015; Christensen, 1997) için veri setindeki aykırı değeri (24'üncü gözlem) doğru teşhis etmiştir. DR teşhis ölçüsünün ise  $\pm 2$  eşik değeri için bu gözlemi belirlemede başarısız olduğu görülmüştür. Bu teşhis ölçülerine ilişkin indeks grafikleri Şekil 7.2'de verilmektedir.



Şekil 7.2. (a) DR, (b) PR ve (c) SPR (d) SDR ve (e) DEVC teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

## 7.2. Çoklu Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri

### 7.2.1. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM

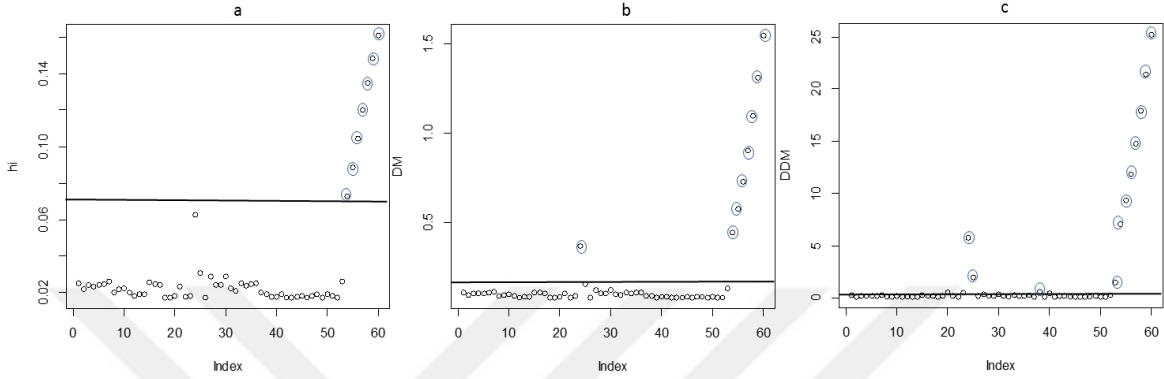
Imon ve Hadi (2013) tarafından ortalamadan olan medyan uzaklıkları olarak isimlendirilen DDM çoklu yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüsü Imon ve Hadi'nin (2013) Çizelge 7.3'te verilen modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden lojistik regresyon için kaldıraç matrisi köşegen elemanları  $h_{ii}$  ve ortalamadan uzaklık DM teşhis ölçüleri ile karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 7.6'da, karşılaştırılan teşhis ölçüleri için indeks grafikleri ise Şekil 7.3'te verilmektedir.

Çizelge 7.6. Imon ve Hadi'nin (2013) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden DDM ile  $h_{ii}$  ve DM yüksek kaldıraç noktası teşhisçilerinin karşılaştırılması

Eşik değeri	0.067	0.149	0.579		0.067	0.149	0.579
İndeks	$h_{ii}$	DM	DDM	İndeks	$h_{ii}$	DM	DDM
1	0.025004	0.105746	0.234489	31	0.022219	0.094874	0.150888
2	0.021873	0.093528	0.142081	32	0.020909	0.089801	0.120366
3	0.024144	0.102381	0.206682	33	0.025004	0.105746	0.234489
4	0.023336	0.099223	0.182012	34	0.023733	0.100776	0.193955
5	0.024144	0.102381	0.206682	35	0.024568	0.104037	0.220194
6	0.024568	0.104037	0.220194	36	0.025004	0.105746	0.234489
7	0.025916	0.109318	0.265432	37	0.019801	0.085557	0.102391
8	0.020060	0.086540	0.105708	38	0.018885	0.087616	<b>0.584617</b>
9	0.021873	0.093528	0.142081	39	0.017556	0.077489	0.130616
10	0.022219	0.094874	0.150888	40	0.017809	0.081445	0.410242
11	0.020060	0.086540	0.105708	41	0.019101	0.082918	0.097142
12	0.018178	0.079556	0.104077	42	0.017169	0.076875	0.213852
13	0.019322	0.083746	0.098108	43	0.017228	0.076716	0.176757
14	0.018892	0.082142	0.096961	44	0.017556	0.077489	0.130616
15	0.025454	0.107506	0.249569	45	0.018338	0.080125	0.101122
16	0.024568	0.104037	0.220194	46	0.01739	0.077024	0.146720
17	0.024144	0.102381	0.206682	47	0.018338	0.080125	0.101122
18	0.017390	0.077024	0.146720	48	0.018892	0.082142	0.096961
19	0.017178	0.076770	0.200703	49	0.017197	0.076717	0.188338
20	0.018208	0.083779	0.480269	50	0.018892	0.082142	0.096961
21	0.023336	0.099223	0.182012	51	0.018030	0.079039	0.107817
22	0.017657	0.077798	0.123740	52	0.017296	0.078175	0.291358
23	0.018362	0.084660	0.505180	53	0.026141	0.128047	<b>1.474170</b>
24	0.062830	<b>0.365112</b>	<b>5.767958</b>	54	<b>0.072696</b>	<b>0.440551</b>	<b>7.060192</b>
25	0.030607	<b>0.153700</b>	<b>1.978118</b>	55	<b>0.088441</b>	<b>0.573708</b>	<b>9.307004</b>
26	0.017197	0.076717	0.188338	56	<b>0.104372</b>	<b>0.727586</b>	<b>11.867466</b>
27	0.028967	0.121279	0.377081	57	<b>0.119988</b>	<b>0.902186</b>	<b>14.741577</b>
28	0.024144	0.102381	0.206682	58	<b>0.134869</b>	<b>1.097507</b>	<b>17.929339</b>
29	0.024144	0.102381	0.206682	59	<b>0.148678</b>	<b>1.313550</b>	<b>21.430750</b>
30	0.028967	0.121279	0.377081	60	<b>0.161159</b>	<b>1.550315</b>	<b>25.245810</b>

Çizelge 7.6' nın ilk sütununda yer alan değerler incelendiğinde  $h_{ii}$  teşhis ölçüsünün 0.067 eşik değeri (Eşitlik 5.7) için 54, 55, 56, 57, 58, 59 ve 60 numaralı gözlemleri teşhis ettiği diğer üç gözlemi (24, 25, 53) teşhis etmede başarısız olduğu görülmüştür. Imon'un (2006) DM için önerdiği eşik değer ölçüsü (Eşitlik 6.21) değeri 0.149 için DM sütunu incelendiğinde ise bu teşhis ölçüsünün 9 gözlemi doğru teşhis ettiği (24, 25, 54, 55, 56, 57, 58, 59,60) ancak 53'üncü yüksek kaldıraç noktasını teşhis edemediği görülmüştür. DDM için eşik değeri (Eşitlik 6.44) ile hesaplanan 0.579 değeri için bu teşhis ölçüsünün veri setindeki tüm yüksek kaldıraç noktalarını (24, 25, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60) teşhis etmede başarılı olduğu görülmüştür. Ancak DDM 38'inci gözlemi de yüksek kaldıraç noktası olarak teşhis etmiştir.

Imon ve Hadi'nin (2013) DDM teşhis ölçüsünü önerdiği çalışmada DDM, 0.579 eşik değeri için 38'inci gözlemi yüksek kaldıraç noktası olarak teşhis etmemiştir. Bu tez çalışmasında sadece 38'inci gözlem için elde edilen DDM değeri Imon ve Hadi'nin (2013) bu gözlem için elde ettiği DDM değerinden farklıdır.



Şekil 7.3. (a)  $h_{ii}$ , (b) DM ve (c) DDM yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

### 7.2.2. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC

RobDEVC kötü kaldıraç noktası teşhis ölçüsünün DEVC ve DR teşhis ölçüleri ile iki sürekli bağımsız değişkenli orijinal Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmasına ilişkin analiz sonuçları Çizelge 7.7'de verilmektedir. Bu veri setinde tek bir aykırı değer bulunmaktadır. Bu nokta aynı zamanda kötü kaldıraç noktasıdır (Norazan vd., 2012).

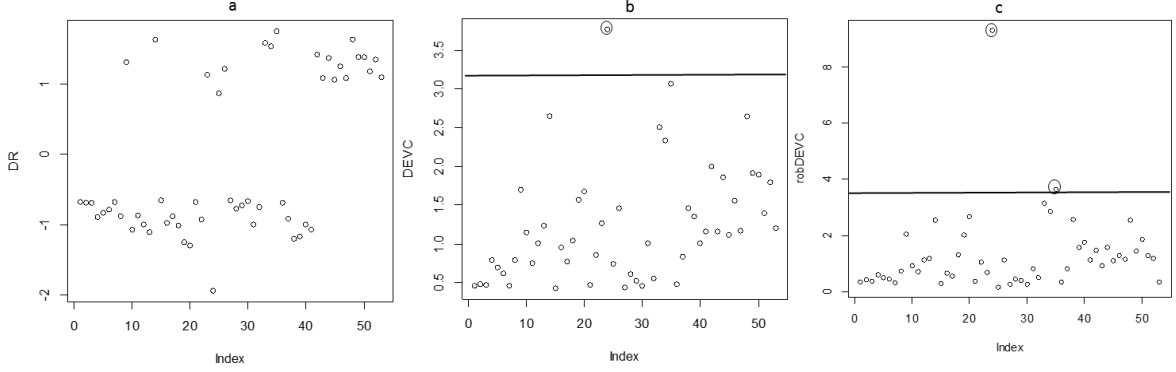
Çizelge 7.7. İki bağımsız değişkenli Orijinal Brown (1980) veri seti üzerinden RobDEVC, DR ve DEVC teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değeri	$\pm 2$	3.11	3.469		$\pm 2$	3.11	3.469
İndeks	DR	DEVC	RobDEVC	İndeks	DR	DEVC	RobDEVC
1	-0.674069	0.454369	0.321125	29	-0.722249	0.521643	0.383022
2	-0.691865	0.478676	0.407530	30	-0.673454	0.453540	0.264196
3	-0.687070	0.472065	0.349046	31	-1.002256	1.004517	0.793645
4	-0.891798	0.795303	0.595771	32	-0.747958	0.559441	0.503986
5	-0.835733	0.698450	0.503592	33	1.582371	2.503898	3.146964
6	-0.789317	0.623022	0.441820	34	1.527973	2.334703	2.857005
7	-0.678175	0.459921	0.309538	35	1.750402	3.063907	<b>3.654070</b>
8	-0.887556	0.787756	0.736661	36	-0.691237	0.477808	0.336533
9	1.304034	1.700505	2.039493	37	-0.916376	0.839746	0.797868
10	-1.070052	1.145012	0.898730	38	-1.207839	1.458874	2.555553
11	-0.867026	0.751734	0.705890	39	-1.163006	1.352582	1.575048
12	-1.003864	1.007744	1.108827	40	-1.006280	1.012599	1.742578
13	-1.111661	1.235791	1.182158	41	-1.074070	1.153626	1.132629
14	1.627886	2.650013	2.537138	42	1.413375	1.997629	1.454483
15	-0.650935	0.423717	0.293757	43	1.076455	1.158756	0.904098
16	-0.974105	0.948881	0.659444	44	1.364042	1.860610	1.569094
17	-0.876138	0.767618	0.550664	45	1.057527	1.118362	1.095540
18	-1.018521	1.037384	1.303488	46	1.246226	1.553080	1.271123
19	-1.251354	1.565887	2.008884	47	1.080485	1.167447	1.139040
20	-1.292979	1.671795	2.661952	48	1.627886	2.650013	2.537138
21	-0.682922	0.466382	0.361983	49	1.382162	1.910372	1.443045
22	0.928116	0.861399	1.047976	50	1.374457	1.889131	1.862330
23	1.126944	1.270003	0.672562	51	1.180311	1.393134	1.287691
24	-1.942022	<b>3.771449</b>	<b>9.312856</b>	52	1.340710	1.797502	1.187190
25	0.861899	0.742870	0.159239	53	1.097779	1.205120	0.341194
26	1.209319	1.462453	1.108895				
27	-0.656633	0.431167	0.251895				
28	-0.777516	0.604531	0.439625				

Çizelge 7.7’de DR sütunu incelendiğinde  $\pm 2$  eşik değeri için bu teşhis ölçüsünün veri setindeki kuşku gözlemi belirlemede başarısız olduğu görülmektedir. RobDEVC teşhis istatistiğinin sağlam olmayan hali DEVC teşhis ölçüsü ise 3.11 eşik değeri için bu kuşku gözlemi teşhis etmiştir. Beta katsayılarının tahmininde sağlam Mallows tahmincisi kullanılarak hesaplanan RobDEVC teşhis ölçüsü ise 24’üncü gözlemi ve aynı zamanda 35’inci gözlemi teşhis etmiştir. Bu teşhis ölçülerine ilişkin sonuçlar Şekil 7.4’te grafiksel olarak verilmektedir.

Burada beklenen durum RobDEVC teşhis ölçüsünün sadece 24’üncü gözlemi teşhis etmesidir. Norazan vd. (2012) RobDEVC teşhis ölçüsünün başarılı olup olmadığını görmek için analizlerini aynı veri seti üzerinden S plus programı ile gerçekleştirmiştir. Burada kullanılan R yazılımında Mallows tahmincileri hesabındaki farklılıktan kaynaklı olarak RobDEVC teşhis ölçüsü için eşik değeri daha küçük hesaplanmaktadır.

Bu nedenle, RobDEVC teşhis ölçüsünün 35'inci gözlemi de kötü kaldıraç noktası olarak teşhis ettiği düşünülmektedir.



Şekil 7.4. (a)DR, (b) DEVC ve (c) RobDEVC teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

### 7.3. Çoklu Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri

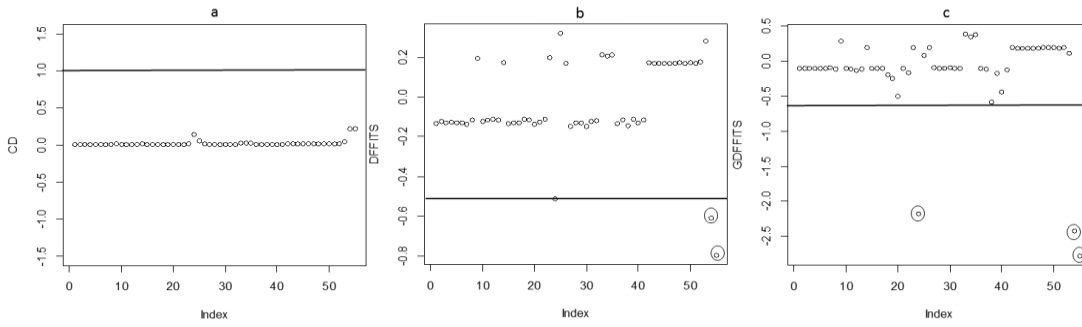
#### 7.3.1. GDFFITS istatistiği

Nurunnabi vd., (2010) Imon'un (2005) doğrusal regresyonda çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için geliştirdiği GDFFITS teşhis ölçüsünü lojistik regresyona uyarlamıştır. GDFFITS, tek bir gözlemin veri setinden çıkarılması ile hesaplanan etkili gözlem teşhis ölçüleri Cook uzaklığı ve DFFITS ile Imon ve Hadi'nin (2008) Çizelge 7.2'de verilen modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 7.8'de, bu teşhis ölçülerinin performanslarına ilişkin grafiksel gösterim Şekil 7.5'te verilmektedir.

Çizelge 7.8. İmon ve Hadi' nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GDFFITS ile CD ve DFFITS teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değer	1	0,572	0,588		1	0,572	0,588
İndeks	CD	DFFITS	GDFFITS	İndeks	CD	DFFITS	GDFFITS
1	0.007500	-0.133000	-0.096940	29	0.007180	-0.130000	-0.098357
2	0.006370	-0.122000	-0.102122	30	0.009030	-0.146000	-0.089195
3	0.007180	-0.130000	-0.098357	31	0.006490	-0.123000	-0.101469
4	0.006890	-0.127000	-0.099634	32	0.006050	-0.119000	-0.104508
5	0.007180	-0.130000	-0.098357	33	0.027580	0.214000	0.394399
6	0.007340	-0.131000	-0.097670	34	0.025320	0.206000	0.349782
7	0.007850	-0.136000	-0.095331	35	0.026800	0.211000	0.379104
8	0.005790	-0.116000	-0.108160	36	0.007500	-0.133000	-0.096940
9	0.022180	0.193000	0.285139	37	0.005720	-0.116000	-0.109824
10	0.006490	-0.123000	-0.101469	38	0.009250	-0.145000	-0.581148
11	0.005790	-0.116000	-0.108160	39	0.005430	-0.112000	-0.171131
12	0.005390	-0.112000	-0.136893	40	0.007550	-0.131000	-0.438593
13	0.005590	-0.114000	-0.114059	41	0.005540	-0.114000	-0.116714
14	0.017780	0.174000	0.199306	42	0.017080	0.172000	0.193186
15	0.007670	-0.135000	-0.096161	43	0.016700	0.170000	0.190286
16	0.007340	-0.131000	-0.097670	44	0.016530	0.169000	0.186436
17	0.007180	-0.130000	-0.098357	45	0.017140	0.171000	0.190466
18	0.005510	-0.113000	-0.189185	46	0.016530	0.169000	0.187591
19	0.005830	-0.116000	-0.245318	47	0.017140	0.171000	0.190466
20	0.008210	-0.137000	-0.497614	48	0.017780	0.174000	0.199306
21	0.006890	-0.127000	-0.099634	49	0.016800	0.171000	0.191275
22	0.005410	-0.112000	-0.163052	50	0.017780	0.174000	0.199306
23	0.022040	0.198000	0.191206	51	0.016840	0.170000	0.187439
24	0.121770	-0.512000	<b>-2.121540</b>	52	0.018170	0.178000	0.196442
25	0.056270	0.322000	0.085994	53	0.043750	0.283000	0.115953
26	0.016800	0.171000	0.191275	54	0.174020	<b>-0.609000</b>	<b>-2.375855</b>
27	0.009030	-0.146000	-0.089195	55	0.303110	<b>-0.798000</b>	<b>-2.758986</b>
28	0.007180	-0.133000	-0.098357				

Çizelge 7.8'deki GDFFITS sütunu incelendiğinde 24, 54 ve 55'inci gözlemlerin mutlak değerlerinin eşik değer 0.588 değerinden oldukça büyük olduğu görülmektedir. CD ve DFFITS sütunları incelendiğinde, CD'nin 1 eşik değeri için etkili gözlemleri belirlenmede başarısız olduğu DFFITS'in ise 0.572 eşik değeri için 54'üncü ve 55'inci değerleri teşhis ettiği ancak 24'üncü gözlemin maskeleye etkisine maruz kaldığı görülmüştür.



Şekil 7.5. (a) DFFITS, (b) CD ve (c) GDFITS teşhis ölçüleri için indeks grafikler

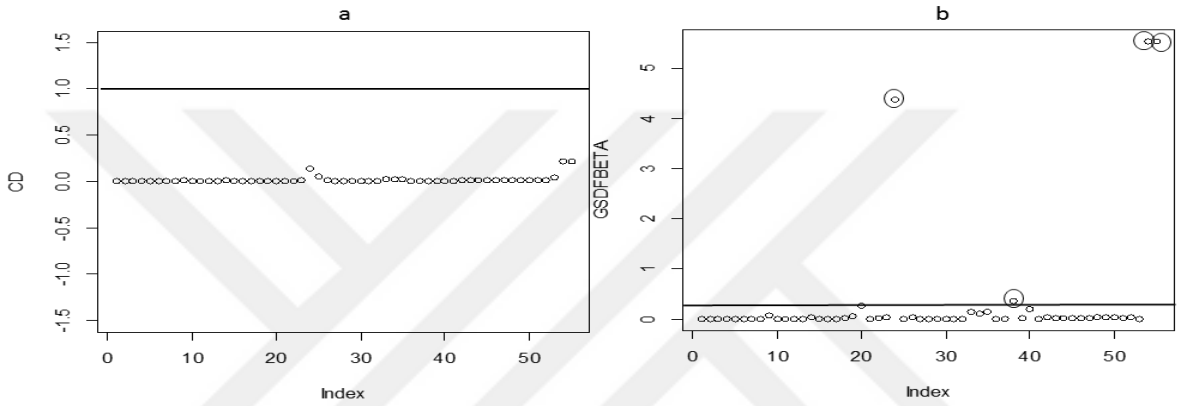
### 7.3.2. GSDFBETA istatistiği

Nurunnabi ve Nasser'e (2009) göre GDFITS (Nurunnabi, 2008) ile benzer sonuçlar veren GSDFBETA teşhis ölçüsü Imon ve Hadi'nin (2008) Çizelge 7.2'de verilen modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden Cook uzaklığı ile karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 7.9'da, teşhis ölçülerine ilişkin indeks grafikleri Şekil 7.6'da verilmektedir.

Çizelge 7.9. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GSDFBETA ve CD teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değer	1	0.367		1	0.367
İndeks	CD	GSDFBETA	İndeks	CD	GSDFBETA
1	0.007500	0.009744	29	0.007180	0.010009
2	0.006370	0.010724	30	0.009030	0.008315
3	0.007180	0.010009	31	0.006490	0.010597
4	0.006890	0.010249	32	0.006050	0.011204
5	0.007180	0.010009	33	0.027580	0.161286
6	0.007340	0.009880	34	0.025320	0.126447
7	0.007850	0.009443	35	0.026800	0.148857
8	0.005790	0.011980	36	0.007500	0.009744
9	0.022180	0.083606	37	0.005720	0.012347
10	0.006490	0.010597	38	0.009250	<b>0.371012</b>
11	0.005790	0.011980	39	0.005430	0.030192
12	0.005390	0.019212	40	0.007550	0.207638
13	0.005590	0.013312	41	0.005540	0.013939
14	0.017780	0.040650	42	0.017080	0.039099
15	0.007670	0.009598	43	0.016700	0.037672
16	0.007340	0.009880	44	0.016530	0.035834
17	0.007180	0.010009	45	0.017140	0.037166
18	0.005510	0.037019	46	0.016530	0.036398
19	0.005830	0.062896	47	0.017140	0.037166
20	0.008210	0.269423	48	0.017780	0.040650
21	0.006890	0.010249	49	0.016800	0.038149
22	0.005410	0.027370	50	0.017780	0.040650
23	0.022040	0.039880	51	0.016840	0.036048
24	0.121770	<b>4.378679</b>	52	0.018170	0.040964
25	0.056270	0.008161	53	0.043750	0.015008
26	0.016800	0.038149	54	0.174020	<b>5.541335</b>
27	0.009030	0.008315	55	0.303110	<b>7.539320</b>
28	0.007180	0.010009			

Çizelge 7.9'un ilk sütununda yer alan, tek bir gözlemin veri setinden çıkarılmasına dayalı olarak hesaplanan lojistik regresyon için Cook uzaklığı değerleri eşik değer 1 ile karşılaştırıldığında hiçbir gözlemin teşhis edilemediği görülmektedir. GSDFBETA için Eşitlik (5.51) ile hesaplanan eşik değer 0.367'dir. Eşik değer 0.367 için GSDFBETA veri setindeki etkili gözlemlerin hepsini doğru bir şekilde teşhis etmiş ve Nurunnabi ve Nasser'in (2009) daha önce üç kuşukulu gözlem tarafından maskelendiğini düşündüğü 38'inci gözlemi de teşhis etmiştir.



Şekil 7.6. (a) CD ve (b) GSDFBETA teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

## 7.4. Önerilen Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri

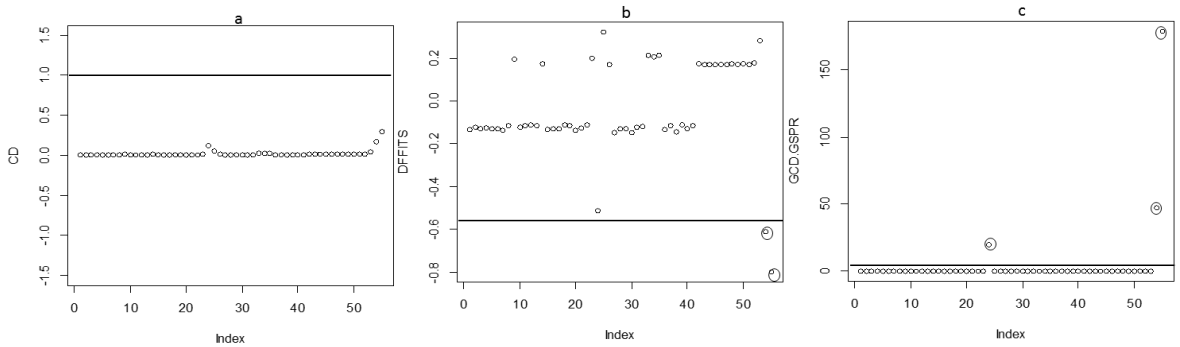
### 7.4.1. GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı -GCD.GSPR

Lojistik regresyonda veri setindeki çoklu etkili gözlemlerin belirlenmesi için bu tez çalışmasında önerilen GCD.GSPR teşhis ölçüsü CD ve GDFITS teşhis ölçüleri ile Imon ve Hadi'nin (2008) Çizelge 7.2'de verilen modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 7.10'da, teşhis ölçülerine ilişkin indeks grafikleri Şekil 7.7'de verilmektedir.

Çizelge 7.10. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden GCD.GSPR ile CD ve DFFITS teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değer	1	0.572	1	İndeks	1	0.572	1
İndeks	CD	DFFITS	GCD.GSPR	İndeks	CD	DFFITS	GCD.GSPR
1	0.007500	-0.133000	0.003570	29	0.007180	-0.130000	0.003720
2	0.006370	-0.122000	0.004280	30	0.009030	-0.146000	0.003030
3	0.007180	-0.130000	0.003720	31	0.006490	-0.123000	0.004170
4	0.006890	-0.127000	0.003890	32	0.006050	-0.119000	0.004630
5	0.007180	-0.130000	0.003720	33	0.027580	0.214000	0.059030
6	0.007340	-0.131000	0.003640	34	0.025320	0.206000	0.047490
7	0.007850	-0.136000	0.003420	35	0.026800	0.211000	0.054880
8	0.005790	-0.116000	0.005050	36	0.007500	-0.133000	0.003570
9	0.022180	0.193000	0.033360	37	0.005720	-0.116000	0.005210
10	0.006490	-0.123000	0.004170	38	0.009250	-0.145000	0.049270
11	0.005790	-0.116000	0.005050	39	0.005430	-0.112000	0.008810
12	0.005390	-0.112000	0.006990	40	0.007550	-0.131000	0.029240
13	0.005590	-0.114000	0.005560	41	0.005540	-0.114000	0.005750
14	0.017780	0.174000	0.016510	42	0.017080	0.172000	0.007720
15	0.007670	-0.135000	0.003490	43	0.016700	0.170000	0.008560
16	0.007340	-0.131000	0.003640	44	0.016530	0.169000	0.010450
17	0.007180	-0.130000	0.003720	45	0.017140	0.171000	0.013990
18	0.005510	-0.113000	0.009770	46	0.016530	0.169000	0.009600
19	0.005830	-0.116000	0.013000	47	0.017140	0.171000	0.013990
20	0.008210	-0.137000	0.036470	48	0.017780	0.174000	0.016510
21	0.006890	-0.127000	0.003890	49	0.016800	0.171000	0.008260
22	0.005410	-0.112000	0.008380	50	0.017780	0.174000	0.016510
23	0.022040	0.198000	0.005350	51	0.016840	0.170000	0.012610
24	0.121770	-0.512000	<b>19.584150</b>	52	0.018170	0.178000	0.006680
25	0.056270	0.322000	0.002630	53	0.043750	0.283000	0.003250
26	0.016800	0.171000	0.008260	54	0.174020	<b>-0.609000</b>	<b>47.177960</b>
27	0.009030	-0.146000	0.003030	55	0.303110	<b>-0.798000</b>	<b>179.023420</b>
28	0.007180	-0.133000	0.003720				

Çizelge 7.10 incelendiğinde tek bir kuşku gözlemin teşhisi için geliştirilmiş CD'nin 1 eşik değeri için 24, 54 ve 55'inci gözlemleri belirleyemediği görülmektedir. Veri setindeki tek bir kuşku gözlemin teşhisi için geliştirilmiş bir diğer ölçü DFFITS ise eşik değeri 0.572 için 54 ve 55'inci gözlemleri teşhis edebilmiştir. Bu tez çalışmasında önerilen GCD.GSPR teşhis ölçüsü de 1 eşik değeri için tüm kuşku gözlemleri teşhis etmiştir.



Şekil 7.7. (a) CD , (b) DFFITS ve (c) GCD.GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

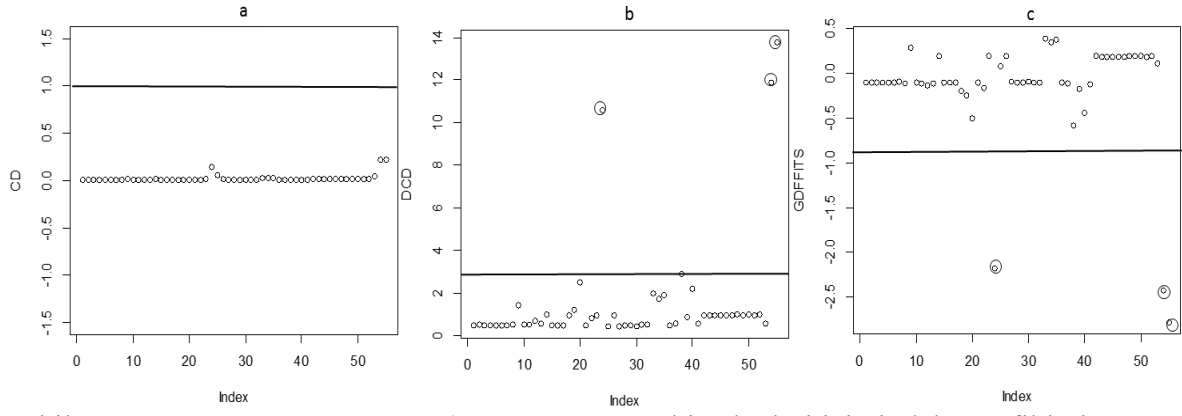
#### 7.4.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD\*

Tez çalışmasında veri setindeki birden fazla etkili gözlemin belirlenmesi için önerilen mCD\* teşhis ölçüsü, Imon ve Hadi'nin (2008) Çizelge 7.2'de verilen modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden CD ve GDFFITs teşhis ölçüleri ile karşılaştırılmıştır. Teşhis ölçülerine ilişkin sonuçlar Çizelge 7.11'de verilmektedir.

Çizelge 7.11. Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden mCD\* ile CD ve GDFFITs teşhis ölçülerinin karşılaştırılması

Eşik değeri	1	0.588	2.94		1	0.588	2.94
İndeks	CD	GDFFITs	mCD*	İndeks	CD	GDFFITs	mCD*
1	0.007500	-0.096940	0.484698	29	0.007180	-0.098357	0.491786
2	0.006370	-0.102122	0.510608	30	0.009030	-0.089195	0.445977
3	0.007180	-0.098357	0.491786	31	0.006490	-0.101469	0.507345
4	0.006890	-0.099634	0.498168	32	0.006050	-0.104508	0.522541
5	0.007180	-0.098357	0.491786	33	0.027580	0.394399	1.971996
6	0.007340	-0.097670	0.488349	34	0.025320	0.349782	1.748910
7	0.007850	-0.095331	0.476657	35	0.026800	0.379104	1.895519
8	0.005790	-0.108160	0.540802	36	0.007500	-0.096940	0.484698
9	0.022180	0.285139	1.425693	37	0.005720	-0.109824	0.549119
10	0.006490	-0.101469	0.507345	38	0.009250	-0.581148	2.905740
11	0.005790	-0.108160	0.540802	39	0.005430	-0.171131	0.855656
12	0.005390	-0.136893	0.684464	40	0.007550	-0.438593	2.192967
13	0.005590	-0.114059	0.570297	41	0.005540	-0.116714	0.583572
14	0.017780	0.199306	0.996533	42	0.017080	0.193186	0.965932
15	0.007670	-0.096161	0.480807	43	0.016700	0.190286	0.951429
16	0.007340	-0.097670	0.488349	44	0.016530	0.186436	0.932179
17	0.007180	-0.098357	0.491786	45	0.017140	0.190466	0.952329
18	0.005510	-0.189185	0.945926	46	0.016530	0.187591	0.937957
19	0.005830	-0.245318	1.226588	47	0.017140	0.190466	0.952329
20	0.008210	-0.497614	2.488071	48	0.017780	0.199306	0.996533
21	0.006890	-0.099634	0.498168	49	0.016800	0.191275	0.956374
22	0.005410	-0.163052	0.815258	50	0.017780	0.199306	0.996533
23	0.022040	0.191206	0.956030	51	0.016840	0.187439	0.937196
24	0.121770	<b>-2.121540</b>	<b>10.607701</b>	52	0.018170	0.196442	0.982212
25	0.056270	0.085994	0.429972	53	0.043750	0.115953	0.579763
26	0.016800	0.191275	0.956374	54	0.174020	<b>-2.375855</b>	<b>11.879276</b>
27	0.009030	-0.089195	0.445977	55	0.303110	<b>-2.758986</b>	<b>13.794931</b>
28	0.007180	-0.098357	0.491786				

Çizelge 7.11'deki analiz sonuçları incelendiğinde çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü GDFFITs'in 0.588 eşik değeri için 24, 54 ve 55'inci gözlemleri doğru teşhis ettiği görülmektedir. Önerilen mCD\* teşhis ölçüsünün de modifiye edilmiş Brown veri setindeki kuşku gözlemleri teşhis etmede başarılı olduğu görülmektedir. CD ise 1 eşik değeri için 24, 54 ve 55'inci gözlemleri teşhis edememiştir. Brown veri seti üzerinden karşılaştırılan bu teşhis ölçülerine ilişkin indeks grafikleri Şekil 7.8'de gösterilmektedir.



Şekil 7.8. (a) CD , (b) mCD\* ve (c) GCD.GSPR teşhis ölçüleri için indeks grafikleri

## 8. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

### 8.1. Simülasyon Senaryosu

Simülasyon için veri setleri farklı örneklem büyüklükleri  $n=20, 30, 50, 100$  ve  $1000$  olmak üzere, lojistik regresyon modelinde yer alan bağımsız değişken/değişkenlerin ( $x$ ) değerleri  $N(0,1)$  normal dağılımdan türetilmiştir. Modelde yer alan regresyon katsayılarının değerleri örneğin tek bağımsız değişkenli model için,  $\beta_0 = 1$  ve  $\beta_1 = 2$  olarak sabitlenmiştir. Bağımlı değişken değerleri  $\pi(x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}}$  olasılık değerleri elde edilerek Eşitlik (8.1)'i sağlayacak şekilde türetilmiştir. (Norazan vd., 2012; Kordzakhia, Mishra ve Reiersolmoen, 2001).

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon_i < 0 & \text{ise } 0 \\ \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon_i \geq 0 & \text{ise } 1 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8.1)$$

Farklı kirletilmiş örneklem büyüklükleri oluşturulurken kirletme oranları  $0.10, 0.20$  ve  $0.30$  olarak alınmıştır. Kirletme oranına göre kirletilecek olan değer kümesinin türetilen her örnekte farklı sırada yer alacak şekilde rasgele türetilmesi sağlanmıştır. Kirletilecek olan  $x$  değerleri hafif şiddette (mild) kuşkulu gözlemler için  $+4\sigma$ , aşırı şiddette (extreme) kuşkulu gözlemler için  $+7\sigma$  olarak belirlenmiştir. Aykırı değer ve etkili gözlemler için gerçekleştirilen simülasyonda kirletilmiş gözlemlere karşılık gelen  $y$  değerleri  $1$  ise  $0$  olarak değiştirilmiştir (Nurunnabi vd., 2010). Yüksek kaldıraç noktalarının belirlenmesinde ise  $y$  değerlerinde bir değişiklik yapılmamıştır. Her bir teşhis ölçüsü için doğru teşhis etme oranı (DTO), teşhis ölçüsünün doğru teşhis ettiği kuşkulu gözlem sayısının veri setindeki kuşkulu gözlem sayısına bölünmesi ile hesaplanmıştır. Süpürme oranı (SO) ise teşhis ölçüsünün kuşkulu gözlem olarak teşhis ettiği ancak kuşkulu gözlem kümesinde yer almayan gözlem sayısının, veri setinde kuşkulu gözlemler çıkarıldıktan sonra kalan gözlem sayısına bölünmesi ile hesaplanmıştır. Her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için  $1000$  tekrar yapılmıştır. Simülasyon çalışmaları bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri için gerçekleştirilmiştir.

Teşhis ölçülerinin performansı ilk olarak her bir modelde tek bağımsız değişken kirletilerek, ardından tüm bağımsız değişkenler kirletilerek incelenmiştir.

DEVC aykırı değer teşhis ölçüsü ve RobDEVC teşhis ölçüsü için farklı bir simülasyon senaryosu oluşturulmuştur. DEVC ve RobDEVC teşhis ölçüsü simülasyonunun hazırlanmasında Norazan vd.nin (2012) simülasyon senaryosundan faydalanılmıştır. Analizde kullanılan lojistik regresyon modeli için bağımsız değişken değerleri  $x_i \sim N(0,1)$  normal dağılımdan, hata terimleri ise lojistik dağılımdan  $\varepsilon_i \sim \Lambda(0,1)$  türetilmiştir. Modelde yer alan regresyon katsayılarının değerleri örneğin tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için,  $\beta_0 = 1$  ve  $\beta_1 = 2$ ; iki bağımsız değişkenli model için  $\beta_0 = 1$ ,  $\beta_1 = 2$ ,  $\beta_2 = 2$ ; beş bağımsız değişkenli model için  $\beta_0 = 1$ ,  $\beta_1 = 2$ ,  $\beta_2 = 2$ ,  $\beta_3 = 2$ ,  $\beta_4 = 2$ ,  $\beta_5 = 2$  olarak sabitlenmiştir. Bağımlı değişken değerleri ise Eşitlik (8.1)'den faydalanılarak türetilmiştir.

Veri setine eklenen yüksek kaldıraç noktaları ise  $U(5,7)$  uniform dağılımdan türetilmiştir. Türetilen yüksek kaldıraç noktalarını kötü kaldıraç noktası haline getirmek için bu gözlemlere ilişkin bağımlı değişken değerleri  $y=0$  olarak değiştirilmiştir (Norazan vd., 2012).

DEVC ve RobDEVC için örneklem büyüklükleri ve kirletme oranlarının belirlenmesinde Ahmad vd. nin (2011) çalışmasından faydalanılmıştır. Bu teşhis ölçüleri için farklı örneklem büyüklükleri  $n=40, 60, 80, 100$  ve  $200$  olarak belirlenmiştir. Ahmad vd. (2011) farklı kirletilmiş örneklem büyüklükleri oluşturulurken kirletme oranlarını  $0.05, 0.10$  ve  $0.15$  olarak almaktadır. Ancak bu simülasyonda daha yüksek kirletme oranlarında simülasyon sonuçlarının nasıl bir davranış gösterdiğini incelemek için  $0.20$  kirletme oranı da dahil edilmiştir. Simülasyon çalışmaları bir, iki ve beş bağımsız değişken için gerçekleştirilmiştir.

## 8.2. Tek Bağımsız Değişkenin Kirletildiği Simülasyon Çalışması Sonuçları

### 8.2.1. Çoklu aykırı değer teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları

#### 8.2.1.1. Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR

GSPR teşhis ölçüsü için her bir modelde bir bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon çalışması bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için gerçekleştirilmiştir. Farklı örneklem büyüklükleri ve kirletme oranı kombinasyonları için veri setlerinin aşırı şiddette kuşkulu gözlemler ile kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.1'de verilmektedir. Veri setlerinin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.2'de verilmektedir.

Çizelge 8.1. GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.995000	0.004830	0.948000	0.001889	0.807000	0.000278
	20	0.989500	0.003813	0.940750	0.000688	0.754500	0.000250
	30	0.984830	0.002857	0.930500	0.000500	0.710000	0.000786
30	10	0.999000	0.008296	0.986333	0.003889	0.893333	0.000630
	20	1	0.007542	0.978833	0.003500	0.866833	0.000250
	30	0.997600	0.005905	0.972333	0.002905	0.833000	0.000571
50	10	1	0.010640	0.998800	0.008778	0.953600	0.002067
	20	1	0.009800	0.995600	0.007450	0.946800	0.001275
	30	0.999700	0.010171	0.993733	0.005286	0.932200	0.000971
100	10	1	0.012456	0.999700	0.012056	0.988900	0.005333
	20	1	0.012100	0.999750	0.011088	0.983350	0.004738
	30	0.999970	0.012271	0.999667	0.010829	0.978367	0.003986
1000	10	1	0.014721	0.999960	0.015541	0.997210	0.013116
	20	1	0.014673	0.999985	0.015404	0.996955	0.012950
	30	1	0.014611	0.999970	0.015666	0.997033	0.012693

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.1'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde tek bağımsız değişkenli model için, örneklem büyüklüğü arttıkça GSPR'nin doğru teşhis oranının küçük örneklemlemlere (n=20 ve n=30) göre arttığı görülmektedir. Aynı zamanda örneklem büyüklüğü artarken süpürme oranlarında da artış olduğu ve kirletme oranı arttıkça küçük örneklemlemlerde süpürme oranının azaldığı görülmektedir.

Bir, iki ve beş bağımsız değişkenli modellere ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında GSPR teşhis ölçüsünün tek bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Ayrıca bağımsız değişken sayısı arttıkça n=20, 30, 50 ve 100 örneklem büyüklükleri için süpürme oranı da düşmektedir.

Çizelge 8.2. GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.976000	0.004833	0.880000	0.001889	0.681500	0.000278
	20	0.973750	0.003813	0.864750	0.000688	0.642000	0.000250
	30	0.964500	0.002857	0.859500	0.000500	0.594833	0.000786
30	10	0.993333	0.008296	0.940333	0.003889	0.772333	0.000630
	20	0.994167	0.007542	0.928667	0.003500	0.737667	0.000250
	30	0.987333	0.005905	0.908333	0.002905	0.709000	0.000571
50	10	0.998600	0.010644	0.962400	0.008778	0.838600	0.002067
	20	0.997100	0.009800	0.960000	0.007450	0.829500	0.001275
	30	0.996467	0.010171	0.953333	0.005286	0.816000	0.000971
100	10	0.998900	0.012456	0.979600	0.012056	0.905700	0.005333
	20	0.997850	0.012100	0.978800	0.011088	0.891900	0.004738
	30	0.998367	0.012271	0.978233	0.010829	0.880533	0.003986
1000	10	0.998890	0.014721	0.989560	0.015541	0.933750	0.013116
	20	0.998840	0.014673	0.989395	0.015404	0.933555	0.012950
	30	0.998793	0.014611	0.989213	0.015666	0.933927	0.012693

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.2'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında tek bağımsız değişkenli model için örneklem büyüklüğü arttıkça GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir. Her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için kirletme oranı arttıkça süpürme oranı azalmaktadır.

Tek bağımsız değişkenli model ile iki ve beş bağımsız değişkenli modellere ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının tek bağımsız değişkenli modelde diğer modellere göre daha yüksek olduğu görülmektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça n=20, 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde GSPR teşhis ölçüsünün süpürme oranı da azalmaktadır. Örneklem büyüklüğü n=1000 için GSPR'nin süpürme oranı iki bağımsız değişkenli modelde en yüksektir.

Çizelge 8.1 ve 8.2'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü GSPR'nin veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda doğru teşhis etme oranının daha yüksek olduğu görülmektedir.

### 8.2.1.2. Sapma bileşenleri-DEVC

DEVC çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü için simülasyon çalışması tek bağımsız değişkenin kirletildiği bir, iki ve beş bağımsız değişkenli modeller için gerçekleştirilmiştir. Bu teşhis ölçüsü için örneklem büyüklükleri ve kirletme oranları diğer simülasyon senaryolarından farklı olarak Ahmad vd.'den (2011) faydalanılarak türetilmiştir. DEVC teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.3'te verilmektedir. Veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.4'te verilmektedir.

Çizelge 8.3. DEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek Bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	0.865500	0.135711	0.865500	0.132474	0.979000	0.090737
	10	0.603750	0.143889	0.609500	0.140528	0.775500	0.084389
	15	0.457000	0.150471	0.461333	0.145559	0.561833	0.086735
	20	0.359625	0.158375	0.372625	0.155063	0.408750	0.090656
60	5	0.799000	0.151281	0.805000	0.149842	0.938000	0.109053
	10	0.576500	0.161407	0.575833	0.160074	0.721833	0.111870
	15	0.456778	0.166961	0.452111	0.165726	0.531111	0.112549
	20	0.375167	0.175771	0.378750	0.174292	0.411917	0.117188
80	5	0.781000	0.165500	0.772000	0.163658	0.903000	0.124263
	10	0.568500	0.173681	0.567500	0.172903	0.683625	0.130528
	15	0.451583	0.182206	0.454083	0.180427	0.512667	0.131897
	20	0.393813	0.188484	0.388563	0.187234	0.407625	0.138828
100	5	0.759400	0.172716	0.760200	0.174642	0.881200	0.137558
	10	0.556600	0.182756	0.567300	0.183356	0.656300	0.142778
	15	0.461400	0.191906	0.457733	0.190165	0.511600	0.147377
	20	0.393550	0.198125	0.390850	0.200525	0.409400	0.153550
200	5	0.718100	0.204784	0.732100	0.204447	0.812800	0.174932
	10	0.555600	0.215278	0.560850	0.216267	0.607600	0.183039
	15	0.467867	0.222765	0.471333	0.223088	0.495967	0.189965
	20	0.415225	0.230669	0.412575	0.230363	0.417600	0.196413

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.3.'teki simülasyon sonuçları incelendiğinde DEVC teşhis ölçüsünün en iyi performansı küçük örneklem büyüklüğü ve düşük kirletme oranında gösterdiği

görülmektedir. Tek bağımsız değişkenli model için simülasyon sonuçları incelendiğinde örneklem büyüklüğü arttıkça DEVC'in doğru teşhis etme oranının azaldığı süpürme oranının ise arttığı görülmektedir.

Tek bağımsız değişkenli model ile iki ve beş bağımsız değişkenli modele ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında ise DEVC teşhis ölçüsünün en iyi performansı bağımsız değişken sayısı beş olduğu durumda gösterdiği görülmektedir. Bir ve iki bağımsız değişkenli modeller için süpürme oranları benzer olmakla birlikte bağımsız değişken sayısı arttıkça DEVC teşhis ölçüsünün süpürme oranı azalmaktadır.

Çizelge 8.4. DEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemler ile kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek Bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	0.898500	0.211026	0.912000	0.209737	0.970500	0.159868
	10	0.716500	0.223222	0.736500	0.220667	0.778500	0.174417
	15	0.611500	0.231971	0.623667	0.225471	0.631833	0.190294
	20	0.524375	0.237813	0.535250	0.236531	0.527625	0.196469
60	5	0.864000	0.233140	0.870000	0.234456	0.927333	0.198912
	10	0.715000	0.243444	0.714500	0.245852	0.758333	0.219667
	15	0.609111	0.253373	0.605222	0.250667	0.627444	0.230784
	20	0.534667	0.256938	0.540083	0.259417	0.548500	0.240188
80	5	0.859250	0.251908	0.865750	0.250421	0.904000	0.224829
	10	0.714875	0.261750	0.711125	0.260500	0.739125	0.246861
	15	0.613750	0.262721	0.611000	0.267632	0.623417	0.252985
	20	0.549125	0.268828	0.547063	0.270281	0.543250	0.261250
100	5	0.845000	0.262368	0.852600	0.264979	0.891400	0.245032
	10	0.706600	0.267367	0.714200	0.269556	0.732000	0.261667
	15	0.616733	0.275882	0.617333	0.277294	0.631267	0.266435
	20	0.552150	0.274175	0.543800	0.280563	0.554050	0.274600
200	5	0.836000	0.291690	0.849600	0.294842	0.864200	0.290316
	10	0.712250	0.288000	0.718050	0.293517	0.724900	0.296772
	15	0.621600	0.286829	0.628400	0.292606	0.633300	0.296477
	20	0.552400	0.284431	0.555775	0.290075	0.562375	0.295131

Not. **KO**, kirlenme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Çizelge 8.4 incelendiğinde DEVC teşhis ölçüsünün veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında ve bağımsız değişken sayısı arttıkça daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı arttıkça DEVC'in doğru teşhis etme oranı düşmekte ve süpürme oranı artmaktadır. İki ve beş bağımsız değişkenli modeller için simülasyon sonuçları incelendiğinde ise bağımsız değişken sayısı arttıkça DEVC teşhis ölçüsünün performansının

arttığı ve n=200 örneklem büyüklüğü dışında diğer örneklem büyüklüklerinde süpürme oranının azaldığı görülmektedir. Bir, iki ve beş bağımsız değişkenli modeller için simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında DEVC teşhis ölçüsünün küçük örneklem büyüklüğü ve düşük kirlenme oranlarında başarılı olduğu söylenebilir.

Çizelge 8.3 ve 8.4'teki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında ise DEVC teşhis ölçüsünün veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda doğru teşhis etme oranının daha yüksek olduğu görülmektedir.

## 8.2.2. Yüksek Kaldıraç Noktası Teşhis Ölçüleri İçin Simülasyon Sonuçları

### 8.2.2.1. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM

DDM teşhis ölçüsü için simülasyon çalışması bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için gerçekleştirilmiştir. Farklı örneklem büyüklükleri ve kirlenme oranları için veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda elde edilen simülasyon sonuçları Çizelge 8.5'te, hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda elde edilen simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.6'da verilmektedir.

Çizelge 8.5. DDM teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	1	0.097940	1	0.066889	0.994500	0.055444
	20	1	0.056063	0.998250	0.034813	0.990750	0.031938
	30	1	0.021143	0.993167	0.015643	0.968833	0.013143
30	10	1	0.092741	1	0.067185	0.996667	0.051630
	20	1	0.051000	0.997500	0.033917	0.988667	0.027333
	30	1	0.020000	0.991667	0.011286	0.961889	0.009095
50	10	1	0.089778	0.999800	0.061311	0.997200	0.045956
	20	1	0.046600	0.999800	0.031050	0.986600	0.023025
	30	1	0.018143	0.996733	0.010514	0.957067	0.007371
100	10	1	0.083578	1	0.058022	0.996300	0.048756
	20	1	0.045275	0.999850	0.030600	0.987750	0.023838
	30	1	0.016071	0.999100	0.010086	0.951967	0.006743
1000	10	1	0.082534	1	0.055776	0.997580	0.052296
	20	1	0.042743	0.999980	0.027799	0.990660	0.026559
	30	1	0.013891	0.999763	0.008647	0.957473	0.008286

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeline ilişkin Çizelge 8.5'teki simülasyon sonuçları incelendiğinde, çoklu yüksek kaldıraç noktası teşhisçisi DDM' nin her bir örneklem büyüklüğü ve farklı kirlenme oranları için doğru teşhis oranının 1 olduğu görülmektedir. DDM için süpürme oranı her bir örneklem büyüklüğü için kirlenme oranı arttıkça azalma göstermektedir. Ayrıca süpürme oranının, her bir örneklem büyüklüğü ve süpürme oranı kombinasyonu için neredeyse aynı olduğu söylenebilir.

Tek bağımsız değişken için simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişken için gerçekleştirilen simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında DDM'nin bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının azaldığı görülmektedir.

Çizelge 8.6. DDM teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek Bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.989500	0.097944	0.940500	0.066944	0.814000	0.056389
	20	0.972250	0.056250	0.886750	0.035313	0.755750	0.033063
	30	0.927667	0.021286	0.800833	0.016214	0.630167	0.014714
30	10	0.990333	0.092889	0.941000	0.067481	0.779000	0.052185
	20	0.979000	0.051000	0.880667	0.034375	0.676333	0.028875
	30	0.935667	0.020190	0.770000	0.011952	0.541222	0.010095
50	10	0.992400	0.089778	0.931400	0.061489	0.740400	0.046667
	20	0.979500	0.046625	0.887700	0.031575	0.630700	0.024675
	30	0.947733	0.018200	0.766267	0.011057	0.465000	0.009343
100	10	0.991700	0.083578	0.939500	0.058178	0.724700	0.049800
	20	0.984050	0.045313	0.888400	0.030988	0.601050	0.025975
	30	0.952333	0.016186	0.779800	0.010629	0.424833	0.009257
1000	10	0.993790	0.082556	0.944660	0.055914	0.696160	0.053538
	20	0.985240	0.042801	0.896475	0.028109	0.575790	0.029253
	30	0.957977	0.013983	0.783447	0.009094	0.422423	0.011950

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.6 incelendiğinde veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda DDM teşhis ölçüsünün her bir örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı kombinasyonu için doğru teşhis etme oranının örneklem büyüklüğü arttıkça arttığı, kirlenme oranı arttıkça azaldığı görülmektedir.

Tek bağımsız değişkenli modele ilişkin simülasyon sonuçları diğer modeller ile karşılaştırıldığında bağımsız değişken sayısı arttıkça DDM teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının azaldığı görülmektedir.

Çizelge 8.5 ile Çizelge 8.6'daki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında DDM teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda tek bağımsız değişkenli modellerde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

### 8.2.2.2. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC

Kötü kaldıraç noktalarının belirlenmesi için geliştirilmiş RobDEVC teşhis ölçüsünün simülasyon senaryosu diğer teşhis ölçüleri için faydalanılan simülasyon senaryosundan farklı olarak tasarlanmıştır. Bu teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin olması durumundaki performansına ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.7'de verilmiştir. RobDEVC'in veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığındaki performansına ilişkin simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.8'de verilmektedir.

Çizelge 8.7. RobDEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	1	0.086263	0.976500	0.080868	0.743000	0.178526
	10	1	0.048000	0.655250	0.049917	0.396000	0.161222
	15	0.986667	0.086941	0.279167	0.048471	0.236333	0.164206
	20	0.540000	0.154875	0.099500	0.068813	0.150875	0.180813
60	5	1	0.076070	0.979667	0.065807	0.670000	0.137105
	10	1	0.033704	0.625833	0.040037	0.293167	0.131204
	15	0.993111	0.083176	0.198667	0.040255	0.157111	0.141353
	20	0.510000	0.170625	0.058167	0.057042	0.103417	0.162333
80	5	1	0.070118	0.990500	0.057013	0.642000	0.126526
	10	1	0.026069	0.608125	0.033542	0.261875	0.124014
	15	0.996000	0.083500	0.158417	0.038059	0.133000	0.130441
	20	0.492625	0.183000	0.052500	0.056094	0.086438	0.152391
100	5	1	0.067800	0.990600	0.053032	0.630200	0.119253
	10	1	0.024833	0.595300	0.031811	0.248500	0.115600
	15	0.997133	0.069082	0.142667	0.035047	0.128800	0.128553
	20	0.496900	0.196938	0.040550	0.053913	0.080300	0.144325
200	5	1	0.060984	0.996500	0.047542	0.606500	0.105405
	10	1	0.016750	0.552200	0.026439	0.229900	0.100783
	15	0.999966	0.056347	0.118400	0.032076	0.116300	0.113565
	20	0.530125	0.225038	0.030025	0.048994	0.069625	0.130650

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.7'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin olduğu durumda, tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için RobDEVC teşhis ölçüsünün 0.05, 0.10 ve 0.15 kirlenme oranlarında örneklem büyüklüğü

arttıkça doğru teşhis etme oranının arttığı görülmektedir. RobDEVC teşhis ölçüsü her bir örneklem büyüklüğünde kirletme oranı 0.20 için diğer kirletme oranları ile karşılaştırıldığında daha kötü performans göstermektedir.

Tek bağımsız değişken için simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişkenli modellerin simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında ise bağımsız değişken sayısı arttıkça RobDEVC'in doğru teşhis etme oranının düştüğü söylenebilir.

Çizelge 8.8. RobDEVC teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	1	0.048053	0.885000	0.058868	0.705500	0.164026
	10	0.979250	0.075972	0.375750	0.041806	0.362750	0.135417
	15	0.702500	0.168235	0.109167	0.047971	0.201167	0.138206
	20	0.024000	0.160813	0.034375	0.063531	0.122375	0.146813
60	5	0.999667	0.038649	0.870000	0.049754	0.671667	0.125632
	10	0.985000	0.064444	0.344167	0.035537	0.303000	0.109056
	15	0.740333	0.182255	0.082222	0.037843	0.165222	0.110529
	20	0.010583	0.173646	0.028000	0.050813	0.094833	0.122021
80	5	0.999500	0.031421	0.880000	0.043434	0.662000	0.116316
	10	0.991125	0.058069	0.323000	0.029417	0.298875	0.099500
	15	0.776000	0.198162	0.076750	0.035721	0.148667	0.100044
	20	0.003188	0.162922	0.028188	0.049813	0.092625	0.115000
100	5	0.999800	0.027895	0.885600	0.040358	0.660000	0.107705
	10	0.992600	0.057489	0.314600	0.028578	0.288200	0.092178
	15	0.823333	0.206753	0.070600	0.033259	0.150267	0.095624
	20	0.002850	0.167475	0.023200	0.045163	0.087200	0.105450
200	5	0.999500	0.022426	0.883100	0.036721	0.650600	0.092458
	10	0.994850	0.031100	0.312950	0.023456	0.287150	0.076589
	15	0.861267	0.227918	0.070967	0.028741	0.139567	0.082665
	20	0.000300	0.174706	0.020600	0.039638	0.079050	0.093813

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.8'de, veri setinde hafif şiddette kuşku gözlemler olduğu durumda tek bağımsız değişkenli model için RobDEVC simülasyon sonuçları incelendiğinde, her bir örneklem büyüklüğü için 0.05 kirletme oranında doğru teşhis oranının yaklaşık olarak 1 değerini aldığı görülmektedir. Her bir örneklem büyüklüğü için kirletme oranı arttıkça RobDEVC'in doğru teşhis etme oranı azalmakta ve süpürme oranı artmaktadır.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişkenli modeller ile karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttığında her

bir örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı için RobDEVC'in doğru teşhis etme oranının azaldığı görülmektedir. RobDEVC hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında en iyi performansı tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için göstermektedir.

Çizelge 8.7 ve 8.8'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında ise RobDEVC'in aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

### 8.2.3. Etkili Gözlem Teşhis Ölçüleri

#### 8.2.3.1. GSDFBETA istatistiği

Veri setine aşırı şiddette kuşkulu gözlemler eklemenin çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü GSDFBETA'nın performansını nasıl etkilediğine ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.9'da verilmektedir. Veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin olması durumunda GSDFBETA'nın performansına ilişkin simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.10'da verilmektedir.

Çizelge 8.9. GSDFBETA teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.013444	0.967000	0.021056	0.662500	0.024611
	20	0.990250	0.012813	0.963750	0.023625	0.362750	0.015438
	30	0.987500	0.013714	0.939333	0.027000	1	1
30	10	0.999000	0.016407	0.993333	0.017704	0.869000	0.024852
	20	1	0.014333	0.985000	0.018083	0.826167	0.025708
	30	0.998000	0.013333	0.983111	0.018905	0.768778	0.027619
50	10	1	0.017133	0.998800	0.018533	0.956400	0.020867
	20	1	0.015925	0.999200	0.017300	0.946900	0.020250
	30	0.999933	0.016343	0.997533	0.018114	0.927000	0.021057
100	10	1	0.017933	0.999900	0.019811	0.993800	0.020667
	20	1	0.017550	1	0.019625	0.989200	0.019600
	30	0.999966	0.017429	0.999967	0.018829	0.983700	0.019986
1000	10	1	0.018977	0.999970	0.021023	0.999140	0.025438
	20	1	0.018929	0.999990	0.021196	0.999225	0.025301
	30	1	0.018997	0.999980	0.021173	0.999233	0.025331

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için GSDFBETA teşhisçisinin Çizelge 8.9'daki simülasyon sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde örneklem

büyükliğindeki artışla birlikte doğru teşhis oranında da artış olduğu görülmektedir. Süpürme oranı ise örneklem büyüklüğü arttıkça artmaktadır.

Tek bağımsız değişkenli model için elde edilen simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişkenli modellerin simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GSDFBETA teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının azaldığı söylenebilir. Ayrıca bağımsız değişken sayısı arttığında süpürme oranı da artmaktadır. GSDFBETA teşhis ölçüsü en iyi performansı tek bağımsız değişkenli modelde göstermektedir.

Çizelge 8.10. GSDFBETA teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.982000	0.013444	0.890500	0.021056	0.309500	0.024611
	20	0.979250	0.012813	0.883000	0.023625	0.075000	0.015438
	30	0.966167	0.013714	0.858167	0.027000	0.087167	0.037143
30	10	0.994667	0.016407	0.949333	0.017704	0.668000	0.024852
	20	0.995333	0.014333	0.936000	0.018083	0.597833	0.025708
	30	0.989667	0.013333	0.927444	0.018905	0.507333	0.027619
50	10	0.998600	0.017133	0.981000	0.018533	0.827200	0.020867
	20	0.997200	0.015925	0.978000	0.017300	0.804900	0.020250
	30	0.997667	0.016343	0.973133	0.018114	0.772667	0.021057
100	10	0.998900	0.017933	0.990600	0.019811	0.929300	0.020667
	20	0.997750	0.017550	0.989500	0.019625	0.914050	0.019600
	30	0.998233	0.017429	0.989467	0.018829	0.897167	0.019986
1000	10	0.998860	0.018977	0.995150	0.021023	0.974450	0.025438
	20	0.998835	0.018929	0.994885	0.021196	0.973415	0.025301
	30	0.998770	0.018997	0.994987	0.021173	0.973357	0.025331

Not. **KO**, kirlenme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Veri setinde hafif şiddette kuşku gözlemler olduğu durumdaki simülasyon sonuçları Çizelge 8.10 incelendiğinde, GSDFBETA teşhis ölçüsünün tek bağımsız değişkenli model için doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranının örneklem büyüklüğü arttıkça arttığı görülmektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde hafif şiddette kuşku gözlemlerin varlığında tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelinin simülasyon sonuçlarının daha iyi olduğu söylenebilir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranı azalırken süpürme oranı artmaktadır.

Çizelge 8.9 ve Çizelge 8.10 karşılaştırıldığında GSDFBETA'nın en iyi performansı tek bağımsız değişkenli modelde ve veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda gösterdiği görülmektedir.

### 8.2.3.2. GDFFITs istatistiği

GDFFITs teşhis ölçüsü için veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin türetildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.11'de verilmektedir. Benzer olarak veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.12'de verilmektedir.

Çizelge 8.11. GDFFITs teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.012944	0.979000	0.017389	0.830000	0.049500
	20	0.995000	0.011750	0.978500	0.019000	0.779500	0.069563
	30	0.994000	0.011929	0.955833	0.021286	0.732833	0.096714
30	10	1	0.016926	0.996667	0.015926	0.919000	0.026111
	20	1	0.014417	0.990000	0.016917	0.892667	0.030458
	30	0.998333	0.013571	0.989444	0.016190	0.861667	0.038667
50	10	1	0.017267	0.999200	0.018000	0.972800	0.019022
	20	1	0.016000	0.999900	0.017175	0.966700	0.018825
	30	0.999933	0.016629	0.998733	0.017114	0.954600	0.020343
100	10	1	0.018033	0.999900	0.019900	0.996300	0.019978
	20	1	0.017638	1	0.019550	0.993400	0.019075
	30	0.999967	0.017543	1	0.018957	0.989900	0.018886
1000	10	1	0.018992	0.999970	0.021033	0.999190	0.025436
	20	1	0.018950	0.999990	0.021226	0.999260	0.025306
	30	1	0.018996	0.999980	0.021194	0.999280	0.025279

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.11'de tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için simülasyon sonuçları incelendiğinde, örneklem büyüklüğü arttıkça GDFFITs teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Tek bağımsız değişkenli model için simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişkenli modellerin simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GDFFITs'in doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının azaldığı görülmektedir. Genel olarak değerlendirildiğinde, veri setinde aşırı şiddette kuşkulu

gözlemlerin varlığında GDFFITS teşhis ölçüsünün en iyi performansı tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelinde gösterdiği söylenebilir.

Çizelge 8.12. GDFFITS teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.992500	0.012944	0.938500	0.017389	0.706000	0.049500
	20	0.989750	0.011750	0.938250	0.019000	0.661250	0.069563
	30	0.985167	0.011929	0.918500	0.021286	0.609000	0.096714
30	10	0.996333	0.016926	0.972000	0.015926	0.810000	0.026111
	20	0.997500	0.014417	0.961667	0.016917	0.774333	0.030458
	30	0.994778	0.013571	0.959333	0.016190	0.743333	0.038667
50	10	0.999000	0.017267	0.985800	0.018000	0.884600	0.019022
	20	0.997600	0.016000	0.984200	0.017175	0.874100	0.018825
	30	0.998267	0.016629	0.983333	0.017114	0.862333	0.020343
100	10	0.998900	0.018033	0.992500	0.019900	0.947800	0.019978
	20	0.997850	0.017638	0.991950	0.019550	0.938650	0.019075
	30	0.998367	0.017543	0.991900	0.018957	0.927400	0.018886
1000	10	0.998870	0.018992	0.995270	0.021033	0.975600	0.025436
	20	0.998835	0.018950	0.994960	0.021226	0.974685	0.025306
	30	0.998770	0.018996	0.995070	0.021194	0.974873	0.025279

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.12’de veri setinde hafif şiddette kuşku gözlemler olduğu duruma ilişkin tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelinin simülasyon sonuçları incelendiğinde, örneklem büyüklüğü arttıkça GDFFITS’in doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir. Ayrıca, her bir örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı kombinasyonu için kirlenme oranı arttıkça süpürme oranı da azalmaktadır.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli simülasyon sonuçları, iki ve beş bağımsız değişkenli modeller ile karşılaştırıldığında GDFFITS teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının bağımsız değişken sayısı arttıkça azaldığı, süpürme oranının ise arttığı görülmektedir.

Çizelge 8.11 ile Çizelge 8.12’deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında GDFFITS çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşku gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

## 8.2.4. Önerilen etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları

### 8.2.4.1. GSPR’ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı -GCD. GSPR

Tez çalışmasında çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için önerilen GCD.GSPR teşhis ölçüsünün bir bağımsız değişkenin kirletildiği bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri için simülasyon sonuçları incelenmiştir. Çizelge 8.13’te veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda elde edilen simülasyon sonuçları verilmektedir. Veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durum için simülasyon sonuçları Çizelge 8.14’te verilmektedir.

Çizelge 8.13. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.000056	0.966000	0.000333	0.792500	0.000667
	20	0.990000	0	0.953750	0.000125	0.707750	0.000750
	30	0.979000	0	0.922667	0.000214	0.645000	0.001929
30	10	0.999000	0.000110	0.985000	0.000037	0.851333	0
	20	1	0	0.970667	0.000042	0.788333	0.000042
	30	0.995778	0.000048	0.962111	0.000095	0.734000	0.000286
50	10	1	0.000133	0.995400	0.000111	0.896200	0.000022
	20	1	0.000075	0.987900	0.000100	0.855600	0
	30	0.998867	0.000057	0.982400	0.000057	0.820000	0.000029
100	10	1	0.000122	0.998200	0.000178	0.939700	0.000011
	20	1	0.000113	0.994000	0.000125	0.904400	0.000025
	30	0.999933	0.000057	0.990767	0.000100	0.870467	0.000014
1000	10	0.999960	0.000001	0.997380	0.000006	0.931500	0.000016
	20	0.999000	0.000111	0.995230	0.000014	0.908420	0.000020
	30	0.999940	0	0.993377	0.000007	0.894713	0.000027

Not. **KO**, kirlenme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Çizelge 8.13’te tek bağımsız değişken için simülasyon sonuçları incelendiğinde, her bir örneklem büyüklüğü için GCD.GSPR’nin doğru teşhis etme oranının benzer olduğu, süpürme oranının ise yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmektedir.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli için simülasyon sonuçları diğer modellerin sonuçları ile karşılaştırıldığında GCD.GSPR’nin doğru teşhis etme oranının bağımsız değişken sayısı arttıkça azaldığı görülmektedir. Bununla birlikte GCD.GSPR teşhis ölçüsünün en iyi performansı tek bağımsız değişkenli modelde gösterdiği söylenebilir.

Çizelge 8.14. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.982500	0.000056	0.906500	0.000444	0.671000	0.000667
	20	0.968000	0.000063	0.875000	0	0.585000	0.000875
	30	0.948833	0.000071	0.841000	0.000214	0.511333	0.001429
30	10	0.986667	0.000444	0.931000	0.000037	0.721667	0
	20	0.979333	0.000083	0.889500	0.000042	0.641667	0
	30	0.961222	0.000048	0.862778	0.000095	0.589333	0.000238
50	10	0.982200	0.000289	0.934600	0.000133	0.753000	0
	20	0.970700	0.000100	0.906800	0.000100	0.693200	0
	30	0.965933	0.000143	0.883933	0.000057	0.647133	0.000029
100	10	0.977800	0.000189	0.928000	0.000178	0.787100	0.000011
	20	0.966500	0.000175	0.901750	0.000138	0.725900	0.000025
	30	0.962400	0.000057	0.876333	0.000100	0.674567	0.000014
1000	10	0.896810	0.000006	0.823020	0.000008	0.701740	0.000016
	20	0.863855	0.000004	0.771720	0.000014	0.648875	0.000028
	30	0.849933	0.000001	0.736073	0.000009	0.624553	0.000026

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.14'teki tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli simülasyon sonuçları incelendiğinde her bir örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı kombinasyonu için kirlenme oranının arttıkça GCD.GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının azaldığı süpürme oranının ise yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmektedir.

Tüm modellerin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, GCD.GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının bağımsız değişken sayısı arttıkça azaldığı görülmektedir.

Çizelge 8.13 ve 8.14'teki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında GCD.GSPR teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

#### 8.2.4.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı- mCD\*

Tez çalışmasında önerilen bir diğer çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü mCD\* için farklı bağımsız değişken sayılarına ilişkin simülasyon sonuçları incelenmiştir. Veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında mCD\* teşhis ölçüsünün simülasyon sonuçları

Çizelge 8.15'te verilmektedir. Hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında elde edilen mCD\* teşhis ölçüsü simülasyon sonuçları Çizelge 8.16'da verilmektedir.

Çizelge 8.15. mCD\* teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.012722	0.979000	0.016944	0.828000	0.046778
	20	0.995000	0.010750	0.978250	0.017563	0.775000	0.060688
	30	0.994000	0.010786	0.955500	0.018143	0.721333	0.080286
30	10	1	0.016667	0.996667	0.015667	0.918333	0.024556
	20	1	0.014000	0.989833	0.015875	0.890500	0.027042
	30	0.998111	0.012238	0.989222	0.014381	0.857333	0.032667
50	10	1	0.017067	0.999200	0.017800	0.972800	0.018467
	20	1	0.015800	0.999900	0.016900	0.966000	0.017375
	30	0.999933	0.016057	0.998733	0.015914	0.953400	0.017543
100	10	1	0.017978	0.999900	0.019800	0.996300	0.019711
	20	1	0.017525	1	0.019250	0.993350	0.018338
	30	0.999967	0.017343	1	0.018571	0.989733	0.017729
1000	10	1	0.018981	0.999970	0.021020	0.999190	0.025397
	20	1	0.018936	0.999990	0.021196	0.999260	0.025260
	30	1	0.018973	0.999980	0.021150	0.999280	0.025163

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.15'teki tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeline ilişkin mCD\* simülasyon sonuçları incelendiğinde her bir örneklem büyüklüğü için doğru teşhis etme oranının benzer olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça mCD\*'nin süpürme oranı da artmaktadır. Her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonunda 0.10 ve 0.20 kirletme oranları için genellikle kirletme oranı arttıkça süpürme oranı azalmakta ve 0.30 kirletme oranında tekrar artmaktadır.

Tek değişkenli lojistik regresyon modeli için mCD\* simülasyon sonuçları iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli ile karşılaştırıldığında bağımsız değişken sayısı arttıkça mCD\*'nin doğru teşhis etme oranının azaldığı, süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Çizelge 8.16. mCD\* teşhis ölçüsü için bir bağımsız değişkenin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.992500	0.012722	0.938500	0.016944	0.700500	0.046778
	20	0.989750	0.010750	0.936000	0.017563	0.648500	0.060688
	30	0.983833	0.010786	0.913167	0.018143	0.585667	0.080286
30	10	0.996333	0.016667	0.972000	0.015667	0.808000	0.024556
	20	0.997333	0.014000	0.961167	0.015875	0.768167	0.027042
	30	0.994556	0.012238	0.957667	0.014381	0.732000	0.032667
50	10	0.999000	0.017067	0.985800	0.017800	0.883600	0.018467
	20	0.997600	0.015800	0.984100	0.016900	0.872000	0.017375
	30	0.998267	0.016057	0.982867	0.015914	0.857400	0.017543
100	10	0.998900	0.017978	0.992300	0.019800	0.947500	0.019711
	20	0.997850	0.017525	0.991850	0.019250	0.938100	0.018338
	30	0.998333	0.017343	0.991833	0.018571	0.926000	0.017729
1000	10	0.998870	0.018981	0.995260	0.021020	0.975590	0.025397
	20	0.998835	0.018936	0.994955	0.021196	0.974650	0.025260
	30	0.998770	0.018973	0.995060	0.021150	0.974827	0.025163

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Veri setinde hafif şiddette kuşku gözlemlerin olduğu durumdaki tek bağımsız değişkenli modelin simülasyon sonuçları için Çizelge 8.16 incelendiğinde, her bir örneklem büyüklüğü için doğru teşhis etme oranının benzer ve 1 değerine yakın olduğu görülmektedir. Örneklem büyüklüğü arttıkça süpürme oranı da artmaktadır. Her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için mCD\* teşhis ölçüsünün doğru teşhis oranı kirletme oranı arttıkça azalmaktadır.

Tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli ile iki ve beş bağımsız değişkenli modellere ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında mCD\*'nin doğru teşhis etme oranının bağımsız değişken sayısı arttıkça azaldığı görülmektedir. Ayrıca, bağımsız değişken sayısı arttıkça mCD\* teşhis ölçüsünün süpürme oranı artmaktadır.

Çizelge 8.15 ve Çizelge 8.16'daki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında mCD\* teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşku gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

### 8.3. Tüm Bağımsız Değişkenlerin Kirletildiği Simülasyon Sonuçları

#### 8.3.1. Çoklu aykırı değer teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları

##### 8.3.1.1. Genelleştirilmiş standartlaştırılmış Pearson artıkları-GSPR

GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon çalışması bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri için gerçekleştirilmiştir. Farklı örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonları için veri setlerinin aşırı şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.17’de verilmektedir. Veri setlerinin hafif şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.18’de verilmektedir.

Çizelge 8.17. GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.995000	0.004830	1	0.001889	1	0.000278
	20	0.989500	0.003813	0.999250	0.000688	0.999000	0.000250
	30	0.984830	0.002857	0.996500	0.000500	0.999667	0.000786
30	10	0.999000	0.008296	1	0.003889	1	0.000630
	20	1	0.007542	1	0.003500	1	0.000250
	30	0.997600	0.005905	1	0.002905	1	0.000571
50	10	1	0.010640	1	0.008778	1	0.002067
	20	1	0.009800	1	0.007450	1	0.001275
	30	0.999700	0.010171	1	0.005286	1	0.000971
100	10	1	0.012456	1	0.012056	1	0.005333
	20	1	0.012100	1	0.011088	1	0.004738
	30	0.999970	0.012271	1	0.010829	1	0.003986
1000	10	1	0.014721	1	0.015541	1	0.013116
	20	1	0.014673	1	0.015404	1	0.012950
	30	1	0.014611	1	0.015666	1	0.012693

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Her bir lojistik regresyon modeli için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.17 incelendiğinde, bağımsız değişken sayısı arttıkça GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının arttığı görülmektedir. Tüm örneklem büyüklükleri için iki ve beş bağımsız değişkenli modellerin doğru teşhis etme oranı daha yüksek, süpürme oranı ise daha düşüktür. Tüm modeller karşılaştırıldığında beş bağımsız değişkenli modelin süpürme oranının daha düşük olduğu görülmektedir.

Çizelge 8.18. GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.976000	0.004833	0.997000	0.001889	1	0.000278
	20	0.973750	0.003813	0.996000	0.000688	0.998500	0.000250
	30	0.964500	0.002857	0.993167	0.000500	0.999000	0.000786
30	10	0.993333	0.008296	1	0.003889	1	0.000630
	20	0.994167	0.007542	0.999833	0.003500	1	0.000250
	30	0.987333	0.005905	0.999778	0.002905	1	0.000571
50	10	0.998600	0.010644	1	0.008778	1	0.002067
	20	0.997100	0.009800	1	0.007450	1	0.001275
	30	0.996467	0.010171	1	0.005286	1	0.000971
100	10	0.998900	0.012456	1	0.012056	1	0.005333
	20	0.997850	0.012100	1	0.011088	1	0.004738
	30	0.998367	0.012271	1	0.010829	1	0.003986
1000	10	0.998890	0.014721	1	0.015541	1	0.013116
	20	0.998840	0.014673	1	0.015404	1	0.012950
	30	0.998793	0.014611	1	0.015666	1	0.012693

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.18'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde bağımsız değişken sayısı arttıkça GSPR'nin doğru teşhis etme oranının da arttığı görülmektedir. Diğer modellerle karşılaştırıldığında beş bağımsız değişkenli modelin doğru teşhis etme oranı daha yüksek, süpürme oranı ise daha düşüktür.

Genel olarak değerlendirildiğinde n=20, 30, 50 ve 100 örneklem büyüklükleri için bağımsız değişken sayısı arttıkça süpürme oranı azalmaktadır. Ancak n=1000 örneklem büyüklüğü için süpürme oranı sırasıyla beş, bir ve iki bağımsız değişkenli modeller için daha düşüktür.

Çizelge 8.18'deki simülasyon sonuçları, tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemler ile kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.17 ile karşılaştırıldığında, GSPR teşhis ölçüsünün aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığında daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. GSPR, hafif şiddette ve aşırı şiddette kuşkulu gözlemler için sırasıyla beş, iki ve bir bağımsız değişkenli modellerde daha iyi performans göstermektedir.

### 8.3.1.2. Sapma bileşenleri-DEVC

DEVC çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü için simülasyon çalışması tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği lojistik regresyon modelleri için gerçekleştirilmiştir. DEVC teşhis ölçüsü için veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumdaki simülasyon sonuçları Çizelge 8.19’da verilmektedir. Veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemlerin olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.20’de verilmektedir.

Çizelge 8.19. DEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek Bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	0.865500	0.135711	0.866500	0.112263	0.878000	0.078868
	10	0.603750	0.143889	0.589000	0.126444	0.543750	0.093306
	15	0.457000	0.150471	0.443333	0.132794	0.388000	0.105618
	20	0.359625	0.158375	0.350000	0.145188	0.304375	0.120031
60	5	0.799000	0.151281	0.810333	0.127298	0.820333	0.086667
	10	0.576500	0.161407	0.557500	0.141500	0.526500	0.101093
	15	0.456778	0.166961	0.429778	0.150824	0.382778	0.116314
	20	0.375167	0.175771	0.359667	0.161875	0.316333	0.132521
80	5	0.781000	0.165500	0.774750	0.136618	0.800500	0.091355
	10	0.568500	0.173681	0.548000	0.152167	0.513625	0.110458
	15	0.451583	0.182206	0.432083	0.163059	0.388250	0.124985
	20	0.393813	0.188484	0.370938	0.174031	0.323500	0.142172
100	5	0.759400	0.172716	0.763600	0.145726	0.773400	0.094474
	10	0.556600	0.182756	0.549200	0.160633	0.508200	0.114767
	15	0.461400	0.191906	0.435000	0.171694	0.385733	0.132035
	20	0.393550	0.198125	0.372600	0.185375	0.328300	0.146175
200	5	0.718100	0.204784	0.729600	0.167221	0.738200	0.109584
	10	0.555600	0.215278	0.538250	0.186372	0.508650	0.132861
	15	0.467867	0.222765	0.446300	0.198235	0.393167	0.151624
	20	0.415225	0.230669	0.389825	0.210313	0.341300	0.167550

Not. **KO**, kirletme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Çizelge 8.19’deki simülasyon sonuçları incelendiğinde, her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için örneklem büyüklüğü arttıkça tüm modellerde DEVC’in doğru teşhis etme oranının azaldığı, süpürme oranının ise arttığı görülmektedir.

Tüm modeller karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça süpürme oranının azaldığı görülmektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça kirletme oranı 0.05 için DEVC teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı artmaktadır. Diğer kirletme oranları için bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı azalmaktadır.

Çizelge 8.20. DEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	0.898500	0.211026	0.911000	0.166447	0.932000	0.107605
	10	0.716500	0.223222	0.704250	0.176472	0.675250	0.112750
	15	0.611500	0.231971	0.577833	0.183677	0.511000	0.120618
	20	0.524375	0.237813	0.481625	0.191969	0.410750	0.130031
60	5	0.864000	0.233140	0.867667	0.184193	0.880667	0.118386
	10	0.715000	0.243444	0.674000	0.195722	0.650000	0.123704
	15	0.609111	0.253373	0.553556	0.204294	0.501444	0.129667
	20	0.534667	0.256938	0.484000	0.211354	0.418250	0.142146
80	5	0.859250	0.251908	0.834750	0.197224	0.868250	0.127211
	10	0.714875	0.261750	0.662000	0.208278	0.628125	0.133722
	15	0.613750	0.262721	0.554250	0.214324	0.501167	0.140529
	20	0.549125	0.268828	0.483563	0.220672	0.415688	0.148047
100	5	0.845000	0.262368	0.823000	0.210347	0.841800	0.129621
	10	0.706600	0.267367	0.657700	0.217889	0.623300	0.136389
	15	0.616733	0.275882	0.550200	0.223859	0.486200	0.144800
	20	0.552150	0.274175	0.474900	0.231650	0.411650	0.152863
200	5	0.836000	0.291690	0.792800	0.238611	0.806100	0.151411
	10	0.712250	0.288000	0.638550	0.246450	0.608600	0.156850
	15	0.621600	0.286829	0.547600	0.251371	0.484000	0.161741
	20	0.552400	0.284431	0.485950	0.258963	0.409175	0.168625

Not. **KO**, kirletme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

DEVC teşhis ölçüsünün tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği Çizelge 8.20'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde, bir iki ve beş bağımsız değişkenli modellerde her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için kirletme oranı arttıkça doğru teşhis etme oranının azaldığı, süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, bağımsız değişken sayısı arttıkça DEVC teşhis ölçüsünün süpürme oranı azalmaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça kirletme oranı 0.05 için, doğru teşhis etme oranı artarken diğer kirletme oranlarında doğru teşhis etme oranı azalmaktadır.

Çizelge 8.19 ve 8.20'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında tüm değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği durumda DEVC teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının daha yüksek olduğu söylenebilir.

### 8.3.2. Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları

#### 8.3.2.1. Ortalamadan olan silme uzaklıkları-DDM

DDM teşhis ölçüsü için simülasyon çalışması, tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette ve aşırı şiddette kuşkulu gözlemler ile kirletildiği bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri için gerçekleştirilmiştir. Veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin olduğu durumda elde edilen simülasyon sonuçları Çizelge 8.21’de, hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda elde edilen simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.22’de verilmektedir.

Çizelge 8.21. DDM teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	1	0.097940	1	0.066889	1	0.055444
	20	1	0.056063	1	0.034813	1	0.031938
	30	1	0.021143	0.999000	0.015643	1	0.013143
30	10	1	0.092741	1	0.067185	1	0.051630
	20	1	0.051000	1	0.033917	1	0.027333
	30	1	0.020000	1	0.011286	1	0.009095
50	10	1	0.089778	1	0.061311	1	0.045956
	20	1	0.046600	1	0.031050	1	0.023025
	30	1	0.018143	1	0.010514	1	0.007371
100	10	1	0.083578	1	0.058022	1	0.048756
	20	1	0.045275	1	0.030600	1	0.023838
	30	1	0.016071	1	0.010086	1	0.006743
1000	10	1	0.082534	1	0.055776	1	0.052294
	20	1	0.042743	1	0.027799	1	0.026559
	30	1	0.013891	1	0.008647	1	0.008284

Not. **KO**, kirletme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Çizelge 8.21 incelendiğinde, her bir lojistik regresyon modeli için DDM teşhis ölçüsünün neredeyse veri setindeki kuşkulu gözlemlerin tamamını teşhis ettiği, yani doğru teşhis etme oranının 1 olduğu görülmektedir. Bir iki ve beş bağımsız değişkenli modeller karşılaştırıldığında ise bağımsız değişken sayısı arttıkça süpürme oranının azaldığı görülmektedir.

Çizelge 8.22. DDM teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek Bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.989500	0.097944	0.999500	0.066889	1	0.055444
	20	0.972250	0.056250	0.996750	0.034813	1	0.031938
	30	0.927667	0.021286	0.987667	0.015643	0.999333	0.013143
30	10	0.990333	0.092889	0.999667	0.067185	1	0.051630
	20	0.979000	0.051000	0.998833	0.033917	1	0.027333
	30	0.935667	0.020190	0.994333	0.011286	0.999778	0.009095
50	10	0.992400	0.089778	1	0.061311	1	0.045956
	20	0.979500	0.046625	0.999700	0.031050	1	0.023025
	30	0.947733	0.018200	0.998200	0.010514	1	0.007371
100	10	0.991700	0.083578	1	0.058022	1	0.048756
	20	0.984050	0.045313	0.999800	0.030600	1	0.023838
	30	0.952333	0.016186	0.999000	0.010086	1	0.006743
1000	10	0.993790	0.082556	0.999960	0.055776	1	0.052294
	20	0.985240	0.042801	0.999835	0.027800	1	0.026559
	30	0.957977	0.013983	0.999260	0.008647	1	0.008284

Not. **KO**, kirletme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Çizelge 8.22 incelendiğinde veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda bir iki ve beş bağımsız değişkenli modellerde her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için DDM teşhis ölçüsünün örneklem büyüklüğü arttıkça doğru teşhis etme oranının arttığı, kirletme oranı arttıkça doğru teşhis etme oranının azaldığı görülmektedir.

Bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modellerinin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça DDM'nin doğru teşhis etme oranının arttığı, süpürme oranının azaldığı görülmektedir. Tüm değişkenler hafif şiddette kuşkulu gözlemler ile kirletildiğinde DDM teşhis ölçüsü en iyi performansı beş bağımsız değişkenli modelde göstermektedir.

Çizelge 8.21'deki aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerin varlığı durumundaki simülasyon sonuçları ile Çizelge 8.22'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, DDM teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durum için daha iyi performans gösterdiği görülmektedir.

### 8.3.2.2. Sağlam sapma bileşenleri-RobDEVC

Çoklu kötü yüksek kaldıraç noktası teşhisçisi RobDEVC için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette ve hafif şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Bu teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşku gözlemler olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.23'te, hafif şiddette kuşku gözlemler varlığındaki performansına ilişkin simülasyon sonuçları ise Çizelge 8.24'te verilmektedir.

Çizelge 8.23. RobDEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	1	0.086263	0.998000	0.118868	0.830000	0.193868
	10	1	0.048000	0.997500	0.061861	0.851750	0.150306
	15	0.986667	0.086941	0.954000	0.041971	0.839167	0.105029
	20	0.540000	0.154875	0.712750	0.034156	0.768375	0.067344
60	5	1	0.076070	1	0.110719	0.978000	0.187368
	10	1	0.033704	1	0.048130	0.988833	0.135944
	15	0.993111	0.083176	0.979111	0.023275	0.965778	0.075529
	20	0.510000	0.170625	0.721500	0.030813	0.862917	0.045604
80	5	1	0.070118	1	0.098658	0.997000	0.180776
	10	1	0.026069	1	0.039083	0.998875	0.104986
	15	0.996000	0.083500	0.988167	0.020485	0.985000	0.056426
	20	0.492625	0.183000	0.729563	0.025609	0.882438	0.025375
100	5	1	0.067800	1	0.094084	1	0.170811
	10	1	0.024833	1	0.035089	1	0.085878
	15	0.997133	0.069082	0.994667	0.013047	0.989933	0.038224
	20	0.496900	0.196938	0.722050	0.030088	0.878950	0.015750
200	5	1	0.060984	1	0.091989	1	0.144132
	10	1	0.016750	1	0.027039	1	0.053406
	15	0.999966	0.056347	0.999533	0.005571	0.999967	0.013324
	20	0.530125	0.225038	0.726875	0.022119	0.949675	0.002413

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.23 incelendiğinde, tüm modellerde her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranları 0.05, 0.10 ve 0.15 kombinasyonu için RobDEVC teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının örneklem büyüklüğü arttıkça arttığı, kirletme oranı arttıkça azaldığı görülmektedir.

Bağımsız değişken sayısı arttıkça 0.05, 0.10 ve 0.15 kirletme oranları için bu teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı azalmakta, 0.20 kirletme oranı için doğru teşhis etme oranı artmaktadır. Süpürme oranı bağımsız değişken sayısı arttıkça artmaktadır.

Çizelge 8.24. RobDEVC teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
40	5	1	0.048053	0.999500	0.036158	0.986500	0.072605
	10	0.979250	0.075972	0.899500	0.038861	0.699500	0.040389
	15	0.702500	0.168235	0.294000	0.055353	0.339333	0.032647
	20	0.024000	0.160813	0.025875	0.078781	0.153875	0.040969
60	5	0.999667	0.038649	1	0.025789	0.999333	0.031982
	10	0.985000	0.064444	0.929167	0.034185	0.631833	0.017630
	15	0.740333	0.182255	0.260000	0.049196	0.118111	0.020725
	20	0.010583	0.173646	0.011833	0.084625	0.034250	0.036146
80	5	0.999500	0.031421	1	0.020776	0.999500	0.018724
	10	0.991125	0.058069	0.947000	0.022986	0.577750	0.010583
	15	0.776000	0.198162	0.239500	0.060985	0.061333	0.019529
	20	0.003188	0.162922	0.005250	0.087469	0.007938	0.029813
100	5	0.999800	0.027895	1	0.017863	1	0.013979
	10	0.992600	0.057489	0.962300	0.022611	0.565800	0.008067
	15	0.823333	0.206753	0.242667	0.060671	0.034333	0.016941
	20	0.002850	0.167475	0.000950	0.087088	0.002200	0.026013
200	5	0.999500	0.022426	1	0.015374	1	0.006305
	10	0.994850	0.031100	0.992150	0.013550	0.681350	0.003494
	15	0.861267	0.227918	0.271100	0.072812	0.005400	0.014112
	20	0.000300	0.174706	0	0.097231	0	0.011994

Not. **KO**, kirlenme oranı; **DTO**, doğru teşhis oranı; **SO**, süpürme oranı.

Her bir lojistik regresyon modeli için bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemler ile kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.24 incelendiğinde, örneklem büyüklüğü n=40 için RobDEVC'in doğru teşhis etme oranının bir bağımsız değişkenli modelde en yüksek olduğu görülmektedir.

### 8.3.3. Etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları

#### 8.3.3.1. GSDFBETA istatistiği

Tüm bağımsız değişkenlerin kirlendiği simülasyon çalışması için çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü GSDFBETA'nın performansı değerlendirilmiştir. Bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.25'te, bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.26'da verilmektedir.

Çizelge 8.25. GSDFBETA teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.013444	1	0.021056	1	0.024611
	20	0.990250	0.012813	0.998500	0.023625	0.998500	0.015438
	30	0.987500	0.013714	0.995167	0.027000	1	1
30	10	0.999000	0.016407	1	0.017704	1	0.024852
	20	1	0.014333	1	0.018083	1	0.025708
	30	0.998000	0.013333	1	0.018905	1	0.027619
50	10	1	0.017133	1	0.018533	1	0.020867
	20	1	0.015925	1	0.017300	1	0.020250
	30	0.999933	0.016343	1	0.018114	1	0.021057
100	10	1	0.017933	1	0.019811	1	0.020667
	20	1	0.017550	1	0.019625	1	0.019600
	30	0.999966	0.017429	1	0.018829	1	0.019986
1000	10	1	0.018977	1	0.021023	1	0.025438
	20	1	0.018929	1	0.021196	1	0.025301
	30	1	0.018997	1	0.021173	1	0.025331

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.25 incelendiğinde her bir model için, örneklem büyüklüğü arttıkça GSDFBETA etkili gözlem teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Lojistik regresyon modellerine ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GSDFBETA teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir. Tüm modellerde GSDFBETA 1 ve 1'e yakın doğru teşhis oranına sahip olmakla birlikte beş bağımsız değişkenli model için daha iyi sonuçlar verdiği söylenebilir.

Çizelge 8.26. GSDFBETA teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.982000	0.013444	0.997000	0.021056	1	0.024611
	20	0.979250	0.012813	0.994750	0.023625	0.987000	0.015438
	30	0.966167	0.013714	0.991500	0.027000	0.994833	0.037143
30	10	0.994667	0.016407	1	0.017704	1	0.024852
	20	0.995333	0.014333	0.999833	0.018083	1	0.025708
	30	0.989667	0.013333	0.999444	0.018905	0.999889	0.027619
50	10	0.998600	0.017133	1	0.018533	1	0.020867
	20	0.997200	0.015925	1	0.017300	1	0.020250
	30	0.997667	0.016343	1	0.018114	1	0.021057
100	10	0.998900	0.017933	1	0.019811	1	0.020667
	20	0.997750	0.017550	1	0.019625	1	0.019600
	30	0.998233	0.017429	1	0.018829	1	0.019986
1000	10	0.998860	0.018977	1	0.021023	1	0.025438
	20	0.998835	0.018929	1	0.021196	1	0.025301
	30	0.998770	0.018997	1	0.021173	1	0.025331

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Veri setinde hafif şiddette kuşku gözlemlerin olduğu duruma ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.26 incelendiğinde, örneklem büyüklüğü arttıkça GSDFBETA teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Her bir lojistik regresyon modeli için simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Hafif şiddetteki kuşku gözlemlere ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.25'teki aşırı şiddetteki gözlemlerin simülasyon sonuçları ile karşılaştırıldığında GSDFBETA teşhis ölçüsünün aşırı şiddette kuşku gözlemlerin varlığında daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

### 8.3.3.2. GDFFITs istatistiği

GDFFITs teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette ve hafif şiddette kuşku gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması gerçekleştirilmiş ve aşırı şiddette kuşku gözlemlere ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.27'de, hafif şiddette kuşku gözlemlere ilişkin simülasyon sonuçları Çizelge 8.28'de verilmektedir.

Çizelge 8.27. GDFFITs teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.012944	1	0.017389	1	0.049500
	20	0.995000	0.011750	0.999750	0.019000	0.999250	0.069563
	30	0.994000	0.011929	0.998500	0.021286	0.999833	0.096714
30	10	1	0.016926	1	0.015926	1	0.026111
	20	1	0.014417	1	0.016917	1	0.030458
	30	0.998333	0.013571	1	0.016190	1	0.038667
50	10	1	0.017267	1	0.018000	1	0.019022
	20	1	0.016000	1	0.017175	1	0.018825
	30	0.999933	0.016629	1	0.017114	1	0.020343
100	10	1	0.018033	1	0.019900	1	0.019978
	20	1	0.017638	1	0.019550	1	0.019075
	30	0.999967	0.017543	1	0.018957	1	0.018886
1000	10	1	0.018992	1	0.021033	1	0.025436
	20	1	0.018950	1	0.021226	1	0.025306
	30	1	0.018996	1	0.021194	1	0.025279

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.27'deki simülasyon sonuçları incelendiğinde GDFFITs teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının genel olarak 1 ve 1 değerine yakın bir değer aldığı söylenebilir. Tüm modellerin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında bağımsız değişken sayısı arttıkça GDFFITs'in süpürme oranının ve doğru teşhis etme oranının arttığı görülmektedir.

Çizelge 8.28. GDFFITs teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.992500	0.012944	0.999000	0.017389	1	0.049500
	20	0.989750	0.011750	0.999250	0.019000	0.998750	0.069563
	30	0.985167	0.011929	0.996667	0.021286	0.999167	0.096714
30	10	0.996333	0.016926	1	0.015926	1	0.026111
	20	0.997500	0.014417	1	0.016917	1	0.030458
	30	0.994778	0.013571	1	0.016190	1	0.038667
50	10	0.999000	0.017267	1	0.018000	1	0.019022
	20	0.997600	0.016000	1	0.017175	1	0.018825
	30	0.998267	0.016629	1	0.017114	1	0.020343
100	10	0.998900	0.018033	1	0.019900	1	0.019978
	20	0.997850	0.017638	1	0.019550	1	0.019075
	30	0.998367	0.017543	1	0.018957	1	0.018886
1000	10	0.998870	0.018992	1	0.021033	1	0.025436
	20	0.998835	0.018950	1	0.021226	1	0.025306
	30	0.998770	0.018996	1	0.021194	1	0.025279

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.28 incelendiğinde GDFFITs'in tüm modellerde özellikle  $n=30, 50, 100$  ve 1000 örneklem büyüklükleri için doğru teşhis etme oranının 1 ve 1 değerine yakın değerler aldığı görülmektedir. Modellerle ilişkin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GDFFITs'in doğru teşhis etme oranının ve süpürme oranının arttığı görülmektedir.

Çizelge 8.27 ve Çizelge 8.28'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında ise iki ve beş bağımsız değişkenli modellerde GDFFITs'in doğru teşhis etme oranlarının hafif ve aşırı şiddetteki kuşkulu gözlemler için benzer olduğu, tek bağımsız değişkenli modelde veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

#### **8.3.4. Önerilen etkili gözlem teşhis ölçüleri için simülasyon sonuçları**

##### **8.3.4.1. GSPR'ye dayalı genelleştirilmiş Cook uzaklığı -GCD. GSPR**

Tez çalışmasında önerilen GCD.GSPR çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Veri setlerinin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.29'da, veri setlerinin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.30'da verilmektedir.

Çizelge 8.29. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.000056	1	0.000111	1	0.000056
	20	0.990000	0	0.998750	0	0.998750	0
	30	0.979000	0	0.994667	0.000143	0.999500	0.000071
30	10	0.999000	0.000110	1	0.000037	1	0
	20	1	0	1	0	1	0
	30	0.995778	0.000048	1	0	1	0
50	10	1	0.000133	1	0.000089	1	0
	20	1	0.000075	1	0.000150	1	0
	30	0.998867	0.000057	1	0.000029	1	0
100	10	1	0.000122	1	0.000089	1	0.000011
	20	1	0.000113	1	0.000088	1	0.000038
	30	0.999933	0.000057	1	0.000014	1	0
1000	10	0.999960	0.000001	1	0.000001	1	0.000028
	20	0.999000	0.000111	1	0.000008	1	0.000031
	30	0.999940	0	1	0.000009	1	0.000034

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.29 incelendiğinde, GCD.GSPR teşhis ölçüsünün tek bağımsız değişkenli modelde 0.30 kirlenme oranı için n=20 örneklem büyüklüğü dışında tüm modellerde doğru teşhis etme oranının 1 ve 1'e yakın değerler aldığı, süpürme oranının ise sıfıra yakın olduğu görülmektedir. Tüm modellerin simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça GCD.GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının arttığı görülmektedir.

Çizelge 8.30. GCD.GSPR teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.98250	0.000056	0.998000	0.000111	1	0.000111
	20	0.96800	0.000063	0.993250	0.000063	0.997750	0.000063
	30	0.948833	0.000071	0.988500	0.000214	0.998000	0.000429
30	10	0.986667	0.000444	0.999667	0.000037	1	0
	20	0.979333	0.000083	0.999000	0.000042	1	0
	30	0.961222	0.000048	0.997111	0	0.999889	0
50	10	0.98220	0.000289	1	0.000111	1	0
	20	0.97070	0.000100	0.999400	0.000150	1	0
	30	0.965933	0.000143	0.999733	0.000029	1	0
100	10	0.977800	0.000189	1	0.000111	1	0.000022
	20	0.966500	0.000175	0.999950	0.000113	1	0.000050
	30	0.962400	0.000057	0.999967	0.000014	1	0.000014
1000	10	0.896810	0.000006	0.999690	0.000001	1	0.000028
	20	0.863855	0.000004	0.999630	0.000008	1	0.000028
	30	0.849933	0.000001	0.999617	0.000009	1	0.000031

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Çizelge 8.30'daki tek bağımsız değişkenli lojistik regresyon modeli simülasyon sonuçları incelendiğinde her bir örneklem büyüklüğü ve kirlenme oranı kombinasyonu için kirlenme oranının arttıkça GCD.GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının azaldığı süpürme oranının ise yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmektedir.

Tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği GCD.GSPR teşhis ölçüsü simülasyon sonuçları Çizelge 8.30 ile tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.29 karşılaştırıldığında, GCD.GSPR teşhis ölçüsünün en iyi performansı aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve beş bağımsız değişkenli modelde gösterdiği söylenebilir.

#### 8.3.4.2. Modifiye edilmiş Cook uzaklığı-mCD\*

Tez çalışmasında önerilen bir diğer çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü mCD\* için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette ve hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir. Bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği için simülasyon sonuçları Çizelge 8.31'de, hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.32'de verilmektedir.

Çizelge 8.31. mCD\* teşhis ölçüsü için tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.997000	0.012722	1	0.016944	1	0.046778
	20	0.995000	0.010750	0.999750	0.017563	0.999250	0.060688
	30	0.994000	0.010786	0.998333	0.018143	0.999833	0.080286
30	10	1	0.016667	1	0.015667	1	0.024556
	20	1	0.014000	1	0.015875	1	0.027042
	30	0.998111	0.012238	1	0.014381	1	0.032667
50	10	1	0.017067	1	0.017800	1	0.018467
	20	1	0.015800	1	0.016900	1	0.017375
	30	0.999933	0.016057	1	0.015914	1	0.017543
100	10	1	0.017978	1	0.019800	1	0.019711
	20	1	0.017525	1	0.019250	1	0.018338
	30	0.999967	0.017343	1	0.018571	1	0.017729
1000	10	1	0.018981	1	0.021020	1	0.025397
	20	1	0.018936	1	0.021196	1	0.025260
	30	1	0.018973	1	0.021150	1	0.025163

Not. KO, kirletme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.31 incelendiğinde, tüm modellerde her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için mCD\* teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranının 1 ve 1'e yakın değerler aldığı, doğru teşhis etme oranının bağımsız değişken sayısı arttıkça arttığı görülmektedir. Ancak n=100 örneklem büyüklüğü için süpürme oranı iki bağımsız değişkenli modelde en yüksektir.

Çizelge 8.32. mCD\* teşhis ölçüsü için tüm değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon çalışması sonuçları

n	KO (%)	Tek bağımsız değişken		İki bağımsız değişken		Beş bağımsız değişken	
		DTO	SO	DTO	SO	DTO	SO
20	10	0.992500	0.012722	0.999000	0.016944	1	0.046778
	20	0.989750	0.010750	0.999250	0.017563	0.998750	0.060688
	30	0.983833	0.010786	0.996333	0.018143	0.999167	0.080286
30	10	0.996333	0.016667	1	0.015667	1	0.024556
	20	0.997333	0.014000	1	0.015875	1	0.027042
	30	0.994556	0.012238	1	0.014381	1	0.032667
50	10	0.999000	0.017067	1	0.017800	1	0.018467
	20	0.997600	0.015800	1	0.016900	1	0.017375
	30	0.998267	0.016057	1	0.015914	1	0.017543
100	10	0.998900	0.017978	1	0.019800	1	0.019711
	20	0.997850	0.017525	1	0.019250	1	0.018338
	30	0.998333	0.017343	1	0.018571	1	0.017729
1000	10	0.998870	0.018981	1	0.021020	1	0.025397
	20	0.998835	0.018936	1	0.021196	1	0.025260
	30	0.998770	0.018973	1	0.021150	1	0.025163

Not. KO, kirlenme oranı; DTO, doğru teşhis oranı; SO, süpürme oranı.

Tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirlendiği simülasyon sonuçları Çizelge 8.32 incelendiğinde, tüm modellerde GCD teşhis ölçüsü için doğru teşhis etme oranının 1 ve 1'e yakın değerler aldığı görülmektedir. Süpürme oranı ise bağımsız değişken sayısı arttıkça artmaktadır.

Çizelge 8.32 ile Çizelge 8.31'deki simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, mCD\*'nin etkili gözlemleri teşhis etmede en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda gösterdiği söylenebilir.

## 9. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde ilk olarak lojistik regresyonda tek bir kuşkulu gözlemin teşhisi için geliştirilmiş geleneksel teşhis ölçüleri ile çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçülerinin bir veri seti üzerinden karşılaştırılmasına ilişkin sonuçlar verilmekte, ardından bu çoklu etkili gözlem teşhis ölçüleri ve önerilen teşhis ölçülerinin başarısının farklı simülasyon senaryoları ile değerlendirildiği simülasyon sonuçları tartışılmaktadır.

Simülasyon çalışmasından önce çoklu kuşkulu gözlemlerin teşhisi için geliştirilmiş teşhis ölçüleri ve tez çalışmasında önerilen teşhis ölçüleri literatürde sıklıkla kullanılan Brown veri seti (1980) ya da modifiye edilmiş Brown veri setleri (Imon ve Hadi, 2008, 2013) üzerinden karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçların literatürde elde edilen sonuçlarla tutarlı olup olmadığını ve tez çalışmasında önerilen teşhis ölçülerinin başarısını değerlendirmek için genellikle bu veri setini kullanan çalışmalara yer verilmiştir

Çoklu aykırı değer teşhis ölçülerinin belirlenmesi için geliştirilmiş GSPR teşhis ölçüsünün performansı lojistik regresyonda tek bir gözlemin teşhisi için geliştirilmiş DR, PR ve SPR teşhis ölçüleri ile Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. DR, PR ve SPR teşhis ölçülerinin kuşkulu gözlemleri maskeleydiği ve böylece teşhis etmede başarısız olduğu, GSPR teşhis ölçüsünün veri setindeki tüm aykırı değerleri doğru teşhis ettiği görülmüştür. Diğer teşhis ölçüleri ile karşılaştırıldığında GSPR'de kuşkulu gözlemler daha büyük değer aldığı için grafiksel gösterim için de daha uygundur. Imon ve Hadi (2008) GSPR teşhis ölçüsünü PR ve SPR teşhis ölçüleri ile karşılaştırdığı çalışmasında da aynı sonuçları elde etmiştir.

Bir diğer çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü DEVC (Ahmad vd. 2011), tek bir kuşkulu gözlemin teşhisi için geliştirilmiş teşhis ölçüleri PR, DR, SPR ve SDR teşhis ölçüleri ile iki bağımsız değişkenli orijinal Brown veri seti (1980) üzerinden karşılaştırılmıştır. DEVC, PR, SPR ve SDR teşhis ölçüleri  $\pm 2$  eşik değeri için veri setindeki kuşkulu gözlemi doğru teşhis etmiştir. Agresti'ye (2015) göre geleneksel lojistik regresyon teşhis ölçüleri PR, DR, SPR ve SDR için  $\pm 2$  ve  $\pm 3$  eşik değerlerinden büyük değer alan gözlemler kuşkulu gözlemlerdir.

Ahmad vd. ne (2011) göre çoklu kuşkulu gözlemler olduğu durumda DEVC diğer teşhis ölçülerinden daha iyi performans göstermektedir. Ahmad vd. (2011),  $\pm 3$  eşik değeri için farklı veri setleri üzerinden DEVC ile PR, DR, SPR, SDR teşhis ölçülerini karşılaştırdığı çalışmada tez çalışmasından farklı olarak geleneksel teşhis ölçülerinin maskeleye etkisine maruz kaldığı ve kuşkulu gözlemi teşhis edemediği sonucuna ulaşmıştır.

DM teşhis ölçüsünün çoklu yüksek kaldıraç noktalarının teşhisi için genelleştirilmiş hali DDM teşhisçisi, Imon ve Hadi'nin (2013) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden tekli kuşkulu gözlem teşhisçileri  $h_{ii}$  ve DM ile karşılaştırılmıştır.  $h_{ii}$  ve DM teşhis ölçüleri veri setindeki yüksek kaldıraç noktalarının tamamını teşhis edememiştir ancak, DM teşhis ölçüsü  $h_{ii}$  teşhis ölçüsünden daha fazla gözlemi teşhis etmiştir. DDM, veri setindeki tüm kuşkulu gözlemleri teşhis etmiştir ancak bir gözlemi de süpürmüştür. Imon ve Hadi (2013) çalışmada DDM teşhis ölçüsünün tüm gözlemleri teşhis ettiğini göstermektedir. Ancak tez çalışmada Imon veri seti ile elde edilen sonuçların hepsi aynı olmakla birlikte süpürüldüğü ifade edilen gözlem için DDM değeri bu çalışmada elde edilen değerle farklılık göstermektedir.

Kötü yüksek kaldıraç noktalarının teşhisi için önerilen RobDEVC teşhis ölçüsünün performansı iki bağımsız değişkenli orijinal Brown veri seti (1980) üzerinden DR ve çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü DEVC ile karşılaştırılmıştır. DEVC teşhis ölçüsünün veri setindeki kuşkulu gözlemi teşhis ettiği, tek bir kuşkulu gözlemin teşhisi için geliştirilmiş DR'nin bu gözlemi teşhis edemediği görülmüştür. RobDEVC teşhis ölçüsü ise bu gözlemi teşhis etmiş ve bir gözlemi de süpürmüştür. Norazan vd.'nin (2012) RobDEVC teşhis ölçüsünü önerdiği çalışmada aynı veri setini kullanarak elde ettiği sonuçlar tez çalışmada elde edilen sonuçlardan farklıdır. Bu çalışmada DR ve DEVC teşhis ölçülerinin kuşkulu gözlemi teşhis edemediği, RobDEVC'in doğru teşhis ettiği sonucuna ulaşılmıştır. Tez çalışmada DEVC teşhis ölçüsü için Norazan vd. (2012) ile aynı değerler elde edilmesine rağmen bu teşhis ölçüsü için eşik değeri aynı değildir. Bu nedenle Norazan vd. (2012) DEVC'in kuşkulu gözlemi doğru teşhis edemediği sonucuna ulaşmıştır. RobDEVC için elde edilen gözlem değerleri tez çalışmada elde edilen sonuçlara benzerdir ancak aynı değildir. Bu durum Norazan vd.nin (2012) simülasyon çalışmada S-Plus istatistiksel yazılım programını kullanmasından kaynaklanmaktadır.

Çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü GDFFITS, tek bir etkili gözlemin teşhisi için lojistik regresyona uyarlanan CD ve DFFITS teşhis ölçüleri ile Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. GDFFITS teşhis ölçüsünün tüm gözlemleri teşhis ettiği CD'nin hiçbir gözlemi teşhis edemediği, DFFITS'in ise maskeleye etkisi nedeniyle kuşkulu gözlemlerden birini teşhis edemediği görülmüştür. Tez çalışmasında Nurunnabi vd.'nin (2010) GDFFITS teşhis ölçüsünü önerdiği çalışması ile aynı sonuçlara ulaşılmıştır. Ayrıca Nurunnabi vd.'ne (2010) göre DFFITS teşhis ölçüsü CD'den daha iyi performans göstermesine rağmen, örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı arttıkça DFFITS'in doğru teşhis etme oranı azalmaktadır. GDFFITS ise her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı için örneklem büyüklüğü ve kirletme oranından bağımsız olarak gözlemleri doğru teşhis edebilmekte ancak etkili olmayan gözlemleri de süpürdüğü durumlarla karşılaşılabilir.

Bir diğer etkili gözlem teşhis ölçüsü GSDFBETA Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden CD teşhis ölçüsü ile karşılaştırılmıştır. CD veri setindeki kuşkulu gözlemleri teşhis edememiştir. GSDFBETA tüm gözlemleri teşhis etmiş ancak bir gözlemi de süpürmüştür. Nurunnabi ve Nasser (2009) GSDFBETA'yı önerdiği çalışmasında aynı veri seti üzerinden aynı sonuçları elde etmiş ve bu teşhis ölçüsünün süpürdüğü gözlemin daha önce maskelenmiş bir gözlem olduğunu ifade etmiştir.

Tez çalışmasında çoklu etkili gözlemlerin teşhisi için önerilen GCD.GSPR teşhis ölçüsü Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden CD ve DFFITS tekli etkili gözlem teşhis ölçüleri ile karşılaştırılmıştır. GCD.GSPR teşhis ölçüsü tüm etkili gözlemleri teşhis edebilirken, CD teşhis ölçüsü hiçbir gözlemi teşhis edememiştir. DFFITS teşhis ölçüsü ise Nurunnabi vd.'nin (2010) çalışmasına benzer biçimde maskeleye etkisi nedeniyle gözlemlerden birini teşhis edememiştir. Belsley vd.'nin (1980) DFFITS için önerdiği eşik değeri kullanıldığında DFFITS de bu veri seti için tüm gözlemleri teşhis edebilmektedir. Önerilen teşhis ölçüsünde de GSPR çoklu aykırı değeri teşhis ölçüsünde olduğu gibi kuşkulu gözlemler daha büyük değeri aldığından CD ve DFFITS ile karşılaştırıldığında GCD.GSPR'nin grafiksel gösterime daha uygun olduğu söylenebilir.

Tez çalışmasında önerilen bir diğer çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü mCD\*, Imon ve Hadi'nin (2008) modifiye edilmiş Brown veri seti üzerinden CD ve çoklu etkili gözlem

teşhis ölçüsü GDFITS ile karşılaştırılmıştır. Bu veri seti için CD teşhis ölçüsü kuşkulu gözlemleri teşhis etmede başarısız olurken, GDFITS ve mCD\* teşhis ölçüleri tüm kuşkulu gözlemleri teşhis edebilmiştir. GDFITS ile karşılaştırıldığında önerilen bu teşhis ölçüsünde de kuşkulu gözlemlerin daha büyük değerler aldığı görülmüştür.

Buraya kadar yapılan değerlendirmeler ile veri setinde birden fazla kuşkulu gözlem olduğu durumda tek bir gözlemin teşhisi için geliştirilmiş lojistik regresyon teşhis ölçülerinin maskeleye ya da süpürme etkisi nedeniyle başarısız olabildiği, yine de en iyi performansı; etkili gözlemlerin teşhisinde DFFITS'in, aykırı değerlerin teşhisinde PR, SPR ve SDR'nin, yüksek kaldıraç noktalarının teşhisinde DM'nin gösterdiği söylenebilmektedir.

Geliştirilen çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçülerinin de süpürme etkisine maruz kaldığı, ancak tekli kuşkulu gözlem teşhis ölçüleri ile karşılaştırıldığında bu teşhis ölçülerinin tüm kuşkulu gözlemleri doğru teşhis edebildikleri görülmüştür.

Tekli ve çoklu kuşkulu gözlemlerin bir veri setine ilişkin sonuçlarının tartışılmasının ardından farklı simülasyon senaryoları ile performansları incelenen çoklu teşhis ölçülerinin simülasyon sonuçları değerlendirilmiştir. Bu çalışmada simülasyonlar değişken değerlerinin hafif şiddette ve aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği bir, iki ve beş bağımsız değişkenli lojistik regresyon modelleri ile gerçekleştirilmiştir. Öncelikle tüm modellerde bir bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon sonuçları, ardından tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon sonuçları tartışılmaktadır.

Tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon sonuçlarına göre örneklem büyüklüğü arttıkça çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü GSPR'nin doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı artmaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça bu teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı azalmaktadır. GSPR en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve bir bağımsız değişkenli modelde göstermektedir. Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon sonuçları incelendiğinde, veri setlerinin hem hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda hem de aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda bağımsız değişken sayısı arttıkça GSPR'nin doğru teşhis etme oranının arttığı ve süpürme oranının azaldığı görülmüştür. Tüm bağımsız değişkenler kirletildiğinde GSPR teşhis ölçüsünün aşırı şiddette

kuşkulu gözlemlerin varlığında ve beş bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. Midi ve Ariffin'e (2013) göre, veri setinden çıkarılacak gözlemler analizin başında doğru bir şekilde belirlenirse, GSPR teşhis ölçüsü lojistik regresyon modelinde aykırı değerleri belirlemede son zamanlarda geliştirilmiş en etkili yöntemdir.

Tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon çalışması sonuçlarına göre, bir diğer çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü DEVC'in örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı arttıkça doğru teşhis etme oranı azalmakta, süpürme oranı ise artmaktadır. DEVC teşhis ölçüsünün bağımsız değişken sayısı arttıkça performansı artmakta ve süpürme oranı azalmaktadır. DEVC teşhis ölçüsünün küçük örneklem büyüklüğü ve düşük kirletme oranlarında başarılı olduğu söylenebilir. Bu teşhis ölçüsü, tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon senaryosu için de benzer sonuçlar vermektedir. Ahmad vd. (2011) iki bağımsız değişkenli model için gerçekleştirdiği simülasyon çalışmasında DEVC'i PR, DR, SPR ve SDR teşhis ölçüleri ile karşılaştırmıştır. Çalışma sonuçlarına göre DEVC tüm kuşkulu gözlemleri teşhis etmekte ve çoklu aykırı değerleri teşhis etmede diğer kuşkulu gözlem teşhis ölçülerinden daha başarılıdır. Norazan (2012) RobDEVC ile DEVC teşhis ölçüsünü benzer simülasyon senaryosu ile karşılaştırdığı çalışmasında Ahmad vd.nin (2011) sonuçlarından farklı olarak DEVC'in gibi tüm kuşkulu gözlemleri teşhis etmekte başarısız olduğu sunucuna ulaşmıştır.

DDM, çoklu yüksek kaldıraç noktası teşhisçisi için tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon sonuçlarına göre, tek bağımsız değişkenli modelde bu teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için 1 değerini almaktadır. DDM' nin süpürme oranı her bir örneklem büyüklüğü için kirletme oranı arttıkça azalma göstermektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça DDM' nin doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı azalmaktadır. DDM teşhis ölçüsünün veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda tek bağımsız değişkenli modellerde daha iyi performans gösterdiği söylenebilir.

Tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği simülasyon çalışması sonuçlarına göre, her bir lojistik regresyon modeli için DDM teşhis ölçüsü neredeyse kuşkulu gözlemlerin tamamını teşhis etmektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça DDM' nin süpürme oranı azalmaktadır. Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği durumda DDM en iyi performansı bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle

kirletildiği durumda göstermektedir. Imon ve Hadi (2013) de DDM'yi  $h_{ii}$  ve DM ile karşılaştırdığı simülasyon çalışmasında DDM'nin tüm kuşkulu gözlemleri teşhis ederek diğer teşhis ölçülerinden daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşmıştır.

Tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon sonuçlarına göre kötü kaldıraç noktası teşhisçisi RobDEVC'in doğru teşhis etme oranı 0.05, 0.10 ve 0.15 kirletme oranlarında örneklem büyüklüğü arttıkça artmaktadır. Kirletme oranı 0.20 için bu teşhis ölçüsü tüm örneklem büyüklüklerinde kötü performans göstermektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça RobDEVC'in doğru teşhis etme oranı azalmakta, süpürme oranı ise artmaktadır. Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği durumda da benzer sonuçlar vermeye birlikte bu teşhis ölçüsü en iyi performansı tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda göstermektedir. Norazan'a (2012) göre bu teşhis ölçüsü veri setindeki iyi kaldıraç noktalarını ve aykırı değerleri de teşhis edebilmektedir.

Çoklu etkili gözlem teşhis ölçüleri için gerçekleştirilen simülasyon çalışmasına göre örneklem büyüklüğü arttıkça GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı artmaktadır. Tek bağımsız değişkenin kirletildiği durumda GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranı bağımsız değişken sayısı arttıkça azalmakta, süpürme oranı artmaktadır. Tek bağımsız değişkenin kirletildiği durumda GSDFBETA en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde göstermektedir.

Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği durumda, GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı örneklem büyüklüğü arttıkça artmaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça GSDFBETA'nın doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı da artmaktadır. GSDFBETA hem hafif şiddette, hem de aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda 1'e yakın doğru teşhis etme oranına sahiptir. Ancak doğru teşhis etme oranı beş bağımsız değişkenli modelde ve veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda en yüksektir. Tüm bağımsız değişkenlerin hafif şiddette ve aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda örneklem büyüklüğü  $n=20$  ve kirletme oranı 0.30 için GSDFBETA'nın doğru teşhis etme ve süpürme oranı 1 değerini almaktadır. Bu durum GSDFBETA'nın eşik değerinin bu örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı için negatif değer almasından kaynaklanmaktadır.

Tek bağımsız değişkenin hem hafif şiddette hem de aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon senaryosu için bir diğer çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü GDFFITS'in doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı örneklem büyüklüğü arttıkça artmaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı azalmakta, süpürme oranı ise artmaktadır. Tek bağımsız değişkenin kirletildiği durumda GDFFITS en iyi performansı tek bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği durumda göstermektedir.

Tüm bağımsız değişkenlerin hem hafif şiddette kuşku gözlemler hem de aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği simülasyon senaryoları için GDFFITS teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı genellikle 1 ve 1'e yakın değerler almaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça GDFFITS'in doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı artmaktadır. GDFFITS en iyi performansı tüm bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemlerle kirletildiği beş bağımsız değişkenli modelde göstermektedir. Nurunnabi vd. (2010), GDFFITS teşhis ölçüsü ile CD ve DFFITS teşhis ölçülerinin performanslarını tek bağımsız değişkenli  $n=30$ , 50 ve 100 örneklem büyüklükleri ve 0.10 ve 0.20 kirletme oranı için gerçekleştirdiği simülasyon çalışmasında GDFFITS'in CD ve DFFITS'ten daha iyi performans gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Tez çalışmasındaki sonuçlarda da bu teşhis ölçüsü aynı örneklem büyüklüğü ve kirletme oranları için tüm bağımsız değişkenlerin tamamını teşhis edebilmiş, bazı gözlemleri de süpürmüştür.

Tek bağımsız değişkenin hafif şiddette ya da aşırı şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği durum için önerilen etkili gözlem teşhis ölçüsü GCD.GSPR'nin doğru teşhis etme oranı, her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için kirletme oranı arttıkça azalmaktadır. Örneklem büyüklüğü arttıkça bu teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı artmakta, süpürme oranı ise her bir örneklem büyüklüğü için neredeyse sıfır değerini almaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı düşmektedir. GCD.GSPR tek bağımsız değişkenin kirletildiği durum için en iyi performansı tek bağımsız değişkenli modelde göstermektedir. Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon senaryosu için GCD.GSPR'nin her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için kirletme oranı arttıkça doğru teşhis etme oranının azaldığı süpürme oranının ise yaklaşık olarak sıfır olduğu görülmektedir. Bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşku gözlemler ile kirletildiği simülasyon senaryosu sonuçlarına göre GCD.GSPR teşhis ölçüsü her

örneklem büyüklüğü için 1 ve 1'e yakın değerler almaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı artarken GCD.GSPR en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda göstermektedir. Diğer etkili gözlem teşhis ölçüleri ile karşılaştırıldığında bu teşhis ölçüsü, en düşük süpürme oranına sahiptir.

Tek bağımsız değişkenin hem hafif şiddette hem de aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durum için önerilen bir diğer teşhis ölçüsü mCD\*'nin örneklem büyüklüğü arttıkça doğru teşhis etme oranı ve süpürme oranı artmaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı azalırken süpürme oranı ise artmaktadır. Bu teşhis ölçüsü en iyi performansı tek bağımsız değişkenin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde göstermektedir. Tüm bağımsız değişkenlerin hem hafif şiddette hem de aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda tüm modellerde her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için mCD\* teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı 1 ve 1'e yakın değerler almaktadır. Bağımsız değişken sayısı arttıkça mCD\*'nin süpürme oranı da artmaktadır. Genel olarak değerlendirildiğinde bu teşhis ölçüsü en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda göstermektedir.

## 10. SONUÇ VE ÖNERİLER

Lojistik regresyon parametrelerinin tahmininde sıklıkla kullanılan en çok olabilirlik tahmin tekniği veri setindeki kuşkulu gözlemlere karşı oldukça duyarlıdır. Bu nedenle modelin uygun olup olmadığına karar vermeden önce değişken öğelerinin tam kümesi üzerinden model uyumunun desteklenip desteklenmediğini görmek amacıyla, veri setinden tek bir kuşkulu gözlemin silinmesi ve çok sayıda gözlemin aynı anda veri setinden silinmesine dayalı olarak tekli ve çoklu lojistik regresyon teşhis ölçüleri geliştirilmiştir.

Bu tez çalışmasında lojistik regresyon modelinde kuşkulu gözlemleri belirlemek için önerilen bazı tekli ve çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçüleri incelenerek, bir veri seti üzerinden karşılaştırılmıştır. Ayrıca çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçüleri ve önerilen teşhis ölçülerinin performansı simülasyon çalışması ile değerlendirilmiştir. Verilerin analizinde ve simülasyon çalışmasında R yazılım programından faydalanılmıştır. Farklı simülasyon senaryoları ile performansları değerlendirilen teşhis ölçülerine ilişkin sonuçlar öncelikle tek bağımsız değişkenin kirletildiği, ardından tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği durumlar için sırasıyla verilmektedir.

Tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon sonuçlarına göre;

- ✓ Aykırı değer teşhis ölçüleri GSPR ve DEVC'in simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğunda tek bağımsız değişkenin kirletildiği durum için çoklu aykırı değer teşhis ölçüsü GSPR, DEVC teşhis ölçüsünden daha iyi performans göstermektedir. DEVC teşhis ölçüsü ise en iyi performansı veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğunda ve beş bağımsız değişkenli modelde göstermektedir. DEVC teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı küçük örneklem büyüklüğü ve düşük kirletme oranında en yüksektir. GSPR teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı ise örneklem büyüklüğü arttıkça artmaktadır. GSPR'nin süpürme oranı da DEVC teşhis ölçüsünün süpürme oranından daha düşüktür.

- ✓ DDM teşhis ölçüsü ile kötü yüksek kaldıraç noktası RobDEVC'in simülasyon sonuçları karşılaştırıldığında, her iki teşhis ölçüsü de veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde daha iyi performans göstermektedir. RobDEVC belirli kirletme oranlarında verileri doğru teşhis ederken DDM teşhis ölçüsü daha yüksek kirletme oranlarında da başarı göstermektedir. DDM teşhis ölçüsünün süpürme oranı da RobDEVC'den daha düşüktür.
- ✓ Çoklu etkili gözlem teşhis ölçüleri GDFFITs ve GSDFBETA önerilen teşhis ölçüleri GCD.GSPR ve mCD\* ile karşılaştırıldığında ise bu teşhis ölçülerinin veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda ve tek bağımsız değişkenli modelde doğru teşhis etme oranları daha yüksektir. Tek bağımsız değişkenli model için en iyi performansı mCD\* ve GDFFITs göstermektedir. Bu teşhis ölçüleri benzer sonuçlar vermekle birlikte, mCD\* teşhis ölçüsünün süpürme oranı GDFFITs teşhis ölçüsünden daha düşüktür. En az süpürme oranına sahip çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsü ise önerilen GCD.GSPR teşhis ölçüsüdür.

Tüm bağımsız değişkenlerin kirletildiği simülasyon sonuçlarına göre;

- ✓ GSPR ve DEVC çoklu aykırı değer teşhis ölçüleri karşılaştırıldığında, bağımsız değişken sayısı arttıkça teşhis ölçülerinin doğru teşhis etme oranları artmakta ve GSPR en iyi performansı bağımsız değişkenlerin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda, DEVC ise hafif şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda göstermektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça her iki teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı artmaktadır. GSPR teşhis ölçüsü bu simülasyon senaryosu için  $n=20$  örneklem büyüklüğü dışında hem aşırı şiddette hem de hafif şiddette kuşkulu gözlemler için 1'e yakın değerler almakta ve kuşkulu gözlemlerin teşhis etmede DEVC teşhis ölçüsünden daha başarılıdır. Ayrıca süpürme oranı da daha düşüktür.
- ✓ Yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüsü DDM ile kötü yüksek kaldıraç noktası RobDEVC karşılaştırıldığında, her iki teşhis ölçüsü de en iyi performansı veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda göstermektedir. Bağımsız değişken

sayısı arttıkça DDM'nin doğru teşhis etme oranı artarken süpürme oranı da azalmaktadır. RobDEVC'in ise bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranı azalmakta ve süpürme oranı artmaktadır. Veri setinde aşırı şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda DDM teşhis ölçüsünün doğru teşhis etme oranı neredeyse tüm örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonları için 1 değerini almaktadır.

- ✓ Çoklu etkili gözlem teşhis ölçüleri mCD\*, GCD.GSPR, GDFFITS ve GSDFBETA karşılaştırıldığında, tüm teşhis ölçüleri en iyi performansı veri setinin aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletildiği durumda göstermektedir. Bağımsız değişken sayısı arttıkça doğru teşhis etme oranları da artmaktadır. Tek bağımsız değişkenin kirletildiği simülasyon senaryosunda olduğu gibi aşırı şiddette kuşkulu gözlemler için mCD\* ve GDFFITS teşhis ölçülerinin doğru teşhis etme oranları 1 ve 1'e yakın değerler almaktadır. Önerilen mCD\* teşhis ölçüsünün süpürme oranı da daha düşüktür. Diğer teşhis ölçüleri ile karşılaştırıldığında veri setinde hafif şiddette kuşkulu gözlemler olduğu durumda da mCD\* ve GDFFITS en iyi performansı göstermektedir. Beş bağımsız değişkenli model için tüm çoklu etkili gözlem teşhis ölçüleri 1 ve 1 değerine yakın doğru teşhis etme oranlarına sahiptir. Bu durumda her bir örneklem büyüklüğü ve kirletme oranı kombinasyonu için süpürme oranı sıfıra yakın olan GCD.GSPR teşhis ölçüsü tercih edilebilir.

Tez çalışmasında belirli örneklem büyüklükleri ve kirletme oranı kombinasyonları için gerçekleştirilen simülasyon çalışması sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde,

Tek bir kuşkulu gözlemin belirlenmesi için geliştirilmiş teşhis ölçüleri veri setinde birden fazla kuşkulu gözlem olduğu durumda başarısız olabilmektedir. Bu nedenle her durumda veri setindeki kuşkulu gözlemlerin teşhisi için çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçülerinin kullanılması daha uygundur.

Her bir çoklu etkili gözlem teşhis ölçüsünün kuşkulu gözlemleri teşhis etmedeki başarısı örneklem büyüklüğü, kirletme oranı, bağımsız değişken sayısı ve hafif şiddette ya da aşırı şiddette kuşkulu gözlemlerle kirletilme oranı gibi faktörlere göre değişmektedir.

Çoklu kuşkulu gözlemlerin teşhisinde, başlangıç kümesinin belirlenmesi oldukça önemlidir. Veri setinden çıkarılacak gözlemlerin literatürde önerilen uygun bir teknikle (sağlam teşhis ölçüleri, grafiksel yöntemler vb.) belirlenmesi çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçüsünün başarısını doğrudan etkilemektedir.

Literatürde genel kabul görmüş bir kuşkulu gözlem teşhis ölçüsü olmamakla birlikte veri setindeki kuşkulu gözlemlerin tek başına aykırı değer teşhis ölçüleri, yüksek kaldıraç noktası teşhis ölçüleri ve etkili gözlem teşhis ölçülerinden biri ile incelenmesi yeterli değildir. Araştırmacı çalışmasında tahmin edilen modelin uygunluğunu örneklem büyüklüğü ve kirletme oranına göre uygun gördüğü aykırı değer, yüksek kaldıraç noktası ve etkili gözlem teşhis ölçülerinden bir ya da birkaçını kullanarak değerlendirebilir.

Lojistik regresyonda tek bir kuşkulu gözlemin belirlenmesi için geliştirilmiş teşhis ölçülerine istatistiksel paket programlar ile ulaşılabilen ve bu nedenle bu teşhis ölçüleri daha çok tercih edilmektedir. Kuşkulu gözlemlerin teşhisinde daha başarılı olan çoklu kuşkulu gözlem teşhis ölçülerinin yaygınlık kazanabilmesi için bu teşhis ölçülerine de istatistiksel yazılım programları aracılığı ile ulaşılabilirliğin sağlanması oldukça önemlidir.

**KAYNAKLAR DİZİNİ**

- Agresti, A., 2015, *Foundations of Linear and Generalized Linear Models*, John Wiley & Sons.
- Ahmad, S., Ramli, N. M., Midi, H., 2010, Robust estimators in logistic regression: a comparative simulation study, *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 9, 2, 502-511.
- Ahmad, S., Midi, H., Ramli, N. M., 2011, Diagnostics for residual outliers using deviance component in binary logistic regression, *World Applied Sciences Journal*, 14, 8, 1125-1130.
- Ahmad, S., Ramli, N. M., Midi, H., 2012, Outlier detection in logistic regression and its application in medical data analysis, In *Humanities, Science and Engineering*, 503-507.
- Andrews, D. F., Pregibon, D., 1978, Finding the outliers that matter, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 85-93.
- Atkinson, A.C., 1981, Two graphical displays for outlying and influential observations in regression, *Biometrika*, 68,1, 13-20.
- Atkinson, A. C., 1986, Masking unmasked, *Biometrika*, 73, 533-541.
- Bagheri, A., Midi, H., Ganjali, M., Eftekhari, S., 2010, A comparison of various influential points diagnostic methods and robust regression approaches: reanalysis of interstitial lung disease data, *Applied Mathematical Sciences*, 4, 28, 1367-1386.
- Belsley D.A., Kuh E., Welsch R.E., 1980, *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*, New York: John Wiley&Sons.
- Beyaztas, U., Alin, A., 2014, Sufficient jackknife-after-bootstrap method for detection of influential observations in linear regression models, *Statistical Papers*, 55, 4, 1001-1018.
- Brown, B. W., Jr., 1980, Prediction analysis for binary data, In: Miller, R. G. Jr., Efron, B., Brown, B. W. Jr., Moses, L. E., eds. *Biostatistics Casebook*, New York: Wiley.
- Chatterjee, S., Hadi, A.S., 1986, Influential observations, high leverage points, and outliers in linear regression, *Statistical Science*, 379-393.
- Chatterjee, S., Hadi, A.S., 1988, *Sensitivity Analysis in Linear Regression*, John Wiley & Sons.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Chatterjee, S., Hadi, A.S., 2012, *Regression Analysis by Example*, Fourth Edition, John Wiley & Sons.
- Chatterjee, S., Simonoff, J. S., 2013, *Handbook of Regression Analysis*, Fifth Edition, John Wiley & Sons.
- Christensen, R., 1997, *Log-Linear Models*, Springer Science & Business Media.
- Collet, D., 2003, *Modelling Binary Data*, Chapman & Hall.
- Cook, R.D., 1977, Detection of influential observation in linear regression. *Technometrics*, 15-18.
- Cook, R. D., Weisberg, S., 1982, *Residuals and Influence in Regression*, Chapman and Hall, London.
- Cook, R. D., S. Weisberg, 1999, Graphs in statistical analyses: Is the medium the message?, *The American Statistician* 53, 29–37.
- Copas, J. B., 1988, Binary regression models for contaminated data, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 225-265.
- Cordeiro, G. M., 2004, On Pearson's residuals in generalized linear models, *Statistics and Probability Letters*, 66, 213-219.
- Croux, C., Flandre, C., Haesbroeck, G. ,2002, The breakdown behavior of the maximum likelihood estimator in the logistic regression model, *Statistics & probability letters*, 60, 4 , 377-386.
- Draper, N. R., Smith, H., 1981, *Applied Regression Analysis*, Second Edition, John Wiley & Sons.
- Habshah, M., Norazan, M.R., Imon, A.H.M.R., 2012, The performance of diagnostic-robust generalized potentials for the identification of multiple high leverage points in linear regression, *Journal of Applied Statistics*, 36, 5, 507-520.
- Hadi, A.S., 1992, A new measure of overall potential influence in linear regression, *Computational Statistics Data Analysis*, 14, 1–27.
- Hadi, A.S., Simonoff, J.S., 1993, Procedures for the identification of multiple outliers in linear models, *Journal of the American Statistical Association*, 88, 424, 1264-1272.
- Hilbe, J. M. ,2009, *Logistic Regression Models*. CRC Press.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Hoaglin, D.C., Welsch, R.E., 1978, The hat matrix in regression and ANOVA, *The American Statistician*, 32, 1, 17-22.
- Hosmer, D. W., Lemeshow, S., 1980, Goodness of fit tests for the multiple logistic regression model. *Communications in statistics-Theory and Methods*, 9, 10, 1043-1069.
- Hosmer, D.W., Lemeshow, S., 2000, *Applied Logistic Regression*, Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Hosmer, D.W., Lemeshow, S., Sturdivant, R.X., 2013, *Applied Logistic Regression*, Third Edition, John Wiley & Sons.
- Hubert, M., Rousseeuw, P.J., 1997, Robust regression with both continuous and binary regressors, *Journal of Statistical Planning and Inference*, 57, 1, 153-163.
- Huber, P.J., 1981, *Robust Statistics*, New York: Wiley.
- Imon, A.H.M.R., 2005, Identifying multiple influential observations in linear regression, *Journal of Applied Statistics*, 32, 929-946.
- Imon, A.H.M.R., 2006, Identification of high leverage points in logistic regression, *Pakistan Journal of Statistics*, 22, 2, 147-156.
- Imon, A.H.M.R., Hadi, A.S., 2008, Identification of multiple outliers in logistic regression, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 37, 11, 1697-1709.
- Imon, A.H.M.R, Hadi, A.S, 2013, Identification of multiple high leverage points in logistic regression, *Journal of Applied Statistics*, 40, 12, 2601-2616.
- Jennings, D. E., 1986, Outliers and residual distributions in logistic regression, *Journal of the American Statistical Association*, 81, 396, 987-990.
- Li, J., Valliant, R., 2011, Detecting groups of influential observations in linear regression using survey data-adapting the forward search method, *Pakistan Journal of Statistics*, 27, 4, 507-528.
- M. Mercedes Suárez Rancel, Miguel A. Gonzalez Sierra, 1999, Measures and procedures for the identification of locally influential observations in linear regression, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 28, 2, 343-366.
- Menard, S., 2002, *Applied Logistic Regression Analysis*, Second Edition, Sage Publications.
- Midi, H., Ariffin, S.B., 2013, Modified standardized Pearson residual for the identification of outliers in logistic regression model, *Journal of Applied Sciences*, 13, 6, 828-836.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Montgomery, C.D., Peck, A.E., Vining, G.G., 2001, Introduction to Linear Regression Analysis, John Wiley&Sons, New York.
- Montgomery, D. C., Peck, E. A., Vining, G. G., 2012, Introduction to Linear Regression Analysis, John Wiley & Sons.
- Norazan, M., Sanizah, A., Habshah, M., 2012, Identifying bad leverage points in logistic regression model based on robust deviance components, 62-67.
- Nurunnabi, A.A.M., Nasser, M., 2008, Multiple outliers detection: application to research & development spending and productivity growth, 5, 2, 31-39.
- Nurunnabi, A. A. M., Imon, A. H. M. R., Nasser, M., 2008, a new influence statistic in linear regression, In Proc. of International Conference on Statistical Sciences, 165-173.
- Nurunnabi, A. A. M., 2008, Robust diagnostic deletion techniques in linear and logistic regression, M. Phil thesis, University of Rajshahi, Bangladesh, 95 p. (unpublished).
- Nurunnabi, A. A. M., Nasser, M., 2009, Outlier diagnostics in logistic regression: a supervised learning technique, In Proceedings of International Conference on Machine Learning and Computing, 3, 90-95.
- Nurunnabi, A.A.M., Imon, A.H.M.R., Nasser, M., 2010, Identification of multiple influential observations in logistic regression, Journal of Applied Statistics, 37, 10, 1605-1624.
- Nurunnabi, A.A.M., Imon, A.R., Nasser, M., 2011, A diagnostic measure for influential observations in linear regression, Communications in Statistics-Theory and Methods, 40, 7, 1169-1183.
- Nurunnabi, A. A. M., Nasser, M., Imon, A. H. M. R., 2016, Identification and classification of multiple outliers, high leverage points and influential observations in linear regression, Journal of Applied Statistics, 43, 3, 509-525.
- Pena, D., 2005, A new statistic for influence in linear regression, American Statistical Association and the American Society for Quality, 47,1, 1-12,
- Peng, C. Y. J., So, T. S. H., 2002, Logistic regression analysis and reporting: A primer. Understanding Statistics: Statistical Issues in Psychology, Education, and the Social Sciences, 1, 1, 31-70.
- Pregibon, D., 1981, Logistic regression diagnostics, The Annals of Statistics, 705-724.
- Rawlings, J.O., Pantula, S.G., Dickey D.A., 1998, Applied Regression Analysis; A Research Tool, Springer-Verlag, New York.

**KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)**

- Rousseeuw, P.J., 1984, Least median of squares regression, *Journal of The American Statistical Association*, 79, 388, 871-880.
- Rousseeuw, P. J., Leroy, A., 1987, *Robust Regression and Outlier Detection*, New York: Wiley.
- Rousseeuw, P. J., Van Zomeren, B. C., 1990, Unmasking multivariate outliers and leverage points, *Journal of the American Statistical Association*, 85, 411, 633-639.
- Roy, S.S., Guria, S., 2008, Diagnostics in logistic regression models, *Journal of the Korean Statistical Society*, 37, 2, 89-94.
- Ryan, T.P, 1997, *Modern Regression Methods*, John Wiley & Sons.
- Salsas, P., Guillen, M., Alemany, R., 1999, Perfect value and outlier detection in logistic binary choice models, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 28, 6, 1447-1460.
- Sarkar, S. K., Midi, H., Rana, M., 2011,. Detection of outliers and influential observations in binary logistic regression: an empirical study. *Journal of Applied Sciences*, 11, 1, 26-35.
- Sebert, D.M., 1996, Identifying multiple outliers and influential subsets in linear regression: a clustering approach. Unpublished dissertation, Department of Industrial Engineering, Arizona State University.
- Scott Long, J., 1997, *Regression Models for Categorical and Limited Dependent Variables*. Advanced Quantitative Techniques in The Social Sciences.
- Syaiba B.A., Habshah, M., 2010, Robust logistic diagnostic for the identification of high leverage points in logistic regression model, *Journal of Applied Science*, 10, 23, 3042-3050.
- Velleman, P.F., Welsch, R.E., 1981, Efficient computing of regression diagnostics. *The American Statistician*, 35, 4, 234-242.
- Welsch, R.E., 1982, Influence functions and regression diagnostics. *Modern data analysis*, 149-169.

## ÖZGEÇMİŞ

Burçin Coşkun 1985 yılında Tekirdağ'ın Çerkezköy ilçesinde dünyaya gelmiştir. İlkokulu Çerkezköy Atatürk İlkokulu, orta öğrenimini Fevzipaşa İlköğretim Okulu ve Lise öğrenimini Çerkezköy Hacı Fahri Zübül Anadolu Lisesi'nde tamamlamıştır. Lisans öğrenimine 2003 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi İstatistik bölümünde başlamış ve 2007 yılında mezun olmuştur. Lisans öğreniminden sonra 2007 yılında Anadolu üniversitesi Endüstri Mühendisliği bölümünde yüksek lisansa başlamış ve 2011 yılında mezun olmuştur. Yüksek Lisans öğrenimine devam ederken 2009 yılında Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Ölçme ve Değerlendirme Anabilim dalında araştırma görevlisi olarak iş hayatına başlamış ve 2013 yılında görevlendirme ile geldiği Eskişehir Osmangazi Üniversitesinde halen görevine devam etmektedir.