

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**UYARLAMALI ARAÇ TAKİP SİSTEMLERİNDE MODEL ÖNGÖRÜLÜ  
KONTROL YÖNTEMLERİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Umut KARAPINAR**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı**

**MAYIS 2017**



**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**UYARLAMALI ARAÇ TAKİP SİSTEMLERİNDE MODEL ÖNGÖRÜLÜ  
KONTROL YÖNTEMLERİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Umut KARAPINAR  
(504141147)**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Anabilim Dalı**

**Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Programı**

**Tez Danışmanı: Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER**

**MAYIS 2017**



İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 504141147 numaralı Yüksek Lisans Öğrencisi Umut KARAPINAR, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “UYARLAMALI ARAÇ TAKİP SİSTEMLERİNDE MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YÖNTEMLERİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

**Tez Danışmanı :** **Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER** .....

Istanbul Teknik Üniversitesi

**Jüri Üyeleri :** **Yrd. Doç. Dr. Yaprak YALÇIN** .....

Istanbul Teknik Üniversitesi

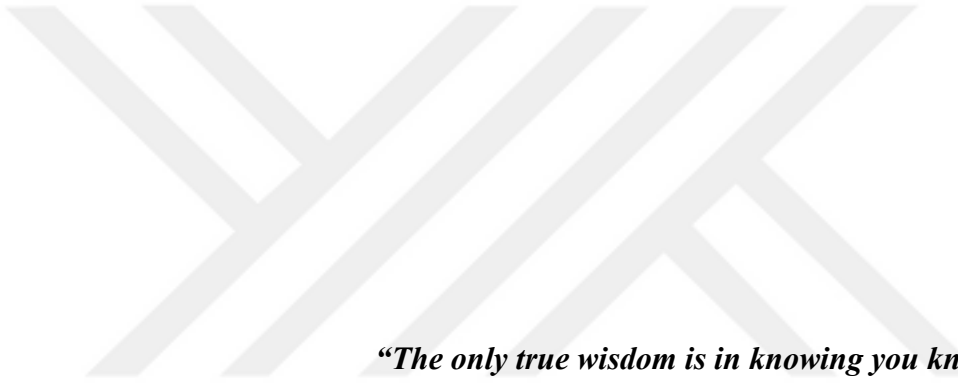
**Yrd. Doç. Dr. İlker ÜSTOĞLU** .....

Yıldız Teknik Üniversitesi

**Teslim Tarihi** : **04 Mayıs 2017**

**Savunma Tarihi** : **30 Mayıs 2017**





*“The only true wisdom is in knowing you know nothing.”*



## ÖNSÖZ

Bu çalışmanın her aşamasında yardımlarını esirgemeyen, teknik bilgisi ve bilgeliği ile ufkumu genişleten değerli hocam Prof. Dr. Leyla GÖREN SÜMER'e, büyük bir özveri ve adanmışlık ile bu günlere gelmemi sağlayan sevgili anne babama, tez çalışmalarım sebebi ile yeterince yanında bulunamadığım ağabeyime sabrı ve anlayışı sebebi ile teşekkür ederim.

Hayatıma girdiği ilk günden beri her zaman yanımda olan, bu çalışmanın ortaya çıkmasında, programa kabul edildiğim ilk günden bu satırları yazarkenki son ana kadar katkısı olan hayat arkadaşım ve sevgili eşim İrem Koca Karapınar'a sabrı, anlayışı, desteği ve en önemlisi bitmeyen sevgisi için ayrıca teşekkür ederim.

Mayıs 2017

Umut KARAPINAR



## İÇİNDEKİLER

### Sayfa

ÖNSÖZ.....	vii
İÇİNDEKİLER .....	ix
KISALTMALAR.....	xi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xiii
ŞEKİL LİSTESİ.....	xv
ÖZET.....	xvii
SUMMARY .....	xxi
<b>1. GİRİŞ .....</b>	<b>1</b>
1.1 Motivasyon.....	2
1.2 Tezin Amacı ve Özgün Değer .....	3
1.3 Literatür Özeti .....	3
1.4 Tezin Yapısı .....	6
<b>2. MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YÖNTEMİ .....</b>	<b>9</b>
2.1 Literatür Özeti .....	9
2.2 Klasik Model Öngörülü Kontrol Yöntemi .....	13
2.3 Laguerre Ortonormal Temel Fonksiyonları Tabanlı MPC.....	15
<b>3. ARAÇ VE UYARLAMALI HIZ SABİTLEME SİSTEMİ MODELİ .....</b>	<b>23</b>
3.1 Adaptif Hız Sabitleme Sistemi Modeli .....	23
3.1.1 Araçlar arasındaki mesafenin dinamikleri .....	23
3.1.2 Takip mesafesi modeli .....	24
3.2 Araç Modeli.....	25
3.2.1 Üst seviye dinamikler.....	25
3.2.2 Alt seviye dinamikler .....	26
3.3 Sürücü Modeli .....	27
3.4 Sistemin Durum Uzay Modeli.....	28
3.4.1 Sürekli zaman sistem modeli .....	29
3.4.2 Ayrık zaman sistem modeli.....	31
<b>4. KONTROL PROBLEMİNİN FORMULASYONU.....</b>	<b>33</b>
4.1 Farksal Durum Uzay Denklemi ve Integral Etkisi Ekleme.....	33
4.2 Klasik MPC .....	34
4.2.1 Problem formülasyonu .....	35
4.2.2 Çevrim-dışı hesaplanabilen terimler .....	37
4.3 Laguerre MPC .....	41
4.3.1 Problem formülasyonu .....	42
4.3.2 Çevrim-dışı hesaplanabilen terimler .....	43
4.3.3 Laguerre katsayılarının optimal seçimi.....	44
<b>5. KONVOY KARARLILIĞI (STRING STABILITY) .....</b>	<b>47</b>
<b>6. SİSTEM BENZETİMİ VE BENZETİM SONUÇLARI .....</b>	<b>49</b>
6.1 Sistem Benzetim Modeli .....	49
6.2 Test Durumlarının Oluşturulması.....	52

6.2.1 Standart sürüş profilleri.....	52
6.2.2 Gerçek yol verisi oluşturma metodu .....	53
6.3 Sistem Benzetim Sonuçları.....	54
<b>7. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>67</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>71</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ.....</b>	<b>75</b>



## **KISALTMALAR**

**ACC** : Adaptive Cruise Control  
**ADAS** : Advance Driver Assistance System  
**MPC** : Model Predictive Control





## ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
<b>Çizelge 6.1</b> : Benzetim modeli parametreleri. ....	52
<b>Çizelge 7.1</b> : Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Bozucu etki yok).....	68
<b>Çizelge 7.2</b> : Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Basit bozucu etki). ....	69
<b>Çizelge 7.3</b> : Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Gerçek bozucu etki).....	69



## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

Şekil 2.1 : Model öngörülü kontrol metodolojisi. ....	13
Şekil 2.2 : Sürekli zaman Laguerre ağı blok şeması.....	17
Şekil 2.3 : Ayrık zaman Laguerre ağı blok şeması.....	18
Şekil 2.4 : Örnek Laguerre fonksiyonları. ....	19
Şekil 2.5 : Ortonormal özelliğın kaybolması.....	19
Şekil 2.6 : Laguerre yaklaşık modeli ve sistem cevabı.....	21
Şekil 2.7 : Laguerre fonksiyonları özel durumu. ....	21
Şekil 3.1 : ACC sistemi şematik gösterimi.....	24
Şekil 3.2 : Araca etkiyen bozucu kuvvetler.....	26
Şekil 4.1 : Optimal Laguerre zaman sabiti seçimi.....	45
Şekil 5.1 : Araç konvoyu. ....	47
Şekil 6.1 : Kapalı döngü benzetim modeli.....	49
Şekil 6.2 : ACC aracı benzetim modeli. ....	50
Şekil 6.3 : Takip edilen aracın benzetim modeli. ....	50
Şekil 6.4 : Durum değişkenleri ölçüm bloğu.....	51
Şekil 6.5 : Bozucu etki ölçüm/öngörü bloğu. ....	52
Şekil 6.6 : Sürüş profili bloğu kullanıcı arayüzü. ....	53
Şekil 6.7 : BRouter kullanıcı arayüzü.....	54
Şekil 6.8 : ACC aracı ve takip edilen araç durum değişkenleri.....	55
Şekil 6.9 : Durum değişkenleri. ....	55
Şekil 6.10 : Eğim ve araç ivmesi (Durum I).....	56
Şekil 6.11 : Takip mesafesi hatasının ağırlık vektörünün etkisi (Durum I).....	56
Şekil 6.12 : Bağlı hız üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).....	57
Şekil 6.13 : ACC ivme üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).....	57
Şekil 6.14 : Takip mesafesi hata değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).....	58
Şekil 6.15 : Bağlı hız değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).....	58
Şekil 6.16 : Eğim ve araç ivmesi (Durum II).....	59
Şekil 6.17 : Takip mesafesi hatası ağırlığının etkisi (Durum II).....	59
Şekil 6.18 : Bağlı hız ağırlığının etkisi (Durum II).....	60
Şekil 6.19 : ACC ivme ağırlığının etkisi (Durum II).....	60
Şekil 6.20 : Takip mesafesi hatası değişimi ağırlığının etkisi (Durum II).....	61
Şekil 6.21 : Bağlı hız değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum II).....	61
Şekil 6.22 : Eğim ve araç ivmesi (Durum III).....	62
Şekil 6.23 : Takip hatası (Durum III).....	62
Şekil 6.24 : Eğim ve araç ivmesi (Durum IV).....	63
Şekil 6.25 : Takip hatası (Durum IV).....	63
Şekil 6.26 : Takip hatası (Durum V).....	64
Şekil 6.27 : Öngörü ufku uzunluğunun etkisi.....	64
Şekil 6.28 : Kontrol ufku uzunluğunun etkisi.....	65
Şekil 6.29 : Farklı Laguerre fonksiyonu sayıları için takip hatası.....	65

<b>Şekil 6.30</b> : Gerçek bozucu etkiler.....	66
<b>Şekil 6.31</b> : Gerçek bozucu etki altında sistem performansı.....	66



## UYARLAMALI ARAÇ TAKİP SİSTEMLERİNDE MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YÖNTEMLERİ: KARŞILAŞTIRMALI BİR ÇALIŞMA

### ÖZET

Araç hız sabitleme sistemleri motorlu araçların yola çıktığı ilk günden beri üzerinde çalışılan ve sürekli geliştirilen bir sürüş destek fonksiyonu olmuştur. Temelde içten yanmalı motorun hızını kontrol etmeye dayanan araç hız sabitleme sistemi, düşünülenin aksine oldukça eski bir sistemdir. Modern motorlu taşıtların ilk defa piyasaya sürüldüğü 1900'lü yılların başında bile hız sabitleme sistemi ile donatılmış çeşitli araçlar mevcut idi.

Doğuşu neredeyse modern motorlu taşıtlarla birlikte gerçekleşen bu teknolojinin gelişimi de aynı şekilde motorlu taşıtların gelişimi ile paralel ilerlemiştir. 1900'lü yıllarda geliştirilen mekanik kontrol tabanlı hız sabitleme sistemleri, 1960 lı yıllarda yerini araç hızının motorun krank miline yerleştirilmiş bir analog algılayıcı yardımı ile ölçüldüğü ve yine analog devreler yardımı ile kontrol işaretinin hesaplandığı yapıya bırakmıştır. 1980'li yıllarda gelişen işlemci ve sensör teknolojileri sayesinde ise ilk dijital hız sabitleme sistemleri uygulamalarda kendini göstermiştir.

İnsanoğlunun merakı ve hep daha iyisini geliştirme dürtüsü sayesinde teknoloji burada kalmamış, hız sabitleme sistemlerinin kabiliyetleri de günden güne artmıştır. Araç hızının sürücü tarafından belirlenen seviyede sabit tutulmasını sağlayan temel hız sabitleme sistemi (Cruise Control, CC), 1990'lı yıllara gelindiğinde, yerini araç hızının öndeki araçla olan takip mesafesine göre değiştirildiği uyarlamalı hız sabitleme sistemlerine (Adaptive CC) bırakmıştır. Tasarlanan bu uyarlamalı hız kontrol sistemlerinde, öndeki aracın bağıl konumu ve hızı bir sensör yardımı ile ölçülmekte ve ölçülen takip mesafesi planlanan takip mesafesine göre değişiklik gösterir ise araç hızı bunu engelleyecek şekilde arttırılmakta ya da azaltılmakta idi.

1990'lı yılların başlarında, bu sistemlerin geliştirilmesinde kullanılan sensör ve işlemci teknolojileri hala seri üretim bir araca uygulamak için pahalı durumdaydı. Özellikle öndeki aracı algılamak için kullanılan, radyo dalgaları ile çalışan RADAR ve lazer dalgaları ile çalışan LIDAR sensörleri ortalama bir seri üretim araca entegre edilebilmek için oldukça pahalı kalmaktaydı. Bu sebeple ACC sistemleri 1990'lı yılların başında sadece lüks sınıf araçlarda kendini göstermektedir.

1990'lı yılların ortalarında internetin yaygınlaşması ile hızla gelişen teknoloji, işlem gücü ve sensör teknolojisi alanlarında da hızlı bir ilerlemeye sebep olmuş ve birkaç yıl önce yalnızca lüks sınıf araçlarda bulunan uyarlamalı hız kontrol sistemleri, orta sınıf araçlarda da yaygınlaşmaya başlamış ve fonksiyonun daha gelişmiş versiyonlarının da ilk fikirleri ortaya atılmaya başlanmıştır.

Günümüzde geliştirilen ve literatürde üzerinde çalışılan bazı gelişmiş hız sabitleme sistemi örnekleri standart ACC sisteminin dur-kalk trafikte de çalışmasına olanak sağlayan ACC Stop&Go, araçların birbiri ile haberleşerek bilgilerini paylaştığı kooperatif ACC(CACC), trafik işaretlerini algılayıp karar alabilen akıllı ACC (iACC),

trafik ve topoloji bilgisine göre önlem alabilen öngörülü ACC (PACC) olarak sayılabilir.

Hız sabitleme sistemlerinde yaşanan bu gelişmelere paralel olarak, fonksiyonları yerine getirecek kontrol algoritmaları da değişmiş ve gelişmiştir. İlk hız sabitleme sistemi en temel kontrolör olan guvernör yardımı ile yapılabilirken, günümüzde model öngörülü kontrol, yapay sinir ağları, bulanık mantık, doğrusal olmayan kontrol ve olasılıksal kontrol kuramı gibi birçok gelişmiş kontrol tekniğinin önerildiği çeşitli çalışmalar mevcuttur.

Uyarlamalı hız kontrol problemi için önerilen birçok kontrol metodu olmakla birlikte, literatürde bulunan çalışmalar incelendiğinde model öngörülü kontrol metodu kullanılan çalışmaların sayısının oldukça fazla olduğu görülmektedir. Temelde araç hızını değişen koşullar ve kısıtlar altında en iyi şekilde kontrol etmeye çalışan uyarlamalı hız sabitleme sistemi, tasarım aşamasında beraberinde bazı zorluklar getirmektedir.

Tasarlanacak sistem öndeki araç ile arasındaki mesafeyi her zaman güvenlik koşullarını göz önünde bulundurarak ayarlayabilmeli ve hızını buna göre değiştirebilmelidir. Sürücülerden kontrolü devraldığı için sürücüyü rahatsız edecek, sürücünün alışık olmadığı biçimde müdahaleler yapmamalı, sürüş konforunu azaltmamalıdır, yakıt tüketimini olumsuz etkileyerek ekonomik kayba neden olmamalıdır. Hesaplamalarını, aracın kendisine, çevresine ve o andaki durumuna bağlı kısıtları (aracın maksimum hızı, o hızdaki maksimum ivmesi, vites bilgisi vb.) göz önünde bulundurarak yapabilmelidir.

Tüm bu zorluklar göz önüne alındığında tasarlanacak sistemin, tıpkı bir sürücü gibi geleceği öngörerek önlemler alması, tıpkı bir sürücü gibi kendisine güvenlik, konfor ve yakıt tüketimi yönünden kısıtlar koyabilmesi ve bu kriterlere farklı önem dereceleri atfedebilmesi ve kendi kabiliyetlerini bilmesi/sınırlandırması beklenmektedir. İşte bu sebeple tüm bu durumların ele alınabildiği model öngörülü kontrol yapısı, uyarlamalı hız kontrolü için ideal bir metod olmaktadır.

Bu tez kapsamında öncelikle, literatürdeki hız sabitleme ve uyarlamalı hız sabitleme sistemleri araştırılmış ve çeşitli yönlerden kıyaslanmıştır. Uyarlamalı hız sabitleme sistemlerinde literatürde sıklıkla önerilen ve günümüzde işlem gücündeki artışla beraber, endüstriyel otomotiv uygulamalarında da sıklıkla karşılaşılan model öngörülü kontrol (MPC) metodunun üzerinde durulmuştur.

Öncelikle model öngörülü kontrolün tarihsel gelişimi, kullanım alanları ve çeşitleri anlatılmış ve tez kapsamında kullanılacak klasik model öngörülü kontrol (MPC) ve Laguerre temel fonksiyonları tabanlı model öngörülü kontrol metodları anlatılmıştır. Kullanılacak model öngörülü kontrol metodları açıklandıktan sonra uyarlamalı hız sabitleme sisteminin matematiksel modeli oluşturulmuştur. Oluşturulan model ACC aracı ve takip edilen araç arasındaki dinamikleri, iki araç arasında bırakılması gereken mesafeyi belirleyen araç takip modelini ve ACC aracının alt seviye ve üst seviye dinamiklerini içermektedir. Daha sonra türetilen bu matematiksel model, sürekli ve ayrık zamanda durum uzay denklemlerine çevrilmiş ve model öngörülü kontrol'de kullanılmasına olanak sağlayacak bir yapıya getirilmiştir.

Problem formulasyonu kısmında, klasik MPC ve Laguerre MPC için, çıkış sinyaline, giriş sinyali ve giriş sinyalinin değişimine, tüm durumlara ve tüm durumların değişimlerine ayrı ayrı ağırlık verilebilen genel bir amaç ölçütü tanımlanmış ve kontrol edilecek duruma integral etkisi eklenmiştir. Bunlara ek olarak Laguerre fonksiyonları

ile bir sistemi modellerken kritik rol oynayan Laguerre zaman sabitinin optimal olarak seçilmesine yönelik bir metoda değinilmiştir.

Model öngörülü kontrol problem formulasyonu türetildikten sonra, uyarlamalı hız sabitleme sistemleri ve araç takibi uygulamalarında önemli bir konu olan konvoy kararlılığı üzerinde durulmuştur. Model öngörülü kontrol formulasyonu ve türetilen sistem denklemleri kullanılarak MATLAB/Simulink ortamında kapalı döngü benzetim modeli oluşturulmuştur. Benzetim modelinde kullanılacak senaryoyu belirleyecek olan takip edilen aracın hız profili ve yol eğimi verilerinin elde edilmesine yönelik metotlar önerilmiştir. Hız profili olarak standart sürüş profilleri, yol eğimi için ise herhangi bir rotadan alınmış gerçek yol eğim verisi kullanılmıştır.

Oluşturulan benzetim modeli kullanılarak, model öngörülü kontroldeki ayar parametreleri olan ağırlık katsayılarının, sistem dinamikleri ve bozucu etki bastırma yönünden etkileri incelenmiştir.

Yapılan çalışmalar sonucunda sisteme sonradan eklenen integral durumunun, uyarlamalı hız takip sistemindeki son hal hatasını başarılı bir şekilde sıfırladığı (ya da azalttığı) ve sistem performansını arttırdığı görülmüştür. Bununla beraber, ölçülebilen bozucu etkilerin model öngörülü kontrol formulasyonuna dahil edilmesi, sistemin bozucu etkilere karşı dayanımını arttırmış ve takip hatasını %10-15 oranında azaltarak, sistem performansını olumlu etkilediği tespit edilmiştir.

Sisteme etkiyecek bozucu etkilerin önceden öngörülmesi için önerilen yöntem basit geometrilerdeki (rampa ve basamak gibi) bozucu etkilerde %30-40 oranında bir iyileşme sağlasa da, bozucu etkilerin çok hızlı ve düzensiz değiştiği durumlarda öngörü doğruluğu azalmakta ve önerilen metodun etkinliği düşmektedir.

Tezin temel amaçlarından birisi olan klasik MPC ve Laguerre MPC kontrol yapılarının uyarlamalı hız kontrol sistemi performansı yönünden karşılaştırılması sonucunda oldukça umut verici sonuçlar elde edilmiştir. Yapılan karşılaştırmalarda, problem karmaşıklığı dörtte birine düşürülürken, klasik MPC yaklaşımındaki ile neredeyse aynı performansı sağlayan bir Laguerre MPC yapısı elde edilebileceği tespit edilmiştir.



## **MODEL PREDICTIVE CONTROL APPROACHES FOR ADAPTIVE CRUISE CONTROL SYSTEMS: A COMPARATIVE STUDY**

### **SUMMARY**

Vehicle cruise control (CC) systems has been one of the most popular research topic since the first motor vehicles showed up in the public roads. Contrary to popular belief cruise control system, which is nothing but the controlling the speed of internal combustion engine to move the vehicle at desired speed, is one of the very old systems in automotive industry. Even in the early 1900's, when the first motor vehicles are on the market, there were brands that advertise and sell their vehicle as equipped with automatic cruise control functionality.

As developed almost the same time with first motor vehicles take the road, development of cruise control technology is always gone with same pace of the developments in automotive industry. The first cruise control applications were very similar to those days internal combustion engine control strategies. A governor device is utilized to control the speed of the engine with a lever that can be adjusted by the driver. By adjusting the lever position vehicle velocity is indirectly controlled. After about 60 years of this mechanical control approach, first electric control application is developed and implemented in real vehicle. In that specific application, vehicle speed is measured via analog sensor integrated in to engine crankshaft and an analog controller circuit is used to calculate the necessary throttle input to keep the speed at desired level. In early 80's thanks to the developments both in processor and sensing technologies, first digital cruise control systems are showed up in the market.

After the first digital cruise control implementations, with the help of curiosity and desire of the people for having more automated "servants", capabilities of the cruise control systems constantly increased. In early 90's, simple cruise control which can only hold driver designated constant speed has evolved to "adaptive" cruise control technology. In adaptive cruise control, a target speed is again set by the driver, and relative distance and velocity to any vehicle directly in front of the ACC vehicle is constantly measured by means of a sensor. If the measured distance deviates from the planned distance, ACC system manipulates the vehicle speed (in planned extent) and compensates the tracking error.

In early 90's adaptive cruise control applications were very rare because of the cost of the processors and the sensors that is used were still very expensive for a mass produced vehicle. Especially the distance measuring devices, RADAR and LIDAR, were too expensive, for that reason first examples of ACC system can only be implemented in luxury class vehicles.

With the increase in the pace of the technological developments in mid 90's, processor and the sensor technologies are also developed quite further, and the costs are decreased. That brought the first ACC applications in mid class vehicles, that were only available for luxury class once. Besides of becoming ACC functions' widespread,

these developments also lead to a new ideas for more sophisticated adaptive cruise control technologies.

Today there are several type of adaptive cruise control applications that is either on the road or under development. New generation of adaptive cruise control technologies includes but not limited to functions: that can work on traffic congestion and stop&go environment that is called ACC Stop&Go, use the shared data among the vehicles or infrastructure in roadway which is called cooperative ACC (CACC), recognize the traffic signs and can adapt to changing speed limits and traffic conditions which is called intelligent ACC (iACC) and can adapt itself according to upcoming traffic and topology information which is called predictive ACC (PACC).

In parallel with the developments in these cruise control applications, control algorithms that are used in cruise control functionality is evolved and changed as well. While at the very early applications a simple governor device is utilized for vehicle speed control, today there are plenty of control methods including model predictive control (MPC), neural network (NN), fuzzy logic, nonlinear control, stochastic control are proposed and implemented for a cruise control problem.

Although there are plenty of control methods proposed for adaptive cruise control in the literature, most commonly encountered one is obviously model predictive controller. As very basic definition, adaptive cruise control adjusts driver desired vehicle speed with the changing conditions and the constraints that are generated by environment and the vehicle itself. This need of coping with changing conditions brings some requirements and difficulties that controller must deal with.

Firstly, controller must adjust the following distance according to some safety criteria and constraints. Secondly because the controller takes the duty of the driver, it must match with the drivers driving habits and must not affect the drive comfort in negative way, and must take the fuel efficiency in to consideration as well. Besides of that, controller must carry out the calculations by considering the limitations that is imposed by the environment and the vehicle itself.

Considering these difficulties, it can be seen that the designed controller must predict the future to take precaution for upcoming safety critical events just like a real driver does. And also it must be capable of prioritize the criterias such as safety, comfort and fuel efficiency depending on the case. And also the designed controller must know the limitations and the capabilities of the controlled system. For that reason ACC problem is well suited for a MPC controller that can “predict the future”, optimize a criteria considering weights given, and can employ constraints on input and output variables.

In this work, firstly a literature survey is carried out about adaptive cruise control technologies, different approaches are mentioned and compared. In this survey, model predictive control approaches are studied in more detail because of the advantages that mentioned above.

After having a literature survey about adaptive cruise control, a literature survey is compiled about historical development, use cases and types of model predictive control architectures. Then a detailed explanation of classical model predictive control and Laguerre model predictive control is given. After explanation of model prediction control methods that is to be implemented and compared for ACC problem, mathematical model of car following problem is derived. That derived model includes the intervehicular dynamics of the vehicles, car following model, higher level vehicle dynamics and lower level vehicle dynamics. And a driver model that is to be imitated

by the designed cruise controller is also included in the mathematical model. Then, these equations are used to derive the continuous and discrete time state space representation of the model, which is to be used in the classical and Laguerre MPC structures.

In following section, problem formulation for standard and Laguerre MPC structure is derived. In derivation, a general cost function is defined which enables one to specify weight for output, system states, rate of the system states, control signal and the rate of the control signal separately. Besides of that, an integral action is added to controlled variable. After the formulation of Laguerre MPC structure, an optimal way of selecting Laguerre time scale factor, which is very critical for modelling any system with Laguerre basis functions, is explained.

Following the derivation of model predictive control problem for adaptive cruise control, string stability concept is explained. Using formulations that are derived and the system model that developed, a closed loop simulation model is prepared in MATLAB/Simulink environment. To generate test scenarios for this simulation model, methods for implementing standard drive cycles and real world road topography data is explained.

Using the developed simulation environment and the generated test cases, influence of the MPC weights on system dynamics and disturbance rejection are examined.

Results show that the integral action that is added to system plays very important role on rejecting the disturbances and eliminating the steady state error. Besides of that, including measured disturbances in the problem formulation had positive effect on disturbance rejection and reduced the distance following errors about 10-15%.

A method that is proposed for previewing upcoming topological disturbances had increased the system performance for simple (like ramp and step) geometry disturbances and reduced the distance following errors about 30-40%. However for the situations when the disturbances are very dynamic and irregular, prediction error of the upcoming disturbance increases and the efficiency of the proposed method decreases.

Finally, comparing classical MPC and Laguerre MPC applied on adaptive cruise control problem has shown very promising results. With the simulations under different test conditions and disturbance characteristics, it is shown that almost same performance is acquired by classical MPC and the Laguerre MPC eventough the problem complexity of latter method is quarter of the former one.



## 1. GİRİŞ

Günümüzde hemen hemen her araçta kullanılanlar gibi ister içten yanmalı olsun isterse de geçmişte imalathanelerde kullanılan buhar makinaları gibi dıştan yanmalı olsun, tüm motorlarda motoru düzgün bir şekilde çalıştırabildikten sonra ortaya çıkan ilk problem motorun hızının istenilen seviyede kontrolü olmuştur. İşte bu sebeple, temelde içten yanmalı motorun hızını kontrol etmek olan araç hız sabitleme sistemi, düşünülenin aksine oldukça eski bir sistemdir. Daha ilk seri üretim araç olan Ford Model T, piyasaya çıkmadan önce, İngiliz otomobil üreticisi Wilson-Pilcher 1904 yılında ürettiği otomobilin hız sabitleme sisteminin bulunduğunu belirtmekteydi, [1]. Bahsedilen hız sabitleme sistemi aracın kam miline entegre bir guvernörün, motorun hızına göre ateşleme zamanını değiştirmesi sayesinde motorun hızını sabit tutabiliyordu. Guvernör açıklığı sürücünün ulaşabileceği bir kol yardımı ile ayarlanabiliyor ve guvernör gaz pedalı ile devre dışı bırakılabiliyordu. Benzer şekilde guvernör tabanlı bir başka araç, Amerikan Peerless Motor Company tarafından 1910 yılında piyasaya sürülmüş ve yokuş aşağı veya yukarı durumda bile hızını sabit tutabildiği iddia edilmiştir. Günümüzdeki hız sabitleme sistemlerine en çok benzerlik gösteren sistem ise, kör bir mucit olan Ralph Teetor tarafından, 1950'li yıllarda geliştirilmiştir. Şoförünün konforsuz sürüşünden rahatsız olan mucidin bu rahatsızlığı, araçlara sonradan takılabilen bir hız sabitleme sistemi geliştirmesine sebep olmuştur. Cihaz 1958 yılında piyasaya sürülen Amerikan Chrysler marka araçlarda sadece 86 dolar ek maliyet ile sunulabilmekte idi. Sistem krank milinin dönüş sayısını ölçerek araç hızını tahmin etmekte ve bir solenoid yardımı ile gaz pedalı kablosuna müdahale ederek araç hızını kontrol etmekteydi, [2]. 1960'lı yıllardan itibaren hız sabitleme sistemlerinin seri üretim araçlarda sıkça görülmesine karşın, araç hızını çeşitli koşullara(öndeki araca olan mesafe, yaklaşan bir eğim, hız limiti vb) göre uyarlamalı olarak kontrol edebilen, uyarlamalı hız kontrol sistemlerinin yaygınlaşması 90'lı yılları bulmuştur. Bu gecikmedeki ana etken, sensor ve işlemci teknolojilerinin yeterince gelişmemesi ve seri üretime oldukça ciddi bir ek maliyet getirmesidir. Buna rağmen uyarlamalı hız kontrol sistemlerinin ilk örnekleri, 90 lı yılların başlarında bazı

seri üretim lüks sınıf araçlarda görülmektedir. İlk örnekler, temelde yalnızca öndeki araç ile arada olan takip mesafesini ölçerek, ACC aracının hızını bu mesafeye göre ayarlamayı amaçlıyordu. Japon Mitsubishi mesafeyi ölçmek için LİDAR kullanan bir ACC sistemini 1995 yılında piyasaya sürerken, Alman Mercedes mesafe ölçümünde RADAR kullanan ve frenleme yapabilen ilk ACC sistemini 1999 yılında piyasaya sürmüştür. Standart ACC sisteminin dur-kalk trafikte de çalışmasına olanak sağlayan ACC Stop&Go sistemi ise ilk defa Toyota, Lexus tarafından 2006 yılında piyasaya sürülmüştür. Günümüzde ise araçların birbiri ile haberleştiği kooperatif ACC (CACC), trafik işaretlerini algılayıp karar alabilen akıllı ACC (iACC), trafik ve topoloji bilgisine göre önlem alabilen öngörülü ACC(PACC) gibi birçok uyarlamalı hız sabitleme sistemi geliştirme aşamasındadır, [3]. Gerek en basit haliyle ACC olsun, gerekse de günümüzde geliştirilen kooperatif, akıllı ve öngörülü ACC sistemleri gibi daha karmaşık sistemler olsun uyarlamalı hız kontrol sistemleri model öngörülü kontrol yapısı için oldukça uygun problemlerdir. Örneğin model öngörülü kontrolün kolaylıkla mümkün kıldığı sistem durumlarına ve kontrol işaretlerine kısıt koyabilme imkanı, sürüş güvenliği açısından avantaj sağlamaktadır. Bunun yanında öngörülen durumların MPC yapısı içerisinde kullanılabilmesi, navigasyon ve bulut sistemlerinden alınan trafik ve topoloji bilgisinin kullanılabilmesi sayesinde güvenlik, konfor ve yakıt ekonomisinin artırılmasını sağlamaktadır.

Bütün bu avantajların yanı sıra, gelişen işlem gücü sayesinde model öngörülü kontrol yapısının en büyük dezavantajı olan hesaplama karmaşıklığı ve uzun işlem süreleri de artık daha az problem olmakta, MPC yapısının ACC sistemlerinde uygulamaları her geçen gün artmaktadır.

## **1.1 Motivasyon**

Uyarlamalı hız kontrol sistemi (ACC), günümüzde hem literatürde hem de otomotiv endüstrisinde üzerinde en çok çalışılan gelişmiş sürüş destek sistemlerinden (ADAS) birisidir. Hali hazırda kullanılan birçok araçta, oldukça etkili bir şekilde çalışan uyarlamalı hız kontrol sistemleri mevcuttur. Bununla beraber, her geçen gün işlemcilerin işlem gücü artmakta ve sensör teknolojileri hızlı bir şekilde gelişmektedir. Bu gelişmeler sayesinde, bu sürüş destek sistemi ile amaçlanan kazanım sadece aracın hızını öndeki araç ile olan mesafeye göre ayarlamak olmayı aşmış; bunu güvenlik, konfor ve yakıt ekonomisi gibi kriterler yönünden optimale yakın olacak şekilde

yapmak olmuştur. Bu yapısı ile, uyarlamalı hız kontrol sistemi, günümüzün en popüler araştırma konularından olan Model Öngörülü Kontrol (MPC) ile oldukça uyumludur. Bu çalışmada temel motivasyon, Laguerre ortogonal temel fonksiyonu tabanlı MPC metodunun, uyarlamalı hız kontrol sistemi probleminde klasik MPC yapısına göre performans ve işlem kompleksitesi yönünden üstünlüğünü göstermektir. Ayrıca, tasarlanan MPC kontrolör yapılarının, sistemin bütün değişkenlerine ayrı ayrı ağırlık verilebilen ve sistem çıkışına yine bir ağırlık parametresi ile integral etki eklenebilecek şekilde formülize edilmesi de bu çalışmanın temel motivasyonlarından birisidir.

## 1.2 Tezin Amacı ve Özgün Değer

Tez çalışmasının birincil amacı uyarlamalı hız kontrol sistemini matematiksel modelinin oluşturulması ve iki farklı MPC kontrolör yapısı ile kapalı döngü benzetimlerinin yapılmasıdır. Tezde, bu iki farklı MPC yapısı hem performans hem de problem karmaşıklığı yönünden karşılaştırılacaktır. Tez, ACC sisteminin matematiksel modelini, klasik MPC ve Laguerre MPC metodlarının oldukça genel bir amaç ölçütü kullanılarak formülize edilmesini, Laguerre zaman sabitinin seçimine yönelik optimal bir metodu ve sisteme bir ağırlık katsayısı ile etkinliği değiştirilebilen integral etkisi eklenmesini bir arada ve açık bir şekilde anlatması yönünden özgün bir değer taşımaktadır. Ayrıca yol eğiminden kaynaklanan bozucu etkinin öngörülmesine yönelik önerilen metod ve metodun etkinliğinin test edilmesi, tasarlanan MPC kontrol yapısının rahatlıkla gömülü koda çevrilebilecek şekilde geliştirilmesi de tezin özgün değerleri arasında sayılabilir.

## 1.3 Literatür Özeti

Giriş bölümünde tarihsel gelişimi anlatılan uyarlamalı hız kontrol sisteminde sürücü, gitmek istediği sabit hızı ayarlar, araç üzerindeki mesafe algılama sensörleri (LİDAR, RADAR gibi) tarafından aracın önünde seyreden herhangi bir araç tespit edilir ise, belirlenen araç takip modeline göre ACC aracının hızı uyarlanır. Bu sayede, sıkışık trafikte sürücü üzerindeki frenleme ve hızlanmadan kaynaklı yük büyük ölçüde azaltılmaktadır, [4]. ACC sistemi sürücünün yerine getirmesi gereken sorumlulukları üzerine aldığı için, tasarlanan kontrol sisteminin de tıpkı sürücü gibi değişen şartlara uyum sağlayabilmesi (ya da değişen şartlara karşı dayanıklı olması), belirli durumlarda kısıtlar uygulayabilmesi kısacası olabildiğince gerçek bir sürücünün yapısını

yansıtabilmesi gerekmektedir. Bu sebeple, klasik doğrusal PID kontrolörler bu açıdan yetersiz kalmaktadır. Literatürde önerilen ACC sistemlerinin büyük bir kısmında, araçlar arasındaki mesafeye göre ACC aracının referans ivme (ya da hız) değerini hesaplayan bir üst seviye kontrolör ve üst seviye kontrolörün belirlediği referans ivme değerinin ACC aracı tarafından takip edilmesini sağlayan bir alt seviye kontrolör yapısı önerilmektedir, [5]. ACC sistemi üzerine yapılan çalışmalarda çoğunlukla üst seviye kontrolör üzerine odaklanılmakta, alt seviye kontrolörün belirlenen ivme ya da hız referansını belirli bir dinamik ile yerine getirdiği varsayılmaktadır. Literatürde klasik kontrol yaklaşımları kullanılarak tasarlanan ACC mimarilerinden en iyi sonuç verenlerinden biri [6]'da sunulan mimaridir. Bu çalışmada üst seviye kontrolör klasik CC ve ACC arasında anahtarlama yapacak şekilde tasarlanmıştır. Eğer ACC aracının önünde başka bir araç yoksa üst seviye kontrolör hız referansı olarak sürücü tarafından belirlenen hızı alt seviye kontrolöre göndermektedir. Fakat ACC aracının önünde bir araç olduğu durumda üst seviye kontrolör zaman aralığı kontrolü moduna geçmekte ve takip mesafesi hatasını bir PI kontrolör ile kontrol ederek alt seviye kontrolör için hız referansını oluşturmaktadır. Alt seviye kontrolörde ise üst seviye kontrolörün belirlediği hız referansını gerçekleştirmek için gerekli olan gaz ve fren miktarları hesaplanmaktadır. Bu çalışmada alt seviye kontrolörde gaz ve fren kontrolü için farklı kontrolörler tasarlanmıştır. Fren kontrolü için basit bir PI yapısı önerilince, gaz pedalı kontrolü için, farklı motor durumlarında gaz pedalı ve motor torku arasındaki ilişkiyi tanımlayan 10 transfer fonksiyonu bulunmuş, bu transfer fonksiyonları kullanılarak kazanç planlamalı bir PI kontrolör tasarlanmıştır. Bu görece karmaşık PI veya PID kontrolör yapısının yanında, yol eğimi ve rüzgar kuvveti gibi doğrusal olmayan etkilerin ileri besleme terimleri ile bastırıldığı basit PI yapıları da literatürde önerilmektedir, [7].

Literatürde karşılaşılan metodlardan bazıları ise bulanık mantık ve yapay sinir ağlarıdır. Daha önce açıklanan yaklaşımlara benzer olarak, üst seviye kontrolör bulanık mantık ile tasarlanmakta ve üst seviye kontrolör alt seviye kontrolör için referans ivme değerini üretmektedir. Bulanık mantık kullanılan bir çalışmada, kontrolör girişi olarak takip mesafesi hatası, takip mesafesi hatasının türevi, iki araç arasındaki hız farkı ve ACC aracının ivmesi kullanılmaktadır, [8]. Çalışmada, kontrolör girişlerine bağlı olarak 14 üyelik fonksiyonu tanımlanmış ve tasarlanan sistemin konvoy kararlılığını garanti altına aldığı gösterilmiştir. Bunun yanında

literatürde yapay sinir ağları yaklaşımı ile ACC problemine yönelik çeşitli yaklaşımlar olmakla birlikte [9], performansı ve üstünlüğü kanıtlanmış bir çalışmaya rastlanmamıştır. Yapay sinir ağlarının eğitimi için büyük miktarda veri gerekmesi ve belki de gerçek bir sürücünün hayatında bir kaç defa karşılaşılabileceği hayati durumlara karşı eğitilmesinin zor olması yapay sinir ağları yaklaşımında karşılaşılan zorlukların başında gelir.

Literatürde ACC problemi için en sık önerilen yöntemlerin başında model öngörülü kontrol (MPC) gelir. Model öngörülü kontrolün, tarihi gelişimi ve literatürdeki örnekleri geniş bir şekilde Bölüm 2’de anlatılmıştır.

Model öngörülü kontrol; genelde ayrık zamanda çalışılan bir kontrolör çeşididir. Temel prensibi kısaca şu şekilde tanımlanabilmektedir: her örnekleme adımında sistem değişkenlerini ölçerek (ya da kestirerek), öngörü ufku boyunca sistem modeli kullanılması ile belirlenen amaç ölçütünü minimize edecek kontrol sinyali dizisini bulmak. Daha sonra hesaplanan dizinin ilk elemanını kontrol sinyali olarak sisteme uygulayıp bir sonraki adımda optimizasyon prosedürünü tekrarlamak.

ACC sisteminin güvenlik, konfor ve yakıt ekonomisi gibi birbirleri ile çelişen farklı kriterler içermesi, MPC yapısında her kriterle farklı ağırlıklar verilebildiği düşünüldüğünde ACC yi MPC için oldukça uygun bir uygulama alanı yapmaktadır, [10]. Ayrıca sistem giriş, çıkış ve durum değişkenlerine kısıtlar uygulanabilmesi de güvenlik ve konfor kriterleri açısından büyük avantaj sağlamaktadır. Literatürde birçok örnek olmakla birlikte, çoklu kriterlerin daha az parametre ile ayarlanabildiği kısıtlı doğrusal MPC uygulamasında [10], alt seviye kontrolör ve araç dinamikleri genelleştirilmiş doğrusal araç dinamikleri (GVLD) ile modellenmiştir. Takip mesafesi olarak sabit zaman aralığı kuralı uygulanmış ve güvenlik, konfor yakıt ekonomisi kriterlerinin ağırlıklarının parametrik olarak ayarlanabildiği bir problem formülasyonu elde edilmiştir. Bir başka çalışmada ise sistem modeli olarak enerji denklemleri kullanılmış ve bağımsız parametre olarak zaman değil, mesafe seçilerek problem formülasyonu gerçekleştirilmiştir. Bu sayede topoloji ve trafik bilgisinin, ACC aracının hızı ile olan bağıntısı koparılmış ve yakıt ekonomisi odaklı bir MPC yapısı geliştirmeye daha uygun bir yapı elde edilmiştir, [11]. Bir diğer çalışmada ise ACC sistemi doğrusal transfer fonksiyonları grubu şeklinde tanımlanmış ve bu hibrit sistem için açık (explicit) bir MPC kontrolör tasarlanmıştır, [12]. Bir başka çalışmada [11]’dekine benzer bir yaklaşım kullanılarak, enerji denkleminde bağımsız bir

parametre olarak mesafenin seçildiği bir model oluşturulmuştur, [13]. Bu modelde topografi bilgisinden farklı olarak hava direnci ve motora bağlı yardımcı elemanlar (pompa, fan vb)' dan kaynaklı kayıplar da modellenmiştir. Aynı zamanda bu çalışmada detaylı bir motor modeli kullanılmış ve daha çok araç konvoylarının kontrolü üzerinde durulmuştur. Doğrusal olmayan sistem modeli sistemin o anda bulunduğu enerji durumunda doğrusallaştırılarak optimal kontrol sinyali dizisi hesaplanmıştır. Araç konvoyu probleminde yakıt tüketimi optimizasyonu için, her aracın kendi optimizasyonunu yaptığı “açgözlü” metot ve tüm araçların birbirleri ile haberleşip konvoyun tamamının yakıt ekonomisinin düşünüldüğü “merkezi” metodlar önerilmiş ve karşılaştırılmıştır.

#### **1.4 Tezin Yapısı**

Tez, Giriş Bölümünü takip eden 6 bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde uyarlamalı hız kontrol sisteminde kullanılacak olan model öngörülü kontrol metodu anlatılmaktadır. Bu bölüm, model öngörülü kontrol metodunun temel mantığına, tarihsel gelişimine, çeşitlerine ve bu alanda geçmişten günümüze yapılan önemli çalışmalara değinen literatür taraması kısmı ile başlamaktadır. Daha sonra en temel MPC yapısı olan kontrol ve öngörü ufuklarını kullanan ve kontrol işaretinin kontrol ufku bittikten sonra sabit kabul edildiği klasik MPC yapısı anlatılmaktadır. Klasik MPC yapısından sonra kontrol sinyalinin Laguerre temel fonksiyonları ile ifade edilmesi ile elde edilen Laguerre MPC yapısına değinilmiştir.

Üçüncü bölümde, ACC aracını ve takip edilen aracı içeren fiziksel sistemin matematiksel modeli oluşturulmaktadır. Matematiksel model, iki araç arasındaki dinamikleri, öndeki araç ile arada bırakılacak takip mesafesini belirleyen takip mesafesi modelini, ACC aracı gövdesinin doğrusal dinamiklerini içeren üst seviye araç dinamiklerini, ACC aracının motor, şanzıman, teker-yol teması dinamiklerini temsil eden alt seviye araç dinamiklerini ve tasarlanacak ACC kontrol sisteminin ortalama bir sürücüden farklı davranmaması için kullanılacak olan sürücü modelini içermektedir. Son olarak, sürekli zamanda oluşturulan bu modellerin, sürekli ve ayrık zamandaki durum uzay denklemlerine de bu bölümde yer verilmiştir.

Dördüncü bölümde, ikinci bölümde anlatılan MPC yapıları ve üçüncü bölümde oluşturulan sistem modeli kullanılarak türetilen MPC formülasyonu anlatılmaktadır. Bu bölümde, ilk önce üçüncü bölümde elde edilen ayrık zaman durum uzay

denklemleri, sistem durumlarının farkları şeklinde yazılmış ve sisteme integral etki eklenmiştir. Durum uzay denklemlerinin farksal olarak yazılması, üçüncü bölümde oluşturulan araç takip modelinin çıkışına, bütün durumlarına, durumlarının değişimine, kontrol sinyaline ve kontrol sinyali değişimine ayrı ayrı ağırlık verilebilmesine olanak sağlamaktadır. Bu bölümde, klasik MPC ve Laguerre MPC formulasyonlarının oluşturulmasının yanında, çevrim dışı olarak hesaplanabilen sabit terimler bulunmuş ve problem karmaşıklığı düşürülmüştür.

Beşinci bölümde, ACC sistemlerinde önemli bir kavram olan konvoy kararlılığına değinilmiştir. Konvoy kararlılığının sağlanması için gerekli olan şartların üzerinde durulmuştur.

Altıncı bölümde üçüncü bölümde oluşturulan sistem modeli ve dördüncü bölümde bulunan MPC formülleri kullanılarak MATLAB/Simulink ortamında kapalı döngü bir benzetim modeli oluşturulmuştur. Bu benzetim modellerinde kullanılacak standart sürüş profilleri ve gerçekçi yol eğimlerini elde etmek için metotlar önerilmiştir. Bu bölümde, MPC kontrolörün ayar parametreleri olan ağırlık terimlerinin, sistem dinamiğine ve bozucu etkilerin bastırılmasına olan etkileri incelenmiştir. Ayrıca klasik MPC yapısı, öngörü ufku ve kontrol ufkunun seçimine göre performans/kararlılık yönünden incelenmiş, Laguerre MPC yapısı için de benzer çalışmalar yapılmıştır.

Yedinci bölümde benzetim çalışmaları sonuçları, amaç ölçütleri ve çeşitli normlarda takip hatası ölçümlerini içeren tablolar aracılığı ile kıyaslanmış, tasarlanan MPC metotları değişken test koşullarında performans ve karmaşıklığı yönünden karşılaştırılmıştır. Ayrıca tez kapsamında tamamlanamamış fakat gelecekte çalışılması faydalı olacak konulara da bu kısımda değinilmiştir.



## 2. MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROL YÖNTEMİ

### 2.1 Literatür Özeti

Hareketli ufuk (moving horizon) veya uzaklaşan ufuk (receding horizon) olarak da bilinen model öngörülü kontrol (Model Predictive Control), temelde kontrol edilmeye çalışılan sistemin açık (explicit) bir modelini kullanarak sistemin gelecekteki durumlarını, belirlenen amaç ölçütü (Cost Function) çerçevesinde değiştirecek optimal kontrol sinyali dizisini bulmayı amaçlar. Ana prensibi sistemin modelini kullanarak gelecekteki belirli bir ufku öngörmek olan bu yaklaşımda, çeşitli kontrol metodolojileri (doğrusal, doğrusal olmayan, hibrit, olasılıksal v.b) uygulanabilmektedir, [14].

Bemporad ise model öngörülü kontrolü kısaca, kontrol edilecek sürecin (process) “basitleştirilmiş” bir modelini kullanarak, sürecin gelecekteki durumunu ve değişimini “yaklaşık olarak” öngörmek ve bu öngörü yardımı ile “iyi” bir kontrol eylemi seçmek olarak tanımlamaktadır, [15].

İlk olarak enerji santrallerine ve rafinerilere özel bazı süreçlerin kontrol uygulamalarındaki ihtiyaçlarını karşılamak ve problemlerini çözmek amacı ile geliştirilen model öngörülü kontrol yaklaşımı, günümüzde süreç kontrolü uygulamaları dışında kimya ve yiyecek endüstrisi, otomotiv, havacılık ve uzay sistemleri gibi geniş bir yelpazede kullanım alanı bulmaktadır, [16].

Model öngörülü kontrolün günümüzde kullanılabildiği benzer ilk örneklerinin 70’li yıllarda literature ve endüstriye girmesine karşın, bu tarihten önce de benzer çabalar ve kontrol yaklaşımları mevcut idi. Özellikle kontrol ve eyleyici kısıtları ile başatmak için sistematik bir metodun eksikliği hissediliyordu ve mühendisler bu kısıtlarla başatmak için amaca özel geçici çözümler ve yaklaşımlar (ad hoc methods) kullanmaktaydı. Süreç kısıtları ile sistematik bir şekilde başatmaya olanak sağlaması sebebi ile model öngörülü kontrol, endüstri tarafından hızla kabul edilmiştir, [17]. Model öngörülü kontrol benzeri bir yöntemin ilk başarılı uygulamalardan birisi, California’da bulunan Standard Oil Co. adlı rafineri şirketi ve şu anda dünyanın en

büyük bilişim şirketi olan, [18] IBM'in ortak çalışması sonucu çıkan uygulama olmuştur. Bu uygulamada yerleşim olarak IBM den oldukça uzak olan rafineriden toplanan veriler, o günlerde hızlı bir şekilde veri göndermeye olanak sağlayan telli daktilo makinesi (teletype) ile San Francisco'da bulunan IBM merkezindeki merkezi bilgisayara gönderiliyor, bu bilgisayar tarafından hesaplanan optimal kontrol süreç ayarları 15-20 dakika içerisinde rafineriye geri gönderilerek, ayarlamaların operatörler tarafından sisteme uygulanması sağlanıyordu.

Yine o dönemde çağının ötesinde bir anlayış ile model öngörülü kontrol yaklaşımı Lee tarafından şu şekilde tanımlanmıştır, [19] : “ Sistemin o andaki durumlarını ölçmek ve çok hızlı bir şekilde ölçülen durumlara göre açık döngü kontrol kuralını hesaplamak, açık döngü kontrol tecrübelerinden faydalanılan geri beslemeli bir kontrol sistemi sentezi yaratmanın bir yolu olacaktır. Bu metotta, hesaplanan kontrol kuralının ilk bölümü çok kısa bir zaman dilimi boyunca sisteme uygulanır, daha sonra sistemden yeniden ölçüm alınarak yeni açık döngü kontrol kuralı hesaplanır ve bu işlem tekrar edilir.”

İleride model öngörülü kontrole dönüşecek bu fikirler olgunlaşırken, 1963 yılında Propoi tarafından sunulan ve uzaklaşan ufuk yaklaşımının temeli olarak kabul edilen bir çalışma [20], aynı zamanda model öngörülü kontrolün de başlangıcı olarak kabul edilir, [21].

Model öngörülü kontrole temel oluşturduğu kabul edilen bir diğer gelişme ise, temelleri 1960 yıllarında büyük ölçüde Kalman'ın çalışmaları ile atılan modern kontrol teorisidir. Kalman tarafından geliştirilen durumların ve çıkışın karesel bir amaç ölçütü kullanılarak minimize edildiği, doğrusal karesel regülatör (Linear Quadratic Regulator) güçlü kararlılık özelliklerine sahiptir. Buna rağmen, kısıtsız ve doğrusal sistemler ile sınırlı kaldığı için süreç endüstrisi üzerinde etkisi düşük olmuştur, [17].

70 li yıllar ile birlikte başlayan ve birinci nesil MPC algortimaları olarak bilinen yaklaşımlarda temel amaç, rafineri süreçleri gibi çok değişkenli ve kısıt içeren süreçlerin kontrolü idi. Bu yaklaşımlardan birisi Shell mühendisleri tarafından geliştirilen ve dinamik matris kontrolü (DMC) olarak adlandırılan metottur, [22]. Bu metotta, sistemin doğrusal basamak cevabı modeli öngörü için kullanılmış, problem sonlu ufukta karesel amaç ölçütü ile formüle edilmiştir. Sistem belirlenen referans değerini olabildiğince yakın bir şekilde takip edebilmesi için gerekli olan kontrol

sinyalleri, en küçük kareler yöntemi (Least Squares Method) ile hesaplanmış, kontrol sinyali değişimi cezalandırılarak optimal sonuca yaklaşılmıştır.

Bu yıllarda öne çıkan bir diğer method ise literatürde model öngörülü sezgisel kontrol (Model Predictive Heuristic Control), model algoritmik kontrol (Model Algorithmic Control) ya da IDCOM olarak geçen metottur, [21]. İlk çalışma 1976 yılında Richalet ve arkadaşları tarafından sunulmuştur, [23]. DMC den farklı olarak sonlu impulse yanıt modeli (FIR) kullanılmış, optimal kontrol işareti iteratif bir sezgisel algoritma ile hesaplanmıştır. Ayrıca gelecekte öngörülen çıkış yörüngesi (trajectory), birinci mertebeden bir transfer fonksiyonu ile ifade edilmiş çıkışı olabildiğince bu yörüngeye benzer olacak şekilde kontrol etmek amaçlanmıştır. Sistemin geçici hal dinamikleri, bu birinci mertebeden transfer fonksiyonunun zaman sabiti değiştirilerek ayarlanabilmektedir.

Kısıt içermeyen problemlere oldukça etkin çözümler sunan DMC ve MPHC metotları endüstride kabul görmesine rağmen, süreç kontrolü problemlerindeki kısıtlarla baş etmek için hala sistematik bir yöntem sunmamıştır. Bu sorunun çözümü yine Shell mühendisleri tarafından, Q-DMC metodunun bulunması ile gerçekleşmiştir, [24]. Daha önce geliştirilen DMC metodundan farklı olarak optimal kontrol işaretleri karesel programlama (quadratic programming) aracılığı ile hesaplanmış, bu da kısıtlı problemlerin çözümüne olanak sağlamıştır.

MPC teknolojilerinin yaygınlaşması ve endüstride kabul görmesi sonucu bu alanda çalışmalar artmış ve ikinci nesil MPC algoritmalarının ortaya çıkmasına yol açmıştır. Q-DMC ve diğer yaklaşımlar ile sert ve yumuşak kısıt (hard and soft constraints) içeren problemlerin çözümü mümkün hale gelmişti, fakat problemin çözülebilirliğinin (feasibility) garanti altına alındığı bir metot henüz mevcut değildi. Yumuşak kısıtlar, optimal çözümün bulunabilmesini sağladığı için faydalı oluyordu ancak, diğer taraftan kısıtların belirli bir ölçüde ihlal edilmesine olanak sağladığı için de problem yaratabiliyordu.

İkinci nesil MPC algoritmalarında çözülemeyen bu problemler, üçüncü nesil algoritmalar için çözülmesi amaçlanan temel problemler olmuştur. Bu sorunları çözmek ile ilgili ilk öneri IDCOM (MAC, MPHC) yönteminin geliştirilmiş versiyonu olan IDCOM-M algoritmasıdır, [25]. Bu algoritmada göze çarpan en önemli değişiklik sistemin çıkış ve giriş işaretleri için birbirinden ayrı iki amaç ölçütü

kullanılması ve çözümdeki kötü koşulları (ill-condition) gözleyebilecek bir yönetici algoritma içermesidir. Benzer zamanlarda farklı bir firma tarafından geliştirilen ve IDCOM-M ile neredeyse aynı olan bir başka MPC algoritması ise Hiyerarşik Kısıt Kontrolü (HIECON) olarak geçmektedir. IDCOM-M algoritması sonraları daha da geliştirilmiş ve sistem tanıma, benzetim, konfigürasyon ve kontrol fonksiyonlarını da içeren bir paket program haline getirilmesi ile SMCA (Setpoint Multivariable Control Architecture) oluşturulmuştur.

IDCOM-M den sonra, 80'lerin sonuna doğru Shell mühendisleri, durum uzay yaklaşımı ile MPC dünyası arasında köprü olarak niteledikleri, Sheell Çok Değişkenli Optimize Eden Kontrolör (Sheel Multivariable Optimizing Controller, SMOC) algoritmasını geliştirmiştir. Daha önceden geliştirilen metotlardan farklı olarak, durum uzay denklemleri ilk defa MPC kontrolör yapısında kullanılmakta idi ve bu kararlı, kararsız veya integral etki içeren sistemlerin bütün dinamiklerini ifade etmeye olanak sağlıyordu. Ölçülemeyen durumların kestirimi için Kalman filtresi kullanılmıştı ve kontrol ve çıkış işaretlerine karesel programlama yardımı ile kısıt içeren problemlere de çözüm getirilebiliyordu, [26].

DMC ve SMCA teknolojilerinin birleştirilmesi ve geliştirilmesi günümüzde kullanılan DMC-plus ve RMPCT algoritmalarının geliştirilmesini sağlamıştır. Bu algoritmaların önceki kuşaklardan en önemli farkları, tasarım ve parametre ayarlamayı kolaylaştıran Windows tabanlı kullanıcı arayüzlerine sahip olmaları, farklı optimizasyon yaklaşımları ve seviyelerine olanak sağlamaları, model belirsizliklerine göre tasarım yapabilmeye olanak sağlayabilmeleri (dayanıklı kontrol), ve gelişmiş model tanıma yöntemleri sunabilmeleri olarak değerlendirilebilir.

Buraya kadar anlatılan, daha çok endüstriye yönelik yaklaşımların yanında akademik yönü daha kuvvetli olan uygulamalar da mevcuttur. Uyarlamalı MPC algoritmaları bu grupta yer alan yaklaşımlardan birisidir, bu alanda çok bilinen metod Genellenmiş Öngörülü Kontrol (Generalized Predictive Control) olarak geçen uyarlamalı metottur, [27]. Yönteme uyarlama özelliği, 1951 yılında Peter Whittle tarafından eklenmiştir ve sistemin integral etkili kontrollü otoregresif moving average (Controlled – Autoregressive – Moving – Integrated – Average, CARIMA ) bir modeli olduğu varsayılarak geliştirilmiştir. Bu yaklaşım bir seriyi istatistiksel olarak inceleyerek gelecekte alabileceği değerleri tahmin etme fikrine dayanmaktadır. Bunun yanısıra literatürde dayanıklı model öngörülü kontrol uygulamalarına da sıklıkla



sonra belirlenen amaç ölçütünü minimize edecek ve kontrol ufkundan sonraki değerleri sabit kabul edilen bir kontrol işareti dizisi hesaplanır. Hesaplanan kontrol işareti dizisinin ilk elemanı sisteme kontrol işareti olarak uygulanır ve  $k_i + 1$  anında sistemin çıkışı yeniden ölçülerek, yapılan bu işlem tekrarlanır. Bu yaklaşımda, kontrol işareti kontrol ufkundan sonra sabit kabul edilerek optimizasyon probleminin basitleştirilmesi amaçlanmıştır. Kontrol ufku ne kadar büyük seçilirse optimizasyon probleminde o kadar yeni parametre eklenecek ve çözümü bulmak da o kadar zorlaşacaktır. Bu sebeple, kontrol ufkunun seçimi, problem karmaşıklığı, optimalite ve kararlılık açısından bir dengeyi sağlayacak şekilde yapmayı gerektirir ve bu seçim sistem performansını doğrudan etkileyecektir.

Klasik model öngörülü kontrol (2.1) ve (2.2) nolu denklemler ile ifade edilmiştir. Sistem modeli olarak sistemin ayrık zaman durum uzay denklemleri, ilk değer olarak da öngörü ufku başlangıcında ölçülen ya da kestirilen sistem durumları kullanılmaktadır.

$$\begin{cases} x(k_i + 1) = Ax(k_i) + Bu(k_i) \\ y(k_i) = Cx(k_i) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$x_0 = x(k_i)$$

Optimize edilmek istenen amaç ölçütü, sistem durumları ve kontrol işareti ile karesel olarak tanımlanmıştır. Problem çözümünde sistem durumları kontrol işareti cinsinden yazılarak, belirlenen kontrol işareti ve durum kısıtları çerçevesinde amaç ölçütünü minimize edecek kontrol sinyali dizisi hesaplanacaktır.

$$\min_z \sum_{k=0}^{N_p-1} x'(k_i + k)Qx(k_i + k) + u'^{(k_i+k)}Ru(k_i + k)$$

$$u_{min} \leq u(k_i + k) \leq u_{max}, \quad k = 0, \dots, N_p - 1$$

$$y_{min} \leq y(k_i + k) \leq y_{max}, \quad k = 1, \dots, N_p$$

$$z = \begin{bmatrix} u^*(k_i) \\ u^*(k_i + 1) \\ \dots \\ u^*(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Çalışmanın ilerleyen kısımlarında denklem (2.2) ile tanılanan klasik model öngörülü kontrolörün kısıt içermeyen türü kullanılacaktır.

### 2.3 Laguerre Ortonormal Temel Fonksiyonları Tabanlı MPC

Literatürde Laguerre fonksiyonları veya polinomları olarak geçen bu fonksiyonlar ismini, 1800'lerde yaşamış Fransız matematikçi Edmond Laguerre'den almıştır. Matematikçinin üzerinde çalıştığı (2.3)'de verilen ikinci mertebeden doğrusal diferansiyel denklemin çözümleri olan (2.4) ile verilen fonksiyonlar Laguerre fonksiyonları olarak adlandırılmaktadır.

$$t\ddot{y} + (1-t)\dot{y} + ny = 0 \quad (2.3)$$

$$L_n(t) = \frac{1}{n!} \left( \frac{d}{dt} - 1 \right)^n t^n \quad (2.4)$$

Laguerre fonksiyonları aynı zamanda denklem (2.5) ile tanımlanan ortonormal özellikleri taşıması sebebi ile önemlidir,  $l_i$  Laguerre fonksiyonları seti olmak üzere, ortonormal özellik (2.5) denklemleri ile belirtilmiştir:

$$\int_0^{\infty} l_i(t)^2 dt = 1 \quad (2.5)$$
$$\int_0^{\infty} l_i(t)l_j(t)dt = 0 \quad i \neq j$$

Fonksiyon seti  $l_i$ , denklem (2.6) ile belirtilen ifade her  $i$  değeri için yalnızca denklem (2.7) sağlandığında geçerli oluyor ise tam olarak ifade edilebilmektedir. Bir başka deyişle denklem (2.6),  $f(t)$  fonksiyonu ancak bütün  $t$  değerleri için 0 olduğunda sağlanıyorsa,  $l_i(t)$  fonksiyon seti tam olarak adlandırılır.

$$\int_0^{\infty} f(t)l_i(t)dt = 0 \quad (2.6)$$

$$\int_0^{\infty} f(t)^2 dt = 0 \quad (2.7)$$

Bu durumda eğer  $l_i$  seti ortonormal ve tam ise, denklem (2.7)'yi sağlayan keyfi bir fonksiyon  $f(t)$ , Fourier serisine benzer şekilde, Laguerre fonksiyonları ile seriye açılmış şekilde yazılabilecektir.

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i l_i(t) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= \int_0^{\infty} f(t) l_1(t) dt \\ c_2 &= \int_0^{\infty} f(t) l_2(t) dt \\ &\dots = \dots \\ c_i &= \int_0^{\infty} f(t) l_i(t) dt \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$f(t) = \int_0^{\infty} f(t) l_1(t) dt l_1(t) + \int_0^{\infty} f(t) l_2(t) dt l_2(t) + \dots \quad (2.10)$$

Herhangi bir fonksiyon için geçerli olan bu açılım, sonsuz sayıda katsayı gerektirmektedir. Ancak, parça parça sürekli ve (2.11) koşulunu sağlayan bir fonksiyona yaklaşık eşit olan sonlu bir seri açılımı elde edilebilir:

$$\int_0^{\infty} f(t)^2 dt < \infty \quad (2.11)$$

Herhangi bir pozitif  $\varepsilon$  değeri için, denklem (2.12) yi sağlayan bir  $N$  değeri (Laguerre fonksiyonu sayısı) olacaktır.

$$\int_0^{\infty} (f(t) - \sum_{i=1}^N c_i l_i(t)) dt < \varepsilon \quad (2.12)$$

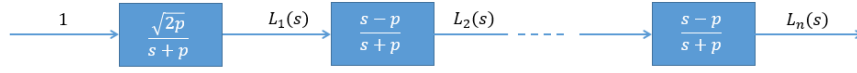
Sürekli zamanda ve Laplace tanım bölgesinde Laguerre denklemleri sırası ile denklem (2.13) ve (2.14) ile ifade edilmektedir:

$$\begin{aligned} l_1(t) &= \sqrt{2p} \times e^{-pt} \\ l_2(t) &= \sqrt{2p} (-2pt + 1) e^{-pt} \\ &\dots = \dots \\ l_i(t) &= \sqrt{2p} \frac{e^{pt}}{(i-1)!} \frac{d^{i-1}}{dt^{i-1}} [t^{i-1} e^{-2pt}] \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} L_1(s) &= \frac{\sqrt{2p}}{(s+p)} \\ L_2(s) &= \frac{\sqrt{2p}(s-p)}{(s+p)^2} \\ &\dots = \dots \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$L_i(s) = \sqrt{2p} \frac{(s-p)^{i-1}}{(s+p)^i}$$

Laplace tanım bölgesinde belirtilen (2.14) denklemine ilişkin blok şema Şekil 2.1 de verilmiştir. Durum değişkenleri  $l_i(t)$ 'ler seçildiğinde, durum uzay denklemleri (2.15)'teki gibi olacaktır:



**Şekil 2.2** : Sürekli zaman Laguerre ağı blok şeması.

$$\begin{bmatrix} \dot{l}_1(t) \\ \dot{l}_2(t) \\ \dots \\ \dot{l}_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 & 0 \\ -2p & -p & 0 & 0 \\ -2p & \dots & -p & 0 \\ -2p & -2p & -2p & -p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1(t) \\ l_2(t) \\ \dots \\ l_N(t) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Çözümü Laguerre fonksiyonları olan bir sistemin durum uzay denklemi (2.15) deki gibi elde edildikten sonra, denklem (2.16)'da gösterilen  $L(t)$ , ifadeleri yine (2.16) da verilen ilk değer  $L(0)$  ve  $A_p$  matrisi kullanılarak hesaplanır, böylece herhangi bir  $t$  anında Laguerre fonksiyonlar dizisinin alacağı değer bulunmuş olur.  $p$  değeri ne kadar büyük seçilirse, fonksiyonlar o kadar hızlı bir şekilde sifıra yaklaşacaktır.

$$\begin{aligned} L(t) &= [l_1(t) \quad l_2(t) \quad \dots \quad l_N(t)]^T \\ A_p &= \begin{bmatrix} -p & 0 & 0 & 0 \\ -2p & -p & 0 & 0 \\ -2p & \dots & -p & 0 \\ -2p & -2p & -2p & -p \end{bmatrix} \\ L(0) &= \sqrt{2p} [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

“

$$L(t) = e^{A_p t} L(0)$$

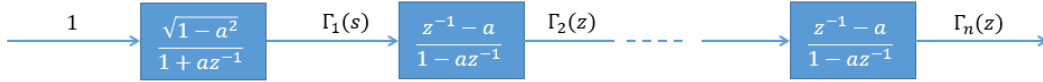
Sürekli zamanda (2.15) deki gibi tanımlanan Laguerre denklemleri,  $z$  dönüşümü ile ayrık zamana çevrilir ise, herhangi bir MPC kontrolör yapısında kullanılabilir hale gelecektir. Denklem (2.17)'de kullanılan  $a$ ,  $p$  ve  $T$  değişkenleri, sırasıyla, (2.18) ile tanımlanan ayrık zamandaki Laguerre fonksiyonlarının zaman sabiti, sürekli zamandaki kutupların değerini ve örnekleme zamanını ifade etmektedir.

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \\ \Gamma_2 &= \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\Gamma_N = \frac{\sqrt{1-a^2}}{1-az^{-1}} \left( \frac{z^{-1}-a}{1-az^{-1}} \right)^{N-1}$$

$$a = e^{pT} \quad (2.18)$$

Z dönüşümü sonucu oluşan sistem ve durum uzay denklemleri sırası ile Şekil (2.2) ve denklem (2.19)'daki gibi olacaktır.



Şekil 2.3 : Ayrık zaman Laguerre ağı blok şeması.

$$\begin{bmatrix} l_1(k+1) \\ l_2(k+1) \\ \dots \\ l_N(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ \beta & a & 0 & 0 \\ -a\beta & \beta & a & 0 \\ a^2\beta & -a\beta & \beta & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1(k) \\ l_2(k) \\ \dots \\ l_N(k) \end{bmatrix}$$

$$\beta = 1 - a^2 \quad (2.19)$$

$$L(k) = [l_1(k) \quad l_2(k) \quad \dots \quad l_N(k)]^T$$

$$L(k+1) = A_l L(k)$$

$$L(0) = \sqrt{\beta} [1 \quad -a \quad a^2 \quad -a^3 \quad \dots \quad (-1)^{N-1} a^{N-1}]^T$$

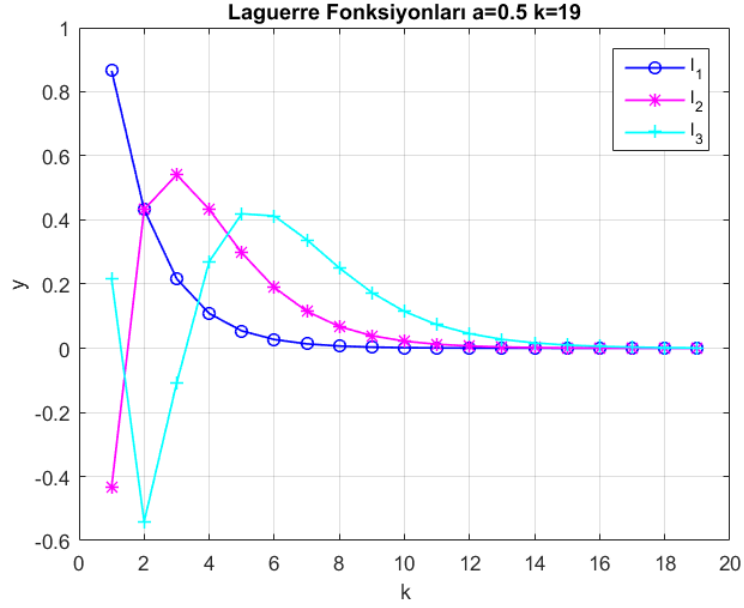
Z dönüşümü sırasında, basitleştirilmiş bir yaklaşım kullanıldığı için Laguerre fonksiyonlarının ortonormal özelliği bozulabilmektedir. Seçilen Laguerre zaman sabiti, örnekleme zamanı ve örneklenen sinyalin uzunluğu ortonormal özelliği etkileyen faktörlerdir.

Örnek olarak, ilk üç Laguerre fonksiyonu grafiği Şekil 2.4'te verilmiştir.

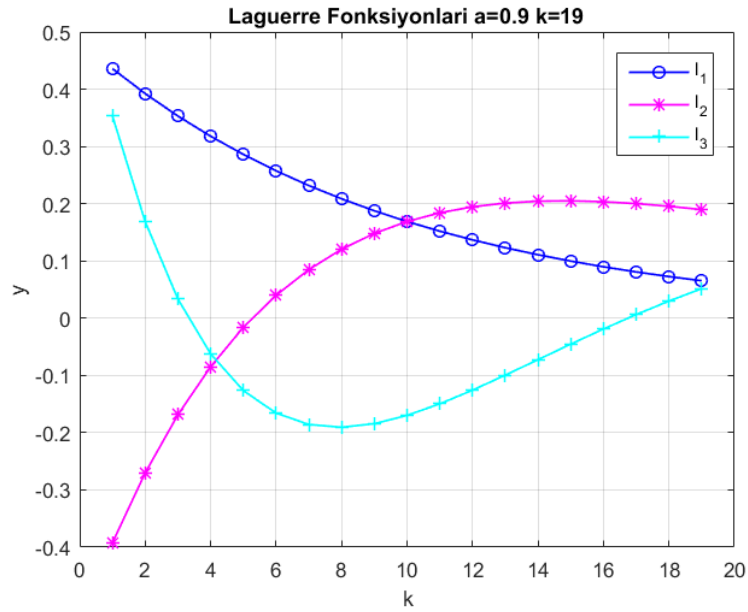
Şekil 2.4'te gösterilen ilk üç Laguerre fonksiyonu için ortonormal özelliğin korunduğu denklem ise (2.20)'de görülebilmektedir.

$$S_1 = \sum_{k=0}^{19} L(k)L^T(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Fakat Laguerre zaman sabiti küçük seçilir ve diziden yeterince eleman alınmaz ise Şekil 2.5'teki durum oluşur ve ortonormal özellik bozulur (Denklem (2.21)), bu da modelleme hatasının artmasına sebep olur.



Şekil 2.4 : Örnek Laguerre fonksiyonları.



Şekil 2.5 : Ortonormal özelliğın kaybolması.

$$S_2 = \sum_{k=0}^{19} L(k)L^T(k) = \begin{bmatrix} 0.98 & -0.07 & -0.07 \\ -0.07 & 0.6882 & -0.36 \\ -0.07 & -0.36 & 0.39 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Anlatılan ortonormalite özelliği sayesinde Laguerre fonksiyonları, kararlı bir sistemin impuls cevabını ifade etmek için kullanılabilirler. Denklem (2.22)'deki  $H(k)$  ifadesi, kararlı bir sistemin impulse cevabı ise, ortonormal özellik sayesinde denklem (2.23)

ile gösterilen toplamın karesi ifadesi, hesaplanan Laguerre katsayıları ( $c_i$  terimleri) ile minimize edilmiş olacaktır.

$$c_i = \sum_{k=0}^{\infty} H(k)l_i(k) \quad (2.22)$$

$$J_{SE} = \sum_{k=1}^{\infty} \left( H(k) - \sum_{i=1}^N c_i l_i(k) \right)^2 \quad (2.23)$$

Yaklaşımı görsel bir örnek ile açıklamak gerekirse, Şekil 2.6'daki ilk grafikte görüldüğü gibi üç Laguerre temel fonksiyonu kullanalım, Şekil 2.6'da ikinci grafikte görülen mavi işaret herhangi bir sistemin ölçülen impuls cevabı olsun. İkinci grafikte görülen kırmızı işaret, ilk grafikteki temel fonksiyonlarından  $c_i$  katsayıları ile ağırlıklandırılmış toplamları ile oluşturulmuş Laguerre modelidir. Görüldüğü gibi sistemin normal şartlarda 25 farklı parametre ile ifade edilen impuls cevabı, Laguerre temel fonksiyonları sayesinde 3 parametre ile de az bir hata ile ifade edilebilmektedir.

Laguerre temel fonksiyonlarının özel bir durumu da Şekil 2.7'de görülmektedir. Eğer Laguerre zaman sabiti,  $a$ , sıfır seçilirse Laguerre temel fonksiyonları bir darbe dizisi haline gelmektedir. Bu durumda modelin seçilen temel fonksiyon sayısı,  $N$ , kadarı birebir temsil edilebilirken, daha sonrası sıfır olmaktadır. Bu özel durum, Laguerre MPC yapısının kolaylıkla klasik MPC yapısına çevrilebilmesine olanak sağlayacaktır.

Laguerre fonksiyonları herhangi bir kararlı sistemin impuls cevabını modellemek için kullanılabilir gibi, kapalı döngüde kararlı olacak bir MPC kontrolörün ürettiği kontrol sinyalinin ifade etmek için de kullanılabilir.

Tasarlanan MPC kontrolörün herhangi bir anda öngördüğü kontrol sinyali ve Laguerre temel fonksiyonları ile ifade edilmiş hali denklem (2.24)'de belirtilmiştir.

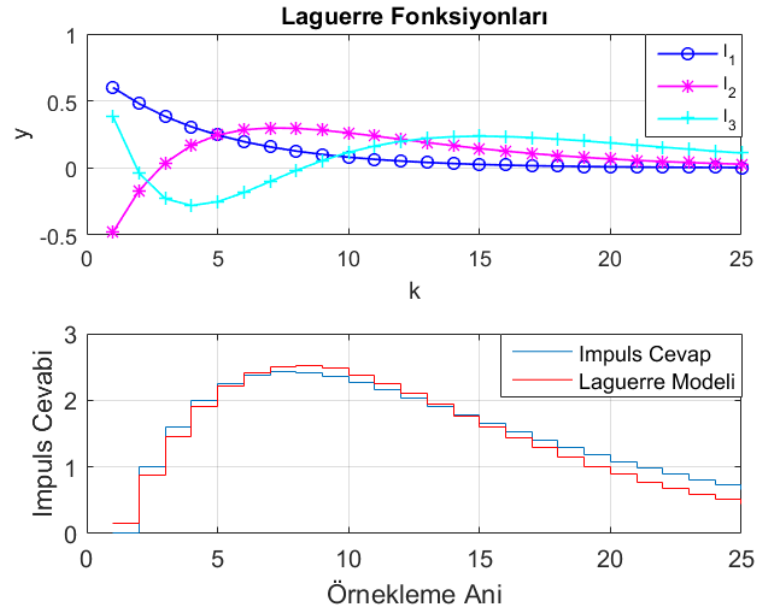
$$\Delta u(k_i + k) = \sum_{j=1}^N c_j(k_i)l_j(k) \quad (2.24)$$

$$\Delta u(k_i + k) = L^T(k)\eta$$

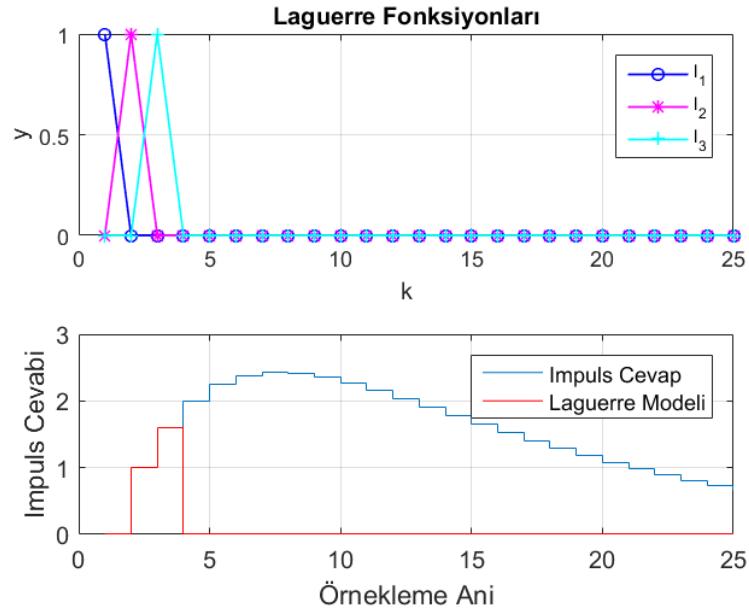
$$\eta = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_N]$$

Bu sayede klasik MPC formülasyonunda bulunan kontrol ufku değişkenine gerek kalmamakta ve amaç ölçütü Laguerre katsayılarından oluşan  $\eta$  dizisine göre optimize

edilebilmektedir. Denklem (2.2) ile gösterilen optimal kontrol sinyali dizisi, denklem (2.24)'deki gibi Laguerre fonksiyonları ile ifade edilecek olur ise, Laguerre MPC yapısı denklem (2.25) ve (2.26)'daki gibi olacaktır.



Şekil 2.6 : Laguerre yaklaşık modeli ve sistem cevabı.



Şekil 2.7 : Laguerre fonksiyonları özel durumu.

$$z = \begin{bmatrix} u^*(k_i) \\ u^*(k_i + 1) \\ \dots \\ u^*(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^T(0) \\ L^T(1) \\ \dots \\ L^T(N_p - 1) \end{bmatrix} \eta = \begin{bmatrix} L^T(0) \\ L^T(0)A_l^T \\ \dots \\ L^T(0)(A_l^{N_p-1})^T \end{bmatrix} \eta = \bar{L}^T \eta \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \min_{\eta} \sum_{k=0}^{N_p-1} x^{(k_i+k)} \mathbf{Q} x(k_i + k) + L'(k_i + k) c_k' \mathbf{R} c_k L(k_i + k) \\ u_{min} \leq L^T(k) c_k \leq u_{max}, \quad k = 0, \dots, N_p - 1 \\ y_{min} \leq y(k_i + k) \leq y_{max}, \quad k = 1, \dots, N_p \end{aligned} \quad (2.26)$$

### **3. ARAÇ VE UYARLAMALI HIZ SABİTLEME SİSTEMİ MODELİ**

Adaptif hız sabitleme sistemi (ACC), günümüzde kullanılan araçlarda sıklıkla karşılaşılan gelişmiş bir sürücü destek sistemidir (ADAS). Bu sistemin amacı sürücü üzerindeki iş yükünü ve sorumluluğu azaltarak hem sürüş konforunu arttırmak hem de sürücü hatalarından ve dikkatsizlikten kaynaklanan kazaları ve olumsuzlukları en aza indirmektir. Adaptif hız sabitleme sistemi, genellikle gelişmiş bir radar yardımı ile önde bulunan aracın hız ve pozisyon bilgisini ölçerek, güvenli takip mesafesini korumayı amaçlar. Sürücü genellikle direksiyon üzerinde bulunan kumanda düğmelerini kullanarak, aracının gitmesini istediği hız değerini ve öndeki araç ile arasında korumak istediği takip mesafesini değiştirebilmektedir. Sürücünün bu ayarlamasından sonra, adaptif hız sabitleme sistemi aracın hızını kendi kendine ayarlayarak güvenli sürüş mesafesini koruyacak kontrol sinyallerini (gaz ve fren isteği) oluşturmaktadır.

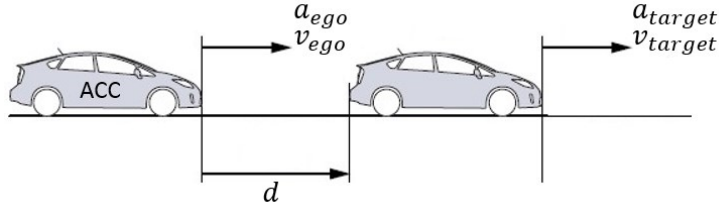
Bu açıklamalar değerlendirildiğinde, adaptif hız sabitleme sistemi modelinin sistemin bulunduğu aracın kendisine, takip edilen aracın hız bilgisine ve yol durumuna bağlı olduğu görülecektir. Bu bölümde sistemin performansını doğrudan etkileyecek bu bileşenlerin matematiksel modellerinin geliştirilmesi üzerinde durulmuştur.

#### **3.1 Adaptif Hız Sabitleme Sistemi Modeli**

Bu alt bölümde ACC sisteminin aktif olduğu araç ile takip edilen araç arasındaki etkileşim modellenecektir. Bu model, araçların dinamikleri değerlendirilerek iki araç arasındaki mesafe ve hız farkı değişiminin dinamiğini içerir. Aynı zamanda iki araç arasında bırakılması gereken güvenli sürüş mesafesinin hesabı üzerine farklı metodlar da ele alınacaktır.

##### **3.1.1 Araçlar arasındaki mesafenin dinamikleri**

Adaptif hız sabitleme sisteminde kontrol edilmek istenen değişken olan iki araç arasındaki mesafe, sistemin bulunduğu arkadaki aracın ve takip edilen öndeki aracın pozisyon, hız ve ivme değerlerine doğrudan bağlıdır.



**Şekil 3.1** : ACC sistemi şematik gösterimi.

Şekil 3.1’de belirtilen  $v_{ego}$ ,  $a_{ego}$  değişkenleri sırası ile ACC sisteminin aktif olduğu “ego” aracının hız ve ivme değerini  $l_{ego}$  değeri ise ego aracının uzunluğunu belirtmektedir.  $v_{target}$  ve  $a_{target}$  değeri ise takip edilen aracın hız ve ivme değerini ifade etmektedir. Bu durumda iki araç arasındaki mesafe ve hız farkı sırası ile (3.1) ve (3.2) numaralı denklemlerdeki gibi olacaktır.

$$d_d = d_{target} - d_{ego} - l_{ego} \quad (3.1)$$

$$v_d = v_{target} - v_{ego} \quad (3.2)$$

### 3.1.2 Takip mesafesi modeli

Bu alt bölümde takip mesafesi belirlenmesinde kullanılan farklı yöntemler incelenecek ve bu çalışmada kullanılan yöntem açıklanacaktır. ACC sisteminin performansını ve kararlılığını etkileyen en önemli faktörlerden birisi takip mesafesinin ne olması gerektiğine hangi yöntemle karar verileceğinin seçimidir, [29]. Akla gelen en basit yöntem, öndeki araç ile arada sabit bir mesafe belirleyerek bu mesafeyi korumak olacaktır (Constant Spacing Policy). Bu durumda, takip mesafesinin hatası 3.3 denklemini ifade edilmiştir.

$$d_e = L_{des} - d_d \quad (3.3)$$

Denklem 3.3 de belirtilen  $d_e$ ,  $d_d$  ve  $L_{des}$  değerleri sırası ile takip mesafesi hatası, iki araç arasındaki mesafe ve arzu edilen araçlar arası mesafeyi ifade etmektedir. Sabit mesafe kontrolü basit yapısına karşın, 5. Bölümde değinilecek konvoy kararlılığı açısından oldukça tehlikeli bir yaklaşımdır [42]. Aynı zamanda ACC aracının hızı ölçülebildiği halde, kontrol edilmek istenen değişken üzerindeki etkisi göz önünde

bulundurulmadığından yüksek hızlarda ve yakın takip mesafesi seçilirse tehlikeli durumlara yok açabilecektir.

Yukarıda belirtilen olumsuz durumların önüne geçebilmek için takip mesafesini ACC sisteminin uygulandığı aracın hızı ile ilişkilendiren sabit zaman aralığı metodu (Constant Time Gap Policy) kullanılmaktadır. Bu metotta tıpkı güvenilir bir sürücü gibi, takip mesafesi aracın hızı ile doğru orantılı bir şekilde artmaktadır.

$$L_{des} = v_{ego}\tau + l_0 \quad (3.4)$$

Burada  $\tau$  ACC aracının hızı sabit kabul edildiğinde, öndeki aracın pozisyonuna gelmek için gereken süreyi ifade etmektedir. Bu zaman sabiti ve ACC aracının hızı arttıkça, arzu edilen takip mesafesi de artacaktır.

Literatürde daha karmaşık takip mesafesi referans değeri hesaplama yöntemleri de önerilmektedir. Bunlardan birisi de takip mesafesinin ACC aracının hızı ile doğrusal olmayan bir fonksiyon aracılığı ile ilişkilendirildiği metottur, [29]. Bu yöntem, mesafe referansını belirleme kuralınının, ACC aracı ve konvoyun kararlılığını garanti edecek şekilde seçilebileceğini belirtilmektedir. Bir başka çalışmada ise gerçek araç verileri toplanarak ACC aracının hızına bağlı doğrusal olmayan bir takip mesafesi modeli önerilmiştir, [5].

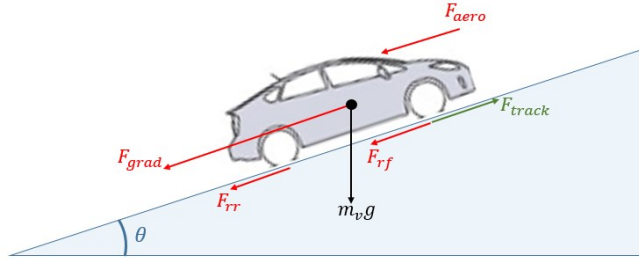
Bu çalışmada kararlılık ve problem karmaşıklığı açısından üstünlükleri bulunan sabit zaman aralığı metodu kullanılacaktır

## 3.2 Araç Modeli

Bu alt bölümde, ACC aracının dinamik modeli oluşturulacaktır. Bu model temelde iki kısma ayrılabilir. İlk kısım daha çok araç gövdesinin hareketinin modellendiği üst seviye dinamikleri belirleyen model, ikinci kısım ise aracın gaz pedalına basılmasından teker ve yol arasındaki temas yüzeyindeki kuvvetin oluşmasına kadar oluşan dinamikleri ifade eden alt seviye modelden oluşmaktadır.

### 3.2.1 Üst seviye dinamikler

Bu kısımda anlatılacak üst seviye dinamikler, araç gövdesi üzerindeki iç ve dış kuvvetler sonucunda oluşan araç dinamikleri olan ivme, hız ve pozisyon dinamiklerini ifade etmektedir.



**Şekil 3.2 :** Araca etkiyen bozucu kuvvetler.

Şekil 3.2’de araca doğrusal ekseninde etkiyen kuvvetler ayrı ayrı gösterilmiştir. Bu kuvvetlerden  $F_{aero}$ ,  $F_{grad}$  ve  $F_{rr,f}$  ikilisi sırası ile hava sürtünme direnci kuvvetini, yol eğimi sebebi ile oluşan direnç kuvvetini ve teker yuvarlanma direnç kuvvetlerini ifade etmektedir.  $F_{track}$ ,  $m_v$  ve  $g$  ise sırası ile toplam cer kuvveti, toplam araç kütlesi ve yerçekimi ivmesidir. Bu kuvvetler sonucu oluşacak araç dinamik denklemi (3.5)’te verilmiştir.

$$F_{track} - F_{res} = a_{ego} m_v \quad (3.5)$$

Denklem (3.5) ile ifade edilen  $F_{res}$  ve  $a_{ego}$  değişkenleri ise sırası ile araca etkiyen toplam direnç kuvveti ve ACC aracının ivmesini belirtmektedir. Sisteme bozucu etki olarak etkiyecek toplam direnç kuvveti (3.6) ile ifade edilmiştir. Denklem (3.6)’da belirtilen  $C_d$ ,  $A_f$  ve  $\rho$  değişkenleri sırası ile hava sürtünme katsayısı, yüzey alanı ve hava yoğunluğunu;  $g$  ve  $\theta$  sırası ile yerçekimi ivmesi ve yol eğimini;  $C_{rr}$  ise teker yuvarlanma direnci katsayısını belirtmektedir.

$$F_{res} = F_{aero} + F_{grad} + F_r$$

$$F_{aero} = \frac{1}{2} C_d A_f \rho v_{ego}^2$$

$$F_{grad} = m_v g \sin(\theta)$$

$$F_r = m_v g C_{rr}$$
(3.6)

### 3.2.2 Alt seviye dinamikler

Klasik Alt seviye dinamikler daha çok aracın güç aktarım sistemi ile ilişkilendirilen dinamikleri kapsamaktadır. Bu dinamiklerin içerisinde içten yanmalı motorun iç dinamikleri, şanzıman sistemi içerisindeki kavrama kaymaları, boşluklar, sürtünmeler

ve kayıplar, teker ve teker yol arasındaki kuvvet aktarım dinamikleri bulunmaktadır. Aynı zamanda bu alt sistemlerden özellikle içten yanmalı motorun yapısından kaynaklanan ölü zaman karakteristikleri de bu grupta değerlendirilebilmektedir.

Literatürde bu alt sistemlerin detaylı bir şekilde modellendiği çalışmalar [13] olmakla birlikte genel yaklaşım tüm bu alt sistem dinamiklerinin basit bir birinci mertebeden transfer fonksiyonu ile modellenmesi şeklindedir. ACC sisteminin yapısı düşünüldüğünde, temel amacı araç hızını kontrol etmek olan bu sistemin dinamikleri içten yanmalı motor, şanzıman ve diğer alt sistemlere göre çok yavaş kalacağından modelleme hataları yönünden oluşacak dezavantaj nedeniyle karmaşık bir sistem modeli kullanmanın getireceği kazanım düşük olacaktır. Temelde alt seviye dinamikler araçta gaza ya da frene basılarak bir ivme değeri oluşturulmak istendiğinde, istenilen ivme değerini oluşturacak araç çer kuvveti oluşana kadar görülen dinamiklerdir. Bu durumda alt sistem dinamikleri 3.10 ile ifade edilmiştir.

$$F_{track} = \frac{K_L}{T_{LS} + 1} F_{track,des} \quad (3.7)$$

$$\frac{K_L}{T_{LS} + 1} F_{track,des} = a_{ego} m_v + F_{res} \quad (3.8)$$

$$K_L F_{track,des} = T_L \dot{a}_{ego} m_v + a_{ego} m_v + T_L \dot{F}_{res} + F_{res} \quad (3.9)$$

$$\dot{a}_{ego} = \frac{K_L}{T_L m_v} F_{track,des} - \frac{1}{T_L} a_{ego} - \frac{1}{m_v} \dot{F}_{res} - \frac{1}{T_L m_v} F_{res} \quad (3.10)$$

### 3.3 Sürücü Modeli

Yapılan Geliştirilecek uyarlamalı hız sabitleme sisteminin belirlenen takip mesafesini koruması kadar, bu mesafeyi araç içerisindeki yolcuları ve sürücüyü rahatsız etmeden, gerçek bir sürücünün önündeki aracı takip etme davranışından çok farklı olmayacak şekilde gerçekleştirilmesi de önemlidir. Bu problemin çözümü için öncelikle gerçek bir sürücünün önündeki araç ile arasındaki mesafeyi korumak için aracına nasıl bir ivme profili uyguladığı, bir başka deyişle aracının hızlanması ya da yavaşlaması için fren ve gaz pedallarını nasıl kullandığını anlamak gerekir.

Literatürde sürücü davranışlarını modellemek için çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Bunlardan en eskilerinden birisi, 1950'li yıllarda geliştirilmiş Gazis-Herman-Rothery modelidir, [30]. Modelin genel yapısı denklem (3.11) de gösterilmiştir:

$$a_{dm} = cv_{ego}^m(t) \frac{\Delta v(t-T)}{\Delta x^l(t-T)} \quad (3.11)$$

Denklemden görülen  $v_{ego}$ ,  $\Delta v$  ve  $\Delta x$  değerleri sırası ile ACC aracının hızını, iki araç arasındaki hız ve mesafe farkını ifade etmektedir.  $c$ ,  $m$  ve  $l$  ise testlerde ölçülen verilere göre ayarlanması gereken parametrelerdir. Modeldeki  $T$  parametresi ise, sürücünün reaksiyon zamanını temsil eden kullanılan ölü zamandır. Bu modelin ayarlanabilir parametrelerinin seçimine göre değişen birçok alternatifi olduğu gibi, diğer doğrusal olmayan çeşitleri ve geliştirilmiş versiyonları da literatürde mevcuttur, [31,32].

Bir diğer çok kullanılan model ise, literatürde Helly modelleri [33] olarak geçen doğrusal modellerdir. Bu modellerde sürücü modeli ivmesi, takip edilen araç ile oluşan hız farkı ve takip mesafesi hatası (planlanan takip mesafesi ve o andaki takip mesafesi farkı) bağlı olacak şekilde hesaplanmaktadır. Planlanan takip mesafesi ise aracın hızı ile doğru orantılı olacak şekilde artmaktadır.

Bu çalışmada Helly metodlarına çok benzer bir model olan “Driver Car-Following” olarak bilinen model kullanılmıştır (Denklemler 3.12). Bu modelde sürücü modeli ivmesi, iki araç arasındaki hız farkına ve takip mesafesi hatasına bağlı olacak şekilde hesaplanmıştır. Parametrelerin seçimi ve modelin detayları [10] çalışmasında mevcuttur.

$$a_{dm} = k_V v_e + k_D d_e \quad (3.12)$$

### 3.4 Sistemin Durum Uzay Modeli

Uyarlamalı hız sabitleme sistemini uygulamasında kullanılacak model öngörülü kontrol yapısı, tüm durum değişkenlerinin sıfır değerinde tutulduğu regülatör yapısında tasarlanacaktır. Bu nedenle, takip mesafesindeki hata, iki araç arasındaki hız farkı, ACC aracının ivmesi ve sürücü modeli kullanılarak hesaplanan ivme referansının takip hatası durum değişkenleri olarak tanımlanmıştır.

$$x = \begin{bmatrix} d_e \\ v_e \\ a_{ego} \\ a_e \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

### 3.4.1 Sürekli zaman sistem modeli

İlk durum değişkeni olan takip mesafesi hatası,  $d_e$ , arzu edilen takip mesafesi,  $L_{des}$  ile o anda iki araç arasında bulunan takip mesafesi,  $d_d$  nin farkına eşit olacaktır. Bu durumda durum denklemi (3.17) ile ifade edilmiştir.

$$d_e = L_{des} - d_d \quad (3.14)$$

$$d_e = (v_{ego}\tau + l_0) - d_d \quad (3.15)$$

$$\dot{d}_e = \dot{v}_{ego}\tau - \dot{d}_d \quad (3.16)$$

$$\dot{d}_e = a_{ego}\tau - v_d \quad (3.17)$$

İkinci durum değişkeni hız takibi hatası olarak belirlenmiştir. Takip mesafesini koruyabilmek için öndeki araç ile aynı hızda olmak gerektiğinden, hız hatası,  $v_e$ , iki araç arasındaki bağıl hız,  $v_d$ , olarak tanımlanmıştır.

$$v_d = v_e = v_{target} - v_{ego} \quad (3.18)$$

$$\dot{v}_e = \dot{v}_{target} - \dot{v}_{ego} \quad (3.19)$$

$$\dot{v}_e = a_{target} - a_{ego} \quad (3.20)$$

Üçüncü durum değişkeni 3.2.2 alt bölümünde hesaplanmış olan ACC araç ivmesidir.

$$\dot{a}_{ego} = \frac{K_L}{T_L m_v} F_{track,des} - \frac{1}{T_L} a_{ego} - \frac{1}{m_v} \dot{F}_{res} - \frac{1}{T_L m_v} F_{res} \quad (3.21)$$

Dördüncü durum değişkeni ise sürücü modeli ivmesi ve ACC araç ivmesi arasındaki fark olan ivme takip hatasıdır, (Denklemler 3.22-3.24).

$$a_{dm} = k_V v_e + k_D d_e \quad (3.22)$$

$$a_e = a_{dm} - a_{ego} \quad (3.23)$$

$$a_e = k_V v_e + k_D d_e - a_{ego} \quad (3.24)$$

$$\dot{a}_e = k_V \dot{v}_e + k_D \dot{d}_e - \dot{a}_{ego} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_e = & k_V(a_{target} - a_{ego}) + k_D(a_{ego}\tau - v_e) - \frac{K_L}{T_L m_v} F_{track,des} \\ & + \frac{1}{T_L} a_{ego} + \frac{1}{m_v} \dot{F}_{res} + \frac{1}{T_L m_v} F_{res} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_e = & -k_D v_e + \left( \frac{1}{T_L} - k_V + k_D \tau \right) a_{ego} - \frac{K_L}{T_L m_v} F_{track,des} + k_V a_{target} \\ & + \frac{1}{T_L m_v} F_{res} + \frac{1}{m_v} \dot{F}_{res} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Bu durumda sistemin durum uzay denklemleri; denklem 3.28, 3.29 ve 3.30 daki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{d}_e \\ \dot{v}_e \\ \dot{a}_{ego} \\ \dot{a}_e \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} 0 & -1 & \tau & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_L} & 0 \\ 0 & -k_d & \left( \frac{1}{T_L} - k_V + k_D \tau \right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_e \\ v_e \\ a_{ego} \\ a_e \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_L}{T_L m_v} \\ -\frac{K_L}{T_L m_v} \end{bmatrix} F_{track,des} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ k_V \end{bmatrix} a_{target} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{T_L m_v} \\ \frac{1}{T_L m_v} \end{bmatrix} F_{res} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_v} \\ \frac{1}{m_v} \end{bmatrix} \dot{F}_{res} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \tau & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_L} & 0 \\ 0 & -k_d & \left( \frac{1}{T_L} - k_V + k_D \tau \right) & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_L}{T_L m_v} \\ -\frac{K_L}{T_L m_v} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_L m_v} & -\frac{1}{m_v} \\ k_v & \frac{1}{T_L m_v} & \frac{1}{m_v} \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} d_e \\ v_e \\ a_{ego} \\ a_e \end{bmatrix} \quad u = F_{track,des} \quad v = \begin{bmatrix} a_{target} \\ F_{res} \\ \dot{F}_{res} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Pv \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.30)$$

### 3.4.2 Ayırık zaman sistem modeli

MPC yapısı gereği ayırık zamanda çalışmaya daha uygun bir kontrol yöntemidir. Bu nedenle, sürekli zamanda elde edilen durum uzay denklemlerinin ayırık zaman karşılığı bulunmalıdır. Sürekli haldeki bu denklemlerin ayırık zaman karşılıkları, girişinde birinci mertebeden tutucu olduğu göz önünde bulundurularak, elde edilecektir. Ayırık zamandaki durum uzay denklemleri ve durum matrisleri sırası ile (3.31) ve (3.32) ile ifade edilmiştir. Denklemlerde kullanılan  $T$  ifadesi örnekleme zamanını temsil etmektedir.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) + P_d v(k) \\ y(k) &= C_d x(k) \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} A_d &= e^{AT} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)\}_{t=T} \\ B_d &= e^{AT} = \left( \int_{\tau=0}^T e^{A\tau} d\tau \right) B = A^{-1}(A_d - I)B \\ P_d &= e^{AT} = \left( \int_{\tau=0}^T e^{A\tau} d\tau \right) P = A^{-1}(A_d - I)P \\ C_d &= C \end{aligned} \quad (3.32)$$



## 4. KONTROL PROBLEMİNİN FORMULASYONU

Bu bölümde, Bölüm 3'te elde edilen sistem modeli temel alınarak, sistemi kontrol etmek için iki farklı MPC yapısı oluşturulacak ve çözümleri elde edilecektir. Öncelikle sürekli hal hatasının önüne geçebilmek için sisteme integral etkisi eklenecek, daha sonra klasik MPC ve Laguerre ortogonal temel fonksiyonu tabanlı MPC yapıları türetilecektir. Bu çalışma kapsamında her iki kontrol yapısı da kısıtsız ve doğrusal olarak tasarlanmıştır.

### 4.1 Farksal Durum Uzay Denklemi ve Integral Etkisi Ekleme

Bu kısımda öncelikle sistemin farksal durum uzay gösterimi elde edilecektir. Durum uzay denkleminin farksal ifadesi, amaç ölçütü belirlenirken kontrol sinyali ve durumların değişim hızları üzerine de ağırlık koyabilmeye olanak sağlayacaktır.

3.4.2 alt bölümünde elde edilen ayrık zaman durum uzay modeli kullanılarak,  $k-1$  ve  $k$  anlarına ilişkin durum denklemleri yazılırsa:

$$\begin{aligned}x(k) &= A_d x(k-1) + B_d u(k-1) + P_d v(k-1) \\y(k-1) &= C_d x(k-1)\end{aligned}\quad (4.1)$$

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) + P_d v(k) \\y(k) &= C_d x(k)\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}x(k+1) - x(k) &= A_d (x(k) - x(k-1)) + B_d (u(k) - u(k-1)) \\&\quad + P_d (v(k) - v(k-1)) \\y(k) - y(k-1) &= C_d (x(k) - x(k-1))\end{aligned}\quad (4.3)$$

Bu durumda yeni durum değişkenleri, orijinal durum değişkenlerinin farkları şeklinde tanımlanabilir.

$$\begin{aligned}\Delta x(k+1) &= A_d \Delta x(k) + B_d \Delta u(k) + P_d \Delta v(k) \\ \Delta y(k) &= C_d \Delta x(k)\end{aligned}\quad (4.4)$$

Sistemin çıkışında integral etki elde edebilmek için sisteme iki yeni durum eklemek gerekmektedir:

$$\begin{aligned} y(k+1) &= y(k) + C\Delta x(k+1) \\ y(k+1) &= y(k) + C(A_d\Delta x(k) + B_d\Delta u(k) + P_d\Delta v(k)) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$q(k+1) = q(k) + y(k) \quad (4.6)$$

Sisteme iki yeni durum değişkeni eklenmesi sonucunda oluşacak yeni durum uzay denklemini (4.7) deki gibi olacaktır.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ y(k+1) \\ q(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_d & 0 & 0 \\ CA_d & I & 0 \\ 0 & I & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \\ q(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ CB_d \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u(k) \\ &+ \begin{bmatrix} P_d \\ CP_d \\ 0 \end{bmatrix} \Delta v(k) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$y(k) = [0 \quad I \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \\ q(k) \end{bmatrix}$$

## 4.2 Klasik MPC

Problem için tüm durum değişkenleri ve değişimleri, kontrol sinyali ve değişimi ile çıkış işaretinin bulunduğu genel bir amaç ölçütü tanımlanmıştır. Bu amaç ölçütündeki ilgili ağırlıklar sıfır seçilerek, farklı terimler amaç ölçütü olmaktan çıkarılabilecektir. Bu sayede daha esnek bir problem formülasyonu elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{N_p-1} (R_s(k_i+k) - y(k_i+k))' w_y (R_s(k_i+k) - y(k_i+k)) \\ + \Delta x'(k_i+k) w_{\Delta x} \Delta x(k_i+k) \\ + x'(k_i+k) w_x x(k_i+k) \\ + \Delta u'(k_i+k) w_{\Delta u} \Delta u(k_i+k) \\ + u'(k_i+k) w_u u(k_i+k) + q'(k_i+k) w_q \Delta q(k_i+k) \end{aligned} \quad (4.8)$$

Amaç ölçütü denkleminde görülen ifadelerden  $R_s$ , öngörü ufku boyunca sisteme uygulanacak olan referans sinyalini,  $y$  ve  $w_y$  sırası ile çıkış işareti ve takip hatası ağırlığını,  $\Delta u$  ve  $w_{\Delta u}$  kontrol işareti değişimi ve kontrol işareti değişiminin ağırlığını,  $u$  ve  $w_u$  kontrol işareti ve kontrol işareti ağırlığını,  $\Delta x$  ve  $w_{\Delta x}$  durum değişkenlerinin değişimini ve durum değişkenleri değişiminin ağırlığını,  $x$  ve  $w_x$  durum değişkenlerini ve durum değişkenleri ağırlığını son olarak  $q$  ve  $w_q$  ise integral durumunu ve integral durumunun ağırlığını ifade etmektedir. Görüldüğü üzere amaç ölçütü, problem formülasyonunda görülen bütün terimlerin farklı ağırlıklar verilerek önceliklendirilebilmesine olanak sağlamaktadır.

#### 4.2.1 Problem formülasyonu

Bu kısımda belirlenen amaç ölçütünü minimize edecek kontrol sinyalini bulmak için gerekli olan matematiksel düzenlemeler anlatılacaktır. Denklem (4.8)'de belirtilen amaç ölçütü sistemin durumlarına, çıkışına, kontrol sinyalinin değişimine ve kendisine bağlıdır. Fakat denklem (4.7) ile gösterilen farksal durum uzay denklemleri kullanılarak amaç ölçütü ifadesindeki bütün terimlerin kontrol sinyali değişimi,  $\Delta u$ , türünden yazılabilmektedir.

Denklem (4.8)'de belirtilen, elemanları öngörü ufku boyunca hesaplanan kontrol sinyal dizisi olan  $U$  vektörü, kontrol sinyali değişimi cinsinden denklem (4.9) ve (4.10) ile ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned}
 U &= \begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i + 1) \\ \dots \\ u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} u(k_i - 1) \\ u(k_i - 1) \\ \dots \\ u(k_i - 1) \end{bmatrix}_{(m \times N_c) \times 1} \\
 &\quad + \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i) + \Delta u(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta u(k_i) + \Delta u(k_i + 1) + \dots + \Delta u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix} \\
 &= U_0 + \bar{U}
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\bar{U} = \left( \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0 & \dots & 0 \\ I & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & I & I & I \end{bmatrix}_{(N_c \times m) \times (N_c \times m)} \right) \Delta U = I_U \Delta U$$

$$U = U_0 + I_U \Delta U \tag{4.10}$$

Aynı şekilde durum değişkenlerinin değişimi de, kontrol sinyalinin ve bozucu işaretin değişimi cinsinden, aşağıdaki işlemler sonucu denklem (4.13) ile ifade edilmiştir:

$$\Delta x(k_i + 1) = A_d \Delta x(k_i) + B_d \Delta u(k_i) + P_d \Delta v(k_i)$$

$$\begin{aligned}
 \Delta x(k_i + 2) &= A_d \Delta x(k_i + 1) + B_d \Delta u(k_i + 1) + P_d \Delta v(k_i + 1) \\
 &= A_d^2 \Delta x(k_i) + A_d B_d \Delta u(k_i) + A_d P_d \Delta v(k_i) \\
 &\quad + B_d \Delta u(k_i + 1) + P_d \Delta v(k_i + 1) \\
 &\quad \dots
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
\Delta x(k_i + N_p) &= A_d^{N_p} \Delta x(k_i) + A_d^{N_c-1} B_d \Delta u(k_i) \\
&+ A_d^{N_c-2} B_d \Delta u(k_i + 1) + \dots + B_d \Delta u(k_i + N_c - 1) \\
&+ A_d^{N_p-1} P_d \Delta v(k_i) + A_d^{N_c-2} P_d \Delta v(k_i + 1) + \dots \\
&+ P_d \Delta v(k_i + N_p - 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta X &= \begin{bmatrix} \Delta x(k_i + 1) \\ \Delta x(k_i + 2) \\ \dots \\ \Delta x(k_i + N_p) \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times 1} \\
&= \begin{bmatrix} A_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_d^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_d^{N_p} \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (n \times N_p)} \begin{bmatrix} \Delta x(k_i) \\ \Delta x(k_i) \\ \dots \\ \Delta x(k_i) \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times 1} \\
&+ \begin{bmatrix} B_d & 0 & 0 & 0 \\ A_d B_d & B_d & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_d^{N_c-1} B & A_d^{N_c-2} B_d & \dots & B_d \\ 0_{n \times (N_p - N_c) \times m} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (N_c \times m)} \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta u(k_i + N_c - 1) \end{bmatrix}_{(N_c \times m) \times 1} \\
&+ \begin{bmatrix} P_d & 0 & 0 & 0 \\ A_d P_d & P_d & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_d^{N_p-1} P_d & A_d^{N_p-2} P_d & \dots & P_d \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (N_p \times r)} \begin{bmatrix} \Delta v(k_i) \\ \Delta v(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta v(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix}_{(N_p \times r) \times 1}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

$$\Delta X = M \Delta X_0 + N \Delta U + \bar{P} \Delta V \tag{4.13}$$

Durum değişkenleri denklem (4.14) ve (4.15) ile ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned}
X &= \begin{bmatrix} x(k_i + 1) \\ x(k_i + 2) \\ \dots \\ x(k_i + N_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(k_i) \\ x(k_i) \\ \dots \\ x(k_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta x(k_i + 1) \\ \Delta x(k_i + 1) + \Delta x(k_i + 2) \\ \dots \\ \Delta x(k_i + 1) + \Delta x(k_i + 2) + \dots + \Delta x(k_i + N_p) \end{bmatrix} \\
&= X_0 + \bar{X}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} I_{n \times n} & 0 & \dots & 0 \\ I & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & I & I & I \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (n \times N_p)} \end{pmatrix} \Delta X = I_x \Delta X$$

$$X = X_0 + I_x \Delta X \tag{4.15}$$

Amaç ölçütü içerisinde bulunan bir başka terim olan çıkış işareti de, kontrol sinyali türünden denklem (4.16) ve (4.17) ile ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned}
Y &= \begin{bmatrix} y(k_i + 1) \\ y(k_i + 2) \\ \dots \\ y(k_i + N_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cx(k_i + 1) \\ Cx(k_i + 2) \\ \dots \\ Cx(k_i + N_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{m \times n} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k_i + 1) \\ x(k_i + 2) \\ \dots \\ x(k_i + N_p) \end{bmatrix} = \bar{C} X
\end{aligned} \tag{4.16}$$

$$Y = \bar{C} (X_0 + I_x \Delta X) \tag{4.17}$$

Son olarak sisteme yeni eklenen integral durumunun da kontrol sinyali türünden ifadesi denklem (4.18) ve (4.19) ile ifade edilecek olur ise:

$$\begin{aligned}
Q &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}(k_i + 1) \\ \mathbf{q}(k_i + 2) \\ \dots \\ \mathbf{q}(k_i + N_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(k_i) \\ \mathbf{q}(k_i) \\ \dots \\ \mathbf{q}(k_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k_i) \\ \mathbf{y}(k_i) \\ \dots \\ \mathbf{y}(k_i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{y}(k_i + 1) \\ \dots \\ \mathbf{y}(k_i + 1) + \dots + \mathbf{y}(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} \\
Q &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}(k_i + 1) \\ \mathbf{q}(k_i + 2) \\ \dots \\ \mathbf{q}(k_i + N_p) \end{bmatrix} \\
&= Q_0 + Y_0 \\
&\quad + \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ I_{m \times m} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & I & I & 0 \end{bmatrix}_{(N_p \times m) \times (N_p \times m)} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k_i + 1) \\ \mathbf{y}(k_i + 2) \\ \dots \\ \mathbf{y}(k_i + N_p) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

$$Q = Q_0 + Y_0 + I_y Y = Q_0 + \bar{C} X_0 + I_y \bar{C} (X_0 + I_x \Delta X) \tag{4.19}$$

Bütün terimlerin kontrol sinyali türünden yazılmış halleri (4.20) denklem takımında belirtildiği gibi bulunmuş olacaktır:

$$\begin{aligned}
U &= U_0 + I_U \Delta U \\
\Delta X &= M \Delta X_0 + N \Delta U + \bar{P} \Delta V \\
X &= X_0 + I_x \Delta X \\
Y &= \bar{C} (X_0 + I_x \Delta X) \\
Q &= Q_0 + \bar{C} X_0 + I_y \bar{C} (X_0 + I_x \Delta X)
\end{aligned} \tag{4.20}$$

#### 4.2.2 Çevrim-dışı hesaplanabilen terimler

Denklem (4.20)'de verilen ifadeler amaç ölçütü içerisine yazıldıktan sonra, bu ifadeyi minimum yapan kontrol sinyal dizisi hesaplanmalıdır. Amaç ölçütünde, sabit terimler ve sadece öngörü ufkunun başlangıcında ölçülen ya da kestirilen durum değişkenlerine bağlı bazı terimler oluşacaktır. Bu alt bölümde, işlem yükünü azaltmak için, bu terimlerin çevrim dışı hesaplanmasına yönelik bir çalışma yapılmıştır.

$$\begin{aligned}
U &= U_0 + I_U \Delta U \\
U^T &= U_0^T + \Delta U^T I_u^T \\
\Delta X &= M \Delta X_0 + N \Delta U + \bar{P} \Delta V \\
\Delta X^T &= \Delta X_0^T M^T + \Delta U^T N^T + \Delta V^T \bar{P}^T \\
X &= X_0 + I_x (M \Delta X_0 + N \Delta U + \bar{P} \Delta V) \\
X^T &= X_0^T + (\Delta X_0^T M^T + \Delta U^T N^T + \Delta V^T \bar{P}^T) I_x^T
\end{aligned} \tag{4.21}$$

$$\begin{aligned}
Y &= \bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)) \\
Y^T &= (X_0^T + (\Delta X_0^T M^T + \Delta U^T N^T + \Delta V^T \bar{P}^T)I_x^T)\bar{C}^T \\
Q &= Q_0 + \bar{C}X_0 + I_y\bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)) \\
Q^T &= Q_0^T + X_0^T\bar{C}^T + X_0^T\bar{C}^T I_y^T + (\Delta X_0^T M^T + \Delta U^T N^T \\
&\quad + \Delta V^T \bar{P}^T)I_x^T\bar{C}^T I_y^T
\end{aligned}$$

Denklem 4.21'de belirtilen ifadeler, amaç ölçütü içerisinde yazılır ise:

$$\begin{aligned}
J &= (R_s - \bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)))^T w_y (R_s - \bar{C}(X_0 \\
&\quad + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V))) + \Delta U^T w_{\Delta u} \Delta U \\
&\quad + (U_0 + I_U \Delta U)^T w_u (U_0 + I_U \Delta U) \\
&\quad + (M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)^T w_{\Delta x} (M\Delta X_0 + N\Delta U \\
&\quad + \bar{P}\Delta V) + (X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V))^T w_x (X_0 \\
&\quad + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)) \\
&\quad + (Q_0 + \bar{C}X_0 \\
&\quad + I_y\bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)))^T w_q (Q_0 \\
&\quad + \bar{C}X_0 + I_y\bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + N\Delta U + \bar{P}\Delta V)))
\end{aligned} \tag{4.22}$$

ifadesi elde edilir. Problemin formulasyonunda karesel amaç ölçütü kullanılmıştır, bu sebeple problem konvektir. Konveks bir fonksiyonun global minimum değeri, türevinin sıfır olduğu durumda oluşacaktır. Denklem (4.23) ile ifade edilen türev ifadesini sağlayan  $\Delta U$  kontrol dizisi, öngörülen optimal kontrol dizisi olacaktır.

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0 \tag{4.23}$$

Gösterim kolaylığı açısından, amaç ölçütü ifadesi,  $J$ , nin sadece kontrol işaretine bağlı olan terimleri hesaplanarak,  $\frac{\partial J}{\partial \Delta U}$  türev ifadesi bulunacaktır:

$$\begin{aligned}
J &= \{(R_s^T - (X_0^T + (\Delta X_0^T M^T + \Delta V^T \bar{P}^T)I_x^T)\bar{C}^T)w_y\bar{C}I_x N + (U_0^T)w_u I_U \\
&\quad + (\Delta X_0^T M^T + \Delta V^T \bar{P}^T)w_{\Delta x} N + (X_0^T + (\Delta X_0^T M^T \\
&\quad + \Delta V^T \bar{P}^T)I_x^T)w_x I_x N \\
&\quad + (Q_0^T + X_0^T\bar{C}^T + X_0^T\bar{C}^T I_y^T + (\Delta X_0^T M^T \\
&\quad + \Delta V^T \bar{P}^T)I_x^T\bar{C}^T I_y^T)w_q I_y\bar{C}I_x N\}\Delta U \\
&\quad + \Delta U^T \{(N^T I_x^T \bar{C}^T)w_y (R_s - \bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 + \bar{P}\Delta V))) + I_U^T w_u U_0 \\
&\quad + N^T w_{\Delta x} (M\Delta X_0 + \bar{P}\Delta V) \\
&\quad + N^T I_x^T w_x (X_0 + I_x(M\Delta X_0 + \bar{P}\Delta V)) \\
&\quad + (N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T)w_q (Q_0 + \bar{C}X_0 + I_y\bar{C}(X_0 + I_x(M\Delta X_0 \\
&\quad + \bar{P}\Delta V)))\} \\
&\quad + \Delta U^T \{N^T \bar{C}^T w_y \bar{C} N + w_{\Delta u} + I_U^T w_u I_U + N^T w_{\Delta x} N + N^T I_x^T w_x I_x N \\
&\quad + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T)w_q (I_y\bar{C}I_x N)\}\Delta U
\end{aligned} \tag{4.24}$$

+Sabit Terimler

Denklem (4.24) daha açık bir şekilde denklem (4.25) ile ifade edilmiştir:

$$J = p\Delta U + \Delta U^T q + \Delta U^T R \Delta U$$

$$\begin{aligned}
 p = & \{ (R_s^T - (X_0^T + (\Delta X_0^T M^T + \Delta V^T \bar{P}^T) I_x^T) \bar{C}^T) w_y \bar{C} I_x N + (U_0^T) w_u I_U \\
 & + (\Delta X_0^T M^T + \Delta V^T \bar{P}^T) w_{\Delta x} N + (X_0^T + (\Delta X_0^T M^T \\
 & + \Delta V^T \bar{P}^T) I_x^T) w_x I_x N \\
 & + (Q_0^T + X_0^T \bar{C}^T + X_0^T \bar{C}^T I_y^T + (\Delta X_0^T M^T \\
 & + \Delta V^T \bar{P}^T) I_x^T \bar{C}^T I_y^T) w_q I_y \bar{C} I_x N \} \\
 q = & \{ (N^T I_x^T \bar{C}^T) w_y (R_s - \bar{C} (X_0 + I_x (M \Delta X_0 + \bar{P} \Delta V))) + I_U^T w_u U_0 \\
 & + N^T w_{\Delta x} (M \Delta X_0 + \bar{P} \Delta V) \\
 & + N^T I_x^T w_x (X_0 + I_x (M \Delta X_0 + \bar{P} \Delta V)) \\
 & + (N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T) w_q (Q_0 + \bar{C} X_0 + I_y \bar{C} (X_0 + I_x (M \Delta X_0 \\
 & + \bar{P} \Delta V))) \} \\
 R = & \{ N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + w_{\Delta u} + I_U^T w_u I_U + N^T w_{\Delta x} N + N^T I_x^T w_x I_x N \\
 & + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q (I_y \bar{C} I_x N) \}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Bu durumda denklem 4.23 ile belirtilen türev ifadesi ve optimal kontrol işareti dizisi denklem (4.26) gibi olacaktır:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial J}{\partial \Delta U} &= p + q^T + (R + R^T) \Delta U = 0 \\
 \Delta U &= -(R + R^T)^{-1} (p + q^T)
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Karesel ifadenin katsayısı olan  $R$  görüldüğü üzere hiçbir ilk değere bağlı değildir, bu nedenle ilk sabit değer (4.27) ile gösterilebilir:

$$C_1 = -(R + R^T)^{-1} \tag{4.27}$$

Denklem (4.25) ile verilen  $p$  ifadesi düzenlenerek hesaplanan diğer sabit değerler (4.28) denklem takımı ile ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 p = & -R_s^T \{ w_y \bar{C} I_x N \} + U_0^T \{ w_u I_U \} \\
 & + \Delta X_0^T \{ M^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + M^T w_{\Delta x} N + M^T I_x^T w_x I_x N \\
 & + M^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x N \} \\
 & + \Delta V^T \{ \bar{P}^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + \bar{P}^T w_{\Delta x} N + \bar{P}^T I_x^T w_x I_x N \\
 & + \bar{P}^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x N \} \\
 & + X_0^T \{ \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + w_x I_x N + (\bar{C}^T + \bar{C}^T I_y^T) w_q I_y \bar{C} I_x N \} \\
 & + Q_0^T \{ w_q I_y \bar{C} I_x N \}
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
C_2 &= -w_y \bar{C} I_x N \\
C_3 &= w_u I_U \\
C_4 &= M^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + M^T w_{\Delta x} N + M^T I_x^T w_x I_x N \\
&\quad + M^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x N \\
C_5 &= \bar{P}^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + \bar{P}^T w_{\Delta x} N + \bar{P}^T I_x^T w_x I_x N \\
&\quad + \bar{P}^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x N \\
C_6 &= \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x N + w_x I_x N + (\bar{C}^T + \bar{C}^T I_y^T) w_q I_y \bar{C} I_x N \\
C_7 &= w_q I_y \bar{C} I_x N \\
p &= R_s^T C_2 + U_0^T C_3 + \Delta X_0^T C_4 + \Delta V^T C_5 + X_0^T C_6 + Q_0^T C_7
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Aynı şekilde (4.25) ile verilen  $q^T$  ifadesi düzenlenerek hesaplanan diğer sabit değerler (4.30) denklem takımı ile ifade edilmiştir:

$$\begin{aligned}
q^T &= \{-N^T I_x^T \bar{C}^T w_y\} R_s + \{I_U^T w_u\} U_0 \\
&\quad + \{N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x M + N^T w_{\Delta x} M + N^T I_x^T w_x I_x M \\
&\quad + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x M\} \Delta X_0 \\
&\quad + \{N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x \bar{P} + N^T w_{\Delta x} \bar{P} + N^T I_x^T w_x I_x \bar{P} \\
&\quad + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x \bar{P}\} \Delta V \\
&\quad + \{N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} + N^T I_x^T w_x + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q (\bar{C} \\
&\quad + I_y \bar{C})\} X_0 + \{N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q\} Q_0 \\
C_8 &= \{-N^T I_x^T \bar{C}^T w_y\} R_s \\
C_9 &= I_U^T w_u \\
C_{10} &= N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x M + N^T w_{\Delta x} M + N^T I_x^T w_x I_x M \\
&\quad + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x M \\
C_{11} &= N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} I_x \bar{P} + N^T w_{\Delta x} \bar{P} + N^T I_x^T w_x I_x \bar{P} \\
&\quad + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q I_y \bar{C} I_x \bar{P} \\
C_{12} &= N^T I_x^T \bar{C}^T w_y \bar{C} + N^T I_x^T w_x + N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q (\bar{C} + I_y \bar{C}) \\
C_{13} &= N^T I_x^T \bar{C}^T I_y^T w_q
\end{aligned} \tag{4.30}$$

$$q = C_8 R_s + C_9 U_0 + C_{10} \Delta X_0 + C_{11} \Delta V + C_{12} X_0 + C_{13} Q_0 \tag{4.31}$$

Her adımda hesaplanması gereken  $(p + q^T)$  ifadesi, çevrim dışı hesaplanabilen bu terimler kullanılarak yeniden düzenlenir ise:

$$\begin{aligned}
(p + q^T) &= R_s^T C_{14} + U_0^T C_{15} \\
&\quad + \Delta X_0^T C_{16} + \Delta V^T C_{17} + X_0^T C_{18} + Q_0^T C_{19} \\
C_{14} &= C_2 + C_8^T \\
C_{15} &= C_3 + C_9^T \\
C_{16} &= C_4 + C_{10}^T \\
C_{17} &= C_5 + C_{11}^T \\
C_{18} &= C_6 + C_{12}^T
\end{aligned} \tag{4.32}$$

$$C_{19} = C_7 + C_{13}^T$$

şeklinde elde edilir. Bu durumda optimal kontrol işaret dizisi, denklem (4.33)'deki gibi olacaktır:

$$\Delta U = C_1 \left\{ R_s^T C_{14} + U_0^T C_{15} + \Delta X_0^T C_{16} + \Delta V^T C_{17} + X_0^T C_{18} + Q_0^T C_{19} \right\} \quad (4.33)$$

Bu ifadede görülen tüm  $C_{(*)}$  katsayıları, çevrim-dışı olarak hesaplandığı için, her kontrol adımında yalnızca 7 matris çarpımı ve 5 matris toplaması yapılarak optimal kontrol işareti hesaplanabilecektir.

### 4.3 Laguerre MPC

İkinci bölümde detaylı bir şekilde anlatıldığı gibi, klasik MPC yapısında, optimal kontrol işareti dizisi; kontrol ufku boyunca değişken, kontrol ufkundan öngörü ufkuna kadar sabit kabul edilmektedir. Bu nedenle, optimizasyon problemi kontrol ufku,  $N_c$  adet bilinmeyen içerecektir. Laguerre MPC yapısında ise, kontrol sinyali dizisi  $N$  adet Laguerre temel fonksiyonu ile öngörü ufkunu boyunca yaklaşık olarak ifade edilmektedir, bu sebeple optimizasyon problemi - kullanıcının tarafından belirlenebilen - sadece  $N$  adet bilinmeyen içerecektir. Bu basit yaklaşım, uzun kontrol ufku seçimi gerektiren durumlarda, klasik MPC'nin hesaplama karmaşıklığı açısından, çok kısa kontrol ufku seçilen problemlerde ise optimalite açısından avantaj sağlayabilmektedir. Yöntemin temel dezavantajı ise, yalnızca açık döngü kararlı sistemlere uygulanabilmesi ve kontrol işaretinin yaklaşık ifadelerinin kullanılması nedeniyle oluşabilecek modelleme hataları olarak belirtilebilir.

#### 4.3.1 Problem formülasyonu

Laguerre ortogonal temel fonksiyonu tabanlı MPC de, klasik MPC den farklı olarak kontrol sinyali kontrol ufkundan sonra sıfır kabul edilmez. Bu durumda, denklem (4.9) ve (4.10), Laguerre MPC için yeniden düzenlenmelidir, kontrol ufku uzunluğuna göre boyutu değişen matrisler, Laguerre MPC yapısı için yeniden hesaplanmalıdır.

Öngörü ufkunu boyunca hesaplanan yeni matrisler olan  $U_{0,l}$ ,  $I_{U,l}$  ve  $N_l$  ile denklem (4.25)'de klasik MPC için hesaplanan  $p$ ,  $q$  ve  $R$  değerleri güncellenir ise, Laguerre MPC için amaç ölçütü bulunacaktır.

$$\begin{aligned}
U &= \begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i + 1) \\ \dots \\ u(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} u(k_i) \\ u(k_i) \\ \dots \\ u(k_i) \end{bmatrix}_{(m \times N_p) \times 1} \\
&\quad + \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i) + \Delta u(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta u(k_i) + \Delta u(k_i + 1) + \dots + \Delta u(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} \\
&= U_{0,l} + \bar{U}_l
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\bar{U}_l = \left( \begin{bmatrix} I_{m \times m} & 0 & \dots & 0 \\ I & I & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I & I & I & I \end{bmatrix}_{(N_p \times m) \times (N_p \times m)} \right) \Delta U = I_{U,l} \Delta U$$

$$\begin{aligned}
\Delta X &= \begin{bmatrix} \Delta x(k_i + 1) \\ \Delta x(k_i + 2) \\ \dots \\ \Delta x(k_i + N_p) \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times 1} \\
&= \begin{bmatrix} A_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_d^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_d^{N_p} \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (n \times N_p)} \begin{bmatrix} \Delta x(k_i) \\ \Delta x(k_i) \\ \dots \\ \Delta x(k_i) \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times 1} \\
&\quad + \begin{bmatrix} B_d & 0 & 0 & 0 \\ A_d B_d & B_d & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_d^{N_p-1} B & A_d^{N_p-2} B & \dots & B_d \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (N_p \times m)} \begin{bmatrix} \Delta u(k_i) \\ \Delta u(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta u(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix}_{(N_p \times m) \times 1} \\
&\quad + \begin{bmatrix} P_d & 0 & 0 & 0 \\ A_d P_d & P_d & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_d^{N_p-1} P_d & A_d^{N_p-2} P_d & \dots & P_d \end{bmatrix}_{(n \times N_p) \times (N_p \times r)} \begin{bmatrix} \Delta v(k_i) \\ \Delta v(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta v(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix}_{(N_p \times r) \times 1}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

$$\Delta X = M \Delta X_0 + N_l \Delta U + \bar{P} \Delta V \tag{4.36}$$

İkinci bölümde ifade edilen denklem (2.25) hatırlanır ise, kontrol işareti dizisinin Laguerre temel fonksiyonları ile ifade edilmiş hali denklem (4.37)'deki gibidir:

$$\begin{aligned}
\Delta U &= \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k_i) \\ \Delta \mathbf{u}(k_i + 1) \\ \dots \\ \Delta \mathbf{u}(k_i + N_p - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L^T(0) \\ L^T(1) \\ \dots \\ L^T(N_p - 1) \end{bmatrix} \eta = \begin{bmatrix} L^T(0) \\ L^T(0) A_l^T \\ \dots \\ L^T(0) (A_l^{N_p-1})^T \end{bmatrix} \eta \\
&= \bar{L}^T \eta
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Denklem (4.25) ile belirtilen amaç ölçütü ifadesi, denklem (2.32) kullanılarak yeniden düzenlenir ise denklem (4.38) elde edilecektir:

$$\begin{aligned} J &= p\bar{L}^T\eta + (\bar{L}^T\eta)^Tq + (\bar{L}^T\eta)^TR(\bar{L}^T\eta) \\ J &= (p + q^T)\bar{L}^T\eta + \eta^T\bar{L}R\bar{L}^T\eta \end{aligned} \quad (4.38)$$

Bu durumda optimal Laguerre katsayıları ve sisteme uygulanacak olan optimal kontrol dizisinin ilk elemanı denklem (4.39) ve (4.40)'daki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \eta} &= (p + q^T)\bar{L}^T + (\bar{R} + \bar{R}^T)\eta = 0 \\ \bar{R} &= \bar{L}R\bar{L}^T \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \eta &= -(\bar{R} + \bar{R}^T)^{-1}(p + q^T)\bar{L}^T \\ \Delta u(k_i + 1) &= L^T(0)\eta \end{aligned} \quad (4.40)$$

### 4.3.2 Çevrim-dışı hesaplanabilen terimler

Klasik MPC formulasyonunda çevrim-dışı hesaplanan terimler ve bölüm 4.3.1'de hesaplanan  $U_{0,l}, I_{U,l}$  ve  $N_l$  matrisleri kullanılarak Laguerre MPC için çevrim-dışı hesaplanabilen terimler kolaylıkla belirlenebilir:

$$\begin{aligned} C_{1,l} &= -(\bar{R} + \bar{R}^T)^{-1} \\ C_{2,l} &= w_y\bar{C}I_xN_l \\ C_{3,l} &= w_uI_{U,l} \\ C_{4,l} &= -M^TI_x^T\bar{C}^T w_y\bar{C}I_xN_l + M^T w_{\Delta x}N_l + M^TI_x^T w_xI_xN_l \\ &\quad + M^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_qI_y\bar{C}I_xN_l \\ C_{5,l} &= -\bar{P}^TI_x^T\bar{C}^T w_y\bar{C}I_xN_l + \bar{P}^T w_{\Delta x}N_l + \bar{P}^TI_x^T w_xI_xN_l \\ &\quad + \bar{P}^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_qI_y\bar{C}I_xN_l \\ C_{6,l} &= -\bar{C}^T w_y\bar{C}I_xN_l + w_xI_xN_l + (\bar{C}^T + \bar{C}^TI_y)w_qI_y\bar{C}I_xN_l \\ C_{7,l} &= w_qI_y\bar{C}I_xN_l \\ C_{8,l} &= N_l^TI_x^T\bar{C}^T w_y \\ C_9 &= I_{U,l}^T w_u \\ C_{10} &= -N_l^TI_x^T\bar{C}^T w_y\bar{C}I_xM + N_l^T w_{\Delta x}M + N_l^TI_x^T w_xI_xM \\ &\quad + N_l^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_qI_y\bar{C}I_xM \\ C_{11} &= -N_l^TI_x^T\bar{C}^T w_y\bar{C}I_x\bar{P} + N_l^T w_{\Delta x}\bar{P} + N_l^TI_x^T w_xI_x\bar{P} \\ &\quad + N_l^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_qI_y\bar{C}I_x\bar{P} \\ C_{12} &= -N_l^TI_x^T\bar{C}^T w_y\bar{C} + N_l^TI_x^T w_x + N_l^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_q(\bar{C} + I_y\bar{C}) \\ C_{13} &= N_l^TI_x^T\bar{C}^TI_y^T w_q \\ C_{14,l} &= C_{2,l} + C_{8,l}^T \\ C_{15,l} &= C_{3,l} + C_{9,l}^T \\ C_{16,l} &= C_{4,l} + C_{10,l}^T \\ C_{17,l} &= C_{5,l} + C_{11,l}^T \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned}
C_{18,l} &= C_{6,l} + C_{12,l}^T \\
C_{19,l} &= C_{7,l} + C_{13,l}^T \\
\eta &= C_{1,l} \left\{ R_s^T C_{14,l} + U_0^T C_{15,l} + \Delta X_0^T C_{16,l} + \Delta V^T C_{17,l} + X_0^T C_{18,l} + Q_0^T C_{19,l} \right\} \bar{L}^T \\
\Delta u(k_i + 1) &= L^T(0)\eta
\end{aligned}$$

Bu durumda Laguerre MPC için optimal kontrol işareti denklemi (4.42) deki gibi olacaktır:

$$\begin{aligned}
\eta &= C_{1,l} \left\{ R_s^T C_{14,l} + U_0^T C_{15,l} \right. \\
&\quad \left. + \Delta X_0^T C_{16,l} + \Delta V^T C_{17,l} + X_0^T C_{18,l} + Q_0^T C_{19,l} \right\} \bar{L}^T \\
\Delta u(k_i + 1) &= L^T(0)\eta
\end{aligned} \tag{4.42}$$

### 4.3.3 Laguerre katsayılarının optimal seçimi

Laguerre ortogonal temel fonksiyonları ile herhangi bir impuls cevap dizisinin ne kadar doğru bir şekilde temsil edildiği, temel fonksiyon sayısı  $N$ 'nin seçimine ve Laguerre fonksiyonun (2.18) ile tanımlanan zaman faktörü  $a$ 'nın ne kadar doğru seçildiğine bağlıdır, [34]. Bu alt bölümde Laguerre zaman faktörünün seçimine yönelik literatürde, [35], önerilen bir yöntem anlatılacak ve tez kapsamında kullanılacaktır.

[35]'de, Laguerre katsayılarından oluşturulan (4.43) ile tanımlanan amaç ölçütü anlamında optimal olan bir zaman faktörü seçimi önerilmiştir. Denklemden belirtilen  $c_i$  değerleri, daha önce denklem (2.26) ile belirtilen Laguerre fonksiyonları ağırlık katsayılarıdır.

$$J = \sum_{i=1}^{\infty} i c_i^2 \tag{4.43}$$

Zamanla doğrusal bir şekilde artan ağırlık, Laguerre yaklaşık modelinin hızlı bir şekilde gerçek sistemin impuls cevabına yakınsamasını sağlayacaktır, [35]. Laguerre fonksiyonları ile ifade edilmek istenen işaret dizisi  $h(k)$  olsun:

$$h(k) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i l_i(k) \tag{4.44}$$

Bu durumda önerilen optimal Laguerre zaman faktörü, denklem (4.46)'da ifade edilmiştir:

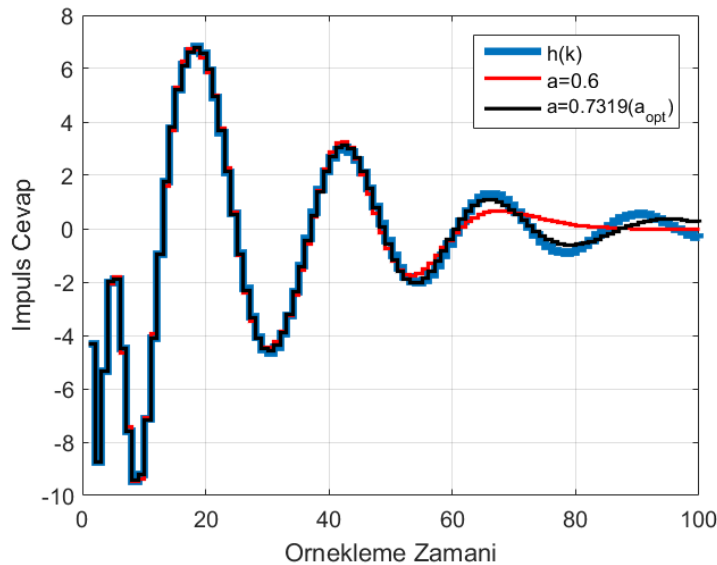
$$M_1 = \frac{1}{\|h\|^2} \sum_{k=0}^{\infty} k h^2(k) \quad M_2 = \frac{1}{\|h\|^2} \sum_{k=0}^{\infty} k \Delta h^2(k) \tag{4.45}$$

$$\|h\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} h^2(k) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i^2$$

$$a_{opt} = \frac{2M_1 - 1 - M_2}{2M_1 - 1 + \sqrt{4M_1M_2 - M_2^2 - 2M_2}} \quad (4.46)$$

Şekil 4.1’de  $h(k)$  herhangi bir sistemden ölçülmüş impuls cevap dizisi olmak üzere karşılaştırmalı bir sonucu göstermektedir. Kullanılacak Laguerre temel fonksiyon sayısı  $N$  belirlendikten sonra sistemin cevabını en yakın temsil edecek Laguerre zaman faktörü  $a$  belirlenmelidir. Bu yöntem, zaman faktörünün deneme yanılma ile bulunması yerine, modelleme hatasını minimize eden bir seçim yapılmasına imkan sağlar. Görüldüğü üzere yaklaşık olarak belirlenmiş bir  $a$  değeri olan 0.6 ile elde edilmiş Laguerre model cevabı, denklem (4.46)’da verilen optimal  $a$  değerine göre daha fazla modelleme hatası vermiştir.

Laguerre MPC tasarımında Laguerre fonksiyonları ile ifade edilecek dizi MPC nin kendi çıktısı olan kontrol sinyali dizisi,  $\Delta U$ ’dur. Bu sebeple tasarıma başlarken sistemden toplanmış bir impuls cevabı bulunmamaktadır. Laguerre fonksiyonları ile gerçek dinamiklere yakınsamak için, tasarlanacak MPC ile aynı ağırlık matrislerine sahip bir LQR kontrolör tasarlanmıştır. Bu kontrolörün sabit referans için öngörü ufku boyunca kontrol işareti kaydedilip, bu işareti en iyi ifade eden Laguerre fonksiyon sistemi oluşturulmuştur.

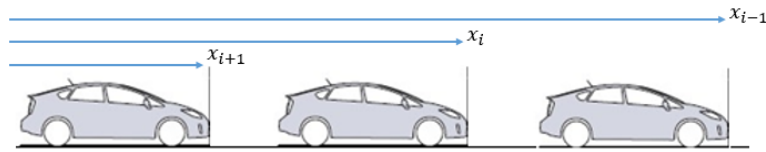


Şekil 4.1 : Optimal Laguerre zaman sabiti seçimi.



## 5. KONVOY KARARLILIĞI (STRING STABILITY)

Konvoy kararlılığı her ne kadar taşıt gurupları (platoon) uygulamalarında öne çıkan bir kavram olsa da, adaptif hız sabitleme sistemi tasarımında da incelenmesi gereken önemli bir konudur. Tasarlanan kontrol kuralı eğer sadece ACC sisteminin aktif olduğu aracın kararlılığını garanti altına alıyor ise, takip mesafesi hatası yalnızca takip edilen aracın hızının sabit olduğu durumda sifira yakınsayacaktır, [42]. Buna karşın, takip edilen aracın hızlandığı ya da yavaşladığı durumlarda, takip mesafesi hatası sifira yakınsamayacaktır. Bu nedenle, ACC fonksiyonlarına sahip araçlardan oluşan konvoylarda, hızlanma ya da yavaşlama durumlarında takip mesafesi hatası konvoyun sonuna doğru katlanarak artabilmekte ve konvoy kararlılığı bozulabilmektedir. Araçlar vasıta grubu (platooning) uygulamasında olduğu gibi özellikle konvoy haline getirilmese bile, birkaç ACC özelliğine sahip araç herhangi bir yolda arka arkaya geldiğinde, aralarındaki mesafe çok açılabilmekte ve bu durum trafik yoğunluğu ve trafik şok dalgalarına yol açabilmektedir. Bu durum üzerine yoğunlaşan konvoy kararlılığı kavramı, 1970'li yıllardan beri literatürde çalışılmaktadır, [36]. Konvoy kararlılığı, herhangi bir araç konvoyunda, konvoyun arka sıralarına gidildikçe araçlar arasındaki takip mesafesi hatasının azalmasını garanti altına almaktadır, [37]. Belirtilen bu durumu sağlamanın ilk şartı, birbirini takip eden araçların takip mesafesi hatalarını ilişkilendiren (5.1) ile tanımlanan transfer fonksiyonunun sonsuz normunun (5.2) büyüklüğünün daima 1'den küçük olmasıdır. Şekil 5.1 de üç araçlık bir konvoy görülmektedir,  $\varepsilon_i$  ve  $\varepsilon_{i-1}$  sırası ile  $i$  ve  $i - 1$  nolu araçların önlerindeki araçlar ile aralarındaki takip mesafesi hatasını belirtmek üzere, ilgili transfer fonksiyonu (5.1) deki gibi olacaktır.



Şekil 5.1 : Araç konvoyu.

$$G(s) = \frac{\varepsilon_{i+1}(s)}{\varepsilon_i(s)} \quad (5.1)$$

$$\|G(s)\|_\infty \leq 1 \quad (5.2)$$

Takip mesafesi hatasının değişiminin sinusoidal olduğu durumlarda, (5.2) ifadesi, konvoy kararlılığını garanti altına almaktadır. Fakat sürekli hal hatası ya da rampa fonksiyonu (sürekli yavaşlama ya da hızlanma gibi) tipinde olan hata durumlarında denklem (5.2) ölçütü yetersiz kalmaktadır, [42].

Denklem (5.2) ile tanımlanan ölçüt, aşağıdaki koşulun sağlanmasını garanti altına almaktadır:

$$\|\varepsilon_{i+1}(t)\|_2 \leq \|\varepsilon_i(t)\|_2 \quad (5.3)$$

Bunun anlamı ise sadece maksimum takip hatasının mutlak değerinin konvoy boyunca azalmasını garanti altına almaktadır. Hataların işaretleri ile ilgili bir kısıt bulunmamaktadır. Şekil 5.1’de görülen araçlardan daha öndeki  $i$  nolu aracın negatif(planlanandan daha uzak),  $i + 1$  nolu aracın pozitif(planlanandan daha yakın) son hal hatası ile bir önlerindeki araçları takip ettiklerini düşünelim. Bu durumda denklem (5.3) ifadesi sağlansa bile, arka sıradaki araç bir önündekini daha yakından takip edeceğinden tehlikeli bir durum oluşacaktır.

Bu sebeple tam bir konvoy kararlılığı için, daha konservatif bir kural olan (5.4) sağlanmalıdır:

$$\|\varepsilon_i(t)\|_\infty \leq \|\varepsilon_{i-1}(t)\|_\infty \quad (5.4)$$

$g(t)$  Denklem (5.1) ile ifade edilen transfer fonksiyonunun impuls cevabı olsun, bu durumda (5.4) ifadesi ancak (5.5) denkleminin sağlanması ile olacaktır:

$$g(t) > 0 \quad (5.5)$$

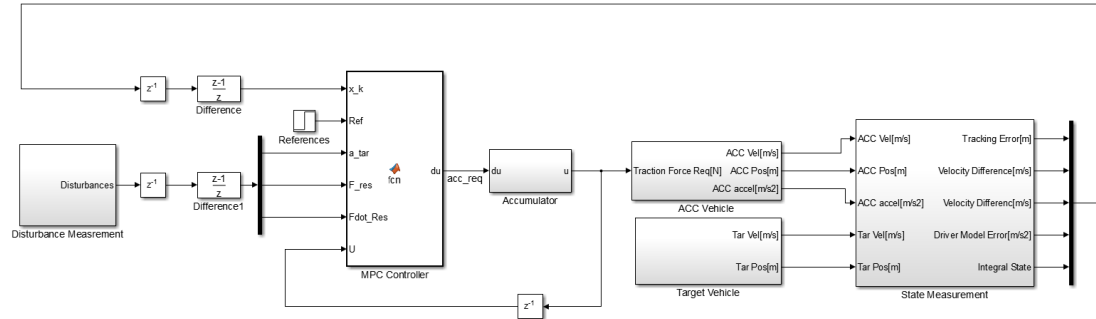
Denkem (5.5) ile ifade edilen özelliği, bir kapalı döngü kontrol sisteminde sağlamanın tek yolu ise, sistemin açık döngü transfer fonksiyonunda minimum fazlı olması yani sıfırlarının da sol yarı düzlemde olması ile sağlanabilmektedir, [39].

## 6. SİSTEM BENZETİMİ VE BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde, Bölüm 3’te modeli oluşturulan araç ve uyarlamalı hız sabitleme sistemi ile, Bölüm 4’de açıklanan MPC metotları MATLAB/Simulink ortamında gerçekleştirilmiştir. Takip edilecek aracın hızı için, standard sürüş profilleri (drive cycles) kullanılmıştır. Ayrıca hız kontrol sistemine bozucu olarak etkiyen direnç kuvvetleri olan hava sürtünmesi direnci, teker yuvarlanma direnci ve yol eğiminden kaynaklanan dirençler de modellenmiştir. Tasarlanan kontrolör, araç modelleri ve bozucu kuvvet modelleri kullanılarak sistemin kapalı döngü benzetim modeli kurulmuş ve farklı koşullarda tasarlanan kontrolörlerin performansları değerlendirilmiştir.

### 6.1 Sistem Benzetim Modeli

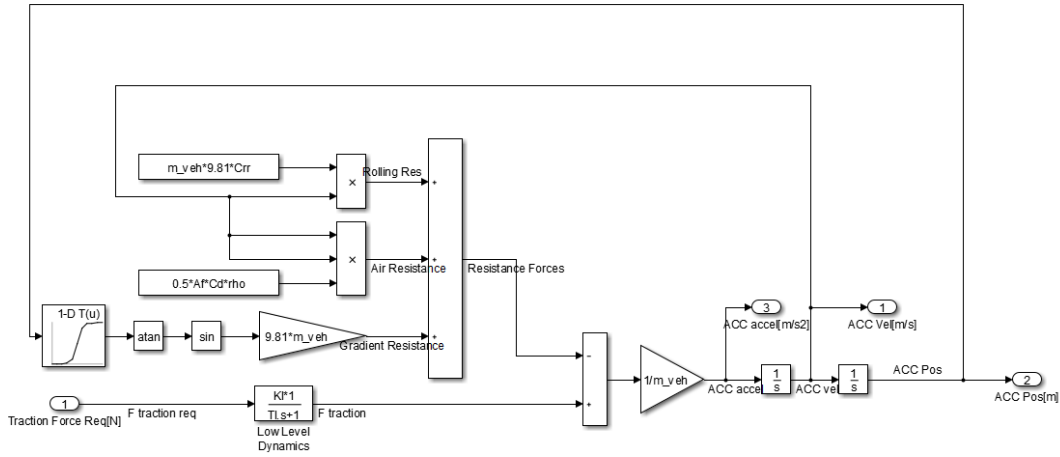
Sistem için oluşturulan benzetim modeli Şekil 6.1’de verilmiştir. MPC kontrolör bloğunun içerisinde denklem (4.33) ile ifade edilen optimum kontrol sinyali hesaplaması yapılmaktadır. Denklem (4.32) ile gösterilen çevrim dışı hesaplanabilen bütün terimler, simülasyondan önce hesaplanmış, ölçülen durum değişkenleri ve bozucu etkiler altında optimum kontrol sinyali hesaplanmıştır. Bölüm 4.1’de anlatıldığı gibi, kontrolör, farksal durum uzay modeli kullanılarak tasarlandığı için, durumlar ve ölçülen bozucu etkilerin değişimleri hesaplanmış ve kontrolör girişinde kullanılmıştır.



Şekil 6.1 : Kapalı döngü benzetim modeli.

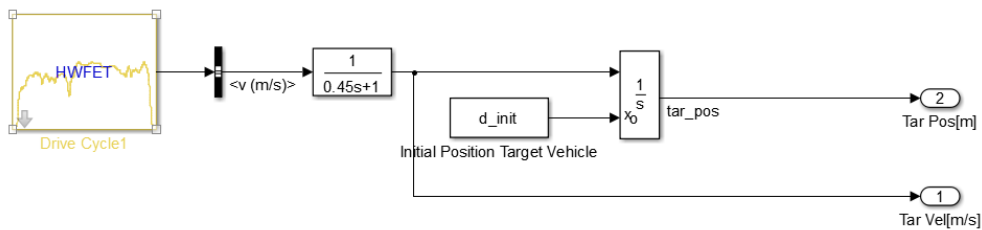
ACC aracı bloğunda, denklem (3.5) ile belirtilen taşıt dinamikleri modellenmiştir. Şekil 6.2’de görüldüğü üzere, kontrolör tarafından hesaplanan çekiş kuvveti, birinci mertebeden transfer fonksiyonu dinamiği ile gerçekleştirilmekte, teker yuvarlanma direnci ve hava sürtünme direnci hesaplanmaktadır. Bölüm 6.2.2’de anlatılacak olan metot ile gerçek bir yol için hesaplanan eğim değerleri için bir tablo oluşturulmuş ve aracın pozisyonuna bağlı olarak araca eğim sebebi ile etkiyen direnç kuvveti hesaplanmıştır. Bu çalışmada aracın gerçek pozisyonunun, araçtaki navigasyon sistemi ile ölçüldüğü varsayılmıştır.

Araç üzerine etkiyen toplam kuvvet hesaplandıktan sonra, ACC aracı ivmesi, hızı ve pozisyonu hesaplanmıştır.



Şekil 6.2 : ACC aracı benzetim modeli.

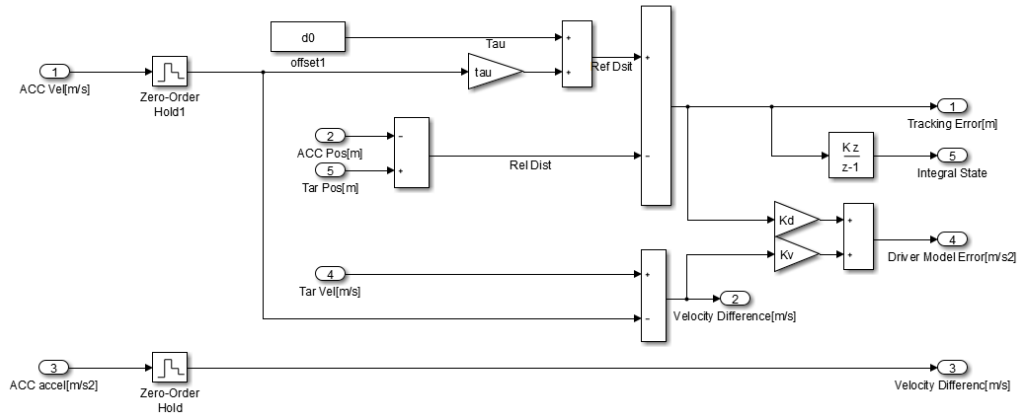
Hedef araç bloğunda öndeki aracın hız profili için 6.2.1 bölümünde tanımlanan standart hız profilleri kullanılmış ve öndeki aracın belirlenen hız profilini gerçekçi bir dinamik ile takip etmesi için, öndeki aracın dinamikleri birinci mertebeden bir transfer fonksiyonu ile modellenmiştir, (Şekil 6.3).



Şekil 6.3 : Takip edilen aracın benzetim modeli.

Durum ölçüm bloğunda (Şekil 6.4) denklem (3.29) ile belirtilen sistem durumlarının ölçümü yapılmıştır. Yapılan ölçümlerin ideal olduğu varsayılmış, bu sebeple ölçümlere herhangi bir gürültü modeli eklenmemiştir. Sistem durumlarından takip hatası ACC aracının hızına ve ölçülen takip mesafesine bağlıdır. ACC aracının hızı durum değişkeni olmamasına rağmen, günümüzde hemen hemen her araçta yerleşik bir sensör ile ölçülmektedir. Bu sebeple kullanılabilir olduğu varsayılmıştır. İki araç arasındaki mesafe ve hız farkı ise, otomotivde sıkça kullanılan radarlar ile ölçülebilmektedir.

Ayrıca sistem durumlarına ek olarak sisteme sonradan eklenen integral etkiye ilişkin durum da bu blok içerisinde hesaplanmaktadır.

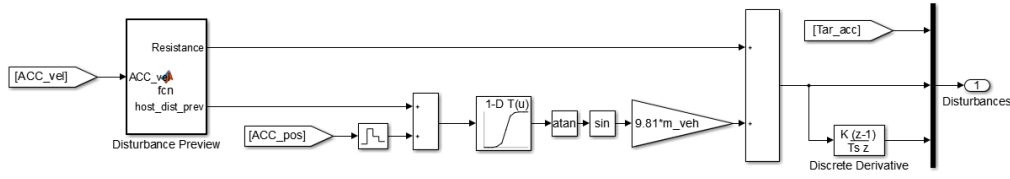


Şekil 6.4 : Durum değişkenleri ölçüm bloğu.

Bozucu etki öngörü bloğu Şekil 6.5'te verilmiştir. Bu bloğun içerisinde, denklem (3.6) ile ifade edilen direnç kuvvetleri, ölçülen ACC aracı durumlarına göre hesaplanmaktadır. Bu blokta öngörü ufku boyunca ACC aracının hızı sabit kabul edilmekte, dolayısı ile teker yuvarlanma direncinin ve hava sürtünmesi direncinin sabit kaldığı varsayılmıştır.

Eğim direnci hesaplanırken, ACC aracının o andaki pozisyonu ölçülmekte (navigasyondan geldiği varsayılarak) aracın öngörü ufku süresince sabit hızla gideceği varsayımında bulunularak (öngörü ufku kısa seçildiğinde ufuk boyunca hız değişiminin çok olmayacağı düşünülerek), gelecekteki her örnekleme adımında aracın hangi konumda bulunacağı hesaplanmaktadır.

Öngörü ufku boyunca hesaplanan bu konum değerlerine göre önceden oluşturulan tablo kullanılarak gelecekteki eğim değerleri ve eğim dirençleri tahmin edilmektedir.



**Şekil 6.5 :** Bozucu etki ölçüm/öngörü bloğu.

Yapılacak benzetim çalışmalarında kullanılacak parametreler Çizelge 6.1 de sunulmuştur:

**Çizelge 6.1 :** Benzetim modeli parametreleri.

Parametre	Değer
$C_{rr}$	0.006 N/(m/s)
$C_d$	0.75
$A_f$	6.25 N m <sup>2</sup>
$\rho$	1.2 kg/m <sup>3</sup>
$K_l$	1
$T_l$	0.45s
$\tau$	2.5s
$l_0$	10m
$K_v$	0.25 s <sup>-1</sup>
$K_d$	0.02 s <sup>-2</sup>
$T$	0.04 s

## 6.2 Test Durumlarının Oluşturulması

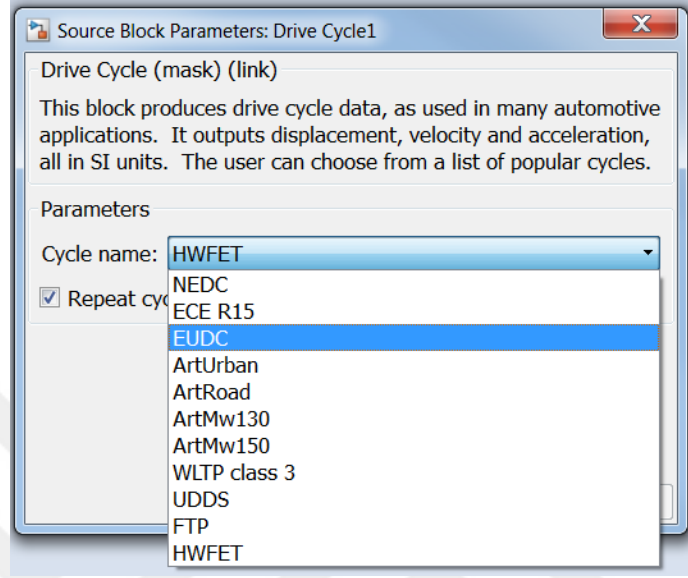
Benzetim çalışmalarında çok temel hız profillerinin (hızlanma - sabit hız-durma gibi) ve eğim profillerinin yanında, otomotivde standart haline gelmiş çeşitli hız profilleri ve gerçek yol verisinden elde edilmiş eğim verileri kullanılarak sonuçlar incelenecektir. Bu kısımda bu test durumlarının oluşturulması üzerinde durulmuştur.

### 6.2.1 Standart sürüş profilleri

Otomotivde kullanılan standart sürüş profilleri zamana karşı aracın takip etmesi gereken hızı tanımlayan dizilerdir. Standart sürüş profilleri, araçların çeşitli açılardan performanslarının(yakıt tüketimi, hava kirliliği, dayanıklılık, konfor vb.) değerlendirilmesinde ve araç alt sistemlerinin(motor, şanzıman, batarya vb.) performans testlerinde standart olarak kullanılmaktadır. Günümüzde en çok kullanılan sürüş profilleri Avrupa standartlarında tanımlı NEDC, ECE-15, EUDC, CADC,

WLTP; Amerikan standartlarında tanımlı FTP-75, HFET, UDDC ve Japonya standartlarında tanımlı 10-Mode, 10-15 Mode, JC08 olarak tanımlanabilir.

Bu çalışmada, MATLAB/Simulink ortamında hazırlanmış ve simulink kütüphanesine eklenebilen hazır sürüş profili bloğu kullanılmıştır, [40].



**Şekil 6.6** : Sürüş profili bloğu kullanıcı arayüzü.

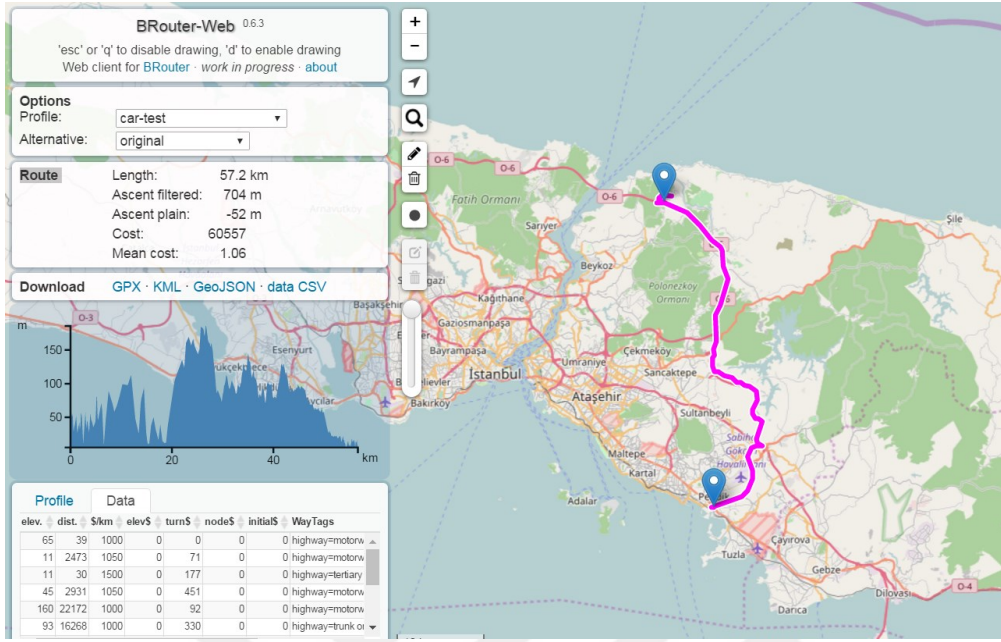
Şekil 6.6'da arayüzü görülen kütüphane internetten açık kaynak olarak indirilebilmekte ve görüldüğü gibi birçok popüler sürüş profili için zamana göre pozisyon, hız ve ivme değerlerini sunmaktadır.

### 6.2.2 Gerçek yol verisi oluşturma metodu

Takip edilen aracın ivmesi yanında, sisteme etkiyen bir diğer bozucu etki de yol eğimi sebebi ile ACC aracının üzerinde oluşan direnç kuvvetidir. Bu direnç kuvveti denklem (3.6)'dan da görülebileceği üzere yolun eğimine ve aracın ağırlığına bağlıdır. Yol eğiminin gerçekçi durumları temsil edebilmesi için, bu çalışmada gerçek yol eğim bilgilerinin internetten elde edilebildiği bir metot önerilmiştir.

Önerilecek metot, temelde dünya çapında geliştirilen ve açık kaynak bir harita oluşturma projesi olan "OpenStreetMap(OSM)" altyapısını kullanmaktadır. Benzetim çalışmalarında kullanılacak eğim bilgisi, yine OSM tabanlı ücretsiz bir rota planlama yazılımı olan "BRouter" [41] kullanılarak elde edilmiştir. Yazılım çeşitli kısıtlar ile rota oluşturabilmeye olanak sağlamaktadır. Örneğin oluşturulacak rota; koşu, bisiklet

ya da araç testine uygun olacak şekilde seçilebilmektedir. Programın kullanıcı arayüzü Şekil 6.7’de görülmektedir.



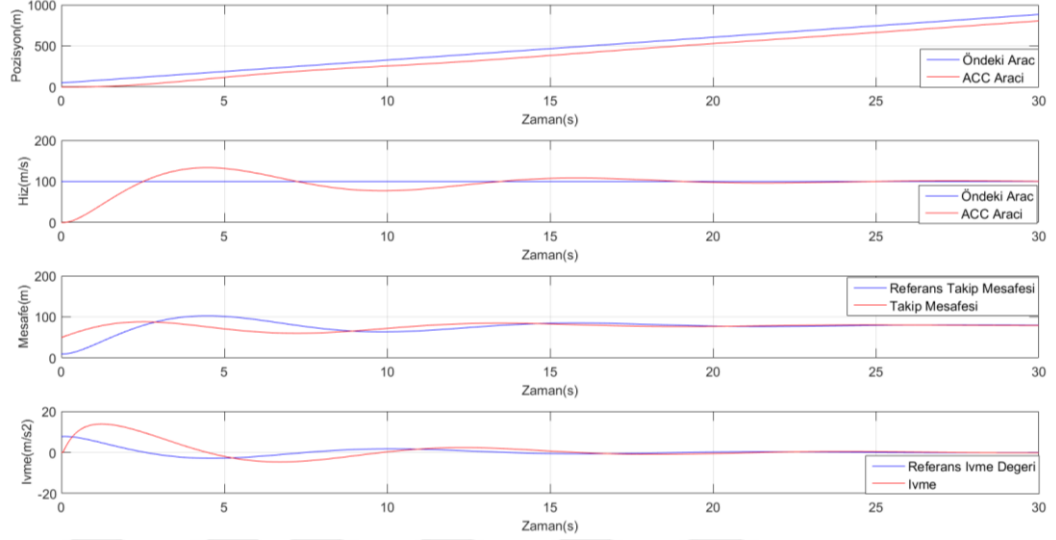
Şekil 6.7 : BRouter kullanıcı arayüzü.

Herhangi bir rotadaki eğim bilgisini elde etmek için yapılması gereken, rotanın başlangıç ve bitiş noktalarını belirlemek, profil kriterini(arac testi gibi) seçmek ve oluşturulan rotanın bilgilerini GPX formatında bilgisayara kaydetmektir. Kaydedilen veri, rota üzerindeki noktaların koordinatlarını ve yüksekliğini vermektedir. Koordinat bilgileri rota üzerindeki mesafe bilgisine çevrilerek, Şekil 6.7’deki grafiğe benzer bir mesafe-yükseklik bilgisi rahatlıkla oluşturulabilecektir. Bu oluşturulan veri ise MATLAB/Simulink ortamında bir başvuru tablosuna atılarak, araç pozisyonuna bağlı olarak eğim bilgisi kolaylıkla elde edilebilecektir.

### 6.3 Sistem Benzetim Sonuçları

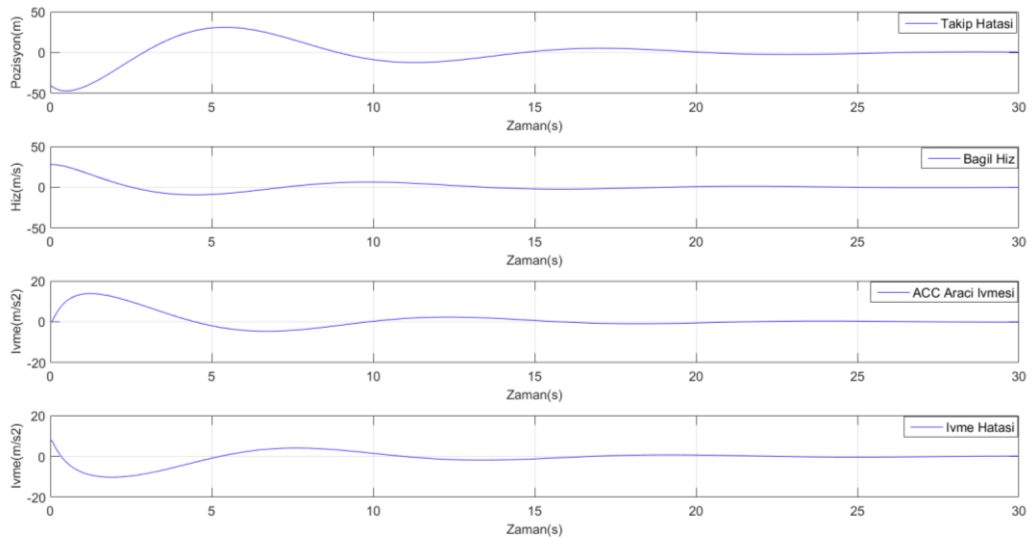
Bu kısımda öncelikle klasik MPC için kontrolör katsayıları olan ağırlık terimlerinin, bozucu etkilerin olmadığı ve olduğu durumlarda sistem cevabına etkileri incelenecek, daha sonra integral etkisinin ve öngörü/kontrol ufuklarının seçiminin sistem performansına etkileri araştırılacaktır. Ardından, benzer çalışmalar Laguerre MPC için yapılacak ve gerçek sürüş profilleri ve yol verileri kullanılarak yapılacak benzetim çalışmaları ile klasik MPC ve Laguerre MPC yaklaşımları kıyaslanacaktır. Sistem değişkenleri hatalar üzerinden tanımlandığı için, fiziksel olarak anlaşılması güç

olabilmektedir. Bu sebeple ACC aracı ve takip edilen öndeki araç için durum değişkenleri ayrı ayrı, Şekil 6.8 ile gösterilmiş, denklem (3.29) ile belirtilen sistem durum değişkenleri de Şekil 6.9’da gösterilmiştir:



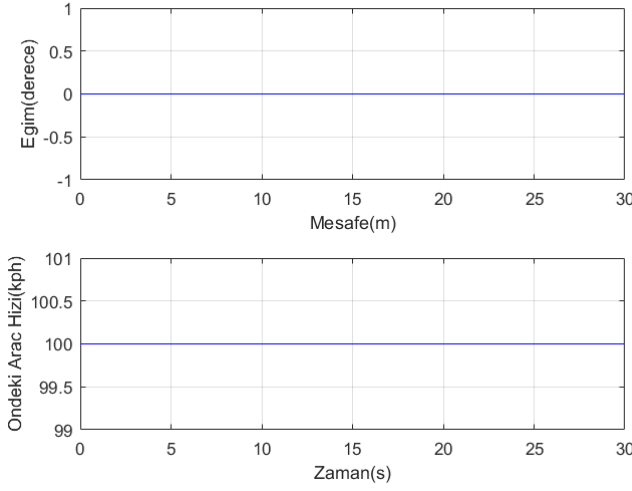
**Şekil 6.8 :** ACC aracı ve takip edilen araç durum değişkenleri.

Şekil 6.8’de, ilk eğri, takip edilen ve ACC aracının pozisyonlarını, ikinci eğri hızlarını, üçüncü eğri denklem (3.4) ile ifade edilen takip mesafesi referansını ve iki araç arasındaki gerçek takip mesafesini son eğri ise denklem (3.11) ile ifade edilen sürücü modeli referans ivme değerini ve ACC aracı ivme değerini göstermektedir. Şekil 6.8 ile gösterilen ölçümlerin, sistem durum değişkenleri olan takip mesafesi hatası, bağlı hız, ACC aracı ivmesi ve ivme takibi hatası karşılıkları Şekil 6.9’da sunulmuştur.



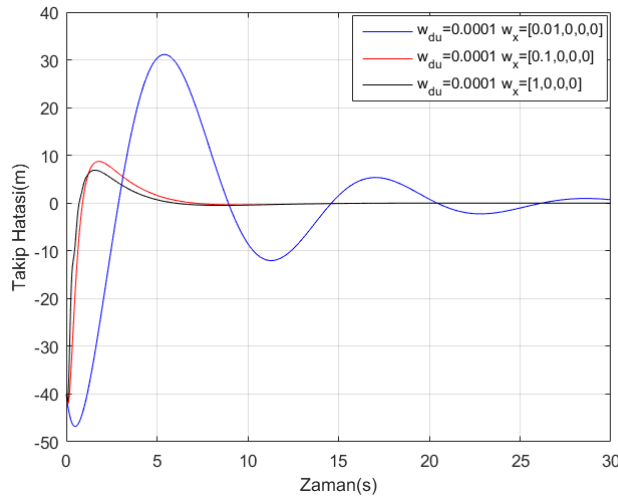
**Şekil 6.9 :** Durum değişkenleri.

İlk aşamada, hiç eğimin olmadığı ve takip edilen aracın hızının 100kph'da sabit olduğu durum için, seçilen ağırlık parametrelerinin sistemi nasıl etkilediği incelenecektir. Bu çalışmada öngörü ve kontrol ufku 50 olarak seçilmiştir. Şekil 6.10 da eğim değeri ve takip edilen aracın hızı görülmektedir:



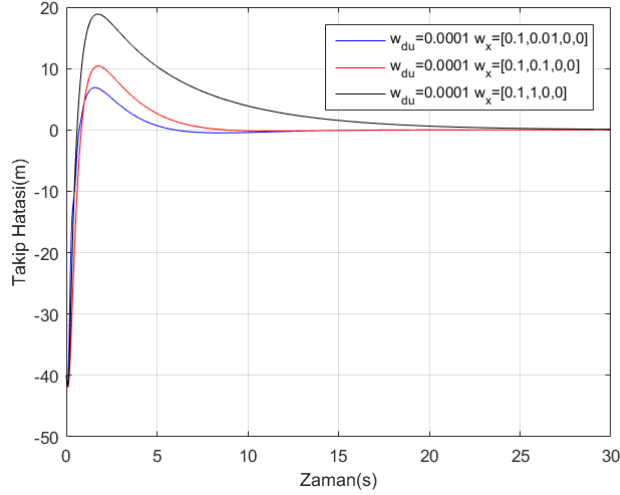
**Şekil 6.10 :** Eğim ve araç ivmesi (Durum I).

Şekil 6.11'de takip mesafesi hatasının ağırlık vektörünün, takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi görülmektedir. Ağırlık arttıkça sistem hızlanmaktadır, fakat ağırlığın çok fazla artırılması sistemi kararsız hale getirebilmektedir.



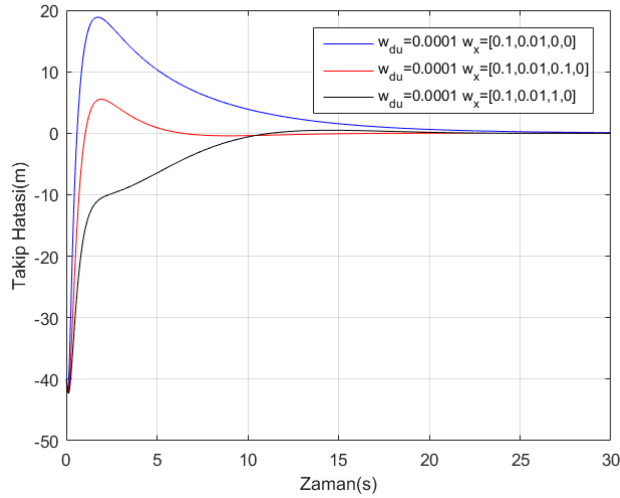
**Şekil 6.11 :** Takip mesafesi hatasının ağırlık vektörünün etkisi (Durum I).

Şekil 6.12'de ise iki araç arasındaki hız farkına verilen ağırlığın, takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi görülmektedir. Görüldüğü gibi ağırlık arttıkça takip edilen aracın hızının sabit olduğu durumda, takip mesafesi hatasının kapatılması yavaşlamaktadır.



**Şekil 6.12 :** Bağlı hız üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).

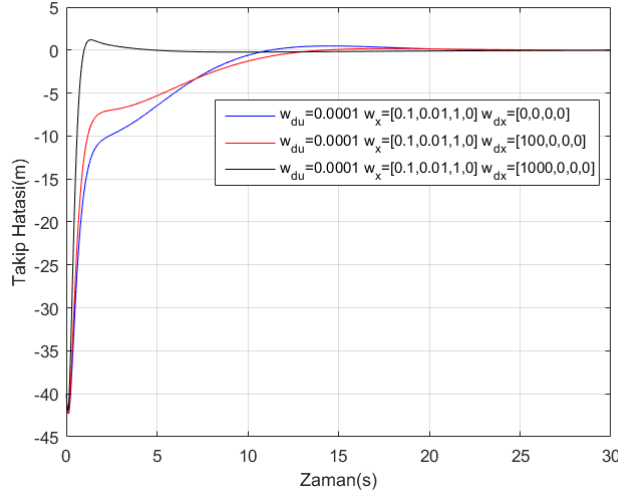
Şekil 6.13’de, üçüncü durum değişkeni olan ACC aracının ivme değerinin ağırlığının, takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi görülmektedir. Ağırlık arttıkça, ACC aracının ivme değeri düşmekte, bu da takip mesafesi hatasındaki aşımı azaltmaktadır. Buna karşın, takip mesafesi hatasının sıfıra yaklaştığı süre çok değişmemektedir.



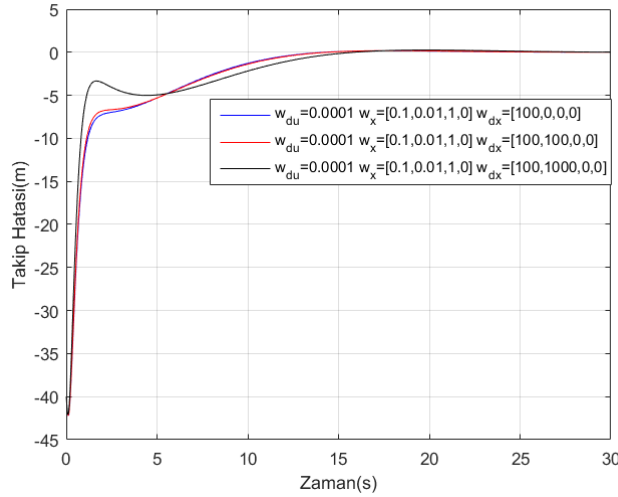
**Şekil 6.13 :** ACC ivme üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).

Şekil 6.14’de ise takip mesafesi hatası değişimi üzerindeki ağırlığın, takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi görülmektedir. Görüldüğü gibi, ağırlık arttıkça takip mesafesi hatası daha hızlı bir şekilde kapatılmakta, buna karşın görülen aşım değeri de artmaktadır.

Şekil 6.15 de bağlı hız değişimi, bir başka deyişle bağlı ivme üzerindeki ağırlığın etkisi görülmektedir.



**Şekil 6.14 :** Takip mesafesi hata değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).



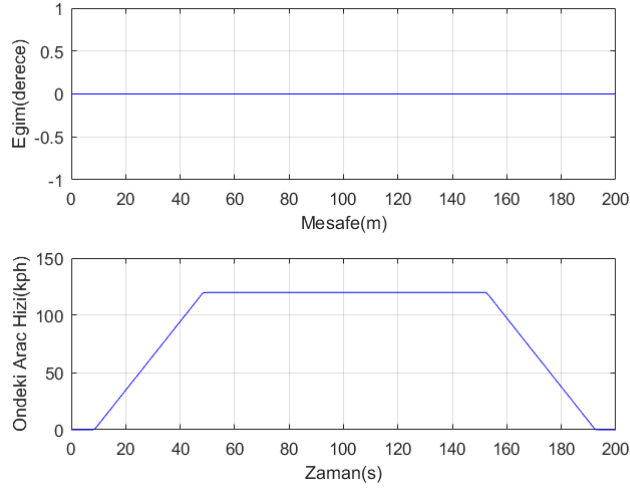
**Şekil 6.15 :** Bağlı hız değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum I).

İkinci durumda ise ağırlıkların ilk bozucu etki olan takip edilen aracın ivmesinin olduğu ve ölçülemediği durumda takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi incelenecektir. Takip edilen aracın ivmesi ve eğim değeri Şekil 6.16'da gösterilmiştir.

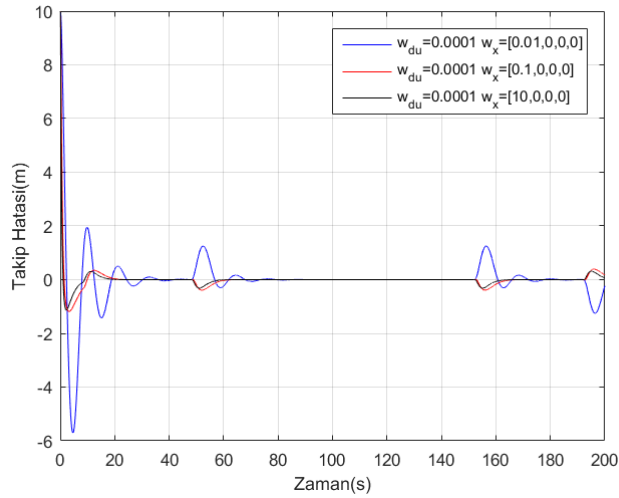
Şekil 6.17'de ise takip mesafesi hatası ağırlığının bozucu etki altında sistem cevabına etkisi gözükmemektedir. Görüldüğü gibi ağırlık arttıkça sistem bozucu etkiye karşı daha dirençli hale gelmektedir. Buna karşın ağırlığı arttırmak kontrol sinyalinin doyuma ulaşmasına ve gürültülerin sistemi daha fazla etkilemesine yol açabilecektir.

Şekil 6.18'de bağlı hız üzerindeki ağırlığın, takip mesafesi hatasına etkisi görülmektedir. Sadece takip mesafesi hatası ve kontrol sinyali değişimi üzerinde ağırlık olduğu durumda takip mesafesi hatası üzerinde yapay bir integral etki

mevcuttur. Bu sebeple rampa sinyali bozucu etki altında sürekli hal hatası kalmamaktadır. Fakat bağıl hıza da ağırlık verildiğinde bu integral etki kaybolmakta ve rampa sinyali biçiminde bozucu etki altında sürekli hal hatası oluşmaktadır.



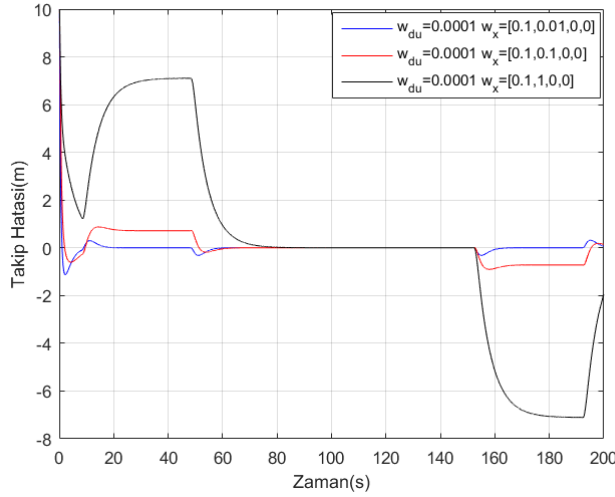
**Şekil 6.16 :** Eğim ve araç ivmesi (Durum II).



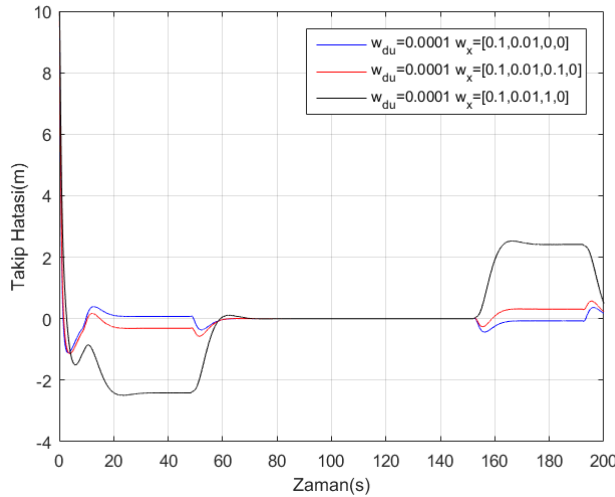
**Şekil 6.17 :** Takip mesafesi hatası ağırlığının etkisi (Durum II).

Şekil 6.19'da ACC aracı ivmesi üzerindeki ağırlığın, takip mesafesi kontrolü üzerindeki etkisi görülmektedir. ACC ivmesi ağırlığı arttıkça, sistemin bozucu etkiye karşı dayanıklılığı zayıflamaktadır.

Şekil 6.20'de takip mesafesi değişimi üzerindeki ağırlığın, takip mesafesi hatası üzerindeki etkisi görülmektedir. Ağırlık arttıkça sistemin bozucu etkiye karşı dayanıklılığının arttığı görülmektedir, buna karşın sistemin bozucu etkiyi bastırma hızı düşmektedir.



**Şekil 6.18 :** Bağlı hız ağırlığının etkisi (Durum II).

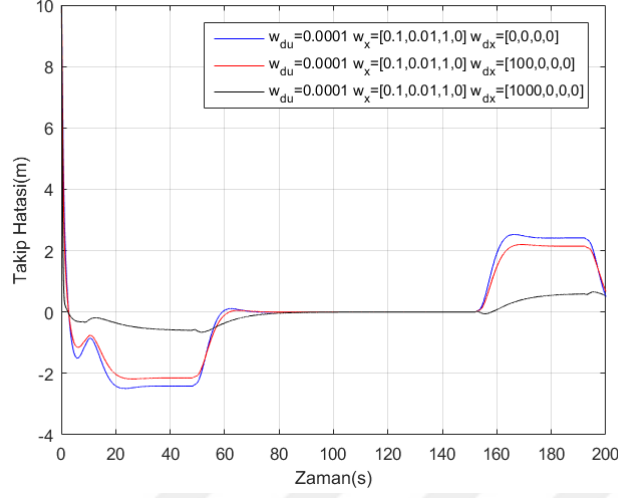


**Şekil 6.19 :** ACC ivme ağırlığının etkisi (Durum II).

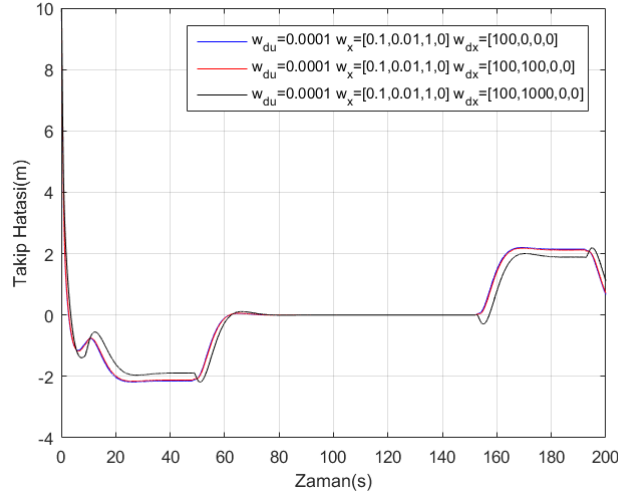
Şekil 6.21’de ise bağlı hız değişimi, bir başka deyişle bağlı ivme üzerindeki ağırlığın takip mesafesi üzerinedeki etkisi görülmektedir. Bağlı hız üzerindeki ağırlık, sistem iki aracın da ivmesinin aynı olması konusunda zorlamaktadır. Bu durumda öndeki araç ivmelendiğinde, arkadaki araç da aynı ivme ile hızlanmaya çalışmakta, bu da artan hız ile takip mesafesinin artması gereksinimi (Denklem 3.4) ile ters düşmekte ve takip mesafesi kontrolünü olumsuz etkilemektedir.

Ağırlıkların bir diğer bozucu etki olan yol eğimi olduğu durumda takip mesafesi hatası üzerine etkileri, takip edilen aracın ivmesinin olduğu durum ile aynı olmaktadır. İlerleyen bölümde, eğimden kaynaklı bozucu etkinin anlık olarak ölçülmesi ve

öngörülmesi durumlarının takip mesafesi kontrolü üzerindeki etkisi incelenecektir. Eğimden kaynaklanan bozucu etkinin değişimi Şekil 6.22’de görülmektedir.



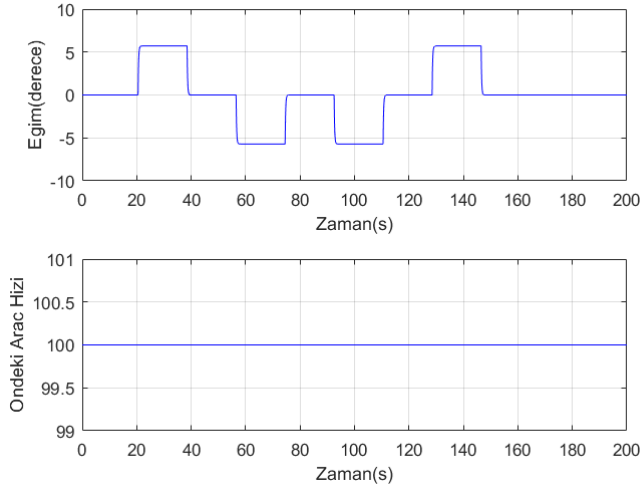
Şekil 6.20 : Takip mesafesi hatası değişimi ağırlığının etkisi (Durum II).



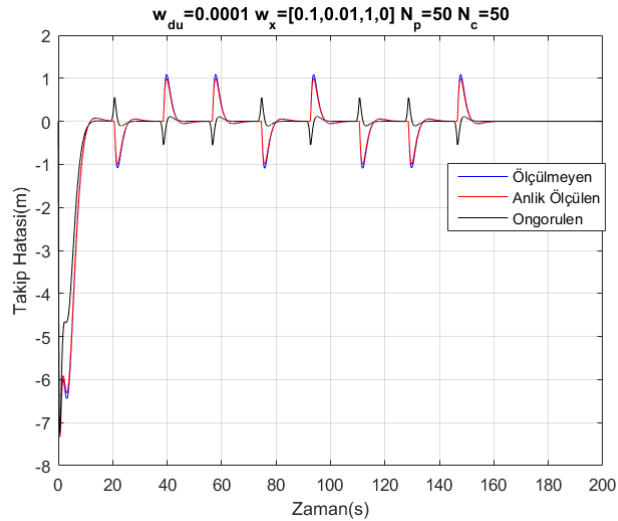
Şekil 6.21 : Bağlı hız değişimi üzerindeki ağırlığın etkisi (Durum II).

Şekil 6.23’de ise bozucu etkilerin ölçülmediği, anlık olarak ölçüldüğü ve ACC aracının öngörü ufku boyunca hızı sabit kabul edilerek gelecekteki eğim değerlerinin öngörüldüğü durumlar karşılaştırılmaktadır.

Görüldüğü gibi, bozucu etkinin anlık olarak ölçüldüğü durum, bozucu etkinin hiç ölçülmediği duruma göre üstün olmakta, bozucu etkinin öngörülmesi ise sistem performansını oldukça artırmaktadır. Eğim daha oluşmadan, kontrolör öngöründe bulunarak takip hatasını tersi yönde arttırmakta, bozucu etki sebebi ile oluşan toplam hata bu sayede azaltılmaktadır.



**Şekil 6.22 : Eğim ve araç ivmesi (Durum III).**

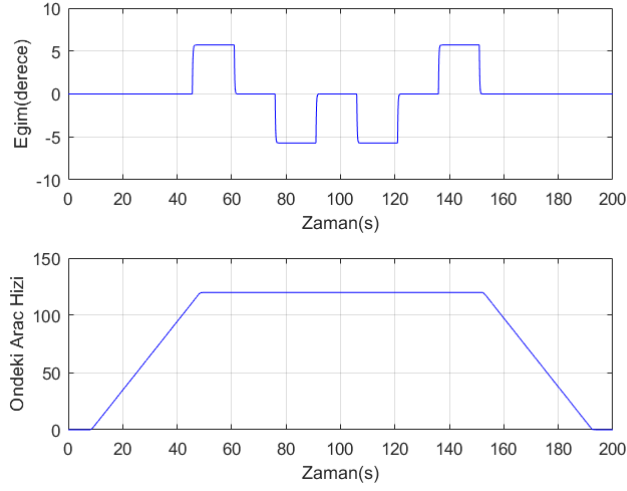


**Şekil 6.23 : Takip hatası (Durum III).**

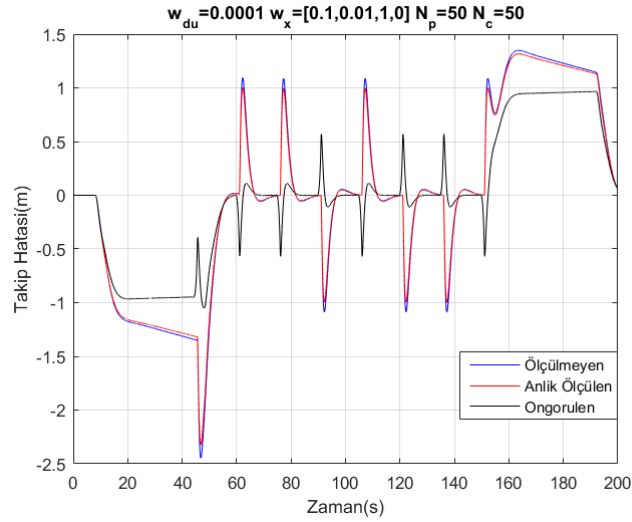
Şekil 6.24 ve 6.25'te ise hem takip edilen aracın ivmesinin, hem de yol eğiminin bulunduğu durum incelenmiştir.

Grafiklerden de görüldüğü üzere, öndeki aracın ivmelendiği durumlarda istenilen takip mesafesi kontrolünde son hal hatası oluşmakta, bozucu etkinin öngörülmesi son hal hatasını azaltmaktadır.

Şekil 6.26'da detayları görülen, bozucu etkilerin aktif olduğu durumda, sisteme sonradan eklenen integral durumu üzerine ağırlık verilir ise Şekil 6.27'de görüldüğü üzere, takip edilen aracın ivmesinden kaynaklanan kalıcı hal hatasının da önüne geçilmiş olacaktır.



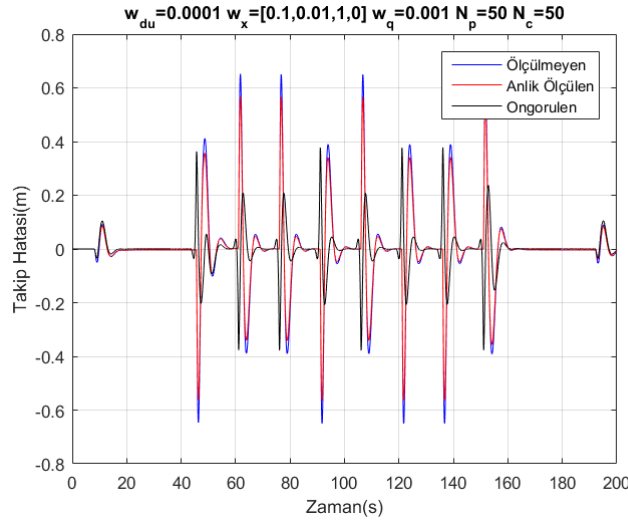
**Şekil 6.24 :** Eğim ve araç ivmesi (Durum IV).



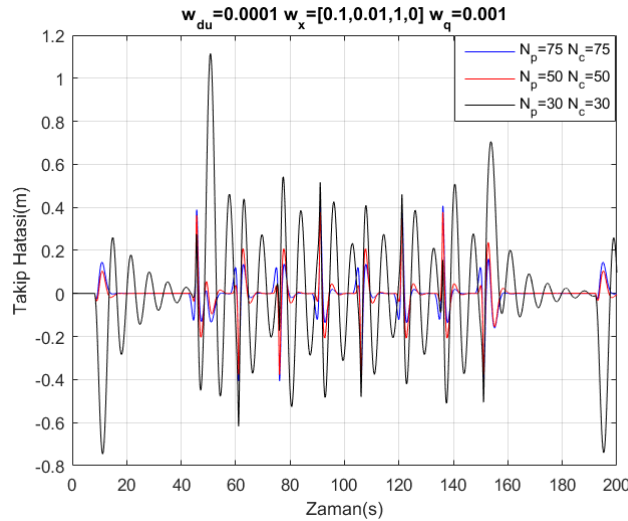
**Şekil 6.25 :** Takip hatası (Durum IV).

Öngörü ufku seçimine göre takip mesafesi kontrolü performansı ise Şekil 6.27’de görülmektedir. Bozucu etki öngörüsü yapıldığı durumda, öngörü ufkunu uzun seçmek, öngörü ufku boyunca ACC aracının hızı sabit kabul edildiği için hatayı arttırmaktadır, çok kısa seçmek ise kapalı döngü kontrol sisteminin kararlılığını olumsuz etkilemektedir.

Öngörü ufku 50 olarak seçilir ise, kontrol ufkunun etkisi ise Şekil 6.28’da görülmektedir. Kontrol ufku azaldıkça sistem performansı olumsuz etkilenmekte, hatta kararsız bile olabilmektedir. Buna karşın kontrol ufku arttıkça problemin karmaşıklığı da artacaktır.



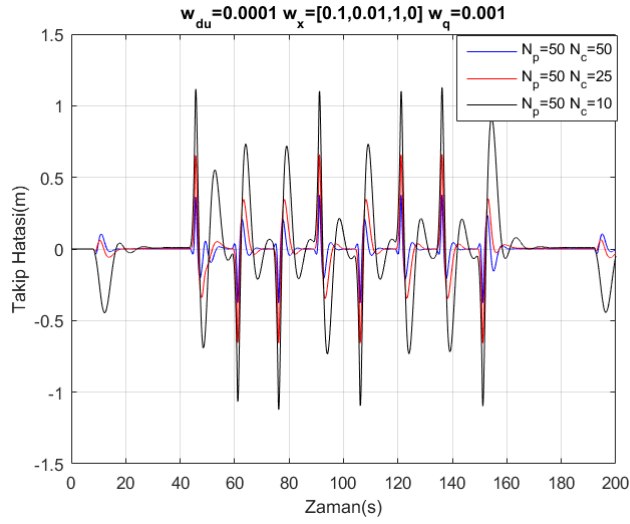
Şekil 6.26 : Takip hatası (Durum V).



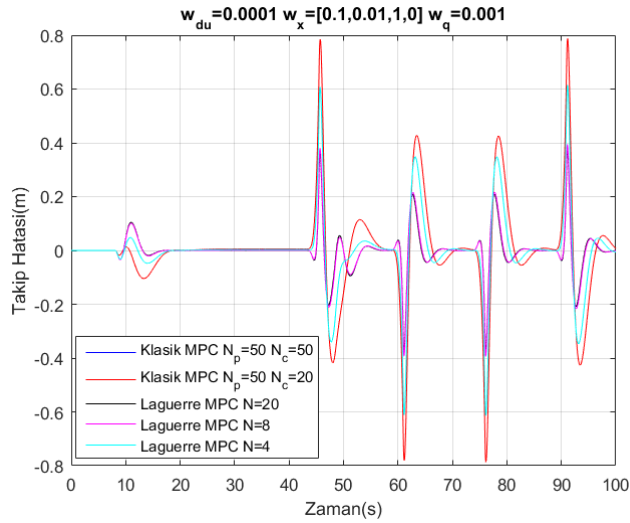
Şekil 6.27 : Öngörü ufku uzunluğunun etkisi.

Kontrol ufkunun artışının problemin karmaşıklığı üzerindeki olumsuz etkisinin Laguerre yaklaşımı ile giderilebileceği daha önceki bölümlerde anlatılmıştı. Bu durum Şekil 6.29'da açık bir şekilde görülebilmektedir. Şekil 6.25 ile gösterilen bozucu etkiler altında, farklı Laguerre temel fonksiyonu sayısı,  $N$ , ve kontrol ufku seçimleri için takip mesafesi hataları Şekil 6.30'da görülmektedir.

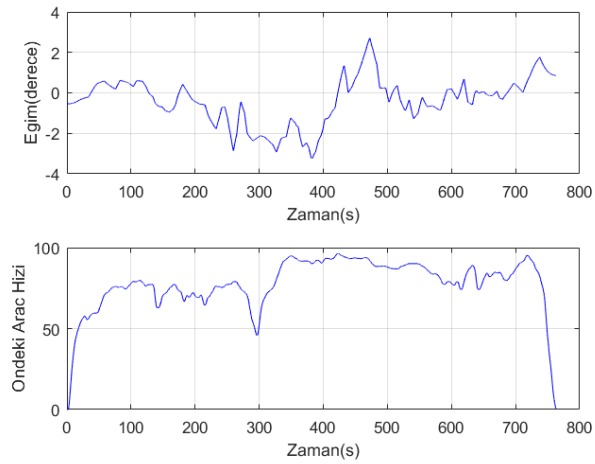
Şekil 6.29'da görüldüğü üzere, en iyi sonucu öngörü ufku ve kontrol ufkunun eşit seçildiği durum verirken, Laguerre temel fonksiyonunun 20 ve 8 seçildiği durumların performansı neredeyse kontrol ufkunun 50 seçildiği durum ile aynı olmaktadır. Laguerre fonksiyon sayısı 4 gibi düşük bir değer seçilse bile, Laguerre MPC kontrol ufkunun 20 seçildiği klasik MPC ye göre daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 6.28 : Kontrol ufku uzunluğunun etkisi.



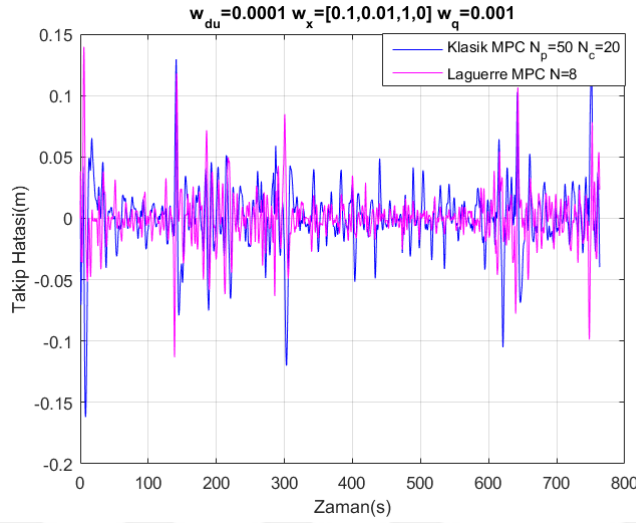
Şekil 6.29 : Farklı Laguerre fonksiyonu sayıları için takip hatası.



Şekil 6.30 : Gerçek bozucu etkiler.

Şekil 6.30’da görülen gerçek yol verisinden elde edilmiş eğim bilgisi ve standart HWFET sürüş profili kullanılarak yapılan benzetim çalışması sonuçları ise Şekil 6.31 de sunulmuştur.

Gerçek bozucu etki altında, daha düşük mertebeden bir Laguerre MPC yapısının, klasik MPC yapısına göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Laguerre kontrol yapısında, kontrol sinyali öngörü ufku boyunca hesaplandığından, bozucu etkilere karşı kontrolcü daha erken önlem almaktadır.



Şekil 6.31 : Gerçek bozucu etki altında sistem performansı.

## 7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışma kapsamında öncelikle literatürdeki uyarlamalı hız sabitleme sistemleri hakkında bir araştırma yapılmış ve mevcut çalışmalar çeşitli yönlerden karşılaştırılmıştır. Uyarlamalı hız sabitleme sistemlerinde literatürde sıklıkla önerilen ve günümüzde işlem gücündeki artışla beraber, endüstriyel otomotiv uygulamalarında da sıkça karşılaşılan model öngörülü kontrol(MPC) metodunun üzerinde durulmuştur. Tez kapsamında öncelikle model öngörülü kontrol metodunun tarihsel gelişimi ve kullanım alanları anlatılmış, daha sonra klasik model öngörülü kontrol yöntemi ve Laguerre ortonormal temel fonksiyonlarının kullanıldığı Laguerre MPC yapısı anlatılmıştır. Literatür özeti ve kullanılacak kontrol metotları anlatıldıktan sonra, uyarlamalı hız sabitleme sistemi matematiksel modeli oluşturulmuştur. Bu matematiksel model, iki araç arasındaki dinamikleri, takip mesafesi ayarlama modelini, ACC aracının alt seviye ve üst seviye dinamiklerini kapsamaktadır. Açıklanan matematiksel modeller ile sistemin sürekli ve ayırık zamanda durum uzay denklemleri oluşturulmuş ve bu denklemler kontrol probleminin formülasyonunda kullanılmıştır. Problem formülasyonu kısmında, klasik MPC ve Laguerre MPC için, çıkış sinyaline, giriş sinyali ve giriş sinyalinin değişimine, tüm durumlara ve tüm durumların değişimlerine ayrı ayrı ağırlık verilebilen genel bir amaç ölçütü tanımlanmış ve kontrol edilecek duruma integral etkisi eklenmiştir. Daha sonra, uyarlamalı kontrol sistemlerinde sıklıkla karşılaşılan ve önemli bir kavram olan konvoy kararlılığına değinilmiştir. Uyarlamalı hız sabitleme sisteminin, hem klasik MPC hem de Laguerre MPC için MATLAB/Simulink ortamında kapalı döngü benzetim modeli oluşturulmuştur. Benzetim modelinde kullanılacak senaryoyu belirleyecek olan takip edilen aracın hız profili ve yol eğimi verilerinin elde edilmesine yönelik metotlar önerilmiştir. Hız profili olarak standart sürüş profilleri, yol eğimi için ise herhangi bir rotadan alınmış gerçek yol eğim verisi kullanılmıştır.

Oluşturulan benzetim modeli kullanılarak, ayarlanabilen ağırlık parametrelerinin sistem dinamikleri ve bozucu etkilerin bastırılması yönünden etkileri incelenmiştir. Sisteme etkileyen bozucu etkilerin ölçülmediği, anlık ölçüldüğü ve öngörüldüğü üç ayrı

durum için sistem performansı ölçülmüştür. Ayrıca sisteme eklenen integral etkinin, sürekli hal hatası üzerindeki etkisi ve klasik MPC için öngörü ve kontrol ufuklarının sistem performansı ve kararlılığına etkisi gösterilmiştir. Son olarak klasik MPC ve Laguerre MPC kontrolör yapıları rampa ve basamak fonksiyonu gibi bozucu etkiler ve gerçek sürüş profilleri/yol eğimleri kullanılarak test edilmiş ve performansları karşılaştırılmıştır.

Çizelge 7.2 sistemde herhangi bir bozucu etki olmadığı durumda, bir başka deyişle Şekil 6.10'da gösterildiği gibi, takip edilen aracın sabit hızda seyrettiği ve yolda eğim olmadığı durumda kontrolör performanslarını göstermektedir. Görüldüğü gibi performans indeksleri klasik MPC de kontrol ufkunun 50 seçildiği, Laguerre MPC' de ise Laguerre temel fonksiyonu sayısının 20 ve 8 seçildiği durumlarda neredeyse aynıdır. Buna paralel olarak takip mesafesi hatasının çeşitli normlarda değerlendirilmeleri de birbirine oldukça yakın gözükmektedir. Laguerre temel fonksiyon sayısı düştükçe ve kontrol ufkü küçüldükçe, amaç ölçütü kötüleşmekte, buna karşın hata normları düşmektedir. Bunun sebebi sistemin yavaşlaması ve aşımaların azalmasıdır. Çizelgeden açıkça görülebilmektedir ki, Laguerre temel fonksiyonu sayısının 4 seçildiği Laguerre MPC, kontrol ufkunun 20 seçildiği klasik MPC'ye göre hem amaç ölçütü hem de takip mesafesi hatası yönünden oldukça üstündür. Aynı zamanda oldukça az sayıda (4 adet), Laguerre temel fonksiyonu kullanıldığı için, kompleksite açısından da Laguerre MPC oldukça avantajlıdır.

**Çizelge 7.2 :** Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Bozucu etki yok).

Kontrolör ( $N_p = 50$ )	$J$	$L_1$	$L_2$	$L_\infty$
$N_c = 50$	185160	1326	62	5.02
$N_c = 20$	379370	1071	38.94	3.318
$N = 20$	185260	1326	62.08	5
$N = 8$	186030	1302	60.46	4.86
$N = 4$	217360	2027	42.85	3.97

Çizelge 7.3'te ise, rampa ve basamak bozucu etkiler altında, farklı kontrolör yapılarının performansları incelenmiştir. Şekil 6.24'de görüldüğü gibi, öndeki aracın rampa şeklinde hızlanıp yavaşladığı ve yol eğiminin basamak sinyaller şeklinde değiştiği bozucu etkiler altında, bu bozucu etkilerin hiç ölçülemediği, sadece anlık ölçülebildiği ve eğimden kaynaklı bozucu etkinin öngörüldüğü kontrolör yapıları kıyaslanmış sonuçlar sunulmuştur. Çizelgede geçen  $nm$ ,  $np$  ve  $p$  değerleri sırası ile

bozucu etkinin ölçülemediği, yalnızca anlık ölçülebildiği ve öngörüldüğü durumları ifade etmektedir. Çizelgeden görüldüğü üzere bozucu etkileri ölçmek ve öngörmek, hem performans indeksini hem de takip mesafesi hatasını olumlu yönde etkilemektedir. Yine aynı şekilde, performans indeksleri ve hata ölçümleri klasik MPC de kontrol ufkunun 50 seçildiği, Laguerre MPC’ de ise Laguerre temel fonksiyonu sayısının 20 ve 8 seçildiği durumlarda neredeyse aynıdır.

**Çizelge 7.3 :** Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Basit bozucu etki).

Kontrolör r ( $N_p =$ 50)	$J_{nm}$	$J_{np}$	$J_p$	$L_1$	$nm$ $L_2$	$L_\infty$	$L_1$	$np$ $L_2$	$L_\infty$	$L_1$	$p$ $L_2$	$L_\infty$
$N_c = 50$	191 3	176 0	135 2	1377	21.7	0.65	1199	18.9	0.56	654	10.4	0.38
$N_c = 20$	319 0	255 2	185 6	1098	14.4	0.43	899	11.5	0.33	180 9	25.9	0.79
$N = 20$	191 3	176 0	135 2	1377	21.7	0.65	1199	18.9	0.56	654	10.4	0.38
$N = 8$	192 1	176 4	135 3	138 2	21. 7	0.6 5	120 2	18. 8	0.5 6	690	11. 0	0.3 9
$N = 4$	218 1	193 6	145 3	1358	19.8	0.59	1161	16.8	0.49	124 8	19.4	0.62

Çizelge 7.4’de ise Şekil 6.30’da görülen, gerçek bozucu etkiler ile yapılan benzetim çalışmalarının sonuçları görülmektedir. Bozucu etkilerin çok hızlı değiştiği bu senaryoda, öngörü ufku boyunca araç hızındaki değişim de çok olabilmekte, bu durum da bozucu etkiler hakkında yapılan öngörünün etkinliğini azaltmaktadır. Buna karşın Laguerre MPC yapısının, hem amaç ölçütü ve takip hatası hem de problem karmaşıklığı yönünden üstünlüğü devam etmektedir.

**Çizelge 7.4 :** Klasik MPC – Laguerre MPC performans karşılaştırması (Gerçek bozucu etki).

Kontrolör ( $N_p =$ 50)	$J_{nm}$	$J_{np}$	$J_p$	$L_1$	$nm$ $L_2$	$L_\infty$	$L_1$	$np$ $L_2$	$L_\infty$	$L_1$	$p$ $L_2$	$L_\infty$
$N_c = 50$	1168	1167	1187	878	4.8	0.12	807	4.4	0.11	1005	5.9	0.14
$N_c = 20$	1444	1431	1301	1803	10.1	0.20	1807	10.3	0.21	1322	7.4	0.16
$N = 20$	1168	1167	1183	879	4.8	0.12	808	4.4	0.11	1006	5.9	0.14
$N = 8$	1168	1167	1185	856	4.6	0.11	786	4.2	0.11	983	5.7	0.14
$N = 4$	1239	1231	1189	1017	5.3	0.09	997	5.3	0.10	886	4.8	0.11

Bu çalışmada uyarlamalı hız kontrol sistemi için kısıt içermeyen Klasik MPC ve Laguerre MPC kontrolör yapıları kıyaslanmıştır. Çalışmada konvoy kararlılığı

konusuna değinilse de, tasarlanan kontrolörler konvoy kararlılığı yönünden incelenmemiştir. İleride kontrolörler, konvoy kararlılığı yönünden incelenebilir ve konvoy kararlılığını garantileyen MPC kontrolör yapıları önerilebilir. Problem formulasyonu kısıt içerecek şekilde düzenlenerek, kısıtlı MPC yapıları oluşturulabilir. Ayrıca, benzetim çalışmaları basitleştirilmiş araç modelleri üzerinden yapılmıştır, tasarlanan kontrolörlerin performansları, araç dinamiklerinin daha gerçekçi modellendiği CarMaker, Carsim gibi gelişmiş araç simulasyon programları kullanılarak test edilebilir.



## KAYNAKLAR

- [1] Culshaw, D., & Horrobin, P. (1998). *The Complete Catalog of British Cars 1895-1975*. Veloce Publishing Ltd.
- [2] Teetor, R. R. (1950). *U.S. Patent No. 2,519,859*. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
- [3] Vlacic, L., Parent, M., & Harashima, F. (2001). *Intelligent vehicle technologies: theory and applications*. Butterworth-Heinemann.
- [4] Peters, B. (2001). ADAPTATION EVALUATION: An Adaptive Cruise Control (ACC) System Used by Drivers with Lower Limb Disabilities. *IATSS research*, 25(1), 51-60.
- [5] Zhou, J., & Peng, H. (2005). Range policy of adaptive cruise control vehicles for improved flow stability and string stability. *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, 6(2), 229-237.
- [6] Shakouri, P., Ordys, A., Laila, D. S., & Askari, M. (2011). Adaptive cruise control system: Comparing gain-scheduling PI and LQ controllers. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1), 12964-12969.
- [7] Sailan, K., & Kuhnert, K. D. MODELING AND DESIGN OF CRUISE CONTROL SYSTEM WITH FEEDFORWARD FOR ALL TERRIAN VEHICLES.
- [8] Ko, S. J., & Lee, J. J. (2007, October). Fuzzy logic based adaptive cruise control with guaranteed string stability. In *Control, Automation and Systems, 2007. ICCAS'07. International Conference on* (pp. 15-20). IEEE.
- [9] Junell, J., & Tumer, K. (2013). Robust predictive cruise control for commercial vehicles. *International Journal of General Systems*, 42(7), 776-792.
- [10] Li, S., Li, K., Rajamani, R., & Wang, J. (2011). Model predictive multi-objective vehicular adaptive cruise control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(3), 556-566.
- [11] Kohut, N. J., Hedrick, J. K., & Borrelli, F. (2009). Integrating traffic data and model predictive control to improve fuel economy. *IFAC Proceedings Volumes*, 42(15), 155-160.
- [12] Bleek, R. (2007). Design of a hybrid adaptive cruise control stop-&-go system. *ME Thesis, Technische Universiteit Eindhoven*.
- [13] DIABY, M., & SORKATI, A. Optimization for Energy Efficient Cooperative Adaptive Cruise Control.
- [14] Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V. ve Scokaert, P. O. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36(6), 789-814.

- [15] **Url-1** <<http://cse.lab.imtlucca.it/~bemporad/teaching/mpc/imt/1-mpc.pdf>>, erişim tarihi 10.05.2017.
- [16] **Qin, S. J. ve Badgwell, T. A.** (2003). A survey of industrial model predictive control technology. *Control engineering practice*, 11(7), 733-764.
- [17] **Lee, J. H.** (2011). Model predictive control: Review of the three decades of development. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(3), 415-424.
- [18] **IBM.** (2017, April 28). Retrieved May 01, 2017, from <https://en.wikipedia.org/wiki/IBM>
- [19] **Lee, E. B. ve Markus, L.** (1967). *Foundations of optimal control theory*. MINNESOTA UNIV MINNEAPOLIS CENTER FOR CONTROL SCIENCES.
- [20] **Propoi, A. I.** (1963). Use of linear programming methods for synthesizing sampled-data automatic systems. *Automation and remote control*, 24(7), 837-844.
- [21] **Camacho, E. F. ve Alba, C. B.** (2013). *Model predictive control*. Springer Science & Business Media.
- [22] **Ramaker, C. C. B. ve Cutler, C. R.** (1979). Dynamic matrix control-A computer control algorithm. In *Meeting of the American Institute of Chemical Engineers, Houston, Texas*.
- [23] **Richalet, J., Rault, A., Testud, J. L. ve Papon, J.** (1978). Model predictive heuristic control: Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5), 413-428.
- [24] **Cutler, C., Morshedi, A. ve Haydel, J.** (1983, October). An industrial perspective on advanced control. In *AICHE annual meeting*.
- [25] **Grosdidier, P., Froisy, B. ve Hammann, M.** (1988). The idcom-m controller. In *Proceedings of the 1988 IFAC workshop on model based process control* (pp. 31-36).
- [26] **Marquis, P. ve Broustail, J. P.** (1988). SMOC, a bridge between state space and model predictive controllers: application to the automation of a hydrotreating unit. In *Proceedings of the IFAC workshop on model based process control* (Vol. 82, pp. 37-43).
- [27] **Clarke, D. W., Mohtadi, C. ve Tuffs, P. S.** (1987). Generalized predictive control—Part I. The basic algorithm. *Automatica*, 23(2), 137-148.
- [28] **Ruchika, N. R.** (2013). Model predictive control: History and development. *International Journal of Engineering Trends and Technology (IJETT)*, 4(6), 2600-2602.
- [29] **Santhanakrishnan, K. ve Rajamani, R.** (2003). On spacing policies for highway vehicle automation. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 4(4), 198-204.
- [30] **Brackstone, M. ve McDonald, M.** (1999). Car-following: a historical review. *Transportation Research Part F: Traffic Psychology and Behaviour*, 2(4), 181-196.

- [31] Gazis, D. C., Herman, R. ve Rothery, R. W. (1961). Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow. *Operations research*, 9(4), 545-567.
- [32] Hoefs, D. H. (1972). Entwicklung einer Messmethode über den Bewegungsablauf des Kolonnenverkehrs. *Universität (TH) Karlsruhe, Germany*.
- [33] Helly, W. (1959). *Simulation of Bottlenecks in Single Lane Traffic Flow*. In Proceedings of the Symposium on Theory of Traffic Flow., Research Laboratories, General Motors (pp. 207±238). New York: Elsevier
- [34] Broome, P. W. (1965). Discrete orthonormal sequences. *Journal of the ACM (JACM)*, 12(2), 151-168.
- [35] Fu, Y. ve Dumont, G. A. (1993). An optimum time scale for discrete Laguerre network. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(6), 934-938.
- [36] Garrard, W. L. (1977). Vehicle-Follower Longitudinal Control for Automated Transit Vehicles1. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 241.
- [37] Liang, C. Y. ve Huei, P. E. N. G. (2000). String stability analysis of adaptive cruise controlled vehicles. *JSME International Journal Series C Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, 43(3), 671-677.
- [38] Swaroop, D. V. A. H. G. (1997). String stability of interconnected systems: An application to platooning in automated highway systems. *California Partners for Advanced Transit and Highways (PATH)*.
- [39] Darbha, S. (2003). On the synthesis of controllers for continuous time LTI systems that achieve a non-negative impulse response. *Automatica*, 39(1), 159-165.
- [40] Daniel Auger. (2017, April 11). Retrieved May 01, 2017, from <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46777-driving-cycle--simulink-block-?requestedDomain=www.mathworks.com>
- [41] Url-2 <<http://brouter.de/brouter-web/>>, erişim tarihi 02.05.2017.
- [42] Rajamani, R. (2011). *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media.



## ÖZGEÇMİŞ



**Ad-Soyad** : Umut KARAPINAR  
**Doğum Tarihi ve Yeri** : 23.02.1988 / Ankara  
**E-posta** : umutkrpnr@gmail.com

### ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2010, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü

### MESLEKİ DENEYİM:

- 2010-2015 yılları arasında Roketsan A.Ş mekatronik tasarım biriminde mekatronik tasarım mühendisi olarak çalıştı. Mekanik tasarım, modelleme ve simulasyon, kontrol sistemi tasarımı, gömülü kontrol sistemleri, test sistemleri ve enstrumentasyon alanlarında deneyim kazandı.
- 2015 yılından beri AVL Araştırma ve Mühendislik firmasında araç kontrol sistemleri ekibi takım lideri olarak çalışmakta. Gelişmiş sürüş destek sistemleri ve otonom araç sistemleri konularında çalışmalarına devam etmektedir.

### YAYINLAR, SUNUMLAR VE PATENTLER:

- **Karapınar, U., Esen, Z., Şahin, M., & Kanburoğlu, F.** (2013, April). Cascaded controller algorithm design for a brushless DC motor with Matlab/Simulink and MCU implementation. In *Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), 2013 21st* (pp. 1-8). IEEE.
- **Karapınar, U., Esen, Z., Şahin, M., & Kanburoğlu, F.** (2014). Alternative Control Strategies' Effects on the Power Consumption of a DC Motor *SAVTEK 2014*. Ankara, Türkiye: Orta Doğu Teknik Üniversitesi.
- **M. Cibooglu, U. Karapınar and M. T. Söylemez**, "Hybrid Controller Approach for an Autonomous Ground Vehicle Path Tracking Problem", 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, Valetta, Malta, July 03-06, 2017.