

T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde

Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Cemal Özer YİĞİT

YÜKSEK LİSANS TEZİ

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ

ANABİLİM DALI

KONYA, 2003

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANLASYON MERKEZİ**


T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

134151

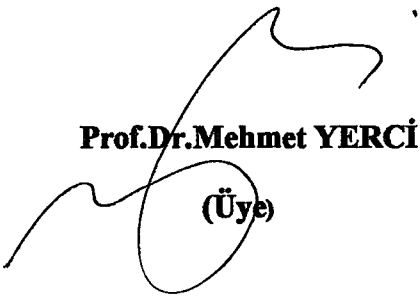
**Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde
Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması**

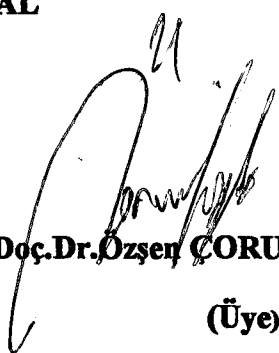
Cemal Özer YİĞİT
YÜKSEK LİSANS TEZİ
JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ ANABİLİM DALI

Bu tez 06.08.2003 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.


Prof. Dr. Cevat İNAL
(Danışman)

134151


Prof. Dr. Mehmet YERCI
(Üye)


Yrd. Doç. Dr. Özsen ÇORUMLUOĞLU
(Üye)

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan
Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Cemal Özer YİĞİT

Selçuk Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Cevat İNAL

2003, 131 sayfa

Jüri: Prof. Dr. Mehmet YERCI

Prof. Dr. Cevat İNAL

Yrd. Doç. Dr. Özşen ÇORUMLUOĞLU

GPS gözlemleriyle noktaların WGS84 datumunda elipsoidal yükseklikleri elde edilir. Pratik haritacılıkta ise ortometrik yükseklikler kullanılır. Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere geçiş jeoit ondülasyonunun bilinmesini gerektirir. Bu amaçla, GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit ondülasyonları belirlenmiş değişik üç test bölgesinde, aranoktaların ondülasyon değerlerinin belirlenmesinde ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyler, multiquadratik, en küçük karelerle kollokasyon ve Kriging yöntemi uygulanmış ve yöntemler karşılaştırılmıştır.

Ağırlıklı ortalama yönteminde tüm dayanak noktaları ve kritik daire olmak üzere iki farklı yaklaşım kullanılmıştır. Polinom yüzeyleri için; lineer, quadratik, kübik, bi-lineer, bi-quadratik ve bi-kübik yüzey, multiquadratik yöntem için; farklı trend modelleri ve farklı geometrik parametre uygulanmıştır. Kollokasyon ve Kriging yönteminde trend yüzeyi quadratik seçilmiştir. Kriging yöntemi için; teorik variograma ilişkin bilinmeyen parametrelerin çözümünde iki farklı yaklaşım düşünülmüştür. Uygulama küresel, üssel ve Gaussian modellerine dayalı olarak gerçekleştirilmiştir.

Yöntemlerin bölgeye uygunluğu test noktaları ile noktasal anlamda belirlenmiştir. Test bölgelerinde uygulanan beş farklı enterpolasyon yöntemi ve her birinin alt varyasyonları için yapılan uygulama sonuçlarına göre; yüzeyin enterpolasyon modelinin seçiminde etkili olduğu ve genel olarak multiquadratik ve Kriging yöntemlerinin jeoit ondülasyonlarının enterpolasyonunda benzer sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Jeoit , Elipsoidal yükseklik, Ortometrik yükseklik, Ağırlıklı ortalama, Polinom yüzeyler, Multiquadratik, Kollokasyon, Kriging, Deneysel variogram, Variogram modelleri

ABSTRACT

Masters Thesis

The Comparison of The Interpolation Methods Used in Transformation of Ellipsoidal Heights to Orthometric Heights

Cemal Özer YİĞİT

Selcuk University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Geodesy and Photogrammetry

Supervisor: Prof. Dr. Cevat İNAL

2003, 131 Page

Jury: Prof. Dr. Mehmet YERCI

Prof. Dr. Cevat İNAL

Assoc. Prof. Dr. Özşen ÇORUMLUOĞLU

Ellipsoidal heights of the points are obtained in WGS84 datum by GPS. In practical surveying missions, orthometric heights are used. Geoid undulations must be known to transform ellipsoidal heights to orthometric one. For this reason, geoid undulations for interpolation points in the three test areas with some reference points, which their geoid undulations were known, were computed by using invers distance weighted methods, polinomial surface, multiquadratic methods, least square collocation and

Kriging interpolation methods and then the results were then compared with respect to these interpolation techniques.

For the invers distance weighted method, two different approaches were used as all control points and search circle linear, quadratic, cubic, bi-linear, bi-quadratic and bi-cubic models for polynomial surfaces and different trend models, and different geometric parameter for multiquadratic methods were held on. In the collocation and Kriging methods, trend surface was choosen quadratic for Kriging method two different approaches were considered in solution of the unknown parameters corresponding to the theoretical variogram. Application was made based on spherical, exponential and Gaussian models.

The availability of methods were determined by test points. According to the used five different enterpolation methods and results which are made for the subvariations of each methods, it is shown that surface is efficient in the selection of enterpolation method and usually multiquadratic and Kriging methods are given similar results in the enterpolation of geoid ondulation.

Key Words: Geoid, Ellipsoidal height, Orthometric height, Invers distance weighted Methods, Polinomial surface, Multiquadric methods, Least squares collocation, Kriging, Experimental variogram, Variogram models

TEŞEKKÜR

Bu tezin hazırlanması süresince bilimsel tecrübelerini aktaran, yol gösteren çok kıymetli danışmanım Prof. Dr. Cevat İNAL'a, lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgilerini aktaran ve üzerimde emeği olan tüm saygıdeğer hocalarıma, aynı çatı altında çalıştđđım meslektaşlarıma; ikinci test bölgesi ölçülerini yapan Arş.Gör. İsmail ŞANLIOĞLU'na, kollokasyon çözümlemesi için C++ kodları yazan Dr. Aydın ÜSTÜN'e teşekkürü bir borç bilirim.

Son olarakta, maddi-manevi desteğini hiç bir zaman eksik etmeyen biricik annem, babam, ağabeyim ve kız kardeşime teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

1	GİRİŞ.....	1
2	YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ	3
2.1	Yükseklik ve Düşey Datum Kavramı.....	3
2.2	Jeopotansiyel Yükseklik.....	4
2.3	Dinamik Yükseklikler	6
2.4	Ortometrik Yükseklik.....	7
2.5	Normal Yükseklik	9
2.6	Elipsoidal Yükseklik	11
3	JEOİT KAVRAMI VE BELİRLEME YÖNTEMLERİ.....	13
3.1	Genel Tanımlar.....	13
3.2	Jeoit Belirleme Yöntemleri	13
3.2.1	Global jeoit belirleme modelleri.....	15
3.2.2	Bölgesel jeoit belirleme modelleri.....	16
3.2.2.1	Gravimetrik yöntemler ile jeoit yüksekliği belirleme	16
3.2.3	Astrojeodezik yöntem ile jeoit yüksekliği belirleme.....	17
3.2.4	GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit belirleme.....	19
4	ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ.....	21
4.1	Ağırlıklı Ortalama Yöntemi İle Enterpolasyon.....	22
4.2	Polinom Yüzeyleriyle Enterpolasyon.....	27
4.2.1	Ortogonal polinomlarla enterpolasyon.....	28

4.2.1.1	Lineer yüzey;	30
4.2.1.2	Quadratik yüzey	31
4.2.1.3	Kübik yüzey	32
4.2.2	Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon	33
4.2.2.1	Bi-lineer yüzey	35
4.2.2.2	Bi-quadratik yüzey	36
4.2.2.3	Bi-kübik yüzey	37
4.2.3	En uygun yüzey polinomun belirlenmesi	38
4.2.3.1	Model testi	38
4.2.3.2	Parametreler için anlamlılık testi	39
4.2.3.3	Düzeltilmelerin test edilmesi	39
4.2.4	Matris Kondisyonu ve Giderilme Yöntemleri	40
4.3	Multiquadratik Fonksiyon Metodu:	40
4.4	En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon	45
4.4.1	Kollokasyonun matematik modeli ve temel kavramlar	46
4.4.2	Sinyallere ait kovaryans fonksiyonları ve parametreleri	51
4.5	Kriging Enterpolasyon Tekniği	53
4.5.1	Semivaryans hesabı ve deneysel variogram modelinin oluşturulması...	54
4.5.2	Teorik variogram modeli	60
4.5.3	Kriging yöntemi	62

4.5.4	Ordinary(Punctual) kriging yöntemi	63
4.5.5	Universal kriging yöntemi.....	66
4.5.6	Variogram fonksiyonunun matematiksel özellikleri	68
4.5.7	Kriging yöntemiyle kestirimin özellikleri	68
5	SAYISAL UYGULAMA.....	70
5.1	Çalışmanın Amacı	70
5.2	Materyal ve Metot	70
5.2.1	Golden software Surfer 8 programı.....	71
5.3	Test Bölgeleri ve Sayısal Uygulama	72
5.3.1	Test bölgesi 1 ve uygulamaları.....	72
5.3.1.1	Ağırlıklı ortalama yöntemi ile interpolasyon.....	72
5.3.1.2	Polinom yüzeyleri ile interpolasyon uygulamaları	74
5.3.1.3	Multiquadratik interpolasyon uygulamaları	76
5.3.1.4	En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları	78
5.3.1.5	Kriging interpolasyon tekniği uygulamaları.....	80
5.3.2	Test bölgesi 2 ve uygulamaları.....	84
5.3.2.1	Ağırlıklı ortalama yöntemi ile interpolasyon.....	84
5.3.2.2	Polinom yüzeyleri ile interpolasyon uygulamaları	86
5.3.2.3	Multiquadratik interpolasyon uygulamaları	88
5.3.2.4	En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları	90
5.3.2.5	Kriging interpolasyon tekniği uygulamaları.....	92

5.3.3	Test bölgesi 3 ve uygulamaları.....	95
5.3.3.1	Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon.....	95
5.3.3.2	Polinom yüzeyleri ile enterpolasyon uygulamaları	97
5.3.3.3	Multiquadratik enterpolasyon uygulamaları	99
5.3.3.4	En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları	100
5.3.3.5	Kriging enterpolasyon tekniği uygulamaları	102
5.4	Test Bölgelerinde Elde Edilen Sonuçların Karşılaştırılması	105
5.4.1	1. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması	105
5.4.2	2. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması	106
5.4.3	3. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması	107
6	SONUÇLAR	109
7	KAYNAKLAR.....	112
	EKLER	117
	EK-1 Test Bölgelerine Ait Konum, Yükseklik Bilgileri ve Şekiller.....	118
	Ek-2 Teorik Variogram Modellerine ait Grafikler	127

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Jeopotansiyel yükseklikler	5
Şekil 2.2 Ortometrik, normal ve elipsoidal yükseklikler, jeoit ondülasyonu ve yükseklik anamolisi	10
Şekil 2.3 Elipsoidal yükseklik	11
Şekil 2.4 Ortometrik ve elipsoidal yükseklik arasındaki ilişki	12
Şekil 3.1 : Astrojeodezik çekül sapması	17
Şekil 3.2 Jeoitde diferansiyel değişim	18
Şekil 3.3 Çekül eğrisi ve elipsoit normalisi arasındaki uzunluk farkı	20
Şekil 4.1 Ağırlıklı ortalama dayanak ve enterpolasyon noktaları	23
Şekil 4.2 Farklı k değerlerine göre ağırlık uzaklık ilişkisi (Ters ağırlık)	25
Şekil 4.3 Farklı k değerlerine göre ağırlık uzaklık ilişkisi (Gauss)	25
Şekil 4.4 Kritik daire ve kritik dikdörtgen	26
Şekil 4.5 Delunay üçgenlemesi ve ağırlıklı ortalama	27
Şekil 4.6 Üstten alta doğru sırasıyla lineer, kuadratik, kübik ve orjinal yüzeyler	29
Şekil 4.7 Üstten alta doğru, bi-lineer, bi-kuadratik, bi-kübik ve orjinal yüzeyler	34
Şekil 4.8 : Kollokasyon ve parametreleri	46
Şekil 4.9 : Kollokasyon problemi ve amaç	49
Şekil 4.10: Örnek bir kovaryans fonksiyonu	53
Şekil 4.11 : X,Y koordinat düzleminde düzgün dağılımlı noktalar kümesi	56
Şekil 4.12: Deneysel variogram oluşumu	57

Şekil 4.13: Yön bağımlı variogram hesaplamada kullanılan açı ve mesafe toleransı	57
Şekil 4.14 : Rastgele dağılımlı bir nokta kümesi.....	58
Şekil 4.15 Deneysel variogram ve parametreleri	60
Şekil 4.16: Örnek bir variogram modeli ve parametreleri.....	61
Şekil 5.1 Deneysel kovaryans modeli (1. test bölgesi).....	79
Şekil 5.2 Deneysel variogram modeli(1.test bölgesi).....	81
Şekil 5.3 Deneysel kovaryans modeli (2. test bölgesi).....	91
Şekil 5.4 Deneysel variogram modeli (2. test bölgesi).....	92
Şekil 5.5 Deneysel kovaryans modeli (3. test bölgesi).....	101
Şekil 5.6 Deneysel variogram modeli (3. test bölgesi).....	103
Şekil 5.7 1.Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma	106
Şekil 5.8 2.Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma	107
Şekil 5.9 3.Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma	108
Şekil Ek 1.1 Test Bölgesi 1 dayanak ve kontrol noktaları	125
Şekil Ek 1.2 Test Bölgesi 2 dayanak ve kontrol noktaları	126
Şekil Ek 1.3 Test Bölgesi 3 dayanak ve kontrol noktaları	127
Şekil Ek 2.1 Küresel variogram.....	127
Şekil Ek 2.2 Üssel variogram	127
Şekil Ek 2.3 Gaussian variogram	128
Şekil Ek 2.4 Quadratik variogram.....	128
Şekil Ek 2.5 Rational Quadratik variogram	129

Şekil Ek 2.6 Logaritmik variogram.....	129
Şekil Ek 2.7 Power ($0 < h < 1$) variogram.....	130
Şekil Ek 2.8 Power ($0 < h < 1$) variogram.....	130
Şekil Ek 2.9 Kübik ($0 < h < 1$) variogram.....	131
Şekil Ek 2.10 Lineer variogram.....	131



ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge3.1 Jeoit belirlemede veri kaynakları, gözlem büyüklükleri (Üstün 2001)...	14
Çizelge 4.1 Çeşitli kovaryans fonksiyonları.....	52
Çizelge 4.2:Çeşitli variogram modelleri	60
Çizelge 5.1 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	73
Çizelge 5.2 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler	74
Çizelge 5.3 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	75
Çizelge 5.4 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular....	76
Çizelge 5.5 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	77
Çizelge 5.6 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler	78
Çizelge 5.7 Deneysel kovaryans modeline ait veriler	78
Çizelge 5.8 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	80
Çizelge 5.9 Deneysel variogram modeline ait veriler	81
Çizelge 5.10 Teorik variogram parametreleri	82
Çizelge 5.11 Kriging yöntemiyle enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	83
Çizelge 5.12 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular	84
Çizelge 5.13 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları..	85

Çizelge 5.14 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler	86
Çizelge 5.15 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	87
Çizelge 5.16 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular...	88
Çizelge 5.17 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	89
Çizelge 5.18 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler	90
Çizelge 5.19 Deneysel kovaryans modeline ait veriler	90
Çizelge 5.20 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	91
Çizelge 5.21 Deneysel variogram modeline ait veriler	92
Çizelge 5.22 Teorik variogram parametreleri	93
Çizelge 5.23 Kriging yöntemiyle enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	94
Çizelge 5.24 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular	95
Çizelge 5.25 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları..	96
Çizelge 5.26 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler	96
Çizelge 5.27 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	98
Çizelge 5.28 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular...	98

Çizelge 5.29 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	99
Çizelge 5.30 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler ..	100
Çizelge 5.31 Deneysel kovaryans modeline ait veriler	100
Çizelge 5.32 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları.....	101
Çizelge 5.33 Deneysel variogram modeline ait veriler	102
Çizelge 5.34 Teorik variogram parametreleri	103
Çizelge 5.35 Kriging sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları	104
Çizelge 5.36 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular ..	104
Çizelge 5.37 1. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar	105
Çizelge 5.38 2. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar	106
Çizelge 5.39 3. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar	107
Çizelge Ek 1.1 Test bölgesi 1'e ait konum ve yükseklik bilgileri.....	118
Çizelge Ek 1.2 Test bölgesi 2'ye ait konum ve yükseklik bilgileri.....	120
Çizelge Ek 1.2 Test bölgesi 2'ye ait konum ve yükseklik bilgileri (Devamı)	121
Çizelge Ek 1.3 Test bölgesi 3'e ait konum ve yükseklik bilgileri.....	122

1 GİRİŞ

Jeodezi üç boyutlu zaman değişkenli uzayda çekim alanları da kapsamda olmak koşulu ile yerin ve diğer gök cisimlerinin şekil ve boyutlarının belirlenmesi ile ilgilenen bilim dalıdır.

Jeodezi biliminde yapılan jeodezik ölçülerin değerlendirilebilmesi için matematiksel ve geometrik olarak tanımlanabilen hesap yüzeylerine ihtiyaç duyulur. Jeodezik ölçümler fiziksel yeryüzünde yapılır. Fiziksel yeryüzü homojen dağılım göstermediği ve matematiksel olarak tanımlanamadığı için yapılan ölçülerin matematiksel parametre ve denklemleri bilinen hesap yüzeylerine aktarılması gerekmektedir.

Jeodezik amaçlı olarak fiziksel yeryüzünde mutlak koordinatlar yerine görelî değerleri veren ölçme ve değerlendirme teknikleri kullanıldığından daha önceden tanımlanmış bir datuma göre fiziksel yeryüzü üstünde belirli bir koordinat sisteminde jeodezik ağların tanımlanması gerekmektedir. Ülke veya kıta düzeylerinde yapılan mühendislik projelerinde kullanılan noktaların aynı referans sistemlerinde tanımlanmış olması gereklidir. Bu durum, ülke yatay ve düşey ağlarının tesisini gerektirir.

Teknolojinin gelişimine paralel olarak hızlanan ve duyarlılığı artan 3 boyutlu konum belirleme teknikleri, beraberinde ölçme ve değerlendirme yöntemlerini değiştirmektedir. Amaca uygun aranan değerlerin elde edilmesi için farklı yaklaşımlara yeni ufuklar açmaktadır.

GPS tekniği jeodezik ölçümlerin toplanmasında yaygın olarak kullanılan vazgeçilmez bir araç olmuştur. GPS, hesap yüzeyi olarak WGS84 referans elipsoidini kullanmaktadır. Haritalama çalışmalarında ve mühendislik projelerinde yükseklik olarak ortometrik yükseklikler kullanılır. Ortometrik yükseklikler nivelman ile belirlenen yüksekliklere ortometrik düzeltme getirilmesi sonucu bulunur. GPS ile belirlenen yükseklikler elipsoidal yüksekliklerdir. Bu bağlamda, elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüşüm problemi ortaya çıkmaktadır. Bu amaçla jeoit ondülasyonlarının bilinmesi gerekmektedir. Jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde global ve lokal teknikler mevcuttur.

Bu çalışmada, lokal alanlarda GPS/Nivelman tekniği ile belirlenen jeoit ondülasyonları ile bilinmeyen diğer ara noktaların jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin araştırılması ve bölgeye en iyi uyan yöntemin belirlenmesini hedeflenmektedir.



2 YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ

2.1 Yükseklik ve Düşey Datum Kavramı

Ülke gelişiminde ve insanoğlunun günlük yaşamında büyük rahatlıklar sağlayan mühendislik hizmetlerinin uygulamaya geçirilmesi, savunma ve planlama çalışmalarının hayat bulması yükseklik bilgisini gerektirir. Bir ülkenin 3 boyutlu harita üretiminde yatay kontrol noktalarının yanısıra düşey kontrol noktalarının olması gerekmektedir. Türkiyede savunma ve kalkınma amaçlı uygun sıklıkta noktaların yüksekliğinin belirlenmesi amacıyla jeodezik çalışmalar 1930'lu yılların sonlarında başlamıştır.

Vanicek (1987)'e göre yükseklik, genel anlamda, bir nokta ile seçilen başlangıç yüzeyi arasındaki en kısa mesafedir(Ayhan ve Demir 1992). Demirel (1987)' e göre; yer yüzündeki bir noktanın yüksekliğinden, o nokta ile başlangıç yüzeyi arasındaki fiziksel yada geometrik ilişki anlaşılır(Üstün 2002). Yükseklik referans bir koordinat sistemine 3. boyutu kazandırır. Genellikle düşey kontrol ağları yatay konum ağlarından bağımsız olarak değerlendirilirler.

Yer yüzü üzerindeki yüksekliklerin belirlenmesi yükseklik yada potansiyelin(W) bir noktada(nivelman noktasında) belirlenmesini gerektirir. Genellikle bu değerler belirli bir zaman periyodu boyunca ortalama deniz yüzeyi gözlemleri kullanılarak seçilir. Deniz Yüzeyi Topoğrafyası(Sea Surface Topography, SST) yada kara parçalarının hareketleri farklı yükseklik datum sistemleri arasında farklılıklara yol açmaktadır(Arabelos ve Tscherning 2001). Daha önceleri Ortalama deniz yüzeyinin bir eş potansiyelli yüzey olduğuna inanılırdı. Fakat, bu yüzeyler arasında yaklaşık bir kaç metre fark olduğunu bilmekteyiz. Buda deniz yüzeyi topoğrafyası olarak bilinir. Bugün dünya çapında 100 den daha fazla düşey datum mevcuttur(Lehmann 2000).

Düşey kontrol noktalarının yüksekliği, yüksek duyarlıklı ölçme teknikleri yardımıyla tek anlamlı olarak belirlenmelidir. Yükseklik farklarının ölçülmesinde en yaygın olarak hassas nivelman tekniği kullanılmaktadır.

Uygulamaya yönelik belli bir yükseklik sisteminde iki temel özellik istenir.

- *Nivelman sonuçlarının, nivo yüzeylerinin paralel olmamasından kaynaklanan yola bağımlılık etkisinin yok edilebilme özelliği*
- *Ölçülen yükseklik farklarına getirilen düzeltmelerin küçük derecede olma özelliğidir(Heiskanen ve Moritz 1984).*

Bu noktalardan yola çıkarak jeodezide bir çok yükseklik sistemi tanımlanmaktadır. Bunlardan en önemlileri;

- *Jeopotansiyel yükseklik*
- *Dinamik yükseklik*
- *Ortometrik yükseklik*
- *Normal yükseklik*
- *Elipsoidal yükseklik sistemleridir(Yanar 1999).*

2.2 Jeopotansiyel Yükseklik

Noktaların yada noktalardan geçen nivo yüzeylerinin jeoide göre durumlarını gösteren, jeoit ile bu yüzeyler arasındaki kilokal*metre biriminde ifade edilen potansiyel farklar fiziksel anlamda bir büyüklüktür ve dünyanın gravite potansiyeli ile ilişkilidir. Bu büyüklüğe *Jeopotansiyel Büyüklük (C)* denir(Şekil 2.1).

Bu tanıma göre jeopotansiyel yükseklik;

$$C_A = W_0 - W_A = - \int_0^A dw = \int_0^A gdh \quad (2.1)$$

şeklindedir. Bu eşitlikte geçen;

W_0 : Jeoidin potansiyeli

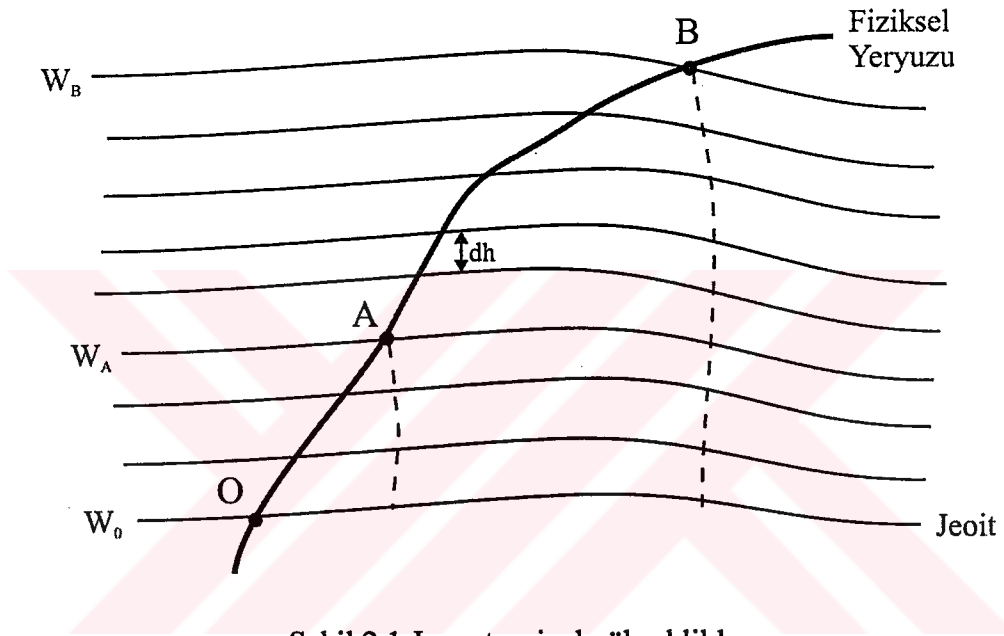
W_A :A noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli

dw :Birbirine diferansiyel anlamda yakın iki nivo yüzeyi arasındaki potansiyel farkı

dh :Diferansiyel anlamda yükseklik farkı

g :Diferansiyel anlamda yükseklik farkına karşılık yeryüzünde ölçülebilen gravite değeri

C_A :A noktasının jeopotansiyel yüksekliği



Şekil 2.1 Jeopotansiyel yükseklikler

(2.1) eşitliğinde gravite(g) nivelman güzergahı boyunca sabit kabul edilirse;

$$C = \int_0^A g dh = g \int_0^A dh \cong g.H \quad (2.2)$$

olur. Bu eşitlikte;

g :A noktasını gravite değeri

H : A noktasının geometrik nivelman ile bulunan yüksekliğidir.

A ve B noktalarının jeopotansiyel yükseklikleri arasındaki fark ΔC_{AB} ; ΔH , nivelmanla bulunan yükseklik farkı ve \bar{g} , ΔH yükseklik farkını sınırlayan noktalarda ölçülen gravite değerlerinin ortalaması ise,

$$C_B - C_A = C_{AB} = W_A - W_B = \int_A^B g dh \cong \sum_A^B \bar{g} \Delta H \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir. Buradanda kotu bilinen bir noktadan başlayıp, bütün diğer noktaların jeopotansiyel yükseklikleri,

$$C_B = C_A + \Delta C_{AB} = C_A + \sum \bar{g} \Delta H \quad (2.4)$$

şeklinde hesaplanması olasıdır. Torge (1980)'e göre C' nin fiziksel boyutu metrik birimde olmadığından pratik uygulaması azdır (Yanar 1999). Jeopotansiyel kotlar nivelman yoluna bağlı değildir. Çünkü hangi yoldan gidilirse gidilsin iki nokta arasındaki potansiyel fark aynı kalır. Jeopotansiyel kotlar başka yükseklik sistemleri için temel büyüklüklerdir. Tüm yükseklikler buradan türetilirler.

2.3 Dinamik Yükseklikler

Jeopotansiyel sayılar seçilen sabit bir g_0 ağırlık değerine bölünürse, uzunluk birimine geçilir ve böylece elde edilen yüksekliklere dinamik yükseklikler denilir. Buna göre A ve B noktalarının dinamik yükseklikleri;

$$H_A^{din} = \frac{C_A}{g_0}, \quad H_B^{din} = \frac{C_B}{g_0} \quad (2.5)$$

olur. Bunlar arasındaki fark için ise,

$$H_B^{din} - H_A^{din} = \Delta H_{A,B}^{din} = (C_B - C_A) / g_0 = \Delta C_{AB} / g_0 \quad (2.6)$$

olur. Bu eşitliklerde;

C_A, C_B : A ve B noktalarının jeopotansiyel yükseklikleri

g_0 : $\gamma_0=50^\circ$ enlemindeki gravite değeridir.

Dinamik yükseklikleri (2.5) ve (2.6) bağıntıları yardımıyla hesaplayabilmek için jeopotansiyel kotların ya da kot farklarının önceden belirlenmiş olması gerekir. Ülke ölçmelerinde çoğu kez nivelman sonuçları bir düzeltme yani dinamik düzeltme ile yükseklik farkına dönüştürülür.

Jeopotansiyel kotta olduğu gibi dinamik yüksekliklerde de jeoidin dinamik yüksekliği sifıra eşittir. Her nivo yüzeyine karşılık tek bir dinamik yükseklik değeri karşılık gelir. Her iki nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktalar arasındaki dinamik yükseklik farkları eşittir. Dinamik yükseklikler biliniyorsa diğer yükseklikler kolayca hesaplanabilir. Fakat dinamik yüksekliklerdeki dinamik yol düzeltmesinin büyük olması, onların pratikteki önemini azaltmaktadır (Turgut 1995, Tuşat 2000).

2.4 Ortometrik Yükseklik

Yeryüzünde bir noktanın ortometrik yüksekliği, noktadan geçen çekül eğrisi boyunca jeoide olan düşey uzaklık olarak tanımlanır. Ortometrik yükseklik kavramı, geometrik bir ifadeden daha çok fiziksel anlam taşır. Aradaki kara parçaları nedeniyle jeoidin kıtalar altındaki gidişi bilinmediğinden, bir noktanın ortometrik yüksekliği doğrudan ölçülemez. Aynı nivo yüzeyi üzerindeki farklı iki noktanın ortometrik yükseklikleri farklıdır. Ortometrik yükseklikler, nivelman yüksekliklerine dinamik yüksekliklerden daha çok yaklaşırlar. Çünkü ortometrik düzeltmeler genellikle daha küçüktürler.

Ortometrik yüksekliği bulmak için, A noktasının jeopotansiyel sayısı C ve çekül eğrisinin A_0 ile A arasındaki parçasının uzunluğu olan ortometrik yüksekliği H olmak üzere,

$$C = W_0 - W = \int_0^H g dH \quad (2.7)$$

şeklinde belirlenir. Bu eşitlikte H açık olarak belirlenmek istenirse,

$$dc = -dw = g \cdot dH \quad (2.8)$$

bu eşitlikler g değerine bölünmek suretiyle

$$dH = -\frac{dw}{g} = \frac{dc}{g} \quad (2.9)$$

eşitliğiyle elde edilir ve integrali alınırsa,

$$H = -\int_{w_0}^w \frac{dw}{g} = \int_0^c \frac{dc}{g} \quad (2.10)$$

olur. Pratikte kullanımı az olan bu eşitlik düzenlenirse,

$$C = \int_0^H g dH = H \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.11)$$

$$C = \bar{g}H \quad (2.12)$$

ve buradanda

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.13)$$

olur. Burada \bar{g} , jeoit üzerindeki A_0 ile yeryüzündeki A noktası arasında çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalamasıdır. Ortalama \bar{g} bilinmek koşulu ile ortometrik yükseklik H,

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.14)$$

bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir. İki nokta arasındaki ortometrik yükseklik farkı,

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A = \frac{\Delta C_{AB}}{\bar{g}} \quad ; \quad \bar{g} = \gamma_0^{50} \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Bir noktanın ortometrik yüksekliği geometrik nivelman yükseklik farklarından yararlanarak yada elipsoidal yükseklik farklarından yararlanılarak bulunabilir.

Çekül eğrilerinin yeryüzü ile jeoit arasında kalan noktalarında ağırlıkları ölçmek ya da \bar{g} ortalama gravite değerini ölçümle belirlemek olanaksız olduğundan gerçek ortometrik yükseklikler hesaplanamamakta, fakat yeryüzü ile jeoit arasında, çekül eğrileri boyunca ağırlık değerlerinin dağılımına ilişkin bir varsayım ile yaklaşık ortometrik (kuasijeoide göre) yükseklikler elde edilebilmektedir.

Ortometrik yükseklikler, Helmert yükseklikleri olarak bilinen aşağıdaki (2.16) bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz 1984).

$$H = \frac{C}{g + 0,0424.H} \quad (2.16)$$

Bu eşitlikte iteratif çözüm uygulanır. Burada C (kgalm), H (km) birimindedir.

g nin belirlenmesi için farklı modellerde vardır.

2.5 Normal Yükseklik

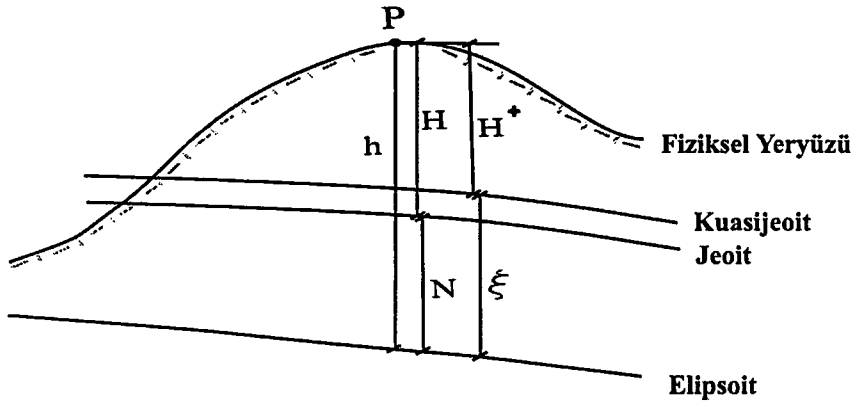
Yeryuvarının gerçek gravite potansiyelinin normal gravite potansiyeline, yani $W=U$, gerçek graviteninde normal graviteye eşit olduğu, yani $g=\gamma$, ve dolaylı bozucu potansiyel $T=0$ kabulüne göre hesaplanmış yüksekliklerdir (Şekil 2.2). Bu varsayım karşılık gelen ortometrik yüksekliklere normal yükseklik adı verilir. Dünyanın gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilirse ortometrik yükseklikler için çıkarılan eşitlikler normal gravite alanında,

$$C = W_0 - W = \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.17)$$

$$H^* = \int_0^C \gamma dH^* \quad (2.18)$$

$$C = \bar{\gamma} H^* \quad (2.19)$$

biçimine girer. Burada



Şekil 2.2 Ortometrik, normal ve elipsoidal yükseklikler, jeoit ondülasyonu ve yükseklik anomolisi

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^*} \int_0^{H^*} \gamma dH^* \quad (2.20)$$

çekül eğrisi boyunca olan ortalama normal gravitedir.

H^* *normal yükseklik* olarak adlandırılır. Normal yükseklik, normal ağırlık alanının çekül eğrisi boyunca nivo elipsoidi yüzeyinden Q noktasına kadar olan uzaklıktır ve bu uzaklıkların oluşturduğu noktaların geometrik yerine *Tellüroid* denir.

Astronomik koordinatlardan yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyi tellüroid belirlenebilir. Elipsoidden yeryüzüne olan düşey uzaklık h ile elipsoidden tellüroide olan düşey uzaklık H^* arasındaki fark bize yükseklik anomolisini verir.

$$\zeta = h - H^* \quad (2.21)$$

Bu iki yükseklik arasındaki fark $N = h - H$ jeoit ondülasyonuna karşılık gelir. Bu ilişkiden yararlanarak;

$$H + N = H^* + \zeta \quad (2.22)$$

$$H - H^* = \zeta - N \quad (2.23)$$

yazılmak suretiyle $(\zeta - N)$,

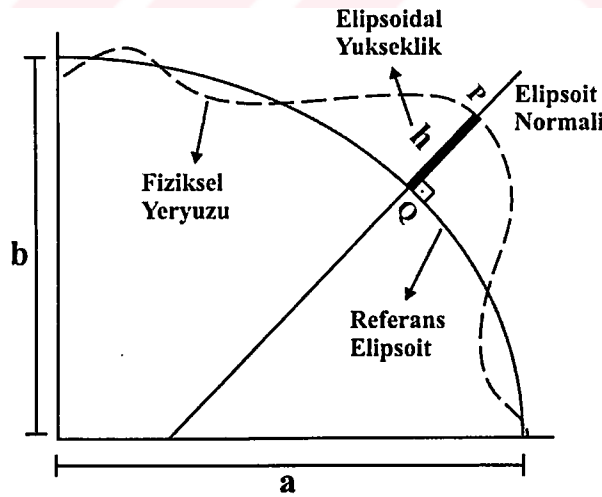
$$(\zeta - N) = \frac{-\Delta g_B}{\gamma} H \quad (2.24)$$

şeklinde gösterilebilir. Δg_B yaklaşık olarak Bouger anomalisine eşittir. $\bar{\gamma}$ ise çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravitedir.

Tellüroid bir nivo yüzeyi değildir. Yeryüzündeki her P noktasına genel olarak farklı bir $W=W_P$ jeopotansiyel yüzey karşılık gelir. Bu problemi çözmek için okyanuslar üzerinde $\zeta=N$ olup diğer taraflarda jeoide çok yakın olan bir yüzey elde edilmiş ve bu yüzeye Molodensky tarafından *kuasijeoit* adı verilmiştir. Bununla beraber kuasijeoit de bir nivo yüzeyi değildir ve hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Bu jeoide benzer bir yüzeye çağrışım yaptırıp geleneksel kavramları baz almak şeklinde düşünülmelidir. Bu açıdan bakıldığında ortometrik yüksekliğin jeoiden olan yükseklik olması gibi, bir noktanın normal yüksekliği de kuasijeoiden olan yüksekliktir (Heiskanen ve Moritz 1984).

2.6 Elipsoidal Yükseklik

Elipsoidal yükseklik, seçilen bir referans elipsoidine göre, yeryüzündeki bir P noktasının elipsoit normalini boyunca elipsoit üzerindeki izdüşümü ile arasındaki uzaklıktır (Şekil 2.3).



Şekil 2.3 Elipsoidal yükseklik

Elipsoit yüksekliği, kullanılan elipsoit parametreleriyle ve üzerinde tanımlanan jeodezik koordinat sistemi ile yakından ilişkilidir. Dünyanın gravite alanıyla hiç bir ilişkisi yoktur(Yanar 1999). Şekilden P noktasının elipsoit üzerindeki izdüşümü Q dur. Elipsoit yüksekliği h ile gösterilmiştir.

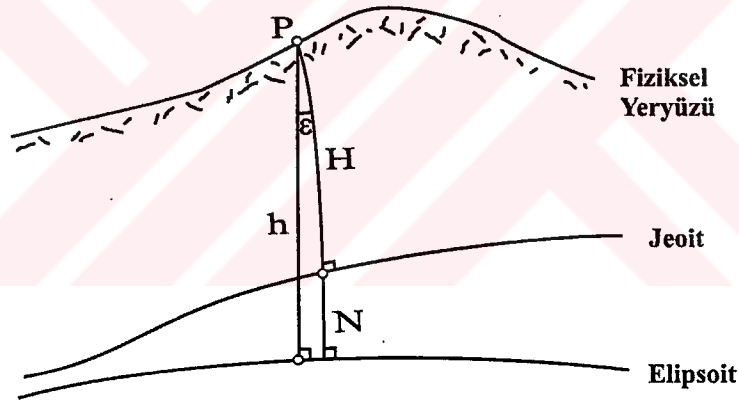
Elipsoit yüksekliği elde mevcut büyüklüklere göre iki yöntemle elde edilebilir(Yanar 1999).

1) Doğal büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde elipsoit yüksekliği, jeoit yüksekliği N ve ortometrik yüksekliği H olmak üzere

$$h \cong H+N \quad (2.25)$$

eşitliğinden elde edilebilir(şekil 2.4).



Şekil 2.4 Ortometrik ve elipsoidal yükseklik arasındaki ilişki

2) Standart büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde elipsoit yüksekliği, ζ yükseklik anomolisini ve H^* normal yüksekliği göstermek üzere

$$h \cong H^* + \zeta \quad (2.26)$$

eşitliğinden elde edilebilir.

3 JEOİT KAVRAMI VE BELİRLEME YÖNTEMLERİ

3.1 Genel Tanımlar

Jeoit, fiziksel olarak tanımlanan ve yeryüzünün gerçek şeklini temsil etmede kullanılan bir yüzeydir. Jeoidin yüzeyi topografik yüzeye benzer olarak çukurluklar ve tümseklikleriyle süreksizlikler gösterir. Jeoidin merkezi dünyanın gerçek merkezi ile çakışıktır ve yüzeyi eş potansiyelli bir yüzeydir. Bu yüzey üzerinde hesap yapılması oldukça zordur. Bu nedenle jeoit ile hesaplamaların yapıldığı referans yüzey(elipsoit) arasındaki ilişkinin ifade edilmesi, bir başka ifade ile jeoidin belirlenmesi gerekmektedir. Uydu sistemlerinin jeodeziye getirdiği kolaylıklarla jeoide olan ihtiyaç oldukça artmıştır.

3.2 Jeoit Belirleme Yöntemleri

Jeoit belirleme noktasal, bir profil boyunca yada sürekli bir yüzey şeklinde belirlenmesi olasıdır. Jeoit belirleme tekniklerinde çizelge 3.1'de ifade edilen veri kaynakları ile gözlem büyüklüklerinin bir veya bir kaçına dayanır.

Uygulamalarda jeoidin belirlenmesi, gerçek gravite alanına ait büyüklükler W (gravite potansiyeli), H (ortometrik yükseklik), g (gravite), Φ , Λ (astronomik enlem ve boylam) büyüklükleri ile referans elipsoidine ait U (normal potansiyel), h (elipsoit yüksekliği), γ (normal gravite), ϕ , λ (jeodezik enlem ve boylam) büyüklüklerinin karşılıklı farkından oluşan T bozucu potansiyel, N jeoit yüksekliği, Δg gravite anomolisi, η , ξ çekül saptması bileşenleri miktarının belirlenmesidir. N Jeoit yükseklikleri jeoidin belirlenmesinde en sık hesaplanan değerlerdir.

Yukarıda ifade edilen ölçüm yöntemleri ile elde edilmiş ölçüler kullanılarak jeoit yükseklikleri hesabında,

Çizelge3.1 Jeoit belirlemede veri kaynakları, gözlem büyüklükleri (Üstün 2001)

Veri türleri	Kaynak
Uydu yörünge analizleri	<ul style="list-style-type: none"> • Dinamik • Geometrik
Küresel harmonik katsayılar	<ul style="list-style-type: none"> • Jeopotansiyel model
Gravite anomolileri	<ul style="list-style-type: none"> • Yersel gravite ölçmelerinden(Karalar için) • Altimetre verilerinden(denizler için) • Jeopotansiyel model katsayılarından(eksik bölgeler için)
Topoğrafik yükseklik bilgileri	<ul style="list-style-type: none"> • Sayısal Arazi Modeli(SAM) ve Sayısal Yükseklik Modeli(SYM)
Topoğrafik kitlelerin yoğunluk değişimi, kabuk-manto sınırında yoğunluk sıçraması(Mohoravicić süreksizliği)	<ul style="list-style-type: none"> • Kitle yoğunluk modelleri • Yer yuvarının gravite alanı bilgisine dayalı ters gravimetrik çözüm
Nokta kitle modeli	<ul style="list-style-type: none"> • GPS/Nivelman jeoit yükseklikleri • Gravite Anamolileri • Global Jeopotansiyel model • Sayısal Arazi Modeli
Yersel jeodezik ölçmeler	<ul style="list-style-type: none"> • Astro jeodezik veriler • Geometrik Nivelman • Presizyonlu trigonometrik nivelman
Uydu konum belirleme teknikleriyle türetilen 3B konum bilgileri	<ul style="list-style-type: none"> • SLR • GPS • DOPPLER

- Astrojeodezik yöntemler
- Gravite alanı modelleri
- Global jeopotansiyel modeller
- Geometrik modeller
- Kombine yöntemler(GPS-Nivelman,GPS-Gravimetrik vb.)

en sık kullanılan tekniklerdir(Yanar 1999).

Jeoit belirleme yöntemlerini jeoidin kapsadığı alana göre ve kullanılan veriler göre iki grupta incelemek mümkündür. Jeoidin kapsadığı alana göre global, bölgesel ve yerel jeoit belirleme söz konusudur.

3.2.1 Global jeoit belirleme modelleri

Global jeoit modelleri, tüm dünyaya ait gravite bilgilerinden faydalanarak oluşturulmuş bir modeldir. Her ulusun bir yada bir kaç istasyonu dünya çapındaki gravite baz istasyonları ağını oluşturur. IGSN71(International Gravity Standardization Net 1971) datumu, 1906'da yapılan sarkaç ölçüleri ile belirlenen Postdam sisteminin yerini almış ve gravite ölçüleri için referans olarak kabul edilmiştir.

Rapp(1992)'a göre, son yıllarda dünya gravite alanının saptanması işlemi uydu ve yüzey gravite bilgilerinin kombinasyonu ile gerçekleştirilmektedir.

1849'da Stokes'in, gravite ölçülerini kullanarak jeoit yüksekliği hesaplanmaya yönelik olarak bulduğu eşitlik aşağıdaki gibidir.

$$N = \frac{R}{4\pi G} \iint \Delta g S(\psi) d\sigma \quad (3.1)$$

R: Dünyanın yarıçapı

G: Ortalama gravite

Δg :Serbest hava gravite anamolisi

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

Stokes formülü, jeoidin dış tarafında kitle olmadığı ön kabulüne dayanır. Eğer herhangi bir fiziksel jeodezi problemi, potansiyel kuramının belirlediği anlamda bir sınır değer problemi olarak ele alınmak istenirse, sınırlayan yüzeyin dışında kitle yoktur diyen bu kabul zorunludur. Bunun nedeni, potansiyel kuramının sınır değer problemlerinin daima harmonik fonksiyonları içermesidir. Jeoidin dış tarafında kitleler var olduğundan Stokes integrali ya da ilgili formüllerin uygulanabilmesinden önce bu kitlelerin jeoidin içine götürülmesi ya da tümüyle ortadan kaldırılması zorunludur. Türlü gravite indirgemelerinin amacı budur(Kartal 2001).

Bu modellere örnek olarak potansiyel katsayılarından yararlanarak jeoit yüksekliği hesaplama ilkesine dayanan OSU91-A ve EGM 96 modelleri verilebilir.

3.2.2 Bölgesel jeoit belirleme modelleri

Yerel olarak uygulanan ve kullanıldığı ülkenin fiziksel koşullarına bağlı olarak değişiklik gösteren modellerdir. Yerel jeoit modellerinin hesaplanması işlemi Stokes integraline dayanır:

$$N = N_{GM} + \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} (\Delta g - \Delta g_{GM}) S(\psi) d\sigma \quad (3.2)$$

N : jeoit yüksekliği

N_{GM} : Global modele göre hesaplanan jeoit yüksekliği

R : Dünyanın yarıçapı

γ : Normal gravite

Δg : Gravite anomalisi

Δg_{GM} : Global modele göre hesaplanan gravite anomalisi

$S(\psi)$: Stokes fonksiyonu

σ : İntegrasyonun kapsadığı küresel aralık

3.2.2.1 Gravimetrik yöntemler ile jeoit yüksekliği belirleme

Çekül sapmalarının diğer bir elde edilmesi yöntemi gravimetrik yöntemdir. Çekül sapmasının meydana gelmesinde rol oynayan etken, dünya kütle dağılımının homojen olmamasıdır. Yerçekimi ivmesi, diğer bir adıyla ağırlık, g, yerin kütle yoğunluğu ve bunun dağılımına bağlıdır. Gravimetrik çekül sapması, g' nin indirgenmesiyle bulunan Δg ağırlık anomalilerinin fonksiyonu olarak ifade edilebilir. Bu şekilde elde edilen çekül sapmaları salt çekül sapmalarıdır. Ağırlık anomalileri $\Delta g'$ ler biliniyorsa jeoidin elipsoidden olan yükseklikleri N ve dolayısıyla gravimetrik çekül sapmaları bulunabilir (Turgut 1995).

Gravimetrik yöntemler genellikle, sınır yüzeylerindeki Δg gravite anomalilerinden, jeoit yüksekliğinin belirlendiği yerlerde jeodezik sınır değeri problemlerinin çözümü

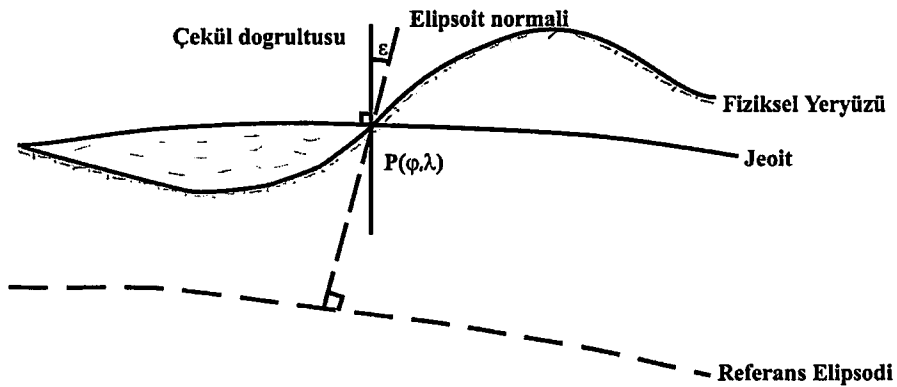
için kullanılır. Gravimetrik yöntemler ile jeoit yükseklikleri hesabında üç yöntem kullanılmaktadır(Tuşat 2000) .Bunlar;

- Klasik veya hızlı Fourier tekniği ile Stokes integrasyonu
- En küçük karelerle kollokasyon yöntemi
- Kollokasyon ve integrasyon yöntemlerinin kombinasyonudur.

3.2.3 Astrojeodezik yöntem ile jeoit yüksekliği belirleme

Sideris (1990)'a göre fiziksel yeryüzünde doğal koordinat sistemlerinde yapılan ölçüler çekül doğrultuları ile ilişkilidir. İki boyutlu ağlarda, ölçülerin, hesap yüzeyine indirgenmesinde jeoit yükseklikleri ve çekül sapmasına ihtiyaç duyulur. Üç boyutlu ağlarda aynı noktanın astronomik ve jeodezik değerleri arasında ilişkiler, jeoit ondülasyonları ve çekül sapması bileşenleri ile ortaya konur(Yanar 1999).

Fiziksel yeryüzü üzerindeki bir P noktasından geçen çekül eğrisi ile yine aynı noktadan geçen elipsoit normali kesiştiklerinde ϵ kadar bir sapma oluşur. Bu farka çekül sapması denir(Şekil 3.1). Yer yüzündeki bir noktanın doğal koordinatları (Φ , Λ) astronomik gözlemler yardımıyla belirlenebilir. Bu koordinatlar bir referans elipsoidinin jeodezik koordinatlarıyla (ϕ, λ) karşılaştırılırsa, çekül sapması bileşenleri elde edilir.



Şekil 3.1 : Astrojeodezik çekül sapması

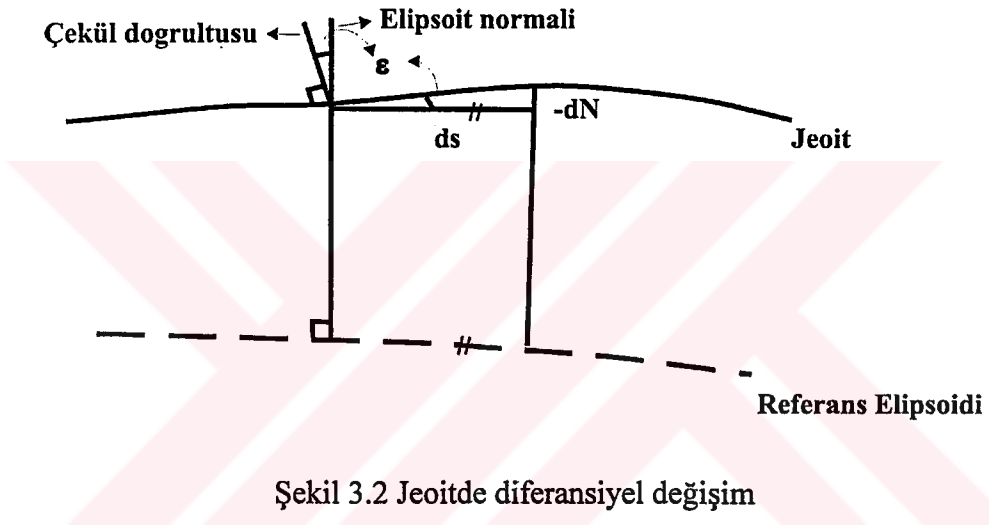
$$\xi = \Phi - \varphi \quad (3.3)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (3.4)$$

yukarıdaki eşitliklerde ξ , kuzey-güney; η , doğu-batı yönündeki çekül sapması bileşenleridir. Her hangi bir α azimutu doğrultusundaki çekül sapması ϵ ;

$$\epsilon = \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (3.5)$$

eşitliği ile ifade edilir. Çekül sapmasının jeoit yüzeyindeki etkisi şekil 3.2'de görülmektedir.



Diferansiyel anlamda jeoit yüksekliği değişimi,

$$dN = \epsilon ds \quad (3.6)$$

eşitliğidir. Bu eşitliğin bir baz boyunca integrali,

$$N_2 - N_1 = - \int_1^2 \epsilon ds \quad (3.7)$$

yükseklik farkını verir. Bu bağıntı aynı zamanda astronomik nivelmanın temelini oluşturur.

(3.3), (3.4) ve (3.5) eşitliklerinden jeoitteki çekül sapması büyüklüklerini hesaplamak için astronomik koordinatların jeoide indirgenmiş değerleri (Φ_0, Λ_0) kullanılmalıdır.

Her iki ucunda çekül sapması belirlenmiş bir baz boyunca jeoit yüksekliği farkı,

$$N_2 - N_1 = -\frac{\varepsilon_{10} + \varepsilon_{20}}{2} s \quad (3.8)$$

eşitliği ile hesaplanabilir(Heiskanen ve Moritz 1984).

(3.8) ile belirlenen jeoit yükseklik farkları, nivelman luplarına benzer şekilde dengelenir. Ölçü noktaları dışındaki jeoit yüksekliklerinin belirlenmesi için jeoidin n. dereceden uygun bir yüzey modeliyle tanımlanması gerekir(Üstün 2001).

3.2.4 GPS/Nivelman yöntemiyle jeoit belirleme

Gravite verilerinin olmadığı bölgelerde, mevcut nivelmanla elde edilmiş ortometrik yüksekliklerle GPS'ten elde edilen elipsoidal yükseklikler kombinasyonu uygulanabilir. Elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesaplanabilmesi için, çalışma alanında düzenli olarak dağılmış her iki sistemde yükseklikleri bilinen ortak noktalara gereksinim vardır (Çorumluoğlu ve ark 2002).

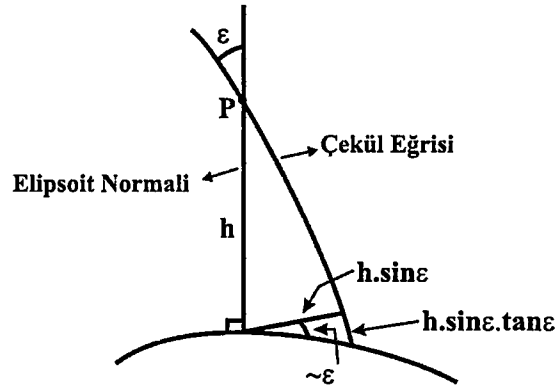
Fiziksel yer yüzü üzerinde bir P noktasının h elipsoidal yüksekliği P noktasından geçen elipsoit normalini üzerinden ölçülür, bu durumda h elipsoidal yükseklik bu normal doğrusu üzerinden P noktasının elipsoide olan uzaklığıdır. P noktasının ortometrik yüksekliği ise P noktasından geçen çekül eğrisi ile jeoit arasındaki mesafedir.

Çekül eğrisi ve elipsoit normalini arasındaki farklılık çekül eğrisinin eğriliği yüzündendir(Şekil 3.3). h elipsoidal yükseklik olmak üzere iki eğri arasındaki uzunluk farkı;

$$\delta h = h \sin \varepsilon \tan \varepsilon \quad (3.9)$$

formülüne göre belli edilir.

Bu yer yüzünün bütün topoğrafik yükseklikleri için ihmal edilebilir bir etkidir(Jekeli 2000). Örneğin $\varepsilon=1'$ ve $h=10000\text{m}$ için $\delta h < 1 \text{ mm}$ olur.



Şekil 3.3 Çekül eğrisi ve elipsoit normali arasındaki uzunluk farkı

Bu durumda; h elipsoidal yükseklik, N jeoit ondülasyonu olmak üzere; ortometrik yükseklik H ,

$$H=h-N \quad (3.10)$$

eşitliği ile belirlenir(Şekil 2.4).

4 ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Jeoit ondülasyonlarını belirleme teknikleri içerisinde en yaygın olarak kullanılan bölgede elipsoidal yüksekliği ve ortometrik yüksekliği değerlerinin her ikisinde bilindiği ve jeoidi en iyi şekilde temsil eden noktalardan yararlanarak analitik bir yüzey geçirmektir. Yüzey geçirilmesi ile elde edilen matematiksel model ara noktaların jeoit ondülasyon değerlerinin bulunmasında kullanılır. Şu gerçek unutulmamalıdır ki; geçirilen yüzey modeli ile sadece ara noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri hesap edilmektedir. Ortometrik yükseklik değerlerine geçiş için hesap edilen bu değerlerden yararlanır. Bu yöntem astrojeodezik yöntemle benzer. Her iki yöntemde de gözlemlerden kaynaklanan hatalar dışında en yüksek hassasiyet, jeoidin düzgün olduğu alanda bulunan birbirine çok yakın istasyonlar arasında yapılan uygulamalarda elde edilir.(King ve ark. 1985)

Bu problemin çözümlenmesinde farklı ve çok çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. Bu yöntemlerin bir bölümünde ilk ölçülen yükseklik değerleri hatasız kabul edilir, bir kısmında belirli bir dengeleme yada tesadüfi hataların filtrelemesi yapılır. Duruma göre o bölge için seçilmiş olan enterpolasyon yöntemi ne kadar uygunsa hesaplanan N değeri ile gerçek değeri arasında oluşan fark sayısal olarak o denli küçük değerlere ulaşır.

Yapılacak işten beklenen hassasiyetin yüksek olması isteniyorsa enterpolasyondan bulunan sonuçların beklenen değerlerinin o bölgede daha önceden N'leri belli olan noktalarınınkine eşit olması istenir. Matematiksel ifade ile $E(N_{hesap}) = N_{gerçek}$ olması istenir. Bunun sağlanması için bazı varsayımların olması gerekir. Örneğin arazi uzayda tanımlanabilen bir düzlem denklemi ile ifade edilebildiği zaman yukarıdaki eşitlik geçerli olabilir. Ama pratikte bunun olması çok zor bir olasılıktır.

Enterpolasyon problemlerinin çözümünde başlıca üç yaklaşım vardır(Güler 1978).

- Noktasal enterpolasyon
- Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon

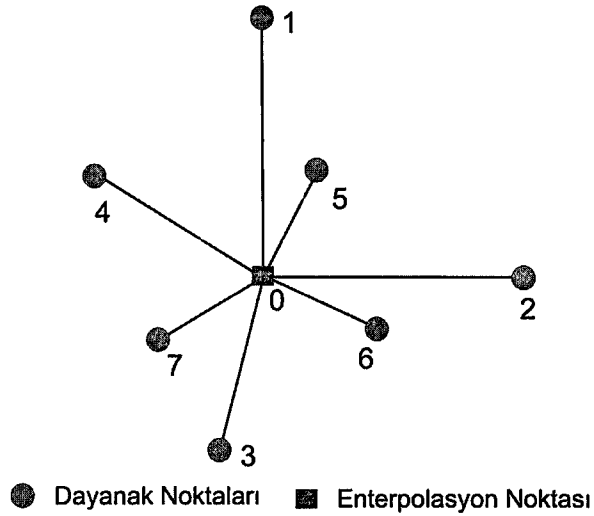
Noktasal enterpolasyon yönteminde, ondülasyon değeri hesap edilecek noktayı çevreleyen bir ölçüt dairesinin yada karenin iç tarafına düşen dayanak noktaları kullanılır. Her yeni nokta, çevresindeki dayanak noktalarından hesaplandığından noktasal enterpolasyonda fonksiyon katsayıları noktadan noktaya değişim gösterir.

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon yönteminde, bölgenin tamamı için geçerli olan tek bir fonksiyonu belirlemek için bütün dayanak noktaları aynı anda kullanılır.

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon yönteminde, bölge küçük parçalara bölünür ve her bir parça seçilen bir fonksiyon ile gösterilir. Bu durumda parçaların sınırları boyunca çatlaklar ve süreksizlikler görülebilir. Bundan kaçınmak için parçalardaki fonksiyonları sınırlar boyunca çakıştırmak amacıyla birleştirme fonksiyonları kullanılır.

4.1 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi İle Enterpolasyon

Bu yöntem, noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Diğer noktasal enterpolasyon yöntemleri içerisinde kullanımının kolaylığı sebebiyle yaygın olarak kullanılmaktadır. Çalışma alanı içerisinde bulunan herhangi bir enterpolasyon noktasının aranan değeri, noktanın çevresinde bulunan dayanak noktalarının bilinen değerleri kullanılarak ağırlıklı ortalama ile belli edilir. Kullanılan dayanak noktalarındaki bilinen değerlere atanacak ağırlık değerleri, dayanak noktaları ve enterpolasyon noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonuna göre belli edilir. Şekil 4.1 de ağırlıklı ortalamanın genel bir durumu görülebilir.



Sekil 4.1 Ağırlıklı ortalama dayanak ve enterpolasyon noktaları

Belli bir bölgede jeoit ondülasyon değerlerini belirlemek için jeoit ondülasyonları gözlemler sonucu belirlenmiş n tane dayanak noktası var olduğunu kabul edelim. Bu durumda yeni noktalarda N_0 jeoit ondülasyon değerleri yakın civarında bulunan dayanak noktalarından m tanesini kullanmak üzere ağırlıklı ortalama yöntemine göre

$$N_0 = \frac{\sum_{i=1}^m N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (4.1)$$

genel eşitliği ile hesap edilir. Burada,

N_0 : (x_0, y_0) noktasında belirlenmek istenen ondülasyon değeri

N_i : bölgedeki (x_i, y_i) dayanak noktalarının jeoit ondülasyon değerleri

P_i : hesaplamada kullanılacak dayanak noktalarına atanacak ağırlık değerlerini

m : (x_0, y_0) noktasındaki N_0 değeri için alınan dayanak nokta sayısını göstermektedir.

(4.1) eşitliğinin kullanımında belirlenmesi gereken ağırlık değerleri P_i ve dayanak nokta sayısı m dir.

P_i ağırlık değerleri, dayanak noktaları ile enterpolasyon noktası arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak;

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1,2,\dots,m \quad k = 1,2,3,4 \quad (4.2)$$

eşitliği ile hesap edilebileceği gibi (Zhan-Ji 1998, Ayhan ve ark. 2002),

$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i = 1,2,\dots,m \quad k = 3,4,5 \quad (4.3)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonunda kullanılabilir(Güler 1978,Yanalak 2002).

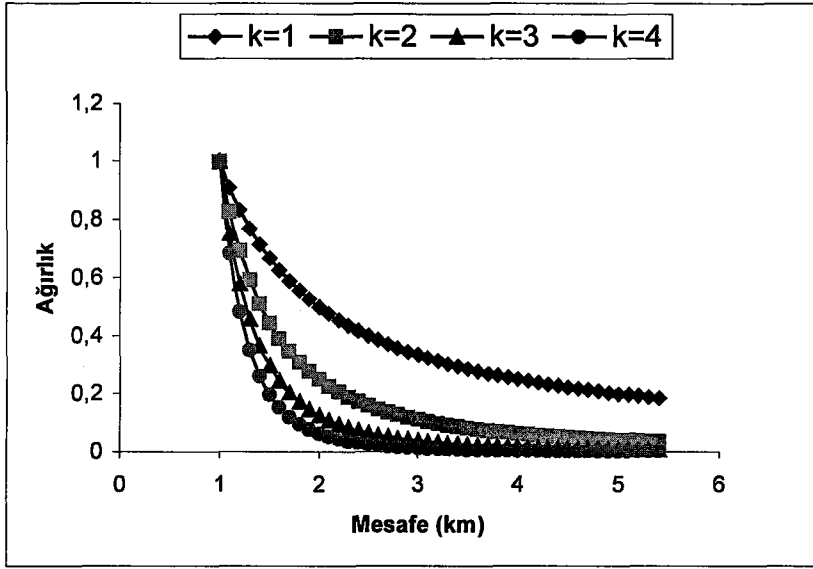
bu eşitliklerde geçen,

d_i (x, y) noktası ile (x_i, y_i) dayanak noktaları arasındaki yatay mesafe olmak üzere,

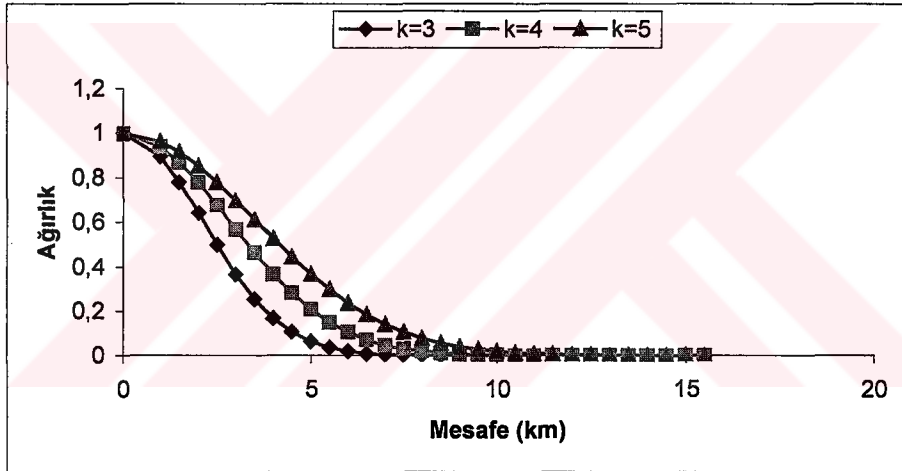
$$d_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} \quad (4.4)$$

formülüne göre hesap edilir.

Ağırlık fonksiyonu olarak (4.2) kullanılırsa k değerinin seçimi önem kazanacaktır. Ağırlıklı ortalama yönteminde kullanılan ağırlık modeli uzaklıkla ters orantılı olduğundan özellikle uzaktaki noktaların ondülasyon değerlerinin enterpolasyon noktalarına etkisi k tam sayı sabitinin artmasıyla azalacaktır. Bu durumda çok fazla dayanak noktası içeren büyük bölgelerde uzaktaki noktaların etkisini azaltmak amacıyla k değeri 3 ve üzeri alınmalıdır. k değeri büyüdükçe özellikle 4 ve üzeri değerlerde yaklaşık aynı sonuçlar ortaya çıkmakta ve ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon en yakın komşulukla enterpolasyona dönüşmektedir (İnal ve ark. 2003). Aşağıdaki şekil 4.2 ve Şekil 4.3 de sırasıyla formül 4.2, 4.3 ağırlık fonksiyonlarının k değerinin farklı seçimine göre uzaklıkla ağırlık arasındaki ilişki görülmektedir.



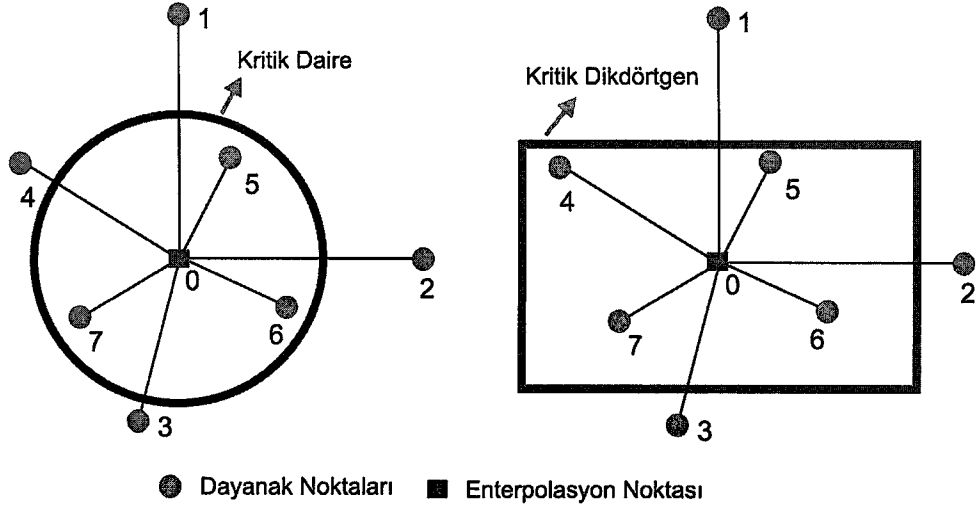
Şekil 4.2 Farklı k değerlerine göre ağırlık uzaklık ilişkisi (Ters ağırlık)



Şekil 4.3 Farklı k değerlerine göre ağırlık uzaklık ilişkisi (Gauss)

Ağırlıklı ortalama yönteminde enterpolasyon noktaları için çalışma alanında n tane olan tüm dayanak noktalarının kullanılması yerine enterpolasyon noktası civarındaki m tane dayanak nokta sayısının kullanılması önerilmektedir. Kullanılacak dayanak noktalarının seçimi için genellikle enterpolasyon noktası merkez alınmak suretiyle belirlenmiş olan bir kritik daire yada dikdörtgen kullanılabilir. Bu durumda kritik dairenin boyutlarının belirlenmesi problemi ile

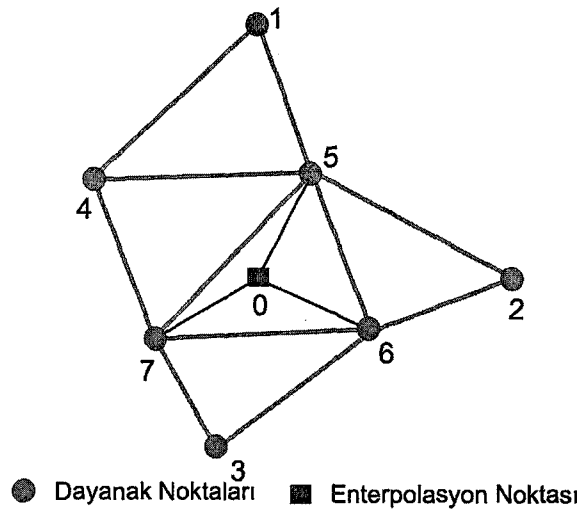
karşılaşılır. Kritik daire yada dikdörtgen boyutları dayanak noktalarının konumsal dağılımıyla doğrudan ilişkilidir. Şekil 4.4 de durum daha açık görülebilir.



Şekil 4.4 Kritik daire ve kritik dikdörtgen

Bu alternatif çözümden başka farklı bir düşüncede sadece enterpolasyon noktasının doğal komşularını kullanmaktır. Sibson (1977), Lee ve Preparata (1984), Watson ve Philip (1984)' e göre doğal komşuluk hesapsal geometride önemli bir yer tutmaktadır. Düzlemde yer alan bir nokta kümesi Delunay kriterine göre üçgenlenirse Delunay üçgenlemesi elde edilir(Yanalak 2002).

Macedonio ve Pareschi (1991)' e göre, Bir enterpolasyon noktası dayanak noktaları ile birlikte Delunay kriterine göre üçgenlenirse enterpolasyon noktası ile birleşerek üçgen kenarı oluşturan bütün dayanak noktaları enterpolasyon noktasının doğal komşusu olurlar. Dolayısıyla ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon işlemi sadece bu dayanak noktalarını kullanarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması Kritik daire veya dikdörtgen boyutunun belirlenmesi gereğini ortadan kaldıracaktır(Yanalak 2002). Aşağıda şekil 4.5 de küçük bir uygulamada delunay üçgenlemesi görülmektedir. Enterpolasyon noktasının aranan değeri içerisinde olduğu üçgenin köşegen elemanları ile ağırlıklı ortalamaya göre belirlenmektedir. Şekil 5.4'e göre 0 noktasının aranan değeri 5,6,7 nolu dayanak noktaları ile çözümlenmektedir.



Şekil 4.5 Delunay üçgenlemesi ve ağırlıklı ortalama

4.2 Polinom Yüzeyleriyle Enterpolasyon

Polinom yüzeyleriyle enterpolasyon tekniği yüzey modellemelerde en yaygın olarak kullanılan tekniklerden biridir. Bu tekniğin ana amacı çalışılan bölgenin tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Başka bir ifade ile tanımlamak gerekirse bölgeyi en iyi tanımlayabilen ve problemin çözümünde gerekli olan argümanları (x, y, N) ile belli dayanak noktalarından yararlanarak bölge içinde konumu belli herhangi bir noktadaki N jeoit ondülasyon değerini bulmak için fonksiyonun bilinmeyen sabitlerini belirlemektir.

Polinomlar ayrıca kollokasyon, Kriging, Multiquadratik gibi yöntemlerin uygulanmasında çalışma bölgesinde trend yüzeyleri olarak yaygın bir şekilde kullanılmaktadır.

Bir polinomun derecesini içerisinde bulunan en yüksek dereceli terim belirler. Polinomun derecesi yüzey hakkında fikir verir. n polinomun derecesi olmak üzere n . dereceden bir polinom $n-1$ tane kırılmaya uğrar (İnal 1998).

4.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla tanımlanılır.

$$N(X, Y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (4.5)$$

eşitliği ile ortogonal polinomun genel ifadesi elde edilir. Burada,

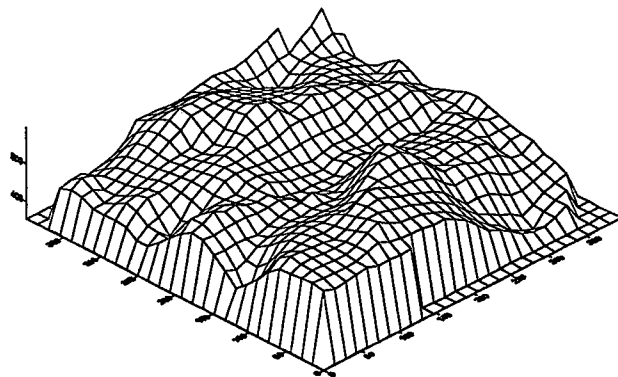
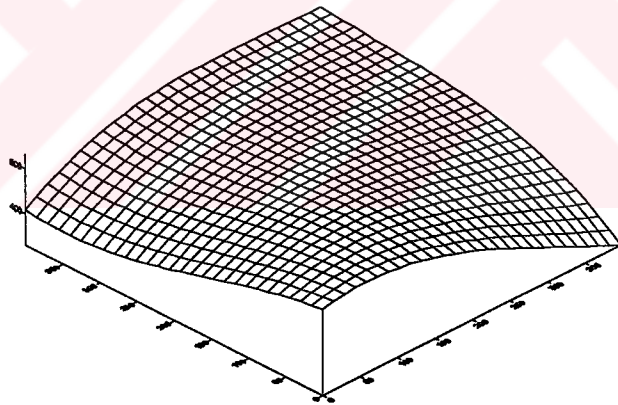
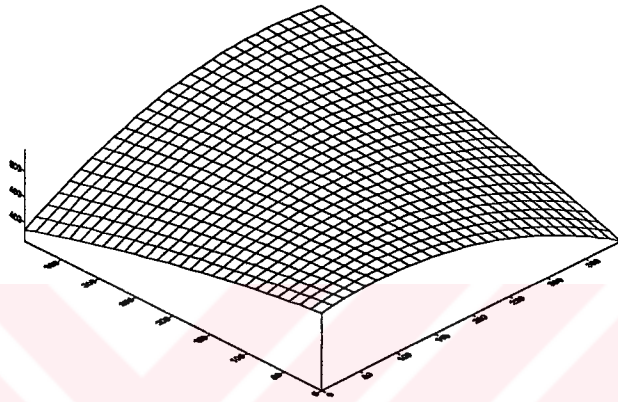
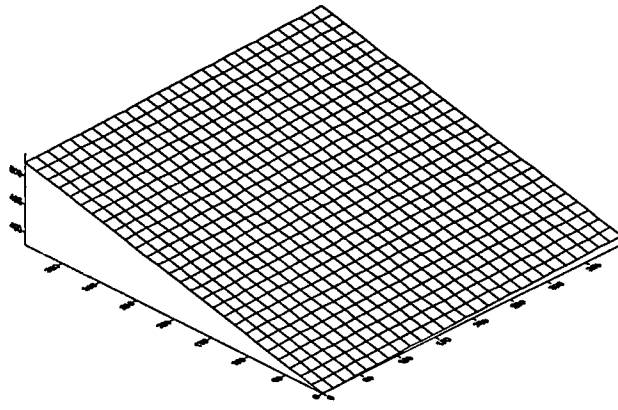
a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayıları,

n : Polinomun derecesi,

x, y : Noktaların düzlem koordinatlarıdır.

(4.5) eşitliğinde polinomun derecesi,

$n=1$ seçildiğinde yüzey lineer, $n=2$ seçildiğinde yüzey quadratik, $n=3$ seçildiğinde yüzey kübik olarak adlandırılır(İnal 1997).



Şekil 4.6 Üstten alta doğru sırasıyla lineer, quadratik, kübik ve orjinal yüzeyler

n'inci dereceden polinomun bilinmeyen katsayılarının sayısını u ile gösterirsek;

$$u = \frac{1}{2}(2+n)(1+n) \quad (4.6)$$

formülüne eşit olur. Yada bir bölgede jeoit ondülasyonu bilinen nokta sayısına göre maximum ortogonal polinom derecesi;

$$n = \frac{-3 + \sqrt{1+8u}}{2} \quad (4.7)$$

formülüne göre belli edilir.

4.2.1.1 Lineer yüzey;

(4.5) genel ortogonal polinom yüzeyinde n , 1 seçilirse, k ; 0,1 değerlerini alır ve,

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (4.8)$$

eşitliğiyle 3 bilinmeyenli lineer yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az üç dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve $s > 3$ olması durumunda bilinmeyen katsayılar en küçük kareler yöntemi ilkesine göre çözümlenir. Bu durumda matris çözümü,

$$\underline{N}(x, y) = \underline{A} \underline{X} \quad (4.9)$$

Normal denklem matrisi,

$$\underline{N} = \underline{A}^T \underline{A} \quad (4.10)$$

$$\underline{n} = \underline{A}^T \underline{L} \quad (4.11)$$

bilinmeyenleri içeren matris,

$$\underline{X} = \underline{N}^{-1} \underline{n} \quad (4.12)$$

olur. Yukarıda ifade edilen matrisler

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 \\ 1 & y_2 & x_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Burada ;

\underline{X} : (3x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü,

\underline{A} : (sx3) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

\underline{L} : (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.8) eşitliği ile bulunur.

4.2.1.2 Quadratik yüzey

(4.5) genel ortogonal polinom yüzeyinde n, 2 seçilirse, k; 0, 1, 2 değerlerini alır ve,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (4.13)$$

eşitliğiyle 6 bilinmeyenli quadratik yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az altı dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve s>6 olması durumunda bilinmeyen katsayıları en küçük kareler yöntemi ilkesine göre (4.10), (4.11), (4.12) eşitliklerine göre çözümlenir. Matrislerin açık ifadesi

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s & x_s^2 & x_sy_s & y_s^2 \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Burada;

\underline{X} : (6x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü

\underline{A} : (sx6) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

\underline{L} : (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.13) eşitliği ile bulunur.

4.2.1.3 Kübik yüzey

(4.5) genel ortogonal polinom yüzeyinde n, 3 seçilirse, k; 0, 1, 2, 3 değerlerini alır ve,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3 \quad (4.14)$$

eşitliğiyle 10 bilinmeyenli kübik yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az 10 dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve s>10 olması durumunda bilinmeyen katsayıları en küçük kareler yöntemi ilkesine göre (4.10), (4.11), (4.12) eşitliklerine göre çözümlenir. Matrislerin açık ifadesi;

$$\underline{X}^T = [a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8 \quad a_9]$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \quad N_2 \quad . \quad . \quad . \quad N_s]$$

$$\underline{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1^3 & x_1^2y_1 & x_1y_1^2 & y_1^3 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2^3 & x_2^2y_2 & x_2y_2^2 & y_2^3 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_s & x_s & x_s^2 & x_sy_s & y_s^2 & x_s^3 & x_s^2y_s & x_sy_s^2 & y_s^3 \end{bmatrix}$$

şeklini alır.Burada;

\underline{X} : (10x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü

\underline{A} : (sx10) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

\underline{L} : (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.14) eşitliği ile bulunabilir.

4.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla tanımlanılır.

$$N(X, Y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (4.15)$$

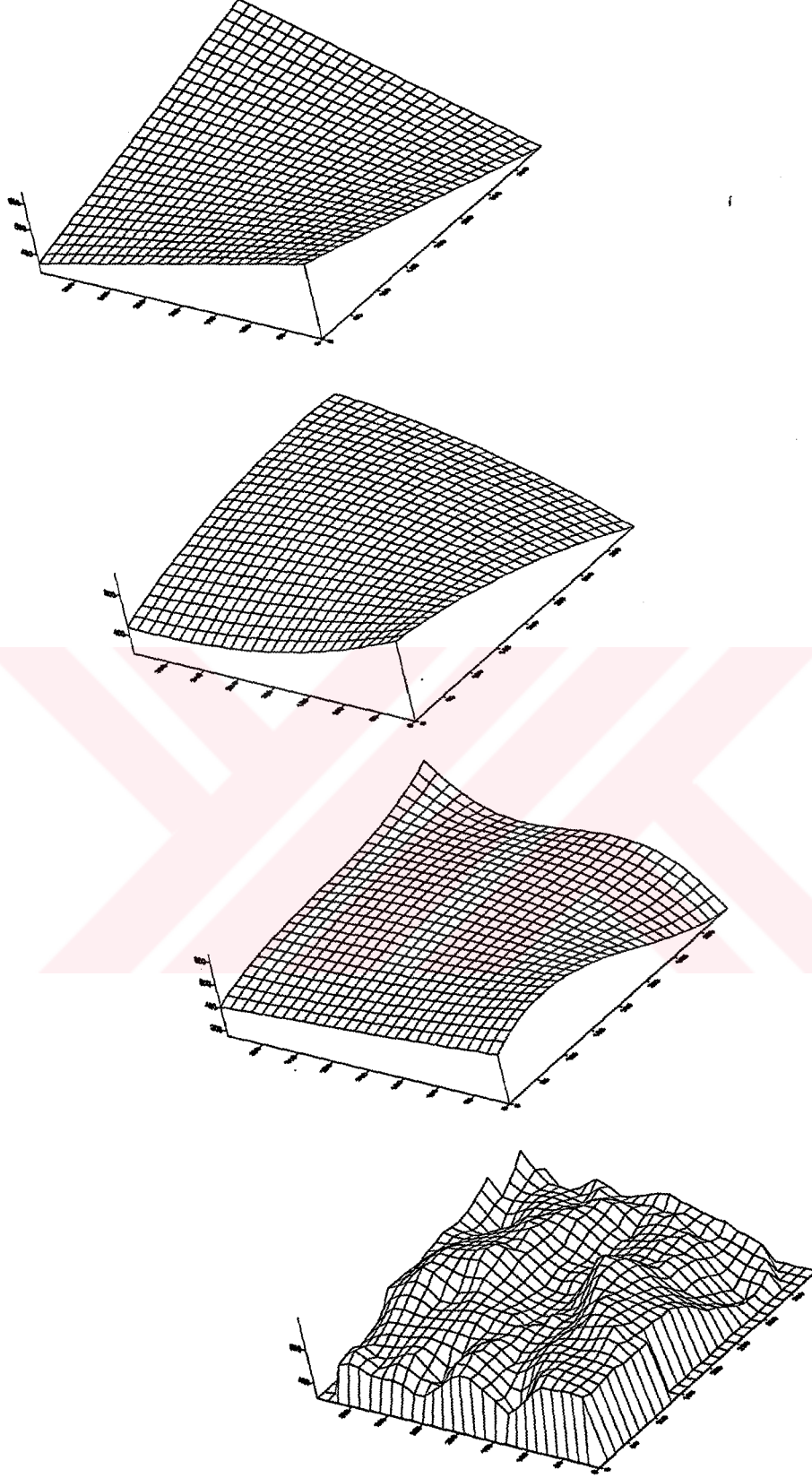
eşitliği ile ortogonal olmayan polinomun genel eşitliği ifade edilir (İnal 1997).

Burada,

a_{ij} : polinomun bilinmeyen katsayıları,

n : yüzeyin derecesi,

x, y : noktaların düzlem koordinatlarıdır.



Şekil 4.7 Üstten alta doğru, bi-lineer, bi-quadratik, bi-kübik ve orjinal yüzeyler

(4.15) eşitliğinde polinomun derecesi;

$n=1$ seçildiğinde yüzey bi-lineer, $n=2$ seçildiğinde yüzey bi-quadratik, $n=3$ seçildiğinde yüzey bi-kübik olarak adlandırılır.

n 'inci dereceden polinomun bilinmeyen katsayılarının sayısını u ile gösterirsek;

$$u = (n + 1)^2 \quad (4.16)$$

formülüne eşit olur. Yada bir bölgede jeoit ondülasyonu bilinen nokta sayısına göre maximum ortogonal polinom derecesi;

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (4.17)$$

formülüne göre belli edilir.

Yukarıdaki tanımlanan yüzeyler açık olarak ifade edilirse,

4.2.2.1 Bi-lineer yüzey

(4.15) genel ortogonal olmayan polinom yüzeyinde $n, 1$ seçilirse,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy \quad (4.18)$$

eşitliğiyle 4 bilinmeyenli bi-lineer yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az dört dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve $s > 4$ olması durumunda, yüzeyin bilinmeyen katsayıları en küçük kareler yöntemi ilkesine göre (4.10), (4.11), (4.12) eşitliklerine göre çözümlenir. Matrislerin açık ifadesi;

$$\underline{X} = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s \end{bmatrix} \quad \underline{L} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ N_s \end{bmatrix} .$$

şeklini alır. Burada;

\underline{X} : (4x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü

A: (sx4) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

L: (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.18) eşitliği ile bulunur.

4.2.2.2 Bi-kuadratık yüzey

(4.15) genel ortogonal olmayan polinom yüzeyinde n, 2 seçilirse,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7y^2x + a_8x^2y^2 \quad (4.19)$$

eşitliğiyle 9 bilinmeyenli bi-kuadratık yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az dokuz dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve s>9 olması durumunda bilinmeyen katsayıları en küçük kareler yöntemi ilkesine göre (4.10), (4.11), (4.12) eşitliklerine göre çözümlenir. Matrislerin açık ifadesi;

$$\underline{X}^T = [a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 \quad a_6 \quad a_7 \quad a_8]$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \quad N_2 \quad . \quad . \quad . \quad N_s]$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s & y_s^2 & x_sy_s^2 & x_s^2 & x_s^2y_s & x_s^2y_s^2 \end{bmatrix}$$

şeklini alır. Burada;

X: (9x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü

A: (sx9) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

\underline{L} : (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.19) eşitliği ile bulunabilir.

4.2.2.3 Bi-kübik yüzey

(4.15) genel ortogonal olmayan polinom yüzeyinde n, 3 seçilirse,

$$N(x, y) = a_0 + a_1y + a_2x + a_3xy + a_4y^2 + a_5xy^2 + a_6x^2 + a_7xy^2 + a_8x^2y^2 + a_9y^3 + a_{10}xy^3 + a_{11}x^2y^3 + a_{12}x^3 + a_{13}x^3y + a_{14}x^3y^2 + a_{15}x^3y^3 \quad (4.20)$$

eşitliğiyle 16 bilinmeyenli bi-kübik yüzey elde edilir. Bu ifadenin çözümü için en az on altı dayanak noktası gereklidir, dayanak nokta sayısını s ile gösterirsek ve $s > 16$ olması durumunda bilinmeyen katsayıları en küçük kareler yöntemi ilkesine göre (4.10), (4.11), (4.12) eşitliklerine göre çözümlenir. Matrislerin açık ifadesi;

$$\underline{X}^T = [a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad a_{13} \quad a_{14} \quad a_{15}]$$

$$\underline{L}^T = [N_1 \quad N_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad N]$$

$$\underline{A}^T = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & . & . & . & x_1^3y_1^2 & x_1^3y_1^3 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & . & . & . & x_2^3y_2^2 & x_2^3y_2^3 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s & . & . & . & x_s^3y_s^2 & x_s^3y_s^3 \end{bmatrix}$$

Burada

\underline{X} : (16x1) boyutlu bilinmeyen polinom katsayıları vektörü

\underline{A} : (sx16) boyutlu bilinmeyenlere ait katsayılar matrisi (dayanak noktasına ait konum bilgilerini ve 1 elemanlarını içerir)

\underline{L} : (sx1) boyutlu ölçü vektörüdür(dayanak noktalarına ait jeoit ondülasyonu değerlerini içeren sütun matrisi).

Polinomun bilinmeyen katsayıları bulunduktan sonra bölge içinde hesap edilmek istenen noktalardaki jeoit ondülasyon değerleri (4.20) eşitliği ile bulunur.

4.2.3 En uygun yüzey polinomun belirlenmesi

Çalışma bölgesinde kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı ilk bakışta kestirilemez. Bunun belirlenmesi için yüzey polinomunun derecesi birinci dereceden başlatılmak üzere dengeleme sonuçlarının istatistiksel analizleri ile belirlenebilir. Polinomun derecesi arttırıldıkça soncul varyans değeri küçülür. Soncul varyansın büyümeye başladığı polinom derecesinin bir eksiği en uygun derece kabul edilir. Polinom derecesinin çok yüksek olması, bilinmeyen sayısının artması yanında yüzeyinde duyarsızlaşmasına neden olabilir.

Bilindiği üzere en küçük karelerle dengelemede fonksiyonel modeli oluşturan bilinmeyenlerin en uygun değerleri, normal dağılımda olduğu varsayılan ölçülerin hata kareler toplamının minimum olması koşuluna göre belirlenir. Normal dağılımlı olduğu varsayılan ölçülerle kestirilen parametreler test edilmelidir. Uygulanabilir temel istatistiksel testler; model, kestirilen parametreler için anlamlılık ve uyumsuz ölçü testleridir.

4.2.3.1 Model testi

Jeoit yükseklikleri $N_i(x, y)$, ölçü; $\hat{\sigma}_0^2$, n sayıdaki ölçünün dengelenmesi sonucunda elde edilen birim ağırlıklı ölçünün varyansı(soncul varyans) olsun.

Model testi , $\hat{\sigma}_0^2$ sonsal varyansının dengeleme öncesinde kestirilen öncül varyans σ_0^2 ile karşılaştırılmasına dayanır ve sıfır hipotezi

$$H_0 : \hat{\sigma}_0^2 > \sigma_0^2 \quad \text{ya da} \quad \hat{\sigma}_0^2 < \sigma_0^2 \quad (\text{tek yönlü})$$

biçiminde öngörülür. χ^2 dağılımlı

$$T = \frac{(n-u)\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2 \quad (4.21)$$

test büyüklüğü oluşturulur. Burada u , bilinmeyen parametre sayısıdır. T test büyüklüğü ile anlamlılık düzeyi α ve serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı) $f = n - u$ 'ya bağlı $\chi_{f,1-\alpha}^2$ sınır değeri arasında $T < \chi_{f,1-\alpha}^2$ eşitsizliği geçerli ise hipotez kabul edilir ve modelin uygun olduğuna; model hatası olmadığına karar verilir. Aksi durumda öngörülen hipotez red edilir. Kurulan modelin hatalı olduğu anlamına gelir. Hata, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyonel model veya ölçülerin varyans kovaryanslarını tanımlayan stokastik model eksikliğinden kaynaklanabilir. Model hataları, parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testi yapılarak araştırılır.

4.2.3.2 Parametreler için anlamlılık testi

Kestirilen bir parametre \hat{x}_i ve standart sapması $\sigma_{\hat{x}_i}$ olsun. Parametrenin beklenen değerinin sıfır kabul edilip edilmeyeceğine karar vermek için

$$H_0 : E(\hat{x}_i) = 0$$

sıfır hipotezi oluşturulur. Bu hipotez,

$$H_s : E(\hat{x}_i) \neq 0$$

seçenek hipotezi karşısında test edilir.

$\frac{|\hat{x}_i|}{\sigma_{\hat{x}_i}}$ test büyüklüğü t dağılımlıdır. Test büyüklüğü, t dağılımının serbestlik derecesi

ve α anlamlılık düzeyine bağlı $t_{f,1-\alpha/2}$ güven sınır değerinden küçük çıkarsa ;

$$\frac{|\hat{x}_i|}{\sigma_{\hat{x}_i}} < t_{f,1-\alpha/2} \quad (4.22)$$

sıfır hipotezi kabul edilir; ilgili terim polinomdan silinir. Seçenek hipotezinin geçerli olması durumunda ise kestirim değerinin anlamlı olduğu kararına varılır.

4.2.3.3 Düzeltmelerin test edilmesi

α test düzeyi için bir ℓ_i ölçüsünün v_i düzeltmesi

$$\frac{v_i}{\sigma_{v_i}} > t_{f,1-\alpha/2} \quad (4.23)$$

eşitsizliğini sağlıyorsa, bu ölçü seçilen yüzey polinomu ile uyumsuz kabul edilir ve ölçü kümesinden çıkarılır. Burada,

v_i i. Ölçünün düzeltilmesi

$$\sigma_{v_i} = \sigma_0 \sqrt{Q_{v_i, v_i}} \text{ düzeltmenin standart sapmasıdır (Üstün 2001).}$$

4.2.4 Matris Kondisyonu ve Giderilme Yöntemleri

Polinomal yüzeylerin uygulanmasında eşitliklerden anlaşılacağı gibi noktaların konum koordinatları katsayı olarak kullanılmaktadır. Ülke çapında çalışmalarda konum koordinatı olarak genelde ülke koordinatları kullanılmakta olup x yönünde 6 basamak y yönündede 5 basamaklıdır. Genellikle 1. ve 2. dereceden yüzeylerde A katsayılar matrisinin terimleri kondisyona karşı duyarsız olmamasına karşın 3. ve daha yüksek dereceden polinomların kullanılması durumunda A katsayılar matrisini etkilemekte ve sütunlar arasında aşırı derecede farklılıklar ortaya çıkmaktadır. Bu durumun önüne geçmek amacıyla çözüm olarak ya koordinat sisteminin orijini ötelenebilir yada A katsayılar matrisinin büyük basamaklı sütunları küçültülmek suretiyle sonuca gidilir.

4.3 Multiquadratik Fonksiyon Metodu:

Bugüne kadar çeşitli jeodezik ve fotogrametrik problemlerin çözümünde kullanılan yöntem Hardy (1971) tarafından önerilmiştir. Bu enterpolasyon tekniğinin amacı çalışma alanında bilinen tüm dayanak noktaları kullanılarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlamaktır. Analitik bir çözümlene tekniğidir. Tekniğin uygulanabilmesi için öncelikle bir trend yüzeyi bazı kontrol noktaları kullanılarak geçirilir (Şanlıoğlu 2002). Trend yüzeyi olarak birinci yada ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Leberl 1973).

Multiquadratik enterpolasyon tekniğinin uygulanmasından evvel çalışma bölgesi için en uygun olduğu düşünülen yada saptanan n. dereceden bir polinomun bilinmeyen

katsayıları dayanak noktalarının N_i değerlerine bağlı olarak en küçük karelere göre çözümlendikten sonra, dayanak noktalarındaki ΔN_i artık ondülasyon değerleri hesaplanır.

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{trend} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.24)$$

(x_0, y_0) enterpolasyon noktasındaki ΔN_0 artık ondülasyon değeri ise,

$$\Delta N_0 = N_0 - N(x_0, y_0) = N_0 - N_{trend} \quad (4.25)$$

şeklindedir. Fakat bu eşitlikte bilinmeyen hem ΔN_0 hemde N_0 değerleridir. Bu bilinmeyenlerden biri çözümlendiğinde diğeri bulunabilecektir. Multiquadrik yöntemine göre ΔN_0 elde edildiğinde N_0 değeride belli edilmiş olur.

Multiquadrik yöntemin en genel eşitliği;

$$\Delta N_0 = \sum_{i=1}^n C_i \theta(x_0, y_0; x_i, y_i) \quad (4.26)$$

şeklindedir. Burada;

N : dayanak noktalarının jeoit ondülasyon değerleri

N_0 : enterpolasyon noktasının jeoit ondülasyon değerleri

$N(x_i, y_i)$: trend fonksiyonundan elde edilen her hangi bir i noktalasına ait ondülasyon değeri

n : dayanak nokta sayısı

C_i : dayanak noktalarının bilinen ΔN_i değerlerinden hesap edilecek. olan bilinmeyen katsayılarıdır. C_i katsayıları ikinci dereceden terimlerin işaretini ve eğimini belirler (Güler 1985).

$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i)$: Kernel fonksiyonudur (Zhan-Ji 1998).

Kernel fonksiyonunun birçok şekli mevcuttur. Bunlar;

- İki yapraklı dairesel hiperboloid

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (4.27)$$

- Dairesel paraboloid

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2] \quad (4.28)$$

- Dairesel dik koni

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]^{1/2} \quad (4.29)$$

şeklinde. Bu eşitlikler (4.26) da yerine konulduğunda

- İki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamları

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (4.30)$$

- Dairesel paraboloid serilerinin toplamları

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + \delta^2] \quad (4.31)$$

- Dairesel dik konilerin toplamları,

$$\theta(x_0, y_0; x_i, y_i) = [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]^{1/2} \quad (4.32)$$

şeklinde multiquadrik yüzeyler elde edilir (Güler 1985).

kernel fonksiyonu olarak (4.29)'u seçmemiz durumunda C_i katsayılarını hesap etmek için, dayanak noktalarına bağlı olarak aşağıdaki şekilde n tane lineer denklem sistemi oluşturulur.

$$\begin{aligned} C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots + C_n a_{1n} &= \Delta N_1 \\ C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots + C_n a_{2n} &= \Delta N_2 \\ \dots & \\ \dots & \\ C_1 a_{n1} + C_2 a_{n2} + \dots + C_n a_{nn} &= \Delta N_n \end{aligned} \quad (4.33)$$

(4.33) denklem sisteminde, a_{ij} katsayıları dayanak noktalarının koordinatlarından yararlanılarak aşağıdaki eşitlikle bulunur.

$$a_{ij} = [(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2]^{1/2} \quad (4.34)$$

(4.33) denklem sisteminde;

A, $n \times n$ boyutlu katsayılar matrisini,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix}$$

C, n elemanlı bilinmeyenler vektörünü,

$$C^T = [C_1 \quad C_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad C_n]$$

ΔN , dayanak noktalarındaki artık ondülasyon değerlerini içeren n elemanlı vektörü,

$$\Delta N^T = [\Delta N_1 \quad \Delta N_2 \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \Delta N_n]$$

göstermek üzere matrislerle

$$AC = \Delta N \quad (4.35)$$

şeklini alır. Bilinmeyen C_i katsayılarının çözümü,

$$C = A^{-1} \Delta N \quad (4.36)$$

olur.

(x_0, y_0) koordinatlarıyla bilinen her hangi bir enterpolasyon noktasının aranan N_0 ondülasyon değeri,

$$N_0 = N(x_0, y_0) + \sum_{i=1}^n C_i [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2]^{1/2} \quad (4.37)$$

eşitliği ile hesaplanır.

(4.27) ve (4.28) eşitliklerinde geçen δ^2 geometrik parametre olarak adlandırılır ve sabit bir sayıdır. (4.27) eşitliğinde $\delta^2 = 0$ olduğunda (4.29) eşitliği elde edilir.

Burada δ karşılıklı(iki yapraklı) hiperboloid formunu biçimlendirir. δ için verilen küçük değerler bir zirve görünümü verirken, büyük değerler geniş yüzey özelliği gösteren düz yüzey görünümü verir (Holdahl ve Hardy, 1979). δ geometrik parametre olarak adlandırılır.

δ değerinin nasıl ve hangi büyüklükte alınacağı konusunda araştırmacılar uzun yıllardan beri incelemelerde bulunmuştur ve farklı çalışmalar için birçok hesaplama yöntemi geliştirmişlerdir. Bu çalışma kapsamında Hardy tarafından ileri sürülen aşağıdaki bağıntı uygulandı(Hardy 1990, Fogel ve Tinney 1996,).

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]}{n(n-1)} \quad (4.38)$$

bu eşitlikte geçen (n) dayanak noktası sayısıdır.

Multiquadratik enterpolasyon tekniğinde yüzey modeli çalışma bölgesindeki noktaların dağılımından anlamlı bir şekilde etkilenmez, hatta eğer dayanak noktaları bölge içerisinde iyi bir şekilde dağılmamış bile olsa. Eğer dayanak noktası ile enterpolasyonu yapılacak noktalar arasındaki mesafe artarsa, yüzey modeline dayanak noktasının katkısı azalır. Multiquadratik enterpolasyon tekniğinde yüzey modeli dayanak noktalarından geçer(Uluğtekin 1994, Akcin 1998).

4.4 En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon

En küçük kareler yöntemine göre dengeleme, filtreleme(süzgeçleme) ve prediksiyon(enterpolasyon, extrapolasyon) problemlerinin bir arada çözüldükleri dengeleme hesabının en genel biçimi kollokasyon adını alır(Öztürk ve Şerbetçi 1992). Bir diğer tanıma göre, en küçük kareler yöntemine göre dengelemeden farklı yanı bilinen hata denklemlerine ölçü hatasından(noise) başka ikinci bir tesadüf değişkenin(signal) eklenmiş olmasından meydana gelen modele kollokasyon adı verilmiştir(Demirel 1977).

Moritz (1973)' e göre EKKK bir çok alanda kullanılan bir yöntemdir. Bunlar;

- En küçük karelerle prediksiyon
- Stokastik işlemler ve spektral analiz
- Yaklaşım teorisi
- Fonksiyonel analiz
- Potansiyel teorisi
- İvers problemi şeklinde sayılabilir(Alp 1993).

Normal olarak gözlemlerin birbirinden bağımsız olduğu ve yalnızca rastgele hatalar içerdikleri kabul edilir. Gerçekte gözlemler sinyal olarak adlandırılan ve kalıntılar içeren sistematik bir kısma maruz kalırlar. İyi bilinen en küçük karelerle dengeleme methodu standart sapmalara sahip bilinmeyenler ve kalıntıların hesap edilmesinde kullanılır, ama gözlem hataları içerdiği düşünülen sinyalleri modelleme kabiliyetine sahip değildir. En küçük karelerle dengeleme ve kollokasyon arasındaki ana farklılık, kollokasyon metodunda gözlemler içerisinde ilave bir sinyalin varlığının kabulüne dayandırılmasıdır. Kollokasyonun ana mantığı, gözlemlerin yalnızca noise değil aynı zamanda sinyal olarak adlandırılan istatistiksel bir kısmında içerdiği noktada ortaya çıkar(Yıldırım 2000).

**Y.Ş. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
BENİMLERİ KOLLOKASYON MERKEZİ**

4.4.1 Kollokasyonun matematik modeli ve temel kavramlar

En küçük kareler yöntemine göre dolaylı ölçüler dengelemesinin fonksiyonel modeli;

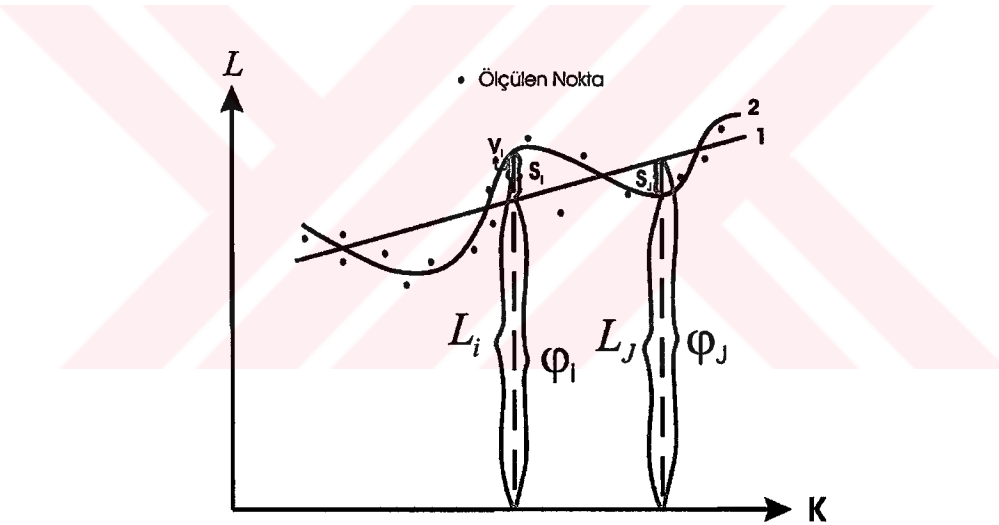
$$L_i + v_i = \varphi_i(x, y, z, \dots) \quad (4.39)$$

şeklindedir.

En küçük karelerle kollokasyon yönteminde 4.39 formülünde verilen dengeleme modelinde gözlem hatalarına ek olarak bir sinyalin varlığı söz konusudur. Genel olarak sinyal, çok sayıda sinyal değişkeninin bir fonksiyonu olarak ifade edilmekle birlikte, çoğunlukla kullanılan ve tek bir sinyal değişkeninin mevcut olduğu basit kollokasyonda fonksiyonel model;

$$L_i + v_i = \varphi_i(x, y, z, \dots) + s_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.40)$$

şeklindedir(Şekil 4.8).



Şekil 4.8 : Kollokasyon ve parametreleri(Demirel 1983)

Formül 4.39, 4.40 ve şekil 4.8'de geçen indisler;

L_i : Ölçülen değer

v_i : Düzeltme

φ_i : Ölçülerin sistematik bölümünü ifade eden fonksiyon

s_i : Ölçme noktasında sinyal

s_j : Prediksiyon noktasında sinyal

1: Model fonksiyonu (Trend)

2: Dengelenmiş ölçü ve prediksiyon değeri anlamındadır.

x_0, y_0, z_0, \dots bilinmeyenlerin yaklaşık değerlerini,

$x = x_0 + \delta x, y = y_0 + \delta y, z = z_0 + \delta z, \dots$ bilinmeyenleri göstermek üzere 4.40 denklemini doğrusal olmaması durumunda bilinmeyenler Taylor formülü ile doğrusallaştırılır ve;

$$\underline{v} = \underline{Ax} + \underline{s} - \underline{\ell} \quad (4.41)$$

düzeltilme denklemleri elde edilir. Burada;

$\underline{v} = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T$ düzeltilme vektörünü

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & b_2 & c_2 & \dots & \dots & \dots \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ a_n & b_n & c_n & & & \end{bmatrix} \text{ bilinmeyenlerin katsayılar matrisini}$$

$\underline{x} = [\delta x \ \delta y \ \delta z \ \dots \dots]$ bilinmeyenleri

$\underline{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]$ ölçü noktalarındaki iç sinyalleri

$\underline{\ell} = [\ell_1 \ \ell_2 \ \dots \ \ell_n]$

$-\ell_i = \varphi_i(x_0, y_0, z_0, \dots) - L_i$

$$a_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial x}, b_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial y}, c_i = \frac{\partial \varphi_i}{\partial z}, \dots$$

anlamlandırılır. Hesap edilmesi gereken enterpolasyon büyükleri için;

$$L_J = \varphi_J(x, y, z, \dots) + s_J \quad (J = I, II, \dots, m) \quad (4.42)$$

yada genel olarak;

$$\underline{\ell}_p = \underline{\ell}_{op} + \underline{A}_p \underline{x} + \underline{s}_p \quad (4.43)$$

sistemi yazılabilir. Burada;

$$\underline{\ell}_p = [L_I \quad L_{II} \quad \dots \quad \ell_m]$$

$$\underline{A}_p = \begin{bmatrix} a_I & b_I & c_I & \dots & \dots & \dots \\ a_{II} & b_{II} & c_{II} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_m & b_m & c_m & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}_p = [s_I \quad s_{II} \quad \dots \quad s_m] \text{ prediksyon noktalarındaki dış sinyalleri}$$

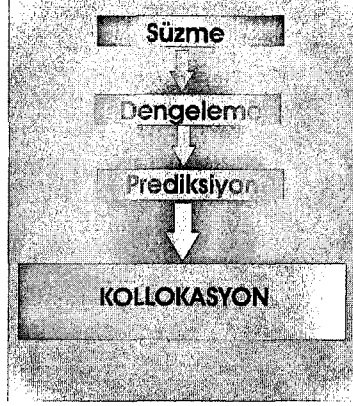
$$\underline{\ell}_p = [L_{OI} \quad L_{OII} \quad \dots \quad L_{Om}]$$

$$L_{OJ} = \varphi_J(x_0, y_0, z_0, \dots) \text{ dir.}$$

Kollokasyon problemi;

- Noise ($-v = n$) adı da verilen ölçü hatalarını ve \underline{s} sinyallerini ayrı ayrı belirlemek (süzme) ya da dengelenmiş ölçü değerlerini elde etmek,
- Model fonksiyonunda geçen bilinmeyenleri hesaplamak (dengeleme),
- Ölçü yapılmamış noktalardaki \underline{s}_p sinyallerini ve ℓ_p enterpolasyon değerlerini bulmak (prediksyon),

- Ölçülerin ve aranan büyüklüklerin ortalama hatalarını hesaplamak şeklinde özetlenebilir(Moritz 1974, Demirel 1983, Demir ve Açığöz 2000).



Şekil 4.9 : Kollokasyon problemi ve amaç

En küçük karelerle kollokasyonda sinyaller ve ölçü hataları rastgele stokastik büyüklükler olarak tanımlanır. Bir başka ifade ile sinyallerle ölçü hatalarının beklenen değerleri sıfıra eşittir.

$$E\{v\} = 0 \quad E\{s\} = 0 \quad (4.44)$$

L_i ölçüsünün ortalama hatası μ_{L_i} ise, uygun olarak seçilecek μ_0^2 sabitesiyle ölçülere ait ağırlık katsayıları matrisi ;

$$Q_{LL} = \begin{bmatrix} Q_{L_1L_1} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & Q_{L_2L_2} & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & Q_{L_nL_n} \end{bmatrix} \text{diagonal matrisi elde edilir. Burada;}$$

$$Q_{L_iL_i} = \mu_{L_i}^2 / \mu_0^2 \quad (Q_{L_iL_k} = 0, \quad i \neq k) \text{ şeklindedir.}$$

Kollokasyon problemlerinin çözümünde iç sinyallere (s) ve dış sinyallere (s_p) ilişkin ağırlık katsayıları matrisi verilmiş olmalıdır. Ağırlık katsayıları matrisinde bir

kovaryans fonksiyonu yardımıyla belirlenir. s_i ve s_k arasındaki kovaryans $C_{s_i s_k}$ ise ağırlık katasayı;

$$Q_{s_i s_k} = \frac{C_{s_i s_k}}{\mu_0^2} \quad (4.45)$$

şeklindedir.

$$\underline{Q}_{ss} = \begin{bmatrix} Q_{s_1 s_1} & Q_{s_1 s_2} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_1 s_n} \\ Q_{s_2 s_1} & Q_{s_2 s_2} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_2 s_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_{s_n s_1} & Q_{s_n s_2} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_n s_n} \end{bmatrix} \text{ iç sinyaller arasındaki ağırlık katsayısını}$$

$$\underline{Q}_{sp^s} = \begin{bmatrix} Q_{s_I s_I} & Q_{s_I s_{II}} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_I s_n} \\ Q_{s_{II} s_I} & Q_{s_{II} s_{II}} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_{II} s_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_{s_m s_I} & Q_{s_m s_{II}} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_m s_n} \end{bmatrix} \quad (\underline{Q}_{ssp} = \underline{Q}_{sp^s}^T) \text{ iç ve dış sinyaller}$$

arası çapraz ağırlık katsayısını

$$\underline{Q}_{p^s p^s} = \begin{bmatrix} Q_{s_I s_I} & Q_{s_I s_{II}} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_I s_m} \\ Q_{s_{II} s_I} & Q_{s_{II} s_{II}} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_{II} s_m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Q_{s_I s_m} & Q_{s_{II} s_m} & \cdot & \cdot & \cdot & Q_{s_m s_m} \end{bmatrix} \text{ dış sinyaller arasındaki ağırlık katsayılarını}$$

göstermektedir. Ölçü hataları ile sinyallerin korelasyonlu olmamasından dolayı ölçülerle sinyaller arasındaki kovaryans fonksiyonu ve dolayısıyla ağırlık katsayıları da sıfırdır ($\underline{Q}_{Ls} = \underline{0}$, $\underline{Q}_{Ls p} = \underline{0}$).

Kollokasyon yönteminde deterministik(fonksiyonel) kısmın bilinmeyenleri;

$$\underline{x} = (\underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{Q}^{-1} \underline{\ell} \quad (4.46)$$

formülüne göre belli edilir. Burada;

$$\underline{Q}^{-1} = \underline{Q}_{ss}^{-1} + \underline{Q}_{LL} \quad (4.47)$$

toplamına göre bulunur.

İç sinyaller;

$$\underline{s} = \underline{Q}_{ss}^{-1} (\underline{\ell} - \underline{A} \underline{x}) \quad (4.48)$$

dış sinyaller;

$$\underline{s}_p = \underline{Q}_{s_p s}^{-1} (\underline{\ell} - \underline{A} \underline{x}) \quad \text{yada} \quad \underline{s}_p = \underline{Q}_{s_p s} \underline{Q}_{ss}^{-1} \underline{s} \quad (4.49)$$

düzeltilmeler;

$$\underline{v} = -\underline{Q}_{LL}^{-1} (\underline{\ell} - \underline{A} \underline{x}) \quad (4.50)$$

formüllerine göre bulunur.

Prediksiyon(enterpolasyon ve extrapolasyon) değerleri 4.42 veya 4.43 formülünde yerine konularak elde edilir(Demirel 1983).

4.4.2 Sinyallere ait kovaryans fonksiyonları ve parametreleri

Kollokasyon probleminin çözümünde daha öncede belirtildiği gibi bir kovaryans yada korelasyon fonksiyonu yardımıyla belirlenen iç ve dış sinyallere ait ağırlık katsayıları matrisleri verilmelidir. Eğer kovaryans fonksiyonu verilmişse iç ve dış sinyallere ait ağırlık katsayıları matrisinin elemanları daha önce verilen formüller yardımıyla hesap edilebilir. Aksi durumda kollokasyondan söz edilemez.

Stokastik olay teorisinde homojenlik(durağanlık olarak adlandırılan ve stokastik bir olayda tesadüf değişkenlerinin bağlı olduğu parametrelerde sınırlı, sabit bir değişmeye rağmen istatistik özelliklerin değişmemesi olarak tanımlanır.) ve

izotropluk(stokastik olayda istatistik parametrelerin doğruyu değiştirmesine bağlı olmaması hali) istatistik parametreler yönünden önemlidir. Genellikle Kollokasyon problemlerinin çözümünde kovaryans fonksiyonlarında homojenlik ve izotropluk mevcut olduğu kabul edilir. Bir başka ifade ile kovaryans fonksiyonlarının incelenen noktalar arasındaki (d) mesafelerine bağlı olması durumudur.

Çizelge 4.1'de çeşitli kovaryans fonksiyonları ve parametreleri verilmiştir(Öztürk ve şerbetçi 1992, Yıldırım 2000, Demirel 1983,Akçın ve Azar 1998)

Çizelge 4.1 Çeşitli kovaryans fonksiyonları

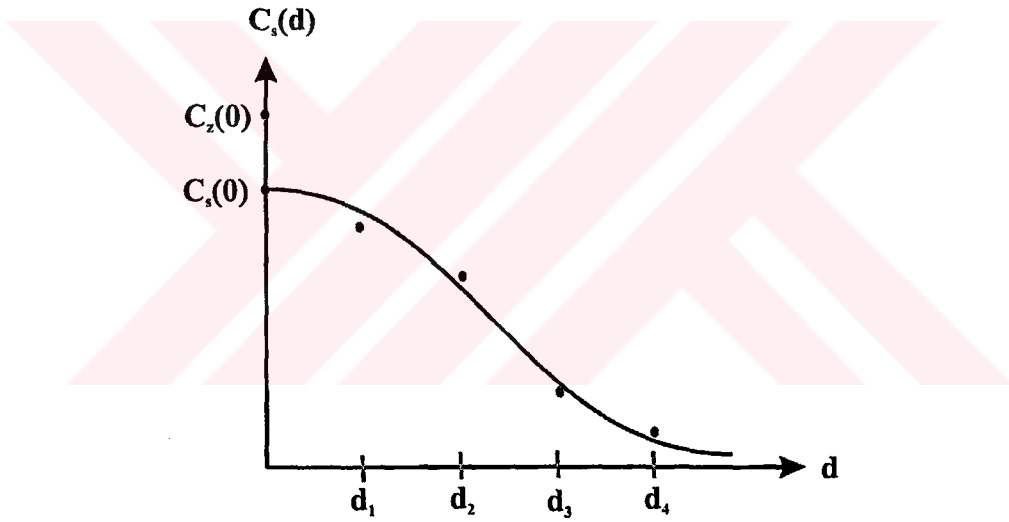
MODEL	KOVARYANS FONKSİYONU
Hirvonen	$C(d) = C_0 / (1 + (d/k)^2)$
Moritz-Heitz	$C(d) = C_0 e^{-k^2 d^2}$
Lauer	$C(d) = C_0 d^{-k}$
Gauss	$C(d) = C_0 e^{-d^2/k^2}$
Sönen Dalga	$C(d) = \sin C_0 d / C_0 d$
Üssel	$C(d) = C_0 e^{-d/k}$
Natural	$C(d) = C_0 (1 + d^2/k^2)^{-3/2}$
Markov2	$C(d) = C_0 (1 + d/k) e^{-d/k}$
Markov3	$C(d) = C_0 (1 + d/k + d^2/3k^2) e^{-d/k}$

Yukarıdaki eşitliklerde geçen C_0 varyans ve k bir katsayı olup ölçülerden yararlı belirlenir. d ise noktalar arasındaki uzaklıktır. Bu amaçla öncelikle ölçülerden deterministik kısım aykılanır ve rastgele ölçü hataları ihmal edilerek ölçü noktalarındaki yaklaşık sinyal değerleri s_i hesaplanır. k nın bulunması için ise;

sinyal değerleri belirli uzaklıklara göre gruplandırılarak, her grup için kovaryans değeri hesaplanır:

$$C(S_g - q < S_{ij} < S_g + q) = \frac{1}{G} \sum \sum s_i s_j \quad (4.51)$$

Burada S_g g'inci grubun ortalama yarı çapı, d grup aralığının yarısı ve G ise gruptaki çarpım sayısıdır. G çarpım sayısı genellikle 20-30 olacak şekilde sınıflara bölünür. Bu eşitlikte her grup için kovaryans değeri hesaplandıktan sonra kovaryansın negatif olduğu uzunluğa kadar her grup için bir k değeri hesaplanır. Daha sonra grup sayısı kadar k değerinden yararlı uygun bir yöntemle bir ortalama k katsayısı belirlenerek kovaryans fonksiyonu tanımlanır yada en küçük karelerle dengeleme ile belirlenebilir (Demir ve Açıkgöz 2000).



Şekil 4.10: Örnek bir kovaryans fonksiyonu

4.5 Kriging Enterpolasyon Tekniği

Geoistatistik uygulamalı istatistiğin bir dalıdır. Geoistatistik Fransa'da George Matheron of the Centre de Morphologie Mathematicque in Fontainebleau tarafından geliştirildi. Geoistatistiğin orijinal amacı bir maden içerisindeki maden cevherleri derecesindeki tahmini değişimlerine merkezlendi. Ancak bu prensipler jeolojinin çeşitli alanlarına ve diğer bilimsel disiplinlere uygulandı.

Kriging tekniği geoistatistikte kullanılan ve bir çok alanda popolaritesini kanıtlamış bir tekniktir. Bu teknik üzerine maden, jeoloji, çevre, meteoroloji, inşaat ve ekonomik risk değerlendirme gibi bir çok alanda araştırma makaleleri mevcuttur. Literatürde Jeodezi, Geomatik ve benzeri alanlarla ilgili çok fazla çalışma olmamakla birlikte uzaktan algılama, fotogrametrik ve kartografik çalışmalarda uygulama alanı bulmuştur.

Kriging ve geoistatistik çok geniş kapsamlı bir dal olduğu için burada olabildiğince özetleyici fakat sonuçlara ulaşılmada izlenmesi gereken alternatif prosedürler açıklanmıştır.

4.5.1 Semivaryans hesabı ve deneysel variogram modelinin oluşturulması

Kriging yönteminde en uygun ağırlıkları bulmak, Dowd(1984)'a göre, ölçme noktaları arasındaki konumsal bağımlılık bilgisini gerektirir. Bu konumsal bağımlılık ya bir kovaryans fonksiyonu yada bir variogram fonksiyonu kullanmak suretiyle sunulabilir. Her iki yaklaşımda, Bras ve Rodriguez-Iturbe(1985)'e göre, eşdeğerdir(Barton,Buchberger ve Lange,1999). Bölgesel değişkenler teorisi otokorelasyon kullanmaz, fakat bunun yerine bir yüzey üzerindeki noktalar arasındaki ilişkinin derecesini sunmak için semivaryans olarak adlandırılan bir özellik kullanır. Semivaryans sabit bir mesafe bölümlerine ayrılmış bütün olası noktalar arasındaki farkların varyanslarının yarısıdır(Isaaks ve Sirvastava, 1989). Semivaryans örneklemeler arasındaki konumsal bağımlılık derecesinin bir ölçütüdür. Noktalar arasındaki semivaryansın büyüklüğü noktalar arasındaki mesafeye bağımlıdır.

Variogram uzayda farklı noktalardaki değişkenler arasındaki var olan bağımlılığı karakterize eden bir fonksiyondur. Kriging yöntemiyle bir noktanın değeri için öncelikle kriging ağırlıklarının hesaplanması gerekmektedir. Kriging ağırlıkları ise variogram modelinin doğrudan bir fonksiyonudur. Herhangi bir inceleme bölgesinde interpolasyon olarak kriging kullanılacaksa bu durumda variogram modeli bilinmeli yada çalışma bölgesinde bulunan verilerden yararlanarak deneysel variogram modeli oluşturulmalıdır. Elde edilen variogram modelinden yararlanarak çalışma

bölgesindeki variogram modeli yada bir başka ifade ile teorik model parametreleri çözümlenmelidir. Kriging yöntemiyle variogram doğrudan ilişkilidir.

Semivaryans tek boyutta,

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (Z(x) - Z(x+h))^2 \quad (4.52.a)$$

iki boyutta ise;

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j))^2 \quad (4.52.b)$$

eşitliği ile hesap edilir. Burada;

$$h_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (4.53)$$

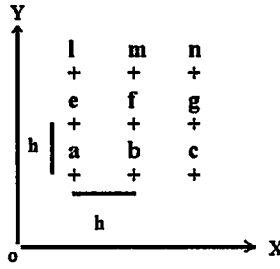
h_{ij} : i ve j noktaları arasındaki yatay uzaklık değeridir.

$N(h)$: h vektörü uzunluğundaki nokta çiftleri sayısı(yada bölge içerisindeki h vektörü sayısı)

$Z(x_i, y_i), Z(x_j, y_j)$: i ve j konumundaki değişken değeri (yeryüzü yükseklikleri vb)

$\gamma(h)$: h uzunluğundaki semivaryans değeri

Bu bağıntının daha iyi anlaşılması açısından aşağıdaki şekil 4.11'i inceleyelim ve h mesafesindeki semivaryans değerini 4.52.b eşitliğine göre daha açık ifadeler yazmak suretiyle ifade edelim.



Şekil 4.11 : X,Y koordinat düzleminde düzgün dağılımlı noktalar kümesi

Şekilden de görüldüğü üzere noktalar hem X hem de Y ana yönlerinde birbirlerinden h kadar uzaklıkta düzgün dağılım sergilemektedir. Her bir nokta (X,Y,Z) değerleri ile bellidir.

Bu durumda ; h mesafesi için

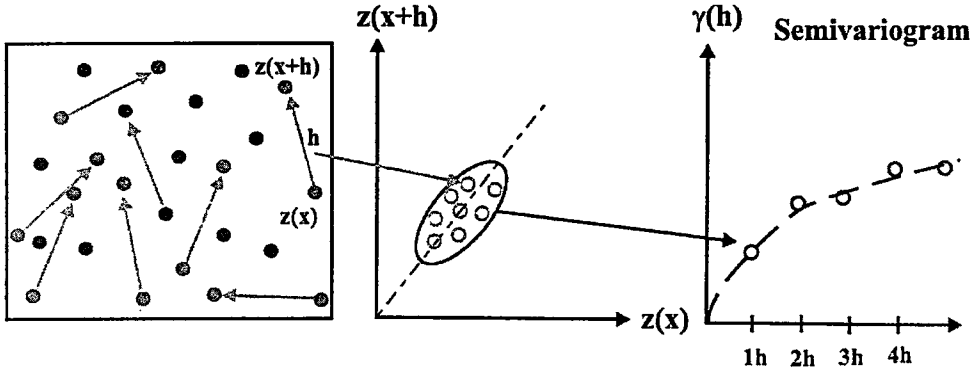
$$\gamma(h) = \frac{1}{2 * 12} \{ [Z(b) - Z(a)]^2 + [Z(c) - Z(b)]^2 + [Z(f) - Z(e)]^2 + [Z(g) - Z(f)]^2 \\ + [Z(m) - Z(l)]^2 + [Z(n) - Z(m)]^2 + [Z(e) - Z(a)]^2 + [Z(l) - Z(e)]^2 \\ + [Z(f) - Z(b)]^2 + [Z(m) - Z(f)]^2 + [Z(g) - Z(c)]^2 + [Z(n) - Z(g)]^2 \}$$

şeklinde h mesafesindeki semivaryans değeri hesap edilebilir.

2h mesafesi için ise,

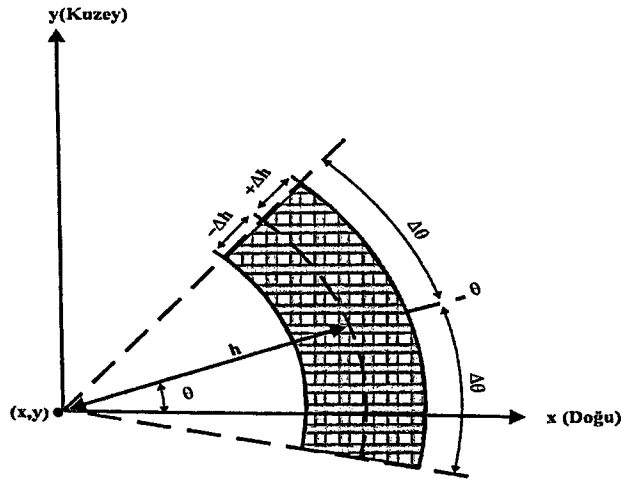
$$\gamma(2h) = \frac{1}{2 * 6} \{ [Z(c) - Z(a)]^2 + [Z(e) - Z(g)]^2 + [Z(l) - Z(n)]^2 + [Z(l) - Z(a)]^2 \\ + [Z(m) - Z(b)]^2 + [Z(n) - Z(c)]^2 \}$$

şeklinde semivaryans değeri hesap edilebilir(şekil 4.12).



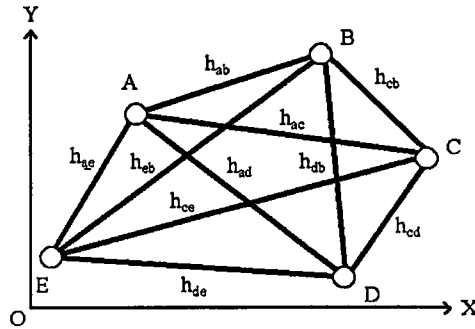
Şekil 4.12: Deneysel variogram oluşumu

Aynı işlem h mesafesi yada farklı mesafeler için X ana yönündeki değerler yada Y ana yönündeki değerler içinde ayrıca hesap edilebilir. Variogram, yönün ve uzunluğun bir fonksiyonudur. 4.52.b eşitliğinde kullanılan birbirlerine h kadar uzaklıktaki örneklemeler yön dikkate alınmaksızın hesaplanırsa bu tip variogramlar yön bağımsız (omnidirectional, bölge içerisinde olası bütün h vektörünü sağlayan nokta çiftleri hesaba katılır, variogramlar) olarak adlandırılır. Fakat herhangi bir yöndeki h uzunluklarına sahip vektör çiftleri dikkate alınarak hesap edilirse bunlar yönsel variogram olarak adlandırılır. Örneğin $\theta=0^\circ$, $\theta=90^\circ$ yada $\theta=45^\circ$ yönünde variogramlar oluşturulabilir. θ değeri X ana yönünden olan açı ve $\Delta\theta$ tolerans miktarını göstermek üzere $(\theta - \Delta\theta < \theta < \theta + \Delta\theta)$ tanımlanabilir (Şekil 4.13).



Şekil 4.13: Yön bağımlı variogram hesaplamada kullanılan açı ve mesafe toleransı

Fakat pratikte kullanılan dayanak noktaları her zaman bu şekilde birbirinden aynı uzaklıkta olması beklenemez. Bu durumda (1) nolu eşitliğin kullanımında yeni bazı kabuller getirilmelidir. Uzunluk vektörü h artık kesin bir uzunluk değil bir aralık değerleri içerisinde olan değerler kümesinin ortalaması olarak düşünülür. Uzunluk toleransı olarak genellikle ilk seçilen h uzunluk miktarının yarısı düşünülür (Isaaks, E.H. ve R.M. Sirvastava, 1989).



Şekil 4.14 : Rastgele dağılımlı bir nokta kümesi

Şekilden görüldüğü üzere noktalar rasgele dağılım göstermektedir. 4.52.b eşitliği bu durumda;

$$\gamma(h_{ort}) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} (Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j))^2 \quad (4.55)$$

şeklini alır. Burada;

$N(h)$ = uzunluk vektörü h için verilen aralık ve $\Delta\theta$ tolerans miktarı ile tanımlanan θ yönündeki şartları sağlayan vektör sayısı

h_{ort} = $N(h)$ daki şartları sağlayan vektörlerin modül değerlerinin ortalaması

$$h_{ort} = \frac{\sum_{i=1}^{N(h)} h_{ij}}{n} \quad (4.56)$$

eşitliği ile hesap edilir.

$$\theta_{ij} = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) \quad (4.57)$$

rastgele dağılmış noktalar kümesinden oluşan bir modelde variogram değerlerinin nasıl hesap edileceğine dair genelleştirilmiş 4.55 eşitliğinin uygulama sırası aşağıdaki gibidir.

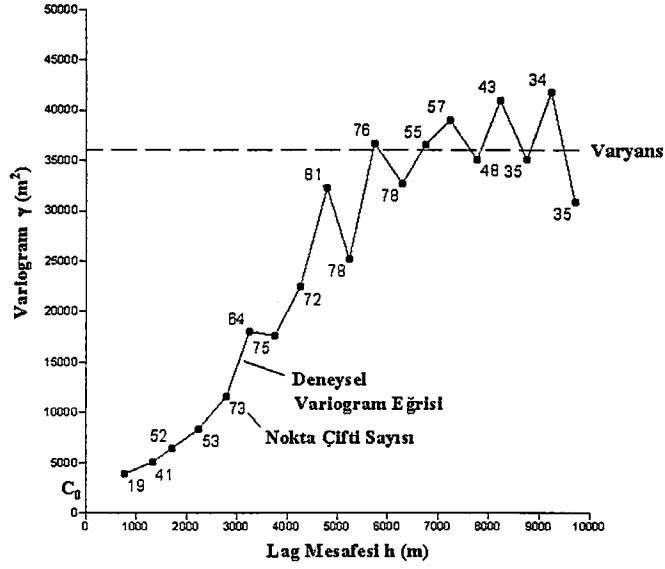
- a) h vektörü için a, b aralık değerlerinin tanımlanması gerekir.
- b) Bir yöne bağlı variogram hesaplamak istiyorsanız θ yönünü ve $\Delta\theta$ tolerans açısını belirlemeniz gerekir.
- c) Bu ana kriterlerden sonra bütün olası nokta çiftlerinden oluşan h_{ij} uzunlukları ve θ_{ij} değerleri hesap edilir.
- d) c şıkında hesap edilen değerlerden a ve b şıkındaki kriterlerin her ikisinde sağlayan nokta çiftleri yada uzunluk vektörleri belirlenir diğerleri elenir.
- e) Elde kalan vektörlerden h_{ort} değeri 4.56 eşitliğine göre hesap edilir.
- f) 4.55 formülü uygulanarak $\gamma(h_{ort})$ semivaryans değeri hesap edilir.

Yön bağımsız variogram oluşturmak için açı toleransı $\Delta\theta = 90^\circ$ seçilir (Pardo-Iguzquiza ve Dowd, 2001).

Buraya kadar anlatılanlar bir çalışma bölgesindeki sadece herhangi bir h uzunluk değerindeki semivaryans değerinin nasıl hesap edileceğine aittir. Konumsal analiz için ve teorik variogram modelinin yada parametre değerlerinin belirlenmesi için yeter h uzunluğunun katları için semivaryans değerlerinin de hesap edilmesi gerekmektedir. Bunun için literatürde maximum lag mesafesi olarak adlandırılan bir h_{max} değeri belirlenir.

Bir deneysel variogram çizimi şekil 4.15'de görülebilir. Yatay eksen uzunluk değerlerini ve düşey eksen bu uzunluk değerlerine karşılık gelen variogram değerlerini göstermektedir. Deneysel variogramın çizimi için h_{ort} ve $\gamma_{h_{ort}}$ yeterlidir. Şekle bakıldığında $h_{max}=10000$ m seçilmiştir.

Bu tez çalışması kapsamında oluşturulan bütün deneysel variogramlar yön bağımsızdır. Bir başka ifadeyle, deneysel variogramlarda tolerans açısı 90° seçilmiştir.



Şekil 4.15 Deneyisel variogram ve parametreleri

4.5.2 Teorik variogram modeli

Teorik variogram modeli matematiksel olarak parametreleri bilinen modellerdir. Geoistatistikte kullanılan variogram modellerinden en yaygın kullanılanları aşağıda matematiksel modelleri ile Çizelge 4.2’de sıralanmıştır.

Çizelge 4.2:Çeşitli variogram modelleri

Variogram Modeli	Parametreler	Durum
Gaussian	$\gamma(h) = C_0 + C(1 - \exp(-\frac{h^2}{a^2}))$	
Üssel	$\gamma(h) = C_0 + C(1 - \exp(-\frac{h}{a}))$	
Küresel	$\gamma(h) = C_0 + C[(\frac{3h}{2a}) - (\frac{h^3}{2a^3})]$	$(0 \leq h \leq a)$
	$\gamma(h) = C_0 + C$	$(h \geq a)$
lineer	$\gamma(h) = C_0 + C.h$	
logaritmik	$\gamma(h) = C_0 + C.\log(h)$	$h > 0$

Bu modeller içerisindeki ,

C_0 : teorik eğrinin $h=0$ noktasında düşey eksenini kestiği nokta (literatürde nugget effect olarak adlandırılır)

C : variogramın yapısal bileşenleri için düşey ölçek değeri

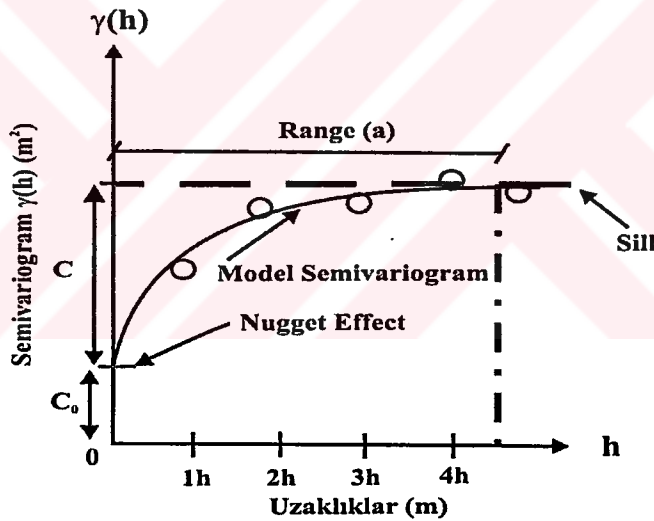
a : variogramın yatay menzili(bu uzunluktan sonra veriler artık birbirleri ile korelasyosuzdur)

h : Örneklem arası yatay uzunluk

$C_0 + C_1$: variogramın toplam düşey ölçek değeri(sill)

Bu modellerden küresel modelin eğrisi ve parametreleri şekil 4.16 da görülmektedir.

Variogramlar genel olarak silli ve sillsiz olarak ikiye ayrılmakla birlikte külçe etkili model ve külçe etkisiz model olarak da ikiye ayrılmaktadır. Örneğin lineer model sillsiz bir modeldir ve C değeri eğim değeridir.



Şekil 4.16: Örnek bir variogram modeli ve parametreleri

Çizelge 4.2'de verilen modellerden başka quadratic, rational quadratic, cubic, power, wave (hole effect), pentaspherical gibi modellerde kullanılmaktadır.

Teorik variogramlar 4.55 eşitliği ile hesap edilen deneysel variogramlardan yararlanarak belirlenir yada kriging ile variogram fonksiyonu arasında çapraz doğrulama tekniği kullanılır. Deneysel variogram çalışma bölgesinde ulaşılabilen sınırlı sayıda verilerden elde edilen vektörlerden hesap edildiği için, bölgede

bulunan herhangi bir vektör içinde variogram değerleri tanımlanmak zorundadır. Deneysel variogram modelinden teorik variogram modelinin belirlenmesi için

- Göz ile
- Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi
- Maximum olabilirlik
- Robust

gibi farklı yaklaşımlar vardır. Bu yaklaşımlardan ilki istatistiksel bir anlam taşımadığı için farklı kişiler aynı modeli farklı parametrelerle bulacaktır (Bardosy 2002, URL1).

Ağırlıklı en küçük kareler yöntemine göre parametreler belirlenirken stokastik kısım için farklı fonksiyonlar seçilebilmektedir (Pardo-Iguzquiza, 1999).

4.5.3 Kriging yöntemi

Kriging, bu tekniği ilk geliştiren D.G. Krige isimli Güney Afrikalı bir maden mühendisinden adını alan bir tekniktir. Kriging konumsal tahmin için geoistatistiksel metottür. Matematiksel jeodezide kollokasyon olarak bilinen en iyi lineer yansız kestirici (BLUP [best linear unbiased predictor]) yada en iyi lineer yansız tahminci (BLUE [best linear unbiased estimator]) olarak söz edilir (Boogaart ve Schaeben, 2002). Kriging ve kollokasyon yöntemlerinin karşılaştırması Dermanis (1984) tarafından yapılmıştır (Martensson, 2002). Kriging yöntemi bir çok alanda kullanılabilirliğini ve popülaritesini kanıtlamış geoistatistiksel bir enterpolasyon metodudur (Golden Software, 2002).

Optimal bir kestirici olarak kriging için temeller, bölgesel değişkenler teorisinde içerilir. Yükseklikler tarafından temsil edilen olaylarda konumsal değişim yüzey boyunca istatistiksel olarak homojendir. Yüzey üç ana bileşenin toplamı olarak ifade edilir; yapısal bir bileşen, sabit bir ortalama yada trend, rastgele fakat konumsal olarak korelasyonlu bileşen ve konumsal olarak korelasyonsuz kalıntı hata terimi (Martensson, 2002).

Kriging yöntemi IDW metoduna benzer bir şekilde yakındaki noktalardan daha fazla etkilenmeyi sağlayan bir ağırlık modeli kullanır.

Kriging yönteminin genel denklemi,

$$Z_p = \sum_{l=1}^n W_l Z_l \quad (4.58)$$

şeklindedir.

Burada;

Z_p : p noktasının aranan değeri

W : Z_p nin hesabında kullanılan her bir Z_i ye atanacak ağırlık değerleri

Z_i : Z_p nin hesabında kullanılan noktaların değerleri

Bu eşitliklerdeki Z değerleri konumları ile yada birbirlerine olan uzaklıkları ile bilinen noktalardaki rastgele değişkenleri temsil etmektedir. Örneğin çevre mühendisliğinde gürültü değerleri, harita mühendisliğinde ondülasyon değerleri olabilir.

Bugün pek çok sayıda kriging yöntemleri yaygın olarak çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Bunlar orijinal adları ile Simple Kriging, Ordinary(Punctual) Kriging, Universal Kriging, Block Kriging, İndicator Kriging, Disjunctive Kriging, Cokriging yöntemleridir.

Kriging enterpolasyon yönteminde kullanılan bu temel eşitlik incelendiğinde en temel sorun W_i ağırlıklarının belirlenmesi olacaktır. Kriging yönteminde ağırlıklar variogram modellerinin doğrudan fonksiyonudur. Kriging ağırlıkları enterpolasyon değerini doğrudan etkileyecektir. Bu durumda enterpolasyon değerinin iyi olması için ağırlıkların yansız olması gerekmektedir Kriging yöntemine B.L.E.U(Best Linear Unbiased Estimator) adı verilir. Bu ismin altında yatan tahmin hatasının minimum olması şartına göre ağırlıkların belirlenmesidir. Kriging yöntemini diğer yöntemlerden ayıran en büyük özelliklerinden biridir(Isaaks,E.H. ve R.M. Sirvastava, 1989).

4.5.4 Ordinary(Punctual) kriging yöntemi

Aynı zamanda Punctual Kriging olarakta adlandırılır. Bu yöntemde bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayımına göre çözüme gidilir. Kriging ağırlıkların belirlenmesine ilişkin detaylı matematiksel ve istatistiksel yaklaşımlarla, kovaryans fonksiyonundan denklem çıkarımları için Isaaks ve

Sirvastava'nın Uygulamalı Geoistatistik kitabına bakınız(Isaaks,E.H. ve R.M. Sirvastava, 1989).

Variogram fonksiyonundan türetim hakkında özetleyici bilgiler aşağıdaki gibidir.

Ağırlıklar,

$$\text{Var}[Z_p - \hat{Z}_p] = \min \quad (4.59)$$

olması koşuluna göre türetilen aşağıdaki lineer denklem sistemine göre çözümlenir.

$$\begin{aligned} W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_n\gamma(h_{1n}) &= \gamma(h_{1p}) \\ W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_n\gamma(h_{2n}) &= \gamma(h_{2p}) \\ \dots & \\ W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots + W_n\gamma(h_{nn}) &= \gamma(h_{np}) \end{aligned} \quad (4.60)$$

matris gösterimi ile

$$\frac{\gamma}{n,n} * \frac{W}{n,l} = \frac{\gamma_0}{n,l} \quad (4.61)$$

burada;

$\frac{\gamma}{n,n}$: dayanak noktaları arasında oluşan olası tüm çiftlerin variogram değerleri

matrisi

$\frac{W}{n,l}$: bilinmeyen ağırlıklar

$\frac{\gamma_0}{n,l}$: enterpole edilecek nokta ile dayanak noktaları arasındaki variogram

değerleri matrisidir.

Ayrıca enterpolasyonumuzun yansız olması için ;

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (4.62)$$

şartı koşullar ve bu durumda 4.60'da verilen denklem sistemi;

$$\begin{aligned}
W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_n\gamma(h_{1n}) &= \gamma(h_{1p}) \\
W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_n\gamma(h_{2n}) &= \gamma(h_{2p}) \\
\dots & \\
\dots & \\
W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots + W_n\gamma(h_{nn}) &= \gamma(h_{np}) \\
W_1 + W_2 + \dots + W_n &= 1
\end{aligned} \tag{4.63}$$

halini alır.

Yukarıdaki lineer denklem sistemine bakıldığında n tane bilinmeyen ve (n+1) tane denklem vardır. Sistem çözümümüzün yansız olması için (λ) lagrange çarpanı eklenir.

Lagrange çarpanı; bilinmeyen sayısını denklem sayısına eşitlemek için hem gözlemleri hemde şartları içeren lineer bir denklem sistemine bilinmeyen olarak katılan bir miktardır. Aynı zaman da kararsız çarpan olarakda adlandırılır(ASCE, ACSM, ASPRS,1994).

Bu durumda lagrange çarpanı bilinmeyen olarak gireceğinden bilinmeyen sayımızla denklem sayımız birbirine eşit olur ve (4.63) deklemler sistemi;

$$\begin{aligned}
W_1\gamma(h_{11}) + W_2\gamma(h_{12}) + \dots + W_n\gamma(h_{1n}) + \lambda &= \gamma(h_{1p}) \\
W_1\gamma(h_{21}) + W_2\gamma(h_{22}) + \dots + W_n\gamma(h_{2n}) + \lambda &= \gamma(h_{2p}) \\
\dots & \\
\dots & \\
W_1\gamma(h_{n1}) + W_2\gamma(h_{n2}) + \dots + W_n\gamma(h_{nn}) + \lambda &= \gamma(h_{np}) \\
W_1 + W_2 + \dots + W_n &= 1
\end{aligned} \tag{4.64}$$

daha genel bir ifade arttırılmış matris sistemi ile ,

$$\gamma * W = \gamma_0 \tag{4.65}$$

şeklini alır.

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ W_p \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma(h_{np}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

W bilinmeyenler matrisi;

$$W = \gamma^{-1} * \gamma_0 \quad (4.66)$$

denklem sistemine göre çözümlenir ve tahmin varyansı,

$$\sigma^2_{OK} = W^T * \gamma_0 \quad (4.67)$$

denklemine göre bulunur.

Ağırlıklar belirlendikten sonra kriging genel denkleminde çalışma bölgesindeki herhangi bir nokta için interpolasyon değeri 4.58 formülüne göre belli edilir. Ağırlıklar kovaryans fonksiyonlarından yada variogram fonksiyonlarından yararlanılarak bulunabilir. Genellikle geoistatistikte ağırlıklar variogram parametrelerine yukarıdaki denklem sistemlerine göre bulunur. Çalışma bölgesindeki herhangi bir konumdaki P noktası için interpolasyon değerine ulaşmak için kullanılan dayanak nokta sayısı hesap edilecek ağırlıkların sayısını etkilemektedir. Her bir dayanak noktası için bir ağırlık hesap edilmektedir. Farklı konumlarda olan ve aynı noktaları dayanak noktası olarak kullanan noktalarda ağırlık farklı olacaktır. Bu durumda kriging algoritmasında her bir yeni nokta için ağırlık hesabının tekrarlı olarak hesap edilmesi manasına gelmektedir.

4.5.5 Universal kriging yöntemi

Pratikte çoğu zaman, bölgesel değişkenlerin durağanlık özelliği taşımadığı ve bir trend gösterdiği durumlarla karşılaşılabilir. Verilerin bir trend göstermesi ve bu trendinde hesaba katılarak Kriging sisteminin çözümlenmesi Universal Kriging olarak adlandırılır. Trend olarak genellikle 1. yada 2. dereceden polinomlar veya fourier düşünülür. Universal Kriging sisteminde ortalama değeri bilinen fonksiyonların lineer bir kombinasyonları olarak kabul ederiz. İki farklı durumda uygulanabilir.

Birinci olarak, bölgeye uyan bir trend global olarak geçirilir ve ölçü değerlerinden çıkarılır elde kalan kalıntı değerleri üzerinden hesap yapılır ve gerçek yüzeyi elde etmek için trend işlemler sonunda geri eklenir(Isaaks,E.H. ve R.M. Sirvastava, 1989).

İkinci olarakda, trend bilinmeyen parametreleri ordinary kriging denklemlerine sınırlandırıcı diğer denklemler olarak eklenir ve ağırlıklarla birlikte eşzamanlı olarak çözüme gidilir. Daha detaylı bilgi için bakınız(Bardosy, 2002).

Birinci durumda yapılması gereken trend parametreleri çözümlenir, elde edilen trend yüzeyinden ölçüler çıkarılır ve kalıntılar elde edilir, kalıntılardan variogram parametreleri çözümlenir, daha sonra ordinary kriging yöntemi uygulanır ve son olarak elde edilen değerlere trend geri eklenir.

İkinci durumda ise Ordinary Kriging denklemlerine sınırlandırıcı olarak belirlenen bir drift modeli eklenir. Drift trend yüzeyiyle özdeştir. Drift olarak genellikle 1. dereceden yada 2. dereceden polinomlar düşünülür.

1. dereceden polinomal drift,

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i$$

2. dereceden polinomal drift;

$$D_p = \alpha_1 y_i + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i x_i + \alpha_4 y_i^2 + \alpha_5 x_i^2$$

şeklinde ifade edilir.

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{1n}) & 1 & y_1 & x_1 \\ \gamma(h_{2n}) & \gamma(h_{22}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{2n}) & 1 & y_2 & x_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \cdot & \cdot & \gamma(h_{nn}) & 1 & y_n & x_n \\ 1 & 1 & \cdot & \cdot & 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_1 & y_2 & \cdot & \cdot & y_n & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & x_2 & \cdot & \cdot & x_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ W_n \\ \lambda \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} \quad \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{p1}) \\ \gamma(h_{p2}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma(h_{pn}) \\ 1 \\ y_p \\ x_p \end{bmatrix}$$

W bilinmeyenler matrisi;

$$W = \gamma^{-1} * \gamma_0 \quad (4.68)$$

denklem sistemine göre çözümlenir ve tahmin varyansı,

$$\sigma^2_{UK} = W^T * \gamma_0 \quad (4.69)$$

denkleminde bulunur.

4.5.6 Variogram fonksiyonunun matematiksel özellikleri

Variogram $h=0$ uzaklığında ($i=j$ olması durumunda) değeri sıfıra eşittir.

$$\gamma(0) = 0$$

Variogram iki rastlantı değişkeni arasındaki farkın varyansı olarak tanımlandığından hiçbir zaman negatif değer almaz.

$$\gamma(h) \geq 0$$

Variogram simetrik bir fonksiyondur.

$$\gamma(h) = \gamma(-h)$$

Variogramın sonsuzdaki artışı h^2 nin artışından daha yavaştır.

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (\gamma(h) / h^2) = 0$$

4.5.7 Kriging yöntemiyle kestirimin özellikleri

Kriging mutlak bir kestirimcidir. (kestirim noktası dayanak noktalarından her hangi biri ile çakışması durumunda noktanın değeri o dayanak noktasının değerine eşit olur.

- Karesel ortalama hatayı minimize eder.
- Sağlam (güçlü) bir tekniktir.(variogram parametrelerindeki küçük değişiklikler sonuçlarda küçük değişikliklere eşittir.

Kriging varyansı;

- Farklı bölgelerde kestirimin rölatif bir indeksidir.
- Data geometrisinin iyi bir işaretçisidir.

- Küçük nugget(yada sill) küçük kriging varyansı verir.

Kriging kestiricisi, veriler ve bu verilere atanacak ağırlıkların toplamından ibarettir. Ağırlıklar, yansızlık ve en küçük varyans kitleleri göz önüne alınarak oluşturulan doğrusal denklem sisteminin çözümünden elde edilir. Doğrusal denklem sisteminin katsayılarını variogram fonksiyonunun değerleri oluşturur. Dolayısıyla optimum kriging ağırlıklarının seçiminde örneklerin birbirlerine uzaklıkları kadar kestirilecek nokta yada bloğa göre uzaklıklarda dikkate alınır.

Kriging yönteminin diğer kestirim yöntemlerine göre en önemli üstünlüğü esnek oluşudur. Ağırlıklar keyfi kurallara göre belirlenmez. Veriler sistemli ve objektif bir şekilde önceden analiz edilir ve bu analiz sonucunda variogram fonksiyonu belirlenir. Variogram fonksiyonu daha sonra ağırlıkların belirlenmesinde kullanılır.

Kriging yönteminin diğer bir üstünlüğü, kriging varyansı aracılığı ile kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir olanak sunmasıdır. Kriging varyansı, verilerin gerçek değerlerine bağlı değildir. Daha çok veri sayısının ve veriler arasındaki uzaklığın bir fonksiyonudur(Tercan 1997).

5 SAYISAL UYGULAMA

5.1 Çalışmanın Amacı

GPS ile belirlenen yükseklikler WGS84 referans elipsoidinden olan elipsoidal yüksekliklerdir. Pratik haritacılıkta ve mühendislik projelerinde ise nivelmanla belirlenen yükseklik farklarından yararlanarak belirlenen ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Daha önce bölüm 3’de elipsoidal yükseklik, ortometrik yükseklik ve ondülasyon arasındaki ilişkiyi gösteren (2.25) eşitliği verilmişti. Bu eşitliği oluşturan herhangi bir büyüklüğü elde etmek diğer iki büyüklüğün bilinmesini gerektirir. Bu durumda ortometrik yüksekliğin belirlenmesi elipsoidal yüksekliğin ve ondülasyonun bilinmesini gerektirir. h elipsoidal yükseklik GPS yöntemi ile belirlenebilir. Ondülasyon bilinmeyi ise GPS/Nivelmanı yöntemiyle her iki yükseklik sisteminde belirlenen büyüklükler yardımıyla hesaplanabilir. GPS/Nivelmanı yöntemiyle belirlenmiş olan ondülasyonun doğruluğu ortometrik ve elipsoidal yüksekliğinin belirlenme doğruluğuna bağlıdır.

Bu çalışma ile amaçlanan; h_{WGS84} elipsoidal yüksekliklerden H ortometrik yüksekliklere geçiş için gerekli olan jeoit ondülasyonlarının bölüm 4’de açıklanan ağırlıklı ortalama, polinom yüzeyleri, multiquadratik, en küçük karelerle kollokasyon ve Kriging yöntemleri kullanılarak belirlenmesi ve yöntemlerin karşılaştırılmasıdır. Bu amaçla 3 farklı bölgede ondülasyon değerleri GPS/Nivelmanı ile belirlenmiş noktalar kullanılmıştır. Test bölgelerinde kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin uygunluğunu ve karakterini belirlemek için ondülasyonu bilinen kontrol noktaları seçilmiştir. Dayanak noktalarının seçiminde topoğrafik yüksekliklerle ondülasyonun pozitif yönde korelasyonlu olması özelliğinden yararlı topoğrafik yüksekliklerden oluşan sayısal arazi modelinden yararlanılmıştır. Dayanak noktaları olarak topoğrafyanın değişim gösterdiği kritik noktalar seçilmiştir.

5.2 Materyal ve Metot

Bu çalışmada, ara noktaların ondülasyon değerlerinin kestiriminde farklı özelliklere sahip 3 test bölgesi seçilmiştir. Her bölgede ondülasyon değerleri GPS/Nivelman ile

belirlenmiştir. Farklı özelliklere sahip test bölgesi seçiminde amaç enterpolasyon yöntemlerinin davranışlarının incelenmesi ve yorumlanmasıdır. Bölüm 4’de adı geçen yöntemler her 3 test bölge için ayrı ayrı uygulanmıştır.

Uygulamanın sayısal hesaplamaları için Microsoft EXCEL, Golden Software Surfer 8 paket yazılımları ile LINUX işletim sistemi altında C++ kodları ile yazılan programlar kullanılmıştır.

5.2.1 Golden software Surfer 8 programı

Bu program farklı enterpolasyon yöntemleri kullanmak suretiyle grid verileri üretmekte yüzey modellerini kullanıcıya farklı şekillerde sunmaktadır(3B ve 2B). Grid noktalarının büyüklükleri, dayanak noktalarının x ,y konum değerlerinden ve z(yükseklik, ondülasyon vb.) büyüklüklerinden yararlanarak,

- Ağırlıklı ortalama
- Kriging
- Minimum eğrilik
- Modified Shepard’s
- Doğal komşuluk
- En yakın komşuluk
- Polinomal regresyon
- Uzunluk temelli fonksiyonlar
- Üçgenlerle lineer enterpolasyon
- Hareketli ortalama
- Lokal polinomal

gibi yöntemler kullanılarak belirlenmektedir. Bölge içerisinde x,y konumu ile belli bir noktanın aranan z büyüklüğü, en yakın 4 grid noktasından yararlanarak bölüm 4 de eşitliği verilen bi-lineer yüzeye göre belli edilmektedir.

Surfer 8 programı grid dosyalarını oluşturulmasında enterpolasyon yöntemi olarak kullanıcıya bir çok alternatifler sunmakla birlikte yöntemlerin uygulanmasında farklı yaklaşımların uygulanmasına da olanak sunmaktadır.

5.3 Test Bölgeleri ve Sayısal Uygulama

5.3.1 Test bölgesi 1 ve uygulamaları

1. test bölgesi noktaları Ankara/Gölbaşı jeodezik ağına aittir. Ölçüler K-MAP Mühendislik Müşavirlik Ticaret ve Taahhüt Ltd.Şti. tarafından yapılmıştır. Çalışma alanı kuzey-güney yönünde ~26 km, doğu-batı yönünde ~17 km dir. Bölge içinde Gauss –Krüger projeksiyon koordinatları ve jeoit ondülasyonu bilinen 74 nokta bulunmaktadır. Jeoit ondülasyonları $N_{min} = 32.860$ m ile $N_{maks} = 33.254$ m arasında değişim göstermektedir. Uygun dağılımdaki 28 nokta dayanak noktası olarak alınmış ve geriye kalan 46 noktada kontrol noktası olarak seçilmiştir. Bölgeye ait jeoit ondülasyonu değişimi Ek 1 Şekil.ek 1.1'de gösterilmiştir. Birbirlerine en yakın dayanak noktaları arasındaki minimum mesafe 525.33 m, bir birine en uzak dayanak noktaları arası mesafe 26739.90 m dir. Test bölgesine ait veriler Ek-1 çizelge ek 1.1 de verilmiştir.

5.3.1.1 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon

Ağırlıklı ortalama yöntemi ile kontrol noktalarının kestirim değerlerinin bulunmasında tüm dayanak noktalarının farklı ağırlık modelleriyle ve diğeride enterpolasyon noktalarının bulunmasında kritik daire kullanılması şeklinde düşünülmüştür.

Tüm dayanak noktalarının hesaba katılması durumu için ağırlık modeli olarak mesafeni tersi seçildi ve farklı k (1,2,3,4) değerleriyle uygulama yapıldı.

Çizelge 5.1 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Uyg. Drm. k Sabiti	Hesaba Tüm Noktaların Katılması Durumu				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2 5000 m	k=2 10000m
Kritik	yok	yok	yok	yok	5000 m	10000m
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
104	-13.42	-4.57	-3.32	-3.21	-3.20	-3.91
107	1.29	6.01	6.80	6.98	6.48	6.22
108	-4.53	-0.62	-0.20	-0.27	-0.10	-0.42
111	-4.63	-3.16	-2.92	-2.85	-2.92	-2.97
112	-2.31	-1.34	-1.39	-1.50	-1.02	-1.09
113	-1.94	-1.68	-1.90	-1.98	-1.67	-1.63
115	0.03	0.66	0.70	0.71	0.69	0.72
117	-0.29	0.46	0.53	0.54	0.48	0.53
119	2.39	3.09	3.25	3.29	3.03	3.25
120	3.42	4.05	4.27	4.39	3.96	4.27
121	1.31	1.42	1.20	1.10	0.96	1.66
122	2.00	1.50	0.67	0.14	1.10	1.69
123	1.96	0.76	0.13	0.01	0.50	0.84
125	-1.44	-3.17	-3.72	-3.83	-3.43	-3.22
127	0.09	-0.79	-1.55	-2.12	-0.95	-0.81
128	-0.77	1.10	2.29	2.83	1.30	1.12
130	-2.14	-0.21	1.27	1.89	0.24	-0.17
131	-3.87	-2.86	-1.83	-1.20	-2.51	-2.88
132	-3.18	-3.17	-3.32	-3.62	-2.96	-3.26
133	-0.72	-1.19	-1.45	-1.55	-1.18	-1.30
135	1.75	1.37	1.38	1.39	1.49	1.25
136	2.12	1.70	1.76	1.80	1.65	1.57
138	6.89	6.42	6.62	6.77	6.30	6.34
141	3.99	2.69	2.43	2.27	2.59	2.58
142	4.23	2.82	2.73	2.80	2.33	2.57
143	6.98	5.02	4.64	4.77	4.18	4.59
144	6.86	2.54	-0.32	-2.02	0.87	1.79
145	9.47	3.25	0.37	-0.47	1.54	2.58
146	7.21	0.54	-0.23	-0.29	0.09	0.35
148	1.55	-0.12	-0.70	-0.99	-0.29	-0.24
149	0.92	-0.43	-1.02	-1.37	-0.53	-0.69
151	-2.41	-1.98	-1.93	-1.97	-1.74	-1.95
155	-2.32	0.71	1.39	1.52	1.21	1.15
156	-3.45	-1.03	-0.57	-0.56	-0.53	-0.32
157	-2.34	-0.77	-0.82	-0.88	-0.68	-0.50
161	1.91	-0.03	-0.68	-0.92	-0.59	-0.58
162	2.36	0.17	-0.60	-0.83	-0.36	-0.30
165	3.95	2.32	2.10	2.13	1.69	1.98
166	7.58	4.46	2.34	1.15	-0.06	3.07
167	4.85	0.15	-2.51	-3.29	-2.55	-1.03
168	2.20	1.98	1.81	1.59	2.07	1.72
169	-1.59	-0.40	0.86	1.49	0.47	-0.40
171	-1.15	-1.76	-2.62	-3.33	-2.14	-1.80
172	-0.95	0.41	1.09	1.28	1.73	1.52
173	-0.02	0.33	0.43	0.62	-0.20	0.68
174	-3.79	0.29	2.41	3.30	3.50	1.82

Kritik daire kullanılmasında ise ağırlık modeli olarak yine mesafenin tersi seçilip $k=2$ için uygulama yapılmıştır. Kritik daire yarıçapı olarak 5000 m ve 10000 m seçilmiştir. Uygulama sonuçları Çizelge 5.1’de verilmiştir. Bu çizelge ve bundan sonraki çizelgelerde verilen hatalar enterpolasyon sonucu bulunan değerlerle kontrol noktalarının ölçülen değerleri arasındaki farklarıdır.

Kontrol noktalarında hesap edilen hatalardan standart sapmalara ilişkin değerler ve hatası $\pm 5\text{cm}$ küçük nokta sayısı ve maximum hatanın mutlak değeri çizelge 5.2’de görülmektedir.

Çizelge 5.2 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

Uyg. Drm.	Hesaba Tüm Noktaların Katılması				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2	k=2
k Sabiti						
Kritik Daire	Yok	Yok	Yok	yok	5000 m	10000 m
m_0 (cm)	± 4.12	± 2.46	± 2.42	± 2.56	± 2.29	± 2.37
$\pm 5 \text{ cm} < \epsilon$	39	43	44	44	44	44
$\epsilon _{\max}$ (cm)	13.42	6.42	6.80	6.98	6.48	6.34

Çizelge 5.2’de verilen istatistiklere göre tüm veriler enterpolasyona dahil edildiğinde k sabiti 2 değerinden sonra yaklaşık aynı sonuçlar elde edilmekte ve enterpolasyon bu durumda en yakın komşuluğa dönüşmektedir. Kritik daire kullanılması durumunda ise yine yaklaşık aynı sonuçlara ulaşılabilir. Fakat burada k sabitinin sonuçtaki önemide unutulmamalıdır.

5.3.1.2 Polinom yüzeyleri ile enterpolasyon uygulamaları

Bölüm 4’ açıklanan polinom yüzeylerinden lineer, bi-lineer, quadratik, bi-quadratik, kübik, bi-kübik olmak üzere toplam 6 farklı polinom yüzeyi kullanıldı. Polinom yüzeylerinin bilinmeyen parametreleri dayanak noktalarından yararlı en küçük kareler yöntemine göre tüm bölge için belirlenmiştir. Polinom yüzeylerinden en iyi olanı belirlemek için kontrol noktalarının çözümlenen yüzeylere göre ondülasyonları hesaplanıp olması gerekenden olan sapmaları bulunmuştur(çizelge 5.3).

Çizelge 5.3 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Poli. Türü Poli. Öz .A.	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
	lineer ε(cm)	kuadratik ε(cm)	kübik ε(cm)	Bi-lineer ε(cm)	Bi-kuadratik ε(cm)	Bi-kübik ε(cm)
N.N.						
104	-8.90	-9.49	-4.82	-7.87	-4.10	-5.26
107	3.45	6.68	5.79	3.64	4.97	5.98
108	-2.08	0.90	0.04	-1.91	-0.69	0.10
111	-1.60	0.30	-1.18	-1.89	-1.86	-4.11
112	0.80	2.31	0.66	0.43	0.12	-2.05
113	0.94	1.86	0.14	0.48	-0.16	-1.98
115	2.20	1.94	-0.39	1.57	0.01	0.26
117	1.15	-0.10	-1.98	0.46	-1.23	0.20
119	3.30	1.61	1.41	2.70	1.77	2.14
120	4.31	2.57	2.62	3.72	2.92	3.11
121	2.13	0.36	1.03	1.59	1.15	0.86
122	2.87	1.29	2.39	2.39	2.38	1.48
123	2.84	1.11	2.65	2.40	2.55	1.65
125	-0.67	-2.41	-0.04	-1.02	-0.32	-1.38
127	-0.67	-2.32	0.58	-0.92	0.20	-0.70
128	-2.67	-4.05	-1.09	-2.87	-1.41	-2.36
130	-4.71	-5.89	-2.78	-4.82	-3.12	-3.59
131	-6.31	-7.49	-4.36	-6.40	-4.72	-5.03
132	-5.55	-6.64	-3.52	-5.61	-3.88	-4.02
133	-3.00	-3.94	-0.87	-3.03	-1.20	-1.19
135	-0.89	-1.42	1.41	-0.83	1.14	1.66
136	-0.70	-1.06	1.63	-0.61	1.36	2.11
138	3.57	3.51	5.70	3.78	5.28	6.56
141	0.34	0.54	2.04	0.66	1.49	2.99
142	-0.01	-0.32	1.02	0.35	0.29	1.65
143	2.58	1.61	2.81	2.96	1.94	3.07
144	2.61	0.63	1.24	3.04	0.28	0.92
145	5.81	3.17	3.30	6.27	2.36	2.60
146	6.07	2.51	2.24	6.54	1.29	1.06
148	-1.54	-0.39	1.04	-1.28	0.98	2.57
149	-2.27	-0.86	0.49	-2.05	0.69	2.21
151	-0.39	-0.58	-2.80	-0.36	-1.05	-1.22
155	1.66	1.08	-0.45	2.02	-0.73	1.49
156	1.39	0.21	-1.29	1.79	-1.96	0.35
157	2.96	0.97	-0.33	3.44	-1.63	0.53
161	-2.25	1.66	0.95	-2.22	-0.03	-0.91
162	-2.08	2.04	1.53	-2.09	0.04	-1.11
165	-0.58	-0.62	0.37	-0.18	-0.31	1.08
166	8.65	4.94	2.88	8.10	3.68	2.18
167	7.96	3.82	0.13	7.58	0.47	-1.17
168	0.28	0.44	2.91	0.29	3.29	3.27
169	-2.96	-2.32	-0.58	-2.98	0.44	-0.06
171	-1.06	-1.44	0.88	-1.26	1.00	-0.91
172	2.33	2.06	-0.04	2.47	0.89	1.57
173	1.32	1.78	2.99	1.11	3.20	0.50
174	2.22	3.62	4.06	2.77	3.89	6.88

Uygulanan farklı polinom yüzeylerinden en iyi sonuç verenin belirlenmesi için, dayanak noktalarının yüzey noktasından olan sapmalarından hesap edilen birim ölçünün karesel ortalama hataları ile kontrol noktalarının yüzeyden sapmalarının karesel ortalama hataları hesap edilmiştir. Hesap sonuçları çizelge 5.4 de görülmektedir.

Çizelge 5.4 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular

Poli. Türü	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
	lineer	kuadratik	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
Poli. Öz .A.	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Nok.Türü	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Dayanak	±4.30	±3.71	±2.74	±4.36	±2.44	±2.38
Kontrol	±3.47	±3.13	±2.34	±3.41	±2.23	±2.71
±5 cm < ϵ	39	41	44	39	45	41
$ \epsilon _{\max}$ (cm)	8.90	9.49	5.79	8.10	5.28	6.88

Çizelge 5.4'de görüldüğü gibi polinom yüzeyinin dayanak noktalarına göre en iyi yaklaşım gösterdiği yüzey soncul standart sapma sonuçlarından bi-kübik ve bi-kuadratik yüzey olduğu görülür. Kontrol noktalarına görede bi-kuadratik yüzeydir. Bu durumda en iyi yüzey bi-kuadratik seçilip uyumsuz ölçü testi yapılmıştır. Yapılan test sonucu dayanak noktalarından 129 nolu noktanın uyumsuz olduğu belirlenmiş ve geriye kalan 27 dayanak noktası ile bi-kuadratik yüzey bilinmeyenleri yeniden çözümlenmiştir. Soncul standart sapma ±2.12 cm ve kontrol noktalarından hesap edilen standart sapma ±2.22 cm olarak belirlenmiş ve yeniden yapılan uyumsuz ölçü testi sonucu 27 dayanak noktasında bu model için uyumlu olduğu görülmüştür.

5.3.1.3 Multi-kuadratik enterpolasyon uygulamaları

Bu metodun uygulamasında trend yüzeyi olarak üç farklı yüzey (lineer, kuadratik ve kübik yüzey) seçildi. Kernel fonksiyonu olarak iki yapraklı hiperbolit fonksiyonu seçilmiştir. Bu enterpolasyon metodunun uygulamasında farklı yaklaşım olarak iki yapraklı hiperbolit formunu biçimlendiren δ parametresi için farklı iki değer ataması sonucu enterpolasyon sonuçları elde edilip incelenmiştir. Geometrik parametre δ için 0 ve (4.38) formülüne göre hesap edilen 13264.37 m alınmıştır.

Uygulama sonucu kontrol noktalarında hesap edilen gerçek hatalar çizelge 5.5'de istatistiksel değerler çizelge 5.6'da görülebilir.

Çizelge 5.5 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Geo. Par. Trend Yüz. N.N.	$\delta=0$ m			$\delta=13264.37$ m		
	lineer $\epsilon(\text{cm})$	kuadratik $\epsilon(\text{cm})$	Kübik $\epsilon(\text{cm})$	lineer $\epsilon(\text{cm})$	kuadratik $\epsilon(\text{cm})$	kübik $\epsilon(\text{cm})$
104	-4.67	-5.02	-4.93	-6.95	-7.00	-7.12
107	6.15	6.14	6.13	6.89	6.89	6.89
108	0.12	0.11	0.11	1.02	1.01	1.02
111	-3.52	-3.41	-3.43	-4.10	-4.10	-4.11
112	-1.33	-1.18	-1.22	-2.03	-2.04	-2.05
113	-1.49	-1.39	-1.36	-2.13	-2.13	-2.14
115	0.75	0.83	0.83	0.45	0.45	0.46
117	0.42	0.34	0.38	-1.64	-1.64	-1.64
119	2.08	1.83	1.99	4.12	4.12	4.12
120	2.94	2.67	2.87	5.62	5.62	5.62
121	0.46	0.18	0.44	4.73	4.73	4.73
122	1.00	0.86	1.13	11.04	11.04	11.04
123	0.81	0.69	0.87	6.40	6.40	6.40
125	-3.83	-3.82	-3.78	-0.50	-0.50	-0.49
127	-0.31	-0.33	-0.26	0.61	0.61	0.61
128	0.51	0.57	0.61	12.01	12.01	12.02
130	0.37	0.37	0.49	6.87	6.87	6.87
131	-1.90	-1.92	-1.78	0.66	0.66	0.66
132	-1.94	-1.97	-1.83	-0.97	-0.97	-0.97
133	-0.06	-0.07	0.03	2.06	2.06	2.07
135	1.46	1.49	1.55	1.81	1.81	1.82
136	2.01	2.04	2.10	2.02	2.02	2.02
138	6.63	6.65	6.72	7.10	7.10	7.10
141	0.82	0.97	1.28	-4.02	-4.02	-4.01
142	-0.40	-0.14	0.42	-7.65	-7.64	-7.61
143	1.24	1.54	2.22	-5.91	-5.89	-5.85
144	-0.59	-0.27	0.43	-5.43	-5.40	-5.33
145	1.51	1.77	2.34	1.04	1.06	1.14
146	0.67	0.80	1.08	1.55	1.57	1.61
148	0.30	0.37	0.44	1.72	1.71	1.71
149	0.56	0.65	0.72	5.84	5.84	5.84
151	-1.36	-1.11	-1.12	-19.14	-19.16	-19.21
155	0.90	1.01	0.85	8.11	8.12	8.10
156	-0.38	-0.24	-0.45	8.88	8.90	8.86
157	-0.05	0.05	-0.10	6.44	6.45	6.42
161	-0.75	-0.58	-0.58	4.76	4.75	4.76
162	-0.46	-0.22	-0.22	2.01	2.01	2.01
165	-1.46	-1.12	-0.44	-15.02	-15.00	-14.96
166	2.48	2.31	1.62	-24.69	-24.54	-24.74
167	-1.10	-0.80	-1.40	-7.02	-6.87	-6.90
168	3.86	4.05	4.06	24.20	24.20	24.23
169	1.10	1.29	1.33	23.72	23.73	23.75
171	-0.90	-0.49	-0.41	53.73	53.73	53.77
172	1.16	1.38	1.18	-4.42	-4.45	-4.42
173	-0.10	0.22	0.41	32.68	32.68	32.69
174	4.78	5.06	4.45	3.31	3.32	3.08

Çizelge 5.6 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

Geo. Par.	$\delta=0$ m			$\delta= 13264.37$ m		
Trend Yüz.	lineer	quadrik	Kübik	lineer	kuadratık	kübik
m_0 (cm)	± 2.21	± 2.22	± 2.22	± 12.68	± 12.67	± 12.68
± 5 cm < ε	44	42	44	23	23	23
ε_{\max}	6.63	6.65	6.72	53.73	53.73	53.77

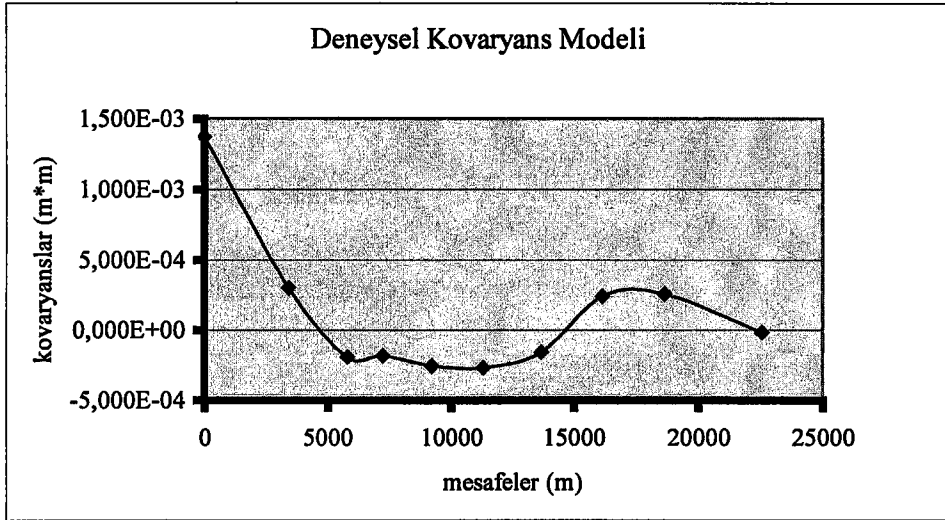
Çizelge 5.6'da verilen sayısal değerlere göre trend yüzeyinin sonuçlarda hissedilir bir fark oluşturmamasına rağmen geometrik parametrenin sonuçları anlamlı derecede olumsuz etkilediği gözlemlenmiştir. Geometrik parametre için 0, denenen farklı sayısal değerlere göre en iyi olduğu gözlemlenmiştir.

5.3.1.4 En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları

Bu yöntemin uygulanmasında trend yüzeyi olarak kuadratık yüzey seçilmiştir. Yöntemin uygulamasında gerekli olan trend yüzeyi öncelikle en küçük kareler yöntemine göre ön dengelemeyle çözümlenip trend yüzeyi ile dayanak noktaları arasındaki artık kısım olan sinyaller elde edilmiştir. Deneysel kovaryans modeli oluşturulurken her sınıf aralıklarına en az 25 nokta düşecek şekilde bir ön araştırma yapıp sınıflar için mesafe aralıkları belirlenmiştir. Deneysel kovaryans için 9 sınıf, her sınıfa karşılık gelen ortalama mesafe, nokta sayısı ve kovaryans değerleri çizelge 5.7'de görülebilir. Çizelge 5.7 deki verilere göre deneysel kovaryans grafiği şekil 5.1'de görülebilir.

Çizelge 5.7 Deneysel kovaryans modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti	Ortalama Mesafe	Kovaryans Değeri
1	0-5000	46	3401.22	0.000301130
2	5000-6500	37	5794.52	-0.000193270
3	6500-8000	34	7219.72	-0.000183000
4	8000-10000	46	9229.09	-0.000256240
5	10000-12500	55	11329.71	-0.000269160
6	12500-15000	43	13677.32	-0.000158430
7	15000-17500	45	16157.75	0.000239270
8	17500-20000	30	18674.89	0.000257170
9	20000-27500	42	22557.97	-0.000015702



Şekil 5.1 Deneysel kovaryans modeli (1. test bölgesi)

Kovaryans modeli olarak aşağıda bağıntısı verilen Hirvonen seçildi.

$$C(d) = C_0 / (1 + (d/k)^2) \quad (5.1)$$

Bu bağıntı için bilinmeyen C_0 ve k 'dir. C_0 yapılan ön dengeleme sonucuna göre bulunan sinyallerin ve yapılan ölçülerin öncül varyansının bir fonksiyonu olduğundan kolayca belli edilebilir. Bu durumda hirvonen fonksiyonu için tek bilinmeyen k sabitinin belirlenmesi olacaktır. Kovaryans fonksiyonlarının pozitif tanımlı olması gereğinden k bilinmeyeni çizelge 5.7'ye göre 0-5000 m aralığına giren kovaryans değerinden;

$$k = \sqrt{\frac{d^2 C(d)}{C_0 - C(d)}} \quad (5.2)$$

formülüne göre 1802.90 m olarak belirlenmiştir.

Hirvonen fonksiyonu ve yukarıda sayısal değerleri verilen parametrelere göre yapılan uygulama sonucunda kontrol noktalarına ait hatalar çizelge 5.8' de görülebilir.

Çizelge 5.8 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)
104	-5,05	130	1,41	155	1,12
107	6,11	131	-1,33	156	-0,26
108	0,12	132	-1,90	157	-0,12
111	-3,63	133	-0,23	161	-0,46
112	-1,45	135	0,75	162	-0,16
113	-1,80	136	1,19	165	-2,02
115	0,71	138	8,25	166	3,35
117	0,55	141	0,56	167	0,23
119	2,22	142	-0,29	168	2,98
120	3,11	143	1,60	169	0,57
121	0,78	144	-0,34	171	-1,12
122	1,65	145	1,70	172	1,41
123	1,51	146	0,72	173	0,34
125	-4,56	148	-1,60	174	4,56
127	-0,59	149	-1,26		
128	1,11	151	-1,40		

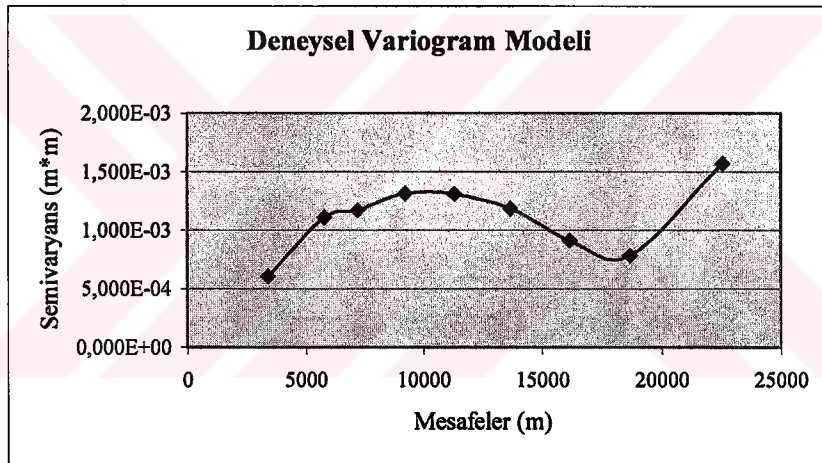
Kollokasyon uygulaması sonucu kontrol noktalarında bulunan gerçek hatalardan karesel ortalama hata ± 2.40 cm, maximum hata 8.25 cm ve hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı 43 olarak belirlenmiştir.

5.3.1.5 Kriging enterpolasyon tekniği uygulamaları

Yöntemin uygulanmasında universal kriging yöntemi seçilmiştir. Universal kriging uygulamasında öncelikle trend yüzeyi olarak 2. dereceden quadratik yüzey seçilmiştir. Orjinal verilerden öncelikle en küçük kareler yöntemine göre quadratik yüzeyin bilinmeyen parametreleri çözümlenmiştir. Bu yüzeyden olan artıklar elde edilip bundan sonra deneysel variogramlar artık kısımlarla kollokasyon uygulamasında alınan sınıflara göre belirlenmiştir. Variogram parametreleri ağırlıklar 1 alınmak suretiyle en küçük kareler yöntemine göre farklı variogram modellerine göre deneysel variogram parametrelerinden belli edilmiştir. Deneysel variograma ait veriler çizelge 5.9 da ve deneysel variogram grafiği şekil 5.2 de görülebilir.

Çizelge 5.9 Deneysel variogram modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti	Ortalama Mesafe	Variogram Değeri
1	0-5000	46	3401.22	0.000602850
2	5000-6500	37	5794.52	0.001109100
3	6500-8000	34	7219.72	0.001171850
4	8000-10000	46	9229.09	0.001315650
5	10000-12500	55	11329.71	0.001310850
6	12500-15000	43	13677.32	0.001183400
7	15000-17500	45	16157.75	0.000914850
8	17500-20000	30	18674.89	0.000782400
9	20000-27500	42	22557.97	0.001573400



Şekil 5.2 Deneysel variogram modeli(1.test bölgesi)

Deneysel variogram değerlerinden teorik variogram modelinin belirlenmesinde aşağıdaki yol izlenmiştir.

En çok kullanılan variogram modellerinden küresel, üssel ve Gaussian modeli parametreleri hesap edilip her bir modele göre enterpolasyon ayrı ayrı uygulanmıştır. Variogram parametrelerinden C_0 (kulçe etkisi) sıfır kabul edilmiştir. Diğer iki bilimeyenden artık variogramın yapısal bileşenlerinin ölçek değeri olan C ile

korelasyon uzaklığı olarak da adlandırılan a range uzaklığıdır. Literatürde sill daha önce de bahsedildiği gibi $C_0+C=sill$ ve sill değerinin de yaklaşık örneklem varyansı kabul edilebileceği ifade edilmişti. Bu tez çalışmasında variogram parametrelerinin bulunmasında iki farklı yaklaşım düşünülmüştür,

- Birincisi sill değerinin trend sonucu bulunan varyansa eşit olduğu ve sadece a range uzaklığının bilinmeyen kabul edilmesi,
- ikincisi sill değerinin bilinmeyen olarak kabul edilip a range uzaklığı ile belirlenmesi.

Yukarıda anlatılan iki durum içinde küresel model, üssel model ve Gaussian modeli ayrı ayrı uygulanmıştır.

Variogram parametrelerinin çözümlenmesinde deneysel variograma göre hesap edilen 9 semivaryans değerlerinden ilk 5 tanesi kullanılmıştır. Bilinmeyenler en küçük kareler yöntemine göre ağırlıklar 1 alınmak suretiyle yaklaşık değerlerin uygunluğuna göre ~10 iterasyonla belirlenmiştir. Kullanımda bilinmeyenlerin ilk yaklaşık değerleri deneysel variogram modelinden göz ile kabaca belirlenmiştir. Deneysel variogram sonucu bulunan variogram parametreleri çizelge 5.10'da verilmiştir.

Çizelge 5.10 Teorik variogram parametreleri

Parametreler	C= varyans, a bilinmeyen		C ve a bilinmeyen	
	C (m ²)	a (m)	C (m ²)	a (m)
Variogram Modeli				
Küresel	0.001372851	16698.36	0.001384245	16707.20
Üssel	0.001372851	4728.26	0.001201359	3086.49
Gauss	0.001372851	4656.79	0.001186724	3841.90

Bulunan teorik variogram parametrelerine göre kriging uygulaması tüm dayanak noktaları kullanılmak suretiyle gerçekleştirilmiştir. Kriging sonucu bulunan değerler seçilen trend yüzeyinden olan artık kısımlar olduğundan trend daha sonra geri

eklenmiştir. Bu uygulama sonucu kontrol noktalarında hesap edilen hatalar çizelge 5.11'de istatistiksel değerler çizelge 5.12'de verilmiştir.

Çizelge 5.11 Kriging yöntemiyle enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Durum	C= varvans ve a bilimeven			C ve a bilinmeyen		
Vari.	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
104	-4.93	-5.27	-4.29	-4.93	-5.16	-4.54
107	6.22	6.16	6.48	6.19	6.15	6.29
108	0.21	0.14	0.46	0.19	0.13	0.27
111	-3.52	-3.29	-3.89	-3.52	-3.35	-4.02
112	-1.31	-1.04	-1.65	-1.32	-1.11	-1.89
113	-1.48	-1.29	-2.34	-1.48	-1.34	-2.27
115	0.80	0.84	0.56	0.80	0.84	0.58
117	0.33	0.32	-1.24	0.32	0.33	-0.75
119	1.84	1.81	6.68	1.85	1.82	6.05
120	2.67	2.65	8.67	2.69	2.66	7.98
121	0.15	0.18	7.63	0.17	0.19	7.01
122	0.79	0.89	8.03	0.82	0.88	7.17
123	0.58	0.71	5.27	0.63	0.70	4.85
125	-3.80	-3.79	-4.47	-3.80	-3.80	-5.00
127	-0.32	-0.38	-0.45	-0.30	-0.36	-0.68
128	0.56	0.51	3.03	0.57	0.54	1.55
130	0.37	0.16	4.21	0.36	0.26	3.97
131	-1.92	-2.16	1.41	-1.94	-2.04	1.59
132	-1.96	-2.18	0.56	-1.98	-2.08	0.79
133	-0.06	-0.21	1.51	-0.07	-0.14	1.52
135	1.56	1.42	-0.63	1.58	1.46	-0.78
136	2.13	1.96	-0.12	2.15	2.00	-0.24
138	6.67	6.60	8.46	6.66	6.62	8.66
141	0.90	1.01	-1.55	0.89	0.99	0.00
142	-0.25	-0.08	-3.36	-0.28	-0.11	-0.76
143	1.39	1.59	-0.10	1.37	1.56	2.78
144	-0.45	-0.20	-1.72	-0.48	-0.24	0.82
145	1.60	1.86	0.25	1.57	1.82	2.09
146	0.71	0.84	0.57	0.70	0.82	1.29
148	0.61	0.32	0.24	0.61	0.34	-1.21
149	1.12	0.52	3.10	1.11	0.58	0.20
151	-0.88	-1.10	-1.72	-0.92	-1.10	-0.72
155	1.20	1.03	2.05	1.19	1.03	1.39
156	-0.03	-0.20	0.91	-0.04	-0.21	0.12
157	0.19	0.08	0.75	0.17	0.08	0.22
161	-0.63	-0.45	-0.37	-0.64	-0.51	-2.11
162	-0.27	-0.15	-0.45	-0.27	-0.18	-1.38
165	-1.25	-1.01	-10.43	-1.30	-1.06	-6.92
166	2.05	2.65	-1.20	2.01	2.51	0.59
167	-1.05	-0.18	-6.00	-1.10	-0.43	-3.92
168	4.17	3.83	1.86	4.18	3.93	0.35
169	1.34	1.06	3.21	1.33	1.17	1.14
171	-0.48	-0.50	12.78	-0.47	-0.49	3.96
172	1.40	1.52	2.85	1.43	1.47	2.32
173	0.17	0.35	7.64	0.17	0.30	2.46
174	5.37	4.87	6.10	5.42	5.01	5.60

Çizelge 5.12 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular

Durum	C= varyans ve a bilinmeyen			C ve a bilinmeyen		
	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
m_0 (cm)	± 2.25	± 2.22	± 4.53	± 2.25	± 2.22	± 3.56
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	43	43	34	43	42	37
ε_{\max}	6.67	6.60	12.78	6.66	6.62	8.66

Çizelgeden'de görüldüğü üzere farklı variogram modelleri farklı sonuçlar üretmekle birlikte C bileşeninin örneklem varyansına eşit kabulü ve bilinmeyen kabulüne göre çözüm uygulamaları küresel ve üssel modelde fazla fark oluşturmamasına rağmen Gaussian modelinde farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır.

5.3.2 Test bölgesi 2 ve uygulamaları

2. test bölgesi noktaları, Konya/Kampüs alanında jeoit üzerine bilimsel araştırmalar yapılmak üzere oluşturulmuş küçük bir ağa aittir. Çalışma alanı kuzey-güney yönünde ~20 km, doğu-batı yönünde ~16 km dir. Bölge içinde Gauss –Krüger projeksiyon koordinatları ve jeoit ondülasyonu bilinen 64 nokta bulunmaktadır. Jeoit ondülasyonları $N_{\min} = 35.833$ m ile $N_{\max} = 36.752$ m arasındadır. Uygun dağılımdaki 20 nokta dayanak noktası olarak alınmış ve geriye kalan 44 noktada kontrol noktası olarak seçilmiştir. Bölgeye ait jeoit ondülasyonu değişimi Ek 1 Şekil.ek 1.2 de gösterilmiştir. Birbirlerine en yakın dayanak noktaları arasındaki minimum mesafe 731.88 m dir. Birbirine en uzak dayanak noktaları arası mesafe 20229.87 m dir. Yapılan tüm enterpolasyon uygulamalarında seçilen kriterler 1. test bölgesinde ifade edilenlerle aynı özelliktedir. Test bölgesine ait veriler Ek-1 çizelge ek 1.2 de verilmiştir.

5.3.2.1 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon

1. Test bölgesi için alınan kriterler bu bölge içinde aynı kabul edilmiştir. Kritik daire kullanılmasında ağırlık modeli olarak yine mesafenin tersi seçilip $k=2$ için uygulama yapıldı. Bölge için uygun görülen kritik daire yarıçapı, 5000 m ve 10000 m olarak seçilmiştir. Kontrol noktalarında elde edilen hata miktarları Çizelge 5.13'de verilmiştir.

Çizelge 5.13 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Uyg. Drm. k Sabiti	Hesaba Tüm Noktaların Katılması Durumu				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2	k=2
Kritik Daire	yok	yok	yok	yok	5000 m	10000m
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
202	-23.33	-8.13	-2.14	-0.79	-2.01	-3.88
203	-24.33	-14.25	-9.04	-7.44	-5.64	-9.80
204	-18.42	-9.12	-5.44	-4.84	-2.74	-6.37
206	-11.56	-4.69	0.11	2.74	-1.20	-3.25
207	-7.64	-4.83	-3.64	-3.36	-1.58	-3.63
208	-5.36	-4.51	-4.82	-5.36	-2.26	-4.49
209	-4.55	-3.52	-3.28	-3.19	-3.42	-3.56
211	-1.80	-2.47	-1.50	-0.20	-1.85	-2.90
212	-0.36	-4.99	-6.46	-6.80	-6.48	-5.74
214	6.48	1.53	1.33	1.78	0.51	1.05
218	19.26	8.31	5.17	5.36	4.60	7.53
220	11.20	1.78	-2.55	-3.67	0.44	1.33
221	8.28	6.85	6.64	6.79	5.91	6.13
222	5.03	6.26	7.22	7.47	6.84	6.03
223	2.57	4.72	5.36	5.49	4.87	4.64
224	-1.04	0.56	1.25	1.42	1.12	0.37
225	-4.08	-2.83	-2.64	-2.73	-2.49	-2.89
226	-4.30	-3.07	-2.96	-3.14	-2.44	-3.14
227	-7.06	-4.54	-3.62	-3.68	-3.13	-4.66
228	-8.23	-0.66	2.05	2.67	0.43	-0.71
230	-14.08	-6.93	-4.82	-4.53	-4.92	-6.60
231	-20.99	-13.53	-8.55	-6.39	-4.79	-10.59
232	-21.47	-11.01	-2.64	1.88	0.82	-6.88
235	-7.61	-3.61	-2.28	-2.21	-2.68	-3.43
237	-5.98	-3.90	-2.43	-1.66	-3.35	-4.26
238	-3.60	-3.18	-3.23	-3.26	-3.00	-3.25
240	0.85	1.37	1.35	1.33	1.41	1.34
241	3.93	5.96	6.39	6.46	6.05	5.91
242	8.18	8.53	9.95	11.18	8.75	8.14
243	5.39	2.20	0.57	-0.21	1.87	1.85
245	3.05	-1.17	-1.52	-0.90	-3.63	-1.81
246	4.20	-1.71	-2.84	-2.82	-3.85	-2.28
248	11.11	1.67	-1.13	-2.28	0.50	1.13
251	8.42	1.87	0.80	0.69	1.39	1.53
252	9.75	4.52	1.33	-0.39	3.02	3.84
253	9.10	7.06	6.70	6.89	6.74	6.25
254	5.90	6.65	8.44	9.77	7.08	6.30
256	-3.97	-2.38	-2.56	-3.23	-1.49	-2.50
257	-5.35	-0.11	3.10	4.74	2.03	-0.04
258	-11.70	-5.20	-1.82	-0.72	-2.73	-4.00
259	-13.34	-2.31	2.37	3.59	1.29	-1.04
261	-20.46	-8.94	-5.87	-5.56	-4.89	-6.91
262	-24.48	-11.90	-5.70	-3.98	-1.61	-7.58
263	-25.95	-7.65	0.69	3.07	1.01	-4.18

Kontrol noktalarında hesap edilen hatalardan standart sapmalara ilişkin değerler ve hatası ± 5 cm küçük nokta sayısı ve maximum hatanın mutlak değeri çizelge 5.14'de görülmektedir.

Çizelge 5.14 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

Uyg. Drm.	Hesaba Tüm Noktaların Katılması				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2	k=2
Kritik Daire	yok	yok	yok	yok	5000 m	10000 m
m_0 (cm)	± 11.98	± 6.09	± 4.50	± 4.55	± 3.79	± 4.88
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	13	27	30	31	36	29
$ \varepsilon _{\max}$ (cm)	25.95	14.25	9.95	11.18	8.75	10.59

Çizelge 5.14'de verilen istatistiklere göre tüm veriler enterpolasyona dahil edildiğinde k sabiti 3 değerinden sonra yaklaşık aynı sonuçlar elde edilmekte ve enterpolasyon bu durumda en yakın komşuluğa dönüşmektedir. k değerinin 1 olması durumunda elde edilen sonuçlar diğerlerine göre daha kötü sonuçlanmıştır. k değerinin 2 seçiminde tüm noktaların kullanımı kritik daire kullanımı ile bulunan sonuçlardan kötü olduğu gözlemlenmiştir.

5.3.2.2 Polinom yüzeyleri ile enterpolasyon uygulamaları

1. test bölgesinde uygulanan polinom yüzeylerinden lineer, bi-lineer, quadratik, bi-quadratik, kübik, bi-kübik olmak üzere toplam 6 farklı polinom yüzeyi bu bölge içinde kullanılmıştır. Polinom yüzeylerinin bilinmeyen parametreleri dayanak noktalarından yararlanarak en küçük kareler yöntemine göre tüm bölge için belirlenmiştir. Kontrol noktalarında hatalar çizelge 5.15'de görülebilir.

Bölgeye en iyi uyan polinom yüzeyinin belirlenmesi amacıyla dayanak noktalarının hesaplanan yüzey noktasından olan sapmaları hesap edilen birim ölçünün karesel ortalama hataları ile kontrol noktalarının yüzeyden sapmalarının karesel ortalama hataları hesap edilmiştir. Hesap sonuçları çizelge 5.16 de görülmektedir.

Çizelge 5.15 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Pol. Türü	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
Pol. Öz .A.	lineer	kuadratik	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
202	-2.52	-2.44	-4.27	-1.92	-5.24	-5.84
203	-4.32	-3.23	-5.77	-3.83	-7.26	-7.41
204	-0.41	1.15	-1.58	0.02	-3.15	-2.98
206	-1.80	1.14	-0.19	-1.39	-0.77	1.18
207	-0.11	3.17	1.98	0.27	1.72	3.36
208	-0.82	2.61	1.46	-0.48	1.47	2.39
209	-3.54	-0.16	-1.23	-3.24	-1.10	-0.98
211	-5.81	-3.11	-3.56	-5.73	-4.23	-4.64
212	-7.12	-5.31	-4.57	-7.29	-5.57	-6.13
214	-4.96	-4.60	-0.90	-5.59	-1.39	-1.11
218	8.93	5.50	2.43	8.37	0.76	2.26
220	5.30	5.15	4.59	5.10	1.97	3.89
221	2.49	4.05	3.85	2.47	1.72	3.19
222	1.36	3.98	3.57	1.49	2.35	3.11
223	0.33	3.49	2.65	0.56	2.46	2.29
224	-0.52	2.80	1.52	-0.17	2.35	1.24
225	-2.10	1.29	-0.21	-1.71	0.99	-0.19
226	-1.50	1.88	0.25	-1.09	1.70	0.39
227	-2.03	1.28	-0.71	-1.58	1.38	-0.15
228	-2.81	0.22	-2.01	-2.34	0.58	-1.22
230	-3.01	-0.81	-2.69	-2.64	-0.24	-2.15
231	-4.00	-4.12	-4.78	-3.46	-1.78	-4.41
232	-3.10	-4.89	-5.04	-2.37	-1.69	-4.36
235	-11.64	-11.36	-4.47	-10.83	-4.90	-5.49
237	-7.54	-5.39	-4.15	-7.14	-5.49	-4.14
238	-4.59	-1.78	-1.97	-4.31	-2.97	-1.94
240	-1.00	1.91	1.45	-0.77	0.58	1.33
241	1.71	4.89	4.04	1.95	3.86	3.74
242	6.51	9.54	8.64	6.78	8.86	7.53
243	3.77	6.46	5.56	4.08	5.86	3.50
245	0.74	2.35	-0.30	1.42	0.49	-3.49
246	2.42	3.23	-1.99	3.42	-0.49	-2.68
248	7.28	6.98	2.58	8.17	1.25	-0.65
251	-0.05	0.75	0.78	-0.72	0.39	1.87
252	1.16	2.46	2.14	0.73	0.95	2.48
253	2.45	4.38	3.97	2.29	2.44	3.56
254	1.54	4.16	3.68	1.60	2.62	3.01
256	1.87	5.38	3.49	2.24	4.89	4.23
257	3.18	6.50	4.23	3.48	5.78	4.99
258	0.38	3.27	0.87	0.53	2.04	1.21
259	0.55	2.87	0.49	0.46	0.72	0.39
261	0.59	1.64	-1.14	-0.18	-3.02	-1.43
262	1.73	1.95	-1.32	0.52	-3.78	-1.65
263	2.04	1.09	-1.70	0.32	-3.89	-0.42

Çizelge 5.16 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular

Poli. Türü	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
	lineer	kuadratik	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
Poli. Öz .A.	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Nok.Türü	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Dayanak	± 6.37	± 5.70	± 3.13	± 6.05	± 2.87	± 3.81
Kontrol	± 3.95	± 4.21	± 3.26	± 3.85	± 3.34	± 3.39
±5 cm < ϵ	36	34	40	35	37	39
$ \epsilon _{\max}$ (cm)	11.64	11.36	8.64	10.83	8.86	7.53

Çizelge 5.16'danda görüldüğü gibi polinom yüzeyinin dayanak noktalarına göre en iyi yaklaşım gösterdiği yüzey socul standart sapma sonuçlarından bi- kuadratik yüzey olduğu görülmüştür. Kontrol noktalarına görede en iyi sonuç bi-kuadratik yüzeydir. Bu durumda en iyi yüzey bi-kuadratik seçilerek, uyumsuz ölçü testi gerçekleştirilmiştir. Test 20 dayanak noktasında bu model için uyumlu olduğunu göstermektedir.

5.3.2.3 Multiquadratik enterpolasyon uygulamaları

Bu metodun uygulamasında trend olarak üç farklı yüzey (lineer, kuadratik ve kübik yüzey) seçilmiştir. Kernel fonksiyonu iki yapraklı hiperboloit seçilmiştir. 1. test bölgesinde uygulandığı gibi geometrik parametre $\delta=0$ ve (4.38) formülüne göre bölge için hesap edilen 9366.60 m alınmıştır. Yöntem sonucu kontrol noktalarında hesap edilen gerçek hatalar çizelge 5.17'de istatistiksel değerler çizelge 5.18'de verilmiştir.

Çizelge 5.18'de verilen sayısal değerlere göre trend yüzeyinin sonuçlarda hissedilir bir fark oluşturmamasına rağmen geometrik parametrenin sonuçları anlamlı derecede etkilediği gözlemlenmiştir. Geometrik parametre için sıfır, denenen farklı sayısal değerlere göre daha anlamlı sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

Çizelge 5.17 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Geo. Par.	$\delta=0$ m			$\delta=9366.60$ m		
	lineer	kuadratik	kübik	lineer	kuadratik	kübik
Trend Yüz.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
202	-3.67	-3.26	-4.45	8.69	8.72	8.48
203	-4.76	-4.24	-5.70	10.83	10.86	10.68
204	-0.52	-0.06	-1.37	13.00	13.02	12.90
206	1.38	1.71	0.26	-17.03	-17.03	-17.11
207	3.72	4.09	2.23	-21.82	-21.82	-21.89
208	1.47	1.68	0.69	-15.41	-15.40	-15.43
209	-2.44	-2.43	-2.55	-5.25	-5.25	-5.25
211	-4.73	-4.50	-4.13	3.92	3.90	3.88
212	-5.10	-4.97	-4.46	-2.42	-2.43	-2.44
214	0.66	0.70	0.89	1.50	1.50	1.48
218	0.07	0.28	0.65	-4.90	-4.84	-4.72
220	2.33	2.50	2.52	5.25	5.21	5.15
221	2.86	3.10	3.11	9.51	9.46	9.41
222	3.11	3.25	3.34	8.99	8.97	8.95
223	2.92	2.99	3.10	6.43	6.42	6.42
224	0.05	0.16	0.26	3.59	3.59	3.59
225	-2.37	-2.26	-2.23	-0.18	-0.18	-0.17
226	-1.93	-1.82	-1.82	-0.26	-0.26	-0.24
227	-1.96	-1.83	-1.96	-2.71	-2.72	-2.69
228	-1.30	-1.20	-1.36	-2.21	-2.22	-2.20
230	-1.19	-0.90	-1.19	4.18	4.21	4.16
231	-3.32	-2.61	-4.01	19.31	19.54	19.05
232	-2.78	-2.12	-4.60	21.93	22.23	21.13
235	-3.56	-3.62	-2.81	1.37	1.36	1.46
237	-2.47	-2.32	-2.97	-6.08	-6.08	-6.09
238	-2.36	-2.29	-2.53	-3.98	-3.98	-3.98
240	0.76	0.79	0.81	2.12	2.11	2.11
241	4.48	4.53	4.61	7.11	7.11	7.11
242	7.21	7.41	7.68	14.05	14.04	14.02
243	3.19	3.37	3.62	7.36	7.35	7.29
245	-0.82	-0.66	-0.42	-5.53	-5.52	-5.31
246	0.19	0.33	0.45	-3.22	-3.21	-2.90
248	1.57	1.64	2.23	1.15	1.15	1.53
251	1.98	2.09	2.16	3.25	3.24	3.27
252	2.06	2.32	2.45	6.28	6.25	6.26
253	3.19	3.47	3.66	11.13	11.09	11.06
254	3.08	3.28	3.51	11.49	11.46	11.44
256	2.00	2.11	1.86	-6.10	-6.12	-6.13
257	4.62	4.78	4.40	-7.51	-7.54	-7.56
258	1.66	1.91	1.46	-7.92	-7.97	-8.00
259	0.69	0.92	0.61	-3.76	-3.78	-3.81
261	-1.25	-0.87	-1.42	2.59	2.63	2.64
262	-0.87	-0.31	-1.42	5.85	5.93	5.84
263	-1.41	-0.95	-1.64	4.66	4.76	4.73

Çizelge 5.18 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

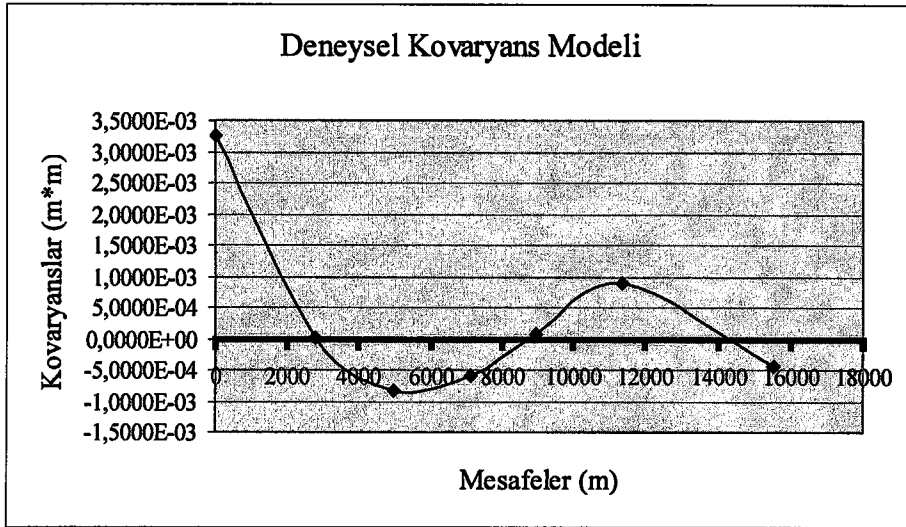
Geo. Par.	$\delta=0$ m			$\delta= 9366.60$ m		
Trend Yüz.	lineer	kuadratik	kübik	lineer	kuadratik	kübik
m_0 (cm)	± 2.81	± 2.80	± 2.96	± 8.94	± 8.97	± 8.87
± 5 cm $< \epsilon$	42	43	42	19	19	19
ϵ_{\max}	7.21	7.41	7.68	21.93	22.23	21.89

5.3.2.4 En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları

Bu yöntemin uygulanmasında trend yüzeyi olarak kuadratik seçilmiştir. Yöntemin uygulamasında gerekli olan trend yüzeyi öncelikle en küçük kareler yöntemine göre ön dengelemeyle çözümlenip trend yüzeyi ile dayanak noktaları arasındaki artık kısım olan sinyaller elde edilmiştir. Deneysel kovaryans modeli oluşturulurken her sınıf aralıklarına en az 25 nokta düşecek şekilde bir ön araştırma yapıp sınıflar için mesafe aralıkları belirlenilmiştir. Deneysel kovaryans için 6 sınıf , her sınıfa karşılık gelen ortalama mesafe, nokta sayısı ve kovaryans değerleri çizelge 5.19'da verilmiştir. Çizelge 5.19'daki verilere göre deneysel kovaryans grafiği şekil 5.3'de görülebilir.

Çizelge 5.19 Deneysel kovaryans modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti	Ortalama Mesafe	Kovaryans Değeri
1	0-4000	29	2774.556	0.000002340
2	4000-6000	34	4985.699	-0.000827070
3	6000-8000	34	7095.358	-0.000591500
4	8000-10000	30	8955.101	0.000090584
5	10000-13000	35	11334.32	0.000895230
6	13000-21000	28	15559.83	-0.000429740



Şekil 5.3 Deneysel kovaryans modeli (2. test bölgesi)

Kovaryans fonksiyonlarının pozitif tanımlı olması gereğinden k bilinmeyeni çizelge 5.19'ye göre 0-4000 m aralığına giren kovaryans değerinden (5.2) fomülüne göre 74.45 m olarak tespit edilmiştir.

Hirvonen fonksiyonu ve yukarıda sayısal değerleri verilen parametrelere göre yapılan uygulama sonucunda kontrol noktalarına ait hatalar çizelge 5.20 de verilmiştir.

Çizelge 5.20 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)
202	-2,44	224	2,77	245	2,33
203	-3,23	225	1,23	246	3,19
204	1,15	226	1,84	248	6,86
206	1,15	227	1,27	251	0,80
207	3,19	228	0,22	252	2,46
208	2,61	230	-0,81	253	4,38
209	-0,23	231	-4,11	254	4,16
211	-3,12	232	-4,87	256	5,36
212	-5,31	235	-11,27	257	6,50
214	-4,54	237	-5,35	258	3,28
218	5,46	238	-1,83	259	2,86
220	5,11	240	1,77	261	1,63
221	4,04	241	4,86	262	1,95
222	3,97	242	9,53	263	1,07
223	3,47	243	6,44		

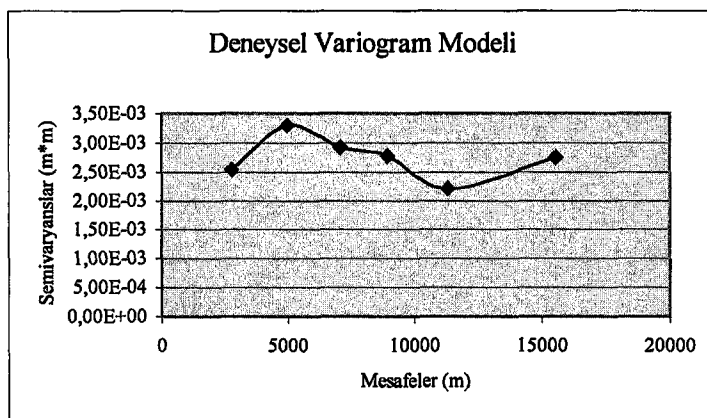
Kollokasyon uygulaması sonucu kontrol noktalarında bulunan gerçek hatalardan karesel ortalama hata ± 4.19 cm, maximum hata 11.27 cm ve hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı 34 olarak belirlenmiştir.

5.3.2.5 Kriging enterpolasyon tekniği uygulamaları

Bölgesel değişkenlerin durağanlığının sağlanması amacı ile dayanak noktalarına göre quadratik yüzey parametreleri en küçük kareler yöntemine göre belirlenmiştir. Dayanak noktalarından trent uzaklaştırılıp artıklar elde edilmiştir. Deneysel variogramın belirlenmesi için sınıf aralıklarına 25 nokta çifti düşecek şekilde kollokasyon da yapılan ön araştırmanın bu uygulama içinde uygun olacağı düşünülmüştür. Deeneysel variograma ilişkin değerler çizelge 5.21'de, iki boyutlu çizimi şekil 5.4'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.21 Deneysel variogram modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti	Ortalama Mesafe	Variogram Değeri
1	0-4000	29	2774.56	0.002542950
2	4000-6000	34	4985.70	0.003296600
3	6000-8000	34	7095.36	0.002928450
4	8000-10000	30	8955.10	0.002775250
5	10000-13000	35	11334.32	0.002206400
6	13000-21000	28	15559.83	0.002751500



Şekil 5.4 Deneysel variogram modeli (2. test bölgesi)

Variogram model parametrelerinin çözümlenmesinde deneysel variogram'a göre hesap edilen 6 semivaryans değerlerinden ilk 3 tanesi kullanılmıştır. Bilinmeyenler en küçük kareler yöntemine göre ağırlıklar 1 alınmak suretiyle yaklaşık değerlerin uygunluğuna göre ~10 iterasyonla belirlenmiştir. Kullanımda bilinmeyenlerin ilk yaklaşık değerleri deneysel variogram modelinden kabaca belirlenmiştir. Deneysel variogram sonucu bulunan variogram parametreleri çizelge 5.22'de verilmiştir.

Çizelge 5.22 Teorik variogram parametreleri

Parametreler	C= varyans a bilinmeyen		C ve a bilinmeyen	
	C (m ²)	a (m)	C (m ²)	a (m)
Variogram Modeli				
Küresel	0.003252062	5484.38	0.003445504	5413.78
Üssel	0.003252062	1727.82	0.003149786	1540.97
Gauss	0.003252062	2241.21	0.003112596	2114.21

Bulunan teorik variogram parametrelerine göre kriging uygulaması tüm dayanak noktaları kullanılmak suretiyle gerçekleştirilmiştir. Kriging sonucu bulunan değerler seçilen trend yüzeyinden olan artık kısımlar olduğundan trend daha sonra geri eklenmiştir. Bu uygulama sonucu kontrol noktalarında hesap edilen hatalar çizelge 5.23'de, istatistiksel değerler çizelge 5.24'de verilmiştir.

Çizelge 5.22'de görüldüğü üzere farklı variogram modelleri farklı sonuçlar üretmekle birlikte C bileşenin örneklem varyansına eşit kabulü ve bilinmeyen kabulüne göre çözüm uygulamaları küresel ve üssel modelde fazla fark oluşturmamasına rağmen Gaussian modelinde farklı sonuçlar ortaya çıkmıştır.

Çizelge 5.23 Kriging yöntemiyle enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Durum	C= varyans ve a bilimeyen			C ve a bilinmeyen		
	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
Vari.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
202	-3.36	-3.03	-3.15	-3.34	-2.98	-3.11
203	-4.64	-3.91	-4.24	-4.60	-3.85	-4.13
204	-0.56	0.29	-0.29	-0.53	0.35	-0.19
206	1.33	1.34	0.65	1.35	1.27	0.64
207	3.47	3.75	1.59	3.45	3.67	2.05
208	1.33	1.77	-4.33	1.28	1.78	-3.68
209	-2.49	-2.36	-4.20	-2.51	-2.34	-4.07
211	-4.84	-4.04	1.57	-4.77	-3.96	0.97
212	-4.61	-4.98	-4.94	-4.63	-4.99	-5.01
214	0.89	0.02	1.59	0.89	-0.12	1.52
218	-0.42	1.26	-0.96	-0.38	1.48	-0.82
220	2.68	2.73	2.25	2.70	2.79	2.06
221	3.34	3.27	4.66	3.39	3.31	4.17
222	3.17	3.35	7.00	3.20	3.38	6.67
223	2.89	3.10	6.31	2.91	3.12	6.22
224	0.02	0.67	2.41	0.03	0.76	2.29
225	-2.33	-1.72	-1.83	-2.32	-1.61	-1.97
226	-1.85	-1.18	-2.23	-1.84	-1.05	-2.37
227	-1.75	-1.13	-4.32	-1.72	-1.00	-4.36
228	-1.05	-0.83	-2.49	-1.03	-0.76	-2.41
230	-1.02	-1.09	1.04	-1.04	-1.10	0.74
231	-2.12	-3.58	-1.95	-2.16	-3.71	-2.59
232	-1.77	-3.45	-1.96	-1.83	-3.65	-2.45
235	-3.34	-4.73	-1.73	-3.35	-4.98	-1.81
237	-2.31	-2.77	-3.89	-2.32	-2.89	-3.82
238	-2.29	-2.37	-3.58	-2.31	-2.39	-3.56
240	0.76	0.81	1.61	0.77	0.81	1.56
241	4.45	4.61	7.04	4.47	4.62	6.98
242	7.04	8.08	12.65	7.08	8.20	12.31
243	3.09	4.08	4.77	3.09	4.22	4.49
245	-0.83	-0.02	-1.16	-0.84	0.11	-1.03
246	0.19	0.87	1.01	0.20	0.99	1.09
248	1.52	1.94	0.53	1.52	2.03	0.43
251	2.22	2.14	2.70	2.25	2.14	2.65
252	2.46	2.56	4.37	2.55	2.59	4.02
253	3.59	3.80	8.06	3.68	3.86	7.37
254	3.15	3.55	9.81	3.20	3.60	9.29
256	1.96	2.69	-2.69	1.96	2.81	-2.48
257	4.39	5.24	2.27	4.39	5.33	2.72
258	1.46	2.25	2.37	1.48	2.32	2.51
259	0.64	1.20	1.15	0.67	1.27	1.05
261	-1.14	-0.21	-1.25	-1.12	-0.10	-1.07
262	-0.46	0.58	-0.19	-0.42	0.71	0.06
263	-1.00	-0.25	-0.81	-0.98	-0.14	-0.66

Çizelge 5.24 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular

Durum Vari.	C= varyans ve a bilinmeyen			C ve a bilinmeyen		
	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
m_0 (cm)	± 2.72	± 2.97	± 4.10	± 2.73	± 3.01	± 3.96
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	43	43	42	42	38	37
ε_{\max}	7.04	8.08	12.65	7.08	8.20	12.31

5.3.3 Test bölgesi 3 ve uygulamaları

3. test bölgesi noktaları, Ankara'da yapılmış bir uygulamaya aittir. Çalışma alanı kuzey-güney yönünde ~51 km, doğu-batı yönünde ~46 km dir. Bölge içinde Gauss – Krüger projeksiyon koordinatları ve jeoit ondülasyonu bilinen 58 nokta bulunmaktadır. Jeoit ondülasyonları $N_{\min} = 36.592$ m ile $N_{\max} = 37.149$ m arasındadır. Uygun dağılımdaki 28 nokta dayanak noktası olarak alınmış ve geriye kalan 30 noktada kontrol noktası olarak seçilmiştir. Bölgeye ait jeoit ondülasyonu değişimi Ek 1 Şekil.ek 1.3'de gösterilmiştir. Birbirlerine en yakın dayanak noktaları arasındaki minimum mesafe 1424.99 m dir. Birbirine en uzak dayanak noktaları arası mesafe 53300.80 m dir. 3. test bölgesi için multiquadratik enterpolasyon yöntemi hariç diğer enterpolasyon yöntemleri ile gerçekleştirilen uygulamalarda seçilen kriterler 1. test ve 2.test bölgelerinde ifade edilenlerle aynı özelliktedir. Test bölgesine ait veriler Ek-1 çizelge ek 1.3'de verilmiştir.

5.3.3.1 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile enterpolasyon

1. ve 2. test bölgelerinde uygulanan kriterler bu test bölgesi içinde aynı kabul edilmiştir. Uygulamadaki tek fark, bölgeki noktaların dağılımına bağlı olarak seçilen, kritik daire yarı çaplarının 10000 m ve 20000 m olarak belirlenmesi olmuştur. Kontrol noktalarında hesaplanan hatalar çizelge 5.25'de verilmiştir.

Çizelge 5.26'da verilen istatistiklere göre tüm veriler enterpolasyona dahil edildiğinde k sabiti 3 değerinden sonra yaklaşık aynı sonuçlar elde edilmekte ve enterpolasyon bu durumda en yakın komşuluğa dönüşmektedir. k değerinin 1 olması durumunda elde edilen sonuçlar diğerlerine göre daha kötü sonuçlanmıştır. k değerinin 2 seçiminde tüm noktaların kullanımı kritik daire kullanımı ile bulunan sonuçlardan kötü olduğu gözlemlenmiştir.

Çizelge 5.25 Ağırlıklı ortalama sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Uyg. Drm.	Hesaba Tüm Noktaların Katılması Durumu				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2	k=2
k Sabiti	yok	yok	yok	yok	10000 m	20000m
Kritik Daire	yok	yok	yok	yok	10000 m	20000m
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
306	9.20	6.54	3.76	1.85	0.74	6.04
307	-5.36	-4.51	-2.49	-0.21	-5.97	-3.82
311	-7.73	-5.17	-3.25	-2.67	-3.57	-4.69
313	-1.64	-3.48	-4.42	-4.71	-3.84	-3.64
317	6.64	2.36	-0.40	-1.97	1.32	1.10
319	-3.68	-3.87	-2.32	-1.01	-4.12	-4.22
321	3.92	0.51	0.10	0.05	0.42	0.45
322	-0.39	-2.56	-3.03	-3.28	-3.14	-2.82
324	0.62	-2.89	-4.11	-4.69	-3.34	-3.21
326	4.45	0.87	-0.61	-1.41	0.46	0.54
331	3.95	1.29	1.10	1.16	0.96	1.12
338	-1.66	3.68	6.20	7.45	5.71	4.47
341	1.27	-1.98	-4.02	-4.62	-2.32	-1.98
343	-0.75	6.44	9.43	10.32	7.33	7.19
344	9.11	5.77	3.52	2.39	4.59	5.51
349	12.22	5.32	2.36	1.23	4.33	5.16
350	17.98	11.14	7.74	6.45	10.04	11.01
353	7.86	7.94	6.64	5.38	7.07	8.60
356	1.82	6.02	8.37	9.40	6.43	6.79
358	4.13	5.89	5.56	4.75	7.59	7.01
360	-10.30	-6.02	-5.40	-5.32	-5.51	-5.81
363	-1.33	-5.65	-8.56	-9.34	-5.11	-5.13
365	-9.84	-3.59	-0.85	0.50	0.80	0.05
370	-12.21	-3.38	-0.86	-0.34	-3.31	-4.03
373	-13.55	-7.91	-3.40	-0.60	-3.20	-5.91
374	1.61	-0.76	-5.95	-11.24	-6.23	-2.36
376	-1.83	4.50	6.50	6.80	6.56	5.15
377	14.94	-0.80	-6.13	-7.30	-3.43	-3.08
382	-5.82	1.16	3.03	3.38	2.63	1.95
384	-8.73	-3.71	-0.09	2.10	-0.65	-2.42

Çizelge 5.26 Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

Uyg. Drm.	Hesaba Tüm Noktaların Katılması				Kritik Daire Kul.	
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=2	k=2
k Sabiti	yok	yok	yok	yok	10000 m	20000 m
Kritik Daire	yok	yok	yok	yok	10000 m	20000 m
m_0 (cm)	± 7.75	± 4.87	± 4.80	± 5.18	± 4.71	± 4.87
$\pm 5 \text{ cm} < \epsilon$	15	18	19	20	19	18
$ \epsilon _{\max}$ (cm)	17.98	11.14	9.43	11.24	10.04	11.01

5.3.3.2 Polinom yüzeyleri ile enterpolasyon uygulamaları

Polinom yüzeylerinden lineer, bi-lineer, quadratik, bi-quadratik, kübik, bi-kübik olmak üzere toplam 6 tane farklı polinom yüzeyi kullanıldı. Polinom yüzeylerinin bilinmeyen parametreleri dayanak noktalarından yararlanılarak en küçük kareler yöntemine göre tüm bölge için belirlenmiştir. Kontrol noktalarında bulunan hata miktarları ve istatistiksel veriler çizelge 5.27’de verilmiştir.

Polinom yüzeylerinden hangisinin en iyi sonuç verdiğinin belirlenmesi için dayanak noktalarının yüzey noktasından olan sapmalarından hesap edilen birim ölçünün karesel ortalama hataları ile kontrol noktalarının yüzeyden sapmalarının karesel ortalama hataları hesap edilmiştir. Hesap sonuçları çizelge 5.28’de görülmektedir.

Çizelge 5.28’de görüldüğü gibi polinom yüzeyinin dayanak noktalarına göre en iyi yaklaşım gösterdiği yüzey karesel ortalama hata değerlerine göre bi-kübik yüzey olarak tespit edilmiştir. Kontrol noktalarına görede en iyi yüzeyin bi-kübik olduğu anlaşılmaktadır. Bu durumda en iyi yüzey bi-kübik seçilip uyumsuz ölçü testi gerçekleştirilmiştir. Test sonucu 361 nolu dayanak noktasının bu model için uyumsuz olduğu belirlenmiştir. 361 nolu dayanak noktası atılarak bilinmeyenler yeniden çözümlenmiştir. Birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatası 4.95 cm ve kontrol noktalarında hesaplanan karesel ortalama hata 6.93 cm olarak bulunmuştur. Tekrar yapılan uyumsuz ölçü testi sonucunda, 27 dayanak noktasında bu model ile uyumlu olduğu tespit edilmiştir.

Çizelge 5.27 Polinomlarla enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Poli. Türü	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
	lineer	kuadratik	Kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
Poli. Öz .A.	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$
N.N.						
306	9.96	5.55	9.17	7.63	7.11	6.80
307	-6.38	-8.32	-2.10	-8.56	-5.71	-0.63
311	-11.09	-9.96	-4.02	-13.00	-8.68	0.60
313	-2.92	-6.19	-6.60	-5.58	-8.14	-0.24
317	5.84	0.62	-5.68	2.80	-4.68	2.65
319	-6.75	-2.98	-2.32	-7.32	-5.18	-2.71
321	5.47	8.16	6.64	5.82	6.63	4.31
322	-2.66	0.67	0.96	-3.04	-1.61	0.29
324	-1.83	-1.94	-1.96	-0.58	-0.08	-4.18
326	-0.03	-3.43	1.85	1.95	4.32	-1.83
331	1.89	1.47	5.60	2.86	7.17	-1.19
338	2.34	-0.23	3.38	2.40	-4.34	0.49
341	8.88	8.84	4.88	9.59	0.06	-0.19
343	0.60	2.49	3.32	0.42	1.79	3.11
344	17.54	18.57	10.33	18.81	8.63	3.95
349	22.81	24.34	14.88	24.35	15.42	8.45
350	27.92	29.34	18.80	29.65	20.66	13.39
353	13.86	15.31	4.65	15.85	9.47	2.34
356	5.21	7.17	0.32	7.11	5.36	-1.28
358	6.63	11.06	13.12	7.86	15.01	4.13
360	-10.50	-10.35	-11.77	-8.84	-8.28	-2.20
363	1.43	5.12	12.67	2.32	11.98	6.72
365	-12.28	-9.51	1.63	-11.83	-1.77	-2.67
370	-17.24	-16.84	-4.70	-17.32	-10.56	-6.94
373	-15.22	-13.71	0.48	-15.79	-5.88	-3.83
374	3.28	-0.16	8.78	2.22	2.55	3.69
376	-5.73	-3.84	7.71	-7.25	2.42	7.70
377	22.78	18.12	9.16	19.58	6.19	6.17
382	-4.55	-6.80	3.77	-5.37	0.48	7.14
384	-6.98	-3.58	-3.53	-7.85	-0.31	4.23

Çizelge 5.28 Polinomlarla enterpolasyon sonucu elde edilen istatistiksel bulgular

Poli. Türü	Ortogonal Polinom			Ortogonal olmayan polinom		
	lineer	kuadratik	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
Poli. Öz .A.	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)	m_0 (cm)
Nok.Türü						
Dayanak	± 13.45	± 13.55	± 11.11	± 13.61	± 10.73	± 7.59
Kontrol	± 11.22	± 11.14	± 7.66	± 11.60	± 7.97	± 4.84
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	10	11	16	9	12	22
$ \varepsilon _{\max}(\text{cm})$	27.92	29.34	18.80	29.65	20.66	13.39

5.3.3.3 Multiquadratik enterpolasyon uygulamaları

1. ve 2. test bölgelerinde farklı geometrik parametre uygulamalarının, sıfır değeri dışında, sonuçlara etkisinin olumsuzluğu gözlemlenmiştir. Bu nedenle 3. test bölgesinde geometrik parametre sıfır alınmıştır. Kernel fonksiyonu olarak iki yapraklı hiperboloit seçilip 6 farklı trend yüzeyi uygulanmıştır. Kontrol noktalarında elde edilen hata miktarları çizelge 5.29'da, istatistiksel veriler çizelge 5.30'da verilmiştir.

Çizelge 5.29 Multiquadratik enterpolasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Trend Yüz.	lineer	kuadratık	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratık	Bi-kübik
N.N.	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$	$\epsilon(\text{cm})$
306	1.98	2.55	6.76	1.99	4.51	8.04
307	-7.85	-7.09	-2.46	-7.77	-5.08	-1.14
311	-4.56	-3.92	-1.27	-4.51	-2.08	-1.86
313	-5.28	-4.71	-1.59	-5.21	-3.75	-0.97
317	0.24	0.40	1.02	0.19	-0.47	2.25
319	-8.72	-8.18	-6.25	-8.76	-7.32	-7.54
321	-7.43	-6.89	-4.87	-7.47	-5.17	-6.91
322	-7.20	-6.67	-4.83	-7.25	-5.53	-6.53
324	-11.56	-10.87	-9.47	-11.65	-10.08	-10.29
326	-6.45	-5.79	-3.31	-6.46	-2.69	-8.37
331	-6.60	-6.12	-3.52	-6.61	-3.65	-6.32
338	-2.21	-1.90	-2.05	-2.11	-4.33	-5.39
341	-4.22	-3.74	-2.37	-4.25	-3.23	-4.78
343	0.14	0.88	2.71	0.08	2.26	0.77
344	-0.80	-0.38	1.14	-0.84	0.77	-0.60
349	3.08	3.47	5.19	3.03	4.81	3.27
350	8.71	9.06	10.05	8.72	10.04	8.07
353	3.36	3.68	3.46	3.48	4.21	0.74
356	1.63	2.11	4.04	1.59	3.41	-1.21
358	-0.67	0.20	4.55	-0.84	3.02	-3.70
360	-4.23	-4.41	-5.30	-4.16	-4.75	-2.99
363	-6.70	-6.34	-4.74	-6.75	-5.26	-7.17
365	-2.95	-2.64	-1.31	-3.00	-1.70	-3.57
370	0.19	0.18	0.99	0.24	-0.12	2.86
373	-5.40	-4.58	-0.42	-5.37	-2.40	0.56
374	2.12	2.49	5.87	2.23	2.78	9.95
376	1.36	1.99	4.98	1.38	3.78	5.15
377	-4.71	-3.39	-4.18	-4.72	-3.03	-2.49
382	-1.45	-0.84	1.78	-1.54	2.12	1.57
384	-4.71	-3.37	-2.88	-4.75	-2.86	-0.80

Çizelge 5.30 Multiquadratik enterpolasyon sonucu bulunan istatistiksel değerler

Trend Yüz.	lineer	kuadratik	kübik	Bi-lineer	Bi-kuadratik	Bi-kübik
m_0 (cm)	± 5.14	± 4.81	± 4.45	± 5.15	± 4.46	± 5.16
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	18	20	23	19	23	18
ε_{\max}	11.56	10.87	10.05	11.65	10.08	10.29

Çizelge 5.30'da verilen istatistiksel verilere göre multiquadratik yöntemin trend'e karşı duyarsız olduğu trend değişiminin sonuçları fazla etkilemediği gözlemlenmiştir.

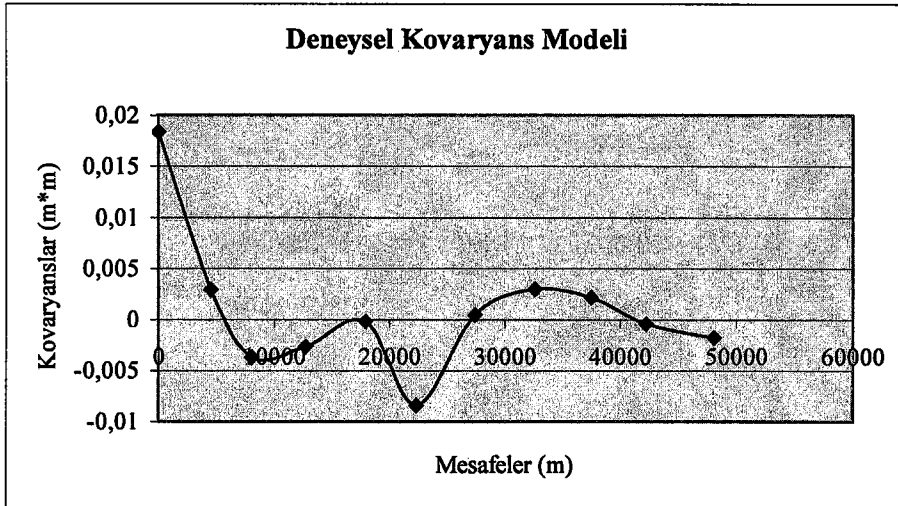
5.3.3.4 En küçük karelerle kollokasyon uygulamaları

Dayanak noktalarına bağlı olarak trend (kuadratik) yüzeyi en küçük kareler yöntemine göre ön dengeleme ile belirlenmiştir. Ön dengeleme sonucunda bulunan kuadratik yüzeyle orjinal büyüklükler arasındaki sinyal değerleri elde edilmiştir. Deneysel kovaryans modelinin oluşturulmasında sınıf aralıklarına en az 25 nokta düşecek şekilde ön bir araştırma sonrasında çizelge 5.31'de verilen sayısal değerlere ulaşılmıştır. Deneysel variogramın çizimi şekil 5.5'de görülebilir..

Kovaryans modeli olarak hirvonen fonksiyonu seçilmiş olup kritik uzaklık (k) 0-6500 sınıfında hesap edilmiş olan büyüklüklerden (5.2) formülüne göre 1992.77 olarak hesap edilmiştir.

Çizelge 5.31 Deneysel kovaryans modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti	Ortalama Mesafe	Kovaryans Değeri
1	0-6500	28	4551,94	0,002954000
2	6500-10000	29	8049,75	-0,003693500
3	10000-15000	34	12672,40	-0,002657000
4	15000-20000	25	17901,72	-0,000145820
5	20000-25000	35	22304,20	-0,008402200
6	25000-30000	36	27419,91	0,000480020
7	30000-35000	49	32609,18	0,003027700
8	35000-40000	57	37538,23	0,002214600
9	40000-45000	51	42276,51	-0,000421840
10	45000-54000	34	48066,26	-0,001774400



Şekil 5.5 Deneyel kovaryans modeli (3. test bölgesi)

Hirvonen fonksiyonu ve yukarıda sayısal değerleri verilen parametrelere göre yapılan uygulama sonucunda kontrol noktalarına ait hatalar çizelge 5.32 de verilmiştir.

Çizelge 5.32 Hirvonen fonksiyonuna göre kollokasyon sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)	N.N.	ε (cm)
306	4.04	331	1.29	360	-6.79
307	-7.67	338	3.54	363	-4.96
311	-6.03	341	1.67	365	-4.58
313	-5.11	343	6.63	370	-5.86
317	0.85	344	8.04	373	-11.88
319	-1.90	349	7.02	374	-2.52
321	-0.77	350	14.29	376	2.03
322	0.35	353	12.62	377	8.33
324	-2.86	356	7.45	382	0.20
326	-0.26	358	9.24	384	-1.68

Kollokasyon uygulaması sonucu kontrol noktalarında bulunan gerçek hatalardan karesel ortalama hata ± 6.27 cm. maximum hata 14.29 cm ve hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı 16 olarak belirlenmiştir.

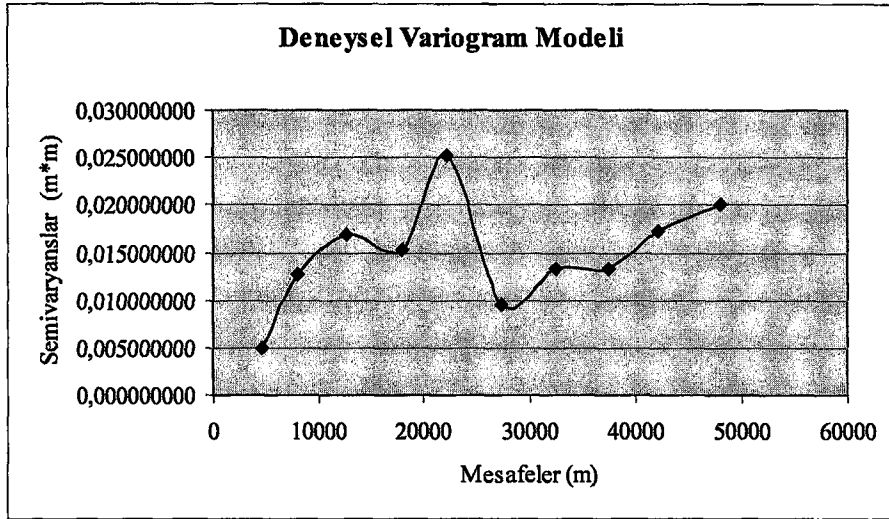
5.3.3.5 Kriging enterpolasyon tekniği uygulamaları

Yöntemin uygulamasında trend fonksiyonu olarak quadratik yüzey seçilmiştir. En küçük kareler yöntemiyle dayanak noktalarına bağlı olarak belirlenen trend yüzeyi dayanak noktalarına ait verilerden çıkarılarak artık kısımlar elde edilmiştir. Bu artık kısımlardan deneysel variogram kollokasyon yönteminde belirlenen sınıflara göre hesap edilmiştir. Sınıf sayısı, sınıf aralıkları, sınıf aralıklarına düşen nokta çifti sayısı, sınıflara ait ortalama mesafe ve variogram değerleri çizelge 5.33'de verilmiştir. Çizelge 5.33'e göre çizilen deneysel variogram eğrisi şekil 5.6'da görülebilir.

Çizelge 5.33 Deneysel variogram modeline ait veriler

Sınıf Numarası	Sınıf Aralıkları	Gir.Nok. Çifti Sayısı	Ortalama Mesafe	Variogram Değeri
1	0-6500	28	4551,94	0,005043500
2	6500-10000	29	8049,75	0,012698500
3	10000-15000	34	12672,40	0,016940000
4	15000-20000	25	17901,72	0,015313000
5	20000-25000	35	22304,20	0,025239000
6	25000-30000	36	27419,91	0,009576000
7	30000-35000	49	32609,18	0,013242500
8	35000-40000	57	37538,23	0,013351500
9	40000-45000	51	42276,51	0,017227500
10	45000-54000	34	48066,26	0,020094000

Variogram parametrelerinin çözümlenmesinde deneysel variogram'a göre hesap edilen 6 semivaryans değerlerinden ilk 4 tanesi kullanılmıştır. Bilinmeyenler en küçük kareler yöntemine göre ağırlıklar 1 alınmak suretiyle yaklaşık değerlerin uygunluğuna göre ~10 iterasyonla belirlenmiştir. Kullanımda bilinmeyenlerin ilk yaklaşık değerleri deneysel variogram modelinden kabaca belirlenmiştir. Deneysel variogram sonucu bulunan variogram parametreleri çizelge 5.34'de verilmiştir. Deneysel variogramın hesaplanmış değerlerine göre çizimi şekil 5.6'da görülebilir.



Şekil 5.6 Deneysel variogram modeli (3. test bölgesi)

Çizelge 5.34 Teorik variogram parametreleri

Parametreler	C= varyans a bilinmeyen		C ve a bilinmeyen	
	C (m ²)	a (m)	C (m ²)	a (m)
Küresel	0.018366724	16133,22	0,01662035	15029,28
Üssel	0.018366724	8058,66	0,019840525	9353,95
Gauss	0.018366724	7721,47	0,016365588	6811,56

Bulunan teorik variogram parametrelerine göre kriging uygulaması tüm dayanak noktaları kullanılmak suretiyle gerçekleştirilmiştir. Kriging sonucu bulunan değerler seçilen trend yüzeyinden olan artık kısımlar olduğundan trend daha sonra geri eklenmiştir. Bu uygulama sonucu kontrol noktalarında hesap edilen hatalar çizelge 5.35'de istatistiksel değerler çizelge 5.36'da verilmiştir.

Çizelge 5.35 Kriging sonucu kontrol noktalarında bulunan hata miktarları

Durum	C= varyans ve a bilinmeyen			C ve a bilinmeyen		
	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
Vari.	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$	$\varepsilon(\text{cm})$
N.N.						
306	-8.55	-6.79	-7.04	-7.94	-6.85	-6.70
307	-5.20	-5.94	-6.89	-5.41	-5.66	-6.31
311	-4.14	-5.54	-4.46	-3.73	-5.48	-5.64
313	-3.46	-5.02	-3.78	-3.51	-4.84	-4.64
317	-3.29	-4.07	-3.46	-3.21	-4.05	-3.63
319	-2.92	-3.32	-3.41	-3.00	-3.34	-3.44
321	-2.68	-2.48	-2.32	-2.68	-2.51	-0.77
322	-2.15	-2.46	-1.62	-2.32	-2.43	-0.76
324	-1.04	-2.37	-1.38	-1.31	-2.32	-0.65
326	-0.72	-1.91	-0.64	-0.56	-1.71	-0.25
331	-0.64	-0.51	-0.58	-0.54	-0.50	-0.18
338	-0.53	0.08	0.25	-0.48	0.07	0.64
341	0.03	0.30	0.57	0.02	0.34	0.65
343	0.32	0.71	0.95	0.37	0.72	0.73
344	0.64	0.99	1.26	0.62	1.00	1.09
349	1.09	1.33	1.37	1.10	1.29	1.40
350	1.44	1.53	2.45	1.61	1.61	1.76
353	1.92	1.70	2.45	1.97	1.77	1.96
356	3.49	2.02	2.63	2.47	2.10	2.01
358	3.59	3.66	2.77	3.42	3.60	2.18
360	4.10	3.71	3.20	4.14	3.86	2.54
363	4.26	3.78	4.19	4.24	3.98	2.76
365	4.45	4.36	4.33	4.29	4.26	4.94
370	4.68	5.42	4.73	4.59	5.20	5.35
373	4.83	5.47	5.00	5.25	5.23	5.47
374	5.27	5.97	5.12	5.62	5.80	5.48
376	6.94	6.62	6.27	7.29	6.67	5.86
377	7.63	7.64	6.97	7.59	7.59	6.60
382	7.63	8.00	10.05	8.87	7.69	9.73
384	13.22	13.33	11.00	13.61	13.20	11.09

Çizelge 5.36 Kontrol noktalarında elde edilen hatalara göre istatistiksel bulgular

Durum	C= varyans ve a bilinmeyen			C ve a bilinmeyen		
	Küresel	Üssel	Gaussian	Küresel	Üssel	Gaussian
m_0 (cm)	± 4.70	± 4.83	± 4.57	± 4.79	± 4.76	± 4.50
$\pm 5 \text{ cm} < \varepsilon$	23	19	22	22	20	20
$ \varepsilon _{\max}$	13.22	13.33	11.00	13.61	13.61	11.09

Yapılan farklı variogram modeli uygulamalarına göre sonuçlar yaklaşık aynı olmakla birlikte en iyi sonuç veren küresel model olmuştur.

5.4 Test Bölgelerinde elde edilen sonuçların karşılaştırılması

Her bir test bölgesinde uygulanan 5 enterpolasyon yöntemi kendi içlerinde de farklı uygulamalara maruz bırakılmıştır. Enterpolasyon yöntemlerinin farklı uygulamasındaki temel düşünce, her bir yöntemin bölgeye en iyi uyan kriterlerinin ve parametrelerinin ortaya çıkarılması olmuştur. Bu durum yöntemlerden hangisinin bölgede en iyi sonuç vermiş olduğuna karar vermede etkili rol oynayacaktır. Bu bağlamda, test bölgeleri için en iyi sonuç veren yöntemleri temsil edecekler bu kriterlerden en iyi olanları üstlenmiştir.

Yukarıda ifade edilen ön elemeler kontrol noktalarında elde edilen istatistiksel bulgulara göre yapılmıştır.

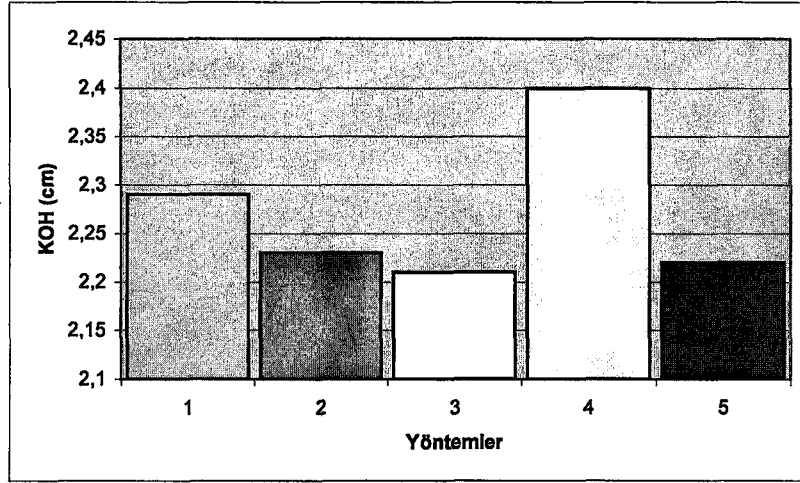
5.4.1 1. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması

Uygulama kısmında kısaca her bir uygulama sonucunda en iyi sonuç verenler ifade edilmiştir. Bu durumda en iyi sonuç verenler; çizelge 5.37'de görülebilir.

Çizelge 5.37 1. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar

No	Yöntem Adı	En iyi Sonuç Veren	KOH (cm)	$ \varepsilon _{\max}$ (cm)	Hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı
1	Ağırlıklı ortalama	$k=2, r=5000$ m	± 2.29	6.48	44
2	Polinom Yüzeyleri	Bi-kvadratik	± 2.23	5.28	45
3	Multi-kvadratik	$\delta = 0$, lineer	± 2.21	6.63	44
4	Kollokasyon	Hirvonen, kvadratik	± 2.40	8.25	43
5	Kriging	C=varyans, Üssel	± 2.22	6.60	43

Yöntemler mm mertebesinde küçük farklılıklar göstermesine rağmen ± 2 cm mertebesinde aynı sonuçları vermiştir.



Şekil 5.7 1. Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma

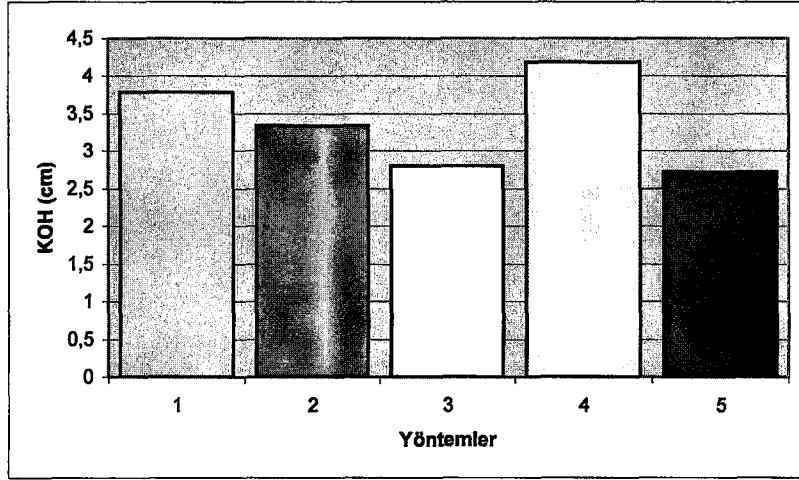
5.4.2 2. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması

Uygulama kısmında kısaca her bir uygulama sonucunda en iyi sonuç verenler ifade edilmiştir. Bu durumda en iyi sonuç verenler; çizelge 5.38'de verilmiştir.

Çizelge 5.38 2. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar

No	Yöntem Adı	En iyi Sonuç Veren	KOH (cm)	$ \epsilon _{\max}$ (cm)	Hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı
1	Ağırlıklı ortalama	$k=2, r=5000$ m	$\pm 3,79$	8.75	36
2	Polinom Yüzeyleri	Bi-kvadratik	$\pm 3,34$	8.86	37
3	Multi-kvadratik	$\delta = 0$, kvadratik	$\pm 2,80$	7.41	43
4	Kollokasyon	Hirvonen, kvadratik	$\pm 4,19$	11.27	34
5	Kriging	C=varyans, Üssel	$\pm 2,72$	7.04	43

Yöntemler cm mertebesinde küçük farklılıklar göstermektedir. Bölgede en iyi sonucu Kriging ve multi-kvadratik enterpolasyon yöntemleri vermektedir.



Şekil 5.8 2. Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma

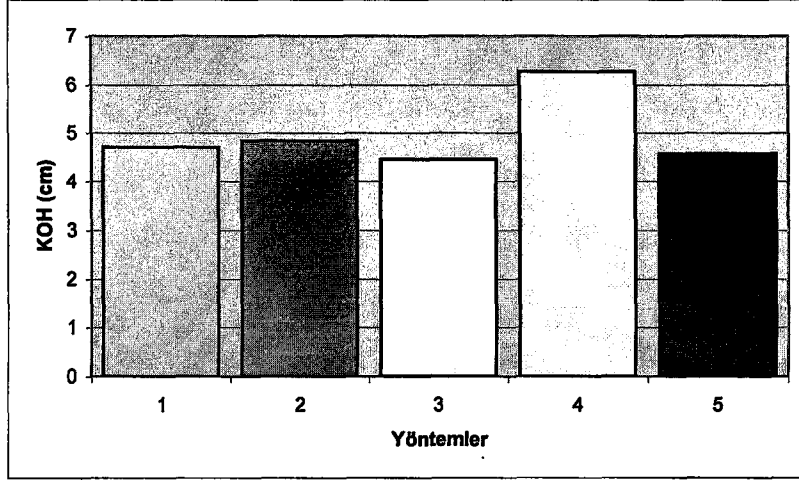
5.4.3 3. Test bölgesi sonuçlarının karşılaştırması

Uygulama kısmında kısaca her bir uygulama sonucunda en iyi sonuç verenler ifade edilmiştir. Bu durumda en iyi sonuç verenler; çizelge 5.39'de görülebilir.

Çizelge 5.39 3. Test bölgesine ait istatistiksel sonuçlar

No	Yöntem Adı	En iyi Sonuç Veren	KOH (cm)	$ \varepsilon _{\max}$ (cm)	Hatası ± 5 cm arasında kalan nokta sayısı
1	Ağırlıklı ortalama	$k=2, r=10000$ m	$\pm 4,71$	10.04	19
2	Polinom Yüzeyleri	Bi-kübik	$\pm 4,84$	13.39	22
3	Multiquadratik	$\delta = 0$, bi-quadratik	$\pm 4,46$	10.08	23
4	Kollokasyon	Hirvonen, quadratik	$\pm 6,27$	14.29	16
5	Kriging	C=varyans, Gaussian	$\pm 4,57$	11.00	22

Kollokasyon yöntemi hariç diğer yöntemler $\pm 4-5$ cm mertebesinde benzer sonuçlar vermektedir. Kollokasyon yönteminin, beklenenin tersine, diğer yöntemlere göre kötü sonuç vermesinin nedeni, deneysel kovaryansın düzenli bir yapı göstermemesinden kaynaklandığı düşünülmektedir.



Şekil 5.9 3.Test bölgesinde KOH'a göre karşılaştırma



6 SONUÇLAR

Bu çalışmada beş farklı enterpolasyon yöntemi, ondülasyon değişimi ve nokta dağılımı açısından farklı karakter sergileyen 3 bölgede uygulanmıştır. Yöntemler arası karşılaştırma analizleri seçilen kontrol noktaları yardımıyla yapılmıştır. Sayısal uygulama kısmında yapılan uygulama sonuçlarına göre;

Ağırlıklı ortalama yöntemiyle enterpolasyon kullanımında ağırlık modeli olarak mesafenin tersi kullanılmıştır. Uygulama temel olarak enterpolasyon noktalarının hesabında kritik daire kullanılmaması ve kritik daire kullanılması şeklinde gerçekleştirilmiştir. Kritik daire kullanılmaması durumunda k değeri jeoit ondulasyonlarının lokal ölçekte değişimine bağlı olarak önem kazanmaktadır. Test bölgelerinden elde edilen sonuçlar, özellikle k sabitinin iki değerinin altında alınmaması gereğini ortaya koymuştur. Kritik daire kullanımında ise yarı çap noktaların dağılımıyla doğrudan ilişkili olup sonuçlara ulaşımında fazla zaman kaybı oluşturmamaktadır. 1. ve 3. test bölgelerinde kritik daire kullanımı, sonuçları anlamlı sayılacak derecede değiştirmemesine rağmen 2. test bölgesinde, k nın 2 seçimine bağlı olarak, daha iyi sonuçlanmıştır.

Polinom yüzeyleri uygulamasında hangi yüzeyin alınacağı konusunda doğrudan kesin bir yargıya varılamayacağı fakat jeoidin değişiminin yüzey seçimi konusunda bir fikir verebileceği görülmüştür. Üç farklı test bölgesinde gerçekleştirilen 6 farklı yüzey uygulaması sonucu seçilebilecek yüzey soncul standart sapmalara göre belirlenebilir. Uygulama sonuçlarına göre, dayanak noktalarının yüzeyden sapmaları ile elde edilen karesel ortalama hatalar ile kontrol noktalarından elde edilen karesel ortalama hatalar arasında korelasyon olduğu gözlemlenmiştir. Bu korelasyonun pozitif olması seçilen dayanak noktalarının uygunluğunda bir testi olabileceği kanısına varılmıştır. Bu amaçla, uygulama sonuçlarına göre, en uygun polinom yüzeyinin belirlenmesinde en küçük karesel ortalama hatayı veren en uygun yüzeydir denilebilir.

Multiquadratik yöntem uygulamalarında kernel fonksiyonu olarak karşılıklı hiperboloit seçilmiş olup geometrik parametrenin iki farklı değeri uygulanmıştır. 1. ve 2. test bölgesinde geometrik parametrenin sıfır değeri haricinde olumsuz sonuçlar verdiği ve 3. test bölgesinde uygulamaya tabi tutulmaması uygun görülmüştür. Multiquadratik yönteminin trend yüzeyinden etkilenmediği gözlemlenmiştir.

Kollokasyon uygulamalarında trend yüzeyi quadratik seçilip deneysel kovaryans modelleri oluşturulmuştur. Her üç bölgede de deneysel kovaryans ilk seçilen sınıf aralıklarında pozitif ve ardından gelen sınıf aralıklarında negatif-pozitif olarak değişimler göstermiştir. Yapılan kritik uzaklık hesaplamalarında her üç bölgede de ilk sınıf değerlerinden yararlanılmıştır. Bu seçilen bölgedeki jeoit değişiminin trend 'e göre ani değişimler gösterdiğini sergilemektedir. Bu durum kollokasyon uygulamasının en zor kısmı olan kovaryans modellemesini güçleştirmiştir. Test bölgelerinde yapılan uygulama sonuçları, 2. ve 3. test bölgelerinde yöntemin beklenenden biraz daha olumsuz sonuçlandığını göstermiştir.

Kriging yöntemi uygulamasında kollokasyon yönteminde kovaryansın modelleme zorluğu burada da variogramda kendini göstermiştir. Deneysel variogram değerlerinden teorik variogram parametrelerinin çözümlemesinde iki farklı yaklaşım düşünülmüştür. İlk yaklaşımın uygulamalar sonucuna göre daha anlamlı olduğu görülmüştür. Ayrıca farklı variogram seçiminin sonuçlarda çok büyük anlamda değişim göstermemesine rağmen sonuçların daha anlamlı olması için olabildiğince deneysel variograma uygun modelin tercih edilmesi gereği ortaya çıkmaktadır.

Genel olarak yöntemler arasında çok fazla fark oluşmamasına rağmen, tüm test bölgelerinde elde edilen sonuçlara göre multiquadratik ve kriging yöntemleri birbirlerine benzer ve diğer yöntemlerden daha iyi sonuçlar sergilemektedir. Kriging enterpolasyon yönteminin uygulamasında ön araştırma yapılması gereğine rağmen jeodezik problemlerin çözümlenmesinde kullanılabileceği sonucuna varılmıştır. Kollokasyon problemi uygulamalarında, kovaryans modellemesinde, deneysel kovaryans belirli bir yapı göstermiyorsa Kriging yöntemi alternatif bir yol olarak seçilebilir.

Uygulanan enterpolasyon yöntemleri sonucu GPS/Nivelman ile belirlenen ondülasyonlardan yararlanarak noktaların kestirimi trigonometrik yükseklik belirleme hassasiyetine ulaşmaktadır.

Pratiğe yönelik çalışmalarda, GPS/Nivelmanı ile belirlenmiş ondülasyonlardan yararla ara noktaların kestiriminde hangi enterpolasyon yönteminin kullanılabilceğine karar verilmesi ve kullanılan yöntemin ulaştığı hassasiyetin yaklaşık olarak belirlenmesi amacıyla bölgede yeter sayıda kontrol noktasının bırakılması uygun olacaktır.



7 KAYNAKLAR

- AKÇİN H., Azar A., 1998, Kollokasyonla Jeoid Belirlemede Uyuşumsuz Ölçülerin Robust Kestrimiyle Belirlenmesi ve Örnek Bir Uygulama, Harita Dergisi, Sayı 119, Sf 45-57, Ankara
- AKÇİN,H., 1998, GPS Ölçülerinden Pratik Yüksekliklerin Elde Edilmesi Üzerine Bir Araştırma,Doktora Tezi,YTÜ,İstanbul
- ALP O., 1993, Türkiye Astrojeodezik ve Astrogravimetrik Jeoidinin Belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ, İstanbul
- ARABELOS D., TSCHERNİNG C.C., 2001, Improvement in Height Datum Transfer Expected From the GOCE mission, Journal of Geodesy, Vol 75, sf. 308-312, Springer Verlag
- ASCE(American Society of Civil Engineers), ACSM(American Congress on Surveying and Mapping), ASPRS(American Society for Photogrammetry and Remote Sensing),1994, Glassory of the Mapping of Sciences, 581 sf., USA
- AYHAN M.E., DEMİR C.,1992, Türkiye Ulusal düzey Kontrol(Nivelman) Ağı-1992(TUDKA-92), Harita Dergisi, sayı 109, sf. 22-42, Ankara
- AYHAN, M.E., DEMİR, C., LENK, O., KILIÇOĞLU, AKTUĞ, B., AÇIKGÖZ, M., FIRAT, O., ŞENGÜN, Y.S., CİNGÖZ, A., GÜRDAL, M.A., KURT, İ., OCAK, M., TÜRKEZER, A., YILDIZ, H., BAYAZIT, N., ATA, M., ÇAĞLAR, Y., ÖZERKAN, A., 2002, Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı-1999A, Harita Dergisi, Mayıs, Özel Sayı: 16, Ankara.
- BARDOSY A, 2002, Introduction to Geostatistics, Institute of Hydraulic Engineering University of Stuttgart, technical note, 134 sf. Germany
[Http://www.iws.uni-stuttgart.de/WAREM/program/downloads/download702e/geostatistics_print.pdf](http://www.iws.uni-stuttgart.de/WAREM/program/downloads/download702e/geostatistics_print.pdf)

- BARTON, M. H., BUCHBERGER, S.G., LANGE, M.J., 1999, Estimation of Error and Compliance in Surveys By Kriging, Journal of Surveying Engineering, Vol. 125, No. 2, 87-108,
- BOOGAART,K.G.VAN DEN, SCHAEBEN,H.,2002, Kriging of Regionalized Directions, Axes, and Orientations I. Directions and Axes, Mathematical Geology, Vol. 34, No. 5,479-503
- ÇORUMLUOĞLU Ö., İNAL C., CEYLAN A., ŞANLIOĞLU İ., KALAYCI İ., 2002, Determination of Geoid Undulation in the Region of Konya, GIS International Symposium, İstanbul
- DEMİR C., AÇIKGÖZ M., 2000, Türkiye Ulusal Temel GPS Ağı Noktalarındaki Uzun Peryotlu Koordinat Değişimlerinin(Sektüler Hızların) Kestirilmesi, Harita Dergisi, Ocak, Ankara
- DEMİREL H., 1977, En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon, İDMMA, İstanbul
- DEMİREL H., 1983, Kollokasyon, Harita Dergisi, sayı 45-46-47, Ankara
- FOGEL, D.N., TINNEY, L.R., 1996, Image Registration Using Multiquadratic Functions, the Finite Element Method, Bivariate Mapping Polynomials and Thin Plate Spline, Technical Report, 37 sf., Santa Barbara
- GOLDEN SOFTWARE, 1999, surfer 8, User's Guide: Contouring and 3D surface mapping for scientist and engineers, Colorado, USA
- GÜLER, A., 1978, Sayısal Arazi Modellerinde Enterpolasyon Yöntemleri, Harita Dergisi, sayı 85, 53-71, Ocak, Ankara
- GÜLER, A., 1985, Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi ile Denemeler, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası Dergisi, sayı 52-53, 98-118, Ankara

- HARDY R.L., 1971, Multiquadratic Equation Of Topography And Other Irregular Surface, Journal Of Geophysical Research, Vol.76, No8
- HARDY R.L., 1990, Theory and Applications of the Multiquadric-Biharmonic Method, Computers Math. Applic. Vol. 19, No. 8/9, pp.163-208, Great Britain
- HEISKANEN W., MORITZ H., 1984, Fiziksel Jeodezi, KTÜ Matbaası, 491 sf., Çeviren : GÜRKAN O., Trabzon
- ISAAKS, E.H., SRIVASTAVA, R.M., 1989. An Introduction to Applied Geostatistics, Oxford University Press, 561 sf., Oxford
- İNAL C., 1998, Jeodezik Hesap-2, S.Ü.Müh.Mim.Fak., Yayın no:42, Konya
- İNAL C., TURGUT B., YİĞİT C.Ö., 2003, Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Selcuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliğinde 30. yıl Sempozyumu Bildiriler Kitabı, 97-106, Konya
- İNAL,C., 1996, Yerel Jeoit Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yüksekliklerin Belirlenmesi,S.Ü Müh.Mim.Fak. Dergisi,11.Cilt,2.Sayı,S.15-21,Konya
- JEKELI C., 2000, Heights, the Geopotential, and Vertical Datums, Technical Report, Report No. 459, sf.34, Geodetic Science and Surveying Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, The Ohio State University, Columbus
- KARTAL A., 2001, GPS ile Yükseklik Belirlemede İnterpolasyon Yöntemlerine Ait Bir Uygulama, YTÜD, sayı:2001-1, sf.27-41, İstanbul
- KING R., MASTER E.G., RIZOS C.,STOLZS A., COOLINS J., 1985, Surveying with Global Positioning System, Bonn
- LEBERL, F., Interpolation in a Square Grid DTM, 1973, ITC Journal, 1973-75

- LEHMANN R., 2000, Altimetry-Gravimetry Problems With Free Vertical Datum, Journal of Geodesy, Vol 74, sf. 327-334, Springer Verlag
- MARTENSSON,S.G.,2002, Height Determination By GPS-Accuracy with Respect to Different Geoid Models in Sweden, FIG XXII International Congress, Washington,D.C. USA
- MORITZ H., 1974, Yeni dengeleme ve Prediksiyon Yöntemleri (I), Harita ve Kadastro Mühendisliği, Sayı 31-32, Sf. 701-709, Çeviren: ULSOY E., Ankara
- ÖZTÜRK E., ŞERBETÇİ M., 1992, Dengeleme Hesabı III, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Genel Yayın No 144, Fakülre Yayın No 40, Trabzon
- PARDO-IGUZQUIZA, 1999, VARFIT: a fortran-77 program for fitting variogram models by weighted least squares, Computers & Geosciences 25, 251-261,
- PARDO-IGUZQUIZA,E.DOWD, P., 2001, Variance–Covariance Matrix of the Experimental Variogram: Assessing Variogram Uncertainty, Mathematical Geology, Vol. 33, No:4, 397-419
- ŞANLIOĞLU İ., CEYLAN A., İNAL C., ÇORUMLUOĞLU Ö., KALAYCI İ., 2002, Konya Bölgesi için GPS ile Elde Edilen Elipsoidal Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Hesaplanması, S.Ü. Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği 30.Yıl Sempozyumu, sf. 210-217 , Konya
- TERCAN, A. E., 1997, Temel Jeoistatistik, Yiğitbaş-Lafarge için Hazırlanmış Döküman, Hacettepe Üniversitesi, Ankara
- TURGUT, B., 1996, Fiziksel Jeodezi Ders Notları(yayınlanmadı), Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Konya.
- TUŞAT E., 2000, GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması, Yüksek Lisans Tezi, S.Ü. F.B.E.,Konya

- ULUĞTEKİN, N., 1994, Sayısallaştırılmış Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükseltilmesi, İTÜ Dergisi, Cilt 52, Sayı1-2, İstanbul
- ÜSTÜN A., 2001, GPS Nivelmanı Yardımıyla Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesine Yönelik Jeoit Belirleme Yöntemleri, Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi, sf.62-82, İstanbul
- ÜSTÜN A., 2002, Bölgesel ve Global Yükseklik Sistemlerinin oluşturulmasında GPS'in Katkısı Üzerine Bir İnceleme:Antalya-Samsun Mareograf İstasyonları Arasında GPS Nivelmanı Örneği, Doktora Tezi, YTÜ FBE, İstanbul
- YANALAK, M., 2002, Yön ve Ters Uzaklık Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon, Harita Dergisi, sayı127, 55, Ocak, Ankara
- YANAR, R., 1999, Yeni Teknolojiler Işığında Yükseklik Sistemleri Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul
- YILDIRIM A., 2000, Modelling Difference Between Gravimetric and GPS/Levelling Geoids, Yüksek Lisans Tezi, Middle East Technical University, Ankara
- ZHAN-JI.Y., 1998, Precise Determination Of Local Geoid And Its Geophysical Interpretation, Doktora Tezi, Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong

İNTERNET KAYNAKLARI

URL1 : <http://jeff-lab.queensu.ca/stat/sas/sasman/sashtml/stat/chap34/sect12.htm>

EKLER

Ek-1 Test Bölgelerine Ait Konum. Yükseklik Bilgileri ve Şekiller

Ek-2 Teorik Variogram Modellerine Ait Grafikler



EK-1 Test Bölgelerine Ait Konum, Yükseklik Bilgileri ve Şekiller

Çizelge Ek 1.1 Test bölgesi 1'e ait konum ve yükseklik bilgileri

N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
101	487602.084	4409018.480	1137.745	1104.655	33.090
102	473013.288	4404130.034	1296.262	1263.008	33.254
103	488996.945	4401826.475	1208.371	1175.170	33.201
104	488969.136	4383572.916	1132.480	1099.620	32.860
105	488927.454	4382887.954	1152.421	1119.529	32.892
106	483433.432	4383135.907	1089.408	1056.456	32.952
107	483337.516	4383635.451	1082.539	1049.516	33.023
108	483253.135	4384154.291	1071.632	1038.660	32.972
109	483375.620	4384737.162	1065.499	1032.522	32.977
110	480632.447	4384749.841	1058.041	1025.009	33.032
111	479927.067	4384729.661	1060.797	1027.793	33.004
112	479323.131	4384696.471	1089.027	1055.995	33.032
113	478635.182	4384818.819	1034.877	1001.838	33.039
114	478102.452	4384744.579	1032.374	999.315	33.059
115	477418.883	4384671.379	1043.318	1010.259	33.059
116	476750.504	4384579.467	1073.788	1040.743	33.045
117	476705.928	4385310.215	1056.678	1023.620	33.058
118	476691.444	4386021.782	1054.459	1021.400	33.059
119	476534.021	4386875.700	1071.456	1038.364	33.092
120	476522.489	4387138.168	1070.813	1037.709	33.104
121	476540.366	4387824.172	1073.520	1040.433	33.087
122	476723.444	4388363.029	1084.206	1051.109	33.097
123	476607.960	4388981.817	1087.698	1054.596	33.102
124	476519.477	4389776.249	1113.609	1080.507	33.102
125	476574.049	4390504.599	1110.994	1077.916	33.078
126	476486.163	4391237.239	1092.828	1059.696	33.132
127	476538.245	4392003.186	1133.058	1099.969	33.089
128	476743.221	4392467.729	1138.073	1105.002	33.071
129	476586.837	4393041.171	1145.037	1111.999	33.038
130	476701.332	4393878.251	1129.790	1096.729	33.061
131	476630.721	4394235.923	1129.675	1096.627	33.048
132	476616.286	4394690.061	1119.953	1086.894	33.059
133	476673.020	4395095.983	1091.857	1058.770	33.087
134	476644.088	4395705.868	1045.056	1011.953	33.103
135	476725.867	4396383.413	1050.420	1017.303	33.117
136	476713.017	4396946.637	1077.550	1044.427	33.123
137	476566.258	4397763.842	1087.244	1054.139	33.105
138	476377.118	4398473.228	1056.206	1023.027	33.179
139	476474.695	4399225.713	1048.679	1015.565	33.114
140	476605.962	4399734.375	1064.776	1031.629	33.147
141	475976.563	4399804.386	1062.412	1029.253	33.159

Çizelge Ek 1.1 Test bölgesi 1'e ait konum ve yükseklik bilgileri (Devamı)

N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
142	475387.339	4399854.005	1080.820	1047.660	33.160
143	474816.926	4399741.121	1097.795	1064.606	33.189
144	473938.971	4399819.961	1129.036	1095.840	33.196
145	473424.901	4399882.418	1138.847	1105.615	33.232
146	472872.605	4399680.051	1177.214	1143.977	33.237
147	472480.955	4399536.765	1196.226	1162.986	33.240
148	477232.683	4399877.271	1046.958	1013.826	33.132
149	477805.693	4399778.996	1043.440	1010.320	33.120
150	484023.305	4399950.374	1060.129	1027.008	33.121
151	484148.452	4394373.239	1067.647	1034.591	33.056
152	485363.685	4394301.025	1145.326	1112.250	33.076
153	480592.102	4388876.177	1021.963	988.902	33.061
154	485463.526	4388817.792	1088.984	1055.978	33.006
155	486265.704	4388819.036	1103.745	1070.723	33.022
156	486872.280	4388812.579	1123.879	1090.864	33.015
157	487624.124	4388739.631	1168.604	1135.579	33.025
158	488250.398	4388822.055	1229.154	1196.120	33.034
159	482748.231	4406903.413	1006.854	973.711	33.143
160	483376.654	4405941.664	1029.574	996.424	33.150
161	481960.919	4405848.673	1021.171	988.036	33.135
162	482231.439	4406568.048	1019.336	986.196	33.140
163	480640.329	4404512.118	1012.040	978.912	33.128
164	479286.728	4401928.469	1017.438	984.345	33.093
165	475386.875	4400368.729	1084.522	1051.364	33.158
166	487606.474	4403782.595	1103.525	1070.335	33.190
167	487613.648	4401276.453	1168.844	1135.679	33.165
168	477961.219	4395674.517	1031.392	998.277	33.115
169	479255.931	4395036.282	1028.182	995.113	33.069
170	480531.049	4394978.418	1014.918	981.868	33.050
171	477999.484	4391579.596	1060.096	1027.024	33.072
172	484815.900	4391640.461	1094.347	1061.288	33.059
173	479209.895	4389571.840	1028.344	995.271	33.073
174	486167.560	4384871.708	1125.124	1092.124	33.000

Çizelge Ek 1.2 Test bölgesi 2'ye ait konum ve yükseklik bilgileri

N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
201	457350.771	4203118.107	1061.723	1025.790	35.933
202	457523.397	4204563.944	1067.689	1031.760	35.929
203	457667.996	4205898.440	1091.542	1055.592	35.950
204	457744.904	4206634.619	1114.255	1078.244	36.011
205	457866.337	4208316.635	1149.966	1113.904	36.062
206	457613.344	4209960.022	1157.637	1121.525	36.112
207	457590.150	4211525.999	1159.342	1123.160	36.182
208	457593.295	4213115.327	1181.860	1145.632	36.228
209	457574.876	4214503.764	1176.235	1139.988	36.247
210	457511.715	4215089.356	1227.242	1190.970	36.272
211	456911.427	4216820.366	1216.379	1180.052	36.327
212	456691.685	4218980.635	1154.839	1118.445	36.394
213	456272.562	4220411.955	1262.220	1225.747	36.473
214	456211.485	4221192.704	1200.970	1164.463	36.507
215	456171.958	4222220.133	1271.808	1235.279	36.529
216	456021.292	4222936.340	1239.033	1202.465	36.568
217	450424.493	4215912.329	1539.161	1502.409	36.752
218	452112.258	4215687.146	1394.781	1358.163	36.618
219	453093.482	4215451.677	1352.933	1316.388	36.545
220	453868.420	4215363.863	1335.883	1299.378	36.505
221	455135.332	4215253.747	1286.165	1249.740	36.425
222	456260.063	4215164.788	1253.251	1216.883	36.368
223	457276.236	4215413.350	1220.995	1184.667	36.328
224	458151.340	4215615.592	1212.843	1176.550	36.293
225	458469.607	4215342.540	1208.872	1172.616	36.256
226	458693.351	4215286.071	1169.929	1133.678	36.251
227	459352.483	4214903.733	1151.190	1114.982	36.208
228	460137.192	4214505.427	1144.798	1108.640	36.158
229	460642.036	4214160.195	1138.453	1102.324	36.129
230	461348.522	4213729.002	1105.215	1069.131	36.084
231	463103.007	4214147.253	1097.766	1061.744	36.022
232	464016.149	4214476.449	1072.189	1036.182	36.007
233	466084.501	4214003.820	1038.681	1002.738	35.943
234	454491.800	4210558.610	1286.863	1250.694	36.169
235	454339.130	4211668.936	1305.196	1269.001	36.195
236	454860.432	4212406.176	1295.395	1259.159	36.236
237	455670.804	4213083.171	1269.353	1233.121	36.232
238	456403.015	4214012.593	1241.361	1205.096	36.265
239	456586.978	4214308.555	1263.569	1227.271	36.298
240	456587.758	4214527.809	1196.958	1160.647	36.311
241	457290.830	4215297.753	1222.339	1186.002	36.337
242	457701.004	4216603.421	1199.962	1163.549	36.413
243	457925.832	4217745.558	1174.704	1138.289	36.415

Çizelge Ek 1.2 Test bölgesi 2'ye ait konum ve yükseklik bilgileri (Devamı)

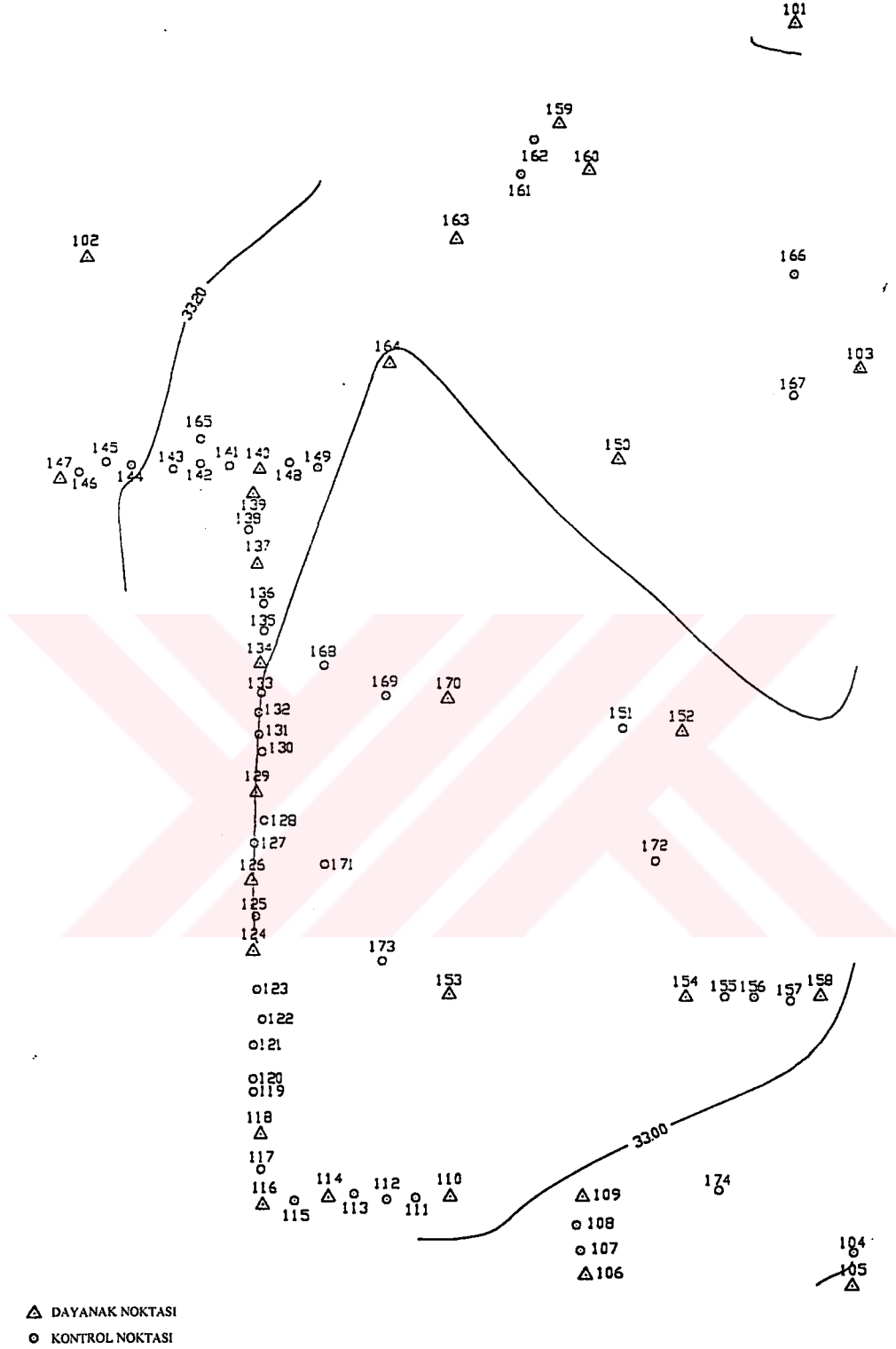
N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
244	458297.564	4218800.618	1128.519	1092.096	36.423
245	458747.438	4219900.750	1132.001	1095.576	36.425
246	459252.257	4220905.700	1153.407	1116.951	36.456
247	459566.412	4221778.512	1198.482	1161.999	36.483
248	458835.202	4222614.580	1299.081	1262.504	36.577
249	458832.911	4223293.606	1369.451	1332.834	36.617
250	454939.545	4218862.268	1343.385	1306.886	36.499
251	455102.244	4218421.746	1325.916	1289.410	36.506
252	455313.343	4217570.686	1284.056	1247.574	36.482
253	455717.110	4216602.242	1271.493	1235.046	36.447
254	456460.343	4216015.669	1233.734	1197.343	36.391
255	458167.736	4214726.811	1164.977	1128.691	36.286
256	458981.377	4214105.535	1166.578	1130.343	36.235
257	459778.632	4213391.261	1158.754	1122.560	36.194
258	460588.212	4212658.454	1129.083	1092.972	36.111
259	461299.859	4211809.826	1104.834	1068.776	36.058
260	461806.250	4210947.468	1083.457	1047.440	36.017
261	462318.250	4210045.476	1066.350	1030.389	35.961
262	462819.997	4209137.378	1054.957	1019.034	35.923
263	463491.690	4208389.078	1047.059	1011.183	35.876
264	464357.338	4207267.482	1040.284	1004.450	35.834

Çizelge Ek 1.3 Test bölgesi 3'e ait konum ve yükseklik bilgileri

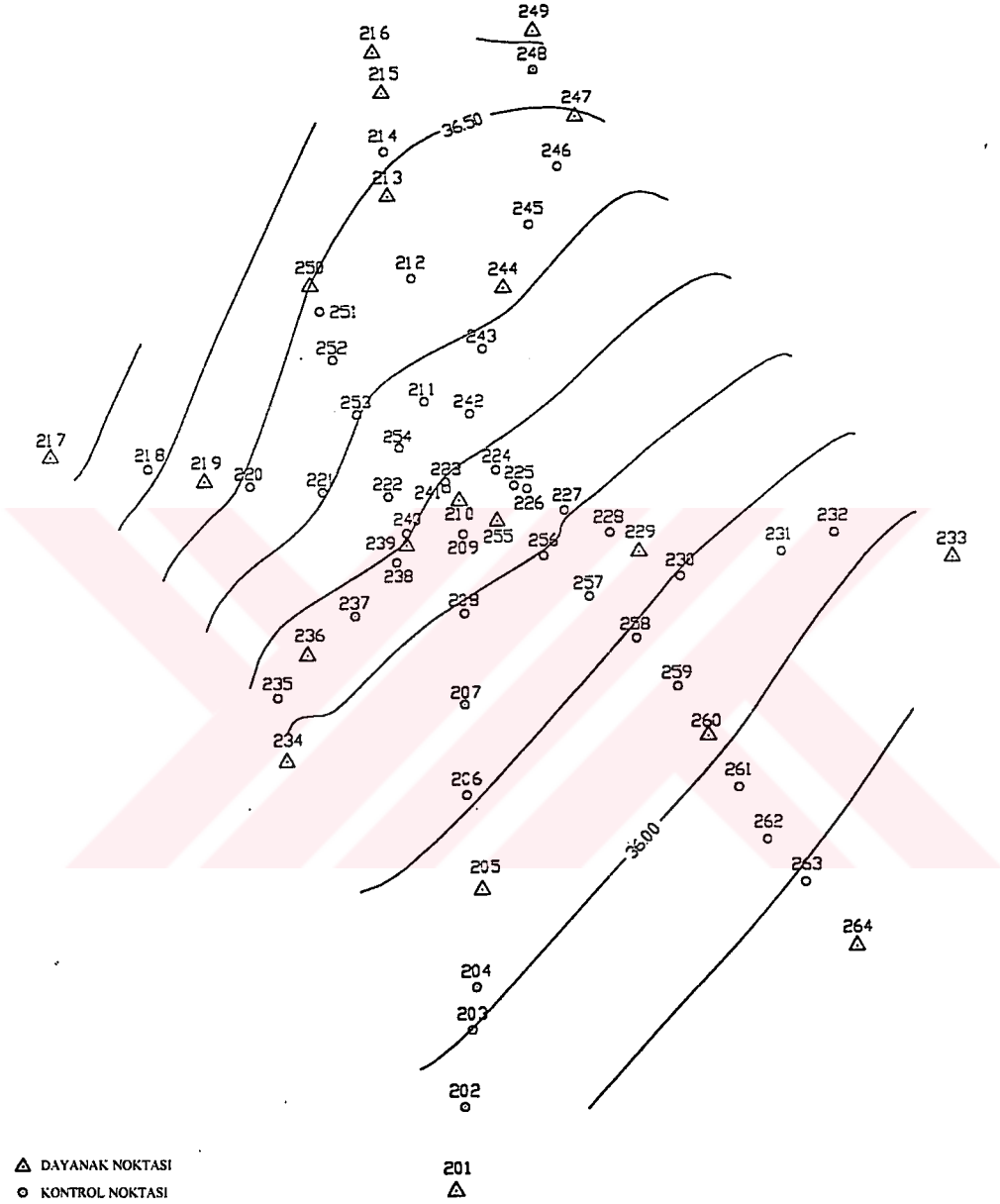
N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
301	472620.545	4433857.054	1054.307	1017.473	36.834
302	481649.750	4432508.206	1023.109	986.201	36.908
303	492281.930	4437589.381	1013.846	976.972	36.874
304	484807.619	4433907.752	1318.927	1282.031	36.896
305	459938.962	4429596.440	831.947	795.212	36.735
306	453073.824	4430964.613	974.745	937.788	36.957
307	455806.971	4431594.183	902.763	865.962	36.801
311	461111.137	4433744.731	858.750	821.976	36.774
313	457254.601	4435693.309	926.318	889.464	36.854
314	460904.293	4437180.947	873.964	837.145	36.819
316	453611.966	4437967.384	1050.604	1013.557	37.047
317	456948.164	4437855.780	950.953	914.004	36.949
319	472751.384	4436386.412	1099.829	1062.978	36.851
320	479004.488	4436407.936	1207.873	1170.897	36.976
321	479001.268	4437113.053	1265.672	1228.683	36.989
322	474156.039	4437071.794	1200.010	1163.112	36.898
323	478975.764	4437832.635	1279.551	1242.547	37.004
324	484666.395	4437813.088	1298.282	1261.351	36.931
326	488872.092	4438478.420	1145.977	1109.017	36.960
327	475555.060	4438560.796	1441.261	1404.324	36.937
328	483258.111	4439228.912	1411.640	1374.656	36.984
329	487031.964	4439110.613	1334.260	1297.275	36.984
331	481906.102	4439876.704	1379.554	1342.584	36.970
332	480430.506	4439948.616	1255.374	1218.441	36.933
336	475239.223	4407377.544	1235.768	1198.951	36.816
337	475345.406	4390489.181	1159.136	1122.451	36.685
338	472613.129	4391959.145	1147.295	1110.518	36.776
339	468139.480	4394671.808	1240.913	1204.018	36.895
341	469636.978	4394790.241	1201.442	1164.596	36.846
342	474628.685	4395493.721	1069.189	1032.517	36.672
343	473353.078	4396891.185	1105.862	1069.083	36.779
344	466619.927	4396841.695	1246.631	1209.697	36.934
346	464036.713	4397536.331	1338.772	1301.787	36.985
349	464809.659	4398315.176	1305.802	1268.814	36.988
350	463635.468	4398859.380	1237.542	1200.503	37.039
353	460913.733	4401102.840	1186.634	1149.733	36.901
356	459308.897	4403895.604	990.503	953.681	36.822
357	456709.393	4404563.936	899.175	862.453	36.722
358	460362.487	4407945.103	992.447	955.594	36.853
359	455455.527	4408511.085	1088.686	1051.958	36.728
360	454584.011	4409296.201	969.811	933.136	36.675
361	459057.211	4412071.081	1143.249	1106.341	36.908
363	457811.789	4412208.797	996.453	959.641	36.812

Çizelge Ek 1.3 Test bölgesi 3'e ait konum ve yükseklik bilgileri (Devamı)

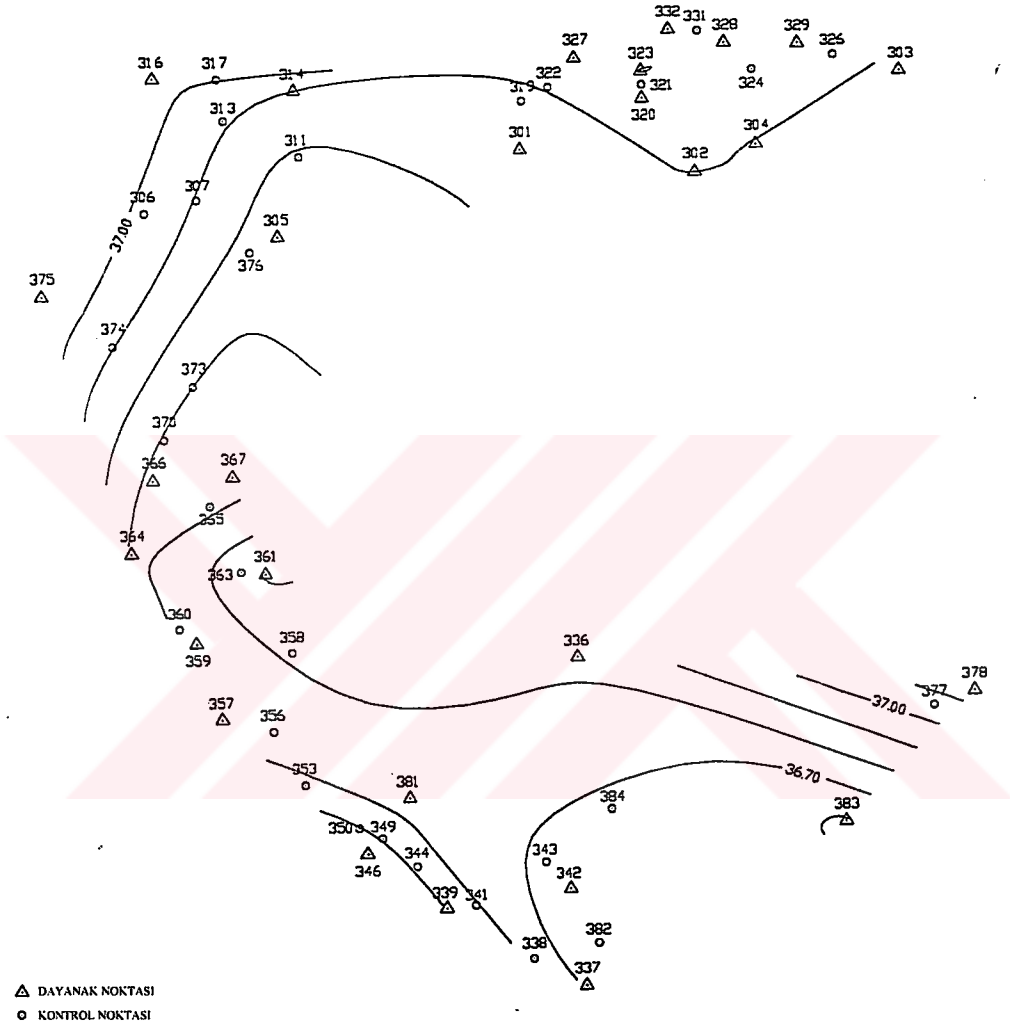
N. No	Y (m)	X (m)	h (m)	H (m)	N=h-H (m)
364	452140.302	4413289.720	801.057	764.371	36.686
365	456271.401	4415677.332	925.276	888.592	36.684
366	453312.158	4417066.968	797.072	760.422	36.650
367	457444.641	4417160.272	897.811	861.171	36.640
370	453917.417	4419158.013	811.569	774.926	36.643
373	455457.875	4421877.691	809.234	772.558	36.676
374	451331.887	4424060.097	1057.376	1020.515	36.861
375	447652.464	4426759.954	1287.174	1250.074	37.100
376	458479.516	4428824.164	845.719	808.916	36.803
377	493562.951	4404434.257	1541.479	1504.407	37.072
378	495602.536	4405138.024	1692.515	1655.366	37.149
381	466306.780	4400330.477	1325.008	1288.257	36.751
382	476029.490	4392689.565	1170.139	1133.421	36.718
383	488886.641	4398588.433	1439.514	1402.922	36.592
384	476830.394	4399525.095	1074.831	1038.111	36.720



Şekil Ek 1.1 Test Bölgesi 1 dayanak ve kontrol noktaları

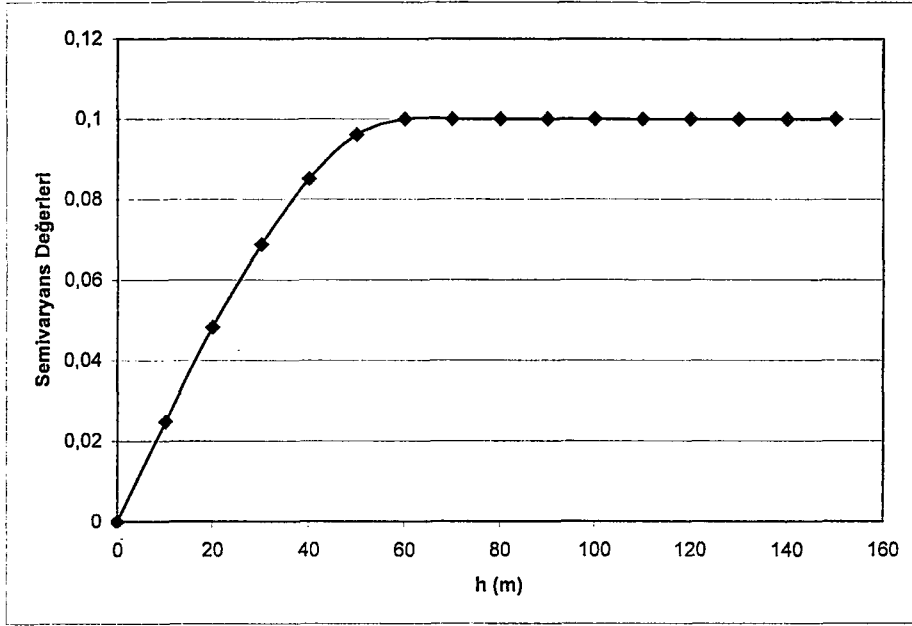


Şekil Ek 1.2 Test Bölgesi 2 dayanak ve kontrol noktaları

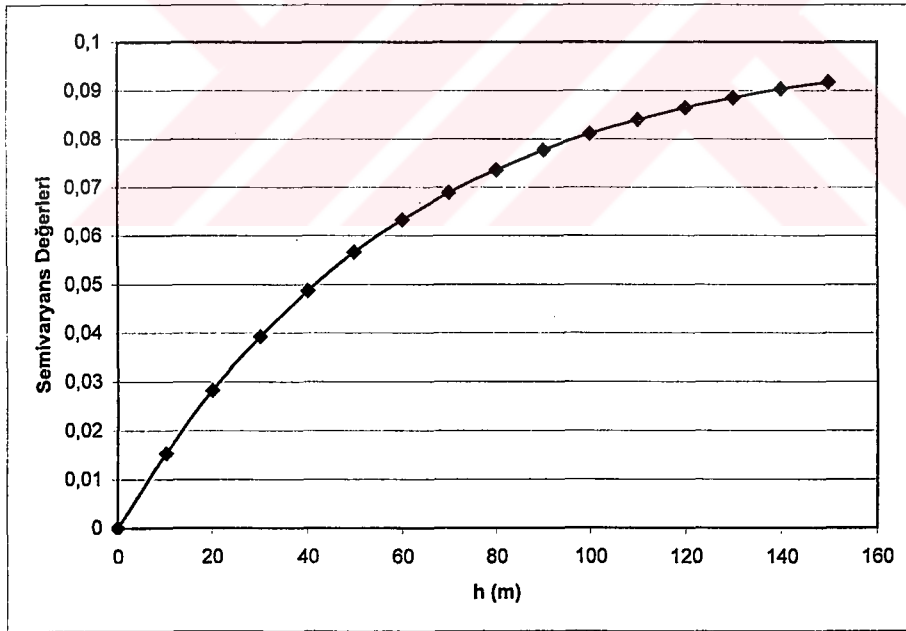


Şekil Ek 1.3 Test Bölgesi 3 dayanak ve kontrol noktaları

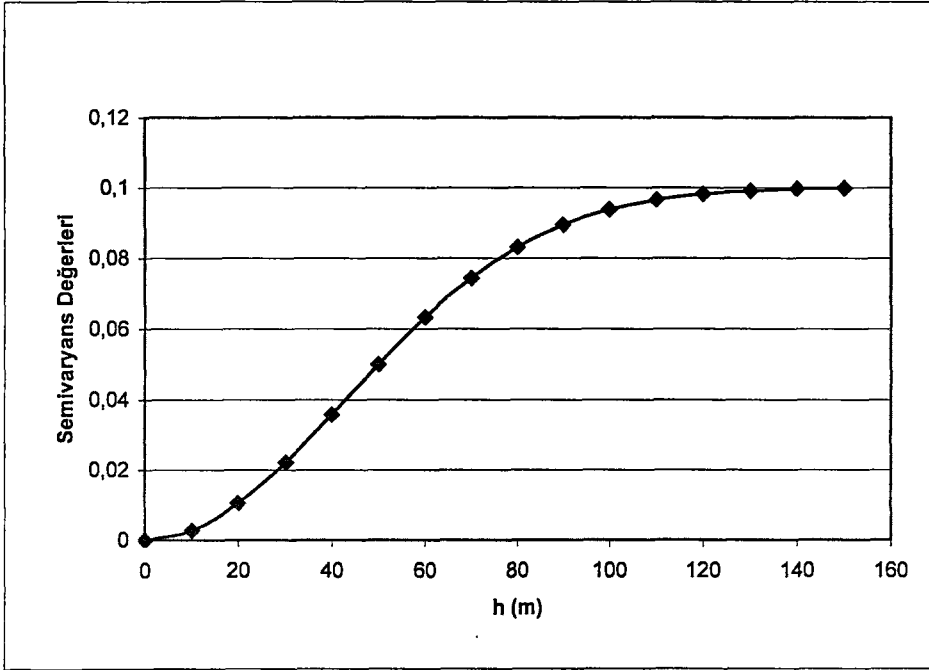
Ek-2 Teorik Variogram Modellerine ait Grafikler



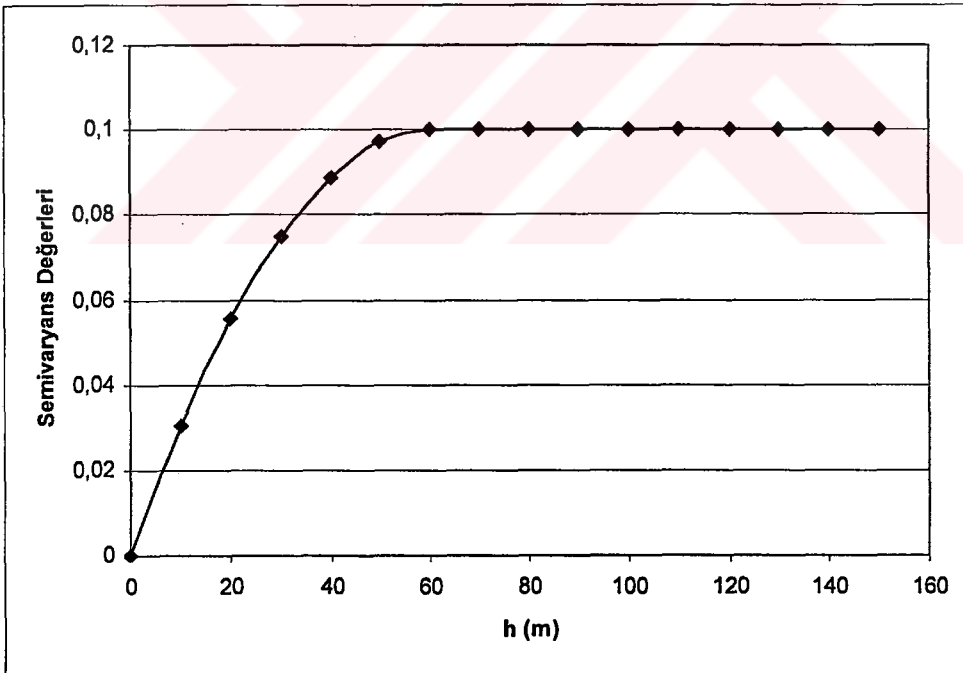
Şekil Ek 2.1 Küresel variogram



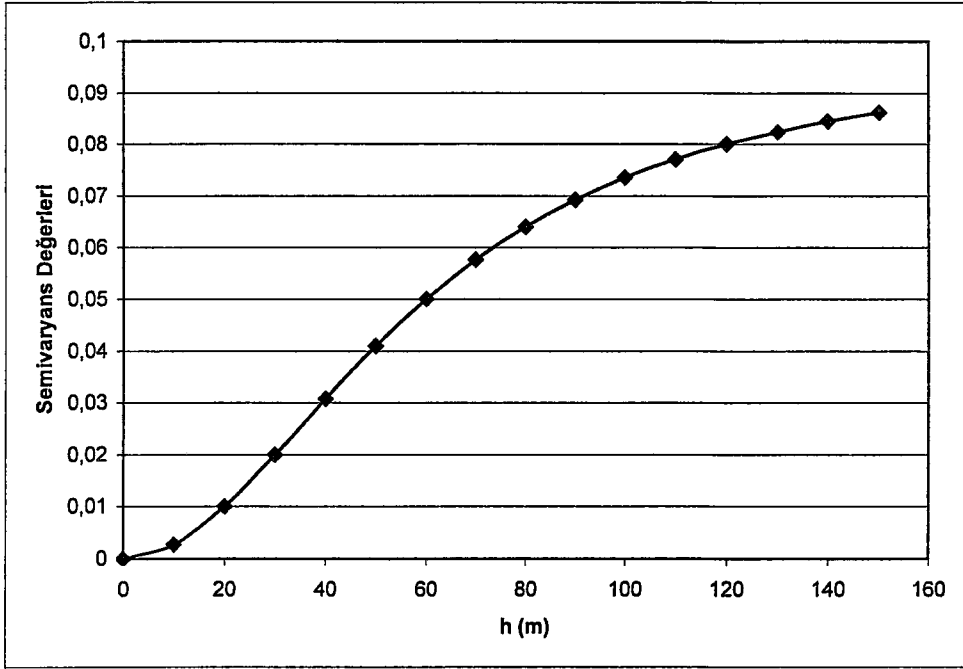
Şekil Ek 2.2 Üssel variogram



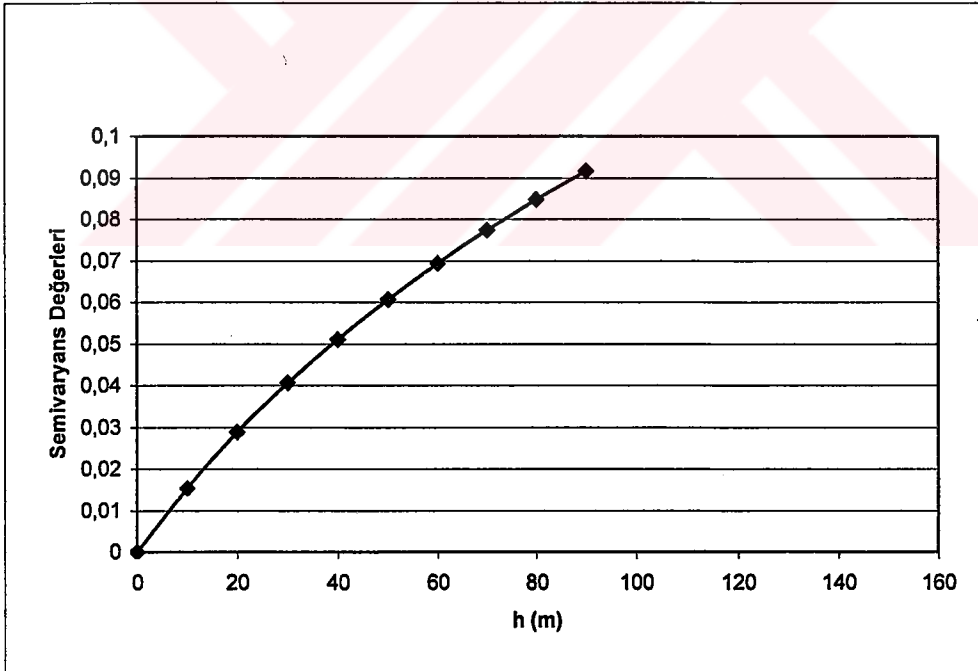
Şekil Ek 2.3 Gaussian variogram



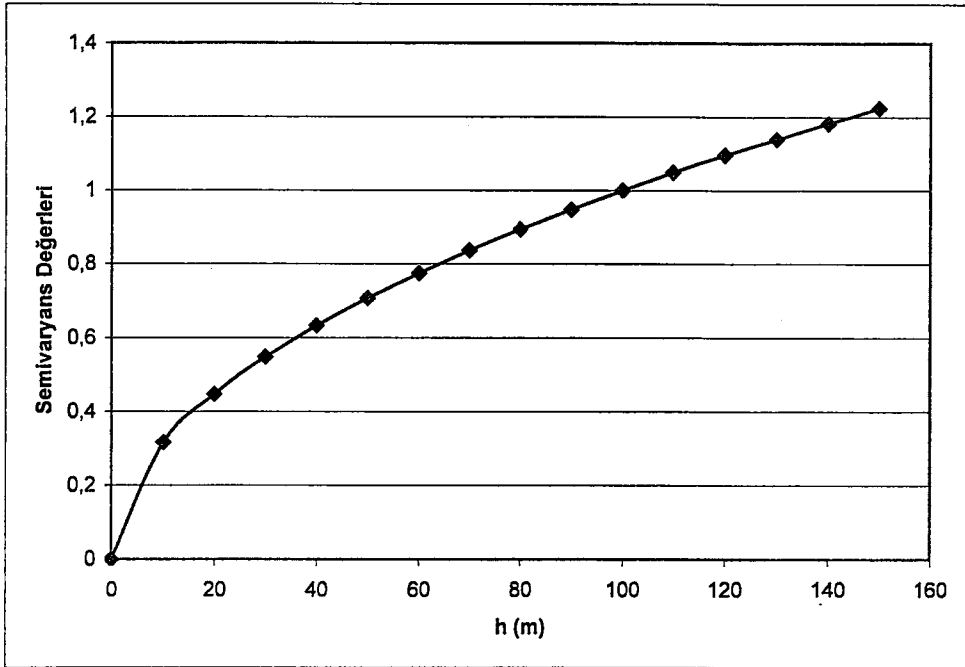
Şekil Ek 2.4 Quadratik variogram



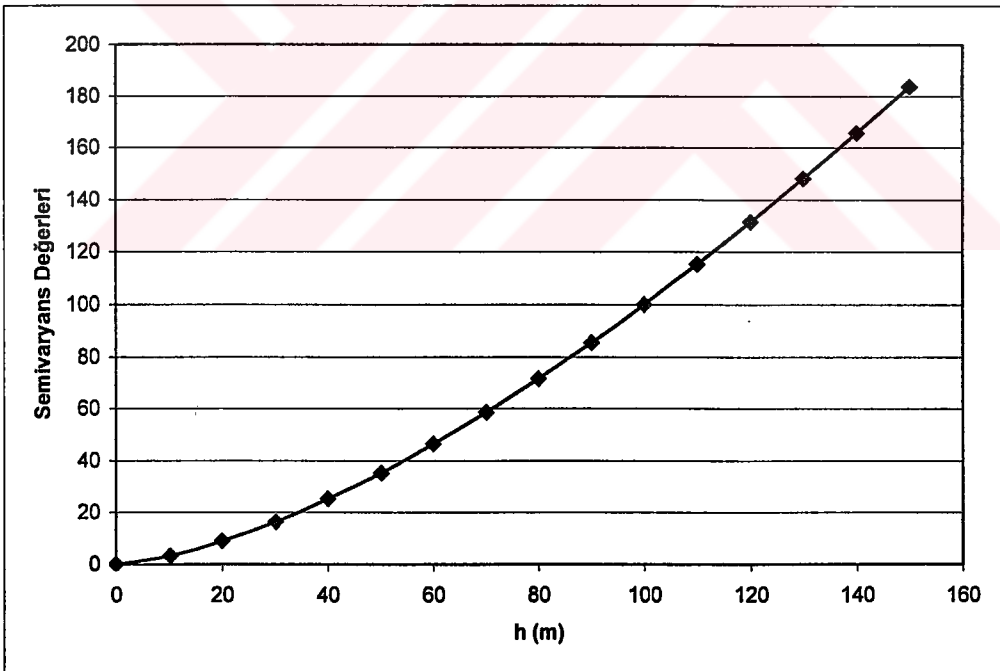
Şekil Ek 2.5 Rational Quadratik variogram



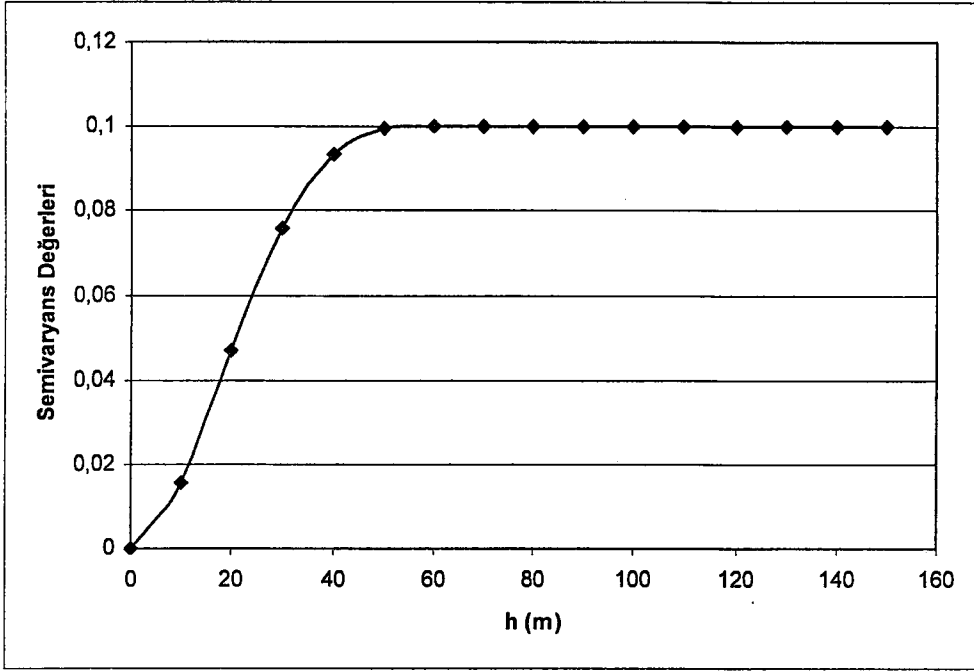
Şekil Ek 2.6 Logaritmik variogram



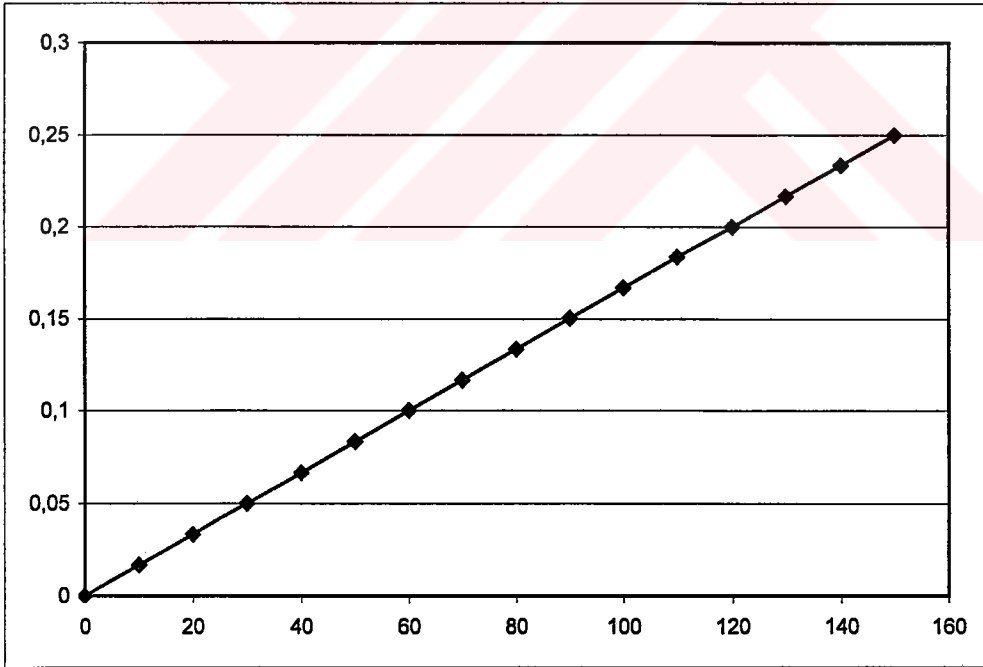
Şekil Ek 2.7 Power ($0 < h < 1$) variogram



Şekil Ek 2.8 Power ($0 < h < 1$) variogram



Şekil Ek 2.9 Kübik ($0 < h < 1$) variogram



Şekil Ek 2.10 Lineer variogram