

**EYLÜL 2019**

**Yüksek Lisans Tezi – Matematik**

**MEHMET NURİ ÇELİK**

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ  
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ROUGH NEUTROSOPHIC KÜMELERDE TOPSIS İÇİN ÇOK  
NİTELİKLİ KARAR VERME METODU VE UYGULAMALARI**

**MATEMATİK  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MEHMET NURİ ÇELİK  
EYLÜL 2019**

**ROUGH NEUTROSOPHIC KÜMELERDE TOPSIS İÇİN ÇOK  
NİTELİKLİ KARAR VERME METODU VE UYGULAMALARI**

**Gaziantep Üniversitesi**

**Matematik**

**Yüksek Lisans Tezi**

**Danışman**

**Doç. Dr. Necati OLGUN**

**Mehmet Nuri ÇELİK**

**Eylül 2019**



©2019 [Mehmet Nuri ÇELİK]

TÜRKİYE CUMHURİYETİ  
GAZİANTEP ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
MATEMATİK ANABİLİM DALI

Tezin Başlığı : Rough Neutrosophic Kümelerde Topsis Karar Verme  
Metodu ve Uygulamaları  
Öğrencinin Adı Soyadı : Mehmet Nuri ÇELİK  
Sınav Tarihi : 13.09.2019

Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

Prof. Dr. Ahmet Necmeddin YAZICI  
Enstitü Müdürü

Bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak gerekli şartları sağladığını onaylarım.

Prof. Dr. Adil KILIÇ  
Enstitü Anabilim Dalı Başkanı

Bu tez tarafımda okunmuş, kapsamı ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Necati OLGUN  
Tez Danışmanı

Bu tez tarafımızca okunmuş, kapsam ve niteliği açısından bir Yüksek Lisans tezi olarak oy birliği ile kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri:

İmzası

Doç. Dr. Necati OLGUN

.....

Dr. Öğr. Üyesi Sabri BİRLİK

.....

Dr. Öğr. Üyesi Ali KARAKUŞ

.....

**İlgili tezin akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek ilgili tezde yer aldığını beyan ederim.**

**Mehmet Nuri ÇELİK**

## **ABSTRACT**

### **ROUGH NEUTROSOPHIC SETS TOPSIS FOR DECISION MAKING METHOD AND APPLICATIONS**

**ÇELİK, Mehmet Nuri**

**M.Sc. in Mathematics**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Necati OLGUN**

**September 2019**

**48 pages**

This thesis consists of neutrosophic sets and rough neutrosophic sets. Topsis decision-making method for multi-criteria decision-making problems on rough neutrosophic sets was examined. Rough neutrosophic sets concepts were given. On the rough neutrosophic sets, accumulated geometric operator, weighted aggregation operator, normalized haming distance , normalized Euclidean distance was examined and the theorems about these concepts are proved. With these defined operators, Topsis method for multi-criteria decision making problems have been examined. Finally, a numerical example has been provided to demonstrate the applicability and effectiveness of the proposed approach.

**Key Words:** Neutrosophic Set, Rough Neutrosophic Set, TOPSIS, Decision- Making  
Method

## ÖZET

### ROUGH NEUTROSOPHIC KÜMELER ÜZERİNDE TOPSIS KARAR VERME METODLARI VE UYGULAMALARI

**ÇELİK, Mehmet Nuri**  
**Yüksek Lisans Tezi , Matematik**  
**Danışman: Doç. Dr. Necati OLGUN**  
**Eylül 2019**  
**48 sayfa**

Bu tezde, neutrosophic kümeler ve rough neutrosophic kümelerle ilgili bilgilere yer verilmiştir. Rough neutrosophic kümeler üzerinde çok kriterli karar verme problemleri için Topsis karar verme metodu incelendi. Rough neutrosophic küme üzerinde birikimli geometrik operatörü, ağırlıklı agregasyon operatörünü, normalleştirilmiş Öklid Uzaklığı , normalleştirilmiş Haming Uzaklığı incelenip ve bu kavramlarla ilgili önermeler ispatlanmıştır. Tanımlanan bu operatörler ile çok kriterli karar verme problemleri için Topsis metodu incelenmiştir. Son olarak, önerilen yaklaşımın uygulanabilirliğini ve etkinliğini göstermek için sayısal bir örnek verilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Neutrosophic Küme, Rough Neutrosophic Küme, TOPSIS,  
Karar-Verme Metodu



*Çok kıymetli aileme...*

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim süresince kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana yol gösteren, desteğini esirgemeyerek en iyi şekilde rehberlik yapan ve tezimde büyük emeği olan Gaziantep Üniversitesi öğretim üyelerinden hocam, tez danışmanım Doç. Dr. Necati OLGUN'a sonsuz şükranlarımı ve saygılarımı sunarım.



## İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ABSTRACT.....	v
ÖZET.....	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER.....	ix
TABLolar LİSTESİ.....	x
SEMBOLLER LİSTESİ.....	xi
KISALTMALAR LİSTESİ.....	xii
BÖLÜM 1: GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2: TEMEL BİLGİLER.....	3
<b>BÖLÜM 3: ROUGH NEUTROSOPHIC KÜMELER</b>	
3.1. Rough Neutrosophic Kümeler.....	9
3.2. Topsis .....	15
3.3. Rough Neutrosophic Ortamda Çok Nitelikli Karar Verme için Topsis Yöntemi.....	18
<b>BÖLÜM 4: UYGULAMALAR.....</b>	<b>30</b>
<b>BÖLÜM 5 : SONUÇ.....</b>	<b>41</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>42</b>

## TABLolar LİSTESİ

	<b>Sayfa</b>
<b>Tablo 3.1</b> Rough neutrosophic karar matrisi	18
<b>Tablo 3.2</b> Dönüştürülmüş rough neutrosophic karar matrisi	19
<b>Tablo 3.3</b> Birleştirilmiş rough neutrosophic karar matrisi	24
<b>Tablo 3.4</b> Ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisi	26
<b>Tablo 4.1</b> Derecelendirme nitelikleri için dil terimleri	32
<b>Tablo 4.2</b> Rough neutrosophic sayılar açısından ifade edilen karar vericilerin önemi	33
<b>Tablo 4.3</b> Adayların rough neutrosophic ve neutrosophic sayıları açısından derecelendirilmesi için dil terimleri	34
<b>Tablo 4.4</b> Üç karar vericinin vermiş olduğu linguist term terimleri açısından alternatiflerin ve niteliklerin değerlendirilmesi	35
<b>Tablo 4.5</b> Birleştirilmiş dönüştürülmüş rough neutrosophic karar matrisi	35
<b>Tablo 4.6</b> Agregasyon ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisi	37
<b>Tablo 4.7</b> Mesafe ölçümü ve bağıl yakınlık katsayısı	40

## SEMBOLLER LİSTESİ

$\mathcal{D}_A(\mathbf{v})$	: NK Doğruluk Üyelik Fonksiyonu
$\mathcal{B}_A(\mathbf{v})$	: NK Belirsizlik Üyelik Fonksiyonu
$\mathcal{Y}_A(\mathbf{v})$	: NK Yanlılık Üyelik Fonksiyonu
$N_{d_p}(A_{NK}, B_{NK})$	: Normalleştirilmiş Haming Uzaklığı
$D_{öklid}(A_{NK}, B_{NK})$	: NK Öklid Uzaklığı
$\delta_{öklid}^{i+}$	: NK Normalleştirilmiş Öklid Uzaklığı
$A_{NK} \subseteq B_{NK}$	: NK Altküme
$\Phi$	: NK Boş Küme
$A_{NK}^c$	: NK Tümlen
$\underline{U}(A_{NK})$	: NK Üst Yaklaşım
$\underline{L}(A_{NK})$	: NK Alt Yaklaşım
$\chi_i^*$	: Bağlı yakınlık katsayısı
<b>PIS</b>	: Negatif İdeal NK Çözümü
<b>NIS</b>	: Pozitif İdeal NK Çözümü
<b>D</b>	: Karar vericiler
<b>E</b>	: Alternatifler
<b>F</b>	: Nitelikler

## KISALTMALAR LİSTESİ

<b>NK</b>	: Neutrosophic Küme
<b>RNK</b>	: Rough Neutrosophic Küme
<b>RNS</b>	: Rough Neutrosophic Sayı
<b>RNWA</b>	: Rough Neutrosophic Agregasyon Operatörü
<b>BGO</b>	: Birikimli Geometrik Operatör

## BÖLÜM 1

### GİRİŞ

Karar verme sürecinde kullanılan yöntemlerden birisi olan TOPSIS, alternatifler arasından en iyi seçimin yapılmasına imkân tanıyan bir tekniktir. TOPSIS 1981 yılında Hwang ve Yoon [1] tarafından geliştirilmiş çok amaçlı karar verme yöntemlerinden birisidir. TOPSIS kelimesi, Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution kelimelerinin baş harflerinden oluşmaktadır. TOPSIS yöntemi kompleks algoritmalar ve karmaşık matematiksel modeller içermeyen oldukça basit bir yöntemdir. Anlaşılmasının kolay olması ve sonuçlarının yorumlanmasında zorlanılmaması nedeniyle hemen hemen birçok alanda TOPSIS tekniğinden faydalanılmaktadır.

Gerçek dünyadaki karar problemlerini çözmek için geliştirilen çok kriterli karar verme (MCDM) yöntemleri arasında, (TOPSIS) tedarik zinciri yönetimi ve lojistik [2, 3, 4, 5], tasarım, mühendislik ve üretim sistemleri [6, 7], işletme ve pazarlama yönetimi [8, 9] sağlık gibi çeşitli uygulama alanlarında , güvenlik ve çevre yönetimi [10, 11], insan kaynakları yönetimi [12, 13, 14], enerji yönetimi [15], kimya mühendisliği [16], su kaynakları yönetimi [17, 18], iki seviyeli programlama problemi [19] , 20], çok düzeyli programlama problemi [21], tıbbi tanı [22], askeri [23], eğitim [24], diğer konular [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31], vs. tatmin edici bir şekilde çalışmaya devam ediyor.

Chen 'e göre [32], gerçek veriler,gerçek yaşam durumlarını modellemek için yetersizdir; çünkü tercihleri içeren insan kararları genellikle belirsizdir. Farklı belirsizlik tipleri ile başa çıkabilmek için çok farklı matematiksel modellemeler kullanılmaktadır. Ancak bu belirsizlikleri içeren kavramları klasik matematik mantığında açıklamak her zaman mümkün değildir. Özellikle doğruluk değeri göreceli ifadelerde bu durumu daha da zorlaştırır. Örneğin “çalışkan öğrenci” ifadesinde bir kesinlik olmadığından klasik matematik yöntemlerinin yetersiz kaldığını düşünen Zadeh [33] tarafından buna bir çözüm olarak bulanık küme

teorisini geliştirmiştir. Bulanık küme, evrensel kümedeki elemanlara  $[0,1]$  aralığında üyelik fonksiyonu atayan bir fonksiyondur.

Smarandache [34] 1998'de üyelik fonksiyonu ve üyelik olmama fonksiyonunun bu kısıtlaması, belirsizlik içeren problemler için modelleme sıkıntısının üstesinden gelmek için neutrosophic küme teorisi adı verilen yeni bir küme teorisi sunmuştur. Daha sonra 2010 yılında Wang ve arkadaşları [35] tarafından neutrosophic kümelerin özel hali olan tek değerli neutrosophic küme teorisi geliştirilmiştir. Bu küme teorisi birbirinden bağımsız  $[0, 1]$  aralığına tanımlı  fonksiyon yardımıyla inşa edilmiştir. Yani yelik fonksiyonu yerine doğruluk fonksiyonu  $\mathcal{D}_A \in [0, 1]$ , üyelik olmama fonksiyonu yerine yanlışlık fonksiyonu  $\mathcal{Y}_A \in [0, 1]$  ve ilave olarak kararsızlık üyelik fonksiyonu  $\mathcal{B}_A \in [0, 1]$  kullanılarak inşa edilmiştir. Buradaki doğruluk üyelik fonksiyonu ve yanlışlık üyelik fonksiyonunun  $[0, 1]$  aralığında birbirinden bağımsız olması, sezgisel bulanık kümeler kullanılarak yapılan modellemelerden daha esnek ve daha gerçekçi olmasını sağlamaktadır. Ayrıca bir konu hakkında bir birey her zaman tam olarak bilgi sahibi olmayabilir. Bu durumda kararsızlık üyelik fonksiyonu  $\mathcal{B}_A \in [0, 1]$  devreye girmektedir ve birçok belirsizlik içeren olayın modellenmesi için oldukça geniş bir yer oluşturmaktadır. Pawlak [36], hatalı, belirsiz veya yetersiz bilgi ile karakterize edilen akıllı sistemlerin araştırılması için rough küme teorisi kavramını önermiştir. Son zamanlarda birçok araştırmacı neutrosophic kümeler[37-49], rough neutrosophic kümeler ve TOPSIS zerine [49-61] çalışmalar yapmışlardır.

Bu tezde ilk olarak, neutrosophic küme, rough neutrosophic kümeler ve TOPSIS ile ilgili literatür bilgilerine yer verilmiştir. İkinci bölümde, neutrosophic küme, rough neutrosophic kümeler ile ilgili bazı temel bilgilere yer verilmiştir. nc bölümünde, karar verme problemi çözmek için rough neutrosophic kümeler üzerinde TOPSİS metodu tanıtılmıştır. Dördüncü bölümünde, bir önceki bölümde verilen metodun uygulanabilirliği açısından bahsedilen üzerinde metot örnekler gösterilmiştir. Tezin son bölümü olan beşinci bölümde ise, bu tezde elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

## BÖLÜM 2

### TEMEL BİLGİLER

#### Tanım 2.1 [34]

$V$  evrensel bir küme  $\forall v \in V, 0^- \leq \sup \mathcal{D}_A(v) \leq \sup \mathcal{B}_A(v) \leq \sup \mathcal{Y}_A(v) \leq 3^+$  olmak üzere,  $\mathcal{D}_A: X \rightarrow ]0^-1^+[$ ,  $\mathcal{B}_A: X \rightarrow ]0^-1^+[$  ve  $\mathcal{Y}_A: X \rightarrow ]0^-1^+[$  fonksiyonları ile  $V$  üzerinde  $A$  bir neutrosophic küme ( $NK$ )

$$A_{NK} = \{ \langle v, \mathcal{D}_A(v), \mathcal{B}_A(v), \mathcal{Y}_A(v) \rangle : v \in V \}$$

ile tanımlanır. Burada  $\mathcal{D}_A(v)$ ,  $\mathcal{B}_A(v)$  ve  $\mathcal{Y}_A(v)$  sırasıyla doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

#### Tanım 2.2 [35]

$V$  evrensel bir küme  $\forall v \in V, 0 \leq \sup \mathcal{D}_A(v) \leq \sup \mathcal{B}_A(v) \leq \sup \mathcal{Y}_A(v) \leq 3$  olmak üzere  $\mathcal{D}_A: V \rightarrow [0,1]$ ,  $\mathcal{B}_A: V \rightarrow [0,1]$  ve  $\mathcal{Y}_A: V \rightarrow [0,1]$  fonksiyonları ile  $V$  üzerinde  $A$  tek değerli neutrosophic küme ( $TDNK$ )

$$A_{NK} = \{ \langle v, \mathcal{D}_A(v), \mathcal{B}_A(v), \mathcal{Y}_A(v) \rangle : v \in V \}$$

ile tanımlanır. Burada  $\mathcal{D}_A(v)$ ,  $\mathcal{B}_A(v)$  ve  $\mathcal{Y}_A(v)$  sırasıyla doğruluk, kararsızlık ve yanlışlık derecesidir.

#### Tanım 2.3 [35]

$A_{NK}$  neutrosophic küme olsun;

$$A_{NK} = \{ \langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V \}.$$

$A_{NK}$  tümleyeni  $A_{NK}^C$  şeklinde gösterilir.  $\forall v \in V$

$$\mathcal{D}_{A_{NK}^C}(v) = \{1\} - \mathcal{D}_{A_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{B}_{A_{NK}}^c(v) = \{1\} - \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{Y}_{A_{NK}}^c(v) = \{1\} - \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v).$$

**Tanım 2.4 [35]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme olsun;

$$A_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

ve

$$B_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

$$\mathcal{D}_{A_{NK}}(v) \leq \mathcal{D}_{B_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{B}_{A_{NK}}(v) \geq \mathcal{B}_{B_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \geq \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v)$$

ise  $\forall v \in V$ ,  $A_{NK}$ ,  $B_{NK}$  nin neutrosophic altkümesi denir ve  $A_{NK} \subseteq B_{NK}$  ile gösterilir.

**Tanım 2.5 [35]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme olsun. İki neutrosophic kümenin eşitliği,

$$A_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

ve

$$B_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}.$$

$$A_{NK} = B_{NK}, \forall v \in V$$

$$\mathcal{D}_{A_{NK}}(v) = \mathcal{D}_{B_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{B}_{A_{NK}}(v) = \mathcal{B}_{B_{NK}}(v),$$

$$\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) = \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v).$$

olarak tanımlanır.

**Tanım 2.6 [35]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme

$$A_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

ve

$$B_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}.$$

olsun. İki neutrosophic kümenin kesişimi;

$$(A_{NK} \cap B_{NK}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle v, \min(\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{D}_{B_{NK}}(v)), \\ \max(\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v)), \\ \max(\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v)) \\ : v \in V \end{array} \right\}$$

olarak tanımlanır.

**Tanım 2.7[35]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme olsun;

$$A_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

ve

$$B_{NK} = \{\langle v, \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \rangle : v \in V\}$$

olsun. İki neutrosophic kümenin birleşimi,

$$(A_{NK} \cup B_{NK}) = \left\{ \begin{array}{l} \langle v, \max(\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{D}_{B_{NK}}(v)), \\ \min(\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v)), \\ \min(\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v)) \\ : v \in V \end{array} \right\}$$

olarak tanımlanır.

**Tanım 2.8 [35]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme

$$A_{NK} = \{ \langle v, \mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \rangle : v \in V \}$$

ve

$$B_{NK} = \{ \langle v, \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \rangle : v \in V \}.$$

olsun. İki neutrosophic kümenin ikili işlemi ;

$$A_{NK} \otimes B_{NK} = \left\langle \begin{array}{c} \mathcal{D}_{A_{NK}}(v) \cdot \mathcal{D}_{B_{NK}}(v), \\ \mathcal{B}_{A_{NK}}(v) + \mathcal{B}_{B_{NK}}(v) - \mathcal{B}_{A_{NK}}(v) \cdot \mathcal{B}_{B_{NK}}(v), \\ \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) + \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) - \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) \cdot \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \end{array} \right\rangle,$$

$\forall v \in V$ .

olarak tanımlanır.

**Tanım 2.9 [60]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme ve  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  olsun;

$$A_{NK} = \left\{ \langle v_1 / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_n) \rangle \right\}$$

ve

$$B_{NK} = \left\{ \langle v_1 / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_n) \rangle \right\}$$

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme arasındaki Hamming uzaklığı [60]

$$d_P(A_{NK}, B_{NK}) = \sum_{i=1}^n \left| \begin{array}{c} |\mathcal{D}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{D}_{B_{NK}}(v)| \\ + |\mathcal{B}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{B}_{B_{NK}}(v)| \\ + |\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v)| \end{array} \right|.$$

şeklinde tanımlanır.

**Tanım 2.10 [60]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme ve  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  olsun;

$$A_{NK} = \left\{ \langle v_1 / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_n) \rangle \right\}$$

ve

$$B_{NK} = \left\{ \langle v_1 / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_n) \rangle \right\}.$$

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme arasındaki Normalleştirilmiş Hamming uzaklığı [60]

ve aşağıdaki iki özellikle birlikte

- i.  $0 \leq d_p(A_{NK}, B_{NK}) \leq 3$
- ii.  $0 \leq N_{d_p}(A_{NK}, B_{NK}) \leq 1$

$$N_{d_p}(A_{NK}, B_{NK}) = \frac{1}{3n} \sum_{i=1}^n \left( \begin{array}{l} |\mathcal{D}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{D}_{B_{NK}}(v)| \\ + |\mathcal{B}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{B}_{B_{NK}}(v)| \\ + |\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v)| \end{array} \right)$$

şeklinde tanımlanır.

### Tanım 2.11 [60]

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme ve  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  olsun;

$$A_{NK} = \left\{ v_1 / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_n) \right\}$$

ve

$$B_{NK} = \left\{ v_1 / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_n) \right\}.$$

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme arasındaki Öklid uzaklığı [60]

$$D_{\text{öklid}}(A_{NK}, B_{NK}) = \left( \sum_{i=1}^n \left( \begin{array}{l} (\mathcal{D}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{D}_{B_{NK}}(v))^2 \\ + (\mathcal{B}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{B}_{B_{NK}}(v))^2 \\ + (\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v))^2 \end{array} \right) \right)^{0,5}$$

şeklinde tanımlanır.

**Tanım 2.12 [60]**

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme ve  $v = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  olsun;

$$A_{NK} = \left\{ v_1 / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{A_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v_n) \right\}$$

ve

$$B_{NK} = \left\{ v_1 / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_1), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_1), \dots, v_n / \mathcal{D}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v_n), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v_n) \right\}$$

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$  iki tane tek değerli neutrosophic küme arasındaki Normalleştirilmiş Öklid uzaklığı [60]

$$D_{\text{öklid}}^N(A_{NK}, B_{NK}) = \frac{1}{3n} \left( \sum_{i=1}^n \left( \begin{array}{l} \left( \mathcal{D}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{D}_{B_{NK}}(v) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{B}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{B}_{B_{NK}}(v) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v) - \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v) \right)^2 \end{array} \right) \right)^{0,5}$$

şeklinde tanımlanır.

## BÖLÜM 3

### 3.1 Rough Neutrosophic Set

Bu bölümde Roughneutrosophic küme teorisini ve onun üzerinde tanımlanan temel özellikleri inceleyeceğiz. Rough küme teorisi [36], iki temel bileşene dayanarak geliştirilmiştir. Bu bileşenler, keskin (crisp) küme ve denklik ilişkisidir. Rough küme mantığı, kümelerin birkaç kümesinin yakınlaştırılmasına dayanır. Bu ikisi, bir kümenin alt yaklaşımı ve üst yaklaşımı olarak bilinir. Burada, alt ve üst yaklaşım operatörleri denklik ilişkisine dayanmaktadır. Rough neutrosophic kümeler [50,51] , Rough bulanık kümelerin [61, 62, 63] ve Rough sezgisel bulanık kümelerin [64] genelleştirilmesidir.

#### Tanım 3.1.1

S'nin boştan farklı bir küme ve  $\rho$ 'nun S üzerinde bir denklik ilişkisi olduğunu varsayalım.S kümesinde  $A_{NK}$ 'nin doğruluk üyelik fonksiyonu  $\mathcal{D}_{A_{NK}}$  , kararsızlık üyelik fonksiyonu  $\mathcal{B}_{A_{NK}}$  ve yanlışlık üyelik fonksiyon  $\mathcal{Y}_{A_{NK}}$  olduğunu varsayalım. $A_{NK}$  nin  $(S, \rho)$  da alt ve üst yaklaşımları sırasıyla  $\underline{L}(A_{NK})$  ve  $\overline{U}(A_{NK})$  olarak tanımlanmıştır.

$$\underline{L}(A_{NK}) = \langle (v, \mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), \mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v)) / s \in [v]_{\rho}, v \in S \rangle,$$

$$\overline{U}(A_{NK}) = \langle (v, \mathcal{D}_{\overline{U}(A_{NK})}(v), \mathcal{B}_{\overline{U}(A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\overline{U}(A_{NK})}(v)) / s \in [v]_{\rho}, v \in S \rangle.$$

Burada

$$\mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \bigwedge_{s \in [v]_{\rho}} \mathcal{D}_{A_{NK}}(s)$$

$$\mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \bigvee_{s \in [v]_{\rho}} \mathcal{B}_{A_{NK}}(s)$$

$$\mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \bigvee_{s \in [v]_{\rho}} \mathcal{Y}_{A_{NK}}(s)$$

$$\mathcal{D}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) = \bigvee_{s \in [v]_{\rho}} \mathcal{D}_{A_{NK}}(s)$$

$$\mathcal{B}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) = \bigwedge_{s \in [v]} \mathcal{B}_{A_{NK}}(s)$$

$$\mathcal{Y}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) = \bigwedge_{s \in [v]} \mathcal{Y}_{A_{NK}}(s).$$

Böylece;

$$0 \leq \mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) + \mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) + \mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) \leq 3$$

$$0 \leq \mathcal{D}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) + \mathcal{B}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) + \mathcal{Y}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) \leq 3.$$

$\wedge$  ve  $\vee$  sembolleri sırasıyla minimum ve maksimumu gösterir.  $S$  kümesinde  $A_{NK}$ 'nin doğruluk üyelik fonksiyonu  $\mathcal{D}_{A_{NK}}(s)$ , kararsızlık üyelik fonksiyonu  $\mathcal{B}_{A_{NK}}(s)$  ve yanlışlık üyelik fonksiyon  $\mathcal{Y}_{A_{NK}}(s)$  ile temsil edilir.  $\underline{L}(A_{NK})$  ve  $\overline{U}(A_{NK})$   $S$  de iki neutrosophic kümedir.

$\underline{L}, \overline{U}: NK(S) \rightarrow NK(S)$  dönüşümü sırasıyla alt ve üst roughneutrosophic yaklaşım operatörlerini temsil eder ve  $(\underline{L}(A_{NK}), \overline{U}(A_{NK}))$  çifti  $(S, \rho)$  da rough neutrosophic küme olarak adlandırılır.

$\underline{L}(A_{NK}) = \overline{U}(A_{NK})$  ise  $\rho$  nun denklik sınıfları üzerinde  $\underline{L}(A_{NK})$  ve  $\overline{U}(A_{NK})$  üyelik değerleri sabittir. Yani  $\forall v \in S$  için

$$\mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \mathcal{D}_{\overline{U}(A_{NK})}(v),$$

$$\mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \mathcal{B}_{\overline{U}(A_{NK})}(v),$$

$$\mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \mathcal{Y}_{\overline{U}(A_{NK})}(v).$$

### Tanım 3.1.2

$N(A_{NK}) = (\underline{L}(A_{NK}), \overline{U}(A_{NK}))$ ,  $(S, \rho)$  da rough neutrosophic küme ise  $N(A_{NK})$  nin tümleyeni de rough neutrosophic kümedir ve  $\sim N(A_{NK}) = (\underline{L}(A_{NK})^c, \overline{U}(A_{NK})^c)$  olarak gösterilir.  $\underline{L}(A_{NK})$  ve  $\overline{U}(A_{NK})$  neutrosophic kümelerin tümleyenleri sırasıyla  $\underline{L}(A_{NK})^c, \overline{U}(A_{NK})^c$  dir ve

$$\underline{L}(A_{NK})^c = \langle \langle v, \mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), 1 - \mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) \rangle / s \in [v]_{\rho}, v \in S \rangle,$$

$$\overline{U}(A_{NK})^c = \langle \langle v, \mathcal{D}_{\overline{U}(A_{NK})}(v), 1 - \mathcal{B}_{\overline{U}(A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\overline{U}(A_{NK})}(v) \rangle / s \in [v]_{\rho}, v \in S \rangle$$

ile gösterilir.

### Tanım 3.1.3

$N(A_{NK})$  ve  $N(B_{NK})$ ,  $S$  de iki rough neutrosophic küme ise aşağıdaki tanımları içerir:

$$N(A_{NK}) = N(B_{NK}) \Leftrightarrow \underline{L}(A_{NK}) = \underline{L}(B_{NK}) \wedge \overline{U}(A_{NK}) = \overline{U}(B_{NK}),$$

$$N(A_{NK}) \subseteq N(B_{NK}) \Leftrightarrow \underline{L}(A_{NK}) \subseteq \underline{L}(B_{NK}) \wedge \overline{U}(A_{NK}) \subseteq \overline{U}(B_{NK}),$$

$$N(A_{NK}) \cup N(B_{NK}) \Leftrightarrow \langle \underline{L}(A_{NK}) \cup \underline{L}(B_{NK}), \overline{U}(A_{NK}) \cup \overline{U}(B_{NK}) \rangle,$$

$$N(A_{NK}) \cap N(B_{NK}) \Leftrightarrow \langle \underline{L}(A_{NK}) \cap \underline{L}(B_{NK}), \overline{U}(A_{NK}) \cap \overline{U}(B_{NK}) \rangle,$$

$$N(A_{NK}) + N(B_{NK}) \Leftrightarrow \langle \underline{L}(A_{NK}) + \underline{L}(B_{NK}), \overline{U}(A_{NK}) + \overline{U}(B_{NK}) \rangle,$$

$$N(A_{NK}) \cdot N(B_{NK}) \Leftrightarrow \langle \underline{L}(A_{NK}) \cdot \underline{L}(B_{NK}), \overline{U}(A_{NK}) \cdot \overline{U}(B_{NK}) \rangle.$$

$\alpha, \beta$  ve  $\gamma$ ,  $(S, \rho)$  da rough neutrosophic küme ise aşağıdaki özellikleri sağlar ve aşağıdaki önermelerin ispatları Tanım 3.1, Tanım 3.2 ve Tanım 3.3 den kolayca yapılabilir.

### Özellik 3.1.1

- i.  $\sim(\sim\alpha) = \alpha$
- ii.  $\alpha \cup \beta = \beta \cup \alpha, \alpha \cap \beta = \beta \cap \alpha$
- iii.  $(\gamma \cup \beta) \cup \alpha = \gamma \cup (\beta \cup \alpha)$   
 $(\gamma \cap \beta) \cap \alpha = \gamma \cap (\beta \cap \alpha),$
- iv.  $(\gamma \cup \beta) \cap \alpha = (\gamma \cap \alpha) \cup (\beta \cap \alpha)$   
 $(\gamma \cap \beta) \cup \alpha = (\gamma \cup \alpha) \cap (\beta \cup \alpha).$

### Özellik 3.1.2

- i.  $\sim(N(A_{NK}) \cup N(B_{NK})) = (\sim N(A_{NK})) \cap (\sim N(B_{NK}))$
- ii.  $\sim(N(A_{NK}) \cap N(B_{NK})) = (\sim N(A_{NK})) \cup (\sim N(B_{NK}))$

**İspat:**

$$\begin{aligned}
\text{i. } (N(A_{NK}) \cup N(B_{NK})) &= \sim (\{\underline{N}(A_{NK}) \cup \underline{N}(B_{NK})\}, \{\overline{N}(A_{NK}) \cup \overline{N}(B_{NK})\}) \\
&= (\sim \{\underline{N}(A_{NK}) \cup \underline{N}(B_{NK})\}, \sim \{\overline{N}(A_{NK}) \cup \overline{N}(B_{NK})\}) \\
&= (\{\underline{N}(A_{NK}) \cup \underline{N}(B_{NK})\}^c, \{\overline{N}(A_{NK}) \cup \overline{N}(B_{NK})\}^c) \\
&= (\sim \{\underline{N}(A_{NK}) \cap \underline{N}(B_{NK})\}, \sim \{\overline{N}(A_{NK}) \cap \overline{N}(B_{NK})\}) \\
&= (\sim N(A_{NK})) \cap (\sim N(B_{NK}))
\end{aligned}$$

ii. i.nin ispatına benzer şekilde yapılabilir.

### Özellik 3.1.3

$A_{NK}$  ve  $B_{NK}$ ,  $U$  evrensel kümesi üzerinde iki tane neutrosophic küme ise  $A_{NK} \subseteq B_{NK}$  olacak şekilde aşağıdaki önermeleri sağlar;

- i.  $N(A_{NK}) \subseteq N(B_{NK})$
- ii.  $N(A_{NK} \cup B_{NK}) \supseteq N(A_{NK}) \cup N(B_{NK})$
- iii.  $N(A_{NK} \cap B_{NK}) \subseteq N(A_{NK}) \cap N(B_{NK})$ .

**İspat:**

$$\begin{aligned}
\text{i. } &\text{İspatı kolayca gösterilebilir.} \\
\text{ii. } \mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK} \cup B_{NK})}(v) &= \inf\{\mathcal{D}_{(A_{NK} \cup B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \inf(\max\{\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{D}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\}) \\
&\geq \max\{\inf\{\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i\}, \inf\{\mathcal{D}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i\}\} \\
&= \max\{\mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{D}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i)\} \\
&= (\mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK})} \cup \mathcal{D}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i) \\
\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK} \cup B_{NK})}(v) &= \max\{\mathcal{B}_{(A_{NK} \cup B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \max(\inf\{\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\}) \\
&\leq \inf\{\max\{\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i\}, \max\{\mathcal{B}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i\}\} \\
&= \inf\{\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{B}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK})} \cup \mathcal{B}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i) \\
\mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK} \cup B_{NK})}(v) &= \max\{\mathcal{Y}_{(A_{NK} \cup B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \max(\inf\{\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\}) \\
&\leq \inf\{\max\{\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i\}, \max\{\mathcal{Y}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i\}\} \\
&= \inf\{\mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{Y}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i)\} \\
&= (\mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK})} \cup \mathcal{Y}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i)
\end{aligned}$$

Buradan;

$$N(A_{NK} \cup B_{NK}) \supseteq N(A_{NK}) \cup N(B_{NK})$$

böylece ispatı tamamlanmış olur.

**iii.**

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK} \cap B_{NK})}(v) &= \max\{\mathcal{D}_{(A_{NK} \cap B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \max(\inf\{\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), \mathcal{D}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\}) \\
&\leq \inf\{\max\{\mathcal{D}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i\}, \max\{\mathcal{D}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i\}\} \\
&= \inf\{\mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{D}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i)\} \\
&= (\mathcal{D}_{\underline{N}(A_{NK})} \cap \mathcal{D}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK} \cap B_{NK})}(v) &= \inf\{\mathcal{B}_{(A_{NK} \cap B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \inf(\max\{\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), \mathcal{B}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\}) \\
&\geq \max\{\inf\{\mathcal{B}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i\}, \inf\{\mathcal{B}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i\}\} \\
&= \max\{\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{B}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i)\} \\
&= (\mathcal{B}_{\underline{N}(A_{NK})} \cap \mathcal{B}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK} \cap B_{NK})}(v) &= \inf\{\mathcal{Y}_{(A_{NK} \cap B_{NK})}(v): v \in S_i\} \\
&= \inf(\inf\{\mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v): v \in S_i\})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\geq \max \{ \inf \{ \mathcal{Y}_{A_{NK}}(v), : v \in S_i \}, \inf \{ \mathcal{Y}_{B_{NK}}(v), : v \in S_i \} \} \\
&= \max \{ \mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK})}(v_i), \mathcal{Y}_{\underline{N}(B_{NK})}(v_i) \} \\
&= (\mathcal{Y}_{\underline{N}(A_{NK})} \cap \mathcal{Y}_{\underline{N}(B_{NK})})(v_i)
\end{aligned}$$

Buradan;

$$N(A_{NK} \cap B_{NK}) \subseteq N(A_{NK}) \cap N(B_{NK})$$

böylece ispatı tamamlanmış olur.

### Özellik 3.1.4

- i.  $\underline{L}(A_{NK}) = \sim \overline{U}(\sim A_{NK})$
- ii.  $\overline{U}(A_{NK}) = \sim \underline{L}(\sim A_{NK})$
- iii.  $\underline{L}(A_{NK}) \subseteq \overline{U}(A_{NK})$ .

**İspat:**

$$i. \quad \underline{L}(A_{NK}) = \langle \langle v, \mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), \mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) \rangle : s \in [v]_\rho, v \in S \rangle,$$

$$\overline{U}(\sim A_{NK}) = \langle \langle v, \mathcal{D}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v), 1 - \mathcal{B}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v) \rangle : s \in [v]_\rho, v \in S \rangle$$

$$\begin{aligned}
\sim \overline{U}(\sim A_{NK}) &= \langle \langle v, \mathcal{D}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v), 1 - (1 - \mathcal{B}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v)), \mathcal{Y}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v) \rangle : s \\
&\in [v]_\rho, v \in S \rangle
\end{aligned}$$

$$= \langle \langle v, \mathcal{D}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v), \mathcal{B}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v), \mathcal{Y}_{\overline{U}(\sim A_{NK})}(v) \rangle : s \in [v]_\rho, v \in S \rangle$$

$$\mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \wedge_{s \in [v]_\rho} \mathcal{D}_{A_{NK}}(s),$$

$$\mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \vee_{s \in [v]_\rho} \mathcal{B}_{A_{NK}}(s),$$

ve

$$\mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \vee_{s \in [v]_\rho} \mathcal{Y}_{A_{NK}}(s)$$

olup bundan dolayı;

$$\underline{L}(A_{NK}) = \sim \overline{U}(\sim A_{NK})$$

dir.

**ii.** ii. nin ispatı i. nin ispatına benzer şekilde yapılabilir.

**iii.**  $\forall z \in \underline{L}(A_{NK})$  için

$$\mathcal{D}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \wedge_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{D}_{A_{NK}}(z) \leq \vee_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{D}_{A_{NK}}(z),$$

$$\mathcal{B}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \vee_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{B}_{A_{NK}}(z) \geq \wedge_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{B}_{A_{NK}}(z)$$

ve

$$\mathcal{Y}_{\underline{L}(A_{NK})}(v) = \vee_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{Y}_{A_{NK}}(z) \geq \wedge_{z \in [v]_{\rho}} \mathcal{Y}_{A_{NK}}(z)$$

olup bundan dolayı;

$$\underline{L}(A_{NK}) \subseteq \overline{U}(A_{NK})$$

dır.

### 3.2 Topsis

TOPSIS, uzlaşma çözümlerinden en iyi alternatifi belirlemek için kullanılır. En iyi uzlaşma çözümü, pozitif ideal çözümden (PIS) en kısa Euclidean mesafesine ve negatif ideal çözümden (NIS) en uzak Euclidean mesafesine sahip olmalıdır. TOPSIS yöntemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Farz edelim ki  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$  alternatifler kümesi,  $F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$  kriterler kümesi ve  $p_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ,  $F_j$  kriterine göre  $E_i$  alternatifinin derecesidir ve  $w_j$ ,  $F_j$  kriterinin  $j$ .inci ağırlığıdır.

TOPSIS yöntemi prosedürü aşağıdaki adımlar kullanılarak sunulmuştur:

#### Adım 1. Normalleştirme Karar Matrisi

Normalleştirilmiş  $[\vartheta]_{ij}^N$  değerinin hesaplanması aşağıdaki gibidir:

Faydalı kriter için

$$\vartheta_{ij} = (\vartheta_{ij} - \vartheta_j^-) / (\vartheta_j^+ - \vartheta_j^-)$$

buradaki

$$\vartheta_j^+ = \max_i(v_{ij})$$

ve

$$\vartheta_j^- = \min_i(v_{ij})$$

ya da kümedeki  $\vartheta_j^+$  istenilen seviye ve  $\vartheta_j^-$  ise en kötü seviyedir.

Maliyet kriteri için

$$\vartheta_{ij} = (\vartheta_j^- - v_{ij}) / (\vartheta_j^- - \vartheta_j^+).$$

### Adım 2. Ağırlaştırılmış Normalleştirilmiş Karar Matrisi

Ağırlaştırılmış Normalleştirilmiş Karar Matrisinde, yükseltilmiş dereceler aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$n_{ij} = w_j \times v_{ij}$$

için ,  $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ . Burada  $w_j, w_j \geq 0$  ve her bir  $j = 1, 2, \dots, n$  için

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

olacak şekilde  $j$ . kriterin ağırlığıdır.

### Adım 3. Pozitif ve Negatif İdeal Çözümler

Pozitif ideal çözüm(PIS) ve negatif ideal çözüm (NIS) aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\begin{aligned} PIS = M^+ &= \langle n_1^+, n_2^+, \dots, n_n^+ \rangle \\ &= \left\langle \left( \max_j n_{ij} : j \in C_1 \right), \left( \min_j n_{ij} : j \in C_2 \right) : j = 1, 2, \dots, n \right\rangle \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} NIS = M^- &= \langle n_1^-, n_2^-, \dots, n_n^- \rangle \\ &= \left\langle \left( \min_j n_{ij} : j \in C_1 \right), \left( \max_j n_{ij} : j \in C_2 \right) : j = 1, 2, \dots, n \right\rangle \end{aligned}$$

$C_1$  ve  $C_2$  sırasıyla faydalı ve maliyet kriterleridir.

#### **Adım 4. PIS ve NIS'den Her Alternatif için Ayırma Ölçümlerinin Hesaplanması**

PIS için ayırma değerleri ve NIS için ayırma değerleri, aşağıdaki gibi  $n$  boyutlu Euclidean mesafesi kullanılarak belirlenebilir:

$$\delta_i^+ = \left\langle \sum_{j=1}^n (n_{ij} - n_j^+)^2 \right\rangle^{0.5} \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

$$\delta_i^- = \left\langle \sum_{j=1}^n (n_{ij} - n_j^-)^2 \right\rangle^{0.5} \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

#### **Adım 5. PIS'e Bağlı Yakınlık Katsayısının Hesaplanması**

$M^+$  ya göre  $E_i$  alternatifleri için bağlı yakınlık katsayısı  $i = 1, 2, \dots, m$  için

$$\chi_i = \frac{\delta_i^-}{(\delta_i^+ + \delta_i^-)}$$

dir. Açık olarak

$$0 \leq \chi_i \leq 1$$

dir. İdeal alternatife olan bağlı yakınlık katsayısına göre,  $\chi_i$ 'nin daha büyük değeri daha iyi bir alternatif  $E_i$  anlamına gelir.

#### **Adım 6. Alternatifleri Sıralamak**

Alternatifleri, PIS'ye bağlı yakınlık katsayılarının azalan sırasına göre sıralayın.

### 3.3 Rough Neutrosophic Ortamda Çok Nitelikli Karar Verme için Topsis

#### Yöntemi

Çok nitelikli bir karar verme probleminin  $m$  alternatifleri ve  $n$  nitelikleri ile karakterize olduğunu varsayalım. Farz edelim ki  $E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$  alternatifler kümesi,  $F = \{F_1, F_2, \dots, F_n\}$  nitelikler kümesi olsun. Karar verici tarafından ölçülen derece,  $E_i$  alternatifinin  $F_j$  niteliğine karşı performansını açıklar.  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  karar vericiler tarafından  $F_1, F_2, \dots, F_n$  nitelikleri için atanan ağırlık vektörleri olduğunu varsayalım. Niteliklere göre çok nitelikli karar verme problemi (MCDM) için alternatiflerle ilişkili değerler, rough neutrosophic karar matrisinde sunulabilir (Tablo 3.1 de görülebilir).

**Tablo 3.1** Rough neutrosophic karar matrisi

$$D = \langle \underline{d}_{ij}, \bar{d}_{ij} \rangle_{m \times n} =$$

	$F_1$	$F_2$	...	$F_n$
$E_1$	$\langle \underline{d}_{11}, \bar{d}_{11} \rangle$	$\langle \underline{d}_{12}, \bar{d}_{12} \rangle$	...	$\langle \underline{d}_{1n}, \bar{d}_{1n} \rangle$
$E_2$	$\langle \underline{d}_{21}, \bar{d}_{21} \rangle$	$\langle \underline{d}_{22}, \bar{d}_{22} \rangle$	...	$\langle \underline{d}_{2n}, \bar{d}_{2n} \rangle$
.	...	...	...	...
.	...	...	...	...
$E_m$	$\langle \underline{d}_{m1}, \bar{d}_{m1} \rangle$	$\langle \underline{d}_{m2}, \bar{d}_{m2} \rangle$	...	$\langle \underline{d}_{mn}, \bar{d}_{mn} \rangle$

Burada  $\langle \underline{d}_{ij}, \bar{d}_{ij} \rangle$   $i$ .inci alternatif ve  $j$ .inci niteliğe göre rough neutrosophic sayısıdır. Karar verme durumunda, alternatiflerin birçok özelliği vardır. Bazıları önemlidir ve diğerleri daha az önemli olabilir. Bu yüzden karar verme durumu için uygun niteliklerin uygun ağırlıkları seçmek önemlidir.

**Tanım 3.3.1 [52]** Birikimli Geometrik Operatör (BGO)

$\langle \underline{L}_{ij}(\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \underline{\mathcal{B}}_{ij}, \underline{\mathcal{Y}}_{ij}), \bar{U}_{ij}(\bar{\mathcal{D}}_{ij}, \bar{\mathcal{B}}_{ij}, \bar{\mathcal{Y}}_{ij}) \rangle$  formunda roughneutrosophic bir sayı varsayalım. Rough neutrosophic sayıyı birikimli geometrik operatörü (BGO) kullanarak tek değerli neutrosophic sayılara (SVNN'lere) dönüştürürüz. Bu operatör aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$N_{ij}\langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle = \langle \underline{L}_{ij}, \overline{U}_{ij} \rangle^{0.5}$$

$$= N_{ij} \left\langle (\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \overline{\mathcal{D}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{B}}_{ij}, \overline{\mathcal{B}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{Y}}_{ij}, \overline{\mathcal{Y}}_{ij})^{0.5} \right\rangle$$

BGO operatörünü [52] kullanarak, her bir niteliğin her bir alternatife göre derecelendirilmesi, MCDM problemi için SVNN'ye dönüştürülür. MCDM problemleri için alternatiflerle ilişkili rough neutrosophic değerler (SVNN olarak dönüştürülmüş) karar matrisinde temsil edilebilir (bkz. Tablo 3.2 ).

**Tablo 3.2** Dönüştürülmüş rough neutrosophic karar matrisi

$$D = \langle d \rangle_{m \times n} = \langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle_{m \times n} =$$

	$F_1$	$F_2$	...	$F_n$
$E_1$	$\langle \mathcal{D}_{11}, \mathcal{B}_{11}, \mathcal{Y}_{11} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{12}, \mathcal{B}_{12}, \mathcal{Y}_{12} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{1n}, \mathcal{B}_{1n}, \mathcal{Y}_{1n} \rangle$
$E_2$	$\langle \mathcal{D}_{21}, \mathcal{B}_{21}, \mathcal{Y}_{21} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{22}, \mathcal{B}_{22}, \mathcal{Y}_{22} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{2n}, \mathcal{B}_{2n}, \mathcal{Y}_{2n} \rangle$
.	...	...	...	...
.	...	...	...	...
$E_m$	$\langle \mathcal{D}_{m1}, \mathcal{B}_{m1}, \mathcal{Y}_{m1} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{m2}, \mathcal{B}_{m2}, \mathcal{Y}_{m2} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{mn}, \mathcal{B}_{mn}, \mathcal{Y}_{mn} \rangle$

$\langle d \rangle_{m \times n} = \langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle_{m \times n}$   $E_i$  alternatifinin  $F_j$  niteliğine göre  $\mathcal{D}_{ij}$ ,  $\mathcal{B}_{ij}$  ve  $\mathcal{Y}_{ij}$ , ( $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ ) sırasıyla doğruluk üyelik değeri, kararsızlık üyelik değeri ve yanlışlık üyelik değerini gösterir.

Her bir alternatifin niteliklerle ilgili derecelendirmeleri, Dezert tarafından önerilen neutrosophic küp [65] ile açıklanabilir. Neutrosophic küpün köşeleri (0, 0, 0), (1, 0, 0), (1, 0, 1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1) ve (0, 1, 1) dir. Neutrosophic küp içindeki kabul derecelendirmeleri üç tip olarak sınıflandırılmıştır:

- i. Son derece kabul edilebilir neutrosophic derecelendirmeler,
- ii. İdare edilebilir neutrosophic derecelendirme,
- iii. Kabul edilemez neutrosophic derecelendirme.

### Tanım 3.3.2 [66]

Karar verme sürecinde,  $\zeta$  neutrosophic küpün alt küpü  $\delta (\delta \subseteq \zeta)$  son derece kabul edilebilir neutrosophic derecelendirmelerin alanını yansıtır ( $\psi$ ).  $\Lambda$  nin tepe noktaları sekiz nokta  $(0.5, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(1, 0, 0.5)$ ,  $(0.5, 0, 0.5)$ ,  $(0.5, 0, 0.5)$ ,  $(1, 0, 0.5)$ ,  $(1, 0.5, 0.5)$  ve  $(0.5, 0.5, 0.5)$  ile tanımlanır.  $V$ , yukarıda belirtilen ortalama doğruluk üyeliği derecesi, ortalama kararsızlık derecesi ve ortalama yanlış üyelik derecesinin altında ile birlikte değerlendirilen çok nitelikli karar verme için tüm alternatiflerin derecelerini içerir. Böylece,  $\psi$  'in karar verme sürecinde büyük bir rolü vardır ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\psi = \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} \right\rangle$$

burada

$$0.5 < (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5} < 1$$

$$0 < (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5} < 0.5$$

ve

$$0 < (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} < 0.5$$

için  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$ .

dir.

### Tanım 3.3.3 [66]

$\Lambda$  kabul edilemez neutrosophic derecelendirmelerin  $\Sigma$  alanı, % 0 üyelik derecesi, % 100 kararsızlık derecesi ve % 100 yanlışlık üyelik derecesi ile karakterize edilen dereceler ile tanımlanır. Dolayısıyla,  $\Lambda$  kabul edilemez derecelendirmelerin kümesi, doğru üyelik değeri sıfır olan tüm derecelendirmelerin kümesi olarak düşünülebilir.

$$\Lambda = \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} \right\rangle$$

burada

$$(\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \overline{\mathcal{D}}_{ij})^{0.5} = 0$$

$$0 < (\underline{\mathcal{B}}_{ij}, \overline{\mathcal{B}}_{ij})^{0.5} < 1$$

ve

$$0 < (\underline{\mathcal{Y}}_{ij}, \overline{\mathcal{Y}}_{ij})^{0.5} < 1$$

için  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$ . dir.

Karar verme durumunda,  $\Lambda$  nin durumu dikkate alınmamalıdır.

### **Tanım 3.3.4 [66]**

Neutrosophic bir küpten son derece kabul edilebilir dereceler ve kabul edilemez dereceler alanından hariç, tolere edilebilir neutrosophic derecelendirme alanı  $\Phi = (\zeta, \cap \neg \delta, \cap \neg \Sigma)$  belirlenmektedir. Karar verme sürecinde  $\Delta$  tolere edilebilir neutrosophic derecelendirme üyelik derecesi dikkate alınmıştır.

$\Delta$  ifadesi ile şu şekilde tanımlanabilir:

$$\Delta = \left\langle (\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \overline{\mathcal{D}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{B}}_{ij}, \overline{\mathcal{B}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{Y}}_{ij}, \overline{\mathcal{Y}}_{ij})^{0.5} \right\rangle$$

burada

$$0 < (\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \overline{\mathcal{D}}_{ij})^{0.5} < 0.5$$

$$0.5 < (\underline{\mathcal{B}}_{ij}, \overline{\mathcal{B}}_{ij})^{0.5} < 1$$

ve

$$0.5 < (\underline{\mathcal{Y}}_{ij}, \overline{\mathcal{Y}}_{ij})^{0.5} < 1$$

için  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$ .

dir.

### Tanım 3.3.5 [67]

$\forall x \in X, N = \langle \mathcal{D}_N(x), \mathcal{B}_N(x), \mathcal{Y}_N(x) \rangle$  ve  $F = \{x/\mu_F(x)/x \in X\}$  için  $f: N \rightarrow F$  dönüşümü ile dönüştürülmüş rough neutrosophic kümelerin bulanıklaştırılması tanımlanabilir. Neutrosophic küp kavramından  $\{x/\langle \mathcal{D}_N(x), \mathcal{B}_N(x), \mathcal{Y}_N(x) \rangle, x \in X\}$  vektörünün temsili bulanık üyelik derecesi  $\mu_F(x) \in [0,1]$  olarak tanımlanır.  $\forall x \in X$  için  $1 - \mathcal{D}_N(x), \mathcal{B}_N(x)$  ve  $\mathcal{Y}_N(x)$  ortalama kareköklerinin belirlenmesiyle elde edilebilir. Bu nedenle denk bulanık üyelik derecesi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\mu_F(x) = \begin{cases} 1 - \left\{ \left\{ (1 - \mathcal{D}_N(x))^2 + (\mathcal{B}_N(x))^2 + (\mathcal{Y}_N(x))^2 \right\} / 3 \right\}^{0.5} & \forall x \in \zeta \cup \Delta \\ 0 & \forall x \in \Lambda. \end{cases} \quad (3.1)$$

Şimdi rough neutrosophic ortam altında TOPSIS yöntemini kullanarak karar verme adımları şu şekilde ifade edilmiştir.

#### Adım 1. Karar Vericilerin Ağırlıklarının Belirlenmesi

Karar verme sürecine katılan bir grup  $k$  karar vericisinin kendi karar ağırlıklarına sahip olduğunu varsayalım. Karar vericilerin bir gruptaki önemi eşit olmayabilir. Her karar vericinin öneminin dilselimsel değişkenlerle ele alındığını ve rough neutrosophic sayılar ile ifade ettiğini varsayalım.

$\langle \underline{N}_k(\underline{\mathcal{D}}_k, \underline{\mathcal{B}}_k, \underline{\mathcal{Y}}_k), \bar{N}_k(\bar{\mathcal{D}}_k, \bar{\mathcal{B}}_k, \bar{\mathcal{Y}}_k) \rangle$   $k$  nıncı karar vericisinin derecelendirilmesi için rough neutrosophic bir sayı olduğunu varsayalım.

BGO operatörünü kullanarak,  $k$ -ıncı karar vericinin derecelendirilmesi için tek değerli neutrosophic sayı olarak  $E_k = \langle \mathcal{D}_k, \mathcal{B}_k, \mathcal{Y}_k \rangle$ 'i elde ederiz. O halde, denklem (3.1) e göre  $k$ -ıncı karar vericinin ağırlığını aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$\varphi_k = \frac{1 - \left\{ \left\{ (1 - \mathcal{D}_k(x))^2 + (\mathcal{B}_k(x))^2 + (\mathcal{Y}_k(x))^2 \right\} / 3 \right\}^{0.5}}{\sum_{k=1}^r \left\{ 1 - \left\{ \left\{ (1 - \mathcal{D}_k(x))^2 + (\mathcal{B}_k(x))^2 + (\mathcal{Y}_k(x))^2 \right\} / 3 \right\}^{0.5} \right\}} \quad (3.2)$$

ve

$$\sum_{k=1}^r \varphi_k = 1.$$

## Adım 2. Karar Vericilerin Değerlendirmelerine Dayanan Rough Neutrosophic

### Karar Matrisinin Oluşturulması

$D^k = \langle \underline{d}_{ij}^{(k)}, \bar{d}_{ij}^{(k)} \rangle_{m \times n}$  k-ıncı karar vericinin rough neutrosophic bir karar matrisi olduğunu varsayalım. (3.2) denklemine göre  $D^k = (d_{ij}^{(k)})_{m \times n}$  rough neutrosophic karar matrisine karşılık gelen tek değerli neutrosophic karar matrisi ve her bir  $\varphi_k \in [0,1]$  olacak şekilde  $\varphi_k = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}^T$  karar vericinin ağırlık vektörü olabilir. Grup karar verme sürecinde, tüm bireysel değerlendirmelerin birleştirilmiş tek değerli neutrosophic karar matrisini oluşturmak için bir grup fikrine toplanması gerekir. Bu birleştirilmiş matris, aşağıdaki gibi roughneutrosophic agregasyon operatörü kullanılarak elde edilebilir:

$D = (d_{ij})_{m \times n}$  burada

$$\begin{aligned} (d_{ij})_{m \times n} &= RNWA_{\varphi}(d_{ij}^{(1)}, d_{ij}^{(2)}, \dots, d_{ij}^{(r)}) \\ &= \varphi_1 d_{ij}^{(1)} \oplus \varphi_2 d_{ij}^{(2)} \oplus \dots \oplus \varphi_r d_{ij}^{(r)} \end{aligned}$$

$$= \left\langle 1 - \prod_{k=1}^r (1 - D_{ij}^{(r)})^{\varphi_k}, \prod_{k=1}^r (\mathcal{B}_{ij}^{(r)})^{\varphi_k}, \prod_{k=1}^r (\mathcal{Y}_{ij}^{(r)})^{\varphi_k} \right\rangle. \quad (3.3)$$

Burada,

$$d_{ij}^{(r)} = \langle \underline{d}_{ij}^{(r)}, \bar{d}_{ij}^{(r)} \rangle^{0.5}$$

dir.

Birleştirilmiş rough neutrosophic karar matrisi şu şekilde tanımlanmıştır.

**Tablo 3.3** Birleştirilmiş rough neutrosophic karar matrisi

$$(d_{ij})_{m \times n} = \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} \right\rangle_{m \times n}$$

	$F_1$	$F_2$	...	$F_n$
$E_1$	$\langle \mathcal{D}_{11}, \mathcal{B}_{11}, \mathcal{Y}_{11} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{12}, \mathcal{B}_{12}, \mathcal{Y}_{12} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{1n}, \mathcal{B}_{1n}, \mathcal{Y}_{1n} \rangle$
$E_2$	$\langle \mathcal{D}_{21}, \mathcal{B}_{21}, \mathcal{Y}_{21} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{22}, \mathcal{B}_{22}, \mathcal{Y}_{22} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{2n}, \mathcal{B}_{2n}, \mathcal{Y}_{2n} \rangle$
.	...	...	...	...
.	...	...	...	...
$E_m$	$\langle \mathcal{D}_{m1}, \mathcal{B}_{m1}, \mathcal{Y}_{m1} \rangle$	$\langle \mathcal{D}_{m2}, \mathcal{B}_{m2}, \mathcal{Y}_{m2} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}_{mn}, \mathcal{B}_{mn}, \mathcal{Y}_{mn} \rangle$

Burada,

$$(d_{ij})_{m \times n} = \langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle = \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} \right\rangle$$

rough neutrosophic karar matrisinin  $D$  birleştirilmiş elemanlarıdır.

### Adım 3. Nitelik Ağırlıklarının Belirlenmesi

Karar verme sürecinde, tüm nitelikler eşit öneme sahip olmayabilir. Dolayısıyla, her karar vericinin nitelik ağırlıkları ile ilgili kendi görüşleri olabilir. Seçilen niteliklerin grup fikrini elde etmek için tüm karar vericilerin fikirlerinin bir araya getirilmesi gerekir.  $\langle \underline{w}_{(k)}^j, \overline{w}_{(k)}^j \rangle$  k-ıncı karar verici tarafından  $F_j$  niteliğine atanan rough neutrosophic sayı olduğunu varsayalım.

$$\begin{aligned} N_{ij} \langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle &= \langle \underline{L}_{ij}, \overline{U}_{ij} \rangle^{0.5} \\ &= N_{ij} \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{Y}_{ij}, \overline{Y}_{ij})^{0.5} \right\rangle \end{aligned}$$

denkleme göre  $w_{(k)}^j$ , k-ıncı karar verici tarafından  $F_j$  niteliğine atanan neutrosophic sayıdır. Daha sonra niteliğin kombine ağırlığı  $W =$

$\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$  rough neutrosophic ağırlıklı agregasyon operatörünü (RNWA) kullanarak belirlenebilir.

$$\begin{aligned} w_j &= RNWA_\varphi(w_j^{(1)}, w_j^{(2)}, \dots, w_j^{(r)}) \\ &= \varphi_1 w_j^{(1)} \oplus \varphi_2 w_j^{(2)} \oplus \dots \oplus \varphi_r w_j^{(r)} \\ &= \left\langle 1 - \prod_{k=1}^r (1 - D_j^{(r)})^{\varphi_k}, \prod_{k=1}^r (\mathcal{B}_j^{(r)})^{\varphi_k}, \prod_{k=1}^r (y_j^{(r)})^{\varphi_k} \right\rangle. \end{aligned}$$

Burada,  $j = 1, 2, \dots, n$  için

$$\varphi_{ij}^{(r)} = \langle \underline{d}_{ij}^{(r)} \cdot \bar{d}_{ij}^{(r)} \rangle$$

ve

$$\begin{aligned} w_j &= \langle D_j^{(r)}, \mathcal{B}_j^{(r)}, y_j^{(r)} \rangle \\ &= \left\langle (\underline{D}_j^{(r)} \cdot \bar{D}_j^{(r)})^{0.5}, (\underline{\mathcal{B}}_j^{(r)} \cdot \bar{\mathcal{B}}_j^{(r)})^{0.5}, (\underline{y}_j^{(r)} \cdot \bar{y}_j^{(r)})^{0.5} \right\rangle \end{aligned}$$

dir.

#### Adım 4. Ağırlıklı Rough Neutrosophic Karar Matrisinin Agregasyonu

Bu bölümde, nitelik ve agregasyon rough neutrosophic karar matrisi ile elde edilen agregasyon (birleştirilmiş) ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisi yapmak için aşağıdaki gibi iki neutrosophic küme arasındaki çarpma özelliği kullanılarak tanımlanabilir:

$$D \otimes W = D^W = \langle d_{ij}^{w_j} \rangle_{m \times n} = \langle \mathcal{D}_{ij}^{w_j}, \mathcal{B}_{ij}^{w_j}, \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} \rangle_{m \times n} =$$

	$F_1$	$F_2$	...	$F_n$
$E_1$	$\langle \mathcal{D}^{w_1}_{11}, \mathcal{B}^{w_1}_{11}, \mathcal{Y}^{w_1}_{11} \rangle$	$\langle \mathcal{D}^{w_2}_{12}, \mathcal{B}^{w_2}_{12}, \mathcal{Y}^{w_2}_{12} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}^{w_n}_{1n}, \mathcal{B}^{w_n}_{1n}, \mathcal{Y}^{w_n}_{1n} \rangle$
$E_2$	$\langle \mathcal{D}^{w_1}_{21}, \mathcal{B}^{w_1}_{21}, \mathcal{Y}^{w_1}_{21} \rangle$	$\langle \mathcal{D}^{w_2}_{22}, \mathcal{B}^{w_2}_{22}, \mathcal{Y}^{w_2}_{22} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}^{w_n}_{2n}, \mathcal{B}^{w_n}_{2n}, \mathcal{Y}^{w_n}_{2n} \rangle$
.	...	...	...	...
.	...	...	...	...
$E_m$	$\langle \mathcal{D}^{w_1}_{m1}, \mathcal{B}^{w_1}_{m1}, \mathcal{Y}^{w_1}_{m1} \rangle$	$\langle \mathcal{D}^{w_2}_{m2}, \mathcal{B}^{w_2}_{m2}, \mathcal{Y}^{w_2}_{m2} \rangle$	...	$\langle \mathcal{D}^{w_n}_{mn}, \mathcal{B}^{w_n}_{mn}, \mathcal{Y}^{w_n}_{mn} \rangle$

**Tablo 3.4** Ağırlıklı Rough Neutrosophic Karar Matrisi

Burada  $d_{ij}^{w_j} = \langle \mathcal{D}^{w_j}_{ij}, \mathcal{B}^{w_j}_{ij}, \mathcal{Y}^{w_j}_{ij} \rangle$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$  için birleştirilmiş ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisinin bir elemanıdır.

#### **Adım 5. Rough Bağlı Pozitif İdeal Çözüm (RRPIS) ve Rough Bağlı Negatif İdeal**

##### **Çözüm ( RRNIS) Belirlenmesi**

Rough neutrosophic karar matrisine aktardıktan sonra,

$$D_N = \langle d_{ij}^{w_j} \rangle_{m \times n} = \langle \mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij} \rangle_{m \times n}$$

tek değerli neutrosophic kümeye üzerinde karar matrisi olduğunu varsayalım ki  $E_i$  ye göre  $L_j$  niteliğini değerlendirmek için  $\mathcal{D}_{ij}$ ,  $\mathcal{B}_{ij}$  ve  $\mathcal{Y}_{ij}$ , sırasıyla doğruluk üyelik derecesi, kararsızlık üyelik derecesi ve yanlışlık üyelik derecesidir.

Pratik durumda, çok nitelikli karar verme problemlerinde iki tip nitelik dikkate alınır; bunlar, fayda tipi niteliği ve maliyet tipi niteliğidir.

### Tanım 3.3.6

$C_1$  ve  $C_2$  sırasıyla, fayda tipi nitelik ve maliyet tipi nitelik olduğunu varsayalım.  $G_N^+$ 'nin bağıl rough neutrosophic pozitif ideal çözüm (RRNPIS) ve  $G_N^-$ 'nin bağıl rough neutrosophic negatif ideal çözüm (RRNNIS) olduğunu varsayalım.

O halde  $G_N^+$  aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$G_N^+ = \langle d_1^{w^+}, d_2^{w^+}, \dots, d_n^{w^+} \rangle$$

burada  $j = 1, 2, \dots, n$  için

$$d_j^{w^+} = \langle \mathcal{D}_j^{w^+}, \mathcal{B}_j^{w^+}, \mathcal{Y}_j^{w^+} \rangle$$

dır.

$$\mathcal{D}_j^{w^+} = \left\{ \left( \max_i \mathcal{D}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \min_i \mathcal{D}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}$$

$$\mathcal{B}_j^{w^+} = \left\{ \left( \min_i \mathcal{B}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \max_i \mathcal{B}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}$$

$$\mathcal{Y}_j^{w^+} = \left\{ \left( \min_i \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \max_i \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}.$$

O halde  $G_N^-$  aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$G_N^- = \langle d_1^{w^-}, d_2^{w^-}, \dots, d_n^{w^-} \rangle$$

burada  $j = 1, 2, \dots, n$  için

$$d_j^{w^-} = \langle \mathcal{D}_j^{w^-}, \mathcal{B}_j^{w^-}, \mathcal{Y}_j^{w^-} \rangle$$

dır.

$$\mathcal{D}_j^{w^-} = \left\{ \left( \min_i \mathcal{D}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \max_i \mathcal{D}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}$$

$$\mathcal{B}_j^{w^-} = \left\{ \left( \max_i \mathcal{B}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \min_i \mathcal{B}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}$$

$$\mathcal{Y}_j^{w^-} = \left\{ \left( \max_i \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} / j \in C_1 \right), \left( \min_i \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} / j \in C_2 \right) \right\}.$$

## Adım 6. RRNPIS ve RRNNIS'den Her Bir Alternatifin Mesafe Ölçümünün

### Belirlenmesi

$RRNPIS\langle d_1^{w^+}, d_2^{w^+}, \dots, d_n^{w^+} \rangle$  'den  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$  için  $\langle \mathcal{D}_{ij}^{w_j}, \mathcal{B}_{ij}^{w_j}, \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} \rangle$  tüm alternatiflerin normalleştirilmiş Öklid uzaklık ölçüsü aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\delta_{\text{öklid}}^{i+}(d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w^+}) = \frac{1}{3n} \left\langle \sum_{j=1}^n \left( \begin{array}{l} \left( \mathcal{D}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{D}_j^{w^+}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{B}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{B}_j^{w^+}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{Y}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{Y}_j^{w^+}(v_j) \right)^2 \end{array} \right) \right\rangle^{0.5}$$

$RRNNIS\langle d_1^{w^-}, d_2^{w^-}, \dots, d_n^{w^-} \rangle$  'den  $i = 1, 2, \dots, m$  ve  $j = 1, 2, \dots, n$  için  $\langle \mathcal{D}_{ij}^{w_j}, \mathcal{B}_{ij}^{w_j}, \mathcal{Y}_{ij}^{w_j} \rangle$  tüm alternatiflerin normalleştirilmiş Öklid uzaklık ölçüsü aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\delta_{\text{öklid}}^{i-}(d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w^-}) = \frac{1}{3n} \left\langle \sum_{j=1}^n \left( \begin{array}{l} \left( \mathcal{D}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{D}_j^{w^-}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{B}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{B}_j^{w^-}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{Y}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{Y}_j^{w^-}(v_j) \right)^2 \end{array} \right) \right\rangle^{0.5}$$

## Adım 7. Rough Neutrosophic Kümeler için Rough Neutrosophic İdeal Çözüm

### Bağıl Yakınlık Katsayısının Belirlenmesi

Neutrosophic pozitif ideal çözüme göre her bir alternatif  $E_i$ 'nin bağlı yakınlık katsayısı:

$$\chi_i^* = \frac{\langle \delta_{\text{öklid}}^{i-} (d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w_j^-}) \rangle}{\langle \delta_{\text{öklid}}^{i-} (d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w_j^-}) + \delta_{\text{öklid}}^{i+} (d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w_j^+}) \rangle}$$

Burada  $0 \leq \chi_i^* \leq 1$ . Bağıl yakınlık katsayı değerlerine göre  $\chi_i^*$  değerleri,  $i = 1, 2, \dots, n$  için daha iyi alternatif  $E_i$ 'yi yansıtır.

### Adım 8. Alternatifleri Sıralamak

Alternatifleri RRNPIS'e bağlı yakınlık katsayılarının azalan sırasına göre sıralayın.

## BÖLÜM 4

### UYGULAMALAR

Tezin bu bölümünde anne-babalar, çocuklarının teşvik görmesini, sevgi dolu bir ortamda eğitilmelerini, arkadaşları olmasını ve iyi bir liseye gitmesini isterler. O nedenle de çocuklarının gideceği okulu özenle seçerler. Anne-babalar için düzenlenen bilgilendirme toplantılarına giderler ve çocuklarının gideceği okulu önceden inceleme şansına sahip oldukları açık kapı günlerine katılırlar. Aileler, okulun senin bu okul benim dolaşım dururlar, okul orkestralarını dinlerler, gofret ve sosis yerler, kimya laboratuvarlarını, matematik sınıflarını gezerler ve tuvaletlerin hijyenik olup olmadığına bakarlar. Komşulara danışır ve internette araştırma yaparlar. Güneydoğu Anadolu Bölgesi'nde 3 il olan Gaziantep ( $E_1$ ), Şanlıurfa ( $E_2$ ) ve Kilis ( $E_3$ ) içinden kendi vizyon ve misyonuna en uygun iyi okulun seçilebilmesi amacıyla bir karar destek modeli önerilmektedir. Bunun için, eğitim kurumunun farklı birimlerinde yönetici olarak görev yapmakta olan altı uzman ile görüşülmüş ve modelde kullanılacak kriterler, literatürde ve sektörle ilgili kaynaklarda yer alan kriterler arasından, bu kişilerin görüş ve onayları doğrultusunda aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

#### **Verim( $F_1$ ):**

Uzmanlarının tanımlamasına göre verim; derslere ve notlara göre sınırlanmamakta olup, tersine, öğrencilerin öğrenme şekillerini kendilerinin organize edebilme, ekip ruhu ile çalışabilme, problemleri kendi başlarına çözebilme yeteneklerini de kapsamaktadır.

#### **Çeşitlilik( $F_2$ ):**

Eğitimde bireysel farklılıklar vardır. Her çocuk bir diğerinden farklıdır. Bazı öğrenci okuduğunu bir defada anlar, bazıları ise tekrar tekrar okuyarak anlamaya çalışır. Öğretmenler ise; bireylerdeki bu farklılığa saygı duyarlar ve öğrencilerinin bu

özelliklerine göre yaklaşırlarsa daha etkin bir sonuç alabilirler. Belirleyici olan, tüm çocukların ilerleme kaydedebilmesidir.

### **İyi bir ders( $F_3$ ):**

Uzmanlarının tanımlamasına göre, bilgilendiren değil, öğrenmeye imkân sağlayan ve destekleyen ders, iyi bir ders anlamına gelmektedir. Bunun için çocukların derse hazırlıklı gelmesi gerekir. Eğer; çocuk derse geldiğinde bugün ne öğreneceğinden haberdar ise; öğrenme eylemi daha kolay ve etkin bir şekilde gerçekleşir.

### **Okul hayatı( $F_4$ ):**

Öğretmenlerin, okul müdürlerinin, öğrencilerin, okul aile birliğinin, öğrencilerin anne-babaların ve görevli personellerin okulda kendilerini iyi hissedecekleri bir imkanlar sunulmalıdır. Böyle bir ortamda verilen eğitimin kalıcılığı daha iyi şekilde görülür. Çocuk, okulu evi; öğretmeni ve arkadaşlarını ailesi gibi görür ve kendini daha iyi hisseder. Bu da; çocuğun başarılı ve istekli olmasını sağlar. Bunda belirleyici olan, binanın ne kadar eski olduğu veya duvarların yeni boyanmış olup olmadığı değildir.

### **Sorumluluk( $F_5$ ):**

Uzmanlarının tanımlamasına göre, sorumluluk bilincinin verilmesine yönelik eğitim, sadece teneffüste top verme türünden küçük görevlerin üstlenilmesini kapsamakla kalmaz, bilakis, iyi okullarda öğrenciler öğrenme şekillerinden de sorumluluk alacak şekilde eğitilirler: "öğrenme ofisinde" veya "araştırma saatinde" kendi hızlarına göre ödevlerini yaparlar; ödevin üstesinden gelmeye kendileri dikkat etmek zorundadır.

### **Okul gelişimi( $F_6$ ):**

İyi bir okul, başkaları istemeden de kendini geliştirmeye çaba harcar. Mesela öğretmenler, elele vererek yeni ders işleyiş ve gerekli olması halinde bunlar için ders materyalleri de geliştirirler. Teknoloji kullanırlar. Zümre toplantıları yaparak; ders nasıl daha verimli geçer diye konuşup, tartışır. Karşılıklı olarak birbirlerinin dersine girerler. Yapmak istedikleri reformlarda okul idaresi tarafından destek görürler; iyi bir öğretmen grubunun arkasında her zaman güçlü bir okul müdürü vardır. Onlardan bir şeyler öğrenmek için daha başka iyi okullarla da ağ kurarlar. Okulları ziyaret edip; fikir alışverişinde bulunurlar.

Önerilen yaklaşıma göre, dikkate alınan problem aşağıdaki adımlar kullanılarak çözülür:

### Adım 1. Karar vericilerin ağırlıklarının belirlenmesi

Üç karar vericinin bir seçim komitesinin önemi kendi statülerine göre farklı olabilir. Bunların karar değerleri dilsel (Tablo 4.1) olarak kabul edilmektedir. (bkz. Tablo 4.1). Her bir karar vericinin dilbilim terimiyle ifade ettiği Tablo 4.2 de gösterilen ilgili rough neutrosophic değerleri ile önemidir. Karar vericilerin ağırlıkları, Denklem (3.2) yardımıyla şöyle belirlenir:

**Tablo 4.1** Derecelendirme nitelikleri için dil terimleri

Dilsel Terim	Rough neutrosophic sayılar	Neutrosophic sayılar
Çok iyi/ Çok önemli(Çİ/ÇÖ)	$\langle(0.85,0.05,0.05), (0.95,0.15,0.15)\rangle$	$\langle0.899,0.087, 0.087\rangle$
İyi/ Önemli(İ/Ö)	$\langle(0.75,0.15,0.10), (0.85,0.25,0.20)\rangle$	$\langle0.798,0.194, 0.141\rangle$
Adil/Orta(A/O)	$\langle(0.45,0.35,0.35), (0.55,0.45,0.55)\rangle$	$\langle0.497,0.397, 0.439\rangle$
Kötü/Önemli değil(K/ÖD)	$\langle(0.25,0.55,0.65), (0.45,0.65,0.75)\rangle$	$\langle0.335,0.598, 0.698\rangle$
Çok kötü/Çok önemsiz (ÇK/ÇÖD)	$\langle(0.05,0.75,0.85), (0.15,0.85,0.95)\rangle$	$\langle0.087,0.798, 0.899\rangle$

**Çok iyi adımı için;**

$$\begin{aligned}
 N_{ij}\langle\mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij}\rangle &= \langle\underline{L}_{ij}, \overline{U}_{ij}\rangle^{0.5} \\
 &= N_{ij}\left\langle(\underline{\mathcal{D}}_{ij}, \overline{\mathcal{D}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{B}}_{ij}, \overline{\mathcal{B}}_{ij})^{0.5}, (\underline{\mathcal{Y}}_{ij}, \overline{\mathcal{Y}}_{ij})^{0.5}\right\rangle \\
 &= N_{ij}\langle(0.85 \times 0.95)^{0.5}, (0.05 \times 0.15)^{0.5}, (0.05 \times 0.15)^{0.5}\rangle \\
 &= \langle0.898, 0.086, 0.086\rangle.
 \end{aligned}$$

**Çok kötü adımı için;**

$$N_{ij}\langle\mathcal{D}_{ij}, \mathcal{B}_{ij}, \mathcal{Y}_{ij}\rangle = \langle\underline{L}_{ij}, \overline{U}_{ij}\rangle^{0.5}$$

$$\begin{aligned}
&= N_{ij} \left\langle (\underline{D}_{ij}, \overline{D}_{ij})^{0.5}, (\underline{B}_{ij}, \overline{B}_{ij})^{0.5}, (\underline{y}_{ij}, \overline{y}_{ij})^{0.5} \right\rangle \\
&= N_{ij} \langle (0.05 \times 0.15)^{0.5}, (0.75 \times 0.85)^{0.5}, (0.85 \times 0.95)^{0.5} \rangle \\
&= \langle 0.087, 0.798, 0.899 \rangle.
\end{aligned}$$

Benzer şekilde diğer adımlarda hesaplanabilir.

$$\varphi_k = \frac{1 - \left\{ (1 - \mathcal{D}_k(x))^2 + (\mathcal{B}_k(x))^2 + (\mathcal{Y}_k(x))^2 \right\} / 3 \right\}^{0.5}}{\sum_{k=1}^r \left\{ 1 - \left\{ (1 - \mathcal{D}_k(x))^2 + (\mathcal{B}_k(x))^2 + (\mathcal{Y}_k(x))^2 \right\} / 3 \right\}^{0.5}}$$

olup

$$\varphi_1 = 0.398,$$

$$\varphi_2 = 0.359$$

ve

$$\varphi_3 = 0.243.$$

Tablo 4.1, Tablo 4.2 ve Tablo 4.3 'de rough neutrosophic sayıyı (RNS) BGO operatörü yardımıyla neutrosophic sayıya (NS) dönüştürüyoruz.

**Tablo 4.2** Rough neutrosophic sayılar açısından ifade edilen karar vericilerin önemi

<b>KV</b>	<b><math>D_1</math></b>	<b><math>D_2</math></b>	<b><math>D_3</math></b>
<b>DT</b>	<b>ÇÖ</b>	<b>Ö</b>	<b>O</b>
<b>RNS</b>	$\langle (0.85, 0.05, 0.05), (0.95, 0.15, 0.15) \rangle$	$\langle (0.75, 0.15, 0.10), (0.85, 0.25, 0.20) \rangle$	$\langle (0.45, 0.35, 0.35), (0.55, 0.45, 0.55) \rangle$
<b>NS</b>	$\langle 0.899, 0.087, 0.087 \rangle$	$\langle 0.798, 0.194, 0.141 \rangle$	$\langle 0.497, 0.397, 0.439 \rangle$

## Adım 2. Karar Vericilerin Değerlendirmelerine Dayanan Birleştirilmiş Rough

### Neutrosophic Karar Matrisinin Oluşturulması

Her bir alternatife göre her bir alternatifi derecelendirmek için RNS'lerle birlikte dilsel terimler Tablo 4.3 'te tanımlanmıştır.

**Tablo 4.3** Adayların rough neutrosophic ve neutrosophic sayıları açısından derecelendirilmesi için dil terimleri

Dilsel terimler	RNSs	NSs
Aşırı iyi/yüksek(Aİ/AY)	$\langle(1.00,0.00,0.00), (1.00,0.00,0.00)\rangle$	$\langle 1.00,0.00, 0.00\rangle$
Çok İyi/yüksek(Çİ/ÇY)	$\langle(0.85,0.05,0.05), (0.95,0.15,0.15)\rangle$	$\langle 0.899,0.087, 0.087\rangle$
İyi/Yüksek(İ/Y)	$\langle(0.75,0.15,0.10), (0.85,0.25,0.20)\rangle$	$\langle 0.798,0.194, 0.141\rangle$
Orta İyi/Yüksek(Oİ/OY)	$\langle(0.55,0.30,0.25), (0.65,0.40,0.35)\rangle$	$\langle 0.598,0.346, 0.296\rangle$
Orta/Adil(O/A)	$\langle(0.45,0.45,0.35), (0.55,0.55,0.55)\rangle$	$\langle 0.497,0.497, 0.439\rangle$
Ortakötü/Ortahukuk(OK/OH)	$\langle(0.3,0.6,0.55), (0.4,0.7,0.6)\rangle$	$\langle 0.346,0.648, 0.598\rangle$
Kötü/Hukuk(K/H)	$\langle(0.15,0.7,0.75), (0.25,0.8,0.85)\rangle$	$\langle 0.194,0.748, 0.798\rangle$
Çok kötü/Düşük(ÇK/ÇD)	$\langle(0.05,0.8,0.85), (0.15,0.9,0.95)\rangle$	$\langle 0.087,0.849, 0.899\rangle$
Çok çok Kötü/Düşük(ÇÇK/ÇÇD)	$\langle(0.05,0.95,0.95), (0.05,0.85,0.95)\rangle$	$\langle 0.05,0.899, 0.950\rangle$

Üç karar vericinin sağladığı her bir  $(F_j)$ ,  $(j = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$  niteliğine göre her bir alternatif  $(E_i)$ , 'nin  $(i = 1, 2, 3)$  değerlendirme değerleri Tablo 4.4 'da listelenmiştir.

**Tablo 4.4** Üç karar vericinin vermiş olduğu linguist term terimleri açısından ve alternatiflerin ve niteliklerin değerlendirilmesi

Alternatifler( $E_i$ )	Karar Vericiler	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
$E_1$	$D_1$	Çİ	İ	İ	İ	İ	Çİ
	$D_2$	Çİ	Çİ	İ	İ	İ	Çİ
	$D_3$	İ	Çİ	İ	İ	İ	Çİ
$E_2$	$D_1$	O	İ	O	İ	İ	O
	$D_2$	İ	Oİ	İ	İ	Oİ	İ
	$D_3$	O	İ	O	Oİ	O	O
$E_3$	$D_1$	O	Çİ	İ	Oİ	Çİ	O
	$D_2$	O	O	İ	İ	O	İ
	$D_3$	İ	O	O	Oİ	İ	Oİ

Daha sonra aggregated neutrosophic karar matrisi, tüm karar verici fikirlerini agregasyon operatörünün yardımı ile birleştirilerek elde edilebilir (denklem 3) (bkz.Tablo 4.5).

**Tablo 4.5** Birleştirilmiş dönüştürülmüş rough neutrosophic karar matrisi

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
$E_1$	$\langle 0.881, 0.106, 0.098 \rangle$	$\langle 0.867, 0.126, 0.111 \rangle$	$\langle 0.798, 0.194, 0.141 \rangle$	$\langle 0.798, 0.194, 0.141 \rangle$	$\langle 0.83, 0.16, 0.125 \rangle$	$\langle 0.88, 0.106, 0.098 \rangle$
$E_2$	$\langle 0.637, 0.307, 0.292 \rangle$	$\langle 0.741, 0.239, 0.184 \rangle$	$\langle 0.637, 0.315, 0.292 \rangle$	$\langle 0.761, 0.223, 0.169 \rangle$	$\langle 0.677, 0.284, 0.242 \rangle$	$\langle 0.637, 0.307, 0.292 \rangle$
$E_3$	$\langle 0.597, 0.334, 0.333 \rangle$	$\langle 0.735, 0.217, 0.231 \rangle$	$\langle 0.748, 0.231, 0.186 \rangle$	$\langle 0.686, 0.281, 0.227 \rangle$	$\langle 0.787, 0.182, 0.175 \rangle$	$\langle 0.755, 0.212, 0.197 \rangle$

### Adım 3. Niteliklerin Ağırlıklarının Belirlenmesi

Tablo 4.1'de gösterilen dil terimleri, her bir niteliği değerlendirmek için kullanılır. Her bir karar verici için her bir niteliğin önemi Tablo 4.4'de gösterilen dil terimleriyle derecelendirilmiştir. Üç karar vericinin görüşlerinin nihai görüşe göre birleştirilmesi gerekir.

Birleştirmeli nitelik ağırlık vektörü

$$\begin{aligned} w_j &= RNWA_{\varphi}(w_j^{(1)}, w_j^{(2)}, \dots, w_j^{(r)}) \\ &= \varphi_1 w_j^{(1)} \oplus \varphi_2 w_j^{(2)} \oplus \dots \oplus \varphi_r w_j^{(r)} \end{aligned}$$

$$= \left\langle \begin{array}{l} 1 - \prod_{k=1}^r (1 - D_j^{(r)})^{\varphi_k}, \\ \prod_{k=1}^r (\mathcal{B}_j^{(r)})^{\varphi_k}, \\ \prod_{k=1}^r (y_j^{(r)})^{\varphi_k} \end{array} \right\rangle$$

denklemine göre belirlenir. Buradan

$$W = \left\{ \langle 0.761, 0.205, 0.195 \rangle, \langle 0.800, 0.181, 0.159 \rangle, \langle 0.737, 0.241, 0.196 \rangle, \right. \\ \left. \langle 0.761, 0.223, 0.169 \rangle, \langle 0.774, 0.203, 0.172 \rangle, \langle 0.804, 0.184, 0.172 \rangle \right\}$$

### Adım 4. Birleştirilmiş(agregasyon) Ağırlıklı Rough Neutrosophic Karar

#### Matrisinin İnşası

$$\begin{aligned} D \otimes W &= D^W \\ &= \langle a_{ij}^{w_j} \rangle_{m \times n} \\ &= \langle \mathcal{D}_{ij}^{w_j}, \mathcal{B}_{ij}^{w_j}, y_{ij}^{w_j} \rangle_{m \times n} \end{aligned}$$

denklemleri kullanılarak ve niteliklerin birleşik ağırlıkları ve alternatiflerin derecelendirmelerinin hesaplanmasıyla, agregasyon ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisi elde edilir (Tablo 4.6'ya bakınız).

**Tablo 4.6** Agregasyon ağırlıklı rough neutrosophic karar matrisi

	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$
$E_1$	$\langle 0.670, 0.289, 0.274 \rangle$	$\langle 0.694, 0.284, 0.252 \rangle$	$\langle 0.588, 0.388, 0.309 \rangle$	$\langle 0.607, 0.374, 0.286 \rangle$	$\langle 0.642, 0.331, 0.303 \rangle$	$\langle 0.708, 0.270, 0.253 \rangle$
$E_2$	$\langle 0.485, 0.449, 0.377 \rangle$	$\langle 0.593, 0.377, 0.344 \rangle$	$\langle 0.469, 0.480, 0.431 \rangle$	$\langle 0.579, 0.396, 0.309 \rangle$	$\langle 0.524, 0.429, 0.372 \rangle$	$\langle 0.512, 0.435, 0.414 \rangle$
$E_3$	$\langle 0.454, 0.471, 0.463 \rangle$	$\langle 0.588, 0.359, 0.353 \rangle$	$\langle 0.551, 0.416, 0.346 \rangle$	$\langle 0.522, 0.441, 0.358 \rangle$	$\langle 0.609, 0.348, 0.317 \rangle$	$\langle 0.607, 0.357, 0.335 \rangle$

#### Adım 5. Rough Neutrosophic Bağlı Pozitif İdeal Çözüm ve Rough Neutrosophic

#### Bağlı Negatif İdeal Çözümün Belirlenmesi

RNRPIIS, agregasyon ağırlıklı karar matrisinden nitelik tipleri temelinde, yani, denklem

$$G_N^+ = \langle d_1^{w^+}, d_2^{w^+}, \dots, d_n^{w^+} \rangle$$

kullanılarak fayda tipi veya maliyet tipi temelinde hesaplanabilir:

$$G_N^+ = \left[ \begin{array}{l} \langle 0.670, 0.289, 0.274 \rangle, \langle 0.694, 0.284, 0.252 \rangle, \langle 0.588, 0.388, 0.309 \rangle, \\ \langle 0.607, 0.374, 0.286 \rangle, \langle 0.642, 0.331, 0.303 \rangle, \langle 0.708, 0.270, 0.253 \rangle \end{array} \right]$$

Burada,

$$d_1^{w^+} = \langle \mathcal{D}_1^{w^+}, \mathcal{B}_1^{w^+}, \mathcal{Y}_1^{w^+} \rangle$$

şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1^{w^+} &= \max[0.670, 0.485, 0.454] \\ &= 0.670 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_1^{w^+} &= \min[0.289, 0.449, 0.471] \\ &= 0.289 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_1^{w^+} &= \min[0.274, 0.377, 0.463] \\ &= 0.274. \end{aligned}$$

Diğer RNRPIs lerde benzer şekilde hesaplanabilir. Denklem

$$G_N^- = \langle d_1^{w^-}, d_2^{w^-}, \dots, d_n^{w^-} \rangle$$

kullanılarak fayda tipi veya maliyet tipi temelinde hesaplanabilir:

$$G_N^- = \left[ \langle 0.454, 0.471, 0.463 \rangle, \langle 0.588, 0.377, 0.353 \rangle, \langle 0.469, 0.480, 0.309 \rangle, \right. \\ \left. \langle 0.522, 0.441, 0.358 \rangle, \langle 0.524, 0.429, 0.372 \rangle, \langle 0.512, 0.435, 0.414 \rangle \right]$$

Burada,

$$d_1^{w^-} = \langle \mathcal{D}_1^{w^-}, \mathcal{B}_1^{w^-}, \mathcal{Y}_1^{w^-} \rangle$$

şu şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_1^{w^-} &= \min[0.670, 0.485, 0.454] \\ &= 0.454 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_1^{w^-} &= \max[0.289, 0.449, 0.471] \\ &= 0.471 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}_1^{w^-} &= \max[0.274, 0.377, 0.463] \\ &= 0.463. \end{aligned}$$

Diğer RRNPIS'lerde benzer şekilde hesaplanır.

#### Adım 6. RRNPIS ve RRNNIS ve Bağlı Yakınlık Katsayısından Her Bir

#### Alternatifin Mesafe Ölçümünün Belirlenmesi

Denklem

$$\delta_{\text{öklid}}^{i+} (d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w^+}) = \frac{1}{3n} \left( \sum_{j=1}^n \left( \begin{array}{l} \left( \mathcal{D}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{D}_{ij}^{w^+}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{B}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{B}_{ij}^{w^+}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{Y}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{Y}_{ij}^{w^+}(v_j) \right)^2 \end{array} \right) \right)^{0.5}$$

ve denklem

$$\delta_{\text{öklid}}^{i-} (d_{ij}^{w_j}, d_{ij}^{w^-}) = \frac{1}{3n} \left( \sum_{j=1}^n \left( \begin{array}{l} \left( \mathcal{D}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{D}_{ij}^{w^-}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{B}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{B}_{ij}^{w^-}(v_j) \right)^2 \\ + \left( \mathcal{Y}_{ij}^{w_j}(v_j) - \mathcal{Y}_{ij}^{w^-}(v_j) \right)^2 \end{array} \right) \right)^{0.5}$$

'de tanımlanan normalleştirilmiş öklid mesafe ölçümleri, RRNPIS ve RRNNIS'den her bir alternatifin mesafelerini belirlemek için kullanılır.

## Adım 7. Rough Neutrosophic Kümeler için Rough Neutrosophic İdeal Çözüm

### Bağlı Yakınlık Katsayısının Belirlenmesi

$$\chi_i^* = \frac{\langle \delta_{\text{öklid}}^{i-} (d_{ij}^{wj}, d_{ij}^{w-}) \rangle}{\langle \delta_{\text{öklid}}^{i-} (d_{ij}^{wj}, d_{ij}^{w-}) + \delta_{\text{öklid}}^{i+} (d_{ij}^{wj}, d_{ij}^{w+}) \rangle}$$

denklemini ve mesafeleri kullanarak,  $E_1$ ,  $E_2$  ve  $E_3$  alternatiflerinin bağlı yakınlık katsayısı, rough neutrosophic pozitif ideal çözüm  $G_N^+$  göre hesaplanır (Tablo 4.7).

**Tablo 4.7** Mesafe ölçümü ve bağlı yakınlık katsayısı

Alternatifler( $E_i$ )	$\delta_{\text{öklid}}^{i+}$	$\delta_{\text{öklid}}^{i-}$	$\chi_i^*$
$E_1$	<b>0.0078</b>	<b>0.1248</b>	<b>0.9411</b>
$E_2$	<b>0.1192</b>	<b>0.0682</b>	<b>0.3639</b>
$E_3$	<b>0.1025</b>	<b>0.0534</b>	<b>0.3425</b>

### Adım 8. Alternatifleri Sıralamak

Her bir alternatifin bağlı yakınlık katsayısı değerlerine göre, üç alternatifin sıralama sırası aşağıdaki şekilde elde edilir, (bakınız Tablo 4.5):

$$E_1 > E_2 > E_3.$$

Böylece;  $E_1$  ilinde bulunan okul en iyi okuldur.

## BÖLÜM 5

### SONUÇ

Bu tezde ilk olarak, neutrosophic kümeler ve rough neutrosophic kümeler ile ilgili kavramlar tanıtılmıştır. Sonra, karar verme sürecinde kullanılan yöntemlerden birisi olan TOPSIS tekniği için rough neutrosophic kümelerin TOPSIS metodu gösterilmiş ve bu kavramlarla ilgili algoritmalar ve bu algoritmalarda kullanılan mesafe ölçüm uzaklıkları incelenmiştir. Daha sonra, rough neutrosophic kümelerin TOPSIS metodu ile çok nitelikli karar verme problemleri için karar verme metotları incelendi ve bu incelenen metotlarla ilgili nümerik örnekler verilmiştir. Rough neutrosophic kümelerin TOPSIS metodu ile çok daha fazla alana uygulanarak belirsizlik içeren birçok problemi çözülebilir. Bilgisayar bilimi, sağlık bilimi, ekonomi problemleri, işletme problemleri ve daha birçok alan örnek gösterilebilir. Bu alanlarda pek çok problemlerin çözümünde kullanılıp, sağlıklı sonuçlara ulaşılmasına yardımcı olur.

## KAYNAKLAR

- [1] C. L. Hwang , K. Yoon.(1981) *Multiple attribute decision making: methods and applications*. Springer, New York.
- [2] C. T. Chen, C. T. Lin, and S. F. Huang. (2006) A Fuzzy Approach for Supplier Evaluation and Selection in Supply Chain Management. *International Journal of Production Economics*. **102**, (289-301)
- [3] C. Kahraman, O. Engin, O. Kabak, and I. Kaya. (2009) Information systems outsourcing decisions using a group decision-making approach. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **22**, 832–841.
- [4] S. K. Patil , R. Kant. (2014) A Fuzzy AHP-TOPSIS frame-work for ranking the solutions of knowledge management adoption in supply chain to overcome its barriers. *Expert System Applications*, **41(2)** 679–693.
- [5] W. P. Wang. (2009) Toward developing agility evaluation of mass customization systems using 2-tuple linguistic computing. *Expert System Applications*, **36**, 3439–3447.
- [6] H. S. Shih. (2008) Incremental analysis for MCDM with an application to group TOPSIS. *European Journal of Operational Research*, **186**, 720–734.
- [7] S. P. Wan, F. Wang, L. L. Lin, and J. Y. Dong. (2015) An intuitionistic fuzzy linear programming method for logistics outsourcing provider selection. *Knowledge Based Systems*, **82**, 80-94.
- [8] E. K. Aydogan. (2011) Performance measurement model for Turkish aviation firms using the rough-AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment. *Expert System Applications*, **38**, 3992–3998.

- [9] Y. Peng, G. Wang, G. Kou, and Y. Shi. (2011) An empirical study of classification algorithm evaluation for financial risk prediction. *Applied Soft Computing*, **11**, 2906–2915.
- [10] R. A. Krohling, V. C. Campanharo. (2011) Fuzzy TOPSIS for group decision making: A case study for accidents with oil spill in the sea. *Expert System with Applications*, **38**, 4190–4197.
- [11] S. P. Sivapirakasam, J. Mathew, and M. Suriana-rayanan. (2011) Multi-attribute decision making for green electrical discharge machining. *Expert System with Applications*, **38**, 8370–8374.
- [12] F. E. Boran, S. Genc, M. Kurt, and D. Akay. (2011) Personnel selection based on intuitionistic fuzzy sets. *Human Factors and Ergonomics in Manufacturing & Service Industries*, **21**, 493–503.
- [13] A. Kelemenis, K. Ergazakis, and D. Askounis. (2011) Support managers' selection using an extension of fuzzy TOPSIS. *Expert System Applications*, **38** 2774–2782.
- [14] X. Sang, X. Liu, and J. Qin. (2015) An analytical solution to fuzzy TOPSIS and its application in personnel selection for knowledge-intensive enterprise. *Applied Soft Computing*, **30**, 190–204.
- [15] T. Kaya, and C. Kahraman. (2011) Multi criteria decision making in energy planning using a modified fuzzy TOPSIS methodology. *Expert System with Applications*, **38**, 6577–6585.
- [16] Y. F. Sun, Z. S. Liang, C. J. Shan, H. Viernstein, and F. Unger. (2011) Comprehensive evaluation of natural antioxidants and antioxidant potentials in *Ziziphus jujube* Mill, Var. *spinosa* (Bunge) Hu ex H. F. Chou fruits based on geographical origin by TOPSIS method. *Food Chemistry*, **124**, 1612–1619.
- [17] A. Afshar, M. A. Marino, M. Saadatpour, and A. Afshar. (2011) Fuzzy TOPSIS multi-criteria decision analysis applied to Karun reservoirs system. *Water Resource Management*, **25(2)**, 545–563.

- [18] J. Dai, J. J. Qi, J. Chi, and B. Chen. (2010) Integrated water re-source security evaluation of Beijing based on GRA and TOPSIS. *Frontiers of Earth Science in China*, **4(3)**, 357–362.
- [19] I. A. Baky and M. A. Abo-Sinna. (2013) TOPSIS for bi-level MODM problems. *Applied Mathematical Modelling*, **37(3)**, 1004–1015.
- [20] P. P. Dey, S. Pramanik, and B. C. Giri. (2014) TOPSIS approach to linear fractional bi-level MODM problem based on fuzzy goal programming. *Journal of Industrial and Engineering International*, **10(4)**, 173-184.
- [21] S. Pramanik, D. Banerjee, and B. C. Giri. (2016) TOPSIS approach to chance constrained multi-objective multilevel quadratic programming problem. *Global Journal of Engineering Science and Research Management*, DOI:10.5281/zenodo.55308.
- [22] S. Rahimi, L. Gandy, and N. Mogharreban (2007). A web-based high-performance multi criterion decision support system for medical diagnosis. *International Journal of Intelligent Systems*, **22**, 1083–1099.
- [23] M. Dagdeviren, Yavuz, and N. Kılinc. (2009) Weapon selection using the AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment. *Expert System with Applications*, **36(4)**, 8143–8151.
- [24] J. Min and K. H. Peng. (2012) Ranking emotional intelligence training needs in tour leaders: an entropy-based TOPSIS approach. *Current Issues in Tourism*, **15(6)**, 563-576.
- [25] P. P. Dey, S. Pramanik, and B. C. Giri. (2015) TOPSIS for single valued neutrosophic soft expert set based multi-attribute decision making problems. *Neutrosophic Sets and Systems*, **10**, 88-95.
- [26] P. P. Dey, S. Pramanik, and B.C. Giri. (2016) TOPSIS for solving multi-attribute decision making problems under bi-polar neutrosophic environment. In F. Smarandache, & S. Pramanik (Eds), *New trends in neutrosophic theory and applications*, Brussels, Pons Editions, 65-77.

- [27] Y. H. He, L. B. Wang, Z. Z. He, and M. Xie. A fuzzy topsis and rough set based approach for mechanism analysis of product infant failure. *Eng, Appl. Artif. Intel.* <http://dx.doi.org/10.1016/j.engappai.2015.06.002>, 2015.
- [28] R. Lourenzutti and R. A. Krohling. (2016) A generalized TOPSIS method for group decision making with heterogeneous information in a dynamic environment. *Information Sciences*, **330**, 1–18.
- [29] Z. Pei. (2015) A note on the TOPSIS method in MADM problems with linguistic evaluations. *Applied Soft Computing*, **36**, 24-35.
- [30] S. Pramanik, D. Banerjee, and B. C. Giri. (2016) TOPSIS approach for multi attribute group decision making in re-fined neutrosophic environment. In F. Smarandache, & S. Pramanik (Eds), *New trends in neutrosophic theory and applications*, Brussels, Pons Editions, 79-91.
- [31] M. Behzadian, K. Otaghsara, and J. Ignatius. (2012) A state-of-the-art survey of TOPSIS applications. *Expert Systems with Applications*, **39(17)**, 13051–13069.
- [32] C. T. Chen. (2000) Extensions of the TOPSIS for group decision making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, **114(1)** , 1-9.
- [33] Zadeh, L. A. (1965). *Fuzzy sets*. *Information and control*, **8(3)**, 338-353.
- [34] Smarandache, F. A (1998). *Unifying Field in Logics. Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set and Logic*, Rehoboth: American Research Press.
- [35] Wang H, Smarandache FY, Q. Zhang Q, Sunderraman R (2010). Single valued neutrosophic sets. *Multispace and Multistructure* 4:410-413
- [36] Z. Pawlak. Rough sets. (1982) *International Journal of Information and Computer Sciences*, **11(5)**, 341-356.
- [37] Ye,S., and J. Ye, (2014). Dice Similarity Measure between Single Valued Neutrosophic Multisets anf Its Application in Medical Diagnosis, *Neutrosophic Sets and Systems*, **6**, 49-54.
- [38] Deli, I., Broumi, S., Ali, M. (2014). Neutrosophic Soft Multi-Set Theory and Its Decision Making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **5**, 65-76.

- [39] Ye, S., Fu, J., Ye, J. (2015). Medical Diagnosis Using Distance-Based Similarity Measures of Single Valued Neutrosophic Multisets. *Neutrosophic Sets and Systems*, **7**, 47-52.
- [40] Ye, J. (2014). Vector similarity measures of simplified neutrosophic sets and their application in multicriteria decision making. *International Journal of Fuzzy Systems*, **16(2)**, 204-215.
- [41] Smarandache, F. (2017). *Neutrosophic Modal Logic*.
- [42] Şahin, M., Uluçay, V., & Menekşe, M. (2018). Some New Operations of  $(\alpha, \beta, \gamma)$  Interval Cut Set of Interval Valued Neutrosophic Sets. *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, **50 (2)**, 103-120.
- [43] Şahin, M., Alkhazaleh, S., & Ulucay, V. (2015). Neutrosophic soft expert sets. *Applied Mathematics*, **6(01)**, 116.
- [44] Sahin, M., Deli, I. and Ulucay, V. Similarity measure of bipolar neutrosophic sets and their application to multiple criteria decision making. *Neural Comput. Appl.* **2016**, 29, 739–748. 291
- [45] Hassan, N., Ulucay, V. and Sahin, M. Q-neutrosophic soft expert set and its application in decision 292 making. *Int. J. Fuzzy Syst. Appl.* **2018**, 7, 37–61. 293
- [46] Uluçay, V., Şahin, M. and Hassan, N. Generalized Neutrosophic Soft Expert Set for Multiple-Criteria 294 Decision-Making. *Symmetry* **2018**, 10, 437. 295
- [47] Ye, J., Zhang, Q. S. (2014). Single valued neutrosophic similarity measures for multiple attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **2**, 48-54.
- [48] Mondal, K., Pramanik, S. (2015). Neutrosophic tangent similarity measure and its application to multiple attribute decision making. *Neutrosophic Sets and Systems*, **9**, 85-92.
- [49] Sahin, M., I. Deli, V. Ulucay, (2016). Jaccard Vector Similarity Measure of Bipolar Neutrosophic Set Based on Multi-Criteria Decision Making, International Conference on Natural Science and Engineering (ICNASE'16), March 19-20, Kilis.
- [50] S. Broumi, F. Smarandache, and M. Dhar. (2014) Rough neutrosophic sets. *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics*, **32**, 493-502.
- [51] S. Broumi, F. Smarandache, and M. Dhar. Rough neutrosophic sets. *Neutrosophic Sets and Systems*, **3(2014)**, 60-66.

- [52] K. Mondal and S. Pramanik. (2014) Rough neutrosophic multi-Attribute decision-making based on grey relational analysis. *Neutrosophic Sets and Systems*, **7**, 8-17.
- [53] K. Mondal and S. Pramanik. (2015) Rough neutrosophic multi-attribute decision-making based on rough accuracy score function. *Neutrosophic Sets and Systems*, **8**, 16-22.
- [54] S. Pramanik and K. Mondal. (2015) Cotangent similarity measure of rough neutrosophic sets and its application to medical diagnosis. *Journal of New Theory*, **4**, 90-102.
- [55] S. Pramanik and K. Mondal. (2015) Cosine similarity measure of rough neutrosophic sets and its application in medical diagnosis. *Global Journal of Advanced Research* **2(1)**, 212-220.
- [56] S. Pramanik and K. Mondal. (2015) Some rough neutrosophic similarity measure and their application to multi attribute decision making. *Global Journal of Engineering Science and Research Management*, **2(7)**, 61-74.
- [57] S. Pramanik and K. Mondal. (2015) Interval neutrosophic multi-attribute decision-making based on grey relational analysis. *Neutrosophic Sets and Systems*, **9**, 13-22.
- [58] K. Mondal and S. Pramanik. (2015) Decision making based on some similarity measures under interval rough neutrosophic environment. *Neutrosophic Sets and Systems*, **10**, 46-57.
- [59] K. Mondal, S. Pramanik, and F. Smarandache. (2016) Several trigonometric Hamming similarity measures of rough neutrosophic sets and their applications in decision making. In F. Smarandache, & S. Pramanik (Eds), *New trends in neutrosophic theory and applications*, Brussels, Pons Editions, 93-103.
- [60] P. Majumder and S. K. Samanta. (2014) On similarity and entropy of neutrosophic sets. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, **26**, 1245–1252.
- [61] R. Biswas. (1994) On Rough Sets and Fuzzy Rough Sets. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Mathematics* **42 (4)**, 343-349.
- [62] A. Nakamura. (1998) Fuzzyroughsets. Note. *Multiple Valued Logic*, Japan, **9**, 1–8.
- [63] S. Nanda and S. Majumdar. (1992). Fuzzy rough sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **45**, 157–160.

- [64] M. D. Cornelis and E. E. Cock. (2003). Intuitionistic Fuzzy Rough Sets: at the crossroads of imperfect knowledge. *Expert System*, **20** (5), 260-270.
- [65] J. Dezert. (2002). Open questions in neutrosophic inferences. *Multiple-Valued Logic: An International Journal*, **8**, 439-472
- [66] M. Sodenkamp. (2013). Models, methods and applications of group multiple-criteria decision analysis in complex and uncertain systems .Dissertation, University of Paderborn, Germany
- [67] P. Biswas, S. Pramanik, and B. C. Giri. TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment. *Neural Computing and Applications*, **27**(3), 727-737