



**BİR KİSMİ TÜREVLİ DENKLEMİN ÇÖZÜMLERİNİN VARLIK TEKLİK
VE YAPISAL KARARLILIĞI**

Aysun ATMACA

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANA BİLİM DALI**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

TEMMUZ 2019

Aysun ATMACA tarafından hazırlanan “BİR KISMİ TÜREVLİ DENKLEMİN ÇÖZÜMLERİNİN VARLIK TEKLİK VE YAPISAL KARARLILIĞI” adlı tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından OY BİRLİĞİ ile Gazi Üniversitesi Matematik Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Danışman: Prof. Dr. Meryem KAYA

Matematik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Başkan: Prof. Dr. Fatma TAŞDELEN YEŞİLDAL

Matematik Ana Bilim Dalı, Ankara Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Üye: Doç. Dr. Ülkü DİNLEMEZ KANTAR

Matematik Ana Bilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Bu tezin, kapsam ve kalite olarak Yüksek Lisans Tezi olduğunu onaylıyorum.

Tez Savunma Tarihi: 12/07/2019

Jüri tarafından kabul edilen bu tezin Yüksek Lisans Tezi olması için gerekli şartları yerine getirdiğini onaylıyorum.

.....
Prof. Dr. Sena YAŞYERLİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYAN

Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

Aysun ATMACA

12/07/2019

BİR KISMİ TÜREVLİ DENKLEMİN ÇÖZÜMLERİNİN VARLIK TEKLİK VE YAPISAL KARARLILIĞI

(Yüksek Lisans Tezi)

Aysun ATMACA

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Temmuz 2019

ÖZET

Bu tezde g -Kelvin-Voight denklemleri ele alınmıştır. Birinci bölümde g -Kelvin-Voight denkleminin çıkarılışı ile ilgili temel bilgilere yer verilmiş, ayrıca literatürde yer alan yapısal kararlılıkla ilgili çalışmalar incelenerek gerekli sonuçlar ele alınmıştır. İkinci bölümde tez içerisinde kullanılmış olan temel tanımlar, teoremler ve notasyonlara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde g -Kelvin-Voight denkleminin varlık ve teklığı gözden geçirilmiş, bu konuda yapılmış olan çalışmalar incelenmiştir. Dördüncü bölümde denklemin yapısal kararlılığına yer verilmiş bu denklemin yapısal kararlılığı elde edilmiştir.

Bilim Kodu : 20406

Anahtar Kelimeler : Varlık-teklık, yapısal kararlılık, g -Kelvin-Voight denklemleri

Sayfa Adedi : 39

Danışman : Prof. Dr. Meryem KAYA

EXISTENCE, UNIQUENESS AND STRUCTURAL STABILITY OF THE SOLUTIONS
OF A PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION

(M. Sc. Thesis)

Aysun ATMACA

GAZİ UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

July 2019

ABSTRACT

In this thesis, g-Kelvin-Voight equations are discussed. In the first part, the basic information about the extraction of the g-Kelvin-Voight equation is given and the studies on structural stability in the literature are examined and the necessary results are discussed. In the second part, the basic definitions, theorems and notations used in the thesis are given. In the third chapter, the existence and uniqueness of the g-Kelvin-Voight equation is reviewed and the studies on this subject are examined. In the fourth chapter, the structural stability of the equation is given.

Science Code : 20406

Key Words : Existence-uniqueness, structural stability, g-Kelvin-Voight equations

Page Number : 39

Supervisor : Prof. Dr. Meryem KAYA

TEŐEKKÖR

Bu tezin hazırlanması sırasında bana her zaman yol gösteren, yardım ve desteği esirgemeyen kıymetli danışman hocam Sayın Prof. Dr. Meryem KAYA'ya, bu süreçte maddi ve manevi her konuda desteklerini sunan sevgili annem Yeter KARAKUŞ'a ve sevgili babam Ali KARAKUŞ' a, manevi desteğiyle hep yanımda olan sevgili ablam Aylın KARA'ya, bana inanan ve her konuda destek olan sevgili eőim Tufan ATMACA'ya çok teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. TEMEL KAVRAMLAR.....	7
2.1. Temel Tanımlar.....	7
2.2. Fonksiyon Uzayları.....	8
2.3. Kullanılan Eşitsizlikler	11
2.3.1. Young eşitsizliği	11
2.3.2. Hölder eşitsizliği	11
2.3.3. Genelleştirilmiş Hölder eşitsizliği.....	12
2.3.4. Cauchy-Scwarz eşitsizliği	12
2.3.5. Ladyhenzkaya eşitsizliği	12
2.3.6. Gronwall lemması	13
2.3.7. Poincaré eşitsizliği	13
2.4. Banach Uzayı Değerli Fonksiyon Uzayları.....	13
2.5. g-Kelvin-Voight Denklemlerinin İncelenmesinde Yer Alan Bazı Uzaylar	14
2.6. Bazı Operatörler.....	15
2.7. Trilineer Form, Bilineer Dönüşüm ve Özellikleri	17
3. G-KELVIN-VOIGHT DENKLEMLERİNİN VARLIK VE TEKLİĞİ	21

4. G-KELVIN-VOIGHT DENKLEMLERİ İÇİN YAPISAL KARARLILIK.....	25
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	35
KAYNAKLAR	37
ÖZGEÇMİŞ	39



SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler

Açıklamalar

\mathbb{R}	Reel sayılar kümesi
$\ \cdot \ $	Norm
$\langle \cdot, \cdot \rangle_g$	İç çarpım
$L^p(\Omega)$	Ω da p. kuvveti integrallenebilen fonksiyonların uzayı
$C(\Omega)$	Ω da sürekli fonksiyonların uzayı
$C^m(\Omega)$	Ω da m. mertebeye kadar sürekli fonksiyonların uzayı
X'	X uzayının duali
Δ	Laplace operatörü
∇	gradient

1. GİRİŞ

Visko elastik sıvının hareketi ve visko elastik materyallerin bazı temel özelliklerini ifade eden Kelvin-Voight denklemleri 1973'de Oskolkov tarafından su ve polimer karışımını ifade eden bir model olarak verilmiştir. Kelvin-Voight denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$u_t - \alpha \Delta u_t - \nu \Delta u + (u \cdot \nabla)u + \nabla p = f(x, t) \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0 \quad (1.2)$$

$$u(x, 0) = u_0 \quad x \in \Omega, \quad u = 0 \quad \partial \Omega, \quad t \geq 0. \quad (1.3)$$

Burada $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d = 2, 3 \dots$ olmak üzere sınırlı bir bölge, u akış hızı, p basınç olmak üzere bilinmeyenlerdir. $f(x, t)$ dış kuvveti göstermekte ve $\nu > 0$, $\alpha > 0$ olmak üzere sabitlerdir.

Burada;

$$(u \cdot \nabla)u = \sum_{i=1}^n u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad j = 1, \dots, n$$

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \quad \text{Laplace operatörü}$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right) \quad \text{gradient}$$

$$\text{div} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \quad \text{diverjans operatörü}$$

dür.

Bu tezde 2 boyutlu uzayda g-Kelvin-Voight denklemi çalışılmıştır. Bu denklemler 3 boyutlu Kelvin-Voight denklemlerinden çıkarılmıştır. Bunların çıkarılışında g-Navier Stokes denklemlerinden esinlenilmiştir.

g-Navier Stokes denklemleri Roh [1] tarafından 3 boyutlu uzayda Navier-Stokes denklemlerinden çıkarılmıştır. Navier-Stokes denklemi;

$$u_t - \nu \Delta u + u \cdot \nabla u + \nabla p = f(x, t) \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot u = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0 \quad (1.5)$$

biçimindedir. Görüldüğü gibi Kelvin-Voight denklemlerinde $\alpha = 0$ olması durumunda Navier-Stokes denklemlerine indirgenir. $\alpha \Delta u_t$ teriminin Kelvin-Voight denkleminde yer alması sayesinde Navier Stokes denkleminin çözümleri regüler hale getirilmiştir. 3 boyutlu Navier-Stokes denklemi önce bağımsız değişkenlerin değişimi ile daha sonra integral yardımıyla tanımlanan ortalama dönüşümler kullanılarak 2 boyutlu uzayda g-Navier Stokes denklemleri elde edilmiştir. Aslında bu tip problemler ince bölge problemlerinden ortaya çıkmıştır. Bu çalışmalar 3 boyutlu uzayda ele alınan bazı denklemler için örneğin Navier-Stokes denklemleri için açık problemleri incelemede bir yaklaşım olarak düşünülmüştür. Bilindiği gibi Navier-Stokes denkleminin 3 boyutlu uzayda çözümlerinin, tekliği ve sürekliliği hala günümüzde açık problemidir. Bilim adamları tarafından bu problemler yoğun bir şekilde çalışılmaktadır. Örneğin; Raugel ve Sell [2] makalelerinde Navier-Stokes denklemlerini $\Omega_e = Q_2 \times (0, \varepsilon)$ ince bölgede çözümlerini incelemiştir. Burada ε pozitif ve reel küçük parametre, Q_2, \mathbb{R}^2 de sınırlı bir bölge olarak ele alınmıştır. Roh ise tezinde ε yerine x, y nin bir fonksiyonu olan $g = (x, y)$ fonksiyonu için g-Navier Stokes denklemlerini incelemiştir.

g- Kelvin-Voight denklemi;

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\nu}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u + \frac{\nu}{g} (\nabla g \cdot \nabla) u - \frac{\alpha}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u_t + \frac{\alpha}{g} (\nabla g \cdot \nabla) u_t + u \cdot \nabla u + \nabla p = f(x) \quad (1.6)$$

$$\nabla \cdot (gu) = 0, \quad \Omega \times [0, T] \quad (1.7)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \Omega \quad (1.8)$$

$$u = 0, \quad \partial \Omega \times [0, T] \quad (1.9)$$

olarak ifade edilir. Burada $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ olmak üzere sınırlı bir bölge, $\nu > 0$ ve $\alpha > 0$ olmak üzere sabitlerdir. g-Kelvin-Voight denkleminin Dirichlet sınır koşulları altında çözümlerinin varlık tekliği [3] te verilmiştir.

Navier-Stokes denklemlerinde olduğu gibi g-Kelvin-Voight denklemlerinin de çözümlerinin uzun zamanlı davranışı, belirleyici modları ve yapısal kararlılığı önemli problemlerdendir.

Fiziksel problemlerin çözümü konusunda oldukça önemli olan ayrıca günümüzde bir çok bilim adamının ilgisini çekmekte olan yapısal kararlılık diferensiyel denklem sistemlerinde yer alan parametrelerin küçük değişimlerinde çözüm eğrilerinin yörüngelerinin davranışının etkilenmemesi şeklinde ifade edilir. Bir diğer ifadeyle yapısal kararlılık denklemlerinde bulunan katsayıların değişiminin çözümlere etkisini incelemektedir. Bu konuda lineer ve lineer olmayan kısmi türevli denklemler için pek çok sonuca ulaşılabilir. Yapısal kararlılık konusunda Ames ve Payne [4] te yer alan makalelerde Darcy-Brinkman, Darcy-Forcheimer ve Brinkman-Forcheimer denklemleri için yapısal kararlılık araştırmaları verilebilir. Örnek olarak Payne ve Straughan'ın yapısal kararlılığı aşağıda ana hatlarıyla verilecektir [5].

Payne ve Straughan makalelerinde doymuş gözenekli ortamlarda yavaş olmayan sıvı akışları için Brinkman-Forcheimer denklemlerini analiz etmişlerdir. Çözümün farklı Brinkman ve Forcheimer katsayılarındaki değişimlere sürekli bağımlılığı ayrı ayrı incelenmiştir.

Brinkman-Forcheimer denklemi;

$$u_t = \gamma \Delta u - au - b|u|^\alpha u - \nabla p, \quad \nabla \cdot u = 0, \quad x \in \Omega \quad (1.10)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (1.11)$$

$$u = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad t > 0 \quad (1.12)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $u = (u_1, u_2, u_3)$ akışkan hızı vektörünü, $\gamma > 0$ Brinkman katsayısını, $a > 0$ Darcy katsayısını, $b > 0$ Darcy katsayısını, p basıncı ifade etmektedir. $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ de sınırlı bir bölgedir.

Brinkman katsayısı olan γ ye sürekli bağımlılığı göstermek için γ_1 ve γ_2 farklı Brinkman katsayıları, u_i ve v_i Eş. 1.10 ve Eş. 1.12 başlangıç değer probleminin iki çözümü olmak üzere

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \gamma_1 \Delta u_i - a u_i - b |u| u_i - p_{,i}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.13)$$

$$u_i = 0, \quad \partial \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.14)$$

$$u_i(x, 0) = f_i(x) \quad x \in \Omega \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} = \gamma_2 \Delta v_i - a v_i - b |v| v_i - q_{,i}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.16)$$

$$v_i = 0, \quad \partial \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.17)$$

$$v_i(x, 0) = f_i(x) \quad x \in \Omega \quad (1.18)$$

olarak yazılır. Ω, \mathbb{R}^3 de sınırlı bir bölge, $\partial \Omega, \Omega$ nin sınırı, f_i başlangıç değer ve her iki problem için de aynı Forcheimer katsayısına sahip olmak üzere $w_i = u_i - v_i, \pi = p - q, \sigma = \gamma_1 - \gamma_2$ olarak tanımlandığında w_i aşağıdaki başlangıç değer problemini sağlar.

$$\frac{\partial w_i}{\partial t} = \gamma_1 \Delta w_i - \sigma \Delta v_i - a w_i - b(|u| u_i - |v| v_i) - \pi_{,i}, \quad \frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0, \quad \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.19)$$

$$w_i = 0, \quad \partial \Omega \times \{t > 0\} \quad (1.20)$$

$$w_i(x, 0) = 0 \quad x \in \Omega \quad (1.21)$$

γ_1 katsayısına göre sürekli bağımlılığı elde etmek için öncelikle Eş. 1.19 u w_i ile çarpıp Ω üzerinde integrali alındığında ve aritmetik geometrik ortalama eşitsizliği kullanıldığında

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|w\|^2 \leq \frac{\sigma^2}{4\gamma_1} \|\nabla v\|^2 - a \|w\|^2 - \frac{1}{2} b \int_{\Omega} (|u| + |v|) w_i w_i dx \quad (1.22)$$

elde edilir. Eş. 1.16- Eş. 1.18 v_i ile çarpılıp Ω üzerinden integrali alındığında

$$\|v\|^2 + 2\gamma_2 \int_0^t e^{-2a(t-\eta)} \|\nabla v\|^2 d\eta + 2b \int_0^t e^{-2a(t-\eta)} \int_{\Omega} |v|^3 dx = \|f\|^2 e^{-2at} \quad (1.23)$$

elde edilir. Daha sonra Eş. 1.22 nin integrali alındığında ve Eş. 1.23 deki değerlendirme kullanılarak

$$\|w\|^2 \leq \frac{\|f\|^2 e^{-2at}}{4\gamma_1\gamma_2} \sigma^2$$

eşitsizliğine ulaşılır. Burada γ_1 katsayısına sürekli bağımlılığı yani yapısal kararlılığı ifade eder.

Payne ve Straughan bu makalede Forcheimer katsayısı olan b ye sürekli bağımlılığı göstermek için b_1 ve b_2 farklı Forcheimer katsayıları, u_i ve v_i Eş. 1.10 ve Eş. 1.12 başlangıç değer probleminin iki çözümü olarak kabul ederek benzer bir yaklaşımda bulunmuşlardır.

Yapısal kararlılık konusunda yapılan çalışmalara örnek vermek için pek çok çalışma gösterilebilir. Bunlardan bir diğeri de Çelebi, Gür ve Kalantarov'un Marine Riser denklemlerinin yapısal kararlılığını incelemiş oldukları çalışmadır [6].

Marine Riser denklemleri ;

$$u_{tt} + k\Delta^2 u + a\Delta u + \vec{g} \cdot \nabla u_t + b|u_t|^p u_t = 0, x \in \Omega, t > 0 \quad (1.24)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad u_t(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega \quad (1.25)$$

$$u = \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0, \quad x \in \partial\Omega, \quad t > 0 \quad (1.26)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N \leq 3$ sınırlı bölge, $\partial\Omega$ sınır, ν vektör, $k > 0$, $p \geq 1$, $b > 0$, $a \in \mathbb{R}$ sabitler ve $\vec{g} = (g_1, \dots, g_N) \in \mathbb{R}^N$ ve vektördür.

Çelebi, Gür ve Kalantarov tarafından bu makalede a, b ve \vec{g} için sürekli bağımlılık incelenmiştir.

Çelebi, Kalantarov ve Uğurlu [7,8] Brinkman-Focheimer denklemlerinin, Liu ve Xiao [9] sınırlı bölgelerde Darcy akışıyla etkileşimli Brinkman akışı için yapısal kararlılığı vermişlerdir. Yapısal kararlılıkla ve bu denklemlerle ilgili daha fazla çalışma için [10-20] kaynakları verilebilir.

Bu tezde g-Kelvin-Voight denklemleri ele alınmış, g-Kelvin-Voight denklemleri için yapısal kararlılık konusu çalışılmıştır.



2. TEMEL KAVRAMLAR VE NOTASYONLAR

Bu bölümde tezin daha sonraki bölümleri için gerekli olan temel notasyonlar, kavramlar ve önermeler verilecektir.

2.1. Temel Tanımlar

2.1.1. Tanım

X bir vektör uzayı olmak üzere X vektör uzayı üzerinde $\|\cdot\|: X \rightarrow [0, \infty)$ fonksiyonu aşağıdaki özellikleri sağlarsa X uzayı üzerinde bir norm olarak tanımlanır. $(X, \|\cdot\|)$ uzayına normlu uzay denir.

- i) $\|x\| = 0$ ancak ve ancak $x = 0$,
- ii) $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\| \quad \forall x \in X, \lambda \in \mathbb{R}$,
- iii) $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|, \forall x, y \in X$ (üçgen eşitsizliği) [21].

2.1.2. Tanım

X bir normlu uzay olsun. Bu uzayda alınan her Cauchy dizisi yakınsaksa uzaya tam uzay denir. Banach uzayı tam normlu uzay olarak tanımlanır [21].

2.1.3. Tanım

X bir vektör uzayı olmak üzere $(\cdot, \cdot): X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu her $x, y \in X$ ve $a, b \in \mathbb{R}$ için aşağıdaki özellikleri sağlarsa bir iç çarpım olarak tanımlanır. (\cdot, \cdot, X) uzayına da iç çarpım uzayı denir.

- i) $(x, y) = \overline{(y, x)}$,
- ii) $(\lambda x + \mu y, z) = \lambda(x, z) + \mu(y, z)$, her $x, y \in X$ için
- iii) $\forall x \in X$ için $(x, x) \geq 0$ ancak ve ancak $x = 0$ [22].

2.1.4. Tanım

X bir iç çarpım uzayı olsun. Eğer iç çarpımdan doğan norma göre X uzayı tamsa Hilbert uzayı adını alır [22].

2.2. Fonksiyon Uzayları

2.2.1. Tanım

$1 \leq p < \infty$, Ω , \mathbb{R}^n de bir bölge ve $x \in \mathbb{R}^n$ olmak üzere

$$\int_{\Omega} |u(x)|^p dx < \infty$$

koşulunu sağlayan, ölçülebilir fonksiyonlar uzayına $L^p(\Omega)$ uzayı denir. Bu uzaya ait norm

$$\|u\|_{L^p(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} |u(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$$

ile gösterilmektedir .

$p = 2$ olmak üzere $L^2(\Omega)$ uzayı $\int_{\Omega} |u(x)|^2 dx < \infty$ eşitsizliğini sağlayan ölçülebilir fonksiyonlar uzayıdır. Bu uzaya ait norm

$$\|u\|_{L^2(\Omega)} = \left(\int_{\Omega} |u(x)|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

olarak tanımlanmaktadır [22].

2.2.2. Tanım

$p \rightarrow \infty$ olmak üzere Ω da hemen hemen her yerde sınırlı ölçülebilir fonksiyonlar uzayı $L^\infty(\Omega)$ ile gösterilir.

Bu uzay üzerindeki norm $\|u\|_\infty = \|u\|_{L^\infty(\Omega)} = \text{esssup}_{x \in \Omega} |u(x)|$ olarak tanımlanır [22].

2.2.3. Tanım

$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ olmak üzere eğer her ölçülebilir $A \subset \Omega$ da u fonksiyonu integrallenebilirse u ya lokal olarak integrallenebilirdir denir [23].

2.2.4. Tanım

$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ bir bölge, α_j ler negatif olmayan tamsayılar olmak üzere $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ çoklu indis olarak adlandırılırlar. Burada

$$|\alpha| = \sum_{j=1}^n \alpha_j$$

olarak ifade edilir.

$x = (x_1, \dots, x_n)$ olmak üzere $x^\alpha = x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}$ ile gösterilir. u fonksiyonu Ω da çok değişkenli fonksiyon olmak üzere u nun α . türevi

$$D^\alpha u(x) = \frac{\partial^{|\alpha|} u(x)}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} \dots \partial x_n^{\alpha_n}}$$

biçiminde gösterilir [23].

2.2.6. Tanım

$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ de bir bölge, $u, v \in L^1_{loc}$ olmak üzere eğer her $\phi \in \mathcal{D}(\Omega)$ için

$$\int_{\Omega} u(x) D^\alpha \phi(x) dx = (-1)^{|\alpha|} \int_{\Omega} v(x) \phi(x) dx$$

eşitliği sağlanacak şekilde bir v fonksiyonu varsa v ye u nun Ω da α . mertebeden zayıf türevi denir [23].

2.2.7. Tanım

$1 \leq p < \infty$ olmak üzere kendisi ve k . mertebeden zayıf türevleri $L^p(\Omega)$ uzayına ait olan tüm fonksiyonlar uzayına $W^{k,p}(\Omega)$ Sobolev uzayı denir.

$u \in W^{k,p}(\Omega)$ ise Sobolev uzayı üzerindeki norm

$$\|u\|_{W^{k,p}(\Omega)} = \begin{cases} \left(\sum_{|\alpha| \leq k} \left(\int_{\Omega} |D^{\alpha}u|^p dx \right)^{1/p} \right) & (1 \leq p < \infty) \\ \sum_{|\alpha| \leq k} \text{esssup}_{\Omega} |D^{\alpha}u| & (p = \infty) \end{cases}$$

biçiminde tanımlanır.

$p = 2$ olması durumunda $k = 0,1,2 \dots$ için $W^{k,2}(\Omega) = H^k(\Omega)$ ile gösterilir. $H^k(\Omega)$ bir Hilbert uzayıdır ve $H^0(\Omega) = L^2(\Omega)$ dir [21].

2.2.8. Tanım

$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ olmak üzere $C(\Omega)$, Ω bölgesinde sürekli fonksiyonların uzayı olarak tanımlanır [23, 24].

2.2.9. Tanım

$\Omega \subset \mathbb{R}^n$ olmak üzere $C^m(\Omega)$, Ω bölgesinde m . mertebeye kadar sürekli fonksiyonların uzayıdır ve

$$C^m(\Omega) = \left\{ u: u, \frac{du}{dx}, \dots, \frac{d^m u}{dx^m} \text{ } \Omega \text{ da sürekli} \right\}$$

ile gösterilir [23, 24].

2.2.10. Tanım

$C^\infty(\Omega)$ uzayı, $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ bölgesinde her mertebeden türevi sürekli fonksiyonların uzayı olarak tanımlanmaktadır [23, 24].

2.2.11. Tanım

$C_0^\infty(\Omega)$ uzayı $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ bölgesi üzerinde her mertebeden türevleri sürekli olan ve kompakt desteğe sahip fonksiyonlar uzayı olarak tanımlanmaktadır [23].

2.3. Kullanılan Eşitsizlikler

2.3.1. Young eşitsizliği

$1 < p, p < \infty$ ve $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ olsun. Burada

$$ab \leq \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q}$$

olur. Burada $a, b > 0$ dir.

Bir diğer ifadeyle

$ab \leq \varepsilon a^p + C(\varepsilon)b^q$ ($a, b > 0, \varepsilon > 0$) olarak da gösterilir. Burada $C(\varepsilon) = (\varepsilon p)^{-q/p} q^{-1}$ [22].

2.3.2. Hölder eşitsizliği

$1 < p, q < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ olsun. Eğer $f \in L^p(\Omega), v \in L^q(\Omega)$ ve $fg \in L^1(\Omega)$ olmak üzere

$$\|fg\|_{L^1} \leq \|f\|_{L^p} \|g\|_{L^q}$$

olarak ifade edilir [21].

2.3.3. Genelleştirilmiş Hölder eşitsizliği

$1 \leq p_1, \dots, p_m \leq \infty$ ve $\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_m} = 1$, $u_k \in L^{p_k}(\Omega)$, $k = 1, 2, \dots, m$ olsun. Böylece

$$\int_{\Omega} |u_1 \dots u_m| dx \leq \prod_k \|u_k\|_{L^{p_k}(\Omega)}$$

elde edilir [21].

2.3.4. Cauchy-Schwarz eşitsizliği

H bir reel lineer uzay olmak üzere $(\cdot, \cdot): H \times H \rightarrow \mathbb{R}$ de bir iç çarpım ve $u \in H$ için $\|u\| := (u, u)^{1/2}$ olmak üzere Cauchy-Schwarz eşitsizliği $u, v \in H$ için

$$|(u, v)| \leq \|u\| \|v\|$$

olarak yazılır [7].

2.3.5. Ladyzhenskaya eşitsizliği

$n = 2$ için

$$\|u\|_{L^4(\mathbb{R}^2, g)} \leq c |u|^{\frac{1}{2}} \|u\|^{\frac{1}{2}}, \forall u \in H^1(\mathbb{R}^2, g)$$

ve $n = 3$ için

$$\|u\|_{L^4(\mathbb{R}^3, g)} \leq c |u|^{\frac{1}{4}} \|u\|^{\frac{3}{4}}, \forall u \in H^1(\mathbb{R}^3, g) \text{ dir [25].}$$

2.3.6. Gronwall lemması (Diferensiyel Form)

$\eta(\cdot)$, $[0, T]$ aralığında, negatif olmayan sürekli bir fonksiyon, $\phi(t)$ ve $\psi(t)$, $[0, T]$ aralığında negatif olmayan integrallenebilen fonksiyonlar olsun.

Her $0 \leq t \leq T$ için

$$\eta'(t) \leq \phi(t) \eta(t) + \psi(t)$$

eşitsizliği sağlanıyorsa

$$\eta(t) \leq e^{\int_0^t \phi(s) ds} \left[\eta(0) + \int_0^t \psi(s) ds \right]$$

olur [21].

2.3.7. Poincaré eşitsizliği

$\forall u \in H_0^1(\Omega)$ için $\|u\|_{L^2}^2 \leq c \|Du\|_{L^2}^2$ eşitsizliği sağlanacak şekilde bir $c > 0$ sabiti mevcuttur.

Burada

$$|Du|^2 = |\nabla u|^2 = \sum_{j=1}^m |D_j u|^2$$

olarak tanımlanmıştır [22].

2.4. Banach Uzayı Değerli Fonksiyon Uzayları

X Banach uzayı olmak üzere $1 \leq p < \infty$ ve $-\infty < a < b < \infty$ olacak şekilde (a, b) den X e tanımlanmış olan ölçülebilir ve $\int_a^b \|f(t)\|_X^p dt < \infty$ koşulunu sağlayan f fonksiyonlarının uzayı $L^p((a, b); X)$ ile gösterilir.

Bu uzay üzerindeki norm

$$\|f\|_{L^p((a,b);X)} = \left(\int_a^b \|f(t)\|_X^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$$

biçiminde tanımlanır.

$p = \infty$ olduğunda

$L^\infty((a,b);X)$ uzayı (a, b) den X e tanımlanmış olan $\operatorname{esssup}_{t \in (a,b)} \|f(t)\|_X < \infty$ koşulunu

sağlayan ölçülebilir fonksiyonların uzayıdır ve üzerindeki norm

$$\|f\|_{L^\infty((a,b);X)} = \operatorname{esssup}_{t \in (a,b)} \|f(t)\|_X$$

şeklinde verilir [26].

2.5. g-Kelvin-Voight Denklemlerinin İncelenmesinde Yer Alan Bazı Uzaylar

g yeterince düzgün pozitif bir fonksiyon olmak üzere

$L^2(\Omega, g)$ uzayı

$$\langle u, v \rangle_g = \int_{\Omega} u \cdot v g dx$$

iç çarpımı ve $\|u\|_g^2 = \langle u, u \rangle_g$ normu ile bir Hilbert uzayıdır.

$H^1(\Omega, g)$ ise benzer şekilde

$$\langle u, v \rangle_{H^1(\Omega, g)} = \langle u, v \rangle_g + \sum_{i=1}^2 \left\langle \frac{\partial u}{\partial x_i}, \frac{\partial v}{\partial x_i} \right\rangle_g$$

iç çarpımı ve $\|u\|_{H^1(\Omega, g)}^2 = \langle u, u \rangle_{H^1(\Omega, g)}$ normu ile bir Hilbert uzayıdır.

H_g ve V_g uzayları

$$H_g = Cl_{L^2(\Omega, g)} \{u \in C_0^\infty(\Omega): \nabla \cdot gu = 0\}$$

$$V_g = \{u \in H_0^1(\Omega, g): \nabla \cdot gu = 0\}$$

olarak tanımlanır [1,3].

2.6. Bazı Operatörler

Helmholtz-Leray projeksiyonu

$L^q(\Omega) = H_q(\Omega) \oplus G_q(\Omega)$ direkt toplamı olarak yazılır. Burada

$$H_q(\Omega) = \{u \in L^q(\Omega): \operatorname{div} u = 0, \quad u \cdot n|_{\partial\Omega} = 0\}$$

$$G_q(\Omega) = \{u \in L^q(\Omega): u = \nabla p, \quad p \in L_{Loc}^1(\Omega) \text{ için } \nabla p \in L^q(\Omega)\}$$

dır. $P_g: L^2(\Omega, g) \rightarrow H_q(\Omega)$ Helmholtz-Leray projeksiyonu olarak adlandırılır [27].

g-Stokes operatörü

$$A_g u = P_g \left[-\frac{1}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u \right] = P_g [-\Delta_g u]$$

olarak tanımlanır [1].

Burada $P_g: L^2(\Omega, g) \rightarrow H_g$ her $u \in H_g$ ve $v \in L^2(\Omega, g)$ için $P_g v = u$ biçimindedir [28].

A_g operatörü ile ilgili önerme verilecektir.

2.6.1. Önerme

A_g pozitif, self-adjoint ve kompakt tersi olan bir dönüşüm olmak üzere tanım kümesi $D(A_g) = V_g \cap H^2(\Omega, g)$ olarak yazılır.

A_g 'nin en küçük özdeğeri λ_1 ve $\lambda_g = \frac{4\pi^2 m}{M}$ olmak üzere

$$0 \leq \lambda_g \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots$$

olacak şekilde A_g 'nin sayılabilir özdeğeri vardır.

A_g 'nin λ_1 özdeğerlerine karşılık gelen $\{w_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ özfonksiyonlar dizisi H_g uzayının ortonomal bir bazını oluşturur.

$A_g: V_g \rightarrow V_g'$ dönüşümü bir izomorfizmdir.

$$\langle A_g u, v \rangle_g = \sum_{i=1}^n \langle D_i u, D_i v \rangle_g$$

A_g operatörü self-adjoint olduğundan $u \in D(A_g)$ için

$$\langle A_g u, u \rangle_g = \langle A_g^{1/2} u, A_g^{1/2} u \rangle_g$$

eşitsizliği yazılır. Diğer yandan kısmi integrasyon ile

$$\langle A_g u, u \rangle_g = \langle P_g \left[-\frac{1}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u \right], u \rangle_g = \int_{\Omega} (\nabla u \cdot \nabla u) g dx = \langle \nabla u, \nabla u \rangle_g$$

eşitsizlikleri elde edilir. Burada P_g operatörünün self-adjoint olduğuna dikkat edilmelidir.

Ayrıca $\|A_g^{1/2} u\|_g^2 = \|\nabla u\|_g^2$ dir [1].

g-Laplace Operatörü

$$-\Delta_g u = -\frac{1}{g}(\nabla \cdot g \nabla u) = -\Delta u - \frac{1}{g}(\nabla g \cdot \nabla)u$$

olduğundan $u, v \in V_g$ için

$$\langle -\frac{1}{g}(\nabla \cdot g \nabla)u, v \rangle_g = \langle -\Delta u, v \rangle_g - \langle \frac{1}{g}(\nabla g \cdot \nabla)u, v \rangle_g$$

olarak yazılır [1].

C_g Operatörü

$u \in V_g$ için

$$C_g u = P_g \left[\frac{1}{g}(\nabla g \cdot \nabla)u \right]$$

olarak tanımlanır. Bu operatörün bir $v \in H_g$ ile iç çarpımı

$$\langle C_g u, v \rangle_g = \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} \frac{1}{g} D_i g (D_i u_j) v_j g dx = b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, u, v \right)$$

şeklinde gösterilir [1].

2.7. Trilineer Form, Bilineer Dönüşüm ve Özellikleri

u, v, w fonksiyonları $L^2(\Omega, g)$ uzayının alt uzaylarından olmak üzere bilineer dönüşüm

$B_g(u, v) = P_g[(u \cdot \nabla)v]$ olarak tanımlanır.

Her $u, v \in D(A_g)$ için

$|B_g(u, v)| \leq c \|u\|_g^{1/2} \|A_g u\|_g^{1/2} \|\nabla v\|_g$ olacak şekilde $c > 0$ sabiti vardır.

Trilineer form

$$b_g(u, v, w) = \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} u_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} w_j g dx$$

biçiminde tanımlanır. Burada $\langle B_g(u, v), w \rangle_g = b_g(u, v, w)$ olarak yazılır [1].

2.7.1. Önerme

Yeterince düzgün $u, v, w \in H_g$ fonksiyonları için

$$b_g(u, v, w) = -b_g(u, w, v) \text{ dir.}$$

Bu eşitlik kolayca gösterililebilir.

$$\begin{aligned} b_g(u, v, w) &= \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} u_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} w_j g dx \\ &= \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} g u_i \frac{\partial v_j}{\partial x_i} w_j dx \\ &= - \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} \frac{\partial g v_j}{\partial x_i} v_j w_j dx - \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} g u_i v_j \frac{\partial w_j}{\partial x_i} w_j dx \\ &= \sum_{i,j=1}^n \int_{\Omega} g u_i v_j \frac{\partial w_j}{\partial x_i} dx \end{aligned}$$

$$= -b_g(u, w, v)$$

u, v yeterince düzgün fonksiyonlar olmak üzere $b_g(u, v, v) = 0$ dır [1].





3. G-KELVIN-VOIGHT DENKLEMLERİNİN VARLIK VE TEKLİĞİ

Visko elastik sıvının hareketi ve visko elastik materyallerin temel özellikleri Kelvin-Voight denklemlerinden çıkarılmış olan [3] g-Kelvin-Voight denklemleri

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\nu}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u + \frac{\nu}{g} (\nabla g \cdot \nabla) u - \frac{\alpha}{g} (\nabla \cdot g \nabla) u_t + \frac{\alpha}{g} (\nabla g \cdot \nabla) u_t + u \cdot \nabla u + \nabla p = f(x) \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot (gu) = 0, \Omega \times [0, T] \quad (3.2)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \Omega \quad (3.3)$$

$$u = 0, \partial\Omega \times [0, T] \quad (3.4)$$

biçimindedir.

Burada $\Omega \subset R^2$ de sınırlı bir bölge, $\alpha > 0$ olmak üzere bir sabit ve g yeterince düzgün pozitif bir fonksiyondur. g fonksiyonu aşağıdaki özellikleri sağlar.

- i) $g(x) \in C^\infty(\Omega)$
- ii) $\Delta g = 0$
- iii) $0 < m_0 \leq g(x) \leq M_0$ dir. Burada $x \in \Omega$ için m_0 ve M_0 sabit sayılardır.

Eş. 3.1 de $u = (u_1, u_2)$ ve p bilinmeyenler olup üç bilinmeyen üç denklem başlangıç sınır şartlarıyla birlikte düşünüldüğünde bu sistemin çözümlerinin varlık ve tekliği düşünülmektedir. Bu problem için zayıf çözümler aşağıdaki tanımda verildiği gibi anlaşılacaktır.

3.1. Tanım

u fonksiyonu $u \in L^\infty(0, T; V_g) \cap L^2(0, T; V_g)$ olmak üzere eğer Eş. 3.5 i sağlarsa Eş. 3.1 ve Eş 3.4 probleminin zayıf çözümüdür.

$$\begin{aligned}
& \langle u_t, u \rangle_g + vb \left(\frac{\nabla g}{g}, u, v \right) + v \langle \nabla u, \nabla v \rangle_g + \alpha b \left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, v \right) + \alpha \langle \nabla u_t, \nabla v \rangle_g \\
& + b(u, u, v) = \langle f, v \rangle_g
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Burada $\forall v \in V_g$ için

$$b(u, v, w) = \sum_{i,j=1}^m \int_{\Omega} u_i \partial_i v_j w_j g dx$$

ve $u, v, w \in L^2(\Omega, g)$ nin uygun birer alt uzayıdır. Burada $(\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i})$ olarak verilmiştir.

$\forall u, v \in V_g$ için $\nabla \cdot gu = 0$ olduğundan $b(u, v, v) = 0$ yazılabilir. Aynı şekilde $\forall u, v \in V_g$ için $\Delta g = 0$ olduğundan

$$\begin{aligned}
b \left(\frac{\nabla g}{g}, u, v \right) &= \sum_{i,j=1}^m \int_{\Omega} \frac{\partial_i g}{g} \partial_i u_j v_j g dx \\
&= - \sum_{i,j=1}^m \int_{\Omega} \frac{\partial_i g}{g} \partial_i v_j u_j g dx = -b \left(\frac{\nabla g}{g}, v, u \right)
\end{aligned}$$

olarak yazılır [3].

Problemin varlık ve tekliğinin ispatında Feado-Galerkin metodu kullanılmıştır. Feado-Galerkin metodunun ispatında öncelikle ele alınan Hilbert uzayı sonsuz boyutlu uzay olduğundan bu uzayın bazından sonlu m tanesi seçilerek onların gerdiği uzayda çözümler ele alınmıştır. Bu uzaylar ayrılabilir olduğundan w_1, w_m, \dots şeklinde lineer bağımsız dizisi daima vardır. Bunlardan sonlu tanesi w_1, \dots, w_m şeklinde alınarak bu baz elemanları tarafından gerilen uzayda

$$u_m = \sum_{i=1}^m \Phi_{im}(t) w_i \tag{3.6}$$

çözümü oluşturulur. Bu çözüm sonlu boyutlu uzayda düşünülmüştür.

Buradaki sonlu boyutlu uzayda yer alan çözümler bu m boyutlu uzayda dik izdüşümdür. Feado-Galerkin metoduyla çözümün varlığı ispat edilirken öncelikle Eş. 3.6 daki u_m yaklaşık çözümleri oluşturulur. Daha sonra Eş. 3.1 varyasyonel formda bu u_m çözümleri u nun yerine yazıldığında ve v nin yerine w_j alındığında

$$\begin{aligned} \langle u_m, w_j \rangle_g + vb \left(\frac{\nabla g}{g}, u_m, w_j \right) + v \langle \nabla u_m, \nabla w_j \rangle_g + \alpha b \left(\frac{\nabla g}{g}, u_m, w_j \right) + \alpha \langle \nabla u_m, \nabla w_j \rangle_g \\ + b(u_m, u_m, w_j) = \langle f, w_j \rangle_g \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$u_m(0) = u_{0m} \quad (3.8)$$

eşitliği yazılır. Burada $u_{0m} V_g$ de u_0 in izdüşümüdür.

$m \rightarrow \infty$ için $u_{0m} \rightarrow u_0$ a güçlü yakınsaktır. Eş. 3.7 ve Eş. 3.8 den $\Phi_{1m}, \dots, \Phi_{mm}$ fonksiyonları için birinci mertebeden lineer olmayan pek çok problemde

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \left\{ \langle w_i, w_j \rangle_g + \alpha \langle \nabla w_i, \nabla w_j \rangle_g + \alpha b \left(\frac{\nabla g}{g}, w_i, w_j \right) \right\} \Phi'_{im} + v \sum_{i=1}^m b \left(\frac{\nabla g}{g}, w_i, w_j \right) \Phi_{im} \\ + v \sum_{i=1}^m \langle \nabla w_i, \nabla w_j \rangle_g \Phi_{im} + \sum_{i,l=1}^m b(w_i, w_l, w_j) \Phi_{im}(t) \Phi_{lm}(t) = \langle f, w_j \rangle_g \end{aligned} \quad (3.9)$$

sistemi elde edilir. Genel olarak Φ'_{im} nün katsayısında yer alan matris elemanları tersinirdir. Burada Φ'_{im} nün katsayısındaki matris elemanlarının tersinir olduğu [3] te Lemma 3 ile gösterilmiştir. Φ_{im} lerin var ve tek olduğu gösterilmiştir. Böylece u_m çözümleri oluşturulmuştur.

İkinci adım olarak u_m lerle ilgili bazı değerlendirmeler elde edilmiştir. Bu çözümlerin Banach uzayı değerli fonksiyonlarda yer aldığı ifade edilmiş, yani

$$u_m \in L^\infty(0, T; H_g) \cap (0, T; V_g)$$

olduğu gösterilmiştir. Son olarak da Eř. 3.7 ve Eř. 3.8 den limite geçilerek V_g deki u lar için çözümün varlığı ispat edilmiştir.

g-Kelvin-Voight denklemi için teklik ise [3] te Teorem 5 ile verilmiştir. Bu çalışmada bu problemin çözümünün var ve tek olduğu [3] makalesi incelenerek bu bölümde ana hatlarıyla verilmiştir.



4. G-KELVIN-VOIGHT DENKLEMLERİ İÇİN YAPISAL KARARLILIK

Bu bölümde g-Kelvin-Voight denklemleri için yapısal kararlılık bir diğer ifadeyle de katsayılarla sürekli bağımlılık incelenecektir. g-Kelvin-Voight denkleminin fonksiyonel formda yazılışı

$$\frac{du}{dt} + \nu A_g u + \nu C_g u + \alpha A_g u_t + \alpha C_g u_t + B_g(u, u) = f(x) \quad (4.1)$$

biçimindedir. Burada u akışın hızı, ν viskozite katsayısı, α Kelvin-Voight denklemine bakıldığında Navier-Stokes denkleminin regülerleştirme katsayısıdır. ν ve α pozitif sabitler $f(x)$ dış kuvvettir. Denklemin ν ye bağlı yapısal kararlılığını incelemek için w, z sırasıyla Eş. 4.1 i sağlasın. w ya karşılık gelen viskozite katsayısı ν_1 , z ye karşılık gelen viskozite katsayısı ν_2 olarak gösterildiğinde aşağıdaki denklemler yazılır.

$$\frac{dw}{dt} + \nu_1 A_g w + \nu_1 C_g w + \alpha A_g w_t + \alpha C_g w_t + B_g(w, w) = f(x) \quad (4.2)$$

$$w(0) = w_0 \quad (4.3)$$

$$\frac{dz}{dt} + \nu_2 A_g z + \nu_2 C_g z + \alpha A_g z_t + \alpha C_g z_t + B_g(z, z) = f(x) \quad (4.4)$$

$$z(0) = z_0 \quad (4.5)$$

Bu denklemler taraf tarafa çıkarılarak $w - z = u$, $\nu_1 - \nu_2 = \nu$ yazıldığında

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} - \frac{dz}{dt} + \nu_1 A_g w - \nu_2 A_g z + \nu_1 C_g w - \nu_2 C_g z + \alpha A_g w_t - \alpha A_g z_t + \alpha C_g w_t - \alpha C_g z_t \\ + B_g(w, w) - B_g(z, z) = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

olur.

Denklemden A_g, C_g 'nin lineerliği ve B_g 'nin bilineerliği kullanılarak Eş. 4.6 aşağıdaki gibi yeniden yazılır.

A_g ve C_g nin lineerliği kullanılarak

$$\begin{aligned} v_1 A_g w - v_2 A_g z &= v_1 A_g w - v_2 A_g w + v_2 A_g w - v_2 A_g z \\ &= (v_1 - v_2) A_g w + v_2 A_g (w - z) \\ &= v A_g w + v_2 A_g u \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 C_g w - v_2 C_g z &= v_1 C_g w - v_2 C_g w + v_2 C_g w - v_2 C_g z \\ &= (v_1 - v_2) C_g w + v_2 C_g (w - z) \\ &= v C_g w + v_2 C_g u \end{aligned}$$

yazılır.

Benzer şekilde A_g ve C_g operatörleri lineer olduğundan

$$\alpha A_g w_t - \alpha A_g z_t = \alpha A_g (w - z)_t = \alpha A_g u_t$$

$$\alpha C_g w_t - \alpha C_g z_t = \alpha C_g (w - z)_t = \alpha C_g u_t$$

olur.

B_g nin bilineerliği kullanılarak

$$\begin{aligned} B_g(w, w) - B_g(z, z) &= B_g(w, w) + B_g(z, w) - B_g(z, w) - B_g(z, z) \\ &= B_g(w - z, w) + B_g(z, w - z) \\ &= B_g(u, w) + B_g(z, u) \end{aligned}$$

yazılır.

Bu ifadeler Eş.4.6 da yerine yazıldığında denklem yeniden düzenlenir.

$$\begin{aligned} & \frac{du}{dt} + vA_g w + v_2 A_g u + vC_g w + v_2 C_g u + \alpha A_g u_t + \alpha C_g u_t + B_g(u, w) \\ & + B_g(z, u) = 0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Bu yapısal kararlılığı elde etmek için Eş. 4.7 önce u ile H_g uzayında iç çarpımı alındığında

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|u\|_g^2 + v(A_g w, u)_g + v_2 \|\nabla u\|_g^2 + v b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, w, u\right) + v_2 b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u, u\right) + \frac{\alpha}{2} \frac{d}{dt} \|\nabla u\|_g^2 \\ & + \alpha b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u\right) + b_g(u, w, u) = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

elde edilir.

Benzer şekilde u_t ile iç çarpımı alındığında,

$$\begin{aligned} & \|u_t\|_g^2 + v(A_g w, u_t) + v_2 \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \|\nabla u\|_g^2 + v b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, w, u_t\right) + v_2 b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u, u_t\right) + \alpha \|\nabla u_t\|_g^2 \\ & + \alpha b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u_t\right) + b_g(u, w, u_t) + b_g(z, u, u_t) = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

elde edilir.

İki denklem taraf tarafa toplanarak gerekli düzenlemeler yapıldığında

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\|u\|_g^2 + (\alpha + v_2) \|\nabla u\|_g^2) + v_2 \|\nabla u\|_g^2 + \|u_t\|_g^2 + \alpha \|\nabla u_t\|_g^2 \\ & \leq v \left| (A_g w, u)_g \right| + v \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, w, u\right) \right| + v_2 \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u, u\right) \right| + \alpha \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u\right) \right| \\ & + \left| b_g(u, w, u) \right| + v \left| (A_g w, u_t)_g \right| + v \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, w, u_t\right) \right| + v_2 \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u, u_t\right) \right| \\ & + \alpha \left| b_g\left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u_t\right) \right| + \left| b_g(u, w, u_t) \right| + \left| b_g(z, u, u_t) \right| \end{aligned} \quad (4.10)$$

eşitsizliği elde edilir.

Sağ tarafta yer alan terimler için Cauchy-Schwarz, Hölder, Young, Ladyzhenskaya ve Poincaré eşitsizlikleri uygulanarak aşağıdaki değerlendirmeler elde edilir.

Cauchy-Schwarz ve Young eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
v \left| (A_g w, u)_g \right| &\leq v (A_g^{1/2} w, A_g^{1/2} u) \\
&\leq v \|\nabla w\|_g \|\nabla u\|_g \\
&\leq \frac{\varepsilon_1}{2} \|\nabla u\|_g^2 + \frac{v^2}{2\varepsilon_1} \|\nabla w\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.11}$$

yazılır.

Poincaré eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
v_2 |(A_g u, u)| &\leq \frac{v_2}{2} \|\nabla u\|_g^2 + \frac{v_2}{2} \|\nabla u\|_g^2 \\
&\leq \frac{v_2}{2} \|\nabla u\|_g^2 + \frac{v_2}{2} \frac{1}{c} \|u\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.12}$$

eşitsizliği elde edilir.

Cauchy-Schwarz ve Young eşitsizlikleri kullanılarak

$$\begin{aligned}
v \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, w, u \right) \right| &\leq \frac{v}{m_0} \|u\|_g \|\nabla g\|_\infty \|\nabla w\|_g \\
&\leq \frac{\varepsilon_2}{2} \|u\|_g^2 + \frac{v^2}{2\varepsilon_2 m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \|\nabla w\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.13}$$

yazılır.

Cauchy-Schwarz ve Poincaré eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
v_2 \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, u, u \right) \right| &\leq \frac{v_2}{m_0} c \|\nabla g\|_\infty \|\nabla u\|_g \|u\|_g \\
&\leq \frac{v_2}{m_0} c \|\nabla g\|_\infty \|\nabla u\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.14}$$

yazılır.

Cauchy-Schwarz ve Young eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
\alpha \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u \right) \right| &\leq \frac{\alpha}{m_0} \|\nabla g\|_\infty \|\nabla u_t\|_g \|u\|_g \\
&\leq \frac{\varepsilon_3}{2} \|\nabla u_t\|_g^2 + \frac{\alpha^2}{2m_0^2 \varepsilon_3} \|\nabla g\|_\infty^2 \|u\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.15}$$

yazılır.

$$\begin{aligned}
|b_g(u, w, u)| &\leq \|u\|_{L^4} \|\nabla w\|_{L^2} \|u\|_{L^4} \\
&\leq c \|u\|_g^{1/2} \|\nabla u\|_g^{1/2} \|\nabla w\|_g \|u\|_g^{1/2} \|\nabla u\|_g^{1/2} \\
&\leq c \|u\|_g \|\nabla u\|_g \|\nabla w\|_g \\
&\leq c^2 \frac{\varepsilon_4}{2} \|\nabla w\|_g^2 \|\nabla u\|_g^2 + \frac{1}{2\varepsilon_4} \|u\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Eş. 4.16 da Ladyzhenskaya, Hölder ve Young eşitsizlikleri kullanılmıştır.

Cauchy-Schwarz ve Young eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned}
v \left| (A_g w, u_t)_g \right| &\leq v \|\nabla w\|_g \|\nabla u\|_g \\
&\leq \frac{\varepsilon_5}{2} \|\nabla u_t\|_g^2 + \frac{v^2}{2\varepsilon_5} \|\nabla w\|_g^2
\end{aligned} \tag{4.17}$$

yazılır.

Cauchy-Schwarz ve Young eşitsizliği kullanılarak

$$\begin{aligned} v \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, w, u_t \right) \right| &\leq \frac{v}{m_0} \|\nabla g\|_\infty \|\nabla w\|_g \|u_t\|_g \\ &\leq \frac{\varepsilon_6}{2} \|u_t\|_g^2 + \frac{1}{2\varepsilon_6} \frac{v^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \|\nabla w\|_g^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} v_2 \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, u, u_t \right) \right| &\leq \frac{v_2}{m_0} \|\nabla g\|_\infty \|\nabla u\|_g \|u_t\|_g \\ &\leq \frac{\varepsilon_7}{2} \|u_t\|_g^2 + \frac{1}{2\varepsilon_7} \frac{v_2^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \|\nabla u\|_g^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \alpha \left| b_g \left(\frac{\nabla g}{g}, u_t, u_t \right) \right| &\leq \frac{\alpha}{m_0} \|\nabla g\|_\infty \|\nabla u_t\|_g \|u_t\|_g \\ &\leq \frac{\varepsilon_8}{2} \|u_t\|_g^2 + \frac{1}{2\varepsilon_8} \frac{\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \|\nabla u_t\|_g^2 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Eş. 4.18, Eş. 4.19, Eş. 4.20 elde edilmiştir.

Ladyzhenskaya, Hölder, Poincaré eşitsizliği uygulanarak

$$\begin{aligned} |b_g(u, w, u_t)| &\leq \|u\|_{L^4} \|\nabla w\|_{L^2} \|u_t\|_{L^4} \\ &\leq c \|u\|_g^{1/2} \|\nabla u\|_g^{1/2} \|\nabla w\|_g \|u_t\|_g^{1/2} \|\nabla u_t\|_g^{1/2} \\ &\leq c \|\nabla u\|_g \|\nabla w\|_g \|\nabla u_t\|_g \\ &\leq \frac{\varepsilon_9}{2} \|\nabla u_t\|_g^2 + \frac{c^2}{2\varepsilon_9} \|\nabla w\|_g^2 \|\nabla u\|_g^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

ve

$$\begin{aligned} |b_g(z, u, u_t)| &\leq \|z\|_{L^4} \|\nabla u\|_{L^2} \|u_t\|_{L^4} \\ &\leq c \|z\|_g^{1/2} \|\nabla z\|_g^{1/2} \|\nabla u\|_g \|u_t\|_g^{1/2} \|\nabla u_t\|_g^{1/2} \\ &\leq c \|\nabla z\|_g \|\nabla u\|_g \|\nabla u_t\|_g \\ &\leq \frac{\varepsilon_{10}}{2} \|\nabla u_t\|_g^2 + \frac{1}{2\varepsilon_{10}} c^2 \|\nabla z\|_g^2 \|\nabla u\|_g^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

eşitsizlikleri elde edilmiştir.

Eş. 4.11 –Eş. 4.22 değerlendirmeleri Eş. 4.10 un sol tarafında dikkate alındığında

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\|u_t\|_g^2 + (\alpha + \nu_2) \|\nabla u\|_g^2 + \|u\|_g^2) \left(\frac{\nu_2}{2} \frac{1}{c} - \frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\alpha^2}{2m_0^2 \varepsilon_3} \|\nabla g\|_\infty^2 - \frac{1}{2\varepsilon_4} \right) \\
& + \|\nabla u\|_g^2 \left(\frac{\nu_2}{2} - \frac{\varepsilon_1}{2} - \frac{\nu_2}{m_0} c \|\nabla g\|_\infty - c^2 \frac{\varepsilon_4}{2} \sup_{0 < t < T} \|\nabla w\|_g^2 - \frac{1}{2\varepsilon_7} \frac{\nu_2^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right. \\
& \left. - \frac{1}{2\varepsilon_9} c^2 \sup_{0 < t < T} \|\nabla w\|_g^2 - \frac{1}{2\varepsilon_{10}} c^2 \sup_{0 < t < T} \|\nabla z\|_g^2 \right) + \|u_t\|_g^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_6}{2} - \frac{\varepsilon_7}{2} - \frac{\varepsilon_8}{2} \right) \\
& + \|\nabla u_t\|_g^2 \left(\alpha - \frac{\varepsilon_3}{2} - \frac{\varepsilon_5}{2} - \frac{1}{2\varepsilon_8} \frac{\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 - \frac{\varepsilon_8}{2} - \frac{\varepsilon_9}{2} \right) \\
& \leq \nu^2 \sup_{0 < t < T} \|\nabla w\|_g^2 \left(\frac{1}{2\varepsilon_1} + \frac{1}{2\varepsilon_2 m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 + \frac{1}{2\varepsilon_5} + \frac{1}{2\varepsilon_6} \frac{\nu^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right)
\end{aligned}$$

eşitsizliği yazılır.

Burada w ve z , Eş. 4.1 in zayıf çözümleri olduğundan

$$\sup_{0 < t < T} \|\nabla w\|_g^2 = k_1$$

$$\sup_{0 < t < T} \|\nabla z\|_g^2 = k_2$$

olarak yazılır ve burada k_1 ve k_2 sabit sayılardır.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_4 = 1$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_5 = \varepsilon_9 = \varepsilon_{10} = \frac{1}{4}$$

$$\varepsilon_6 = \varepsilon_7 = \varepsilon_8 = \frac{1}{2}$$

ve $k = \max\{k_1, k_2\}$ olarak alındığında

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} (\|u\|_g^2 + (\alpha + \nu_2) \|\nabla u\|_g^2) + \|u\|_g^2 \left(\nu_2 \frac{1}{c} - 2 - \frac{4\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \\
& + \|\nabla u\|_g^2 \left(\nu_2 - 1 - 9c^2k - \frac{2\nu_2}{m_0} c \|\nabla g\|_\infty - \frac{2\nu_2^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \\
& + \|u_t\|_g^2 \frac{1}{2} + \|\nabla u_t\|_g^2 \left(2\alpha - 1 - \frac{2\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \leq \nu^2 k \left(5 + \frac{3}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right)
\end{aligned}$$

eşitsizliği elde edilir.

Burada $\|u\|_g^2$, $\|\nabla u\|_g^2$ ve $\|\nabla u_t\|_g^2$ terimlerinin katsayıları pozitif, yeterince büyük ν_2 ve α katsayıları için

$$\left(\nu_2 \lambda_g - 2 - \frac{4\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \geq h_1$$

$$\left(\nu_2 - 1 - 9c^2k - \frac{2\nu_2}{m_0} c \|\nabla g\|_\infty - \frac{2\nu_2^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \geq h_2$$

$$\left(2\alpha - 1 - \frac{2\alpha^2}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) > 0$$

olması şartıyla

$$\frac{d}{dt} (\|u\|_g^2 + (\alpha + \nu_2) \|\nabla u\|_g^2) + \beta (\|u\|_g^2 + (\alpha + \nu_2) \|\nabla u\|_g^2) \leq \nu^2 k \left(5 + \frac{3}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right)$$

elde edilir. Burada

$$\beta = \min \left(h_1, \frac{h_2}{\alpha + \nu_2} \right)$$

olarak alınmıştır.

Bu son eşitsizliğe Gronwall lemması uygulandığında

$$(\|u\|_g^2 + (\alpha + \nu_2)\|\nabla u\|_g^2) \leq \frac{\nu^2}{\beta} k \left(5 + \frac{3}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right)$$

yazılır.

Böylece

$$(\|w - z\|_g^2 + (\alpha + \nu_2)\|\nabla(w - z)\|_g^2) \leq \frac{(\nu_1 - \nu_2)^2}{\beta} k \left(5 + \frac{3}{m_0^2} \|\nabla g\|_\infty^2 \right) \quad (4.23)$$

bulunur.

Eş. 4.23, ν viskozite katsayısına sürekli bağımlılığı bir diğer ifadeyle denklemin yapısal kararlılığını verir. Yani ν_1, ν_2 ye giderken, H_g uzayında, w, z ye gider bunun yanında V_g uzayında da, w, z ye gider. Bu sonuç denklemin çözümlerinin H_g ve V_g uzayında yapısal kararlılığını verir.



5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Akışkanların hareketi bilim adamları tarafından çalışılan konular arasındadır ve bu konular bir çok çalışmanın kaynağı olmuştur. Navier-Stokes denklemleri, Kelvin-Voight denklemleri akışkan hareketlerini ifade eden önemli denklemlerdendir. Bu denklemlerin çözümlerinin uzun zamanlı davranışlarını incelemek olayları açıklamak açısından önemlidir. Bu tip olayları anlayabilmek için ele alınan modelleri ifade eden denklemlerin çözümleri için belirleyici modlar, yerel olmayan çekicilerinin varlığı, yapısal kararlılığı gibi problemler günümüzde yoğun bir şekilde çalışılmaktadır. Bu tezde g-Kelvin-Voight denklemleri incelenmiştir. Denkleminde yer alan ν viskozite katsayısındaki değişimin denklemin çözümü üzerindeki etkisi incelenmiş denklemin ν katsayısına sürekli bağımlılığı gösterilmiştir. Yapısal kararlılık uygulamada yeri olan ve farklı denklemler ve modeller için ele alınan önemli problemlerdendir. Denklemin katsayılarının değişebilir olması fizikçiler açısından önemlidir. g-Kelvin-Voight denklemlerinin çözümlerinin ele alınmayan özellikleri üzerinde çalışmalara devam edilmektedir.



KAYNAKLAR

1. Roh, J. (2001). *g-Navier-Stokes equations*, PhD Thesis, University of Minnesota, Minnesota, 1-20.
2. Raugel G., Sell G. (1993). Navier-Stokes equations on thin 3D domains, I. Global attractors and global regularity of solutions. *Journal of the American Mathematical Society*, 6 (3), 503-568.
3. Kaya, M., Çelebi, A. O. (2009). Existence of weak solutions of g-Kelvin Voight equation. *Mathematical and Computer Modelling*, 49, 497-504.
4. Ames, K. A., Straughan, B. (1997). *Non-standard and improperly posed problems*, San Diego: Academic Press, 1-303.
5. Payne, L. E., Straughan, B. (1999). Convergence and continuous dependence for the Brinkman- Forcheimer Equations, *Studies in Applied Mathematics*, 102, 419-439.
6. Çelebi, A. O., Gür, Ş. and Kalantarov, V. K. (2011). Structural stability and decay estimate for Marine Riser equations. *Mathematical and Computer Modelling*, 54, 3182-3188.
7. Çelebi, A. O., Kalantarov, V. K. and Uğurlu, D. (2005). Continuous dependence for the convective Brinkman-Forcheimer equations. *Applicable Analysis*, 84, 877-888.
8. Çelebi, A. O., Kalantarov, V. K., and Uğurlu, D. (2006). On continuous dependence on coefficients for Brinkman-Forcheimer equations. *Applied Mathematics Letters*, 19, 801-807.
9. Liu, Y., Xiao, S. (2018). Structural stability for the Brinkman fluid interfacing with a Darcy fluid in an unbounded domain. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 42, 308-333.
10. Ames, K. A., Payne, L. E. (1990). On stabilizing against modelling errors in a penetrative convection problem for a porous medium. *Mathematical Models Methods Applied Sciences*, 4, 733-740.
11. Franchi, F., Straughan, B. (2003). Continuous dependence and decay for the Forcheimer equations. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 459, 3195-3202.
12. Harfash, A. J. (2014). Structural stability for two convection models in a reacting fluid with magnetic field effect. *Annales Henri Poincaré*, 15, 2441-2465.
13. Kaloni, P. N., Guo, J. (1996). Steady nonlinear double-diffusive convection in a porous medium based upon the Brinkman-Forcheimer Model. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 204, 138-155.
14. Li, Y., Lin, C. (2014). Continuous dependence for the nonhomogeneous Brinkman-Forcheimer equations in a semi-infinite pipe. *Applied Mathematics and Computation* 244, 201-208.

15. Lin, C., Payne, L. E. (2007). Structural stability for a Brinkman fluid. *Mathematical Models Methods Applied Sciences*, 30, 567-578.
16. Lin, C., Payne, L. E. (2007). Structural stability for the Brinkman equations of flow in double diffusive convection. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 325, 1479-1490.
17. Payne, L. E., Straughan, B. (1996). Stability in the initial-time geometry problem for the Brinkman and Darcy equations of flow in porous media. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 75, 255-271.
18. Payne, L. E., Straughan, B. (1998). Structural stability for the Darcy equations of flow in porous media. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 454, 1691-1698.
19. Payne, L. E., Song, J.C. and Straughan, B. (1999). Continuous dependence and convergence results for Brinkman and Forcheimer models with variable viscosity. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 455, 2173-2190.
20. Straughan, B., Hutter, K. (1999). A priori bounds and structural stability for double diffusive convection incorporating the Soret effect. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 455, 2173-2190.
21. Evans, L. C. (2000). *Partial differential equations* (19. edition). California: American Mathematical Society, 1-662.
22. Robinson, J. C. (2001). *Infinite dimensional dynamical systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1-462.
23. Adams, R. A. (1975). *Sobolev spaces*. New York: Academic Press, 1-268.
24. Reddy, B. D. (1998). *Introductory functional analysis with applications to boundary value problems and finite elements*. New York: Springer, 1-431.
25. Ladyzhenskaya, O.A. (1969). *The mathematical theory of viscous incompressible flow*. New York: Gordon and Breach, 7-11.
26. Zeidler, E. (1990). *Nonlinear functional analysis and its applications, II/A: Linear Monotone Operators*. New York: Springer, 229-271.
27. Harfash, A. J. (2014). Structural stability for two convection models in a reacting fluid with magnetic field effect. *Annales Henri Poincaré*, 15, 2441-2465.
28. Roh, J. (2005). Dynamics of the g-Navier-Stokes equations. *Journal of Differential Equations*, 211(2), 452-484.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ATMACA, Aysun
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 13.04.1989, Ankara
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (535) 778 08 49
 e-mail : karakus.aysun@gmail.com



Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Gazi Üniversitesi / Matematik	Devam ediyor
Lisans	TOBB ETÜ / Matematik	2013
Lise	Çankaya Anadolu Lisesi	2007

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2016-2018	Özel Eğitim Kurumları	Matematik Öğretmeni

Yabancı Dil

İngilizce, Almanca

Yayımlar

1. Karakuş, A. (2019, 4-5 May). *Structural stability for g-Kelvin-Voight equations*. Paper presented at International Workshop on Dynamical Systems and Applications, Ankara.

Hobiler

Tiyatro



GAZİ GELECEKTİR..