

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI**

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ
ADAYLARININ FONKSİYONEL DÜŞÜNME İÇEREN
PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE ÇOKLU TEMSİL
KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan
ŞEYMA ÇATALKAYA**

Yüksek Lisans Tezi

**Temmuz 2023
KAYSERİ**

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ
ADAYLARININ FONKSİYONEL DÜŞÜNME İÇEREN
PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE ÇOKLU TEMSİL
KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ**

**Hazırlayan
ŞEYMA ÇATALKAYA**

**Danışman
Prof. Dr. İBRAHİM BAYAZIT**

**Bu çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma
Kurumu tarafından BİDEB 2210 kodlu Yurt içi Burs
Programı ile desteklenmiştir.**

**Temmuz 2023
KAYSERİ**

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK

Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada,

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı bütün bilgi ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin bütününe kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversitede veya başka bir üniversitede başka bir bilimsel çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

Şeyma Çatalkaya

YÖNERGEYE UYGUNLUK

İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünme İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi adlı Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Tez Önerisi ve Tez Yazma Yönergesi'ne uygun olarak hazırlanmıştır.

Hazırlayan

Şeyma ÇATALKAYA

Danışman

Prof. Dr. İbrahim BAYAZIT

KABUL VE ONAY

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Şeyma ÇATALKAYA'nın hazırladığı **İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünme İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi** başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından **Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Bilim Dalında Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Başkanı

Unvan Ad SOYADI

.....

Jüri Üyesi (Danışman)

Unvan Ad SOYADI

.....

Jüri Üyesi

Unvan Ad SOYADI

.....

Bu tez Erciyes Üniversitesi Lisansüstü Eğitim, Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca yukarıdaki jüri üyeleri tarafından ... / ... / tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulunca ... / ... / tarihi ve sayılı karar ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hüseyin ARAK

Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim ve çalışmalarım süresince yardımlarını ve değerli zamanını esirgemeyen, tezin hazırlanması aşamasında görüş ve önerileri ile yol gösteren, bana hep destek olan değerli danışman hocam Prof. Dr. İbrahim BAYAZIT'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Çalışmama olan katkı ve kıymetli görüşleri için Arş. Gör. Dr. S. Merve KIRNAP DÖNMEZ'e çok teşekkür ederim.

Bana her zaman destek olan, hayatımın her anında yanımda olan annem Suna ÇATALKAYA ve babam Bayram ÇATALKAYA'ya çok teşekkür ederim. Bu süreçte yanımda olan kardeşlerim Berra ve Mustafa ÇATALKAYA size de teşekkürü borç bilirim.

Ayrıca sağlamış olduğu destek ile tezimin yürütülmesine katkı sağlayan Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu'na teşekkürlerimi sunarım.

Şeyma ÇATALKAYA
Temmuz 2023, KAYSERİ

ÖZ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ FONKSİYONEL DÜŞÜNME İÇEREN PROBLEMLERİN ÇÖZÜMÜNDE ÇOKLU TEMSİL KULLANMA BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Şeyma ÇATALKAYA

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Temmuz, 2023
Danışman: Prof. Dr. İbrahim BAYAZIT

Bu çalışma ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerin çözümünde kullandıkları çoklu temsil kullanma becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Araştırmada toplanan verilerin bütüncül bir yaklaşımla ortaya konması amacıyla nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Araştırma Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında öğrenim görmekte olan öğrenciler ile gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarına fonksiyonel düşünme kullanımını gerektiren 8 adet soru yazılı olarak uygulanmıştır. Yazılı sınavda verilen cevapların analiz sonuçlarına göre öğretmen adayları seçilerek mülakat gerçekleştirilmiştir. Yapılan analizler sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerde çoklu temsil kullanma becerileri ve bu temsilleri birbiriyle ilişkilendirme becerilerinin düşük olduğu sonucuna varılmıştır. Öğretmen adayları farklı temsil türleri kullanmış, fakat temsiller arası dönüşüm yapmada yetersiz kalmışlardır. En çok kullanılan temsil türü cebirsel temsildir. Bunun dışındaki temsil çeşitlerine de başvuran adaylar vardır.

Anahtar sözcükler: fonksiyonel düşünme, çoklu temsil, ilköğretim matematik öğretmeni adayları, problem çözme,

ABSTRACT

INVESTIGATION OF THE SKILLS OF ELEMANTARY MATHEMATICS TEACHER TO USE MULTIPLE REPRESENTATIONS IN SOLUTION OF PROBLEMS INCLUDING FUNCTIONAL THINKING

Şeyma CATALKAYA

Erciyes University, Institute of Educational Sciences

Master Thesis, July, 2023

Advisor: Prof. Dr. Ibrahim BAYAZIT

This study aims to examine the multiple representation skills used by prospective elementary mathematics teachers in solving problems that require functional thinking. Qualitative research design was used in order to present the data collected in the research with a holistic approach. The research was carried out with students studying at Erciyes University Education Faculty Elemantary Education Mathematics Teaching Program. Eight questions requiring the use of functional thinking were applied to prospective teachers in written form. According to the results of the analysis of the answers given in the written exam, pre-service teachers were selected and interviewed. As a result of the analysis, it was concluded that the pre-service teachers' skills in using multiple representations in problems requiring functional thinking and their ability to associate these representations with each other were low. Pre-service teachers used different types of representations, but they were insufficient in transforming between representations. The most used type of representation is the algebraic representation. There are also candidates who apply for other types of representation.

Keywords: functional thinking, multiple representation, pre-service teachers, problem solving, association skills

İÇİNDEKİLER

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK.....	i
YÖNERGEYE UYGUNLUK.....	ii
KABUL VE ONAY	iii
TEŞEKKÜR	iv
ÖZ	v
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	xiv
BÖLÜM I	
GİRİŞ	1
1.1. Araştırmanın Önemi	2
1.2. Araştırmanın Amacı	3
1.3. Problem ve Alt Problemler	4
1.4. Sınırlılıklar	4
BÖLÜM II	
ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	5
2.1. Cebirsel Düşünme	5
2.1.1. Cebirsel düşünmenin boyutları.....	9
2.1.2. Cebirsel düşünmenin gelişimi	11
2.1.3. Zihnin cebirsel alışkanlıklarını oluşturmak	11
2.2. Fonksiyonel Düşünme	12
2.3. Çoklu Temsiller.....	16
2.3.1. Temsil etme süreci ve çoklu temsiller	18
2.3.2. Çoklu temsillerin sınıflandırılması	20
2.3.3. Çoklu temsillerin öğrenme ve öğretme sürecindeki yansımaları	25
2.4. İlgili Araştırmalar	27
BÖLÜM III	
YÖNTEM.....	34
3.1. Araştırmanın Modeli	34
3.2. Çalışma Grubu	35

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları	36
3.3.1. Araştırma kapsamında kullanılan problemler	38
3.3.1.1. Reel kök bulma problemi	38
3.3.1.2. Otopark problemi.....	39
3.3.1.3. Hız problemi.....	41
3.3.1.4. Mandıra problemi	43
3.3.1.5. Oksijen-gaz problemi.....	44
3.3.1.6. Yürüyüş problemi.....	45
3.3.1.7. Zam problemi	47
3.3.1.8. Covid-19 problemi.....	49
3.4. Verilerin Analizi	51
BÖLÜM IV	
BULGULAR	53
4.1. Reel- Kök Problemine İlişkin Bulgular	54
4.2. Otopark Problemine İlişkin Bulgular	61
4.3. Hız Problemine İlişkin Bulgular	69
4.4. Mandıra Problemine İlişkin Bulgular.....	75
4.5. Oksijen- Gaz Problemine ilişkin Bulgular.....	81
4.6. Yürüyüş Problemine İlişkin Bulgular.....	89
4.7. Zam Problemine İlişkin Bulgular.....	95
4.8. Covid-19 Problemine İlişkin Bulgular	104
BÖLÜM V	
TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER	116
KAYNAKÇA	123
EKLER.....	131
EK 1: Etik Komisyonu Onay Bildirimi.....	131
EK 2: Araştırma İzni	132
EK 3: Anket Formu.....	135
ÖZGEÇMİŞ.....	138

TABLolar LİSTESİ

Tablo 1	Otopark Problemi Tablo Temsili.....	40
Tablo 2	Yürüyüş Problemi için tablo temsili.....	46
Tablo 3	Maaş ve zamlı maaş tablosu	48
Tablo 4	Covid-19 kural-enfekte tablosu	49
Tablo 5	Yazılı sınavda en çok kullanılan temsil çeşitleri.....	53
Tablo 6	Birden fazla temsil çeşidi kullanımının Dağılım Yüzdesi	54
Tablo 7	Bu sorunun çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	55
Tablo 8	Bu sorunun çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller.....	57
Tablo 9	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında oluşturdukları temsil türleri.....	58
Tablo 10	Otopark sorusu çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	62
Tablo 11	Otopark sorusu çözümüne yönelik doğru çözümlerde birden fazla temsil kullanan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller.....	64
Tablo 12	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında otopark sorusu için oluşturdukları temsil türleri.....	65
Tablo 13	Hız probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	70
Tablo 14	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında hız problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	72
Tablo 15	Mandıra probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	76
Tablo 16	Mandıra probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller	78
Tablo 17	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında mandıra problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	79
Tablo 18	Oksijen- gaz probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	81
Tablo 19	Oksijen- gaz probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller	84

Tablo 20	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında oksijen-gaz problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	86
Tablo 21	Yürüyüş probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	89
Tablo 22	Yürüyüş probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller	91
Tablo 23	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında yürüyüş problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	93
Tablo 24	Zam Probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	95
Tablo 25	Zam Probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller	98
Tablo 26	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında zam problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	102
Tablo 27	Covid-19 Probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller	105
Tablo 28	Covid-19 Probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller	108
Tablo 29	Öğretmen adaylarının mülakat esnasında covid problemi için oluşturdukları temsil türleri.....	110
Tablo 30	Problemler bazında kullanılan temsil çeşitleri uygunluk durumuna ilişkin yazılı sınav bulgularının özeti (%).	116

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1	Cebirsel Düşünmenin Kavramsal Yapısı.....	8
Şekil 2	Cebirsel Düşünmenin Boyutları	10
Şekil 3	İç ve Dış Temsiller Arasındaki İlişki Diyagramı	22
Şekil 4	Lineer bir fonksiyon için matematikte temsil sistemleri	24
Şekil 5	Öğretimde Kullanılacak Bazı Temsil Biçimleri.....	26
Şekil 6	$y=x^2$ parabol grafiği ve $y=2x$ üstel fonksiyonunun grafiği	39
Şekil 7	Otopark Problemi Tablo Temsili.....	40
Şekil 8	Hız probleminin cebirsel ve görsel temsili	42
Şekil 9	Hız Problemi Grafik Temsili.....	43
Şekil 10	Mandıra Problemi Grafik Temsili	44
Şekil 11	Yürüyüş Problemi için grafik temsili	46
Şekil 12	Yürüyüş Problemi için doğrusal yol görseli	47
Şekil 13	Yürüyüş Problemi için Dairesel yol Görseli	47
Şekil 14	Zam Problemi için Grafik Temsili	49
Şekil 15	Covid-19 Problemi Grafik Temsili.....	50
Şekil 16	Temsil çeşitleri oluşturulan kodlar	52
Şekil 17	Bu sorunun çözümünde ÖA-16 Tarafından Kullanılan Uygun-Grafik Temsil Örneği.....	55
Şekil 18	Bu sorunun çözümünde ÖA-37 Tarafından Kullanılan Uygun olmayan Grafik Temsil Örneği	56
Şekil 19	Bu sorunun çözümünde ÖA-26 Tarafından Kullanılan Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil oluşturan öğretmen adayının çözümü	56
Şekil 20	Bu sorunun çözümünde ÖA-73 Tarafından Kullanılan Kısmi çözüm üreten temsil örneği	57
Şekil 21	Kısmi çözüm üreten örüntü temsil- cebirsel temsil örneği.....	58
Şekil 22	Otopark sorusu Çözümünde Mülakat Sırasında Öğretmen Adayı Pelin Tarafından çizilen grafik temsil örneği	60
Şekil 23	Otopark sorusu Çözümünde ÖA-73 Tarafından Kullanılan grafik temsilde yaşadıkları sorun örneği.....	61
Şekil 24	Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 9).....	62
Şekil 25	Otopark sorusu Çözümünde ÖA-96 Tarafından Kullanılan Uygun olmayan cebirsel temsil örneği.....	63

Şekil 26	2. Sorunun Çözümünde ÖA-16 Tarafından Kullanılan Uygun-örüntü temsil örneği.....	64
Şekil 27	Otopark sorusu Çözümünde ÖA-82 Tarafından Kullanılan Uygun örüntü temsil ile uygun olmayan cebirsel temsil örneği.....	65
Şekil 28	Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	66
Şekil 29	Faruk adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümleri	67
Şekil 30	Sinan adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümleri.....	69
Şekil 31	Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 81)	70
Şekil 32	Geliştirilmesi gereken cebirsel temsil örneği (ÖA 64).....	71
Şekil 33	Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	72
Şekil 34	Sinan adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü.....	73
Şekil 35	Öğretmen adaylarının hız probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 52).....	75
Şekil 36	Uygun-grafik temsil örneği (ÖA 14).....	76
Şekil 37	Uygun olmayan grafik temsil örneği (ÖA 34)	77
Şekil 38	Cebirsel temsil örneği (ÖA 47)	78
Şekil 39	Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 37).....	79
Şekil 40	Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	80
Şekil 41	Öğretmen adaylarının mandıra probleminde yaşadıkları zorluk örneği	81
Şekil 42	Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 53)	82
Şekil 43	Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 71)	83
Şekil 44	Uygun-grafik temsil örneği (ÖA 82).....	83
Şekil 45	Uygun-tablo temsil örneği (ÖA 17)	84
Şekil 46	Uygun grafik temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 28).....	85
Şekil 47	Uygun tablo temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 43)	85
Şekil 48	Kübra adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	87
Şekil 49	Öğretmen adaylarının oksijen-gaz probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 34)	88
Şekil 50	Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 17)	90
Şekil 51	Geliştirilmesi gereken cebirsel temsil örneği (ÖA 61).....	90
Şekil 52	Uygun grafik temsil kullanan öğretmen adayının çözümü [ÖA26]	91
Şekil 53	Uygun cebirsel temsil ile uygun grafik temsil örneği (ÖA 14).....	92
Şekil 54	Uygun cebirsel temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 44).....	93

Şekil 55	Pelin adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü.....	94
Şekil 56	Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 26)	96
Şekil 57	Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 23)	97
Şekil 58	Uygun grafik temsil örneği (ÖA 43)	97
Şekil 59	Uygun tablo temsil örneği (ÖA 22).....	98
Şekil 60	Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 101)	99
Şekil 61	Uygun sözel temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 16)	99
Şekil 62	Uygun tablo temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 11)	100
Şekil 63	Uygun grafik temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 104).....	101
Şekil 64	Pelin adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü.....	102
Şekil 65	Öğretmen adaylarının zam probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 97).....	104
Şekil 66	Uygun-Cebirsel temsil örneği (ÖA 88)	105
Şekil 67	Uygun grafik temsil örneği (ÖA 76)	106
Şekil 68	Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 4)	107
Şekil 69	Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 57)	108
Şekil 70	Uygun grafik temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 3)	109
Şekil 71	Sinan kod adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	111
Şekil 72	Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	112
Şekil 73	Faruk kod adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü	113

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

akt.	: Aktaran
Ed.	: Editör
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı
NTCM	: Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)
s.	: Sayfa
vd.	: Ve diğerleri



BÖLÜM I

GİRİŞ

Soyut yapısı nedeniyle matematik birçok kişi için anlaşılması zor bir ders olarak görülmektedir. Fakat dünya üzerindeki birçok alanla ilişkili olan matematik dersinin öğrenimi ve öğretimi vazgeçilemez bir gerçektir. Matematik öğretiminin istenen seviyede, yeterli ve gerekli materyal kullanımı sağlanarak gerçekleştirilemeyişi öğrencilerin matematik öğrenimini olumsuz yönde etkilemektedir (Baştürk, 2010). Örneğin; denklem çözmenin öğretimi sırasında artının eşitliğin diğer tarafına eksi olarak gittiğinin sadece sözel olarak dile getirilmesi, öğrencinin zihninde denklem çözmenin kavramsal bilgi düzeyinde oluşmasına yeterince katkı sağlamaz. Öğrencilerin zihinlerinde ezber bilgi olarak yer alan bu tür düşünceler anlamlı öğrenmenin önünde engel teşkil etmektedir. Sağlıklı bir matematik öğretimi gerçekleştirebilmek için bu kalıplaşmış yargıların ve olumsuz tutumların yok edilmesi gerekmektedir (Baykul, 2014). Öğrencilerin matematiğe karşı olan ön yargılarında ve tutumlarında öğretmenin rolü büyüktür; çünkü matematiğe karşı önyargıları yıkacak matematik dersini öğrencilere sevdirecek kişi öğretmendir. Matematiğin doğası gereği soyut kavramlardan oluşmasının insanların matematiğe karşı olumsuz tutum sergilemesini etkilemesinden söz edilmiştir. İnsanların ilgisini çekmek, içlerinde barındırdıkları merak duygularını harekete geçirmek için matematiğin soyut yapısı somutlaştırılmaya çalışılmalıdır. Çoklu temsiller bu noktada oldukça önemli bir işleve sahiptir. Çoklu temsiller veya çoklu gösterimler matematiği somutlaştırarak bireylerin zihinlerinde matematiği anlamlandırmalarına ve zihinlerinde yer alan şemaları oturtmalarına yardımcı olur. Bireyler çoklu temsiller sayesinde soyut ve kompleks matematiksel düşüncelere ve kavramlara farklı açılardan bakarak kavramlar arasındaki ilişkileri daha kolay oluşturur ve aynı zamanda farklı ve yaratıcı düşünce yollarını deneyimleyerek matematiksel kavramların anlaşılması sağlanır (Baştürk, 2010).

Bir insanın nasıl öğrendiği ve insanın öğrenmesine nasıl katkıda bulunabileceği hususu bilim adamlarını sürekli meşgul etmiştir. Öğretmenlerin öğrenme sürecini iyi tanımaları, etkin öğrenme modellerini kullanmaları ve süreci iyi yönetmeleri matematik öğretiminde oldukça önemlidir (Baykul, 2014). Öğretim sürecinde ön yargıları yıkmak, etkin ve verimli bir öğretim gerçekleştirmek için neler yapılabileceği hususunda geleceğimizin öğretmenlerini en doğru şekilde eğitmek, milyonlarca çocuğun eğitilmesi anlamına gelmektedir Yenilenen öğretim programlarında bilginin ezber yoluyla edinilmesinden ziyade bireyler tarafından aktif olarak yapılandırılmasının önemi vurgulanmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bu sebeple de ezberci öğretime neden olan kavram tanımlarını geliştirmek gerekmektedir. Matematikğin formel ve dolayısıyla tanıma dayalı bir yapısı vardır. Özellikle limit, türev ve fonksiyon gibi konularda tanımlarla derse başlanmaktadır (Altun, 2016). Durum böyle olunca konular öğrencilerin zihninde tam olarak oturmayıp bir müddet sonra unutulmaya başlamaktadır. Tanımlarla sunulan temalarda matematiksel düşüncelerin anlaşılır kılınması açısından, çoklu temsiller eğitimde önemli bir yer tutar. MEB, 2018 yılında yenilenen öğretim programında eleştirel düşünebilen, çok yönlü düşünebilen, girişimci, yaratıcı, problem çözebilen, empati kurmayı becerebilen ve içinde yaşadığı topluma faydalı olacak bireyler yetiştirmek hedeflenmektedir (MEB, 2018). Programın hedefleri doğrultusunda ve yapılandırmacı anlayış çerçevesinde öğrencilerin her biri kendi bilgisini kendisi oluşturmalıdır. Öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturmaları sürecinde çoklu temsiller bir matematiksel kavrama ilişkin farklı bilgi ve anlamların bir arada ilişkilendirilerek sunulmasını kolaylaştırdığı için kalıcı bilgiler edinilmesine katkı sağlar. Öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturmalarını sağlamak için problem çözümlerinde birden farklı yolun kullanılması ve problemlere farklı açılardan yaklaşması önerilmektedir. Problemlere farklı açılardan bakabilme becerisi ile yine çoklu temsil kullanımının önemine vurgu yapılmaktadır (Baştürk, 2010).

1.1. Araştırmanın Önemi

Çoklu temsiller, matematik eğitiminde her geçen gün önemi artan bir konu haline gelmektedir. Öğrencilerin günlük hayatta karşılaştığı fonksiyonel düşünme içeren problem durumlarına olası çözümler üretmeleri, çözüm süreçlerinde farklı temsilleri kullanabilme becerileri, temsiller arası geçiş yapabilme yeterliliklerinin

sorgulanması oldukça önemlidir (Akkan, 2016). Öğretmen adaylarının mesleğe başladıklarında temsiller arası ilişkileri kurabilmeleri için öğrencilere gereken rehberliği sağlayabilmeleri, öğretim sürecinde temsilleri yeterli seviyede kullanabilmeleri ve matematik öğretim programındaki fonksiyonel düşünme içeren problemleri anlamlandırmaları ile ilgili kazanımları gerçekleştirebilmeleri için kendilerinin temsiller arası ilişkiler kurabilmeleri konusundaki yeterliklerini geliştirmiş olması beklenir (İpek ve Okumuş, 2012).

Çoklu temsiller soyutlama, genişletme ve ilişkilendirme işlevleri ile bir kavramın daha derin olarak anlamlandırılması için fırsatlar sağlayabilir (Sevimli, 2009). Bireyin soyutlama becerisini geliştirdiği düşünüldüğünde çoklu temsillerin öğrencilerin problemlere farklı açılardan bakmalarına olanak sağlaması beklenmektedir. Literatürde çoklu temsil çeşitlerinin incelendiği birçok çalışma bulunmasına karşın, fonksiyonel düşünme gerektiren problem çözümlerinde kullanılan temsil türlerinin incelendiği çalışmalar sınırlı sayıdadır (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Ergene, 2011; İpek ve Okumuş, 2012; Sevimli, 2009). Daha önce yapılan çalışmalar incelendiğinde öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme gerektiren problemler ile kullandıkları temsilleri ortaya çıkaran herhangi bir araştırma olmadığı fark edilmiştir. Bu açıdan eldeki çalışmanın ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümü sürecinde kullandıkları temsil çeşitleri, en sık tercih ettikleri temsiller, her bir temsili kullanma noktasındaki yeterlikleri ve temsiller arası ilişkiler kurma noktasındaki yeterlikleri ve bu süreçlerde yaşadıkları zorluklara ilişkin önemli bilgi ve bulgular üreteceği öngörülmektedir.

1.2. Araştırmanın Amacı

Tez çalışmasının temel amacı, öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde çoklu temsil kullanabilme konusundaki yeterliklerini inceleyerek bu alandaki başarı ve yeterlilik durumlarını belirli kriterler açısından ortaya koymaktır. Fonksiyonel düşünmenin de kapsamlı hali olan cebir, üzerinde uzun uzun düşünülmesi ve araştırılması gereken konulardandır. Cebirsel düşünmenin özel bir formu olan fonksiyonel düşünme becerisi, çoklu temsil kullanımını çeşitlendirir. Araştırmada fonksiyonel düşünme içeren problemler kullanılarak öğretmen adaylarının en çok kullandıkları çoklu temsil çeşidi tespit edilecektir. Ayrıca adaylarla yapılan görüşmeler sonucu temsil kullanımında karşılaşılan zorluklar saptanmıştır. Bu

bağlamda araştırmada öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde ürettikleri temsillerin üzerinde durulmuş; kullanılan bu temsil türlerinden hangisinde daha başarılı oldukları karşılaştırmalı olarak incelenmiş ve yeterlilikleri tespit edilmiştir.

1.3. Problem ve Alt Problemler

Yürütülen bu tez çalışması kapsamında *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde çoklu temsil kullanma becerileri nasıldır?* araştırma sorusuna yanıt aranmaktadır. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın alt problemleri şu şekilde belirlenmiştir:

- 1- Öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde en çok kullandıkları temsil türleri nelerdir?
- 2- Öğretmen adayları fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde temsilleri kullanırken ne tür zorluklar yaşamaktadırlar?
- 3- Öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde kullandıkları temsil türleri arasında ilişkilendirme yapabilme becerileri nasıldır?

1.4. Sınırlılıklar

Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsil türleri ayrıntılı ve karşılaştırmalı olarak incelenmektedir. Çalışmanın matematiksel bağlamı araştırmada kullanılan fonksiyonel düşünme gerektiren problemler ile sınırlıdır. Ayrıca çalışmanın katılımcıları bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören toplam 188 tane öğretmen adayı ile sınırlıdır. Ayrıca eldeki çalışma 2021-2022 bahar dönemi ile sınırlıdır.

BÖLÜM II

ARAŞTIRMANIN KURAMSAL TEMELİ VE İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

2.1. Cebirsel Düşünme

Kieran'a göre cebir “genel sayı ilişkilerini gösteren polinom/denklem çözümleri gibi konuları sembolize eden matematik alanı olmanın ötesinde sembollerle hesap da yapabilen bir araçtır” (Kieran, 2004, s. 22). Kieran'ın cebir tanımı incelendiğinde cebirin denklem çözümlerinde kullanılması matematikte oldukça geniş bir yer kapladığı, matematik ile ilgisi olan olmayan herkesin karşısına cebir konusunun çıktığı düşüncesi desteklenmektedir. Tabach ve Friedlander'e (2017) göre de cebir, genelleştirilmiş aritmetiğin sembolik tarafı olarak tanımlanmaktadır. Sembolik olması sebebiyle soyut düşünme gerektiren bir konudur. Cebir, denklemleri çözmek, fonksiyonel ilişkileri analiz etmek, ifade ve ilişkilerden oluşan temsil sisteminin yapısını belirlemek için sembollerle ve tüm sayıların ötesinde genelleştirilmiş sayılarla ilgili bir konudur (Akkan, 2016). Bütün bu tanımlar dikkate alındığında cebir, sayı ve sembolleri kullanarak bunlar arasındaki ilişkileri denklemlere ve genel matematiksel ifadelere dönüştüren bir matematik dalı olarak tanımlanabilir.

Cebir aynı zamanda problem çözme sürecinde işe koşulan bir düşünme aracıdır. Bu özelliği nedeniyle öğrencilerin soyut düşünme ve muhakeme etme becerilerinin gelişmesinde önemli bir yere sahiptir. Öğrenciler cebir sayesinde matematiksel durumları genelleleyebilir, modelleyebilir ve analiz edebilir. Nicel veya nitel çokluklar arasındaki ilişkileri açıklamak için verileri organize ederek daha sistematik bir yol izleyebilirler (Akkan, 2016). Tüm bu özellikler birleştirildiğinde cebir, öğrencilerin dünyayı tanımlarına ve anlamalarına olanak sağlar. Bu nedenle de öğrencilerin cebir öğrenmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. National Council of Mathematics Teachers (NCTM), bütün öğrencilerin cebir bilmesi gerektiğini savunmakta ve anaokulundan lise öğreniminin sonuna kadar olan dönem boyunca cebirin gerekli seviyelerini bilmeleri gerektiğini belirtmiştir. Cebir, ülkemizde de

ortaokul matematik programlarının tamamında yer alan bir konudur (MEB, 2009). Ortaokul programlarında cebir öğrenme alanı başlığı altında her sınıf düzeyinde yer alan cebir kazanımları oldukça fazladır. Soyut düşünme gerektirmesi sebebiyle öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadığı konulardan biridir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, cebir öğrenme alanı yıllardır öğrencilerin anlamakta zorluk çektiği konulardan biri olduğu fark edilmiştir (Baki, 2008). Bu durum eğitimcileri cebir öğretiminde yer alan sorunun sebeplerini düşünmeye ve konunun öğretiminde alternatif öğretim stratejileri aramaya yönlendirmiştir. Çalışmalar incelendiğinde yaşanan zorluklarının temel sebeplerinden birinin cebirin soyut yapısıyla ilişkili olduğu sonucuna varılmaktadır (Baki, 2006).

Matematiğin ve diğer disiplinlerin öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal açılardan ortak bir köprü ve dil görevi üstlenen cebir öğrenme alanı günlük yaşamda bireylerin edinecekleri temel bilgi ve beceriler arasında önemli bir yapıtaşı olup, cebirsel düşünme ile yakından ilişkilidir. Cebirsel düşünme içerisinde birçok beceriyi içerir. Fakat bilim insanlarının genel olarak kabul ettiği temel beceriler genelleştirme, formülleştirme ve sembolleştirme olduğu belirtilmektedir (Gülpek, 2006). Driscoll (1999) “Cebirsel düşünme, nicel durumlara göre değişken kullanımı ve bu değişkenler arasındaki ilişkiyi açık hale getirebilme kapasitesidir” (s.3901) şeklinde tanımlamıştır. Bu kapasitenin artırılması cebirin kavramsal ve etkin öğretiminin sağlanması ile gerçekleştirilebilir. Cebir konuları bilinmeyenler, formüller, örüntüler, yer tutucular ve ilişkilerden oluşur. Sayılarla aritmetiği, şekillerle geometriyi öğrenen öğrenciler semboller ve harfler kullanarak cebir konularına giriş yaparlar (İspir ve Palabıyık, 2011). Cebir konularında başarılı olmak için cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine ihtiyaç vardır. Cebirsel düşünme, cebir ile ilişkili bir kavram olmasına rağmen cebir teriminin sahip olduğundan daha geniş ve farklı anlamlara sahiptir (Çelik, 2016).

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir biçimi olarak kabul edilmekte ve farklı araştırmacılar tarafından farklı şekillerde tanımlanmaktadır (Dede ve Argün, 2003). Kaput cebirsel düşünmeyi “Bireyin matematiksel işlemler ve ilişkilerle ilgili genellemeler yapma, bu genellemelerden hareketle varsayımda bulunma, tartışma ve bunları ifade etme süreçleri” (Delice ve Sevimli, 2010, s. 116) şeklinde tanımlamaktadır.

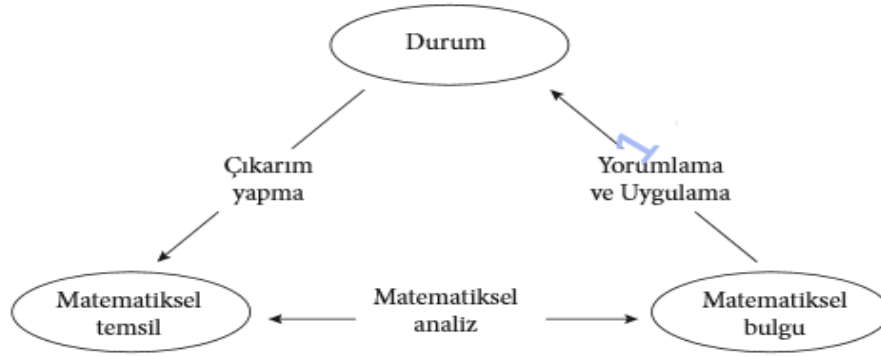
Kieran cebirsel düşünmeyi “Nicel durumları ilişkisel bir şekilde analiz etmek için çeşitli temsilleri kullanma yeteneği” (Kieran, 2004, s. 275) şeklinde

tanımlamaktadır. Swafford ve Langrall (2000, s. 2) ise cebirsel düşünmeyi “Tanımı bilinen niceliklerle işlemler yapan aritmetik muhakemenin aksine nicelik biliniyormuş gibi bilinmeyen bir nicelik üzerinde işlem yapabilme becerisi” şeklinde tanımlamaktadır. Bu tanım cebirsel düşünme sürecinin aritmetiksel düşünme sürecinden farklı bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır. Çünkü aritmetiksel düşünme dört temel işlem kullanarak bilinenden bilinmeyi bulmayı ve sayılar arasındaki ilişkileri açığa çıkarmayı içerir (Akkan, 2016). Cebirsel düşünmede ise bilinmeyen değişkenlerle işlem yapma, genellemeye ulaşma ve bu genellemeleri yine bilinmeyen değişkenlerle ifade etme söz konusudur. Diğer yandan aritmetiksel düşünmenin cebirsel düşünme için bir ön koşul olduğu söylenebilir. Çünkü öğrenciler ilkokuldan itibaren aritmetikte edindikleri bilgileri cebire geçişte kullanmaktadırlar. Özellikle sayı örüntüsü ve sayı örüntülerindeki ilişkiler üzerinde yaptıkları çalışmalar ileriki dönemlerde öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlamaktadır (Kieran, 2004).

Brown (2008) ise cebirsel düşünme için daha kapsamlı bir tanım sunmaktadır: Cebirsel düşünme, sözel olarak ifade edilmiş durumlardan hareketle gerekli bilgileri belirleyerek matematiksel bilgiyi şekil, tablo, grafik ve denklem gibi matematiksel temsillere dönüştürme ile elde edilen matematiksel bulguları (bilinmeyi bulmak, varsayımları test etmek ve fonksiyonel ilişkileri tanımlamak gibi) yorumlama ve farklı durumları analiz etmek için matematiksel sembol ve araçların kullanılmasıdır (Akkan, 2016). Bu tanıma uygun olarak Şekil 1’de gösterilen teorik çerçeveyi önermişlerdir.

Şekil 1

Cebirsel Düşünmenin Kavramsal Yapısı



Not. Cebirsel düşünme (s.462). Y. Akkan, 2016 tarafından *Matematik Eğitiminde Düşünceler* içerisinde alınmıştır.

Şekil 1’de verilen teorik çerçeveye göre cebirsel düşünme süreci verilen bir durumun analiz edilerek matematiksel temsil biçimlerine (şekil, tablo, grafik ve denklem) dönüştürülmesi, daha sonra matematiksel bulguların elde edilmesi ve elde edilen bulguların ilgili duruma ya da yeni durumlara uygulanması süreçlerinden oluşmaktadır. Bütün bu tanımlar dikkate alınarak cebirsel düşünme değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, bilinmeyen niceliklerle işlem yapma, örüntülerden genellemelere ulaşma, verileri çoklu temsiller yardımıyla ifade etme gibi becerilerden oluşan bir matematiksel düşünme süreci olarak tanımlanabilir. Sonuç olarak cebirsel düşünmenin farklı tanımlarda farklı yönleri vurgulanmış olsa da tanımlarda genel olarak çoklu temsiller, genelleme ve modelleme üzerine odaklanıldığı görülmektedir (Kieran, 2004).

Driscoll (1999) oluşturduğu teorik çerçevede cebirsel düşünmenin; fonksiyonlar ile bu fonksiyonların nasıl çalıştığını düşünme, cebirsel yapıların hesaplamalar üzerinde etkisi hakkında düşünme süreçlerini içerdiğini ifade etmektedir. Van de Walle vd. (2011), cebirsel düşünmenin sayılar ve işlemlerle genellemeler yapmayı, bu genellemeleri anlamlı sembol sistemleri kullanarak ifade etmeyi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını içerdiğini belirtmektedir. Ayrıca farklı gösterimlerle birlikte cebirsel ilişkileri tanımlama, orantısal akıl yürütme, değişken ve eşitlik kavramlarını anlama, örüntü ve fonksiyon kavramları ile tümevarımsal ve tündengelimsel çıkarımlar da cebirsel düşünmenin içeriğinde yer almaktadır (Gülpek, 2006). Bu sebeple cebirsel düşünme sürecinde öğrenciler fonksiyonları anlayabilmeli, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil

ve analiz edebilmeli, nicel ilişkileri temsil etmek ve anlamak için matematiksel modeller kullanabilmeli, gerçek yaşamda karşılaştıkları farklı durumlardaki değişimi analiz edebilmelidir (National Council of Teachers of Mathematics (NTCM), 2000).

Özetle, matematik bir örüntü ve düzen bilimidir. Çünkü belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavramlar ve işlemler üzerine kuruludur. Bu düzeni fark etmek, farklı örüntüleri keşfetmek ve anlamlandırmak matematik yapmak demektir (Van de Walle vd., 2011). Bu yüzden örüntü aramak, ilişkileri belirlemek ve genellemelere ulaşmak matematik yapmanın gereğidir. Cebirsel düşünme de sayıları, işlemleri ve örüntüleri genelleştirmeyi sağlayıp, örüntü aramayı ilişkileri keşfetmeyi ve genellemelere ulaşmayı içerdiğinden matematik yapmak için etkili bir araç olarak kabul edilebilir (MEB, 2009).

2.1.1. Cebirsel düşünmenin boyutları

Wongyai ve Kamol (2009, akt. Akkan, 2016) cebirsel düşünmenin gösterim (problem de verilen tablo, grafik, sembol ve benzeri ifadeleri kullanma), model (örüntüleri genelleştirme ve formülleştirme), değişken (genelleştirilmiş sayılarda değişkenin rolünü kavrama) olmak üzere üç temel beceriden oluştuğunu ifade etmiştir. Benzer şekilde Çelik’de (2016) cebirsel düşünmenin sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma, çoklu gösterimlerden yararlanma ve genellemeleri formüle etme olmak üzere üç ana beceriden oluştuğunu belirtmiştir.

Cebirsel düşünmenin tanımında olduğu gibi cebirsel düşünmenin boyutlarının neler olduğu konusunda da farklılıklar söz konusudur. Kriegler (2003, akt. Dede ve Argün, 2003, s. 182) cebirsel düşünmeyi “matematiksel düşünme araçlarının geliştirilmesi ve temel cebirsel fikirlerin incelenmesi” olarak iki ana bileşene ayırmıştır. Matematiksel düşünme araçları, problem çözme becerileri, temsil becerileri ve nicel akıl yürütme becerileri olan analitik zihin alışkanlıklarından oluşur. Temel cebirsel fikirler matematiksel düşünme araçlarının geliştirildiği içerik alanını temsil eder ve genelleştirilmiş aritmetik olarak cebir, dil olarak cebir, fonksiyonlar ve matematiksel modelleme için bir araç olarak cebir üzerine odaklanırlar.

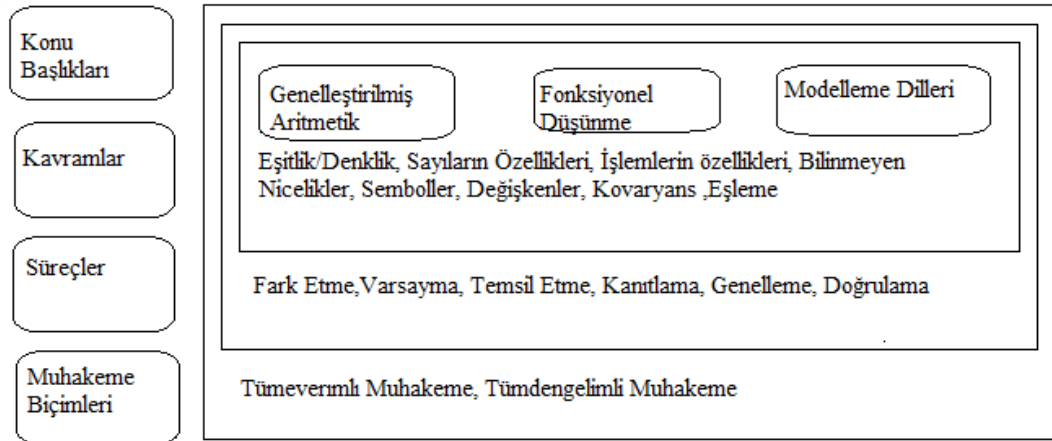
Blanton ve Kaput cebirsel düşünmeyi açıklamada beş temayı kullanmıştır: “Aritmetik ve örüntülerden genelleme, sembollerin anlamlı kullanımı, sayı sistemindeki yapıların çalışması, fonksiyonlar ve örüntülerin çalışması, matematiksel modelleme süreci” (Blanton ve Kaput, 2004, s. 138). Blanton ve Kaput (2004)

cebirsel düşünmeyi ilişkisel düşünme ve fonksiyonel düşünme şeklinde ayırmıştır. İlişkisel düşünme, genelleştirilmiş aritmetik olarak da adlandırılır. Sayılar veya ifadelerin özellikleri ile ilgilidir. Fonksiyonel düşünme ise anlama, kullanma veya sentez yapma ilişkilerinin herhangi bir formunu içine alan sembol, grafik veya tabloları içerir.

Chimoni vd. (2018) literatürde var olan cebirsel düşünme boyutlarını inceleyerek cebirsel düşünmenin dört farklı boyutta daha tutarlı bir şekilde tanımlanabileceğini belirtmişlerdir. Cebirsel düşünmenin boyutları Şekil 2’de gösterilmiş ve bu dört boyut şu şekilde açıklanmıştır.

Şekil 2

Cebirsel Düşünmenin Boyutları



Not. Cebirsel düşünme (s.47). Y. Akkan, 2016 tarafından *Matematik Eğitiminde Düşünceler* içerisinde alınmıştır.

- Genelleştirilmiş aritmetik, fonksiyonel düşünme ve modelleme’ olmak üzere üç temel cebirsel konu başlığı üzerinde çalışma (Blanton ve Kaput, 2004). Genelleştirilmiş aritmetik, sayılar arasındaki ilişkilerin tanımlanması, cebirsel işlemler ve özellikleri ile denklemlerin dönüşümü ve çözümü ile ilgilenir. Fonksiyonel düşünme değişik miktarlar arasındaki ilişkilerin genelleştirilmesini ifade eder. Sayısal ve şekilsel örüntüleri, fonksiyonlar ve cebirsel ifadeler olarak ifade etme becerisi ile ilgilidir. Modelleme çeşitli problem bağlamları aracılığıyla örtülü olarak sunulan örüntülerin genelleştirilmesini ifade eder.

2.1.2. Cebirsel düşünmenin gelişimi

Cebirsel düşünme, sayı ve şekillerle genellemeler yapmayı, bu genellemeleri sembol ve diğer temsil biçimleri ile ifade etmeyi içerdiğinden erken yaşlardan itibaren geliştirilebilir. Cebirsel düşünmenin geliştirilmesi ancak uygun öğrenme araçlarının kullanılması ve uygun öğrenme ortamlarının hazırlanmasıyla gerçekleştirilebilir. Bu sebeple matematik derslerinde cebir öğretim ortamları öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerini geliştirmeye olanak sağlayacak şekilde tasarlanmalıdır. Öğrenciler ilköğretim yıllarında aritmetik işlemler üzerine odaklanırlar ve verilen sayıları ve işlemleri kullanarak bir sonuç bulmaya çalışırlar. Elde edilen sonuç genellikle bir sayıdır fakat ortaokul yıllarında harfli ifadeler ile işlem yapmaları gerektiğinde bazı zorluklar yaşayabilmektedirler. Kieran (2004) Aritmetik konuları üzerinde çalışan öğrencilerin sonuca odaklandıkları için işlemlerin ilişkisel yönlerini göremeyebileceklerini belirtmiştir.

2.1.3. Zihnin cebirsel alışkanlıklarını oluşturmak

Zihin alışkanlıkları, bir problemle karşı karşıya kaldıklarında akıllıca davranmaya yönelik bir eğilime sahip olmak olarak ifade edilebilir (Yerushalmy, 1999). Driscoll (1999) oluşturduğu teorik çerçevede öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin sınıf içi tartışmalarda kullanılan zihin alışkanlıkları ile geliştirilebileceğini ifade etmektedir. Bu zihin alışkanlıklarını ‘yapma-tersini yapma’, ‘fonksiyonları temsil etmek için kurallar oluşturma’ ve ‘hesaplamalardan soyutlama yapma’ olarak üçe ayırmıştır.

‘Fonksiyonları temsil etmek için kurallar oluşturmak’ cebirsel düşünme süreçlerinde örüntüleri tanıma ve bu durumları temsil edecek verileri oluşturmak için önemlidir. Bu zihinsel alışkanlık ortaokul cebirinin merkezindeki bazı düşünme süreçlerini kapsar. Bu süreçler; “örüntüleri tanımak ve analiz etmek, ilişkileri araştırmak ve temsil etmek, belirli örneklerin ötesine geçerek genellemeler yapmak, süreçlerin veya ilişkilerin nasıl değiştiğini analiz etmek, kuralların ve prosedürlerin nasıl ve niçin işe yaradığına dair kanıtlar aramak” (Akkan, 2016, s. 45) şeklindedir. ‘Hesaplamalardan soyutlama yapmak’ Kullanılan sayılardan bağımsız olarak yapılan hesaplamalar hakkında düşünme kapasitesini içerir. Driscoll (1999) belirtilen bu zihnin alışkanlığı geliştikçe cebirsel düşünme becerilerinin arttığından bahsetmektedir.

2.2. Fonksiyonel Düşünme

Matematiğin ve diğer disiplinlerin öğeleri arasında kavramsal ve kuramsal açılardan ortak bir köprü ve dil görevi üstlenen cebir öğrenme alanı günlük yaşamda bireylerin elde edecekleri temel bilgi ve beceriler arasında önemli bir ayrıntı olup, fonksiyonel düşünme ile yakından ilişkilidir. Cebirsel düşünme içerisinde birçok beceriyi içerir. Fakat bilim insanlarının genel olarak kabul ettiği temel beceriler genelleştirme, formülleştirme ve sembolleştirme olduğu belirtilmektedir (Gülpek, 2006).

Cebirsel düşünmenin gelişiminde iki farklı yaklaşım vardır. Bu yaklaşımlardan biri fonksiyonel düşünmedir. Fonksiyonel düşünmeden önce cebirsel düşünmeye gelirse, cebir ile bağlantılı olmasına rağmen cebirsel düşünme esasında cebir kavramından daha geniş ve farklı bir anlama sahiptir. Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin özel bir formudur ve yalnızca cebir öğrenme alanı ile sınırlı değildir. Cebirsel düşünme sadece cebir için gerekli olan soyut düşünme kapısını aralamakla kalmaz bireylerin hem matematik ve fen bilimlerindeki ilerlemelerine yönelik çabaları için koruyucu bir görev üstlenir hem de günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemler üzerinde düşüncelerini, tahminde bulunmalarını ve çözüm yolu üretmelerine yönelik zihinsel aktiviteleri içerir (Gülpek, 2006). Kieran ve Chalouh cebirsel düşünmeyi “merkezinde matematiksel muhakeme ve sembolleri anlamlandırarak kullanma olup sembol ve işlemlerin anlamlarını inşa etme ve zihin de matematiksel akıl yürütme ile ilgili” (Kieran ve Chalouh, 1993, s. 181) düşünsel yetenek olarak tanımlamaktadır. Aynı zamanda niceliksel durumları ilişkisel olarak analiz etmek için çeşitli sembolleri kullanma becerisidir. Yani zihinsel etkinliklerin bir yansıması olarak sembolere anlamlar yüklenir ve bu sayede cebirsel ilişkiler arasında bağ kurulur, farklı ve çoklu temsiller yardımıyla düşüncelerin açığa vurulması sağlanır. Sonuç olarak içerisinde birçok matematiksel beceriyi barındırmakla birlikte cebirsel düşünmenin genel olarak nicelikler arasındaki ilişkiler, farklı gösterimler, sembollerin anlamı ve kullanımı, genelleme yapma, bir matematiksel sürecin tersinden (sondan başa doğru) çözümlenmesi gibi düşünce ve kavramlarla ilişkili olduğu söylenebilir (Kaya, 2017).

Fonksiyonel düşünmenin esasını oluşturan nicelikler ve nicelikler arası ilişki bilgisi öğrenmenin erken dönemlerinde kelimeler ve sözel ifadelerle temsil edilmekte iken, ilerleyen dönemlerde değişken kavramının öğrenilmesi ile bu bilgi cebirsel düşünme ve muhakeme sürecinin her aşamasında yer almaktadır. Kieran (2004)

cebirsel düşünmenin özü olan ve cebirsel muhakemenin gelişim sürecinde ilk odaklanmalardan biri olarak ele aldığı nicelikler arası ilişki aramayı fonksiyonel düşünme olarak adlandırmıştır. Beatty ve Bruce (1995, akt. Akkan, 2016, s. 49) için en öz ve kısa ifadesiyle fonksiyonel düşünme, “sayılardan oluşan iki veri kümesi arasındaki ilişkinin farkına varmak ve değişimleri belirlemek için örüntüleri analiz etmektir”.

Blanton ve Kaput’a (2004) göre ise fonksiyonel düşünme, cebirsel düşünmenin farklı formlarından bir tanesidir. Genelleştirilmiş aritmetikten daha farklı becerilerle ilişkili olan fonksiyonel düşünme genellenmenin diğer bir şeklidir. Nicelikler arasındaki ilişkileri incelemeyi ve ilişkilerin nasıl değiştiklerini açıklayan örüntüleri bulmayı içerir. Örneğin daha küçük yaşlardaki çocuklar sınıftaki öğrenci sayısı ile sınıftaki toplam ellerin sayısı arasındaki ilişkiyi ellerin sayısı iki katına çıkıyor veya her seferinde iki ekliyorsun biçiminde açıklayabilir. Bu açıklamalar, öncül olmalarına rağmen iki niceliğin birbirini nasıl değiştirdiğinin farkına varmada önemli bir başlangıçtır. Öğrenciler olgunlaştıkça, bu ilişkileri sembollerle temsil etmeyi öğrenirler. Öğrenciler fonksiyonel düşünmeyi, örüntüleri genelleme ve ters işlemleri kullanma gibi yaklaşımlarla geliştirebilirler. Cebirsel düşünmenin gelişimi sürecinin her aşamasında yer alan fonksiyonel düşünme becerisinin kazanılması için sayı ya da geometrik şekiller arası fonksiyonel ilişki becerisinin kazanılmasını sağlayan örüntüler konusuna ilişkin öğretim etkinlikleri önemlidir (Dede ve Argün, 2003).

Düşünmenin ve iletişimin hem amacı hem de aracı olan genelleme matematiksel etkinliklerin merkezi ve matematiksel bilgi gelişiminin temeli olarak ifade edilmektedir (Amit ve Neria, 2008). Lee’nin (1996) Cebir’in ve gerçekte tüm matematiğin, ilişkilerin genellemesi olduğu görüşü matematik öğretiminde genellenmenin önemini açıkça ortaya koymaktadır. Kieran’a (2004) göre genelleme ne cebirsel düşünmeye eşdeğerdir ne de bunun için cebir gereklidir. Genellenmenin cebirsel düşünmeden farklı olması için gerekli olan, genellemeden sonuç çıkaracak ve genellemeyi ifade edecek cebirsel sembolleştirmedir. Genelleme yapmada örüntüler oldukça etkin rol oynar. Genelleme ise cebirsel düşünmenin yapıtaşlarından biridir (Yakut Çayır ve Akyüz, 2015).

Örüntüler genel olarak tekrarlanan ve değişen olmak üzere iki grupta toplanabilir. Tekrarlanan örüntüler terimler arası ilişkinin sabit bir diziliminin ötelenmesi şeklinde oluşturulduğu örüntülerdir (İspir ve Palabıyık, 2011). Özellikle ilkokulda tekrarlanan örüntü oluşturma, örüntüyü devam ettirme, tekrarlanan birimi

buldurma, farklı özellikte tekrarlanan bir örüntü oluşturma, tekrarlanan örüntüyü farklı gösterim biçimleri ile temsil etme gibi etkinliklere vurgu yapılmaktadır. Bu tür etkinlikler küçük yaştaki öğrencilerin farklı gösterimler arasında bağlantılar kurmalarına, gösterimler arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları aramalarına ve fonksiyonel düşünmelerine yardımcı olur (Yakut Çayır ve Akyüz, 2015). Değişen örüntüler, sayılardan oluşan iki küme arasındaki genellemeleri elde etmede öğrencilere olanak sağlayabilir. Örneğin, adım sayısı (bağımsız değişken) ile o adımda yer alan terimlerin sayısı (bağımlı değişken) arasındaki ilişkiyi anlama örüntünün herhangi bir adımındaki terim sayısını tahmin etmede ve genel kuralı oluşturmada öğrenciye olanak verir. Herhangi bir örüntüdeki ilişkileri gözlemleyip bir genellemeye varma ve bu genellemeyi sembolik olarak ifade etme becerisi ancak cebirsel düşünme ve muhakeme ile gerçekleşebilir (Akkan, 2016). O halde örüntüler matematiksel düşüncelerin ve ilişkilerin soyutlanmasında, nicelikler arasındaki ilişkilerin genellemesinde, cebirsel düşünmenin gelişiminde, gösterimlerin daha iyi anlaşılabilmesinde ve çoklu çözüm stratejilerinin oluşturulmasında etkilidir. Bu nedenle öğrencilerin matematiksel yapılarla ilgili düşünmesi için önem arz etmektedir. Ayrıca, onların düşüncelerini doğrulamada ve varsayımlar sunmalarında da önemli rol oynayabilir (Yakut Çayır ve Akyüz, 2015). Özellikle okul öncesi, ilkokul ve ortaokul yıllarında gerçekleştirilen örüntü etkinlikleri cebirle ilgili kavramların temelini oluşturmada ve cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir role sahiptir (Akkan, 2016). Fakat Kieran (2004) bu yaklaşımın tek başına yeterli olamayacağını, örüntülerden genellemelere ulaşmanın uygun şekilde desteklenmesi halinde cebirsel bir kavrayışa ulaşılabileceğini ifade etmiştir. Örüntü fonksiyonel düşünmenin birbirini etkileyen, biri artarken biri azalan tanımlarıyla eşleşir. Yani bir durum değiştikçe ona bağlı olarak diğer durumda değişmesi açısından örüntüde de fonksiyonel düşünme gerekir.

Öğrencilerin kendi problem çözme stratejilerini geliştirmeleri formel çözüm yöntemlerine geçişlerde önemli rol oynamaktadır (French, 2002). Baroody (1998) öğrencilerin sözel problemleri çözerken kullandıkları kendi çözüm stratejilerinin (tahmin doğrulama, geriye doğru çalışma, ters işlem algoritması vb.) formel çözüm stratejilerine göre daha etkili olduğuna vurgu yapmaktadır. İki sayı arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak düşündüğümüzde veya bu ilişkiye yönelik cebirsel muhakeme yaptığımızda birinci sayıyı değişen veya başka bir sayıya dönüşen olarak düşünebiliriz. Buradan anlaşıldığı gibi fonksiyonel düşünme için farklı gösterimleri

kullanma gereklidir (Yakut ayir ve Akyüz, 2015). Akıl yürütme, problem çözme, iletişim ve ilişkilendirme matematikte stratejik beceriler arasında yer almaktadır. Matematiksel düşünmelerle fiziksel, resimsel, grafiksel, sözel, zihinsel ve sembolik gösterimler arasında bağlar kurma iletişim becerisi için önemlidir. Bu sebeple öğrenci farklı gösterimleri tanıyabilmeli, kavramın içerdği gösterimler arasında dönüşümler yapabilme esnekliğine sahip olmalı ve kavramı bir gösterim modelinden diğerine dönüştürebilmelidir. Farklı gösterimlerin kullanımı sadece öğrencilerin gösterimler arasında bağlantılar kurmasını geliştirmez. Aynı zamanda cebirsel düşünmesini veya muhakeme yapabilmesini de sağlayabilir. Öğrenciler tek bir gösterimin kullanımı yerine daha fazla gösterimin kullanımı sayesinde farklı aşamalarda ilerleyebilirler. Öğrenciler farklı gösterimleri keşfettiği zaman aynı amaca veya sonuca hizmet eden gösterimler arasındaki bağlantıları yapmaya başlayabilir nihayetinde gösterimleri bütünlüştirebilir ve esnek bir şekilde gösterimler arasında geçişler yapabilirler (Akkan, 2016).

Sonuç olarak fonksiyonel düşünme sayılarla ve işlemlerle genellemeler yapmayı, bu düşünceleri anlamlı sembol sistemleri kullanarak formülleştirmeyi, örüntüyle fonksiyon kavramlarını anlamayı, cebirsel sembolleri kullanarak matematiksel yapı ve durumları farklı şekillerde temsil ve analiz etmeyi, nicel ilişkileri anlamak ve temsil etmek için matematiksel modeller kullanmayı gerçek yaşamda karşılaşılan farklı durumlardaki değişimleri analiz etmeyi içermektedir (Van de Walle vd., 2011). Dolayısıyla fonksiyonel düşünme, farklı kavramların ve fikirlerin kavranmasını içermektedir. Bu anlamda birçok kişi tarafından günlük hayatta sınırlı kullanıma sahip olduğu düşünülen fonksiyonel düşünme aslında matematiğin tamamı üzerinde etkili olan ve matematiği günlük hayatta faydalı kılan esas unsurlardan birisidir. Her ne kadar cebir, matematik öğretim programında ayrı bir öğrenme alanı ise de cebirsel düşünmenin odağında yer alan fonksiyonel düşünme matematiğin tüm alanları ile ilişkilidir. Matematik öğretiminde de öğrencileri matematiksel düşünmeye hazırlayan düşünce türlerinin odak noktasında yer almaktadır.

Cebirsel ve fonksiyonel düşünmenin kendi arasındaki ayrıntılarını özetlemek gerekirse, cebirsel düşünme içinde birçok matematiksel bilgiyi içermekle birlikte, genel olarak nicelikler arası ilişkiler, farklı gösterimler, harfli sembollerin anlamı ve kullanımı, genelleme yapma, işlemlerin tersi gibi kavramlarla bağlantılıdır. Cebirsel düşünme kendi içinde genelleştirilmiş aritmetik ve fonksiyonel düşünme kavramları ile ilişkilendirilmiştir. Genelleştirilmiş aritmetik, Cebir'in sembolik kısmına verilen

isimdir. Genelleştirilmiş aritmetik; ilişkileri ve özellikleri keşfetme, nicelikler arasında bir ilişki olarak eşitliği keşfetme, değişkenler olarak sembolleri kullanma gibi özellikleri içinde barındırır. Fonksiyonel düşünme ise, sayılardan oluşan iki veri kümesi arasındaki ilişkinin farkına varmak ve bu iki küme arasındaki değişimleri açıklamak için örüntüleri analiz etmektir. Örüntüleri genelleme ve ters işlemleri kullanma ile fonksiyonel düşünme geliştirilebilir (Akkan, 2016). Kısaca bu ifadelerin hepsi (Genelleştirilmiş aritmetik, Fonksiyonel düşünme, Örüntüleri genelleme, Ters işlem kullanma) birbiri ile bağlantılıdır ve cebirsel düşünme bunların tamamını içeren evrensel bir kümedir. Fonksiyonel düşünme, cebirsel düşünmenin tanımı sırasında ifade edilen “nicelikler arası ilişki aramanın” adıdır. Fonksiyonel düşünme öğrenmenin erken dönemlerinde nicelikler ve nicelikler arası ilişki bilgisi, kelimeler ve sözel ifadelerle temsil edilmekte iken, ilerleyen dönemlerde değişken kavramının öğrenilmesi ile bu bilgi cebirsel düşünme ve muhakeme sürecinin her aşamasında yer almaktadır. Bu sebeple cebirsel düşünme ve dolaylı olarak fonksiyonel düşünme her eğitim kademesinde kullanılan, kullanılması gerekli olan bir düşünme biçimidir. Öğrencilerin cebirsel ve fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişmiş olması; matematiksel problem çözme, hipotez kurma, ispatlama, tahmin etme, ilişkilendirme becerilerini de beraberinde geliştirir. Buna paralel olarak problem çözme becerileri gelişen öğrencilerin matematik problemlerinin çözümünde birden fazla yöntemle, temsil türüne başvuracakları düşünülür. Fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerin nicelikler arası ilişki bulmayı gerektirmesi, genelleme kullanılması özellikleri de birden fazla temsil çeşidine yönelimi arttırır. Çalışma fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerin çoklu temsil kullanımına olanak sunması sebebiyle fonksiyonel düşünme gerektiren problemler üzerinden hareket edilerek çoklu temsil kullanımı incelenmiştir (Akkan, 2016).

2.3. Çoklu Temsiller

Kelime anlamı olarak ‘bir şeyin yerini tutan başka bir şey’ olan temsil kavramını fonksiyon metaforu üzerinden açıklamak uygun olur. Matematik eğitimindeyse temsil kavramı, matematiksel gerçeklerin zihinde işlenebilmesi ve bir başka kişiye aktarılabilmesi için ihtiyaç duyulan araçlar olarak tanımlanabilir. Bu durumda temsiller; matematiksel fikir, olgu veya nesnelerin düzenlenmesi, kaydedilmesi, aktarılması, modellenmesi ve yorumlanabilmesini sağlayan gösterim

biçimleridir (NTCM, 2000). Öte yandan Kaput (2004) temsilleri, karakter, işaret, ikon veya nesnelerin düzenlenerek bir durumu simgelemesi veya başka bir şekilde ifade etmesi olarak tanımlamaktadır. Temsil edilen ilişkilerin merkezinde yer alan temsil terimi gösterim, kodlama, çağrıştırma, etiketleme, anlamlandırma, atıfta bulunma, sembolize etme, benzetme gibi birçok yolla yorumlanabilir. Ayrıca, temsil etme süreci ile soyut kavram veya semboller gerçek dünya içinde somut olarak modellenirken nesne ve semboller arasında ilişki kurulmakta böylece bireylerin matematiksel durumları anlaması kolaylaşmaktadır (Blanton ve Kaput, 2004).

Matematiksel bilgilerin anlamlandırılması, kullanılması ve aktarılabilmesi için matematik diline hâkim olmak gereklidir. Matematik eğitimindeki ilke, prensip veya standartlara yön veren bazı kurum, otorite ve kuruluşlar, öğrencilerin fikirlerini ifade edebilecekleri ve kendi kavramsal bilgilerini ortaya koyabilecekleri düzeyde bir matematik iletişim becerisine sahip olmaları gerektiğini vurgulamaktadır. Matematiksel bilgilerin anlamlı bütünler oluşturacak şekilde düzenlenmesinde dil, ifade ve temsiller önemli yer tutar (Duval, 1999). Özellikle ilişkisel düşünme, soyutlama ve genelleme gibi kavramsal yeterliklerin geliştirilmesi için farklı temsillerden yararlanılması önerilmektedir. Amerika'daki ulusal matematik öğretmenleri konseyi yayınladığı okullar için program ve değerlendirme standartlarında matematik öğretim ve öğrenim süreci boyunca programda vurgulanması gereken kilit öğelerden biri olarak çoklu temsilleri göstermiştir (NTCM, 2000). NTCM raporundaysa çoklu temsilleri temel matematiksel yeterlilikler arasında göstermiş, bu yeterlikler için başlı başına bir bölüm ayırmış ve öğrenme-öğretme sürecinin çoklu temsillere göre düzenlenmesi yönünde ciddi adımlar atmıştır. Farklı temsil kullanımlarının gerekliliği ile ilgili olarak NCTM standartlarında şunlar kaydedilmektedir: “Matematiği öğrenmek ve uygulamak için matematikteki sembollerini kullanabilmek yeterli değildir; bunun yanında koordine edebilmek, matematiğe yönelik ilişkileri yorumlayabilmek ve özel durumlara uygun dili seçebilmekte gereklidir bir problem durumunu açıklama, problemten sonuç çıkarmaya yönelik uygun dili geliştirebilme bu dilin kullanımına bağlıdır” (Schoenfeld, 1992, s. 208).

Matematiğin öğrenilmesi ve öğretilmesi sürecinde bir kavramın yerini tutan farklı temsillerin kullanılabileceği düşüncesi çok eski zamanlara dayanıyor olsa da bu yaklaşım için önceleri net bir tanım veya isimlendirme yapılmamıştır. Amerikan matematik derneğinin cebir ve geometri öğretiminde farklı temsil kullanımının anlama

yeteneğini geliştireceğine ilişkin raporu ile birlikte çoklu temsil kavramı ilk kez 1923 yılında matematik eğitimi literatürüne girmiştir (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006). Çoklu temsiller, 1960'ların öncesine kadar matematiğe ait kavram ve ilişkilerin olabildiğince farklı şekilde sunularak öğrencilerde soyutlamanın geliştirilmesi amacı ile kullanılmıştır (Delice ve Sevimli, 2016). “Matematik eğitimi tarihinde çoklu temsilleri vurgulayan pek çok yaklaşım olmasına rağmen Dienes’in algısal çeşitlilik prensibi ile çoklu temsiller bir öğrenme ve öğretme teorisi olarak matematik eğitiminde yer almıştır” (Gürbüz ve Şahin, 2015, s. 1872). Bu prensibin temel ilkesi matematiğin özünde yer alan soyut yapıların öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılabilmesi için bir kavramsal yapıyı ona denk olan algısal eşdeğer formlar ile sunmadır. Algısal çeşitlilik prensibine göre kavramsal öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi için ilgili kavramın birden çok değişik formunun birlikte kullanılması gereklidir.

Temsil kavramının teorik yapısı üzerine ayrı ayrı çalışan çeşitli sınıflamalar geliştiren ve farklı perspektiflerden temsil kavramını yorumlayan Blanton ve Kaput matematiksel öğrenme teorileri kitabında temsil kavramını farklı bir bakış açısıyla değerlendirmişlerdir (Blanton ve Kaput, 2004). Temsillerin farklı teorik yapılar ile olan ilişkilerini açığa çıkarabilmek ve uygulamadaki yansımalarını tanımlayabilmek için önemli çalışmalarda bulunmuşlardır. Bu ve benzeri projelerin sonucu olarak araştırmacı ve eğitimcilere çalışmalarında ve sınıflarında kullanabilecekleri bir kuramsal çatı ve öğretim yaklaşımı önerisi sunmuşlardır.

2.3.1. Temsil etme süreci ve çoklu temsiller

Kelime anlamı olarak bir şeyin yerini tutan başka bir şey olan temsil kavramını fonksiyon benzetmesi üzerinden açıklamak mümkündür. Tanım kümesinin belirli kurallara göre değer kümesine dönüştürüldüğü bir fonksiyon işleminde bu iki küme arasında ilişki vardır ancak özellikleri yönüyle tanım ve değer kümeleri birbirinden farklıdır. Benzer olarak temsil etme sürecinde de temsil eden ve temsil edilen şeyler birbirleriyle ilişkili ancak işlevsel olarak birbirlerinden farklıdır (Kaput, 1998).

Palmer (2000, akt. Ainsworth, 2006, s. 184) temsil sistemini doğasındaki modelleme işlemine dikkat çekerken “temsil eden dünya temsil edilen dünyanın hangi özelliklerini taşımaktadır?” sorusu ile temsil sistemleri arasındaki geçişlerde bir nesnenin farklı anlamlarına ilişkin modellerin üretilebileceği üzerinde durmaktadır. Temsil etme süreci Kaput (1998) tarafından sembol şemaları ve temsil sistemleri ile

açıklanmaktadır. Kaput, sembol şemalarını “ilişkilendirilmiş çoklu temsil sistemi” modeli ile açıklamıştır. Bu model “Kaput temsil sistemi” olarak anılmaktadır. Kaput’a göre matematiksel anlam ve yapının geldiği dört temel kaynak vardır. Bu kaynaklar; “matematiksel temsil sistemleri içerisindeki dönüşüm, matematiksel-matematiksel olmayan temsil sistemleri arasındaki dönüşüm, özel bir temsil sistemi içindeki söz dizimi dönüşümleri ve zihinsel-fiziksel şemalar arasındaki dönüşümler” yoluyla açığa çıkabilir (Kaput, 1998, s. 280).

Kaput’un temsil etme sürecinde kullandığı sembol şemaları bu sürecin gözlemlenebilir olmayabileceğini göstermektedir. Bir başka ifadeyle kendinden başka bir şey simgeleyebilen, sembolize edebilen veya yerini tutan bir yapılandırma süreci zihinde şemalar yardımı ile gerçekleşebilir ve bu yapıyı bir başka kişiye aktarabileceğimiz bir dil veya araca her zaman sahip olmayabiliriz (Kaput, 1998). Kaput ve Blanton’dan (2004) farklı olarak Duval temsil kavramını dil bilimi üzerinden ele almıştır. Duval (1999), matematiğin soyut doğasına dikkat çekmekte bu yüzden temsil etme sürecinin matematiksel nesneleri somutlaştırmak için değil bu nesneler üzerinde konuşabilmek için kullanılması gerektiğini belirtmektedir. Yani nesne ile bu nesnenin yerini tutan temsilini birbirinden ayırt etmek önemli olup bir matematiksel nesnenin hiçbir temsilinin onu birebir yansıtmayacağını bilmek gerekir. Diğer araştırmacılardan farklı olarak Duval bilişsel anlama için gözlemlenebilir olan temsil sistemlerine (örneğin resim, somut model veya fiziksel objeler) daha fazla önem verilmesi gerektiğine dikkat çekmektedir (Duval, 1999). Böylece matematik ve dil arasında kurulan ilişkilerin öğrenme-öğretme sürecindeki yansımaları görülmektedir.

Bir matematiksel nesnenin birden fazla temsili vardır ve bu temsiller arasında kurulacak ilişkiler kavramsal anlama için bir gerekliliktir. Bu sebeple temsil etme süreci nesne ve temsili arasında kurulan farklı ve çoklu ilişkilendirmelerin bir sonucudur. Temsil kavramının öğrenme-öğretme sürecinde kullanıldığı durumlar için alan yazında çoklu temsil temelli yaklaşım gibi terminolojiler yürütüldüğü görülmüştür (Çıkla Akkuş, 2004; Porzio, 1999). Farklı araştırmacıların temsil kavramının farklı ayrıntılarını ele almış olması çoklu temsiller için standart bir tanıma ulaşılması önünde engel oluşturmıştır (Kaput, 1998). Çoklu temsiller için alan yazında birden fazla tanım yapılmıştır. Duval (1999) çoklu temsilleri “matematiksel nesneleri (fiziksel veya zihinsel olarak) ifade edebilmek için kullanılan işaret ve simgelerden oluşan özel bir dil” (s. 18) olarak tanımlamıştır. Çoklu temsiller “aynı matematiksel düşünme veya kavrama atıfta bulunmak için yararlanılan farklı gösterim,

sistem, simge veya yapılarıdır” (Delice ve Sevimli, 2016, s. 523). Çoklu temsiller matematiğin soyut yapısını somutlaştırmaya yardımcı olmasının yanı sıra öğrencilerin zihinlerinde verileri anlamlandırmalarına katkı sağlar. Keller ve Hirsch çoklu temsilleri, “Bir matematiksel kavrama yönelik farklı bilgi, anlam ve içeriklerin bir arada ilişkilendirilerek sunulmasına fırsat sağlayan araçlar” olarak tanımlamıştır (Keller ve Hirsch, 1998, s. 13). Özgün-Koca (2001, akt., Delice ve Sevimli, 2016) ise çoklu temsilleri, aynı bilgi yapısı için farklı görüntüler oluşturan dışsal matematiksel sistemler olarak ifade etmektedir. Dolayısıyla farklı araştırmacıların temsil kavramının farklı hususlarını ele almış olması, çoklu temsiller için standart bir tanıma ulaşılması önünde engeller oluşturmaktadır.

2.3.2. Çoklu temsillerin sınıflandırılması

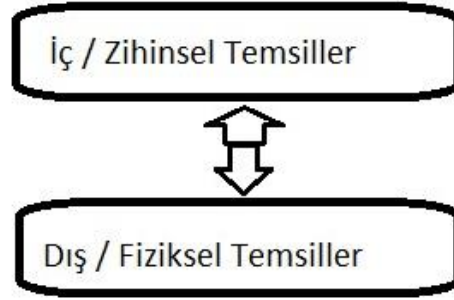
Çoklu temsiller kavramının tanımlarında olduğu gibi sınıflandırılmasında da farklı yaklaşımlar bulunmaktadır. Temsilleri benzerliklerine veya farklılıklarına göre sınıflandıran araştırmacıların bu süreçte kullandıkları temel ölçütlerden biri temsil etme sürecinin nerede gerçekleştiğidir (Blanton ve Kaput, 2004). Bu bağlamda kullanılan argüman temsillerin gözlemlenebilir olup olmadığıdır. Bazı araştırmacılar ise içeriklerin sunumunda kullanılan dil türüne göre çeşitli sınıflamalara gitmiştir (Duval, 1999). Temsil çeşitleri için yapılacak genel bir tarama sonrasında iç-dış, sembolik-görsel, girdi-çıkı gibi bazı ikili kodlamalar üzerinden yapılan farklı sınıflamalar ile karşılaşmak mümkündür. Alan yazın incelendiğinde Çoklu temsillerin sınıflandırılması sürecinin genel olarak Kaput, Goldin ve Duval’ın bakış açıları etrafında şekillendiği görülmektedir (Gürbüz ve Şahin, 2015). Duval (1999), temsil kavramının en genel anlamda iki başlık altında incelenebileceğini belirtmekte olup bu başlıkları iç ve dış temsiller olarak ifade etmiştir. Ayrıca sembolik- görsel temsil, girdi-çıkı temsil olarakta sınıflamalar yapılmıştır. Bazı kaynaklar iç temsil yerine sembolik, dış temsil yerine ikonik terimlerini kullanmayı tercih etmektedir (Dufour-Janvier vd., 1987, akt. Delice ve Sevimli, 2016). İç temsiller olarak geçen yapılar; bireyin etrafında gördüğü, formülleştirdiği ve kendi bilgisi çerçevesinde yeniden yapılandığı zihinsel şekil, bilgi veya imgelerden oluşur (Blanton ve Kaput, 2004). İç temsiller doğası gereği doğrudan gözlemlenemez ve bu yüzden imgeseldir. Matematik konuları içerisinde yer alan çoğu simge, kavram, nesne veya gerçekler doğrudan gözlemlenemezler ve bu yapılar iç temsiller ile açıklanabilir. Matematiksel fikir ve düşünceler öncelikle

zihindeki bilgi ağlarında yer edinir ve bu süreçte iç temsiller etkin görev üstlenir (Goldin, 1998).

Hiebert ve Carpenter (1992), iç temsiller yardımıyla zihinde oluşan bilgi ağları ve matematiksel fikirler arasında kurulan bağ sayısının bilginin kalıcı hale dönüştürülmesi ve içselleştirmesi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. İç temsillere örnek olarak bireyin karşılaştığı veya zaman içerisinde tecrübe ettiği durumların zihinde oluşturduğu ‘modeller, imgeler, bilişsel şemalar, matematiksel gösterimler, soyutlamalar ve şekiller gibi iç gözlemsel etkinlikler’ verilebilir (Sevimli, 2009). Bir sayı kümesinin sayılabilir sonsuz olması durumu için öğrencinin kullandığı doğal dil, yüklediği anlam, görsel imgeleri veya matematiğe yönelik tutumu birer zihinsel temsil örneği olarak değerlendirilmelidir. Bu temsiller ise matematiksel kavram ve fikirlerin anlaşılması ve aktarılmasını sağlayan gözlemlenebilir araçlardır (Kaput, 1998). Fiziksel şekillendirmeler olarak da bilinen dış temsillerin uygulama alanındaki karşılıkları kelime, grafik, resim denklem veya sanal nesneler şeklindedir (Blanton ve Kaput, 2004). Dış temsillere örnek olarak sözel temsil (örneğin, yazılı ve sözlü kelimeler), grafik temsil, cebirsel veya sembolik temsil (örneğin, denklem formül sembol), resim temsil (diyagram ve çizimler) ve çizelge temsili (örneğin değer tabloları) verilebilir.

Şekil 3

İç ve Dış Temsiller Arasındaki İlişki Diyagramı



Not. Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği A. Delice ve E. Sevimli, 2010, Educational Sciences: Theory & Practice, 10(1), s.118'den alınmıştır.

İç ve dış temsiller birbiriyle ilişkili olmasına rağmen iki temsil türü arasındaki temel fark gözlemlenebilirliktir. Bu farkı şöyle açıklayabiliriz; *dış temsiller bazen iç temsillerin ete kemiğe bürünmüş hali bazen ise planı çizilmiş bir binanın inşaat hali olarak tasvir edilebilir* (Kaput, 1998, s. 270). İç temsiller doğrudan gözlemlenemese de gözlemlenebilir davranışlar üzerinden belirlenebilir. Ancak bu her iç temsil çeşidi için gerçekleşen bir süreç değildir. Her dış temsilin iç temsil sisteminde bir karşılığı olmasına karşın her iç temsilin anlaşılmasını sağlayacak bir dış temsil bulunmayabilir. Şekilde görüldüğü gibi iç ve dış temsil sistemleri birbirinden bağımsız olmayıp kendi aralarında bir ilişki ağına sahiptirler. İç temsillere kıyasla matematik eğitimindeki çalışmaların büyük çoğunluğu dış temsilleri teorik çerçeve kabul etmiştir (Delice ve Sevimli, 2016). İç temsilleri konu alan çalışmaların sınırlı sayıda olmasının nedeni olarak araştırmacıların öğrenme sürecini değerlendirmek üzere kullanacakları yeterli veriye sahip olmamaları söylenebilir.

Temsiller çeşitlerine göre sınıflandırılırken içerikler de göz önünde bulundurulmuş ve bu noktada içeriğin sözel olup olmamasına göre bir değerlendirme yapılmıştır. Pavio (1971) ikili kodlama teorisinde sözel sistemlerin doğrudan dil ile ilişkili olduğunu belirtirken sözel olmayan sistemlerde imgelerin kullanıldığına dikkat çekmiştir (Delice ve Sevimli, 2016). Temsil sistemlerindeki ikonik ve sembolik sınıflamadan yola çıkan Pavio'nun ikili kodlama teorisine dayanak alan Gilbert (2010) temsil çeşitlerinin sembolik veya görsel başlıklarından biri altında incelenebileceğini belirtmiştir. Bu bağlamda işaret, söylem veya sembol gibi soyut yapılar sembolik temsil; resim, çizim, diyagram veya grafik gibi bilginin görsel halini ön plana çıkaran

yapılar görsel temsil başlıkları altında sınıflandırılmıştır (akt. Delice ve Sevimli, 2016).

Problem çözme sürecinde temsiller üstlendikleri rollere göre girdi veya çıktı temsili yapısına sahip olabilirler. Girdi temsilleri problem verilerinin sunumunda kullanılan betimleyici temsiller iken çıktı temsilleri problem çözümünde ulaşılması hedeflenen kavrama ilişkin anlamlardır (Kendal, 2001; Sevimli, 2009). Bir problemin çıktı temsilinde hedeflenen işlem o temsilin kullanılması değil, kavramın o temsil ile ilişkili olan anlamının hesaba katılmasıdır. Örneğin türev ile ilgili bir problemde girdi ve çıktı temsilleri birbirinden farklı olduğundan yani nümerik temsil ile verilen problem durumunun çözümünde, türevin geometrik anlamının kullanılmasının beklenildiği süreçte temsiller arası dönüşüm gerekmektedir.

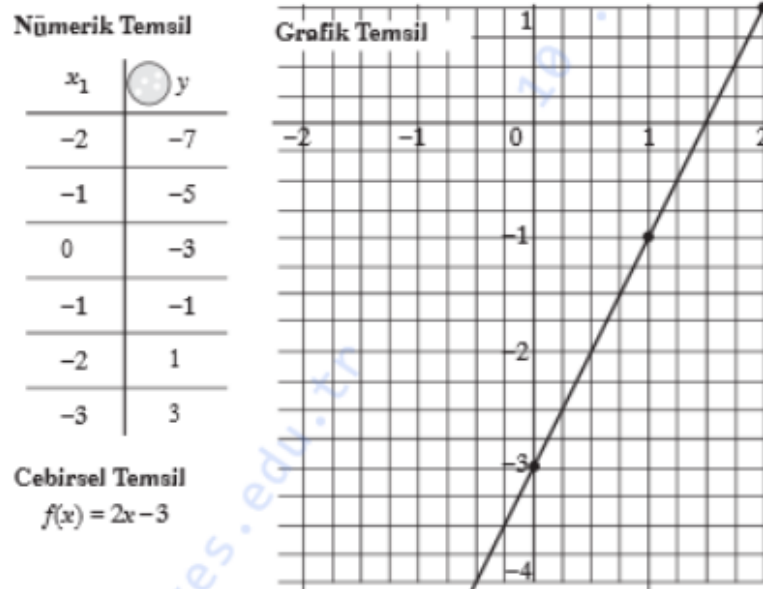
Bazı araştırmalarda iç –dış, sembolik -görsel veya girdi -çıkıtı şeklindeki ikili sınıflamalardan bağımsız bir kategorizasyon süreci izlenmiştir. Lesh Dönüşüm modeli olarak adlandırılan sistemde Lesh ve Behr (2000, akt. Delice ve Sevimli, 2010) dış temsiller yardımıyla hem tanılama hem yorumlamanın yapılabileceği sekiz tür temsilden söz etmektedir. Bunlar denklem, tablo, grafik, diyagram, somut modeller, konuşulan dil, yazılı sembol ve metafordur.

Dönüşüm modeli diziler konusu üzerinden açıklanacak olursa bir dizinin genel terimi ($a_n=1/n$) denkleminde ‘n’ indisinin farklı değerlerine göre dizinin aldığı değerlerdeki değişim tablo, indis ve dizi değerindeki değişimlerin koordinat sistemindeki karşılıkları grafik, dizinin artan veya azalan olduğunu göstermek için kullanılan görseller *diyagram*, bir topun düşme hareketi üzerinden dizinin davranışını açıklamak *somut model*, dizinin karakteristiğini belirlemek için kullanılacak ifade ve söylemler *konuşulan dil*, dizilerin yakınsaklığını belirlemek için sembolik gösterimler *yazılı sembol*, dizinin bir ağaç dalındaki yaprak dizilişi benzeşimi üzerinden açıklanması *metafor temsili* için örnek oluşturabilir. Bununla birlikte kuramsal çatı olarak çoklu temsillere yer veren matematik eğitimi araştırmalarının büyük çoğunluğu özellikle dış temsil türlerini referans almıştır (Kendal, 2001; Sevimli, 2009). İlgili araştırmalarda dış temsillere daha sık yer verilme nedeni matematiğin tüm konularında dış temsil türlerinden en az biri ile karşılaşılıyor olması ve birçok kavramın bu temsiller üzerinden daha kolay açıklanabilmesidir (Delice ve Sevimli, 2016). Şekil 4 üzerinde lineer bir fonksiyon için örnek verilmiştir. Dış temsil türleri arasından Blanton ve Kaput’un (2004) formal matematiğin temel sunum biçimleri olarak gösterdiği ve “*matematikte temsil sistemleri*” olarak adlandırılan grafik nümerik,

cebirsel temsiller üzerinde araştırmacıların büyük çoğunluğu mutabık kalmıştır (Kendal, 2001). Şekilde bir lineer bir fonksiyon için temsil sistemi verilmiştir. Merkezinde çoklu temsilleri barındıran pek çok çalışmada temsil sürecine de önem verilmiştir. Bir tür matematiksel yeterlilik olarak da görülen temsil dönüşüm sürecinde iki tür geçişten söz edilebilir. Bunlardan biri ‘*temsilci geçişi*’ iken diğeri ‘*temsiller arası dönüşüm*’dür (Goldin, 1998). Alandaki bazı araştırmalarda temsil içi geçiş ve temsiller arası dönüşüm süreçleri birer temsil çeşidi olarak ele alınmış olsa da (Keller ve Hirsch, 1998; Kendal, 2001), aslında bu iki geçiş türü temsil çeşidinden çok bir çeşit temsil etme eylemi olarak düşünülmektedir (Sevimli, 2009).

Şekil 4

Lineer bir fonksiyon için matematikte temsil sistemleri



Not. Matematik eğitiminde çoklu temsiller (s. 526) A. Delice ve E. Sevimli, 2016, *Matematik eğitiminde teoriler* içerisinde alınmıştır.

Temsiller arası dönüşümlerde farklı sistemler arasında (örneğin, iç temsil-dış temsil) veya aynı sistemdeki farklı temsil türleri arasında (örneğin, denklem-grafik) değişimler gerçekleşir. Temsil içi geçişlerdeyse aynı sistem ve temsil çeşidi içerisindeki geçişler esas alınır (Delice ve Sevimli, 2016). Temsiller arasında geçiş yüksek olmalıdır.

2.3.3. Çoklu temsillerin öğrenme ve öğretme sürecindeki yansımaları

Matematik eğitimi alanındaki pek çok çalışmada öğrencilerin matematiksel bilgileri ve kuralları sadece uygulayabilen değil, aynı zamanda yorumlayabilen, farklı kavramlarla ilişkilendirilebilen bir süreç içerisinde yetiştirilmesi gerektiği vurgulanmıştır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Schoenfeld, 1992). Bu noktada işlemsel bilgiye ek olarak öğrencilerin kavramsal bilgilerinin de geliştirilmesi gereklidir. Temsiller bilginin kavramsal düzeyde yapılandırılmasına önemli katkılar sunmaktadır (Ainsworth, 2006; Keller ve Hirsch, 1998). Kaput (1998) temsil farkındalığının önemini belirtirken verilen ilişkiler doğrultusunda bir temsil seçebilme ve bu temsillere uygun yeni temsiller oluşturma becerisinin hesaplama becerisinden daha önemli olacağını savunmuştur. Böylece bir problem durumu karşısında temsil farkındalığına sahip olan yani sürecin hangi temsil ile daha kolay üstesinden gelebileceği bilgisine sahip olan öğrenci aynı zamanda biliş üstü beceriler yönüyle de gelişmiş olur.

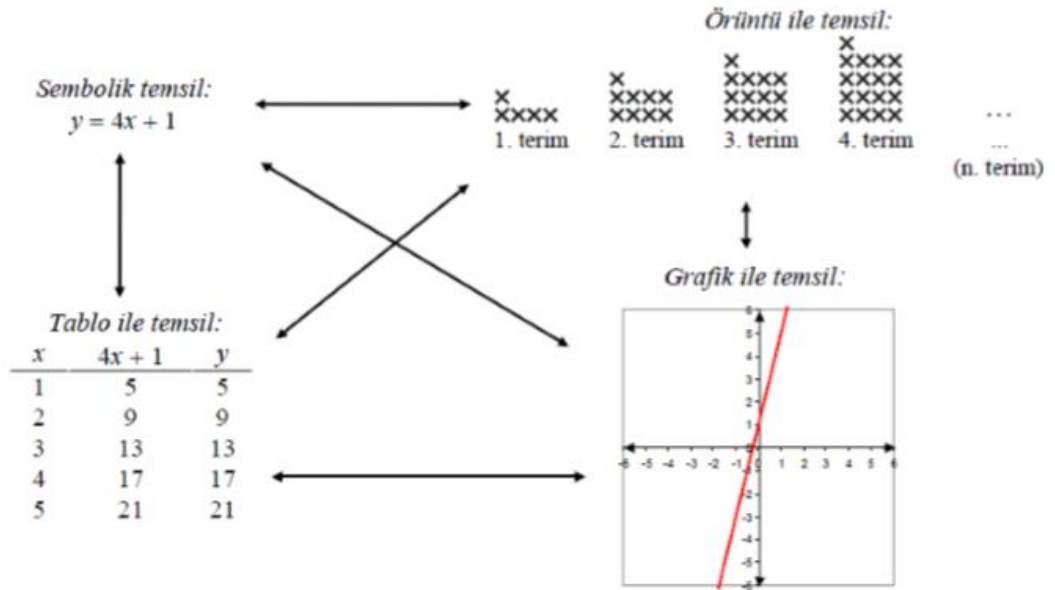
Tek bir temsilin matematiksel bir yapıyı tam olarak tanımlayamadığı ve her bir temsilin farklı avantajlara sahip olduğu göz önüne alındığında, aynı matematiksel durum için çeşitli gösterimlerin kullanılması matematiksel anlayışın merkezinde yer alır ve bu nedenle çoklu temsil kullanımı problem çözme sürecinde önemli bir yapıdır. Aynı kavramı farklı temsiller aracılığıyla tanımlama ve temsil etme yeteneği, belirli bir kavramın anlaşılması için bir ön koşul olarak kabul edilmektedir (Yerushalmy, 2000). Bu sebeple temsil kullanımlarının çeşitlendirilmesi öğrencilerin problemleri anlayışlarını ve akıl yürütmelerini destekleyeceği söylenebilir. Buradan hareketle konu anlatımları sırasında çoğu zaman tek bir temsil türünün yeterli olmayacağını söyleyebiliriz. Bir temsil eldeki düşüncüyü sınırlandırabilir; bu nedenle iki temsilin birlikte ilişkilendirilerek sunulması her birinin kendi başına oluşturduğu sınırlılıkları ortadan kaldırılabilir (Yakut Çayır ve Akyüz, 2015). Örneğin grafikler genelde sözel temsilden daha fazla bilgi ve ayrıntı içermekte olup sözel temsilin eksikliği grafiksel veya görsel temsil tarafından giderilebilir. Matematik öğrenimi veya öğretimi sürecinde bir kavram tek bir temsile sıkıştırılmamalı ve ilişkisiz temsiller ile kavram boğulmamalıdır. Yani temsil çeşitliliği bir amaç değil matematiksel düşünmeyi geliştirecek bir araç olarak kullanılmalıdır. Bu sebeple temsil türlerinin dönüşümlü ve dengeli olarak kullanılması gerektiği düşünülmektedir. Her bireyin düşünme yapısı ve öğrenme yeterliliği birbirinden farklıdır. Çoklu temsiller bireylerin kendi ihtiyaçları

ile en uygun düşen, en iyi örtüşen temsil türünün seçimi açısından öğretim ve öğrenimde tamamlayıcılık rolü üstlendiği düşünülmektedir (Gürbüz ve Şahin, 2015). Örneğin; üstel bir fonksiyonu tanımlarken kullanılacak grafik, diyagram cebirsel ve nümerik temsillerden her biri kavramın başka bir özelliğine vurgu yaparken öğrenciler kâğıt üzerinde veya zihninde yapacağı görselleştirmeye göre bu temsil türlerinden biri ile çalışmayı tercih edebilirler.

MEB'in 2009 yılında yayınlamış olduğu kılavuzda çoklu temsil türleri hakkında kısa bir bilgilendirme yapılmıştır. Bu kılavuzda yer alan bazı temsil türleri Şekil 5'te gösterilmiştir. Temsil türleri, sembolik, örüntü, grafik ve tablo temsil olarak sınıflandırılmıştır.

Şekil 5

Öğretimde Kullanılacak Bazı Temsil Biçimleri



Not. İlköğretim Matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu. MEB: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, MEB, 2009, <http://talimterbiye.mebnet.net/> sayfasından erişilmiştir.

Matematik eğitimi alanında genel merkezini çoklu temsil üzerine kurmuş olan veya farklı öğrenme öğretme yaklaşımları ile çoklu temsilleri ilişkilendiren çok sayıda çalışmaya rastlamak mümkündür (Duncan, 2010; Özmantar vd., 2010). Çoğu matematik eğitimi çalışmasında çoklu temsiller, matematiği anlama ve aktarma sürecindeki bir araç olarak görülmektedir (Blanton ve Kaput 2004). Kuramsal çatısında çoklu temsillere değer veren matematik eğitimi araştırmalarından bazıları

geleneksel sınıf ortamındaki temsil dönüşüm süreçlerini incelerken (Özgün-Koca 2001; Sevimli, 2009) bazıları teknoloji destekli öğretimin temsil bilgisi (Duncan, 2010) temsil kullanımı (Özgün-Koca, 2001), temsil farkındalığı (Keller ve Hirsch, 1998), temsil tercihi (Bal, 2015; Çıkla Akkuş, 2004) ve temsillere yönelik inanç Patterson ve Norwood gibi bilişsel ve duygusal alandaki bileşenlere etkileri araştırılmıştır. Gerçekleştirilen matematik eğitimi araştırmalarında öğretim içerik ve yöntemlerinin çoklu temsillere fırsat sunacak şekilde yeniden düzenlenmesi gerektiği belirtilirken, araştırmacılara çoklu temsillere göre düzenlenmiş öğretim tasarımlarının etkililiğini değerlendirmeleri önerisinde bulunulmuştur (Delice ve Sevimli, 2016).

2.4. İlgili Araştırmalar

Fonksiyonel düşünmenin temel göstergelerinden biri de çoklu temsilleri amaç doğrultusunda kullanabilmek ve bu temsiller arasında anlamlı ilişkiler kurabilmektedir. Farklı yaş ve sınıf seviyesindeki öğrencilerin çoklu temsil kullanma becerilerini araştıran çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Yerushalmy ve Gilead (1999) gibi birçok araştırmacı bu konuda çalışmalar yapmıştır. Kaya ve Keşan (2017), 60 tane yedinci sınıf öğrencisiyle yürüttükleri çalışmada deney ve kontrol grubu oluşturup, cebir öğretiminde bilgisayar destekli çoklu temsil temelli öğretim ve geleneksel öğretim yöntemleri kullanarak matematiğe yönelik öğrenci tutumlarını incelemişlerdir. Ön test ve son test uygulanıp ön test ve son test puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığı incelenmiştir. Bu amaçla deney grubu öğrencilere bilgisayar destekli öğretim uygulanırken kontrol grubuna geleneksel öğretim uygulanmıştır. Her iki grupta da matematiğe yönelik tutum incelenmiştir. Deneysel uygulamada öğrenciler sürece devamlı dâhil edilmiş, süreç sonunda fikirleri alınmıştır. Geleneksel uygulama grubuna ise düz anlatım yapılmış, öğrencilere konu ile ilgili notlar tutturulmuştur. Çalışmada bilgisayar destekli öğretimde son test puanının deney grubu öğrencileri lehine anlamlı etkisi olurken ön test ve son test arasında anlamlı bir farka rastlanılmamıştır. Bu durumda bilgisayar destekli öğretim ve geleneksel öğretimin matematiğe yönelik tutum açısından yeterli düzeyde etkili olduğu söylenemez kanısına ulaşılmıştır. Deney grubu öğrencileri lehine sonuçta anlamlı bir durum ortaya çıkmasına rağmen genele bakıldığında çok büyük bir fark görülmemiştir.

Gürbüz ve Şahin (2015), yürüttükleri çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki

geçiş becerilerini incelemiştir. Çalışma 8. sınıfta öğrenim gören dört öğrenciyle yürütülmüştür. Bir problemin çözümünde herhangi bir temsil biçimini kullanarak soru çözme becerisine sahip öğrenciler, öğretmen görüşleriyle tespit edilerek belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak ders kitapları incelenmiş çoklu temsillerde transfer testi ile yarı yapılandırılmış mülakat soruları hazırlanmıştır. Öğrencilerin çoklu temsil testleri incelenmiş temsil arası geçiş becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin en çok diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte, en az ise diğer temsil türlerinden tabloya geçişte zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Araştırmacılar yaşanan zorluğun sebebi olarak kavramsal bilginin istenilen düzeyde olmamasına işaret etmektedirler. Bu durumun giderilmesi için öğrencilere eğitimin her seviyesinde birden fazla temsil türü kullanılarak ders anlatımı yapılmasını önermektedirler.

Verikios ve Farmaki (2010), 23 tane 8. sınıf öğrencisinin katılımıyla yaptıkları çalışmada fonksiyon temelli yaklaşımla öğretimin, öğrencilerin eşitsizliği anlamaları ve bu kavramla ilgili problemleri çözmelerini kolaylaştırıp kolaylaştırmadığını incelemiştir. Katılımcı öğrencilere 26 ders saati boyunca ağırlıklı olarak grafiklerin kullanıldığı ve x 'in bilinmeyen bir nicelikten ziyade bir değişken olarak görülmesini sağlamaya yönelik çalışmalar yapılmıştır. Ders süreçlerinde öğrenciler çeşitli temsillerin kullanımına teşvik edilmiştir. Geleneksel yöntemin tersine sık sık bilgisayarlar ve videolar kullanılmıştır. Temsiller üzerine tüm sınıfın beraber düşünmesi amaçlanmıştır. Yapılan uygulamalardan sonra öğrencilerin hangi yöntemlerle denklemlerden eşitsizliğe geçişi gerçekleştirdiği, bu geçişlerde bağlamın rolünün ne olduğu, öğrencilerin hangi temsilleri kullandıkları ve temsil kullanımlarında karşılaştıkları zorluklar incelenmiştir. Derslerden sonra öğrenciler görüşmelere teker teker çağırılmış çoklu temsil kullanımına olanak sağlayan problem durumları öğrencilere verilmiştir. Öğrencilere sunulan problem durumlarından ilk ikisi ders esnasında karşılaştıkları durumlara benzer üçüncü problem durumu ise destekilerden farklı ilk kez karşılaştıkları bir problem durumudur. Öğrenciler problemleri istedikleri herhangi bir temsil ile çözdükten sonra araştırmacı öğrencileri alternatif temsillere yönlendirmiştir. Sonuçlar araştırmacının yönlendirici soruları karşısında katılımcıların problem çözümlerinde farklı temsil biçimlerini kullandıklarını göstermektedir. Araştırma sonucunda öğrencilerin birçoğu grafik temsil kullanımında zorluk yaşamış, grafik temsili yanlış veya eksik yorumlamışlardır.

Eşitsizlik öğretiminde farklı temsillerin, farklı stratejilerin kullanımının konunun öğretiminde daha yararlı olabileceği kanısına varılmıştır.

Akkuş ve Çakıroğlu (2006) yürüttükleri çalışmada öğrencilerin çoklu temsil kullanımını nasıl kavramsallaştırdıklarını incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışma 21 tane 7. sınıf öğrencisinin katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Bu öğrencilere üçer adet açık uçlu cebir problemi verilmiştir. Öğrencilerden problemleri çözmeleri ve kullandıkları temsilleri açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin her biri farklı temsil biçimine yönelmiş, araştırmacının desteğiyle farklı temsillere geçiş yapmaları sağlanmaya çalışılmıştır. Farklı temsil biçimlerini tercih etme nedenleri problemin yapısına, öğrencilerin problemi anlama şekillerine göre değişmektedir. Bunun yanı sıra temsil biçimleri tercihleri de soru tipine, öğretmene ve duygusal etmenlere bağlı olarak da farklılık gösterdiği ve bu farklılıkların öğrencilere göre çeşitlilik içerdiği gözlemlenmiştir. Çalışma sonucunda, çoklu temsil kullanımın ve temsiller arası ilişki kurabilme kabiliyetinin bir anda ortaya çıkmadığı kümülatif öğrenmeler sonucu ortaya çıktığı fark edilmiştir. Bu kümülatif öğrenmelerin arttırılabilmesi için okul öncesi düzeyden itibaren çoklu temsil kullanımına ağırlık verilerek konu anlatımının yapılması araştırmacı tarafından önerilmektedir.

Akkoç (2006) çalışmasında matematiğin önemli kavramlarından fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin (küme eşlemesi diyagramı, sıralı ikililer kümesi, grafik ve cebirsel formül) öğrencilerin zihninde çağrıştırdığı kavram görüntülerini incelemiştir. Çalışmanın amacı, fonksiyon kavramının her bir temsiliinin öğrencinin zihninde ne gibi kavram görüntüleri oluşturduğunu ortaya çıkarmaktır. Çalışma, 114 tane 11. sınıf öğrencisi arasından seçilen 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Veriler klinik mülakat tekniğiyle toplanmıştır. Klinik mülakatlar sırasında öğrencilere yöneltilen problemlerin çözüm aşamasında sesli düşünceleri istenmiştir. Çalışma sonucunda problem çeşitleri farklılaştıkça kullanılan çoklu temsil türlerinin de farklılaştığı gözlemlenmiştir. Problemlerin ontolojik yapısının öğrencilerin temsil tercihlerinde belirleyici bir etken olduğu görülmüştür.

Yerushalmy (2000), üç yıl boyunca cebir okuyan öğrencilerin fonksiyon tabanlı bir yaklaşımla problem çözme stratejilerini araştırmıştır. Bu analiz için üç klinik görüşme yapılmıştır. Görüşmeler sırasında öğrencilere seçtikleri herhangi bir yöntemle çözmeleri için yazılı durum problemleri sunulmuştur. Bu şekilde öğrencilerin stratejik ve matematiksel eylemlerini ve düşüncelerini keşfederek problem çözme süreçlerini incelemek amaçlanmıştır. Dört sınıfın her birinde başarı üç

farklı başarı düzeyince öğrenci çiftleri belirlenmiş ve gözlem yapılmıştır. Seçilen öğrenci çiftlerinin temsiller arası geçiş yapmalarının oldukça uzun sürdüğü ve öğrencilerin birçoğunun temsiller arası geçişte zorlandıkları gözlemlenmiştir. Yerushalmy bu çalışmasında okul cebiri ve temsiller arası geçişlerin matematik eğitimcileri tarafından incelenmesi, kavramsal anlamının sağlanmasının gerekliliğini vurgulamıştır. Temsiller arası geçiş becerisinin artmasının, öğretimin ve öğrenimin kolaylaşmasına katkı sağlayacağı üzerinde durulmuştur. Araştırma sonucunda temsiller arası geçiş becerisinin artması problem çözme becerisinin artışı da beraberinde getirdiği belirtilmiştir.

Yerushalmy ve Gilead (1999) tarafından yapılan teorik analizde öğrencilerin cebir içerikli problem çözerken zorlandıklarını fark edilip, cebir problemleri fonksiyonel düşünme içeren bir bakış açısıyla incelenmiş farklı problem çözümleri sistematik bir şekilde incelenmiştir. Bu amaçla farklı temsil biçimleri kullanılarak çözülebilecek olan problem durumları farklı stratejilerle incelenmiştir. Çalışmada işlevsel yaklaşımın durumsal yapıyı ve sembolik kısıtlamaları tamamen ilişkili tutma potansiyeline sahip olduğu savunulmaktadır. Harflerin bilinmeyenler yerine değişkenler olarak ifade edilmesi çeşitli temsillerin kullanımının kolaylaştırılmasında oldukça önemli olduğu belirtilmektedir. Sonuç olarak öğreticinin rolü, çeşitli cebir problemleri için uygun araçları sunarak farklı stratejiler geliştirmeye yardımcı olmaktır. Farklı stratejiler, farklı temsiller kullanılarak cebir öğrenimdeki zorluğun önüne geçilebileceği sonucuna varılmıştır. Öğrencilerin öğrenmekte güçlük çektiği veya kavram yanlışlarının fazla olduğu konuların anlatımında farklı temsil kullanımına ağırlık verilmesi gerektiği önerilmiştir.

Friedlander ve Tabach (2001) öğrencilerin çoklu temsilleri kullanabilme becerilerini incelemişlerdir. Bireylerin zihninde çoklu temsillere yönelik bir farkındalık oluşmasını sağlamış, aynı zamanda bireylerin çoklu temsil kullanımlarında bir artış gözlemlemişlerdir. Bu çalışmayla bireylerin çoklu temsil kullanımlarının cebir öğrenimlerine de faydalı olduğunu tespit etmişlerdir.

Kieran (2004), cebirsel düşünmeyi incelediği araştırmasında, önce aritmetik ve cebirsel düşünme arasındaki ayrımlara odaklanan teorik nitelikte açıklamalarla başlamış ardından ana bileşenleri ayrıntılandırmıştır. Cebirsel düşünmenin gelişimi ile ilgili açıklamalar yapmış müfredatlar arasındaki benzerlik ve farklılıkları incelemiştir. Aritmetik bir referans çerçevesinde çalışan öğrenciler işlemlerin ilişkisel yönlerini görmekte zorlanmaktadır. Öğrencilerin odak noktaları hesap yapmaktır. Bu nedenle

cebirsel bir düşünme tarzı geliştirirken önemli ölçüde ayarlama yapılması gerekmektedir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerde bu cebirsel düşünme tarzının yeterli ölçüde geliştirilebilmesi için erken yaşta faaliyete geçilmeli, erken sınıf düzeylerinde cebirsel düşünmeyi geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılmaya başlanması gerektiği tespit edilmiştir. Erken sınıflarda cebirsel düşünme, sembolik cebirin bir araç olarak kullanılabileceği ancak cebire özel olmayan ve herhangi bir sembolik cebir kullanılmadan uygulanabilecek etkinlikler içinde düşünme yöntemlerinin geliştirilmesini içermelidir sonucuna ulaşılır. Bu sayede problem çözme becerisininde olumlu yönde etkilendiği ifade edilmiştir.

Erbaş (2005) çoklu temsillerle problem çözme ve teknolojinin rolünü incelediği çalışmasında teknolojinin sürekli ilerlemesi sonucu teknoloji ve matematik entegrasyonun önemli olduğunu düşünmektedir. Bu amaçla açık uçlu bir matematik sorusu örnek alınarak, hesap çizelgesi programı (spreadsheet) olarak Excel, grafik çizdirme programı olarak Graphing Calculator ve devingen bir geometrik programı olarak Geometer's Sketchpad yardımıyla sembolik (cebirsel), grafiksel (geometrik) ve sayısal (aritmetik) olarak çoklu gösterimler aracılığıyla inceleme yapmıştır. Çalışmasının sonucunda öğretmen desteğiyle teknoloji kullanımında matematik konuları için temsillerin çeşitlendiğini, öğrencilerin konuyu kavrayıp kavramsal öğrenmeyi gerçekleştirdiği ortaya çıkmıştır. Araştırma sonucunda matematik eğitimi sırasında teknolojik araçlar kullanılarak daha fazla temsil türü kullanılıp kavram yanlışlarının önüne geçilebileceği fark edilmiştir.

Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanım becerilerini inceleyen çalışmalarda alan yazında mevcuttur. Örneğin; Toluk Uçar (2015), araştırmasında 2. ve 3. sınıfta öğrenim görmekte olan 158 tane matematik öğretmen adayının reel sayıları kavrayışlarında çoklu temsillerin rolünü incelemiştir. Öğretmen adaylarından rasyonel ve irrasyonel sayıları tanımlamaları, şema kullanarak göstermeleri reel sayılar testi kullanılarak istenmiştir. Daha sonra belirlenen gönüllü 10 öğretmen adayı ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Araştırma sonucunda farklı şekillerde temsil edilmiş reel sayılardan rasyonel sayı olanları belirlemede daha başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının rasyonel sayıları çoğunlukla kesirler ve tamsayılar ile ilişkilendirdikleri irrasyonel sayıları ise kök temsili ile ilişkilendirdikleri ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının ortaokul düzeyinden itibaren reel sayıları öğrendikleri düşünüldüğünde araştırma sonuçlarında yeterli seviye temsil kullanıp, temsiller arası yeterli ilişkilendirmeyi yapamadıkları tespit edilmiştir. Yalnızca

öğretmenliğe hazırlanırken değil, okul öncesi dönemden itibaren farklı temsiller kullanılarak kavram öğretimine maruz kalmamış öğretmen adaylarının zihinlerindeki kavram imajları da sınırlı düzeydedir. Bu sebeple kritik dönem henüz geçmeden öğretmen adaylarına ve diğer bireylere ilköğretim seviyesinde iken farklı temsil kullanımına imkân verecek şekilde materyal kullanarak konu anlatımı yapılması önerilmiştir.

İpek ve Okumuş (2012) yürüttükleri çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde hangi temsil türlerini kullandıkları ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları araştırmıştır. Çalışma 3.sınıfta öğrenim görmekte olan 48 matematik öğretmen adayı ile yürütülmüştür. Öğretmen adaylarına Polya'nın problem çözme aşamalarında hangi temsili kullandıklarının ortaya çıkarılması amacıyla problem çözmede çoklu temsilleri kullanma testi uygulanmıştır. Daha sonra farklı temsilleri kullanan ve farklı başarı düzeylerine sahip öğretmen adayları seçilerek klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Adayların problem çözümlerinde kullandıkları temsiller konuşma dili temsili, cebirsel temsil, grafiksel temsil ve sayısal temsil olmak üzere dört grupta toplanmıştır. Problem durumları farklılaştıkça tercih edilen temsil grubunun da farklılaştığı gözlemlenmiştir. Matematik öğretmen adayların çoğunlukla konuşma dili ve cebirsel temsile yöneldikleri tespit edilmiştir. Problem çözme sürecinde matematik öğretmen adayların temsillerle ilgili öne çıkan sorunları; probleme uygun temsil oluşturamama, temsiller arası geçiş yapamama ve kullanılan temsilin problemle ilişkilendirilememesi şeklinde bir sıralama yapılmıştır. Adayların probleme uygun temsil oluşturma ve temsiller arası geçiş yapmadaki sorunlarının özellikle konuşma dili ve grafiksel temsil türlerinin kullanımında ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Bunun nedeni olarak öğretmen adaylarına öğrenimlerin henüz ilköğretim seviyesinde iken birden fazla temsil kullanılarak kavram öğretiminin gerçekleştirilmemiş olması sebep olarak gösterilmiştir.

Sonuç olarak alan yazında görüldüğü gibi, birkaç çalışmada cebir öğrenme alanı ile çoklu temsiller konusu birlikte incelenmiştir. Bunun sebebi cebir öğrenme alanının her eğitim kademesinde yer alması ve çoklu temsil kullanarak ifade edilme olanağının olmasıdır. Araştırma sonuçları genel olarak çoklu temsil kullanımında temsiller arası transfer becerilerinin istenilen düzeyde olmadığını göstermiştir. Öğrenciler en çok diğer temsil türlerinden grafik temsile, en az ise diğer temsil türlerinden tablo temsile geçiş yapmakta güçlük çekmiştir. Bunun sebebi kavramsal bilginin yeterli düzeye ulaşamamış olmasıdır. Çalışmalar genel olarak öğrencilerin

problem çözümlerinde konuyu öğrenirken karşılaştıkları temsil çeşidinin dışına çıkamadığını göstermiştir. Bunun sebebi olarak bireysel farklılıklar, problemlerin farklılaşması, konunun öğretimindeki farklılıklar olarak ifade edilmiştir. Bireysel farklılıklar sonucu her öğrenci genel konuyu farklı bir temsil çeşidi ile öğrenmiştir. Bu durumda öğrencilerin problem çözümlerinde kullandıkları temsil çeşitlerine yansımıştır. Aynı zamanda problem farklılaştıkça kullanılan temsil çeşidi de farklılaşmıştır. Bunun sebebi problemlerin ontolojik yapısından kaynaklanmıştır. Çalışma sonuçlarında kavramsal öğrenmenin tam olarak gerçekleştiği bireyler de çoklu temsil kullanımının arttığı tespit edilmiştir. Bu sebeple kavram öğretiminde kavramsal ve işlemsel bilginin net olarak öğretilmesi ve bu süreçte farklı temsiller kullanarak hem öğretimin gerçekleşmesi hem de temsil kullanımı ile temsiller arası transfer becerisinin artışının sağlanabileceği üzerinde durulmuştur. Bu sayede kavram yanılgılarının önüne geçilebileceği de çalışma sonuçları arasındadır.

BÖLÜM III

YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, örnekleme, araştırmada kullanılan veri toplama teknikleri, araştırmanın uygulanması ve veri analiz süreci açıklanacaktır. Araştırma da nitel araştırma deseni kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik öğretmen adayları oluşturmaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu tez çalışmasında öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde çoklu temsil kullanma yeterliklerinin incelenmesi hedeflenmiştir. Bu sebeple öğretmen adaylarına fonksiyonel düşünme içeren problemler yöneltilerek, öğretmen adaylarının bu problemlerin çözümünde hangi temsillerden yararlandıkları, hangi temsil türlerini kullandıkları, temsiller arası ilişkilendirme yapabilme becerileri, bu süreçte öğretmen adaylarının yaşadıkları zorluklar ve kullandıkları temsillerin problem durumuyla uyum düzeylerinin (geçerlik düzeylerinin) derinlemesine incelenmesi amaçlanmıştır.

Nitel araştırma “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama araçlarının kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir yaklaşımla ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlanmaktadır” (Yıldırım ve Şimşek, 2016, s. 49). Bu çalışmada da yazılı sınav soruları ile görüşmeler gerçekleştirilerek veri toplanmıştır. Bu görüşmeler detaylı olarak analiz edilmiştir. Bu nedenle araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması yönteminin kullanılmasının uygun olduğuna karar verilmiştir. Durum çalışması (örnek olay çalışması) “olaylar ve davranışlarla ilgili zengin bir bakış açısı sağladığı için önemli bir bilgi edinme yöntemidir” (Brown, 2008, s. 11). Literatürde durum çalışmasının farklı isimleri yer almaktadır. Örnek olay çalışması, örnek olay incelemesi, olay incelemesi, vaka çalışması, durum çalışması bu isimlerden bazılarıdır (Aytaçlı, 2012). Creswell (2007), durum çalışmasını “Araştırmacının zaman içerisinde sınırlandırılmış bir veya birkaç durumu çoklu kaynakları içeren veri toplama

araçları (gözlemler, görüşmeler, görsel-ışitseller, dokümanlar, raporlar) ile derinlemesine incelediği, durumların ve duruma bağlı temaların tanımlandığı nitel bir araştırma yaklaşımı” (s. 34) şeklinde ifade etmiştir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının sahip olduğu fonksiyonel düşünme becerisi ışığında kullandıkları çoklu temsillerin ayrıntılı ve bütüncül biçimde incelenmesine olanak sağlayacağı düşüncesi ile nitel araştırma desenlerinden durum çalışmasının uygun olacağı düşünülmüştür.

3.2. Çalışma Grubu

Araştırma 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında Erciyes Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümünde öğrenim görmekte olan üçüncü sınıf ve dördüncü sınıf öğrencilerinden olmak üzere toplam 105 öğretmen adayının katılımıyla gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adaylarının yeterli bilgi, beceri ve donanımına sahip olduğu kabul edilmiştir.

Araştırmaya katılan 105 öğretmen adayına sekiz adet fonksiyonel düşünme içeren problem yazılı sınav olarak uygulanmış ve her bir problemi kullanabildikleri kadar farklı temsil kullanarak çözmeleri istenmiştir. Ardından yazılı sınav kâğıtları ön inceleme ile çok iyi, iyi, geliştirilmesi gereken şeklinde üç gruba ayrılmıştır. Bu sınıflama kullanılan temsil çeşidinin uygunluğu ve çözümün doğru oluşu şeklinde yapılmıştır. Çok iyi, iyi ve geliştirilmesi gereken gruptan her durum için örnek olması açısından öğretmen adayları seçilmiştir. Her gruptan ikişer öğretmen adayını seçerek toplam altı öğretmen adayını seçilmiştir. Seçilen altı öğretmen adayını ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yürütülmüştür.

Mülakat için öğrenci seçiminde gruplara ayrılan yazılı sınavlar (çok iyi, iyi, geliştirilmesi gereken) arasından öğrenci seçilmesi sebebiyle amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Bunun tercih edilmesinin amacı her gruptan iyi, çok iyi, geliştirilmesi gereken öğretmen adayından seçenek olmasıdır. Bu öğretmen adaylarının belirlenmesinde ürettikleri modellerin çeşitliliği, uygunluğu ve yeterliliği dikkate alınmıştır. Bulgular bölümünde bahsedilen ve öğretmen adaylarıyla yürütülen mülakatlara ilişkin alıntılarda geçen isimler, öğretmen adaylarının gerçek isimleri değildir. Bilimsel etik gereği öğretmen adaylarının gerçek isimleri yerine kod adları kullanılmıştır.

3.3. Veri Toplama Süreci ve Araçları

Araştırma kapsamında öğretmen adaylarına fonksiyonel düşünme gerektiren problemler ile gerek bu problemlere gerekse kullandıkları çoklu temsillere ilişkin düşüncelerini ve çoklu temsil kullanım becerilerini açığa çıkarmaya yönelik açık uçlu sorulardan oluşan bir yazılı sınav uygulanmıştır. Veri toplama aracı, alan yazından alınan ve araştırmacı tarafından oluşturulan bir veya birden fazla temsil kullanmaya imkân veren problemlerden oluşmaktadır. Yazılı sınavda 8 tane fonksiyonel düşünme içeren problem kullanılmıştır.

Bu problemler 105 öğretmen adayına yaklaşık 1,5 ila 2 saat süreyle eş zamanlı olarak uygulanmış ve uygulama sırasında çalışmanın amacı katılımcılara kısaca anlatılarak bu problemlere çözüm üretmenin ötesinde problem ifadesindeki ilişkileri nasıl tanımladıklarını ve hangi yollarla çözebileceklerini açıkça ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarına zamana yönelik herhangi bir üst sınır konulmamış, adaylar 1,5 ila 2 saat içinde problemleri cevaplandırıp teslim etmişlerdir. Çalışmanın geçerliğini ve güvenilirliğini sağlamak adına yazılı sınava bir yönerge eklenmiştir. Bu yönergede öğretmen adaylarına yazılı sınav hakkında ve yapılması gerekenler hakkında kısaca bilgi verilmiştir.

Bu çalışma kapsamında öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlere göre kullandıkları temsiller ile bunların türleri uygunluk ve yeterlilik açısından incelenmiştir. Öğretmen adaylarına yöneltile 8 tane problemin değerlendirilmesinde grafik temsil, cebirsel temsil, örüntü temsil, tablo temsil ve sözel temsil kategorilerinde uygun, geliştirilmesi gereken ve uygun olmayan şeklinde analiz yapılmıştır. Sadece ilk araştırma sorusunun ontolojik yapısı gereği uygun, geliştirilmesi gereken ve uygun olmayan ifadeleri yerine kısmi çözüm üreten temsil tabiri tercih edilmiştir. Fakat yine çalışma sonuçları grafik temsil, cebirsel temsil, örüntü temsil, tablo temsil ve sözel temsil kategorilerinde ele alınmıştır.

Araştırmada kullanılan problemlerin güvenilirlik ve geçerliliğinin sağlanması için ana çalışmadan önce 43 öğretmen adayı üzerinde pilot çalışma yapılmış ve ayrıca uzman görüşlerine başvurulmuştur. Pilot çalışma ve uzman görüşleri doğrultusunda problem ifadeleri yeniden düzenlenmiş ve öğretmen adaylarının ürettikleri matematik modellerinin ardındaki ilişkileri ve kritik kavramları ifade etmelerini sağlamak amacıyla katılımcılardan her bir problem için öğretmen adaylarından problemin konuya uygunluğunun dilinin ve çözülebilirlik durumunun açıklanması istenmiştir.

Nitel araştırmalarda geçerliği ve güvenilirliği arttırmak amacıyla farklı yöntemler bir arada kullanılabilir ki bunlardan en önemlisi veri çeşitlemesine gitmektir (Yıldırım ve şimşek, 2016). Bu sebeple eldeki çalışmada yazılı sınava ek olarak ğretmen adayları ile yarı yapılandırılmış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu mülakatlara katılacak ğretmen adayları seçilirken yazılı sınavların n analizleri yapılmış ve yazılı sınavlar başarı durumları açısından üç kategoriye ayrılmıştır. Bu kategorilerden toplam altı ğretmen adayı seçilmiştir. Altı ğretmen adayı ile yapılan görüşmelerden beşi yüz yüze biri evrimii görüşme olarak gerçekleştirilmiştir. Bunlar dışında 1 kişi ile pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Kullanılan temsil türlerinin çeşitliliği dikkate alınarak iki kişi alt grupta, iki kişi orta grupta, iki kişi de st grupta yer alacak şekilde toplam altı ğretmen adayı seçilmiştir. Bu kişiler seçilirken temsil çeşitlerinin birbirinden farklı olması dikkate alınmıştır. Farklı temsil çeşidi tercih eden adaylar seçilerek çeşitlilik olması istenmiştir. Her ğretmen adayı ile görüşme 40-60 dakika sürmüştür. Katılımcıların izni dhilinde görüşmeler ses kayıt cihazı ile ses kaydına alınmıştır. Öğretmen adaylarının düşüncelerini ayrıntılı olarak ifade edebilmeleri için yazılı sınav yeniden sunulmuştur.

Görüşmelerde katılımcılardan yazılı sınavdaki soruları sesli düşünerek yeniden çözmeleri farklı temsiller kullanmaları istenmiştir. Görüşmenin akışı katılımcıların verdikleri cevaplar doğrultusunda şekillenmiş ve katılımcıların düşüncelerine göre farklı sorular yöneltilmiştir. Katılımcılara yöneltilen sorular onların düşüncelerine göre şekillenmekle birlikte aşağıdaki sorulara benzer nitelikte sorular yöneltilmiştir. Böylece katılımcıların zihinlerinde sıklıkla yer alan temsil türlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

- Problemden ne anlıyorsunuz?
- Problemde sizden istenenler nelerdir?
- Problemlerde birbirini etkileyen değişkenler hangileridir?
- Kullandığınız temsil çeşidi sizin için ne ifade ediyor?
- Bu soru için farklı temsil eşitleri kullanılabilir mi?
- Kullandığınız temsil çeşitlerinde ne tür zorluklar olabilir?
- Kullandığınız bu temsil çeşidinden farklı türde bir temsil türüne geçiş yapılabilir mi?
- Cebirsel temsil kullanmadan çözüm yapabilir miydiniz?
- Grafik temsil kullanmadan çözüm yapabilir miydiniz?

3.3.1. Araştırma kapsamında kullanılan problemler

Araştırma kapsamında öğretmen adaylarına fonksiyonel düşünme gerektiren 8 tane açık uçlu soru yöneltilmiştir. Aşağıda yazılı sınavda yer alan problemler tanıtılmıştır. Bu soruların genel olarak seçiliş amacı, öğretmen adaylarının en çok ve en az kullandıkları temsil çeşitlerinin tespit edilmesi, en çok zorlanılan temsil türünün belirlenmesi, temsiller arası transfer yapabilme becerilerinin tespit edilmesidir.

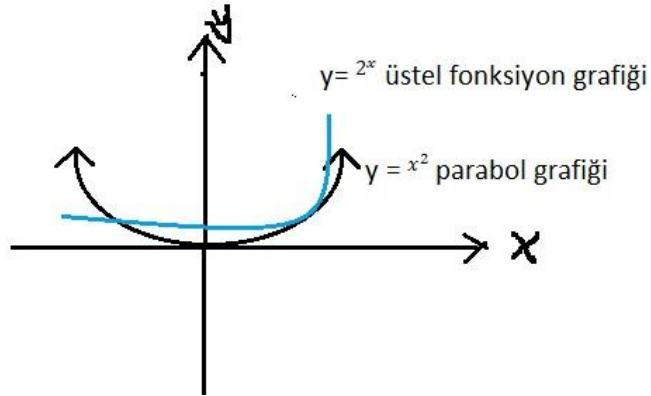
3.3.1.1. Reel kök bulma problemi

Araştırma da yer alan ilk problem şu şekildedir: $x^2 = 2^x$ denkleminin kaç tane reel kökü vardır? Nasıl bulduğunuzu ayrıntılı olarak açıklayınız. Sözel olarak düşüncelerinizi yazınız. Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının cebirsel temsili okuyabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve cebirsel temsilden grafik temsile dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Sorunun çözümünde tüm kökleri bulmaya olanak sağlayan tek temsil çeşidinin grafik temsil olduğunun fark edilmesi beklenmiştir.

Denklemdaki ilişkinin fark edilmesi açısından fonksiyonel düşünme gerektiren problemde öğretmen adayları çoklu temsillerden grafik temsili tercih edebilir. Sadece bu soru için sorunun ontolojik yapısından kaynaklı olarak bütün reel köklere ulaşmayı sağlayan tek temsil çeşidi grafik temsildir. Şekil 6'daki gibi grafik çizilebilir. Grafik çizilip grafiğin koordinat düzleminde nerelerden geçtiği tespit edilip, kesişme noktaları olup olmadığı belirlenebilir. Bunun yanı sıra örüntü temsil kullanılarak x değişkenine değer verilebilir. Değer verildiğinde hangi sayılar için eşitliğin sağlanabileceği tespit edilebilir. Üslü ifade içermesi sebebiyle logaritma yardımıyla değişkenler tespit edilebilir. Fakat grafik temsil çeşidi dışındaki temsillerde 3 reel kök olduğunu net olarak ifade etmek zordur. Dolayısıyla bu soruda istenen 3 tane reel kökün tamamının bulunabilmesinin tek yolu grafik temsil kullanımıdır. $y=x^2$ ve $y=2^x$ denklemlerinin grafikleri aşağıda verilmiştir. Bu grafiklerin kesişim noktaları denklemin reel köklerini vermektedir. Diğer temsiller ancak grafik temsile ek olarak kullanılabilecek olan temsillerdir.

Şekil 6

$y=x^2$ parabol grafiği ve $y=2^x$ üstel fonksiyonunun grafiği



3.3.1.2. Otopark problemi

Araştırmada kullanılan ve otopark problemi olarak adlandırılan ikinci soru ise şu şekildedir:

Yan yana iki otopark bulunmaktadır. Bu otoparkların birbirinden farklı ücret tarifeleri mevcuttur. Birinci otoparkta her bir saat için 2,7 lira ücret alınır. İkinci otopark için ise saat başına 2 lira ve giriş için ek 6 lira ücret alınmaktadır. Otoparkı kullanacak olan araç sahiplerinin en iyi, en avantajlı teklifi seçmesine izin verecek şekilde problemi açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının problemi anlayabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve sözel temsilden başta cebirsel temsile transfer yapabilme düzeyleri olmak üzere tablo, örüntü ve grafik temsil çeşitlerinin kullanımı ile bu temsil çeşitlerinin birbirleri arasındaki dönüşüm düzeyinin tespiti hedeflenmektedir. Otoparkta kalma süresi ve otopark ücreti açısından fonksiyonel düşünme gerektiren problemde sözel temsilden tablo temsile geçiş yapılabilir. Bu amaçla 1 saat ile 10 saat arası otopark için verilen ücretler sıralanıp yaklaşık 8 saatten sonraki süreçte otopark ücret miktarındaki değişiklik tespit edilebilir. Bu sayede ilk 8 saatten sonraki süreçte hangi otoparkın daha avantajlı olduğu tespit edilebilir. Tablo 1'deki gibi bir tablo temsil çizildiğinde otoparkların avantaj durumlarının tespiti yapılabilir. Fakat örüntü 8 saate kadar devam ettirilmediği durumda avantajlı olan otoparkın seçiminde yanılgıya düşülebilir.

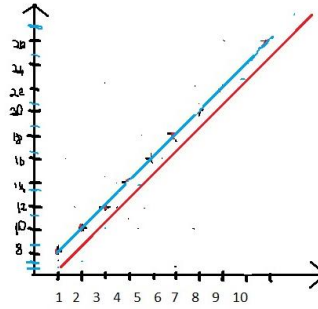
Problem çözümü için cebirsel temsile başvurarak $2,7x=6+2x$ (x , otoparktaki park süresi) şeklinde bir eşitsizlik düşünerek çözüme ulaşılabilir. Cebirsel temsil ile

örüntü temsil ilişkilendirilebilir. Örneğin, $x=1$ için 1.otopark: 2,7 ve 2.otopark: 8; $x=2$ için 1.otopark: 5, 4 ve 2.otopark: 10 şeklinde örüntü oluşturulup devam ettirilebilir. Bu şekilde sözel temsil olarak verilen soru için önce cebirsel temsile ardından örüntü temsile geçiş yapılabilir. Aynı zamanda örüntü temsil ile tablo temsil arasında transfer gerçekleştirilip örüntü sonuçları tabloya dönüştürülebilir.

Aynı zamanda grafik temsil kullanılarak da belirli bir saate kadar ilk otoparkın avantajlı olduğu, belirli bir saatten sonra ise avantajlı olma durumunun diğer otoparka geçtiği söylenebilir. Şekil 7 üzerinde örneklendirilmiştir. Kısaca problem sözel temsil olarak verilmiş; sözel temsilden cebirsel temsile geçiş yapılarak, cebirsel temsilden örüntü temsile, örüntü temsilden tablo temsile geçiş yapılması yine bunlar arasında ilişki kurularak grafik temsil kullanılması gereken bir problemidir.

Şekil 7

Otopark Problemi Tablo Temsili



Tablo 1

Otopark Problemi Tablo Temsili

Zaman	Otoparklar	1.Otopark için ödenen miktar	2.Otopark için ödenen miktar
1 saat sonunda		2,7 lira	8 lira
2 saat sonunda		5,4 lira	10 lira
3 saat sonunda		8,1 lira	12 lira
4 saat sonunda		10,8 lira	14 lira
5 saat sonunda		13,5 lira	16 lira
6 saat sonunda		16,2 lira	18 lira
7 saat sonunda		18,9 lira	20 lira
8 saat sonunda		21,6 lira	22 lira
9 saat sonunda		24,3 lira	24 lira
10 saat sonunda		27 lira	26 lira

3.3.1.3. Hız problemi

Araştırma da kullanılan ve hız problemi olarak adlandırılan üçüncü soru ise şu şekildedir:

Ali ve Veli isimli iki çocuk, parktan çıkıp okula doğru gitmek istiyorlar. Aynı noktadan ve aynı anda harekete başlıyorlar. Ali'nin zamanın ilk yarısında V1 hızıyla, ikinci yarısında V2 hızıyla gittiği biliniyor. Veli'nin ise yolun ilk yarısını V1 hızıyla, yolun diğer yarısını V2 hızıyla gittiği biliniyor. Buna göre okula kim daha önce ulaşır? Açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının problemi anlayabilme ve yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve cebirsel temsil olarak verilen değişkenlerin yerine farklı değerler atayarak hız ve yola bağlı ilişkinin tespit edilmesi, bu tespitlerden hareketle genelleme yaparak sonuca ulaşma düzeylerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Öğretmen adaylarının yol, hız ve zaman arasındaki ilişkinin bilincinde olup, soruya yanıt vermeleri beklenmektedir.

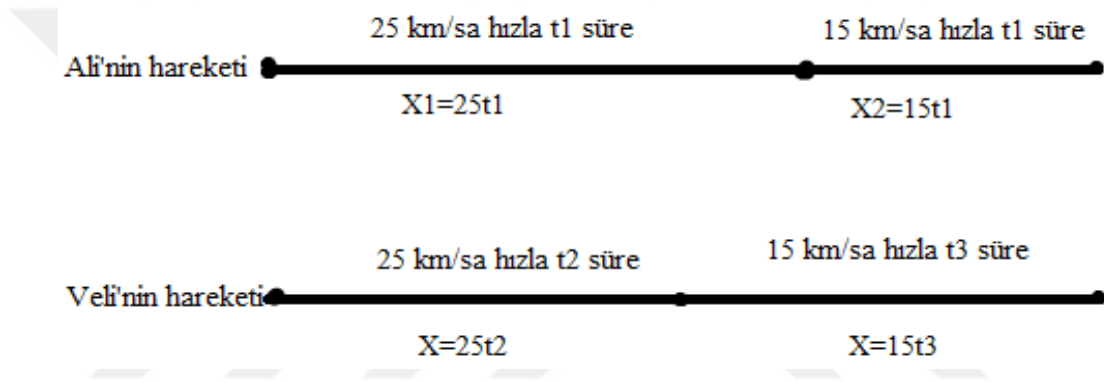
Bu problem, $yol = hız \times zaman$ bağıntısının uygulanmasından ziyade yol, hız, zaman arasındaki ilişkinin Ali ve Veli'nin hareketi için yeniden düzenlenmesini gerektiren fonksiyonel düşünme gerektiren bir problemidir. Öğretmen adaylarının Ali ve Veli'nin hareketlerini ifade etmek için değişken kullanmaları gerekmektedir. Bu değişkenleri tanımladıktan sonra bunları birbiri ile ilişkilendirip değerlendirmeleri gerekmektedir. Bu kısımdaki yapılan ilişkilendirme fonksiyonel düşünme becerisi ile ilgilidir. Bu aşamada yol uzunluğu ya da zamana ilişkin tahminde bulunan öğretmen adayının zaman, yol ve hız kavramlarını sadece cebirsel olarak birbirine dönüştürmeden ziyade sayılar arası matematiksel ilişkileri cebirsel veya grafiksel olarak ele alması mümkün olur. Örneğin yol uzunluğu (ya da zaman) yerine tanımlanacak olan 2000 km gibi sayısal bir değer üzerinden Ali ve Veli'nin okula varmaları için geçen süreler hesaplanabilir. Ancak bu model yol ve zaman arasındaki ilişkinin ortaya konmasının ötesinde bu değişkenlerden birinin sabitlenerek diğerinin bulunmasına yöneliktir. Şekil 8 üzerinde örneklendirilmiştir.

Ali ve Veli'nin okula ulaşması için geçen sürelerin kıyaslanması için tanımlanan değişkenlerin her birinin birbiri ile ilişkilendirilmesi ve birbirine dönüştürülmesi gerekmektedir. Yani aynı sürelerde farklı hızlarla giden Ali'nin aldığı $(V1+V2)t1$ 'lik yolun ilk yarısını Veli'nin V1 km/sa hızla, diğer yarısını V2 km/sa hızla gittiği göz önünde bulundurularak Ali'nin okula ulaşması için geçen sürenin ilk

yarısını 25 km/sa hızla diğer yarısını 15km/sa hızla, Veli ise yolun ilk yarısını 25 km/sa hızla ikinci yarısını 15 km/sa hızla koştuğunu düşünürsek $20 t_1 = 25t_2$ ve $20t_1=15t_3$ eşitlikleri elde edilir. Bu değişkenler işlem yapılmadan fonksiyonel düşünerek de kıyaslanabilir. Ali hızı 25 km/sa iken alacağı yol 15 km/sa hızla alacağı yoldan fazladır. Dolayısıyla hızı 25 km/sa iken yolun yarısından fazlasını koşmuştur. Veli'nin hızı 25 km/sa iken koştuğu kısım yolun yarısı olduğu için Ali'nin arkasında kalır. Aşağıdaki şekilde hızlara değer atandığında ortaya çıkan cebirsel temsil ve grafik temsil gösterilmiştir.

Şekil 8

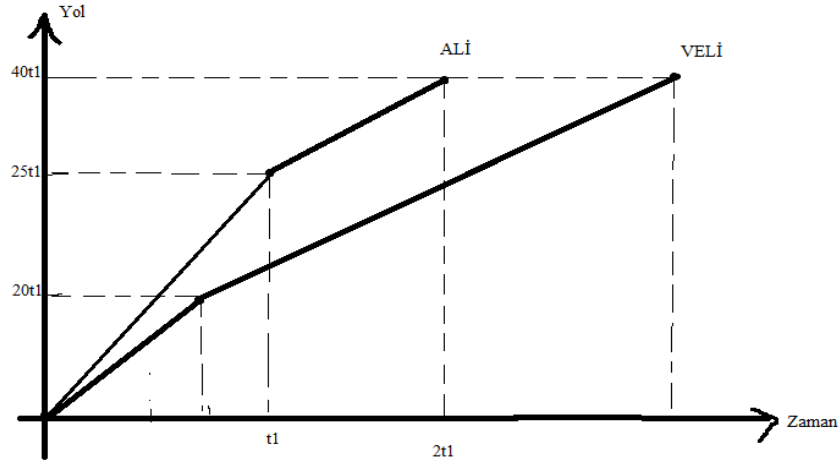
Hız probleminin cebirsel ve görsel temsili



Ardından t_1 , t_2 , t_3 değişkenleri birbiri cinsinden yazılarak kıyaslanabilir. $V_1 > V_2$ olursa Ali'nin aynı sürede V_1 km/sa hızla aldığı yol V_2 km/sa hızla aldığı yoldan daha fazla olacağı için Ali v_1 km/sa hızla giderken yolun yarısından fazlasını almıştır. Veli'nin V_1 km/sa hızla gittiği mesafe (yolun yarısı) Ali'ninkinden az olduğu için Ali'nin gerisinde kalacaktır. Dolayısıyla Ali otele Veli'den önce ulaşacaktır. Dolayısıyla problemde V_1 ve V_2 hızlarının birbirlerine göre durumları karşılaştırılarak incelenmelidir. Son olarak ise Ali ve Veli'nin hareketi aşağıdaki gibi grafik temsil yardımıyla matematikselleştirilebilir. Bu sayede hareketin bir bütün halinde incelenmesi mümkündür. Grafik temsilde şekil 9 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 9

Hız Problemi Grafik Temsili



3.3.1.4. Mandıra problemi

Araştırmada kullanılan dördüncü soru mandıra problemi olarak adlandırılmaktadır:

Bir mandırada sütler 920 litre kapasiteli soğuk dolaplarda saklanmaktadır. Pazartesi günü dolapta 50 litre süt vardır. Süt miktarının günlere göre değişimi $y = 50 + 30x$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadede x , bir inekten bir günde elde edilen süt miktarı, y değişkeni de buzdolabındaki süt miktarıdır. Bir inekten günde 6 litre süt alınıyorsa buzdolabı tamamen dolana kadar süt miktarını zamana göre değişimini farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

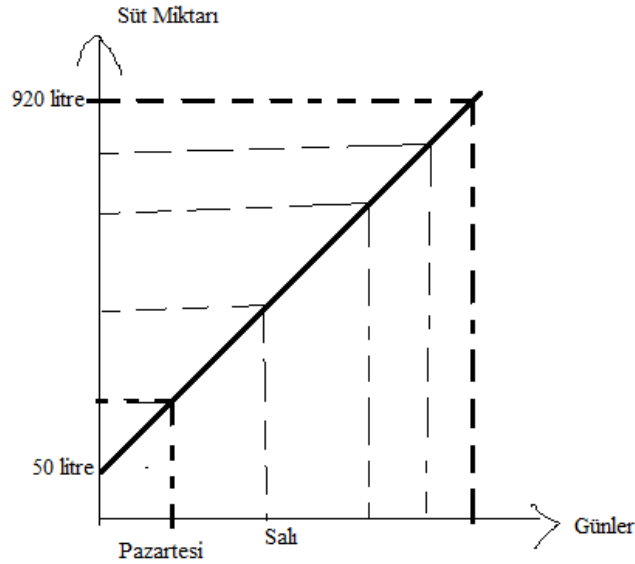
Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının cebirsel temsili okuyabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve cebirsel temsilden diğer temsillere dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Öğretmen adaylarının cebirsel temsili yorumlamada veya transfer etmede sahip oldukları bilgi ve becerinin tespitinin yapılması, cebirsel temsil çeşidine dair yeterliliklerin saptanması, cebirsel temsilden grafik, örüntü, tablo ve sözel temsile transfer düzeyinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu problem elde edilen süt miktarının zamana göre değişmesi açısından fonksiyonel düşünme gerektiren ilişkisel bir problemdir. Probleme uygun olacak şekilde ilişkinin örüntü temsil yardımıyla buzdolabı dolana kadar elde edilmesi gereken süt miktarının düzenlenmesini gerektiren ayrıca bu ilişkinin grafik yardımıyla da modellenmesine imkân tanıyan bir problemdir. Problemin çözümü için örüntü temsil tercih edildiğinde $x=1$ için $y=80$, $x=2$ için $y=110$ şeklinde örüntü devam ettirilerek sonuca ulaşılır.

Soruda verilen cebirsel denklemden hareketle örüntü temsile geçiş yapılması cebirsel temsil ile örüntü temsil arasında transfer yapıldığını göstermektedir.

Problemde denklem verilmiş ve değişkenlerin neyi ifade ettiği açıkça belirtilmiştir. Bir inekten bir günde elde edilen süt miktarına farklı değerler verilerek buzdolabındaki süt miktarının değişimi ortaya çıkarılabilir. Grafik temsil de dikkat edilmesi gereken nokta grafiğin 0 değil 50 noktasından başlatılması gerektiğidir. Sözel olarak ve cebirsel olarak başlangıçta 50 litre süt olduğu belirtilmiştir. Grafiğin doğru çizilebilmesi için bu nokta göz önünde bulundurulmalıdır. Şekil 10 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 10

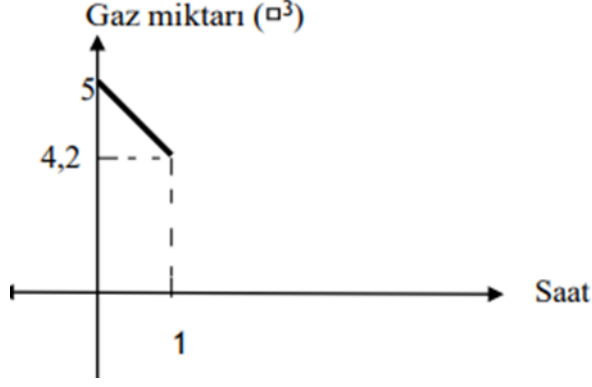
Mandıra Problemi Grafik Temsili



3.3.1.5. Oksijen-gaz problemi

Araştırmada kullanılan beşinci soru oksijen-gaz problemi olarak adlandırılmaktadır:

Aşağıda bir oksijen kaynağı tüpündeki gazın zamana bağlı değişimi doğrusal grafik olarak verilmiştir.



Tüpteki gaz kaç saat sonra biter? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının grafik temsili okuyabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve grafik temsil başta olmak üzere diğer temsil çeşitlerine dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Öğretmen adaylarının grafik temsili yorumlamada veya transfer etmede sahip oldukları bilgi ve becerinin tespitinin yapılması hedeflenmiştir. Diğer problemlerden farklı olarak bu problemde grafik verilmiştir. Öğretmen adaylarının bu problem ile grafik temsilden diğer hangi temsillere ne şekilde geçiş yapabildiklerini incelenmek amaçlanmıştır. Problemde oksijen kaynağı tüpündeki gazı zam ile arasındaki ilişki verilmiştir. Grafik yorumlandığında tüp içerisinde başlangıçta 5 metreküp gaz olduğu 1 saat sonra bu miktarın 4,2 metreküpe düştüğü görülmektedir. 1 saatte 0,8 metreküp harcandığı göz önüne alınarak farklı saatlerde ne kadar gaz harcandığı örüntü temsil yardımıyla sıralanabilir. Ayrıca orantı kullanılarak denklem çözülebileceği gibi tamamen grafik üzerinde eğim ve tanjant kullanılarak da problem çözümlenebilir. Kısaca problem grafik temsil olarak sunulmuş, grafik üzerinden denklem kurularak cebirsel temsile, her saat için tüpte kalan miktarı hesaplayarak örüntü temsile bu örüntü temsili tablo haline getirerek tablo temsile geçiş yapılması mümkün olan bir sorudur.

3.3.1.6. Yürüyüş problemi

Araştırmada kullanılan altıncı soru yürüyüş problemi olarak adlandırılmaktadır:

Yürüyüş yapmayı seven Ahmet, hafta sonu evinin yakınlarındaki yürüyüş parkuruna gitmiştir. 3500 m uzunluğundaki yürüyüş parkurunun 200 m yazısının olduğu yerden parkura giriş yapmıştır. Ahmet'in yürüyüş hızı 80 m/dk olduğuna göre; Ahmet'in yürüyüşe başladıktan 5 dakika sonra, parkurun başlangıç noktasına olan uzaklığını farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının sözel temsil olarak verilen soruyu yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve diğer temsillere dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Öğretmen adaylarının bu soru için yolun doğrusal veya dairesel olma durumlarında başlangıç noktasına uzaklıkla ilişkili olduğunun fark edilmesi beklenmiştir. Problem sözel temsilden diğer temsillere nasıl geçiş yapıldığını belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Yürüyüş parkurunun tamamlanma süresi ve yürüyüş hızı arasındaki ilişkinin tespiti açısından önemli ayrıca aradaki ilişkinin fark edilmesi açısından da fonksiyonel düşünme gerektiren bir problemdir. Problem çözümünde kimi öğretmen adayı ($\text{Yol} = \text{Hız} \times \text{Zaman}$) $x = v \cdot t$ formülünü göz önüne alarak cebirsel temsil ile çözüme gidebileceği gibi 200 metreden sonra geçen her zaman için grafik temsilini kullanmaya da yönelebilir. Aynı zamanda problem çözümünü görsel temsiller ile ifade etmek mümkündür. Şekil 11, 12 ve 13 üzerinde örneklendirilmiştir.

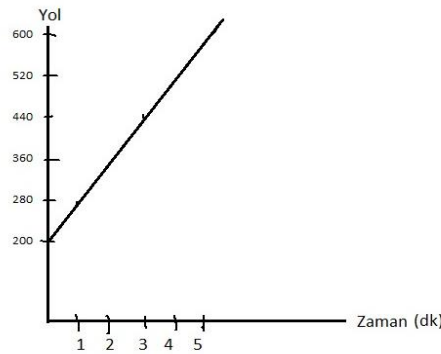
Tablo 2

Yürüyüş Problemi için tablo temsili

Zaman (dk)	Alınan Toplam Yol (metre)
0	200
1	280
2	360
3	440
4	520
5	600

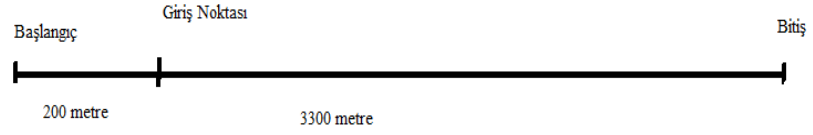
Şekil 11

Yürüyüş Problemi için grafik temsili



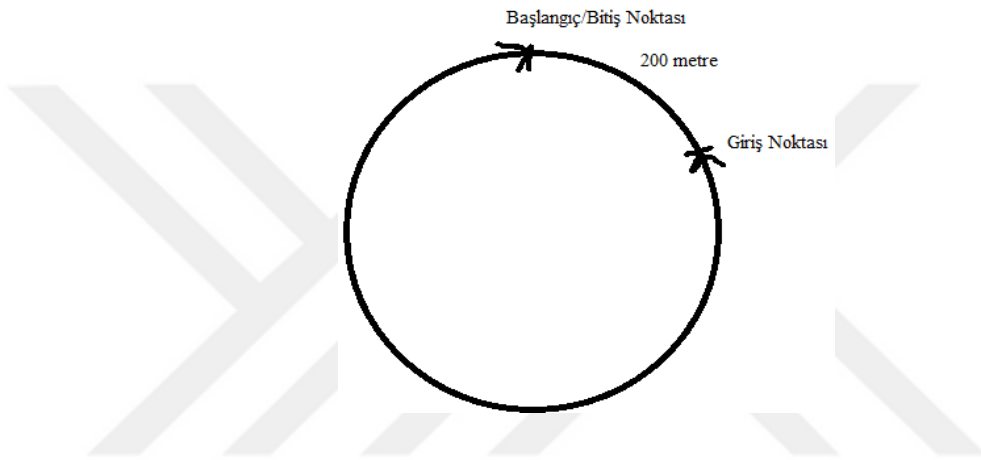
Şekil 12

Yürüyüş Problemi için doğrusal yol görseli



Şekil 13

Yürüyüş Problemi için Dairesel yol Görseli



Kısaca bu problem sözel temsil çeşidinde verilmiştir. Sözel temsilden $X = V \cdot t$ denklemi kullanılarak cebirsel temsil çeşidine dönüşüm yapmaya, cebirsel temsilden hareketle her bir dakikada alınan yolun 80 m/dk olduğu sonucu ile 200-280-360... şeklinde örüntü oluşturularak örüntü temsil kullanımına olanak sağlar. Örüntü temsili tablolaştırarak tablo temsil kullanımına olanak sağlayan 200 metreden grafiği başlatarak grafik temsil kullanımına da olanak sunan bir problemidir. Tablo 2 üzerinde örneklendirilmiştir.

3.3.1.7. Zam problemi

Araştırmada kullanılan yedinci soru zam problemi olarak adlandırılmaktadır:

Bir fabrika sahibi çalışanlarına zam yapmak istiyor. Bu amaçla çalışanlarına iki farklı yöntem sunuyor. Birinci yöntemde maaşlarına belli bir oranda zam yapılırken, ikinci yöntemde sabit bir ücret tutarında zam uygulanıyor. Tabloda iki farklı yönteme göre maaş zamlarından örnekler verilmiştir. Tablo 3 üzerinde görülmektedir. Tabloda 1. ve 2. yöntemlere göre uygulanacak zamlı maaşlara örnekler verilmiştir.

Tablo 3*Maaş ve zamlı maaş tablosu*

	Maaş	Zamlı Maaş
A yöntemi	400	480
	700	840
B yöntemi	400	500
	700	800

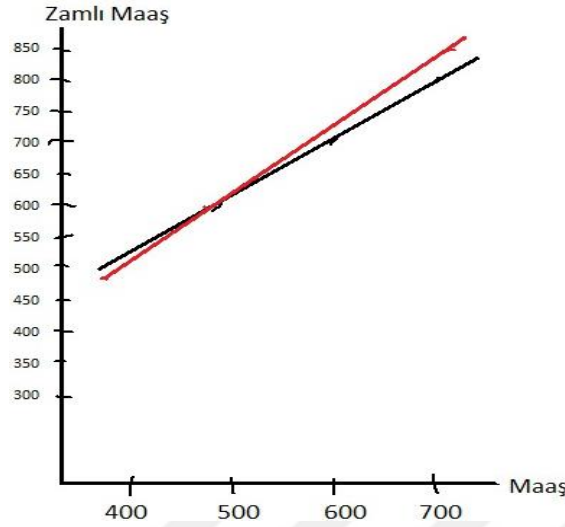
Tablodaki verilerden yararlanarak 1. ve 2. yöntemin maaşlar üzerindeki etkisini belirleyerek hangi yönteminin avantajlı olduğunu bulunuz. Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının tablo okuyabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve tablo temsilden hareketle örüntü temsile, cebirsel temsile, grafik temsile ve sözel temsile dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Öğretmen adaylarından tabloda verilen maaş ve zamlı arasındaki ilişkinin tespit edilmesi beklenmiştir. Bu problemde kendinden önceki problemlerden farklı olarak tablo temsil verilmiştir. Tablo temsilden genellikle sözel temsile ve örüntü temsile geçiş yapılması beklenmektedir. Tabloyu doğru okuyabilme sözel olarak verilen kısmı ayırt edebilme açısından önemlidir. Maaş miktarı ve yöntemlere göre yapılan zamlar arasındaki ilişkinin tespit edilebilmesi açısından fonksiyonel düşünme gerektiren bir problemidir.

Fabrika sahibinin çalışanlarına yapacağı zam için iki farklı yöntem sunulmuştur. Maaş miktarına göre yapılan zamlardan elde edilen maaşlar değişmektedir. Maaşların 400 lira ve 700 lira iken zamdan sonraki miktarlar tabloda belirtilmiştir. Tablo incelendiğinde A yöntemi tercih edildiğinde maaşlara %20 oranında zam yapıldığı görülmektedir. Tablo devam ettirilip örüntü şeklinde yazılarak maaş miktarı arttıkça maaşların nasıl değiştiği incelenebilir. B yönteminde ise maaşa 100 lira zam yapıldığı görülmektedir. B yöntemi için de maaş değıştikçe zamlı maaşın ne kadar değıştiği ifade edilmelidir. Örüntü yeterli seviyede tekrar edildiği ve gözlemlendiği takdirde belli bir maaşın üzerinde veya altında A yöntemi avantajlı iken belli bir maaşın altında veya üstünde B yönteminin avantajlı olduğu tespit edilebilir.

Şekil 14

Zam Problemi için Grafik Temsili



Kısaca zam problemi, tablo temsil olarak sunulmuş olup, tablonun yorumlanıp açıklaması ile sözel temsile, maaşın 400, 500, 600, 700... lira şeklinde devam ettiği durumlarda 500, 600, 700... şeklinde ve 480, 600, 840... lira şeklinde devam etmesi ile örüntü temsile örnektir. Bu örüntünün tablo haline getirilmesi ile tablo temsile örnektir. Tablodan hareketle grafik haline getirilip kesişim noktasından sonra nicelikler arası ilişkinin fark edilmesi ile grafik temsile transfere olanak sağlayan bir problemdir. Şekil 14 üzerinde örneklendirilmiştir.

3.3.1.8. Covid-19 problemi

Araştırmada kullanılan son soru covid-19 problemi olarak adlandırılmaktadır:

Sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumuna göre Covid-19'un insanlara bulaşma sayısı değişkenlik göstermektedir. Aşağıdaki tabloda haftalık bazda 1 kişiden kaynaklı yeni enfekte olan kişi sayısı gösterilmektedir.

Tablo 4

Covid-19 kural-enfekte tablosu

Sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumu	Başlangıç	Yeni Enfekte Olan Kişi Sayısı			
		1. hafta	2. hafta	...	5. hafta
Sosyal mesafe kurallarına uyulmaması durumunda	1 Kişi	8	64	...	32768
Sosyal mesafe kurallarına uyulması durumunda	1 Kişi	4	16	...	1024

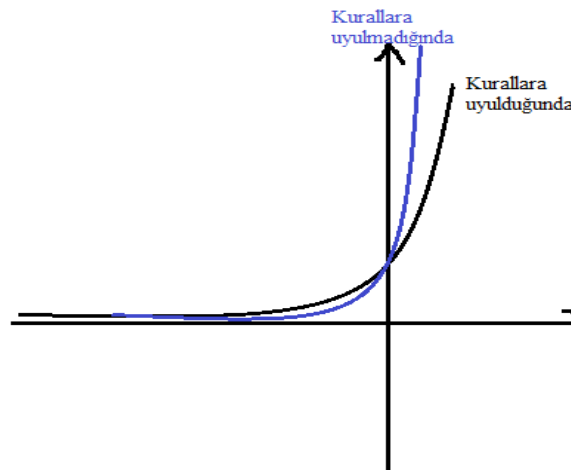
Yukarıdaki tabloya göre (Tablo 4) sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumuna göre yeni enfekte olan kişi sayıları arasındaki ilişkileri farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

Problemin kullanılış amacı öğretmen adaylarının tablo okuyabilme, yorumlayabilme becerilerini tespit etmek ve tablo temsilden hareketle örüntü temsile, cebirsel temsile, grafik temsile ve sözel temsile dönüşüm yapma becerilerini incelemektir. Öğretmen adaylarından tabloda verilen covid virüsünün yayılış hızı ile üstel fonksiyon arasında ilişki kurması beklenmektedir. Problemde tablo verilmiş tablonun yorumlanıp sosyal mesafe kurallarına uyulup uyulmadığı taktirde enfekte olan kişi sayısının haftalara göre değişimi verilmiştir. Enfekte sayısı ile kurallara uyulma ve uyulmama durumlarındaki ilişkisinin fark edilmesi açısından fonksiyonel düşünme gerektiren önemli bir problemidir. Tablo temsilden sözel temsile ve haftalara göre örüntü temsile geçiş yapılabilmesi beklenmektedir.

Öğretmen adaylarının tabloyu doğru okumalarının yanı sıra haftalara göre enfekte sayısı arasındaki üslü ifadelerinde tespit edilmesi gerekmektedir. Tablo incelenip örüntü yazıldığında sosyal mesafe kurallarına uyulmadığı taktirde enfekte kişi sayısının daha hızlı arttığı sonucuna ulaşılması beklenmektedir. Ayrıca tablodaki veriler üslü ifade şeklinde yazılıp üstel fonksiyon grafiği de çizilmesi mümkündür. Şekil 15 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 15

Covid-19 Problemi Grafik Temsili



Kısaca covid problemi, tablo temsil çeşidinde verilmiş olup, tablo temsilin yorumlanıp farklı şekillerde açıklanmasına olanak sağlaması ile sözel temsile örnektir. Tablodaki 8-64... ve 4-16... şeklinde devam ettirilerek örüntü temsile örnektir. Örüntü

temsildeki 2^{2x} ve 2^{3x} bağıntılarının fark edilmesi ile cebirsel temsile, bu üstel fonksiyonların grafiğe dökülmesi ile grafik temsile olanak sağlayan bir problemidir.

3.4. Verilerin Analizi

Eldeki çalışmada; fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde kullanılan yöntemlerin matematik disiplinine ait çoklu temsiller ışığında incelendiği ve elde edilen sonuçların bilişsel açıdan yeniden yorumlandığı bir süreç olarak ele alınmaktadır. Dolayısıyla çalışmada matematik öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problem çözme sürecindeki performansının belirlenmesinden ziyade bu problemlerin çözümüne yön veren çoklu temsillerin kullanılması ve temsiller arası ilişkilerin açığa çıkarılması amaçlanmakta ve temsiller arası ilişkiyi içinde barındıran çözümler derinlemesine incelenmektedir.

Bu doğrultuda öğretmen adaylarının yazılı sınavda kullandıkları temsil çeşitleri ve bu temsil çeşitlerine karar verme sürecine ilişkin düşünceleri ve yorumları ile seçilen öğretmen adaylarıyla yürütülen mülakat kayıtları araştırmanın başlıca veri kaynaklarını oluşturmaktadır. Bu verilerin analizinde içerik ve söylem analizi yöntemleri kullanılmıştır. İçerik analizinde öğretmen adaylarının mülakat sırasında söylemleri açıkça ifade edilmiş kategori ve kodlar oluşturulmuştur. Veriler analiz edilirken, öğretmen adaylarının yazılı kağıtları ÖA1, ÖA2, ÖA3, şeklinde kodlanarak yazılı kağıtları incelenmiştir. Mülakat yapılan öğretmen adaylarının isimleri yerine kod adı kullanılmıştır. Aşağıda verilen Şekil 16'da ise temsil çeşitleri yerine kullanılan kodlar verilmiştir. Analizler de öğretmen adaylarının kullanmış oldukları temsil türlerinin frekans ve yüzdeleri hesaplanarak en çok kullanılan ve en az kullanılan temsil türleri tespit edilmiştir.

Şekil 16

Temsil çeşitleri oluşturulan kodlar

KATEGORİ/KOD	ALT KATEGORİ/KOD
Uygun Temsil (ut)	Sözel Temsil (st)
	Grafik Temsil (gt)
	Cebirsel Temsil (ct)
	Tablo Temsil (tt)
	Örüntü Temsil (öt)
Kısmi çözüm üreten Temsil (kt)	Sözel Temsil (st)
	Grafik Temsil (gt)
	Cebirsel Temsil (ct)
	Tablo Temsil (tt)
	Örüntü Temsil (öt)
Uygun olmayan Temsil (uot)	Sözel Temsil (st)
	Grafik Temsil (gt)
	Cebirsel Temsil (ct)
	Tablo Temsil (tt)
	Örüntü Temsil (öt)
Cevapsız (csız)	

Görüşmelerden elde edilen verilerin analizinde de yazılı sınavdan elde edilen verilerin analizinde kullanılan yöntem ve yaklaşımların benzeri kullanılmıştır. İçerik ve söylem analizi ile mülakat verileri çözümlenmiştir. Bu şekilde öğretmen adaylarının kullandıkları temsil türlerine ilişkin ifadelerinin anlamları yazıya dökülmüştür. Araştırmacı tarafından görüşme sonrası tüm diyaloglar yazılı hale getirilmiştir. Yazılı sınavdaki cevaplar ile mülakat sırasındaki cevaplar karşılaştırılmıştır. Detaylı incelemeler bulgular kısmında sunulmuştur.

BÖLÜM IV

BULGULAR

Öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde sadece tek bir temsil türüne odaklandıkları dolayısıyla temsiller arası transferleri çözümlerinde kullanmadıkları görülmektedir. Tablo 5 üzerinde de görüldüğü gibi en çok tercih edilen temsil çeşidi cebirsel temsildir. Ardından grafik temsil gelmektedir. Tablo 5' e göre, reel-kök problemine uygun olarak en çok grafik ve cebirsel temsil kullanılmış ve bu oran %10,5'dir. Geri kalan %89,5'lik kısım tablo, örüntü ve sözel temsile dağılmıştır. Otopark probleminde en çok kullanılan temsil türü cebirsel temsil olup diğer temsiller arasındaki kullanım oranı %41,37'dir.

Tablo 5

Yazılı sınavda en çok kullanılan temsil çeşitleri

Sorular ve en çok kullanılan Temsil Çeşidi	Yüzde (%)	En çok kullanılan temsil türü dışındaki temsil türlerinin dağılımı (%)
1.Reel-Kök Problemi (RKP): Grafik ve Cebirsel Temsil	10,5	89,5
2.Otopark Problemi (OP): Cebirsel Temsil	41,37	58,63
3.Hız Problemi (HP): Cebirsel Temsil	27,27	72,73
4.Mandıra Problemi (MP): Grafik Temsil	26,17	73,83
5.Oksijen-Gaz Problemi (OGP): Cebirsel Temsil	61,65	38,35
6.Yürüyüş Problemi (YP): Cebirsel Temsil	81,89	18,11
7.Zam Problemi (ZP): Cebirsel Temsil	30,3	69,7
8.Covid Problemi (CP): Cebirsel Temsil	39,53	60,47

Araştırma kapsamında matematik öğretmeni adaylarının birden fazla temsil çeşidi kullanması ve bu temsil çeşitlerinin birbirleri ile ilişkilendirme yapabilme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda soru bazında kullanılan farklı temsil çeşitleri incelenmiştir. Tablo 6'da her bir soru için birden fazla temsil çeşidi kullanan adayların dağılım yüzdesi verilmiştir.

Tablo 6*Birden fazla temsil çeşidi kullanımının Dağılım Yüzdesi*

Sorular	%
1. RKP	37,14
2. OP	38,09
3. HP	4,7
4. MP	41,9
5. OGP	26,6
6. YP	26,6
7. ZP	33,3
8. CP	23,8

En fazla çeşitlik %41, 9 ile dördüncü sorudur. Dördüncü soruda öğretmen adaylarının %41, 9'u birden fazla temsil çeşidi kullanmıştır. Çeşitliliğin en az olduğu soru ise %4, 7 ile üçüncü sorudur. Tablodan görüldüğü üzere soruların tamamı için birden fazla temsil çeşidi kullanan adayların oranı yarının altındadır. Adayların en çok diğer temsil türlerinden cebirsel temsile geçiş yaptıkları ve en az tablo temsile geçiş yaptıkları tespit edilmiştir. Görüşmeler sırasında adaylar tablo temsilin çok fazla zaman kaybına neden olduğunu bu sebeple tercih etmek istemediklerini belirtirken, cebirsel temsillerde daha kesin, net sonuç aldıklarını ifade etmişlerdir.

4.1. Reel- Kök Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmada kullanılan ilk soru ontolojik açıdan hatalı olmaması adına diğer sorulardan farklı olarak kısmi çözüm şeklinde incelenmiştir. Bunun sebebi ilk sorudaki verilmeyen 3 reel kökü bulmanın tek yolunun grafik temsil kullanılarak elde edilebiliyor olmasıdır. Öğretmen adaylarından beklenen grafik temsil ile gerçek çözüme ulaşıp, diğer temsil türleri ile desteklenmesidir. Öğretmen adaylarının birinci soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 7'de yer almaktadır. Soru kapsamında 39 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Bu nedenle araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 128 tane farklı temsil oluşturmuştur. 8 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 7

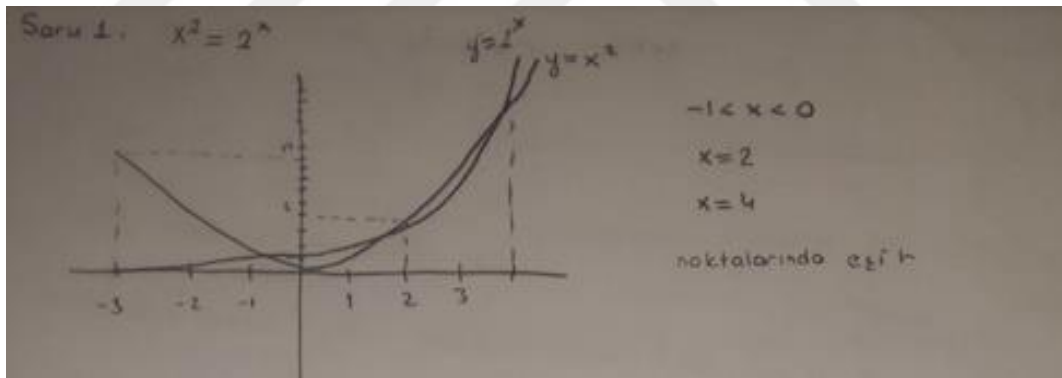
Bu sorunun çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	28	10,5
	Geliştirilmesi gereken temsil	12	11,4
	Uygun olmayan temsil	8	2,9
Kısmi çözüm üreten Cebirsel Temsil		34	16,2
Kısmi çözüm üreten Örüntü Temsil		24	10,5
Kısmi çözüm üreten Sözel Temsil		22	1
Cevap yok		8	7,6
TOPLAM		128	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin grafik (%24,8) temsile yöneldiği görülmüştür. Bu gruptaki öğrencilerden soruyu doğru bir şekilde temsile yansıtan, grafikleri doğru çizip kesim noktaları bulunan yanıtlar *uygun- grafik temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 17’de gösterilmiştir.

Şekil 17

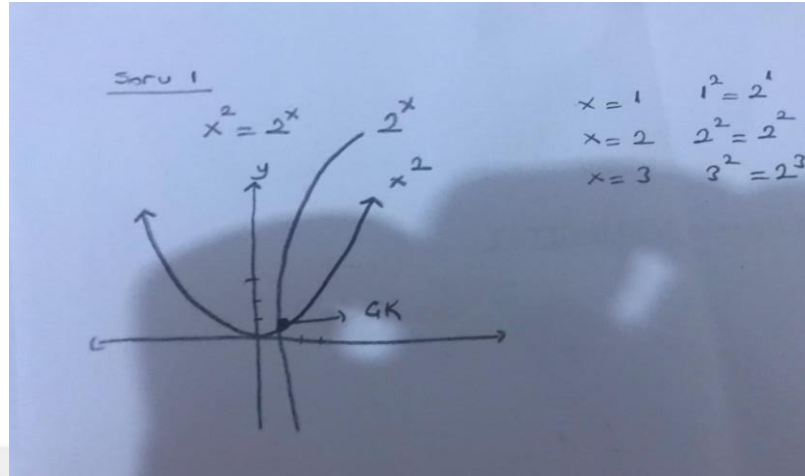
Bu sorunun çözümünde ÖA-16 Tarafından Kullanılan Uygun-Grafik Temsil Örneği



Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun doğru bir grafik temsili kullanarak çözüme ulaşmıştır. Öğretmen adayı x^2 ve 2^x denklemlerini çizmiş ve bu denklemlerin kesişim noktalarını bularak çözüm kümesine ulaşmıştır. Bu sebeple grafik temsile uygun bir çözüm olduğu kabul edilmiştir. Bu sorunun çözümünde grafik temsil kullanmayı deneyen bazı öğrenciler grafik çiziminde zorluk yaşamış hatalı grafik çizimleri sebebiyle çözüme ulaşamamıştır. Grafik çiziminde veya grafik üzerindeki değerlerde hata içeren çözümler uygun olmayan temsil çeşitleri kategorisine yerleştirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt aşağıdaki gibidir.

Şekil 18

Bu sorunun çözümünde ÖA-37 Tarafından Kullanılan Uygun olmayan Grafik Temsil Örneği



Şekil 18’de görüldüğü gibi grafiklerden bir tanesi hatalı çizilmiştir. Bu sebeple bu çözüm uygun olmayan yanıt kategorisinde değerlendirilmiştir. Kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanır. Grafiğin doğru çizilmesi ile kesişim noktaları bulunmalıdır. Cebirsel temsil kullanan öğretmen adaylarının logaritmadan faydalanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Şekil 19’da bu duruma örnek yanıtlara yer verilmiştir.

Şekil 19

Bu sorunun çözümünde ÖA-26 Tarafından Kullanılan Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil oluşturan öğretmen adayının çözümü

Soru 1:

$$x^2 = 2^x$$
$$\ln x^2 = \ln 2^x \Rightarrow 2 \ln x = x \cdot \ln 2$$
$$\frac{\ln x}{\ln 2} = \frac{x}{2} \Rightarrow \log_2 x = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2^{\frac{x}{2}}$$

Yukarıdaki şekilde ÖA26’nın oluşturduğu temsile yer verilmiştir. Öğretmen adayı da soruyu cebirsel yöntemlerle ve logaritma kullanarak çözmeyi denemiş ancak çözüme ulaşamamıştır. Bu nedenle yanıtı uygun olmayan cebirsel temsil kategorisinde

değerlendirilmiştir. Soru kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı diğer bir temsil türü de örüntüdür. Öğretmen adayları x değişkeni yerine sırasıyla farklı değerler atayarak eşitliği sağlayan değerleri yani çözüm kümesini bulma yoluna gitmişlerdir. Bu çözümlerde sırayla değişkene değer veren ve doğru sonuca ulaşılan çözümler sebebiyle uygun- örüntü temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt Şekil 20’de verilmiştir.

Şekil 20

Bu sorunun çözümünde ÖA-73 Tarafından Kullanılan Kısmi çözüm üreten temsil örneği

SORU 1: $x^2 = 2^x$

$x=2$ için $2^2 = 2^2$ ✓

$x=4$ için $4^2 = 2^4$ ✓

Soru bazında bakıldığında toplamda 39 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. 8 katılımcı ise soruyu tamamen cevapsız bırakmıştır. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 8

Bu sorunun çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

Temsil türleri ve özellikleri	Frekans(f)	Yüzde(%)
Uygun-grafik+ kısmi çözüm üreten sözel temsil	16	41,02
Uygun olmayan-grafik + kısmi çözüm üreten -örüntü+ kısmi çözüm üreten sözel temsil	4	10,25
Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil+ kısmi çözüm üreten sözel temsil	3	7,69
Kısmi çözüm üreten cebirsel+ kısmi çözüm üreten sözel temsil	5	12,8
Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil + kısmi çözüm üreten örüntü temsil	7	17,94
Kısmi çözüm üreten örüntü temsil + kısmi çözüm üreten sözel temsil	2	5,12
Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil + grafik temsil	1	2,56
Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil +uygun-grafik temsil	1	2,56
Toplam	39	

Tablo 8 incelendiğinde öğretmen adaylarının temsili tamamlama durumlarının temsil türüne göre değişkenlik gösterdiği, bir temsil türünde uygun model oluşturabilirken farklı bir türde oluşturamadığı durumlar olduğu görülmektedir. Tablo ile bu dağılımlar açıklanmak istenmiştir. Kısmi çözüm üreten cebirsel temsil kullanan öğretmen adaylarından birinin cevapları aşağıda verilmiştir:

Şekil 21

Kısmi çözüm üreten örüntü temsil- cebirsel temsil örneği

SDRU 1

$$x^2 = 2^x \text{ kaç reel kök?}$$

Her tarafın ln'ini alırsak.

$$\ln x^2 = \ln 2^x$$

$$2 \cdot \ln x = x \cdot \ln 2$$

$$x = 2 \text{ bulunur}$$

ve değer vererek
'4' olan köke ulaştım.

2 adet reel kök buldum.
'2 ve 4'

Şekil 21'de görüldüğü gibi bu çözümde önce logaritma kullanarak çözülmek istenmiş fakat yeterli olmamıştır. Daha sonra ise değer verip örüntü temsile yönelen öğretmen adayı iki kök olduğu sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adaylarının doğru çözümleri arasında reel kök problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %37,14 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. İlk soru için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve örüntü temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 9'da verilmiştir.

Tablo 9

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil			Grafik	Grafik	Grafik	
Kısmi çözüm üreten temsil	Örüntü + Cebirsel	Örüntü		Örüntü	Örüntü	Grafik

Mülakatlar sırasında kimi öğretmen adaylarının yazılı sınavda kullandıkları temsil türünü çeşitlendirme ve geliştirme yoluna gittikleri görülmüştür. Bunlardan Feyza isimli öğrenci yazılı sınavda cebirsel temsil kullanarak denklemi logaritma yardımıyla çözmeye çalışmış, fakat sonuca ulaşamamıştır. Mülakat sırasında denklemi çözerek sonuca ulaşamadığını görünce denklemde değer vererek örüntü temsil kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmış, fakat bütün köklere ulaşamamıştır. Bu sırada araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Diyalog 1

F: Üslü sayı olduğu için logaritma yapabilirim. (Logaritma almayı deniyor.) Buradan yapamadım.

Araştırmacı: Farklı bir yol var mı? Şu an aklına gelen.

F: Değer verebilirim. Zaten 2 olur. Hemen görünüyor 2'nin sağladığı. Denklemi bir de 4 sağlar. Bunun dışında denklemi sağlayan değer yok. O zaman denklemin 2 tane kökü vardır.

Faruk ve Pelin isimli öğrenciler denklemi çözmek için grafik temsil kullanma yoluna gitmişlerdir. 2 farklı grafik çizmiş ve grafiklerin kesim noktalarının denklemin reel kökleri olduğunu ifade etmişlerdir. Kullandıkları temsil çeşidine nasıl karar verdikleri sorulduğunda denklemdeki ifadelerin çok yaygın kullanılan denklemlerin grafikleri olması ve bu grafikleri çizmeyi bildiklerini ifade etmişlerdir. Pelin isimli öğrenci önce x yerine değer vererek bulmaya çalışmıştır.

Bu sırada araştırmacıyla arasında geçen diyalog şu şekildedir:

Diyalog 2

P: Soruda bir eşitlik var. Bu denklemde eşitliği sağlayan x değerini bulmam gerekiyor. X ' in alacağı birden fazla değer olabilir. Çünkü iki denklem var. İlk bakışta 2'nin denklemi sağladığını görüyorum. X yerine 2 yazdığım da eşitlik bozulmadı.

Araştırmacı: 2 değerinden farklı değerler olabilir mi?

P: Grafik çizebilirim soruya. x^2 ile 2^x 'in grafiğini çizebilirim. Bu grafiklerin kesiştiği noktalar bu eşitliğin değer kümelerini verir. Grafikleri çizince x 'in alacağı değerleri net olarak buldum.

Araştırmacı: ilk önce x yerine değer verme yoluna daha sonra grafik çizme yoluna geçtin. Bu yolların zorlukları ve kolaylıkları nelerdir?

P: Önce değer verdim. Fakat nereye kadar değer vererek ilerleyeceğim bilmiyorum. Çok uzun sürebilir bu yol. Ya da arada vermeyi unuttuğum bir değer olursa diye düşündüm. Bu sebeple bu yöntem mantıklı gelmedi. Dorudaki grafikler tanıdık grafiklerdi o yüzden grafiklerini çizebileceğini düşündüm. Soruda verilen grafikleri çizmeyi bilmiyor olsaydım. Soru benim için çok zor olurdu. Ama bu grafikleri bunlar parabol grafiği çizmeyi bildiğim için grafik çizerek çözerken zorlanmadım.

Araştırmacı: grafik çizerek çözmeye nasıl karar verdin? Seni grafik çizmeye yönlendiren ne oldu?

(Biraz düşünüyor.)

P: Fonksiyon olduğu için aklıma grafik çizmek geldi. Genelde fonksiyon sorularında grafik kullanırım. Kesiştikleri noktalarda çözüm kümesini vereceğinden grafik çizdim.

Araştırmacı: Bundan farklı bir yolla bu soruyu çözmen mümkün olur muydu?

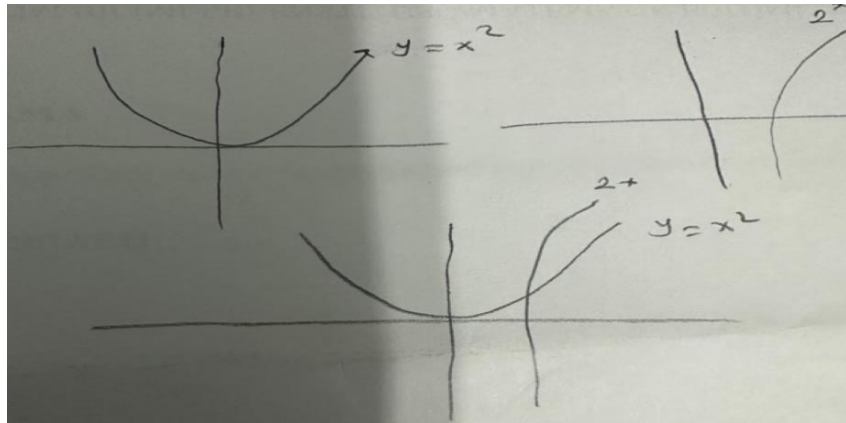
P: Logaritma yardımıyla çözebilir miydim? (Logaritma almayı deniyor.)

Logaritma alamaya çalıştım ama devamını getiremedim. Şu an bir hata yapıyorum belki de logaritma alırken ama göremedim. Bu soru için en kısa yol grafiklerin kesiştikleri noktayı bulmak gibi duruyor. Farklı başka yol ile bulamadım. Bu soruda ben grafik çizip kesim noktalarını bularak x'in alacağı değerlere ulaşıyorum.

...

Şekil 22

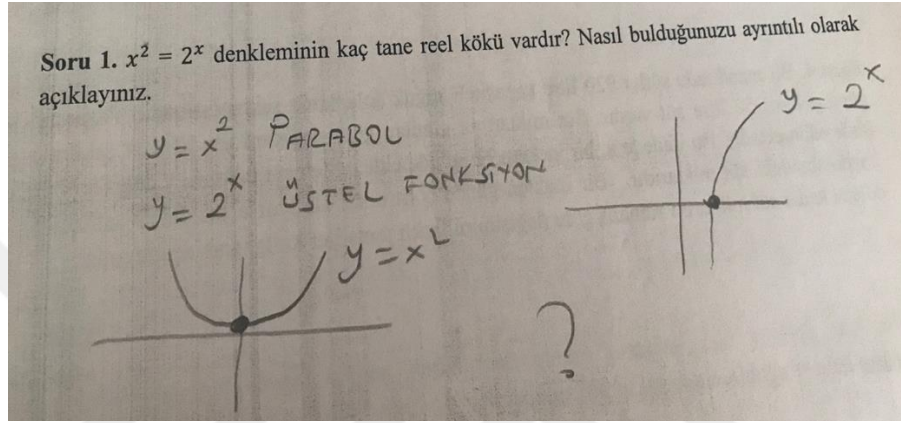
Otopark sorusu Çözümünde Mülakat Sırasında Öğretmen Adayı Pelin Tarafından çizilen grafik temsil örneği



Görüşmeler sırasında reel kök probleminin çözümünde kimi öğrencilerin grafikleri koordineli olarak çizmede zorlandıkları ve bu nedenle sorunun çözümünü elde edemedikleri görülmüştür. Şekil 22 ve 23'te bu duruma örnek çizimler verilmiştir. Buna ilişkin örnek bir çözüm aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Şekil 23

Otopark sorusu Çözümünde ÖA-73 Tarafından Kullanılan grafik temsilde yaşadıkları sorun örneği



Şekilde görüldüğü gibi aday, parabol ve üstel fonksiyon grafiği çizmesi gerektiğinin farkındadır. Fakat grafikleri koordineli olarak yalnızca bir grafik üzerinde gösterip kesişim noktalarını bulmada zorluk yaşamaktadır. Ayrıca, üstel fonksiyon grafiğini de yanlış çizdiği görülmektedir.

4.2. Otopark Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının ikinci soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 10'da yer almaktadır. Soru kapsamında 40 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 143 tane farklı temsil oluşturmuştur. 2 öğretmen adayı ise bu soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 10

Otopark sorusu çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans(f)	Yüzde(%)
Grafik Temsil	Uygun temsil	4	2,75
	Geliştirilmesi gereken temsil	0	-
	Uygun olmayan temsil	0	-
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	60	41,37
	Geliştirilmesi gereken temsil	4	2,75
	Uygun olmayan temsil	4	2,75
Örüntü Temsil	Uygun temsil	29	20
	Geliştirilmesi gereken temsil	5	3,44
	Uygun olmayan temsil	1	0,68
Sözel Temsil	Uygun temsil	27	18,62
	Geliştirilmesi gereken temsil	0	-
	Uygun olmayan temsil	0	-
Tablo Temsil	Uygun temsil	9	6,20
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		2	1,37
TOPLAM		143	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin cebirsel (%46,87) temsile yöneldiği görülmüştür. Cebirsel temsillerden soruyu doğru bir şekilde temsile yansıtan, denklemleri doğru olarak oluşturulan yanıtlar *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 24'te gösterilmiştir.

Şekil 24

Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 9)

Soru 2:

Otopark	Saatlik Ücret	Giriş Ücreti
1. Otopark	2,7 lira	-
2. Otopark	2 lira	6 lira

x 'i otoparkta kalınan saat olarak alalım. Hangi durumda hangi otoparkın daha avantajlı olduğunu bulmak için şu iki eşitsizliği yazalım.

1. otopark $\rightarrow 2,7 \cdot x$ (x saat ücreti)
 2. otopark $\rightarrow 2 \cdot x + 6$ (x saat ücreti)

$2,7 \cdot x < 2 \cdot x + 6 \rightarrow$ Bu eşitsizlik bize x 'in kaç kadar olan değerlerinde 1. otoparkın daha avantajlı olduğu durumu verir.

$2,7x > 2x + 6 \rightarrow$ Bu eşitsizlik de x 'in kaç kadar olan değerlerinde 2. otoparkın daha avantajlı olduğu durumu verir.

$2,7 \cdot x < 2 \cdot x + 6 \quad 0,7x < 6 \quad x < 8,57 \dots$ 8. saat de dahil 1. otopark avantajlı

$2,7x > 2 \cdot x + 6 \quad 0,7x > 6 \quad x > 8,57 \dots$ 9. saatten itibaren 2. otopark avantajlı

... 41. 24. zamanda

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun doğru bir cebirsel temsili kullanarak çözüme ulaşmıştır. Öğretmen adayı otoparkta kalma saatine x değişkenini vermiş eşitsizlik sistemini kurup sonuca ulaşmıştır. Bu sebeple cebirsel temsile uygun bir çözüm olduğu kabul edilmiştir. Bu sorunun çözümünde cebirsel temsil kullanmayı deneyen bazı öğrenciler denklemi kurmakta zorluk yaşamış hatalı denklem kurmaları sebebiyle çözüme ulaşamamıştır. Denklem kurmada veya bu denklemi çözme aşamasında hata içeren çözümler uygun olmayan temsil çeşitleri kategorisine yerleştirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt aşağıdaki gibidir.

Şekil 25

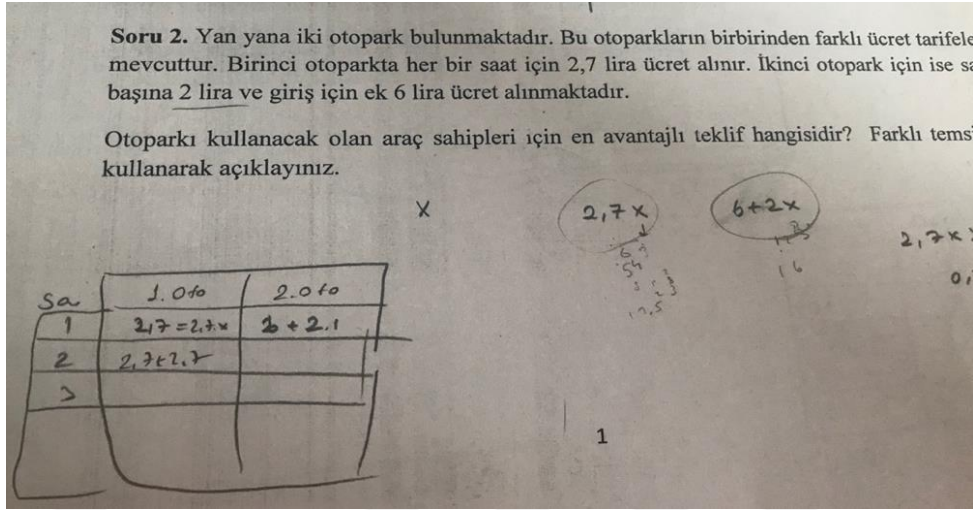
Otopark sorusu Çözümünde ÖA-96 Tarafından Kullanılan Uygun olmayan cebirsel temsil örneği

② Denklemler kurarım 10 saatte kısıtlı en fazla 10 saat
2.2.10 2.10+6
22 > 26 ilki daha azdır
2.2.5 2.5+6
13 < 16 ikinci daha azdır

Şekil 25'te görüldüğü gibi herhangi bir değişken kullanılarak denklem veya eşitsizlik oluşturulmamıştır. Bu sebeple bu çözüm uygun olmayan yanıt kategorisinde değerlendirilmiştir. Sözel temsil kullanan öğretmen adayları çözümlerinin yanına ifadeleri açıkça belirtmişlerdir. Şekil 25'e bakıldığında cebirsel temsil kullanan öğretmen adayının açıklamaları net olarak çözümü ifade etmiştir.

Soru kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı diğer bir temsil türü de tablo temsildir. Öğretmen adayları 1. ve 2. Otopark için 2 sütun halinde bir tablo oluşturmuştur. Her bir saat için tabloda karşılık değeri yazarak ilerlemiş ve sonuca ulaşmıştır. Bu çözümlerde sırayla değişkene değer veren ve doğru sonuca ulaşılan çözümler sebebiyle uygun- tablo temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt Şekil 26'da verilmiştir.

2. Sorunun Çözümünde ÖA-16 Tarafından Kullanılan Uygun-örüntü temsil örneği



Soru bazında bakıldığında toplamda %27,58 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Otopark problemi de farklı türden temsil kullanımına olanak sağlayan bir problemdir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 11

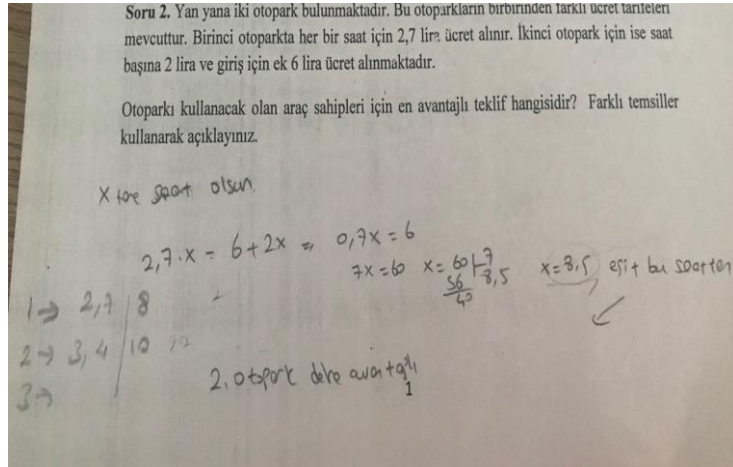
Otopark sorusu çözümüne yönelik doğru çözümlerde birden fazla temsil kullanan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

Temsil türleri ve özellikleri	Frekans(f)	Yüzde(%)
Uygun-grafik + uygun-sözel	2	5
Uygun- tablo + uygun- cebirsel	6	15
Uygun-cebirsel + uygun-sözel	11	27,5
Uygun-cebirsel + uygun grafik	2	5
Uygun -cebir + uygun-örüntü	4	10
Uygun-örüntü + uygun-sözel	13	32,5
Uygun -cebir + geliştirilmesi gereken örüntü	2	5
Toplam	40	

Tablo 11 incelendiğinde öğretmen adaylarının temsili tamamlama durumlarının temsil türüne göre değişkenlik gösterdiği, bir temsil türünde uygun model oluşturabilirken farklı bir türde oluşturamadığı durumlar olduğu görülmektedir. Tabloda bu duruma ait frekans ve yüzde değerleri verilmiştir. Örneğin uygun-cebirsal temsili kullanan 2 öğretmen adayı örüntü temsilde yetersiz kalmışlardır. Bu öğretmen adaylarından birinin cevapları aşağıda verilmiştir:

Şekil 27

Otopark sorusu Çözümünde ÖA-82 Tarafından Kullanılan Uygun örüntü temsil ile uygun olmayan cebirsel temsil örneği



Şekil 27’de görüldüğü gibi öğretmen adayı cebirsel temsilde başarıya ulaşırken örüntü temsilde zorluk yaşadığı görülmektedir. Bu çözümde önce örüntü oluşturulmaya çalışarak 2.otoparkın avantajlı olduğu sonucuna ulaşılmış fakat cebirsel temsil kullanılarak çözüldüğünde 8 saatten önce ve sonra durumları fark edilmiştir. Öğretmen adaylarının otopark problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %38,09 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Soru için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve örüntü temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 12’de verilmiştir.

Tablo 12

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında otopark sorusu için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil	Cebirsel + Örüntü	Örüntü	Örüntü	Örüntü + Cebirsel	Grafik + Örüntü	Cebirsel

Mülakatlar sırasında kimi öğretmen adayları yazılı sınavda kullandıkları temsil türünü çeşitlendirme yoluna gitmişlerdir. Kimi öğretmen adayları da yazılı sınav esnasında oluşturdukları temsilleri geliştirme yoluna gittiği görülmüştür. Öğretmen

adaylarından Feyza mülakat sırasında $2,7 \cdot x = 6 + 2x$ şeklinde denklem oluşturmuş. Daha sonra hangi otoparkın avantajlı olduğunu bilmediğimiz için denklemi eşitsizliğe dönüştürüp çözüme ulaşmıştır. Öğrencinin mülakat öncesindeki çözümü de incelendiğinde sadece denklem kurarak yani cebirsel temsil kullanarak çözüme ulaştığı gözlemlenmiştir. Mülakat sırasında cebirsel temsile ek olarak örüntü temsil eklenmiştir. Bu öğretmen adayının düşüncelerine ilişkin mülakat sırasındaki diyalog ve çözüm aşağıda verilmiştir. Şekil 28 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 28

Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü

Soru 2. Yan yana iki otopark bulunmaktadır. Bu otoparkların birbirinden farklı ücret tarifeleri mevcuttur. Birinci otoparkta her bir saat için 2,7 lira ücret alınır. İkinci otopark için ise saat başına 2 lira ve giriş için ek 6 lira ücret alınmaktadır.

Otoparkı kullanacak olan araç sahipleri için en avantajlı teklif hangisidir? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

X tane saat olsun.

$$2,7 \cdot x = 6 + 2x \Rightarrow 0,7x = 6$$
$$7x = 60 \quad x = \frac{60}{7} \approx 8,57$$

$x = 8,5$ eşit bu saatten sonra

2. otopark daha avantajlı

Diyalog 3

...

Araştırmacı: Otopark sorusu ile ilgili düşüncelerin nelerdir?

Feyza: İki otopark var. Hangisinin avantajlı olduğunu soruyor. Denklem kurup birbirine eşitlediğimde yaklaşık 8-9 arası çıkıyor. Bu saatten sonra bozuluyor düzen. Ama hangisi avantajlı diyor bu bir eşitsizlik kurma gerektiren bir soru. X yerine 9 yazsam 2. otopark daha avantajlı oluyor. 8,7,6... yazdığımda ilk otopark daha avantajlı oluyor. Yani otopark kullanma saatine göre avantajlı olan otopark değişiyor.

Araştırmacı: Denklem kurmaya nasıl karar verdin? Denkleme seni yönlendiren kısım nedir?

Feyza: iki farklı otopark vardı. O yüzden denklem kurmak mantıklı geldi.

Araştırmacı: Bu sorunun çözümü için farklı yollar olabilir mi?

(Öğretmen adayı biraz düşünüyor.)

Feyza: tek tek deneyerek de yapabiliydik aslında. Mesela önce 1 sonra 2 yazarak ilerlerdim düzen değişene kadar ama bu yol çok uzun bir yol olurdu. O yüzden çok vakit kaybı olurdu. Bence denklem kurarak soruyu çözmek daha kolay.

...

Feyza kod adlı öğretmen adayı önce soru için denklem kuruyor, sonrasında denklemde değişken yerine değer vererek ilerliyor. Öğretmen adayı soruda önce cebirsel temsil kullanmış daha sonra bu temsilden hareketle örüntü temsile geçiş yapmıştır.

Otopark sorusu için Hande ve Faruk kod adlı öğrenciler otoparkta kalma süresine değer vererek örüntü oluşturmuşlardır. Tek tek değer vererek sonuca ulaşmışlardır. Her iki öğretmen adayının mülakat öncesindeki kağıtları incelendiğinde örüntü temsil kullanarak sonuca ulaştıkları tespit edilmiştir. Feyza isimli öğrencinin aksine bu iki öğrenci temsiller arası geçiş yapmadan doğrudan örüntü temsile yönelerek soruyu çözmüştür. Faruk kod adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü ve konuşması aşağıda verilmiştir. Şekil 29 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 29

Faruk adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümleri

Soru 2. Yan yana iki otopark bulunmaktadır. Bu otoparkların birbirinden farklı ücret tarifeleri mevcuttur. Birinci otoparkta her bir saat için 2,7 lira ücret alınır. İkinci otopark için ise saat başına 2 lira ve giriş için ek 6 lira ücret alınmaktadır.

Otoparkı kullanacak olan araç sahipleri için en avantajlı teklif hangisidir? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

A ve B

A	B
1 saat 2,7 ₺	saat başı 2 ₺ giriş 6 ₺

1. Otopark = A
2. Otopark = B
En avantajlı = B otoparkı

A otoparkını kullanan 10 saat için 27 ₺ öder
B otoparkını kullanan 10 saat için 20 ₺ öder + giriş ücreti 6 ₺ toplam 26 ₺
B otoparkını kullanan saat başı 1 ücret ödeği için 10 saat içinde 10 saat içinde 20 ₺ öder, ama kullanılan saat arttıkça B otoparkı daha

Diyalog 3

...

Araştırmacı: (yukarıdaki görseli işaret ederek) Öncelikle çözümünde doğrudan 10 saat için 27 lira öder şeklinde düşündüğünü görüyorum. Bu sayıyı 10 seçmendeki sebep nedir? Nasıl düşündün?

Faruk: ondalık sayıdan kurtulmak için 10 dedim ilk. Zihnimde ilk 1.2.3, şeklinde değer verdim tahminen. Sonra 10 için düşündüm. Daha sonra 9 ve 8'i düşündüm. Otoparkta kalış sürelerine değer vererek belli bir saatten sonra otoparklardan birinin diğerinden daha karlı olduğunu gördüm.

Araştırmacı: Bu çözüm yolundan farklı bir çözüm yolu olabilir mi?

Faruk: (Biraz düşündükten sonra) otoparkta kalma sürelerini denemeden bulamayız. Başka bir yol varsa da aklıma gelmiyor.

Araştırmacı: Bu çözüm yolunda seni zorlayan, düşündüren kısımlar nelerdir?

Faruk: Zor değildi fakat denemek zaman alıyor. Çok sorulu bir sınavda bu büyük bir dezavantaj olur.

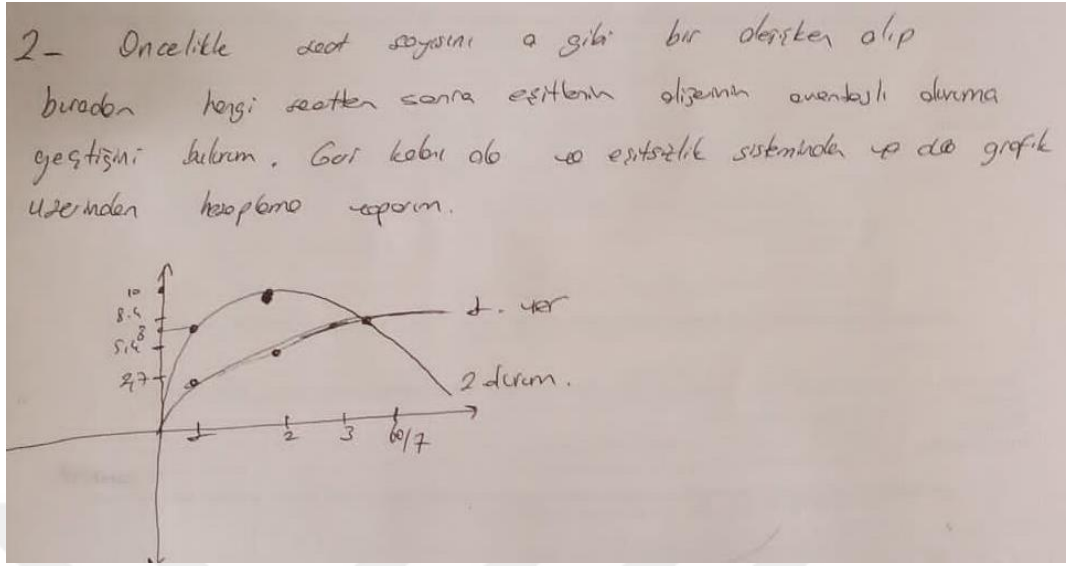
...

Pelin isimli öğrenci bu sorunun çözümünde cebirsel ve örüntü temsil kullanmıştır. Öncelikle eşitsizlik kurma yoluna gitmiştir. Biraz düşündükten sonra örüntü temsil kullanmıştır. Cebirsel temsil kullanılan yolda otoparkta kalma süresine x diyerek denklem kurmuş ve bu denklemi çözme yoluna gitmiştir. Farklı bir çözüm yolu olarak otoparkta geçen süreler sırasıyla 1,2, 3, ... şeklinde değer vererek belli bir saate kadar 1.otopark belli bir saatten sonra da 2.otoparkın daha avantajlı olduğunu belirtmiştir.

Sinan kod adlı öğrenci otopark sorusunun çözümünde grafik temsil ve cebirsel temsil kullanmıştır. Öğrencinin mülakattan önceki cevapları incelendiğinde ise cebirsel temsil ve örüntü temsili bir arada kullandığı görülmüştür. Mülakat sırasında daha önce örüntü temsil kullandığı da ifade edilmiştir. Öğrenci o sırada grafik değil de tek tek deneme yönteminin aklına geldiğini fakat o yolun oldukça zaman alması sebebiyle kullanışlı bir yol olmadığını ifade etmiştir. Öğrenciye ait mülakat sırasındaki çözüm aşağıda verilmiştir. Şekil 30 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 30

Sinan adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümleri



Otopark sorusu çözümünde son olarak Kübra kod adlı öğrenci otoparkta geçen süreye x değeri vererek denklem oluşturmuş. Daha sonra da ilk 8 saate kadar 1.otoparkın, 8 saatten sonrası için 2.otoparkın avantajlı olduğunu belirtmiştir. Görüşmeler sırasında otopark probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı kısım ikinci otoparkın sadece giriş sırasında 6 lira ek ücret gerektirdiğini anlamlandıramamış olmalarıdır. Bir öğretmen adayı soruyu örüntü kullanarak çözmek istemiş fakat ikinci otoparkın sadece girişte 6 lira ek ücret aldığını anlamlandıramamıştır. Her bir saat için tekrar 6 lira ödeme yapıldığını düşünen aday sorunun çözümüne ulaşamamıştır. Bu adayın yaşadığı zorluk sözel kısmın matematik dilinde ifade edilemeyişinden kaynaklanmaktadır.

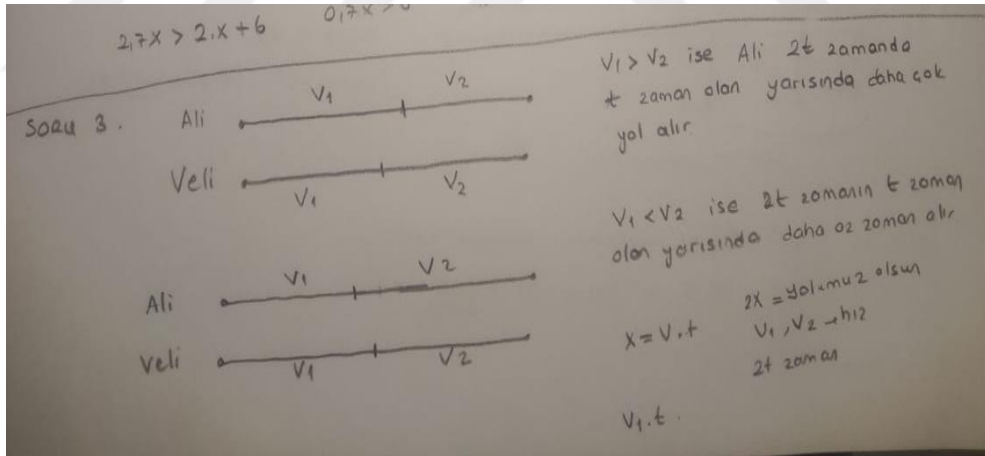
4.3. Hız Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının üçüncü soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 13'te yer almaktadır. Soru kapsamında 5 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 95 tane farklı temsil oluşturmuştur. 14 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır. Yazılı sınavda hiçbir öğretmen adayı grafik temsil yolunu tercih etmezken görüşmeler sırasında grafik temsil kullanmayı deneyen adayları bulunmaktadır.

Tablo 13*Hız probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller*

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	30	27,27
	Geliştirilmesi gereken temsil	41	37,27
	Uygun olmayan temsil	19	17,27
Sözel Temsil	Uygun temsil	5	4,54
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		14	12,72
TOPLAM		95	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin çoğunun cebirsel (%81,81) temsile yöneldiği görülmüştür. Cebirsel temsillerden soruyu doğru bir şekilde temsile yansıtan, gerekli değişkenleri oluşturup denklemlerin farkına varılan yanıtlar *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 31’de gösterilmiştir.

Şekil 31*Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 81)*

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun olarak hız değerleri için V_1 ve V_2 şeklinde iki farklı değişken atamış ve bu değişkenlerin büyüklük küçüklük durumlarına göre varış sürelerinin değişkenlik göstereceğini ifade etmiştir. Bu sebeple cebirsel temsile uygun bir çözüm olduğu kabul edilmiştir. Bu sorunun çözümünde cebirsel temsil kullanmayı deneyen bazı öğrenciler değişkenleri net olarak ifade etmede sorun yaşamış bu nedenle çözümde $X = V \cdot t$ denkleminde öteye gidememişlerdir. Değişken tayin etme ve denklem oluşturma aşamalarında eksik

veya hata içeren çözümler uygun olmayan temsil çeşitleri kategorisine yerleştirilmiştir. Bu duruma örnek bir yanıt aşağıdaki gibidir.

Şekil 32

Geliştirilmesi gereken cebirsel temsil örneği (ÖA 64)

3. soru ① Sembolik ifade:

Ali → Ali'nin zamanı t_A
yol → x
hızlar → v_1, v_2

Veli → Veli'nin zamanı t_V
yol → x
hızlar → v_1, v_2

Değer verirse
 $v_1 = 1$
 $v_2 = 2$ olsun
Toplam yol 7 olsun

Ali → $21 + 2 \cdot 2 = 6$ den
 $t_A \rightarrow 6$ saatte gider

Veli → $3 = 1 \cdot t_{V1}$ $3 = 2 \cdot t_{V2}$
 $t_{V1} = 3$ $t_{V2} = \frac{3}{2}$
 $3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5$

Ali daha önce ulaşır.

Şekil 32’de görüldüğü gibi değişkenler oluşturulmuş ve denklemler kurulmuştur. Fakat hızların ve yolların birbirine göre azlık-çokluk durumları incelenmemiştir. Bu nedenle bu çözüm geliştirilmesi gereken bir çözüm olarak nitelendirilmiştir.

Soru kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı diğer bir temsil türü de sözel temsildir. Öğretmen adayları soruya ilişkin verileri ve düşünceleri sözel olarak yazmışlardır. Sözel temsil tercih eden öğretmen adayı öncelikle v_1 ve v_2 değişkenlere 25 ve 15 şeklinde değer tayin ederek çözüme ulaşmıştır. Daha sonra v_1 ve v_2 değerlerinin tam tersi yani 15 ve 25 şeklinde olabileceğini bu durumda cevabın değişkenlik göstereceğini kâğıt üzerinde yazı ile sözel olarak belirtmiştir. Bu sebeple adayın çözümü uygun sözel temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Soru bazında bakıldığında toplamda 5 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri tablo 14 üzerinde belirtilmiştir.

Tablo 14

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında hız problemi için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil						
Uygun fakat geliştirilmesi gereken temsil	Cebirsel	Cebirsel	Grafik	Cebirsel	Grafik	Cebirsel

Hız problemi için 6 öğretmen adayı ile yapılan görüşmeler sonucunda 4 öğretmen adayının cebirsel temsil, 2 öğretmen adayının da grafik temsil kullandığı görülmüştür. Hız problemi için birden temsil türü kullanan öğretmen adayı bulunmamaktadır. Hız problemi için öğretmen adaylarının cevaplarının geliştirilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Görüşme gerçekleştirilen öğretmen adaylarından hiçbiri hız durumlarının $V_1 > V_2$ veya $V_2 > V_1$ olabileceğini düşünmemiştir.

Problem için M. Feyza, M. Hande, M. Pelin ve M. Kübra kod adlı öğrenciler yetersiz düzeyde cebirsel temsil kullanmışlardır. Hız probleminde Alınan yol=Hız x Zaman ($X=V.t$) formülünü bilmelerine rağmen hızların büyüklük, küçüklük durumlarına dikkat etmemeleri sebebiyle net sonuca ulaşamamışlardır. Bu öğrencilerden M. Feyza adlı öğrenciye ait çözüm örneği aşağıda verilmiştir.

Şekil 33

Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü

Soru 3.

Ali ve Veli isimli iki çocuk, parktan çıkıp okula doğru gitmek istiyorlar. Aynı noktadan ve aynı anda harekete başlıyorlar. Ali'nin zamanın ilk yarısında V_1 hızıyla, ikinci yarısında V_2 hızıyla gittiği biliniyor. Veli'nin ise yolun ilk yarısını V_1 hızıyla, yolun diğer yarısını V_2 hızıyla gittiği biliniyor. Buna göre okula kim daha önce ulaşır? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız. [Leikin ve Lev'den (2007) uyarlanmıştır].

Ali

$2x$

$t_1 \cdot v_1 + t_2 \cdot v_2 = 2x$

$t_1 + t_2(v_1 + v_2) = 2x$

$t_1 + t_2 = \frac{2x}{v_1 + v_2}$

Veli

V_1

V_2

x

x

$\frac{x}{v_1} = t_1$

$\frac{x}{v_2} = t_2$

$t_1 + t_2 = \frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2}$

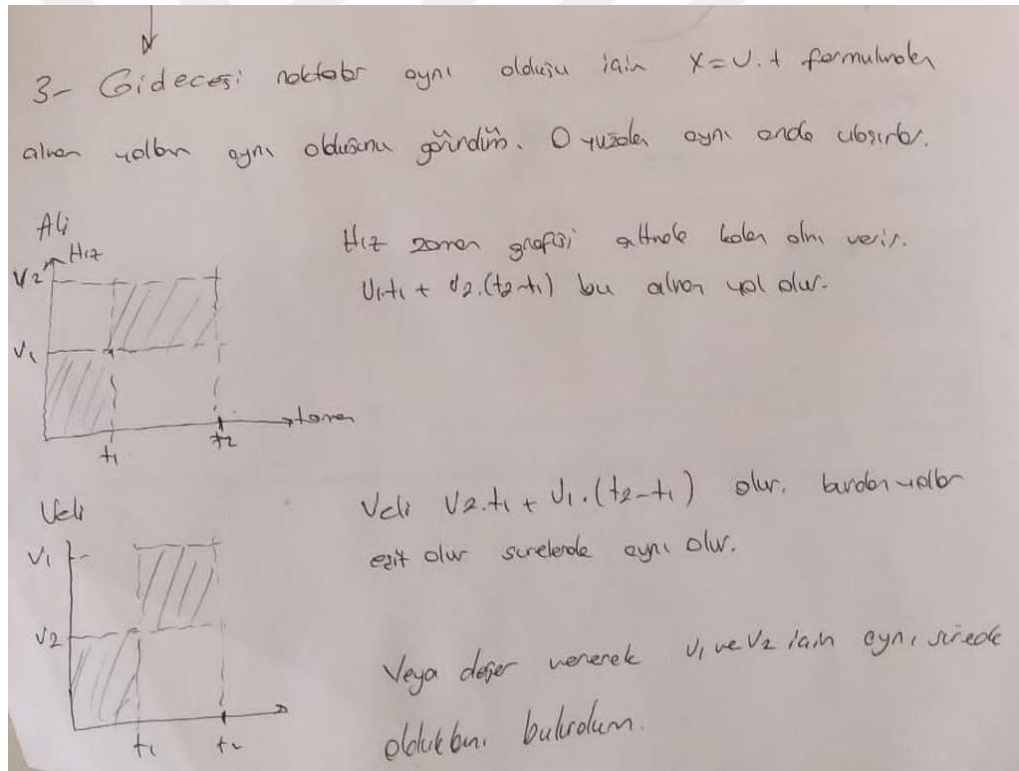
$\frac{xv_2 + xv_1}{v_1 \cdot v_2}$

Ali daha önce ulaştı

Çözümde görüldüğü gibi öğretmen adayı önce soruyu zihninde netleştirmek amacıyla görsel olarak iki farklı yol çizmiş, gerekli denklemleri, formülleri yazmıştır. Yol uzunluklarına $2x$ şeklinde değer atayarak denklemlerde yerine yazmıştır fakat fonksiyonel düşünme ile soruya yaklaşmadığı için V_1 ve V_2 değerlerini değerlendirememiştir. Problem için kullanılan diğer temsil türünün grafik temsil olduğu görülmüştür. Sinan adlı öğrenci “Hız-Zaman grafiğinin altında kalan alan, alınan yolu verir.” Düşüncesinden hareketle bir hız-zaman grafiği çizmiştir. Fakat hızların büyüklük-küçüklük durumlarını düşünmemesi sebebiyle okula ulaşma sürelerinin eşit olduğu sonucuna varmıştır. Öğrencinin görüşme sırasındaki diyalog ve çözümü aşağıda verilmiştir. Şekil 34 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 34

Sinan adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Diyalog 5

...

Araştırmacı: Soru ile ilgili düşünceleriniz nelerdir? İstenen nedir?

Sinan: Kaç saat gittiğini bilmiyoruz. Saat için t dedim. Aynı noktadan başlıyorlarmış yürümeye gidecekleri yollarda aynı. Hiç sayı yok elimde $x = v \cdot t$

demenin bir anlamı olmayacak. Dolayısıyla hız-Zaman grafiğinin altında kalan alan, yolu verir grafik çizebilirim.

(Grafikleri çiziyor.)

Bu kısımdaki alanlar eşit (Şekildeki taralı bölgeleri işaret ederek) o zaman bunlar eşit sürede ulaşırlar.

Araştırmacı: Grafikler farklı şekilde çizilebilir mi? Farklı bir çözüm yolu olabilir mi?

Sinan: Elimizde sayı olmadığı için mecbur grafik çizmemiz gerekir. Grafik olmadan soruyu çözemeyiz.

Araştırmacı. Bu çözümde seni zorlayan kısımlar oldu mu? Olduysa hangi kısımlar?

Sinan: Grafiği şu an çizdim ama sınavda olsaydım, zaman sıkıntısı olduğu için bu büyük bir problem olurdu.

...

Sinan adlı öğrencinin görüşmeden önceki kağıdında sadece cebirsel temsil kullanarak soruyu çözmeyi denemiş fakat yarım bırakmıştır. Öğrenciye görüşme sırasında durum ifade edildiğinde öğrenci grafik temsil kullandığı yolun daha uygun olduğunu zaten o yol ile sonuca ulaşamadığını belirtmiştir. Hız problemi için Faruk adlı öğrencide grafik temsil kullanmıştır. Fakat kullandığı grafikte Sinan adlı öğrenciden farklı olarak altta kalan alanın alınan yola eşit olduğundan bahsetmemiştir. Grafiği çizmiş fakat açıklama yapmamıştır.

Hız probleminin çözümünde öğrenciler cebirsel temsile daha çok yönelmişlerdir. Mülakatlar sonucu edinilen bilgilere göre öğrenciler bu soru için grafik çizememektedir. Temsiller arası geçişin düşük olduğu bir sorudur. Öğrenciler bu soruda fonksiyonel düşünme becerilerini yeterince kullanarak hızlar arası karşılaştırma yapamamıştır. Bu nedenle farklı temsil kullanımı ile temsiller arası geçiş yetersizdir. Analizler sonucunda hız probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı bir diğer kısım formül bilgilerinin yetersizliğidir. Buna ilişkin örnek çözüm şekil 35’de verilmiştir.

Şekil 35

Öğretmen adaylarının hız probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 52)

hızıyla gittiği biliniyor. Buna göre okula kim daha önce ulaşı? Farklı açıklayınız. [Leikin ve Lev'den (2007) uyarlanmıştır].

$$X = \frac{V}{t}$$
$$X_1 = \frac{V_1}{t}$$
$$X_2 = \frac{V_2}{t}$$
$$X = \frac{V_1}{t}$$
$$X = \frac{V_2}{t}$$

Şekil 35'te görüldüğü gibi aday, yol = hız x zaman olması gereken formülü yol = hız/ zaman olarak bilmesidir. Bu durum kavramsal bilgi eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Öğretmen adayı formül bilgisi kısmında eksikliği olması nedeniyle sorunun çözümüne ulaşamamıştır.

4.4. Mandıra Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının dördüncü soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 15'te yer almaktadır. Soru kapsamında 44 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 133 tane farklı temsil oluşturmuştur. 16 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 15

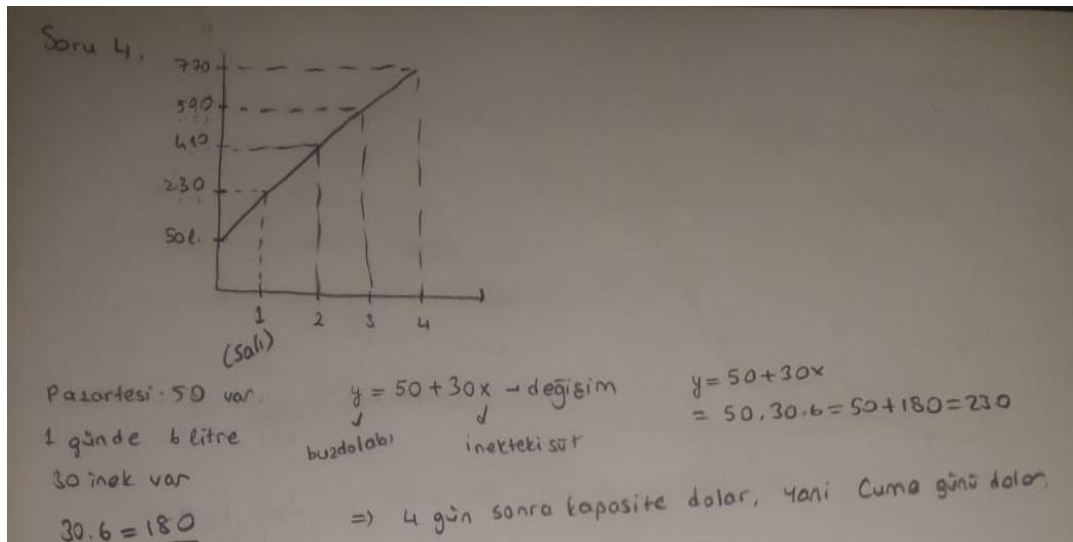
Mandıra probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	39	26,17
	Geliştirilmesi gereken temsil	8	5,36
	Uygun olmayan temsil	3	2,01
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	24	16,10
	Geliştirilmesi gereken temsil	11	7,38
	Uygun olmayan temsil	7	4,69
Örüntü Temsil	Uygun temsil	30	20,13
	Geliştirilmesi gereken temsil	2	1,34
	Uygun olmayan temsil	1	0,67
Sözel Temsil	Uygun temsil	4	2,68
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Tablo Temsil	Uygun temsil	4	2,68
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		16	10,73
TOPLAM		133	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin grafik (%33, 5) temsile yöneldiği görülmüştür. Grafik temsillerden soruyu doğru bir şekilde temsile yansıtan, grafikleri doğru çizip kesim noktaları bulunan yanıtlar *uygun- grafik temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 36’da gösterilmiştir.

Şekil 36

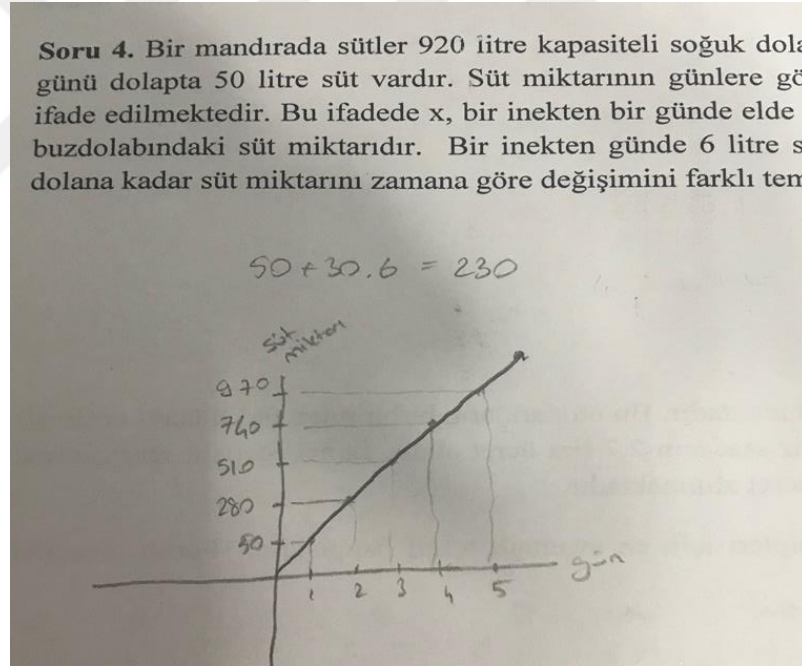
Uygun-grafik temsil örneği (ÖA 14)



Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun doğru bir grafik temsili kullanarak çözüme ulaşmıştır. Öğretmen adayı grafiği 0 yerine 50'den başlatarak depoda 50 litre süt olduğunu göstermiştir. Düzenli olarak artan bir grafik çizerek depodaki süt miktarının zamanla birlikte arttığını göstererek grafiği doğru olarak çizmiştir. Bu sebeple grafik temsile uygun bir çözüm olduğu kabul edilmiştir. Bu sorunun çözümünde grafik temsil kullanmayı deneyen bazı öğrenciler grafik çiziminde zorluk yaşamış hatalı grafik çizimleri sebebiyle çözüme ulaşamamıştır. Birçok öğrenci grafiği 50 yerine 0'dan başlayarak çizmiş ve depodaki süt miktarını yok saymıştır. Grafik çiziminde veya grafik üzerindeki değerlerde hata içeren çözümler uygun olmayan temsil çeşitleri kategorisine yerleştirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt aşağıdaki gibidir.

Şekil 37

Uygun olmayan grafik temsil örneği (ÖA 34)



Şekil 37'de görüldüğü gibi grafik hatalı çizilmiştir. 50 noktasından başlaması gereken grafik 0 noktasından başlatılmıştır. Bu sebeple bu çözüm uygun olmayan yanıt kategorisinde değerlendirilmiştir.

Cebirsel temsil kullanan öğretmen adayları genellikle soruda verilen denklemden x yerine değer vererek çözüme ulaşmaya çalışmışlardır. Şekil 38 üzerinde bu duruma örnek yanıtlara yer verilmiştir.

Şekil 38

Cebirsel temsil örneği (ÖA 47)

Soru 43 920 litre toplam
 $y = 50 + 30x$ değişim
1 inek günde = 6 litre
4 gün $920/230$
Sonra kapasite 4
doluyor.
 $y = 50 + 30x$
 $= 50 + 30 \cdot 6 = 50 + 180 = 230$
cuma günü doluyor

Bu örnekte $y=50 + 30x$ eşitliğinde x yerine bir inekten elde edilen süt miktarı (6 litre) yazılarak çözüme ulaşılmıştır. Denklem kullanılması sebebiyle bu çözüm cebirsel temsil kategorisine yerleştirilmiştir. Soru kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı diğer bir temsil türü de örüntü temsildir. Öğretmen adayları x değişkeni yerine sırasıyla farklı değerler atayarak eşitliği sağlayan değerleri yani çözüm kümesini bulma yoluna gitmişlerdir. Bu çözümlerde sırayla değişkene değer veren ve doğru sonuca ulaşılan çözümler sebebiyle uygun- örüntü temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Soru bazında bakıldığında toplamda 44 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 16

Mandıra probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

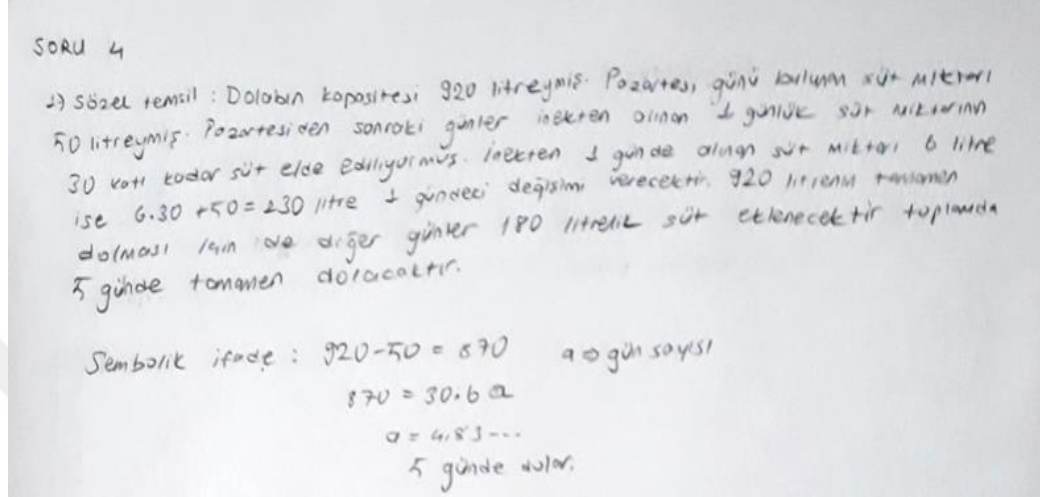
Kullanılan Temsil türleri ve özellikleri	Frekans	Yüzde
Uygun-grafik+uygun-sözel	2	4,54
Uygun-tablo + uygun- cebir	4	9,09
Uygun-cebirsel+uygun-sözel	2	4,54
Uygun- grafik +uygun- örüntü	19	43,18
Uygun -cebir+uygun-örüntü	1	2,27
Uygun olmayan-cebir+uygun olmayan-grafik	3	6,81
Uygun -cebir+uygun-grafik	13	29,54
Toplam	44	100

Tablo 16 incelendiğinde öğretmen adaylarının temsili tamamlama durumlarının temsil türüne göre değişkenlik gösterdiği, bir temsil türünde uygun model oluşturabilirken farklı bir türde oluşturamadığı durumlar olduğu görülmektedir.

Birden fazla temsil çeşidine ait frekans ve yüzde tabloda verilmiştir. Aşağıda uygun sözel ve uygun cebirsel temsil oluşturan adayların kâğıtlarından bir örnek verilmiştir.

Şekil 39

Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 37)



Şekil 39'da görüldüğü gibi sözel temsilde ve cebirsel temsilde soruyu net olarak ifade ettiği görülmektedir. Verilen problemi sözel olarak ifade etmiş aynı zamanda verilen denklemi kullanarak cebirsel temsil yoluna gittiği görülmektedir. Öğretmen adaylarının mandıra problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %41, 9 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Fakat sorular içerisinde birden fazla temsil çeşidinin en çok kullanılmış olduğu sorudur.

Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik temsile yöneldikleri görülmektedir. Buna ek olarak cebirsel temsil kullanılmıştır. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 17'de verilmiştir.

Tablo 17

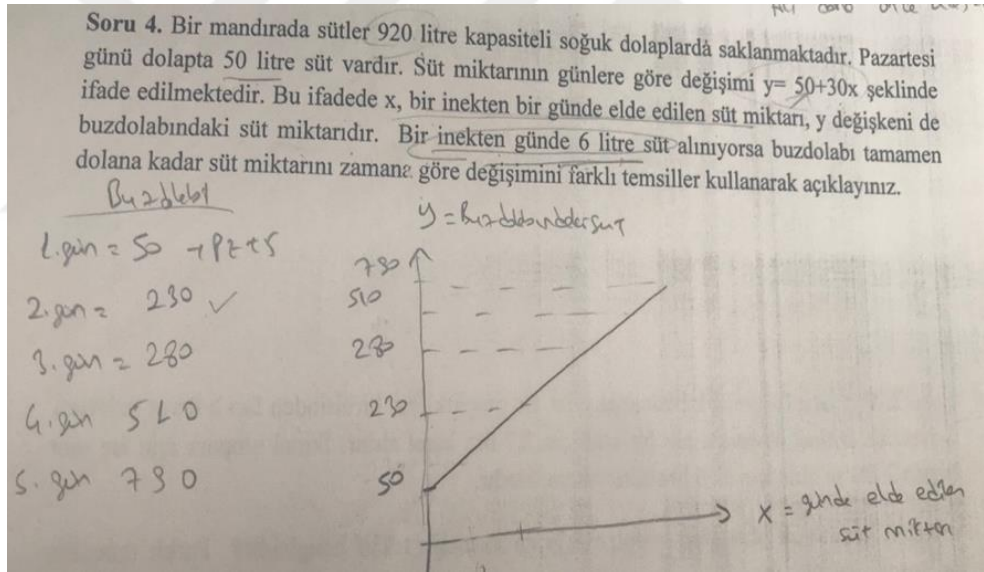
Öğretmen adaylarının mülakat esnasında mandıra problemi için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil		Cebirsel				
Uygun fakat geliştirilmesi gereken temsil	Cebirsel + Grafik		Cebirsel + Grafik	Cebirsel	Cebirsel + Grafik	Cebirsel

Mandıra problemi için 6 öğretmen adayı ile yapılan görüşmeler sonucunda 3 öğretmen adayı yetersiz cebirsel ile yetersiz grafik temsil kullanırken, 2 öğretmen adayı yalnızca yetersiz cebirsel temsil kullanmıştır. Buna karşın 1 öğretmen adayı yeterli cebirsel temsil kullanmıştır. Cebirsel ve grafik temsil kullanan öğretmen adayları soruda verilen denklem ve değişkenleri doğru olarak yorumlamıştır. Bir inekten günde 6 litre süt alındığı ifadesi doğrultusunda denklemde x yerine 6 yazarak toplam süt miktarının 230 şeklinde artarak devam ettiğini belirtmişlerdir. Grafiği de bu söylemlerine uygun şekilde çizip, ifade etmişlerdir. Fakat öğretmen adayları mandırada bulunan inek sayısını göz önüne almamaları sebebiyle çözümleri yetersiz kalmıştır. Bu iki temsili yetersiz düzeyde kullanan adaylardan Feyza adlı öğrenciye ait örnek çözüm aşağıda verilmiştir. Şekil 40 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 40

Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Mülakat sırasında uygun cebirsel temsil kullanan öğretmen adayı, mandırada bulunan inek miktarının buzdolabını kaç günde dolduracağını etkileyeceğini ifade etmiştir. Önce görüşme yapılan diğer öğrenciler gibi 230 şeklinde artarak devam edeceğini söylemiş, daha sonra inek miktarının bu durumu etkileyeceğini fark etmiştir. Görüşmeden önceki çözümünde bu şekilde hareket etmediğini belirtmiştir. Analizler sonucunda mandıra probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı kısım soruda verilen cebirsel ifadeyi anlamlandırma kısmıdır. Buna ilişkin örnek çözüm aşağıdaki şekilde verilmiştir.

Şekil 41

Öğretmen adaylarının mandıra probleminde yaşadıkları zorluk örneği

$$y = 50 + 30x$$
$$= 50 + 30.1 = 80$$
$$50 + 30.2 = 110$$
$$50 + 30.3 = 140$$
$$50 + 30.4 = 170$$
$$50 + 30.5 = 200$$
$$50 + 30.6 = 230$$
$$80 + 110 + 140 + 170 + 200 + 230 = 930$$

Şekil 41’de görüldüğü gibi aday, verilen cebirsel ifade de x değişkeni yerine doğrudan geçen günleri yazarak ilerlemiştir. Soruda verilen her bir inekten elde edilen süt miktarının 6 litre olduğu kısmını göz önüne almada zorluk yaşamıştır. Bu sebeple doğru çözüme ulaşmada zorluk yaşanmıştır.

4.5. Oksijen- Gaz Problemine ilişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının beşinci soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 18’de yer almaktadır. Soru kapsamında 28 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Bu nedenle araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 131 tane farklı temsil oluşturmuştur. 2 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 18

Oksijen- gaz probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	31	23,30
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	81	61,65
	Geliştirilmesi gereken temsil	1	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Örüntü Temsil	Uygun temsil	9	6,76
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Sözel Temsil	Uygun temsil	4	3,007
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Tablo Temsil	Uygun temsil	5	3,75
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		2	1,50
TOPLAM		131	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin çoğunun cebirsel (%61, 65) temsile yöneldiği görülmüştür. Cebirsel temsillerden soruyu doğru bir şekilde anlayıp, grafiği yorumlayıp denkleme dönüştüren öğretmen adaylarının yanıtları *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Adayların tabloda görüldüğü üzere birçoğunun uygun yanıtlar oluşturmuş olmaları soru olarak verilen grafiği doğru yorumladıklarını göstermektedir. Bu duruma örnek yanıt şekil 42’de gösterilmiştir.

Şekil 42

Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 53)

Soru 5. Başlangıçta 5 var, 1 saatte 0,8 azalıyor.
Saate göre tüpte kalan oksijeni veren denklem
 $5 - 0,8x$ olur. Biz bitmesini istiyoruz. Denklemi 0'a
esitleyelim. $5 - 0,8x = 0$ $5 = 0,8x$ $x = \frac{5 \cdot 10}{8} = 6,25$ saat
sonra biter.
Yani 6 saat 15 dk sonra biter.

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı sorudaki grafiği doğru olarak yorumlamış ve grafikten hareketle $5 - 0,8x = 0$ denklemini doğru olarak ifade edip çözüme ulaşmıştır. Bu sorunun çözümünde bazı öğretmen adayları denklemini yanlış ifade etmeleri sebebiyle çözüme ulaşamamıştır. Grafik yorumlanmasında veya hatalı denklem kurmaktan kaynaklanan çözümler uygun olmayan temsil çeşitleri kategorisine yerleştirilmiştir. Bazı adaylar azalma miktarı olan 0,8 birim küplük gaz düzenli olarak azalan olarak kabul etmemiş bu nedenle çözüme ulaşamamışlardır. Dolayısıyla bu tür çözümler uygun olmayan yanıt kategorisinde değerlendirilmiştir.

Örüntü temsil kullanan öğretmen adayları sırayla her geçen saat için depoda kalan gaz miktarını belirterek doğru sonuca ulaşmıştır. Örüntü şeklinde ilerleyerek sonuca ulaşılan çözümler uygun örüntü temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Şekil 43’te bu duruma örnek yanıtı yer verilmiştir.

Şekil 43

Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 71)

SORU 5 :

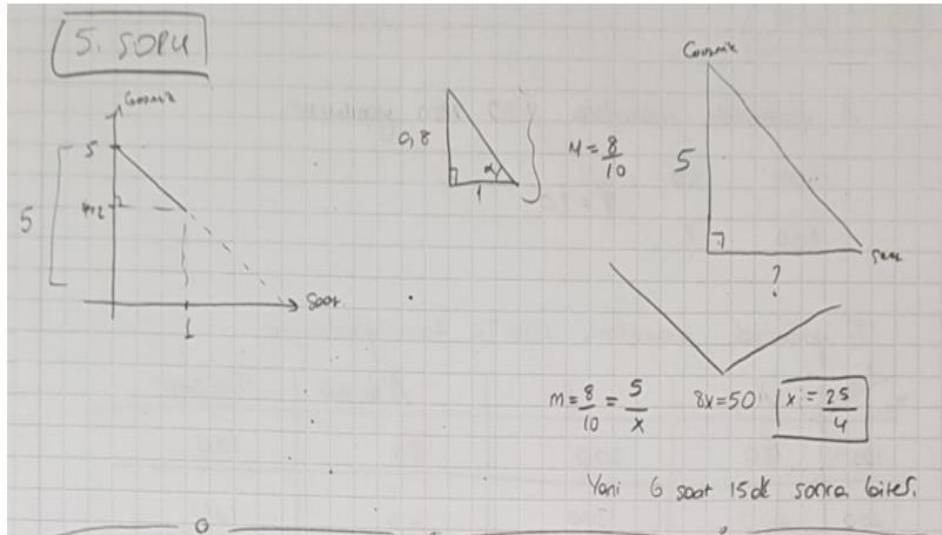
1 saatte	0,8 birim
2 saatte	1,6
3 "	2,4
4 "	3,2
5 saatte	4,0
6 "	4,8

Bu örnekteki örüntüde başlangıçta 5 birim küp gaz olduğu her saatte 0,8 birim küp azaldığı fark edilerek her bir saat için azalma miktarı belirtilmiş ve 0'a ulaşıncaya kadar örüntü devam ettirilmiştir. Bu şekilde sonuca ulaşılmıştır. Bu sebeple bu tip çözümler uygun-örüntü temsil türü olarak değerlendirilmiştir. Soru kapsamında öğretmen adaylarının kullandığı diğer bir temsil türü de sözel temsil türüdür. Öğretmen adayları grafiği doğru olarak yorumlamış saatte 0,8'lik bir azalma söz konusu olduğunu belirtmiştir. Toplam 5 birim küplük gazın azalarak ne zaman biteceğini sözel olarak ifade etmişlerdir.

Beşinci soru için kullanılan bir diğer temsil çeşidi de grafik temsildir. Öğretmen adayları verilen grafiği doğru yorumlamalarının yanı sıra grafik üzerinde benzerlik kullanarak çözüme ulaşmışlardır. Verilen grafik üzerinde üçgen oluşturan adaylar benzerlik, tanjant, eğim kullanarak çözüm oluşturmuşlardır. Bu duruma örnek yanıt Şekil 44'te verilmiştir.

Şekil 44

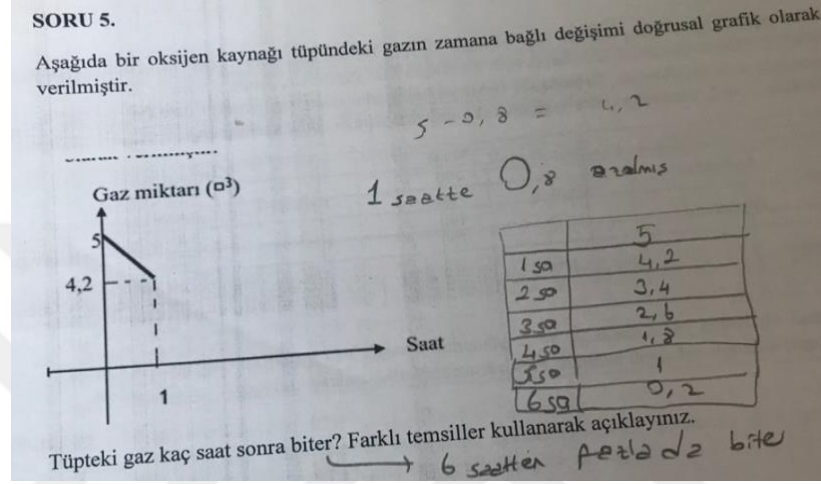
Uygun-grafik temsil örneği (ÖA 82)



Bu soruda kullanılan bir diğer temsil türü de tablo temsildir. Öğretmen adayları azalan gaz miktarını değişen zamana bağlı olarak tablo üzerinde ifade etmiştir. Tabloya ulaşmak için örüntü temsilde kullanılmıştır. Bu duruma örnek yanıt şekil 45’de verilmiştir.

Şekil 45

Uygun-tablo temsil örneği (ÖA 17)



Soru bazında bakıldığında toplamda 39 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Tabloda temsil çeşitlerine ait frekans ve yüzde değerleri verilmiştir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri aşağıdaki tablo 19’da belirtilmiştir.

Tablo 19

Oksijen- gaz probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

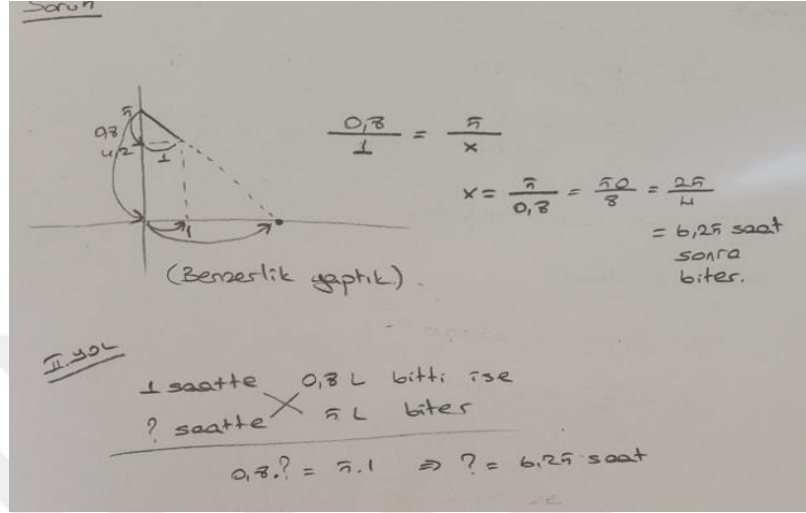
Temsil türleri ve özellikleri	Frekans	Yüzde
Uygun tablo+ uygun cebir	5	17,85
Uygun-cebirselsel+uygun-sözel	2	7,14
Uygun cebir+uygun-örüntü	4	14,28
Uygun-örüntü+uygun-sözel	1	3,57
Uygun -cebir+uygun -grafik	16	57,14
Toplam	28	

Tablo 19 incelendiğinde öğretmen adaylarının soru için kullandıkları birden fazla temsil türü görülmektedir. Bunlardan en çok kullanılan uygun-cebirselsel temsil ile uygun-grafik (%57, 14) temsildir. Soruda birçok aday verilen grafiği doğru

yorumlamış ve bunu denkleme dönüştürmüştür. Bu öğretmen adaylarından birinin cevapları aşağıda verilmiştir:

Şekil 46

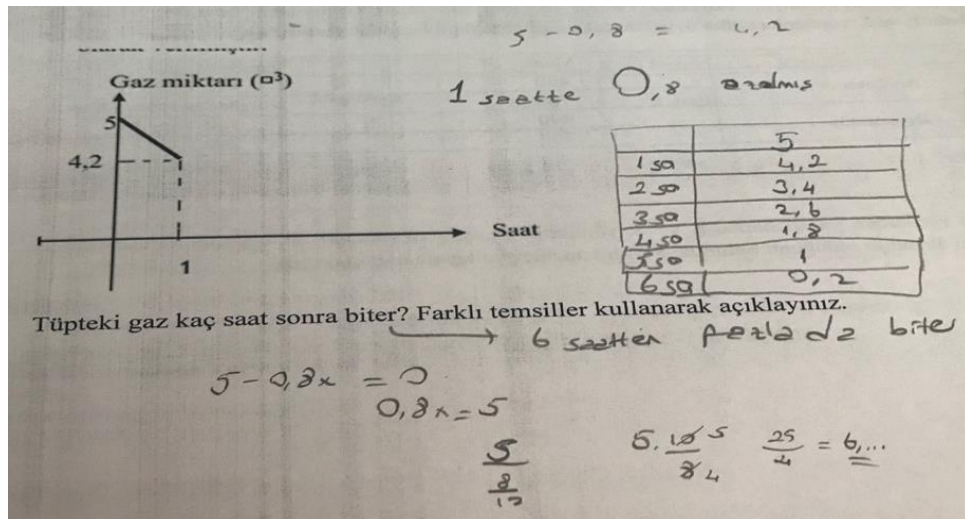
Uygun grafik temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 28)



Şekil 46'da görüldüğü gibi aday önce grafikten yararlanarak benzerlik yapmış ve çözüme ulaşmıştır. 2.yol olarak belirttiği diğer yol içinse grafiği doğru olarak yorumlayıp denkleme dönüştürmüştür. Bu sebeple grafik ve cebirsel temsilden yararlanıldığı söylenebilir.

Şekil 47

Uygun tablo temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 43)



Şekil 47’de görüldüğü gibi öğretmen adaylarının bir kısmı da soru çözümünde tablo temsil ile cebirsel temsil kullanarak iki farklı yöntemle sonuca ulaşmıştır. Önce azalma miktarının 0,8 olduğunu fark eden adaylar zamana göre azalarak ilerleyen bir tablo oluşturmuştur. Diğer yöntemde ise geçen zamana x değişkeni vererek $5-0,8x=0$ denklemi ile çözüme ulaşmıştır.

Bazı adaylarda soru çözümünde örüntü temsil ile cebirsel temsil kullanmıştır. Her iki temsil türünde de uygun yanıtlara ulaşılmıştır. Örüntüyü 1 saatte 0,8 birim harcanmış, 2 saatte 1,6 birim harcanmış şeklinde ilerleterek oluşturmuşlardır. Soruda bazı öğretmen adayları da önce sözel temsil ile soruyu ifade etmiş, daha sonra denklem kullanarak sonuca ulaşmıştır. Birden fazla temsil türü kullanan adaylar çoğunlukla bu temsil çeşitlerinden birini cebirsel temsil tercih etmişlerdir. Öğretmen adaylarıyla yapılan yüz yüze görüşmelerde adaylar bunu sebebini cebirsel temsil yani denklem kullanarak net çözüme ulaşip ulaşmadıklarını anladıklarını, bir çeşit diğer temsil türünün sağlamasını yaptıklarını ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının oksijen-gaz problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %26, 6 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Oksijen-gaz problemi için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve örüntü temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 20’de verilmiştir.

Tablo 20

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında oksijen-gaz problemi için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil	Cebirsel	Örüntü	Cebirsel	Cebirsel	Cebirsel	Örüntü + Cebirsel

Oksijen-gaz problemi için görüşme yapılan öğretmen adayları verilen saate bağlı gaz miktarı grafiğini doğru olarak yorumlamışlardır. 6 öğretmen adayından 5 tanesi cebirsel temsil kullanırken bunlardan 1 tanesi cebirsel temsil ile birlikte örüntü temsil kullanmıştır. 6 adaydan yalnızca biri sadece örüntü temsil kullanmıştır. Öğretmen adayları cebirsel temsil sırasında zihinlerinde “1 saatte 0,8 azalırsa toplam miktar olan 5 br^3 ‘lük kısım ne kadar sürede biter?” şeklinde orantı kurup bunu 5-

$0,8x=0$ biçiminde denklem haline getirerek çözüme ulaşmışlardır. Örüntü temsil tercih eden öğretmen adayları saatleri 1 saat sonraki miktar, 2 saat sonraki miktar şeklinde azaltarak sonuca ulaşmıştır. Kübra kod adlı öğretmen adayına ait çözüm aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.

Şekil 48

Kübra adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü

Soru 5. Başlangıçta 5 var. 1 saatte 0,8 azalıyor.
 Saate göre tüpte kalan oksijeni veren denklem
 $5 - 0,8x$ olur. Biz bitmesini istiyoruz. Denklemi 0'a
 eşitleyelim $5 - 0,8x = 0$ $5 = 0,8x$ $x = \frac{5 \cdot 10}{8} = 6,25$ saat sonra biter.
 Yani 6 saat 15 dk sonra biter.

Kalan Gaz Miktarı	Geçen Süre (Saat)
5	0
$5 - 0,8 \cdot 1 = 5 - 0,8 = 4,2$	1
$5 - 0,8 \cdot 2 = 5 - 1,6 = 3,4$	2
$5 - 0,8 \cdot 3 = 5 - 2,4 = 2,6$	3
$5 - 0,8 \cdot 4 = 5 - 3,2 = 1,8$	4
$5 - 0,8 \cdot 5 = 5 - 4,0 = 1$	5
$5 - 0,8 \cdot 6 = 5 - 4,8 = 0,2$	6
$5 - 0,8 \cdot 6,25 = 5 - 5,0 = 0$	6,25

Şekil 48'de görüldüğü gibi öğretmen adayı öncelikle $5 - 0,8x = 0$ şeklinde denklem kurmuştur. Denklemde 0,8 azalma miktarı 5 tüpteki toplam gaz miktarı x geçen süreyi ifade etmektedir. Daha sonra da geçen süreye değer vererek örüntü şeklinde sıralamış ve yine aynı sonuca ulaşmıştır. Öğretmen adayının grafiği doğru olarak yorumlaması grafik temsil, denkleme dökmesi cebirsel temsil, örüntü şeklinde ve tablo şeklinde yazması da örüntü ile tablo temsil becerilerinin olduğunu göstermektedir. Kübra isimli öğretmen adayı ile mülakat sırasında gerçekleşen konuşmadan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Diyalog 5

...

Araştırmacı: Birbirinden farklı yollarla soruyu çözdüğünde sana göre kullanışlı olan yol hangisi, çözüm sırasında ne gibi zorluklarla karşılaştın?

Kübra: Bence en kullanışlı olan yol denklem kurduğum yol. Sebebi ise daha hızlı çözüme varıyoruz. Sınavlarda hızlı olmak bizim için önemli. Diğer yollar

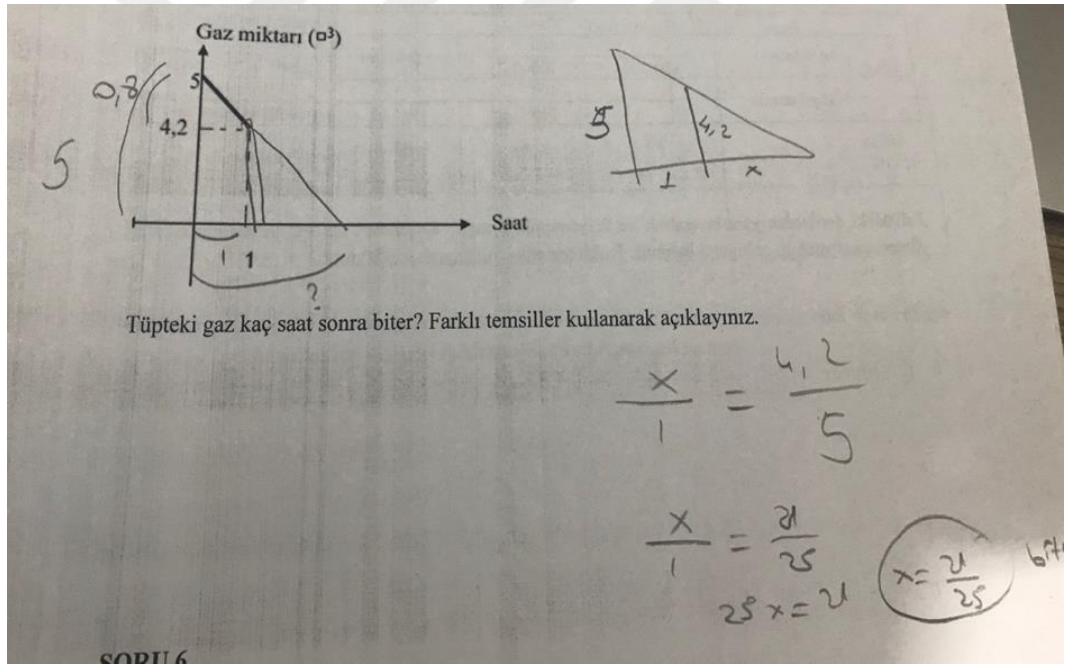
mesela tek tek artarak değer verdiğim yol uzun bu yüzden en küçük dikkat dağınıklığında hataya sebebiyet verir. Bu yüzden denklem dışındaki çözümler vakit alıcı ve hata yapmaya müsait.

...

Kübra isimli öğretmen adayı diğer öğretmen adayları gibi denklem kullanılan yani cebirsel temsil kullanılan çözümlerin daha hızlı ve daha pratik olduğunu belirtmişlerdir. Örüntü temsil kullandığı sırada dikkatsizlik sebebiyle hata oranının artmış olmasını problem çözümünde bir zorluk olarak ifade etmiştir. Analizler sonucunda oksijen-gaz probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı kısımlar grafik okuma ve benzerlik bilgilerinin eksikliğinden kaynaklanmaktadır. Buna ilişkin örnek çözüm şekil 49’da verilmiştir.

Şekil 49

Öğretmen adaylarının oksijen-gaz probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 34)



Şekil 49’da görüldüğü gibi aday, grafikteki benzerliği fark etmiştir. Benzerlik kullanarak soruya çözüm getirmek istemiş fakat $x/x+1 = 4,2/5$ yazması gerekirken benzerliği kurmada zorluk yaşamış ve $x/1 = 4,2/5$ şeklinde ifade etmiştir. Aynı zamanda bu soruda adayın bulmuş olduğu $21/25 = 0,84$ ifadesi birden küçük bir ifade olması sebebiyle grafikte bulunduğu konumda yanlış olacaktır. Aday grafik okuma kısmında da zorluk çekmiştir.

4.6. Yürüyüş Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının altıncı soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 21’de yer almaktadır. Soru kapsamında 28 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Bu nedenle araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 112 tane farklı temsil oluşturmuştur. 4 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 21

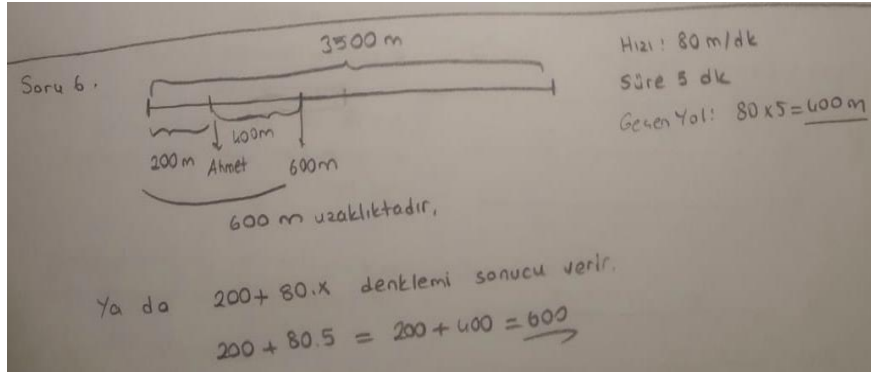
Yürüyüş probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	5	4,31
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	95	81,89
	Geliştirilmesi gereken temsil	4	3,44
	Uygun olmayan temsil	-	-
Örüntü Temsil	Uygun temsil	2	1,72
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Sözel Temsil	Uygun temsil	6	5,17
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		4	3,44
TOPLAM		112	100

Bu soru kapsamında öğrencilerin çoğunun cebirsel (%85, 33) temsile yöneldiği görülmüştür. Cebirsel temsillerden soruyu doğru bir şekilde denkleme dönüştüren ve denklemini doğru, açık çözen adayların yanıtları *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 50’de gösterilmiştir.

Şekil 50

Uygun-cebirsal temsil örneği (ÖA 17)

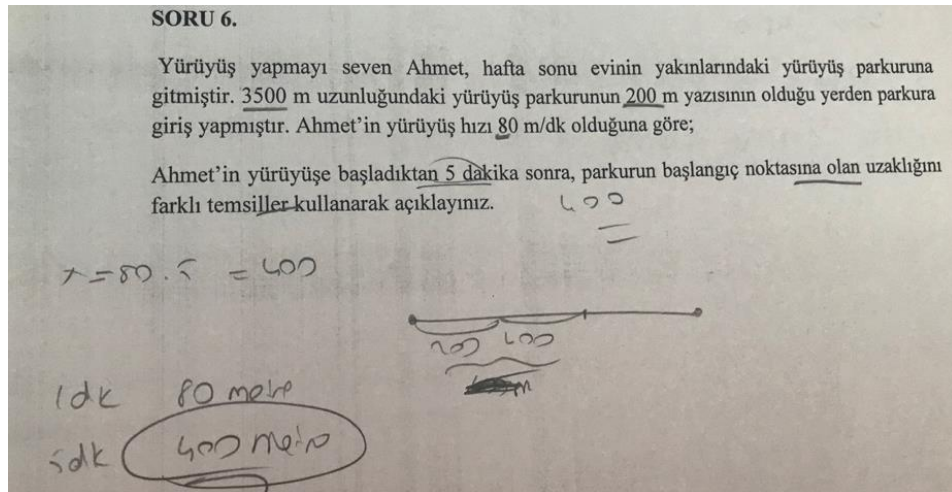


Yukarıdaki örnek de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun görsel bir şema çizerek ilerlemeyi tercih etmiştir. Denklemi doğru kurup çözmeleri nedeniyle adayların yanıtları uygun-cebirsal temsil kategorisinde değerlendirilmiştir.

Soruların çözümünde sadece $X = V \cdot t$ denklemini kullanarak 400 sonucuna ulaşan adayların yanıtları geliştirilmesi gereken cebirsal temsil kategorisine yerleştirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt aşağıdaki gibidir.

Şekil 51

Geliştirilmesi gereken cebirsal temsil örneği (ÖA 61)



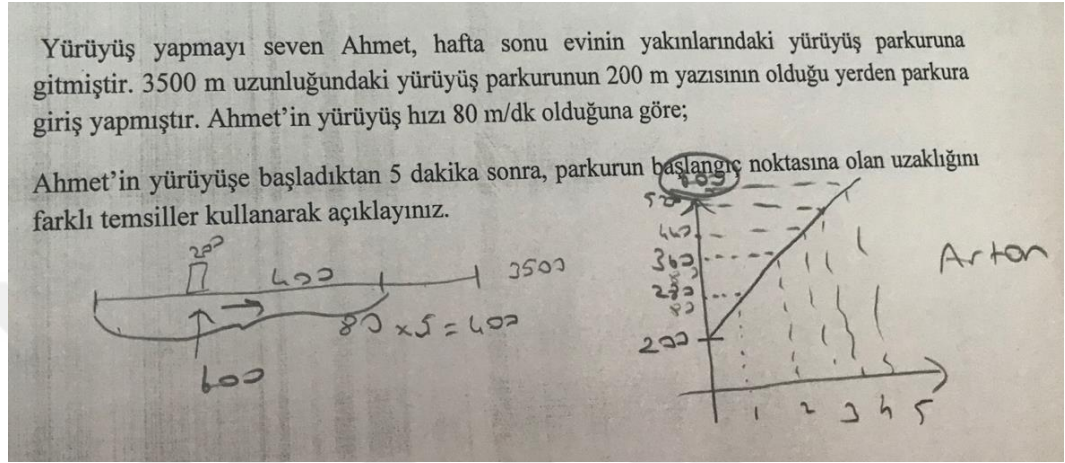
Şekil 51'de görüldüğü gibi sadece 80 ve 5 değerleri ile $X = V \cdot t$ denklemini kullanarak 400 bulunmuştur. Çözümün devamı getirilmemiştir. Bu sebeple bu çözüm geliştirilmesi gereken yanıt kategorisinde değerlendirilmiştir.

Soru için sözel temsil kullanarak açıklama yapan adaylarda mevcuttur. Bu adaylar 1 dakikada 80 metre yol alan birinin ne kadar ve ne sürede yol gitmesini kâğıt

üzerinde sözel olarak ifade etmişlerdir. Sorunun fonksiyonel düşünme kullanılması gereken bir soru olması sebebiyle yolun şekline göre sonucun değiştiğini de sözel olarak belirten adaylar vardır.

Şekil 52

Uygun grafik temsil kullanan öğretmen adayının çözümü [ÖA26]



Yukarıdaki şekilde (Şekil 52) ÖA26'nın oluşturduğu grafik temsile yer verilmiştir. Öğretmen adayı önce soruyu görselleştirmiş ve $X=V.t$ denklemini kullanarak 600 sonucuna ulaşmıştır. Daha sonra bunu grafiğe dökmüştür. Grafiği 200 noktasından başlatarak yürüyüş parkurunun 200 metre kısmından parkura dahil olduğu ifade edilmiştir. Dakikada 80 m/dk hızda olması nedeniyle grafiği 80 olacak şekilde arttırarak çizmiş ve 5 dakika sonraki konumu tespit edilmiştir. Soru bazında bakıldığında toplamda 28 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri tablo 22'de belirtilmiştir.

Tablo 22

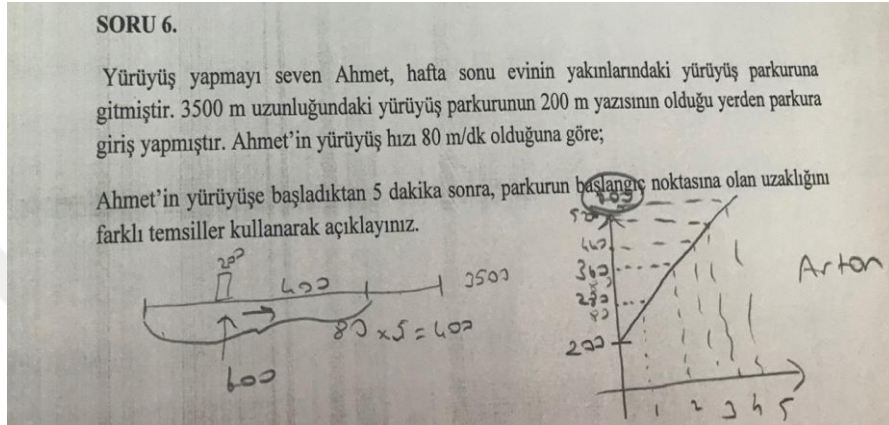
Yürüyüş probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

Temsil türleri ve özellikleri	Frekans	Yüzde
Uygun cebir + uygun -sözel	2	7,14
Uygun-örüntü+uygun-sözel	1	3,57
Uygun-cebirselsel+ uygun- örüntü	4	14,28
Uygun -cebirselsel +uygun- grafik	21	74,99
Toplam	28	

Tablo 22 incelendiğinde öğretmen adaylarının bir arada kullandığı temsil türlerinden en fazla uygun-cebirselsel temsil ile uygun-grafik temsili (74,99) türleri olduğu görülmektedir. Tabloda bu soruda birlikte kullanılan diğer temsil türlerine ait frekans ve yüzde değerleri de ifade edilmiştir. Bu öğretmen adaylarından birinin cevapları aşağıda verilmiştir:

Şekil 53

Uygun cebirselsel temsil ile uygun grafik temsil örneği (ÖA 14)



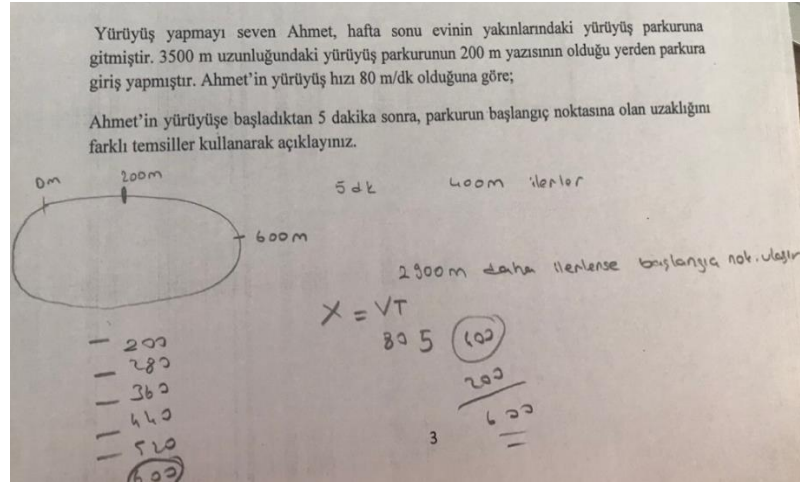
Şekil 53'te görüldüğü gibi aday önce $X=V.t$ eşitliğini kullanarak $80 \times 5 = 400$ sonucuna ulaşmıştır. Parkura 200 metre içeriden başlanması sebebiyle toplamın 600 metre olduğunu ifade etmiştir. Daha sonra grafik temsil kullanarak yol-zaman grafiği çizmiştir. Grafiği 200 metreden başlatan aday her dakika için 80 metre arttırarak ilerlemiş ve 600 metre sonucuna ulaşmıştır.

Bazı adaylar sözel olarak hızın zamana bağlı değişimini ifade etmiştir. Daha sonra her dakika 80 metre yol alınması sebebiyle 80 artacak şekilde örüntü (200-280-360-440-520-600) oluşturmuştur. Bu sayede sonuca ulaşmıştır. Yolun doğrusal veya dairesel oluşu, başlangıç noktasının ne taraf olduğunun değişkenlik göstereceğini ifade eden nadir yanıtlar arasındadır.

Yanıtlar arasında uygun-cebirselsel temsil ile uygun-örüntü temsil çeşitlerini kullanan adaylarda mevcuttur. Bu adaylar öncelikle 80 metre şeklinde artacağı hesaba katarak "200-280-360-440-520-600" şeklinde örüntü oluşturmuşlardır. Daha sonra $X=V.t$ şeklinde denklem oluşturup alınan yolun 400 metre olduğu sonucuna varılmıştır. Bu duruma örnek bir yanıt aşağıdaki şekilde verilmiştir. Şekil 54 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 54

Uygun cebirsel temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 44)



Yanıtlar arasında uygun cebirsel temsil ile uygun sözel temsil örnekleri de bulunmaktadır. Bunun yanı sıra şekil ile modellemeye yapan adaylar vardır. Adaylar $X=V.t$ eşitliğini kullanarak alınan yolun 400 metre olduğu sonucuna ulaşmışlar ve bunu sözel olarak ifade etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının yürüyüş problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %26, 6 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Yürüyüş problemi için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve örüntü temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 23'te verilmiştir.

Tablo 23

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında yürüyüş problemi için oluşturdukları temsil türleri

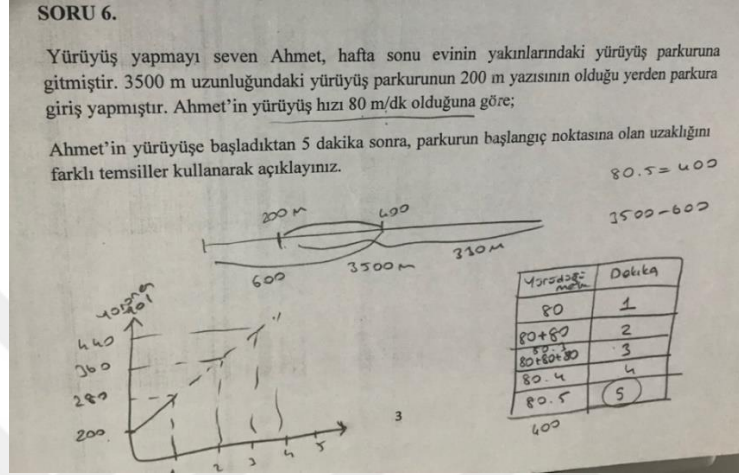
Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil						Sözel
Uygun fakat geliştirilmesi gereken temsil	Cebirsel	Cebirsel	Cebirsel	Cebirsel + Tablo + Grafik	Cevapsız	

Yürüyüş problemi için görüşme yapılan öğretmen adayları 4 tane cebirsel temsil, 1 tane sözel temsil, bir tane de cebirsel, tablo ve grafik temsili birlikte

kullanmıştır. Öğretmen adaylarından bir tanesi ise soruyu yorumsuz bırakmıştır. Pelin isimli öğretmen adayının mülakat sırasındaki çözümü aşağıdaki şekil 55’te gösterilmiştir.

Şekil 55

Pelin adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Pelin isimli öğretmen adayı şekilde görüldüğü gibi 3 farklı çözüm yolu kullanmıştır. Cebirsel temsil, grafik temsil ve tablo temsil kullanmış fakat bunlar arasında ilişkilendirme yapamamıştır. Soruda parkurun başlangıç noktası verilmediği fark etmemesi sebebiyle yolu çift taraflı veya dairesel olabileceğini düşünmemiştir. Bu durum fonksiyonel düşünme kullanmadığını göstermektedir. Bunun yanı sıra en kolay çözümün, hızlı ve hata yapma ihtimalinin düşük olmasını gerekçe göstererek cebirsel temsil olduğunu ifade etmiştir. Kübra isimli öğretmen adayı mülakat sırasında bu soruyu sadece sözel olarak açıklamıştır. Kübra isimli öğretmen adayı ile yapılan görüşmeden bir kesit aşağıda verilmiştir.

Diyalog 6

...

Araştırmacı: Soruyu okuduğunda ne anlıyorsun? Problem için birden fazla yol (temsil çeşidi) kullanılabilir mi?

Kübra: Parkurun toplam uzunluğunu biliyoruz fakat bu 200 metre yazısı başlangıç noktası kısmında olabileceği bitiş tarafında da olabilir. Bu kısım kafamı karıştırdı. Burada yazana göre başlangıç noktası değişiklik gösterebilir. (Soruyu tekrar okuyor.)

Ayrıca yol doğrusal mı dairesel mi? Eğer dairesel ise başlangıç ve bitiş noktaları zaten aynı nokta olur. Bu durumda da soru değişir.

(Bir süre düşünüyor.)

O halde sorunun birden fazla çözümü var. Yol eğer dairesel ise 200 metreden giriş yapıp 80 m/dk hızla 5 dakika sonra 400 metre yürümüş olur. Bu durumda bir taraftan girişe 600 metre uzaklıkta iken diğer taraftan baktığımızda 2900 metre mesafe bulunur. Yani yolun durumuna göre cevap değişiklik gösterir. Başka bir çözüm yolu aklıma gelmiyor. Yolun şekli net olsa belki ama şu haliyle zihinden direkt bu şekilde söyleyebilirim. Soruda herhangi bir zorluk olduğunu düşünmüyorum. Yola farklı şekillerde bakılabilecek güzel bir soru.

...

Kübra isimli öğretmen adayı işlem yapmadan sözel olarak ifade etmiştir. Bu sebeple sözel temsil kategorisinde yer almıştır. Ayrıca yolun durumunu düşünen sayılı öğrencilerden biridir.

4.7. Zam Problemine İlişkin Bulgular

Öğretmen adaylarının yedinci soruya verdikleri yanıtlara ilişkin bulgular Tablo 24'te yer almaktadır. Soru kapsamında 35 öğretmen adayı birden fazla temsil türü kullanarak farklı çözümler oluşturmuştur. Bu nedenle araştırmaya katılan 105 tane öğretmen adayı toplamda 116 tane farklı temsil oluşturmuştur. 16 öğretmen adayı ise soruyu yanıtsız bırakmıştır.

Tablo 24

Zam Probleminin çözüme yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	4	3,03
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	40	30,30
	Geliştirilmesi gereken temsil	12	9,09
	Uygun olmayan temsil	11	8,33
Örüntü Temsil	Uygun temsil	15	11,36
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Sözel Temsil	Uygun temsil	32	24,24
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Tablo Temsil	Uygun temsil	2	1,51
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		16	12,12
TOPLAM		116	

Bu soru kapsamında öğrencilerin çoğunun cebirsel (%47, 72) temsile yöneldiği görülmüştür. Denklemi doğru kurup, eşitsizlik olduğunu fark edip çözen yanıtları *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 56'da gösterilmiştir.

Şekil 56

Uygun-cebirsel temsil örneği (ÖA 26)

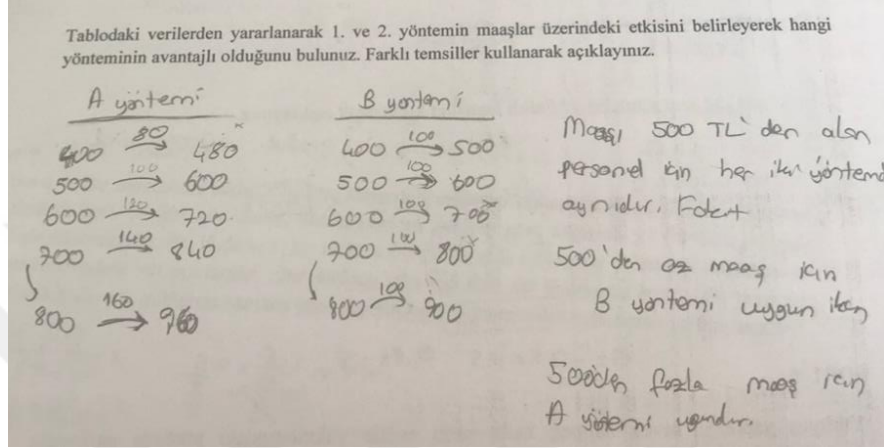
Soru 7. A yönteminde 400 lira maaş 80 artmış.
Bu maaşın %20 si
700 lira maaş da 140 lira artmış. Aynı şekilde %20 artmış.
B yönteminde 100'er lira zam kayılmış.
Kişinin maaşı x olsun.
A yöntemi $\rightarrow x + x \cdot \frac{20}{100}$ B yöntemi $\rightarrow x + 100$
 $x + x \cdot \frac{20}{100} > x + 100 \rightarrow x > 500$ için A yöntemi daha avantajlı
 $x + x \cdot \frac{20}{100} < x + 100 \rightarrow x < 500$ için B yöntemi daha avantajlı

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun olarak bir eşitsizlik oluşturmuş. Aday maaş miktarına x değişkenini atayıp $x + x \cdot 20/100 > x + 100$ ve $x + x \cdot 20/100 < x + 100$ eşitsizliklerini çözmüştür. Doğru bir grafik temsili kullanarak çözüme ulaşmıştır. Maaş miktarının 500'den az ve çok olduğu durumlarda avantajlı olan yöntemin değişkenlik gösterdiğini fark etmiştir. Bu sorunun çözümünde belirtilen şekilde eşitsizlik oluşturup değişkenliği fark eden öğretmen adaylarının yanıtları uygun-cebirsel temsil kategorisinde değerlendirilirken, eşitsizlikteki denklemi doğru oluşturamayan adayların yanıtları uygun olmayan-cebirsel temsil kategorisinde, eşitsizliği oluşturan fakat doğru sonuç oluşturamayan adayların yanıtları geliştirilmesi gereken temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu adaylar cebirsel temsil örneğinde A yönteminde %20 zam yapılırken B yönteminde zam miktarının 100 lira olduğu fark edilmiş, maaş miktarına x değişkeni atanmış fakat bu miktarlar birbirine eşit olarak düşünüldüğü için işlemlerin devamı getirilememiştir. Sistemin eşitsizlik olduğu fark edildiği durumda çözüme ulaşılabilir. Uygun olmayan cebirsel temsil kategorisindeki adaylar ise denklem sistemini tamamen hatalı oluşturmuştur. Bu kategorideki adaylar x değişkeninin ifadesini yanlış düşünerek zam miktarı şeklinde almıştır. Bu sebeple

kurduğu denklemler hatalı sonuç vermiştir. Bu sorunun çözümünde örüntü temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Örüntü temsili tercih eden adaylar maaş miktarının sırasıyla 300, 400, 500, 600, 700... olduğu durumları teker teker ele alıp incelemişlerdir. Bu duruma örnek yanıt aşağıdaki gibidir (Şekil 57).

Şekil 57

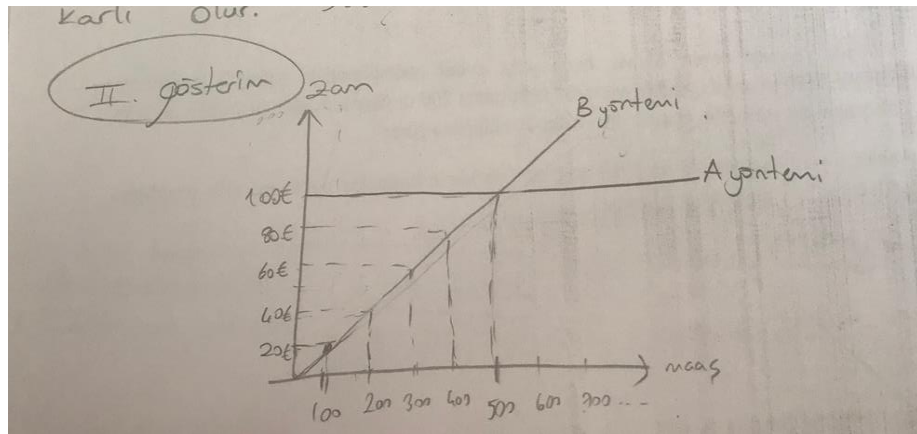
Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 23)



Bu sorunun çözümünde grafik temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Grafik temsili tercih eden adaylar her iki yöntem için maaş ve zam miktarları için grafik çizerek grafiklerin kesişim noktası olan 500 noktasından sonra avantajlı olma durumunu fark etmişlerdir. Bu duruma örnek yanıt şekil 58'de gösterilmiştir.

Şekil 58

Uygun grafik temsil örneği (ÖA 43)



Bu sorunun çözümünde tablo temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Tablo temsili tercih eden adaylar maaş için x değerini tayin ederek $x=500$, $x>500$ ve $x<500$ olduğu durumları belirten tablo oluşturmuşlardır. Şekil 59 üzerinde örneklendirilmiştir.

Şekil 59

Uygun tablo temsil örneği (ÖA 22)

A handwritten table with three rows and two columns. The first column contains salary conditions, and the second column contains the corresponding advantage. The table is drawn with horizontal and vertical lines.

$x = \text{maaş}$	
$x = 500$	İkisi de avantajlı
$x < 500$	B yöntemi avantajlı
$x > 500$	A yöntemi avantajlı

Bu sorunun çözümünde sözel temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Sözel temsili tercih eden adaylar A yönteminde %20 zam yapıldığını, B yönteminde ise sabit 100 lira zam yapıldığını ifade etmişler. Daha sonra 500 liradan az ve çok olan maaşlar için avantajlı yöntemlerin değişkenlik göstereceğini belirtmişlerdir. Soru bazında bakıldığında toplamda 35 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri tablo 25’de belirtilmiştir.

Tablo 25

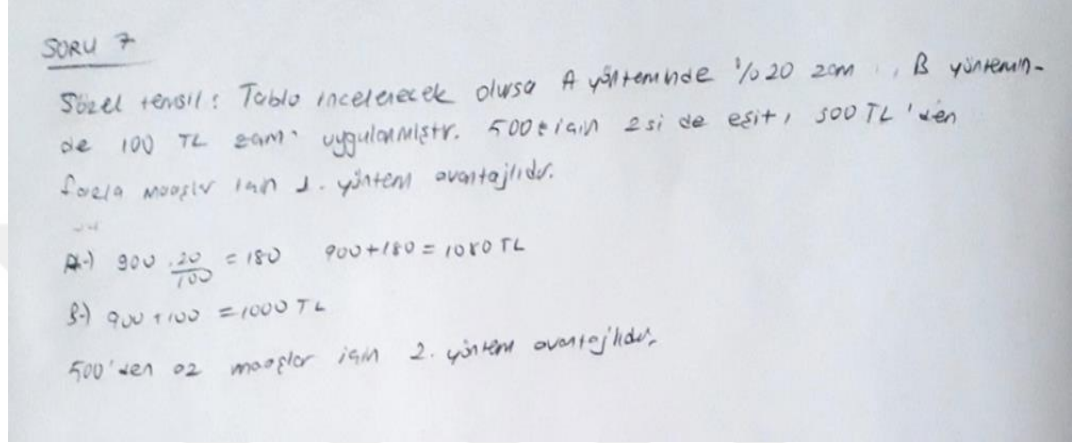
Zam Probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

Temsil türleri ve özellikleri	Frekans	Yüzde
Uygun-tablo +uygun-cebir	1	2,85
Uygun cebir + uygun sözel	20	57,14
Uygun-cebirsol+uygun- örüntü	1	2,85
Uygun-örüntü+uygun-sözel	9	25,71
Uygun -cebir+uygun -grafik	3	6,03
Uygun -örüntü+uygun-grafik	1	2,85
Toplam	35	

Tablo 25 incelendiğinde öğretmen adaylarının birlikte kullandığı en çok temsil çeşidi uygun cebirsel temsil ve uygun sözel temsil (57,14) çeşidi olduğu görülmektedir. Bunun dışındaki oranlarda tabloda verilmiştir. Bu öğretmen adaylarından birinin cevabı aşağıda verilmiştir:

Şekil 60

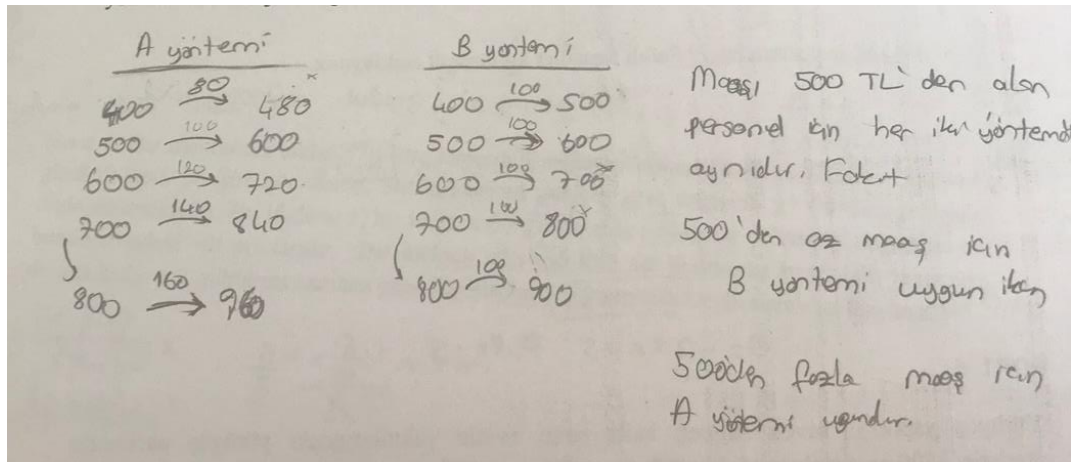
Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 101)



Şekil 60'ta görüldüğü gibi sözel temsil ile her iki yöntem için de zam miktarları ve 500 için maaşların zam oranlarının değişimi ifade edilmiştir. Bu durum çözüme sözel cümlelerle ilave edilmiştir. Daha sonra denklem sistemi kurulup avantajlı yöntem ve durumlar belirtilmiştir.

Şekil 61

Uygun sözel temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 16)



Örüntü temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır (Şekil 61). Örüntü temsili tercih eden adaylar maaş miktarının sırasıyla 300, 400, 500, 600, 700... olduğu durumları teker teker ele alıp incelemişlerdir. Aynı zamanda maaş miktarının 500 liradan az veya çok olduğu durumdaki değişiklikleri sözel olarak ifade etmişlerdir. Bazı adaylar önce 400, 500, 600 ve 700 lira için örüntü oluşacak şekilde yazmış ve zam miktarlarını bulmuş, bunun sonucunda 500 liradan sonra avantajlı olma durumunun değiştiğini göstermiştir. Aynı zamanda çizilen grafiklerde B yönteminin sabit 100 lira şeklinde ilerlediğini buna karşın A yönteminin düzenli olarak arttığını ve 500’de grafiklerin çakıştığını göstererek 500 liradan öncesi ve sonrası olarak kar durumunun değiştiğini göstermişlerdir. Bazı adaylarda önce 400, 500, 600 ve 700 lira için örüntü oluşacak şekilde yazmış ve zam miktarlarını bulmuş, bunun sonucunda 500 liradan sonra avantajlı olma durumunun değiştiğini göstermiştir. Daha sonra $x + x.20/100 > x + 100$ ve $x + x.20/100 < x + 100$ denklemlerini kurarak $x > 500$ ve $x < 500$ olduğu durumlarda avantajlı yöntemin farklılık göstereceğini belirtmiştir.

Şekil 62

Uygun tablo temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 11)

A yönteminde maaşlara %20 zam yapılmıştır

400 80
100 ? ? = 20

B yönteminde maaşlara 100 TL zam yapılmıştır

Yazı	A	B	A'da zartar	B'de zartar
100	120	200	20	100
200	240	300	40	100
300	360	400	60	100
400	480	500	80	100
500	600	600	100	100
600	720	700	120	100
700	840	800	140	100
800	960	900	160	100
900	1080	1000	180	100
1000	1200	1100	200	100

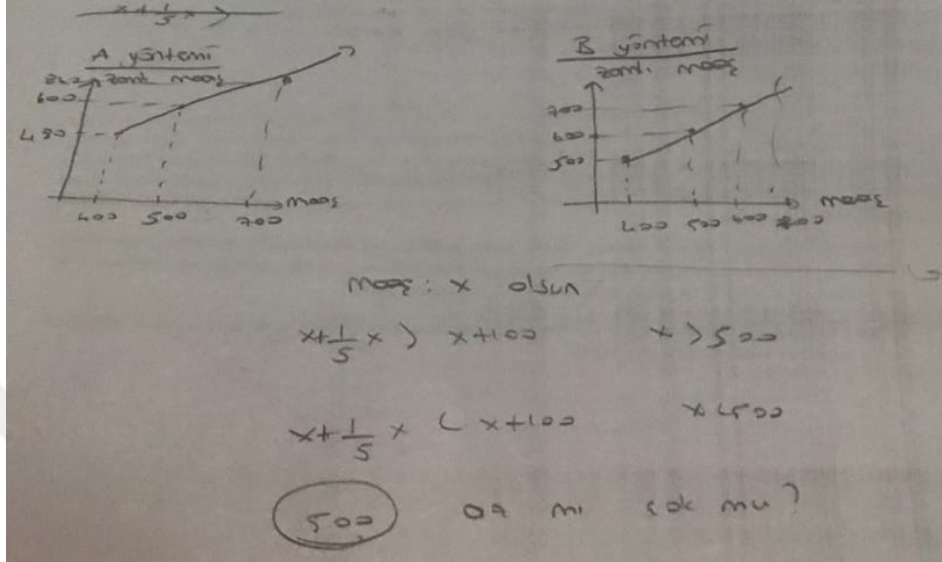
1000
x ≤ 500 ise belli oranda zam yapılmalı

Şekil 62’de görüldüğü üzere yanıtı verilen aday maaş miktarının 100 lira olduğu durumdan 1000 lira olduğu duruma kadar ki değişimi tablo üzerinde göstermiştir. Daha sonra maaşa x değişkenini tayin edip $x > 500$, $x < 500$ ve $x = 500$

olduğu durumlarda değişeceğini ifade etmiştir. Bu durumu tablo çizerek göstermiştir. Aynı zamanda denklem oluşturarak cebirsel temsile de yönelmiştir.

Şekil 63

Uygun grafik temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 104)



Şekil 63’de görüldüğü gibi öğretmen adayı önce A ve B yöntemlerinin artış miktarlarını gösterecek şekilde iki tane grafik çizimi yapmıştır. Grafiklerde maaşın 400, 500, 600 ve 700 olduğu durumlarda zamlı miktarların ne kadar olacağı belirtilerek 500’ün sınır olduğu fark edilmiştir. Ardından maaş için x değişkenini atayıp $x + x.1/5 > x + 100$ ve $x + x.1/5 < x + 100$ eşitsizliklerini çözüp maaş miktarının 500 liradan az olduğu durumlarda B yönteminin, 500 liradan çok olduğu durumlarda A yönteminin daha avantajlı olduğu tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının zam problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri %33, 3 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Zam problemi için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve örüntü temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 26’da verilmiştir.

Tablo 26

Öğretmen adaylarının mülakat esnasında zam problemi için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil	Cebirsel	Örüntü		Cebirsel		Cebirsel + Örüntü
Uygun fakat geliştirilmesi gereken temsil			Grafik		Cebirsel	

Zam problemi için görüşme yapılan öğretmen adaylarından 2 tanesi yalnızca uygun cebirsel temsil, bir tanesi uygun cebirsel temsil ile uygun örüntü temsil, bir tanesi uygun örüntü temsil, bir tanesi geliştirilmesi gereken grafik temsil son olarak da bir tane geliştirilmesi gereken grafik temsil kullanmıştır. Pelin ve Feyza kod adlı öğretmen adayları uygun cebirsel temsil kullanmışlardır. Uygun cebirsel temsil için Pelin isimli adayın mülakat sırasındaki çözümü şekil 64’te gösterilmiştir.

Şekil 64

Pelin adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü

Soru 7. A yönteminde 400 lira maaş 80 artmış.
Bu maaşın %20'si
700 lira maaş da 140 lira artmış. Aynı şekilde %20 artmış.
B yönteminde 100'er lira zam kayılmış.
Kişinin maaşı x olsun.
A yöntemi $\rightarrow x + x \cdot \frac{20}{100}$ B yöntemi $\rightarrow x + 100$
 $x + x \cdot \frac{20}{100} > x + 100 \rightarrow x > 500$ için A yöntemi daha avantajlı
 $x + x \cdot \frac{20}{100} < x + 100 \rightarrow x < 500$ için B yöntemi daha avantajlı

Şekil 64’te görüldüğü gibi aday önce verilen tabloyu yorumlamış, daha sonra bunları denkleme dökmüştür. Hangi yöntemin avantajlı olduğunu bulmak için eşitsizlik oluşturmuş. Önce A yönteminin avantajlı olduğu sistemi daha sonra B yönteminin avantajlı olma ihtimali göz önüne alarak maaş miktarının çalışan için avantajlı olan yöntemi değiştirdiğini söylemiştir.

Kübra isimli öğretmen adayı soru çözümünde örüntü temsil ve cebirsel temsil kullanmıştır. Tablo temsil olarak verilen soruyu önce örüntü temsil kullanarak daha sonra cebirsel temsil kullanarak çözmüştür. Aday temsiller arası geçiş yapmamıştır.

Her kullandığı temsil çeşidinde soruyu yeniden ele almıştır. Sorunun fonksiyonel düşünce gerektirmesi sebebiyle belli bir yere kadar farklı yöntemlerin avantajlı olacağını ilk bakışta tespit etmiştir. Adaya ait mülakat sırasındaki diyalogdan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Diyalog 7

...

Araştırmacı: Zam problemi ve olabilecek çözümler ile ilgili düşünceleriniz nelerdir?

Kübra: İki yöntem var. A yönteminde maaşın %20'si oranında zam yapılmış. B yöntemindeyse sabit 100 lira zam yapılmış. Bu doğrultuda devam edersem A yöntemi için maaş 400' 480, 500'e 600, 600'e 720, 700'e 840... şeklinde ilerlemekte.

B yönteminde ise 400'e 500, 500'e 600, 600'e 700... olarak ilerlemekte. Bundan hareketle 500 liranın altında ücret alanlar A yöntemini 500 liranın üstünde ücret alanlar B yöntemini tercih ederse daha avantajlı olurlar.

Araştırmacı: Farklı bir çözüm yolu olabilir miydi?

Kübra: Maaşına x dersem A yöntemi için $x + x.20/100$ şeklinde B yöntemi için $x + 100$ şeklinde denklem oluşturup sırayla A ve B yöntemlerinin büyük olduğu durumları düşünsem. (İşlem yapıyor.)

Buradan da yine 500 geliyor. Yani aldıkları ücret veya zam 500 liranın altındaysa A, 500 liranın üstündeyse B yöntemini tercih etmelidirler.

Araştırmacı: Bu çözüm sırasında kullanmış olduğun yöntemlerde zor olan, kafanı karıştıran kısımlar nelerdir? Çözümlerin ile ilgili düşüncelerin nelerdir?

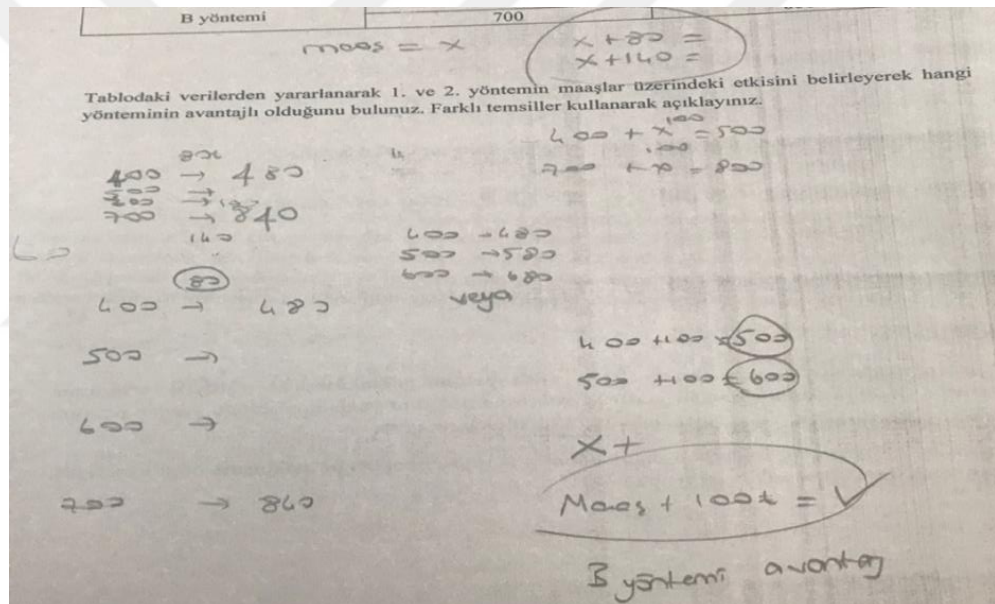
Kübra: Denediğim yöntemde bu soruda çözüm çabucak çıktı. Çok fazla denememe gerek kalmadan ama çıkmayabilirdi. Bu ilk çözümün (Örüntü temsil) bir eksisi bence. Ama denklem kurup çözdüğüm diğer yolda her şey daha net görünüyor. Basit ve hata yapma riskinin az olduğu bir çözüm yolu diyebilirim. Bir de A yönteminde artışın %20 olduğunu hemen göremedim. Burada benim zorlandığım bir yer oldu. B yöntemini hemen fark etmiştim ama A yöntemini fark etmem uzun sürdü.

...

Sinan kod adlı aday A yöntemi için $x + x.20/100$ şeklinde B yöntemi için $x + 100$ şeklinde denklem oluşturmuş fakat avantajlı yöntemi seçememiştir. Bu açıdan

Faruk adlı aday sorunun çözümü için daire grafiği oluşturma yoluna gitmiştir. Daire grafiğinin tamamını ana maaş, belli bir parçasını da zamlı kısım olarak düşünmüştür. Bu düşünceden hareketle orantı kurmaya çalışmış fakat mülakat sırasında bu yöntemiyle kafası daha çok karışmış, soruya yorum yapamamıştır. Analizler sonucunda zam probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı kısım A yönteminin artış oranının %20 olduğu kısımdır. Buna ilişkin örnek çözüm şekil 65’te verilmiştir.

Öğretmen adaylarının zam probleminde yaşadıkları zorluk örneği (ÖA 97)



4.8. Covid-19 Problemine İlişkin Bulgular

104

öğretmen adayı toplamda 107 tane farklı temsil oluşturmuştur. 22 öğretmen adayı ise soruyu yanıtızsız bırakmıştır.

Tablo 27

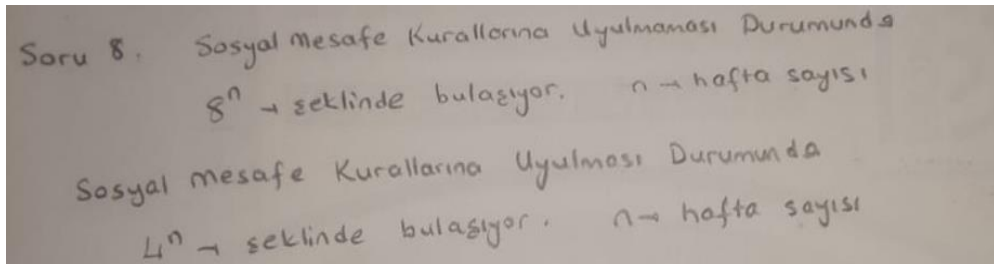
Covid-19 Probleminin *çözümüne yönelik öğretmen adaylarının oluşturduğu temsiller*

Temsil türü	Temsil yeterlilik durumu	Frekans	Yüzde
Grafik Temsil	Uygun temsil	20	15,50
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cebirsel Temsil	Uygun temsil	51	39,53
	Geliştirilmesi gereken temsil	2	1,55
	Uygun olmayan temsil	-	-
Örüntü Temsil	Uygun temsil	4	3,10
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Sözel Temsil	Uygun temsil	29	22,48
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Tablo Temsil	Uygun temsil	1	0,77
	Geliştirilmesi gereken temsil	-	-
	Uygun olmayan temsil	-	-
Cevap yok		22	17,05
TOPLAM		107	

Bu soru kapsamında öğrencilerin cebirsel (%41, 08) temsile yöneldiği görülmüştür. Hafta sayısına bir değişken atayıp bunları üslü ifade olarak gösterebilen adayların yanıtları *uygun- cebirsel temsil* kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu duruma örnek yanıt şekil 66’da gösterilmiştir.

Şekil 66

Uygun-Cebirsel temsil örneği (ÖA 88)

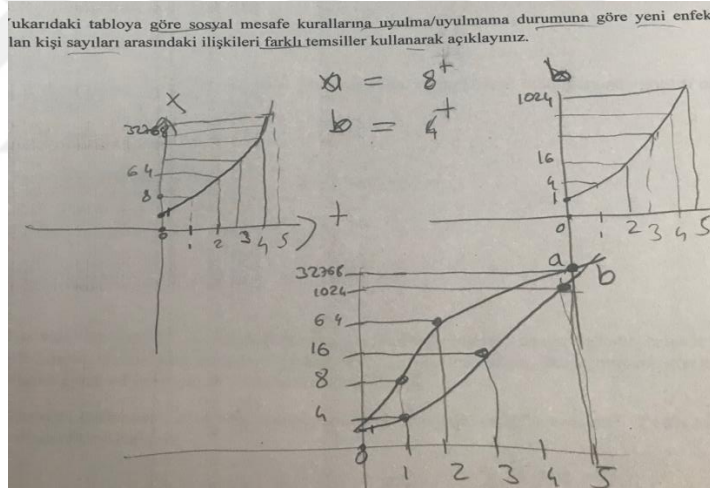


Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi katılımcı soruya uygun olarak hafta sayısını “n” olarak belirlemiştir. Daha sonra sosyal mesafe kurallarına uyulmadığı

durumlarda 8'in kuvvetleri şeklinde, uyulduğu durumlarda ise 4'ün kuvvetleri şeklinde tablonun artış gösterdiğini fark etmiştir. Bu sebeple problem cebirsel olarak 8^n ve 4^n şeklinde ifade edilmiştir. Bu sorunun çözümünde belirtilen şekilde üslü ifade oluşturup artış durumunu fark eden öğretmen adaylarının yanıtları uygun-cebirsel temsil kategorisinde değerlendirilirken, üslü ifadeyi doğru oluşturamayan adayların yanıtları uygun olmayan-cebirsel temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Geliştirilmesi gereken cebirsel temsil kategorisindeki adaylar artış miktarını fark etmiş fakat hafta sayısına herhangi bir değişken tayin etmemiştir. 2^3 şeklinde artış gösterdiği belirtilmiştir ki bu da tek başına cebirsel ifade için yeterli değildir. Bu sebeple yanıt geliştirilmesi gereken cebirsel temsil kategorisinde değerlendirilmiştir. Bu sorunun yanıtında bazı adaylar grafik çizerek yeni enfekte kişi sayılarının artışını göstermeyi tercih etmişlerdir. Bu adaylara ait yanıtlardan örnek şekil 67'de gösterilmiştir.

Şekil 67

Uygun grafik temsil örneği (ÖA 76)



Şekil 67'de görüldüğü üzere artan iki grafik çizilmiştir. Grafiklerden sosyal mesafe kurallarına uyulmayan durumda daha hızlı artış olurken, sosyal mesafe kurallarına uyulduğunda daha yavaş bir artış söz konusudur. Aday grafikleri üstel fonksiyon olarak da çözümde ifade etmiştir. Bu durum cebirsel temsil kullandığını göstermekle birlikte grafik temsilden cebirsel temsile geçiş yapıp yapmadığı hakkında net bir bilgi vermemektedir. Bu sorunun çözümünde tablo temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Tablo temsili tercih eden aday hafta sayısını x olarak belirtip artış miktarlarını 4^x ve 8^x olarak Bulaşan kişi sayısı, sosyal mesafe kurallarına uyulma ve

uyulmama durumları içeren tablo çizilmiştir. Bu sorunun çözümünde sözel temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Sözel temsili tercih eden öğretmen adaylar tabloyu yorumlayarak sosyal mesafe kurallarına uyulmadığında 1 kişinin 8 kişiye mikrop bulaştırdığını, 8 kişinin her birinin de tekrar başka 8 kişiye mikrop bulaştırdığını fakat kurallara uyulduğunda bir kişinin 8 yerine 4 kişiye bulaş olduğunu ifade etmiştir. Aşağıdaki şekilde örüntü temsile ait bir yanıt örneği verilmiştir (Şekil 68).

Şekil 68

Uygun örüntü temsil örneği (ÖA 4)

Sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumu	Başlangıç	Yeni Enfekte Olan Kişi Sayısı			
		1. hafta	2. hafta	...	5. hafta
Sosyal mesafe kurallarına uyulmaması durumunda	1 Kişi	8	64 8^2	...	32768 8^5
Sosyal mesafe kurallarına uyulması durumunda	1 Kişi	4	16	... 256 4^4	1024 4^5

Yukarıdaki tabloya göre sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumuna göre yeni enfekte olan kişi sayıları arasındaki ilişkileri farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

Sosyal mesafe kurallarına uyulmaması durumunda 8^n
 Sosyal mesafe kurallarına uyulması durumunda 4^n
 enfekte olan kişi sayısını verir.
 $n = \text{hafta sayısına eşittir}$

Enfekte Olan Kişi Sayısı	
1. hafta	8
2. hafta	64
3. hafta	512
4. hafta	4096
5. hafta	32768

Enfekte Olan Kişi Sayısı	
1. hafta	4
2. hafta	16
3. hafta	64
4. hafta	256
5. hafta	1024

Yanıta görüldüğü üzere, tabloda verilenlerin örüntü olduğu fark edilip beşinci haftaya kadar örüntü ilerletilmiş ve böylece bulaş miktarının belirli bir örüntü şeklinde devam ettiğinin farkına varılmıştır. Soru bazında bakıldığında toplamda 25 katılımcının ise birden fazla temsil türü kullandığı görülmektedir. Birden fazla temsil türü kullanan öğrencilerin kullandıkları temsiller ve özellikleri aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Tablo 28

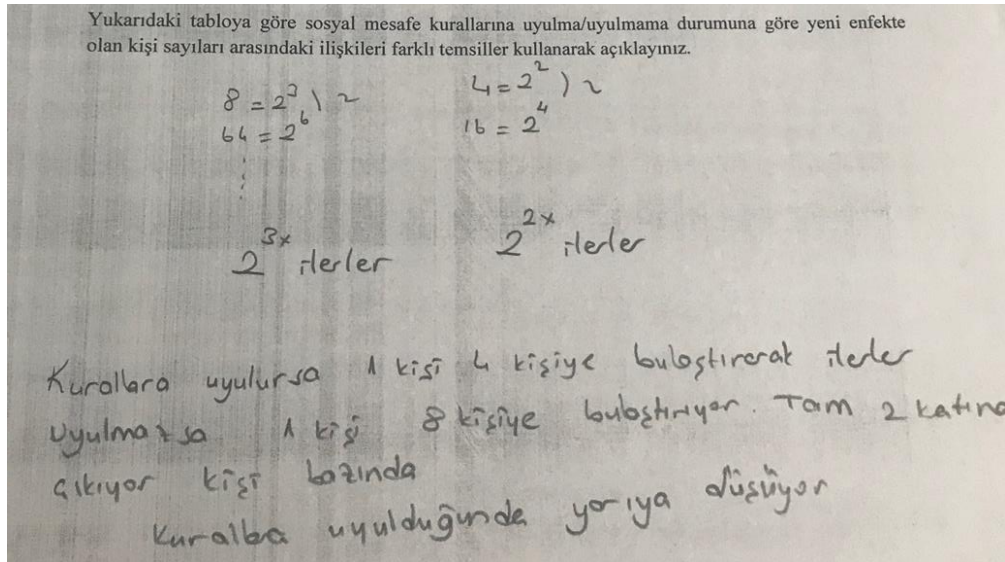
Covid-19 Probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller

Temsil türleri ve özellikleri	Frekans	Yüzde
Uygun-grafik +uygun-sözel	1	4
Uygun cebirsel + uygun tablo	1	4
Uygun-cebirsel+uygun- sözel	12	48
Uygun-örüntü+uygun-grafik	2	8
Uygun -cebirsel +uygun -grafik	9	36
Toplam	25	

Tablo 28’de Covid-19 probleminin çözümüne yönelik birden fazla cevap oluşturan öğretmen adaylarının kullandıkları temsiller verilmiştir. Tablodan hareketle temsiller yorumlanmıştır. Tablo 28 incelendiğinde öğretmen adaylarının birlikte kullandığı en çok temsil çeşidi uygun cebirsel temsil ve uygun sözel temsil (%48) çeşidi olduğu görülmektedir. Bu öğretmen adaylarından birinin cevabı aşağıda verilmiştir (Şekil 69).

Şekil 69

Uygun sözel temsil ile uygun cebirsel temsil örneği (ÖA 57)

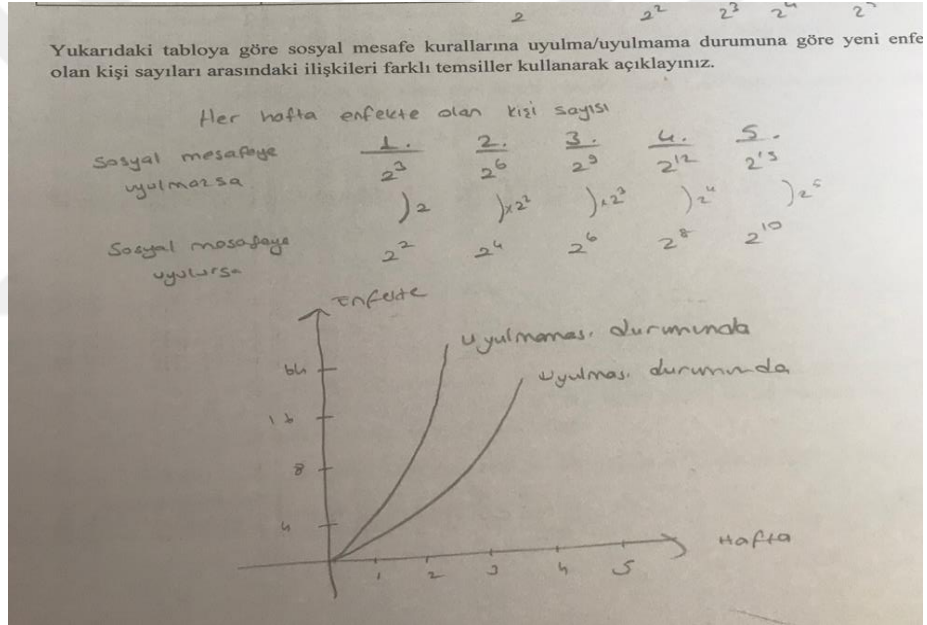


Şekil 69’da görüldüğü gibi sözel temsil ile aday tabloyu yorumlayarak sosyal mesafe kurallarına uyulmadığında 1 kişinin 8 kişiye mikrop bulaştırdığını, 8 kişinin her birinin de tekrar başka 8 kişiye mikrop bulaştırdığını fakat kurallara uyulduğunda bir kişinin 8 yerine 4 kişiye bulaş olduğunu ifade etmiştir. Cebirsel temsil kısmında

hafta sayısı için x değişkenini tayin etmiş ve artış durumlarını 2^{3x} ve 2^{2x} olarak belirtmiştir. Soru çözümünde uygun cebirsel ve tablo temsil kullanan adaylarda vardır. Tablo temsili tercih eden aday hafta sayısını x olarak belirtip artış miktarlarını 4^x ve 8^x olarak Bulaşan kişi sayısı, sosyal mesafe kurallarına uyulma ve uyulmama durumları içeren tablo çizilmiştir. Hem tablo çizilmesi hem de bulaşma miktarlarının 4^x ve 8^x olarak ifade edilmesi nedeniyle yanıt uyum cebirsel temsil ile uygun tablo temsil kategorisinde yer almıştır. Son problem için örüntü temsil ile grafik temsil kullanan adaylarda bulunmaktadır. Bu yanıtların bir örneği aşağıdaki şekilde verilmiştir (Şekil 70).

Şekil 70

Uygun grafik temsil ile uygun örüntü temsil örneği (ÖA 3)



Şekil 70'te görüldüğü gibi örüntü temsili tercih eden adaylar 5. haftaya kadar örüntüyü devam ettirmiş ve artış durumunu incelemiştir. Daha sonra soru için artan iki grafik çizilmiştir. Grafiklerden sosyal mesafe kurallarına uyulmayan durumda daha hızlı artış olurken, sosyal mesafe kurallarına uyulduğunda daha yavaş bir artış söz konusudur.

Birden fazla temsili bir arada kullanan adaylar arasında 1 kişi uygun sözel temsil ile uygun grafik temsili kullanmıştır. Bu aday öncelikle artan iki grafik çizerek sosyal mesafe kurallarına uyulma ve uyulmama durumlarındaki enfekte hasta sayısını göstermiştir. Daha sonra sözel temsil ile aday tabloyu yorumlayarak sosyal mesafe

kurallarına uyulmadığında 1 kişinin 8 kişiye mikrop bulaştırdığını, 8 kişinin her birinin de tekrar başka 8 kişiye mikrop bulaştırdığını fakat kurallara uyulduğunda bir kişinin 8 yerine 4 kişiye bulaş olduğunu yazılı sınav kâğıdı üzerinde ifade etmiştir. Birden fazla temsili bir arada kullanan adaylar mevcuttur. Bu adaylardan uygun cebirsel temsil ile uygun grafik temsili kullanan adaylarda vardır. Bu kategorideki adaylar hafta sayısına x değişkenini atayarak artış miktarlarını 4^x ve 8^x şeklinde cebirsel olarak ifade etmiştir. Daha sonra artan iki farklı grafik çizerek, grafiklerden sosyal mesafe kurallarına uyulmayan durumda daha hızlı artış olurken, sosyal mesafe kurallarına uyulduğunda daha yavaş bir artış olduğu yazılı kağıtlarında görülmektedir.

Öğretmen adaylarının covid problemi için birden fazla temsil kullanma yeterlilikleri % 23,8 olarak tespit edilmiştir. Oran öğrencilerin yarısından azdır. Covid problemi için adayların temsil kullanma yeterlilikleri istenilen seviyede değildir. Soruya ilişkin öğretmen adaylarının mülakatta esnasında oluşturdukları temsiller incelendiğinde öğretmen adaylarının grafik ve cebirsel temsiline yöneldikleri görülmektedir. Mülakata ilişkin bulgular Tablo 29’da verilmiştir.

Tablo 29

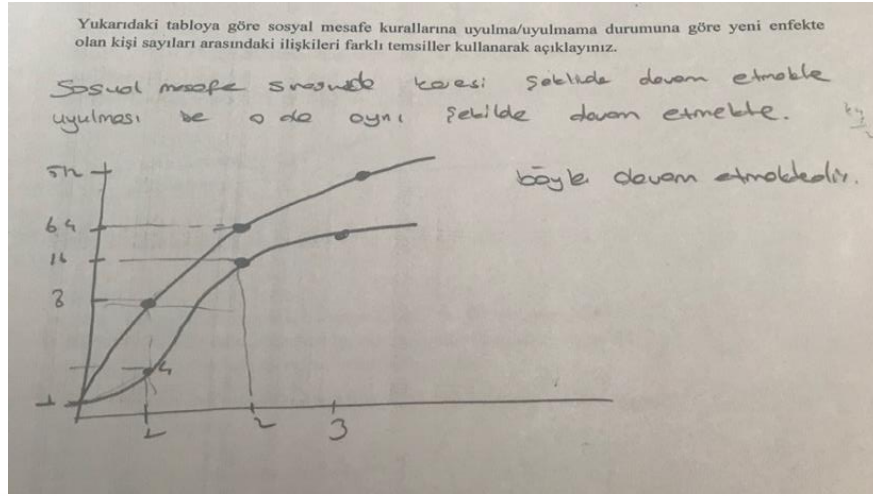
Öğretmen adaylarının mülakat esnasında covid problemi için oluşturdukları temsil türleri

Temsil Kullanma Düzeyi	Feyza	Hande	Faruk	Pelin	Sinan	Kübra
Uygun temsil		Grafik	Cebirsel + Örüntü	Cebirsel+ Grafik	Grafik	Örüntü
Uygun fakat geliştirilmesi gereken temsil	Grafik					Cebirsel

Covid problemi için görüşme yapılan öğretmen adaylarından 2 tanesi yalnızca uygun grafik temsil, bir tanesi uygun örüntü temsil ile uygun cebirsel temsil, bir tanesi uygun örüntü temsil, bir tanesi geliştirilmesi gereken grafik temsil son olarak da bir tane geliştirilmesi gereken cebirsel temsil kullanmıştır. Hande ve Sinan kod adlı öğretmen adayları uygun grafik temsil kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının mülakat sırasındaki çözümü aşağıda gösterilmiştir.

Şekil 71

Sinan kod adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Şekil 71’de görüldüğü gibi aday önce verilen tabloyu yorumlayarak sosyal mesafe kurallarına uyulduğunda bulaşma miktarının daha az olduğunu ifade etmişlerdir. Hande ve Sinan kod adlı öğretmen adayları soru çözümünde grafik temsil kullanmıştır. Tablo temsil olarak verilen soruyu grafik temsile dönüştürmüşlerdir. Öğretmen adayları tablo temsil olarak verilen soruyu grafik temsile transfer edebilmişlerdir. Çünkü tablodaki artışın üstel bir fonksiyona karşılık geldiğini fark ederek üstel fonksiyonun grafiğinden yararlanmışlardır. Yani tablo temsilden önce cebirsel temsile daha sonra grafik temsile geçiş yapılmıştır. Hande kod adlı adaya ait mülakat sırasındaki diyalogdan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Diyalog 8

...

Araştırmacı: Covid problemi ile ilgili düşünceleriniz nelerdir, soru ne demek istemektedir?

Hande: Sosyal mesafe kurallarına uyulmadığı durumda 1 kişi 8 kişiye bulaştırıyormuş, fakat kurallara uyulduğunda 1 kişi 4 kişiye bulaştırıyormuş. Bunlar kat şeklinde ilerliyor. İlki sanırım 8’in kuvvetleri, diğeri de 4’ün kuvvetleri gibi duruyor. (İşlem yaparak üslü kuvvet şeklinde ilerlediğinden emin olmak istiyor.)

Evet bunlar üslü sayı katları olarak artıyor. Tablodan böyle anladım. Soruda da açıklayınız demiş. Ben bu şekilde üslü sayı şeklinde arttığını açıklayabilirim.

Araştırmacı: Bu durumu ifade etmenin farklı bir yolu olabilir miydi?

Hande: Olabilir tabii. Bunlar üslü olarak artıyor. Ben üslü ifade için olan grafiklerden çizerek açıklayabilirim. Biz zaten a^x şeklindekilerin grafiğini çizmeyi biliyoruz. Bu sebeple 8^x ve 4^x 'in grafiklerini çizerim. Biri daha dik olacak diğerinden zaten bunu tablodan da anlayabiliriz. Çünkü kurallara uyulduğunda daha yavaş artıyor. Bu şekilde gösterebilirim.

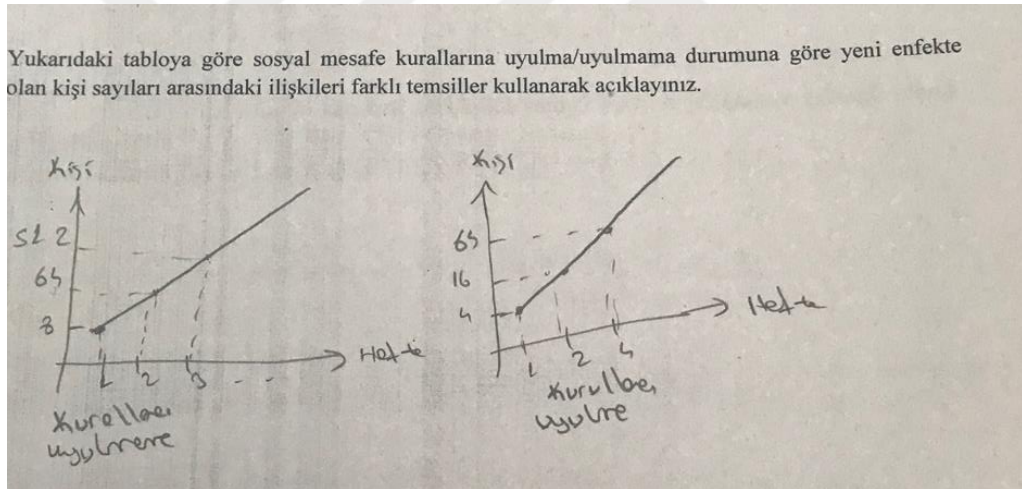
(Şekilde adaya ait grafik çizimi görülmektedir.)

...

M. Feyza kod adlı aday mülakat sırasında grafik temsil tercih etmiştir. Fakat temsili yeterli düzeyde ifade edememesi sebebiyle öğrencinin yanıtı geliştirilmesi gereken grafik temsil kategorisine yerleştirilmiştir. M. Feyza kod adlı adayın mülakat sırasındaki yanıtı Şekil 72’de verilmiştir.

Şekil 72

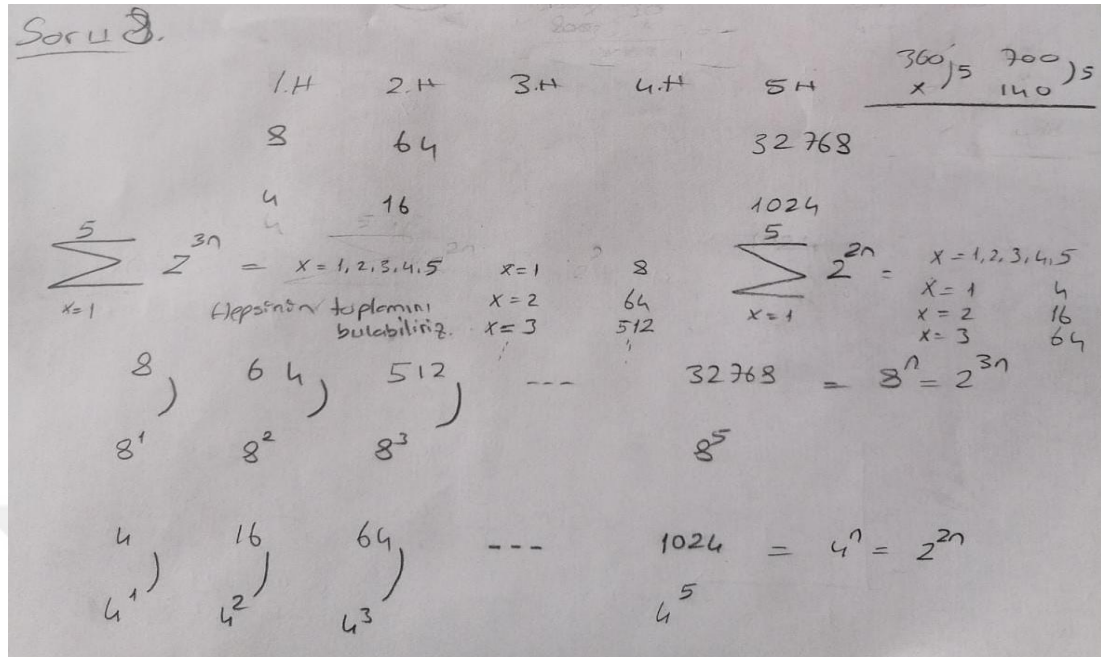
Feyza adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Aday sorunun çözümü için şekildeki grafikleri çizmiştir. Fakat grafikleri ifade edememiştir. Sadece artan grafik olduğunu belirtmiştir. Kurallara uyulup uyulmama durumundan dolayı artış hızının farklılık göstereceğinden bahsetmemiştir. Bu nedenle yanıt geliştirilmesi gereken grafik temsil kategorisinde yer almıştır. Adayın bu durumu ifade edememesinin sebebi tablo temsilden cebirsel temsile geçiş yaparak üstel fonksiyonu fark etmemesidir. Faruk kod adlı aday covid problemi için uygun-cebirsel temsil ve uygun-örüntü temsil kullanmıştır. Adaya ait mülakat sırasındaki çözüm şekil 73’de gösterilmiştir.

Şekil 73

Faruk kod adlı öğrencinin mülakat sırasındaki çözümü



Aday tabloyu inceleyerek 8'in ve 4'ün katları şeklinde artış gösteren bir tablo olduğunu belirtmiştir. Belirli bir örüntü olduğunu bulmak için 5 haftalık enfekte sayısını yazmıştır. Örüntünün üslü ifade şeklinde artarak devam ettiğini söylemiştir. Daha sonra hafta sayısına x değişkenini tayin ederek hasta sayısının kurallara uyulduğu durumda 4^x , kurallara uyulmadığı durumda 8^x şeklinde artarak devam ettiğini belirtmiştir. Faruk 'a ait mülakat sırasındaki diyalogdan bir kesit aşağıda verilmiştir.

Diyalog 8

...

Araştırmacı: Covid problemi ile ilgili düşünceleriniz nelerdir, soru ne demek istemektedir?

Faruk: Tabloya baktığımda sosyal mesafe kurallarına uyulmadığı durumda 1 kişi 8 kişiyi hastalandırıyor, fakat kurallara uyulduğunda 1 kişi 4 kişiye hastalandırıyor. Bunlar kat şeklinde ilerliyor. İlki sanırım 8'in kuvvetleri, diğeri de 4'ün kuvvetleri gibi duruyor. Kesin bir şey diyebilmek için bunları tek tek yazmak istiyorum. (5.haftaya kadar enfekte kişi sayılarını örüntü şeklinde yazıyor). Evet bu şekilde ilerliyor. 4^x ve 8^x olarak örüntü şeklinde bulaşıyor.

Araştırmacı: Bu durumu farklı bir yöntemle ifade edebilir miyiz?

Faruk: Diziler ve serilerden yararlanarak, toplam-fark sembolleri kullanarak elde edebiliriz. Mesela 1'den n'e kadar yani 1'den 5'e kadar alıp genelleştirebiliriz. Ama toplam sembolünü alıp toplamını bulmuş oluruz. Ben sadece toplamadan gösterimini amaçlıyorum. 2 verdiğimizde 64, 3 verdiğimizde 2 üzeri 9 şeklinde olabilirdi. (Kâğıt üzerinde gösteriyor.) Artan bir fonksiyon bunlar. Başka nasıl gösterebilirdik bir fikrim yok.

...

Diyalog ve şekilden de anlaşılacağı üzere öncelikle örüntü düşünülmüş dolayısıyla diziler ve seriler konusu ile bağdaştırılmıştır. Aynı zamanda hafta sayısına x değişkeni tayin edilerek 4^x ve 8^x şeklinde üstel fonksiyon olduğu belirtilmiştir. Aday bu çözümde tablo temsilden hareketle ortaya çıkan örüntü temsili fark etmiş, bu örüntü temsilde cebirsel temsile geçiş yapmıştır. Aday üstel fonksiyonun grafiği olacağını düşünmemesi sebebiyle grafik temsile geçiş yapamamıştır.

Pelin kod adlı öğretmen adayı mülakat sırasında uygun- cebirsel temsil ile grafik temsil kullanmıştır. Pelin öncelikle tablodan hareketle hafta sayısına x değişkeni tayin etmiş, bulaş miktarının 4^x ve 8^x şeklinde üstel fonksiyon olduğu belirtilmiştir. Daha sonra üstel fonksiyonun grafiğini çizmeyi bildiğini söyleyerek grafikleri çizmiştir. Kurallara uyulup uyulmama durumundan dolayı artış hızının farklılık gösterdiğini açıklamıştır. Son olarak covid problemi için Kübra kod adlı öğretmen adayı öncelikle tablodaki boş kalan haftaları doldurmuştur. Bu artışın bir örüntü oluşturduğunu, bu örüntünün üstel fonksiyon olarak ilerlediğini belirtmiştir. Örüntü temsil olarak tabloyu doğru ifade etmiş olan aday, cebirsel temsil etme kısmında yetersiz kalmıştır. Kurallara uyulmama durumunu $y=x$ olarak ifade ederken, kurallara uyulma durumunu $y=2^x$ şeklinde ifade etmiştir. Örüntü temsilde yeterli olan aday cebirsel temsilde yetersiz kalmıştır.

Bulgular sonucunda öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme becerisi arttıkça farklı temsillere yöneldikleri görülmüştür. Sorularda verilenleri birbirleriyle ilişkilendirebilen adaylar temsil türlerinde de çeşitliliğe gitmiştir. Görüşmeler sırasında da öğretmen adayları farklı temsil kullanımına olanak sağlayacak sorularla farklı temsil çeşitleri kullanımı beklenmiştir. Fakat yine de istenilen gibi temsil çeşitleri arası ilişkilendirme görülmemiştir. Fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerin çözümünde öğretmen adayları, temsilleri kullanırken grafikleri doğru çizme, örüntüyü tutarlı oluşturma, cebirsel denkleme veya eşitsizliğe doğru yazma gibi

kisimlarda zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Adaylar kullandıkları temsil çeşitleri arasında yeterli düzeyde ilişki kuramamıştır. Araştırma bulguları genel olarak öğretmen adaylarının bir soru için birden fazla temsil çeşidi kullanmada yetersiz olduklarını ve temsiller arası transfer becerilerinin düşük olduğunu göstermektedir. Çalışmada Matematik öğretmeni adaylarının birçok soru için tek bir çözüm yolu oluşturduğu görölmektedir. Öğretmen adaylarının yanıtları incelendiğinde sadece tek bir temsil türüne odaklandıkları dolayısıyla temsiller arası transferleri çözümlelerinde kullanmadıkları görölmektedir.



BÖLÜM V

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Araştırma kapsamında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonel düşünme içeren problemlerin çözümünde çoklu temsilleri kullanma yeterliklerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda katılımcılara çoklu temsil kullanımına imkân veren sorular yöneltilmiş ve adayların kullandıkları çoklu temsil çeşitleri detaylı biçimde incelenmiştir. Çalışma kapsamında öğretmen adaylarının kullandıkları çoklu temsil çeşitleri, en çok kullandıkları temsil çeşidi, zorlandıkları noktalar ve temsiller arası ilişkilendirme becerileri gibi konularda önemli bulgular ortaya konulmuştur.

Tablo 30

Problemler bazında kullanılan temsil çeşitleri uygunluk durumuna ilişkin yazılı sınav bulgularının özeti (%).

Problemler /Temsil Çeşidi	Reel-kök Problemi	Otoprak Problemi	Hız Problemi	Mandıra Problemi	Oksijen-Gaz Problemi	Yürüyüş Problemi	Zam Problemi	Covid Problemi
Grafik temsil	10,5	2,75	-	26,17	23,3	4,31	3,03	15,50
Cebirsel Temsil	10,5	41,37	27,27	16,10	61,65	81,89	30,30	39,53
Örüntü temsil	5,7	20	-	20,13	6,76	1,72	11,36	3,10
Tablo temsil	-	6,20	-	2,68	3,75	-	1,51	0,77
Sözel temsil	1	18,62	4,54	2,68	3,007	5,17	24,24	22,4

Tablo 30’da görüldüğü üzere (Bakınız, Tablo 30), 1. soru için en çok kullanılan uygun temsil çeşidi %10, 5 ile grafik temsil ve cebirsel temsildir. 2. soru için en çok kullanılan temsil çeşidi %41,37 ile cebirsel temsildir. 3. soru için %27,27 ile cebirsel temsildir. 4.soru için %26, 17 ile grafik temsildir. 5.soru için % 61, 65 ile cebirsel temsildir. 6. Soru için en çok kullanılan temsil çeşidi %81,89 ile cebirsel temsil, 7.soru için %30, 30 ile cebirsel temsil ve son olarak 8. soru için %39,53 ile en çok kullanılan temsil türü cebirsel temsildir. Tablo incelendiğinde araştırma kapsamında en çok kullanılan temsil çeşidinin cebirsel temsil olduğu sonucuna varılmıştır.

Tablo 30’da görüldüğü üzere araştırma sonuçları öğretmen adaylarının en çok kullandığı temsil çeşidinin cebirsel temsil olduğunu göstermektedir. Bu durumun ilköğretimden yükseköğretime kadar geçen eğitim-öğretim süreçlerinde çoğunlukla cebirsel temsil türü ile konu anlatımı ve soru çözümü yapılmış olmasından kaynaklandığı düşünülebilir (MEB, 2009). Ülkemizde yapılan öğrenci seçme ve yerleştirme sınavlarındaki soruların büyük oranda cebirsel temsil çeşidi kullanarak çözülebiliyor olması zaman açısından ekonomiklik sağladığı düşünülebilir. Tablo veya grafik temsil kullanarak çözüm yapılmasının zaman açısından ekonomik olmadığı görüşmeler sonucu çıkarılabilir. Bu durumda bireyleri zaman açısından daha ekonomik olduğu düşünülen cebirsel temsile yönelttiği düşünülebilir. Haliyle çalışma sonucunda en çok tercih edilen temsil çeşidinin cebirsel temsil olması olağan bir durumdur. En az kullanılan temsil çeşidi ise sözel temsildir. Bu durum öğrencilerin sözel temsil bilgi ve becerilerinin yetersiz olmasından kaynaklandığı düşünülebilir. İpek ve Okumuş’un (2012) çalışmasında da sözel temsil kullanımının oldukça az olmasının nedeninin, öğrencilerin matematikte sadece işlem kullanarak çözüme gidileceği düşüncesi olduğu belirtilmiştir.

Bireylerin sözel temsil kullanma becerilerinin istenilen düzeyde olmamasının bir diğer sebebi olarak sözel temsile ağırlık verilerek kavram öğretiminin yapılmaması olduğu Delice ve Sevimli tarafından yapılan çalışmada belirtilmiştir. MEB’e bağlı olarak hazırlanan kaynak kitaplarda da sözel temsil kullanımına yönelik yeterli düzeyde örnek bulunmamaktadır (Delice ve Sevimli, 2010). MEB’in 2009 yılında (MEB, 2009) yayınlamış olduğu kılavuzda çoklu temsil türleri cebirsel temsil, örüntü temsil, tablo temsil ve grafik temsil olarak ayrılmıştır. Bu kılavuzda da sözel temsile yer verilmemiştir. Sözel temsil ile öğretimin yeterli düzeyde olmayışı öğretmen adaylarının da sözel temsil kullanım oranındaki düşüklüğün sebebini açıkladığı düşünülebilir.

Pek çok çalışmada da öğrencilerde tek temsil kullanımının baskın olduğu ifade edilmiştir (Hacıömeroğlu, 2007; Delice ve Sevimli, 2010; İpek ve Okumuş, 2012; Montenegro vd., 2017). Katılımcıların problemleri çözme sürecinde çoğunlukla cebirsel temsil kullanmayı tercih ettikleri görülmüştür. Delice ve Sevimli (2010) öğretmen adaylarının en çok tercih ettiği temsilin cebirsel temsili olduğunu tespit ettikleri çalışma, bu durumla paralellik gösterdiği düşünülebilir. Ayrıca, İncikabı (2016) tarafından ifade edildiği gibi ortaokul matematik ders kitaplarında en çok cebirsel temsile yer veriliyor olması bu durumu açıklamaktadır. Buradan hareketle de

çoğunlukla cebirsel temsile maruz kalan adaylar, en kesin sonucu cebirsel temsilin verdiğini düşünerek cebirsel temsil kullanımına ağırlık vermektedir. Bu çalışmanın alt problemlerinden biri de öğretmen adaylarının fonksiyonel düşünme gerektiren problem çözümlerinde kullandıkları temsil çeşitlerinde yaşadıkları zorluklarıdır. Katılımcılar arasından problem çözümleri sırasında grafik temsilde zorluk yaşayan adaylar çoğunluktadır. Öğretmen adayları bu temsil çeşidinde grafikleri tam olarak nasıl çizecekleri, grafiği koordinat düzleminin hangi noktasından başlatacakları, üstel fonksiyonların grafik çizimleri gibisinden değişik alanlarda zorluk yaşadıkları görülmektedir. Bunun yanı sıra cebirsel temsil kullanımında denklemi ve değişkenleri yazmakta, yorumlamakta zorluk yaşamışlardır.

Yerushalmy ve Gilead (1999) tarafından yapılan çalışmada da belirtildiği gibi sorular farklılaştıkça, adayların bireysel özellikleri ve soruları anlamlandırma düzeyleri değiştikçe kullandıkları çözüm yolu, temsil çeşidi farklılık gösterebilir. Öğrencilere farklı yöntem teknikler kullanarak kazanımlar sunulursa öğrencilerin soruları anlama ve yorumlayabilme becerileri de artabilir. Öğrencilerin okuduklarını anlama, yorumlama ve sahip oldukları kavramsal bilgiler kullanılan temsil çeşitlerini etkilediği fark edilmiştir. Verikios ve Farmaki (2010), fonksiyon temelli bir yaklaşım kullanarak eşitsizlik konusunun öğretilmesi ve öğrenilmesine ilişkin yaptığı çalışmada da eşitsizlik konusunda öğrencilerin zorlandığı tespit edilmiştir. Çalışmamızdaki görüşmeler sırasında da otopark probleminin çözümünde öğrencilerin zorlandığı kısımlardan diğerinin ikinci otoparkın sadece giriş sırasında 6 lira ek ücret gerektirdiğini anlamlandıramamış olmaları tespit edilmiştir. Adaylar soruyu doğru ve olduğu gibi anladıkları müddetçe çözümde problem yaşama ihtimalleri düşebilir. Adayların yeterince temsiller arası transfer yapamamalarının bir nedeni de arada kalan bir temsil çeşidini düşünmeyip dolayısıyla bir sonraki temsile geçememeleri olabilir. Mandıra probleminin çözüm sırasında adayların zorlandığı bir diğer kısım grafik çizimidir. Adaylar sözel olarak verilen başlangıçta dolapta 50 litre süt bulunduğu ifadesini dikkate almayıp grafikleri başlangıç noktası olan 0 noktasından başlatarak çizme yoluna gitmişlerdir. Öğrencilerin bu davranışının Rahmawati vd. (2017) belirttiği gibi sözel temsilin grafik temsile transferinde cebirsel temsil, denklem gibi birden fazla temsil transferinin gerekliliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bazı sorularda grafik temsil kullananların oranı oldukça azdır (*Bakınız; Yürüyüş Problemi Tablo 23*). Bu durum sorunun sözel temsil olarak verilmesi ve adayların soruyu anlamlandırıp yorumlayamamalarından kaynaklı olabilir. Problemin sözel temsil

çeşidinde verilmesi ve grafik temsile geçiş yapılması davranışının Rahmawati vd. (2017) ifade ettiği gibi sözel temsilin grafik temsile transferinde sembolik, denklem, şematik ve sayısal gibi birden fazla temsil transferinin gerekliliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Görüşmeler sırasında adayların bir kısmı yürüyüş yolunun doğrusal olduğunu düşünürken bir kısmı yürüyüş yolunun dairesel olacağını düşünerek problemi çözme yoluna gitmiştir. Bu durum da adayların problem çözme sürecinde yaptıkları işlemleri farklılaştırmıştır (Bakınız Diyalog 5). Zam probleminde en çok başvurulan temsil çeşidi cebirsel (%47, 22) temsildir. En az kullanılan ise tablo temsil (%1,51) olmuştur. Bu oran tablo temsil için istenilen seviyede olmamakla birlikte Adu Gyamfi vd. (2012) çalışmaları ile benzerlik göstermektedir. Verilen tabloları doğru okuyamayan adaylar denklem veya eşitsizlik kuramamışlardır. Tablo temsilden cebirsel temsile geçiş oranı bu sebeple düşüktür. Öğrencilerin tablo temsilinden transferde en çok zorlandıkları temsilin cebirsel temsil olduğu bulgusu ilgili alan yazın tarafından desteklenmektedir (Adu Gyamfi vd., 2012; Presmeg ve Nenduradu, 2005). Bunun yanı sıra tabloyu doğru okuyup, yorumlayan adayların cebirsel temsile geçişte başarılı oldukları görülmektedir. Akkuş ve Çakıroğlu (2006)'na ait çalışma ile bu açıdan paralellik görülmüştür. Ayrıca, Bal (2015), öğretmen adaylarıyla yürüttüğü araştırmada öğretmen adaylarının tablo temsilinden grafik, cebirsel ve sözel temsile transferde oldukça başarılı olduklarını belirlemiştir (Bal, 2015). Covid problemi en çok boş bırakılan (22 kişi) sorudur. Bunun sebebinin son soru olması, dolayısıyla da öğretmen adaylarının zihnen yorulmuş olabileceğinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Araştırmanın bir diğer alt problemi de öğretmen adaylarının temsiller arası ilişkilendirme yapabilme becerileridir. Genel olarak bakıldığında öğretmen adayları temsiller arası geçiş yapmakta zorlanmışlardır. Buna istinaden öncelikle soru bazında kullanılan temsillerin çeşitlilik durumu incelenmiştir. Bu kapsamda temsil çeşitliliğinin en fazla olduğu soru %41,9 ile dördüncü sorudur. Bu oran 3. ve 4. sınıfta öğrenim görmekte olan matematik öğretmen adayları için oldukça düşüktür. Çünkü adaylara yöneltilen soruların tamamı fonksiyonel düşünme kullanımı gerektiren dolayısıyla da farklı temsil çeşidi kullanımına olanak sunan sorulardır. Bu sebeple öğretmen adaylarının temsiller arası transfer becerisinin daha yüksek olması beklenmiştir. Fakat beklenen düzeyde transfer gerçekleşmemiştir. Fonksiyonel düşünme temsil kullanımına olanak sağlar fakat bulgular sonucunda adayların fonksiyonel düşünme becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı görülmüştür. Bir kısım adaylar bir değişkenin

diğer bir değişkeni etkileyebileceğini düşünmemiş olmaları soruların çözümünde zorlandıklarını göstermiştir. Öğrencilerin fonksiyonel düşünme becerilerinin gelişmesine bağlı olarak çoklu temsil kullanımlarının da gelişeceği düşünülmüştür. Bulgulardan hareketle örneğin covid problemi için birçok aday tablo temsilden üstel fonksiyona oradan da grafik temsile geçiş yapmaları beklenirken bu oran beklenen düzeyde olmamıştır. Temsiller arası transfer becerisinin düşük olması yazılı sorularının ontolojik yapısından kaynaklı olabilir. Çünkü problemler değişikçe adayların kullandıkları temsil çeşidi de değişmiştir. Bu durumu Akkoç'un (2006) çalışması da destekler niteliktedir. Transfer becerisinin düşük olmasının diğer bir nedeni adayların sahip oldukları bilişsel bilgilerin yetersizliği de olabilir. Mülakatlar sırasında bazı adayların üstel fonksiyon grafiği çizmeyi bilmediği ortaya çıkmıştır. Bu kavramsal bilginin eksikliği de temsiller arası transfer yapmayı engellemiştir. Bu durumun önüne geçmek için konu öğretiminde farklı yöntemlere ve materyallere başvurularak konu öğretimi daha faydalı olabilir. Nitekim Verikios ve Farmaki (2010) çalışmalarında konu öğretiminde farklı yöntem ve strateji kullanımının temsil kullanımını arttıracaklarını savunmuştur. Bunların dışında adayların yazılı sınav sırasında içinde bulundukları mevcut psikolojik durumlarının da temsil çeşidi kullanımında etkisi olduğu düşünülmüştür. Çünkü adaylar yazılı sınavda hiç başvurmadıkları temsil çeşitlerine mülakatlar sırasında başvurmuştur.

Soruların tamamı için birden fazla temsil çeşidi kullanan adayların oranın beklenen seviyenin altında olduğu tespit edilmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının temsiller arası geçiş yapma yeterlilikleri, temsil çeşitleri arasında ilişkilendirme yapabilme becerileri düşüktür. Adayların en çok diğer temsil türlerinden cebirsel temsile geçiş yaptıkları ve en az tablo temsile geçiş yaptıkları tespit edilmiştir. Görüşmeler sırasında adaylar tablo temsilin çok fazla zaman kaybına neden olduğunu bu sebeple tercih etmek istemediklerini belirtirken, cebirsel temsillerde daha kesin, net sonuç aldıklarını ifade etmişlerdir. Bu bulgular Gürbüz ve Şahin'in (2015) yaptığı çalışmanın sonuçlarıyla uyumluluk içermektedir. Gürbüz ve Şahin (2015), yürüttükleri çalışmada sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmalarında öğrencilerin çoklu temsil testleri incelenmiş temsil arası geçiş becerilerinin istenilen düzeyde olmadığı tespit edilmiştir. Araştırma sonucunda öğrencilerin en çok diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte, en az ise diğer temsil türlerinden tabloya geçişte zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir.

Temsiller arası ilişkilendirme yapma becerisinde sözel temsil eksikliği fark edilmiştir. Her bir soru bazında öğretmen adaylarının geneli sözel temsil kullanmamıştır. Sözel temsil, kavramların farklı kavramlar kullanılarak ifade edilmesidir. Örneğin; $\frac{2}{5}$ kesrinin, iki bölü beş, beşte iki veya sıfır tam onda dört şeklinde ifade edilebilmesi ve bunların aynı anlama geldiğinin bilincinde olunması olarak ifade edilebilir.

Kısaca matematik öğretmeni adaylarının temsiller arası transfer becerilerinin düşük seviyede olduğu belirlenmiştir. Bu bulgu, literatürde yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006; Gürbüz ve Şahin, 2015; İpek ve Okumuş 2012; Mourad, 2005; Sert, 2007). Örnek verecek olursak, Kardeş ve diğerleri (2012) matematik öğretmen adaylarının lineer denklem sistemlerine ait temsil dönüşüm başarılarını incelemiştir ve öğretmen adaylarının temsilleri transfer etme becerisinin düşük olduğunu tespit etmiştir. Adaylar temsiller arası geçişte zorluk yaşamıştır. Ortaokuldan itibaren ders kitaplarında cebirsel ve sözel temsile ağırlık verilmektedir. Buna rağmen adaylar cebirsel ve sözel temsile geçişler de dahi problem yaşamıştır. Bu temsillerin birbirlerine transferinde başarılı olamama nedeninin öğretmen adaylarının kavramsal hataları, yorum hataları, uygulama hataları olduğu düşünülmektedir. Özellikle fonksiyonel düşünme gerektiren problemlerde adayların değişkenler arasındaki ilişkiyi fark etme becerilerinin de temsiller arası transfer yapmalarını etkilediği düşünülmektedir. Görüşme yapılan öğretmen adaylarından yazılı sınavda çözüm üretemeyen veya yazılı sınavda tek temsil kullanan görüşme sırasında farklı temsil türlerini de kullandıkları görülmüştür. Görüşme yapılan adaylar, eğitim hayatları boyunca çoktan seçmeli sınava tabii tutuldukları için temsilleri çeşitlendirme de sorun yaşamıştır. Genel olarak tek temsil kullanıp soruyu bitirmeye yönelmiştir. Bunun sebebi sınavların zaman kısıtlaması düşüncesidir. Adaylar, zamanında bitirmek için en kısa yolu tercih edip, birden fazla yola başvurmadan soruyu tamamlama düşüncesindedirler. Bu durumda temsiller arası ilişkilendirme yapma isteğini düşürmüştür.

Çalışma sonucunda problem çeşitleri farklılaştıkça kullanılan çoklu temsil türlerinin de farklılaştığı gözlemlenmiştir. Her problem için farklı temsil türlerinden sonuca daha hızlı ulaşmayı sağlayan veya genel olarak her öğrencinin aklına farklı sorularda farklı temsil çeşitlerinin gelmesi problemlerin ontolojik yapısıyla da ilgilidir. Örneğin tablo temsil olarak verilen bir problemde bir öğrenci grafik temsile yönelirken

bir diğeri cebirsel temsile yönelebilir. Bunun sebebinin bireysel farklılıklardan kaynaklandığı düşünülebilir. Bireysel farklılıklara önem veren her eğitimcinin birden fazla temsil kullanmasının öğretim sürecinde kavramsal bilgi kazanılması için önemli olduğu düşünülebilir. Farklı stratejiler, farklı temsiller kullanılarak cebir öğrenimdeki zorluğun önüne geçilebileceği düşünülmüştür. Öğrencilerin öğrenmekte güçlük çektiği veya kavram yanlışlarının fazla olduğu konuların anlatımında farklı temsil kullanımına ağırlık verilebilir. Çünkü her bireyin öğrenme şekli birbirinde farklıdır. Birbirleri arasında ilişkilendirme yapılan çözüm yollarında bireyler kendilerine uygun olan çözüm yöntemini fark edip diğer yöntemlerle ilişkilendirerek problem çözme becerilerini geliştirebilirler.

Araştırma sonucunda öğretmen adayları temsiller arası ilişkilendirme yapmada zorlandığı tespit edilmiştir. Bu zorlukların önüne geçilmesi için çoklu temsil kullanımına öğretimin her kademesinde önem verilmesi gerektiği düşünülmektedir. Çünkü çoklu temsil kullanımı ile bireyler birden fazla ve birbirinden farklı çözüm yolu görmüş olabilir. Bu durumda bireyler açısından kavramların zihinlerindeki imajlarının gelişmesi ve netleşmesine olanak sunabilir. Her bir sorunun yalnızca bir çözüm yolu olmadığı birden fazla çözüm yolu olduğunun fark edilmesi problem çözme becerisini, matematiksel kavramları anlama, yorumlama becerilerini geliştirdiği düşünülmektedir. Tek bir çözüm yoluna odaklanan birey, kendini kısıtlayıp, soruya farklı açılardan bakamayabilir. Bu durumda problem çözme becerisinin ve matematiksel düşünme becerisinin önündeki en büyük engellerden biri olduğu düşünülebilir. Bütün bunlardan yola çıkarak, eğitim-öğretimin her kademesinde sözel temsil, grafik temsil, cebirsel temsil, örüntü temsil ve tablo temsil kullanılarak kavram öğretimi gerçekleştirilmesi önerilebilir. Birden fazla temsil türü kullanımı yapılandırıcı yaklaşımla birlikte bireysel farklılıklara yönelik ders anlatımını da destekler nitelikte olduğu düşünülmektedir. Günümüzde birden farklı temsil yöntemi kullanımına olanak sağlayan teknolojik araç-gereç ve uygulamalar mevcuttur (Geogebra, Wordwall, Cabri, Mathcad gibi). Her kademenin kendi düzeyine uygun materyal kullanımı ile konu anlatımları desteklenerek temsil kullanımının önemi kazandırılmalıdır.

KAYNAKÇA

- Adıgüzel, T. ve Akpınar, Y. (2004). Improving school children's Mathematical word problem solving skills through computer-based multiple representations. *Association for Educational Communications and Technology; 27th, Chicago, IL, October 19-23.*
- Adu Gyamfi, K., Stiff, L.V. ve Bossé, M. J. (2012). Lost in translation: examining translation errors associated with mathematical representations. *School Science and Mathematics, 112*(3), 159–170. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00129.x>
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and instruction, 16*(3), 183-198.
- Akkan, Y. (2016). Cebirsel düşünme. İçinde E. Bingölbalı, S. Arslan & İ.Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 43-62). Pegem Akademi Yayınları.
- Akkoç, H. (2006). Concept images evoked by multiple representations of functions. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi - Hacettepe University Journal of Education, 30*, 1-10.
- Akkuş, O. ve Çakıroğlu, E. (2006). Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerle ilgili cebirsel işlemlerde çoklu temsil kullanımları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*,13-24.
- Altun, M. (2005). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim Matematik öğretmenleri için Matematik öğretimi*. Aktüel Yayınları.
- Altun, M. (2016). *Matematik Öğretimi*. Alfa Akademi.
- Amit, M. ve Neria, D. (2008). “Rising to the challenge”: using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *The International Journal on Mathematics Education, 40*, 111-129. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0069-5>
- Andrá, C., Lindström, P., Arzarello, F., Holmqvist, K., Robutti, O. ve Sabena, C. (2015). Reading mathematics representations: An eye-tracking study. *International Journal of Science and Mathematics Education, 13*, 237-259. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9484-y>
- Aytaçlı, B. (2012). Durum çalışmasına ayrıntılı bir bakış. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 3*(1), 1-9.
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi* (Tez No. 322083) [Yüksek Lisans, Eskişehir Osman Gazi Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi*. Bilge Matbaacılık.

- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya Matematik Eğitimi*. Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Bal, A. P. (2015). Skills of using and transform multiple representations of the prospective teachers. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 197 (2), 582–588. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.07.197>
- Baroody, A. J. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Routledge Publications. <https://doi.org/10.4324/9781410602084>
- Baş, S., Erbaş, A. K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin dokuzuncu sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme yapılarıyla ilgili bilgileri. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 36 (159), 41-55.
- Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (2), 465-482.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi 5-8. sınıflar* (2. baskı). Pegem Akademi Yayınları.
- Blanton, M. ve Kaput, J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M. Hoines & A. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, 2, 135-142.
- Bossé, M. J. Adu Gyamfi, K. ve Cheetham, M. R. (2011). Assessing the difficulty of mathematical translations: Synthesizing the literature and novel findings. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 6(3), 113–133. <https://doi.org/10.29333/iejme/264>
- Bossé, M., Adu Gyamfi, K. ve Chandler, K. (2014). Students' differentiated translation processes. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 828, 1-28.
- Brawner, B. F. (2001). *A function-based approach to algebra: its effects on the achievement and understanding of academically disadvantaged students* (Tez No. 3008287). [Ph. D. thesis, The University of Texas at Austin]. Proquest.
- Brown, A. P. (2008). A review of the literature on case study research. *Canadian Journal for New Scholars in Education*, 1(1), 1-13.
- Creswell, W. J. (2007). *Qualitative inquiry and research design choosing among five traditions*. Sage Publications, Thousand Oaks, 1-403.
- Çelik, D. (2016). Matematiksel düşünme. İçinde E. Bingölbalı, S. Arslan & İ.Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 17-40). Pegem Akademi Yayınları.

- Çelik, D. ve Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250.
- Çetin, H., ve Aydın, S., (2020). The effect of multiple representation based instruction on mathematical achievement: a meta-analysis. *International Journal of Educational Research Review*, 5 (1), 26-36. <https://doi.org/10.24331/ijere.647531>
- Çıkla Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude towards mathematics, and representation preference*. [Ph. D. thesis, Doctoral Program Middle East Technical University]. Proquest.
- Dede, Y. (2007). Matematik öğretiminde değerlerin yeri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7 (1), 12-25.
- Dede, Y. ve Argün, Z., (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Delice, A. ve Sevimli, E. (2016). Matematik eğitiminde çoklu temsiller. İçinde E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 519-535). Pegem Akademi.
- Delice, A., ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(1), 111-149.
- Dikkartın- Övez, F. T. ve Aydın-Çınar, B. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesi. *BAUN Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 483-502. <https://doi.org/10.25092/baunfbed.418622>
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: a guide for teachers, grades 6-10*. Heinemann, 361 Hanover Street, Portsmouth, NH 03801-3912.
- Duncan, J. (2010). The multiple-demand (MD) system of the primate brain: mental programs for intelligent behaviour. *Trends in cognitive sciences*, 14(4), 172-179.
- Duval, R. (1999). Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. In F. Hitt & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the XXI Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 3-26). Columbus: ERIC.
- Erbaş, A. K. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET*, 4(4),88-92.
- Ergene, B. (2011). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan bilgilerinin çoklu temsiller bileşeninde incelenmesi* (Tez No. 298582).[Yüksek Lisans, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Eroğlu, D. ve Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9 (1), 275-307. <https://doi.org/10.17522/nefemed.53039>
- Ersoy, Y. ve Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup Türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 4(1), 18-39.
- French, D. (2002). *Teaching and learning algebra*. Continuum. <https://doi.org/10.5040/9781350933972>
- Friedlander, A. ve Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In A. A. Cuoco ve F. R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp.173-185). NCTM Publications.
- Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* (Tez No. 206195). [Yüksek Lisans, Uludağ Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Gürbüz, R. ve Şahin, S. (2015). 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23 (4), 1865-1884.
- Hacıömeroğlu, E. S. (2007). Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus (Tez No. 87456). [Doctoral dissertation, Department of Middle & Secondary Education, Florida State University].
- Hiebert, J. ve Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 65, 97-112.
- İncikabı, S. (2016). *Ortaokul matematik ders kitaplarının farklı temsilleri kullanım biçimlerinin araştırılması* (Tez no. 447041). [Yüksek Lisans, Kastamonu Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi
- İlhan, M., Oral, B. ve Kinay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34 (34), 33-46.
- İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(1), 66-81.
- İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.

- İspir, O. ve Palabıyık, U. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30 (30) , 111-123.
- Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical behavior*, 17(2), 265-281.
- Karasar, N. (2005). *Bilimsel araştırma yöntemi* (15. Baskı). Nobel Yayın Dağıtım.
- Kardeş, D. (2010). *Matematik Öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri çözüm süreçlerinin öz-yeterlik algısı ve çoklu temsil bağlamında incelenmesi* (Tez No. 264144). [Yüksek Lisans, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Kardeş, D., Aydın, E. ve Delice, A. (2012). Öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri konusundaki temsil dönüşüm başarıları. X. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi* (ss. 7 – 14).
- Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 657-675. <https://doi.org/10.14686/buefad.309000>
- Kaya, D. ve Keşan, C. (2018). Çoklu temsil temelli cebir öğretimin matematiğe yönelik tutuma etkisi. *KSBD*, 10(18), 1-22.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D., ve Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*.7(1),142-163.
- Keller, B. A. ve Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(1), 1-17. <https://doi.org/10.1080/0020739980290101>
- Kendal, M. (2001). *Teaching and learning introductory differential calculus with a computer algebra system* (Tez No.3690743). [Doctoral Thesis]. The University Of Melbourne.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In: D.A. Grouws (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Macmillan Publishing Company.
- Kieran, C. (2004). The core of algebra: reflections on its main activities. In K. Stacey, H. Chick & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (pp.21-34). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer. https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6_2
- Kieran, C. ve Chalouh, L. (1993). The transition from arithmetic to algebra. In D.T. Owens (ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 179-198). Macmillan Publishing Company.

- Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 87-106) Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_6
- Lesh, R., ve Kelly, A. (2000). Multi-tiered teaching experiments. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 197–230). Amsterdam, Netherlands: Kluwer.
- MEB. (2006). *İlköğretim matematik dersi 6. sınıf öğretim programı*. Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı, Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu, talim ve terbiye kurulu başkanlığı*. 12.05.2021 tarihinde <http://talim-terbiye.mebnet.net/> sayfasından erişilmiştir.
- MEB. (2018). *İlköğretim matematik dersi (1- 8. sınıflar) 16 öğretim programı*. 16.08.2021 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr> sayfasından erişilmiştir.
- Montenegro, P., Costa, C., ve Lopes, B. (2017). Transformações de representações visuais de múltiplos e divisores de um número. *Comunicações*, 24(1), 55-71. <https://doi.org/10.15600/2238-121X/comunicacoes.v24n1p55-68>
- Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom* (Thesis Number. 726423), [Master's Thesis, San Jose State University]. <https://doi.org/10.1016/j.jaci.2012.05.050>
- National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. *National Council of Teachers of Mathematics*, 1–6.
- Ozgun-Koca, S. A. (2001). *The graphing skills of students in mathematics and science education*. <http://www.gpoaccess.gov/eric/200211/ed464804.pdf>. Adresinden erişilmiştir.
- Özmantar, M. F., Akkoç, H., Bingölbali, E., Demir, S., ve Ergene, B. (2010). Pre-service mathematics teachers' use of multiple representations in technology-rich environments. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 6(1), 19-36.
- Paker, T. (2017). Durum çalışması. İçinde F. N. Seggie ve Y. Bayyurt (Ed.), *Nitel araştırma: Yöntem, Teknik, Analiz ve Yaklaşımları* (ss. 119-134). Anı Yayıncılık.
- Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 21(3), 1-29.
- Presmeg, N. ve Nenduradu, R. (2005). An investigation of a preservice teacher's use of representations in solving algebraic problems involving exponential

relationships. *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 105–112.

- Rahmawati, D., Purwanto, P., Subanji, S., Hidayanto, E. ve Anwar, R. B. (2017). Process of mathematical representation translation from verbal into graphic. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 12(4), 367–381. <https://doi.org/10.29333/iejme/618>
- Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: what do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 179-214.
- Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills in translating among different representations of algebraic concepts* (Tez No. 218060). [Yüksek Lisans, Middle East Technical University]. Ulusal Tez Merkezi.
- Sevimli, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi* (Tez No. 250855). [Yüksek lisans, Marmara Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Stacey, K. ve MacGregor, M. (1997). Building foundations for algebra. *Mathematics teaching in the middle school*, 2(4), 252-260.
- Sterritt, N. (2012). *An investigation into the effects of introducing algebra using a function-based approach*. [Master Thesis, University of Limerick].
- Subaşı, M. ve Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Swafford, J. O. ve Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 81–112. <https://doi.org/10.2307/749821>
- Tabach, M. ve Friedlander, A. (2017). Algebraic procedures and creative thinking. *ZDM Mathematics Education*, 49, 53–63. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0803-y>.
- Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). The strategies of using the generalizing patterns of the primary school 5th grade students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(3), 1485-1497.
- Tanışlı, D., Yavuzsoy Köse, N. ve Camci, F. (2017). Matematik öğretmen adaylarının örüntüler bağlamında genelleme ve doğrulama bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi- Journal of Qualitative Research in Education*, 5(3), 195-222. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.5c3s9m>
- Toluk Uçar, Z. (2015). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 24(3), 1149-1164.

- Usta, N. ve Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 6 (3) , 427-453.
- Van de Walle, J. A., Karp, K., ve Bay-Williams, J. M.(2011). *İlkokul ve Ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (7. baskı). (Çev. Edit. S. Durmuş). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L. ve Onghema, P. (2002). The impact of pre-service teachers' content knowledge on their evaluation of students' strategies for solving arithmetic and algebra word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 319–351. <https://doi.org/10.2307/4149957>
- Verikios, P., ve Farmaki, V. (2010). From equation to inequality using a functionbased approach. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(4), 515-530. <https://doi.org/10.1080/00207390903564611>
- Wang, X. (2015). The literature review of algebra learning: focusing on the contributions to students' difficulties. *Creative Education*, 6(2), 144–153. <https://doi.org/10.4236/ce.2015.62013>
- Yakut Çayır, M. ve Akyüz, G. (2015). 9. Sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi NEF*, 9(2),205-229. <https://doi.org/10.17522/nefefmed.66921>
- Yenilmez, K. ve Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9 (15), 229-246.
- Yerushalmy, M. (1999). Gilead, S. Structures of Constant Rate Word Problems: A functional approach analysis. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 185–203. <https://doi.org/10.1023/A:1003793926216>
- Yerushalmy, M. (2000). Problem solving strategies and mathematical resources: A longitudinal view on problem solving in a function based approach to algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 125–147. <https://doi.org/10.1023/A:1017566031373>
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (10. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme* (3. Basım). Remzi Kitabevi.

EKLER

EK 1: Etik Komisyonu Onay Bildirimi

BAŞVURU NO: 398	
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU PROJE ONAY FORMU	
Projenin Adı	“İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünce İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi”
Projenin Niteliği	Yüksek Lisans/Uzmanlık/Doktora Tezi
Proje Araştırmacıları	Şeyma ÇATALKAYA (Sorumlu Araştırmacı) İbrahim BAYAZIT (Danışman)
Sorumlu Araştırmacının Haberleşme Bilgileri	Şeyma ÇATALKAYA (Sorumlu Araştırmacı) İbrahim BAYAZIT (Danışman)
KARAR: Etik Kurulumuza başvuran <i>Şeyma ÇATALKAYA’nın, “İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünce İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi”</i> adlı çalışması değerlendirilerek aşağıdaki sonuca ulaşılmıştır. Proje etik açıdan uygun bulunmuştur. ☒ Projenin etik açıdan geliştirilmesi gerekmektedir. ☐ Proje etik açıdan uygun bulunmamıştır. ☐ 26/10/2021	
ADI SOYADI	
Etik Kurul Başkanı	Prof. Dr. Atabey KILIÇ
Etik Kurul Başkan Yrd.	Prof. Dr. Kasım KARAMAN
Üye	Prof. Dr. Celal YILDIZ
Üye	Prof. Dr. Mustafa KARAGÖZ
Üye	Prof. Dr. Hakan AYDIN
Üye	Prof. Dr. Mikail AKBULUT
Üye	Prof. Dr. Habibe ŞAHİN
Üye	Prof. Dr. Ahmet HASKÖSE
Üye	Doç. Dr. Burak ADIGÜZEL

EK 2: Araştırma İzni

Evrak Tarih ve Sayısı: 07.09.2021-111770



T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı

Sayı : E-14065294-044-111770
Konu : Araştırma İzni (Şeyma
ÇATALKAYA)

07.09.2021

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) Eğitim Fakültesi Dekanlığı'nın 03.09.2021 tarihli ve 109839 sayılı yazısı.
b) 01/09/2021 tarihli ve 107285 sayılı yazınız.

Enstitünüz Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden 4050630027 numaralı Şeyma ÇATALKAYA'nın "İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünce İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi" adlı tez çalışması kapsamında Üniversitemiz Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü öğrencilerine yazılı sınav ve mülakat yapma talebi uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Recai KILIÇ
Rektör Yardımcısı

Ek:İlgi (a) yazı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSLN992C0J Pin Kodu :12342

Adres:Köşk Mahallesi Kutadgu Bilig Sokak No:1 38030 Melikgazi KAYSERİ
Telefon:+90 352 437 49 47 Faks:+90 352 437 20 23
e-Posta:ogrenci@erciyes.edu.tr Web:http://ogrisl.erciyes.edu.tr
Kep Adresi:erciyesuni@hs01.kep.tr

Belge Takip Adresi : http://ebys.erciyes.edu.tr/enVision-Sorgula/validate_doc.aspx?eD=BSLN992C0J&eS=111770

Bilgi için: Bekir Yılmaz
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni
Tel No: 0352 207 66 66-10500

Tarih ve Sayısı: 03.09.2021-109839



T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Fakültesi Dekanlığı
İdari İşler Birimi



Sayı : E-35312859-044-109839
Konu : Araştırma İzni (Şeyma ÇATALKAYA)

03.09.2021

REKTÖRLÜK MAKAMINA
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : 02.09.2021 tarihli ve 108961 sayılı yazınız

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden 4050630027 numaralı Şeyma ÇATALKAYA'nın "İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünce İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi" adlı tez çalışması kapsamında Fakültemiz İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü öğrencilerine yazılı sınav ve mülakat yapabilmeleri Dekanlığımız tarafından uygun görülmüştür.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Prof.Dr. İbrahim BAYAZIT
Dekan

Ek:Bölüm yazısı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSVN9ZV5R6 Pin Kodu :79772

Belge Takip Adresi : http://ebys.erciyes.edu.tr/enVision-Sorgula/validate_doc.aspx?eD=BSVN9ZV5R6&eS=109839

Adres:Yenidoğan Mahallesi Hulusi Behçet Caddesi 38280 Talas KAYSERİ
Telefon:+90 352 437 32 06 Faks:+90 352 437 88 34
e-Posta:egitim@erciyes.edu.tr Web:http://egitim.erciyes.edu.tr
Kep Adresi:erciyesuni@hs01.kep.tr

Bilgi için: Nafiye Çuhadar
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni
Tel No: 37007



Ek Tarih ve Sayısı: 03.09.2021-109809



T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Fakültesi Dekanlığı
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölüm Başkanlığı



Sayı : E-65639063-044-109809
Konu : Araştırma İzni (Şeyma
ÇATALKAYA)

03.09.2021

EĞİTİM FAKÜLTESİ DEKANLIĞINA

İlgi : Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı'nın 02.09.2021 tarihli ve E-14065294-044-108961 sayılı yazısı.

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden 4050630027 numaralı Şeyma ÇATALKAYA'nın "İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Fonksiyonel Düşünce İçeren Problemlerin Çözümünde Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin İncelenmesi" adlı tez çalışması kapsamında Bölümümüz İlköğretim Matematik Öğretmenliği öğrencilerine yazılı sınav ve mülakat uygulama talebi bölüm başkanlığımızca uygun bulunmuştur.

Bilgilerinizi ve gereğini arz ederim.

Prof.Dr. Danyal SOYBAŞ
Bölüm Başkanı

Belge Doğrulama Kodu :BSVN9Z2A16 Pin Kodu :94413

Belge Takip Adresi : http://ebys.erciyes.edu.tr/enVision-Sorgula/validate_doc.aspx?eD=BSMN9ZSVTH&eS=109809

Adres:Yenidoğan Mahallesi Hulusi Behçet Caddesi 38280 Talas KAYSERİ
Telefon:+90 352 437 32 06 Faks:+90 352 437 88 34
e-Posta:egitim@erciyes.edu.tr Web:http://egitim.erciyes.edu.tr
Kep Adresi:erciyesuni@hs01.kep.tr

Bilgi için: Gülnaz Ercan
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni

Tel No: 0



EK 3: Anket Formu

Fonksiyonel Düşünme Gerektiren Problem Çözmede Çoklu Temsilleri Kullanma Testi

Sevgili öğretmen adayları; bu problem testi Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü bünyesinde yapmış olduğum yüksek lisans tezi kapsamında öğretmen adaylarının problem çözerken çoklu temsilleri nasıl kullandıklarının belirlenmesi amacıyla hazırlanmıştır. Bilimsel etik gereği yanıtlarınız kimse ile paylaşılmayacak, sadece bu araştırmada akademik amaçla kullanılacaktır. Bu araştırmadan elde edilecek verilerin geçerliliği ve güvenilirliği için problemlere ciddiyetle cevap vermeniz ve her bir problem için aklınıza gelen tüm çözüm yollarını kullanmanız, bizim için önem arz etmektedir. Aşağıda verilen soruların altında yer alan boşluklara soruların çözümlerini yaparak, nasıl çözdüğünüzü belirtiniz. Soruların çözümleri ile ilgili düşüncelerinizi ayrıntılı olarak yazınız. Çalışmaya sağladığınız katkı dolayısıyla teşekkürler...

Şeyma ÇATALKAYA

Ad Soyad:

Okul/Bölüm/Sınıf:

Soru 1. $x^2 = 2^x$ denkleminin kaç tane reel kökü vardır? Nasıl bulduğunuzu ayrıntılı olarak açıklayınız.

Soru 2. Yan yana iki otopark bulunmaktadır. Bu otoparkların birbirinden farklı ücret tarifeleri mevcuttur. Birinci otoparkta her bir saat için 2,7 lira ücret alınır. İkinci otopark için ise saat başına 2 lira ve giriş için ek 6 lira ücret alınmaktadır.

Otoparkı kullanacak olan araç sahipleri için en avantajlı teklif hangisidir? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

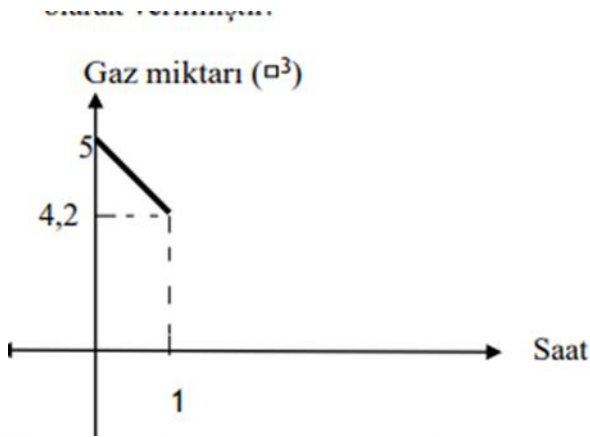
Soru 3.

Ali ve Veli isimli iki çocuk, parktan çıkıp okula doğru gitmek istiyorlar. Aynı noktadan ve aynı anda harekete başlıyorlar. Ali'nin zamanın ilk yarısında V1 hızıyla, ikinci yarısında V2 hızıyla gittiği biliniyor. Veli'nin ise yolun ilk yarısını V1 hızıyla, yolun diğer yarısını V2 hızıyla gittiği biliniyor. Buna göre okula kim daha önce ulaşır? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız. [Leikin ve Lev'den (2007) uyarlanmıştır].

Soru 4. Bir mandırada sütler 920 litre kapasiteli soğuk dolaplarda saklanmaktadır. Pazartesi günü dolapta 50 litre süt vardır. Süt miktarının günlere göre değişimi $y = 50 + 30x$ şeklinde ifade edilmektedir. Bu ifadede x inekten bir günde elde edilen süt miktarı, y değişkeni de buzdolabındaki süt miktarıdır. Bir inek günde 6 litre süt verdiğine göre buzdolabındaki süt miktarının zamana göre değişimini farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

SORU 5.

Aşağıda bir oksijen kaynağı tüpündeki gazın zamana bağlı değişimi doğrusal grafik olarak verilmiştir.



Tüpteki gaz kaç saat sonra biter? Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

SORU 6.

Yürüyüş yapmayı seven Ahmet, hafta sonu evinin yakınlarındaki yürüyüş parkuruna gitmiştir. 3500 m uzunluğundaki yürüyüş parkurunun 200 m yazısının olduğu yerden parkura giriş yapmıştır. Ahmet'in yürüyüş hızı 80 m/dk olduğuna göre;

Ahmet'in yürüyüşe başladıktan 5 dakika sonra, parkurun başlangıç noktasına olan uzaklığını farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

SORU 7.

Bir fabrika sahibi çalışanlarına zam yapmak istiyor. Bu amaçla çalışanlarına iki farklı yöntem sunuyor. Birinci yöntemde maaşlarına belli bir oranda zam yapılırken, ikinci yöntemde sabit bir ücret tutarında zam uygulanıyor. Tabloda iki farklı yönteme göre maaş zamlarından örnekler verilmiştir. Tabloda 1. ve 2. yöntemlere göre uygulanacak zamlı maaşlara örnekler verilmiştir.

	Maaş	Zamlı Maaş
A yöntemi	400	480
	700	840
B yöntemi	400	500
	700	800

Tablodaki verilerden yararlanarak 1. ve 2. yöntemin maaşlar üzerindeki etkisini belirleyerek hangi yönteminin avantajlı olduğunu bulunuz. Farklı temsiller kullanarak açıklayınız.

SORU 8.

Sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumuna göre Covid-19'un insanlara bulaşma sayısı değişkenlik göstermektedir. Aşağıdaki tabloda haftalık bazda 1 kişiden kaynaklı yeni enfekte olan kişi sayısı gösterilmektedir.

Sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumu	Başlangıç	Yeni Enfekte Olan Kişi Sayısı			
		1. hafta	2. hafta	...	5. hafta
Sosyal mesafe kurallarına uyulmaması durumunda	1 Kişi	8	64	...	32768
Sosyal mesafe kurallarına uyulması durumunda	1 Kişi	4	16	...	1024

Yukarıdaki tabloya göre sosyal mesafe kurallarına uyulma/uyulmama durumuna göre yeni enfekte olan kişi sayıları arasındaki ilişkileri farklı temsiller kullanarak açıklayınız.



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı:	Şeyma ÇATALKAYA
Uyruğu:	Türkiye (T. C.)

EĞİTİM

Derece	Kurum	Mezuniyet Tarihi
Yüksek Lisans	Erciyes Üniversitesi, Matematik Eğitimi	2023
Lisans	Erciyes Üniversitesi, İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2019
Lise	Hidayet Aydoğan Anadolu Öğretmen Lisesi, Kayseri	2015

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görev
2020-Halen	Necip Fazıl Kısakürek İmam Hatip Ortaokulu, Yozgat	Matematik Öğretmeni
2019-2020	Ş.Ahmet Cihan Kilci Ortaokulu, Kayseri	Matematik Öğretmeni

YABANCI DİL

İngilizce

YAYINLAR

Bayazıt, İ. ve Çatalkaya, Ş. (2022). “Matematik Öğretmen Adaylarının Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin”, 12. Uluslararası Sosyal Araştırmalar ve Davranış Bilimleri Konferansı (SADAB), Özet Metin Bildiri Kitabı. 12-13 Kasım 2022. Antalya/ TÜRKİYE, ss. 59.