

**BAZI UZAYLARDA JORDAN TOTIENT MATRİSİNİN ETKİ ALANI
VE JORDAN TOTIENT ÇEKİRDEĞİ**

GİZEMNUR ÖRNEK

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN
DOÇ. DR. MERVE İLKHAN KARA**

DÜZCE, 2023

T.C.
DÜZCE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**BAZI UZAYLARDA JORDAN TOTİENT MATRİSİNİN ETKİ ALANI
VE JORDAN TOTİENT ÇEKİRDEĞİ**

Gizemnur ÖRNEK tarafından hazırlanan tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından Düzce Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA
Düzce Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA
Düzce Üniversitesi

Doç. Dr. Canan HAZAR GÜLEÇ
Pamukkale Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Pınar ZENGİN ALP
Düzce Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 13/07/2023

BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve etik kurallar içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını beyan ederim.

13 Temmuz 2023

Gizemnur ÖRNEK

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının her bir detayında benden hiçbir zaman ilgisini, bilgisini ve yardımını esirgemeyip bana bu yolda her zaman önderlik eden pek kıymetli hocam Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA'ya en samimi ve içten duygularıyla teşekkürlerimi sunarım.

Öğrenim hayatım boyunca bu alanı seçmemde etkili olan ablam Seçil'e, güler yüzlerini ve desteklerini bana her zaman gösteren eşim Şafak'a ve çok sevgili canım anneme teşekkür ederim.

13 Temmuz 2023

Gizemnur ÖRNEK

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
SİMGELER	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ	1
2. TEMEL KAVRAMLAR	3
3. f UZAYINDA Υ^r MATRİSİNİN ETKİ ALANI VE JORDAN TOTIENT ÇEKİRDEĞİ.....	11
4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	18
5. KAYNAKLAR.....	19
ÖZGEÇMİŞ.....	23

SİMGELER

bs	Sınırlı seri teşkil eden dizilerin uzayı
$\mathbb{C}$	Karmaşık sayılar kümesi
c	Yakınsak dizilerin uzayı
cs	Yakınsak seri teşkil eden dizilerin uzayı
c_0	Sıfıra yakınsak dizilerin uzayı
$\text{Çek}M$	M operatörünün sıfır uzayı (çekirdeği)
f	Hemen hemen yakınsak dizilerin uzayı
f_0	Hemen hemen sıfıra yakınsak dizilerin uzayı
J_r	Jordan fonksiyonu
$\mathbb{K}$	Gerçel veya karmaşık sayılar cismi
l_p	Mutlak p-yakınsak seri teşkil eden dizilerin uzayı
l_∞	Sınırlı dizilerin uzayı
$\mathbb{N}$	Doğal sayılar kümesi
$\mathbb{R}$	Gerçel sayılar kümesi
st	İstatiksel olarak yakınsak tüm dizilerin uzayı
st_0	İstatiksel olarak sıfıra yakınsak tüm dizilerin uzayı
$(U : V)$	U uzayından V uzayına matris sınıfı
$(U : V)_{reg}$	U uzayından V uzayına regüler matris sınıfı
$(U, \ \cdot\)$	Normlu uzay
$\ u\ $	u vektörünün normu
μ	Mobius fonksiyonu
φ	Euler fonksiyonu
w	Gerçel veya karmaşık terimli tüm dizilerin uzayı

ÖZET

BAZI UZAYLARDA JORDAN TOTIENT MATRİSİNİN ETKİ ALANI VE JORDAN TOTIENT ÇEKİRDEĞİ

Gizemnur ÖRNEK

Düzce Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Merve İLKHAN KARA

Temmuz 2023, 22 sayfa

Bu çalışmada regüler bir matrisin etki alanı olarak bir uzay elde etmek için hemen hemen yakınsama kavramı kullanılmıştır. Karmaşık terimli diziler için yeni bir çeşit kore kavramı tanımlandıktan sonra çeşitli kapsama teoremleri ispat edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Jordan Totient Fonksiyonu, Regüler Matris, Hemen Hemen Yakınsama.

ABSTRACT

DOMAIN OF JORDAN TOTIENT MATRIX IN SOME SPACES AND JORDAN TOTIENT CORE

Gizemnur ÖRNEK

Düzce University

Graduate School, Department of Mathematics

Master Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Merve İLKHAN KARA

July 2023, 22 pages

In this study, the concept of almost convergence is utilized to introduce a space as the matrix domain of a regular matrix. After defining a new type of core theorem for complex-valued sequences, some inclusion theorems are demonstrated.

Keywords: Jordan Totient Function, Regular Matrix, Almost Convergence.

1. GİRİŞ

Klasik toplanabilirlik teorisi, yakınsak olmayan seriler veya diziler için bir limit atayarak seriler veya diziler için yakınsaklık kavramının genelleştirilmesi ile ilgilenir. Bu amaçla sonsuz özel matrisler kullanılır. Toplanabilirliğin temel konularından biri, dizi uzayları teorisinin incelenmesidir. Bir dizi uzayı derken gerçel veya karmaşık terimlere sahip tüm dizilerden oluşan ω uzayının alt uzayı kastedilmektedir. Bazı klasik dizi uzayları aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} c_0 &= \{u = (u_j) \in \omega : \lim_j u_j = 0\}, \\ c &= \{u = (u_j) \in \omega : \lim_j u_j \text{ mevcut} \}, \\ \ell_\infty &= \{u = (u_j) \in \omega : \sup_j |u_j| < \infty\}, \\ cs &= \left\{ u = (u_j) \in \omega : \left(\sum_{i=1}^j u_i \right) \in c \right\}, \\ bs &= \left\{ u = (u_j) \in \omega : \left(\sum_{i=1}^j u_i \right) \in \ell_\infty \right\}. \end{aligned}$$

Dizi uzayları teorisinde, Banach limiti kavramı ünlü Hahn-Banach genişleme teoreminin büyüleyici bir uygulaması olarak ortaya çıkmıştır. Banach limiti c üzerindeki limit fonksiyonelinin ℓ_∞ uzayına genişlemesi olarak bilinir. Bu kavram Lorentz [1] tarafından hemen hemen yakınsama adı verilen yeni bir yakınsama türünü tanıtmak için kullanılmıştır. Hemen hemen yakınsak ve hemen hemen sıfıra yakınsak f ve f_0 uzayları şu şekilde tanımlanır:

$$f = \left\{ u = (u_j) \in \ell_\infty : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^i \frac{u_{j+p}}{i+1} = \mathcal{A}, j \text{ ye göre düzgün olarak} \right\}$$

ve

$$f_0 = \left\{ u = (u_j) \in \ell_\infty : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^i \frac{u_{j+p}}{i+1} = 0, j \text{ ye göre düzgün olarak} \right\}.$$

Yakınsak bir dizinin, limiti ve genelleştirilmiş limiti eşit olacak şekilde hemen hemen yakınsak olduğu bilinen bir gerçektir. Hemen hemen yakınsama ve Banach limiti hakkında daha fazla bilgi için bkz. [2-10].

Literatürde matris etki alanı kavramı yardımıyla birçok yeni dizi uzayları tanımlanmış ve bu uzayların çeşitli geometrik, topolojik özellikleri çalışılmıştır. Son zamanlarda İlkhan ve Kara [11], Euler totient fonksiyonu yardımıyla tanımlanmış regüler matrisi kullanarak bu matrisin klasik dizi uzaylarında etki alanı üzerine çalışmışlardır. Bu matris Euler totient matrisi olarak adlandırılmıştır. Daha sonra Demiriz ve ark. [10] tarafından hemen hemen yakınsak dizilerin uzayında Euler totient matrisinin etki alanı olarak yeni bir dizi uzayı elde edilmiştir. Matris alanları ve yeni dizi uzayları hakkında daha fazla bilgi için [12-27] bkz.

İlkhan ve ark. [28] tarafından Jordan totient fonksiyonu yardımıyla yeni bir regüler matris tanımlanmıştır. Bu çalışmada, hemen hemen yakınsak dizilerin uzayında Jordan totient matrisinin etki alanı olarak yeni bir dizi uzayı tanıtılması ve incelenmesi amaçlanmıştır. Ayrıca, bir dizinin Jordan totient çekirdeği tanımlanacaktır ve çeşitli kapsama bağıntıları araştırılacaktır.

2. TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde tez boyunca ihtiyaç duyulan temel kavramlara yer verilecektir.

Tanım 2.1. U boştan farklı bir küme $\mathbb{K}$ gerçel veya karmaşık sayılar cismi olsun.

$$+ : U \times U \rightarrow U$$

$$\cdot : \mathbb{K} \times U \rightarrow U$$

ikili işlemleri için aşağıdaki özellikler sağlanıyorsa U kümesine $\mathbb{K}$ cismi üzerinde bir lineer uzay adı verilir.

Her $u, v, w \in U$ için

$$\text{L1)} u + v \in U,$$

$$\text{L2)} u + (v + w) = (u + v) + w ,$$

$$\text{L3)} u + \theta = \theta + u = u \text{ olacak şekilde } \theta \in U \text{ vardır,}$$

$$\text{L4)} u + (-u) = (-u) + u = \theta \text{ olacak şekilde } -u \in U \text{ vardır,}$$

$$\text{L5)} u + v = v + u,$$

Her $u, v \in U$ ve her $\beta, \gamma \in \mathbb{K}$ için

$$\text{K1)} \beta u \in U,$$

$$\text{K2)} \beta(u + v) = \beta u + \beta v,$$

$$\text{K3)} (\beta + \gamma)u = \beta u + \gamma u,$$

$$\text{K4)} \beta(\gamma u) = (\beta \gamma)u,$$

K5) $\iota u = u$, $\iota \in \mathbb{K}$ [29].

Tanım 2.2. U , $\mathbb{K}$ cismi üzerinde bir lineer uzay ve $A \subset U$ olsun. Her $u, v \in A$ ve her $\alpha, \beta \in \mathbb{K}$ için $\alpha u + \beta v \in A$ oluyorsa A , U uzayının bir lineer alt uzayı olarak adlandırılır [29].

Tanım 2.3. U bir lineer uzay, $u, v \in U$ ve $\beta \in \mathbb{K}$ olmak üzere

$$N1) \|u\| \geq 0,$$

$$N2) \|u\| = 0 \iff u = \theta,$$

$$N3) \|\beta u\| = |\beta| \|u\|,$$

$$N4) \|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$$

şartları sağlanıyorsa $\|\cdot\|$ fonksiyonuna U üzerinde bir norm ve $(U, \|\cdot\|)$ ikilisine bir normlu uzay denir [29].

Örnek 2.4. $1 \leq p < \infty$ olmak üzere $u = (u_n) \in \ell_p$ olsun. Eğer $\|u\| = (\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|^p)^{1/p}$ biçiminde tanımlanırsa $(\ell_p, \|\cdot\|)$ iklisi bir normlu uzay olur [29].

Tanım 2.5. $(U, \|\cdot\|)$ bir normlu uzay olmak üzere U uzayındaki her bir Cauchy dizisi yakınsak oluyorsa U uzayı normun doğurduğu metriğe göre tamdır ve Banach uzayı olarak adlandırılır [29].

Tanım 2.6. N ve N' aynı $\mathbb{K}$ cismi üzerinde iki lineer uzay olsun. $M: N \rightarrow N'$ operatörü her $u, v \in N$ ve her $\alpha \in \mathbb{K}$ için

$$M(u + v) = M(u) + M(v) \quad (2.1)$$

$$M(\alpha u) = \alpha M(u) \quad (2.2)$$

aksiyomlarını sağlıyorsa M operatörüne N uzayından N' uzayına bir lineer operatör denir [29].

Tanım 2.7. $M: N \rightarrow N'$ lineer operatör olsun.

$$\text{Çek}M = \{u \in U : Mu = \theta'\} \quad (2.3)$$

kümesine M operatörünün çekirdeği veya sıfır uzayı denir. Burada θ', N' uzayının sıfır vektörüdür [29].

Teorem 2.8. M lineer operatörünün bire-bir olması için gerek ve yeter koşul $\text{Çek}M = \{\theta\}$ olmasıdır [29].

Tanım 2.9. U ve V normlu uzaylar olmak üzere $M : U \rightarrow V$ lineer bir operatör olsun. Her $u \in U$ için

$$\|M(u)\| \leq c\|u\| \quad (2.4)$$

olacak şekilde $c > 0$ gerçel sayısı varsa M operatörüne sınırlı lineer operatör denir [29].

Tanım 2.10. U ve V normlu uzaylar olmak üzere, $M : U \rightarrow V$ lineer operatör olsun.

$$\|M\| = \sup\left\{\frac{\|M(u)\|}{\|u\|} : u \in U, u \neq \theta\right\} = \sup\{\|M(u)\| : u \in U, \|u\| \leq 1\} \quad (2.5)$$

olmak üzere $\|M\|$ değerine M operatörünün normu denir [29].

Tanım 2.11. U normlu uzayından V normlu uzayına lineer bir izometrik izomorfizm, normu koruyan yani her $u \in U$ için,

$$\|M(u)\|_V = \|u\|_U \quad (2.6)$$

olan bire-bir ve örten $M : U \rightarrow V$ lineer operatörüdür. Bu durumda U ve V uzaylarına lineer izomorfiktirler denir ve $U \cong V$ ile gösterilir. [29].

Tanım 2.12. Gerçel veya karmaşık terimli tüm dizilerinin kümesi

$$\omega = \{u = (u_n) : u : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{K}, n \rightarrow u(n) = u_n\} \quad (2.7)$$

şeklinde tanımlanır.

$u = (u_k), v = (v_k) \in \omega$ ve $\alpha \in \mathbb{K}$ olsun.

$$((u_k), (v_k)) \rightarrow (u_k + v_k) \quad (2.8)$$

$$(\alpha, (u_k)) \rightarrow (\alpha u_k) \quad (2.9)$$

şeklinde tanımlı işlemlere göre ω bir lineer uzaydır [30].

Tanım 2.13. ω uzayının herhangi bir alt vektör uzayına dizi uzayı denir [30].

Tanım 2.14. U bir lineer dizi uzayı ve her $n \in \mathbb{N}$ için $p_n : U \rightarrow \mathbb{K}, u \mapsto p_n(u) = u_n$ olsun. Her $n \in \mathbb{N}$ için p_n ler sürekli ise U dizi uzayına K -uzayı denir.

Eğer U bir K -uzayı ve U tam lineer metrik uzay ise U dizi uzayına FK -uzayı denir.

Eğer U bir FK -uzayı ve U uzayının metriği normlanabiliyorsa U dizi uzayına BK -uzayı denir [30].

Örnek 2.15. ℓ_∞ , c ve c_0 uzayları $\|u\|_\infty = \sup_k |u_k|$ normuna göre, $1 \leq p < \infty$ için ℓ_p uzayı $\|u\|_p = (\sum_{k=0}^n |u_k|^p)^{1/p}$ normuna göre birer BK -uzayıdır [30].

Teorem 2.16. BK -uzayları arasında tanımlanan lineer dönüşümler süreklidirler [30].

Tanım 2.17. U ve V iki dizi uzayı ve $S = (s_{ij})$ sonsuz bir matris olsun. Her $u = (u_j) \in U$ dizisi için $Su = \{(Su)_i\} = (\sum_j s_{ij}u_j) \in V$ oluyorsa S matrisi U uzayından V uzayına bir matris operatörü olur. Bu tür tüm matrislerin sınıfı $(U : V)$ ile gösterilir. $S \in (U : V)$ ve her $u \in U$ için $\lim_j (Su)_j = \lim_j u_j$ ise S matrisine regülerdir denir. Bu $S \in (U : V)_{reg}$ ile gösterilir [30].

Teorem 2.18. (Silverman Toeplitz) Bir $S = (s_{ij})$ matrisinin regüler olması için gerek ve yeter şartlar:

- 1) Her i için $\sum_{j=1}^{\infty} |s_{ij}| < G$ olacak şekilde bir G sabiti vardır.
- 2) Her j için $\lim_{i \rightarrow \infty} s_{ij} = 0$ dir.
- 3) $\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{\infty} s_{ij} = 1$ dir [30].

Tanım 2.19. U_S ile U uzayında sonsuz bir S matrisin matris etki alanı yani

$$U_S = \{u = (u_j) \in \omega : Su \in U\}.$$

uzayı tanımlanmaktadır [30].

Tanım 2.20. n bir pozitif tam sayı için,

$$\mu(n) = \begin{cases} 1 & , \quad n = 1 \text{ ise} , \\ 0 & , \quad p^2 | n, p \text{ asal ise} , \\ (-1)^r & , \quad n = P_1 P_2 \dots P_r, i \neq j \text{ için } P_i \neq P_j \text{ ise} \end{cases} \quad (2.10)$$

şeklinde tanımlı μ fonksiyonuna Mobius fonksiyonu denir [31].

$n \neq 1$ için

$$\sum_{k|n} \mu(k) = 0 \quad (2.11)$$

eşitliği sağlanır.

Aşağıda Mobius fonksiyonunun bazı değerleri verilmiştir.

$$\begin{aligned} \mu(1) = 1, \mu(2) = -1, \mu(3) = -1, \mu(4) = 0, \mu(5) = -1, \\ \mu(6) = 1, \mu(7) = -1, \mu(8) = 0, \mu(9) = 0, \mu(10) = 1, \dots \end{aligned} \quad (2.12)$$

Tanım 2.21. $n \in \mathbb{N}$ ve $1 \leq k < n$ için $(k, n) = 1$ olan k tam sayılarının sayısını veren fonksiyona Euler totient fonksiyonu denir. $\varphi(n)$ ile gösterilir [31].

Her $n \in \mathbb{N}$ için

$$n = \sum_{k|n} \varphi(k) \quad (2.13)$$

eşitliği sağlanır.

Aşağıda Euler totient fonksiyonunun bazı değerleri verilmiştir.

$$\begin{aligned} \varphi(1) = 1, \varphi(2) = 1, \varphi(3) = 2, \varphi(4) = 2, \varphi(5) = 4, \\ \varphi(6) = 2, \varphi(7) = 6, \varphi(8) = 4, \varphi(9) = 6, \varphi(10) = 4, \dots \end{aligned} \quad (2.14)$$

Euler totient matrisi $\Phi = (\phi_{nk})$

$$\phi_{nk} = \begin{cases} \frac{\varphi(k)}{n} & , \quad k \mid n \text{ ise} \\ 0 & , \quad k \nmid n \text{ ise} \end{cases} \quad (2.15)$$

şeklinde tanımlanmıştır [11].

r pozitif bir tam sayı olmak üzere r . mertebeden Jordan fonksiyonu $J_r : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ aritmetik bir fonksiyondur. $J_r(n)$ değeri, n ile birlikte bir eş asal $(r+1)$ -demet oluşturan, tümü n den küçük veya ona eşit olan pozitif tam sayıların r -demetlerinin sayısına eşittir.

Yakın zamanda yapılan bir makalede, İlkhan ve ark. [28] her bir $r \in \mathbb{N}$ için yeni bir $\Upsilon^r = (v_{nk}^r)$ matrisini

$$v_{nk}^r = \begin{cases} \frac{J_r(k)}{n^r} & , \quad k \mid n \text{ ise} \\ 0 & , \quad k \nmid n \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlamışlardır. Bu özel matris dönüşümünün regüler olduğu görülmüştür. Yani c den c ye limiti koruyan bir dönüşümdür. Ters $(\Upsilon^r)^{-1} = ((v_{nk}^r)^{-1})$

$$(v_{nk}^r)^{-1} = \begin{cases} \frac{\mu(\frac{n}{k})}{J_r(n)} k^r & , \quad k \mid n \text{ ise} \\ 0 & , \quad k \nmid n \text{ ise} \end{cases}$$

olarak hesaplanmıştır.

Alışılmış matris çarpımı kullanılarak bir $u = (u_j) \in \omega$ dizisinin Υ^r dönüşümü

$$v = \Upsilon^r u = ((\Upsilon^r u)_j) = \left(\frac{1}{j^r} \sum_{d \mid j} J_r(d) u_d \right)$$

şeklindedir.

Tanım 2.22. Banach limiti $\mathcal{L}$, ℓ_∞ üzerinde tanımlı $\mathcal{L}(\mathcal{P}u) = \mathcal{L}u$ ve $\mathcal{L}(e) = 1$ olacak şekilde negatif olmayan lineer bir fonksiyondur. Burada $e = (1, 1, \dots, 1, \dots)$ ve $\mathcal{P} : \omega \rightarrow \omega$, $\mathcal{P}_j(u) = u_{j+1}$ öteleme operatörüdür. Bir $u = (u_j)$ dizisinin tüm Banach limitleri çakışıyor ve $\mathcal{A}$ değerine eşitse, $u = (u_j)$ dizisi genelleştirilmiş limiti $\mathcal{A}$ dır ve $u = (u_j)$ dizisi hemen hemen yakınsaktır denir. Bu $f - \lim u_j = \mathcal{A}$ ile gösterilir [1].

$\mathcal{P}^p$, $\mathcal{P}$ nin kendisiyle p defa birleşimi ise aşağıdaki gösterim kullanılır:

$$a_{ij}(u) = \frac{1}{i+1} \sum_{p=0}^i (\mathcal{P}^p u)_j \text{ her } i, j \in \mathbb{N}.$$

Lorentz [1] $f - \lim u_j = \mathcal{A}$ olması için gerek ve yeter koşulun j ye göre düzgün olarak $\lim_{i \rightarrow \infty} a_{ij}(u) = \mathcal{A}$ olması gerektiğini ispatlamıştır.

$u = (u_j) \in \omega$ ve C_j , her bir $j \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$ için $u_j, u_{j+1}, u_{j+2}, \dots$ leri içeren karmaşık düzlemdeki en küçük dışbükey kapalı bölge olsun. Knopp Çekirdeği veya $u = (u_j)$ dizisinin $\mathcal{K} - core$ kümesi tüm C_j lerin kesişimi olarak tanımlanır [32]. Eğer $u \in \ell_\infty$ ise

$$\mathcal{K} - core(u) = \bigcap_{w \in \mathbb{C}} \left\{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w} - w| \leq \limsup_j |u_j - w| \right\}$$

olur [33].

Knopp Çekirdek Teoremi [p. 138][32], gerçel terimli diziler u ve $S \in (c : c)_{reg}$ pozitif matrisi için $\mathcal{K} - core(Su) \subset \mathcal{K} - core(u)$ kapsamının sağlandığını ifade eder. Çekirdek teoremleri ile ilgili daha fazla çalışma için bkz. [34-38].

İstatiksel yakınsaklık, olağan yakınsaklığın başka bir genellemesidir. $\mathbb{N}$ deki bir alt kümenin doğal yoğunluğunun yardımıyla tanımlanır. Bir N kümesinin doğal yoğunluğu, limitin mevcut olması koşuluyla

$$\delta(N) = \lim_j \frac{1}{j} |\{i \leq j : i \in N\}|$$

ile tanımlanır. Burada $|\dots|$ kümenin kardinalitesini (eleman sayısını) verir.

Her $\varepsilon > 0$ için

$$\{j \in \mathbb{N} : |u_j - \mathcal{D}| \geq \varepsilon\}$$

kümesinin doğal yoğunluğu sıfıra eşitse, $u = (u_j)$ dizisinin $\mathcal{D}$ ye istatiksel olarak yakınsak olduğu söylenir. $st - \lim u = \mathcal{D}$ ile gösterilir [39]. st_0 ve st ile sırasıyla istatistiksel olarak sıfıra yakınsak ve istatistiksel olarak yakınsak tüm dizilerin uzayı gösterilmektedir.

İstatiksel olarak sınırlı bir u dizisinin istatiksel çekirdeği kavramı, Fridy ve Orhan [40] tarafından

$$st-core(u) = \bigcap_{w \in \mathbb{C}} \{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w} - w| \leq st - \limsup_j |u_j - w| \}$$

şeklinde tanımlanmıştır.



3. f UZAYINDA Υ^r MATRİSİNİN ETKİ ALANI VE JORDAN TOTIENT ÇEKİRDEĞİ

Bu bölümde, Υ^r dönüşümleri f uzayında olan tüm dizilerden oluşan $\widehat{f}(\Upsilon^r)$ uzayı tanımlanacaktır. Bu uzay

$$\widehat{f}(\Upsilon^r) = \left\{ u = (u_j) \in \ell_\infty : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{p=0}^i \frac{(\Upsilon^r u)_{j+p}}{i+1} = \mathcal{A}, j \text{ ye göre düzgün} \right\}$$

şeklindedir.

$\widehat{f}(\Upsilon^r)$ ve f uzaylarının lineer izomorfik olduğu kanıtlanabilir.

Bir U uzayının β -duali tüm $u = (u_j) \in U$ için $ua = (u_j a_j) \in cs$ olacak şekilde tüm $a = (a_j) \in \omega$ dizilerinden oluşur. $\widehat{f}(\Upsilon^r)$ uzayının β -dualini belirlemek için aşağıdaki sonuca ihtiyaç vardır.

Yardımcı Teorem 3.1. $S = (s_{ij}) \in (f : c)$ olması için gerek ve yeter koşul

$$\sup_{i \in \mathbb{N}} \sum_j |s_{ij}| < \infty, \quad (3.1)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} s_{ij} = s_j \in \mathbb{C} \text{ her } j \in \mathbb{N}, \quad (3.2)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_j s_{ij} = s \in \mathbb{C}, \quad (3.3)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \sum_j |\Delta(s_{ij} - s_j)| = 0 \quad (3.4)$$

koşullarının sağlanmasıdır [41].

Teorem 3.2. $\widehat{f}(\Upsilon^r)$ dizi uzayının β -duali aşağıdaki kümelerin kesişimidir.

$$\begin{aligned} \mathfrak{B}_1 &= \left\{ t = (t_j) \in \omega : \sup_{i \in \mathbb{N}} \sum_{j=1}^i \left| \sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j t_d \right| < \infty \right\}, \\ \mathfrak{B}_2 &= \left\{ t = (t_j) \in \omega : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j^r t_d \text{ mevcuttur} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathfrak{B}_3 &= \left\{ t = (t_j) \in \omega : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^i \left[\sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j^r t_d \right] \text{ mevcuttur} \right\}, \\ \mathfrak{B}_4 &= \left\{ t = (t_j) \in \omega : \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_j \left| \Delta \left[\sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j^r t_d - \alpha_j \right] \right| = 0 \right\}.\end{aligned}$$

İspat. Herhangi bir $t = (t_j) \in \omega$ için $B = (b_{ji})$ matrisi her $j, i \in \mathbb{N}$ için

$$b_{ji} = \begin{cases} \sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j^r t_d & , \quad 1 \leq j \leq i, \\ 0 & , \quad j > i \end{cases} \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanmak üzere

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^i t_j u_j &= \sum_{j=1}^i t_j \left(\sum_{d|j} \frac{\mu(\frac{j}{d})}{J_r(j)} d^r v_d \right) \\ &= \sum_{j=1}^i \left(\sum_{d=j, j|d}^i \frac{\mu(\frac{d}{j})}{J_r(d)} j^r t_d \right) v_j \\ &= B_i(v); \quad (i \in \mathbb{N}) \end{aligned} \quad (3.6)$$

eşitliği sağlanır. (3.6) eşitliğinden $u = (u_j) \in c$ iken $tu = (t_j u_j) \in cs$ olması için gerek ve yeter koşul $v = (v_j) \in f$ iken $Bv \in c$ olmasıdır sonucuna varılır. Yani $t = (t_j) \in \{\widehat{f}(\Upsilon^r)\}^\beta$ olması için gerek ve yeter koşul $B \in (f : c)$ olmasıdır. Böylece Yardımcı Teorem 3.1 kullanılarak istenen elde edilir. $\square$

Şimdi, Jordan totient çekirdeğini veya bir diğer ifadeyle karmaşık değerli bir dizinin Υ^r -çekirdeğini tanımlayalım.

Tanım 3.3. $C_j, (\Upsilon^r u)_j, (\Upsilon^r u)_{j+1} \dots$ dizilerini içeren en küçük kapalı konveks kabuk (hull) olsun. Bu durumda u dizisinin Υ^r -core kümesi tüm C_j kümelerinin arakesiti olur, yani

$$\Upsilon^r - \text{core}(u) = \bigcap_{j=1}^{\infty} C_j$$

olur.

Bir u dizisinin Υ^r -core kümesi $\Upsilon^r u$ dizisinin $\mathcal{K}$ -core kümesi olduğundan aşağıdaki sonuç açıktır.

Teorem 3.4. Herhangi bir $u \in \ell_\infty$ için

$$\Upsilon^r - \text{core}(u) = \bigcap_{w \in \mathbb{C}} \left\{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w} - w| \leq \limsup_j |(\Upsilon^r u)_j - w| \right\}$$

olur.

İlkhan ve ark. [42] tarafından Jordan totient fonksiyonu yardımıyla aşağıdaki uzaylar tanımlandı.

$$c_0(\Upsilon^r) = \left\{ u = (u_j) \in \omega : \lim_j \left(\frac{1}{j^r} \sum_{d|j} J_r(d) u_d \right) = 0 \right\}$$

ve

$$c(\Upsilon^r) = \left\{ u = (u_j) \in \omega : \lim_j \left(\frac{1}{j^r} \sum_{d|j} J_r(d) u_d \right) \text{ mevcuttur} \right\}.$$

Bir sonsuz $S = (s_{ij})$ matrisinin $(c : c(\Upsilon^r))_{reg}$ ve $(st(S) \cap \ell_\infty : c(\Upsilon^r))_{reg}$ sınıflarına ait olması için gerek ve yeter koşulları verebilmek için öncelikle bazı temel sonuçlara ihtiyaç vardır.

Yardımcı Teorem 3.5. $S = (s_{ij}) \in (\ell_\infty : c(\Upsilon^r))$ olması için gerek ve yeter koşul

$$\sup_i \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| < \infty, \quad (3.7)$$

$$\lim_i \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} = \gamma_j \quad \text{her bir } j \text{ için}, \quad (3.8)$$

$$\lim_i \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} - \gamma_j \right| = 0 \quad (3.9)$$

koşullarının sağlanmasıdır.

Yardımcı Teorem 3.6. $S = (s_{ij}) \in (c : c(\Upsilon^r))_{reg}$ olması için gerek ve yeter koşul (3.7), her bir j için $\gamma_j = 0$ olmak üzere (3.8) ve

$$\lim_i \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} = 1 \quad (3.10)$$

koşullarının sağlanmasıdır.

Yardımcı Teorem 3.7. $S = (s_{ij}) \in (st \cap \ell_\infty : c(\Upsilon^r))_{reg}$ olması için gerek ve yeter koşul $S \in (c : c(\Upsilon^r))_{reg}$ ve

$$\lim_i \sum_{j \in N, \delta(N)=0} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| = 0 \quad (3.11)$$

olmasıdır.

İspat. $c \subset st \cap \ell_\infty$ olduğu açıktır. Dolayısıyla $S \in (c : c(\Upsilon^r))_{reg}$ elde edilir. $\delta(N) = 0$ ve $u \in \ell_\infty$ olsun. $j \in N$ için $\tilde{u}_j = u_j$ ve $j \notin N$ için $\tilde{u}_j = 0$ olmak üzere $\tilde{u} = (\tilde{u}_j)$ dizisi tanımlansın. $\tilde{u} \in st_0$ dır. Böylece $S\tilde{u} \in c_0(\Upsilon^r)$ olur. Ayrıca

$$\sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \tilde{u}_j = \sum_{j \in N} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} u_j$$

eşitliğinden

$$\hat{s}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} & , \quad j \in N \text{ ise} \\ 0 & , \quad j \notin N \text{ ise} \end{cases}$$

olmak üzere $\hat{S} = (\hat{s}_{ij}) \in (\ell_\infty : c(\Upsilon^r))$ elde edilir. Böylece Yardımcı Teorem 3.5 den

$$\lim_i \sum_{j \in N, \delta(N)=0} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| = 0 \quad (3.12)$$

elde edilir.

Karşıtı için $st - \lim u = \mathcal{D}$ olmak üzere $u \in st \cap \ell_\infty$ alınsın. Herhangi $\varepsilon > 0$ için $\delta(N) = \delta(\{j : |u_j - \mathcal{D}| \geq \varepsilon\}) = 0$ olur.

$$\sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} u_j = \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (u_j - \mathcal{D}) + \mathcal{D} \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \quad (3.13)$$

eşitliğinden $i \rightarrow \infty$ iken

$$\left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (u_j - \mathcal{D}) \right| \leq \|u\| \sum_{j \in N} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| + \varepsilon \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right|,$$

eşitsizliği ve (3.11) ile (3.10) den

$$\lim_i \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} u_j = \mathcal{D}$$

elde edilir. Bu ise $S \in (st \cap \ell_\infty : c(\Upsilon^r))_{reg}$ olduğunu ispat eder. $\square$

Yardımcı Teorem 3.8. $S = (s_{ij})$ matrisi için $\sum_j |s_{ij}| < \infty$ ve $\lim_i s_{ij} = 0$ olsun. Bu durumda $\|u\| \leq 1$ olmak üzere $u \in \ell_\infty$ için

$$\limsup_i \sum_j s_{ij} u_j = \limsup_i \sum_j |s_{ij}|$$

olur [34].

Şimdi esas bazı sonuçlar verilecektir.

Teorem 3.9. $S \in (c : c(\Upsilon^r))_{reg}$ ve $u \in \ell_\infty$ olsun. $\Upsilon^r - core(Su) \subseteq \mathcal{K} - core(u)$ kapsamının sağlanması için gerek ve yeter koşul

$$\lim_i \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| = 1 \quad (3.14)$$

olmasıdır.

İspat. Yardımcı Teorem 3.6 ve Yardımcı Teorem 3.8 birleştirilerek $\|u\| \leq 1$ olmak üzere $u \in \ell_\infty$ için

$$\left\{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w}| \leq \limsup_i \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} u_j \right\} = \left\{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w}| \leq \limsup_i \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| \right\}$$

eşitliği elde edilir.

$$\Upsilon^r - core(Su) \subseteq \mathcal{K} - core(u) \subseteq \{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w}| \leq 1 \}$$

kapsamları sağlandığından, (3.14) ifadesi

$$\left\{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w}| \leq \limsup_i \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| \right\} \subseteq \{ \tilde{w} \in \mathbb{C} : |\tilde{w}| \leq 1 \}.$$

kapsamından elde edilir.

$\tilde{w} \in \Upsilon^r - core(Su)$ olsun. Herhangi $w \in \mathbb{C}$ için

$$|\tilde{w} - w| \leq \limsup_i |(\Upsilon^r(Su))_i - w| \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
&= \limsup_i \left| w - \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} u_j \right| \\
&\leq \limsup_i \left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| + \limsup_i |w| \left| 1 - \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| \\
&= \limsup_i \left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right|
\end{aligned}$$

olur. $\limsup_j |u_j - w| = l$ olsun. Herhangi $\varepsilon > 0$ için $j \geq j_0$ iken $|u_j - w| \leq l + \varepsilon$ olacak şekilde j_0 vardır. Böylece

$$\begin{aligned}
\left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| &= \left| \sum_{j < j_0} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) + \sum_{j \geq j_0} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| \quad (3.16) \\
&\leq \sup_j |w - u_j| \sum_{j < j_0} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| + (l + \varepsilon) \sum_{j \geq j_0} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| \\
&\leq \sup_j |w - u_j| \sum_{j < j_0} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| + (l + \varepsilon) \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right|.
\end{aligned}$$

elde edilir. (3.15) ve (3.16) eşitsizliklerinden

$$|\tilde{w} - w| \leq \limsup_i \left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| \leq l + \varepsilon$$

bulunur. Bu $\tilde{w} \in \mathcal{K} - \text{core}(u)$ olmasını gerektirir. Dolayısıyla istenen kapsam sağlanır. $\square$

Teorem 3.10. $S \in (st \cap \ell_\infty : c(\Upsilon^r))_{\text{reg}}$ ve $u \in \ell_\infty$ olsun. $\Upsilon^r - \text{core}(Su) \subseteq st - \text{core}(u)$ kapsamının sağlanması için gerek ve yeter koşul (3.14) sağlanmasıdır.

İspat. $st - \text{core}(u) \subseteq \mathcal{K} - \text{core}(u)$ kapsamı sağlandığından Teorem 3.9 gereği $\Upsilon^r - \text{core}(Su) \subseteq st - \text{core}(u)$ kapsamı (3.14) ifadesini gerektirir.

$\tilde{w} \in \Upsilon^r - \text{core}(Su)$ olsun. Benzer şekilde (3.15) elde edilir. $st - \limsup |u_j - w| = \hat{l}$ olsun. Herhangi $\varepsilon > 0$ için $\delta(\tilde{N}) = \delta(\{j : |u_j - w| > \hat{l} + \varepsilon\}) = 0$ elde edilir (bkz. [43]). Böylece

$$\begin{aligned}
\left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| &= \left| \sum_{j \in \tilde{N}} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) + \sum_{j \notin \tilde{N}} \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| \\
&\leq \sup_j |w - u_j| \sum_{j \in \tilde{N}} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| + (\hat{l} + \varepsilon) \sum_{j \notin \tilde{N}} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right|
\end{aligned}$$

$$\leq \sup_j |w - u_j| \sum_{j \in \tilde{N}} \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right| + (\hat{l} + \varepsilon) \sum_j \left| \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} \right|.$$

elde edilir. Sonuç olarak (3.11) ve (3.14) den

$$\limsup_i \left| \sum_j \frac{1}{i^r} \sum_{j|i} J_r(j) s_{ij} (w - u_j) \right| \leq \hat{l} + \varepsilon \quad (3.17)$$

bulunur. (3.17) ile (3.15) kullanılarak

$$|\tilde{w} - w| \leq st - \limsup_j |u_j - w|$$

elde edilir. Yani $\tilde{w} \in st - core(u)$ olur. Dolayısıyla istenen kapsama bağıntısı ispat edilmiş olur. □

4. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada [10] nolu çalışmada verilen sonuçlar daha genel ve kapsamlı bir alana genişletilmiştir. Hemen hemen yakınsama, bir dizinin olağan yakınsamasının genellemesinden biridir. Jordan totient fonksiyonu tarafından türetilen bir matris dönüşümü yardımıyla bazı tür hemen hemen yakınsak dizi uzayları sunulmuştur. Ortaya çıkan dizi uzayının, hemen hemen yakınsak dizi uzayına lineer olarak izomorfik olduğu gözlemlenmiştir. Son olarak, bir dizinin Jordan totient çekirdeği tanımlanmış ve bazı kapsama teoremleri ispat edilmiştir.

Çalışmada tanımlanacak uzayların özel durumda Demiriz ve ark. tarafından [10] nolu çalışmada tanımlanan uzaylara dönüştüğü görülür. Dolayısıyla bu çalışmada elde edilecek Banach uzayları [10] nolu çalışmadaki uzayların da genel halidir. Benzer yöntem izlenerek yeni tipte hemen hemen yakınsak dizi uzayları tanımlanabilir ve bu uzaylar üzerinde çekirdek teoremleri verilebilir.

5. KAYNAKLAR

- [1] G. G. Lorentz, "A contribution to the theory of divergent sequences", *Acta Mathematica*, c. 80, ss. 167-190, 1948.
- [2] F. Başar & M. Kirişçi, "Almost convergence and generalized difference matrix", *Computers & Mathematics with Applications*, c. 61, sayı. 3, ss. 602-611, 2011.
- [3] M. Kirişçi, "Almost convergence and generalized weighted mean II", *Journal of Inequalities and Applications*, c. 2014, ss. 93, 2014.
- [4] M. Kirişçi, "On the spaces of Euler almost null and Euler almost convergent sequences", *Communications Faculty of Sciences University of Ankara Series A1 Mathematics and Statistics*, c. 62, sayı. 2, ss. 85-100, 2013.
- [5] M. Mursaleen, "Some matrix transformations of convex and paranormed sequence spaces into the spaces of invariant means", *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, c. 25, sayı. 3, ss.353-359, 1994.
- [6] F. Başar & R. Çolak, "Almost-conservative matrix transformations", *Turkish Journal of Mathematics*, c. 13, sayı. 3, ss. 91-100, 1989.
- [7] F. Başar, " f –conservative matrix sequences", *Tamkang Journal of Mathematics*, c. 22, sayı. 2, ss. 205-212, 1991.
- [8] Q. Qamaruddin & S.A. Mohuiddine, "Almost convergence and some matrix transformations" *Filomat*, c. 21, sayı. 2, ss. 261-266, 2007.
- [9] S. Demiriz, E.E. Kara & M. Başarir, "On the Fibonacci almost convergent sequence space and Fibonacci core", *Kyungpook Mathematical Journal*, c. 55, ss. 355-372, 2015.
- [10] S. Demiriz, M. İlkan & E.E. Kara "Almost convergence and Euler totient matrix", *Annals of Functional Analysis*, c. 11, ss. 604-616, 2020.
- [11] M. İlkan & E. E. Kara, "A new Banach space defined by Euler totient matrix operator", *Operators and Matrices*, c. 13, sayı. 2, ss. 527-544, 2019.
- [12] M. Et, "On some difference sequence spaces", *Turkish Journal of Mathematics*, c. 17, ss. 18-24, 1993.

- [13] M. Mursaleen, "Generalized spaces of difference sequences", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, c. 203, sayı. 3, ss. 738-745, 1996.
- [14] M. Mursaleen, & A. K. Noman, "On the spaces of λ -convergent and bounded sequences", *Thai Journal of Mathematics*, c. 8, sayı. 2, ss. 311-329, 2012.
- [15] B. Altay & F. Başar, "Certain topological properties and duals of the matrix domain of a triangle matrix in a sequence space", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, c. 336, ss. 632-645, 2007.
- [16] C. Aydın & F. Başar, "Some new sequence spaces which include the spaces ℓ_p and ℓ_∞ ", *Demonstratio Mathematica*, c. 38, ss. 641-656, 2005.
- [17] M. Başarır & E. E. Kara, "On some difference sequence spaces of weighted means and compact operators", *Annals of Functional Analysis*, c. 2, sayı. 2, ss. 114-129, 2011.
- [18] E. E. Kara, "Some topological and geometrical properties of new Banach sequence spaces", *Journal of Inequalities and Applications*, c. 2013, sayı. 38, ss. 1-15, 2013.
- [19] M. Candan, "Almost convergence and double sequential band matrix", *Acta Mathematica Scientia*, c. 34, sayı. 2, ss. 354-366, 2014.
- [20] E. E. Kara & M. İlkan, "Some properties of generalized Fibonacci sequence spaces", *Linear and Multilinear Algebra*, c. 64, sayı. 11, ss. 2208-2223, 2016.
- [21] S. Erdem & S. Demiriz, "A study on strongly almost convergent and strongly almost null binomial double sequence spaces", *Fundamental Journal of Mathematics and Applications*, c. 4, sayı. 4, ss. 271-279, 2021.
- [22] H.B. Ellidokuzoğlu, S. Demiriz & A. Köseoğlu, "On the paranormed binomial sequence spaces", *Universal Journal of Mathematics and Applications*, c. 1, sayı. 3, ss. 137-147, 2018.
- [23] H. Polat, "Some new Cauchy sequence spaces", *Universal Journal of Mathematics and Applications*, c. 1, sayı. 4, ss. 267-272, 2018.
- [24] H. Roopaei & T. Yaying, "Quasi-Cesaro matrix and associated sequence spaces", *Turkish Journal of Mathematics*, c. 45, sayı. 1, ss. 153-166, 2021.
- [25] T. Yaying & B. Hazarika, "On sequence spaces defined by the domain of a regular Tribonacci matrix", *Mathematca Slovaca*, c. 70, sayı. 3, ss. 697-706, 2020.

- [26] M. Mursaleen & H. Roopaei, "Sequence spaces associated with fractional Copson matrix and compact operators", *Results in Mathematics*, c. 76, ss. 1-20, 2021.
- [27] H. Roopaei & F. Başar, "On the spaces of Cesaro absolutely p-summable, null, and convergent sequences", *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, c. 44, sayı. 5, ss. 3670-3685, 2021.
- [28] M. İlkan, N. Simsek & E.E.Kara, "A new regular infinite matrix defined by Jordan totient function and its matrix domain in ℓ_p ", *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, c. 44, sayı. 9, ss. 7622-7633, 2021.
- [29] B. Musayev & M. Alp, *Fonksiyonel Analiz*, Kütahya, Türkiye: Balcı Yayınları, 2000.
- [30] F. Başar, *Summability Theory and Its Applications*, İstanbul, Türkiye: Bentham Science Publishers, 2012.
- [31] E. Kovac, "On ϕ convergence and ϕ density", *Mathematica Slovaca*, c. 55, ss. 329-351, 2005.
- [32] R. G. Cooke, *Infinite Matrices and Sequence Spaces*. New York: Macmillan Company, 1950.
- [33] A.A. Shcherbakov, "Kernels of sequences of complex numbers and their regular transformations", *Mathematical Notes of the Academy of Sciences of the USSR*, c. 22, ss. 948-953, 1977.
- [34] S. Simons, "Banach limits, infinite matrices and sublinear functionals", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, c. 26, ss. 640-655, 1969.
- [35] J. Connor, J. A. Fridy & C.Orhan, "Core equality results for sequences", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, c. 321, ss. 515-523, 2006.
- [36] S. Demiriz & C. Çakan, "On some new paranormed Euler sequence spaces and Euler core", *Acta Mathematica Sinica, English Series*, c. 26, ss. 1207–1222, 2010.
- [37] S. Demiriz & C. Çakan, "Some new paranormed difference sequence spaces and weighted core", *Computers & Mathematics with Applications*, c.64, ss. 1726-1739, 2012.
- [38] S. Demiriz & C.Çakan, "Some new paranormed sequence spaces and α -core of a sequence", *Pure and Applied Mathematics Letter*, c. 2016, ss. 32-45, 2016.

- [39] H. Steinhaus, "Quality control by sampling", *Colloq Mathematica*, c. 2, ss. 98-108, 1951.
- [40] J.A. Fridy & C. Orhan, "Statistical core theorems" *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, c. 208, ss. 520-527, 1997.
- [41] J. A. Siddiqi, "Infinite matrices summing every almost periodic sequences", *Pacific Journal Mathematics*, c. 39, sayı. 1, ss. 235-251, 1971.
- [42] E.E. Kara, N. Şimsek & M. İlhan Kara, "On new sequence spaces related to domain of the Jordan totient matrix", S. A. Mohiuddine and B. Hazarika (Editörler), *Sequence space theory with applications*. New York: Chapman and Hall/CRC, 2022, ss. 1-19.
- [43] K. Demirci, "A-statistical core of a sequence", *Demonstratio Mathematica*, c. 33, ss. 43-51, 2000.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Gizemnur ÖRNEK

Yabancı Dili : İngilizce

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Y. Lisans	Matematik	Düzce Üniversitesi	2023
Lisans	Matematik	Düzce Üniversitesi	2019
Lise		Haydarpaşa Anadolu Teknik Lisesi	2010

YAYINLAR

Merve İlkhan Kara and Gizemnur Örnek, “Domain of Jordan Totient Matrix in the Space of Almost Convergent Sequences,” *Mathematical Sciences and Applications E-Notes*, vol. 10, no. 4, pp. 199-207, 2022.