

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KÜÇÜK ÖLÇEKLİ İNSANSIZ HELİKOPTER DİNAMİĞİNDE
KAOSUN İNCELENMESİ VE KONTROLÜ

Ahmet ÇAKIR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Aviyonik Mühendisliği Anabilim Dalı

Aviyonik Mühendisliği Programı

Danışman

Prof. Dr. Haydar LİVATYALI

Aralık, 2022

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KÜÇÜK ÖLÇEKLİ İNSANSIZ HELİKOPTER DİNAMİĞİNDE KAOSUN
İNCELENMESİ VE KONTROLÜ

Ahmet ÇAKIR tarafından hazırlanan tez çalışması 8.12.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Aviyonik Mühendisliği Anabilim Dalı, Aviyonik Mühendisliği Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Haydar LİVATYALI
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Haydar LİVATYALI, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Cenk ULU, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Cengiz HACIZADE, Üye
İstanbul Teknik Üniversitesi

Danışmanım Prof. Dr. Haydar LİVATYALI sorumluluğunda tarafımca hazırlanan Küçük Ölçekli İnsansız Helikopter Dinamiğinde Kaosun İncelenmesi ve Kontrolü başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Ahmet ÇAKIR



Nurse'e

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca bilgi, birikim ve yardımlarını benden esirgemeyen saygıdeğer danışman hocam Prof. Dr. Haydar LİVATYALI'ya en içten saygılarımı ve sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ahmet ÇAKIR



İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vii
KISALTMA LİSTESİ	x
ŞEKİL LİSTESİ	xi
TABLO LİSTESİ	xviii
ÖZET	xix
ABSTRACT	xxi
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti.....	1
1.2 Tezin Amacı	3
1.3 Hipotez	3
1.4 Tezin İçeriği	4
2 HELİKOPTER DİNAMİK MODELİ	5
2.1 Güç Kaynakları.....	6
2.2 Rijit Cisim Dinamiği	6
2.3 Kinematik.....	7
2.4 Kuvvet ve Moment Üretim Süreci.....	7
2.5 Helikopter Havada Asılı Kalma Modu Açısız Hız Dinamik Modeli	9
3 HELİKOPTER DİNAMİĞİNDE KAOSUN İNCELENMESİ	12
3.1 Denge Noktası Kararlılık Analizi.....	12
3.2 Zaman Serileri	16
3.3 Faz Portreleri	17
3.4 Kelebek Etkisi.....	19
3.5 Poincaré Haritalaması	20
3.6 Lyapunov Üstelleri	22
3.7 Garip Çekicilerin Varlığı ve Sınıflandırılması.....	24
3.8 Çatallanma Diyagramı.....	30
3.8.1 Tek Değişkenli Çatallanma	30
3.8.2 Çift Değişkenli Çatallanma	35
4 ZAMAN GECİKMELİ AÇISAL HIZ DİNAMİĞİNDE KAOSUN İNCELENMESİ	40
5 KAOTİK ÇALIŞMA MODUNDA HELİKOPTERİN KONTROLÜ	50

5.1 Kararlı Sabit Nokta Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan PID Kontrolcü Kaotik Çekim Havzasında da Helikopter Sistemini İyi Bir Şekilde Kontrol Edebilir mi?	50
5.2 Kaotik Çekim Havzasında Helikopterin ADRC ile Kontrolü Üzerine İnceleme	53
5.2.1 Aktif Bozulma Reddetme Kontrolcüsü Tasarımı	54
5.2.2 Kararlı Sabit Nokta Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan ADRC Kaotik Çekim Havzasında da Helikopter Sistemini İyi Bir Şekilde Kontrol Edebilir mi?	56
5.2.3 Kaotik Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan ADRC ile Kaos Kontrolü	58
6 SONUÇ VE ÖNERİLER	70
KAYNAKÇA	73
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	83

SİMGE LİSTESİ

w	Açısal Hız
$\mathbf{w}_{b/n}^b$	Açısal Hız Vektörü
Q_m	Ana Rotor Hava Direnci Torku
x_m, y_m, z_m	Ana Rotor Tarafından Üretilen Aerodinamik Kuvvetler
τ_m	Ana Rotor Tarafından Üretilen Tork
a	Ana Rotorun Boyuna TPP Flap Hareketi Açısı
C_m, D_m	Ana Rotorun Drag Katsayıları
f_m	Ana Rotorun İtkisi Tarafından Üretilen Kuvvet
u_m	Ana Rotorun Kontrol Girişi
b	Ana Rotorun Yanal TPP Flap Hareketi Açısı
K_β	Ana Rotorun Yay Sabiti
B_a	Bağlantı Etkisi (a 'dan b 'ye)
A_b	Bağlantı Etkisi (b 'den a 'ya)
K	Bağlaşım Katsayısı
I	Birim Matris
$R_{n/b}$	Cisim Çerçevesinden Yerel NED Çerçevesine Dönme Matrisi
V_n	Cisim Çerçevesinden Yerel NED Çerçevesine Yansıtılan Hız Vektörü
$c *$	$\cos(*)$
$\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$	Çıkış Hatası Kontrol Parametreleri
v	Çizgisel Hız
E	Denge Noktası
τ	Dengeleyici Çubuğun Zaman Sabiti
$\mathbb{N}$	Doğal Sayılar Kümesi
ϕ, θ, ψ	Euler Açıları
δ	Filtreleme Faktörü
$\mathbf{m}_m$	$\mathbf{f}_m$ Tarafından Üretilen Moment
$\mathbf{m}_t$	$\mathbf{f}_t$ Tarafından Üretilen Moment
$\mathbb{R}$	Gerçek Sayılar Kümesi
H_∞	H Infinity
h_1	Hassasiyet Katsayısı
e	Hata Miktarı

w_{xr}, w_{yr}, w_{zr}	Helikopter Açısal Hız Referans Girişleri
w_x, w_y, w_z	Helikopter Açısal Hızları
J_x, J_y, J_z	Helikopter Atalet Momentleri
m	Helikopter Kütlesi
l_t	Helikopterin Ağırlık Merkezinin Arkasındaki Kuyruk Rotor Göbeği Konumu
h_m	Helikopterin Ağırlık Merkezinin Üzerindeki Ana Rotorun Ana Göbek Konumu
h_t	Helikopterin Ağırlık Merkezinin Üzerindeki Kuyruk Rotorunun Ana Göbek Konumu
u_{lon}	Helikopterin <i>Pitch</i> Açısı Kontrol Girişi
u_{lat}	Helikopterin <i>Roll</i> Açısı Kontrol Girişi
r_0	Hız Faktörü
K_I	İntegral Kazanç
J	Jacobi Matrisi
D_{KY}	Kaplan-Yorke Boyutu
b_0	Kompanzasyon Faktörü
r	Kontrol Kazancı
Q_t	Kuyruk Rotoru Hava Direnci Torku
y_t	Kuyruk Rotoru Tarafından Üretilen Aerodinamik Kuvvet
τ_t	Kuyruk Rotoru Tarafından Üretilen Tork
C_t, D_t	Kuyruk Rotorunun Drag Katsayıları
f_t	Kuyruk Rotorunun İtkisi Tarafından Üretilen Kuvvet
u_t	Kuyruk Rotorunun Kontrol Girişi
$u_{lorenzGiriş}$	Lorenz Sisteminin Kontrol Girişi
σ, p, β	Lorenz Sistemi Parametreleri
s	Lyapunov Yüzeyi
LE_{max}	Maksimum Lyapunov Üsteli
s_{max}	Maksimum Lyapunov Yüzeyi
LE_n	n . Lyapunov Üsteli
α	Nonlineer Bölen
K_P	Oransal Kazanç
λ	Özdeğer
K_1, K_2	Pertürbasyonun Deneysel Olarak Ayarlanabilen Ağırlıkları
τ_1, τ_2	Sabit Zaman Gecikmeleri

h	Simülasyon Adımı
$s *$	$\sin(*)$
c	Sönümleme Katsayısı
$t *$	$\tan(*)$
K_D	Türevsel Kazanç
B_{lat}	u_{lat} Kontrol Girişi Katsayısı
A_{lon}	u_{lon} Kontrol Girişi Katsayısı
f_{mg}	Yerçekimi Kuvveti
P_n	Yerel NED Çerçevesinde Konum Vektörü
t	Zaman
V	Ω 'nın Hiper-Hacmi
Ω	$\mathbb{R}^5$ 'te Düzgün Sınırı Olan Herhangi Bir Bölge

KISALTMA LİSTESİ

ADRC	Active Disturbance Rejection Control (Aktif Bozulma Reddetme Kontrolü)
ESO	Extended State Observer (Genişletilmiş Durum Gözlemcisi)
HHAKMAH	Helikopter Havada Asılı Kalma Modu Açısal Hız
HODFC	High Order Differential Feedback Controller (Yüksek Dereceli Diferansiyel Geribesleme Kontrolcüsü)
LE	Lyapunov Exponent (Lyapunov Üsteli)
LQG	Linear-Quadratic-Gaussian (Doğrusal-Kuadratik-Gaussiyen)
LQR	Linear-Quadratic Regulator (Doğrusal-Kuadratik Düzenleyici)
MIT	Massachusetts Institute of Technology (Massachusetts Teknoloji Enstitüsü)
NED	North-East-Down (Kuzey-Doğu-Aşağı)
NLSEF	Non-Linear State Error Feedback (Doğrusal Olmayan Durum Hatası Geribeslemesi)
PID	Proportional-Integral-Derivative (Oransal-İntegral-Türevsel)
TD	Tracking Differentiator (İzleme Farklılaştırıcısı)
TPP	Tip-Path-Plane (Kanat Ucu-Yol-Düzlemi)
WGS	World Geodetic System (Dünya Jeodezik Sistemi)

ŞEKİL LİSTESİ

- Şekil 2.1** Yerel NED koordinat çerçevesi ve cisim koordinat çerçevesi şeması5
- Şekil 2.2** Helikopter dinamik modeli blok diyagramı6
- Şekil 3.1** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -0.1179$, $w_y(0) = -0.0476$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ sabit çözüm zaman serileri16
- Şekil 3.2** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri....17
- Şekil 3.3** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin iki boyutlu (a) $w_x - w_y$ (b) $w_x - w_z$ (c) $w_x - a$ (d) $w_x - b$ (e) $w_y - w_z$ (f) $w_y - a$ (g) $w_y - b$ (h) $w_z - a$ (i) $w_z - b$ (j) $a - b$ kaotik faz portresi.....18
- Şekil 3.4** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin üç boyutlu (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ kaotik faz portresi18
- Şekil 3.5** HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ zaman serileri. $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050000$ başlangıç koşulu (mavi); $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050001$ başlangıç koşulu (kırmızı).19
- Şekil 3.6** HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde $w_x - w_y - w_z$ üç boyutlu faz portresi. $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050000$ başlangıç koşulu (mavi); $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050001$ başlangıç koşulu (kırmızı).20
- Şekil 3.7** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_x - w_y - w_z$ faz portresi ile $w_x = 0$ ve $w_z = 0$ Poincaré yüzeyleri21
- Şekil 3.8** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$

- başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_x = 0$ yüzeyi Poincaré haritası22
- Şekil 3.9** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_z = 0$ yüzeyi Poincaré haritası22
- Şekil 3.10** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin Lyapunov üstelleri.....23
- Şekil 3.11** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$ ve $b = 0.0133$ başlangıç koşullarında sabit iken $w_x(0)$ ve $w_y(0)$ başlangıç koşullarına bağlı HHAKMAH dinamik modelinin *sink* (çukur) çekim havzası (sarı) ve gizli kaotik çekim havzası (mavi).28
- Şekil 3.12** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde HHAKMAH dinamik modelinin $w_x - w_y - a$ faz portreleri. ($w_x = -60$, $w_y = 0$, $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (mavi) ve ($w_x = 30$, $w_y = -30$, $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (sarı).....28
- Şekil 3.13** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_y = -0.0476$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$ başlangıç koşullarında sabit iken $w_x(0)$ ve $w_z(0)$ başlangıç koşullarına bağlı HHAKMAH dinamik modelinin *sink* (çukur) çekim havzası (sarı) ve gizli kaotik çekim havzası (mavi).29
- Şekil 3.14** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde HHAKMAH dinamik modelinin $w_x - w_y - w_z$ faz portreleri. ($w_x = 0$, $w_y = -0.0476$, $w_z = -90$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (mavi) ve ($w_x = 30$, $w_y = -0.0476$, $w_z = -50$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (sarı).....29
- Şekil 3.15** J_x dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_x parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı31
- Şekil 3.16** J_y dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı31
- Şekil 3.17** J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_z parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı32

- Şekil 3.18** J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_z parametresine bağlı çatallanma diyagramı ve $J_z = 0.208 \text{ kgm}^2$, $J_z = 0.2635 \text{ kgm}^2$ ve $J_z = 0.6 \text{ kgm}^2$ değerlerinde sistemin faz portreleri.....33
- Şekil 3.19** Kendileri dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) m (b) h_m (c) h_t (d) l_t (e) τ (f) K_β parametresine bağlı çatallanma diyagramı.....34
- Şekil 3.20** J_x ve J_y dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_x ve J_y parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.....36
- Şekil 3.21** J_x ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_x ve J_z parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.....37
- Şekil 3.22** J_y ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y ve J_z parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.....38
- Şekil 3.23** J_y ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y ve J_z parametrelerine bağlı maksimum Lyapunov üsteli yüzeyi grafiği ve üç farklı J_y ve J_z değerinde sistemin faz portreleri39
- Şekil 4.1** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin τ_1 ve τ_2 zaman gecikmelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.42
- Şekil 4.2** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.004 \text{ s}$ iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a)

- $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri43
- Şekil 4.3** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005$ s ve $\tau_2 = 0.004$ s iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ üç boyutlu kaotik faz portresi.....43
- Şekil 4.4** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_2 = 0.004$ s iken τ_1 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı44
- Şekil 4.5** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005$ s iken τ_2 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı45
- Şekil 4.6** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100$ ms iken τ_2 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin çatallanma diyagramı.....45
- Şekil 4.7** Birleştirilmiş zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelleri (Denklem (4.4)) için bağlaşım katsayısı K ile w_{x_1} & w_{x_2} durum değişkenleri farkını gösteren çatallanma diyagramı ve en büyük Lyapunov üsteli tahmini47
- Şekil 4.8** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100$ ms ve $\tau_2 = 84$ ms iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri48
- Şekil 4.9** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100$ ms ve $\tau_2 = 84$ ms iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ üç boyutlu kaotik faz portresi.....48
- Şekil 4.10** Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100$ ms ve $\tau_2 = 84$ ms iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin $w_x = 0 \left(\frac{rad}{s}\right)$, $w_y = 0 \left(\frac{rad}{s}\right)$ ve $w_z = -15 \left(\frac{rad}{s}\right)$ Poincaré yüzeyleri ile bu yüzeylerdeki Poincaré haritaları.....49
- Şekil 4.11** (2.10)'da verilen zaman gecikmesiz HHAKMAH dinamik modeli ile (4.1)'de verilen zaman gecikmeli ($\tau_1 = 100$ ms ve $\tau_2 = 84$ ms) HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerinin $w_x - w_y - w_z$ faz

portresi üzerinde karşılaştırılması. (Her iki sistem Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde iken zaman gecikmeli sistemin başlangıç koşulları $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$, $b(0) = 0$ ve zaman gecikmesiz sistemin başlangıç koşulları $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ olarak alınmıştır.)	49
Şekil 5.1 PID kontrolcünün blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması	51
Şekil 5.2 Helikopter açışal hız dinamik modeli blok diyagramı	52
Şekil 5.3 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$, $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan PID kontrolcünün kararlı sabit nokta çekim havzasında kontrolü	52
Şekil 5.4 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan PID kontrolcünün kaotik çekim havzasında kontrol başarısızlığı (a) w_{xr} referans girişinin zamana bağlı grafiği (b) HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının zamana bağlı grafiği	53
Şekil 5.5 ADRC'nin blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması	57
Şekil 5.6 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$, $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'nin kararlı sabit nokta çekim havzasında kontrolü	57
Şekil 5.7 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'nin kaotik çekim havzasında kontrol başarısızlığı (a) w_{xr} referans girişinin zamana bağlı grafiği (b) HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının zamana bağlı grafiği	58
Şekil 5.8 ADRC'lerin blok diyagramları ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması	59
Şekil 5.9 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açışal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.)	60
Şekil 5.10 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açışal hızlarının	

- oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.)61
- Şekil 5.11** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.).....62
- Şekil 5.12** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_2 denge noktasından başlatılmıştır.)63
- Şekil 5.13** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_2 denge noktasından başlatılmıştır.)63
- Şekil 5.14** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_4 denge noktasından başlatılmıştır.)64
- Şekil 5.15** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_4 denge noktasından başlatılmıştır.)64
- Şekil 5.16** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde gizli kaotik çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = -60$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.)65
- Şekil 5.17** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde gizli kaotik çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = -60$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.).....65
- Şekil 5.18** Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, kararlı sabit nokta çekim havzasında $t = 0s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde kararlı sabit nokta çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$) başlatılmıştır.)66

Şekil 5.19 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, kararlı sabit nokta çekim havzasında $t = 0s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde kararlı sabit nokta çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = 30$, $w_y(0) = -30$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.)67

Şekil 5.20 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.005 s$ ve $\tau_2 = 0.004 s$ iken başlatılmıştır.)68

Şekil 5.21 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.005 s$ ve $\tau_2 = 0.004 s$ iken başlatılmıştır.)68

Şekil 5.22 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol başarısızlığı (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.1 s$ ve $\tau_2 = 0.084 s$ iken başlatılmıştır.)69

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1 MIT X-Cell 60 helikopterine ait parametre değerleri	10
--	----



Küçük Ölçekli İnsansız Helikopter Dinamiğinde Kaosun İncelenmesi ve Kontrolü

Ahmet ÇAKIR

Aviyonik Mühendisliği Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Prof. Dr. Haydar LİVATYALI

Küçük ölçekli helikopterin karmaşık mekanik yapısı ve yüksek düzeyde nonlineerliği açık döngü kontrolü altında istenmeyen salınımlar yaparak kolayca kararsız dinamik davranışlar sergilemesine neden olmaktadır. Özellikle yüksek ana rotor hızına ve hafif ağırlığa sahip olması rüzgâr gibi dış bozulmalara karşı helikopteri oldukça hassas hale getirerek gövdenin şiddetli bir şekilde sallanmasına ve bazen de açısız hız dinamiğinde kaos üretmesine neden olmaktadır. Bu bağlamda bu tezde helikopter havada asılı kalma modu açısız hız (HHAKMAH) dinamik modeli kaosu tespit etme yöntemleri kullanılarak analiz edilmiş ve kaos tespit edilmiştir. Sistemin farklı başlangıç koşullarında ve çeşitli parametre değerlerinde dinamik davranışının nasıl değişeceği gösterilmiştir. Kaotik çekiciler ile kararlı sabit nokta çekicisinin sistemde bir arada bulunduğu (*multistability*) tespit edilmiştir. Çeşitli değerlerde çekim havzaları oluşturularak sistemin gizli kaotik çekim setleri bulunmuştur. Ayrıca HHAKMAH dinamik modelinin zaman gecikmeli modeli oluşturularak helikopterin çalışma esnasında meydana gelmesi muhtemel zaman gecikmelerinde kaos incelenmiştir. Düşük zaman gecikmelerinde meydana gelen kaotik çekici ile zaman gecikmesiz modelin kaotik çekicilerinin benzer dinamik özellik gösterdiği tespit edilirken, büyük

zaman gecikmelerinde sistemin kaotik çekicisinin tamamen değişerek yeni bir kaotik çekici meydana geldiği tespit edilmiştir. Son olarak helikopterin açısal hızlarının kontrolü için normal çalışma modunda tasarlanan kontrolcülerin kaotik çalışma modunda sistemin kaotik çekicilerini stabilize edemedikleri tespit edilirken kaotik çalışma modunda tasarlanan kontrolcülerin hem kaotik çekicileri stabilize edebildikleri hem de normal çalışma modunda iyi bir şekilde çalıştıkları tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Küçük ölçekli insansız helikopter, kaos tespit yöntemleri, helikopter açısal hız kaosu, gizli kaotik çekiciler, kaos kontrolü



Investigation and Control of Chaos in Small-Scale Unmanned Helicopter Dynamics

Ahmet ÇAKIR

Department of Avionics Engineering

Master of Science Thesis

Supervisor: Prof. Dr. Haydar LİVATYALI

The complex mechanical structure and high nonlinearity of the small-scale helicopter cause undesirable oscillations under open-loop control and easily exhibit unstable dynamic behaviors. Especially having high main rotor speed and light body weight makes the helicopter very sensitive to external disturbances such as wind effect, causing the body to swing violently and sometimes to produce chaos in angular velocity dynamics. In this context, a helicopter hover mode angular velocity dynamic model is analyzed using chaos detection methods, and chaos is detected in this thesis. It is shown how the dynamic behavior of the system will change under different initial conditions and various parameter values. It has been determined that chaotic attractors and stable fixed-point attractors coexist (multistability) in the system. The hidden chaotic attraction sets of the system were found by creating basin of attractions at various values. In addition, the time delay model of the helicopter hover mode angular velocity dynamic model is created and the chaos in the possible time delays that may occur during the operation of the helicopter is investigated. It has been determined that the chaotic attractor that occurs at small time delays and the chaotic attractors of the model without time delay have similar dynamic properties. However, it has been

determined that at large time delays, the chaotic attractor of the system changes completely and a new chaotic attractor occurs. Finally, it has been determined that the controllers designed in the normal operating mode for the control of the angular velocity of the helicopter cannot stabilize the chaotic attractors of the system in the chaotic operating mode, while the controllers designed in the chaotic operating mode can both stabilize the chaotic attractors and work well in the normal operating mode.

Keywords: Small-scale unmanned helicopter, chaos detection methods, helicopter angular velocity chaos, hidden chaotic attractors, chaos control



1.1 Literatür Özeti

Kaos için kabul edilmiş evrensel bir tanım olmamasına rağmen genel olarak aperiodyik dinamik davranış sergileyen, nonlinear, tam sayılarla ifade edilmeyen kesirli boyutlu geometrik yapılı ve başlangıç koşullarına hassas bağımlı çekicileri olan, karmaşık ve öngörülemeyen sistem olarak tanımlanabilir [1, 2]. İlk üç boyutlu kaotik çeker, 1963 yılında atmosferik aktarım üzerine yaptığı çalışmalar esnasında Lorenz tarafından tesadüfen bulunmuştur [3]. Ruelle ve Takens enerji tüketen dinamik sistemlerin kaotik çekicileri için “strange” (garip, tuhaf, sıra dışı) çekici ifadesini türetmiştir [4]. Mandelbrot tamsayı ile ifade edilen boyutların kaotik yapılara uygun olmadığını, garip çekerlerin fraktal (kesirli) geometrik boyutlarda yapılar olduğunu göstermiştir [5]. Leonov ve Kuznetsov kaotik çekicileri kendinden uyarımlı (*self-excited*) ve gizli (*hidden*) olmak üzere iki kategoriye ayırmıştır [6-9]. Kendinden uyarımlı çekicilere sahip kaotik sistem, kararsız bir denge ile kesişen bir çekim havzasına sahipken; gizli çekicilere sahip kaotik sistem, herhangi bir açık denge komşuluğu ile kesişmeyen bir çekim havzasına sahiptir [6-9]. Kendinden uyarımlı çekicilere sahip kaotik sistemlere [10-12] ve gizli çekicilere sahip kaotik sistemlere [11-15] örnek olarak verilebilir.

Lorenz ile birlikte kaos ilgi çeken araştırma konusu olmuş Rössler sistemi [16], Rabinovich ve Fabrikant sistemi [17], Arneodo sistemi [18], Chua sistemi [19], Lü sistemi [20] gibi birçok üç boyutlu kaotik denklem takımları (üç eşleştirilmiş birinci mertebeden adi diferansiyel denklem seti) ile dört boyutlu Qi sistemi [21], Bao sistemi [22], beş boyutlu [23-26] ve daha yüksek boyutlu [10, 27, 28] hiperkaotik denklem takımları ortaya çıkmıştır. Aynı zamanda zaman gecikmeli denklem takımları [29-31] ve kesir mertebeli [32-38] denklem takımları da araştırma konusu olmuştur. Kaos gelişen teknoloji ile birlikte çeşitli bilim ve mühendislik uygulamalarında kullanılmıştır. Bunlara biyoloji [39, 40], ekoloji [41, 42], kimyasal reaksiyonlar [43, 44], sinir ağları [45-47], kardiyoloji [48, 49],

lazerler [50, 51], osilatörler [52, 53], şifreleme [12, 38, 54, 55], güvenli iletişim [56, 57], kriptosistemler [58, 59], robotik [60-62] gibi uygulamalar örnek verilebilir. Çoğu mühendislik uygulamalarında ise kaos kaçınılması, kontrol edilmesi gereken bir problemdir ve meydana gelmesi durumunda sistemde bozulmalara hatta bazen de katastrofik (ölümcül) kazalara sebebiyet verebilmektedir. Bu duruma örnek olarak 1992'de YF-22 Boeing uçağının kontrol sisteminde meydana gelen gizli kaotik salınımların uçağın düşmesine neden olması verilebilir [63-65].

Literatürde kaotik sistemleri kontrol etmek için çeşitli kontrol yöntemleri vardır. Bunlardan bazıları OGY metodu [66], Pyragas metodu [67], kaosun kaos ile kontrolü [68], enerji değişim yöntemi ile kaos kontrolü [69, 70], aktif kontrol [71-75], adaptif kontrol [76-79], kayan kipli kontrol [80, 81], geri adımlamalı kontrol [82, 83] vb. şeklinde sıralanabilir.

Son zamanlarda gelişen teknoloji ile birlikte insansız helikopterler fotogrametri [84], gözetleme [85], taşıma gibi çeşitli amaçlar için kullanılmaktadır. Bunlara iletişim hattı denetimi [86, 87], askeri ve çevresel gözetim [88-91], kargo dağıtımı [92, 93] gibi uygulamalar örnek verilebilir.

Helikopterin karmaşık mekanik yapısı ve nonlineerliği açık döngü kontrolü altında istenmeyen salınımlar yaparak kolayca kararsız dinamik davranışlar sergilemesine neden olmaktadır. Bu kararsız davranışlar periyodik olabileceği gibi bazen de kaotik olmaktadır. Helikopterin açısız hız dinamiğinde meydana gelen kaos, helikopterin açısız hızının büyük genliklerde ve rastgele değişmesine, helikopter gövdesinin şiddetli sarsıntılarla sallanmasına, kontrol performansında kayıplara bazen de açık döngüdeki helikopterin tamamen kontrol edilmezliğine neden olarak katastrofik kazalara sebebiyet vermektedir [94].

Eksenler, rotorlar ve flap hareketi arasındaki güçlü bağlantı, yüksek nonlineerliği ve açık döngüdeki kararsızlığı nedeniyle küçük ölçekli insansız helikopterler için tam ve kesin bir matematiksel model oluşturmak oldukça zordur. Buna karşın Qi ve Huang [95] ve Cai vd. [96] yaptıkları araştırmalar sonucu helikopteri rijit bir gövde kabul ederek ve düşük hızlarda (veya havada asılı kalma durumunda) araçla taşınan NED ile yerel NED koordinat sistemlerinin yönlerinin birbiriyle çakıştığı

kabulü ile helikopterin havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modelini beş eşleştirilmiş (açısal hızlar ve ana rotor flap hareketi açılarından oluşan) birinci mertebeden adi diferansiyel denklem ile ifade etmiştir. Qi ve Huang [95] bu matematiksel modele dayanarak helikopterin açısal hız dinamiklerinde kaos tespit etmiştir.

Küçük ölçekli helikopter için PID [97], H_∞ [98], LQR [99], bulanık adaptif PID [100], LQG [101] gibi lineer kontrol algoritmaları; adaptif [102], gürbüz (*robust*) [103], geri adımlamalı kontrol [104], kayan kipli kontrol [105], ADRC [106], HODFC [94, 107] gibi nonlinear kontrol algoritmaları geliştirilmiştir. Buradaki doğrusal yöntemlerin çoğu helikopterin nonlinearliği göz ardı edilerek matematiksel modelin doğrusallaştırılmasıyla tasarlanır. Matematiksel modelin doğrusallaştırılarak analiz edilmesi gerçek çalışma esnasında helikopterde meydana gelmesi olası kaotik salınımların simülasyon ortamında tamamen göz ardı edilmesine neden olmaktadır. Bu durum da gerçek çalışma esnasında helikopterde meydana gelebilecek kaotik salınımlar ile baş edemeyecek ancak simülasyon ortamında başarılı görünen kontrol algoritmaları geliştirilmesine neden olmaktadır.

1.2 Tezin Amacı

Tezin amacı helikopterin havada asılı kalma modu için Qi ve Huang [95] ile Cai vd.'nin [96] önerdiği açısal hız dinamik modelini kaosu tespit etme yöntemlerini kullanarak daha kapsamlı bir şekilde analiz etmek, aynı zamanda çalışma esnasında helikopterde meydana gelmesi muhtemel zaman gecikmelerinde sistemin dinamik davranışının nasıl değişeceğini tespit etmek ve son olarak açısal hız dinamik modelinde kaos meydana gelmesi durumuyla baş edebilecek kontrolcü tasarlamaktır.

1.3 Hipotez

Bir sistemde kaos meydana gelmesi durumunda dinamikler oldukça kararsız olur ve değişim o kadar hızlanır ki normal çalışma modu için tasarlanan kontrolcülerin kontrol girişi bu hızı çoğu zaman kontrol edemez. Dolayısıyla sistemde oluşabilecek tüm kaotik çekicilerin tespit edilerek bu kaotik çekicilerle de baş edebilecek kontrol algoritmaları geliştirilmesi gerekmektedir.

1.4 Tezin İçeriği

Bu girişin ardından ikinci kısımda tezin amacı doğrultusunda helikopterin havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli verilmiştir.

Üçüncü kısımda kaosu tespit etme yöntemleri hakkında bilgiler verilerek MIT'nin X-Cell 60 insansız helikopterine ait parametre değerlerinde kaos incelenmiştir.

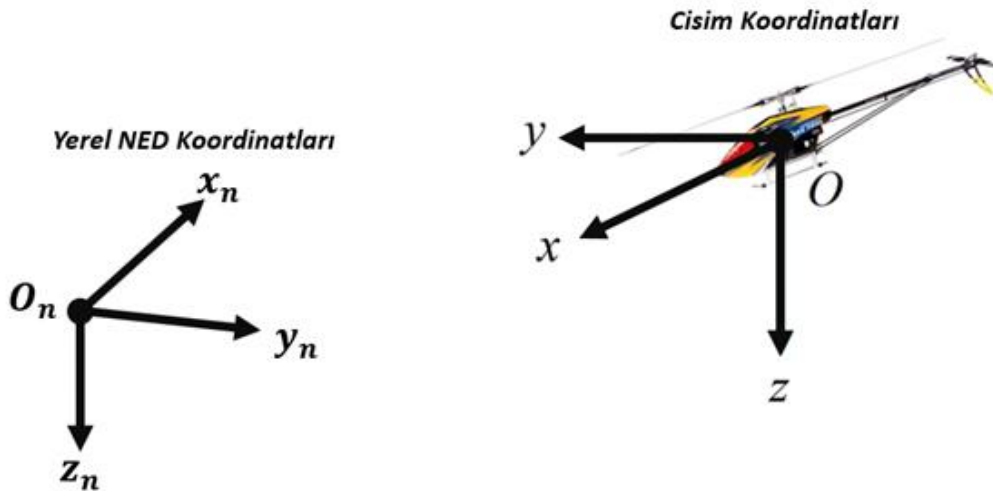
Dördüncü kısımda helikopter açısal hız dinamik modeline zaman gecikmeleri katılarak elde edilen zaman gecikmeli açısal hız dinamik modelinde kaos incelenmiştir.

Beřinci kısımda kaotik çalışma modunda helikopterin kontrolü üzerine inceleme yapılarak helikopterin açısal hızları için kaotik çekiciler ile baş edebilecek kontrolcü tasarlanmıştır.

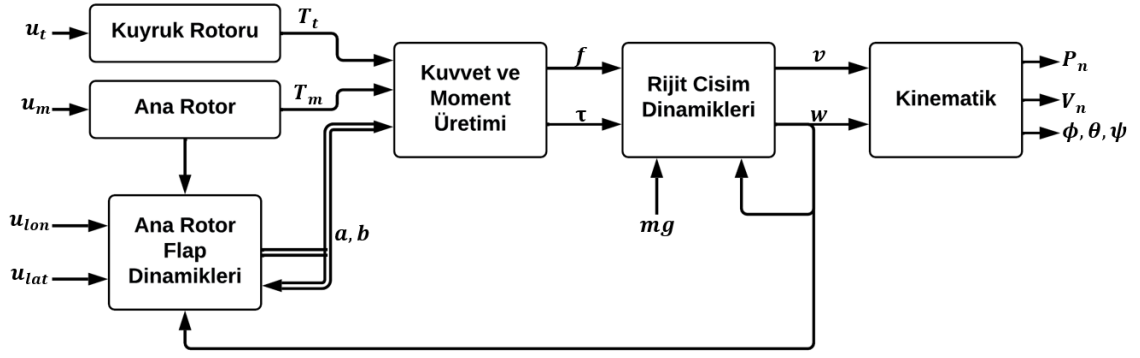
Tezin altıncı kısmında yapılan çalışmaların sonuçları ile ileriki çalışmalar için öneriler verilmiştir.

2 HELİKOPTER DİNAMİK MODELİ

Bu kısımda helikopterin havada asılı kalma modu için dinamik modeli inceliyoruz. Uçuş halindeki bir cismin hareketini tanımlamak için North-East-Down (NED) koordinatlarına ihtiyaç duyulmasına karşın havada asılı kalma modunda helikopter küçük bir bölgede düşük hızla hareket ettiğinden araçla taşınan NED ve yerel NED koordinat sistemlerinin yönlerinin birbiriyle çakıştığı kabul edilebilir. Dolayısıyla havada asılı kalma modu için Şekil 2.1’de de gösterilen cisim (body) koordinat ve yerel NED koordinat çerçevesini dikkate almak yeterlidir. Cisim koordinat çerçevesinin orijini helikopterin kütle merkezinde (Şekil 2.1’de O noktası ile gösterilmiştir.) bulunur. x eksen helikopter gövdesinin önünü, y eksen gövdenin sağını ve z eksenini de vektör çarpımlarının sağ el kuralına göre aşağıyı yönü gösterir. Navigasyon veya yer koordinat sistemi olarak da bilinen yerel NED koordinat sisteminde orijin (Şekil 2.1’de O_n ile gösterilmiştir.) dünya yüzeyindeki bir noktaya keyfi olarak sabitlenmiştir. World Geodetic System (WGS) 84 elipsoit modele göre x_n eksen elipsoit kuzeyi (jeodezik kuzey), y_n eksen elipsoit doğuyu (jeodezik doğu) ve z_n eksen elipsoit normal boyuna aşağıyı gösterir. Dolayısıyla yerel NED çerçevesi sabit iken cisim çerçevesi döner [96].



Şekil 2.1 Yerel NED koordinat çerçevesi ve cisim koordinat çerçevesi şeması



Şekil 2.2 Helikopter dinamik modeli blok diyagramı

Bu kısımda helikopterin havada asılı kalma modu için açısal hız dinamik modelini [95, 96, 108-111] ile verilen referanslardaki çalışmaları takip ederek sunuyoruz. Helikopter modeli güç kaynakları, kuvvet ve moment üretim süreci, rijit cisim dinamiği ve kinematik olmak üzere dört alt sistemden oluşur. Şekil 2.2’de helikopter dinamik modelinin blok diyagramı verilmiştir.

2.1 Güç Kaynakları

Güç kaynağı ana rotor ile kuyruk rotorundan oluşur. Ana rotorun ve kuyruk rotorunun itme kuvvetleri kontrol girişlerine, gövdeye, yatay ve dikey stabilizatöre bağlıdır.

2.2 Rijit Cisim Dinamiği

Helikopter rijit bir cisim olarak kabul edilirse, helikopter dinamik modeli hem öteleme hareketini hem de dönme hareketini barındırır. Dolayısıyla cisim koordinat çerçevesinde bulunan ağırlık merkezine kuvvet $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^3$ ve tork $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3$ etki etmesi durumunda Newton-Euler denklemlerine göre öteleme hareketi

$$m\dot{\mathbf{v}} = m\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{f} \quad (2.1)$$

ile tanımlanırken, dönme hareketi

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.2)$$

ile tanımlanır. Burada $\mathbf{v} = [v_x, v_y, v_z]^T \in \mathbb{R}^3$ cismin çizgisel hızı, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbb{R}^3$ cismin açısal hızı, $m \in \mathbb{R}^1$ kütlesi ve $\mathbf{J} = \text{diag}(J_1, J_2, J_3)$ ise atalet matrisidir.

2.3 Kinematik

Helikopter sisteminin kinematiği, yerel NED ile cisim koordinat çerçeveleri arasında öteleme ve dönme hareketlerinin dinamik dönüşümleri ile ilgilidir.

Öteleme hareketi

$$\dot{\mathbf{P}}_n = \mathbf{V}_n = \mathbf{R}_{n/b} \mathbf{V}_b \quad (2.3)$$

ile tanımlanır. Burada $\mathbf{P}_n$ yerel NED çerçevesinde konum vektörü, $\mathbf{V}_n$ yerel NED çerçevesine cisim çerçevesinden yansıtılan hız vektörü, $\mathbf{V}_b$ cisim çerçevesine yerel NED çerçevesinden yansıtılan hız vektörüdür. $\mathbf{R}_{n/b}$ ise cisim çerçevesinden yerel NED çerçevesine dönme matrisidir. $\mathbf{R}_{n/b}$ formülü

$$\mathbf{R}_{n/b} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & c\phi s\theta c\psi + s\theta s\psi \\ c\theta s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada $s * = \sin(*)$ ve $c * = \cos(*)$ 'dir.

Dönme hareketi

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \mathbf{w}_{b/n}^b \quad (2.5)$$

ile tanımlanır. Burada ϕ , θ ve ψ sırasıyla x, y ve z eksenlerindeki ZYX Euler açıları, $t * = \tan(*)$ ve $\mathbf{w}_{b/n}^b$ açısal hız vektörüdür.

2.4 Kuvvet ve Moment Üretim Süreci

Bir helikopter sistemi; kaldırma kaynağı olan bir ana rotor, ana rotorun dönüşünden kaynaklanan gövde torkuna karşı koymak için itme kuvveti üreten bir kuyruk rotoru, dikey dengeleyici, yatay dengeleyici ve gövdeden oluşan toplu bir model olarak düşünülebilir. Helikopterdeki bileşke kuvvet ana ve kuyruk rotorlarının ürettiği itme kuvvetlerinden, yatay ve dikey dengeleyicilerin oluşturduğu sönümleme kuvvetlerinden, gövdeden kaynaklanan aerodinamik kuvvetlerden ve yerçekimi kuvvetinden; bileşke tork ise ana rotor, kuyruk rotoru ve gövde tarafından üretilen momentler ile bileşke kuvveti oluşturan kuvvetler

tarafından oluşturulan momentlerden oluşur. Havada asılı kalma modunda ve yavaş hızdaki ileri uçuş modunda yatay dengeleyici, dikey dengeleyici ve gövdeden kaynaklanan drag ihmal edilebilir. Bu nedenle sisteme etki eden bileşke kuvvet

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_t + \mathbf{f}_{mg} \quad (2.6)$$

ile ifade edilebilir. Burada $\mathbf{f}_m$ ana rotorun itkisi (*thrust*) tarafından üretilen kuvveti, $\mathbf{f}_t$ kuyruk rotorunun itkisi tarafından üretilen kuvveti ve $\mathbf{f}_{mg}$ yerçekimi kuvvetini göstermektedir. Bu kuvvetler detaylı olarak

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ y_t \\ 0 \end{bmatrix} + R_{n/b}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \\ x_m &= -T_m \sin a \\ y_m &= T_m \sin b \\ z_m &= -T_m \cos a \cos b \\ y_t &= -T_t \end{aligned} \quad (2.7)$$

şeklinde yazılır. Burada T_m , T_t sırasıyla ana rotorun ve kuyruk rotorunun itkileri; x_m , y_m , z_m ana rotor tarafından üretilen aerodinamik kuvvetleri; y_t kuyruk rotoru tarafından üretilen aerodinamik kuvvet; a ana rotorun boyuna TPP (*Tip Path Plane*) flap hareketi açısı ve b ana rotorun yanal TPP flap hareketi açısıdır. $R_{n/b}^T$ ise yerçekimi kuvvetini NED çerçevesinden cisim koordinat çerçevesine döndürür.

Toplam tork

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{toplamlam} &= \boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t + \mathbf{m}_m + \mathbf{m}_t \\ \boldsymbol{\tau}_{toplamlam} &= \begin{bmatrix} K_\beta sb - Q_m sacb \\ K_\beta sa + Q_m sbca \\ -Q_m cacb \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -Q_t \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_m h_m \\ -x_m h_m \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_t h_t \\ 0 \\ -y_t l_t \end{bmatrix} \\ Q_m &\cong C_m T_m^{1.5} + D_m \\ Q_t &\cong C_t T_t^{1.5} + D_t \\ T_m &= K_m u_m + B_m \\ T_t &= K_t u_t + B_t \end{aligned} \quad (2.8)$$

ile bulunur. Burada τ_m, τ_t sırasıyla ana rotor ve kuyruk rotoru tarafından üretilen torkları; m_m, m_t sırasıyla f_m, f_t tarafından üretilen momentleri; Q_m, Q_t hava direnci torklarını; K_β ana rotorun yay sabitini; h_m, h_t helikopter sisteminin ağırlık merkezinin üzerindeki ana rotor ve kuyruk rotorunun ana göbek konumlarını; l_t helikopter sisteminin ağırlık merkezinin arkasındaki kuyruk rotor göbeği konumunu; C_m, D_m, C_t ve D_t ana rotorun ve kuyruk rotorunun drag katsayılarını; u_m ana rotorun kontrol girişini; u_t kuyruk rotorunun kontrol girişini göstermektedir. K_m, B_m, K_t ve B_t deneysel veriler kullanılarak elde edilen katsayılardır.

Ana rotor pallerinin (*blades*, pervane palalarının) uçlarının oluşturduğu düzlemin (TPP), mil düzlemine göre yaptıkları boyuna ve yanal eğim açılarına ana rotor TPP flap hareketi açıları denir. Boyuna ve yanal eğim açıları sırasıyla a ve b ile gösterilir. Bu eğim açıları helikopter dinamiğinde kuvvet ve torka neden olur. Ana rotor flap açılarıyla ilişkili dinamikler

$$\begin{aligned}\dot{a} &= -w_y - \frac{a}{\tau} + A_b b + A_{lon} u_{lon} \\ \dot{b} &= -w_x + B_a a - \frac{b}{\tau} + B_{lat} u_{lat}\end{aligned}\tag{2.9}$$

ile temsil edilir. Burada τ dengeleyici çubuğun zaman sabiti; A_b, B_a boyuna ve yanal flap hareketleri arasındaki bağlantı etkisi; u_{lon}, u_{lat} sırasıyla helikopterin *pitch* (yunuslama) açısı ve *roll* (yuvarlanma) açısı kontrol girişleri; A_{lon}, B_{lat} sırasıyla u_{lon}, u_{lat} kontrol girişlerinin katsayılarıdır.

2.5 Helikopter Havada Asılı Kalma Modu Açısal Hız Dinamik Modeli

Helikopterin havada asılı kalma modunda sadece dönme hareketi aktiftir. Dolayısıyla (2.2), (2.8) ve (2.9) birleştirilerek helikopterin havada asılı kalma modu için açısal hız dinamik modeli (2.10) ile birinci mertebeden eşleştirilmiş beş diferansiyel denklem ile ifade edilir. Helikopterin havada asılı kalabilmesi için $T_m = mg, T_t = \frac{Q_m}{l_t}$ olmalıdır. Burada J_x, J_y ve J_z sırasıyla *roll* (yuvarlanma), *pitch* (yunuslama) ve *yaw* (dönme) hareketi atalet momentlerini; T_m yerçekimine karşı gelmek için ana rotorun ürettiği itme kuvvetini; T_t ise ana rotorun dönüşünden

kaynaklanan gövde torkuna karşı koymak için kuyruk rotorunun ürettiği itme kuvvetini göstermektedir.

$$\begin{aligned}
J_x \dot{w}_x &= (J_y - J_z) w_y w_z + (K_\beta + h_m T_m) \sin b \\
&\quad - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \sin a \cos b - h_t T_t \\
J_y \dot{w}_y &= (J_z - J_x) w_z w_x + (K_\beta + h_m T_m) \sin a \\
&\quad + (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos a \sin b - (C_t T_t^{1.5} + D_t) \\
J_z \dot{w}_z &= (J_x - J_y) w_x w_y + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \cos a \cos b \\
\dot{a} &= -w_y - \frac{a}{\tau} + A_b b + A_{lon} u_{lon} \\
\dot{b} &= -w_x + B_a a - \frac{b}{\tau} + B_{lat} u_{lat}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

MIT X-Cell 60 küçük ölçekli insansız helikopteriine ait bazı parametreler ve bu parametrelere ait değerler Tablo 2.1’de verilmiştir [95, 108-111].

Tablo 2.1 MIT X-Cell 60 helikopteriine ait parametre değerleri

Parametre	Değeri	Parametre	Değeri
m	8.2 kg	K_m	80.44
g	9.78 $\frac{m}{s^2}$	A_{lon}	4.2
J_x	0.18 kgm^2	B_{lat}	4.2
J_y	0.34 kgm^2	A_b	3.629 s^{-1}
J_z	0.28 kgm^2	B_a	3.993 s^{-1}
h_m	-0.235 m	τ	0.1 s^{-1}
h_t	0.08 m	K_β	52 $\frac{Nm}{rad}$
l_t	0.91 m	C_t	0.005066 $\frac{m}{\sqrt{N}}$
C_m	0.004452 $\frac{m}{\sqrt{N}}$	D_t	0.008488 Nm
D_m	0.6304 Nm	B_m	88.48

Tablo 2.1 MIT X-Cell 60 helikopterine ait parametre değerleri (devamı)

K_t	18.46	B_t	4.22
-------	-------	-------	------



Bu kısımda HHAKMAH dinamik modeli MIT X-Cell 60 insansız küçük ölçekli helikopterine ait parametre değerlerinde kaosu tespit etme yöntemlerinden denge noktası kararlılık analizi, zaman serisi gözlenmesi, faz portresi, kelebek etkisi, Poincaré haritalaması, Lyapunov üstelleri ve çatallanma diyagramı ile incelenecektir. Aynı zamanda sistemin çekicileri bulunup sınıflandırılacaktır.

3.1 Denge Noktası Kararlılık Analizi

Tanım 3.1 $n \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $x_0 = \begin{bmatrix} x_{01} \\ \vdots \\ x_{0n} \end{bmatrix}$ için $\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = f(x) = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$ lineer olmayan otonom sisteminde $f(x_0) = 0$ eşitliğini sağlayan x_0 noktasına $\dot{x} = f(x)$ sisteminin denge noktası denir.

$\dot{x} = f(x)$ sisteminin Jacobi matrisi

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

ile ifade edilir. Sistemin karakteristik denklemi

$$|J - \lambda I| = 0 \quad (3.2)$$

ile elde edilir. Burada I birim matristir. $i = [1 \ n] \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere karakteristik denklemin çözülmesiyle sistemin denge noktasındaki λ_i özdeğerleri bulunur. Sistemin denge noktasındaki tüm özdeğerlerinin reel kısımları sıfırdan farklı ise bu denge noktasına hiperbolik denge noktası denir. Sistemin denge noktasındaki herhangi bir özdeğerinin reel kısmı sıfır ise bu denge noktasına hiperbolik

olmayan denge noktası denir. Hiperbolik denge noktasının kararlılığı λ_i özdeğerlerinin reel kısımlarının işareti ile belirlenir [112, 113].

Tüm özdeğerlerinin reel kısımları negatif ise ($Re(\lambda_i) < 0$) x_0 hiperbolik denge noktası *sink* (çukur) olarak adlandırılır. Ve asimptotik kararlıdır [112, 113].

Tüm özdeğerlerinin reel kısımları pozitif ise ($Re(\lambda_i) > 0$) x_0 hiperbolik denge noktası *source* (kaynak) olarak adlandırılır. Ve asimptotik kararsızdır [112, 113].

Tüm özdeğerlerinin reel kısımları sıfırdan farklı ($Re(\lambda_i) \neq 0$) ve hem pozitif hem de negatif reel kısımlar içeriyorsa x_0 hiperbolik denge noktası eyerdir [112, 113].

Hiperbolik olmayan denge noktasının kararlılığını belirlemek için Lyapunov'un geliştirmiş olduğu iki yöntem vardır. Birinci yöntemde diferansiyel denklem çözülerek çözümün kararlı olup olmadığına bakılarak denge noktasının kararlılığı belirlenir. İkinci yöntemde ise Lyapunov fonksiyonu bulunur ve bu fonksiyon yardımıyla hiperbolik olmayan denge noktasının kararlılığı belirlenir.

(2.10) ile verilen HHAKMAH dinamik modelinin denge noktalarının bulunabilmesi için Tanım 3.1'e göre türevli terimlerin yerlerine sıfır koyulduktan sonra tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned}
0 &= (J_y - J_z)w_y w_z + (K_\beta + h_m T_m) \sin b \\
&\quad - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \sin a \cos b - h_t T_t \\
0 &= (J_z - J_x)w_z w_x + (K_\beta + h_m T_m) \sin a \\
&\quad + (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos a \sin b - (C_t T_t^{1.5} + D_t) \\
0 &= (J_x - J_y)w_x w_y + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos a \cos b \\
0 &= -w_y - \frac{a}{\tau} + A_b b + A_{lon} u_{lon} \\
0 &= -w_x + B_a a - \frac{b}{\tau} + B_{lat} u_{lat}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

denklem takımı elde edilir. MIT X-Cell 60 helikopterine ait Tablo 2.1'deki parametre değerleri kullanılarak (3.3) çözülürse, HHAKMAH dinamik modelinin denge noktaları bulunur. (3.3) trigonometrik ifadelerden oluştuğundan sonsuz sayıda çözüm dolayısıyla sonsuz sayıda denge noktası elde edilebilir. Bunlardan beşi (3.4)'te ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
E_1 &= [w_x \ w_y \ w_z \ a \ b]_{E_1}^T \\
&= [-0.1179 \ -0.0476 \ 21.5730 \ 0.0076 \ 0.0133]^T \\
E_2 &= [w_x \ w_y \ w_z \ a \ b]_{E_2}^T \\
&= [-80.2413 \ -0.0106 \ -1.1075 \ 3.4067 \ 9.3844]^T \\
E_3 &= [w_x \ w_y \ w_z \ a \ b]_{E_3}^T \\
&= [-1.2175 \ -24.8012 \ 21.1155 \ 2.9521 \ 1.3005]^T \\
E_4 &= [w_x \ w_y \ w_z \ a \ b]_{E_4}^T \\
&= [54.0625 \ 0.7630 \ 4.1870 \ -2.3836 \ -6.3580]^T \\
E_5 &= [w_x \ w_y \ w_z \ a \ b]_{E_5}^T \\
&= [27.2443 \ 1.1224 \ 11.6652 \ -1.2875 \ -3.2385]^T
\end{aligned} \tag{3.4}$$

(2.10) ile verilen HHAKMAH dinamik modelinin, Jacobi matrisi (3.1) yardımıyla

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{(J_y - J_z)w_z}{J_x} & \frac{(J_y - J_z)w_y}{J_x} & \frac{-Q_m c a c b}{J_x} & \frac{(K_\beta + h_m T_m) c b + Q_m s a s b}{J_x} \\ \frac{(J_z - J_x)w_z}{J_y} & 0 & \frac{(J_z - J_x)w_x}{J_y} & \frac{(K_\beta + h_m T_m) c a - Q_m s a s b}{J_y} & \frac{Q_m c a c b}{J_y} \\ \frac{(J_x - J_y)w_z}{J_z} & \frac{(J_x - J_y)w_x}{J_z} & 0 & \frac{Q_m s a c b}{J_z} & \frac{Q_m c a s b}{J_z} \\ 0 & -1 & 0 & \frac{-1}{\tau} & A_b \\ -1 & 0 & 0 & B_a & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

şeklinde bulunur. Bulunan Jacobi matrisi Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde (3.2)'ye koyulursa MIT X-Cell 60 helikopterinin havada asılı kalma modu açışal hız dinamik modelinin karakteristik denklemi elde edilir. Elde edilen karakteristik denklem denge noktalarında çözülürse sistemin denge noktalarındaki λ_i özdeğerleri bulunur.

Sistemin E_1 denge noktasındaki özdeğerleri

$$\begin{aligned}
\lambda_{1,2} &= -9.9999 \pm 11.4306i \\
\lambda_{3,4} &= -0.0001 \pm 9.5344i \\
\lambda_5 &= -0.0001
\end{aligned} \tag{3.6}$$

olarak bulunur.

Sistemin E_2 denge noktasındaki özdeğerleri

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= 0.3957 \pm 31.5782i \\ \lambda_3 &= 9.8393 \\ \lambda_4 &= -20.2948 \\ \lambda_5 &= -10.3359\end{aligned}\tag{3.7}$$

olarak bulunur.

Sistemin E_3 denge noktasındaki özdeğerleri

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= -1.1330 \pm 11.2390i \\ \lambda_3 &= 7.2187 \\ \lambda_4 &= -17.8501 \\ \lambda_5 &= -7.1025\end{aligned}\tag{3.8}$$

olarak bulunur.

Sistemin E_4 denge noktasındaki özdeğerleri

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= 0.5465 \pm 20.6747i \\ \lambda_{3,4} &= -4.5017 \pm 12.4376i \\ \lambda_5 &= -12.0897\end{aligned}\tag{3.9}$$

olarak bulunur.

Sistemin E_5 denge noktasındaki özdeğerleri

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= -0.5496 + 11.8510i \\ \lambda_3 &= -20.8018 \\ \lambda_4 &= 10.0457 \\ \lambda_5 &= -8.1446\end{aligned}\tag{3.10}$$

olarak bulunur.

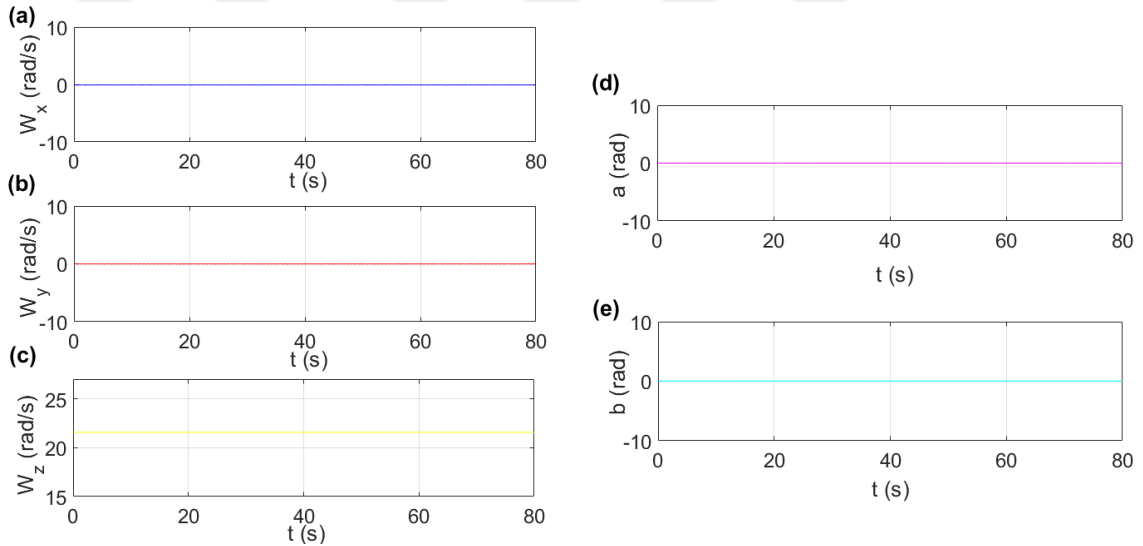
HHAKMAH dinamik modelinin E_1 , E_2 , E_3 , E_4 ve E_5 denge noktalarındaki tüm özdeğerlerin reel kısımları sıfırdan farklıdır. Dolayısıyla E_1 , E_2 , E_3 , E_4 ve E_5 sistemin hiperbolik denge noktalarıdır.

E_1 hiperbolik denge noktasındaki tüm özdeğerlerin reel kısımları negatiftir. Dolayısıyla E_1 hiperbolik denge noktası *sink* (çukur) olarak adlandırılır. Ve asimptotik karardır. E_1 denge noktası kararlı olduğundan bu denge noktasında ve yakın komşuluklarında sistemin kaotik çıkış üretmesi beklenmez.

E_2, E_3, E_4 ve E_5 hiperbolik denge noktalarında özdeğerler hem pozitif hem de negatif reel kısımlar içerir. Dolayısıyla E_2, E_3, E_4 ve E_5 hiperbolik denge noktaları eyerdir. Bu durumda sistem bu denge noktaları civarında kaotik çıkış üretebilir.

3.2 Zaman Serileri

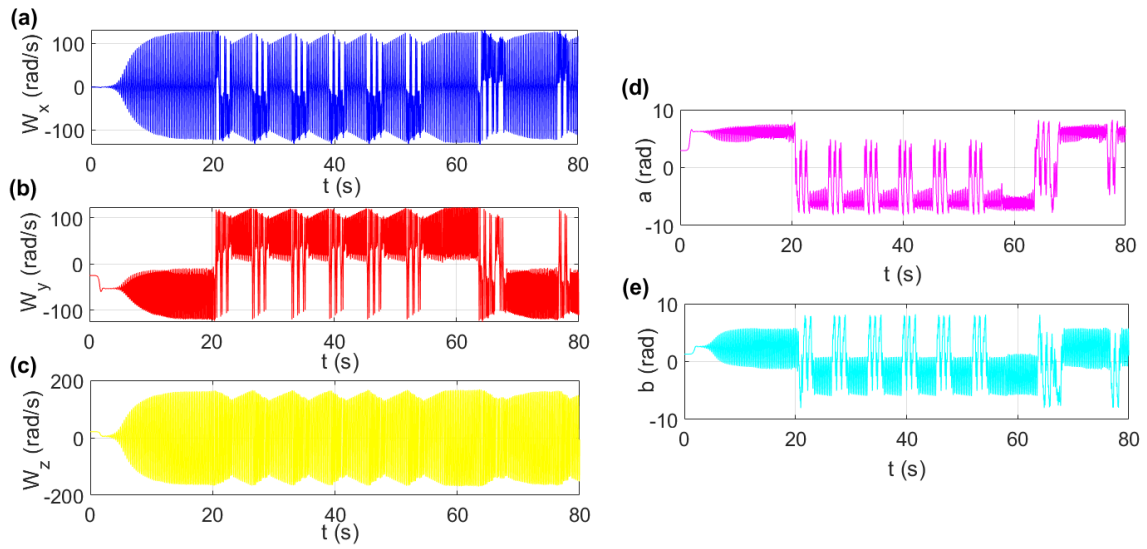
Bu yöntemde sistemin durum değişkenleri zamana göre gözlenir. Sistem kaotik çıkış üretiyorsa sistemin durum değişkenlerinin zaman serileri aperiyojik, düzensiz ve öngörülemez davranış sergiler [114].



Şekil 3.1 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -0.1179$, $w_y(0) = -0.0476$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ sabit çözüm zaman serileri

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve başlangıç koşulları E_1 kararlı denge noktasıyla aynı olacak şekilde ($w_x(0) = -0.1179 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.0476 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$) ayarlanarak MATLAB platformunda Runge-Kutta yönteminin “ode45” (Dormand-Prince) tipi “ode” (bayağı diferansiyel denklem) çözücüsü seçilerek çözdürüldüğünde elde edilen zaman serileri grafikleri Şekil 3.1’de verilmiştir. Şekil 3.1’deki zaman serileri grafikleri incelendiğinde sistemin sabit

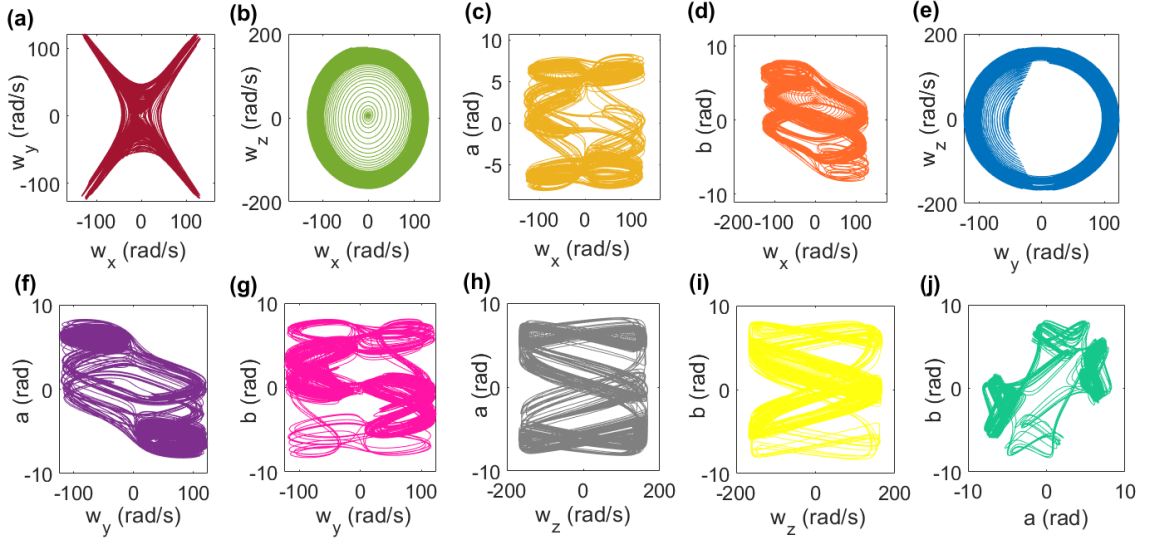
çıkış ürettiği görülmektedir. Dolayısıyla bu başlangıç koşullarında (E_1 denge noktasında) sistemin kaotik çıkış üretmediği kesindir. Sistem aynı parametre değerlerinde ve aynı çözücüde başlangıç koşulları E_3 eyer denge noktasıyla aynı olacak şekilde ($w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$) ayarlanarak çözdürüldüğünde elde edilen zaman serileri grafikleri Şekil 3.2’de verilmiştir. Şekil 3.2 incelendiğinde sistemin öngörülemez, aperiodyk ve düzensiz çıkış ürettiği görülmektedir. Dolayısıyla sistemin E_3 denge noktasında veya yakın komşuluklarında kaotik çıkış ürettiği söylenebilir.



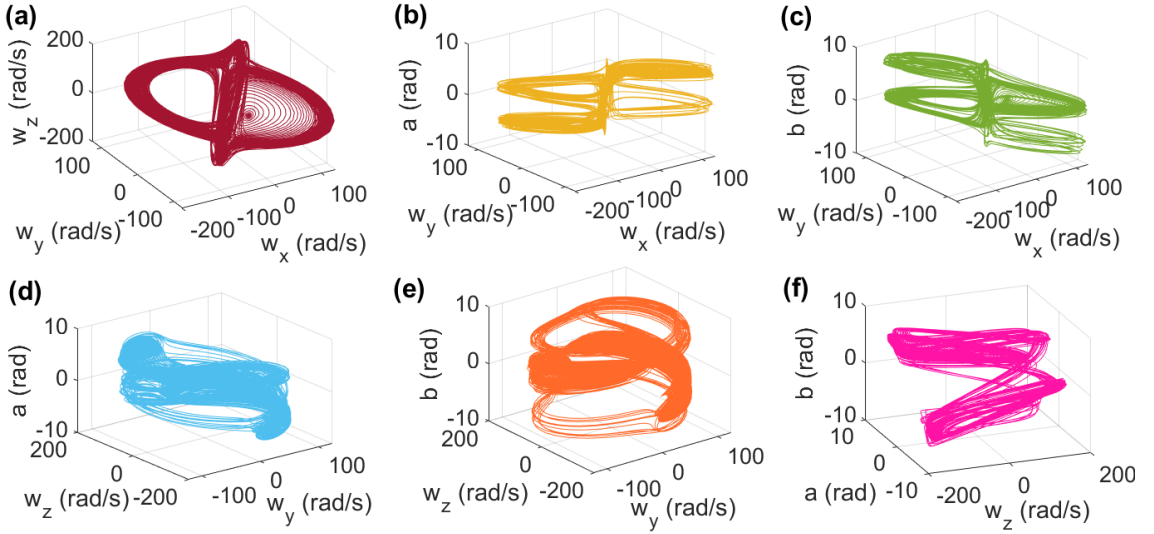
Şekil 3.2 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri

3.3 Faz Portreleri

Faz portreleri, sistemin faz uzayını durum değişkenlerine bağlı olarak iki boyutlu iz düşümü formunda gösteren şekillerdir [114]. Durum değişkenlerinin birbirlerine göre anlık durumunu temsil ederek sistemin nitel davranışının belirlenmesini sağlarlar [2]. Sabit çözüm faz portresinde nokta şeklinde, periyodik çözüm faz portresinde kapalı bir eğri şeklinde, yarı periyodik bir çözüm faz portresinde *torus* (simit) şeklinde ve kaotik çözüm faz portresinde belirgin eğriler şeklinde görülür [114]. Kaotik sistemlerde yörüngeler asla aynı nokta üzerinden birden fazla geçmezler ve bütün faz uzayını doldurmazlar [115].



Şekil 3.3 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin iki boyutlu (a) $w_x - w_y$ (b) $w_x - w_z$ (c) $w_x - a$ (d) $w_x - b$ (e) $w_y - w_z$ (f) $w_y - a$ (g) $w_y - b$ (h) $w_z - a$ (i) $w_z - b$ (j) $a - b$ kaotik faz portresi



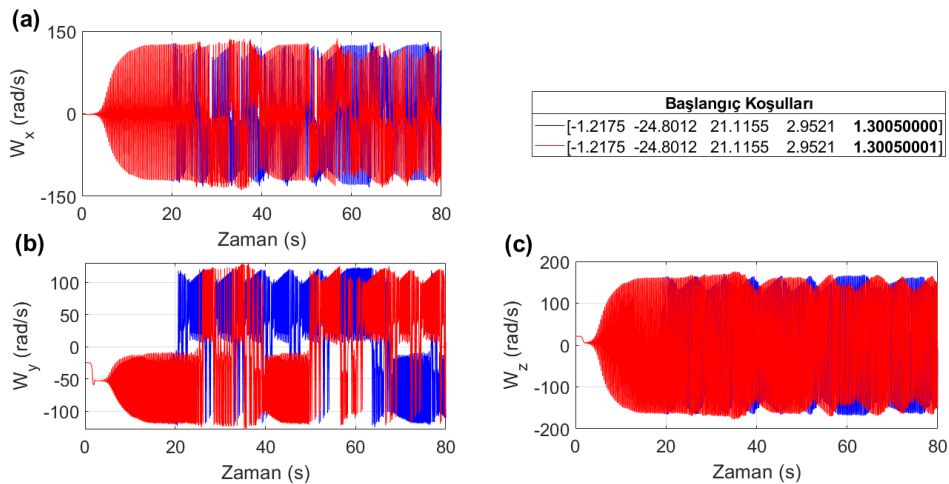
Şekil 3.4 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin üç boyutlu (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ kaotik faz portresi

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında çözdürüldüğünde elde edilen iki boyutlu faz portreleri Şekil 3.3'te ve üç boyutlu faz portreleri de Şekil

3.4'te verilmiştir. Faz portreleri incelendiğinde faz uzayını doldurmadıkları ve belirgin eğrilerden oluştukları görülmektedir. Ayrıca faz portresindeki yörüngeler aynı nokta üzerinden bir defadan çok geçmemektedir. Dolayısıyla faz portreleri sistemin kaotik çıkış ürettiğini destekler niteliktedir.

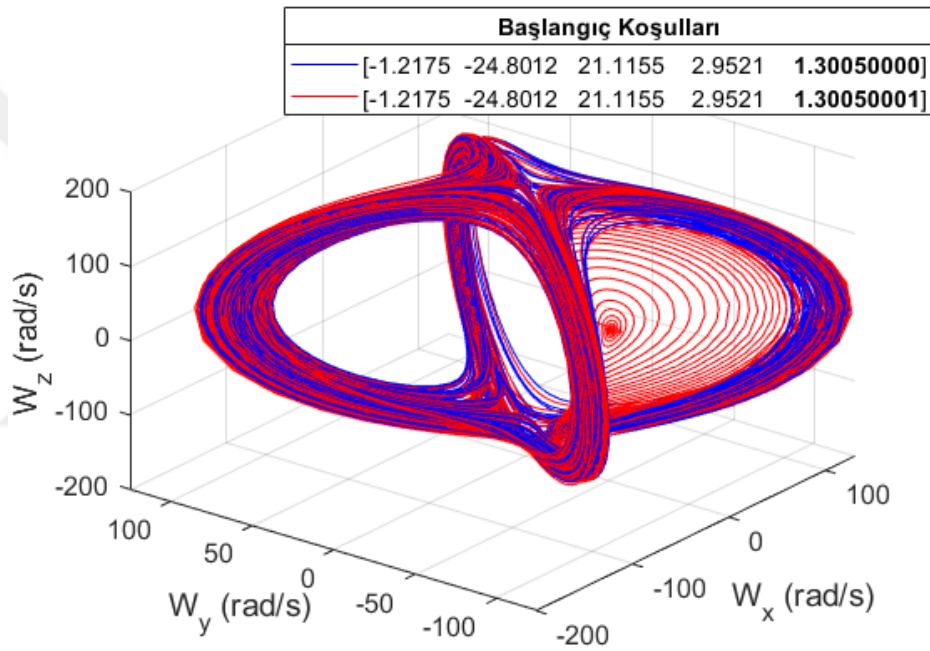
3.4 Kelebek Etkisi

Kaos teorisinde kelebek etkisi, deterministik doğrusal olmayan bir sistemin bir durumundaki küçük bir değişikliğin sonraki bir durumda büyük farklılıklara yol açabileceği başlangıç koşullarına hassas bağımlılıktır [1, 2, 116, 117]. Deterministik, sistemde rastgeleliğin veya gürültülü girdilerin ve parametrelerin olmadığı anlamına gelir [1]. Deterministik bir sistemin gelecekteki davranışı yalnızca başlangıç koşullarından ve sistemin denklemlerinden elde edilir [2]. Bundan dolayı deterministik bir sistem aynı başlangıç koşullarında hep aynı çıkışı üretir. Dolayısıyla deterministik bir sistemde düzensizlik gürültüden değil, sistemdeki karşılıklı bağımlılık anlamına gelen doğrusal olmamaktan kaynaklanır. Kaotik sistem denklemlerinde var olan bu doğrusal olmama durumu, durum değişkenlerinin birbirleriyle etkileşimde bulunarak sistemin koşullara karşı yüksek uyum yeteneği kazanmasına neden olur. Bu uyum yeteneği de sistemde meydana gelen küçük bir değişikliği bile sistemin tamamına yayarak yeni bir uyum sürecinin başlamasına neden olur.



Şekil 3.5 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ zaman serileri. $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050000$ başlangıç koşulu (mavi); $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050001$ başlangıç koşulu (kırmızı).

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve birbirine çok yakın iki farklı başlangıç koşulunda çözdürüldüğünde elde edilen w_x , w_y ve w_z durum değişkenlerinin zaman serileri grafiği Şekil 3.5'te ve üç boyutlu faz portreleri grafiği Şekil 3.6'da verilmiştir. Şekil 3.5 ve Şekil 3.6 incelendiğinde her iki başlangıç koşulunda da w_x , w_y , w_z ve a durum değişkenlerinin başlangıç değerleri aynı iken b durum değişkeninin başlangıç değerindeki küçük bir değişikliğin bile sistem çıkışında büyük farklılıklara yol açtığı görülüyor. Dolayısıyla sistem dinamiğinin başlangıç koşullarına hassas bağımlılığı olduğu açıktır. Bu durum sistem dinamiğinde kaosu varlığını destekler niteliktedir.

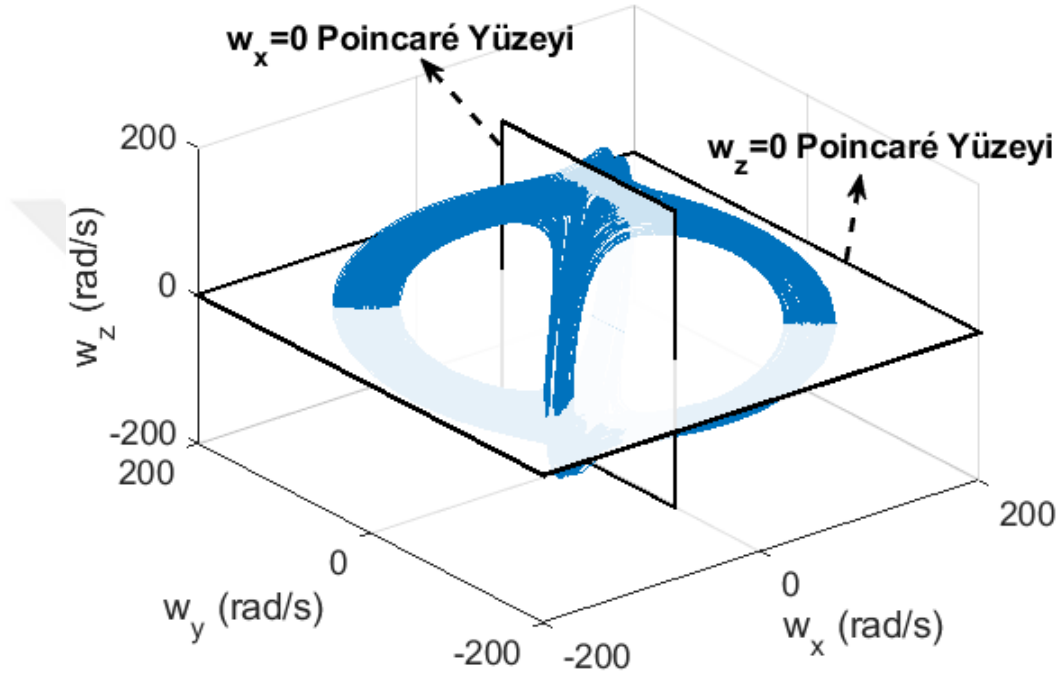


Şekil 3.6 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde $w_x - w_y - w_z$ üç boyutlu faz portresi. $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050000$ başlangıç koşulu (mavi); $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.30050001$ başlangıç koşulu (kırmızı).

3.5 Poincaré Haritalaması

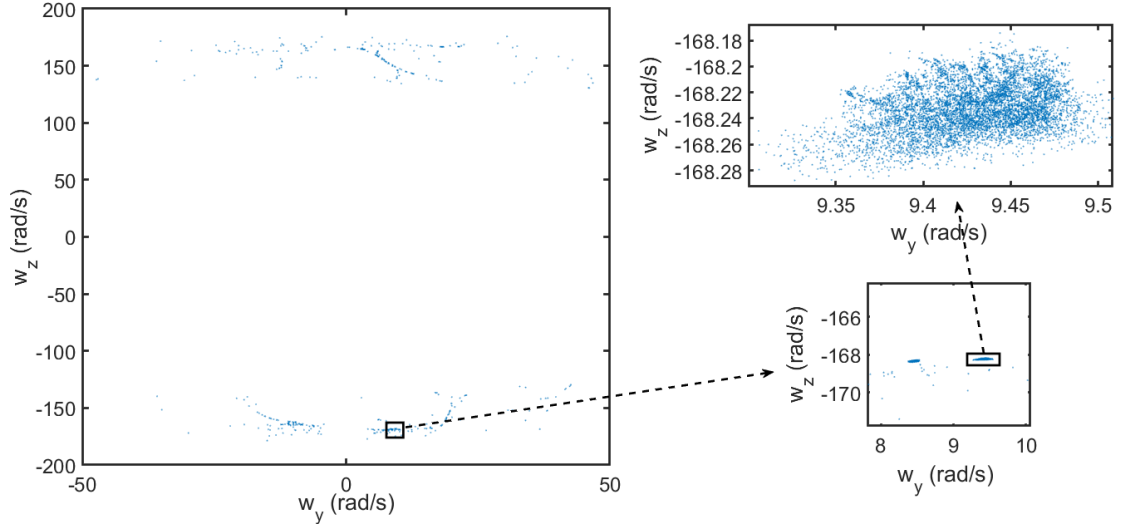
Doğrusal olmayan sistemlerin çözümleri çizdirilirken faz uzayı bazen aşırı kalabalıklaşabilir. Bu durum faz uzayının altında kalan yapının karmaşıklaşıp belirsizleşmesine neden olur. Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için Henri Poincaré [118] tarafından bir yöntem geliştirilmiştir. Poincaré haritası olarak adlandırılan bu yöntem, n . dereceden sürekli zamanlı bir sistemi $(n - 1)$.

dereceden ayırık zamanlı bir sisteme dönüştürme işlemidir. Bu işlem yapılırken öncelikle $(n - 1)$ boyutlu Poincaré yüzeyi seçilir. Daha sonra bu yüzey üzerinden geçen yörüngeler işaretlenerek Poincaré haritası oluşturulur. Poincaré haritasında periyodik bir davranış nokta şeklinde, yarı periyodik bir davranış kapalı bir eğri şeklinde, kaotik davranış ise kapalı olmayan gelişigüzel noktalar kümesi şeklinde oluşur [114].

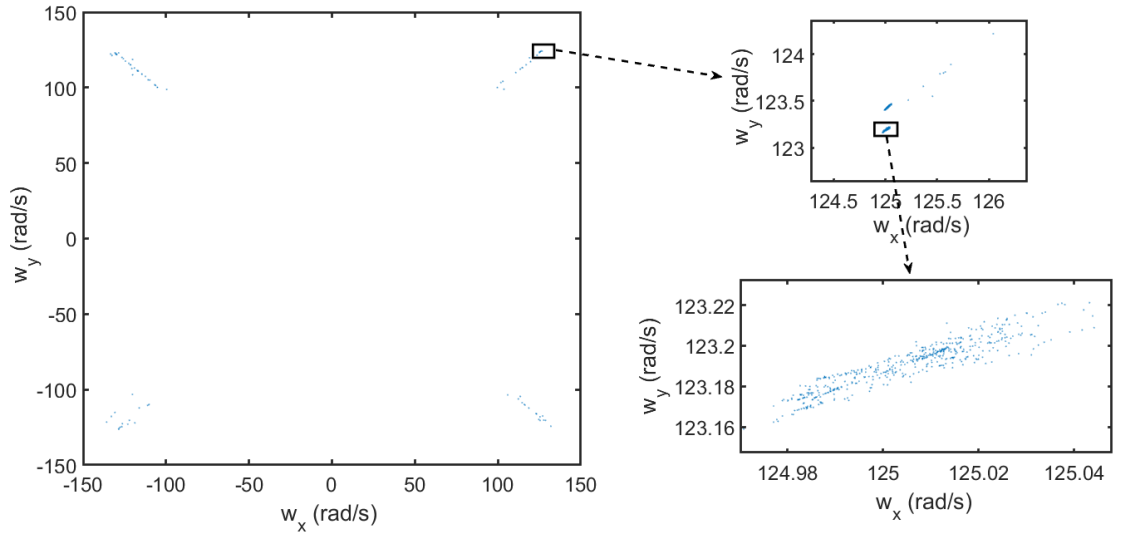


Şekil 3.7 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_x - w_y - w_z$ faz portresi ile $w_x = 0$ ve $w_z = 0$ Poincaré yüzeyleri

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında $w_x - w_y - w_z$ faz uzayı ve bu faz uzayında seçilen $w_x = 0 \text{ rad/s}$ ve $w_z = 0 \text{ rad/s}$ Poincaré yüzeyleri grafiği Şekil 3.7’de verilmiştir. Sistemin $w_x = 0 \text{ rad/s}$ ve $w_z = 0 \text{ rad/s}$ yüzeylerinin Poincaré haritaları sırasıyla Şekil 3.8 ve Şekil 3.9’da verilmiştir. Poincaré haritaları incelendiğinde kapalı olmayan gelişigüzel noktalardan oluştukları görülmektedir. Dolayısıyla bu durum, sistemin kaotik çıkış ürettiğini destekler niteliktedir.



Şekil 3.8 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_x = 0$ yüzeyi Poincaré haritası

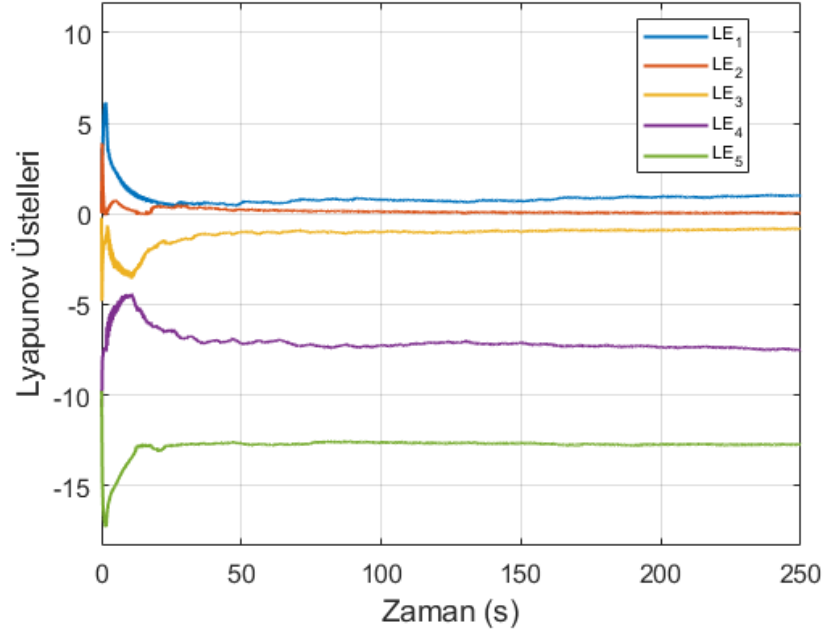


Şekil 3.9 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modeli $w_z = 0$ yüzeyi Poincaré haritası

3.6 Lyapunov Üstelleri

Lyapunov üstelleri (LE), dinamik bir sistemin durum uzayındaki yakın yörüngelerinin birbirine göre üstel olarak yakınsama veya ıraksama oranının niceliksel ölçütüdür [116, 119]. Çözümün başlangıç koşuluna hassas bağımlılığının ölçüsünü de veren Lyapunov üstelleri sayılarla ifade edilir [116]. Lyapunov üstellerinin teorik çalışmaları Oseledec [120] tarafından yapılmıştır. Matematiksel modeli bilinen düzgün sistemler (sürekli ve türevlenebilir adi

diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen sistemler) için Lyapunov üstelleri tahmini için sayısal algoritmalar Benettin vd. [121, 122] ile Wolf vd. [123] tarafından yapılmıştır. m boyutlu düzgün bir dinamik sistemde m adet Lyapunov üsteli bulunur [114]. Lyapunov üstellerinin işaretlerine bakılarak sistemin dinamik davranışını (kaotik, periyodik, yarı periyodik veya sabit çözüm şeklinde) sınıflandırmak mümkündür.



Şekil 3.10 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin Lyapunov üstelleri

Sistemin en büyük Lyapunov üsteli negatif ise sistemin faz uzayındaki yörüngeleri zamanla bir değere yakınsar ve sistem başlangıç koşullarına duyarsızlaşır [114, 119]. Sistemin en büyük Lyapunov üsteli sıfır ise sistemin faz uzayındaki yörüngeleri zamanla değişmez. Dolayısıyla sistemin davranışı periyodik veya yarı periyodik olur [114, 119]. Sistemin tüm Lyapunov üstellerinin toplamı negatif iken sistemin en az bir pozitif Lyapunov üsteli varsa sistem başlangıç koşullarına hassas bağımlılık gösterir. Bitişik yörüngeleri arasındaki mesafe gittikçe artar. Dolayısıyla sistemin davranışı kaotik olur. Ayrıca sistemin en az iki pozitif Lyapunov üsteli varsa sistem hiperkaotik olarak adlandırılır [114, 119].

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) =$

2.9521 rad ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında iken Wolf [123] algoritmasından elde edilmiş Lyapunov üstelleri Şekil 3.10'da verilmiştir. Sistemin Lyapunov üstelleri $LE_1 = 1.012726$, $LE_2 = 0.043986$, $LE_3 = -0.814332$, $LE_4 = -7.508227$ ve $LE_5 = -12.734153$ olarak bulunmuştur. Lyapunov üstelleri toplamı negatif ve en büyük Lyapunov üsteli pozitif değerli olduğundan sistem kaotiktir. İki pozitif Lyapunov üsteli olduğundan dolayı da hiperkaotiktir.

3.7 Garip Çekicilerin Varlığı ve Sınıflandırılması

Kaotik sistemler ya enerji tüketen (*dissipative*) ya da korunumlu (*conservative*) sistemlerdir. Korunumlu kaotik sistemler, hacim korunumu sağlama özelliği ile karakterize edilirlerken; enerji tüketen kaotik sistemler, kaotik sistemin herhangi bir asimptotik hareketinin bir dizi sıfır hacim ölçü kümesine (yani garip çekiciye) yerleşme özelliği ile karakterize edilirler [117].

MIT X-Cell 60 helikopter dinamik sisteminin sınıfının belirlenebilmesi için (2.10) ile verilen model

$$\dot{x} = f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ f_3(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ f_4(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \\ f_5(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

ile verilen vektör notasyonu şeklinde ifade edilirse

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{(J_y - J_z)x_2x_3 + (K_\beta + h_m T_m) \sin x_5 - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \sin x_4 \cos x_5 - h_t T_t}{J_x} \\ f_2(x) &= \frac{(J_z - J_x)x_3x_1 + (K_\beta + h_m T_m) \sin x_4 + (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos x_4 \sin x_5 - (C_t T_t^{1.5} + D_t)}{J_y} \\ f_3(x) &= \frac{(J_x - J_y)x_1x_2 + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos x_4 \sin x_5}{J_z} \\ f_4(x) &= -x_2 - \frac{x_4}{\tau} + A_b x_5 + A_{lon} u_{lon} \\ f_5(x) &= -x_1 + B_a x_4 - \frac{x_5}{\tau} + B_{lat} u_{lat} \end{aligned} \quad (3.12)$$

şekline dönüşür. f vektör alanının $\mathbb{R}^5$ üzerindeki diverjansı

$$\text{div } f = \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} + \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} + \frac{\partial f_4(x)}{\partial x_4} + \frac{\partial f_5(x)}{\partial x_5} = -\frac{2}{\tau} \quad (3.13)$$

şeklinde bulunur. Tablo 2.1’de $\tau = 0.1$ olarak verilmiştir. Dolayısıyla

$$\operatorname{div} f = -20 \quad (3.14)$$

olarak bulunur.

Ω , $\mathbb{R}^5$ ’te düzgün sınırı olan herhangi bir bölge olsun. Ayrıca Φ_t , f vektör alanının akışı olmak üzere $\Omega(t) = \Phi_t(\Omega)$ olsun. $V(t)$ de, $\Omega(t)$ ’nin hiper-hacmini göstere.

Liouville teoremine göre hiper-hacim

$$\frac{dV(t)}{dt} = \int_{\Omega(t)} (\operatorname{div} f) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dx_5 \quad (3.15)$$

şeklinde ifade edilir. (3.14), (3.15)’e eklenirse

$$\frac{dV(t)}{dt} = -20 \int_{\Omega(t)} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dx_5 = -20V(t) \quad (3.16)$$

şeklinde birinci mertebeden adi diferansiyel denklem elde edilir. Denklem (3.16) çözülürse

$$V(t) = V(0)e^{-20t} \quad (3.17)$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.17)’ye göre zaman sonsuza giderken ($t \rightarrow \infty$), $V(t)$ hiper-hacmi eksponansiyel olarak sıfıra ($V(t) \rightarrow 0$) bürülür. Dolayısıyla sistem enerji tüketendir. Ve tüm sistem yörüngeleri nihai olarak sıfır hacmin belirli bir alt kümesiyle sınırlandırılır ve asimptotik hareket bir çekiciye yerleşir [124]. Bir çekici, kararlılık alanında (veya çekim havzasında) bulunan yakın yörüngeleri kendine çeken minimal kapalı değişmez bir küme olarak tanımlanır [1, 2]. Bir çekici kararlı sabit nokta, kararlı limit döngüsü olabileceği gibi başlangıç koşullarına çok duyarlı bir fraktal (kesirli) küme olan garip (tuhaf, *strange*) çekici adı verilen karmaşık bir geometrik nesne de olabilir [1, 4, 125]. Kararlı sabit nokta ve kararlı limit döngü çekerleri tamsayı boyutlarla ifade edilebilirken, kaotik sistem çekerleri tam sayı olmayan kesirli boyutlara sahiptir [1, 115]. Dolayısıyla sistemdeki çekicilerin boyutları hesaplanarak o çekicilerin kararlılık alanında (veya yakın başlangıç koşullarında) sistemin dinamik davranışı tespit edilebilir.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^k LE_i \geq 0 \\ \sum_{i=1}^{k+1} LE_i < 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Sistemin çekerlerinin geometrik boyutu Lyapunov üstelleri kullanılarak bulunabilir. $LE_1 \geq LE_2 \dots \geq LE_n$, n boyutlu enerji tüketen sistemin Lyapunov üstelleri olsun. (3.18) ile verilen iki eşitsizliği sağlayan pozitif bir k tamsayısı varsa sistemin Kaplan-Yorke boyutu (D_{KY}) (3.19) denklemi ile hesaplanır [126-128]. Tüm Lyapunov üstelleri negatif olduğu durumda ise $D_{KY} = 0$ olur.

$$D_{KY} = k + \frac{\sum_{i=1}^k LE_i}{|LE_{k+1}|} \quad (3.19)$$

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -0.1179 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.0476 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında (E_1 denge noktasında) HHAKMAH dinamik modelinin Lyapunov üstelleri Wolf [123] algoritmalarından $LE_1 = -0.001354$, $LE_2 = -0.004990$, $LE_3 = -0.006035$, $LE_4 = -9.993020$ ve $LE_5 = -9.994601$ olarak bulunur. Tüm Lyapunov üstelleri negatif olduğundan $D_{KY} = 0$ olur. Dolayısıyla bu başlangıç noktasında sistemin çekicisi kararlı sabit noktadır.

HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında (Sistemin E_3 denge noktasındaki Lyapunov üstelleri Şekil 3.10'da gösterilmiştir.) (3.18) ve (3.19)'dan $D_{KY} = 3.0323$ olarak hesaplanır. Dolayısıyla çekicisi fraktal geometrik bir yapıdır. Şekil 3.5 ve Şekil 3.6'dan kaotik çekicinin başlangıç koşullarına hassas bağımlılığı olduğu görülebilir. Dolayısıyla çekicisi garip çekerdir ve bu başlangıç koşullarında sistem yörüngeleri asimptotik olarak garip çekiciye yerleşir.

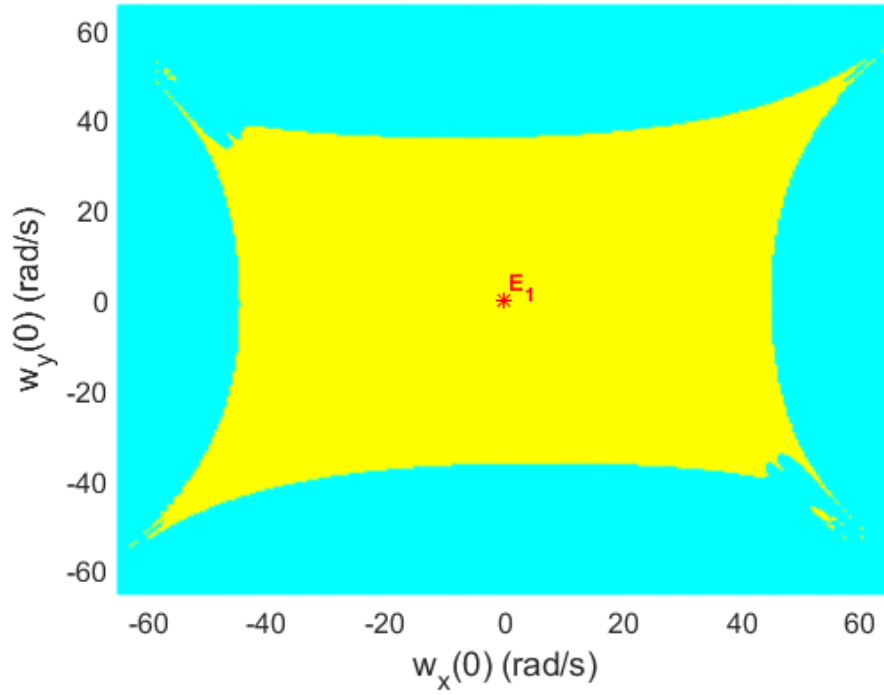
Leonov ve Kuznetsov kaotik çekicileri kendinden uyarımlı (*self-excited*) ve gizli (*hidden*) olmak üzere iki kategoriye ayırmıştır [6-9]. Bir çekicinin çekim havzası denge noktalarının küçük komşulukları ile kesişmiyorsa o çekici gizli çekici olarak adlandırılır, aksi halde kendinden uyarımlı çekici olarak adlandırılır. Kendinden uyarımlı çekiciler kararsız denge noktaları veya bu denge noktalarının yakın komşuluklarıyla ilişkili olduklarından standart hesaplama prosedürü ile

bulunabilirken, gizli çekiciler denge noktaları veya bu denge noktalarının yakın komşuluklarıyla ilişkili olmadıklarından standart hesaplama prosedürü ile bulunamaz. Denge noktası olmayan, kararlı denge noktaları olan veya sonsuz denge noktası olan sistemlerdeki kaotik çekiciler hesaplama prosedürü bakımında gizli çekici olarak sınıflandırılır [64, 129].

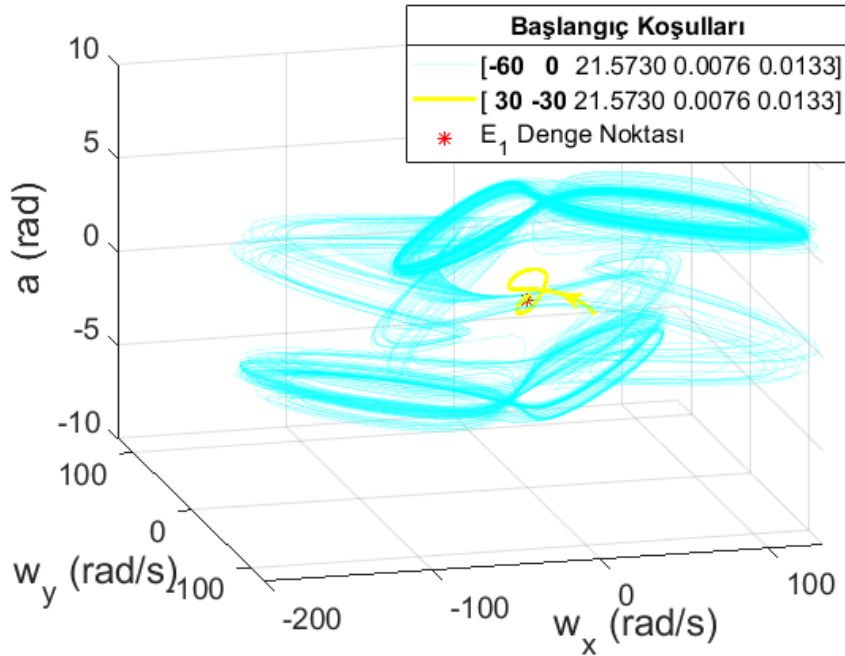
HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde birçok gizli kaotik çekici setine sahiptir. Sistemin $w_x(0)$, $w_y(0)$, $w_z = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları için *sink* ve gizli kaotik çekim havzaları grafiği Şekil 3.11'de; $w_x(0)$, $w_y = -0.0476 \text{ rad/s}$, $w_z(0)$, $a = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları için *sink* ve gizli kaotik çekim havzaları grafiği Şekil 3.13'te verilmiştir. Her iki şekilde de sarı bölgeler sistemin kararlı sabit nokta çekim havzasını ve mavi bölgeler sistemin gizli kaotik çekim havzasını göstermektedir.

HHAKMAH dinamik modeli Şekil 3.11'de gösterilen *sink* çekim havzasından seçilen $w_x(0) = 30 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -30 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları ve kaotik çekim havzasından seçilen $w_x(0) = -60 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları ile başlatıldığında elde edilen $w_x - w_y - a$ üç boyutlu faz diyagramı Şekil 3.12'de verilmiştir. Sistem *sink* çekim bölgesinden başlatıldığında yörüngeler E_1 kararlı sabit nokta çekisine asimptotik olarak yakınsarken, gizli kaotik çekim bölgesinden başlatıldığında garip çekiciye asimptotik olarak yerleşir.

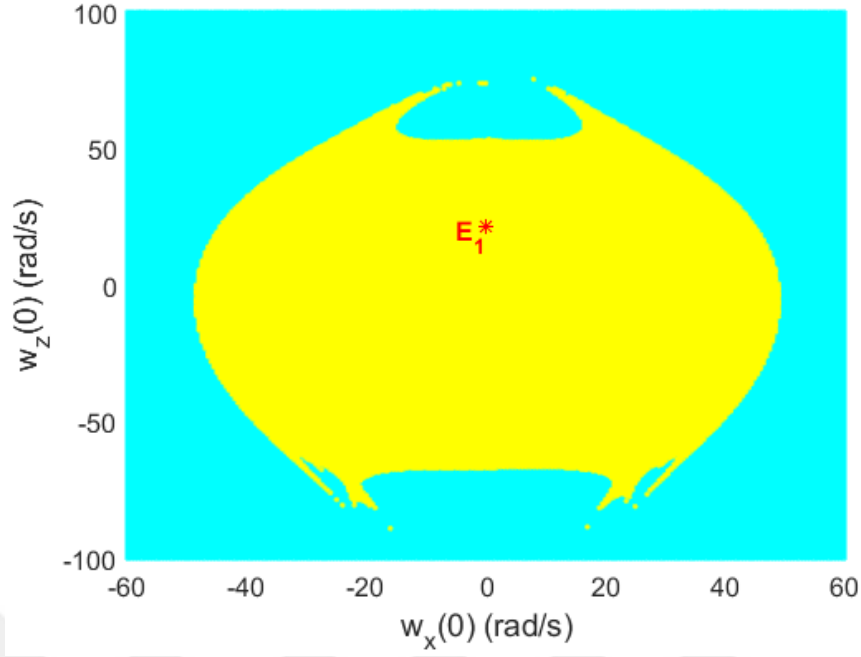
HHAKMAH dinamik modeli Şekil 3.13'te gösterilen *sink* çekim havzasından seçilen $w_x(0) = 30 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.0476 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = -50 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları ve kaotik çekim havzasından seçilen $w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.0476 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = -90 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$ başlangıç koşulları ile başlatıldığında elde edilen $w_x - w_y - w_z$ üç boyutlu faz diyagramı Şekil 3.14'de verilmiştir. Sistem *sink* çekim bölgesinden başlatıldığında yörüngeler E_1 kararlı sabit nokta çekisine asimptotik olarak yakınsarken, gizli kaotik çekim bölgesinden başlatıldığında garip çekiciye asimptotik olarak yerleşir.



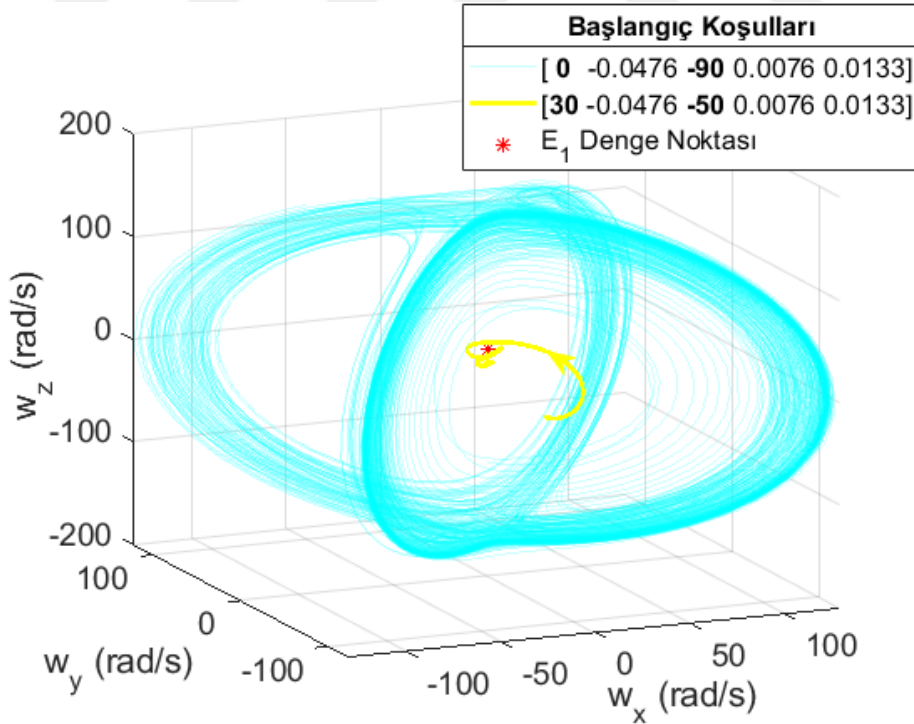
Şekil 3.11 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$ ve $b = 0.0133$ başlangıç koşullarında sabit iken $w_x(0)$ ve $w_y(0)$ başlangıç koşullarına bağlı HHAKMAH dinamik modelinin *sink* (çukur) çekim havzası (sarı) ve gizli kaotik çekim havzası (mavi).



Şekil 3.12 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde HHAKMAH dinamik modelinin $w_x - w_y - a$ faz portreleri. ($w_x = -60$, $w_y = 0$, $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (mavi) ve ($w_x = 30$, $w_y = -30$, $w_z = 21.5730$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (sarı).



Şekil 3.13 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_y = -0.0476$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$ başlangıç koşullarında sabit iken $w_x(0)$ ve $w_z(0)$ başlangıç koşullarına bağlı HHAKMAH dinamik modelinin *sink* (çukur) çekim havzası (sarı) ve gizli kaotik çekim havzası (mavi).



Şekil 3.14 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde HHAKMAH dinamik modelinin $w_x - w_y - w_z$ faz portreleri. ($w_x = 0$, $w_y = -0.0476$, $w_z = -90$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (mavi) ve ($w_x = 30$, $w_y = -0.0476$, $w_z = -50$, $a = 0.0076$, $b = 0.0133$) başlangıç koşullarında (sarı).

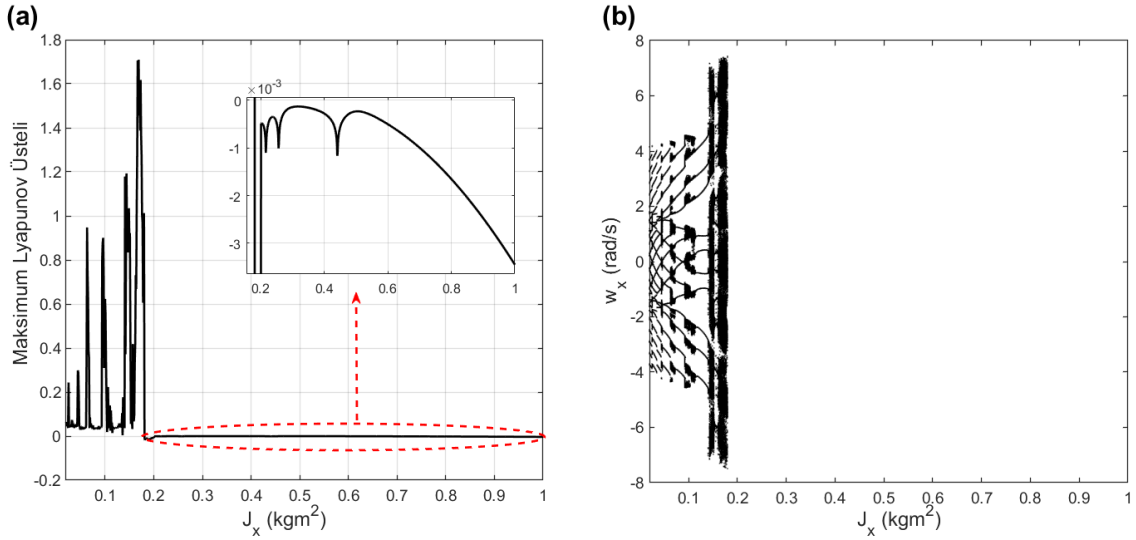
3.8 Çatallanma Diyagramı

Bir sistemin çatallanma diyagramı, sistemin parametrelerinden biri değiştirilirken, değiştirilen parametrenin her bir değeri için iki durum değişkeninin oluşturduğu düzlemde bu durum değişkenlerinden birinin denklemin çözüm eğrisini kestiği noktalar işaretlenerek oluşturulur. Çatallanma diyagramı, sistemdeki diğer parametreler sabit iken bir parametrenin değişiminin sistemin dinamik davranışını nasıl etkileyeceğini gösterir. Diyagramda değiştirilen parametreye karşılık gelen şeklin düz çizgilerden oluşması sistemin periyodik çıkış ürettiği anlamına gelirken sık taralı noktalardan oluşması sistemin kaotik çıkış ürettiği anlamına gelir. Diyagramda herhangi bir şeklin oluşmaması sistem çıkışının sonsuza ıraksadığını ya da bir değere yakınsadığını gösterir.

3.8.1 Tek Değişkenli Çatallanma

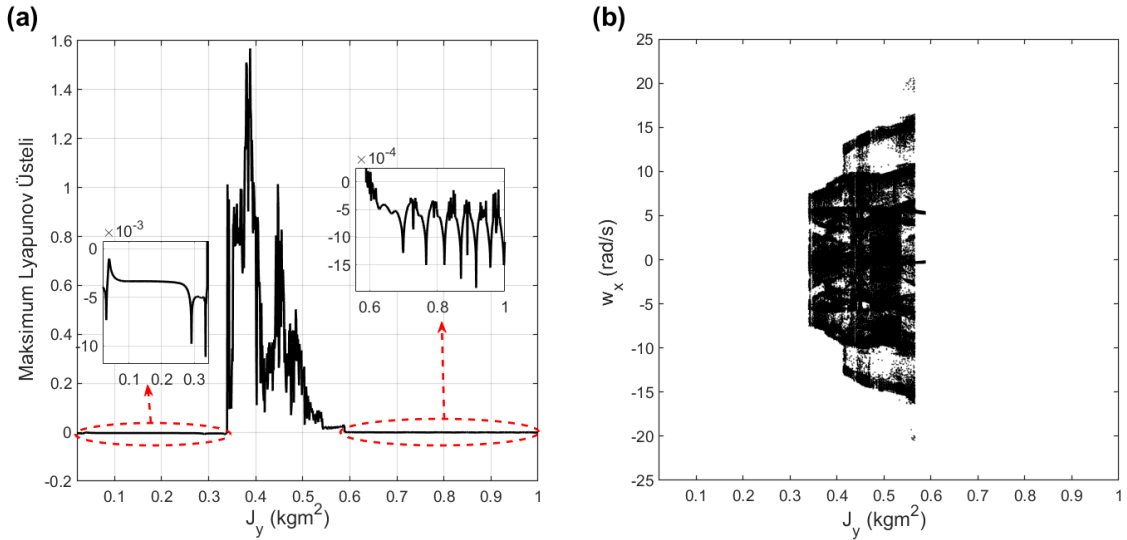
HHAKMAH dinamik modelinin Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında kaotik davranış sergilediği kaosu tespit etmede kullanılan zaman serisi gözlenmesi, faz portresi, kelebek etkisi, Poincaré haritası ve Lyapunov üstelleri yöntemleriyle gösterilmiştir. Tablo 2.1'de yer alan parametre değerlerinden birinin değiştirilmesiyle sistemin dinamik davranışının nasıl değişeceği çatallanma diyagramı ile tespit edilebilir. Helikopterin tasarım parametrelerinden olan J_x , J_y ve J_z atalet momentleri kendileri dışındaki tüm parametreler yine Tablo 2.1'dekiyle aynı olacak şekilde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında parametreye bağlı maksimum Lyapunov üstelleri ile çatallanma diyagramları sırasıyla Şekil 3.15, Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'de verilmiştir.

Şekil 3.15 (a) ve Şekil 3.15 (b) incelendiğinde J_x parametre değeri $0.02 \text{ kgm}^2 < J_x < 0.0445 \text{ kgm}^2$, $0.0465 \text{ kgm}^2 < J_x < 0.063 \text{ kgm}^2$, $0.0725 \text{ kgm}^2 < J_x < 0.0925 \text{ kgm}^2$ ve $0.1145 \text{ kgm}^2 < J_x < 0.1405 \text{ kgm}^2$ değer aralıklarında iken sistemin periyodik çıkış; $0.18 \text{ kgm}^2 < J_x \leq 1 \text{ kgm}^2$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış; $0.0445 \text{ kgm}^2 \leq J_x \leq 0.0465 \text{ kgm}^2$, $0.094 \text{ kgm}^2 \leq J_x \leq 0.114 \text{ kgm}^2$ ve $0.1425 \text{ kgm}^2 \leq J_x \leq 0.18 \text{ kgm}^2$ değer aralıklarında iken sistemin kaotik çıkış ürettiği görülmektedir.



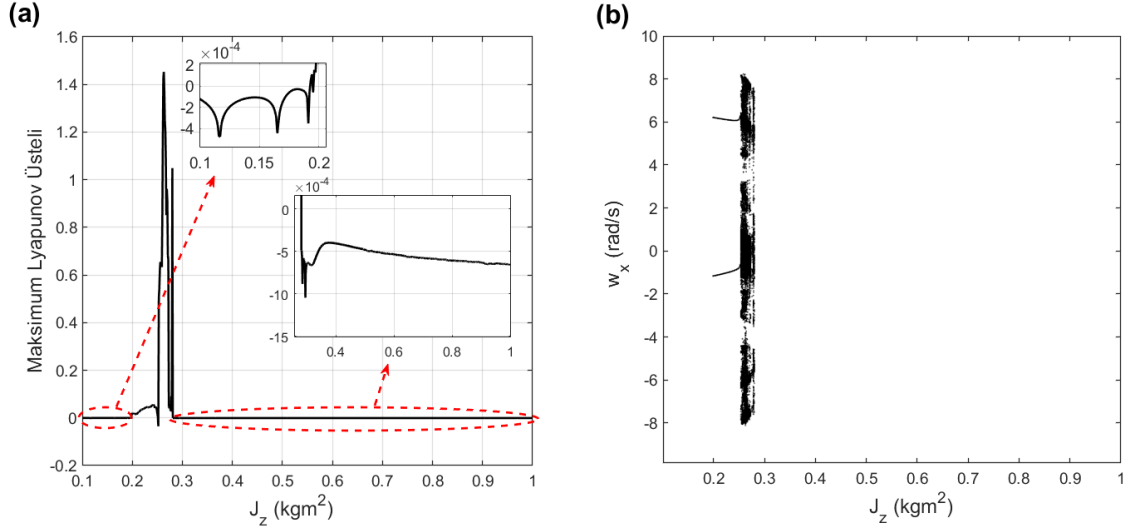
Şekil 3.15 J_x dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_x parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı

Şekil 3.16 (a) ve Şekil 3.16 (b) incelendiğinde J_y parametre değeri $0.02 \text{ kgm}^2 \leq J_y < 0.34 \text{ kgm}^2$ ve $0.5875 \text{ kgm}^2 < J_y \leq 1 \text{ kgm}^2$ değer aralıklarında iken sistemin sabit çıkış; $0.34 \text{ kgm}^2 \leq J_y \leq 0.5875 \text{ kgm}^2$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ürettiği görülmektedir.



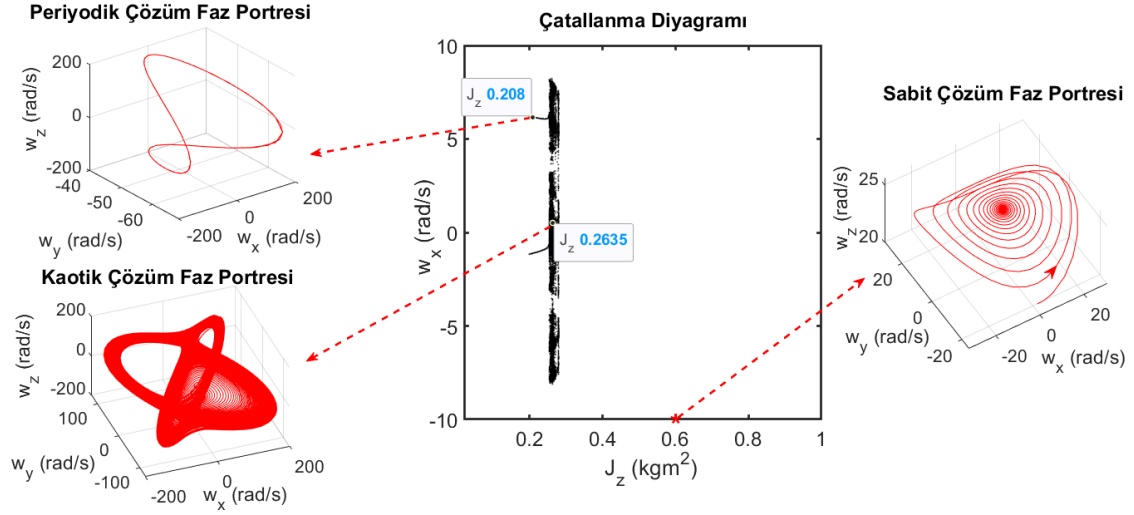
Şekil 3.16 J_y dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı

Şekil 3.17 (a) ve Şekil 3.17 (b) incelendiğinde J_z parametre değeri $0.1985 \text{ kgm}^2 \leq J_z \leq 0.253 \text{ kgm}^2$ değer aralığında iken sistemin periyodik çıkış; $0.02 \text{ kgm}^2 \leq J_z < 0.1985 \text{ kgm}^2$ ve $0.28 \text{ kgm}^2 < J_z \leq 1 \text{ kgm}^2$ değer aralıklarında iken sistemin sabit çıkış; $0.2535 \text{ kgm}^2 \leq J_z \leq 0.28 \text{ kgm}^2$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ürettiği görülmektedir.



Şekil 3.17 J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_z parametresine bağlı (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı

Şekil 3.15, Şekil 3.16 ve Şekil 3.17'de verilen maksimum Lyapunov üstelleri ve çatallanma diyagramları uyumludur. Yine de diyagramlardaki değerlerin doğrulunu kontrol edebilmek için J_z parametresine bağlı çatallanma diyagramı üzerinden üç farklı J_z değeri seçilerek faz portreleri çizdirilmiş ve Şekil 3.18'de gösterilmiştir. $J_z = 0.208 \text{ kgm}^2$ değerinde sistemin faz portresi kapalı eğriden oluşmaktadır. Faz portresinin kapalı eğriden oluşması sistemin periyodik çözüm ürettiği anlamına gelir. $J_z = 0.2635 \text{ kgm}^2$ değerinde iken sistemin faz portresi belirgin eğrilerden oluşmakta, faz uzayının tamamını doldurmamakta ve yörüngeler aynı noktadan bir defadan çok geçmemektedir. Dolayısıyla faz portresi analizine göre sistem kaotik çıkış üretir. $J_z = 0.6 \text{ kgm}^2$ değerinde iken sistem çıkışı sabit bir değere yakınsamaktadır. Dolayısıyla sistemin J_z parametresine bağlı maksimum Lyapunov üstelleri ve çatallanma diyagramları incelenen değerlerdeki faz portreleri ile uyumludur.



Şekil 3.18 J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_z parametresine bağlı çatallanma diyagramı ve $J_z = 0.208 \text{ kgm}^2$, $J_z = 0.2635 \text{ kgm}^2$ ve $J_z = 0.6 \text{ kgm}^2$ değerlerinde sistemin faz portreleri

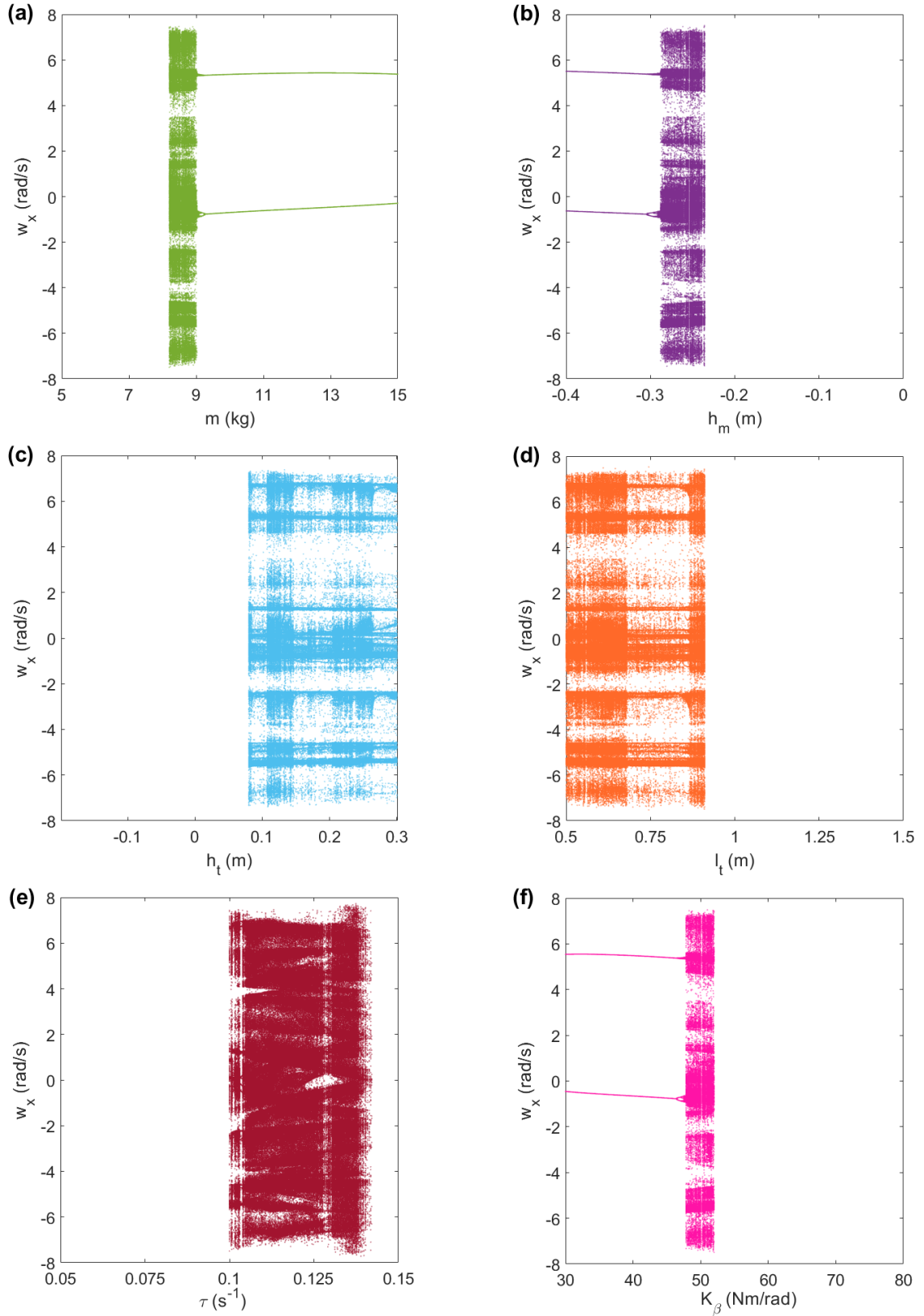
Helikopterin diğer tasarım parametrelerinin (m , h_m , h_t , l_t , τ , K_β) çatallanma diyagramları Şekil 3.19'da verilmiştir.

Şekil 3.19 (a) incelendiğinde m parametre değeri $5 \text{ kg} \leq m < 8.2 \text{ kg}$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış, $8.2 \text{ kg} \leq m \leq 9 \text{ kg}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ve $9 \text{ kg} < m \leq 15 \text{ kg}$ değer aralığında iken sistemin periyodik çıkış ürettiği görülmektedir.

Şekil 3.19 (b) incelendiğinde h_m parametre değeri $-0.4 \text{ m} \leq h_m < -0.288 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin periyodik çıkış, $-0.288 \text{ m} \leq h_m \leq -0.235 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ve $-0.235 \text{ m} < h_m \leq 0 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış ürettiği görülmektedir.

Şekil 3.19 (c) incelendiğinde h_t parametre değeri $-0.2 \text{ m} \leq h_t < 0.08 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış ve $0.08 \text{ m} \leq h_t \leq 0.3 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ürettiği görülmektedir.

Şekil 3.19 (d) incelendiğinde l_t parametre değeri $0.5 \text{ m} \leq l_t \leq 0.911 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ve $0.911 \text{ m} < l_t \leq 1.5 \text{ m}$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış ürettiği görülmektedir.



Şekil 3.19 Kendileri dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin (a) m (b) h_m (c) h_t (d) l_t (e) τ (f) K_β parametresine bağlı çatallanma diyagramı

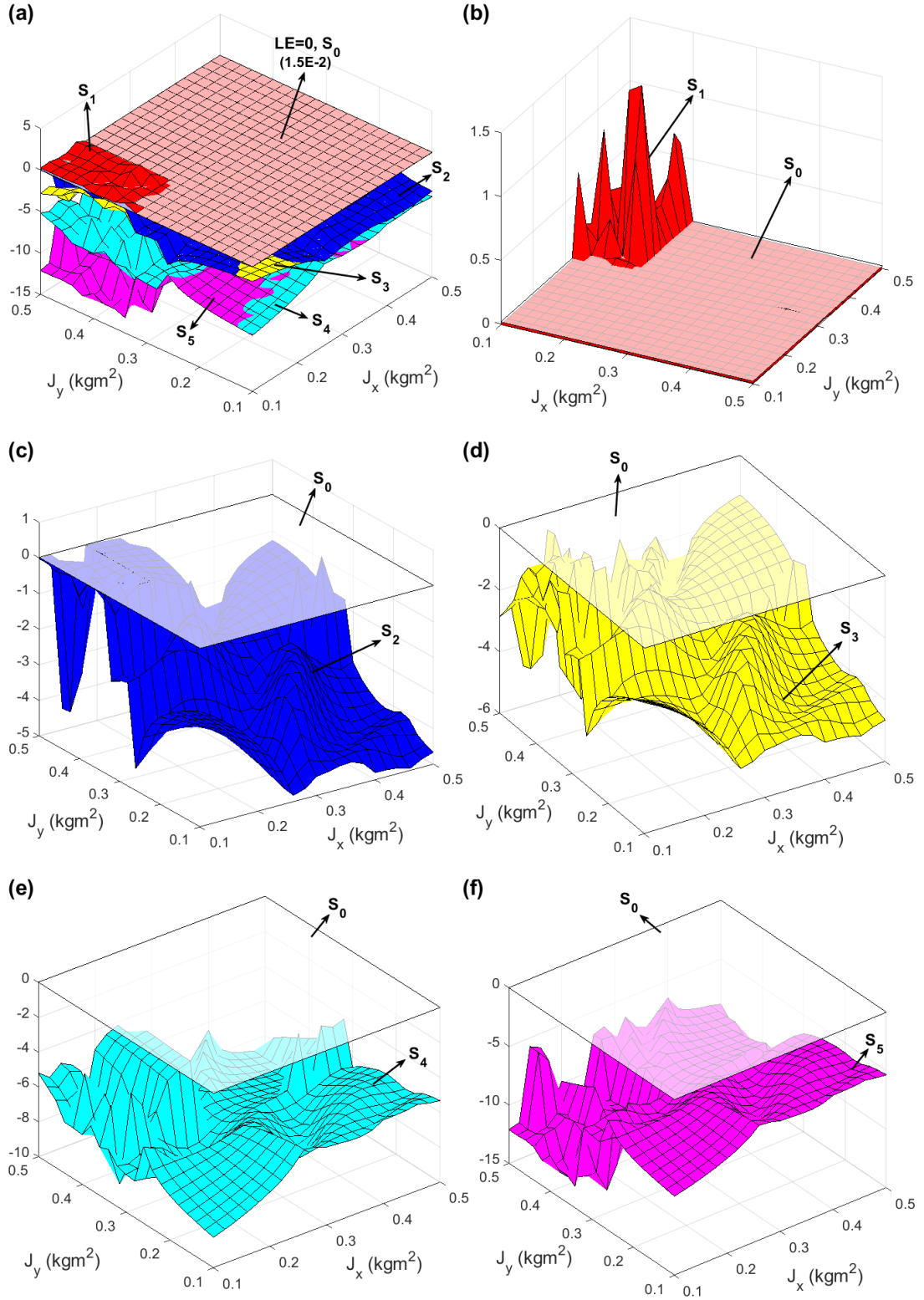
Şekil 3.19 (e) incelendiğinde τ parametre değeri $0.1 \text{ s}^{-1} \leq \tau \leq 0.142 \text{ s}^{-1}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış; $0.05 \text{ s}^{-1} \leq \tau < 0.1 \text{ s}^{-1}$ ve $0.142 \text{ s}^{-1} < \tau \leq 0.15 \text{ s}^{-1}$ değer aralıklarında iken sistemin sabit çıkış ürettiği görülmektedir.

Şekil 3.19 (f) incelendiğinde K_β parametre değeri $30 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \leq K_\beta \leq 47.85 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ değer aralığında iken sistemin periyodik çıkış, $47.85 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} < K_\beta \leq 52 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ değer aralığında iken sistemin kaotik çıkış ve $52 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} < K_\beta \leq 80 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}}$ değer aralığında iken sistemin sabit çıkış ürettiği görülmektedir.

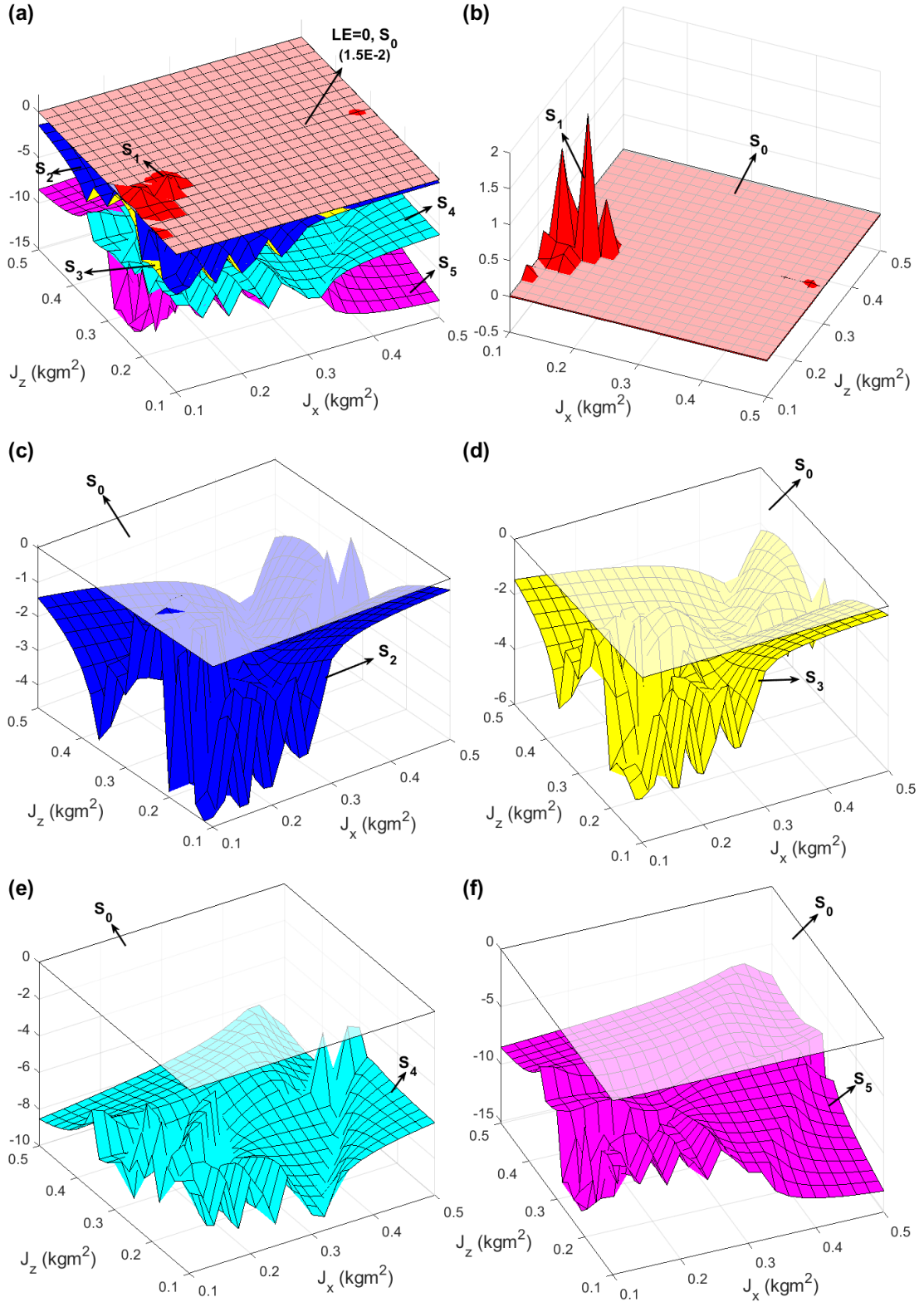
3.8.2 Çift Değişkenli Çatallanma

Tablo 2.1’de yer alan parametre değerlerinden ikisinin değiştirilmesiyle sistemin dinamik davranışının nasıl değişeceği Lyapunov yüzeyleri grafikleri çizdirilerek tespit edilebilir. HHAKMAH dinamik modelinin $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında J_x & J_y , J_x & J_z ve J_y & J_z parametrelerine bağlı Lyapunov yüzeyleri grafikleri sırasıyla Şekil 3.20, Şekil 3.21 ve Şekil 3.22’de verilmiştir. s_1, s_2, s_3, s_4 ve s_5 sistemin sırasıyla LE_1, LE_2, LE_3, LE_4 ve LE_5 ’ini temsil eden yüzeylerdir. s_0 Yüzeyi, (0.015) değerindedir ve kaotik çalışma modu için iterasyon hata miktarını gösterir. $s_{max} = \max(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$ olmak üzere, sistem $s_{max} \geq 0.015$ değerlerinde kaotik çıkış; $0 \leq s_{max} < 0.015$ değer aralığında periyodik çıkış; $s_{max} < 0$ değerlerinde sabit çıkış üretir.

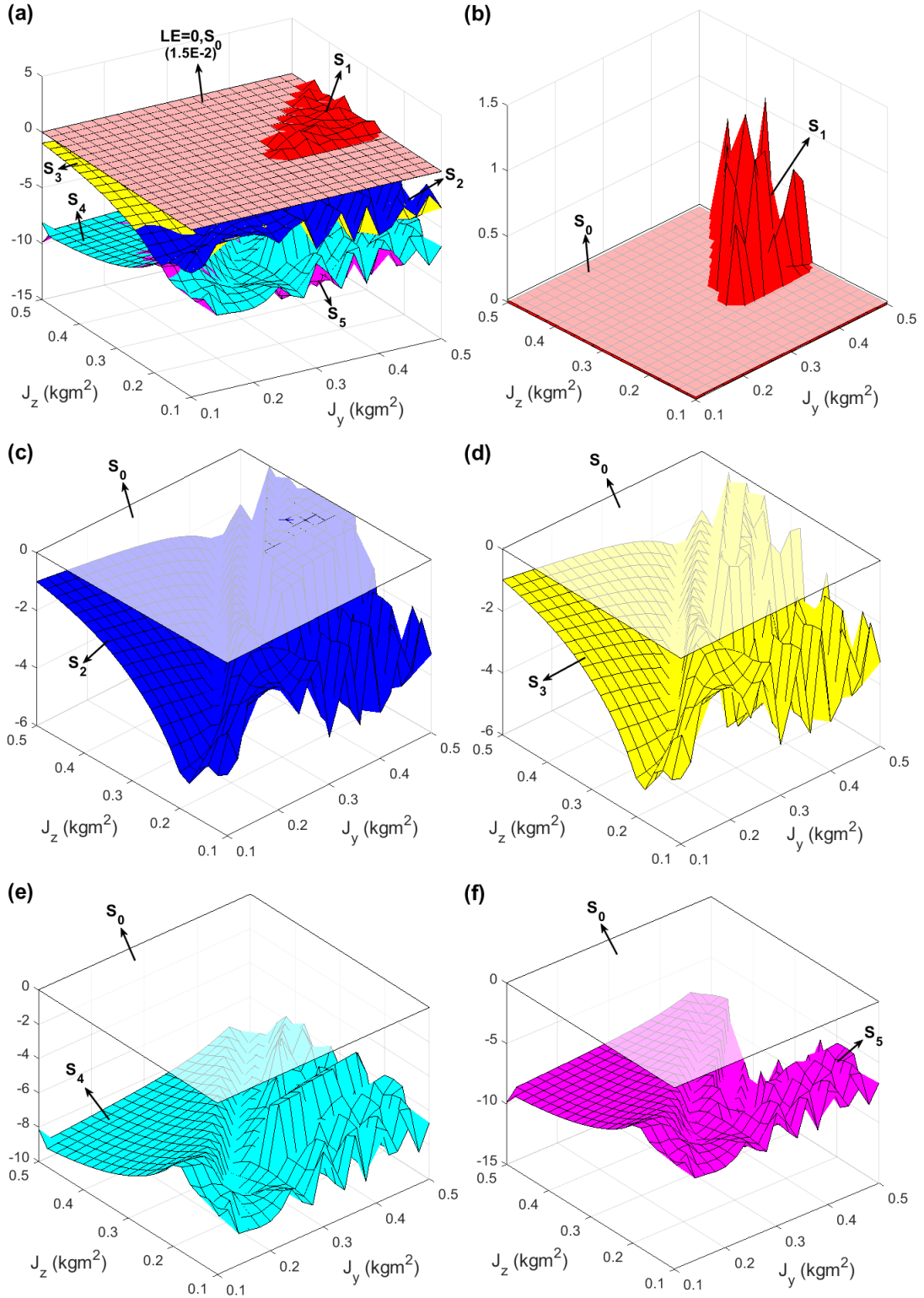
Şekil 3.23’te HHAKMAH dinamik modelinin J_y ve J_z parametrelerine bağlı en büyük Lyapunov yüzeyi grafiği ve bu yüzey üzerinden seçilmiş üç farklı J_y ve J_z değerinde faz portreleri verilmiştir. $J_y = 0.26 \text{ kgm}^2$ ve $J_z = 0.36 \text{ kgm}^2$ iken $LE_{max} = -0.00396541$ değerindedir. Faz portresi incelendiğinde sabit çözüm ürettiği görülmektedir. $J_y = 0.38 \text{ kgm}^2$ ve $J_z = 0.28 \text{ kgm}^2$ iken $LE_{max} = 1.32837$ değerindedir. Faz portresi incelendiğinde kaotik çözüm ürettiği görülmektedir. $J_y = 0.46 \text{ kgm}^2$ ve $J_z = 0.24 \text{ kgm}^2$ iken $LE_{max} = 0.00558395$ değerindedir. Faz portresi incelendiğinde periyodik çözüm ürettiği görülmektedir. Dolayısıyla Lyapunov yüzeyinden elde edilen LE_{max} değerleriyle faz portreleri uyumludur.



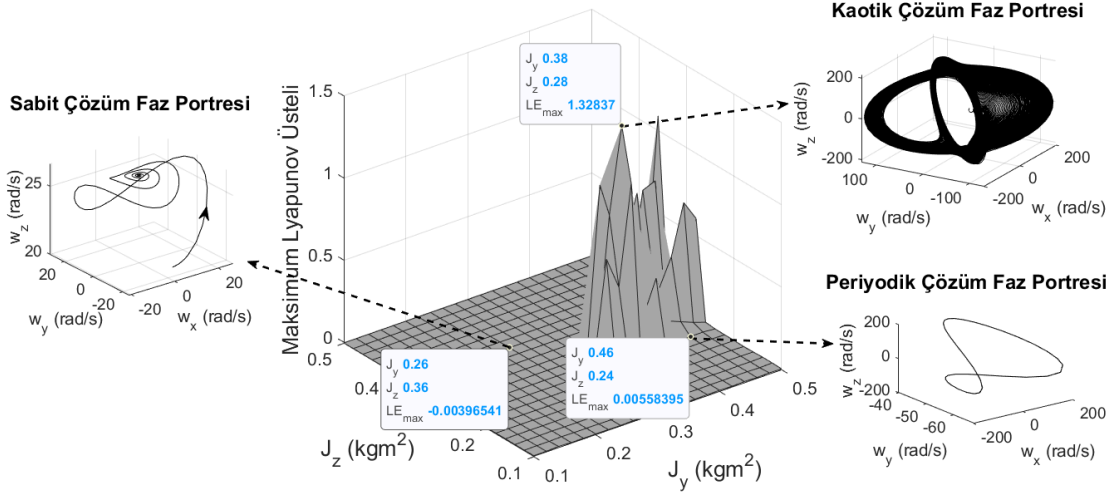
Şekil 3.20 J_x ve J_y dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAQMAH dinamik modelinin J_x ve J_y parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.



Şekil 3.21 J_x ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_x ve J_z parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.



Şekil 3.22 J_y ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y ve J_z parametrelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.



Şekil 3.23 J_y ve J_z dışındaki parametreler Tablo 2.1'deki parametre değerleriyle aynı iken ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$ ve $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında HHAKMAH dinamik modelinin J_y ve J_z parametrelerine bağlı maksimum Lyapunov üsteli yüzeyi grafiği ve üç farklı J_y ve J_z değerinde sistemin faz portreleri

ZAMAN GECİKMELİ AÇISAL HIZ DİNAMİĞİNDE KAOSUN İNCELENMESİ

Bu bölümde zaman gecikmesinin HHAKMAH (helikopter havada asılı kalma modu açısal hız) dinamik modeli üzerinde etkisinin araştırılabilmesi için (2.10) ile verilen denklem takımında iki terime sabit zaman gecikmeleri eklenerek

$$\begin{aligned}
 J_x \dot{w}_x &= (J_y - J_z) w_y w_z + (K_\beta + h_m T_m) \sin b_{\tau_1} - (C_m T_m^{1.5} \\
 &\quad + D_m) \sin a \cos b - h_t T_t \\
 J_y \dot{w}_y &= (J_z - J_x) w_z w_x + (K_\beta + h_m T_m) \sin a_{\tau_2} + (C_m T_m^{1.5} \\
 &\quad + D_m) \cos a \sin b - (C_t T_t^{1.5} + D_t) \\
 J_z \dot{w}_z &= (J_x - J_y) w_x w_y + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos a \sin b \\
 \dot{a} &= -w_y - \frac{a}{\tau} + A_b b + A_{lon} u_{lon} \\
 \dot{b} &= -w_x + B_a a - \frac{b}{\tau} + B_{lat} u_{lat}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

denklem takımı elde edilmiştir. Burada $b_{\tau_1} = b(t - \tau_1)$ ve $a_{\tau_2} = a(t - \tau_2)$ şeklindedir. τ_1 ve τ_2 sabit zaman gecikmeleridir.

Sistemde zaman gecikmesi olması durumunda Lyapunov üstelleri direkt olarak Oseledec teoremi [120] tabanlı algoritmalar ile bulunamaz. Lyapunov üstellerinin Oseledec teoremi tabanlı algoritmalar ile bulunabilmesi için zaman gecikmeli terimlerin Taylor serisiyle dönüşümü yapılarak zaman gecikmelerinin sabit parametrelere dönüştürülmesi gerekir [130]. Bu yöntem küçük zaman gecikmeleri için genel olarak iyi sonuçlar verirken, büyük zaman gecikmelerinde büyük hatalara neden olur [131]. Büyük zaman gecikmelerinde sistemin en büyük Lyapunov üsteli, doğrusal negatif geri besleme mekanizması ile birleştirilmiş özdeş sistemlerin senkronizasyonunu kullanan yöntem kullanılarak bulunabilir [119, 132-135].

Sistemin Lyapunov üstellerinin Wolf [123] algoritması yardımıyla bulunabilmesi için $b(t - \tau_1)$ terimi Taylor serisine τ_1 komşuluğunda eklenirse

$$b(t - \tau_1) = b(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} (-\tau_1)^i \frac{d^i b(t)}{dt^i} \quad (4.2)$$

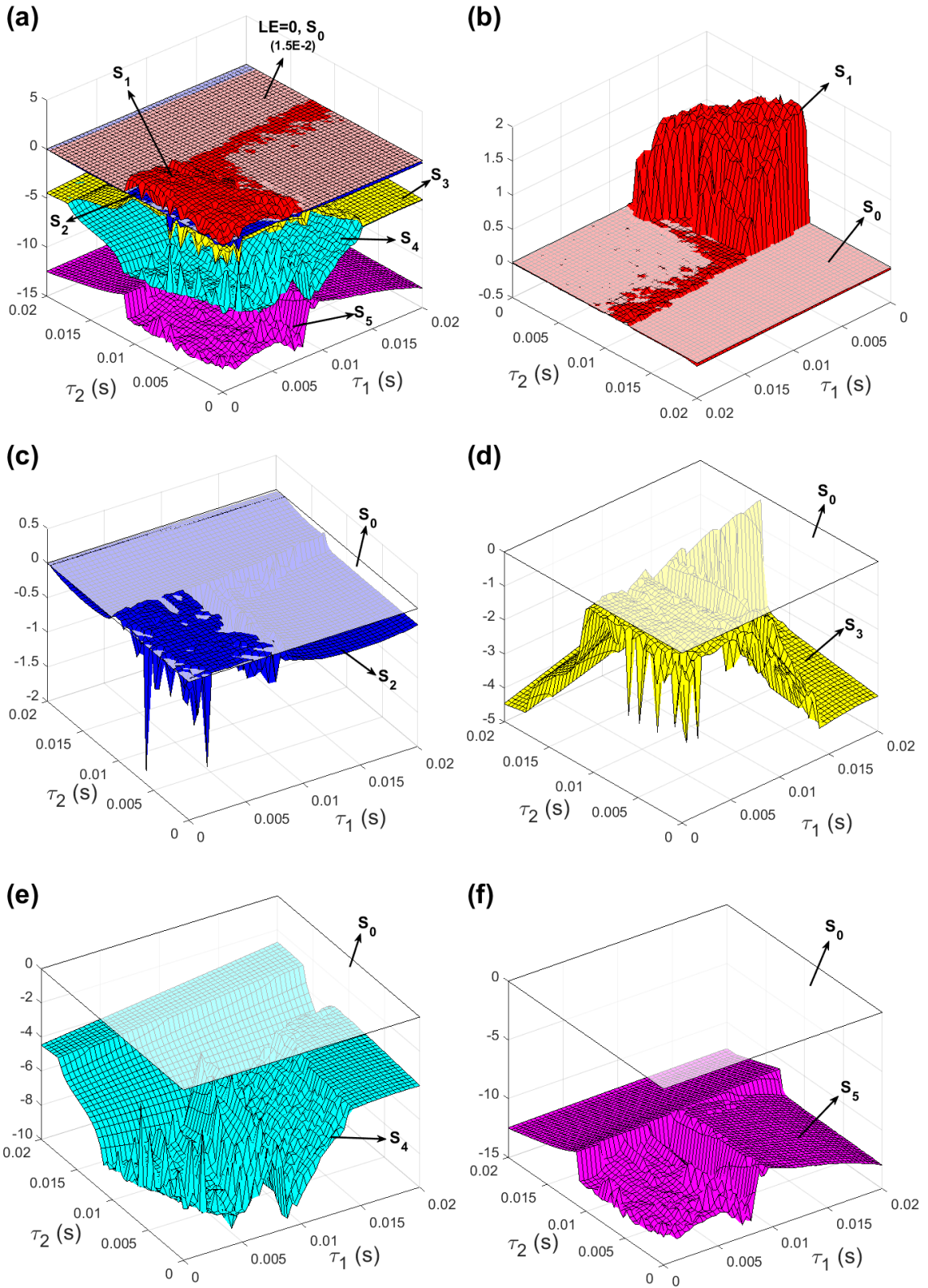
eşitliği elde edilirken, $a(t - \tau_2)$ terimi Taylor serisine τ_2 komşuluğunda eklenirse

$$a(t - \tau_2) = a(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i!} (-\tau_2)^i \frac{d^i a(t)}{dt^i} \quad (4.3)$$

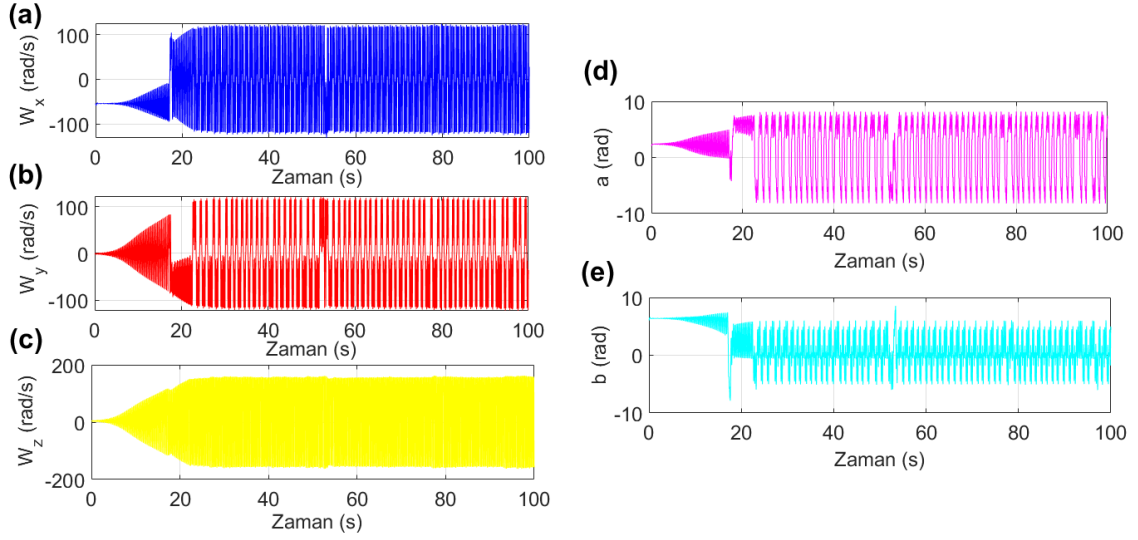
eşitliği elde edilir. Burada $i \in \mathbb{N}^+$. Taylor serilerinin ilk iki terimi alınırsa $b_{\tau_1} = b - \tau_1 \dot{b}$ ve $a_{\tau_2} = a - \tau_2 \dot{a}$ olur. Böylece τ_1 ve τ_2 sabit parametrelere dönüştürülmüş olur.

Şekil 4.1'de Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.7 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 4 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2 \text{ rad}$ ve $b(0) = 6 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında küçük değerli τ_1 ve τ_2 zaman gecikmelerine göre çizdirilmiş zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin Lyapunov yüzeyleri grafikleri verilmiştir. s_1, s_2, s_3, s_4 ve s_5 sistemin sırasıyla LE_1, LE_2, LE_3, LE_4 ve LE_5 'ini temsil eden yüzeylerdir. s_0 yüzeyi, $(1.5E - 2)$ değerindedir ve kaotik çalışma modu için iterasyon hata miktarını gösterir. $s_{max} = \max(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$ olmak üzere, sistem $s_{max} \geq 1.5E - 2$ değerlerinde kaotik çıkış; $0 \leq s_{max} < 1.5E - 2$ değer aralığında periyodik çıkış; $s_{max} < 0$ değerlerinde sabit çıkış üretir.

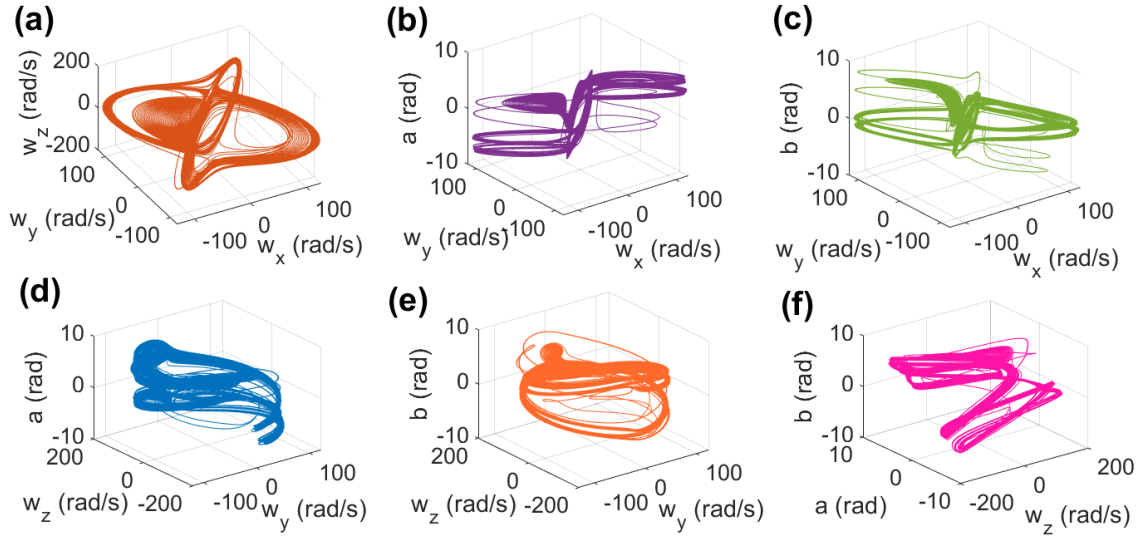
Şekil 4.1 incelendiğinde zaman gecikmeleri $\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.004 \text{ s}$ değerinde iken Lyapunov üstelleri $LE_1 = 1.230528$, $LE_2 = 0.009258$, $LE_3 = -0.307100$, $LE_4 = -8.255182$ ve $LE_5 = -12.4069451$ değerinde olduğu bulunur. Dolayısıyla sistem bu gecikme değerlerinde kaotiktir. Sistemin zaman serileri Şekil 4.2'de ve üç boyutlu faz portreleri Şekil 4.3'de verilmiştir. Zaman gecikmeli sistemin (küçük sabit zaman gecikmelerinde) zaman serileri ve faz portreleri incelendiğinde zaman gecikmesiz sistem ile çekici yapıları, çekici konumları ve zaman serilerinin genlikleri bakımından benzer dinamik sonuçlar gösterdiği görülmektedir.



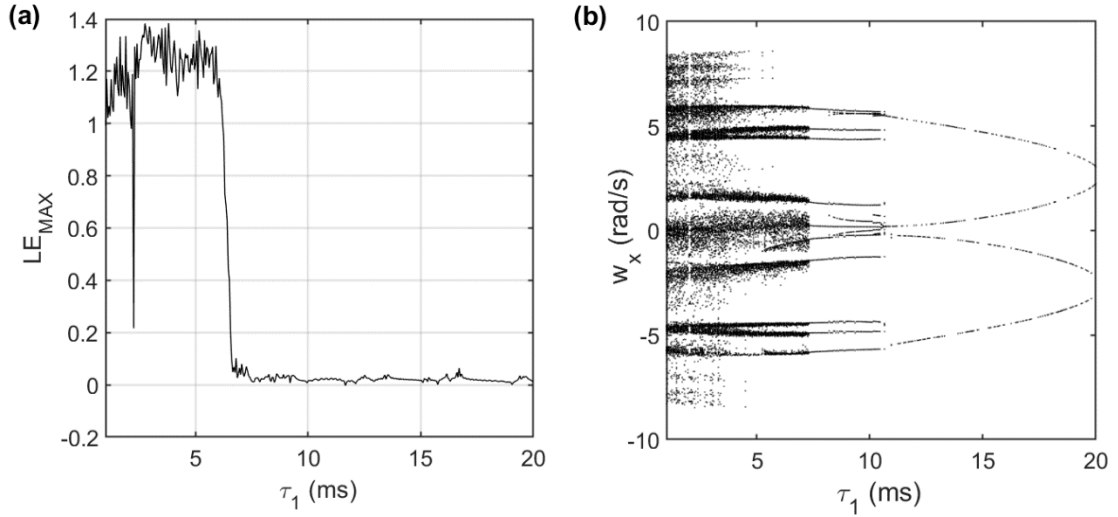
Şekil 4.1 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin τ_1 ve τ_2 zaman gecikmelerine bağlı (a) s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 (b) s_1 (c) s_2 (d) s_3 (e) s_4 (f) s_5 Lyapunov yüzeyleri. s_1 , s_2 , s_3 , s_4 , s_5 sırasıyla LE_1 , LE_2 , LE_3 , LE_4 , LE_5 'i temsil etmektedir.



Şekil 4.2 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005$ s ve $\tau_2 = 0.004$ s iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri



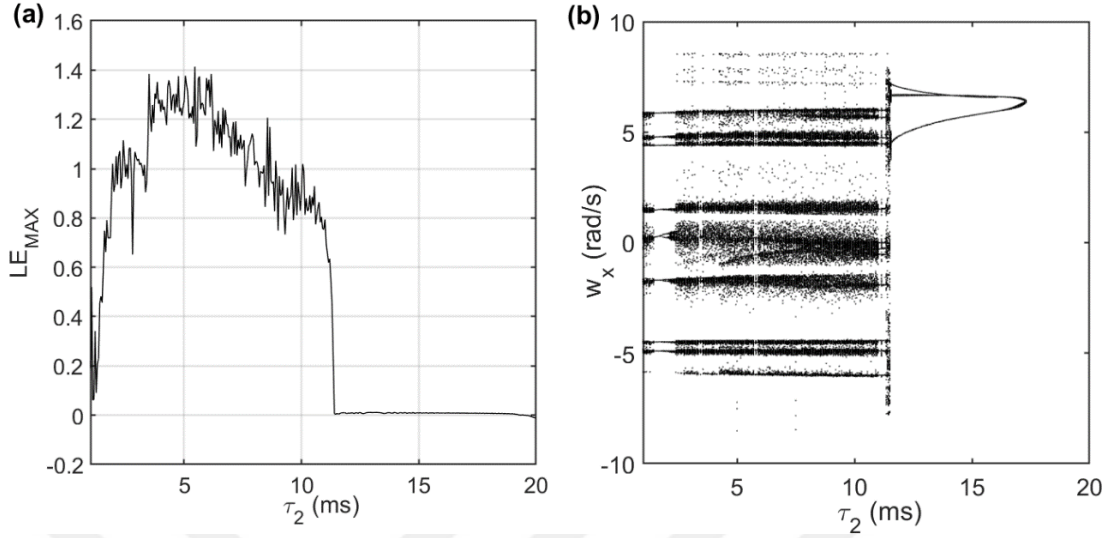
Şekil 4.3 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005$ s ve $\tau_2 = 0.004$ s iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ üç boyutlu kaotik faz portresi



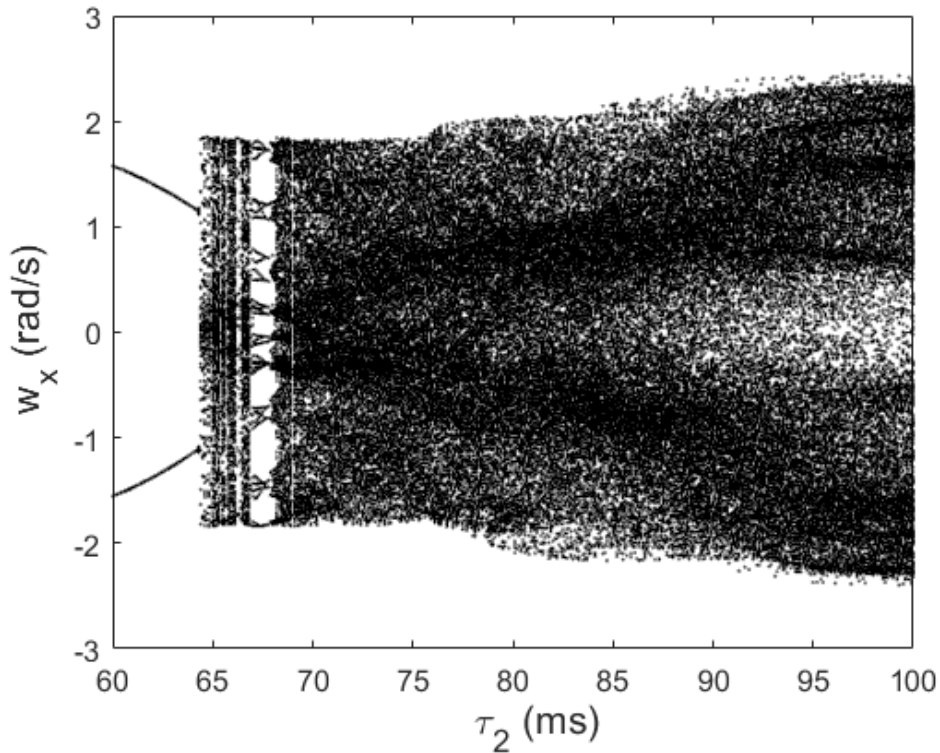
Şekil 4.4 Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_2 = 0.004$ s iken τ_1 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı

Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$ rad/s, $w_y(0) = -0.7$ rad/s, $w_z(0) = 4$ rad/s, $a(0) = 2$ rad ve $b(0) = 6$ rad başlangıç koşullarında $\tau_2 = 0.004$ s değerinde iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin τ_1 parametresine bağlı maksimum Lyapunov üsteli grafiği ve çatallanma diyagramı sırasıyla Şekil 4.4 (a) ve Şekil 4.4 (b)’de verilmiştir. Maksimum Lyapunov üsteli grafiği ve çatallanma diyagramı benzer sonuçlar vermektedir. Ancak Lyapunov üstelleri bulunurken zaman gecikmeli terimlerin Taylor serisi açılımlarındaki tüm terimlerin kullanılması mümkün olmadığından küçük gecikmeler için bile hataların meydana gelmesi olasıdır. Dolayısıyla Şekil 4.4’te verilen maksimum Lyapunov üsteli grafiği ile çatallanma diyagramı arasındaki uyumsuzlukta çatallanma diyagramı referans alınmalıdır. Şekil 4.4 incelendiğinde sistemin, τ_1 parametre değeri $1\text{ ms} \leq \tau_1 \leq 7.3\text{ ms}$ değer aralığında iken kaotik çıkış ve $7.35\text{ ms} \leq \tau_1 \leq 20\text{ ms}$ değer aralığında iken periyodik çıkış ürettiği görülmektedir. $\tau_1 = 0.005$ s değerinde iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin τ_2 parametresine bağlı maksimum Lyapunov üsteli grafiği ve çatallanma diyagramı sırasıyla Şekil 4.5 (a) ve Şekil 4.5 (b)’de verilmiştir. Şekil 4.5 incelendiğinde sistemin, τ_2 parametre değeri $1\text{ ms} \leq \tau_2 < 1.5\text{ ms}$ ve $2.4\text{ ms} \leq \tau_2 \leq 11.5\text{ ms}$ değer aralıklarında iken kaotik çıkış; $11.55\text{ ms} < \tau_2 \leq 17.3\text{ ms}$ değer aralığında iken periyodik çıkış; $17.3\text{ ms} < \tau_2 \leq 20\text{ ms}$ değer aralığında iken sabit çıkış ürettiği

görülmektedir. Sistem $1.5 \text{ ms} \leq \tau_2 < 2.4 \text{ ms}$ değer aralığında periyodik veya geçici kaos çıkışı üretir.



Şekil 4.5 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ iken τ_2 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) maksimum Lyapunov üsteli grafiği (b) çatallanma diyagramı

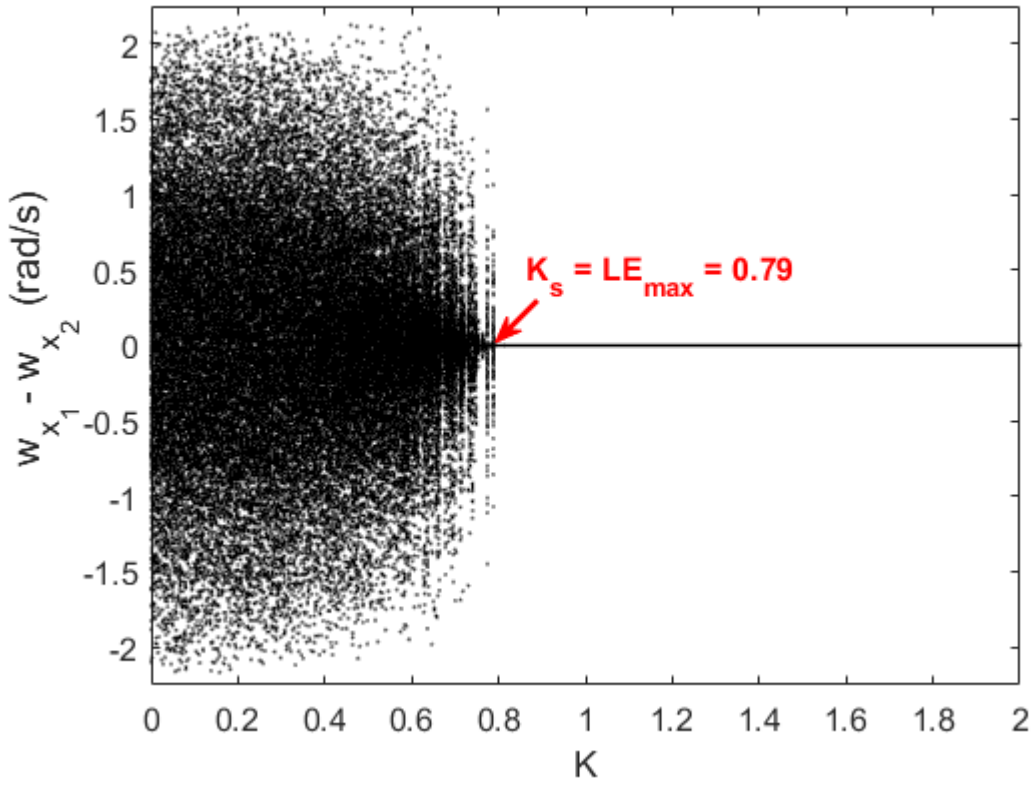


Şekil 4.6 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100 \text{ ms}$ iken τ_2 parametresine bağlı zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin çatallanma diyagramı

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 0.1 \text{ s}$ değerinde iken sistemin τ_2 parametresine bağlı çatallanma diyagramı Şekil 4.6'da verilmiştir. Sistem $60 \text{ ms} \leq \tau_2 \leq 64.3 \text{ ms}$ ve $66.9 \text{ ms} \leq \tau_2 \leq 67.9 \text{ ms}$ değer aralıklarında periyodik çıkış üretirken, $68 \text{ ms} \leq \tau_2 \leq 100 \text{ ms}$ değer aralığında kaotik çıkış üretmektedir. Sistemin Lyapunov üstellerini bu büyük gecikme değerleri için Taylor serisi açılımı yardımıyla Wolf [123] algoritmasından bulmak büyük hatalara neden olacaktır. Dolayısıyla bu büyük gecikme değerlerinde sistemin en büyük Lyapunov üstelini doğrusal negatif geri besleme mekanizması ile birleştirilmiş özdeş sistemlerin senkronizasyonunu kullanan yöntemi [119] kullanarak bulabilmek için zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli

$$\begin{aligned}
J_x \dot{w}_{x_1} &= (J_y - J_z)w_{y_1}w_{z_1} + (K_\beta + h_m T_m) \sin b_{1\tau_1} - (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \sin a_1 \cos b_1 - h_t T_t \\
J_y \dot{w}_{y_1} &= (J_z - J_x)w_{z_1}w_{x_1} + (K_\beta + h_m T_m) \sin a_{1\tau_2} + (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \cos a_1 \sin b_1 - (C_t T_t^{1.5} + D_t) \\
J_z \dot{w}_{z_1} &= (J_x - J_y)w_{x_1}w_{y_1} + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} + D_m) \cos a_1 \sin b_1 \\
\dot{a}_1 &= -w_{y_1} - \frac{a_1}{\tau} + A_b b_1 + A_{lon} u_{lon} \\
\dot{b}_1 &= -w_{x_1} + B_a a_1 - \frac{b_1}{\tau} + B_{lat} u_{lat} \\
J_x \dot{w}_{x_2} &= (J_y - J_z)w_{y_2}w_{z_2} + (K_\beta + h_m T_m) \sin b_{2\tau_1} - (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \sin a_2 \cos b_2 - h_t T_t + K(w_{x_1} - w_{x_2}) \\
J_y \dot{w}_{y_2} &= (J_z - J_x)w_{z_2}w_{x_2} + (K_\beta + h_m T_m) \sin a_{2\tau_2} + (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \cos a_2 \sin b_2 - (C_t T_t^{1.5} + D_t) + K(w_{y_1} - w_{y_2}) \\
J_z \dot{w}_{z_2} &= (J_x - J_y)w_{x_2}w_{y_2} + l_t T_t - (C_m T_m^{1.5} \\
&\quad + D_m) \cos a_2 \sin b_2 + K(w_{z_1} - w_{z_2}) \\
\dot{a}_2 &= -w_{y_2} - \frac{a_2}{\tau} + A_b b_2 + A_{lon} u_{lon} + K(a_1 - a_2) \\
\dot{b}_2 &= -w_{x_2} + B_a a_2 - \frac{b_2}{\tau} + B_{lat} u_{lat} + K(b_1 - b_2)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

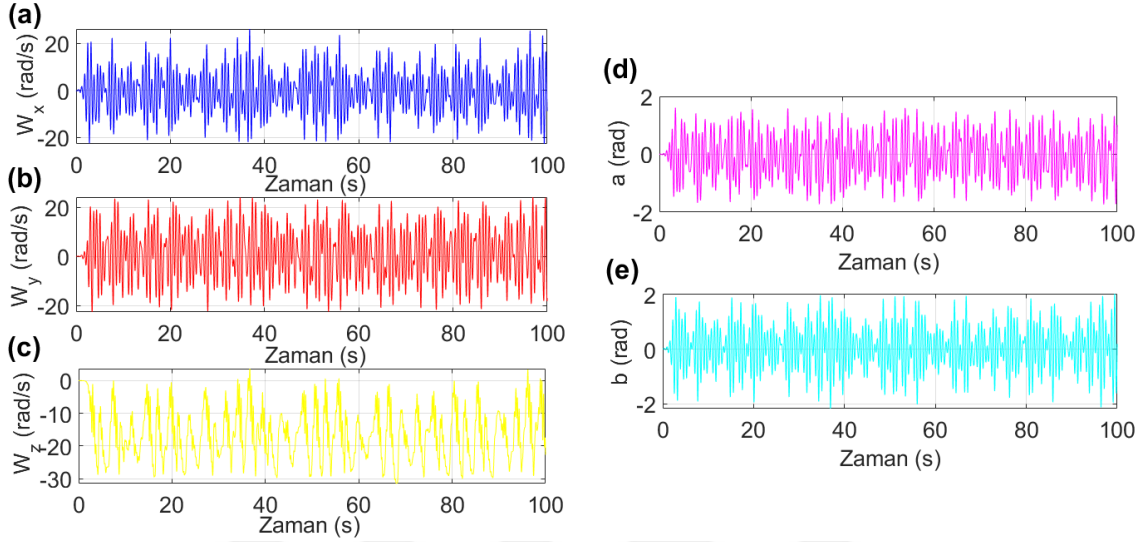
şeklinde düzenlenir. Burada K bağlaşımlı katsayıdır. Özdeş sistemlerin senkronize olduğu en küçük K sayısı (K_s) sistemin en büyük Lyapunov üstelini verir.



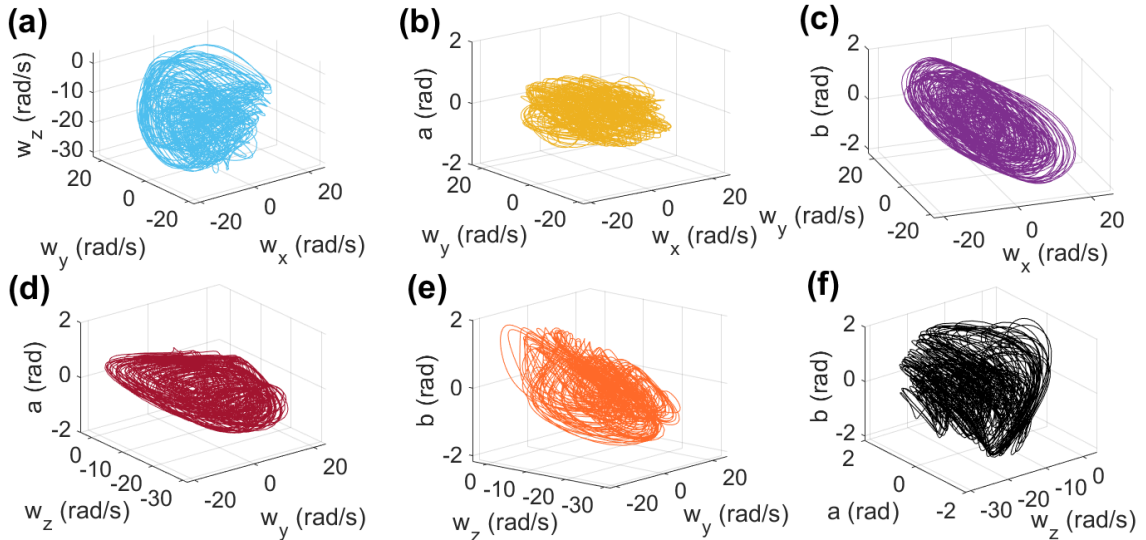
Şekil 4.7 Birleştirilmiş zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelleri (Denklem (4.4)) için bağlaşım katsayısı K ile w_{x_1} & w_{x_2} durum değişkenleri farkını gösteren çatallanma diyagramı ve en büyük Lyapunov üsteli tahmini

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$, $b(0) = 0 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100 \text{ ms}$, $\tau_2 = 84 \text{ ms}$ iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin en büyük Lyapunov üstelinin bulanabilmesi için (4.4) denklemi ile verilen birleştirilmiş özdeş sistemlerin durum değişkenlerinden w_{x_1} ile w_{x_2} farkının K parametresine bağlı çatallanma diyagramı çizdirilmiş ve Şekil 4.7'de verilmiştir. Şekil 4.7 incelendiğinde (4.4) denklemi ile verilen birleştirilmiş özdeş sistemlerin $K = 0.79$ değerinden itibaren senkronize olmaya başladığı görülüyor. Dolayısıyla sistemin en büyük Lyapunov üsteli 0.79'dur. Sistemin zaman serileri grafikleri Şekil 4.8'de, üç boyutlu faz portreleri Şekil 4.9'da ve Poincaré haritaları grafikleri Şekil 4.10'da verilmiştir. Bu grafikler de sistemin kaotik çıkış ürettiğini destekler niteliktedir. Ayrıca dikkat edilirse sistemin kaotik davranışı gecikmesiz veya küçük gecikmeli sistemdeki kaotik davranıştan farklıdır. Yani yeni bir kaotik çekici meydana gelmiştir. Şekil 4.11'de gecikmesiz sistemin kaotik çekeri ile büyük zaman

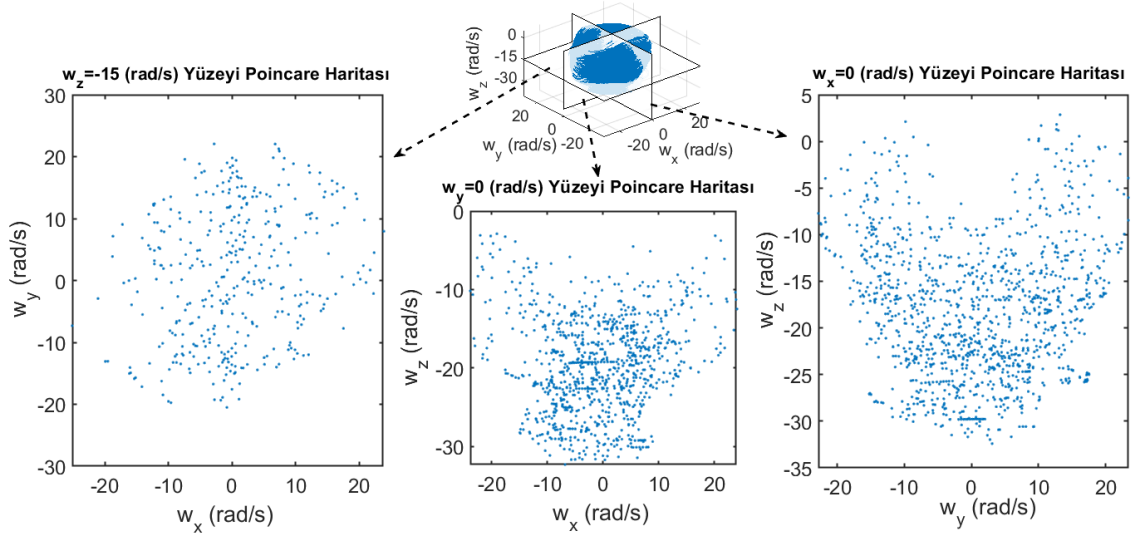
gecikmeli sistemin kaotik çekerı aynı faz portresinde verilmiştir. Verilen grafikte gecikmeli ve gecikmesiz sistemin kaotik çekerlerinin faz uzayının farklı bölgelerinde meydana geldiği, fraktal yapılarının farklı olduğu ve zaman gecikmeli sistemin kaotik çekicisinin zaman gecikmesiz sistemin kararlı sabit nokta çekicisinin çekim havzasındaki bir bölgede olduğu görülmektedir.



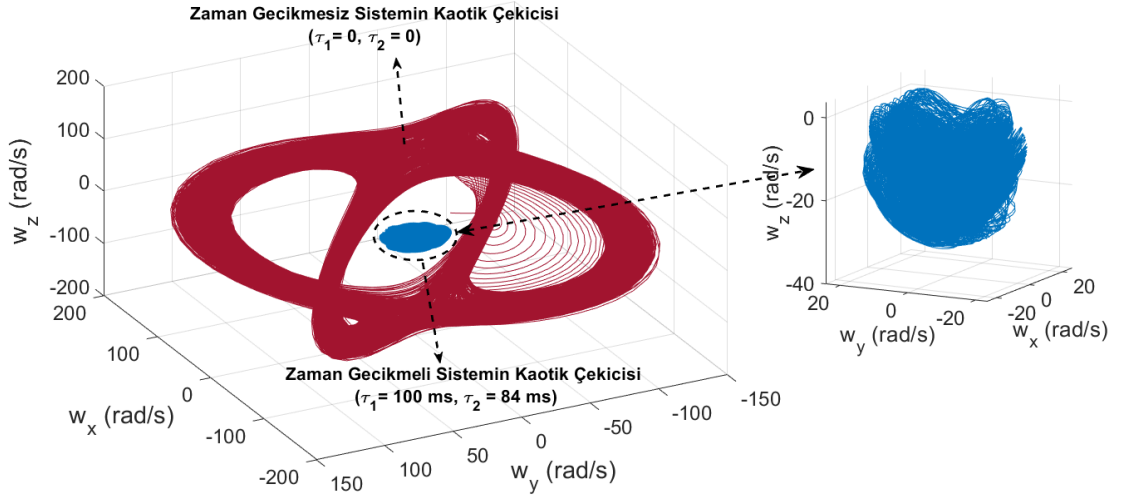
Şekil 4.8 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100 \text{ ms}$ ve $\tau_2 = 84 \text{ ms}$ iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - t$ (b) $w_y - t$ (c) $w_z - t$ (d) $a - t$ (e) $b - t$ kaotik çözüm zaman serileri



Şekil 4.9 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100 \text{ ms}$ ve $\tau_2 = 84 \text{ ms}$ iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin (a) $w_x - w_y - w_z$ (b) $w_x - w_y - a$ (c) $w_x - w_y - b$ (d) $w_y - w_z - a$ (e) $w_y - w_z - b$ (f) $w_z - a - b$ üç boyutlu kaotik faz portresi



Şekil 4.10 Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında $\tau_1 = 100 \text{ ms}$ ve $\tau_2 = 84 \text{ ms}$ iken zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin $w_x = 0 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$, $w_y = 0 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$ ve $w_z = -15 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$ Poincaré yüzeyleri ile bu yüzeylerdeki Poincaré haritaları



Şekil 4.11 (2.10)'da verilen zaman gecikmesiz HHAKMAH dinamik modeli ile (4.1)'de verilen zaman gecikmeli ($\tau_1 = 100 \text{ ms}$ ve $\tau_2 = 84 \text{ ms}$) HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerinin $w_x - w_y - w_z$ faz portresi üzerinde karşılaştırılması. (Her iki sistem Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde iken zaman gecikmeli sistemin başlangıç koşulları $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$, $b(0) = 0$ ve zaman gecikmesiz sistemin başlangıç koşulları $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ olarak alınmıştır.)

KAOTİK ÇALIŞMA MODUNDA HELİKOPTERİN KONTROLÜ

Mühendislik kontrol uygulamalarında yapılan büyük hatalardan biri sistemin çekim havzaları incelenmeden direkt olarak kontrol algoritmaları geliştirilmeye çalışılmasıdır. Bu bölümün birinci kısmında helikopterin w_x çıkışı için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan PID kontrolcünün, helikopterin kaotik çekim havzasında olduğu durumda da sistemi iyi bir şekilde stabilize edip edemeyeceği incelenecektir. İkinci kısmında ise helikopterin w_x çıkışı için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan aktif bozulma reddetme kontrolünün (*active disturbance rejection control*, ADRC), helikopterin kaotik çekim havzasında olduğu durumda da sistemi iyi bir şekilde stabilize edip edemeyeceği incelenecektir. Ayrıca helikopterin w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının kontrolü için kaotik çekim havzası referans alınarak ADRC tasarlanacaktır. Tasarlanan ADRC'nin helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli ile zaman gecikmeli helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modelinin kaotik çekicilerini stabilize edip edemediği ve kararlı sabit nokta çekim havzasında iyi bir şekilde çalışıp çalışmadığı incelenecektir.

Dinamik bir sisteme harici kuvvet olarak (veya dahili sistem parametrelerinden birine) zayıf periyodik sinyal veya rastgele gürültüler eklenerek sistemin kaotikliğinin azaltılabildiği (en büyük Lyapunov üstelinin azaltılabildiği) veya tamamen yok edilebildiği bilinmektedir [68]. Dolayısıyla incelenen HHAKMAH dinamik modelinin kaotikliğinin etkilenmesi istenmediğinden bu bölümde yapılan tüm kontrol simülasyonlarında harici pertürbasyon ve sensör gürültüleri ihmal edilecektir.

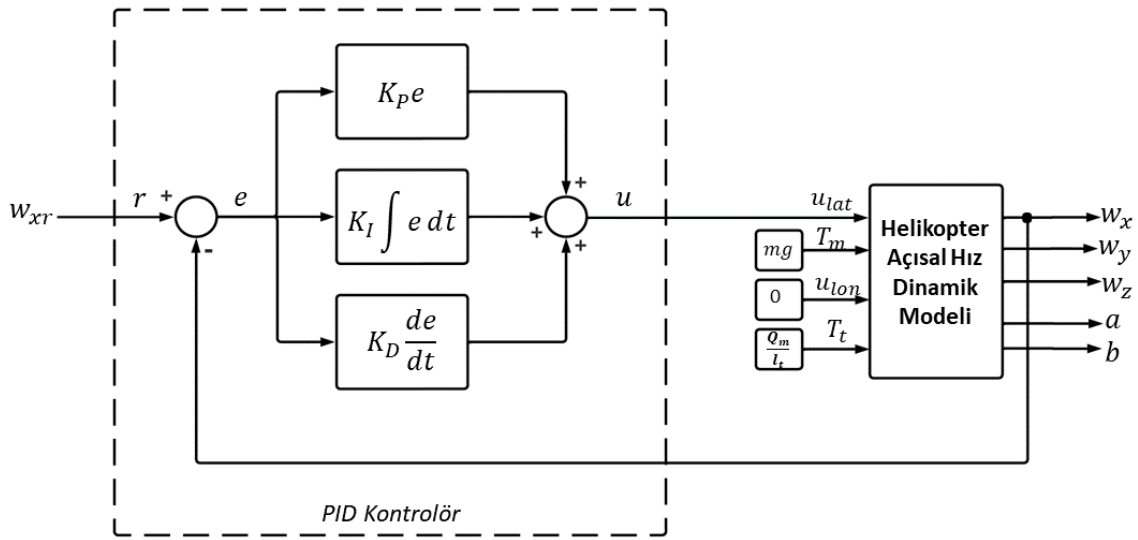
5.1 Kararlı Sabit Nokta Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan PID Kontrolcü Kaotik Çekim Havzasında da Helikopter Sistemini İyi Bir Şekilde Kontrol Edebilir mi?

Bu kısımda helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcünün kaotik

çekim havzasında da iyi bir şekilde çalışıp çalışmayacağını incelenebilmesi için HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının kontrolü için sabit nokta çekim havzası referans alınarak PID kontrolcü tasarlanmıştır. $u(t)$ kontrolcü çıkışı olmak üzere tasarlanan PID kontrolcünün kontrol işareti

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (5.1)$$

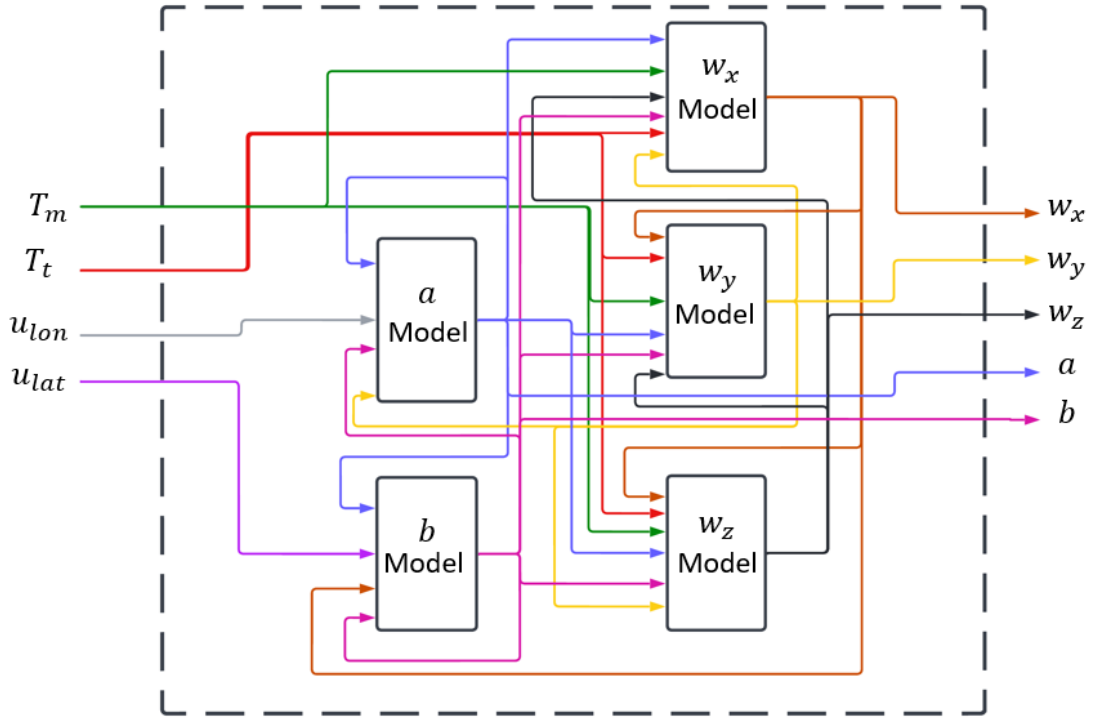
şeklinde tanımlanır. Burada K_p oransal kazancı, K_I integral kazancı ve K_D türevsel kazancı gösterirken $e(t)$ hata miktarını gösterir. Tasarlanan PID kontrolcüsünün blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması Şekil 5.1’de ve HHAKMAH dinamik modelinin blok diyagramı Şekil 5.2’de yer almaktadır. HHAKMAH dinamik modelinin parametreleri Tablo 2.1 ile aynı iken başlangıç koşulları sabit nokta çekim havzasından bir değer ($w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$, $b(0) = 0 \text{ rad}$) seçilmiştir. Seçilen bu değerlerde PID kontrolcünün optimizasyonu için genetik algoritma kullanılarak PID katsayıları $K_p = 0.0775$, $K_I = 0.9936$ ve $K_D = 0.0184$ olarak bulunmuştur.



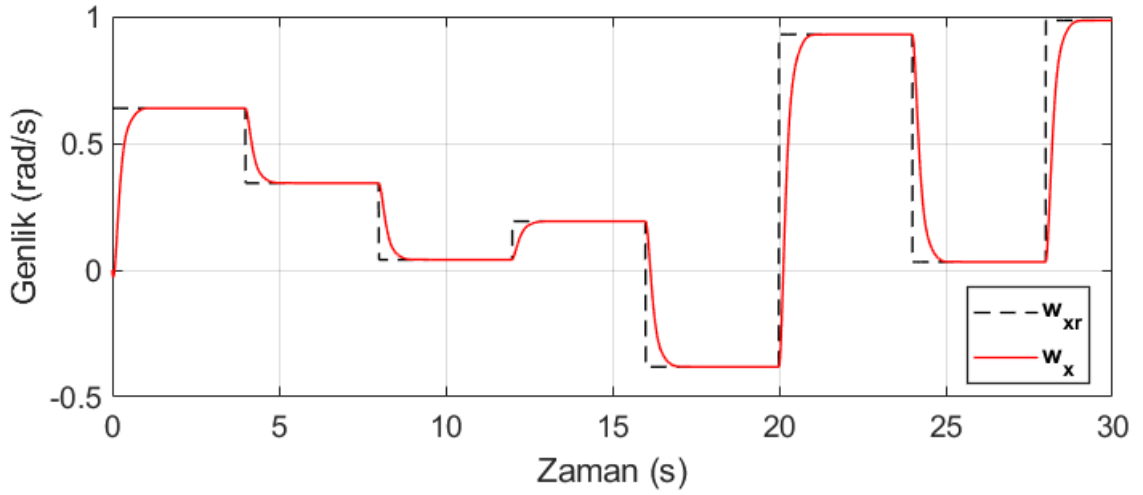
Şekil 5.1 PID kontrolcünün blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması

HHAKMAH dinamik modelinin kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak w_x çıkışının kontrolü için tasarlanan PID kontrolcü ile helikopterin w_x çıkışı beklenildiği gibi kararlılık bölgesinde w_{xr} referans girişini Şekil 5.3’teki gibi iyi bir şekilde takip ederken aynı PID kontrolcü, helikopter kaotik çekim havzasında

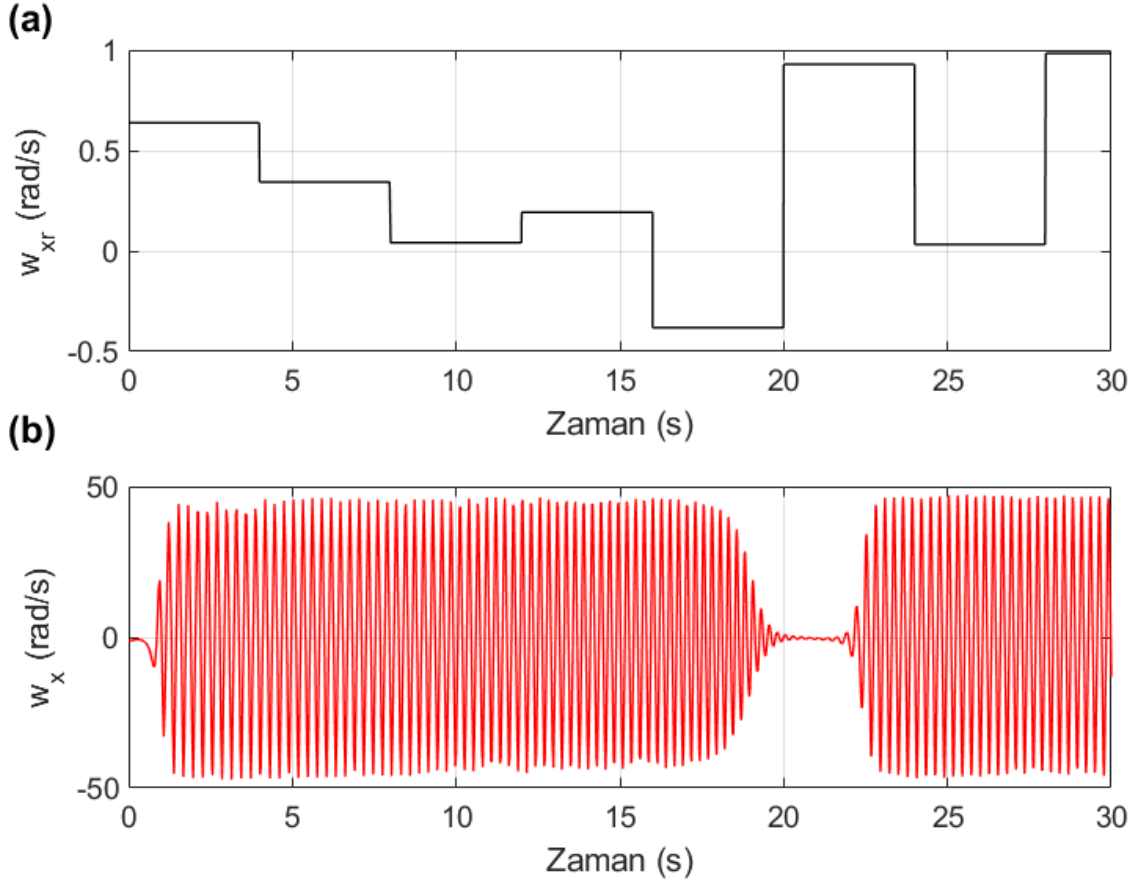
iken çoğu durumda Şekil 5.4'teki gibi referans girişini takip edememekte ve kontrol başarısızlıkla sonuçlanmaktadır.



Şekil 5.2 Helikopter açışal hız dinamik modeli blok diyagramı



Şekil 5.3 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$, $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan PID kontrolcünün kararlı sabit nokta çekim havzasında kontrolü



Şekil 5.4 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan PID kontrolcünün kaotik çekim havzasında kontrol başarısızlığı (a) w_{xr} referans girişinin zamana bağlı grafiği (b) HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının zamana bağlı grafiği

5.2 Kaotik Çekim Havzasında Helikopterin ADRC ile Kontrolü Üzerine İnceleme

Bu kısımda öncelikle ikinci dereceden ADRC'nin tasarım modeli verilecektir. Daha sonra helikopterin w_x çıkışı için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'nin helikopterin kaotik çekim havzasında olduğu durumda da sistemi iyi bir şekilde stabilize edip edemeyeceği incelenecektir. Son olarak helikopterin w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının kontrolü için kaotik çekim havzası referans alınarak ADRC tasarlanacaktır. Tasarlanan ADRC'nin HHAKMAH dinamik modeli ile zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerini stabilize edip edemediği ve kararlı sabit nokta çekim havzasında iyi bir şekilde çalışıp çalışmadığı incelenecektir.

5.2.1 Aktif Bozulma Reddetme Kontrolcüsü Tasarımı

Aktif bozulma reddetme kontrolü (*Active disturbance rejection control*, ADRC), doğrusal olmayan dijital kontrol yöntemidir ve Han [106] tarafından önerilmiştir. ADRC yüksek derecede model belirsizlikleri varsayımı altında tasarlandığından, matematiksel modelden ziyade hataya dayalı, deneysel ve gürbüz bir kontrol yöntemidir. Dolayısıyla ADRC sistemde bir kez ayarlandığında sistemde meydana gelebilecek olan iç ve dış bozulmaları gerçek zamanlı olarak telafi edebilecek özelliktedir. ADRC izleme farklılaştırıcısı (*tracking differentiator*, TD), genişletilmiş durum gözlemcisi (*extended state observer*, ESO)) ve doğrusal olmayan durum hatası geribeslemesi (*nonlinear state error feedback*, NLSEF) olmak üzere üç kısımdan oluşmaktadır [106].

5.2.1.1 İzleme Farklılaştırıcısı Tasarımı

İzleme farklılaştırıcısı (TD) yüksek frekanslı gereksiz salınımlardan kaçınmak için ayrık zamanlı olarak

$$\begin{aligned}v_1 &= v_1 + hv_2 \\v_2 &= v_2 + hfhan(v_1 - v, v_2, r_0, h)\end{aligned}\tag{5.2}$$

şeklinde tasarlanır. Burada v_1 sinyali, v giriş sinyalini takip eden sinyaldir. v_2 sinyali, v_1 sinyalinin türevidir. Dolayısıyla v_2 , v sinyalinin yaklaşık türevidir. h simülasyon adıımıdır. r_0 , geçiş sürecinin hızına ve sistemin bozulmaya dayanma kabiliyetine göre belirlenen hız faktörüdür. $fhan(v_1, v_2, r_0, h_0)$ fonksiyonu

$$\begin{aligned}d &= h_0 r_0^2 \\a_0 &= h_0 v_2 \\y &= v_1 + a_0 \\a_1 &= \sqrt{d(d + 8|y|)} \\a_2 &= a_0 + \text{sign}(y)(a_1 - d)/2 \\s_y &= (\text{sign}(y + d) - \text{sign}(y - d))/2 \\a &= (a_0 + y - a_2)s_y + a_2 \\s_a &= (\text{sign}(a + d) - \text{sign}(a - d))/2 \\fhan &= -r_0(a/d - \text{sign}(a))s_a - r_0 \text{sign}(a)\end{aligned}\tag{5.3}$$

şeklinde tanımlanır.

5.2.1.2 Genişletilmiş Durum Gözlemcisi Tasarımı

Genişletilmiş durum gözlemcisi (ESO) sürekli zamanlı olarak

$$\begin{aligned}
 e &= z_1 - w_{z(\text{veya } x,y)} \\
 fe &= fal(e, 0.5, h) \\
 fe_1 &= fal(e, 0.25, h) \\
 \dot{z}_1 &= z_2 - \beta_{01}e \\
 \dot{z}_2 &= z_3 - \beta_{02}fe + b_0u \\
 \dot{z}_3 &= -\beta_{03}fe_1
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

şeklinde tasarlanırken, ayrık zamanlı olarak

$$\begin{aligned}
 e &= z_1 - w_{z(\text{veya } x,y)} \\
 fe &= fal(e, 0.5, h) \\
 fe_1 &= fal(e, 0.25, h) \\
 z_1 &= z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\
 z_2 &= z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + b_0u) \\
 z_3 &= z_3 + h(-\beta_{03}fe_1)
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

şeklinde tasarlanır. Burada β_{01} , β_{02} ve β_{03} çıkış hatası için kontrol parametreleridir. u kontrol edilen (HHAKMAH dinamik) sistemin giriş sinyali, $w_{z(\text{veya } x,y)}$ çıkış sinyalidir. u ve $w_{z(\text{veya } x,y)}$ sinyalleri ESO'nun giriş sinyalleridir. b_0 , kompanzasyon faktörüdür. z_1 ve z_2 sistemin durum değişkenlerini tahmin ederken (hesaplarken) z_3 belirsiz modelin ve harici bozulmaların toplamını tahmin eder. $fal(e, \alpha, \delta)$ fonksiyonu

$$fal(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{1-\alpha}}, & |e| \leq \delta \\ |e|^\alpha \text{sign}(e), & |e| > \delta \end{cases} \tag{5.6}$$

şeklinde tanımlanır. Burada α nonlineer bölen ve δ ESO'nun filtreleme faktörüdür.

5.2.1.3 Doğrusal Olmayan Durum Hatası Geribeslemesi Tasarımı

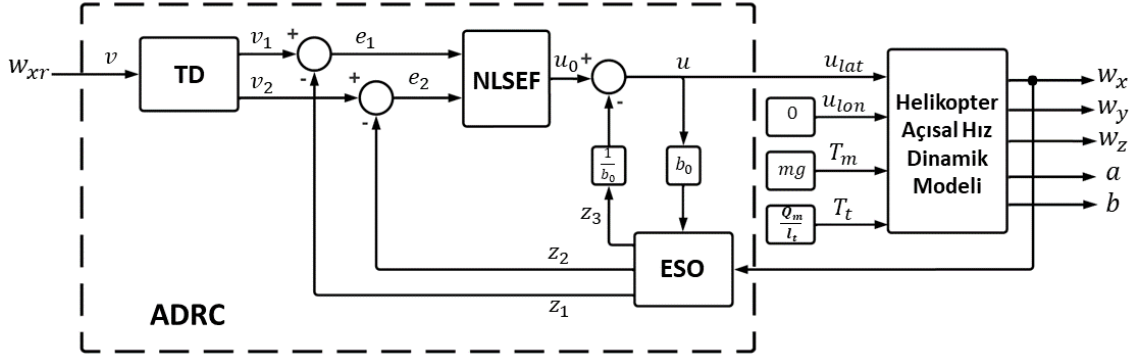
Doğrusal olmayan durum hatası geribeslemesi (NLSEF) tasarımının amacı, TD tarafından üretilen v_1 takip sinyali ile türevi olan v_2 sinyalini ESO tarafından üretilen ve sistemin durum değişkenlerini tahmin eden z_1 ve z_2 sinyallerini geribesleme yardımıyla doğrusal olmayan bir hata kombinasyonu ile birleştirip kontrol edilmek istenen sistem için uygun bir kontrol işareti elde etmektir. Sistemdeki belirsizlikler ESO aracılığıyla tahmin edilip kaldırıldığından NLSEF tasarımında integral kontrole gerek yoktur. Literatürde çeşitli NLSEF tasarımları mevcuttur [106, 136, 137]. Bu çalışmada kullanılan NLSEF tasarımı

$$\begin{aligned} e_1 &= v_1 - z_1 \\ e_2 &= v_2 - z_2 \\ u_0 &= -fhan(e_1, ce_2, r, h_1) \\ u &= \frac{u_0 - z_3}{b_0} \end{aligned} \tag{5.7}$$

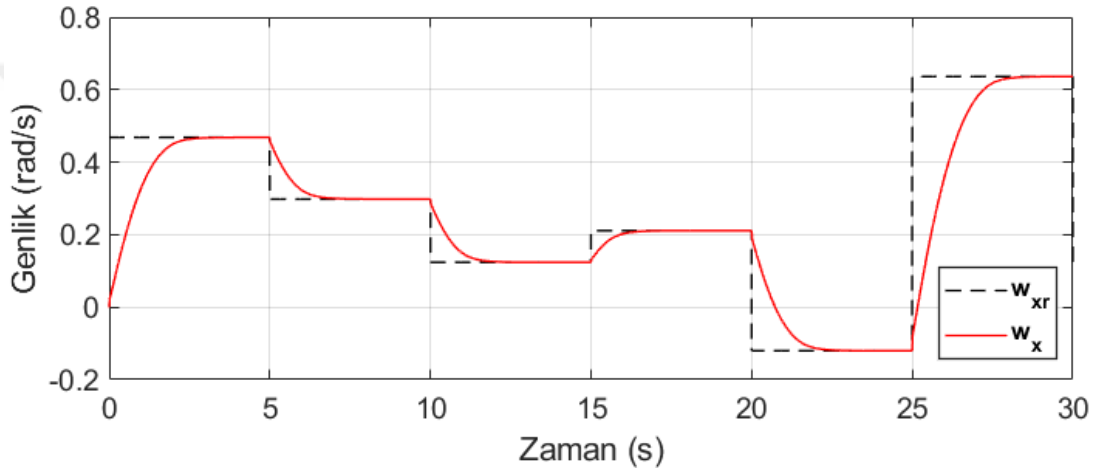
şeklinde dir. Burada c sönümleme katsayısı, h_1 hassasiyet katsayısı ve r kontrol kazancıdır.

5.2.2 Kararlı Sabit Nokta Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan ADRC Kaotik Çekim Havzasında da Helikopter Sistemini İyi Bir Şekilde Kontrol Edebilir mi?

Bu kısımda helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcünün kaotik çekim havzasında da iyi bir şekilde çalışıp çalışmayacağını incelenebilmesi için HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının kontrolü için sabit nokta çekim havzası referans alınarak ikinci dereceden ADRC tasarlanmıştır. Tasarlanan ADRC'nin blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması Şekil 5.5'te yer almaktadır. HHAKMAH dinamik modelinin parametreleri Tablo 2.1 ile aynı iken başlangıç koşulları sabit nokta çekim havzasından bir değer ($w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$, $b(0) = 0 \text{ rad}$) seçilmiştir. Seçilen bu değerde ADRC'nin optimizasyonu için genetik algoritma kullanılarak ADRC katsayıları $h = 0.001$, $r_0 = 124.8094$, $\beta_{01} = 976.8105$, $\beta_{02} = 881.3313$, $\beta_{03} = 963.7503$, $r = 3.4455$, $c = 183.2845$, $h_1 = 0.001$ ve $b_0 = 52.7439$ olarak bulunmuştur.



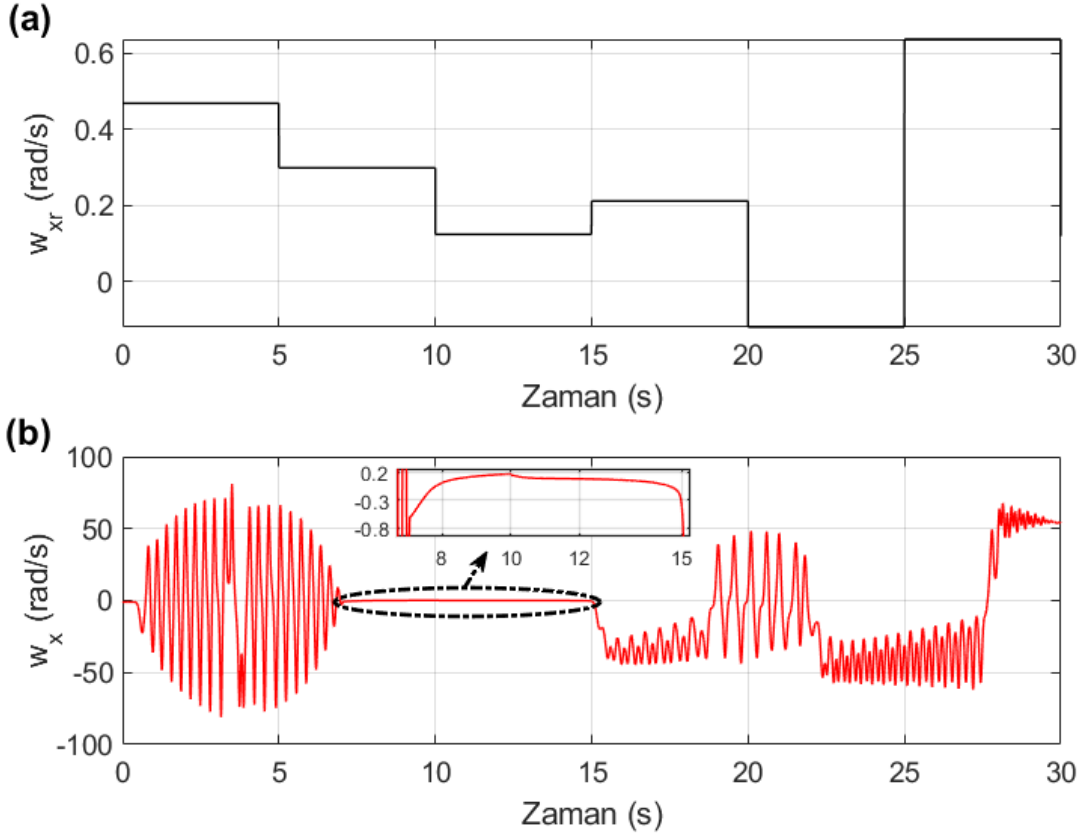
Şekil 5.5 ADRC'nin blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması



Şekil 5.6 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0, w_y(0) = 0, w_z(0) = 0, a(0) = 0, b(0) = 0$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'nin kararlı sabit nokta çekim havzasında kontrolü

HHAKMAH dinamik modelinin kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak w_x çıkışının kontrolü için tasarlanan ADRC ile helikopterin w_x çıkışı beklenildiği gibi kararlılık bölgesinde w_{xr} referans girişini Şekil 5.6'daki gibi iyi bir şekilde takip ederken aynı ADRC, helikopter kaotik çekim havzasında iken çoğu durumda Şekil 5.7'deki gibi referans girişini takip edememekte ve kontrol başarısızlıkla sonuçlanmaktadır. Hem Bölüm 5.1'de tasarlanan PID kontrolcüsü incelediğinde hem de bu kısımda tasarlanan ADRC incelendiğinde, kontrolcüler sabit nokta çekim havzası referans alınarak çok iyi bir şekilde optimize edildiklerinde dahi helikopter sistemi kaotik çekim havzasına girdiğinde sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcülerin helikopter sistemini stabilize edemedikleri görülmektedir. Dolayısıyla tüm bu sonuçlar kararlı sabit nokta çekim

havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcülerin kaotik çekim havzasında sistemi stabilize edememe durumunun kararlı sabit nokta çekim havzasında yapılan optimizasyonlardan bağımsız olduğunu gösterdiği gibi incelenen bu iki kontrolcü çeşidinden de bağımsız olduğunu gösterir.

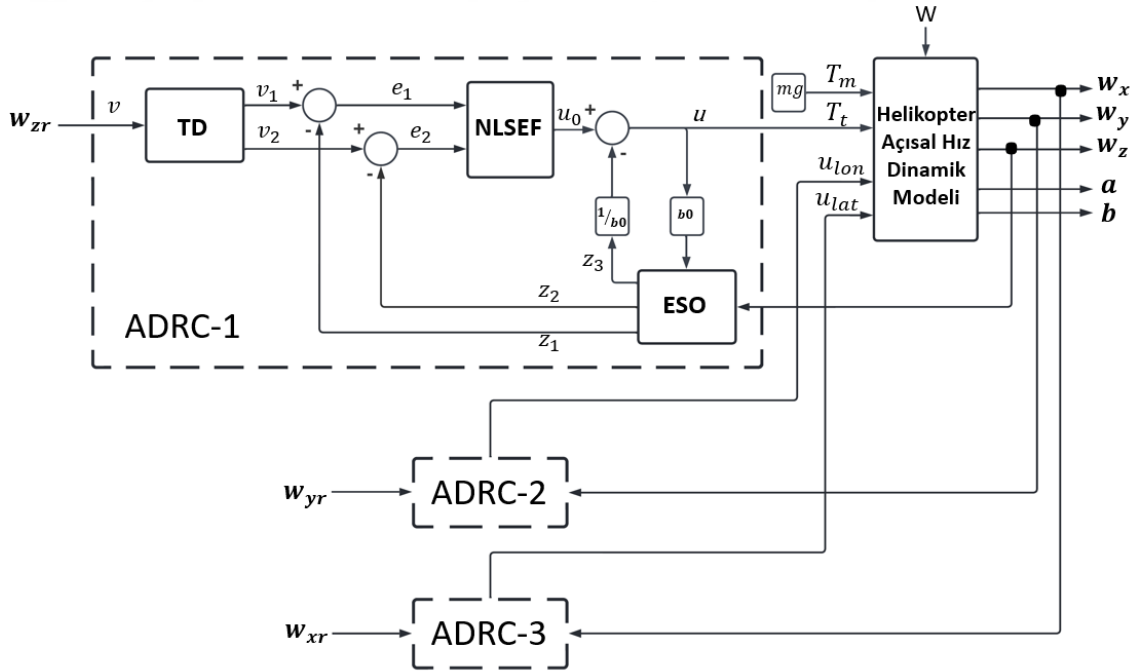


Şekil 5.7 HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1’deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175$, $w_y(0) = -24.8012$, $w_z(0) = 21.1155$, $a(0) = 2.9521$, $b(0) = 1.3005$ başlangıç koşullarında iken kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC’nin kaotik çekim havzasında kontrol başarısızlığı (a) w_{xr} referans girişinin zamana bağlı grafiği (b) HHAKMAH dinamik modelinin w_x çıkışının zamana bağlı grafiği

5.2.3 Kaotik Çekim Havzası Referans Alınarak Tasarlanan ADRC ile Kaos Kontrolü

Bu kısımda helikopterin w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının kontrolü için kaotik çekim havzası referans alınarak ikinci dereceden üç ADRC tasarlanacaktır. Tasarlanan ADRC’lerin helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli ile zaman gecikmeli helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modelinin kaotik çekicilerini stabilize edip edemedikleri ve kararlı sabit nokta çekim havzasında iyi bir şekilde çalışıp çalışmadıkları incelenecektir.

HHAKMAH dinamik sisteminin T_m , T_t , u_{lon} ve u_{lat} olmak üzere dört girişi; w_x , w_y , w_z , a ve b olmak üzere beş çıkışı vardır. Havada asılı kalma modu için $T_m = mg$ olması gerektiği göz önünde bulundurularak HHAKMAH dinamik modeli analiz edilirse w_z çıkışının T_t girişiyle; w_y çıkışının hem T_t girişiyle hem de a durum değişkeniyle; w_x çıkışının hem T_t girişiyle hem de b durum değişkeniyle güçlü bağlantısı olduğu görülür. a ve b durum değişkenlerinin ise sırasıyla u_{lon} ve u_{lat} girişleriyle güçlü bağlantısı vardır. Dolayısıyla w_x çıkışı u_{lat} girişinden, w_y çıkışı u_{lon} girişinden ve w_z çıkışı T_t girişinden kontrol edilerek sırasıyla w_{xr} , w_{yr} ve w_{zr} referans girişleri takip etmesi üç adet ikinci mertebeden ADRC tasarlanmasıyla sağlanabilir.

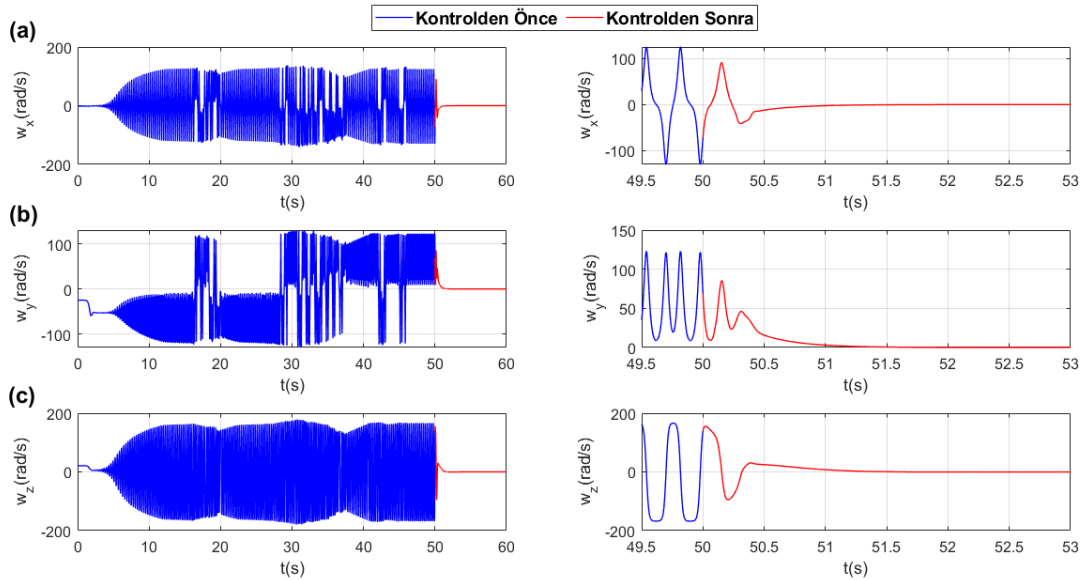


Şekil 5.8 ADRC'lerin blok diyagramları ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması

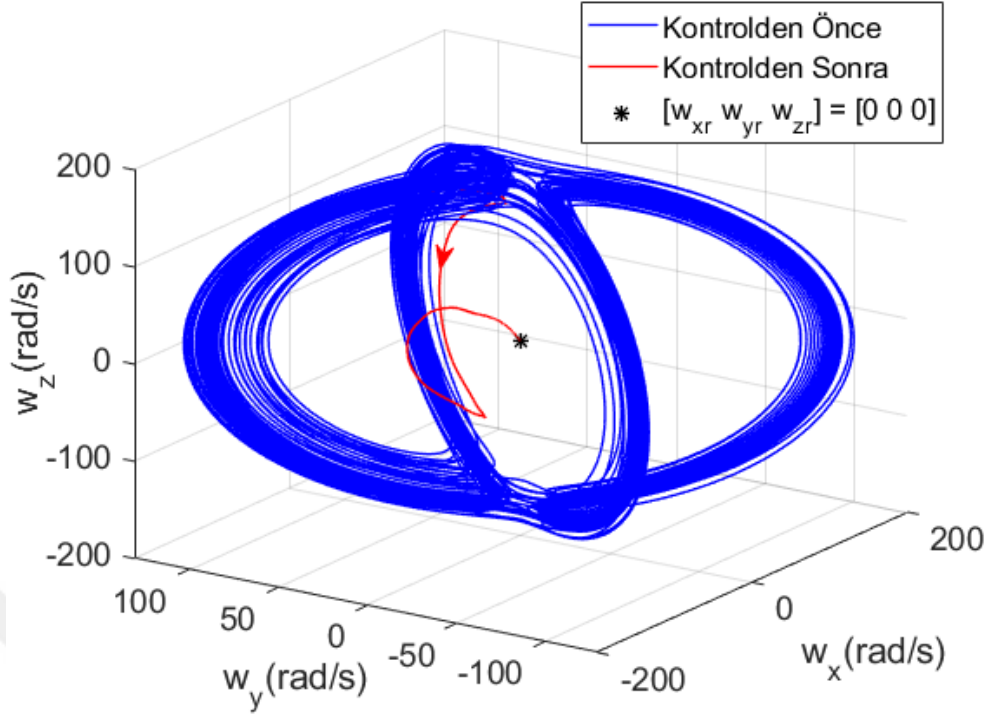
Tasarlanan üç ADRC'nin blok diyagramı ve HHAKMAH dinamik modeli ile bağlantı şeması Şekil 5.8'te verilmiştir. HHAKMAH dinamik modelinin parametreleri Tablo 2.1 ile aynı iken başlangıç koşulları kaotik çekim havzasından bir değer ($w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$, $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$) seçilmiştir. Seçilen bu değerde ADRC'nin optimizasyonu için genetik algoritma kullanılarak ADRC-1 katsayıları $h = 0.001$, $r_0 = 180.7840$, $\beta_{01} = 998.5960$, $\beta_{02} = 991.8421$, $\beta_{03} =$

897.8374, $r = 131.4705$, $c = 189.4400$, $h_1 = 0.001$ ve $b_0 = 5.5749$; ADRC-2 ve ADRC-3 katsayıları $h = 0.001$, $r_0 = 145.5804$, $\beta_{01} = 783.3305$, $\beta_{02} = 860.9427$, $\beta_{03} = 982.0879$, $r = 79.0408$, $c = 150.9618$, $h_1 = 0.001$ ve $b_0 = 57.0626$ olarak bulunmuştur.

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -1.2175 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -24.8012 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.1155 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2.9521 \text{ rad}$ ve $b(0) = 1.3005 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında (E_3 denge noktası) HHAKMAH dinamik modeli açık döngüde kaotik olarak çalışırken $t = 50 \text{ s}$ 'de sisteme referans girişleri $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ olarak ayarlı kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'ler Şekil 5.8 ile belirtilen kontrol şemasına uygun şekilde sisteme uygulanıyor. HHAKMAH dinamik modelinin w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.9'da ve üç boyutlu faz portresi Şekil 5.10'da yer almaktadır. Şekil 5.9 ve Şekil 5.10 incelendiğinde sistemde ADRC'lerin aktive edilmesiyle sistemin kısa süre içinde kaotik çalışma modundan çıkarak belirlenen $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ referans değerlerine yakınsadığı görülmektedir.



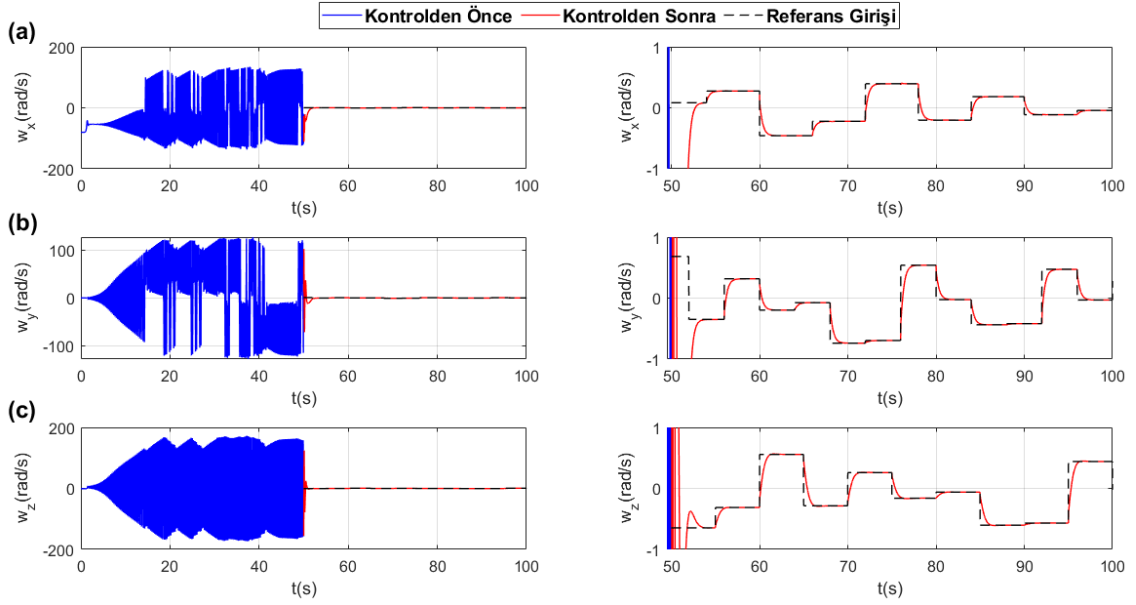
Şekil 5.9 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50 \text{ s}$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.)



Şekil 5.10 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.)

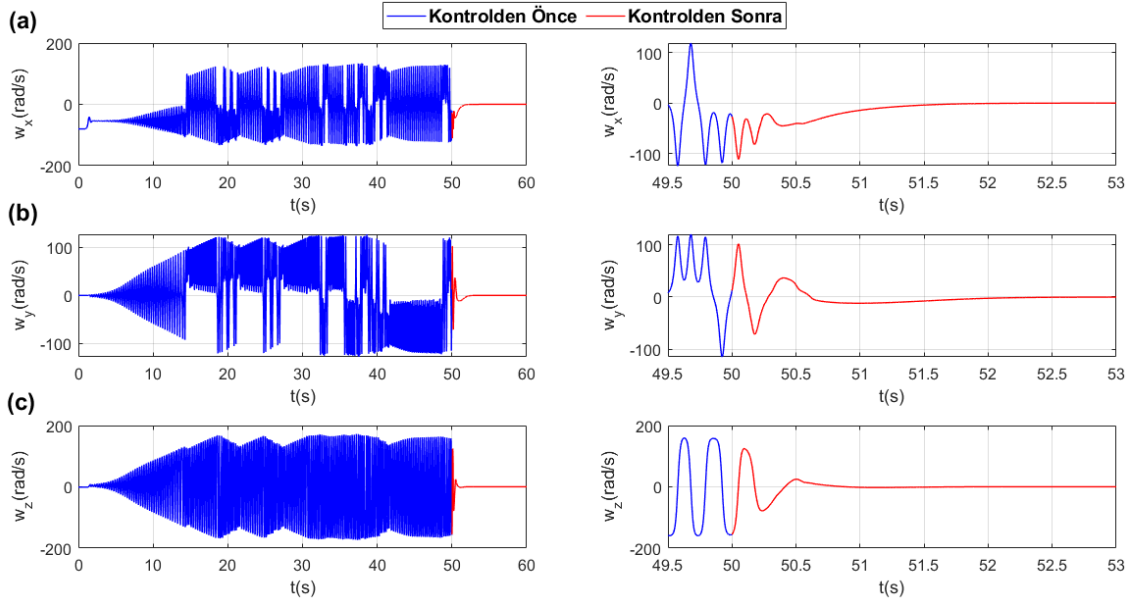
Her şeyin aynı fakat zamanla değişen w_{xr} , w_{yr} ve w_{zr} referans girişlerinin olduğu senaryoda sistemin zaman serisi Şekil 5.11'de verilmiştir. Şekil 5.11 incelendiğinde ADRC'lerin aktive edilmesiyle sistemin kısa süre içinde kaotik çalışma modundan çıkarak belirlenen w_{xr} , w_{yr} ve w_{zr} referans girişleri takip ettiği görülmektedir.

Nadiren de olsa bazı durumlarda kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcü kaotik çekim havzasındaki bazı değerlerde sistemi stabilize edebilmektedir. Nadiren de olsa bazı durumlarda ise kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcü kaotik çekim havzasındaki sadece bazı değerlerde sistemi rastgele stabilize edebilirken, çoğu değerde stabilize edememektedir. Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan bu ADRC'nin E_3 denge noktası özelinde sistemi tesadüfen stabilize etmediğini gösterebilmek için sistemi kaotik olarak çalıştırdığını bildiğimiz E_2 ve E_4 denge noktası ile gizli kaotik çekim havzasından bir değerde tekrar test ediyoruz.

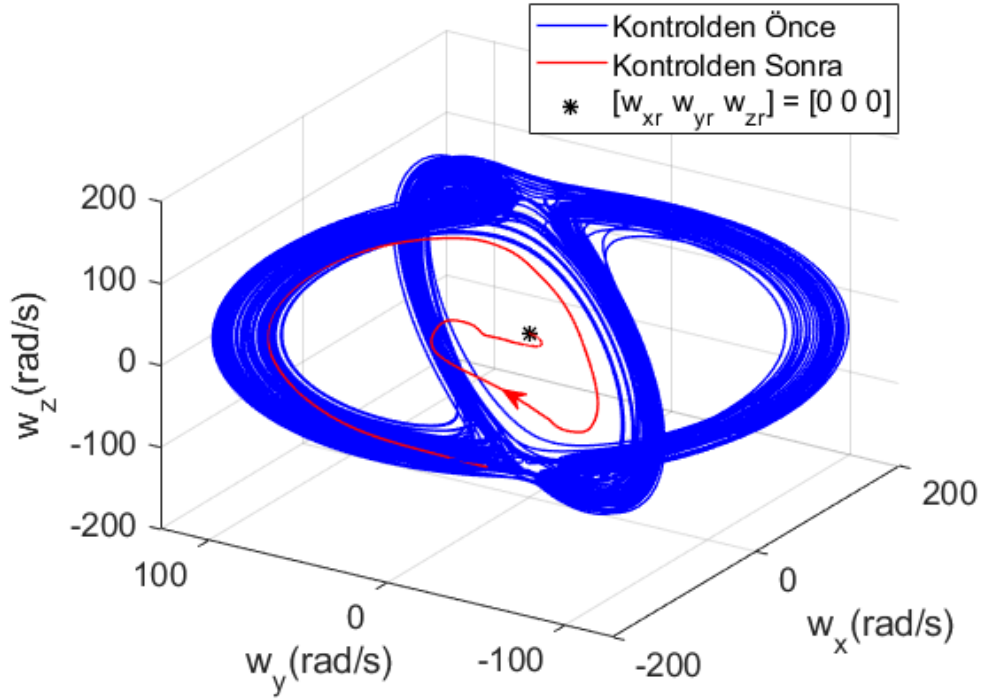


Şekil 5.11 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_3 denge noktasından başlatılmıştır.)

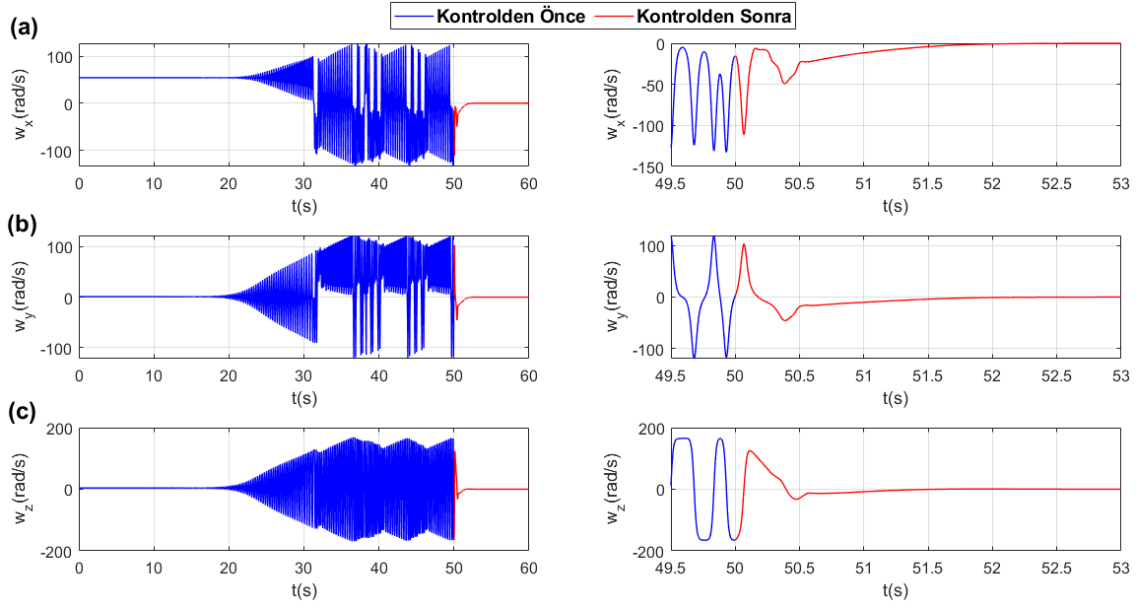
Başlangıç koşullarının E_2 olduğu senaryo için w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.12'de ve üç boyutlu faz portresi Şekil 5.13'te; başlangıç koşullarının E_4 olduğu senaryo için w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.14'te ve üç boyutlu faz portresi Şekil 5.15'te; başlangıç koşullarının Şekil 3.11'de yer alan gizli kaotik çekim havzasındaki bir değerde ($w_x(0) = -60 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$) olduğu senaryo için w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.16'da ve üç boyutlu faz portresi Şekil 5.17'de yer almaktadır. Şekiller incelendiğinde sistemde ADRC'lerin aktive edilmesiyle sistemin kısa süre içinde kaotik çalışma modundan çıkarak belirlenen $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ referans değerlerine yakınsadığı görülmektedir. Dolayısıyla kontrolcünün sistemi rastgele stabilize etmediği anlaşılmaktadır.



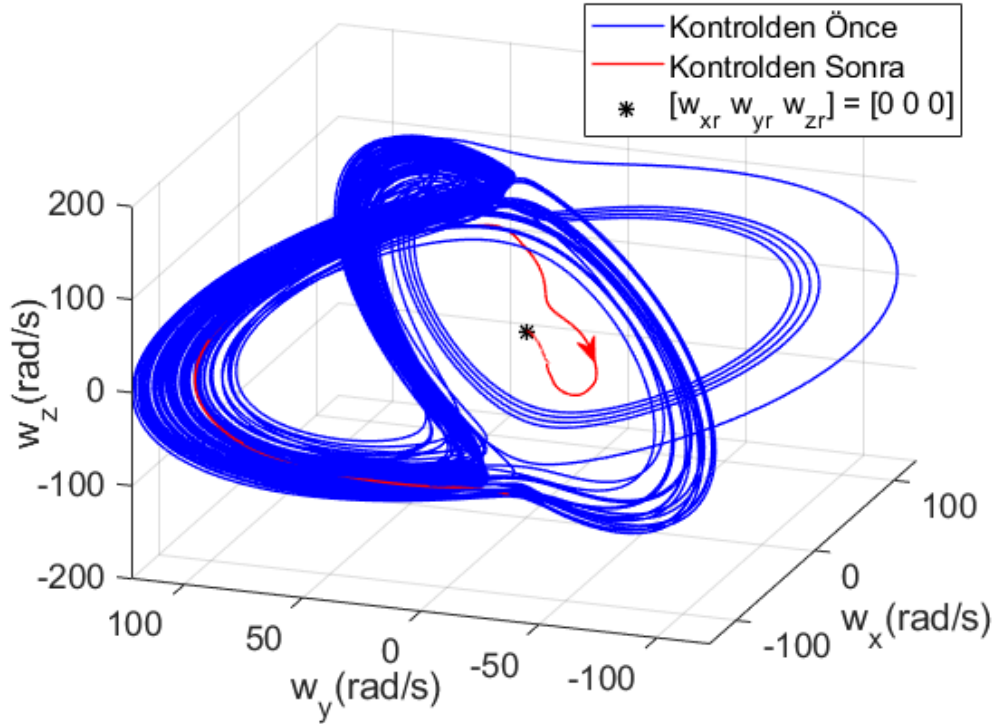
Şekil 5.12 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_2 denge noktasından başlatılmıştır.)



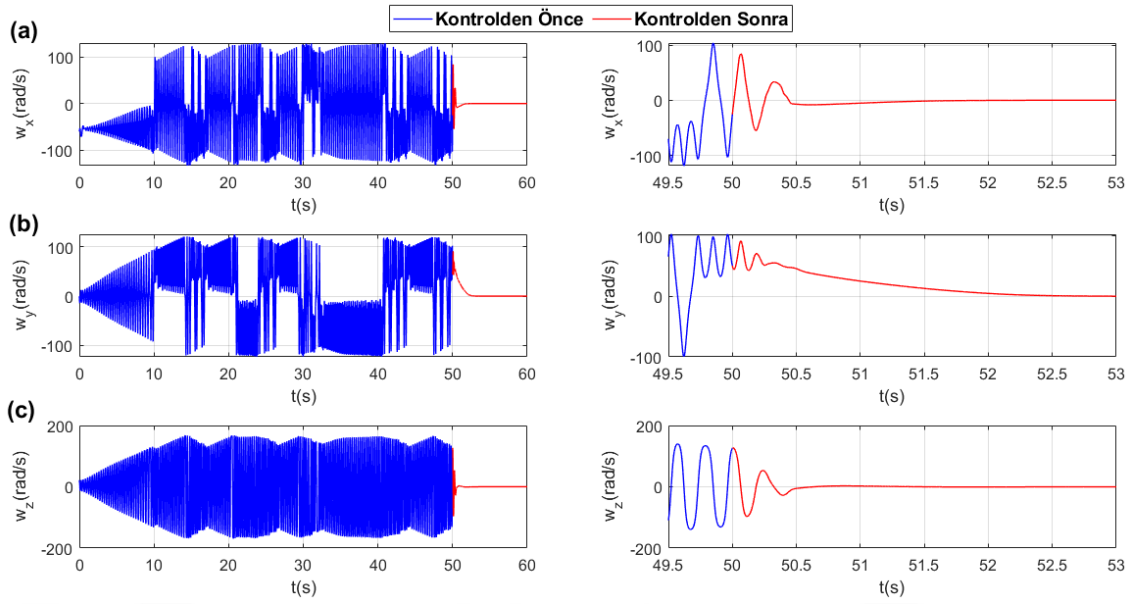
Şekil 5.13 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50s$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_2 denge noktasından başlatılmıştır.)



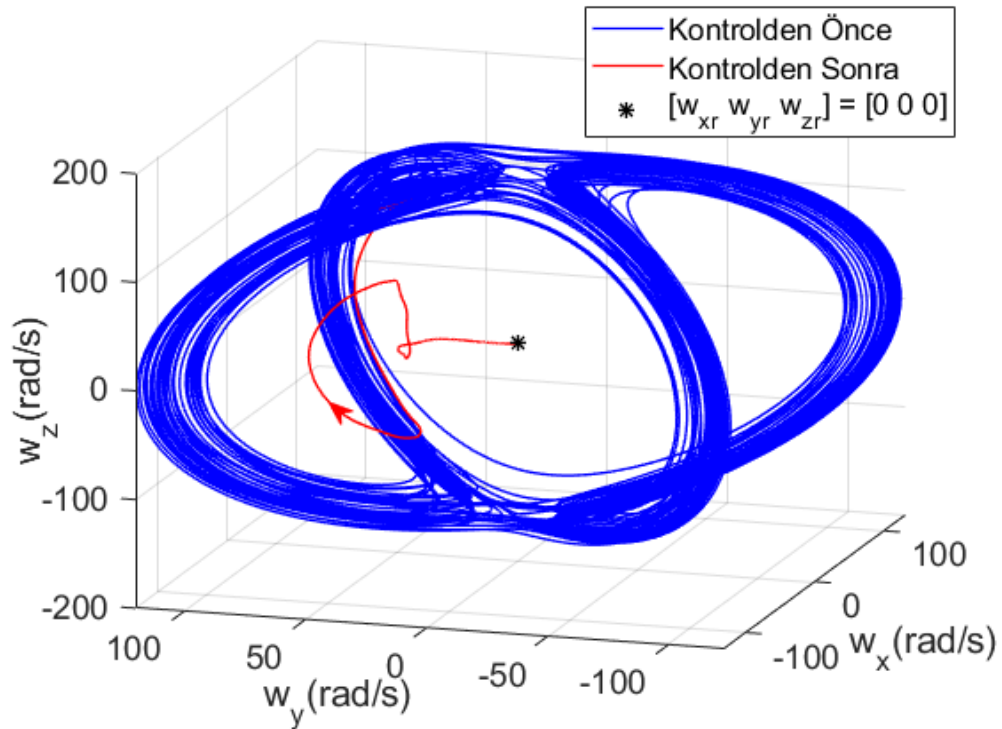
Şekil 5.14 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50$'s'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısai hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_4 denge noktasından başlatılmıştır.)



Şekil 5.15 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50$'s'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısai hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde E_4 denge noktasından başlatılmıştır.)

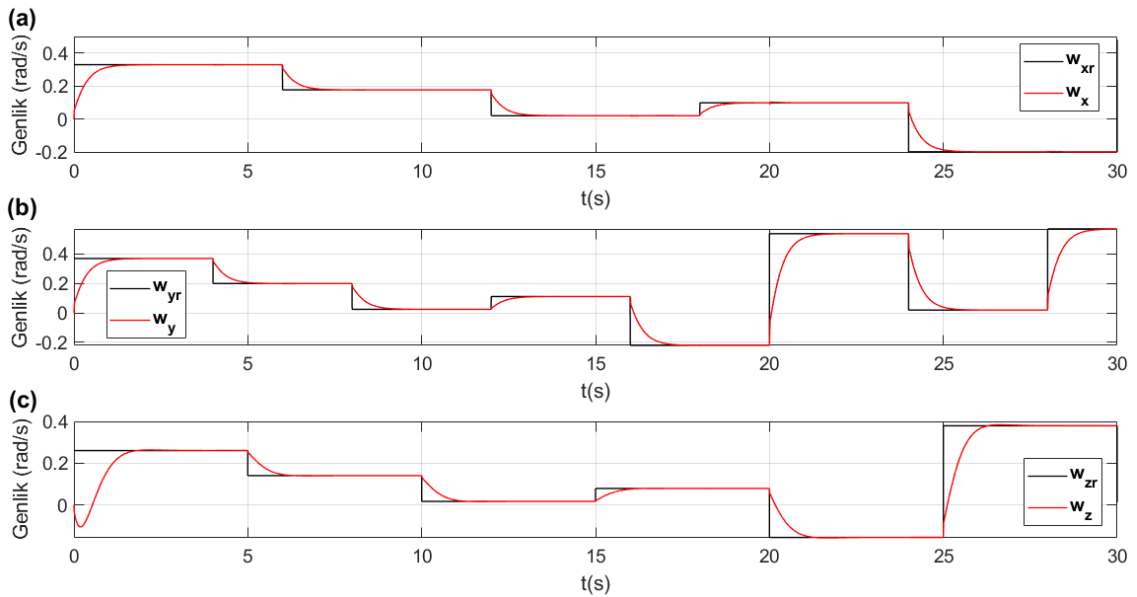


Şekil 5.16 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50$ s'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısai hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde gizli kaotik çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = -60$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.)

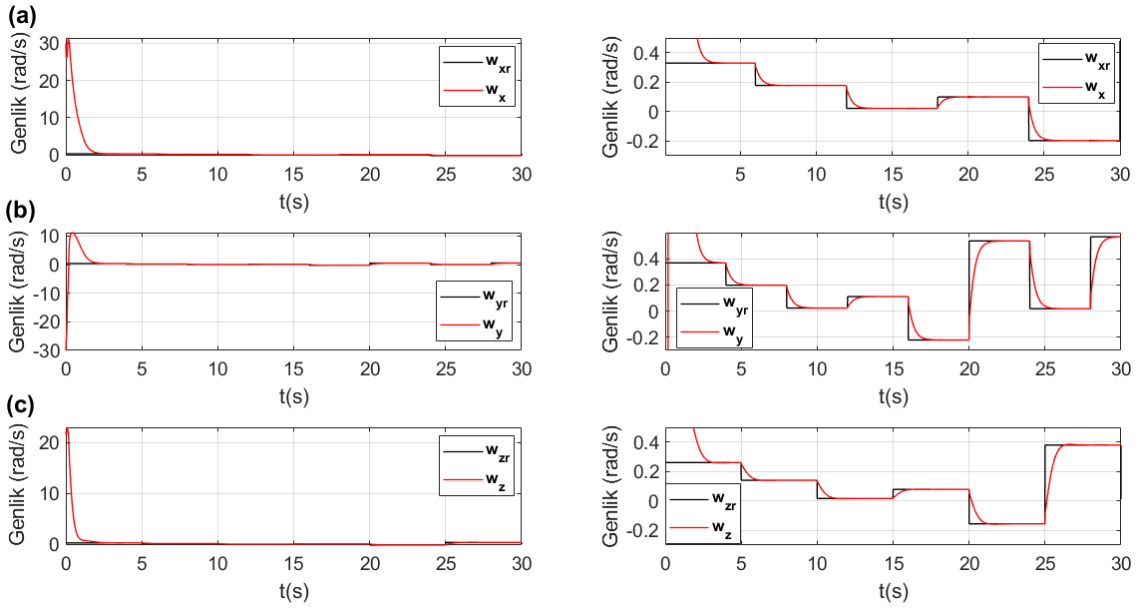


Şekil 5.17 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, $t = 50$ s'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısai hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde gizli kaotik çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = -60$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.)

Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcünün kararlı sabit nokta çekim havzasında da iyi bir şekilde çalışıp çalışmadığının incelenebilmesi için kararlı sabit nokta çekim havzasından iki değer ile kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcü test edilmiştir. Başlangıç koşullarının $w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0 \text{ rad}$ olduğu senaryoda w_{xr} , w_{yr} ve w_{zr} kontrolcü girişleri ve bu girişleri izleyen w_x , w_y ve w_z helikopter çıkışları Şekil 5.18'de; başlangıç koşullarının Şekil 3.11'de yer alan *sink* çekim havzasındaki bir değerde ($w_x(0) = 30 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -30 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 21.5730 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0.0076 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0.0133 \text{ rad}$) olduğu senaryoda w_{xr} , w_{yr} ve w_{zr} kontrolcü girişleri ve bu girişleri izleyen w_x , w_y ve w_z helikopter çıkışları Şekil 5.19'da verilmiştir. Şekil 5.18 ve Şekil 5.19 incelendiğinde sistem çıkışlarının kontrolcü girişlerini iyi bir şekilde takip ettiği görülmektedir. Dolayısıyla kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcü hem kaotik çekim havzasında hem de kararlı sabit nokta çekim havzasında başarılı sonuç vermektedir.



Şekil 5.18 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, kararlı sabit nokta çekim havzasında $t = 0\text{s}$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde kararlı sabit nokta çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$) başlatılmıştır.)

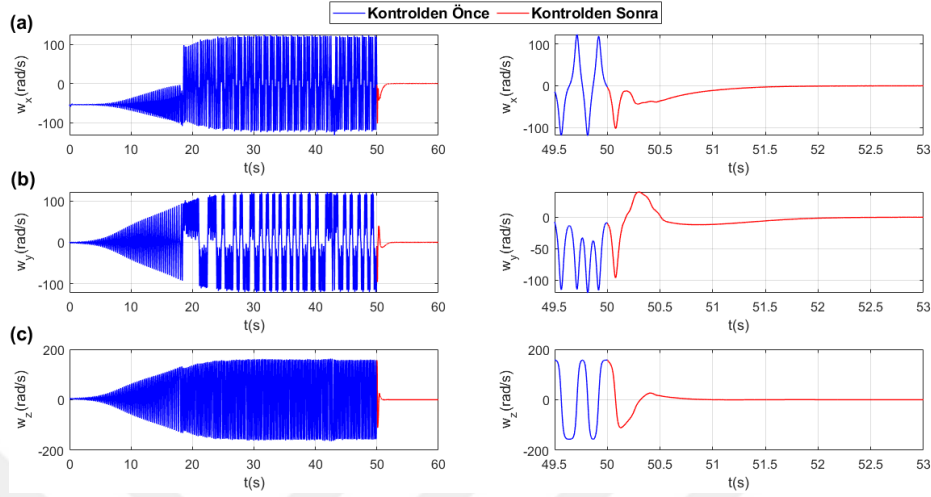


Şekil 5.19 Kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, kararlı sabit nokta çekim havzasında $t = 0$'s'de yüklendiğinde kontrolcünün w_{xr} , w_{yr} , w_{zr} referans girişlerinde sırasıyla (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde kararlı sabit nokta çekim havzasındaki bir değerden ($w_x(0) = 30$, $w_y(0) = -30$, $w_z(0) = 21.5730$, $a(0) = 0.0076$ ve $b(0) = 0.0133$) başlatılmıştır.)

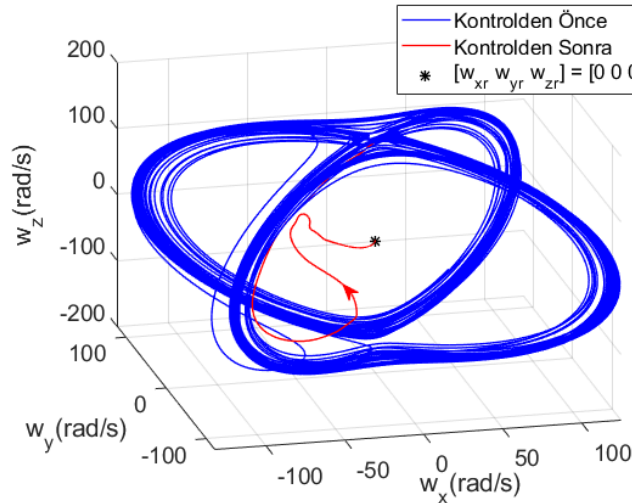
Son olarak (HHAKMAH dinamik modelinin) kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcünün Bölüm 4'te incelenen küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli ile büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekerlerini stabilize edip edemediği incelenecektir.

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = -0.7 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 4 \text{ rad/s}$, $a(0) = 2 \text{ rad}$ ve $b(0) = 6 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında küçük zaman gecikmelerinde ($\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.004 \text{ s}$ iken) zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli açık döngüde kaotik olarak çalışırken $t=50 \text{ s}$ 'de sisteme referans girişleri $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ olarak ayarlı (HHAKMAH dinamik modelinin) kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'ler Şekil 5.8 ile belirtilen kontrol şemasına uygun şekilde sisteme uygulanıyor. Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.20'de ve üç boyutlu faz portresi Şekil 5.21'de yer almaktadır. Şekil 5.20 ve Şekil 5.21 incelendiğinde küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinde

ADRC'lerin aktive edilmesiyle sistemin kısa süre içinde kaotik çalışma modundan çıkarak belirlenen $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ referans değerlerine yakınsadığı görülmektedir.

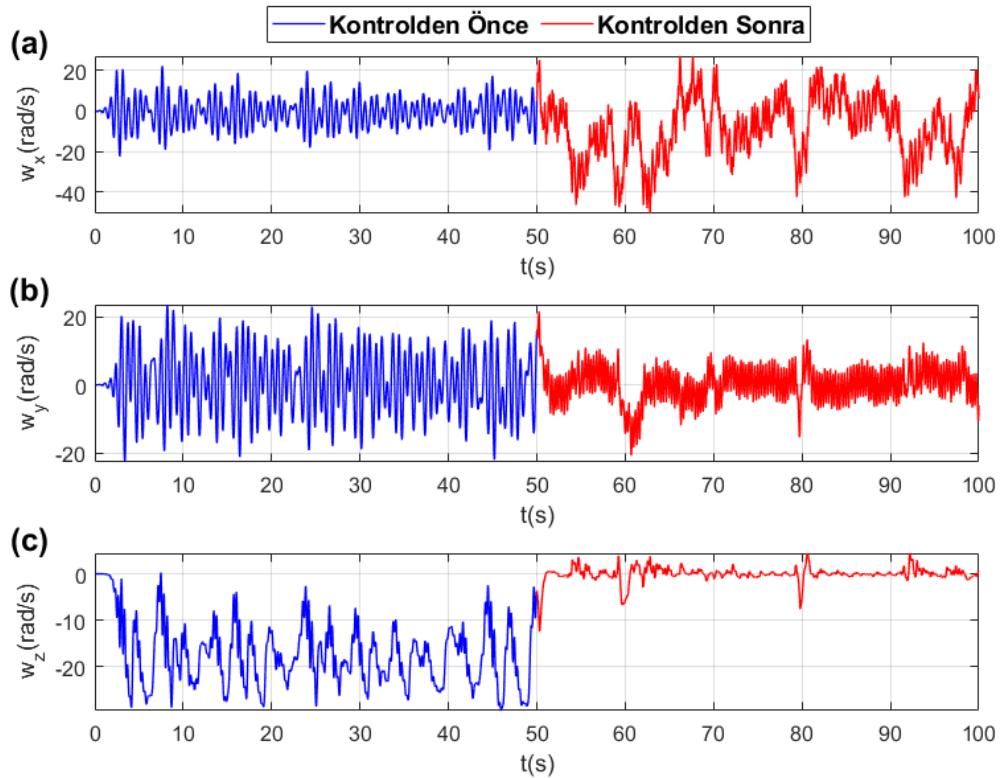


Şekil 5.20 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50\text{s}$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol etkisi (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.004 \text{ s}$ iken başlatılmıştır.)



Şekil 5.21 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50\text{s}$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün w_x , w_y ve w_z açısal hızlarının oluşturduğu faz portresinde kontrol etkisi (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = -54$, $w_y(0) = -0.7$, $w_z(0) = 4$, $a(0) = 2$ ve $b(0) = 6$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.005 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.004 \text{ s}$ iken başlatılmıştır.)

Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_y(0) = 0 \text{ rad/s}$, $w_z(0) = 0 \text{ rad/s}$, $a(0) = 0 \text{ rad}$ ve $b(0) = 0 \text{ rad}$ başlangıç koşullarında büyük zaman gecikmelerinde ($\tau_1 = 0.1 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.084 \text{ s}$ iken) zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli açık döngüde kaotik olarak çalışırken $t=50 \text{ s}$ 'de sisteme referans girişleri $w_{xr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{yr} = 0 \text{ rad/s}$, $w_{zr} = 0 \text{ rad/s}$ olarak ayarlı (HHAKMAH dinamik modelinin) kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC'ler Şekil 5.8 ile belirtilen kontrol şemasına uygun şekilde sisteme uygulanıyor. Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin w_x , w_y ve w_z çıkışlarının kontrolden önceki ve sonraki zaman serileri Şekil 5.22'de yer almaktadır. Şekil 5.22 incelendiğinde HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcünün büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekerini stabilize edemediği görülmektedir.



Şekil 5.22 HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeline $t = 50 \text{ s}$ 'de yüklendiğinde kontrolcünün (a) w_x , (b) w_y , (c) w_z açısal hızlarının zaman serilerinde kontrol başarısızlığı (Zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modeli Tablo 2.1'deki parametre değerlerinde ve $w_x(0) = 0$, $w_y(0) = 0$, $w_z(0) = 0$, $a(0) = 0$ ve $b(0) = 0$ başlangıç koşullarında ve $\tau_1 = 0.1 \text{ s}$ ve $\tau_2 = 0.084 \text{ s}$ iken başlatılmıştır.)

Bu yüksek lisans tezinde küçük ölçekli bir insansız helikopterlere ait havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modeli verilerek MIT X-Cell 60 insansız küçük ölçekli helikopterine ait parametre değerlerinde modelin dinamik analizi yapıldı. Kaosu tespit etmek için denge noktası analizi, zaman serileri analizi, faz portresi analizi, kelebek etkisi analizi, Poincaré haritalaması analizi, Lyapunov üstelleri analizi ve çatallanma diyagramı analizi kullanılarak sistemin kaotik çalıştığı gösterildi. Sistem sabit parametre değerlerinde iken farklı başlangıç koşullarında farklı dinamik davranış sergilemesi sistemde farklı tipteki çekicilerin bir arada bulunduğunu, diğer ifade ile sistemde *multistability* (çoklu kararlılık veya kararsızlık) bulunduğunu gösterir. Sistem, eyer noktalarından uyarıldığında kaotik çalışması sistemin kendinden uyarımlı olduğunu gösterir. Ancak sistemin kararsız denge noktalarıyla kesişmeyen çekim havzaları (gizli kaos) da vardır. Sistem her iki sınıflandırmaya da tam olarak uymamasına rağmen sonsuz denge noktasına sahip olması hesaplama prosedürü bakımından gizli çekicilere sahip kaotik sistem olarak sınıflandırılmasına neden olur.

Helikopter havada asılı kalma modu açısal hız dinamik modelinin zaman gecikmeli modeli oluşturularak helikopterde meydana gelmesi muhtemel sabit zaman gecikmelerinde sistemin dinamik analizi yapıldı. 0 – 20 ms değer aralığındaki zaman gecikmelerinde sistemde oluşan kaotik çekerlerin, zaman gecikmesiz sistemin kaotik çekerleri ile benzer dinamik özellik gösterdiği tespit edilirken; 70 – 100 ms değer aralığındaki zaman gecikmelerinde sistemin kaotik çekerinin tamamen değişerek yeni bir kaotik çeker meydana geldiği tespit edilmiştir. Yapılan analizler sonucu oluşan yeni kaotik çekicinin, zaman gecikmesiz sistemin kararlı sabit nokta çekim havzasının içindeki bir bölgede olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla bu durum helikopter havada asılı kalma modunda hareketsiz bir şekilde ($w_x = 0 \text{ rad/s}$, $w_y = 0 \text{ rad/s}$, $w_z = 0 \text{ rad/s}$, $a = 0 \text{ rad}$, $b = 0 \text{ rad}$) kararlı çalışırken sistemde 70 – 100 ms değer aralığında bir

gecikme meydana gelmesi durumunda sistemin kaotik çalışma moduna girebileceği anlamına gelir.

Çatallanma analizleri ve Lyapunov yüzeyi grafikleri ile sistemin açık döngü dinamik davranışının diğer parametrelere bağlı olduğu kadar helikopterin tasarım parametrelerine de bağlı olduğu gösterilmiştir. Dolayısıyla helikopterin tasarımı kaosu kaynağı olabileceği gibi henüz tasarım aşamasında yapılacak kaosu tespit etme analizleri sonucu tasarımda yapılacak değişiklikler ile kaotik çalışma modu helikopter dinamiklerinden uzak tutulabilir.

Helikopterin kontrol uygulamalarında yapılan hatalardan biri sistemin çekim havzaları incelenmeden doğrudan kontrol algoritmaları geliştirilmeye çalışılmasıdır. Bunu gösterebilmek için helikopter havada asılı kalma modu açışal hız dinamik modelinin w_x çıkışı için kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak hem PID kontrolcü hem aktif bozulma reddetme kontrolcüsü (ADRC) tasarlanarak helikopter kontrolü üzerine inceleme yapılmıştır. Yapılan incelemeler ile kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan her iki kontrolcünün de helikopter normal çalışma modundayken gayet iyi bir şekilde helikopteri kontrol edebildiği halde helikopter kaotik çalışma moduna girdiğinde kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan her iki kontrolcünün de sistemin kaotik çekicilerini stabilize edemediği tespit edilmiştir. Her iki kontrolcünün de normal çalışma modu için optimize edildiği göz önüne alınırsa, normal çalışma modu için yapılan optimizasyonun kaotik çalışma modunda bir etkisi olmadığı sonucuna da varılabilir. Kararlı sabit nokta çekim havzası referans alınarak tasarlanan kontrolcülerin kaotik çalışma modunda sistemi stabilize edemediği gösterildikten sonra helikopterin açışal hızları için kaotik çekim havzası referans alınarak ADRC'ler tasarlanmıştır. Bu ADRC'ler incelendiğinde helikopterin hem kaotik çalışma modundaki kaotik çekicilerini stabilize edebildikleri hem de normal çalışma modunda iyi bir şekilde çalıştıkları tespit edilmiştir. Yapılan bu incelemeler ile varılan sonuçlar helikopter sisteminde kaosu tespit edilmesinin ve çekim havzalarının oluşturulmasının niçin gerekli olduğu ve niçin incelenmesi gerektiği sorularının cevabını vermektedir.

HHAKMAH dinamik modeli ile küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekerleri birbirine benzer geometrik yapıda olduklarından ve faz uzayının aynı bölgesinde bulunduklarından HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, küçük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerini de iyi bir şekilde stabilize edebilirken; HHAKMAH dinamik modeli ile büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekerleri birbirinden tamamen farklı geometrik yapıda olduklarından ve faz uzayının farklı bölgesinde bulunduklarından HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekim havzası referans alınarak tasarlanan ADRC, büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerini stabilize edememektedir. Hem HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerini hem de büyük zaman gecikmelerindeki zaman gecikmeli HHAKMAH dinamik modelinin kaotik çekicilerini stabilize edebilecek kontrol algoritmaları geliştirilmesi geleceğin işi olarak açık bir araştırma konusu olarak bırakılmıştır.

Bu yüksek lisans tezinde MIT X-Cell 60 küçük ölçekli insansız helikopterin havada asılı kalma modu açısız hız dinamik modelinin analizi için kullanılan kaos tespit etme yöntemleri ve kaosu kontrol etmek için tasarlanan kontrol algoritması, sadece benzer helikopterlerin havada asılı kalma modu açısız hız analizi ve kontrolü için rehber olmakla kalmayıp, bundan sonraki aşamada yapılması gereken helikopterin dikey kalkış ve iniş modu, ileri uçuş modu ve otorotasyon modu dinamik modellerinin kaos analizi ve kontrolü için de rehber olabilecektir.

- [1] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. CRC press, 2018.
- [2] S. Lynch, *Dynamical Systems with Applications using MATLAB®*, 2 ed. Birkhäuser Cham, 2014.
- [3] E. N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow," *Journal of atmospheric sciences*, vol. 20, no. 2, pp. 130-141, 1963.
- [4] D. Ruelle and F. Takens, "On the nature of turbulence," *Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg-RCP25*, vol. 12, pp. 1-44, 1971.
- [5] B. Mandelbrot, "Fractals: Form, chance and dimension WH Freeman San Francisco USA," 1977.
- [6] G. Leonov, N. Kuznetsov, and V. Vagaitsev, "Localization of hidden Chua's attractors," *Physics Letters A*, vol. 375, no. 23, pp. 2230-2233, 2011.
- [7] G. Leonov, N. Kuznetsov, and V. Vagaitsev, "Hidden attractor in smooth Chua systems," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 241, no. 18, pp. 1482-1486, 2012.
- [8] G. A. Leonov and N. V. Kuznetsov, "Hidden attractors in dynamical systems. From hidden oscillations in Hilbert–Kolmogorov, Aizerman, and Kalman problems to hidden chaotic attractor in Chua circuits," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 23, no. 01, p. 1330002, 2013.
- [9] G. Leonov, N. Kuznetsov, and T. Mokaev, "Homoclinic orbits, and self-excited and hidden attractors in a Lorenz-like system describing convective fluid motion," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 224, no. 8, pp. 1421-1458, 2015.
- [10] A. S. Al-Obeidi, S. Fawzi Al-Azzawi, A. Abdullah Hamad, M. L. Thivagar, Z. Meraf, and S. Ahmad, "A novel of new 7D hyperchaotic system with self-excited attractors and its hybrid synchronization," *Computational Intelligence and Neuroscience*, vol. 2021, 2021.
- [11] P. C. Rech, "Self-excited and hidden attractors in a multistable jerk system," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 164, p. 112614, 2022.
- [12] L.-H. Gong, H.-X. Luo, R.-Q. Wu, and N.-R. Zhou, "New 4D chaotic system with hidden attractors and self-excited attractors and its application in image encryption based on RNG," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 591, p. 126793, 2022.
- [13] H. Tian, Z. Wang, H. Zhang, Z. Cao, and P. Zhang, "Dynamical analysis and fixed-time synchronization of a chaotic system with hidden attractor and a line equilibrium," *The European Physical Journal Special Topics*, pp. 1-12, 2022.

- [14] J. Wang, C. Dong, and H. Li, "A New Variable-Boostable 3D Chaotic System with Hidden and Coexisting Attractors: Dynamical Analysis, Periodic Orbit Coding, Circuit Simulation, and Synchronization," *Fractal and Fractional*, vol. 6, no. 12, p. 740, 2022.
- [15] C. Dong, "Dynamics, periodic orbit analysis, and circuit implementation of a new chaotic system with hidden attractor," *Fractal and Fractional*, vol. 6, no. 4, p. 190, 2022.
- [16] O. E. Rössler, "An equation for continuous chaos," *Physics Letters A*, vol. 57, no. 5, pp. 397-398, 1976.
- [17] M. I. Rabinovich and A. L. Fabrikant, "Stochastic self-modulation of waves in nonequilibrium media," *J. Exp. Theor. Phys*, vol. 77, pp. 617-629, 1979.
- [18] A. Arneodo, P. Couillet, and C. Tresser, "Possible new strange attractors with spiral structure," *Communications in Mathematical Physics*, vol. 79, no. 4, pp. 573-579, 1981.
- [19] T. Matsumoto, L. Chua, and M. Komuro, "The double scroll," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 32, no. 8, pp. 797-818, 1985.
- [20] J. Lü and G. Chen, "A new chaotic attractor coined," *Int. J. of Bifurcation and chaos*, vol. 12, no. 03, pp. 659-661, 2002.
- [21] G. Qi and G. Chen, "Analysis and circuit implementation of a new 4D chaotic system," *Physics Letters A*, vol. 352, no. 4-5, pp. 386-397, 2006.
- [22] B. Bocheng, L. Zhong, and X. Jianping, "New chaotic system and its hyperchaos generation," *Journal of Systems Engineering and Electronics*, vol. 20, no. 6, pp. 1179-1187, 2009.
- [23] J. P. Singh, K. Rajagopal, and B. K. Roy, "A new 5D hyperchaotic system with stable equilibrium point, transient chaotic behaviour and its fractional-order form," *Pramana*, vol. 91, no. 3, pp. 1-10, 2018.
- [24] Q. Yang, L. Yang, and B. Ou, "Hidden hyperchaotic attractors in a new 5D system based on chaotic system with two stable node-foci," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 29, no. 07, p. 1950092, 2019.
- [25] F. Yu *et al.*, "Chaos-based application of a novel multistable 5D memristive hyperchaotic system with coexisting multiple attractors," *Complexity*, vol. 2020, 2020.
- [26] Q. Wan *et al.*, "Dynamic analysis and circuit realization of a novel variable-wing 5D memristive hyperchaotic system with line equilibrium," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 231, no. 16, pp. 3029-3041, 2022.
- [27] Q. Yang, W. M. Osman, and C. Chen, "A new 6D hyperchaotic system with four positive Lyapunov exponents coined," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 25, no. 04, p. 1550060, 2015.
- [28] Q. Yang, D. Zhu, and L. Yang, "A new 7D hyperchaotic system with five positive Lyapunov exponents coined," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 28, no. 05, p. 1850057, 2018.

- [29] A. Sharkovsky, "Chaos from a time-delayed Chua's circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 40, no. 10, pp. 781-783, 1993.
- [30] D. Ghosh, A. R. Chowdhury, and P. Saha, "Multiple delay Rössler system—Bifurcation and chaos control," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 35, no. 3, pp. 472-485, 2008.
- [31] W. Deng, C. Li, and J. Lü, "Stability analysis of linear fractional differential system with multiple time delays," *Nonlinear Dynamics*, vol. 48, no. 4, pp. 409-416, 2007.
- [32] T. T. Hartley, C. F. Lorenzo, and H. K. Qammer, "Chaos in a fractional order Chua's system," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 42, no. 8, pp. 485-490, 1995.
- [33] P. Arena, R. Caponetto, L. Fortuna, and D. Porto, "Chaos in a fractional order Duffing system," in *Proceedings ECCTD, Budapest, 1997*, vol. 1259, p. 1262.
- [34] W. M. Ahmad and J. C. Sprott, "Chaos in fractional-order autonomous nonlinear systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 16, no. 2, pp. 339-351, 2003.
- [35] J. G. Lu and G. Chen, "A note on the fractional-order Chen system," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 27, no. 3, pp. 685-688, 2006.
- [36] J. G. Lu, "Chaotic dynamics of the fractional-order Lü system and its synchronization," *Physics Letters A*, vol. 354, no. 4, pp. 305-311, 2006.
- [37] C. Li and G. Chen, "Chaos and hyperchaos in the fractional-order Rössler equations," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 341, pp. 55-61, 2004.
- [38] S. Xu, X. Wang, and X. Ye, "A new fractional-order chaos system of Hopfield neural network and its application in image encryption," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 157, p. 111889, 2022.
- [39] M. Kyriazis, "Applications of chaos theory to the molecular biology of aging," *Experimental Gerontology*, vol. 26, no. 6, pp. 569-572, 1991.
- [40] S. Vaidyanathan, "Adaptive backstepping control of enzymes-substrates system with ferroelectric behaviour in brain waves," *Int. J. of PharmTech Research*, vol. 8, no. 2, pp. 256-261, 2015.
- [41] I. Suárez, "Mastering chaos in ecology," *Ecological Modelling*, vol. 117, no. 2-3, pp. 305-314, 1999.
- [42] W. T. Gibson and W. G. Wilson, "Individual-based chaos: Extensions of the discrete logistic model," *Journal of theoretical biology*, vol. 339, pp. 84-92, 2013.
- [43] P. Gaspard, "Microscopic chaos and chemical reactions," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 263, no. 1-4, pp. 315-328, 1999.

- [44] V. Petrov, V. Gaspar, J. Masere, and K. Showalter, "Controlling chaos in the Belousov—Zhabotinsky reaction," *Nature*, vol. 361, no. 6409, pp. 240-243, 1993.
- [45] X. Huang, Z. Zhao, Z. Wang, and Y. Li, "Chaos and hyperchaos in fractional-order cellular neural networks," *Neurocomputing*, vol. 94, pp. 13-21, 2012.
- [46] E. Kaslik and S. Sivasundaram, "Nonlinear dynamics and chaos in fractional-order neural networks," *Neural Networks*, vol. 32, pp. 245-256, 2012.
- [47] S. Lian and X. Chen, "Traceable content protection based on chaos and neural networks," *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 7, pp. 4293-4301, 2011.
- [48] Z. Qu, "Chaos in the genesis and maintenance of cardiac arrhythmias," *Progress in biophysics and molecular biology*, vol. 105, no. 3, pp. 247-257, 2011.
- [49] C. Witte and M. Witte, "Chaos and predicting varix hemorrhage," *Medical hypotheses*, vol. 36, no. 4, pp. 312-317, 1991.
- [50] N. Li, W. Pan, L. Yan, B. Luo, and X. Zou, "Enhanced chaos synchronization and communication in cascade-coupled semiconductor ring lasers," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 19, no. 6, pp. 1874-1883, 2014.
- [51] G. Yuan, X. Zhang, and Z. Wang, "Generation and synchronization of feedback-induced chaos in semiconductor ring lasers by injection-locking," *Optik*, vol. 125, no. 8, pp. 1950-1953, 2014.
- [52] J. Kengne, J. Chedjou, G. Kenne, and K. Kyamakya, "Dynamical properties and chaos synchronization of improved Colpitts oscillators," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 17, no. 7, pp. 2914-2923, 2012.
- [53] A. Sharma, V. Patidar, G. Purohit, and K. Sud, "Effects on the bifurcation and chaos in forced Duffing oscillator due to nonlinear damping," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 17, no. 6, pp. 2254-2269, 2012.
- [54] J. Lang, "Color image encryption based on color blend and chaos permutation in the reality-preserving multiple-parameter fractional Fourier transform domain," *Optics Communications*, vol. 338, pp. 181-192, 2015.
- [55] X. Zhang, Z. Zhao, and J. Wang, "Chaotic image encryption based on circular substitution box and key stream buffer," *Signal Processing: Image Communication*, vol. 29, no. 8, pp. 902-913, 2014.
- [56] M. Feki, "An adaptive chaos synchronization scheme applied to secure communication," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 18, no. 1, pp. 141-148, 2003.
- [57] K. Murali and M. Lakshmanan, "Secure communication using a compound signal from generalized synchronizable chaotic systems," *Physics Letters A*, vol. 241, no. 6, pp. 303-310, 1998.

- [58] R. Rhouma and S. Belghith, "Cryptanalysis of a chaos-based cryptosystem on DSP," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 2, pp. 876-884, 2011.
- [59] M. Usama, M. K. Khan, K. Alghathbar, and C. Lee, "Chaos-based secure satellite imagery cryptosystem," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 60, no. 2, pp. 326-337, 2010.
- [60] U. Nehmzow and K. Walker, "Quantitative description of robot–environment interaction using chaos theory," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 53, no. 3-4, pp. 177-193, 2005.
- [61] C. K. Volos, I. M. Kyprianidis, and I. N. Stouboulos, "Experimental investigation on coverage performance of a chaotic autonomous mobile robot," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 61, no. 12, pp. 1314-1322, 2013.
- [62] S. Mondal and C. Mahanta, "Adaptive second order terminal sliding mode controller for robotic manipulators," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 4, pp. 2356-2377, 2014.
- [63] T. Lauvdal, R. M. Murray, and T. I. Fossen, "Stabilization of integrator chains in the presence of magnitude and rate saturations: a gain scheduling approach," in *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, 1997, vol. 4, pp. 4004-4005: IEEE.
- [64] V.-T. Pham, C. Volos, and T. Kapitaniak, *Systems with hidden attractors: from theory to realization in circuits*. Springer, 2017.
- [65] B. R. Andrievsky, N. V. Kuznetsov, G. A. Leonov, and A. Y. Pogromsky, "Hidden oscillations in aircraft flight control system with input saturation," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 46, no. 12, pp. 75-79, 2013.
- [66] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos," *Physical review letters*, vol. 64, no. 11, p. 1196, 1990.
- [67] K. Pyragas, "Continuous control of chaos by self-controlling feedback," *Physics letters A*, vol. 170, no. 6, pp. 421-428, 1992.
- [68] T. Kapitaniak, *Controlling chaos: theoretical and practical methods in non-linear dynamics*. Academic Press, 1996.
- [69] V. Tereshko, R. Chacón, and V. Preciado, "Controlling chaotic oscillators by altering their energy," *Physics Letters A*, vol. 320, no. 5-6, pp. 408-416, 2004.
- [70] V. Tereshko, "Control and identification of chaotic systems by altering their energy," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 40, no. 5, pp. 2430-2446, 2009.
- [71] E.-W. Bai and K. E. Lonngren, "Synchronization of two Lorenz systems using active control," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 8, no. 1, pp. 51-58, 1997.
- [72] E.-W. Bai and K. E. Lonngren, "Sequential synchronization of two Lorenz systems using active control," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 11, no. 7, pp. 1041-1044, 2000.

- [73] P. Sarasu and V. Sundarapandian, "Active controller design for generalized projective synchronization of four-scroll chaotic systems," *Int. J. of systems signal control & engineering applications*, vol. 4, no. 2, pp. 26-33, 2011.
- [74] R. Karthikeyan and V. Sundarapandian, "Hybrid chaos synchronization of four-scroll systems via active control," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 65, no. 2, p. 97, 2014.
- [75] S. Bhalekar, "Synchronization of incommensurate non-identical fractional order chaotic systems using active control," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 223, no. 8, pp. 1495-1508, 2014.
- [76] T.-l. Liao, "Adaptive synchronization of two Lorenz systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 9, no. 9, pp. 1555-1561, 1998.
- [77] M. T. Yassen, "Adaptive control and synchronization of a modified Chua's circuit system," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 135, no. 1, pp. 113-128, 2003.
- [78] P. Sarasu and V. Sundarapandian, "Adaptive controller design for the generalized projective synchronization of 4-scroll systems," *Int. J. of Systems Signal Control and Engineering Application*, vol. 5, no. 2, pp. 21-30, 2012.
- [79] S. Vaidyanathan, "Anti-synchronization of Sprott-L and Sprott-M chaotic systems via adaptive control," *Int. J. of Control Theory and Applications*, vol. 5, no. 1, pp. 41-59, 2012.
- [80] J. M. Nazzal and A. N. Natsheh, "Chaos control using sliding-mode theory," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 33, no. 2, pp. 695-702, 2007.
- [81] S. Vaidyanathan, "Global chaos synchronization of chemical chaotic reactors via novel sliding mode control method," *parameters*, vol. 1, no. 4, 2015.
- [82] X. Tan, J. Zhang, and Y. Yang, "Synchronizing chaotic systems using backstepping design," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 16, no. 1, pp. 37-45, 2003.
- [83] M. Yassen, "Chaos control of chaotic dynamical systems using backstepping design," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 27, no. 2, pp. 537-548, 2006.
- [84] R. Haarbrink and E. Koers, "Helicopter UAV for Photogrammetry and Rapid Response," presented at the 2nd Int. Workshop "The Future of Remote Sensing", Antwerp, Belgium, 2006.
- [85] A. Ahmed, M. Nagai, C. Tianen, and R. Shibasaki, "UAV based monitoring system and object detection technique development for a disaster area," *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial information Sciences*, vol. 37, pp. 373-377, 2008.
- [86] H. Li, B. Wang, L. Liu, G. Tian, T. Zheng, and J. Zhang, "The design and application of SmartCopter: An unmanned helicopter based robot for transmission line inspection," in *2013 Chinese Automation Congress*, 2013, pp. 697-702: IEEE.

- [87] X. Xie, Z. Liu, C. Xu, and Y. Zhang, "A multiple sensors platform method for power line inspection based on a large unmanned helicopter," *Sensors*, vol. 17, no. 6, p. 1222, 2017.
- [88] L. Merino, F. Caballero, J. R. Martínez-de-Dios, I. Maza, and A. Ollero, "An unmanned aircraft system for automatic forest fire monitoring and measurement," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 65, no. 1, pp. 533-548, 2012.
- [89] Y. Sanada and T. Torii, "Aerial radiation monitoring around the Fukushima Dai-ichi nuclear power plant using an unmanned helicopter," *Journal of environmental radioactivity*, vol. 139, pp. 294-299, 2015.
- [90] T. Koyama, T. Kaneko, T. Ohminato, T. Yanagisawa, A. Watanabe, and M. Takeo, "An aeromagnetic survey of Shinmoe-dake volcano, Kirishima, Japan, after the 2011 eruption using an unmanned autonomous helicopter," *Earth, planets and space*, vol. 65, no. 6, pp. 657-666, 2013.
- [91] Z. Jin, L. Nie, D. Li, Z. Tu, and J. Xiang, "An autonomous control framework of unmanned helicopter operations for low-altitude flight in mountainous terrains," *Drones*, vol. 6, no. 6, p. 150, 2022.
- [92] K. Kang, J. Prasad, and E. Johnson, "Active control of a uav helicopter with a slung load for precision airborne cargo delivery," *Unmanned Systems*, vol. 4, no. 03, pp. 213-226, 2016.
- [93] F. Wang *et al.*, "Guidance, navigation and control of an unmanned helicopter for automatic cargo transportation," in *Proceedings of the 33rd chinese control conference*, 2014, pp. 1013-1020: IEEE.
- [94] X. Guo, G. Qi, X. Li, and S. Ma, "On Chaos Control of Small-scale Unmanned Helicopter Based Upon HODFC," in *2020 IEEE 9th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS)*, 2020, pp. 207-211: IEEE.
- [95] G. Qi and D. Huang, "Modeling and dynamical analysis of a small-scale unmanned helicopter," *Nonlinear Dynamics*, vol. 98, no. 3, pp. 2131-2145, 2019.
- [96] G. Cai, B. M. Chen, and T. H. Lee, *Unmanned rotorcraft systems*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [97] B. Godbolt, N. I. Vitzilaios, and A. F. Lynch, "Experimental validation of a helicopter autopilot design using model-based PID control," *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 70, no. 1, pp. 385-399, 2013.
- [98] J. Gadewadikar, F. L. Lewis, K. Subbarao, K. Peng, and B. M. Chen, "H-infinity static output-feedback control for rotorcraft," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, vol. 54, no. 4, pp. 629-646, 2009.
- [99] H. Liu, G. Lu, and Y. Zhong, "Robust LQR attitude control of a 3-DOF laboratory helicopter for aggressive maneuvers," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 10, pp. 4627-4636, 2012.
- [100] E. N. Sanchez, H. M. Becerra, and C. M. Velez, "Combining fuzzy, PID and regulation control for an autonomous mini-helicopter," *Information Sciences*, vol. 177, no. 10, pp. 1999-2022, 2007.

- [101] G. Cai, A. K. Cai, B. M. Chen, and T. H. Lee, "Construction, modeling and control of a mini autonomous UAV helicopter," in *2008 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, 2008, pp. 449-454: IEEE.
- [102] S. Sheng and C. Sun, "An adaptive attitude tracking control approach for an unmanned helicopter with parametric uncertainties and measurement noises," *Int. J. of Control, Automation and Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 217-228, 2016.
- [103] P. Marantos, C. P. Bechlioulis, and K. J. Kyriakopoulos, "Robust trajectory tracking control for small-scale unmanned helicopters with model uncertainties," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, no. 6, pp. 2010-2021, 2017.
- [104] I. A. Raptis and K. P. Valavanis, "Velocity and heading tracking control for small-scale unmanned helicopters," in *Proceedings of the 2011 American control conference*, 2011, pp. 1579-1586: IEEE.
- [105] J. A. Guerrero, R. Lozano, G. Romero, D. Lara-Alabazares, and K. Wong, "Robust control design based on sliding mode control for hover flight of a mini tail-sitter unmanned aerial vehicle," in *2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, 2009, pp. 2342-2347: IEEE.
- [106] J. Han, "From PID to active disturbance rejection control," *IEEE transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 3, pp. 900-906, 2009.
- [107] G. Qi, Z. Chen, and Z. Yuan, "Adaptive high order differential feedback control for affine nonlinear system," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 37, no. 1, pp. 308-315, 2008.
- [108] T. J. Koo and S. Sastry, "Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization," in *Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 98CH36171)*, 1998, vol. 4, pp. 3635-3640: IEEE.
- [109] V. Gavrillets, "Autonomous aerobatic maneuvering of miniature helicopters," Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [110] V. Gavrillets, B. Mettler, and E. Feron, "Dynamic model for a miniature aerobatic helicopter," *Massachusetts Institute of Technology, MIT-LIDS report# LIDS-P-2579*, 2003.
- [111] I. A. Raptis, K. P. Valavanis, and W. A. Moreno, "A novel nonlinear backstepping controller design for helicopters using the rotation matrix," *IEEE transactions on control systems technology*, vol. 19, no. 2, pp. 465-473, 2010.
- [112] L. Perko, *Differential equations and dynamical systems*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [113] A. Kounadis and W. Kratzik, *Nonlinear Stability of Structures; Theory and Computational Techniques*. Wien: Springer-Verlag, 1995.
- [114] A. ÖZER and E. AKIN, "Tools for detecting chaos," *Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, vol. 9, no. 1, pp. 60-66, 2005.

- [115] D. YILMAZ and N. GÜLER, "Kaotik Zaman Serisinin Analizi Üzerine Bir Araştırma," *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, vol. 21, no. 4, 2006.
- [116] T. Kapitaniak, *Chaos for engineers: theory, applications, and control*. Springer Science & Business Media, 2000.
- [117] A. T. Azar and S. Vaidyanathan, *Advances in chaos theory and intelligent control*. Springer, 2016.
- [118] H. Poincaré, "Mémoire sur les courbes définies par une équation différentielle (I)," *Journal de mathématiques pures et appliquées*, vol. 7, pp. 375-422, 1881.
- [119] A. Stefanski, A. Dabrowski, and T. Kapitaniak, "Evaluation of the largest Lyapunov exponent in dynamical systems with time delay," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 23, no. 5, pp. 1651-1659, 2005.
- [120] V. I. Oseledec, "A multiplicative ergodic theorem. Liapunov characteristic number for dynamical systems," *Trans. Moscow Math. Soc.*, vol. 19, pp. 197-231, 1968.
- [121] G. Benettin, L. Galgani, A. Giorgilli, and J.-M. Strelcyn, "Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems; a method for computing all of them. Part 1: Theory," *Meccanica*, vol. 15, no. 1, pp. 9-20, 1980.
- [122] G. Benettin, L. Galgani, A. Giorgilli, and J. Strelcyn, "Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems; a method for computing all of them. Part 2: Numerical application," *Meccanica*, vol. 15, pp. 21-30, 1980.
- [123] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano, "Determining Lyapunov exponents from a time series," *Physica D: nonlinear phenomena*, vol. 16, no. 3, pp. 285-317, 1985.
- [124] S. Vaidyanathan, V.-T. Pham, and C. K. Volos, "A 5-D hyperchaotic Rikitake dynamo system with hidden attractors," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 224, no. 8, pp. 1575-1592, 2015.
- [125] B. B. Mandelbrot, "Fractal geometry: what is it, and what does it do?," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 423, no. 1864, pp. 3-16, 1989.
- [126] J. L. Kaplan and J. A. Yorke, "Chaotic behavior of multidimensional difference equations," in *Functional differential equations and approximation of fixed points*. Springer, 1979, pp. 204-227.
- [127] P. Frederickson, J. L. Kaplan, E. D. Yorke, and J. A. Yorke, "The Liapunov dimension of strange attractors," *Journal of differential equations*, vol. 49, no. 2, pp. 185-207, 1983.
- [128] P. Grassberger and I. Procaccia, "Measuring the strangeness of strange attractors," in *The theory of chaotic attractors*. Springer, 2004, pp. 170-189.

- [129] V.-T. Pham, S. Jafari, C. Volos, A. Giakoumis, S. Vaidyanathan, and T. Kapitaniak, "A chaotic system with equilibria located on the rounded square loop and its circuit implementation," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 63, no. 9, pp. 878-882, 2016.
- [130] T. Insperger, "On the approximation of delayed systems by Taylor series expansion," *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 10, no. 2, p. 024503, 2015.
- [131] J. Kurzweil, "Small delays don't matter," in *Proceedings of the Symposium on Differential Equations and Dynamical Systems*, 1971, pp. 47-49: Springer.
- [132] H. Fujisaka and T. Yamada, "Stability theory of synchronized motion in coupled-oscillator systems," *Progress of theoretical physics*, vol. 69, no. 1, pp. 32-47, 1983.
- [133] A. Stefanski, "Using chaos synchronization to estimate the largest Lyapunov exponent of nonsmooth systems," *Discrete Dynamics in Nature and society*, vol. 4, no. 3, pp. 207-215, 2000.
- [134] A. Stefanski, "Estimation of the largest Lyapunov exponent in systems with impacts," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 11, no. 15, pp. 2443-2451, 2000.
- [135] A. Stefański and T. Kapitaniak, "Estimation of the dominant Lyapunov exponent of non-smooth systems on the basis of maps synchronization," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 15, no. 2, pp. 233-244, 2003.
- [136] M. Li, D. Li, J. Wang, and C. Zhao, "Active disturbance rejection control for fractional-order system," *ISA transactions*, vol. 52, no. 3, pp. 365-374, 2013.
- [137] Y. Xia, P. Shi, G. Liu, D. Rees, and J. Han, "Active disturbance rejection control for uncertain multivariable systems with time-delay," *IET Control Theory & Applications*, vol. 1, no. 1, pp. 75-81, 2007.

Konferans Bildirisi

1. A. Çakır and H. Livatyalı, "Küçük Ölçekli İnsansız Helikopter Dinamiğinde Kaosun Araştırılması ve Kontrolü," in *2. Global Conference on Engineering Research (GLOBECER'22)*, Online, 2022, pp. 400-401.

