



T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü



ETKİ-DAYANIKLILIK SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ VE BİR UYGULAMA

Yüksek Lisans Tezi

Özge BALTA

İstatistik Anabilim Dalı

İzmir
2022

T.C.
EGE ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü

ETKİ-DAYANIKLILIK SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ VE BİR UYGULAMA

Özge BALTA

Danışman : Doç. Dr. Sevcan DEMİR ATALAY

İstatistik Anabilim Dalı
İstatistik Yüksek Lisans Programı

İzmir
2022

KABUL ONAY SAYFASI

Özge BALTA tarafından Yüksek Lisans tezi olarak sunulan “ETKİ-DAYANIKLILIK SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ VE BİR UYGULAMA” başlıklı bu çalışma EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile EÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesi'nin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 14.09.2022 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oy birliği/oy çokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:

İmza

Jüri Başkanı :

.....

Raportör Üye :

.....

Üye :

.....

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI

EÜ Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin ilgili hükümleri uyarınca Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “ETKİ-DAYANIKLILIK SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ VE BİR UYGULAMA” başlıklı bu tezin kendi çalışmam olduğunu, sunduğum tüm sonuç, doküman, bilgi ve belgeleri bizzat ve bu tez çalışması kapsamında elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara atıf yaptığımı ve bunları kaynaklar listesinde usulüne uygun olarak verdiğimi, tez çalışması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını, bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya diğer bir üniversitede başka bir tez çalışması içinde sunmadığımı, bu tezin planlanmasından yazımına kadar bütün safhalarda bilimsel etik kurallarına uygun olarak davrandığımı ve aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

14 / 09 / 2022

Özge BALTA

ÖZET**ETKİ-DAYANIKLILIK SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ VE BİR UYGULAMA**

BALTA, Özge

Yüksek Lisans Tezi, İstatistik Anabilim Dalı
Tez Danışmanı: Doç. Dr. Sevcan DEMİR ATALAY
Eylül 2022, 79 sayfa

Bu tez çalışmasında, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function ve Power Lomax dağılımlarından geldiği durumlar ele alınarak, ortak etki altındaki n bileşenli seri ve paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirlik modellerinin elde edilmesi üzerine çalışılmıştır. Elde edilen güvenilirlik modellerinden yararlanılarak bazı özel durumlar için seri ve paralel sistemlerin güvenilirlikleri hesaplanmıştır. Etki-dayanıklılık modellerinin çeşitli alanlarda uygulanabilirliğini göstermek amacıyla tedarik zinciri sistemi, envanter kontrol sistemi ve çağrı merkezi sistemlerinin incelendiği üç uygulamaya yer verilmiş; etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin aynı veya farklı dağılımlardan geldiği varsayımları altında bu sistemlerin güvenilirlikleri hesaplanarak performansları değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Etki-Dayanıklılık Sistem Güvenilirliği, Power Function Dağılımı, Power Lomax Dağılımı, Çağrı Merkezi, Tedarik Zinciri, (s, S) Envanter Sistemi

ABSTRACT**STRESS-STRENGTH SYSTEM RELIABILITY AND AN APPLICATION**

BALTA, Özge

MSc in Statistics

Supervisor: Assoc. Prof. Sevcan Demir ATALAY

September 2022, 79 pages

In this thesis, it was aimed to obtain stress-strength reliability models of series and parallel systems with n components subjected to a common random stress. These models were obtained by assuming both stress and strength variables follow Power Function and Power Lomax distributions. By using the obtained models, reliabilities of series and parallel systems were computed for some special cases. In addition, three applications were presented in order to demonstrate the applicability of the stress-strength models in various fields such as supply chain, call center, inventory control management systems. The reliabilities of these systems were calculated under the assumptions that stress and strength variables follow same or different distributions and their performances were evaluated.

Keywords: Stress-Strength System Reliability, Power Function Distribution, Power Lomax Distribution, Call Center, Supply Chain, (s,S) Inventory Policy

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'ne bağlı İstatistik Anabilim Dalı'nda hazırlanan bir yüksek lisans tezidir. Bu çalışmada çeşitli varsayımlar göz önünde bulundurularak seri ve paralel sistemlerin etki-dayanıklılık modelleri oluşturulmuştur. Oluşturulan bu modellerin farklı alanlarda uygulamaları verilerek etki-dayanıklılık güvenilirliği hesaplanmıştır.

Danışmanlığımı üstlenen, çalışmamın her aşamasında görüş ve düşüncelerinden yararlandığım danışmanım Doç. Dr. Sevcan DEMİR ATALAY'a teşekkürlerimi sunarım.

İZMİR

14/09/2022

Özge BALTA

İÇİNDEKİLER

KABUL ONAY SAYFASI	iii
EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ ETİK KURALLARA UYGUNLUK BEYANI.....	v
ÖZET	vii
ABSTRACT	ix
ÖNSÖZ.....	xi
İÇİNDEKİLER.....	xiii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xv
TABLolar DİZİNİ.....	xvi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	xvii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Sistemler için Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği	1
1.2. Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği Uygulamaları.....	3
1.3. Motivasyon	3
2. GENEL BİLGİLER.....	5
2.1. Sistem Güvenilirliği.....	5
2.2. Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği.....	6
2.3. Sistem Yapıları	8
2.3.1. Seri sistemler	8
2.3.2. Paralel sistemler	10
2.3.3. Seri - paralel sistemler.....	11
2.4. Tez Çalışmasında Kullanılan Dağılımlar.....	12
2.4.1. Normal dağılım	12
2.4.2. Üstel dağılım	13
2.4.3. Power Function (PF) dağılımı	14
2.4.4. Power Lomax (PL) dağılımı.....	15
3. ETKİ VE DAYANIKLILIK RASGELE DEĞİŞKENLERİNİN POWER FUNCTION VE POWER LOMAX DAĞILIMLARINA UYDUĞU DURUMDA SERİ VE PARALEL SİSTEMLERİN ETKİ-DAYANIKLILIK GÜVENİLİRLİĞİ	18

3.1. Ortak Etki Altında Çalışan Seri Sistemlerin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği.....	18
3.1.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function dağılımına uyduğu durumda seri sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	19
3.1.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda seri sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	21
3.2. Ortak Etki Altında Çalışan Paralel Sistemlerin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği.....	22
3.2.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	24
3.2.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	25
4. UYGULAMA	29
4.1. Tedarik Zinciri Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği.....	29
4.2. (s, S) Envanter Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği	37
4.2.1. (s, S) envanter sistemi.....	41
4.3. Çağrı Merkezi Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği.....	52
4.3.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin üstel dağılıma uyduğu durumda paralel sistemin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	54
4.3.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği.....	58
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	63
KAYNAKLAR DİZİNİ	66
TEŞEKKÜR.....	78
ÖZGEÇMİŞ	79
EK-1

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
Şekil 2. 1. n bileşenli seri sistemin güvenilirlik blok diyagramı	9
Şekil 2. 2. n bileşenli paralel sistemin güvenilirlik blok diyagramı	10
Şekil 2. 3. 3 bileşenli seri-paralel bir sistemin blok diyagramı	11
Şekil 2. 4. $\theta = 1$ olduğu durum için Power function dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği.....	15
Şekil 2. 5. $\beta = 1, \lambda = 1$ olduğu durum için Power Lomax dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği	17
Şekil 4. 1. Tedarik zinciri örneği (Timur vd., 2019).....	29
Şekil 4. 2. Tez çalışmasında kullanılan tedarik zinciri sistem yapısı	32
Şekil 4. 3. Tez çalışmasında kullanılan tedarik zincirinin blok diyagramı.....	33
Şekil 4. 4. (s, S) envanter politikası işleyişi	41
Şekil 4. 5. Güvenilirlik fonksiyonunun faktörlerdeki değişime karşılık yüzey grafiği.....	47
Şekil 4. 6. Uygulamadaki çağrı merkezi sistem yapısı.....	53

TABLOLAR DİZİNİ

<u>Açıklama</u>	<u>Sayfa</u>
Tablo 3. 1. Power Function dağılımı için sistem güvenilirlik değerleri	27
Tablo 3. 2. Power Lomax dağılımı için sistem güvenilirlik değerleri	28
Tablo 4. 1. Tedarik zinciri üzerine yapılan çalışmalar.....	31
Tablo 4. 2. 30 Haftalık Arz ve Talep Verileri	34
Tablo 4. 3. Farklı varsayımlar altında tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği	36
Tablo 4. 4. Literatürde envanter kontrolü ve optimizasyonu üzerine yapılan bazı çalışmalar	39
Tablo 4. 5. Envanter Yönetiminde Sıklıkla Kullanılan Kontrol Politikaları	40
Tablo 4. 6. Yeniden sipariş noktaları için simule edilen maliyet değerleri	43
Tablo 4. 7. Birinci bayinin envanter yönetim modelinin bileşen bazında güvenilirliği.....	46
Tablo 4. 8. İki bileşenli paralel envanter sisteminin güvenilirliği	49
Tablo 4. 9. İki bileşenli paralel envanter sisteminin güvenilirliği	50
Tablo 4. 10. $Y \sim Pow(5, 0.004)$ olduğu durumda güvenilirlik değerleri.....	51
Tablo 4. 11. λ ve α değerleri için hesaplanan güvenilirlik değerleri	57
Tablo 4. 12. θ ve β değerleri için hesaplanan güvenilirlik değerleri.....	61

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
R	Güvenilirlik
t	Zaman
σ^2	Varyans
μ	Ortalama
x_i	İkili değişkenlerden oluşan bileşen yapısı
$\Phi(x)$	Sistemin yapı fonksiyonu
R_s	Seri sistem güvenilirliği
R_p	Paralel sistem güvenilirliği
(s, S)	Envanter kontrol politikası
T_f	Bileşenin zamana bağlı dayanıklılığı
$X_{(1)}$	Minimum sıra istatistiği
$X_{(n)}$	Maksimum sıra istatistiği

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
PL	Power Lomax Dağılımı
PF	Power Function Dağılımı
FGM	Farlie-Gumbel-Morgenstern Dağılımı



1. GİRİŞ

Günümüz dünyasındaki bilimsel ve teknolojik gelişmeler, hızla artan nüfus ve insan ihtiyaçları sistemlerin her zamankinden daha güçlü olmasını gerektirmektedir. Sistemler mühendislik, teknoloji, üretim, ulaşım, tedarik zinciri gibi birçok alanda kullanılmaktadır. Sistem boyutu ve karmaşıklığı, sistemin verimliliğini ve sistem hakkında alınacak kararları etkilemektedir. Bir firmanın envanter stoğunda gelen talebi karşılayacak miktarda ürün bulundurmaması, büyük bir şehirde iş saatlerinde banliyö hattında yaşanan aksaklıklar, sağlık sisteminde ilaç veya sağlık personeli yetersizliğinden kaynaklanan problemler, köprü, otoyol gibi mühendislik sistemlerinde çıkan sorunlar hem bireysel hem de toplumsal hayatı etkilemektedir. Bu gibi sorunlar güvenilirlik kavramının ve sistem güvenilirliği analizinin önemini ortaya çıkarmıştır.

Birçok araştırmacı tarafından sistem güvenilirliği analizi üzerine çalışmalar yapılmış, istatistiksel ve olasılıksal modeller geliştirilmiştir. Güvenilirlik analizinde önemli bir role sahip olan etki-dayanıklılık modelleri de bunlardan biridir. Y bir bileşenin maruz kaldığı etki, X ise bu bileşenin etkiye karşı gösterdiği direnç olan dayanıklılık olmak üzere, dayanıklılığın etkiyi aşması durumu bu bileşenin güvenilirliğini ifade etmektedir. Bu fikir ilk olarak Birnbaum (1956) tarafından ortaya atılmış, Birnbaum ve McCarty'nin (1958) çalışmasında ise ilk kez $P(X > Y)$ olasılığı ile ifade edilmiştir. 'Etki-Dayanıklılık' kavram olarak ise ilk kez Church ve Harris'in (1970) makale başlığında yer almıştır. Etki-Dayanıklılık güvenilirliğinin matematiksel ifadesi, tarihçesi ve uygulama alanları Kotz et al. (2003) tarafından yazılan 'The Stress-Strength Model and its Generalizations' adlı eserde kapsamlı bir şekilde incelenmiştir.

1.1. Sistemler için Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Etki-dayanıklılık güvenilirliği bazen tek bir parça ya da bileşen için ele alınabildiği gibi bazen de çeşitli sistem yapıları için ele alınabilir. Bu yapılara örnek olarak seri, paralel, $n - den - k'lu$ ve *ardıl* $n - den - k'lu$ sistemler örnek verilebilir. Etki-dayanıklılık güvenilirliği literatüründe bu sistem yapıları için

sonuç çıkarımı X ve Y 'nin dağılımlarının çeşitli varsayımları altında geniş bir şekilde incelenmiştir. Bhattacharya ve Johnson (1974) etki-dayanıklılık modeli altında $n - den - k'lu$ sistem yapısını incelemiştir. Chung (1982) çalışmasında, özdeş olmayan birimlere sahip paralel sistemlerin farklı varsayımlar altındaki beş etki-dayanıklılık modelini incelemiştir. Necsulescu & Krausz (1986) paralel bir sistemin etki-dayanıklılık güvenilirliğini incelemiştir. Kunchur & Munoli (1993) üstel dağılımı kullanarak çok bileşenli paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliğinin tahmini üzerine çalışmıştır. Hanagal (1996) bileşen dayanıklılıklarının çok değişkenli pareto dağılımı ve maruz kalınan etkinin üstel dağılımdan geldiği varsayımı altında seri bir sistemin güvenilirliğinin tahmini üzerine çalışma yapmıştır. Paul ve Uddin (1997) bileşen dayanıklılıklarının dağılımlarının farklı olduğu durumda etki-dayanıklılık güvenilirliği tahmininde bulunmuşlardır. Hanagal (1998) etki-dayanıklılık üzerine yaptığı çalışmasında gamma, weibull ve pareto dağılımlarını ele alarak iki bileşenli paralel bir sistemin güvenilirliğini incelemiştir. Hanagal (2003) bir diğer çalışmasında ise seri sistem yapısı altında gamma, weibull ve pareto dağılımları için etki-dayanıklılık güvenilirliğinin tahmini üzerine çalışmıştır. Eryılmaz (2008a) iki değişkenli normal dağılım, iki değişkenli pareto dağılımı ve iki değişkenli FGM dağılımlarını kullanarak seri, paralel ve $n - den - k'lu$ sistemlerin güvenilirliğini hesaplamıştır. Kundu & Gupta (2006) ve Kundu & Raqab (2009) etki-dayanıklılık üzerine yaptığı çalışmalarında weibull dağılımı, Saracoğlu ve Kaya (2007) gomperts dağılımı, Eryılmaz (2010) üstel dağılım ve Rezai et al. (2014) ise pareto dağılımını kullanmıştır. Hejazi (2017) literatürde etki-dayanıklılık güvenilirliği üzerine yapılan bazı çalışmalara ilişkin karşılaştırmalı bir tablo vermiştir. Bu tabloda çalışmalar, etki ve dayanıklılık değişkenlerinin dağılımları ve değişkenlerinin tek, iki veya çok bileşenli olma durumlarına göre sınıflandırılmıştır. Ashok et al. (2019) etki ve dayanıklılık bileşenlerinin weibull dağılımından geldiği çok bileşenli seri ve paralel sistemlerin güvenilirliğini incelemiş ve çok bileşenli sistemler için genel bir güvenilirlik ifadesi elde etmiştir. Hamad ve Salman (2021) ise Power Lomax dağılımını kullanarak bir bileşen ve seri iki bileşen için etki-dayanıklılık güvenilirlik modeli elde etmiş ve güvenilirlik tahmini üzerine çalışma yapmıştır.

1.2. Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği Uygulamaları

Literatürde $R = P(X > Y)$ olasılığı farklı sistem yapıları için güvenilirliğin hesaplanması, parametrik veya parametrik olmayan teknikler kullanılarak güvenilirlik için nokta ve aralık tahminlerinin elde edilmesi çalışmalarında sıklıkla kullanılmıştır. Bu olasılık üzerine yapılan çalışmalar esas olarak teorik anlamda olsa da gerçek hayata dayalı alanlarda da uygulamalar mevcuttur. Fizik, mühendislik, genetik, kalite kontrol, psikoloji, ekonomi, tıp, pedagoji, ilaç endüstrisi, ziraat ve biyoloji gibi çeşitli alanlarda yapılan bu uygulamalara literatürde karşılaşılmaktadır. Johnson (1988) çalışmasında $P(X > Y)$ olasılığının, füze motorları ve depreme dayanıklılık gibi mühendislik alanlarında uygulandığı çalışmalara değinmiştir. Place et al. (1999) etki-dayanıklılık modelini kullanarak helikopterin iletim sisteminin güvenilirliğinin tahmini üzerine çalışmışlardır. Adimari ve Chiogna (2006) çalışmalarında genetik bir rahatsızlık olan Duchenne kas hastalığı taşıyıcılarının saptanmasına ilişkin bir veri seti kullanarak etki-dayanıklılık modelini tıbbi alanda uygulamışlardır. Eryılmaz (2008a) çalışmasında, etki-dayanıklılık kavramının genel olarak güvenilirlik kavramı içinde ele alındığından fakat tıp ve psikoloji gibi çeşitli alanlarda da etkin bir şekilde kullanılabileceğinden bahsetmektedir. Bu çalışmaya iki tedavi karşılaştırmasının bir örneği de dahil edilmiştir. Eryılmaz (2008b) bir başka çalışmasında n halattan oluşan bir köprünün, üzerindeki yük veya aşınma gibi etkilere minimum k ardışık halatının çalışması durumunda direnç gösterebileceğinden bahsetmektedir. Domma ve Giordano (2012) çalışmasında yıllık tüketim miktarları, yıllık gelirlerini aşan haneleri finansal kırılğan olarak tanımlamış ve hanelerin finansal kırılğanlığını ölçmek için etki-dayanıklılık modellerinden yararlanmıştır. Hejazi (2017), bir envanter sistemi optimizasyonu uygulaması için etki-dayanıklılık modelini kullanmıştır.

1.3. Motivasyon

Bu tez çalışmasında temel olarak; seri, paralel, seri-paralel sistem yapıları ve bazı özel dağılımlar için etki-dayanıklılık güvenilirliği modellerinin elde

edilmesi, bu sistemler için güvenilirlik analizi ve uygulamaları üzerine bir çalışma yapılması amaçlanmaktadır.

Sistem güvenilirliği analizinde n tane bileşenden oluşan bir sistemin güvenilirliğinin incelenmesi ayrı bir öneme sahiptir. Literatürde etki-dayanıklılık güvenilirliği üzerine yapılan çalışmalarda genellikle tek ve iki bileşenli sistem yapılarının güvenilirlikleri incelenmiş, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerine ait dağılımların aynı aileden geldiği durumlar ele alınarak; üstel, normal, gamma, poisson, weibull, log normal gibi dağılımlar için güvenilirliğin hesaplanmasına ve tahmin edilmesine odaklanılmıştır. Bu çalışmada literatürde sıklıkla karşılaşılan bu dağılımlara ek olarak etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin dağılımlarının Power Function ve Power Lomax dağılımlarından geldiği durumlar ele alınarak n bileşenli paralel ve seri sistem yapıları için etki-dayanıklılık güvenilirlik modellerinin elde edilmesi amaçlanmaktadır.

Çalışma kapsamında çeşitli sistem yapıları ele alınarak tedarik zinciri sistemi, envanter kontrol sistemi ve çağrı merkezi sisteminin incelendiği üç uygulamaya yer verilmiştir. Etki-dayanıklılık güvenilirliği analizinden yararlanılarak bu sistemlerin güvenilirliği ve performansı değerlendirilmiştir. Bu uygulamalarda literatürdeki pek çok uygulamadan farklı olarak X ve Y rasgele değişkenlerine ait dağılımların farklı aileden geldiği durumlar için de güvenilirlik analizi yapılması amaçlanmıştır. Böylelikle literatürde daha çok teorik olarak çalışılmış olan konuya uygulama anlamında da katkı yapılması amaçlanmıştır.

Bu tez çalışmasının ikinci bölümü çalışmada yer alan konulara ilişkin detayların bulunduğu genel bilgiler bölümünden oluşmaktadır. Çalışmanın üçüncü bölümünde, etki ve dayanıklılık değişkenlerinin Power Function ve Power Lomax dağılımlarından geldiği durumlar için n bileşenli paralel ve seri sistem yapılarının etki-dayanıklılık güvenilirlik modelleri oluşturulması ve genel denklemlerinin elde edilmesi yer almaktadır. Dördüncü bölümde konuyla ilgili farklı alanlarda yapılan üç uygulamaya yer verilmektedir. Beşinci bölüm ise çalışmanın tartışma ve sonuç bölümünü oluşturmaktadır.

2. GENEL BİLGİLER

Bu bölümde çalışmaya ilişkin bazı temel kavramlara kısaca değinilmiştir. Sistem güvenilirliği, etki-dayanıklılık güvenilirliği, sistem yapıları ve bu tez çalışmasının teorik ve uygulama kısımlarında ele alınacak olan bazı istatistiksel dağılımlara yer verilmektedir.

2.1. Sistem Güvenilirliği

Ortak bir amacı veya hedefi gerçekleştirmek üzere özel bir tasarımla bir araya gelen bileşenler topluluğuna sistem adı verilmektedir. Sistemin ve sistemin her bir bileşeninin, çalışıyor durumda veya çalışmıyor durumda olmak üzere yalnızca iki olası durumdan birinde olabileceğini varsayalım. Böylelikle sistemin ve sistemin her bir bileşeninin durumu, yalnızca iki olası değeri alabilen bir rasgele değişkeni ifade eder. $1 \leq i \leq n$ ve i . bileşenin durumu x_i olmak üzere, n bileşenden oluşan bir sistem;

$$x_i = \begin{cases} 1 & i. \text{ bileşen çalışır durumdaysa} \\ 0 & i. \text{ bileşen çalışmıyorsa} \end{cases}$$

olarak tanımlansın. Bu durumda $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ tüm bileşenlerin durumunu temsil eden bileşen durum vektörüdür. Sistemin durumu;

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{sistem çalışır durumdaysa} \\ 0 & \text{sistem çalışmıyorsa} \end{cases}$$

olarak tanımlansın. Bu durumda $\phi(x)$ fonksiyonu, sistemin yapı fonksiyonu olarak adlandırılır ve şöyle tanımlanır:

$$\phi = \phi(x) = \phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

(Kuo ve Zuo, 2003)

Güvenilirlik; bir bileşenin veya sistemin belirli bir zaman aralığında, belirli koşullar altında verilen görevi yerine getirebilme olasılığıdır. Güvenilirlik,

ürünlerin ve sistemlerin güvenilirliği olmak üzere iki başlık olarak incelenebilir. Ürün güvenilirliği; nihai bir ürünün amacına uygun olarak çalışmasını ifade ederken, sistem güvenilirliği ise tasarlanan sistemin performansının ne kadar iyi olduğunun bir ölçüsüdür. Kullanılan bileşenlerin tipi, kalitesi ve tasarımı, sistem performansı ve güvenilirliği üzerinde doğrudan etkilidir (Elsayed, 1996). Sistemin performansı bileşenlerinin performansına bağlı olduğundan, bir sistemin güvenilirliği de bileşenlerinin güvenilirliğinin bir fonksiyonudur.

Güvenilirlik rasgele bir değişken olduğu için bir olasılıktır. Bileşenin (sistemin) zamana bağlı dayanıklılığı T_f rasgele değişkeni ile ifade edildiğinde; $f(t_f)$ ve $F(t) = P(T_f \leq t)$ sırasıyla bu bileşenin rasgele değişkeninin olasılık yoğunluk ve dağılım fonksiyonu olmak üzere, t anında bileşenin (sistemin) güvenilir olma olasılığı $R(t)$ ile gösterilir ve

$$R(t) = P(T_f > t) = \int_t^{\infty} f(t_f) dt_f$$

ile hesaplanır. Bu durumda güvenilirlik, bir bileşenin (sistemin) $[0, t]$ zaman aralığında işlevini yerine getirme olasılığı olarak tanımlanabilir. Diğer bir ifadeyle sistemin hayatta kalma olasılığıdır.

2.2. Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Etki-dayanıklılık modelleri güvenilirlik çalışmalarında sıkça kullanılan yöntemlerden biridir. Bu modelde etki değişkeni, bir bileşene (sisteme) dışarıdan etki eden faktörlere, dayanıklılık değişkeni ise bileşenin (sistemin) bu dış faktörlere karşı gösterdiği dirence karşılık gelmektedir. Matematiksel olarak ifade edildiğinde, X rasgele değişkeni dayanıklılık değişkenini, Y rasgele değişkeni ise etki değişkenini göstermek üzere etki-dayanıklılık güvenilirliği $R = P(X > Y)$ olasılığına karşılık gelmektedir. Fakat bu ifade kullanım alanlarına göre değişmektedir. Bir köprü inşasında, köprünün ağırlığı dayanıklılık değişkenini (X), köprünün üzerindeki yük ise etki değişkenini (Y) ifade ettiğinde, güvenilirlik $R = P(X > Y)$ olasılığına karşılık gelmektedir. Bir sağlık uygulamasında ise, X

kontrol grubunun yanıtını, Y de tedavi grubunun yanıtını temsil etsin. Bu durumda ise güvenilirlik, yani tedavinin etkinliği $R = P(X < Y)$ olasılığı ile ifade edilir (Jiang, 2008).

X ve Y birbirleriyle ilişkili olmadığında bağımsız değişkenler olarak kabul edilir. X ve Y kümülatif dağılım fonksiyonları sırasıyla $F_X(x)$ ve $F_Y(y)$ olan dayanıklılık ve etki değişkenleri olmak üzere etki-dayanıklılık güvenilirliği

$$R = P(X > Y) = \iint_{y < x} dF_X(x)dF_Y(y) \quad (2.1)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu ifade Johnson (1988) tarafından ise şu şekilde tanımlanmıştır: X ve Y bağımsız rasgele değişkenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları sırasıyla $F(x)$ ve $G(y)$ 'dir. $x > 0, y > 0$ ve $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$ olmak üzere etki-dayanıklılık güvenilirliği

$$\begin{aligned} R = P(X > Y) &= \int_0^{\infty} P(X > Y | Y = y)g(y)dy \\ &= \int_0^{\infty} \bar{F}(y)dG(y) \end{aligned} \quad (2.2)$$

olarak ifade edilmektedir.

Etki-dayanıklılık güvenilirliği tek bileşen için ele alınabildiği gibi, birden fazla bileşenden oluşan bir sistem için de ele alınabilir. Tek bileşenli bir etki-dayanıklılık modelinde, bir bileşenin güvenilirliği, bileşenin dayanıklılığının, üzerine uygulanan etkiden daha büyük olma olasılığıdır. Çok bileşenli bir etki-dayanıklılık modelinde ise sistem güvenilirliği belirlenirken sistemin yapı fonksiyonu ve bileşenlerinin ilgili etki-dayanıklılık seviyeleri dikkate alınmalıdır (Bhattacharya and Roychowdhury, 2013). Bileşenlerinin durumları X_1, X_2, \dots, X_n

ve yapı fonksiyonu $\phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$ olmak üzere, n bileşenden oluşan çok bileşenli bir sistemin güvenilirliği

$$R = P\{Y < \phi(X_1, X_2, \dots, X_n)\}$$

olasılığı ile ifade edilebilir (Kuo and Zuo,2003).

Etki-dayanıklılık güvenilirliği çeşitli yapılardaki sistemler için ele alınabilir. Bu yapılara seri, paralel, $n - den - k'lı$ ve *ardıl* $n - den - k'lı$ sistemler, seri-paralel ve paralel-seri sistemler örnek olarak verilebilir. Literatürde bu yapılar için R 'nin değerlendirilmesi ve tahmin edilmesi çalışmaları yapılmıştır. Bu ifadedeki etki Y ve dayanıklılık X değişkenleri rasgele değişken oldukları için güvenilirlik yalnızca X ve Y 'nin olasılık dağılımları biliniyorsa hesaplanabilir. Bu nedenle, bu rasgele değişkenlerin dağılımlarını bilmek veya belirlemek önemlidir. Ancak etki-dayanıklılık modellerini içeren çalışmalarda bu rasgele değişkenlerin dağılımlarının bilindiği varsayılmış ve bazı spesifik dağılımlar için sonuçlar elde edilmiştir. Yapılan çalışmalarda genellikle X ve Y 'nin dağılımlarının aynı aileden geldiği durumlar incelenmiş; genellikle üstel, normal, gamma, poisson, weibull, log normal ve pareto dağılımları için etki ve dayanıklılık güvenilirliğinin hesaplanmasına ve tahmin edilmesine odaklanılmıştır.

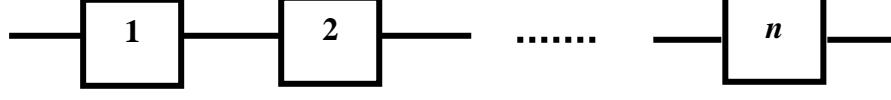
2.3. Sistem Yapıları

Bu alt başlıkta seri, paralel ve seri-paralel sistem yapılarına ve bu sistem yapılarına ilişkin sistem güvenilirliklerine yer verilecektir.

2.3.1. Seri sistemler

Seri bir sistemde, birbirlerine seri olarak bağlanmış n adet bileşen bulunmaktadır. Seri sistemler $n'den k çıkışlı$ sistemin $k = 1$ olduğu özel durumdur. Bu sistemlerde bir bileşenin çalışmaması sistemin çalışmamasına neden olmaktadır. Bu yüzden n bileşenden oluşan sistemin çalışması için tüm

bileşenlerin çalışması gerekir. Seri bir sistemin güvenilirlik blok diyagramı Şekil 2.1’de gösterilmiştir.



Şekil 2. 1. n bileşenli seri sistemin güvenilirlik blok diyagramı

Seri sistemlerde sistem güvenilirliğinde en düşük güvenilirliğe sahip bileşenin etkisi en büyüktür. Sonuç olarak sistemin güvenilirliği her zaman güvenilirliği en az olan bileşenin güvenilirliğinden daha düşüktür.

Bileşenlerinin güvenilirlikleri x_1, x_2, \dots, x_n olmak üzere n bileşenden oluşan seri bir sistemin yapı fonksiyonu şu şekilde tanımlanabilir:

$$\phi(x) = \prod_{i=1}^n x_i = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Seri sistemin güvenilirliği R_s , i . bileşenin çalışma durumu x_i , i . bileşenin çalışır durumda olma olasılığı $P(x_i)$ olmak üzere, sistem bileşenlerinin birbirinden bağımsız olması durumunda seri sistemin güvenilirliği

$$R_s = \prod_{i=1}^n P(x_i)$$

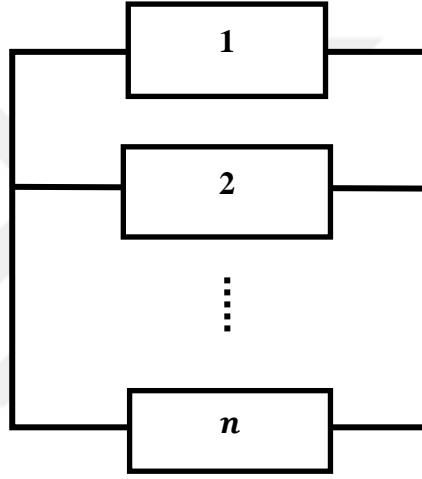
ile hesaplanmaktadır. $P(x_i)$ olasılığı i . bileşenin güvenilirliğine (R_i) karşılık geldiğinden, seri sistemin güvenilirliği bileşenlerinin güvenilirliği ile ifade edildiğinde

$$R_s = \prod_{i=1}^n R_i$$

ile hesaplanabilir.

2.3.2. Paralel sistemler

Paralel sistemler birbirine paralel olarak bağlanmış n adet bileşenden oluşmaktadır. Paralel sistemler n 'den k çıkışlı sistemin $k = n$ olduğu özel durumdur. Paralel sistemlerin çalışması için n bileşenden en az bir tanesinin çalışıyor olması yeterlidir. Eğer bileşenlerin tümü çalışmıyorsa paralel sistem çalışmaz. Bu durumda paralel bir sistemin güvenilirliği herhangi bir bileşenin çalışıyor olması olasılığıdır. Paralel bir sistemin güvenilirlik blok diyagramı Şekil 2.2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. 2. n bileşenli paralel sistemin güvenilirlik blok diyagramı

Bileşenlerinin güvenilirlikleri x_1, x_2, \dots, x_n olmak üzere n bileşenden oluşan paralel bir sistemin yapı fonksiyonu şu şekilde tanımlanabilir:

$$\phi(x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i) = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Paralel sistemin güvenilirliği R_p , i . bileşenin çalışma durumu x_i , i . bileşenin çalışır durumda olma olasılığı $P(x_i)$ olmak üzere, sistem bileşenlerinin birbirinden bağımsız olması durumunda paralel sistemin güvenilirliği

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(x_i))$$

ile hesaplanmaktadır. Sistemin güvenilirliği, bileşenlerinin güvenilirliği (R_i) ile ifade edilecek olursa, paralel bir sistemin güvenilirliği aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

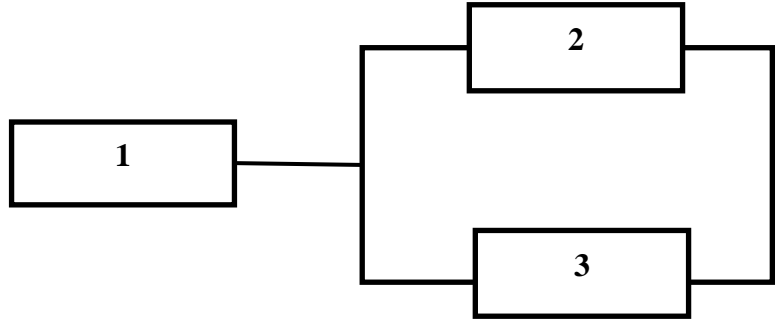
$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i)$$

(2.3)

Paralel sistemlerde bileşen sayısı arttıkça sistemin güvenilirliği artmaktadır.

2.3.3. Seri - paralel sistemler

Birbirine seri ve paralel olarak olarak bağlanmış bileşenlerden oluşan karma sistemlerdir. Seri-paralel sistemlerin güvenilirlik hesaplamalarında kademeli hesaplama yapısı kullanılmaktadır.



Şekil 2. 3. 3 bileşenli seri-paralel bir sistemin blok diyagramı

Örnek : Bileşenlerinin güvenilirlikleri x_1, x_2, x_3 olmak üzere 3 bileşenden oluşan seri-paralel bir sistemin yapı fonksiyonu şu şekilde tanımlanabilir:

$$\phi(x) = x_1 \cap (x_2 \cup x_3)$$

Bu sistemin güvenilirliği (R) ise aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$R = R_1 \left(1 - \prod_{i=2}^3 (1 - R_i) \right) \quad (2.4)$$

2.4. Tez Çalışmasında Kullanılan Dağılımlar

Bu alt başlıkta, tez çalışmasının teorik ve uygulama kısımlarında kullanılacak olan istatistiksel dağılımlara yer verilecektir.

2.4.1. Normal dağılım

İstatistikte en çok kullanılan dağılım normal (Gauss) dağılımıdır. X rasgele değişkeni ortalaması μ , varyansı σ^2 olduğunda $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ile gösterilir.

$-\infty < x < +\infty$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonudur. $X \sim N(0,1)$ dağılımı standart normal dağılım olarak adlandırılır.

Y etki ve X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnç olsun. Ortalamaları sırasıyla μ_Y, μ_X varyansları σ_Y^2, σ_X^2 olan normal dağılıma sahip bağımsız rasgele değişkenler olmak üzere, $X - Y$, ortalaması $\mu_X - \mu_Y$ ve varyansı $\sigma_X^2 + \sigma_Y^2$ olan normal dağılıma sahip bir rasgele değişkendir (Kotz et al., 2003).

$\Phi(x) = P(Z \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-x^2/2} dx$ standart normal dağılımın kümülatif dağılım fonksiyonu olmak üzere, X ve Y 'nin normal dağılımdan geldiği varsayımı altında etki-dayanıklılık güvenilirliği

$$\begin{aligned}
R &= P(X > Y) = P(X - Y > 0) \\
&= P\left(\frac{(X - Y) - E(X - Y)}{\sqrt{V(X - Y)}} > \frac{0 - E(X - Y)}{\sqrt{V(X - Y)}}\right) = P\left(Z > \frac{\mu_Y - \mu_X}{\sqrt{\sigma_Y^2 + \sigma_X^2}}\right) \\
&= 1 - \Phi\left(\frac{\mu_Y - \mu_X}{\sqrt{\sigma_Y^2 + \sigma_X^2}}\right)
\end{aligned}$$

olarak hesaplanır.

2.4.2. Üstel dağılım

Üstel dağılım, güvenilirlik analizlerinde yaygın olarak kullanılan dağılımlardan biridir. Rasgele olayların meydana gelmesi arasındaki süre veya mesafe genellikle üstel dağılımla tanımlanabilir. Dağılımın ortalaması μ olmak üzere $\lambda = 1/\mu$ dağılımın tek parametresidir. $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ olmak üzere, üstel dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0, \lambda > 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

ve kümülatif dağılım fonksiyonu ise

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

olarak ifade edilir. $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ ve $Y \sim \text{Exp}(\theta)$ olmak üzere, X ve Y 'nin üstel dağılımdan geldiği varsayımı altında etki-dayanıklılık güvenilirliği

$$\begin{aligned}
R = P(X > Y) &= \int_0^{\infty} \int_y^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} \theta e^{-\theta y} dx dy \\
&= \int_0^{\infty} e^{-\lambda y} \theta e^{-\theta y} dy
\end{aligned}$$

$$= \int_0^{\infty} \theta e^{-y(\lambda+\theta)} dy$$

$$= \frac{\lambda}{\theta + \lambda}$$

olarak bulunur.

2.4.3. Power Function (PF) dağılımı

Power function (PF) dağılımı tekdüze dağılım, beta dağılımı ve pearson tip I dağılımlarının özel bir durumudur. Bu dağılım genellikle arıza süreçlerinin modellenmesinde, gelir dağılımı verileri ve ömür verilerinin analizi çalışmalarında uygulanmaktadır. Meniconi ve Barry (1995) çalışmalarında yarı iletken cihazın güvenilirliği ve ürün güvenilirliği analizinde PF dağılımının üstel, lognormal ve weibull dağılımlarına tercih edildiğini göstermiştir.

Power function dağılımı genel olarak ölçek ve biçim parametresi olmak üzere iki parametrelili bir dağılımdır ve $X \sim Pow(\alpha, \theta)$ olarak ifade edilir. Power function dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} \alpha \theta^\alpha x^{\alpha-1}, & 0 < x < \theta^{-1} \\ 0, & 0.w \end{cases}, \quad \alpha, \theta > 0$$

ve kümülatif dağılım fonksiyonu ise

$$F(x, \alpha, \theta) = \theta^\alpha x^\alpha, \quad 0 < x < \theta^{-1}$$

olarak ifade edilir. Bu tez çalışmasında $\theta = 1$ olduğu özel durum incelenecektir.

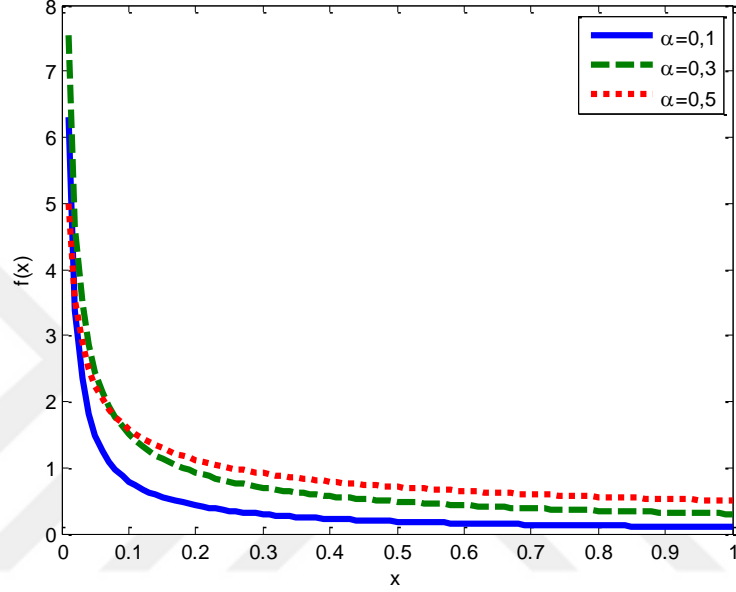
Bu durumda olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha x^{\alpha-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & 0.w \end{cases}$$

kümülatif dağılım fonksiyonu da

$$F(x, \alpha) = x^\alpha, \quad 0 < x < 1$$

olarak ifade edilir. $\theta = 1$ olduğu durum için Power function dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği Şekil 2.4'de verilmiştir.



Şekil 2. 4. $\theta = 1$ olduğu durum için Power function dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği

2.4.4. Power Lomax (PL) dağılımı

Lomax Dağılımı ilk olarak 1954 yılında Lomax tarafından önerilmiştir. Bu dağılım pareto II dağılımı olarak da adlandırılır. Başlangıçta iş başarısızlığı verilerini modellemek için uygulanmış ve sonrasında mühendislik, aktüerya bilimi, şehirlerin büyüklüğü, tıp ve biyolojik bilimler, gelir ve servet eşitsizliği, ömür ve güvenilirlik modellemesi gibi çeşitli alanlarda uygulanmıştır.

Dağılım, literatürde de pek çok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. Harris (1968) gelir ve servet verileri, Atkinson ve Harrison (1978) iş başarısızlığı verilerini modellemek için Lomax dağılımını kullanırken, Corbelini ve diğerleri

(2007) firma büyüklüğü ve kuyruk problemlerini modellemek için kullanmıştır. Aynı zamanda biyolojik bilimlerde ve bilgisayar dosyalarının boyutlarının sunuculardaki dağılımını modellemek için de uygulanmıştır (Rady et al., 2016).

Lomax dağılımı, ölçek ve şekil parametreleri $\alpha > 0$ ve $\lambda > 0$ olmak üzere iki parametrelili bir dağılımdır. Dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(1 + \frac{x}{\lambda}\right)^{-(\alpha+1)}, \quad x > 0, \quad \alpha, \lambda > 0$$

ve kümülatif dağılım fonksiyonu

$$F(x) = 1 - \left(1 + \frac{x}{\lambda}\right)^{-\alpha}$$

olarak ifade edilir.

Bu dağılım birçok araştırmacı tarafından geliştirilerek uygulanmıştır. Literatürde Lomax dağılımı ve birçok uzantısı çalışılmıştır. Ghitany et al. (2007) çalışmasında Marshall–Olkin Extended-Lomax (MOEL), Gupta et al. (2010) çalışmasında Beta–Lomax (BL), Lemonte ve Cordeiro (2013) çalışmalarında Kumaraswamy Lomax (KwL), Cordeiro et al. (2013) çalışmalarında McDonald-Lomax (McL) ve Gamma-Lomax (GL), Abdul-Moniem (2012) çalışmasında Exponentiated Lomax, Tahir et al. (2015) ise çalışmalarında 4 parametrelili Weibull Lomax (WLomax) dağılımlarını uygulamıştır. İbrahim et al. (2012) yeni bir üç parametrelili olasılık dağılımını önermiş ve bu dağılımı Power Lomax dağılımı olarak adlandırmıştır.

Power Lomax dağılımı üç parametrelili bir dağılımdır ve $X \sim PoLo(\alpha, \beta, \lambda)$ olarak ifade edilir. Dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x, \alpha, \beta, \lambda) = \begin{cases} \alpha\beta\lambda^\alpha x^{\beta-1} (\lambda + x^\beta)^{-(\alpha+1)} & , 0 < x < \infty \\ 0 & , o.w \end{cases}$$

$$\alpha, \beta, \lambda > 0$$

ve kümülatif dağılım fonksiyonu ise

$$F(x, \alpha, \beta, \lambda) = 1 - \lambda^\alpha (\lambda + x^\beta)^{-\alpha}, \quad 0 < x < \infty$$

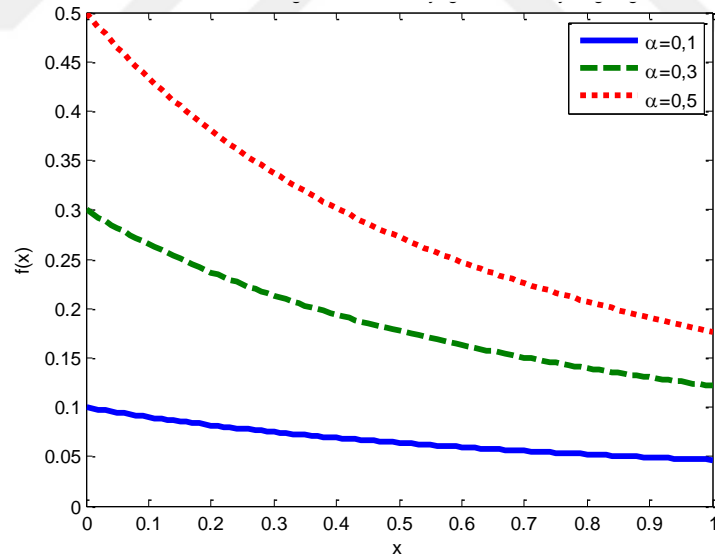
olarak ifade edilir. Bu tez çalışmasında $\beta = 1$, $\lambda = 1$ olduğu özel durum incelenecektir. Bu durumda olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x, \alpha) = \begin{cases} \alpha(1+x)^{-(\alpha+1)} & , \quad 0 < x < \infty \\ 0 & , \quad o.w \end{cases}$$

ve kümülatif dağılım fonksiyonu ise

$$F(x, \alpha) = 1 - (1+x)^{-\alpha}, \quad 0 < x < \infty$$

olarak ifade edilir. $\beta = 1$, $\lambda = 1$ olduğu durum için Power Lomax dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği Şekil 2.5’de verilmiştir.



Şekil 2. 5. $\beta = 1$, $\lambda = 1$ olduğu durum için Power Lomax dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunun grafiği

3. ETKİ VE DAYANIKLILIK RASGELE DEĞİŞKENLERİNİN POWER FUNCTION VE POWER LOMAX DAĞILIMLARINA UYDUĞU DURUMDA SERİ VE PARALEL SİSTEMLERİN ETKİ-DAYANIKLILIK GÜVENİLİRLİĞİ

Bu tez çalışmasının üçüncü bölümü, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power function dağılımı ve Power lomax dağılımlarına uyduğu durumda n bileşenli seri ve paralel sistemler için etki-dayanıklılık güvenilirliği modellerinin elde edilmesi adımlarını içermektedir.

Bileşenlerinin dayanıklılıkları sırasıyla X_1, X_2, \dots, X_n olan n bileşenden oluşan bir sistem ele alınsın. Y , bileşenlerin maruz kaldığı **ortak etki**, $\Phi(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sistemin yapı fonksiyonu olmak üzere, güvenilirlik $R = P(\Phi(X_1, X_2, \dots, X_n) > Y)$ olarak ifade edilmektedir.

Sistemin seri bir yapıda olması durumunda etki-dayanıklılık güvenilirliği; $X_{(1)}$ minimum sıra istatistiği olmak üzere, $R_s = P(X_{(1)} > Y)$ olarak ifade edilirken, sistemin paralel bir yapıda olması durumunda ise $X_{(n)}$ maksimum sıra istatistiği olmak üzere, $R_p = P(X_{(n)} > Y)$ olarak ifade edilir (Bhattacharya and Roychowdhury, 2013).

3.1. Ortak Etki Altında Çalışan Seri Sistemlerin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Bileşenlerinin dayanıklılıkları sırasıyla X_1, X_2, \dots, X_n olan n bileşenli seri bir sistem ele alınsın. Ortak etki (Y) altındaki bu sistemin güvenilirliği,

$$R_s = P(\min(X_1, X_2, \dots, X_n) > Y)$$

olarak ifade edilmektedir. Etki ve dayanıklılık bileşenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları sırasıyla $G(y)$ ve $F(x)$ olsun. $\min(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_{(1)}$ minimum

sıra istatistiği olmak üzere, seri bir sistem için güvenilirlik eşitlik (2.2) kullanılarak

$$R_s = P(X_{(1)} > Y) = \int_0^{\infty} P(X_{(1)} > Y | Y = y) dG(y)$$

şeklinde yazılabilir.

$$P(X_{(1)} > y) = P(\min(X_1, \dots, X_n) > y) = P(X_1 > y, \dots, X_n > y) \quad \text{eşitliği}$$

yazıldığında; X_1, X_2, \dots, X_n bağımsız bileşenleri için bu ifade,

$$= P(X_1 > y)(X_2 > y) \dots P(X_n > y)$$

$$= [1 - P(X_1 \leq y)][1 - P(X_2 \leq y)] \dots [1 - P(X_n \leq y)]$$

olmaktadır. $i = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere $F_X(y) = P(X_i \leq y)$ eşitliği yerine yazıldığında

$$P(X_{(1)} > y) = [1 - F_X(y)]^n$$

elde edilir. Bu durumda n bileşenli seri bir sistem için etki dayanıklılık güvenilirliği

$$R_s = P(X_{(1)} > Y) = \int_0^{\infty} [1 - F_X(y)]^n dG(y)$$

(3.1)

olarak hesaplanır.

3.1.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function dağılımına uyduğu durumda seri sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği

$Y \sim Pow(\alpha)$ ve $X \sim Pow(\lambda)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı ortak etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil

etsin. $G(y, \alpha) = y^\alpha$ ve $F(x, \lambda) = x^\lambda$ sırasıyla etki ve dayanıklılık değişkenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, seri bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.1) kullanılarak

$$R_s = P(X_{(1)} > Y) = \int_0^1 (1 - y^\lambda)^n \alpha y^{\alpha-1} dy \quad (3.2)$$

ile hesaplanır. Bu integralin hesaplanabilmesi için binom açılımı kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılmıştır:

$$(1 + (-y^\lambda))^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-y^\lambda)^k$$

Bu eşitlik (3.2)'de yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında;

$$\begin{aligned} R_s &= \int_0^1 \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k (y^\lambda)^k \right) \alpha y^{\alpha-1} dy \\ &= \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k \alpha \right) \int_0^1 y^{k\lambda + \alpha - 1} dy \\ &= \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k \alpha \right) \left(\frac{y^{k\lambda + \alpha}}{k\lambda + \alpha} \right) \Big|_0^1 \end{aligned}$$

bulunur. İntegral sınırları yazıldığında, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin power function dağılımına uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli seri bir sistemin güvenilirliği

$$R_{s_n} = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha}$$

ile elde edilir. n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{S_n} olmak üzere, elde edilen güvenilirlik denklemi için bazı özel durumlar aşağıda verilmektedir. Sistem güvenilirliği,

$n = 1$ olduğu durumda;

$$R_{S_1} = \sum_{k=0}^1 (-1)^k \frac{\binom{1}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = 1 - \frac{\alpha}{\lambda + \alpha}$$

$n = 2$ olduğu durumda;

$$R_{S_2} = \sum_{k=0}^2 (-1)^k \frac{\binom{2}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = 1 - \frac{2\alpha}{\lambda + \alpha} + \frac{\alpha}{2\lambda + \alpha}$$

$n = 3$ olduğu durumda;

$$R_{S_3} = \sum_{k=0}^3 (-1)^k \frac{\binom{3}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = 1 - \frac{3\alpha}{\lambda + \alpha} + \frac{3\alpha}{2\lambda + \alpha} - \frac{\alpha}{3\lambda + \alpha}$$

eşitlikleri ile hesaplanabilir.

3.1.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda seri sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği

$Y \sim PoLo(\beta)$ ve $X \sim PoLo(\theta)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı ortak etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil etsin. $G(y, \beta) = 1 - (1 + y)^{-\beta}$ ve $F(x, \theta) = 1 - (1 + x)^{-\theta}$ sırasıyla etki ve dayanıklılık değişkenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, seri bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.1) kullanılarak

$$R_s = P(X_{(1)} > Y) = \int_0^{\infty} (1 - 1 + (1 + y)^{-\theta})^n \beta (1 + y)^{-(\beta+1)} dy$$

ile hesaplanır. Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} ((1+y)^{-\theta})^n \beta (1+y)^{-(\beta+1)} dy \\ &= \int_0^{\infty} \beta (1+y)^{-(n\theta+\beta+1)} dy \end{aligned}$$

bulunur. Burada $u = (1+y)$, $du = dy$ dönüşümü yapıldığında

$$= \frac{\beta (1+y)^{-(n\theta+\beta)}}{-(n\theta+\beta)} \Big|_0^{\infty}$$

elde edilir. İntegral çözüldüğünde, n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{s_n} olmak üzere, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin power lomax dağılımına uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli seri bir sistemin güvenilirliği

$$R_{s_n} = \frac{\beta}{n\theta + \beta}$$

ile hesaplanabilir.

3.2. Ortak Etki Altında Çalışan Paralel Sistemlerin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Bileşenlerinin dayanıklılıkları sırasıyla X_1, X_2, \dots, X_n olan n bileşenli paralel bir sistem ele alınsın. Ortak etki (Y) altındaki bu sistemin güvenilirliği,

$$R_p = P(\max(X_1, X_2, \dots, X_n) > Y)$$

olarak ifade edilmektedir. Etki ve dayanıklılık bileşenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları sırasıyla $G(y)$ ve $F(x)$ olsun. $\max(X_1, X_2, \dots, X_n) = X_{(n)}$ maksimum sıra istatistiği olmak üzere, bu güvenilirlik eşitlik (2.2) kullanılarak

$$R_p = P(X_{(n)} > Y) = \int_0^{\infty} P(X_{(n)} > Y | Y = y) dG(y)$$

şeklinde yazılabilir.

$$\begin{aligned} P(X_{(n)} > y) &= P(\max(X_1, X_2, \dots, X_n) > y) = 1 - P(\max(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq y) \\ &= 1 - P(X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_n \leq y) \end{aligned}$$

eşitliği yazıldığında, X_1, X_2, \dots, X_n bağımsız rasgele değişkenleri için bu ifade,

$$= 1 - P(X_1 \leq y)P(X_2 \leq y) \dots P(X_n \leq y)$$

olarak yazılabilir. $i = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere, $F_X(y) = P(X_i \leq y)$ eşitliği yerine yazıldığında

$$P(X_{(n)} > y) = 1 - [F_X(y)]^n$$

elde edilir. Bu durumda n bileşenli paralel bir sistem için etki dayanıklılık güvenilirliği

$$R_p = P(X_{(n)} > Y) = \int_0^{\infty} (1 - [F_X(y)]^n) dG(y)$$

(3.3)

olarak hesaplanır.

3.2.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği

$Y \sim Pow(\alpha)$ ve $X \sim Pow(\lambda)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı ortak etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil etsin. $G(y, \alpha) = y^\alpha$ ve $F(x, \lambda) = x^\lambda$ sırasıyla etki ve dayanıklılık değişkenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, paralel bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.3) kullanılarak

$$R_p = P(X_{(n)} > Y) = \int_0^1 (1 - (y^\lambda)^n) \alpha y^{\alpha-1} dy$$

ile hesaplanır. Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 (\alpha y^{\alpha-1} - \alpha y^{n\lambda+\alpha-1}) dy \\ &= \left(y^\alpha - \frac{\alpha y^{n\lambda+\alpha}}{\alpha + n\lambda} \right) \Big|_0^1 \end{aligned}$$

bulunur. İntegral sınırları yazıldığında, n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{p_n} olmak üzere, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin power function dağılımına uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli paralel bir sistemin güvenilirliği

$$R_{p_n} = 1 - \frac{\alpha}{\alpha + n\lambda}$$

ile hesaplanabilir.

3.2.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği

$Y \sim PoLo(\beta)$ ve $X \sim PoLo(\theta)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı ortak etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil etsin. $G(y, \beta) = 1 - (1 + y)^{-\beta}$ ve $F(x, \theta) = 1 - (1 + x)^{-\theta}$ sırasıyla etki ve dayanıklılık bileşenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, paralel bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.3) kullanılarak

$$R_p = P(X_{(n)} > Y) = \int_0^{\infty} (1 - [1 - (1 + y)^{-\theta}]^n) \beta (1 + y)^{-(\beta+1)} dy \quad (3.4)$$

ile hesaplanır. Bu integralin hesaplanabilmesi için binom açılımı kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılmıştır:

$$(1 + (-(1 + y)^{-\theta}))^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-(1 + y)^{-\theta})^k$$

Bu eşitlik, (3.4)'de yerine konulup gerekli düzenlemeler ve $u = (1 + y)$, $du = dy$ dönüşümü yapıldığında,

$$\begin{aligned} R_p &= \int_0^{\infty} \left(1 - \left[\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k ((1 + y)^{-\theta})^k \right] \right) \beta (1 + y)^{-(\beta+1)} dy \\ &= \int_0^{\infty} \beta (1 + y)^{-(\beta+1)} dy - \int_0^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k ((1 + y)^{-\theta})^k \right) \beta (1 + y)^{-(\beta+1)} dy \\ &= \frac{\beta (1 + y)^{-\beta}}{-\beta} \Big|_0^{\infty} - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k \beta \left(\frac{(1 + y)^{-(k\theta + \beta)}}{-(k\theta + \beta)} \right) \Big|_0^{\infty} \end{aligned}$$

bulunur. İntegral sınırları yazıldığında, n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{p_n} olmak üzere, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin power lomax dağılımına uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli paralel sistemin güvenilirliği

$$R_{p_n} = 1 - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k} \beta}{k\theta + \beta}$$

olarak bulunur. Elde edilen güvenilirlik denklemi için bazı özel durumlar aşağıda verilmektedir. Sistem güvenilirliği,

$n = 1$ olduğu durumda;

$$R_{p_1} = 1 - \sum_{k=0}^1 (-1)^k \frac{\binom{1}{k} \beta}{k\theta + \beta} = \frac{\beta}{\theta + \beta}$$

$n = 2$ olduğu durumda;

$$R_{p_2} = 1 - \sum_{k=0}^2 (-1)^k \frac{\binom{2}{k} \beta}{k\theta + \beta} = \frac{2\beta}{\theta + \beta} - \frac{\beta}{2\theta + \beta}$$

$n = 3$ olduğu durumda;

$$R_{p_3} = 1 - \sum_{k=0}^3 (-1)^k \frac{\binom{3}{k} \beta}{k\theta + \beta} = \frac{3\beta}{\theta + \beta} - \frac{3\beta}{2\theta + \beta} + \frac{\beta}{3\theta + \beta}$$

ile hesaplanabilir.

Bu özel durumlar seri ve paralel sistem yapıları altında; Power Function dağılımı için farklı λ ve α parametreleri, Power Lomax dağılımı için ise farklı θ ve β parametreleri için hesaplanarak Tablo 3.1 ve Tablo 3.2’de verilmiştir.

Tablo 3. 1. Power Function dağılımı için sistem güvenilirlik değerleri

λ	α	Seri sistem güvenilirliği			Paralel sistem güvenilirliği		
		1 bileşenli	2 bileşenli	3 bileşenli	1 bileşenli	2 bileşenli	3 bileşenli
0,1	0,1	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,2	0,3333	0,1667	0,1000	0,3333	0,5000	0,6000
	0,3	0,2500	0,1000	0,0500	0,2500	0,4000	0,5000
	0,4	0,2000	0,0667	0,0286	0,2000	0,3333	0,4286
	0,5	0,1667	0,0476	0,0179	0,1667	0,2857	0,3750
0,2	0,1	0,6667	0,5333	0,4571	0,6667	0,8000	0,8571
	0,2	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,3	0,4000	0,2286	0,1524	0,4000	0,5714	0,6667
	0,4	0,3333	0,1667	0,1000	0,3333	0,5000	0,6000
	0,5	0,2857	0,1270	0,0693	0,2857	0,4444	0,5455
0,3	0,1	0,7500	0,6429	0,5786	0,7500	0,8571	0,9000
	0,2	0,6000	0,4500	0,3682	0,6000	0,7500	0,8182
	0,3	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,4	0,4286	0,2571	0,1780	0,4286	0,6000	0,6923
	0,5	0,3750	0,2045	0,1315	0,3750	0,5455	0,6429
0,4	0,1	0,8000	0,7111	0,6564	0,8000	0,8889	0,9231
	0,2	0,6667	0,5333	0,4571	0,6667	0,8000	0,8571
	0,3	0,5714	0,4156	0,3325	0,5714	0,7273	0,8000
	0,4	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,5	0,4444	0,2735	0,1931	0,4444	0,6154	0,7059
0,5	0,1	0,8333	0,7576	0,7102	0,8333	0,9091	0,9375
	0,2	0,7143	0,5952	0,5252	0,7143	0,8333	0,8824
	0,3	0,6250	0,4808	0,4006	0,6250	0,7692	0,8333
	0,4	0,5556	0,3968	0,3133	0,5556	0,7143	0,7895
	0,5	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500

$Y \sim Pow(\alpha)$ ve $X \sim Pow(\lambda)$ olmak üzere sırasıyla Y sisteme etki eden ortak etkiyi X ise sistemin dayanıklılığını temsil etsin. Tablo 3.1 incelendiğinde, bileşen sayısı arttıkça paralel sistemin güvenilirliğinin arttığı, seri sistemin ise güvenilirliğinin azaldığı görülmektedir. Her iki sistem yapısı göz önüne alındığında, aynı α değerleri için, λ değerleri arttıkça güvenilirlik değerleri artmış; aynı λ değerleri için, α değerleri arttıkça güvenilirlik değerleri azalmıştır.

Tablo 3. 2. Power Lomax dağılımı için sistem güvenilirlik değerleri

θ	β	Seri sistem güvenilirliği			Paralel sistem güvenilirliği		
		1 bileşenli	2 bileşenli	3 bileşenli	1 bileşenli	2 bileşenli	3 bileşenli
0,1	0,1	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,2	0,6667	0,5000	0,4000	0,6667	0,8333	0,9000
	0,3	0,7500	0,6000	0,5000	0,7500	0,9000	0,9500
	0,4	0,8000	0,6667	0,5714	0,8000	0,9333	0,9714
	0,5	0,8333	0,7143	0,6250	0,8333	0,9524	0,9821
0,2	0,1	0,3333	0,2000	0,1429	0,3333	0,4667	0,5429
	0,2	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,3	0,6000	0,4286	0,3333	0,6000	0,7714	0,8476
	0,4	0,6667	0,5000	0,4000	0,6667	0,8333	0,9000
	0,5	0,7143	0,5556	0,4545	0,7143	0,8730	0,9307
0,3	0,1	0,2500	0,1429	0,1000	0,2500	0,3571	0,4214
	0,2	0,4000	0,2500	0,1818	0,4000	0,5500	0,6318
	0,3	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,4	0,5714	0,4000	0,3077	0,5714	0,7429	0,8220
	0,5	0,6250	0,4545	0,3571	0,6250	0,7955	0,8685
0,4	0,1	0,2000	0,1111	0,0769	0,2000	0,2889	0,3436
	0,2	0,3333	0,2000	0,1429	0,3333	0,4667	0,5429
	0,3	0,4286	0,2727	0,2000	0,4286	0,5844	0,6675
	0,4	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500
	0,5	0,5556	0,3846	0,2941	0,5556	0,7265	0,8069
0,5	0,1	0,1667	0,0909	0,0625	0,1667	0,2424	0,2898
	0,2	0,2857	0,1667	0,1176	0,2857	0,4048	0,4748
	0,3	0,3750	0,2308	0,1667	0,3750	0,5192	0,5994
	0,4	0,4444	0,2857	0,2105	0,4444	0,6032	0,6867
	0,5	0,5000	0,3333	0,2500	0,5000	0,6667	0,7500

$Y \sim PoLo(\beta)$ ve $X \sim PoLo(\theta)$ olmak üzere sırasıyla Y sisteme etki eden ortak etkiyi X ise sistemin dayanıklılığını temsil etsin. Tablo 3.2 incelendiğinde, bileşen sayısı arttıkça paralel sistemin güvenilirliğinin arttığı, seri sistemin ise güvenilirliğinin azaldığı görülmektedir. Her iki sistem yapısı göz önüne alındığında, aynı θ değerleri için, β değerleri arttıkça güvenilirlik değerleri artmış; aynı β değerleri için, θ değerleri arttıkça güvenilirlik değerleri azalmıştır.

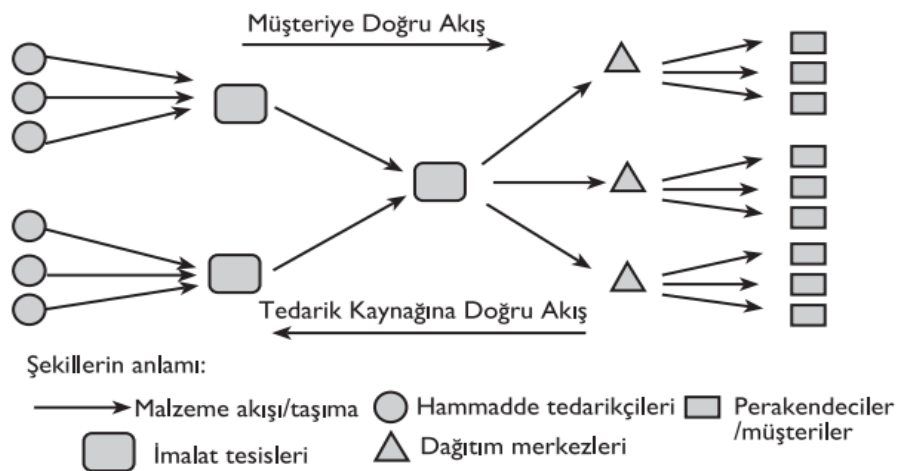
4. UYGULAMA

Tez çalışmasının bu bölümünde; tedarik zinciri sistemi, envanter kontrol sistemi ve çağrı merkezi sistemlerinin etki-dayanıklılık güvenilirliğinin incelendiği üç uygulamaya yer verilmektedir.

4.1. Tedarik Zinciri Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Tedarik; gereksinim duyulan hammadde, yardımcı madde ve hizmetlerin, ürün veya hizmet sağlayıcılardan uygun koşullarda ve uygun maliyetlerle temin edilmesidir. Bu temini sağlayan kişi, birim/bölüm ya da kurumlar tedarikçi olarak adlandırılmaktadır. Perakendeciler ise ürün stoklayan ve nihai tüketicilere küçük miktarlarda satış yapan birimlerdir.

Tedarik zinciri, bir işletmenin farklı fonksiyonları arasında veya tedarikçiler ile müşteriler arasında malzeme ve bilgi akışı sağlayan bir ağıdır. Bu ağ, bünyesinde çok sayıda bileşeni barındırmaktadır. Meindl ve Chopra'ya göre tedarik zinciri, doğrudan ve dolaylı olarak müşteri taleplerini karşılamak üzere, yalnızca üretici ve tedarikçiden oluşmayan, aynı zamanda taşımacılar, depolama hizmeti verenler, perakendeciler, müşteriler ve diğer tüm benzer aktörleri kapsayan bir zincirdir. Bu zincir; müşteriye doğru ürün akışı, tedarik kaynağına doğru talep akışı olarak çift yönlü bir zincirdir. Bir tedarik zinciri örneği Şekil 4.1'de verilmiştir.



Şekil 4. 1. Tedarik zinciri örneği (Timur vd., 2019)

Birçok sanayi kolunda hammadde ve parça maliyetleri toplam üretim maliyetinin yaklaşık %70'ini oluşturmaktadır (Ghodsypor ve O'Brien, 1998). Bu yüzden işletmeler için doğru ürünlerin; doğru yerde, doğru zamanda ve doğru miktarlarda bulunması son derece önemlidir. İşletmelerin tedarik ağının kusursuz işleyebilmesi için zincirin her aşamasında envanter yönetiminin en iyi şekilde yapılması gerekmektedir. Sağlıklı, güvenilir envanter yönetimi politikalarını oluşturmak ve bunun sürekliliğini sağlamak, kalite, verimlilik, müşteri odaklılık ve esneklik gibi hedeflere ulaşılmasında destek almak amaçlarıyla; talebe ve temin sürelerine duyarlı çok-aşamalı envanter yönetiminden faydalanılabilmektedir (Taşkın Gümüş A., 2007). Üreticiler tedarikçilerden hammadde satın alırlar ve bitmiş ürünlere dönüştürecek şekilde işlerler, ardından bitmiş ürünleri dağıtıcılara ve sonrasında da bayilere veya müşterilere satarlar. Bir parça, nihai müşteriye varmadan önce birden fazla aşama boyunca hareket ederse bu "çok-aşamalı" bir envanter sistemi şeklinde bir yapılanmadır (Rau ve diğ., 2003).

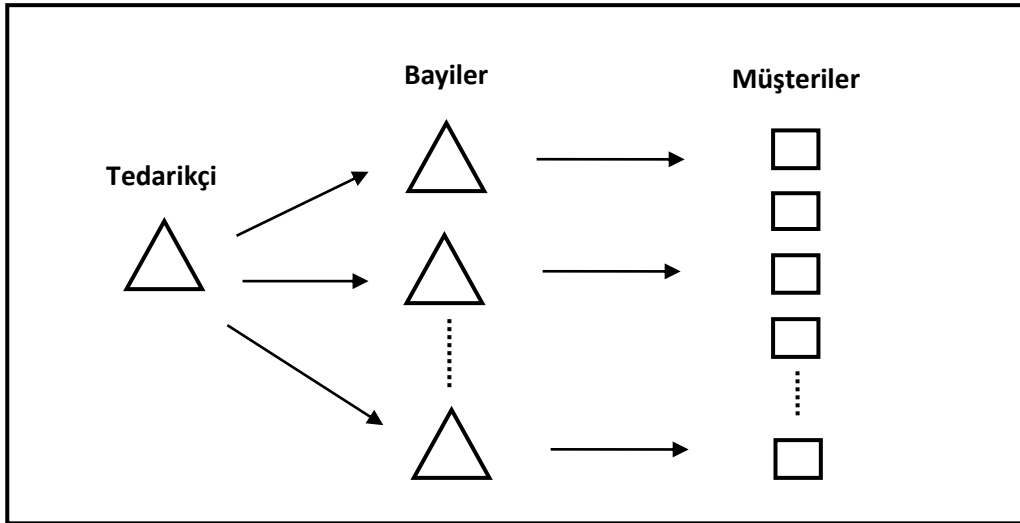
Günümüzdeki sert rekabet koşulları ve maliyetler göz önünde bulundurulduğunda işletmelerin müşterilerine en iyi hizmeti sunma gerekliliği ön plana çıkmıştır. İşletmelerin herhangi bir tedarik bileşeninde karşılaşılan eksiklik ve performans düşüklüğü işletmeler açısından ciddi sorunlara neden olmaktadır. Müşteri taleplerinin hızlı ve etkin bir şekilde karşılanmaması sonucunda işletmeler pazar kayıpları yaşayabilmektedir. Bu gibi sorunlar işletmeler için güvenilir bir tedarik zinciri sistemi ihtiyacını doğurmuştur. İşletmeler bu ihtiyacı karşılamak amacıyla yeni arayışlara yönelmiş ve bunun sonucunda tedarik zinciri tasarımı, analizi, performans ölçümleri ve güvenilirliği gibi konular önem kazanmıştır. Literatürde de bu konuyla ilgili pek çok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları Tablo 4.1'de verilmektedir.

Tablo 4. 1. Tedarik zinciri üzerine yapılan çalışmalar

Yayın adı	Araştırmacı	Çalışmanın Amacı
Optimal policies for a multi-echelon inventory problem	Clark, A.J. and Scarf, H. (1960)	Envanter sistemi yönetimi
Exact evaluation of (R, Q) policies for two-level inventory systems with poisson demand	Forsberg, R. (1996)	Envanter sistemi analizi ve değerlendirmesi
Efficient inventory management in multi-echelon distribution systems	Yoo, Y.J., Kim, W.S. and Rhee, J.T. (1997)	Envanter sistemi yönetimi
Supply chain design and analysis: models and methods	Beamon, B.M. (1998)	Tedarik zinciri tasarımı ve analizi
Managing supply chain inventories: a multiple retailer, one warehouse, multiple supplier model	Ganeshan, R. (1999)	Tedarik zinciri yönetimi
A framework for decentralized multi-echelon inventory control	Axsäter, S. (2001)	Envanter sisteminin geliştirilmesi
Designing and managing the supply chain: concepts, strategies, and case studies	Simchi- Levi, D. et al. (2003)	Tedarik zinciri tasarımı ve yönetimi
Approximate optimization of a two-level distribution inventory system	Axsäter, S. (2003)	Envanter sisteminin geliştirilmesi
Inventory management in a multi-echelon spare parts supply chain	Kalchschmidt, M., Zotteri, G. and Verganti, R., (2003)	Envanter sistemi yönetimi
Echelon stock based continuous review (R,Q) policy for fast moving items	Mitra, S. and Chatterjee, A.K. (2004a)	Envanter sisteminin performansının değerlendirilmesi ve geliştirilmesi
Leveraging information in multi-echelon inventory systems	Mitra, S. and Chatterjee, A.K. (2004b)	Envanter sisteminin performansının değerlendirilmesi ve geliştirilmesi
Single cycle policies for the one-warehouse n-retailer inventory/distribution system	Abdul-Jalbar B. Gutierrez, J.M. and Sicilia, J. (2005)	Envanter sisteminin performansının iyileştirilmesi

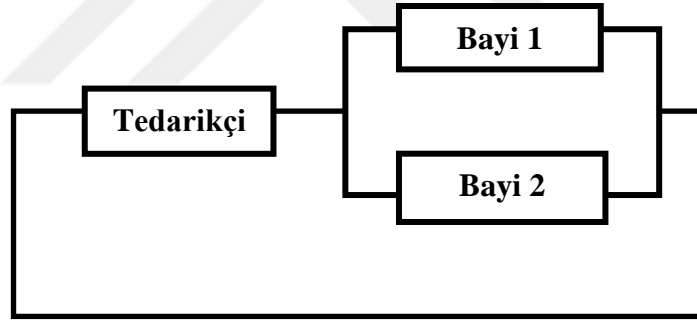
Tabloda verilen çalışmaların yanısıra, tedarik zincirinin güvenilirliği ve performansı üzerine yapılan çalışmalar da literatürde mevcuttur. Liu et al. (2012) yedek parça envanter ağında arz ve talep dağılımı güvenilirliğini incelemiştir. Sarkar (2012) kusurlu parçaların üretimini azaltmak için sistemlerin daha güvenilir olması gerektiğini ve üretilen parçaların makine sisteminin güvenilirliğine bağlı olduğunu düşünmektedir. Zaitsev (2012) ve Lukinskiy et al. (2014) çalışmalarında tedarik zincirinin güvenilirliğini değerlendirmiştir. Naikan et al. (2015) bir imalat endüstrisinde yedek parçaların stokta bulunma olasılığının değerlendirilmesi için bir metodoloji önermiştir. Bu metodolojide talep ve arzı, güvenilirlik analizlerinde önemli bir role sahip olan etki-dayanıklılık modelleri ile ilişkilendirmiştir. Dui et al. (2018) envanter sisteminin güvenilirliğini analiz etmek için önem ölçülerinden yararlanmıştır. Çeşitli bileşenlerin önem ölçülerini hesaplayarak ve karşılaştırarak, minimum maliyetli optimum envanter sistemini elde etmede büyük rol oynayacak parametrelerin belirlenebilmesinden bahsetmiştir. C. Ha et al. (2018) çalışmasında tedarik zinciri güvenilirliğinin net bir matematiksel tanımını yaparak, yeni metodolojiler sağlamıştır.

Bu çalışmada; bir tedarikçiden, iki bayiden ve müşterilerden oluşan bir tedarik zinciri sistemi incelenecektir. Bayiler müşteri talebi ile karşı karşıyadır ve stoklarını dışsal bir tedarikçiden güncellerler. Temin sürelerinin önemsiz olduğu kabul edilmiş olup; tedarik zinciri sistemi çok-aşamalı envanter sistemi olarak ele alınmıştır (Şekil 4.2).



Şekil 4. 2. Tez çalışmasında kullanılan tedarik zinciri sistem yapısı

Bu tedarik zinciri sisteminin çalışma yapısı şu şekildedir: Bayilere müşteriler tarafından gelen ürün talebi vardır ve bayiler stoklarındaki ürünleri müşterilerine arz etmektedir. Tedarikçi de bayilerden gelebilecek ürün talebine yönelik elinde stok bulundurarak bayilere ürün arzı sağlamaktadır. Bu tedarik sisteminin sorunsuz bir şekilde çalışabilmesi için, sistemin her bileşeninde arz edilen ürün miktarının talep edilen ürün miktarından fazla olması gerekmektedir. Aksi takdirde stoksuzluk sorunuyla karşılaşılabilir. Burada talep, arz ve ürünün stokta olma olasılığı sırasıyla etki, dayanıklılık ve güvenilirlik kavramlarıyla ilişkilendirilebilir (Naikan et al., 2015). Ürün talebi bileşenin maruz kaldığı etki (Y), ürün arzı ise bileşenin dayanıklılığı (X) olarak ele alındığında söz konusu olan ürünün stokta bulunma olasılığı ise bileşenin güvenilirliği olan $R = P(X > Y)$ olasılığına karşılık gelecektir. Bu çok aşamalı tedarik zinciri sisteminde; bayiler birbirine paralel bağlı bileşenler olarak, tedarikçi ise bu bayilere seri bağlı bir bileşen olarak ele alınmıştır. Bu sistemin blok diyagramı aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 4. 3. Tez çalışmasında kullanılan tedarik zincirinin blok diyagramı

Çalışma kapsamında, bir imalat endüstrisinde yedek parçaların stokta bulunma olasılığının değerlendirildiği Naikan et al. (2015) makalesindeki 335,009 numaralı rulman için verilen 30 haftalık arz ve talep verileri kullanılmıştır.

Tablo 4. 2. 30 Haftalık Arz ve Talep Verileri

Hafta no	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Talep(Y)	25	38	2	28	23	7	15	23	56	48	6	50	27	19	27
Arz (X)	30	37	16	32	29	21	25	29	45	41	21	43	31	21	31

Hafta no	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Talep(Y)	18	18	34	34	34	26	8	27	36	25	30	27	17	22	12
Arz (X)	27	27	35	35	35	31	22	31	36	30	33	31	26	29	24

Tablo 4.2'deki talep verileri 1. bayi için müşteriler tarafından gelen ürün talebi, arz verileri ise bu bayinin müşterilerine sunduğu ürün arzı olarak ele alınmıştır. Easyfit programı kullanılarak yapılan Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi sonucunda bayinin talebinin, ortalamasının tahmin değeri $\bar{X}_{BT} = 25,4$ ve varyansının tahmin değeri $S_{BT}^2 = 161,417$ olan normal dağılıma uyduğu görülmüştür (p değeri = 0,7459). Yine aynı şekilde bayinin arzının, ortalamasının tahmin değeri $\bar{X}_{BA} = 30,133$ ve varyansının tahmin değeri $S_{BA}^2 = 44,60236$ olan normal dağılıma uyduğu görülmüştür (p değeri = 0,78024), (EK-1).

$i = 1,2$ için i . bayinin talep ortalaması (μ_{BT_i}), talep varyansı (σ_{BT_i}), arz ortalaması (μ_{BA_i}), arz varyansı (σ_{BA_i}) ve i . bayinin güvenilirliği (R_{B_i}) olmak üzere, bu bayinin söz konusu ürünü stokta bulundurma olasılığının yani etki-dayanıklılık güvenilirliğinin hesaplanmasında, Naikan et al. (2015) makalesindeki arz ve talebin normal dağılımdan geldiği özel durum için belirlenen aşağıdaki güvenilirlik denkleminde yararlanılmıştır:

$$P = (X > Y) = P(Y < X) = P(Y - X < 0)$$

$$= P\left(\frac{(Y - X) - E(Y - X)}{\sqrt{V(Y - X)}} < \frac{0 - E(Y - X)}{\sqrt{V(Y - X)}}\right) = P\left(Z < \frac{\mu_{BA_i} - \mu_{BT_i}}{\sqrt{\sigma_{BA_i}^2 + \sigma_{BT_i}^2}}\right)$$

$$R_{B_i} = \phi \left(\frac{\mu_{BA_i} - \mu_{BT_i}}{\sqrt{\sigma_{BA_i}^2 + \sigma_{BT_i}^2}} \right)$$

Bayinin μ ve σ parametrelerinin tahmin değerleri kullanılarak yapılan bu hesaplama sonucunda bayinin güvenilirliği $R_{B_1} = 0,63$ olarak bulunmuştur. Tedarikçi ve diğer bayinin güvenilirlikleri de çeşitli varsayımlar için benzer şekilde hesaplanabilmektedir.

Bu çalışmada ele alınan tedarik zinciri sistemi iki bayi ve bir tedarikçiden oluşan seri-paralel bir sistem olarak ele alındığından, eşitlik (2.4) kullanılarak tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği aşağıdaki gibi hesaplanabilmektedir. $i = 1,2$ için; birbirine paralel iki bayi bileşenin güvenilirliği (R_B), tedarikçi bileşenin güvenilirliği (R_T) olmak üzere, tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği

$$R_{sistem} = R_T R_B = \phi \left(\frac{\mu_{TA} - \mu_{TT}}{\sqrt{\sigma_{TA}^2 + \sigma_{TT}^2}} \right) \left[1 - \prod_{i=1}^2 (1 - R_{B_i}) \right]$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır.

Tedarikçinin arz ortalaması (μ_{TA}), talep ortalaması (μ_{TT}), arz varyansı (σ_{TA}) ve talep varyansı (σ_{TT}) olmak üzere, ikinci bayi ve tedarikçi için çeşitli varsayımlar ele alınarak tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 4.3'de verilmiştir.

Tablo 4. 3. Farklı varsayımlar altında tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği

$\sigma_{BT_1} = 12,705,$ $\sigma_{BT_2} = 12,705$ $\mu_{TA} = 63, \sigma_{TA} = 6,6785$ $\sigma_{TT} = 12,75$		$\mu_{BT_1} = 25,4$ $\mu_{BT_2} = 23$	$\mu_{BT_1} = 25,4$ $\mu_{BT_2} = 25,4$	$\mu_{BT_1} = 25,4$ $\mu_{BT_2} = 28$	$\mu_{BT_1} = 25,4$ $\mu_{BT_2} = 30$
		R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}
μ_{TT}	50	0,7225	0,7050	0,6824	0,6656
	52	0,6878	0,6712	0,6497	0,6337
	54	0,6493	0,6336	0,6134	0,5982
	56	0,6073	0,5926	0,5737	0,5595
	58	0,5624	0,5488	0,5313	0,5181
	60	0,5153	0,5028	0,4867	0,4747
	63	0,4423	0,4316	0,4178	0,4074
	65	0,3934	0,3838	0,3716	0,3624
$\mu_{BT_1} = 25,4, \mu_{BT_2} = 25,4$ $\sigma_{BT_1} = 12,705,$ $\sigma_{BT_2} = 12,705$ $\mu_{TA} = 63, \sigma_{TA} = 6,6785$		$\sigma_{TT} = 6,75$	$\sigma_{TT} = 9,25$	$\sigma_{TT} = 12,75$	$\sigma_{TT} = 15,25$
		R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}
μ_{TT}	50	0,7893	0,7533	0,7050	0,6772
	52	0,7566	0,7186	0,6712	0,6435
	54	0,7150	0,6775	0,6336	0,6090
	56	0,6642	0,6303	0,5926	0,5722
	58	0,6048	0,5778	0,5488	0,5334
	60	0,5385	0,5211	0,5028	0,4933
	63	0,4316	0,4316	0,4316	0,4316
	65	0,3596	0,3715	0,3838	0,3715
$\mu_{BT_1} = 25,4, \mu_{BT_2} = 25,4$ $\sigma_{BT_1} = 12,705,$ $\sigma_{BT_2} = 12,705$ $\mu_{TA} = 63, \sigma_{TT} = 12,75$		$\sigma_{TA} = 6,6785$	$\sigma_{TA} = 9,25$	$\sigma_{TA} = 12,705$	$\sigma_{TA} = 15,25$
		R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}	R_{sistem}
μ_{TT}	50	0,7050	0,6865	0,6599	0,6417
	52	0,6712	0,6538	0,6293	0,6128
	54	0,6336	0,6181	0,5965	0,5823
	56	0,5926	0,5797	0,5619	0,5504
	58	0,5488	0,5390	0,5258	0,5172
	60	0,5028	0,4967	0,4886	0,4833
	63	0,4316	0,4316	0,4316	0,4316
	65	0,3838	0,3879	0,3934	0,3970

Tablo 4.3 incelendiğinde; bayilerin özdeş veya farklı talep ortalamalarına sahip olduğu durumda, diğer parametreler sabitken, bayilerin toplam talep ortalamaları arttıkça tedarik zinciri sisteminin güvenilirliği (ürünün stokta bulunma olasılığı) azalmaktadır. Yine diğer parametreler sabitken, tedarikçinin

talep ve arzının varyansı arttıkça tedarik zinciri sisteminin güvenilirliğinin (ürünün stokta bulunma olasılığının) azaldığı görülmektedir ($\mu_{TA} = 63$ olduğu varsayılmıştır).

4.2. (s, S) Envanter Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

İşletmelerin toplam varlıklarının önemli bir bölümünü temsil eden envanterler işletmeler için stratejik bir önem taşımaktadır. Tanım olarak envanter, firmaların ve kurumların gelecekte oluşabilecek talebi karşılamaları ve işlemlerin verimli, hatasız bir şekilde yürümesi için ellerinde tuttıkları ürün ve hammaddelerdir (Kasap vd., 2010). Başka bir ifadeyle envanter, fiziksel bir ürün veya hizmetin stoğudur.

Envanterler üreticiler, toptancılar, lojistik firmaları, perakendeciler, hastaneler, üniversiteler gibi özel ve kamusal birçok kurum ve işletmede kullanılmaktadır. İşletmeler, bazıları aşağıda verilen çeşitli nedenlerden dolayı envanter bulundurmaya tercih ederler. Envanter;

- Hammaddenin kıt olduğu dönemlerde işletmenin üretim sürecinin programlandığı gibi olmasını sağlar.
- Beklenmeyen zamanda ve miktarda oluşan talepleri karşılar.
- Üretim veya tedarikteki gecikmelerden dolayı karşılaşılabilecek sorunlara karşı işletmeyi güvence altına alır.
- Günümüzdeki yoğun rekabet ortamında işletmelerin stoksuzluk sebebiyle müşteri kaybetmelerini önler.

Envanter, işletmelerin yatırım yaptığı en pahalı varlıklardan biridir. Amerika Birleşik Devletleri'nde 2006 yılındaki toplam envanter tutma maliyeti 300 milyar dolar olarak tahmin edilmiştir (Williams and Tokar, 2008). İşletmelerin envanter tutma maliyetlerinin belirlenmesinde ve müşteri taleplerinin sorunsuz bir şekilde karşılanmasındaki kilit nokta envanter düzeyidir. Envanter düzeyinin düşük olması durumunda işletme stoksuzluk maliyeti ile karşılaşabilir. Yeterli stok bulunmadığı durumlarda müşteri talepleri karşılanamaz ve bu durum tüketici memnuniyetsizliği, güvensizlik, itibar kaybı gibi olumsuzluklara neden

olur. Dolayısıyla da satışlarda kayıplar yaşanacağından işletmeye belirli ölçüde maliyet yüklenebilir. Envanter düzeyinin yüksek olması durumunda ise,

- Depo giderleri (kira, elektrik, doğalgaz),
- Güvenlik harcamaları,
- Çalışan giderleri,
- Sigorta ve vergi ödemeleri,
- Yıpranma (amortisman
- Malların modasının geçmesi

gibi birçok sorun ve çıktı ile karşılaşılabilir.

Görüldüğü gibi envanter düzeyinin düşük olmasının işletmeye yüklediği maliyetler olduğu gibi, yüksek olmasının da işletmeye yüklediği maliyetler vardır. İşletmeler minimum maliyeti sağlayacak ve aynı zamanda çalışma programlarını kesintiye uğratmayacak optimal envanter düzeyi belirlemelidir. Bu durum, etkin ve verimli bir envanter yönetim (kontrol) yaklaşımının benimsenip, bir düzen içerisinde sürdürülmesi ile mümkündür. İyi bir envanter kontrol sistemi işletme için büyük miktarda maliyet ve zaman tasarrufu sağlayacaktır. Envanter kontrol yaklaşımları, benimsenen yaklaşımın optimizasyonu, güvenilirliği gibi konular literatürde sıklıkla çalışılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları Tablo 4.4’de verilmiştir.

Tablo 4. 4. Literatürde envanter kontrolü ve optimizasyonu üzerine yapılan bazı çalışmalar

Yayın Adı	Araştırmacı	Araştırmanın Amacı
Simulation optimization of (s, S) inventory systems	Fu, M.C. and Healy, K.J.(1992)	(s, S) Envanter sisteminin optimizasyonu
Optimization of (s, S) inventory systems with random lead times and a service level constraint	Bashyam, S. and Fu, M.C. (1998)	(s, S) Envanter sisteminin optimizasyonu
The effect of (s, S) ordering policy on the supply chain	Kelle, P., Milne, A. (1999)	(s, S) Envanter politikasının tedarik zincirine etkisinin incelenmesi
Envanter kontrol sistemleri ve stokastik modelde uygulama	Pıçak, S.Z., (2001)	Envanter kontrol sistemlerinin incelenmesi
Stokastik envanter model kullanılarak iş makinelerinin onarımında kullanılan kritik yedek parçalar için envanter yönetim sistemi oluşturulması	Kasap vd. (2010)	Envanter yönetimi
Simulation optimization in inventory replenishment: a classification	Jalali, H. and Nieuwenhuyse, I.V. (2015)	Envanter yenileme üzerine yapılan çalışmaların incelenmesi ve kategorize edilmesi
Optimizing (s, S) policies for multi-period inventory models with demand distribution uncertainty: robust dynamic programming approaches	Qiu, R., Sun, M. and Lim, Y.F. (2017)	(s, S) Envanter sisteminin optimizasyonu

Tabloda verilen çalışmaların yanısıra literatürde, envanter sisteminin güvenilirliği ve performansı üzerine yapılan çalışmalar da yer almaktadır. Ahmed ve Sultana (2014) çalışmalarında güvenilirliğin göz önüne alındığı başlıca envanter modelleme çalışmalarına yer vermiştir. Almaktoom et al. (2016) envanter hareketlerindeki belirsizliği göz önünde bulundurarak, kaynakları ve planlama süresini en etkin şekilde belirlemek amacıyla güvenilirliğe dayalı bir

optimizasyon modeli geliştirmiştir. Hejazi (2017) alışmasında talep ve teslim sürelerinin rasgele olduğu (s, S) envanter sistemlerinin optimizasyonu için etki-dayanıklılık güvenilirlik modelleri elde etmiş ve uygulamıştır. Huang (2017) alışmasında envanterli bir dağıtım ağının mevcut performansını ölçmek için sistem güvenilirliğinden yararlanmıştır. Maji et al. (2020) paralel – seri bir sistem yapısı altında, üretim güvenilirliğinin optimal olduğu üretim-envanter modelinin araştırılması amacıyla çalışma yapmıştır ve gerçek hayata dayalı bir uygulama sunmuştur.

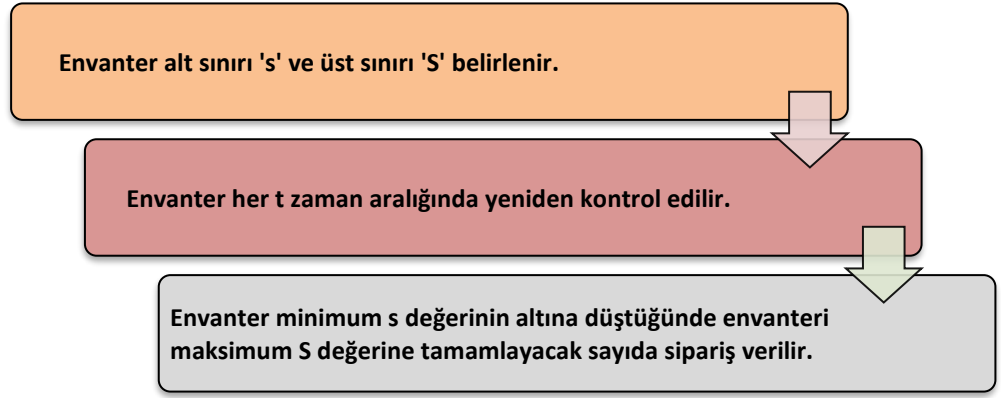
Birçok araştırmacı bir ürünün ne zaman ve ne kadar sipariş edileceğini tespit etmek amacıyla etkili envanter politikaları belirlemek için büyük çaba sarf etmiştir. Aşağıdaki tabloda envanter yönetiminde sıklıkla kullanılan envanter politikalarından bazıları verilmiştir.

Tablo 4. 5. Envanter Yönetiminde Sıklıkla Kullanılan Kontrol Politikaları

(R, S)	Envanter seviyesi her R periyodunda kontrol edilir ve envanteri S seviyesine getirecek sayıda sipariş oluşturulur.
(R, s, S)	Envanter seviyesi her R periyodunda kontrol edilir. Seviye yeniden sipariş noktası olan s 'nin altında olduğunda, envanter seviyesini tekrar S seviyesine getirecek sayıda sipariş oluşturulur.
(r, Q)	Envanter seviyesi sürekli olarak gözden geçirilir. Seviye yeniden sipariş noktası olan r 'nin altında olduğunda, Q boyutunda bir sipariş oluşturulur.
(s, nQ)	Envanter seviyesi sürekli olarak gözden geçirilir. Seviye yeniden sipariş noktası olan s 'nin altında olduğunda, envanter seviyesini s 'nin üzerine çıkaran en kk Q katına eşit bir sipariş verilir.
(s, S)	Envanter seviyesi her bir t zaman aralığında gözden geçirilir. Seviye yeniden sipariş noktası olan s 'nin altında olduğunda, envanter seviyesini tekrar S seviyesine getirecek sayıda sipariş oluşturulur.

4.2.1. (s, S) envanter sistemi

Envanter yönetiminde sıklıkla kullanılan politikalardan biri (s, S) envanter politikasıdır. Envanter alt sınırı s , teslimat süresi boyunca gelecek talebi karşılayacak bir miktar güvenlik stoğudur. Üst sınır S ise işletmenin envanterinde bulundurması gereken maksimum stok sayısıdır. Bu politikaya göre envanter her t zaman aralığında yeniden kontrol edilir. Envanter düzeyi yeniden sipariş noktası olan minimum s değerinin altına düştüğünde, stoğu üst sınır olan S değerine tamamlayacak sayıda sipariş verilir.



Şekil 4. 4. (s, S) envanter politikası işleyişi

Bu çalışma kapsamında; bünyesinde bir tedarikçi ve iki bayi bulunduran faaliyetlerdeki bir işletmenin, her bir bayisinin deposunda talep ve teslim süresi rasgele olan bir (s, S) envanter yönetim modelinin kullanıldığı varsayımı üzerine bir simülasyon çalışması yapılması planlanmıştır. Çalışmanın hedefi, envanter sisteminin sorunsuz bir şekilde çalışmasını sağlamak amacıyla bayinin toplam maliyeti ve önceden belirlenmiş bayi bütçesinin ele alınarak bayinin envanter yönetim modelinin güvenilirliğinin hesaplanmasıdır. Diğer hedef, farklı yeniden sipariş noktaları kullanılarak tek bir bayinin envanter yönetim modelinin optimizasyonunun yapılması ve modelin güvenilirliğini maksimum düzeye çıkaran yeniden sipariş noktalarının belirlenmesidir. Çalışmada önceden belirlenen bayi bütçesinin, ortalaması 130 ve varyansı 12 olan normal dağılımdan geldiği varsayımı (Hejazi, 2017) kullanılmıştır. Bayinin envanter yönetim

modelinin toplam maliyeti dayanıklılık rasgele değişkeni (X) ve bütçe de etki rasgele değişkeni (Y) olarak ele alınarak envanter sisteminin güvenilirliğine karşılık gelen $P(Y > X)$ olasılığının hesaplanması amaçlanmıştır.

Kullanılan envanter modeline ilişkin varsayımlar aşağıda verilmekte olup bu varsayımlar Hejazi'nin (2017) yaptığı çalışmada kullandığı varsayımlardan oluşmaktadır:

1. Bayi, envanter sisteminde sadece tek bir ürünü stoğunda bulundurmaktadır.
 2. $I(t)$, t anındaki envanter seviyesi (bir tam sayı) olmak üzere; $I(0) = 60$ 'dır.
 3. Simülasyon, 120 gün boyunca gece gündüz durmadan çalıştırılmaktadır.
 4. Müşteri gelişleri arasındaki süre 0.1 gün ortalamalı üstel dağılıma sahiptir (24 saat boyunca).
 5. Talep boyutu kesikli bir rassal değişkendir ve 1,2,3 ve 4 değerlerini sırasıyla 0.167, 0.333, 0.333, 0.167 olasılıkları ile almaktadır.
 6. Eğer bayide müşterinin talebini fiziksel olarak karşılayacak sayıda ürün varsa, müşterinin talebi tamamen karşılanmaktadır.
 7. Eğer müşterinin talebi bayinin elindeki ürün sayısından fazla ise müşteri elde hazır bulunan kadarını alır ve geri kalan talep miktarı birikir ($I(t)$ biriken talep miktarına eşit negatif bir değer alır).
 8. Envanter seviyesi her günün başında kontrol edilip, değerlendirilmektedir ($t = 0, 1, 2, \dots, 120$).
 9. Yönetimsel olarak $s = 20$ ve $S = 40$ olmak üzere iki sabit tam sayı seçilir (bu değerler değiştirilebilir, fakat her zaman $s < S$ koşulu sağlanmalıdır).
 10. Eğer $I(t) \geq s$ ise, bir sonraki envanter değerlendirmesine kadar herhangi bir işlem yapılmayacaktır.
 11. Eğer $I(t) < s$ ise üretici firmadan $S - I(t)$ sayıda ürün sipariş edilmelidir (Üst sınır S 'ye tamamlanacak şekilde).
 12. Sipariş maliyeti \$32 ve ürün fiyatı \$3'dır.
 13. Elde bulundurma ve stoksuzluk maliyetleri her bir ürün için sırasıyla \$1 ve \$5'dir.
- Ürünlerin üretici firmadan tedarigi 0.5 ile 1 gün arasında tekdüze dağılıma sahip bir teslim süresine sahiptir.

Uygulama aşamasında öncelikle yukarıda verilen varsayımlar altında birinci bayinin (s, S) envanter yönetim modelinin simülasyonu yapılmış ve simülasyon çalışması sonucunda toplam maliyet verileri elde edilmiştir. Toplam maliyet değişkeni envanter alt (s) ve üst (S) sınır değişkenleri üzerinden modellenmiş böylece dayanıklılık rasgele değişkeninin (X) dağılımına bir yaklaşım sağlanmıştır. Modelleme ve simülasyon için R, Microsoft Excel ve MATLAB yazılımları kullanılmıştır.

Varsayımlara uygun olarak R yazılımında simüle edilen envanter sisteminde, s ve S değişkenleri dayanıklılık rasgele değişkeni maliyet için açıklayıcı değişkenlerdir. s ve S değişkenlerinin seviyeleri sırası ile $(5, 15, 25)$ ve $(30, 45, 60)$ olarak belirlenmiş ve

$$Z_1 = \frac{S - \frac{[\max(s) + \min(s)]}{2}}{\frac{[\max(s) - \min(s)]}{2}} \quad Z_2 = \frac{S - \frac{[\max(S) + \min(S)]}{2}}{\frac{[\max(S) - \min(S)]}{2}}$$

dönüşümleri ile bu seviyeler $(-1, 0, 1) = (5, 15, 25)$ ve $(-1, 0, 1) = (30, 45, 60)$ olarak kodlanmışlardır. İki faktör (açıklayıcı değişken) ve üç seviye üzerinden 5 tekrar ile 3^2 faktöriyel tasarım kullanılarak toplam maliyet için sonuçlar Tablo 4.6'daki gibi elde edilmiştir.

Tablo 4. 6. Yeniden sipariş noktaları için simüle edilen maliyet değerleri

Tekrarlar (\$)					
Yeniden Sipariş Noktaları	1	2	3	4	5
1 - (5,30)	148,75	144,63	142,08	145,83	149,82
2 - (5,45)	142,08	139,18	142,19	137,45	139,81
3 - (5,60)	138,60	135,50	137,70	136,08	137,79
4 - (15,30)	128,93	133,18	135,51	132,85	134,66
5 - (15,45)	126,45	125,13	129,20	131,43	127,56
6 - (15,60)	122,04	125,88	123,05	128,38	121,78
7 - (25,30)	131,12	128,34	132,43	133,95	130,19
8 - (25,45)	123,73	125,72	124,94	124,93	119,50
9 - (25,60)	123,15	120,62	123,31	117,44	122,75

Elde edilen bu sonuçlar kullanılarak toplam maliyet değişkeni, envanter alt (s) ve üst (S) sınır değerleri üzerinden modellenerek dayanıklılık rasgele değişkeni için bir tahmin modeli oluşturulacaktır. Böylelikle oluşturulan model ile X dayanıklılık rasgele değişkeninin dağılımına bir yaklaşım sağlanacaktır.

Bu aşamada öncelikle ikinci dereceden etkileşimli model kullanılması uygun bulunmuştur, ancak yapılan regresyon analizi sonucunda ikinci dereceden etkileşimli modelde etkileşim terimine ait katsayının anlamsız olması sebebiyle etkileşim terimi modelden çıkarılmıştır. Yeniden belirlenen ikinci dereceden etkileşimsiz model üzerinden regresyon analizi gerçekleştirilmiş ve

$$\hat{X}(z) = 127,341 - 7,846z_1 - 4,606z_2 + 4,918z_1^2 + 1,592z_2^2$$

(0.000) (0.000) (0.000) (0.000) (0.038)

denklemini en uygun model olarak belirlenmiştir ($R_{adj}^2 = \%92$). Regresyon modeli, dayanıklılık rasgele değişkeni için bir tahmin modelidir ve bu model kullanılarak elde edilecek olan \hat{X} tahminlerinin dağılımı, z_0 dayanıklılık rasgele değişkeninin tahmin edilmek istendiği yeniden sipariş noktası olmak üzere, $\hat{z}_0 \sim N(a(z_0)'\hat{\beta}, \sigma^2 a(z_0)'(Z'Z)^{-1}a(z_0))$ olacaktır. Regresyon analizi sürecine ilişkin matris gösterimleri ve \hat{X} 'nin dağılımı üzerinden X dayanıklılık rasgele değişkeninin dağılımı, $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ varsayımı altında, aşağıdaki şekilde elde edilecektir:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & z_{11} & z_{12} & z_{11}^2 & z_{12}^2 & z_{11}z_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & z_{n1} & z_{n2} & z_{n1}^2 & z_{n2}^2 & z_{n1}z_{n2} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_{11} \\ \hat{\beta}_{22} \\ \hat{\beta}_{12} \end{bmatrix}$$

$a(z) = (1, z_1, z_2, z_1^2, z_2^2, z_1 z_2)$ olmak üzere $\hat{\beta} = (Z'Z)^{-1}Z'X$, $\hat{\beta} \sim N(\beta, \sigma^2(Z'Z)^{-1})$ olacaktır. Buradan $\hat{X}(z)$ tahminlerine ve dağılım karakteristiklerine geçiş yapılırsa,

$$\hat{X}(z) = a(z)\hat{\beta}$$

$$E(\hat{X}(z)) = E(a(z)\hat{\beta}) = a(z)\beta$$

$$Var(\hat{X}(z)) = \sigma^2 a(z)(Z'Z)^{-1}a'(z) = \sigma^2_{\hat{X}(z)}$$

elde edilecek ve buradan da $\hat{X}(z) \sim N(a(z)\beta, \sigma^2_{\hat{X}(z)})$ sonucuna ulaşılabacaktır.

$P(Y > X)$ olasılığının hesaplanmasında etki ve dayanıklılık değişkenleri birer rasgele değişken olduklarından güvenilirlik (bileşen ya da sistem güvenilirliği) bu rasgele değişkenlerin ortak olasılık dağılımları ile elde edilmektedir. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin bağımsız olmaları durumunda ortak olasılık yoğunluk fonksiyonları $h(y, x)$ olmak üzere güvenilirlik

$$R = P(Y > X) = P(X < Y) = \iint_{y>x} h(x, y) d_x d_y = \iint_{y>x} f_y(y) g_x(x) d_x d_y$$

kullanılarak hesaplanabilmektedir. Bu noktada özel olarak etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin dağılımı normal dağılım olarak ele alınacak olursa

$$\begin{aligned} R &\cong P(X < Y) = P(\hat{X}(x) < Y) = P(\hat{X}(x) - Y < 0) \\ &= P\left(\frac{(\hat{X}(x) - Y) - E(\hat{X}(x) - Y)}{\sqrt{V(\hat{X}(x) - Y)}} < \frac{0 - E(\hat{X}(x) - Y)}{\sqrt{V(\hat{X}(x) - Y)}}\right) \\ &= P\left(Z < \frac{\mu_Y - z(x)\beta}{\sqrt{\sigma^2_{\hat{X}(x)} + \sigma^2_Y}}\right) = \Phi\left(\frac{\mu_Y - z(x)\beta}{\sqrt{\sigma^2_{\hat{X}(x)} + \sigma^2_Y}}\right) = \hat{p} \end{aligned}$$

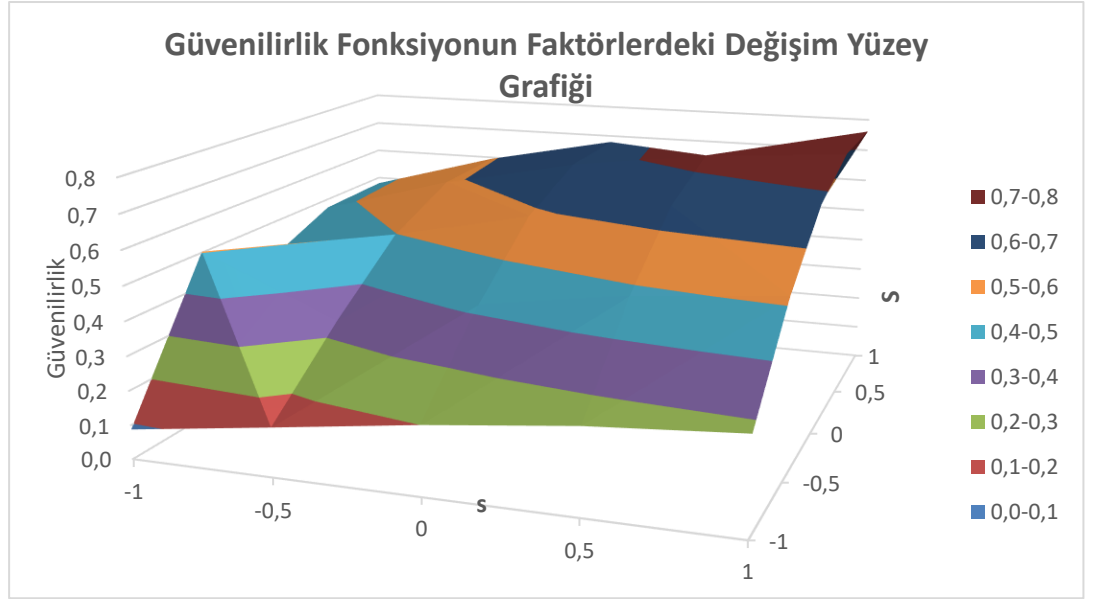
şeklinde ilgili olasılık kolaylıkla hesaplanabilmektedir.

Güvenilirlik fonksiyonu, dayanıklılık rasgele değişkeni (sistemin toplam maliyeti) ile etki rasgele değişkeninin (bütçe) bağımsızlığı altında ve dağılım bilgisi kullanılarak elde edilecektir. Burada bütçenin (Y) ortalaması 130 ve varyansı 12 olan normal dağılımdan geldiği varsayımı kullanılmıştır (Hejazi, 2017). $P(Y > X)$ olasılığının hesaplanmasında, $\hat{X}(z) \sim N(a(z)\beta, \sigma^2_{\hat{X}(z)})$ tahmin değerleri ve eşitlik (4.1) kullanılarak, farklı yeniden sipariş noktaları için birinci bayinin envanter yönetim modelinin güvenilirliği hesaplanmış ve Tablo 4.7’de verilmiştir.

Tablo 4. 7. Birinci bayinin envanter yönetim modelinin bileşen bazında güvenilirliği

Yeniden Sipariş Noktaları		Güvenilirlik	Yeniden Sipariş Noktaları		Güvenilirlik
z_1	z_2	\hat{p}	z_1	z_2	\hat{p}
1	1	0,7616	0	0	0,5876
0,77	0,99	0,7677	-0,5	0	0,4178
0,5	1	0,7569	-1	0	0,2002
0	1	0,68157	1	-0,5	0,5949
-0,5	1	0,5173	0,5	-0,5	0,5874
-1	1	0,2776	0	-0,5	0,4986
1	0,5	0,73654	-0,5	-0,5	0,3327
0,5	0,5	0,7272	-1	-0,5	0,1432
0	0,5	0,6480	1	-1	0,4797
-0,5	0,5	0,4805	0,5	-1	0,4720
-1	0,5	0,2474	0	-1	0,3842
1	0	0,6790	-0,5	-1	0,5028
0,5	0	0,6721	-1	-1	0,0874

Tablo 4.7’deki güvenilirlik fonksiyonunun faktörlere bağlı olarak aldığı değerler seviyelendirilmiş ve her bir seviye farklı bir renk ile aşağıdaki grafikte gösterilmiştir. 0.7 – 0.8 aralığını ifade eden kahverengi rengi, fonksiyonun aldığı değerlerin en üst seviyesini göstermektedir. Grafikten de yaklaşık olarak görüleceği üzere, güvenilirlik fonksiyonunun en yüksek değerini, $z_0 = (0.77, 0.99)$ noktası civarında aldığı görülmektedir.



Şekil 4. 5. Güvenilirlik fonksiyonunun faktörlerdeki değişime karşılık yüzey grafiği

$z_0 = (0.77, 0.99)$ yeniden sipariş noktası, (s, S) açıklayıcı değişkenlerinin dönüştürülmüş halidir. Dolayısı ile ters dönüşüm uygulanarak bileşen bazında güvenilirliğin hangi (s, S) seviyesinde maksimum olduğu belirlenmiş olacaktır. Ters dönüşüm fonksiyonları kullanılarak

$$s = z_1 \left(\frac{[\max(s) - \min(s)]}{2} \right) + \left(\frac{[\max(s) + \min(s)]}{2} \right)$$

$$= 0.77 \left(\frac{[25 - 5]}{2} \right) + \left(\frac{[25 + 5]}{2} \right) = 22.7$$

$$S = z_2 \left(\frac{[\max(S) - \min(S)]}{2} \right) + \left(\frac{[\max(S) + \min(S)]}{2} \right)$$

$$= 0.99 \left(\frac{[60 - 30]}{2} \right) + \left(\frac{[60 + 30]}{2} \right) = 59.85$$

olarak hesaplanmıştır. Bu da, envanter alt (s) ve üst sınırlarının (S) sırası ile 22.7 ile 59.85 olduğu durumun, birinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliğini maksimum düzeye çıkardığı anlamına gelmektedir.

İki Bileşenli Paralel Envanter Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Çalışmanın bu kısmında, söz konusu işletmenin iki bayisinin envanter yönetim modelleri birbirine paralel iki bileşen olarak ele alınarak iki bileşenden oluşan paralel bir sistemin güvenilirliği incelenecektir.

Birinci bayinin envanter yönetim modelinin bileşen bazında güvenilirliği her bir envanter seviyesi için elde edilmişti. İkinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliğinin incelenmesi amacıyla, envanter yönetim varsayımlarından (5), talep boyutunun 1, 2, 3 ve 4 değerlerini alma olasılıkları, birinci bayiden farklı olarak sırasıyla 0.175, 0.325, 0.236 ve 0.264 olarak varsayılmıştır. Bu varsayım altında envanter sistem simülasyonu tekrar çalıştırılarak benzer adımlar uygulanmış ve bu bayinin maliyet verileri için uygun regresyon modeli elde edilmiştir. Elde edilen regresyon modeline bağlı olarak dağılım parametrelerinin tahmin değerleri hesaplanmış ve farklı yeniden sipariş noktaları için ikinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliği elde edilmiştir.

Bu iki bayi birbirine paralel iki bileşen olarak ele alındığında, bayilerin envanter yönetim modellerinin (bileşen bazında) güvenilirlikleri kullanılarak iki bileşenden oluşan bu paralel sistemin güvenilirliği

$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^2 P(Y_i \geq X_i) \cong 1 - \prod_{i=1}^2 \left[1 - \Phi \left(\frac{\mu_{Y_i} - z(x_i)\beta}{\sqrt{\sigma^2_{Y_i} + \sigma^2_{\hat{X}(x_i)}}} \right) \right]$$

ile hesaplanmıştır. Paralel sistemin güvenilirliği R_p , birinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliği R_1 , ikinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliği R_2 olmak üzere, hesaplanan sonuçlar Tablo 4.8'de verilmiştir.

Tablo 4. 8. İki bileşenli paralel envanter sisteminin güvenilirliği

Yeniden Sipariş Noktaları		R_1	R_2	R_p
-1	-1	0,0874	0,4729	0,5190
-1	0	0,2002	0,6901	0,7521
-1	1	0,2776	0,6323	0,7344
0	-1	0,384	0,6772	0,8012
0	0	0,5875	0,8473	0,9370
0	1	0,6815	0,807	0,9385
1	-1	0,4797	0,6517	0,8188
1	0	0,6790	0,8300	0,9454
1	1	0,7630	0,7870	0,9495

Tablo 4.8 incelediğinde $z_0 = (1, 1)$ olarak kodlanan $(s, S) = (25,60)$ envanter seviyesinin paralel sistemin güvenilirliğini maksimum düzeye çıkardığı görülmektedir.

Yine farklı varsayımların sistem güvenilirliği üzerindeki etkisinin incelenebilmesi amacıyla, envanter sistemi varsayımlardan (4) müşteri varış zamanları 0.5 gün ortalamaıyla üstel bir dağılıma sahip olacak şekilde değiştirilmiş ve etki rasgele değişkeninin (Y) ortalaması 50 ve varyansı 5 olan normal dağılımdan geldiği varsayımı kullanılmıştır. Envanter sistem simülasyonu tekrar çalıştırılarak ve benzer adımlar izlenerek ikinci bayinin envanter yönetim modelinin (bileşen bazında) güvenilirliği elde edilmiştir. İki bileşenli paralel bir sistemin güvenilirliği tekrar hesaplanmış, sonuçlar Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4. 9. İki bileşenli paralel envanter sisteminin güvenilirliği

Yeniden Sipariş Noktaları		R_1	R_2	R_p
-1	-1	0,0874	0,9837	0,9851
-1	0	0,2002	0,9659	0,9727
-1	1	0,2776	0,7092	0,7899
0	-1	0,384	0,8538	0,9100
0	0	0,5875	0,7707	0,9054
0	1	0,6815	0,2977	0,7763
1	-1	0,4797	0,2139	0,8188
1	0	0,6790	0,1346	0,7222
1	1	0,7630	0,0087	0,7651

Tablo 4.9 incelediğinde $z_0 = (-1, -1)$ olarak kodlanan $(s, S) = (5,30)$ envanter seviyesinin paralel sistemin güvenilirliğini maksimum düzeye çıkardığı görülmektedir.

Etki ve Dayanıklılık Bileşenlerinin Farklı Dağılımlı Olmaları Durumunda Tek Bir Envanter Yönetim Modelinin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Uygulamanın önceki kısımlarında hem bütçe hem de maliyet değişkenlerinin normal dağılıma uyduğu varsayılarak $P(Y > X)$ olasılığı incelenmiş, bayilerin envanter yönetim modelinin hem bileşen bazında güvenilirlikleri hem de paralel sistem yapısı altında envanter sistem güvenilirliği hesaplanmıştır. Çalışmanın bu kısmında ise dayanıklılık değişkeni olan maliyetin (X) normal dağılım, etki değişkeni olan bütçenin (Y) power function dağılımına uyduğu durum için tek bir bayinin envanter yönetim modelinin güvenilirliğinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerin olasılık yoğunluk fonksiyonları sırasıyla $g(y) = \alpha\theta^a y^{\alpha-1}$ ve $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$ olmak üzere, güvenilirlik

$$R \cong P(Y > X) = \int_0^{\infty} \int_0^x f(x)g(y)dydx$$

ile hesaplanabilmektedir. Bu olasılık hesaplanırken integralin sınırları çalışmaya uygun olarak düzenlenerek etki rasgele değişkeni olan bütçenin $Y \sim Pow(5, 0.004)$ olduğu varsayımı kullanılmıştır. Bu durumda,

$$R \cong (Y > X) = \int_0^{350} \int_0^{250} (\alpha\theta^a y^{\alpha-1}) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \right) dydx$$

(4.2)

olasılığı Mathematica programı kullanılarak hesaplanabilmektedir. Dayanıklılık rasgele değişkeninin parametreleri, z_0 tahmin edilmek istendiği yeniden sipariş noktası olmak üzere, $\hat{z}_0 \sim N(a(z_0)' \hat{\beta}, \sigma^2 a(z_0)' (Z'Z)^{-1} a(z_0))$ kullanılarak elde edilmiş ve etki rasgele değişkeninin $Y \sim Pow(5, 0.004)$ olduğu varsayımı altında eşitlik (4.2) kullanılarak tek bir bayinin envanter yönetim modelinin güvenilirliği farklı yeniden sipariş noktaları için hesaplanmış ve Tablo 4.10'da verilmiştir.

Tablo 4. 10. $Y \sim Pow(5, 0.004)$ olduğu durumda güvenilirlik değerleri

Yeniden Sipariş Noktaları		R
-1	-1	0,931353
-1	0	0,944717
-1	1	0,950407
0	-1	0,956507
0	0	0,965704
0	1	0,969575
1	-1	0,961069
1	0	0,969469
1	1	0,972992

Tablo 4.10 incelendiğinde, etki rasgele değişkeninin $Y \sim Pow(5, 0.004)$ olduğu varsayımı altında, $z_0 = (1, 1)$ olarak kodlanan $(s, S) = (25, 60)$ envanter seviyesinin tek bir bayinin envanter yönetim modelinin güvenilirliğini maksimum düzeye çıkardığı görülmektedir.

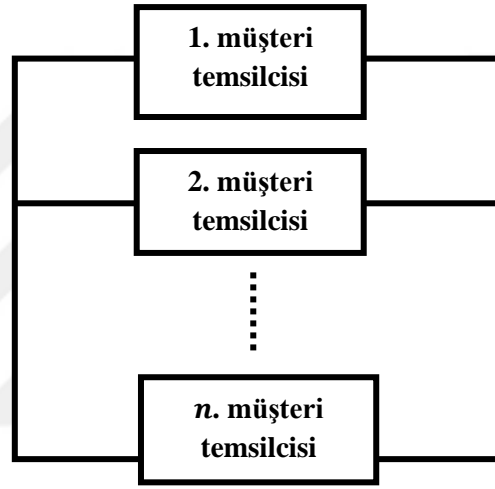
4.3. Çağrı Merkezi Sisteminin Etki-Dayanıklılık Güvenilirliği

Çağrı merkezleri; telefon, faks, e-mail, SMS, anlık ileti gibi çeşitli erişim yöntemleri ile işletmeler/kuruluşlar ve hizmet verdiği müşteriler arasında köprü görevi gören merkezlerdir. Bu merkezler, 20. yüzyılın sonlarına doğru dünyada hızla yaygınlaşmaya başlamıştır. İlk dönemlerde telefonla müşterilerin istek ve şikâyetlerine yanıt verme esasına dayanan sistem, ilerleyen süreçte satış, pazarlama, müşteri anketleri, tahsilat gibi pek çok alanda yaygınlaşmıştır (Mert, 2017). Günümüzde de hastaneler, firmalar, bankalar, telekomünikasyon şirketleri gibi özel ve kamusal bir çok kuruluşta etkin olarak hizmet vermektedir.

Çağrı merkezleri pek çok işleve sahip olduğundan işletmeler ve müşteriler için önemli bir rol oynar. Fakat bazı durumlarda müşteriler, bu merkezlerden bekledikleri hizmetleri hızlı ve verimli bir şekilde alamamaktadır ve bunun sonucunda müşteri memnuniyetsizliği yaşanmaktadır. Çağrı merkezleri ile ilgili şikâyetlerin büyük çoğunluğu kuyrukta bekleme sürelerinin uzun olmasından kaynaklanmaktadır (Sayın, 2013). Belirlenen vardiyada görev alan müşteri temsilcisi sayısının yetersiz olması, müşteri bekleme süresini arttırmakta, hizmet kalitesi açısından sorun yaratmaktadır. Müşteri temsilcisi sayısının fazla olması ise işletmenin maliyetlerinin (maaş, sigorta, vergi gibi) artmasına yol açmaktadır. Bu yüzden işletme açısından, belirlenen vardiyalarda görev alacak optimum müşteri temsilcisi sayısının belirlenmesi ve çağrı merkezi sisteminin performansının değerlendirilmesi önemli bir problemdir.

Çağrı merkezlerinde, sisteme gelen müşteriler uzunluğu sınırsız olan tek bir kuyruk oluşturmaktadır ve sisteme ilk gelen ilk hizmet görür disiplini esastır (Tierauf ve Diğ., 1975). Kuyruk modelleri müşterilerin kuyruk sistemine geliş akışına ve gelişler arası sürenin gösterdiği dağılım özelliklerine göre farklı

gruplara ayrılmaktadır. Çok kanallı modeller bu gruplardan biridir. Çok kanallı kuyruk sistemlerinde servis hizmeti birden fazla servis birimi tarafından sağlanır. Müşterilere hizmet veren servis birim sayısının birden fazla olduğu ve müşterilerin tek kuyrukta sıralandığı sistem, tek kuyruklu ve paralel servisli kuyruk mekanizmasıdır. Paralel servis, tüm servis birimlerinin aynı hizmeti vermesidir. Çağrı merkezlerinde de paralel şekilde aynı hizmeti veren çok kanallı servisçiler bulunmaktadır. Gelen aramalar tek kuyruk olarak, müşteri temsilcileri birbirlerine paralel bileşenler olarak ele alındığında sistemin blok diyagramı aşağıdaki şekilde gösterilebilir.



Şekil 4. 6. Uygulamadaki çağrı merkezi sistem yapısı

Kuyruk teorisinde sonsuz geliş kaynaklı – sonsuz çok kanallı kuyruk modeli olarak adlandırılan ve ilgilenilen bu sistemde, müşterilerin sisteme gelişleri λ parametrelili poisson dağılıma sahip iken servis süresi μ parametrelili üstel dağılımlıdır. Müşterilerin geliş kaynağı sonsuzdur (Tierauf and Klekamp, 1975). Hizmet almak için sisteme gelen müşteriler tek bir kuyruk oluştururlar ve kuyruk uzunluğu sınırsızdır. Kuyruk sistemine ilk gelen ilk hizmet görür. Sistemde n tane servis birimi olduğunu ve kuyruk sistemine gelen müşteri sayısının c olduğunu düşünelim. Kuyruk sisteminin işleyebilmesi için geliş oranının n tane servis hızından daha küçük olması gerekir. Yani $c \leq n$ ise kuyrukta bekleme olmayacaktır. Ancak $c > n$ ise $c - n$ sayıdaki müşteri servis almak için kuyrukta beklemek zorunda kalacaktır (Öztürk, 2004).

Sözü edilen bu probleme bir bakış açısı oluşturmak amacıyla bu tez çalışmasında n müşteri temsilcisinden oluşan bir çağrı merkezinin performansının değerlendirilmesi amacıyla etki-dayanıklılık güvenilirliğinden yararlanılmıştır. Sistemin sorunsuz bir şekilde işleyebilmesi için, müşteri temsilcilerinin hizmet sürelerinin, müşteri gelişleri arasındaki süreden küçük olması gerekmektedir. Dolayısıyla müşteri temsilcilerinin hizmet süresi dayanıklılık rasgele değişkeni (X) ve müşteriler arası geliş süreleri ise etki rasgele değişkeni (Y) olarak ele alınmış ve sistemin güvenilirliğine karşılık gelen $P(X < Y)$ olasılığının hesaplanması amaçlanmıştır.

Kuyruk sistemlerinde kullanılan kuyruk performans ölçütleri herhangi bir kuyruk sisteminin nasıl işlediği ile ilgili bilgiler verir. En sık kullanılan performans ölçütleri: kuyruk uzunluğu (L_q), sistem uzunluğu (L_s), müşterinin kuyrukta geçirdiği bekleme süresi (W_q), müşterinin sistemde geçirdiği bekleme süresi (W_s), hizmet sunan servis birimlerinin boş kalma olasılığı (P_0), sistemin meşgul olma olasılığı (ρ) şeklinde verilmektedir (Ladin, 1975). Dolayısıyla bu çalışmada hesaplanacak olacak olasılık bu performans ölçütlerine bir alternatif olarak kullanılabilir.

Çalışmada, müşteri temsilcilerinin hizmet süresi X ve müşteriler arası geliş süresi Y 'nin üstel dağılım ve power lomax dağılımına sahip olduğu varsayılarak çağrı merkezi sisteminin güvenilirliğinin yani $P(X < Y)$ 'nin hesaplanması amaçlanmıştır.

4.3.1. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin üstel dağılıma uyduğu durumda paralel sistemin etki-dayanıklılık güvenilirliği

$Y \sim Exp(\lambda)$ ve $X \sim Exp(\alpha)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil etsin. $G(y) = 1 - e^{-\lambda y}$ ve $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}$ sırasıyla etki ve dayanıklılık bileşenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, paralel bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.3) kullanılarak

$$R_p = P(Y > X) = \int_0^{\infty} (1 - (1 - e^{-\lambda x})^n) \alpha e^{-\alpha x} dx$$

(4.3)

ile hesaplanır. Bu integralin hesaplanabilmesi için binom açılımı kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılmıştır.

$$(1 + (-e^{-\lambda x}))^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-e^{-\lambda x})^k$$

Bu eşitlik, (4.3)'de yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\begin{aligned} R_p &= \int_0^{\infty} \left(1 - \left[\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-e^{-\lambda x})^k \right] \right) \alpha e^{-\alpha x} dx \\ &= \int_0^{\infty} \alpha e^{-\alpha x} dx - \int_0^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-e^{-\lambda x})^k \right) \alpha e^{-\alpha x} dx \\ &= (-e^{-\alpha x}) \Big|_0^{\infty} - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k \alpha \frac{e^{-(k\lambda + \alpha)x}}{-(k\lambda + \alpha)} \Big|_0^{\infty} \end{aligned}$$

bulunur. İntegral sınırları yazıldığında, n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{p_n} olmak üzere, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin üstel dağılıma uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli paralel bir sistemin güvenilirliği

$$R_{p_n} = 1 - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha}$$

olarak bulunur.

Elde edilen güvenilirlik denklemi için bazı özel durumlar aşağıda verilmektedir.
Sistem güvenilirliği;

$n = 1$ olduğu durumda;

$$R_{p_1} = 1 - \sum_{k=0}^1 (-1)^k \frac{\binom{1}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = \frac{\alpha}{\lambda + \alpha}$$

$n = 2$ olduğu durumda;

$$R_{p_2} = 1 - \sum_{k=0}^2 (-1)^k \frac{\binom{2}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = \frac{2\alpha}{\lambda + \alpha} - \frac{\alpha}{2\lambda + \alpha}$$

$n = 3$ olduğu durumda;

$$R_{p_3} = 1 - \sum_{k=0}^3 (-1)^k \frac{\binom{3}{k} \alpha}{k\lambda + \alpha} = \frac{3\alpha}{\lambda + \alpha} - \frac{3\alpha}{2\lambda + \alpha} + \frac{\alpha}{3\lambda + \alpha}$$

ile hesaplanır.

Bu özel durumlar, n çağrı merkezi sisteminde hizmet veren müşteri temsilcisi sayısını göstermek üzere, farklı λ ve α değerleri için hesaplanarak Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4. 11. λ ve α değerleri için hesaplanan güvenilirlik değerleri

		α						
		λ	0,1	0,2	0,5	1	2	3
$n = 1$	0,1		0,5000	0,6667	0,8333	0,9091	0,9524	0,9677
	0,2		0,3333	0,5000	0,7143	0,8333	0,9091	0,9375
	0,5		0,1667	0,2857	0,5000	0,6667	0,8000	0,8571
	1		0,0909	0,1667	0,3333	0,5000	0,6667	0,7500
	2		0,0476	0,0909	0,2000	0,3333	0,5000	0,6000
	3		0,0323	0,0625	0,1429	0,2500	0,4000	0,5000
$n = 2$	0,1		0,6667	0,8333	0,9524	0,9848	0,9957	0,9980
	0,2		0,4667	0,6667	0,8730	0,9524	0,9848	0,9926
	0,5		0,2424	0,4048	0,6667	0,8333	0,9333	0,9643
	1		0,1342	0,2424	0,4667	0,6667	0,8333	0,9000
	2		0,0708	0,1342	0,2889	0,4667	0,6667	0,7714
	3		0,0481	0,0927	0,2088	0,3571	0,5500	0,6667
$n = 3$	0,1		0,7500	0,9000	0,9821	0,9965	0,9994	0,9998
	0,2		0,5429	0,7500	0,9307	0,9821	0,9965	0,9988
	0,5		0,2898	0,4748	0,7500	0,9000	0,9714	0,9881
	1		0,1621	0,2898	0,5429	0,7500	0,9000	0,9500
	2		0,0861	0,1621	0,3436	0,5429	0,7500	0,8476
	3		0,0586	0,1125	0,2504	0,4214	0,6318	0,7500
$n = 10$	0,1		0,9091	0,9848	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	0,2		0,7297	0,9091	0,9929	0,9997	1,0000	1,0000
	0,5		0,4274	0,6562	0,9091	0,9848	0,9990	0,9999
	1		0,2484	0,4274	0,7297	0,9091	0,9848	0,9965
	2		0,1346	0,2484	0,4980	0,7297	0,9091	0,9647
	3		0,0922	0,1746	0,3739	0,5944	0,8156	0,9091
$n = 15$	0,1		0,9375	0,9926	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	0,2		0,7767	0,9375	0,9971	0,9999	1,0000	1,0000
	0,5		0,4700	0,7051	0,9375	0,9926	0,9997	1,0000
	1		0,2770	0,4700	0,7767	0,9375	0,9926	0,9988
	2		0,1512	0,2770	0,5441	0,7767	0,9375	0,9797
	3		0,1039	0,1957	0,4130	0,6431	0,8568	0,9375

Tablo 4.11 incelendiğinde λ etki değişkeni Y 'nin parametresi; α dayanıklılık değişkeni X 'nin parametresi olmak üzere, α parametresinin artmasının sistem güvenilirliğini arttırdığı görülmektedir. λ parametresinin artması ise sistem

güvenilirliğini azaltmaktadır. Aynı zamanda, sistemde çalışan müşteri temsilcisi sayısının artmasının sistemin güvenilirliğini arttırdığı görülmektedir.

4.3.2. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda paralel sistemlerin etki-dayanıklılık güvenilirliği

Literatürde Lomax dağılımı ele alınarak yapılan kuyruk çalışmaları mevcuttur. Chen et al. (2015) çalışmalarında veri bloğu uzunluklarının Lomax dağılımından geldiği Poisson Lomax Burst Süreci (PLBS) olarak adlandırılan $M/G/\infty$ trafik sürecini ele almışlardır. Bu sürecin internet trafiği akış boyutlarını modellemedeki avantajını göstererek kuyruk performansı değerlendirmesi yapmışlardır. Corbellini et al. (2010) kuyruk teorisini incelediği çalışmada firma büyüklüğü verilerini pareto II (lomax) dağılımına uydurarak, hisse senedi piyasasının firma büyüklüğü dağılımını şekillendirmedeki rolüne ve firma büyüklüğü etkisine atıfta bulunmuş, sonuçların olası ekonomik yorumlarını yapmıştır.

Çalışmanın bu kısmında Power Lomax dağılımının kuyruk teorisi çalışmalarında kullanılmasından dolayı müşteri temsilcilerinin hizmet sürelerinin ve müşteriler arası geliş sürelerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durum ele alınarak çağrı merkezi sisteminin etki-dayanıklılık güvenilirliğinin hesaplanması amaçlanmıştır.

$Y \sim PoLo(\beta)$ ve $X \sim PoLo(\theta)$ olmak üzere sırasıyla Y sistemin maruz kaldığı etkiyi, X ise sistemin etkiye karşı gösterdiği direnci (dayanıklılık) temsil etsin. $G(y, \beta) = 1 - (1 + y)^{-\beta}$ ve $F(x, \theta) = 1 - (1 + x)^{-\theta}$ sırasıyla etki ve dayanıklılık bileşenlerinin kümülatif dağılım fonksiyonları olmak üzere, paralel bir sistemin güvenilirliği eşitlik (3.3) kullanılarak

$$R_p = P(Y > X) = \int_0^{\infty} (1 - [1 - (1 + x)^{-\beta}]^n) \theta (1 + x)^{-(\theta+1)} dx \quad (4.4.)$$

ile hesaplanır. Bu integralin hesaplanabilmesi için binom açılımı kullanılarak aşağıdaki eşitlik yazılmıştır.

$$(1 + (-(1+x)^{-\beta}))^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-(1+x)^{-\beta})^k$$

Bu eşitlik (4.4)'de yerine konulup gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$\begin{aligned} R_p &= \int_0^{\infty} \left(1 - \left[\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k ((1+x)^{-\beta})^k \right] \right) \theta (1+x)^{-(\theta+1)} dx \\ &= \int_0^{\infty} \theta (1+x)^{-(\theta+1)} dx - \int_0^{\infty} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k ((1+x)^{-\beta})^k \right) \theta (1+x)^{-(\theta+1)} dx \\ &= \frac{\theta (1+x)^{-\theta}}{-\theta} \Big|_0^{\infty} - \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 1^{n-k} (-1)^k \theta \left(\frac{(1+x)^{-(k\beta+\theta)}}{-k\beta+\theta} \right) \Big|_0^{\infty} \end{aligned}$$

bulunur. İntegral sınırları yazıldığında, n bileşene sahip bir sistemin güvenilirliği R_{p_n} olmak üzere, etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin power lomax dağılımına uyduğu durumda ortak etki altındaki n bileşenli paralel sistemin güvenilirliği

$$R_{p_n} = 1 - \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{\binom{n}{k} \theta}{k\beta + \theta}$$

olarak bulunur. Elde edilen güvenilirlik denklemi için bazı özel durumlar aşağıda verilmektedir. Sistem güvenilirliği,
 $n = 1$ olduğu durumda;

$$R_{p_1} = 1 - \sum_{k=0}^1 (-1)^k \frac{\binom{1}{k} \theta}{k\beta + \theta} = \frac{\theta}{\beta + \theta}$$

$n = 2$ olduğu durumda;

$$R_{p_2} = 1 - \sum_{k=0}^2 (-1)^k \frac{\binom{2}{k} \theta}{k\beta + \theta} = \frac{2\theta}{\beta + \theta} - \frac{\theta}{2\beta + \theta}$$

$n = 3$ olduğu durumda;

$$R_{p_3} = 1 - \sum_{k=0}^3 (-1)^k \frac{\binom{3}{k} \theta}{k\beta + \theta} = \frac{3\theta}{\beta + \theta} - \frac{3\theta}{2\beta + \theta} + \frac{\theta}{3\beta + \theta}$$

ile hesaplanır. Bu özel durumlar, n çağrı merkezi sisteminde hizmet veren müşteri temsilcisi sayısını göstermek üzere farklı θ ve β değerleri için hesaplanarak Tablo 4.12'de verilmiştir.

Tablo 4. 12. θ ve β değerleri için hesaplanan güvenilirlik değerleri

		θ						
		β	0,1	0,2	0,5	1	2	3
$n = 1$	0,1		0,5000	0,6667	0,8333	0,9091	0,9524	0,9677
	0,2		0,3333	0,5000	0,7143	0,8333	0,9091	0,9375
	0,5		0,1667	0,2857	0,5000	0,6667	0,8000	0,8571
	1		0,0909	0,1667	0,3333	0,5000	0,6667	0,7500
	2		0,0476	0,0909	0,2000	0,3333	0,5000	0,6000
	3		0,0323	0,0625	0,1429	0,2500	0,4000	0,5000
$n = 2$	0,1		0,6667	0,8333	0,9524	0,9848	0,9957	0,9980
	0,2		0,4667	0,6667	0,8730	0,9524	0,9848	0,9926
	0,5		0,2424	0,4048	0,6667	0,8333	0,9333	0,9643
	1		0,1342	0,2424	0,4667	0,6667	0,8333	0,9000
	2		0,0708	0,1342	0,2889	0,4667	0,6667	0,7714
	3		0,0481	0,0927	0,2088	0,3571	0,5500	0,6667
$n = 3$	0,1		0,7500	0,9000	0,9821	0,9965	0,9994	0,9998
	0,2		0,5429	0,7500	0,9307	0,9821	0,9965	0,9988
	0,5		0,2898	0,4748	0,7500	0,9000	0,9714	0,9881
	1		0,1621	0,2898	0,5429	0,7500	0,9000	0,9500
	2		0,0861	0,1621	0,3436	0,5429	0,7500	0,8476
	3		0,0586	0,1125	0,2504	0,4214	0,6318	0,7500
$n = 10$	0,1		0,9091	0,9848	0,9997	1,0000	1,0000	1,0000
	0,2		0,7297	0,9091	0,9929	0,9997	1,0000	1,0000
	0,5		0,4274	0,6562	0,9091	0,9848	0,9990	0,9999
	1		0,2484	0,4274	0,7297	0,9091	0,9848	0,9965
	2		0,1346	0,2484	0,4980	0,7297	0,9091	0,9647
	3		0,0922	0,1746	0,3739	0,5944	0,8156	0,9091
$n = 15$	0,1		0,9375	0,9926	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
	0,2		0,7767	0,9375	0,9971	0,9999	1,0000	1,0000
	0,5		0,4700	0,7051	0,9375	0,9926	0,9997	1,0000
	1		0,2770	0,4700	0,7767	0,9375	0,9926	0,9988
	2		0,1512	0,2770	0,5441	0,7767	0,9375	0,9797
	3		0,1039	0,1957	0,4130	0,6431	0,8568	0,9375

Tablo 4.12 incelendiğinde β etki değişkeni Y 'nin parametresi; θ dayanıklılık değişkeni X 'nin parametresi olmak üzere, θ parametresinin artmasının sistem güvenilirliğini arttırdığı görülmektedir. β parametresinin artması ise sistem güvenilirliğini azaltmaktadır. Aynı zamanda, sistemde çalışan

müşteri temsilcisi sayısının artmasının sistemin güvenilirliğini arttırdığı görülmektedir.



5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu tez çalışmasında, güvenilirlik analizinde önemli bir role sahip olan etki-dayanıklılık güvenilirlik modelleri incelenmiştir. Etki ve dayanıklılık rasgele değişkenlerinin Power Function ve Power Lomax dağılımlarından geldiği durumlar ele alınmış, ortak etki altındaki n bileşenli seri ve paralel sistemlerin güvenilirliğinin hesaplanabilmesi amacıyla genel denklemler elde edilmiştir. X dayanıklılık rasgele değişkeni, Y ise etki rasgele değişkeni olarak ele alınmış; elde edilen genel denklemlerden yararlanılarak bazı özel durumlar için seri ve paralel sistemlerin güvenilirlikleri yani $P(X > Y)$ olasılığı hesaplanmıştır. Yapılan hesaplamalar sonucunda;

- Etki ve dayanıklılık değişkenlerinin Power Function dağılımına uyduğu durumda her iki sistem yapısı göz önüne alındığında; aynı etki parametresi için; dayanıklılık değişkeninin parametresi arttıkça sistem güvenilirliğinin arttığı ve aynı dayanıklılık parametresi için; etki değişkeninin parametresi arttıkça sistem güvenilirliğinin azaldığı gözlemlenmiştir (Tablo 3.1).
- Etki ve dayanıklılık değişkenlerinin Power Lomax dağılımına uyduğu durumda ise her iki sistem yapısı için bu durumun tam tersi gözlemlenmiştir. Aynı etki parametresi için; dayanıklılık değişkeninin parametresi arttıkça sistem güvenilirliğinin azaldığı ve aynı dayanıklılık parametresi için; etki değişkeninin parametresi arttıkça sistem güvenilirliğinin arttığı gözlemlenmiştir (Tablo 3.2).

Elde edilen bu genel denklemler çok bileşenli sistemlerin güvenilirliklerinin hesaplamalarında ve aynı yapıdaki iki farklı sistemin güvenilirliklerini ve performanslarını karşılaştırmak amacıyla kullanılabilir. Literatürde, Hanagal (2003), Gupta et al. (2010) ve Hamad & Salman (2021) gibi birçok araştırmacı güvenilirlik için nokta ve aralık tahmin çalışmalarında bulunmuştur. Gelecek çalışmalarda da maksimum olabilirlik ve momentler yöntemi gibi parametrik veya parametrik olmayan yöntemler kullanılarak, etki ve dayanıklılık değişkenlerinin

bu dağılımlara uyduğu durumlarda güvenilirlik için nokta ve aralık tahminlerinin elde edilmesi çalışmaları yapılabilir. Dolayısıyla bu denklemlerin oluşturulması literatüre katkı açısından önemlidir.

Tezde, teorik bulgulara ek olarak etki-dayanıklılık modellerinin çeşitli alanlarda uygulanabilirliğini göstermek amacıyla tedarik zinciri, çağrı merkezi ve envanter kontrol yönetimi sistemi gibi farklı alanlarda uygulamalara yer verilmiştir. Uygulamalarda X dayanıklılık rasgele değişkeni, Y ise etki rasgele değişkeni olarak ele alınarak $P(X > Y)$ olasılığının hesaplanmasının yanısıra, sistem güvenilirliğinin $P(Y > X)$ olasılığına karşılık geldiği özel durumlar incelenmiştir.

- Bünyesinde bir tedarikçi ve iki bayi bulunduran bir işletmenin tedarik zinciri sisteminin güvenilirliğinin incelendiği uygulamada, çeşitli varsayımlar ele alınarak sistem güvenilirliği hesaplanmıştır. Bayilerin özdeş veya farklı talep ortalamalarına sahip olduğu durumda, diğer parametreler sabitken, bayilerin toplam talep ortalamaları arttıkça tedarik zinciri sisteminin güvenilirliğinin (ürünün stokta bulunma olasılığının) azaldığı görülmüştür. Yine diğer parametreler sabitken, tedarikçinin talep ve arzının varyansı arttıkça tedarik zinciri sisteminin güvenilirliğinin (ürünün stokta bulunma olasılığının) azaldığı gözlemlenmiştir.
- İki bayiye sahip bir işletmenin (s, S) envanter yönetim modelinin güvenilirliğinin incelendiği uygulamada; bayilerin birinin envanter yönetim varsayımlarının değiştirilmesinin aynı yeniden sipariş noktaları için sistem güvenilirliğini etkilediği görülmüştür. Varsayımların değişmesi aynı zamanda sistem güvenilirliğini maksimize eden yeniden sipariş noktalarının değişmesine de sebep olmuştur.
- Bir çağrı merkezi sisteminin güvenilirliğinin incelendiği uygulamada; müşteri temsilcilerinin hizmet süresi dayanıklılık rasgele değişkeni ve müşteriler arası geliş süreleri etki rasgele değişkeni olarak ele alınmış, bu değişkenlerin üstel dağılım ve Power Lomax dağılımlarına uyduğu

durumlar için sistem güvenilirliği hesaplanmıştır. Her iki durumda da dayanıklılık değişkeninin parametresinin artmasının güvenilirliği arttırdığı, etki değişkeninin parametresinin artmasının güvenilirliği azalttığı gözlemlenmiştir.

Bu uygulamalar, etki-dayanıklılık modellerinin sistem güvenilirliği analizlerinde kullanıldığı gibi sistemlerin performanslarının değerlendirilmesinde de alternatif bir ölçüt olarak kullanılabileceğini göstermesi açısından önem taşımaktadır. Gelecekteki alışmalarda $P(X < Y)$ olasılığının, sistemin karşılaştığı risk olarak ele alındığı çalışmalar yapılarak bu olasılık farklı bir kavram olarak incelenebilir.



KAYNAKLAR DİZİNİ

- Abdul-Moniem, I.B.**, 2012, Recurrence relations for moments of lower generalized order statistics from exponentiated Lomax distribution and its characterization. *Int J Math Arch*, 3:2144–2150 pp.
- Adimari, G., Chiogna, M.**, 2006, Partially parametric interval estimation of $\Pr\{Y > X\}$. *Computational Statistics & Data Analysis* 51,1875 – 1891 pp.
- Ahmed, I. and Sultana, I.**, 2014, A literature review on inventory modeling with reliability consideration. *International Journal of Industrial Engineering Computations* 5:169–178 pp.
- Almaktoom, A.T., Krishnan, K.K., Wang, P. and Alsobhi, S.**, 2016, Cost efficient robust global supply chain system design under uncertainty, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 85, no. 1-4, 853–868 pp.
- Ashok, P., Swathi, N., Devi, M.T., Maheswari, T.S.U.**, 2019, Reliability for a Multicomponent System Using Mixture of Two Weibull Distributions, *International Journal of Recent Technology and Engineering*, Vol.7, 5S2, 556-559 pp.
- Atkinson, A., Harrison, A.**, 1978, Distribution of personal wealth in Britain. *Cambridge University Press*, Cambridge
- Axsäter, S.**, 2001, A framework for decentralized multi-echelon inventory control. *IIE Transactions*, 33, 91–97 pp.
- Axsäter, S.**, 2003, Approximate optimization of a two-level distribution inventory system, *International Journal of Production Economics*, Vol. 81–82, 545-553 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Barlow, R. E., Proschan, F.**, 1975, *Statistical Theory of Reliability and Life Testing*, Holt, Rinehart and Winston, Inc, New York
- Bashyam, S. and C. Fu, M.**, 1998, Optimization of (s, S) Inventory Systems with Random Lead Times and a Service Level Constraint, *Management Science*, Vol. 44, No. 12, 243-256 pp.
- Beamon, B.M.**, 1998, Supply Chain Design and Analysis: Models and Methods. *International Journal of Production Economics*, 55, 281-294 pp.
- Beatriz, A.J., Gutiérrez, J. M., Sicilia, J.**, 2006, Single cycle policies for the one-warehouse N-retailer inventory/distribution system, *Omega, Elsevier*, vol. 34(2), 196-208 pp.
- Bhattacharyya, G., & Johnson, R. A.**, 1974, Estimation of reliability in a multicomponent stress-strength model. *Journal of the American Statistical Association*, 69(348), 966–970 pp.
- Bhattacharya, D. and Roychowdhury, S.**, 2013, Reliability of a Coherent System in a Multicomponent Stress-Strength Model, *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 32:1, 40-52 pp.
- Birnbaum, Z.W.**, 1956, On a use of Mann-Whitney statistics. *Proc. Third Berkeley Symp. in Math. Statist. Probab.*, Vol. 1, 13-17, University of California Press, Berkeley, CA.
- Birnbaum, Z., McCarty, R. et al.**, 1958, A distribution-free upper confidence bound for $Pr[Y < X]$, based on independent samples of X and Y . *Annals of Mathematical Statistics*, 29(2), 558–562 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Chen, J., Addie, R. G., Zukerman, M., & Neame, T. D.**, 2015, Performance Evaluation of a Queue Fed by a Poisson Lomax Burst Process. *IEEE Communications Letters*, 19(3), 367-370 pp.
- Chung, W.K.**, 1982, Some stress-strength reliability models, *Microelectronics Reliability*, 22(2), 277-280 pp.
- Church, J. D., & Harris, B.**, 1970, The estimation of reliability from stress-strength relationships. *Technometrics*, 12(1), 49–54 pp.
- Clark, A.J. and Scarf, H.**, 1960, Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem. *The Institute of Management Sciences*, Vol.6, No.4, 475-490 pp.
- Corbellini, A., Crosato, L., Ganugi, P. Mazzoli, M.**, 2007, Fitting Pareto II distributions on firm size: Statistical methodology and economic puzzles. Paper presented at the international conference on applied stochastic models and data analysis, Chania, Crete
- Cordeiro, G., Ramos, M., Marinho, P. and Silva, R.**, 2013, The exponentiated Lomax Poisson distribution with an application to lifetime data. *Advances and Applications in Statistics Volume 34(2)*, 107-135 pp.
- Domma, F., Giordano, S.**, 2012, A stress-strength model with dependent variables to measure household financial fragility, *Stat. Methods Appl.*, vol. 21, 375-389 pp.
- Downton, F.**, 1973, On the estimation of $\Pr(Y < X)$ in the normal case. *Technometrics*, 15: 551-558 pp.
- Dui, H., Li, C. and Chen, L.**, 2019, Reliability-oriented extended importance measures in uncertain inventory systems for mechanical products, *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 11(2) 1–9 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Elsayed, E.A.**, 1996, Reliability Engineering. Addison Wesley Longman, Inc.
- Eryilmaz, S.**, 2008, Multivariate stress–strength reliability model and its evaluation for coherent structures, *Journal of Multivariate Analysis*, 99, 1878–1887 pp.
- Eryilmaz, S.**, 2008, Consecutive k-out-of-n : G system in stress-strength setup, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, vol. 37, no.3, 579-589 pp.
- Eryilmaz, S.**, 2010, On system reliability in stress-strength setup, *Statistics and Probability Letters*, vol. 80, 834-839 pp.
- Eryilmaz S. , Yazgı Tütüncü G.**, 2015, Stress strength reliability in the presence of fuzziness, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 282, 262–267 pp.
- Forsberg, R.**, 1997, Exact evaluation of (R, Q)-policies for two-level inventory systems with Poisson demand, *European Journal of Operational Research*, Vol. 96(1),130-138 pp.
- Fu, M.C., Healy, K. J.**, 1992, Simulation of (s,S) inventory systems, Proceedings of the 24th conference on Winter simulation Conference, 506–514 pp.
- Ganeshan, R.**, 1999, Managing supply chain inventories: A multiple retailer, one warehouse, multiple supplier model, *Int. J. Production Economics*, 59, 341-354 pp.
- Ghitany, M.E., Al-Awadhi, F.A. and Alkhalfan, L.A.**, 2007, Marshall–Olkin Extended Lomax Distribution and Its Application to Censored Data, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 36:10, 1855-1866 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Ghodsypour, S.H. and O'Brien, C.**, 1998, A Decision Support System for Supplier Selection Using an Integrated Analytic Hierarchy Process and Linear Programming, *International Journal of Production Economics*, Vol. 56–57, 199-122 pp.
- Godoy, D.R., Pascual, R. and Knights, P.**, 2013, Critical spare parts ordering decisions using conditional reliability and stochastic lead time, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol.119,199-206 pp.
- Gupta, R., Ghitany, M., Al-Mutairi, D.**, 2010, Estimation of reliability from Marshall–Olkin extended Lomax distributions. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 80:937–947 pp.
- Ha, C., Jun,B. and Ok, C.**, 2018, A mathematical definition and basic structures for supply chain reliability: A procurement capability perspective. *Computers & Industrial Engineering* 120: 334–345 pp.
- Hamad, A.M. and Salman, B.**, 2021, On estimation of the stress-strength reliability on POLO distribution function, *Ain Shams Engineering Journal*, 4037-4044 pp.
- Hanagal, D.**, 1996, A multivariate Pareto distribution, *Communications in statistics, Theory and Methods* 25 (7) 1471–1488 pp.
- Hanagal, D. D.**, 1996, Estimation of system reliability under bivariate Pareto distribution. *Parishankyan Samikkha*, 3,13-18 pp.
- Hanagal, D. D.**, 1998, Estimation of system reliability in stress-strength models for distributions useful in life testing, *IAPQR Transactions*, Vol.23. No.1, 61-65 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hanagal, D.**, 2003, Estimation of system reliability in multicomponent series stress–strength models. *Journal of Indian Statistical Association* 41, 1–7 pp.
- Harris, C.M.**, 1968, The Pareto Distribution as a Queue Service Discipline. *Operations Research*, 16(2):307-313 pp.
- Hejazi, T. H.**, 2017, A multiresponse model for reliability-based simulation optimization in systems subjected to random external stresses, *Qual Reliab. Engng Int.*, vol.33, 1225–1233 pp.
- Huang, C.**, 2017, Evaluation of system reliability for a stochastic delivery-flow distribution network with inventory. *Annals of Operations Research, Springer*, vol. 277(1),33-45 pp.
- Ibrahim, A.B., Moniem, A., Hameed, A.**, 2012, Exponentiated Lomax distribution International, *Journal of Mathematical Education*, 33(5):1–7 pp.
- İşçioğlu, F.**, 2010, Çok Durumlu Sistemlerin İstatistiksel Güvenilirliği, Doktora Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 60s.
- Jalali, H. and Nieuwenhuys, I.V.**, 2015, Simulation optimization in inventory replenishment: a classification, *IIE Transactions*, 47:11,1217-1235 pp.
- Jiang, L. and Wong, A. C. M.**, 2008, A note on inference for $P(X<Y)$ for right truncated exponentially distributed data, *Stat Papers*, 49, 637-651 pp.
- Johnson, R.A.**, 1988, 3 Stress-strength models for reliability, *Handbook of Statistics*, Vol.7, 27-54 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Kalchschmidt, M., Zotteri, G. and Verganti, R.**, 2003, Inventory management in a multi-echelon spare parts supply chain, *International Journal of Production Economics*, 82(3):397-413 pp.
- Kasap, N., Biçer, İ. ve Yüksel Özkaya, B.**, 2010, Stokastik envanter model kullanılarak iş makinelerinin onarımında kullanılan kritik yedek parçalar için envanter yönetim sistemi oluşturulması, *Istanbul University Journal of the School of Business Administration* Cilt/Vol:39, Sayı/No:2, 310-334 s.
- Kelle, P. and Milne, A.**, 1999, The effect of (s, S) ordering policy on the supply chain, *International Journal of Production Economics*, vol. 59,1-3, 113-122 pp.
- Keskin, G.A., Çolak, M. ve Karanfil Kostak, G.**, 2018, Bir çağrı merkezindeki bekleme sürelerinin kuyruk modelleri ile iyileştirilmesi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 55-68 s.
- Kotz, S., & Pensky, M.**, 2003, The stress-strength model and its generalizations: theory and applications. Singapore: World Scientific.
- Kunchur, S.H., Munoli S.B.**, 1993, Estimation of reliability for a multicomponent survival stress-strength model based on exponential distributions, *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 22:3, 769-779 pp.
- Kundu, D., Gupta, R. D.**, 2006, Estimation of $P[Y < X]$ for weibull distributions. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(2), 270–280 pp.
- Kundu, D., Raqab, M.Z.**, 2009, Estimation of $R = P\{Y < X\}$ for three-parameter Weibull distribution. *Statistics & Probability Letters* 79, 1839–1846 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Kuo, W. and Zuo, M.J.**, 2003, Optimal Reliability Modeling: Principles and Applications, John Wiley&Sons, New York, 544 p.
- Lemonte A. J., and Cordeiro, G. M.**, 2013, An extended Lomax distribution, *Statistics*,47: 800–816 pp.
- Liu, D., Gao, Q., Huang, Z.X. and Liu, H.**, 2012, “Reliability of the supply and demand distribution in spare parts inventory network”, In Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering International Conference (ICQR2MSE), 1415-1417 pp.
- Lukinskiy, V.,Lukinskiy, V.,Churilov, R.**, 2014, Problems of the supply chain reliability evaluation, *Transport and Telecommunication*, volume 15, no. 2, 120–129 pp.
- Maji, A., Bhunia, A.K. and Mondal, S.K.**, 2020, Exploring a production-inventory model with optimal reliability of the production in a parallel-series system, *Journal of Industrial and Production Engineering*, 37:2-3, 71-86 pp.
- Meindl, P. and Chopra, S.**, 2004, Supply Chain Management: Strategy, Planning, and Operation. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall
- Meniconi, M. and Barry, D.M.**, 1995, The Power Function Distribution: A Useful And Simple Distribution To Assess Electrical Component Reliability, *Microelectronics Reliability*, Vol. 36, No. 9, 1207-1212 pp.
- Mert, Y.L.**, 2017, Kamu Kurumlarının Çağrı Merkezleri Üzerine Bir Analiz, *Selçuk Üniversitesi İletişim Fakültesi Akademik Dergisi*, 10 (1): 134-157 s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Mitra, S. and Chatterjee, A. K.**, 2004, Echelon stock based continuous review (R,Q) policy for fast moving items, *Omega, Elsevier*, vol. 32(2), 161-166 pp.
- Mitra, S. and Chatterjee, A. K.**, 2004, Leveraging Information in Multi-Echelon Inventory Systems, *European Journal of Operational Research*, 152(1):263-280 pp.
- Mokhlis, N. A., Ibrahim, E. J., & Gharieb, D. M.**, 2017, Stress- strength reliability with general form distributions. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(3), 1230–1246 pp.
- Naikan, V.N.A., Datar, A. and Sarmah, S.P.**, 2015, A demand–supply interference technique for modeling Spare parts inventory policy, *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 10:3, 191-198 pp.
- Neculescu, D.S., Krausz A.S.**, 1986, A Multi-Step Stress-Strength Model of a Parallel System, *IEEE Transactions On Reliability*, vol. R-35, No.1, 119-123 pp.
- Özler, B.Ş.**, 2011, Modeling of the aging process in stress-strength models. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Ana Bilim Dalı 48s. (yayımlanmış)
- Paul, R. K. and Uddin, B.**, 1997, Estimation of reliability of stress-strength model with non-identical component strengths, *Microelectronics and Reliability*, 37(6): 923-927 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Place, C.S., Strutt, J.E., Allsopp, K., Irving, P.E. and Trille C.**, 1999, Reliability Prediction Of Helicopter Transmission Systems Using Stress–Strength Interference With Underlying Damage Accumulation, *Quality And Reliability Engineering International*, 15: 69–78 pp.
- Pıçak, S.Z.**, 2001, Envanter kontrol sistemleri ve stokastik modelde uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Ana Bilim Dalı, 86s. (yayımlanmış)
- Rady, E.A., Hassanein, W.A. and Elhaddad, T.A.**, 2016, The power Lomax distribution with an application to bladder cancer data. *SpringerPlus*, 5:1838 pp.
- Rau, H., Wu, M.-Y. and Wee, H.-M.**, 2003, Integrated Inventory Model for Deteriorating Items under A Multi-Echelon Supply Chain Environment, *Int. J. Production Economics*, 86: 155–168 pp.
- Salman B.B.**, 2012, Comparison Different Estimation Methods for System Reliability in Stress-Strength Models, Yüksek Lisans Tezi, University of Baghdad, College of Education for Pure Science, 149 s.
- Saracoglu, B., Kaya, M.F.**, 2007, Maximum likelihood estimation and confidence intervals of system reliability for Gomperts distribution in stress–strength models. *Selcuk Journal of Applied Mathematics* 8, 25–36 pp.
- Sayın, M.**, 2013, Çağrı Merkezi Gelen Çağrılarındaki Bekleme Süresinin Azaltılması: Akıllı Dış Arama Uygulaması, XV. Akademik Bilişim Konferansı Bildirileri, 229-234 s.
- Simchi-Levi, D., Kaminsky, P. and Simchi-Levi, E.**, 2004, Managing the Supply Chain: The Definitive Guide for the Business Professional, McGraw-Hill, New York

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Simchi-Levi, D., Kaminsky, P. and Simchi-Levi, E.**, 1999, Designing and Managing the Supply Chain: Concepts, Strategies, and Cases, McGraw-Hill, New York
- Tahir, M. H., Cordeiro, G.M., Mansoor, M. and Zubair, M.**, 2015, The Weibull-Lomax distribution: properties and applications. *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, Volume 44(2):461- 480 pp.
- Taşkın Gümüş, A.**, 2007, Tedarik Zincirlerinde Talep Ve Temin Sürelerine Duyarlı Çok Aşamalı Envanter Kararlarının İncelenmesi Ve Endüstriyel Bir Uygulama. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Ana Bilim Dalı, 223 s. (yayımlanmış)
- Tierauf, R.J. and Klekamp, R.C.**, 1975, Decision Making Through Operations Research. *John Wiley*, New York, 427 pp.
- Timur, M. N., Baőkol, M., Çekerol, G. S. & Suvacı, B.**, 2019, Tedarik Zinciri Yönetimi. Eskiőehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları.
- Yoo Y.-J., Kim W.-S. and Rhee, J.T.**, 1997, Efficient Inventory Management in Multi- Echelon Distribution Systems, *Computers and Ind. Eng.* 33(3-4), 729-732 pp.
- Qiu, R., Sun, M. and Lim, Y.F.**, 2017, Optimizing (s, S) policies for multi-period inventory models with demand distribution uncertainty: Robust dynamic programming approaches. *European Journal of Operational Research*. 261, (3), 880-892 pp.
- Zaitsev, E.**, 2012, Supply chain reliability modelling, *Scientific Journal of Logistics*, 8 (1), 61-69 pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Williams, B.D. and Tokar, T., 2008, A Review of Inventory Management Research in Major Logistics Journals, *The International Journal of Logistics Management*, 19(2):212-232 pp.



TEŞEKKÜR

Çalışma sürecim boyunca desteğini hissettiğim, beni yönlendiren, değerli bilgi ve tecrübelerini benimle paylaşan tez danışmanım Doç. Dr. Sevcan DEMİR ATALAY'a teşekkür ederim.

Her zaman yanımda olan ve manevi desteklerini benden esirgemeyen aileme teşekkür ederim.

14 / 09 / 2022

Özge BALTA

ÖZGEÇMİŞ

2011 yılında orta öğrenimini Teğmen Ali Rıza Akıncı Anadolu Lisesi'nde tamamlayarak aynı yıl Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde lisans eğitimine başlamış, 2016 yılında mezun olmuştur. 2019 yılından itibaren Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimi görmektedir.



EK-1

Tablo 4.2’de verilen 30 haftalık talep verileri için Easyfit programı çıktısı

43	Normal	$\sigma=12,705$ $\mu=25,4$				
Kolmogorov-Smirnov						
Sample Size	30					
Statistic	0,11893					
P-Value	0,7459					
Rank	27					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	0,19032	0,21756	0,2417	0,27023	0,28987	
Reject?	No	No	No	No	No	
Anderson-Darling						
Sample Size	30					
Statistic	0,36101					
Rank	18					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074	
Reject?	No	No	No	No	No	
Chi-Squared						
Deg. of freedom	3					
Statistic	3,9544					
P-Value	0,26643					
Rank	34					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,345	

Reject?	No	No	No	No	No
---------	----	----	----	----	----

Tablo 4.2’de verilen 30 haftalık arz verileri için Easyfit programı çıktısı

43	Normal	$\sigma=6,6785$ $\mu=30,133$				
Normal [#43]						
Kolmogorov-Smirnov						
Sample Size	30					
Statistic	0,11504					
P-Value	0,78024					
Rank	22					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	0,19032	0,21756	0,2417	0,27023	0,28987	
Reject?	No	No	No	No	No	
Anderson-Darling						
Sample Size	30					
Statistic	0,30474					
Rank	16					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074	
Reject?	No	No	No	No	No	
Chi-Squared						
Deg. of freedom	3					
Statistic	0,84772					
P-Value	0,83802					
Rank	12					
α	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	

Critical Value	4,6416	6,2514	7,8147	9,8374	11,345
Reject?	No	No	No	No	No



