

**SİMETRİK KANAT PROFİLİ EĞRİLERİNİN POLAR KOORDİNAT
DÖNÜŞÜMÜ İLE MODELLENMESİ**

Erkan ORMAN

Doktora Tezi

Uçak Gövde Motor Bakım Anabilim Dalı

Danışman: Öğr. Gör. Dr. Gökhan DURMUŞ

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Eylül 2022

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Erkan ORMAN'ın SİMETRİK KANAT PROFİLİ EĞRİLERİNİN POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ İLE MODELLENMESİ başlıklı çalışması 12/09/2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği”nin ilgili maddeleri uyarınca, Uçak Gövde Motor Bakım Anabilim dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

<u>Jüri Üyeleri</u>	<u>Unvan Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye	: Prof. Dr. Mehmet Şerif KAVSAOĞLU	
Üye	: Prof. Dr. Ünver KAYNAK	
Üye	: Doç. Dr. Mustafa KAYA	
Üye	: Doç. Dr. Munir ELFARRA	
Üye	: Dr. Öğretim Üyesi Uğur ÖZDEMİR	

Prof. Dr. Murat TANIŞLI

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

DANIşMAN ONAYI

Danişmanlığını yürüttüğüm Doktora ğrencisi Erkan ORMAN, SİMETRİK KANAT PROFİLİ EğRİLERİNİN POLAR KOORDİNAT DöNüşüMü İLE MODELLENMESİ başlıklı tez çalışmasını tamamlamıştır. Hazırlamış olduğu tez tarafımca incelenmiş ve öğrencinin tez savunma sınavına alınması bilimsel ve etik açıdan uygun grlmştir.

Tez Danişmanı

Öğr. Gör. Dr. Gökhan DURMUş

ÖZET

SİMETRİK KANAT PROFİLİ EĞRİLERİNİN POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ İLE MODELLENMESİ

Erkan ORMAN

Uçak Gövde Motor Bakım Anabilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Eylül 2022

Danışman: Öğr. Gör. Dr. Gökhan DURMUŞ

Bu tez çalışmasında simetrik kanat profilleri veya kanat profillerinin kalınlık eğrilerini tanımlamak için yeni bir parametreleme yöntemi üzerine çalışılmıştır. Yöntem Polar Koordinat Dönüşümü Yöntemi (PCT) olarak adlandırılmış olup temel olarak simetrik kanat profillerinin kartezyen koordinatlarının başlangıç noktasının değiştirilerek polar koordinatlara dönüşümün sağlanması ile uygulanmaktadır. Polar dönüşüm gerçekleştirildikten sonra elde edilen eğrilere iki adet üçüncü derece Bezier eğrisi ile yakınsama denemesi yapılmıştır. PCT yönteminde kullanılan Bezier eğrilerinin kontrol noktaları, PARSEC ve Bezier-PARSEC yöntemlerindeki değişkenlere benzer değişkenler cinsinden basit denklemlerle ifade edilebilmiştir. Önerilen yöntemin performansını değerlendirebilmek için PCT yöntemi ile Bezier-PARSEC 3333 yöntemi çeşitli NACA tipi simetrik kanat profili geometrileri için yakınsama performansı ve belirli akış koşullarında optimum geometrinin elde edilebilirliği açısından kıyaslanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre eğrilere yakınsama performansı bakımından PCT yönteminin denenen birçok kanat profili için BP3333 yönteminden işlem süresi, kontrol noktalarının basit denklemlerle hesaplanabilmesi ve yakınsanan eğriler ile orijinal eğriler arasındaki sapma (deviation) değerleri açısından üstün olduğu görülmüştür. Belirli akış koşullarındaki optimum geometriyi elde etmede PCT yöntemi uygunluk değeri açısından daha başarılı iken işlem süresi bakımından BP3333 yönteminin gerisinde kalmıştır.

Anahtar Sözcükler: Kanat profili şekil optimizasyonu, Kanat profili parametreleme, PARSEC yöntemi, Bezier-PARSEC yöntemi, CST yöntemi

ABSTRACT

POLAR COORDINATE TRANSFORMATION REPRESENTATION OF SYMMETRIC AIRFOIL CURVES

Erkan ORMAN

Department of Aircraft Body Engine Maintenance

Eskişehir Technical University, Institute of Graduate Programs, September 2022

Supervisor: Lecturer Dr. Gökhan DURMUŞ

In this thesis, a new parameterization method is studied to define symmetrical airfoils or airfoil thickness curves. The method is named as Polar Coordinate Transformation (PCT) method and basically performed as transforming airfoil cartesian coordinates to polar coordinates by means of changing the starting point of airfoil coordinates. After polar transformation is performed, two third degree Bezier curves are used to be able to fit transformed airfoil coordinates. Control points of Bezier approximation curves used in PCT method can be calculated as PARSEC and Bezier-PARSEC similar parameters in the form of simple equations. To evaluate the performance capability of presented technique, PCT method has been compared with the BP3333 method for a number of conventional NACA type symmetric airfoils with respect to convergence performance and capability of obtaining optimum geometries that provide certain flow conditions. Results show that for convergence performance most of airfoils which are tested in this study, Polar Coordinate Transformation (PCT) technique is superior to BP3333 method in computational time, ease of implementation and deviation values. Performance of obtaining optimum geometry in certain flow conditions, PCT method provides higher fitness value than BP3333 but also consumes higher CPU time.

Keywords: Airfoil shape optimization, Airfoil parameterization, PARSEC method, Bezier-PARSEC method, CST method.

TEŞEKKÜR

Gece çalışmalarına gösterdiği sabırla ve bana olan güveniyle çalışmalarımı destekleyen eşim Funda'ya ve biricik kızım Asya'ya; kendisi de benim gibi doktora çalışmalarına devam etmekte olan yol arkadaşım Sayın Mehmet Selçuk İRDE'ye bana olan destekleri ve motivasyon artırıcı konuşmalarından dolayı kalpten teşekkür ederim. Tezimdeki teknik kısımlarla ilgili benimle saatlerce bire bir çalışmış, daima bana yol göstermiş kıymetli Danışman Hocam Sayın Dr. Gökhan DURMUŞ'a; tez izleme komitelerimde önemli vakitlerini ayırıp çalışmamın daha iyi bir noktaya gelmesi için çabalayan çok değerli Hocalarım Sayın Prof. Dr. Mehmet Ş. KAVSAOĞLU ve Sayın Doç. Dr. Mustafa KAYA'ya emekleri ve sabırlarından ötürü teşekkürlerimi sunarım.

Erkan ORMAN

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Erkan ORMAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
DANIŞMAN ONAYI	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR	vi
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vii
İÇİNDEKİLER	viii
TABLolar DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Kanat Profilleri ve Kullanım Alanları	1
1.2. Kanat Profilleri İçin Kullanılan Terminoloji	2
1.3. Kanat Profili Üzerinde Oluşan Aerodinamik Kuvvetler	4
1.4. Kanat Profilinin Tasarımı	4
1.5. Kanat Profili Şekilleri ve Bu Şekillerin Matematiksel İfadesi	6
2. KANAT PROFİLLERİNİN MATEMATİKSEL İFADESİ	13
2.1. Kanat Profillerinin İfadesinde Kullanılan Çeşitli Yöntemler	13
2.1.1. NACA 4 haneli kanat profillerinde kullanılan yöntem.....	14
2.1.2. PARSEC (parametric section) yöntemi.....	19
2.1.3. CST (class/shape transformation) yöntemi	21
2.1.4. Bezier yöntemi	24
2.1.5. Bezier-PARSEC yöntemi (BP yöntemi)	26
2.1.5.1. BP3333 yönteminde kullanılan tasarım parametreleri	27
2.1.5.2. BP3333 yönteminde kullanılan denklemler	27
2.1.5.3. BP3333 yönteminde kullanılan kısıtlar	28

3. SİMETRİK KANAT PROFİLLERİ İÇİN YENİ BİR MODELLEME YÖNTEMİ: POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ (PCT) YÖNTEMİ.....	37
3.1. Polar Koordinat Dönüşümü Yöntemindeki Temel Mantık	37
3.2. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Kullanılan Denklemler	41
3.3. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Tasarım Parametreleri.....	42
3.4. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Kullanılan Kısıtlar.....	43
3.5. PCT Yöntemi ve BP3333 Yöntemlerinde Parametrelerin Kontrol Ettiği Bölgeler	48
3.6. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Karşılaşılan Bir Sorun ve Çözümü	50
4. OPTİMİZASYON ALGORİTMASI: GENETİK ALGORİTMA.....	54
4.1. Genetik Algoritmalarda Kullanılan Çeşitli Terimler	55
4.2. Genetik Algoritmanın Kanat Profilleri İçin Uygulanması.....	57
5. POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ YÖNTEMİNİN PERFORMANSININ BELİRLENMESİNDE İZLENEN YOL	59
5.1. PCT Yönteminden Elde Edilen Geometrilerin Literatürdeki Profil Geometrilerine Yakınsama Performansı	59
5.2. Belirli Akış Şartlarını Sağlayan Optimum Geometriye Ulaşma Performansı	63
5.3. Genetik Algoritma Ayarları.....	64
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	66
KAYNAKÇA.....	75
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.1. Örnek Bezier eğrisinin çiziminde kullanılan kontrol noktalarının koordinatları	25
Tablo 2.2. BP3333 kalınlık eğrisi kontrol noktalarının parametrelerle ifadesi	32
Tablo 2.3. BP3333 kamburluk eğrisi kontrol noktalarının parametrelerle ifadesi	36
Tablo 3.1. PCT yönteminde kalınlık eğrisi (simetrik profil) için kontrol noktalarının formülleri	47
Tablo 3.2. PCT ve BP3333 yöntemlerinde parametrelerin lokal bölgeler üzerindeki kontrolü	49
Tablo 5.1. PCT ve BP3333 yönteminde kanat profillerinin karşılaşıcağı akış koşulları	63
Tablo 6.1. NACA tipi simetrik kanat profillerinin BP3333 ve PCT yöntemleri ile karşılaştırılması	67
Tablo 6.2. NACA geleneksel tip simetrik kanat profillerinin BP3333 ve PCT yöntemleri ile karşılaştırılması	68
Tablo 6.3. Tablo 5.1'deki akış şartlarını sağlayan en iyi BP3333 ve PCT geometrilerinin c_l - c_d değerlerinin karşılaştırması	72

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 1.1. Örnek bir kanat profili geometrisi	2
Şekil 1.2. Kanat profili şeklini tanımlayan parametreler [2]	3
Şekil 1.3. Kanat profilinin bir noktasına etki eden basınç ve kayma gerilmeleri [5]	4
Şekil 1.4. Kanat profilinde ortaya çıkan aerodinamik direnç kuvveti ve moment [5]	4
Şekil 1.5. Kanat geometrisi tasarım süreçleri [9]	6
Şekil 1.6. I. Dünya Savaşı uçaklarında kullanılan çeşitli kanat profilleri	7
Şekil 2.1. Goe 398 ve Clark Y kanat profilleri	15
Şekil 2.2. NACA'nın kanat profili koordinatlarının elde edilmesinde uyguladığı prosedür [32]	17
Şekil 2.3. NACA 4415 kanat profilinin kalınlık (siyah) ve kamburluk (kırmızı) eğrilerinden elde edilişi	17
Şekil 2.4. NACA 4 haneli seriye ait çeşitli kanat profilleri	18
Şekil 2.5. PARSEC yönteminde kullanılan 11 parametre	19
Şekil 2.6. PARSEC yöntemi ile elde edilen NACA 2411 kanat profilinin(kırmızı) orijinali(mavi) ile üst üste çizimi (sol şekil büyültülmüş, sağ şekilde eksenler eşit aralıklı)	21
Şekil 2.7. Şekil fonksiyonu birim şekil fonksiyonu iken yani 1 iken N1 ve N2 üslerinin farklı değerlerinde ortaya çıkan farklı şekiller [31]	22
Şekil 2-8. Şekil fonksiyonunun dairesel burunlu ve keskin firar kenarlı bir kanat profilindeki yapısı [31]	23
Şekil 2.9. NACA 0018 kanat profili ve profilin CST yöntemindeki şekil fonksiyonu	23
Şekil 2.10. Bezier eğrilerinin çizdirilmesinde takip edilen sürece ait akış diyagramı	24
Şekil 2.11. 7 kontrol noktasından oluşan 6. derece örnek Bezier eğrisi	25
Şekil 2.12. Kanat profili kalınlık ve kamburluk eğrilerinin Bezier eğrileri ile ifadesi	25
Şekil 2.13. İki adet 3. derece Bezier eğrisi kullanılarak oluşturulmuş bir kanat profil eğrisi	26

Şekil 2.14. BP3333 yönteminde kalınlık ve kamburluk eğrilerinin Bezier eğrileri ile ifadesinde kullanılan parametreler	27
Şekil 3.1. PCT yöntemi için kanat profilinin başlangıç noktasının kaydırılması	37
Şekil 3.2. x-y koordinatlarının r- θ koordinatlara dönüşümü	38
Şekil 3.3. Koordinat dönüşümü sonrası r- θ düzleminde elde edilen eğri.....	38
Şekil 3.4. u-v düzlemindeki eğrinin x-y düzlemindeki imajı [36].....	39
Şekil 3.5. Koordinat dönüşümü sonrası r- θ düzleminde elde edilen eğri.....	41
Şekil 3.6. Dönüşüm sonrası r- θ düzleminde elde edilen eğriyi tanımlamada kullanılan değişkenler	43
Şekil 3.7. x-y düzleminde PCT yönteminden elde edilen noktalar ile orijinal profilin üst üste çizimi	47
Şekil 3.8. r- θ düzleminde PCT yönteminden elde edilen noktalar ile orijinal dönüşüm profilinin üst üste çizimi (noktalar PCT yöntemi, siyah çizgi orijinal).....	48
Şekil 3.9. r- θ düzlemindeki eğrilerin minimum noktasında nokta sıklığının azalması.....	51
Şekil 3.10. x-y düzlemindeki eğrilerin tepe noktasına meydana gelen çukur geometri	51
Şekil 3.11. x-y düzlemindeki eğrilerin belli çarpanlarla y yönünde büyütülmesi.....	52
Şekil 3.12. x-y eğrilerindeki büyüme işlemi neticesinde r- θ düzlemindeki dönüşümlerinin hareketi.....	53
Şekil 4.1. Genetik algoritmada tek noktadan çaprazlama işlemi [42]	56
Şekil 4.2. Genetik algoritmada tekli mutasyon işlemi [42]	56
Şekil 4.3. BP3333 yöntemi için altı adet genden oluşan kromozomların oluşturduğu popülasyon	57
Şekil 4.4. Genetik algoritmanın genel mantıksal akış diyagramı [43]	58
Şekil 5.1. BP3333 yönteminde test edilen 20 simetrik kanat profili	60
Şekil 5.2. Hedef kanat profili geometrisine yakınsama sürecine ait akış diyagramı.....	62
Şekil 5.3. Belirli akış koşullarını sağlayan en yüksek L/D değerli geometri için akış diyagramı	64
Şekil 6.1. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 000834 profilinin karşılaştırılması	70

Şekil 6.2. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 001064 profilinin karşılaştırılması	70
Şekil 6.3. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 633018 profilinin karşılaştırılması	71
Şekil 6.4. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 0021 profilinin karşılaştırılması	71
Şekil 6.5. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64 ₂ 015 profilinin yakınsama değerlerinin karşılaştırılması.....	73
Şekil 6.6. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64 ₂ 015 profilinin orijinal geometri ile karşılaştırılması	73
Şekil 6.7. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64 ₂ 015 profilinin basınç katsayıları yönünden karşılaştırılması (Siyah orijinal, kırmızı: PCT ve mavi renk BP3333)	74

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

α_{te}	: PARSEC yönteminde firar kenarı doğrultu açısı; BP3333 yönteminde kamburluk eğrisi firar kenarı açısı
b_i	: Bezier eğrileri için kontrol noktaları
B'	: Dönüşüm eğrisi başlangıç açısı
β_{te}	: PARSEC yönteminde firar kenarı kama açısı; BP3333 yönteminde kalınlık eğrisi firar kenarı açısı
γ_{le}	: BP3333 kamburluk eğrisi hücum kenarı açısı
C	: CST yönteminde sınıf fonksiyonu
dz_{te}	: BP3333 kalınlık eğrisi firar kenarının yatay eksenenden yüksekliği
ΔZ_{te}	: PARSEC yönteminde firar kenarı kalınlığı
κ_c	: BP3333 kamburluk eğrisinin maksimum noktadaki eğrilik (curvature) değeri
κ_t	: BP3333 kalınlık eğrisinin maksimum noktadaki eğrilik değeri
κ_1	: Dönüşüm eğrisinde minimum noktada eğrilik değeri
κ_2	: Dönüşüm eğrisinde maksimum noktada eğrilik değeri
m	: NACA serisi için kamburluk eğrisi tepe noktasının ordinatı
n	: Kanat profili koordinat sayısı
ξ	: Z koordinatının veter uzunluğu ile oranı
p	: NACA serisi için kamburluk eğrisi tepe noktasının apsisi
r_{le}	: Hücum kenarı yarıçapı
S	: CST yönteminde şekil fonksiyonu
x_c	: Kamburluk eğrisinin maksimum noktasının apsisi
x_t	: Kalınlık eğrisinin maksimum noktasının apsisi
x_{lo}	: PARSEC alt eğrisinin minimum noktasının apsisi
x_{up}	: PARSEC üst eğrisinin maksimum noktasının apsisi
ψ	: X koordinatının veter uzunluğu ile oranı
y_c	: Kamburluk eğrisinin maksimum noktasının ordinatı
$y_{i,o}$	: Orijinal referans kanat profilinin y koordinatları
$y_{i,p}$	: Parametreleme yöntemi ile elde edilen kanat profilinin y koordinatları
y_t	: Kalınlık eğrisinin maksimum noktasının ordinatı

Z_{te}	: BP3333 kamburluk eğrisinin firar kenarında yatay eksenden yüksekliği
Z_{lo}	: PARSEC alt eğrisinin minimum noktasının ordinatı
Z_{te}	: PARSEC eğrilerinde firar kenarının yatay eksene göre yüksekliği
Z_{up}	: PARSEC üst eğrisinin maksimum noktasının ordinatı
Z_{xxup}	: PARSEC üst eğrisinin maksimum noktasındaki eğrilik
Z_{xxlo}	: PARSEC alt eğrisinin minimum noktasındaki eğrilik



1. GİRİŞ

Bu tez çalışmasında uçak kanatlarının kesitlerinde kullanılan ve su damlacığı şekline benzeyen kanat profili geometrilerinin matematiksel olarak modellenmesi üzerine çalışılmıştır. Yapılan çalışma kapsamında literatürde halihazırda kullanılan birçok modelleme yöntemi detaylı şekilde incelenmiş, bilgisayar ortamında algoritmaları yazılmış ve bunlardan elde edilen bilgi birikimi ile tecrübeler ışığında yeni bir modelleme usulü önerilmiştir. Önerilen bu yeni usuldeki temel mantık; kanat profili eğrilerini oluşturan koordinat noktalarının (x-y) başlangıç noktasının değiştirilerek kutupsal (polar) koordinatlara (r- θ) dönüştürülmesidir.

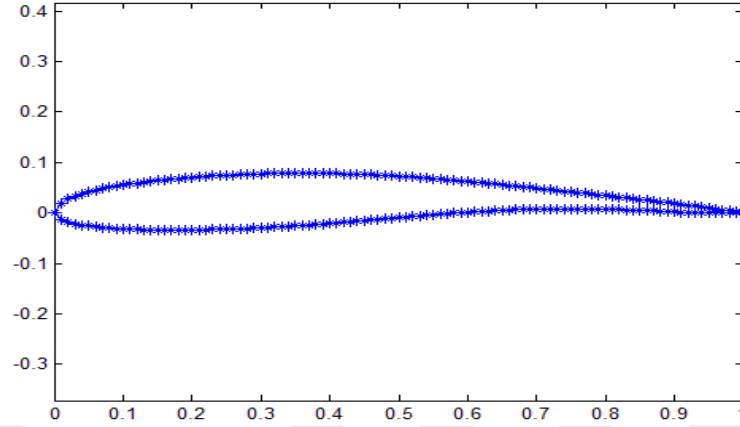
Bilindiği gibi dairesel veya eliptik şekilli geometrilerin koordinatlarının kutupsal koordinatlara dönüştürülerek ifade edilmesi, daha basit formulu ve matematiksel olarak modellenmesi daha kolay geometrilerin ortaya çıkmasına neden olur. Bu mantıktan hareketle bu çalışma kapsamında kanat profili eğrilerinin daha basit formulu ve matematiksel olarak ifade edilmesi daha kolay eğrilere dönüştürülerek modellenmesi için yenilikçi bir yöntem üzerine çalışılmıştır.

Çalışmada önerilen usul, literatürde kanat profillerinin üst ve alt yüzeylerini elde etmede yaygın şekilde kullanılan kalınlık eğrisi-kamburluk eğrisi yaklaşımı [1] için uygulanmış; bu yaklaşımdaki kalınlık eğrileri önerilen usuldeki yöntem ile başarılı şekilde modellenebilmiştir.

1.1. Kanat Profilleri ve Kullanım Alanları

Bir uçağın havada tutunmasını sağlayan aerodinamik kuvvetler uçağın kesitindeki su damlacığı şekline benzeyen kanat profillerinin geometrisi ile yakından ilgilidir. Bu geometri hava akışına maruz kaldığında alt ve üst yüzeyler arasında basınç farkı oluşturarak uçağın havada tutunmasını sağlar. Benzer şekilde bir pervane palasında kullanıldığında pervane palasının arka kısmındaki nispeten düz yapılı yüzey olan pala yüzü kısmında yüksek basınç; palanın ön yüzeyi olan daha kambur kısımda yani pala sırtı kısmında ise alçak basınç oluşturarak uçağın ileri yönde hareketini sağlayan itki kuvvetinin açığa çıkmasını sağlar. Ayrıca aerodinamik hesaplamalarda çok önemli yeri olan sınır tabakanın yapısı, hava akımının kanat profili üzerinde hareketi esnasında hangi noktada akım ayrılmasının gerçekleşeceği ve doğrusal akış bölgesinden türbülanslı akış bölgesine geçişteki karakteristikler kanat profili şekli ile yakından ilgilidir [2]. Bütün bu nedenlerden dolayı günümüz hava araçlarının tasarımında ilgili hava aracının uçuş

şartlarına en uygun kanat profili geometrilerinin elde edilebilmesi için ciddi mühendislik harcamaları yapılmaktadır. Şekil 1.1’de bir kanat profili yapısı gösterilmiştir.



Şekil 1.1. Örnek bir kanat profili geometrisi

Günümüzde birçok optimum kanat profili geometrisi bilgisayar programları yardımıyla elde edilmektedir ancak geçmişte sistematik yaklaşımlarla yapılan deneyler neticesinde belirli geometrilerin havacılık uygulamaları için uygunluğu çeşitli kurum, kuruluş ve bireysel araştırmacılar tarafından araştırılarak yayınlanmıştır.

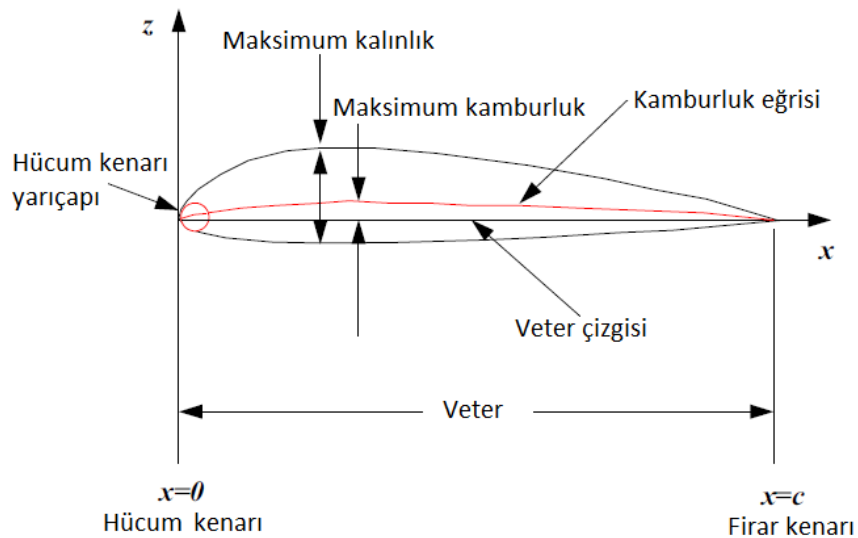
Kanat profilleri günümüzde fanlarda, turboşarj veya süperşarjların kompresör ve türbin kısımlarında, iklimlendirme sistemlerinde, gemilerin itki sistemlerinde, gaz türbinli motorların türbin ve kompresörlerinde kısacası her türlü fan veya pervanenin kullanıldığı endüstriyel üründe karşımıza çıkmaktadır.

1.2. Kanat Profilleri İçin Kullanılan Terminoloji

Kanat profillerinin çeşitli özellikleri profilin etrafındaki hava akımı nedeniyle oluşan aerodinamik kuvvetler üzerinde önemli etkiye sahiptir. Bir kanat profilinde çeşitli karakteristik özelliklerin belirlenmesi için bazı tanımların yapılmasında fayda vardır. Öncelikle bir kanat profilinde havanın profile hücum ettiği kenara hücum kenarı denir. Hücum kenarında hava akımı bölünerek bir kısmı alt yüzeyden; bir kısmı ise üst yüzeyden geçerek profili terk eder. Hava akımının profili terk ettiği kenara firar kenarı denir. Kanat profilleri ile ilgili birçok performans hesabında kullanılan önemli bir terim, hücum kenarı ile firar kenarını birleştiren hayali doğru parçası olarak tanımlanan veter terimidir. Hava akımının kanat profiline hücum ettiği doğrultu ile veter arasında kalan açıya hücum açısı denir.

Kanat profillerinin matematiksel denklemlerle ifade edilmesinde veya parametreler ile formüle edilmesi işleminde profile ait üst yüzey ve alt yüzey eğrileri ayrı ayrı modellenenebildiği gibi [3], profilin üst ve alt eğrilerinin kalınlık ve kamburluk eğrileri olarak tanımlanan iki farklı eğrinin toplamı ve farkı şeklinde modellenenebildiği yaklaşımlar da mevcuttur [1]. Kalınlık-kamburluk eğrisi tanımlaması özellikle endüstride daha çok tercih edilmekte olup [4] bu yöntemde kullanılan kamburluk eğrisi ifadesi kanat profillerinin alt ve üst yüzeylerine eşit mesafedeki noktaların oluşturduğu eğri şeklinde tanımlanmaktadır. Kamburluk eğrisi için dikkat edilmesi gereken bir husus; bu eğri üzerindeki herhangi bir noktada, o noktadaki teğete dik olacak şekilde yukarı ve aşağı doğru eşit mesafeler gidildiğinde kanat profillerinin üst ve alt yüzey noktalarına ulaşılacağı hususudur.

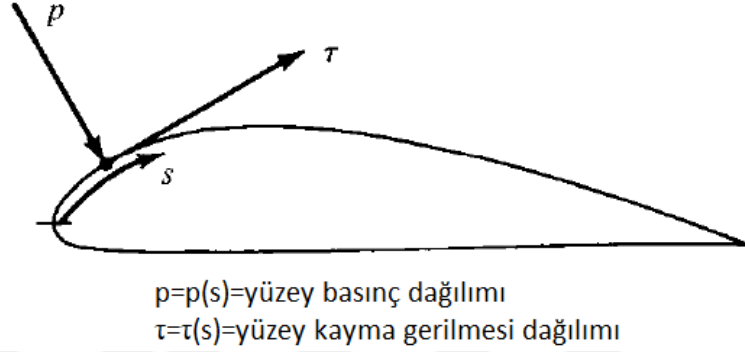
Kanat profillerinde kullanılan kalınlık eğrileri ise kamburluk eğrisi boyunca hangi kalınlık değerlerinin ilgili noktaya eklenip çıkarılacağını belirten bir kalınlık dağılımı eğrisidir. Kanat profilinin maksimum kalınlığı; bahsi geçen kalınlık eğrisinin hem üst hem de alt yüzey için simetrik şekilde çizdirilmesinden sonra elde edilen alt ve üst yüzey arasındaki maksimum mesafe olarak tanımlanır. Son olarak maksimum kamburluk tanımı ise kamburluk eğrisinin veter ile yaptığı en uzak mesafe olarak nitelendirilir. Kanat profillerinde kullanılan terminoloji ile ilgili tanımların yer aldığı bir gösterim Şekil 1.2’de verilmiştir.



Şekil 1.2. Kanat profili şeklini tanımlayan parametreler [2]

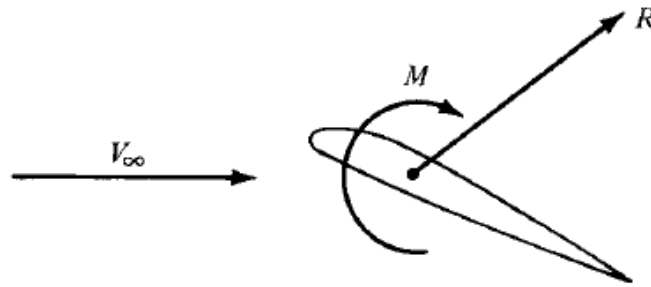
1.3. Kanat Profili Üzerinde Oluşan Aerodinamik Kuvvetler

Bir geometri üzerine hava akımı gönderildiğinde geometri her nasıl olursa olsun cisim üzerinde meydana gelen kuvvetlerin iki kökeni vardır. Bunlar cisim üzerinde hava akımı nedeniyle oluşan basınç dağılımı ile kayma gerilmesi dağılımıdır [5]. Şekil 1.3’de basınç ve kayma gerilmelerinin kanat profili üzerindeki bir noktaya etkisi gösterilmiştir.



Şekil 1.3. Kanat profilinin bir noktasına etki eden basınç ve kayma gerilmeleri [5]

Kanat profiline belirli hıza sahip (V_∞) bir hava akımı vetere göre belirli bir hücum açısı yapacak şekilde gönderilir ise kanat profilinin üst ve alt yüzeyinin her noktasında yukarıda bahsi geçen kayma ve basınç gerilmeleri oluşacaktır. Birim alana etki eden bu basınç ve kayma gerilmeleri kanat profilinin tüm yüzeyi boyunca toplanır ise profile etki eden aerodinamik direnç kuvveti ve ortaya çıkan moment bulunmuş olur. Şekil 1.4’de aerodinamik direnç kuvveti (R) ve ortaya çıkan moment (M) gösterilmiştir.



Şekil 1.4. Kanat profilinde ortaya çıkan aerodinamik direnç kuvveti ve moment [5]

1.4. Kanat Profilinin Tasarımı

Kanat profili için optimum şekil belirleme problemi günümüzde sıklıkla karşılaşılan ve farklı pek çok yöntemle çözülebilen bir problemdir. Kanat profilleri için optimum şekillerin bulunmasında kullanılan iki yöntem doğrudan tasarım (direct airfoil

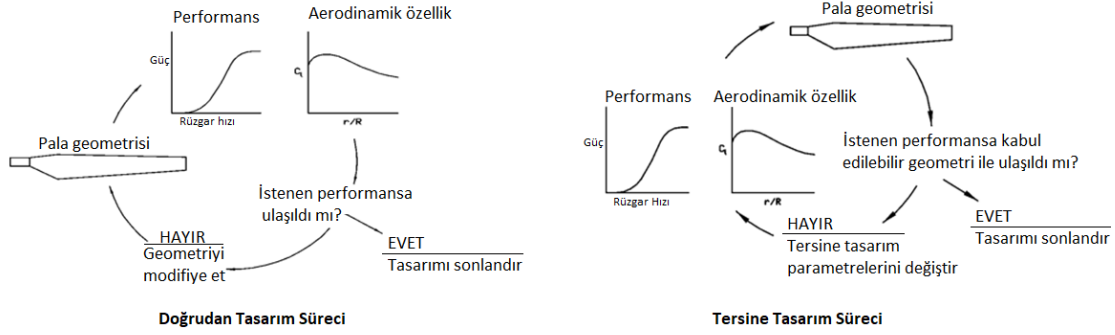
design) ve tersine tasarım (inverse airfoil design) yöntemleridir [6]. Doğrudan tasarım metodunda, numerik bir optimizasyon algoritması uygun bir aerodinamik analiz metodu ile birlikte kullanılır. Burada amaç, belirli şartlarda verimli şekilde çalışabilecek kanat profili tasarımı yapabilmektir. Örneğin sabit bir taşıma katsayısında yunuslama momenti kabul edilebilir bir aralıkta olan, minimum sürüklemeli bir kanat profili geometrisi doğrudan tasarım metodu ile elde edilebilir [6].

Doğrudan tasarım metodunda, performansının uygulamadaki ihtiyaçları karşılayacağı tahmin edilen bir kanat profili seçilerek işe başlanır. Bu kanat profiline ait geometride değişiklikler yapılarak ihtiyaca uygun değerleri sağlayan geometri bulunmaya çalışılır. Doğrudan numerik optimizasyon yaklaşımında çeşitli kısıtlara (constraints) bağlı optimum profil şekli, bir geometri parametreleme metodu ve aerodinamik analiz kodu ile birleştirilerek iteratif bir süreçte aranır [7].

Farklı geometriler için performans değerlendirmesi; akış alanı içindeki hız, basınç, sıcaklık, yoğunluk, mach sayısı gibi parametreler göz önüne alınarak yapılır. Doğrudan tasarım yaklaşımı deneme yanılma mantığına dayandığı için, tasarım sürecinin uzun zaman alması muhtemeldir. Günümüzde kullanılan yüksek hızlı bilgisayarlar ve çeşitli algoritmalar sayesinde doğrudan tasarım yaklaşımındaki işlem süreleri azaltılabilmektedir.

Tersine tasarım yaklaşımında; istenen değerlerde basınç (pressure distribution) veya yüzey sürtünme dağılımı (skin friction distribution) gibi bir akışkan karakteristiğini sağlayan profil şekli aranır. Tersine tasarım metodunda kanat profili belirli sayıda segmentlere ayrılır. Her bir segment için hız dağılımı, elde edilmek istenen hız dağılımındaki hücum açısı ile birlikte tanımlanır. Çok noktada tersine tasarım probleminde birden çok kısıt ve/veya durum aynı anda sağlanmalıdır. Eğer kanat profilinin yunuslama momenti, kalınlık oranı ve diğer bazı özelliklerinin de özel bir değerde olması gerekiyorsa başka kısıtlar da devreye girer. Elde edilen denklem sisteminin bir kısmı lineer denklem sistemi olarak, bir kısmı ise iteratif yollardan çözülür [8].

Şekil 1.5’de doğrudan tasarım ve tersine tasarım yöntemlerine ait süreçler gösterilmektedir.



Şekil 1.5. Kanat geometrisi tasarım süreçleri [9]

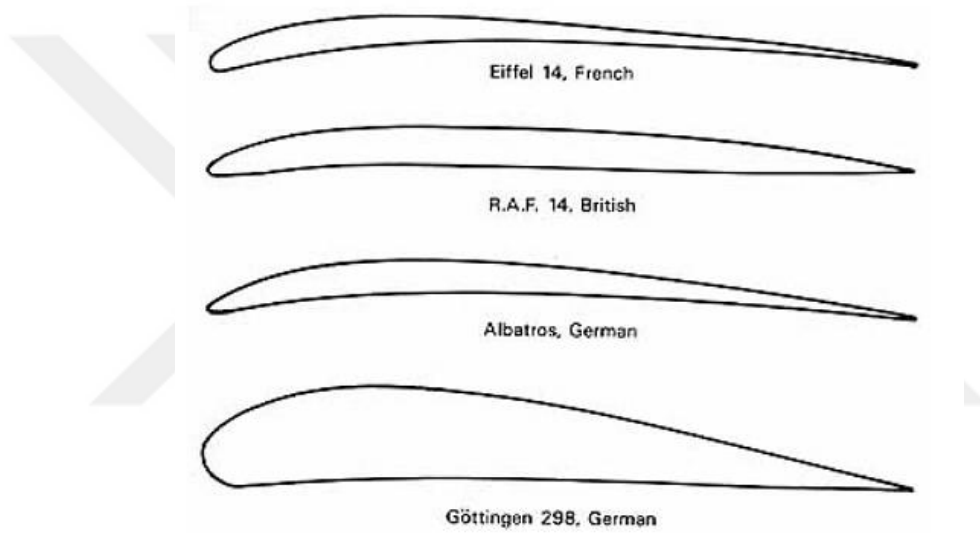
1.5. Kanat Profili Şekilleri ve Bu Şekillerin Matematiksel İfadesi

Kanat profillerinin şekilleri ile ilgili yapılan ilk ciddi çalışmalar 1880’li yıllara kadar geçmişe dayanmaktadır. Dönemin araştırmacıları düz bir plakanın bile belirli bir hücum açısında hava akımına bırakıldığında taşıma üreteceğini biliyorlardı ancak genel yaklaşım geometrilerin deneme yanılma şeklinde test edilmesi üzerineydi. Araştırmacılar emin olmamakla birlikte yüksek kamburluğa sahip profillerin kuş kanadındaki eğriliğe daha çok benzediği için daha yüksek taşıma üretebileceğini düşünüyorlardı. İngiliz araştırmacı Horatio F. Phillips yüksek kamburluğa sahip çeşitli kanat geometrilerini kendi yaptığı rüzgâr tüneline test ederek bunların patentlerini aldı [10]. Wright kardeşlerin 1901’de Kitty Hawk North Carolina’da tasarladıkları ikinci planörleri için kullandıkları kanat profili şekilleri ve kanat tasarımı bilgisi dönemin en güncel aerodinamik çalışmalarını yayınlamış olan Otto Lilienthal ve Samuel Pierpont Langley’in verilerine dayanmaktaydı. Wright kardeşler ikinci denemelerinde de istedikleri sonucu alamayınca kendilerine bir rüzgâr tüneli inşa ederek düz plakaları, hücum kenarları yuvarlatılmış geometrileri, kamburluğu daha belirgin kanat profillerini ve bazı tek ve çift kanatlı yapıların testlerini gerçekleştirmişlerdir. Bu testlerin akabinde elde ettikleri bilgilerle 1902 yılında tasarladıkları yeni planör ile başarılı uçuşlar gerçekleştirmeyi başarmışlardır [5]. Wright kardeşlerin bu başarılı denemeleri ile dönemin geçerli aerodinamik bilgilerine kaynaklık eden Lilienthal ve Langley’in çalışmaları sayesinde takip eden dönemlerdeki birçok araştırmacı için kamburluk konusundaki belirsizlik büyük ölçüde ortadan kalkmıştır [10].

1920’li yılların başından itibaren NACA (günümüzde NASA) kanat profillerine ait bilgileri tüm dünya genelinde bir araya toplamaya başlayarak bunları sistematik bir biçimde sınıflandırmaya çalışmıştır. NACA’nın bu dönemde farklı profil ailelerini

matematiksel modellerle türeterek bunların deney datalarını yayınlaması o dönemin uçak üreticileri için çok değerli bulunmuştur [11].

Şekil 1.6’da verilen kanat profilleri geometrilerinden ilki Fransız, ikincisi İngiliz ve kalan ikisi de Alman tasarımı olup I. Dünya Savaşı uçaklarında kullanılmışlardır [12]. Günümüzde çok farklı şekillerde kanat profili geometrileri kullanılmakta olup, bu şekillerin matematiksel olarak çeşitli denklemlerle ifade edilmiş olmaları gerekir. Bu sayede bilgisayar ortamında modellenme imkânı bulan kanat profili geometrileri, denklemlerde kullanılan çeşitli parametrelerin değiştirilmesiyle hava aracına özel ihtiyaçların karşılanabileceği şekilde son formlarına kavuşabilecektir.



Şekil 1.6. I. Dünya Savaşı uçaklarında kullanılan çeşitli kanat profilleri

Kanat profillerinin matematiksel olarak modellenmesi konusunda literatürde oldukça fazla sayıda çalışma yer almaktadır. Bunların içerisinde en yaygın kullanılan çalışmalar daha önce de bahsedildiği üzere National Advisory Commite for Aeronautics’e (NACA) aittir. NACA mühendisleri ve dönemin bilim insanları tarafından çalışılarak yayınlanmış teorik matematiksel modellerden elde edilen kanat profili geometrileri; prototipleri üretilerek 1930’lu ve 1940’lı yılları kapsayacak uzun bir süreçte sistematik ve tekrarlı rüzgâr tüneli deneylerinde incelemeye alınmışlardır. Bu incelemeler neticesinde bu geometrilere ait taşıma katsayısı, sürükleme katsayısı, yunuslama momenti gibi önemli veriler elde edilmiştir [13].

Joukowsky 1910 yılında yayınladığı çalışmasında kompleks bir düzlemden bir başka kompleks düzleme dönüşüm gerçekleştirmiştir. Buna göre bir düzlemdeki dairesel

geometrilerin bir dönüşüm fonksiyonu ile başka bir düzlemde kanat profilleri şeklinde ifade edilebileceğini göstermiştir. Ayrıca bu dönüşüm sadece geometrilerle kalmayıp, geometrilerin etrafındaki akış alanlarının da birbirlerine dönüşümünü sağlamaktadır [14].

Vanderplaats'ın 1975 yılında yaptığı çalışmada kanat profili şekli dört parçadan oluşan polinomlar halinde ifade edilmiştir. Bunlardan ikisi üst, ikisi alt eğri için kullanılmaktadır. Alt ve üst eğri için kullanılan ikişer adet polinomun birleşme noktası kanat kesitine ait veter uzunluğunun %50 mesafesine konumlandırılmıştır. Hücüm kenarı tarafına denk gelen polinomlar dördüncü derece iken firar kenarına denk gelen polinomlar üçüncü derece seçilmiştir. Bu yöntemle tanımlanan bir kanat profili şekli için 19 adet tasarım parametresi kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan optimizasyon programı ile taşımanın maksimize edilmesi hedeflenirken, sürüklenme ve yunuslama momentinin minimum seviyede tutulması amaçlanmıştır [15].

Hicks ve Henne yaptıkları çalışmada kanat profili geometrisini bir baz kanat profili (baseline profile) kesit formülü ile tanımladıktan sonra bu kesitin üzerine seçtikleri şekil fonksiyonlarını lineer olarak eklemişlerdir. Bu sayede her bir şekil fonksiyonunun baz kesit geometrisi üzerindeki etkisini incelemişler, istedikleri tasarımı elde edinceye kadar süreci devam ettirmişlerdir [16].

1995 yılında Chang ve arkadaşları yaptıkları çalışma ile kanat kesidini on parametre ile tanımlamayı başarmışlardır. Çalışmalarında baz (basis) şekil fonksiyonlarının lineer kombinasyonlarını kullanmışlar ve baz şekil fonksiyonu olarak seçilecek fonksiyonların türünün ve sayısının kanat profil şeklini tanımlamada kritik faktörler olduğunu belirtmişlerdir [17].

Sobieczky'nin 1998 yılında yaptığı çalışma (PARSEC: Parametric Section) literatürde en çok bilinen çalışmalardan biri olup uygulaması oldukça kolay bir algoritmaya sahiptir. Sobieczky bir kanat kesidinin üst ve alt eğrilerini toplamda 11 adet aerodinamik temelli parametreye bağlamış, 4 haneli NACA serisi kanat kesitlerinde kullanılan polinom denklemine benzer bir denklemde bu 11 parametreyi kullanarak elde ettiği lineer denklem sistemlerinden polinomun katsayılarını hesaplamayı başarmıştır [3].

Gardner ve Selig yaptıkları çalışmada, optimum kanat profili geometrilerinin bulunmasını, profil etrafındaki hız dağılımının genetik algoritma ile değiştirilmesiyle sağlamışlardır. Çalışmada kanat profili geometrileri tersine tasarım metodu ile hız dağılımından elde edilmiştir. Aday profil geometrilerinin performanslarının belirlenmesinde bir viskoz akışlı analiz kodu kullanılarak, uygunluk değerleri

oluşturulmuştur. Tersine tasarım metodu, daha geleneksel bir metot olan doğrudan geometriyi değiştirme metodu ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma simetrik bir profil için yapılmıştır. Karşılaştırmada basit genetik algoritma ile hibrit genetik algoritma kullanılmıştır. Hibrit genetik algoritma, basit genetik algoritma ile özel bir lokal arama metodunun birleştirilmesinden elde edilmiştir. Çalışmanın sonuçlarına göre, genetik algoritma ile kanat profil geometrisinin belirlenmesi işlemi tersine tasarım metodu ile optimizasyon tekniğinin etkinliğini artırmıştır [18].

Kulfan 2008 yılında yaptığı çalışmada kanat profili geometrilerini tanımlamada kullanılan denklemlerin analitik olmayan karakteristiklerinin; bu denklemlerin sınıf ve şekil fonksiyonu halinde iki ayrı fonksiyonun çarpımı şeklinde ifadesi ile ortadan kaldırılabileceğini göstermiştir. Kullandığı bu yönteme CST (Class/Shape Transformation) yöntemi adını vermiştir. Yönteminin sadece kanat profillerine değil tüm aerodinamik kesitli geometrik yapılara sahip nesneler için kullanılabilen universal bir yöntem olduğunu vurgulamıştır. Buna göre sınıf fonksiyonu ile ilgili geometrinin hangi kategoride olduğu, şekil fonksiyonu ile de bu kategori içerisinde geometrinin kendine has özellikleri belirlenebilmektedir [19].

Vecchia ve arkadaşları, çalışmalarında kanat profil geometrisi oluşturmada PARSEC parametreleme metodunu; optimizasyon işleminde ise genetik algoritmayı kullanmışlardır. Optimizasyon algoritmasının amacı bir Nash denge çözümü bulmaktır. Çalışmada PARSEC parametreleme metodu ile Nash denge çözümünün birlikte kullanımı önemli bir durum olarak değerlendirilmiştir. Çalışmanın sonucunda Nash denge noktası ile birlikte çalışan genetik algoritma yönteminin klasik optimizasyon yöntemine göre işlem süresi yönünden ve daha güvenilir sonuçlar vermesi bakımından üstünlük gösterdiği ortaya konmuştur [7].

Mukesh ve arkadaşları yaptıkları kanat profili şekil optimizasyonu konulu çalışmada, NACA 2411 kanat profilini optimize etmişlerdir. Profilin parametrik hale getirilmesinde PARSEC yöntemini kullanmışlardır. Akış analizi için potansiyel akım çözen ve panel metodu uygulayan bir kod kullanmışlardır. Optimizasyon algoritması olarak genetik algoritma kullandıkları bu çalışmada optimum geometri elde edildikten sonra, bu geometriyi 5 derece hücum açısında ses altı ve sıkıştırılamaz koşullarda rüzgâr tüneli testine tabi tutmuşlardır. Optimize edilen profilin taşıma katsayısının orijinale göre daha yüksek olduğu rüzgâr tüneli deneyi ile de doğrulanmıştır [20].

Venkataraman çalışmasında kübik Bezier eğrileri ile simetrik ve asimetrik kanat profillerini matematiksel olarak ifade etmiştir. Çalışmasındaki optimizasyonu profillerin maksimum taşıma, minimum sürüklenme ve minimum yunuslama momenti vermesi amacına göre tasarlamış; optimizasyonun çözümünde ardışık kuadratik programlama adı verilen bir yöntem kullanmıştır. Bir başka çalışmasında ise kanat profiline ait eğrilerin üst ve alt yüzeylerini doğrudan 4 parça Bezier eğrisi ile tanımlayarak toplam 14 parametreye ihtiyaç duyulduğunu vurgulamıştır. Kullandığı metot ile düşük burunlu profilleri ve küt firar kenarlı profilleri de kolaylıkla oluşturabildiğini belirtmiştir [21,22].

Theodorsen ve Garrick çalışmalarında tüm kanat profili geometrilerinin etrafındaki potansiyel akışı verebilecek genel bir teori ortaya koymuşlardır. Bu teori ile; o dönemde ortaya konmuş iki farklı teori olan ince kanat teorisi ve Joukowski'nin teorisini tüm kanat şekilleri için geçerli genel bir teori haline dönüştürmüşlerdir [23].

Eppler kanat profili alanında birçok çalışma yapmış olup NASA tarafından çalışmalarının bir bölümü Almancadan İngilizceye çevrilmiştir. Kanat profili geometrilerinin matematikte “conformal mapping” adı verilen bir yöntemle doğrudan etraflarındaki hız ve basınç dağılımlarından elde edilebileceğine dair önemli çalışmalar yapmıştır [24].

Falco ve arkadaşlarının 1996 yılında yaptıkları çalışmada, farklı bir genetik algoritma uygulaması olan Breeder genetik algoritma türünü kanat profil optimizasyonu için kullanmışlardır. Klasik genetik algoritmalarındaki uygunluğu (fitness) yüksek bireylerin seçilerek daha sonraki jenerasyona aktarılması durumu, Breeder genetik algoritmada popülasyondaki en iyi birey ile popülasyonun iyi birey sıralamasında belirli bir derecedeki (truncation rate) bireylerin yeni bir popülasyon oluşturması şeklinde değişir. Çalışmalarında tersine tasarım metodunu kullanan Falco ve arkadaşları, belirli bir basınç dağılımını veren kanat profili geometrisini aramışlardır. Profil geometrisini parametrik hale getirmede B-spline eğrisi kullanmışlardır. Analiz için kullandıkları kod, Fortran 77 dilinde yazılmış olup potansiyel akım çözebilen bir koddur. Elde ettikleri sonuçlara göre; Breeder genetik algoritmada çözüm uzayının klasik genetik algoritmadakine göre çok daha büyük olmasına karşın Breeder genetik algoritma işlem süresi yönünden daha avantajlıdır [25].

Chen ve Agarwal, 2012 yılında yaptıkları çalışmada genellikle rüzgâr türbinlerinde kullanılan ve çeşitli aerodinamik-yapısal avantajlar sağlayan küt firar kenarına sahip (blunt trailing edge) kanat profillerinin taşıma/sürüklenme oranını maksimize etmeye

çalışmışlardır. Kullandıkları genetik algoritmanın işlem süresini iyileştirmede yapay sinir ağı kullanılmıştır. L/D oranını belirlemede akış analizinde bir türbülans modelinin de kullanıldığı Navier Stokes çözücüsü kullanılmıştır. Aynı seriden üç farklı küt firar kenarlı kanat profili geometrisinin optimizasyonu sonucunda bu kanat profillerinin uygunluk için kullanılan L/D değerlerinde ciddi artışlar gözlemlenmiştir [26].

F. Zhang, S. Chen and M. Khalid yaptıkları çalışmada genetik algoritmayı CFD çözücülerle (ARC2D ve KTRAN-3D) birleştirmişlerdir. Bu sayede kanat profili ve kanadın sürüklemesini minimize etmeyi hedeflemişlerdir. Çalışmada 2 boyutlu problemlerde kullanılan ARC2D çözücüsü, genetik algoritma ile birleştirilerek hem Euler hem de Navier-Stokes denklemlerini çözmesi sağlamıştır. Genetik algoritma kullanımı ile optimizasyon tekniği 3D konfigürasyonlara da uygulanmıştır. Çalışmada kanat profili geometrisi 6. Derece B-spline eğrisi kullanılarak tanımlanmıştır. B-spline eğrisinin kontrol noktalarının koordinatları tasarım değişkeni olarak belirlenmiştir. NACA 0012 kanat profili 0.3 Mach serbest akım hızında sabit 0.55 taşıma katsayısı değerinde optimize edilmiştir. Çalışmanın sonucunda geometride kontrol noktalarının optimize edilmesinin sonucunda sürüklemenin başlangıç geometrisine göre yaklaşık yüzde 46 seviyesinde azaldığı görülmüştür [27].

Brickelbaw, 1989 yılındaki çalışmasında transonik kanat profilleri için yüzeyin kalitesinin önemini vurgulamış, kanat profilini tanımlarken kullanılan matematiksel yöntemin yeterli yüzey kalitesini sağlaması gerektiğini; aksi taktirde yüzeyde şok dalgalarından kaynaklı ekstra sürüklenme sonuçlarının elde edileceğini söylemiştir. Bu amaçla kanat profili yüzeylerini tanımlarken 45 nokta kullanmış; bu noktaların sağladığı 44 derece Bezier eğrileri ile istediği kalitede yüzey elde etmiştir [28].

Rogalsky doktora tezinde [4] ve makalesinde [29]; Bezier eğrileri ile PARSEC yönteminin avantajlarını birleştirerek kombine bir kanat profil tanımlama metodu geliştirmiştir. Kanat profillerinin tanımlanmasında NACA'nın kalınlık ve kamburluk eğrisi yaklaşımını seçerek hesaplamalarında kullanılmak üzere PARSEC yöntemindeki bazı parametreleri, PARSEC yöntemindekine benzer bazı parametreleri ve az sayıda da Bezier yöntemindeki parametrelerden kullanarak Bezier denklemlerinin kontrol noktalarının koordinatlarını bu parametreler cinsinden formüle etmeyi başarmıştır. Rogalsky, kanat profilini tanımlamak için üçüncü derece Bezier denklemleri kullandığı BP3333 yönteminde 12 parametre (tasarım değişkeni); üçüncü ve dördüncü derece

denklemleri bir arada kullandığı BP3434 yönteminde ise toplam 14 parametreye ihtiyaç duymuştur.

Literatürde kanat profillerinin matematiksel olarak ifade yöntemlerinin birbirleri ile kıyaslandığı önemli bir çalışma Oyama ve arkadaşlarının 1999 yılında yaptığı çalışmadır [30]. Bu çalışmada 5 farklı parametreleme yöntemi karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler Joukowski Dönüşümü, Theodorsen Dönüşümü, B-Spline Eğrileri, Ortogonal Şekil Fonksiyonu Yöntemi ve PARSEC Yöntemidir. Yapılan çalışmaya göre PARSEC Yöntemi aerodinamik optimizasyonda yakınsama hızı ve güvenilirlik yönünden diğer yöntemlere baskın gelmektedir ve ayrıca genetik algoritma ile de uyumludur. Çalışmada bahsi geçen parametreleme yöntemlerinin NACA'nın 4 haneli kanat profilleri ve bir de NASA'nın süper kritik bir kanat profili için uygunlukları ve başarıları araştırılmıştır. Çalışmada genetik algoritma optimizasyon algoritması olarak; taşıma/sürüklenme oranı da amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Joukowski Dönüşümü ve Ortogonal Şekil Fonksiyonu yöntemlerinin her ikisinin de SC(2)-0414 süper kritik kanat profilini oluşturamadığı görülmüş, ayrıca Ortogonal Şekil Fonksiyonu Yönteminin NACA 2412 kanat profilinde başarısız olduğu gözlemlenmiştir. Joukowski Dönüşümü yönteminin SC(2)-0414 kanat profilinde başarısız olmasının nedeninin yöntemin taradığı uzayın yetersizliği olarak belirtilmiştir. Ortogonal Şekil Fonksiyonu Yönteminin ise genetik algoritma ile uyumlu olmadığı sonucuna varılmıştır. Sonuçlara göre PARSEC ve B-Spline Yöntemleri Joukowski ve Theodorsen Dönüşümü Yöntemlerinden ciddi şekilde daha başarılı sonuçlar vermiştir. Başarının ölçüsü olan taşıma/sürüklenme oranı PARSEC için 39.40, B-Spline için 39.02 değerlerinde iken Joukowski ve Theodorsen için sırasıyla 34.73 ve 31.87 olarak elde edilmiştir. Ayrıca PARSEC Yönteminde yakınsama B-Spline'a göre 2 kat daha kısa sürede gerçekleşmiştir.

2. KANAT PROFİLLERİNİN MATEMATİKSEL İFADESİ

Kanat profilleri için aerodinamik tasarımda profil geometrisinin çok önemli bir yeri vardır. Geometriyi belirleyecek matematiksel model ile bu modelle uyumlu şekilde çalışması beklenen optimizasyon algoritması aşağıda sıralanan faktörleri önemli ölçüde etkileyecektir [31].

- 1) Numerik çalışmalardaki işlem süresi
- 2) Tasarım uzayının büyüklüğü ve doğası
- 3) Belirlenen tasarım uzayı içinde gerçekten anlamlı bir optimum çözümün olup olmadığı
- 4) Eğer bu uzay içinde optimum bir çözüm var ise kullanılan matematiksel model ve optimizasyon algoritması tarafından bulunup bulunamayacağı

Numerik çalışmalarda kullanılan çözücü bilgisayarların işlemci kapasitesinin ne kadarının tüketildiği matematiksel model ve optimizasyon algoritmasının performansı açısından önemlidir. Günler hatta haftalar sürececek bir çözüm birçok problem için uygun bir sonuç olarak düşünülemez. Bununla beraber kanat profillerinin tarandığı uzayın büyüklüğü ve doğası profili tanımlamada kullanılan matematiksel modele bağlı olarak değişkenlik gösterir. Örneğin kullanılan bir yöntem çok farklı şekilli kanat profillerinin uzay içinde aranabilmesini sağlarken, işlem süresini o uzaydaki aerodinamik şekilli olmayan geometrilerin çokluğu nedeniyle artırabilir. Keza bir başka yöntem uzayda genel kanat profili görünümüne uygun profiller ortaya çıkarırken sürekli birbirine benzer geometriler bulması nedeniyle uzay içinde var olabilecek ve isterleri karşılayabilecek farklı geometrileri gözden kaçırabilir.

2.1. Kanat Profillerinin İfadesinde Kullanılan Çeşitli Yöntemler

Kanat profillerinin matematiksel ifadesinde günümüze kadar birçok farklı yöntem kullanılmıştır. Bu yöntemlerin içinde NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) kanat profilleri için bir numaralandırma sistemi oluşturup, profillerin matematiksel ifadesinden sonra bu geometrilerin üretilerek sistematik şekilde deneylerinin yapılmasını sağlamıştır.

Kanat profili ifadesinde yaygın kullanılan yöntemlerden biri olan PARSEC (Parametric Section) yönteminde profiller 11 aerodinamik kökenli parametre ile tanımlanmış, bunlar için bir lineer denklem sistemi oluşturularak kullanılan denklemin katsayılarının elde edilebilmesi sağlanmıştır.

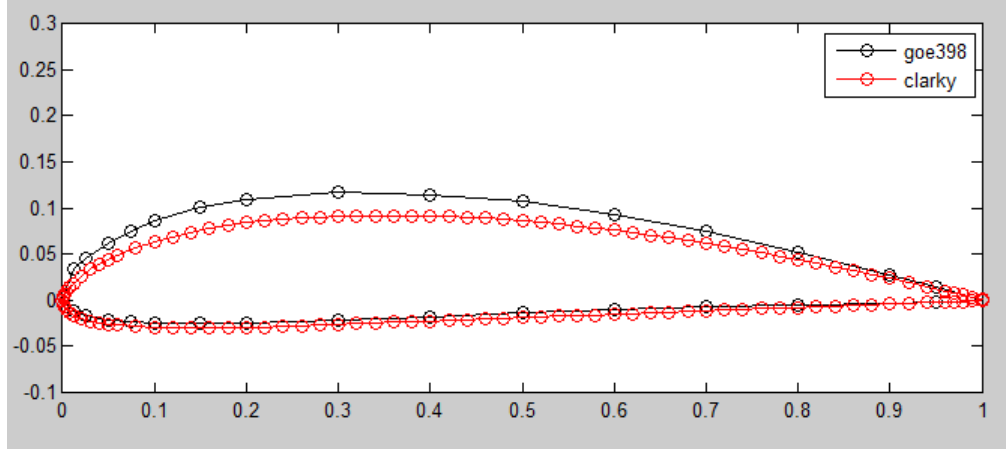
Kanat profili dışındaki aerodinamik şekillerde de kullanılabilecek bir yöntem olan CST (Class/Shape Transformation) yönteminde kanat profili eğrileri bir sınıf fonksiyonu bir de şekil fonksiyonu halinde iki fonksiyonun çarpımı şeklinde ifade edilmiştir.

Bezier yönteminde kanat profili eğrileri Bezier denklemleri ile ifade edilmiştir. Bu eğriler özellikleri gereği kendilerini tanımlayan kontrol noktalarından bütünüyle geçmek zorunda değildir. Ayrıca eğriyi tanımlayan bir kontrol noktasının yeri değiştiğinde eğrinin belirli bir bölgesinde değişim meydana gelmektedir. Bezier eğrileri çok bükümlü geometrilerde bile başarıyla kullanılabildiklerinden birçok üç boyutlu tasarım programında da kullanılmaktadır.

Bezier-PARSEC yönteminde Bezier ve PARSEC yöntemlerinin avantajları birleştirilerek bir model oluşturulmuştur. Kanat profilinin kamburluk ve kalınlık eğrileri ayrı ayrı altışar parametre ile tanımlanarak; Bezier kontrol noktalarının bu parametreler cinsinden formüle edilebilmesi sağlanmıştır.

2.1.1. NACA 4 haneli kanat profillerinde kullanılan yöntem

NACA 1933 yılında yayınladığı çalışma [1] ile kanat profillerinin matematiksel ifadesi için bir yöntem geliştirerek çeşitli kanat profili aileleri oluşturmuştur. Yöntemin temelinde o dönemin uçaklarında kullanılan ve genel bir gözlem ile verimli olarak kabul edilen iki farklı kanat profilinin kalınlıklarının hemen hemen benzer olduğunun fark edilmesi yatmaktadır. Mühendisler dönemin iki verimli kanat profili kabul edilen GOE 398 ve Clark Y profillerinin kamburluk eğrilerini matematiksel yöntemler ile doğrusal hale getirip her iki profili eşit kalınlığa gelecek şekilde ayarladıklarında ortaya çıkan kalınlık dağılımlarının hemen hemen aynı olduğunu fark etmişlerdir. Şekil 2.1’de bahsi geçen bu iki kanat profilinin üst üste çizimi verilmiştir.



Şekil 2.1. Goe 398 ve Clark Y kanat profilleri

NACA bu kanat profillerinin kalınlık dağılımını bir denklem ile ifade etmiştir. Denklemin genel formülü (2.1)'de belirtildiği gibidir.

$$\pm y_{t,n} = a_0 \sqrt{x} - a_1 x - a_2 x^2 + a_3 x^3 - a_4 x^4 \quad (2.1)$$

Denklemin katsayılarını bulmak için bahsi geçen iki kanat profilinin kalınlık dağılımından elde ettikleri çeşitli şartları kısıt olarak kullanmışlardır. Kullanılan kısıtlar aşağıda sıralanmıştır.

- 1) Eğrinin tepe noktasının apsisi 0.3, ordinatı 0.1'dir.
- 2) Eğrinin tepe noktasında türev 0'dır.
- 3) Fırar kenarında ($x=1$) ordinat 0.002'dir.
- 4) Fırar kenarında ($x=1$) eğrinin türevi yani dy/dx değeri -0.234'tür.
- 5) Eğrinin burun şekli için $x=0.1$ noktasında $y=0.078$ alınmalıdır.

Bu kısıtlar (2.1)'de uygulandığında ilgili eşitliğin beş adet bilinmeyen katsayısının çözümü için 5 adet denklem elde edilir. Bu denklem sisteminin çözümünden denklemdeki katsayılar (2.2)'de verildiği gibi elde edilir.

$$\pm y = 0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1015x^4 \quad (2.2)$$

Bu denklem kullanıldığında kalınlığı 0.2 olan simetrik bir kanat profili elde edilir. Denklem $t/0.2$ sayısı ile çarpılarak bu kalınlık dağılımının istenen maksimum kalınlık değerine sahip hali elde edilir. Burada $t/0.2$ formülünde verilen t değeri kalınlık profilinde olması istenen maksimum kalınlık değeridir.

Kalınlık dağılımı eğrisinin belirlenmesinden sonra kamburluk eğrisi için öncelikle eğrinin maksimum noktasının x ve y koordinatlarının belirlenmesi gerekir. Yöntemde maksimum nokta belirlendikten sonra kamburluk eğrisi iki parça halinde iki adet parabol ile tanımlanmıştır. Parabollerin genel denklemi (2.3)'de verilmiştir.

$$y_c = b_0 + b_1x + b_2x^2 \quad (2.3)$$

Kamburluk eğrisinin hücum kenarından maksimum noktaya kadar olan parçası için aşağıda sıralanan kısıtlar girildiğinde (2.4)'teki denklem elde edilir. Denklem (2.4)'de yer alan p değeri kamburluk eğrisinin maksimum noktasının x koordinatı iken m değeri aynı noktanın y koordinatıdır.

- 1) Eğri (0,0) noktasından başlar. Bu nedenle $x=0$ değerinde $y=0$ 'dır.
- 2) Eğri p değeri için m değerini verecektir.
- 3) (p,m) noktasında eğrinin maksimum noktasına ulaşılır, bu nedenle türev 0'dır.

$$y_c = \frac{m}{p^2} [2px - x^2] \quad (2.4)$$

NACA 4 haneli seriler için kamburluk eğrisinin maksimum noktasından firar kenarına kadar olan kısım için ise ilk parça eğridekine benzer kısıtlar kullanılır. Bu kısıtlar aşağıda sıralanmıştır.

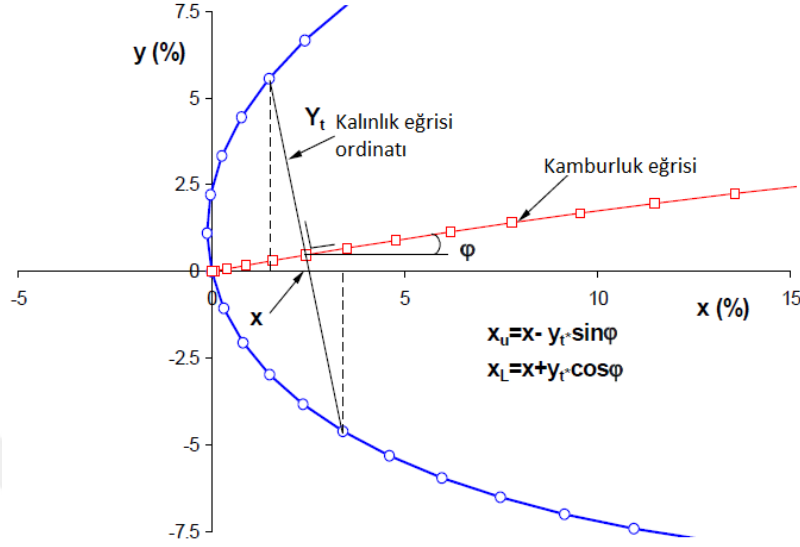
- 1) Eğri (1,0) noktasında biter. Bu nedenle $x=1$ değerinde $y=0$ 'dır.
- 2) Eğri p değeri için m değerini verecektir.
- 3) (p,m) noktası yani eğrinin başladığı nokta bu eğrinin maksimum noktasıdır, bu nedenle türev 0'dır.

Sıralanan bu kısıtlar ile kamburluk eğrisinin maksimum noktasından firar kenarına kadar olan eğri için (2.5)'de verilen genel denklem elde edilir.

$$y_c = \frac{m}{(1-p^2)} [(1-2p) + 2px - x^2] \quad (2.5)$$

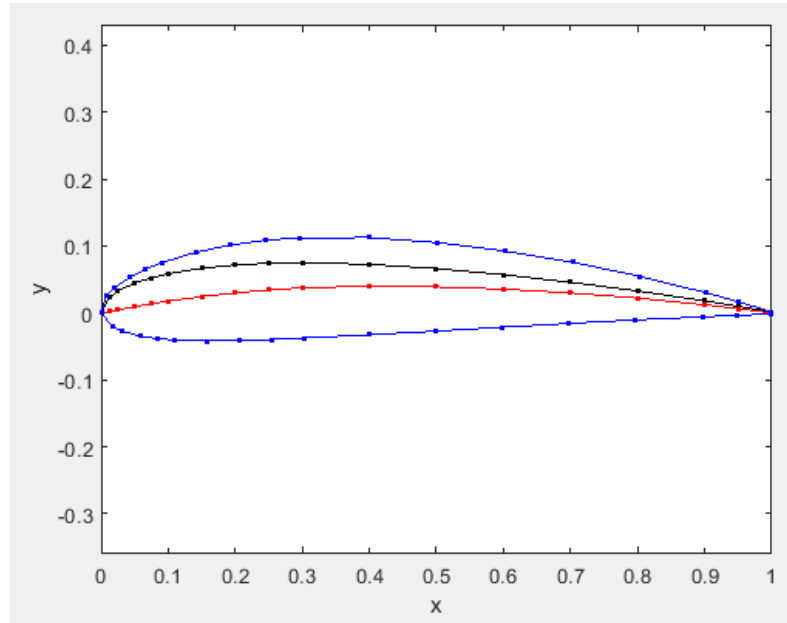
Kalınlık ve kamburluk eğrileri bahsi geçen denklemlerle ifade edildikten sonra artık 4 haneli NACA serisi profillerin üst ve alt eğrilerinin koordinatları ayrı ayrı hesap edilebilecek hale gelmiştir. Bu amaçla üst eğriyi elde etmek için kamburluk eğrisine kalınlık eğrisi eklenmiş; alt eğriyi elde etmek için ise kamburluk eğrisinden kalınlık eğrisi

çıkarılmıştır. Bu süreçte dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta; kalınlık değerlerinin kamburluk eğrisinin her bir noktasındaki teğete dik olacak şekilde eklenip çıkarılmasıdır. Şekil 2.2’de bu işlemin yapılışı gösterilmiştir.



Şekil 2.2. NACA'nın kanat profili koordinatlarının elde edilmesinde uyguladığı prosedür [32]

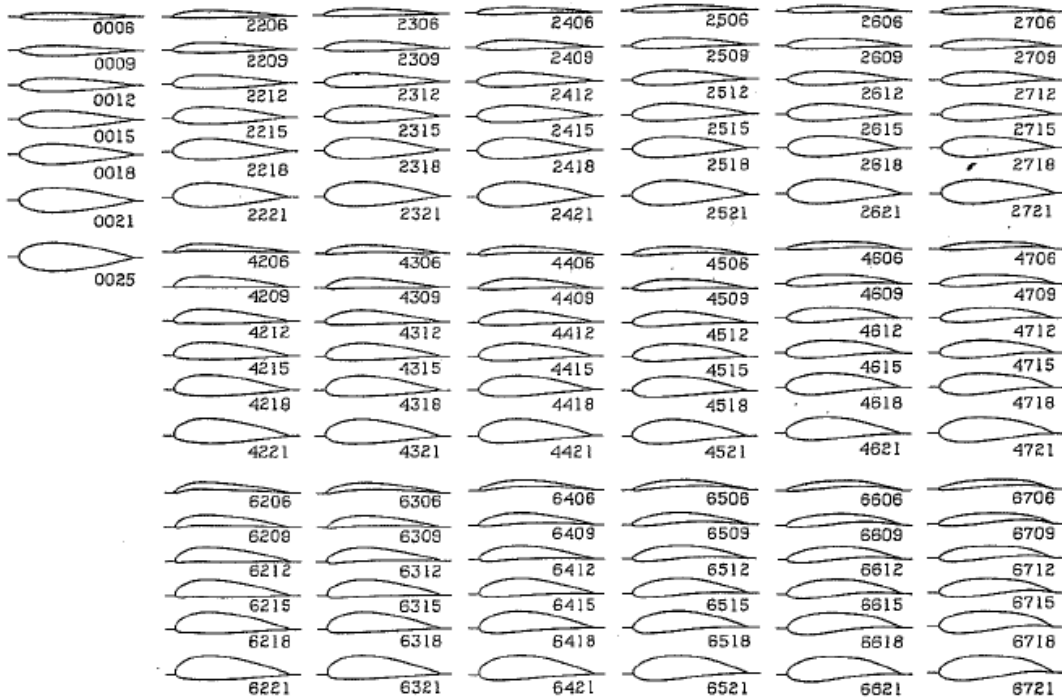
NACA 4 haneli kanat profillerinin bahsi geçen yöntemle elde edilmiş bir örneği Şekil 2.3’de verilmiştir.



Şekil 2.3. NACA 4415 kanat profilinin kalınlık (siyah) ve kamburluk (kırmızı) eğrilerinden elde edilişi

NACA'nın 4 haneli serilerinde kullandığı numaralandırma sisteminde ilk iki hane kamburluk eğrisinin maksimum noktasının koordinatlarına karşılık gelir. Buna göre ilk hane; kamburluk eğrisinin maksimum noktasının veterin yüzdesi olarak miktarı; ikinci hane ise bu maksimum noktanın orijinden uzaklığının veterin onda kaçında olduğunu gösteren sayıdır. Son iki hane ise kalınlık eğrisinin maksimum kalınlığının veterin yüzde kaç kadar olduğunu veren sayıdır. Örneğin NACA 4415 profili için kalınlık eğrisinin maksimum noktasının y koordinatı veterin yüzde 4'ü büyüklüğünde olup bu nokta orijinden veterin onda 4'ü mesafededir. NACA 4415 profili veterin yüzde 15'i büyüklüğünde kalınlık eğrisi kalınlığına sahiptir.

Bahsi geçen yöntemle NACA; 4 haneli rakamlarla ifade edilen bir kanat profili ailesi oluşturmuş, bu geometrilere ait modelleri üreterek bu kanat profillerinin değişken yoğunluklu rüzgâr tüneline deneylerini yapmıştır. Buradan elde ettiği bilgileri her bir kanat profili için grafikler halinde yayınlamıştır [1]. Şekil 2.4'de NACA 4 haneli seriye ait profiller verilmiştir.



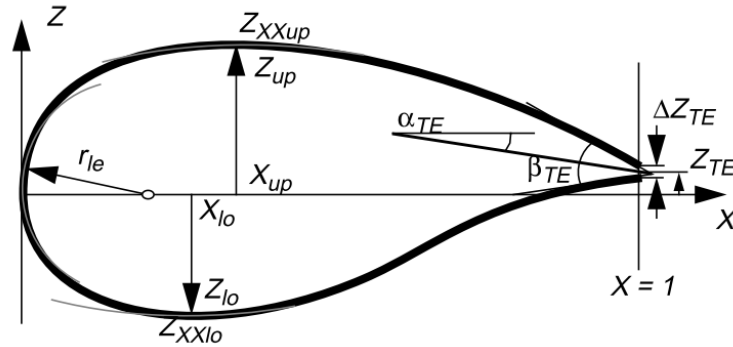
Şekil 2.4. NACA 4 haneli seriye ait çeşitli kanat profilleri

2.1.2. PARSEC (parametric section) yöntemi

Literatürde en çok kullanılan yöntemlerden biri olan PARSEC yöntemi 1998 yılında Helmut Sobieczky tarafından bulunmuştur [3]. Bu yöntemde kanat profilinin alt ve üst eğrileri bir polinom eşitliği ile ifade edilmiş; kanat profilini tanımlayan toplam 11 adet aerodinamik temelli parametre ile bu eşitliğin katsayıları elde edilmiştir. Kanat profili eğrilerini ifade etmede kullanılan eşitlik, (2.6)'daki gibi verilmiştir.

$$Z_{parsec} = \sum_{i=1}^6 a_i(p) \cdot x^{i-1/2} \quad (2.6)$$

PARSEC yönteminde bir kanat profilini tanımlamak için kullanılan 11 parametre Şekil 2.5'de verilmiştir. Bu parametreler X_{up} , Z_{up} , Z_{xxup} , X_{lo} , Z_{lo} , Z_{xxlo} , Z_{te} , ΔZ_{te} , α_{te} , β_{te} ve r_{le} olup sırasıyla; üst eğrinin maksimum noktasının apsisi, ordinatı ve o noktadaki eğriliği (curvature); alt eğrinin minimum noktasının apsisi, ordinatı ve o noktadaki eğriliği; firar kenarının x ekseninden yüksekliği, firar kenarı kalınlığı, firar kenarı doğrultu açısı, firar kenarı kama açısı ve son olarak hücum kenarı yarıçapı şeklinde ifade edilebilirler. Kanat profilinin kalınlık ya da kamburluk eğrilerinden biri için veya simetrik bir kanat profili için bu parametrelerden sekiz tanesinin kullanılması gerekir.



Şekil 2.5. PARSEC yönteminde kullanılan 11 parametre

PARSEC yönteminde (2.6)'da verilen polinomun a_n ile ifade edilen katsayılarını elde edebilmek için aşağıdaki altı adet kısıtın hem üst hem de alt eğri için uygulanması gerekmektedir. Aşağıda bir üst yüzey eğrisi için (2.6) numaralı denklemde verilmesi gereken altı adet kısıt sunulmuştur.

- 1) $X=1$ noktası için $Z = Z_{te} + (\Delta Z_{te}/2)$ olmalıdır.
- 2) $X = X_{up}$ noktası için $Z = Z_{up}$ olmalıdır.

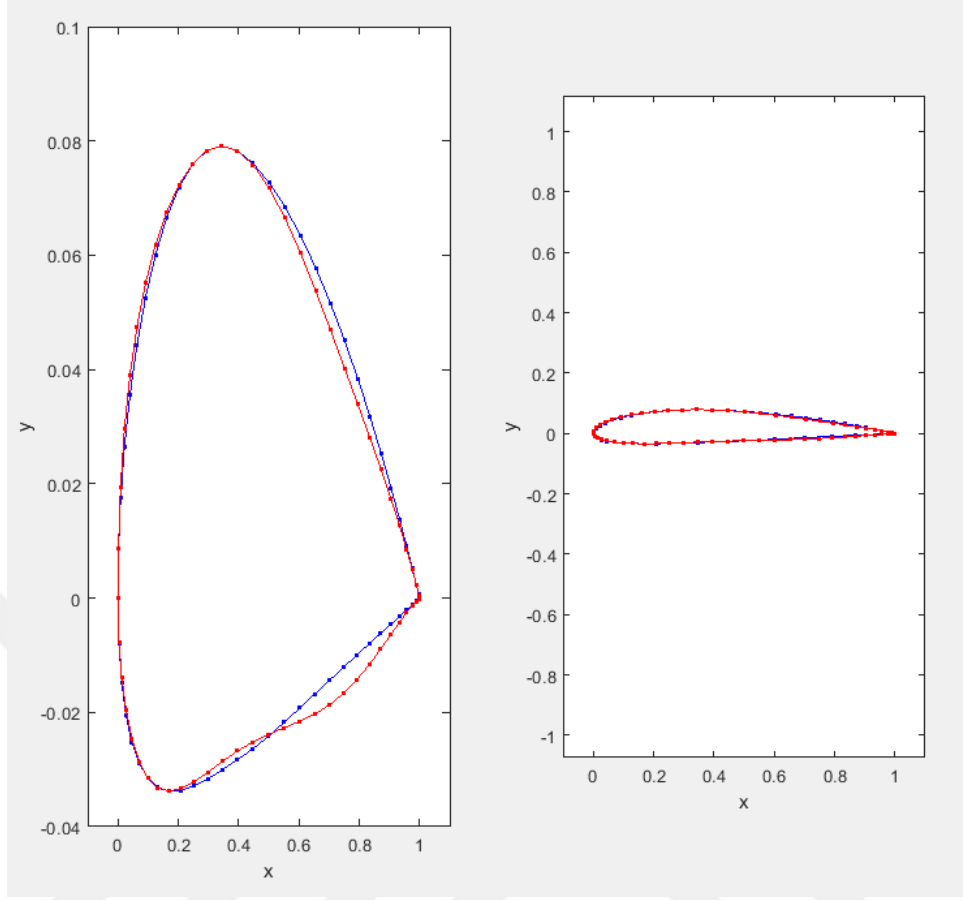
- 3) $X=1$ noktasında dZ/dX türevi $\tan(\alpha_{te} - (\beta_{te}/2))$ olmalıdır.
- 4) $X = X_{up}$ noktasında birinci türev 0 olmalıdır.
- 5) $X = X_{up}$ noktasında ikinci türev o noktadaki eğriliğe ($Z_{xxup} = \text{curvature}$) eşit olmalıdır.
- 6) $X=0$ noktası için $Z = \sqrt{2 \cdot r_{le}}$ olmalıdır.

Bu kısıtların (2.6)'da uygulanması ile PARSEC parametrelerine bağlı bir lineer denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sisteminde bilinmeyenler (2.6)'nın açık halinde ortaya çıkan ve $n=1$ 'den $n=6$ 'ya kadar a_n genel hali ifade edilen altı adet polinom katsayısıdır. Benzer kısıtlar alt eğri için de uygulanmalıdır. (2.7)'de verilen katsayı matrisi (C_{up}); (2.8)'de verilen ve lineer denklem sistemindeki eşitliklerin sağ taraflarını veren sütun vektörüne (b_{up}) bölünür ise bahsi geçen altı adet a_n katsayısı hesaplanmış olur.

$$C_{up} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ X_{up}^{\frac{1}{2}} & X_{up}^{\frac{3}{2}} & X_{up}^{\frac{5}{2}} & X_{up}^{\frac{7}{2}} & X_{up}^{\frac{9}{2}} & X_{up}^{\frac{11}{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} & \frac{5}{2} & \frac{7}{2} & \frac{9}{2} & \frac{11}{2} \\ \frac{1}{2} X_{up}^{-\frac{1}{2}} & \frac{3}{2} X_{up}^{\frac{1}{2}} & \frac{5}{2} X_{up}^{\frac{3}{2}} & \frac{7}{2} X_{up}^{\frac{5}{2}} & \frac{9}{2} X_{up}^{\frac{7}{2}} & \frac{11}{2} X_{up}^{\frac{9}{2}} \\ -\frac{1}{2} X_{up}^{-\frac{3}{2}} & \frac{3}{4} X_{up}^{-\frac{1}{2}} & \frac{15}{4} X_{up}^{\frac{1}{2}} & \frac{35}{4} X_{up}^{\frac{3}{2}} & \frac{63}{4} X_{up}^{\frac{5}{2}} & \frac{99}{4} X_{up}^{\frac{7}{2}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (2.7)$$

$$b_{up} = \begin{vmatrix} Z_{te} + (\Delta Z_{te} / 2) \\ Z_{up} \\ \tan(\alpha_{te} - (\beta_{te} / 2)) \\ 0 \\ Z_{xxup} \\ \sqrt{2r_{le}} \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

Referans [20]'de NACA 2411 kanat profili için eğrilerin NACA tarafından sağlanan [1] denklemlerinden hesaplanan PARSEC parametreleri verilmiştir. Bu parametrelerden (2.6)'da verilen polinomun katsayıları elde edilerek PARSEC kanat profili elde edilmiştir. Bu profil ile orijinal kanat profiline ait koordinat dosyasındaki noktalar üst üste çizdirildiğinde Şekil 2.6'da verilen geometriler elde edilir.



Şekil 2.6. PARSEC yöntemi ile elde edilen NACA 2411 kanat profilinin(kırmızı) orijinali(mavi) ile üst üste çizimi (sol şekil büyütülmüş, sağ şekilde eksenler eşit aralıklı)

2.1.3. CST (class/shape transformation) yöntemi

CST yönteminde kanat profili eğrilerini modellemek için kullanılan denklem (2.9)'da olduğu gibi verilmiştir [19].

$$\xi(\psi) = \sqrt{\psi}(1-\psi) \sum_{i=0}^N A^i \psi^i + \psi \xi_T \quad (2.9)$$

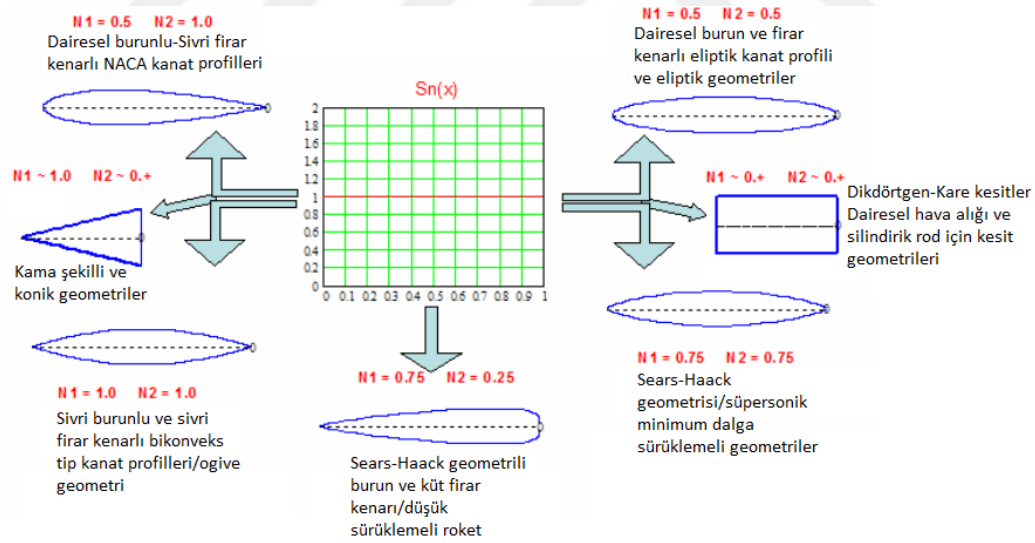
(2.9)'da verilen ψ sembolü ile x koordinatlarının veter uzunluğuna oranı yani x/c ; ξ sembolü z koordinatlarının (ilgili çalışmada düşey eksen olarak z eksen alınmıştır) veter uzunluğuna oranı yani z/c ve son olarak ξ_T sembolü ile de kanat profili alt veya üst eğrilerinin yatay eksenden mesafesinin veter uzunluğuna oranı yani $\Delta Z_{te}/c$ ifade edilmektedir.

Kulfan [31] çalışmasında (2.9)'daki her bir terimi ayrı ayrı incelemiş ve bu terimlerin eğrinin yapısı üzerindeki etkilerini belirlemiştir. Buna göre; (2.9)'daki $\sqrt{\psi}$ ifadesi kanat profiline dairesel burun kısmını sağlayan ifadedir. Benzer şekilde $(1 - \psi)$

ifadesi profilin firar kenarının keskin şekilli olmasını sağlar. $\psi\xi_T$ ifadesi ise firar kenarı kalınlığının kontrolünü sağlar. (2.9)'un kalan son ifadesi olan ve 0'dan N'ye kadar $A^i\psi^i$ terimlerinin toplamını veren toplam sembolü ifade ise dairesel burun kısmı ile keskin firar kenarı arasında kanat profili geometrisini tanımlayacak, her bir kanat profilinin kendine özel şekil fonksiyonudur. Kulfan yaptığı bu incelemeler neticesinde geometriler için daha genel bir formülü denklem (2.10)'da verildiği gibi tanımlamıştır.

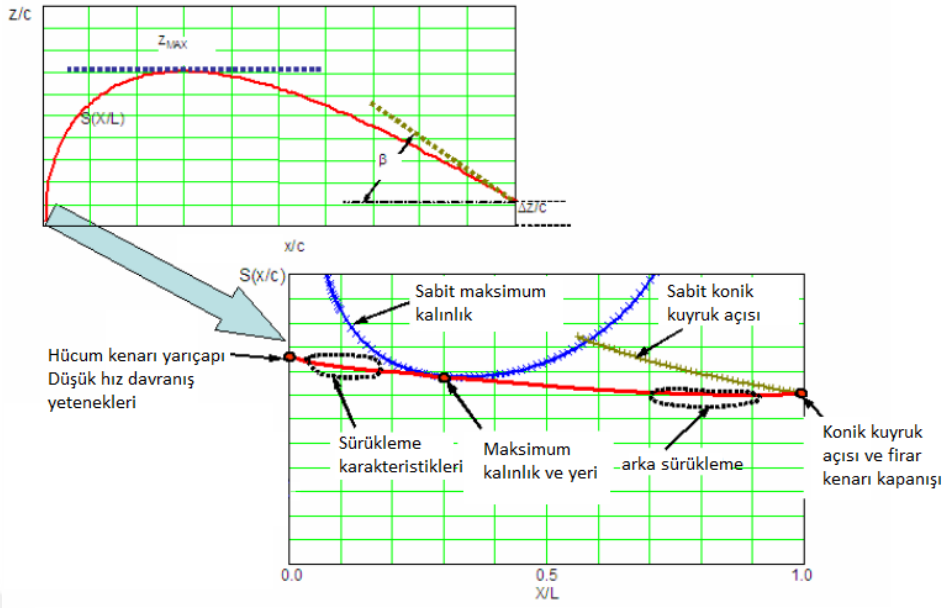
$$\xi(\psi) = C_{N_2}^{N_1}(\psi)S(\psi) + \psi\xi_T \quad (2.10)$$

Bu tanımlamada aerodinamik geometrilerin dahil oldukları sınıfı belirten bir sınıf fonksiyonu yani $C_{N_2}^{N_1}(\psi)$; dahil oldukları sınıfın içerisinde farklılaşmalarını sağlayan bir de şekil fonksiyonu yani $S(\psi)$ ile tüm aerodinamik geometrilerin tanımlanabileceği bir denklem formu oluşturulmuştur. (2.10) içerisinde yer alan şekil fonksiyonu en basit şekil fonksiyonu olan birim fonksiyon veya bir başka ifade ile doğrudan 1 olarak alındığında, sınıf fonksiyonundaki N_1 ve N_2 üslerinin farklı değerleri için farklı sınıflara dahil olacak geometriler ortaya çıkar. Bu farklı geometri türleri Şekil 2.7'de verilmiştir.



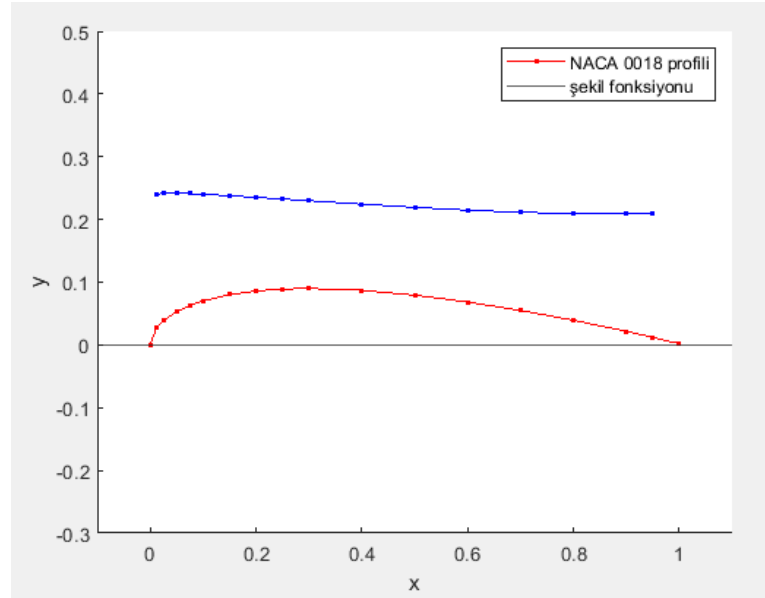
Şekil 2.7. Şekil fonksiyonu birim şekil fonksiyonu iken yani 1 iken N_1 ve N_2 üslerinin farklı değerlerinde ortaya çıkan farklı şekiller [31]

Dairesel burun geometrisine sahip ve keskin firar kenarlı kanat profili eğrileri için CST yönteminde sınıf fonksiyonunda kullanılması gereken katsayılar Şekil 2.7'de de görüldüğü üzere $N_1 = 0.5$ ve $N_2 = 1$ 'dir. Şekil 2.8'de bu tipteki bir kanat profili için şekil fonksiyonuna ait eğri ve bu eğri üzerindeki sürüklemeyi etkileyen bölgeler gösterilmiştir.



Şekil 2-8. Şekil fonksiyonunun dairesel burunlu ve keskin firar kenarlı bir kanat profilindeki yapısı [31]

CST yöntemine göre (2.10) denkleminde faydalanılarak halihazırda koordinatları Referans [33]'den elde edilebilen örnek bir kanat profilinin şekil fonksiyonunun grafiği oluşturulabilir. Şekil 2.9'da NACA 0018 simetrik kanat profiline ait CST şekil fonksiyonu verilmiştir. Şekil üzerinde de görüldüğü gibi CST yönteminde şekil fonksiyonu oldukça basit yapıda bir eğri olarak ortaya çıkmaktadır.



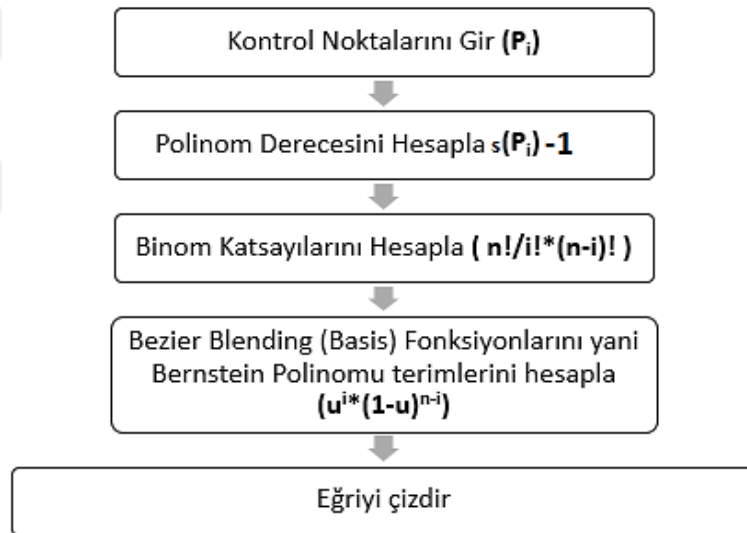
Şekil 2.9. NACA 0018 kanat profili ve profilin CST yöntemindeki şekil fonksiyonu

2.1.4. Bezier yöntemi

Pierre Bezier ve Paul de Casteljaou tarafından otomobil yüzeylerindeki eğrilerin ifadesi için geliştirilmiş bir yöntemdir. n'inci dereceden parametrik bir Bezier eğrisi n+1 köşeli bir poligonun köşe noktaları ile tanımlanır. Bu köşe noktaları kontrol noktası olarak adlandırılır. Eğrinin başlangıç ve bitiş noktalarında birer adet kontrol noktası bulunur. Diğer kontrol noktalarının eğrinin üzerinde olma zorunluluğu yoktur [34]. Parametrik Bezier eğrisinin denklemi (2.11)'de verildiği gibidir.

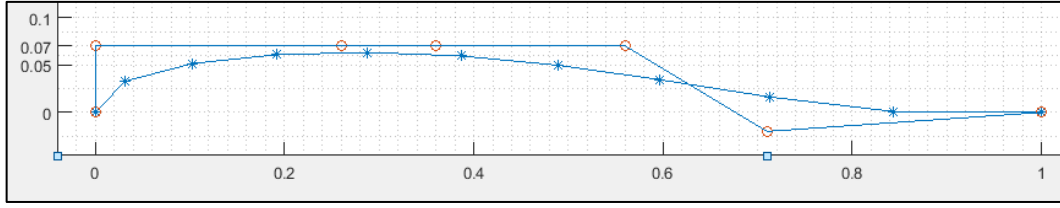
$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}, 0 \leq u \leq 1 \quad (2.11)$$

Bezier eğrilerinin (2.11) yardımıyla oluşturulmasında Şekil 2.10'da verilen akış diyagramındaki işlem basamakları uygulanmıştır.



Şekil 2.10. Bezier eğrilerinin çizdirilmesinde takip edilen sürece ait akış diyagramı

Örnek bir Bezier eğrisi çizimi Şekil 2.11'de verilmiştir. Bu eğri 7 adet kontrol noktası kullanıldığından dolayı 6. derecedir. Eğrinin çiziminde kullanılan kontrol noktalarının koordinatları Tablo 2.1'de verilmiştir.

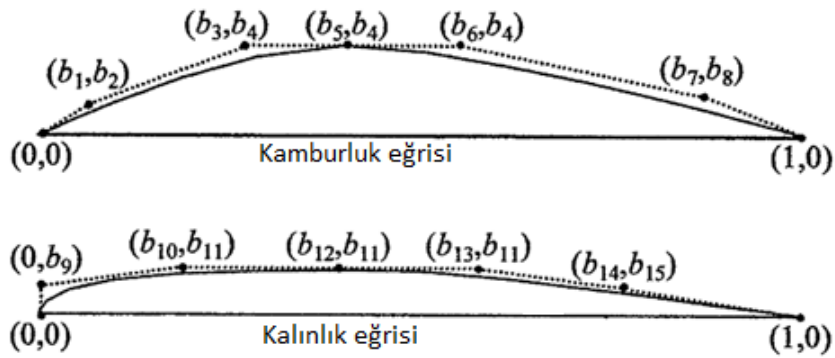


Şekil 2.11. 7 kontrol noktasından oluşan 6. derece örnek Bezier eğrisi

Tablo 2.1. Örnek Bezier eğrisinin çiziminde kullanılan kontrol noktalarının koordinatları

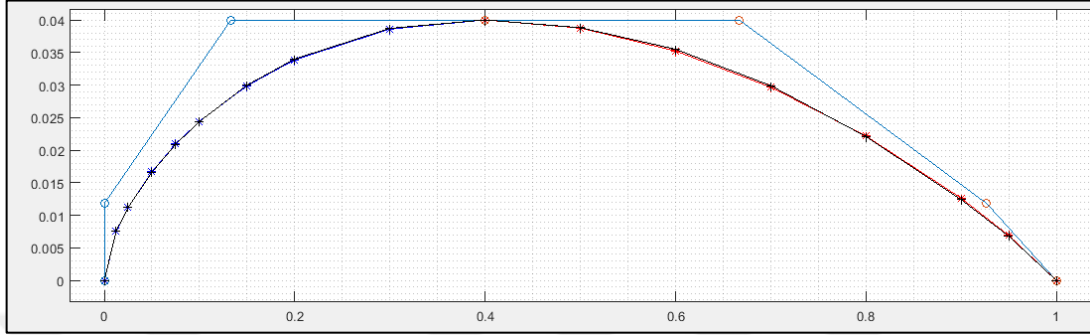
Kontrol Noktası (KN)	X koordinatı	Y koordinatı
KN-1	0	0
KN-2	0	0.07
KN-3	0.26	0.07
KN-4	0.36	0.07
KN-5	0.56	0.07
KN-6	0.71	-0.02
KN-7	1	0

Bezier denklemi ile kanat profillerinin kalınlık ve kamburluk eğrilerinin ifadesi için toplamda 15 adet parametreye ihtiyaç duyulur. İhtiyaç duyulan bu parametreler Bezier eğrisini oluşturan kontrol noktaları olup; belirli kısıtların uygulanması nedeniyle tam bir kanat profili için 15 parametre yeterli olmaktadır. Uygulanan kısıtlara örnek vermek gerekirse; Şekil 2.12’de verilen kamburluk ve kalınlık eğrileri için tanımlanan toplam 15 adet Bezier parametresi içinde kamburluk eğrisinin maksimum noktası civarındaki üç adet kontrol noktasının üçünde de aynı y koordinatı değeri (b_4) görülmektedir. Bu durum bu noktada teğetin 0 olabilmesi için verilmesi gereken kısıttan kaynaklanan bir sonuçtur.



Şekil 2.12. Kanat profili kalınlık ve kamburluk eğrilerinin Bezier eğrileri ile ifadesi

Şekil 2.13'te iki adet üçüncü derece Bezier eğrisinden elde edilmiş bir kanat profili eğrisi görülmektedir. Bu iki eğri apsisi 0.4 ordinatı ise 0.04 olan tepe noktasında birleşmektedir. Eğriler üzerinde Bezier kontrol noktalarının oluşturduğu poligonlar da gösterilmektedir.



Şekil 2.13. İki adet 3. derece Bezier eğrisi kullanılarak oluşturulmuş bir kanat profili eğrisi

2.1.5. Bezier-PARSEC yöntemi (BP yöntemi)

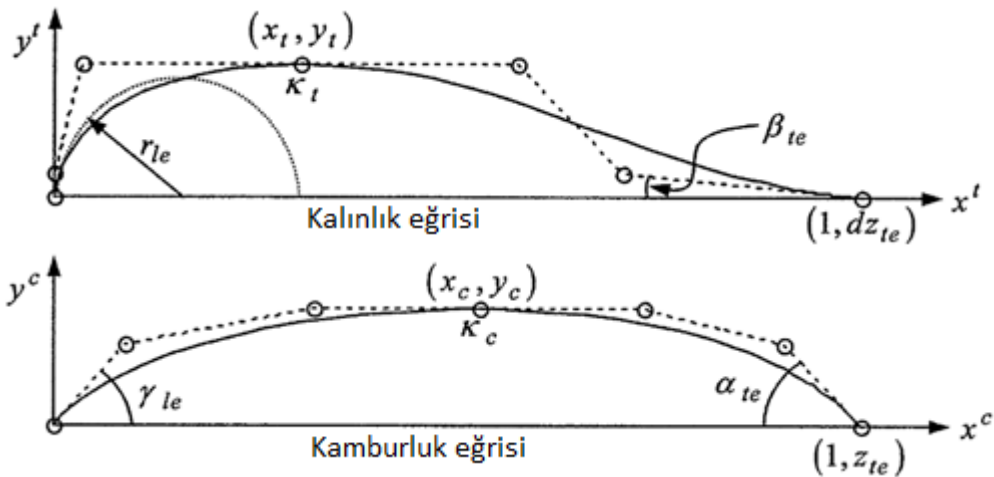
Rogalsky'nin; NACA'nın kalınlık-kamburluk tanımını kullandığı bu yöntemde Bezier ve PARSEC yöntemlerinin avantajlarının birleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu yöntemde Rogalsky; PARSEC yönteminin hızlı şekilde yakınsama avantajı, kanat profili eğrilerinin aerodinamik temelli parametrelerle ifade edilmesi ve yöntemdeki lineer denklem sistemlerinin kolay şekilde oluşturulabilmesi gibi avantajları ile Bezier eğrilerinin yüksek salınımlar yapmaması, kontrol noktaları yakınında eğriyi oluşturması ve Bezier eğri parçalarının birbirlerine kolay şekilde bağlanabilmeleri gibi avantajları birleştirmeyi hedeflemiştir [4,29].

Bu yöntemde sadece 3. derece Bezier denklemlerinin kullanıldığı modelleme yöntemi BP3333; 3. ve 4. derece Bezier denklemlerinin kullanıldığı modelleme yöntemi BP3434 olarak adlandırılır. BP3333 yönteminde kalınlık eğrileri de kamburluk eğrileri de ikişer adet 3. derece Bezier denklemi kullanılarak tanımlanır. Eğriler birbirleri ile kalınlık ve kamburluğun maksimum noktalarında birleşirler. Bu noktalarda her iki eğri hem teğetsel sürekliliğe (tangent continuity) hem de eğrisel sürekliliğe (curvature continuity) sahiptir. BP3434 yönteminde kalınlık eğrileri ve kamburluk eğrileri yine ikişer adet eğri ile tanımlanır ancak bu eğrilerden hücum kenarı tarafında olanlar 3. derece Bezier eğrisi iken firar kenarı tarafında olanlar 4. derece Bezier eğrisidir. Eğriler BP3333 yönteminde olduğu gibi birbirleri ile kalınlık ve kamburluğun maksimum noktalarında birleşirler ve bu noktalarda teğetsel süreklilik ve eğrisel süreklilik şartını sağlarlar.

BP3333 yönteminde parametrik Bezier eğrilerinin kontrol noktalarının tamamı Bezier-PARSEC parametreleri cinsinden ifade edilebilmektedir ancak kalınlık eğrisinin 3. kontrol noktasının x koordinatının hesabında ortaya çıkan ve 4. derece bir polinom denkleminin çözümünü gerektiren durum; işlem süresini nispeten arttırdığı ve uygulamayı zorlaştırdığı için bu yöntemin bir dezavantajı olarak değerlendirilebilir.

2.1.5.1. BP3333 yönteminde kullanılan tasarım parametreleri

BP3333 yönteminde kanat profilini oluşturacak kalınlık ve kamburluk eğrileri için toplamda 12 adet parametre kullanılır. Bunlardan altısı kalınlık eğrisi için kullanılmakta olup x_t , y_t , r_{le} , dz_{te} , κ_t and B_{te} simgeleri ile ifade edilmektedirler. Bahsi geçen bu kalınlık eğrisi parametreleri sırasıyla; eğrinin tepe noktasının x ve y koordinatı, hücum kenarı yarıçapı, kalınlık eğrisi firar kenarı kalınlığı, eğrinin tepe noktasının eğriliği ve firar kenarı açısıdır. Kamburluk eğrisi için kullanılan altı adet parametre ise x_c , y_c , γ_{le} , z_{te} , κ_c and α_{te} simgeleri ile ifade edilip sırasıyla eğrinin tepe noktasının x ve y koordinatı, hücum kenarı doğrultu açısı, kamburluk eğrisi firar kenarı kalınlığı, eğrinin tepe noktasının eğriliği ve kamburluk eğrisi firar kenarı açısıdır. Şekil 2.14’de BP3333 yönteminde kalınlık ve kamburluk eğrilerinin ifadesinde kullanılan parametreler gösterilmiştir.



Şekil 2.14. BP3333 yönteminde kalınlık ve kamburluk eğrilerinin Bezier eğrileri ile ifadesinde kullanılan parametreler

2.1.5.2. BP3333 yönteminde kullanılan denklemler

BP3333 yönteminde ana denklem olarak (2.11)’de verilen genel formun 3. dereceye özel hali kullanılmıştır. Parametrik Bezier denklemlerinde kullanılan u parametresi 0’ dan 1’e değişen bir parametre olup bu parametrenin değişmesi ile ilgili eğriyi çizecek $x(u)$ ve

$y(u)$ koordinatları (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ve (x_3, y_3) kontrol noktalarına bağılı olarak ortaya çıkacaktır. (2.12)'de 3. derece parametrik Bezier denkleminin açık hali verilmiştir.

$$\begin{aligned} x(u) &= x_0(1-u)^3 + 3x_1u(1-u)^2 + 3x_2u^2(1-u) + x_3u^3 \\ y(u) &= y_0(1-u)^3 + 3y_1u(1-u)^2 + 3y_2u^2(1-u) + y_3u^3 \end{aligned} \quad (2.12)$$

BP3333 yöntemi ile kanat profilinin tam olarak ifade edilmesi için (2.12)'deki tüm (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ve (x_3, y_3) kontrol noktalarının her profile özel olarak hesaplanması gerekir. BP3333 metodunda Rogalsky bu kontrol noktalarını önceki bölümde belirtilen tasarım parametreleri cinsinden ifade etmeyi başarmıştır. Bunun için modelinde birçok kısıt tanımlamış; bu kısıtları uygularken (2.12)'de kullandığı denklemlerin birinci ve ikinci türevlerine ihtiyaç duymuştur. İhtiyaç duyduğu bu türev denklemleri (2.13) ve (2.14)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} x'(u) &= -3x_0(1-u)^2 + 3x_1(1-4u+3u^2) + 3x_2(2u-3u^2) + 3x_3u^2 \\ y'(u) &= -3y_0(1-u)^2 + 3y_1(1-4u+3u^2) + 3y_2(2u-3u^2) + 3y_3u^2 \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} x''(u) &= 6x_0(1-u) + 6x_1(-2+3u) + 6x_2(1-3u) + 6x_3u \\ y''(u) &= 6y_0(1-u) + 6y_1(-2+3u) + 6y_2(1-3u) + 6y_3u \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.1.5.3. BP3333 yönteminde kullanılan kısıtlar

BP3333 yönteminde kalınlık eğrisi kısıtları sırasıyla aşağıdaki verildiği şekilde tanımlanmıştır. Eşitliklerde geçen lt (leading thickness) ve tt (trailing thickness) üst simgeleri sırasıyla hücum kenarı kalınlık eğrisini ve fırar kenarı kalınlık eğrisini ifade etmektedir.

Kısıt 1.1

BP3333 yönteminde kanat profili kalınlık eğrilerinin ilk parçası hücum kenarından eğrinin tepe noktasına kadar olan kısımdır (hücum kenarı eğrisi). Bezier eğrilerinin özelliği gereği eğrinin başlangıç noktası ilk kontrol noktası ile çakışmıştır. Kanat profillerinin kalınlık eğrileri düzlem üzerinde $(0,0)$ noktasından başladıkları için $u = 0$ iken $x(u)$ ve $y(u)$ 'nin da 0 olması gerekir. Bu kısıt (2.12)'de uygulandığında ilk kontrol noktasının koordinatları $x_0^{lt} = 0$ ve $y_0^{lt} = 0$ olarak bulunur.

Kısıt 1.2

Dairesel burun geometrili (rounded leading edge) hücum kenarına sahip kanat profilleri için (2.12)'de verilen denklemin u 'ya göre türevinin yani (2.13) denkleminin $u=0$ 'da 0'a eşit olması gerekir. Bu kısıt uygulandığında ikinci kontrol noktasının da x koordinatının 0 olduğu sonucuna ulaşılır. Kısıt 1.1 ve Kısıt 1.2'nin ortak sonucu olarak (2.15) eşitliği elde edilir.

$$x_0^{lt} = y_0^{lt} = x_1^{lt} = 0 \quad (2.15)$$

Kısıt 1.3

Parametrik bir eğrinin $u=0$ noktasında eğrilik yarıçapı (radius of curvature) (2.16)'daki gibi ifade edilir.

$$r_{le} = \frac{\left[(x'(0))^2 + (y'(0))^2 \right]^{3/2}}{x'(0)y''(0) - x''(0)y'(0)} \quad (2.16)$$

Eşitlik (2.16)'da gerekli sadeleştirme ve yerine koyma işlemleri yapıldığında (2.17) elde edilir.

$$-2r_{le}x_2^{lt} = 3(y_1^{lt})^2 \quad (2.17)$$

Kısıt 1.4

Kalınlık eğrisinin ilk parçasının son noktası yine Bezier eğrileri özelliği gereği son kontrol noktası ile çakışık olmalıdır. İlk parça eğrinin son noktası, BP3333 yönteminin tanımı gereği kalınlık eğrisinin maksimum noktasında tanımlanmıştır. Bu nedenle u 'nun 1 olduğu noktada $x(1)=x_t$; $y(1)=y_t$ olmalıdır. Bu şartlar (2.12)'de uygulandığında $x_3^{lt} = x_t$ ve $y_3^{lt} = y_t$ elde edilir.

Kısıt 1.5

Eğrinin tepe noktasında tanımlanacak ikinci bir kısıt ise bu noktanın kalınlık eğrisinin maksimum noktası olması nedeniyle $u=1$ 'de eğim 0 olmalıdır. Denklem (2.13)'de $y'(1) = 0$ şartı uygulandığında $y_2^{lt} = y_3^{lt} = y_t$ sonucu elde edilir.

Kısıt 2.1

Kalınlık eğrisinin ikinci parçası (fırar kenarı eğrisi) eğrinin maksimum noktasından başlar ve fırar kenarına kadar uzanır. Bu nedenle eğrinin ilk kontrol noktasının koordinatları x_t ve y_t de olmalıdır. Bu kısım da yine u parametresi ilk parça eğride olduğu gibi 0'dan 1'e değişecektir. Eşitlik (2.12)'de $u=0$ için sırasıyla $x(0) = x_t, y(0) = y_t$ şartları uygulandığında $x_0^{tt} = x_t$ ve $y_0^{tt} = y_t$ elde edilir.

Kısıt 2.2

İkinci parça eğri tepe noktasında başladığı için $u=0$ 'da eğim 0 olmalıdır. $Y'(0) = 0$ şartı (2.13)'de uygulandığında $y_0^{tt} = y_1^{tt} = y_t$ sonucu elde edilir.

Kısıt 2.3

Parametrik bir eğrinin $u=0$ noktasındaki eğrilik denklemi (2.18)'de verildiği gibi tanımlanmaktadır.

$$\kappa_t = \frac{x'(0)y''(0) - x''(0)y'(0)}{\left[(x'(0))^2 + (y'(0))^2 \right]^{3/2}} \quad (2.18)$$

(2.18) denkleminde gerekli sadeleştirme ve yerine koyma işlemleri yapıldığında (2.19)'da verilen eşitlik elde edilir.

$$2(y_2^{tt} - y_t) = 3\kappa_t (x_1^{tt} - x_t)^2 \quad (2.19)$$

Kısıt 2.4

Hücum kenarı eğrisi ile fırar kenarı eğrisinin çakıştığı nokta olan (x_t, y_t) noktasında her iki eğri de ikinci derece sürekliliği (curvature continuity) sağlamalıdır. Yani her iki eğri için de bu noktada eğrilik denklemleri aynı sonucu vermelidir. Buradan hareketle hücum kenarı eğrisi için $u=1$ 'de; fırar kenarı eğrisi için de $u=0$ 'da eğrilik denklemlerinin verdiği değerler (2.20)'de verildiği gibi birbiri ile aynı olmalıdır. Bu sayede bu noktada birinci derece süreklilik sağlandığı gibi ikinci derece süreklilik de sağlanmış olur. (2.20)'de κ_t 'nin solundaki kısım hücum kenarı kalınlık eğrisi için geçerli iken; sağındaki kısım fırar kenarı kalınlık eğrisi için geçerlidir.

$$\frac{y''(1)}{[x'(1)]^2} = \kappa_t = \frac{y''(0)}{[x'(0)]^2} \quad (2.20)$$

(2.20) eşitliğinde paylar eşitlendiğinde $y_1^{lt} = y_2^{tt}$ sonucu elde edilirken; paydalar eşitlendiğinde (2.21)'de verilen denklem bulunmuş olur.

$$x_2^{lt} = 2x_t - x_1^{tt} \quad (2.21)$$

Kısıt 2.5

Kalınlık eğrisinin ikinci parçasının son noktası tanım gereği $(1, dz_{te})$ noktasında olmalıdır. Dolayısıyla (2.12)'de $u=1$ şartı uygulanıp sırasıyla 1 ve dz_{te} değişkenlerine eşitlenir ise son kontrol noktasının koordinatları $x_3^{tt} = 1$ ve $y_3^{tt} = dz_{te}$ olarak bulunur.

Kısıt 2.6

$x=1$ noktasında y 'nin x 'e göre türevi $-\tan(B_{te})$ olmalıdır. Parametrik eğriler için bu türev ayrı ayrı y ve x 'in ilgili parametreye göre türevlerinin oranına eşittir. Bu nedenle (2.22) ile ifade edilen denklem elde edilir.

$$\frac{dy}{dx} = -\tan(B_{te}) = \frac{y'(1)}{x'(1)} \quad (2.22)$$

Türev denklemlerinde $y'(1)/x'(1)$ oranı alındığında firar kenarı eğrisinin 3. kontrol noktasının x koordinatı için (2.23) denklemi elde edilir.

$$x_2^{tt} = 1 + (dz_{te} - y_2^{tt}) \cot(\beta_{te}) \quad (2.23)$$

Kalınlık eğrisi için elde edilen Kısıt 1.5, Kısıt 2.2 ve denklemler (2.17), (2.19) ve (2.21) birlikte değerlendirildiğinde (2.24)'de verilen ve lineer olmayan denklem sistemi elde edilir [29].

$$\begin{cases} 2r_{le}x_2^{lt} + 3(y_1^{lt})^2 = 0 \\ 2(y_1^{lt} - y_t) - 3\kappa_t(x_1^{tt} - x_t)^2 = 0 \\ x_2^{lt} + x_1^{tt} - 2x_t = 0 \end{cases} \quad (2.24)$$

(2.24)'de verilen denklem sistemi hücum kenarı eğrisinin 3. kontrol noktasının x koordinatı cinsinden (x_2^{lt}) 4. derece bir polinom olarak Eşitlik (2.25)'de verildiği şekilde ifade edilip çözülebilir [29].

$$\begin{aligned} & \frac{27}{4} \kappa_t^2 (x_2^{lt})^4 - 27 \kappa_t^2 x_t (x_2^{lt})^3 + (9 \kappa_t y_t + \frac{81}{2} \kappa_t^2 x_t^2) (x_2^{lt})^2 \\ & + (2r_{le} - 18 \kappa_t x_t y_t - 27 \kappa_t^2 x_t^3) (x_2^{lt}) + (3 y_t^2 + 9 \kappa_t x_t^2 y_t + \frac{27}{4} \kappa_t^2 x_t^4) = 0 \end{aligned} \quad (2.25)$$

Bu 4. dereceden polinomun çözümü için MATLAB'ın sembolik matematik [35] modülü kullanılabilir. Referans [4]'de bu polinomun çözümünde Maple programının sembolik matematik modülünden faydalandığı söylenmiştir. Referans [4]'e göre polinomun çözümünde ortaya çıkan 4 farklı kökten (2.26)'daki şartı sağlayan seçilmelidir. Seçilen kök ilgili referansta b_9 simgesi ile ifade edilmiştir.

$$\max \left\{ 0, x_t - \sqrt{\frac{-2y_t}{3\kappa_t}} \right\} < b_9 < x_t \quad (2.26)$$

$x_2^{lt} = b_9$ kök seçimi yapıldıktan sonra BP3333 yönteminin kalınlık eğrisinin kontrol noktasına ait koordinatlar BP3333 parametreleri cinsinden hesaplanmış olur. Bu koordinatlar Tablo 2.2'de verilmiştir.

Tablo 2.2. BP3333 kalınlık eğrisi kontrol noktalarının parametrelerle ifadesi

Kontrol Noktası x Koordinatı	Formülü	Kontrol Noktası y Koordinatı	Formülü
x_0^{lt}	0	y_0^{lt}	0
x_1^{lt}	0	y_1^{lt}	$\frac{3}{2} \kappa_t (x_t - b_9)^2 + y_t$
x_2^{lt}	b_9	y_2^{lt}	y_t
x_3^{lt}	x_t	y_3^{lt}	y_t
x_0^{tt}	x_t	y_0^{tt}	y_t
x_1^{tt}	$2x_t - b_9$	y_1^{tt}	y_t
x_2^{tt}	$1 + \left[dz_{te} - \left(\frac{3}{2} \kappa_t (x_t - b_9)^2 + y_t \right) \right] \cot(\beta_{te})$	y_2^{tt}	$\frac{3}{2} \kappa_t (x_t - b_9)^2 + y_t$
x_3^{tt}	1	y_3^{tt}	dz_{te}

BP3333 yönteminde kamburluk eğrisi kısıtları sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır. Eşitliklerde geçen lc (leading camber) ve tc (trailing camber) üst simgeleri sırasıyla hücum kenarı kamburluk eğrisini ve firar kenarı kamburluk eğrisini ifade etmektedir.

Kısıt 3.1

BP3333 yönteminde kanat profili kamburluk eğrilerinin ilk parçası hücum kenarından eğrinin tepe noktasına kadar olan kısımdır (hücum kenarı eğrisi). Bezier eğrilerinin özelliği gereği eğrinin başlangıç noktası ilk kontrol noktası ile çakışiktır. Kanat profillerinin kamburluk eğrileri düzlem üzerinde (0,0) noktasından başladıkları için $u = 0$ iken $x(u)$ ve $y(u)$ 'nin da 0 olması gerekir. Bu kısıt kamburluk eğrisinin ilk parçası için (2.12)'de uygulandığında ilk kontrol noktasının koordinatları $x_0^{lc} = 0$ ve $y_0^{lc} = 0$ olarak bulunur.

Kısıt 3.2

BP3333 yönteminde kamburluk eğrisinin hücum kenarında kamburluk açısı (γ_{le}) tanımlanmıştır. Hücum kenarında eğrinin türevinin bu açının tanjantına eşit olması gerekir. Bir diğer ifade ile $x = 0$ 'da y 'nin x 'e göre türevi $\tan(\gamma_{le})$ olmalıdır. Parametrik eğriler için bu türev y ve x 'in ayrı ayrı ilgili parametreye göre türevlerinin oranına eşittir. Bu nedenle (2.27)'de verilen denklem elde edilir.

$$\frac{dy}{dx} = \tan(\gamma_{le}) = \frac{y'(0)}{x'(0)} \quad (2.27)$$

Türev denklemlerinde (2.13 denklemi) $y'(0)/x'(0)$ oranı alındığında eğrinin 2. kontrol noktasının koordinat noktası için $y_1^{lc} = b_1$ ve $x_1^{lc} = b_1 \cot(\gamma_{le})$ olmak üzere iki denklem elde edilir.

Kısıt 3.3

Kamburluk eğrisinin ilk parçasının son noktası yine Bezier eğrilerinin özelliği gereği son kontrol noktası ile çakışık olmalıdır. İlk parça eğrinin son noktası, BP3333 yönteminin tanımı gereği kalınlık eğrisinin maksimum noktasında tanımlanmıştır. Bu nedenle u 'nun 1 olduğu noktada $x(1) = x_c$; $y(1) = y_c$ olmalıdır. Bu şartlar (2.12)'de uygulandığında $x_3^{lc} = x_c$ ve $y_3^{lc} = y_c$ elde edilir.

Kısıt 3.4

Eğrinin tepe noktasında tanımlanacak ikinci bir kısıt ise bu noktanın kamburluk eğrisinin maksimum noktası olması nedeniyle $u = 1$ 'de eğimin 0 olmasıdır. (2.13)'de $y'(1) = 0$ şartı uygulandığında $y_2^{lc} = y_3^{lc} = y_c$ sonucu elde edilir.

Kısıt 3.5

Yine kamburluk eğrisinin tepe noktasında ($u=1$) eğrinin eğrilik değeri (2.18)'de verildiği gibi olmalıdır ancak bu denklemde $u=1$ olarak alınmalıdır. Bu nokta için gerekli sadeleştirme ve yerine koyma işlemleri yapıldığında (2.28)'de verilen denklem elde edilir.

$$\frac{y''(1)}{[x'(1)]^2} = \kappa_c \quad (2.28)$$

Bu eşitlik; kamburluk eğrisinin 3. kontrol noktasının x koordinatı olan x_2^{lc} , ye bağlı bir kuadratik denklem olarak yazılır ise (2.29) elde edilir.

$$(x_2^{lc})^2 + 2x_c(x_2^{lc}) + \left[x_c^2 - \frac{2(b_1 - y_c)}{3\kappa_c} \right] = 0 \quad (2.29)$$

Bu kuadratik denklemin 2 çözümünden yalnız biri aerodinamik şekil verdiğiinden denklem (2.30), 3. kontrol noktasının x koordinatını vermiş olur.

$$x_2^{lc} = x_c - \sqrt{\frac{2(b_1 - y_c)}{3\kappa_c}} \quad (2.30)$$

Kısıt 4.1

Kamburluk eğrisinin ikinci parçasının ilk kontrol noktasının koordinatları eğrinin tepe noktasından başlamalıdır. Yani $u = 0$ şartı (2.12)'de uygulanırsa $x_0 = x_c$ ve $y_0 = y_c$ sonucu elde edilir.

Kısıt 4.2

Eğrinin ikinci parçasının başlangıcı tepe noktasına denk geldiği için bu noktada $y'(u=0)$ türevi 0 olmalıdır. (2.13)'de u yerine 0 yazıldığında $y_0 = y_1 = y_c$ sonucu elde edilir.

Kısıt 4.3

Yine tepe noktasında kamburluk eğrisinin ilk parçasının son noktasındaki eğrilik değeri ile ikinci parça eğrinin ilk noktasındaki eğrilik değeri birbirine eşit olmalıdır. Bu sayede bu noktada birinci derece süreklilik sağlandığı gibi ikinci derece süreklilik de sağlanmış olur. Eğriliklerin birbirine eşitliği (2.31)'de gösterilmiştir. (2.31)'de κ_c 'nin

solundaki kısım hücum kenarı kamburluk eğrisi için geçerli iken; sağındaki kısım firar kenarı kamburluk eğrisi için geçerlidir.

$$\frac{y''(1)}{[x'(1)]^2} = \kappa_c = \frac{y''(0)}{[x'(0)]^2} \quad (2.31)$$

Payların eşitlenmesi ile $y_2^{tc} = b_1$ elde edilirken; paydaların eşitlenmesi ile de (2.32)'de verilen denklem elde edilir.

$$x_1^{tc} = x_c + \sqrt{\frac{2(b_1 - y_c)}{3\kappa_c}} \quad (2.32)$$

Kısıt 4.4

İkinci parça kamburluk eğrisinin son noktasının $(1, z_{te})$ noktası ile çakışık olması gerekir. Bu kısıt (2.12)'de $u=1$ için uygulandığında $x_3^{tc} = 1$ ve $y_3^{tc} = z_{te}$ sonuçları elde edilir.

Kısıt 4.5

İkinci parça kamburluk eğrisinin son noktasında y' 'nin x' 'e göre türevinin α_{te} açısının tanjantına eşit olması gerekir. (2.13)'de verilen türev denkleminde bu şart uygulandığında (2.33) eşitliği elde edilir.

$$\frac{dy}{dx} = -\tan(\alpha_{te}) = \frac{y'(1)}{x'(1)} \quad (2.33)$$

Türev denklemleri ile $y'(0)/x'(0)$ oranı alındığında eğrinin 3. kontrol noktasının x koordinat noktası için (2.34)'de verilen denklem elde edilir.

$$x_2^{tc} = 1 + (z_{te} - b_1) \cot(\alpha_{te}) \quad (2.34)$$

Bu işlemler sonucunda kamburluk eğrisine ait iki parçanın her ikisindeki tüm kontrol noktaları için denklemler elde edilmiş oldu. Bu denklemler içerisinde bilinmeyen tek parametre birinci parça kamburluk eğrisinin ikinci kontrol noktasının y koordinatı olan b_1 değeridir. BP3333 yönteminde b_1 'in bilinen diğer parametrelere bağlı çözümü için kamburluk eğrilerinin birleşim noktalarındaki eğrilik değerlerinin eşitliği (Kısıt 4.3) kısmında bir iyileştirme daha yapılmıştır. Kısıt 4.3'de birleşim noktasında eğrilerin eğrilik değerleri (2.31)'de olduğu gibi birbirlerine eşitlenirken paydada x' 'lerin birinci

türevleri kullanılmıştı. Referans [4]'de b_1 bilinmeyeni için bir denklem elde edebilmek adına paydada ikinci derece türevler de birbirleri ile eşitlenmiş, bu durumun birleşim noktasında daha yumuşak bir geçiş sağlayacağı ifade edilmiştir. (2.35)'de ikinci türevlerin eşitlenmesi sonucu ortaya çıkan denklem verilmiştir.

$$b_1(\cot \gamma_{le} + \cot \alpha_{te}) + 8\sqrt{\frac{(b_1 - y_c)}{6\kappa_c}} - z_{te} \cot \alpha_{te} - 1 = 0 \quad (2.35)$$

Bu denklemin iki adet çözümü vardır. Çözüm denklemi (2.36)'da verilmiştir. Nihai çözüm olarak bu iki çözümden 0'dan büyük ve y_c 'den küçük olanının seçilmesi gerekir. Her iki kök de bu aralığa giriyor ise bu durumda y_c 'ye daha yakın olanının seçilmesi gerekir. Eğer bu aralığa giren kök yok ise aerodinamik şekil oluşmadığı anlamına gelir.

$$b_1 = \frac{1}{3\kappa_c(\cot \gamma_{le} + \cot \alpha_{te})^2} \left[16 + 3\kappa_c(\cot \gamma_{le} + \cot \alpha_{te})(1 + z_{te} \cot \alpha_{te}) \right] \pm 4\sqrt{16 + 6\kappa_c(\cot \gamma_{le} + \cot \alpha_{te})(1 - y_c(\cot \gamma_{le} + \cot \alpha_{te}) + z_{te} \cot \alpha_{te})} \quad (2.36)$$

Tablo 2.3'de kamburluk eğrisini oluşturan iki parça eğriye ait kontrol noktalarının Bezier-PARSEC parametreleri cinsinden karşılıkları sunulmuştur. Kalınlık ve kamburluk eğrileri için bahsedilen tüm bu kısıtların uygulanması ile BP3333 yöntemindeki toplam 16 adet kontrol noktasının tamamı, Bezier-PARSEC parametreleri cinsinden ifade edilebilmektedir.

Tablo 2.3. BP3333 kamburluk eğrisi kontrol noktalarının parametrelerle ifadesi

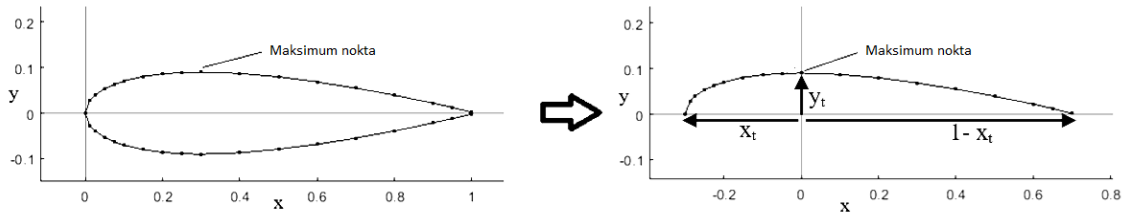
Kontrol Noktası x Koordinatı	Formülü	Kontrol Noktası y Koordinatı	Formülü
x_0^{lc}	0	y_0^{lc}	0
x_1^{lc}	$b_1 \cot(\gamma_{le})$	y_1^{lc}	b_1
x_2^{lc}	$x_c - \sqrt{\frac{2(b_1 - y_c)}{3\kappa_c}}$	y_2^{lc}	y_c
x_3^{lc}	x_c	y_3^{lc}	y_c
x_0^{tc}	x_c	y_0^{tc}	y_c
x_1^{tc}	$x_c + \sqrt{\frac{2(b_1 - y_c)}{3\kappa_c}}$	y_1^{tc}	y_c
x_2^{tc}	$1 + (z_{te} - b_1) \cot(\alpha_{te})$	y_2^{tc}	b_1
x_3^{tc}	1	y_3^{tc}	z_{te}

3. SİMETRİK KANAT PROFİLLERİ İÇİN YENİ BİR MODELLEME YÖNTEMİ: POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ (PCT) YÖNTEMİ

Bölüm 2’de kanat profillerinin matematiksel ifadesi için incelenen yöntemler neticesinde; simetrik kanat profilleri veya asimetrik kanat profillerinin kalınlık eğrilerinin ifadesine uygun olabileceği düşünülen alternatif bir yöntem üzerine çalışılmıştır. Bu yöntem temel olarak BP3333 yönteminden esinlenilerek oluşturulmuş olup; yöntemin performansı BP3333 yöntemi ile kıyaslanarak Bölüm 5 ve Bölüm 6’da farklı simetrik kanat profilleri için incelenmiştir.

3.1. Polar Koordinat Dönüşümü Yöntemindeki Temel Mantık

Polar Koordinat Dönüşümü (PCT) yöntemi asimetrik kanat profillerinin kalınlık eğrileri için veya simetrik kanat profilleri için oluşturulmuş ve bu tür kanat profillerinin basit denklemlerle matematiksel ifadesini sağlamada kullanılmak üzere tasarlanmış bir yöntemdir. Bu yöntemdeki temel mantık simetrik kanat profilinin veya kalınlık eğrisinin koordinatlarının başlangıç noktasının değiştirilerek eğrinin koordinatlarının polar koordinatlara dönüşmesini sağlamak ve oluşan bu yeni r - θ koordinatlı eğriye, uygun matematiksel eğriler ile yakınsamaya çalışmaktır. Bu dönüşümün gerçekleşmesi için Referans [33]’den elde edilen x - y koordinatlarındaki x değerlerinden kanat profili eğrisinin maksimum noktasının x koordinatı (x_t) çıkarılmış; başka bir deyişle kanat profili x eksenini boyunca orijin noktasına göre sola doğru kaydırılmıştır. Bu sayede kanat profilinin başlangıç noktası $(0,0)$ değerinden $(-x_t,0)$ değerine değiştirilmiştir. Şekil 3.1’de yeni başlangıç noktasının elde edilmesi gösterilmiştir.



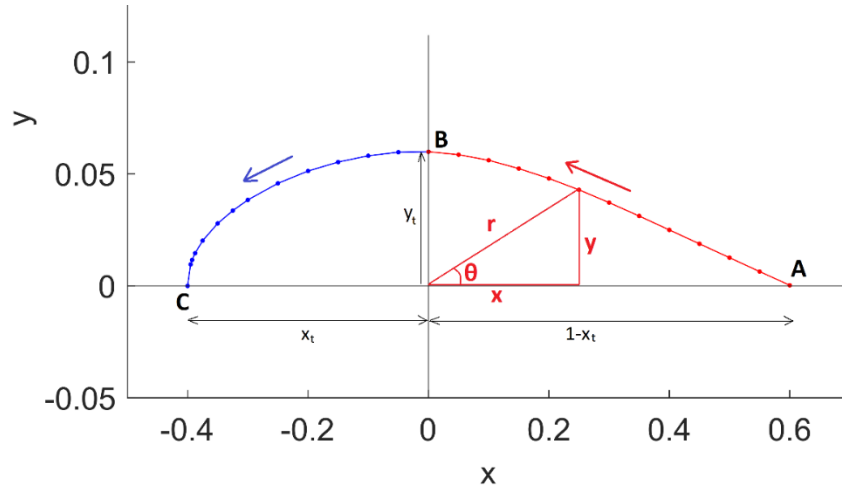
Şekil 3.1. PCT yöntemi için kanat profilinin başlangıç noktasının kaydırılması

Kanat profilinin başlangıç noktasının yeni haline getirilmesinden sonra yeni x - y koordinatları kullanılarak (3.1) ve (3.2)’de verilen eşitlikler ile tüm x - y koordinatların polar koordinatlara (r - θ) dönüşümü sağlanmıştır.

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \quad (3.1)$$

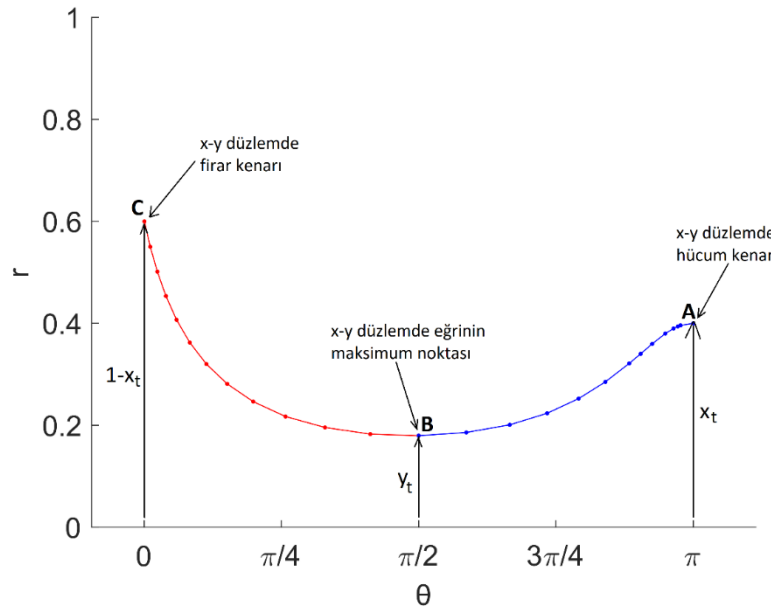
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.2)$$

Dönüşüm işleminde Şekil 3.2’de gösterildiği gibi firar kenarından hücum kenarına doğru bir yön takip edilmiştir.



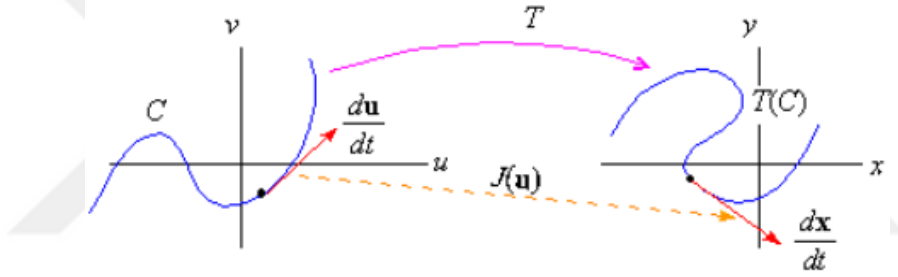
Şekil 3.2. *x-y koordinatlarının r-θ koordinatlara dönüşümü*

Dönüşüm işlemi sonrasında elde edilen eğri Şekil 3.3’de gösterildiği gibidir.



Şekil 3.3. *Koordinat dönüşümü sonrası r-θ düzleminde elde edilen eğri*

PCT yönteminde x-y koordinatlardan r-θ koordinatlara dönüşüm neticesinde x-y düzlemdeki eğri r-θ düzlemi üzerinde farklı formda bir eğri olarak ortaya çıkar. Polar koordinat dönüşümü için x-y düzlemindeki kritik noktalarda türevler bilindiğinden Jacobian matrisi kullanılarak r-θ düzlemindeki eğrinin kritik noktalarındaki türevler hesaplanabilir. Bu türevler BP3333 yönteminde olduğu gibi dönüşüm eğrisinde de kısıt olarak türevlerin kullanılabilmesini sağlamak amacıyla hesaplanmaktadır. x-y düzleminden r-θ düzlemine geçişte her iki düzlemdeki eğri de u parametresine bağlı olarak parametrik şekilde ifade edilebilir. Şekil 3.4’deki örnekte Jacobian matrisinin kullanıldığı bu tür bir dönüşüm örneği sunulmuştur [36]. Örnekte gösterildiği gibi u-v düzlemindeki bir eğrinin bir noktadaki türevi biliniyor ise; bu eğrinin bir dönüşümden elde edilmiş x-y düzlemindeki imajında da o noktaya karşılık gelen noktada türev hesaplanabilir.



Şekil 3.4. u-v düzlemindeki eğrinin x-y düzlemindeki imajı [36]

Şekil 3.4 ile gösterilen işlem (3.3)’deki gibi matris formunda da ifade edilebilir. Bu ifadedeki t terimi 0’dan 1’e değişen bir parametredir.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{du} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{dx}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \\ \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt} + \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dx}{du} & \frac{dx}{dv} \\ \frac{dy}{du} & \frac{dy}{dv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Bu işlemin vektör notasyonundaki karşılığı (3.4)’de verildiği gibidir. Buradaki $J(\vec{u})$ ifadesi Jacobian matrisi olarak adlandırılır.

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = J(\vec{u}) \frac{d\vec{u}}{dt} \quad (3.4)$$

Polar koordinat dönüşümü için Jacobian matrisi (3.5)’de verildiği gibidir.

$$J(\theta, r) = \begin{bmatrix} \frac{dx}{d\theta} & \frac{dx}{dr} \\ \frac{dy}{d\theta} & \frac{dy}{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ r \cos(\theta) & \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Şekil 3.3’de verilen dönüşüm eğrisinde $\theta = \pi/2$ noktası için $\cos(\pi/2) = 0$ ve $\sin(\pi/2) = 1$ olduğundan Jacobian matrisi eşitlik (3.6)’daki gibi elde edilir.

$$J(\pi/2, r) = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Aynı eğride $\theta = \pi$ değerine karşılık gelen nokta için ise Jacobian matrisi eşitlik (3.7)’de verildiği gibidir.

$$J(\pi, r) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -r & 0 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$\theta = \pi/2$ noktasının x-y düzlemindeki karşılığı kanat profili eğrisinin tepe noktasıdır. Bu noktada dx/du türevi 0’den farklı bir değer iken dy/du türevi 0’dır. (3.6)’da verilen matris bu türevler ile çarpıldığında (3.8)’de verilen eşitlik elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta}{du} \\ \frac{dr}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx}{du} \\ \frac{dy}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r \frac{dx}{du} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

(3.8)’den elde edilen sonuca göre r- θ düzlemindeki eğride $\theta = \pi/2$ noktasında dr/du türevi 0’dır. $\theta = \pi$ noktası için (3.7)’deki matris dx/du ve dy/du türevleri ile çarpılırsa (3.9)’da verilen sonuç elde edilir. $\theta = \pi$ ’de dx/du türevi 0 iken dy/du türevi 0’dan farklı bir değerdir. (3.9)’da gerçekleştirilen matris çarpımı (3.8) eşitliğinde olduğu gibi $\theta = \pi$ noktasında da dr/du türevinin 0 olduğunu göstermektedir.

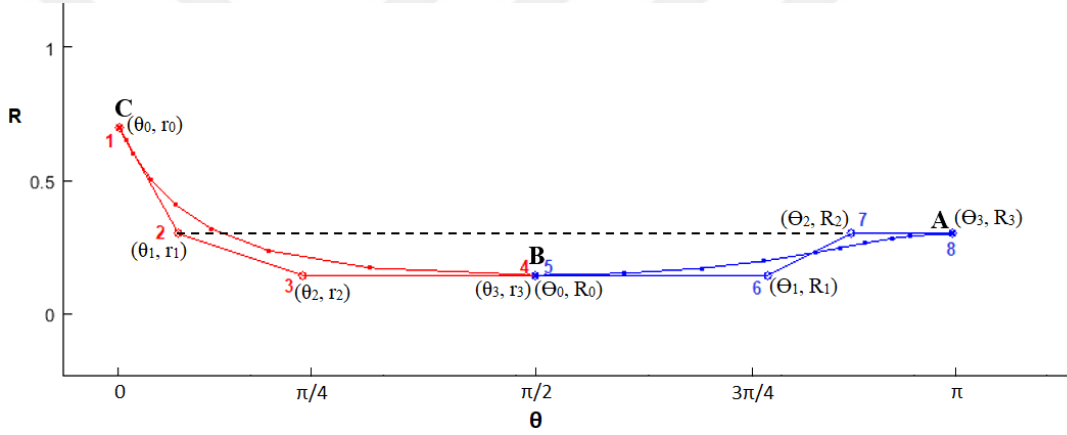
$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta}{du} \\ \frac{dr}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx}{du} \\ \frac{dy}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{dy}{du} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$\theta = \pi/2$ ve $\theta = \pi$ noktalarında dr/du türevinin 0 olması PCT yöntemi için önemli bir sonuç olup x-y düzleminde kanat profilini ifade eden parametrik eğride hücum kenarında $dx/du=0$ iken eğrinin maksimum noktasında $dy/du=0$ ’dır. Buna karşın PCT yönteminde r- θ düzlemindeki eğride bu noktalara karşılık gelen noktaların her ikisinde de dr/du türevi

0'dır. Bu sayede bu noktalarda $d\theta/du$ değişimini izlemeye gerek kalmaz; değişimler sadece r 'ye bağlı olarak formüle edilmiş olur.

3.2. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Kullanılan Denklemler

İkinci bölümde detaylı şekilde anlatılan BP3333 yönteminin kalınlık eğrisinden esinlenilerek Polar Koordinat Dönüşümü (PCT) yönteminde de dönüşüm eğrisi iki parça halinde 3. derece Bezier eğrileri kullanılarak tanımlanmıştır. Dönüşüm eğrilerinde ilk parça eğri için kontrol noktaları (θ_0, r_0) , (θ_1, r_1) , (θ_2, r_2) ve (θ_3, r_3) olarak sıralanmaktadır. İkinci parça eğrinin kontrol noktaları ise sırasıyla (Θ_0, R_0) , (Θ_1, R_1) , (Θ_2, R_2) ve (Θ_3, R_3) 'tür. Şekil 3.5'de dönüşüm eğrisinin iki ayrı parçası (kırmızı ve mavi) ve bu parçalardaki kontrol noktaları gösterilmektedir.



Şekil 3.5. Koordinat dönüşümü sonrası r - θ düzleminde elde edilen eğri

BP3333 yönteminde kullanılan parametrik Bezier denklemleri (2.12, 2.13 ve 2.14 denklemleri) Polar Koordinat Dönüşümü eğrisi için de geçerli olup bu yöntemde kullanılan kontrol noktalarına ait semboller Şekil 3.5'de gösterildiği şekliyle formüllere yansıtılmıştır. Buna göre bu yöntemde kullanılan birinci parça (kırmızı) Bezier eğrisine ait ana formül (3.8) ile; bu ana denklemlerden elde edilen türev denklemleri ise (3.9) ve (3.10)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}\theta(u) &= \theta_o (1-u)^3 + 3\theta_1 u (1-u)^2 + 3\theta_2 u^2 (1-u) + \theta_3 u^3 \\ r(u) &= r_o (1-u)^3 + 3r_1 u (1-u)^2 + 3r_2 u^2 (1-u) + r_3 u^3\end{aligned}\tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}\theta'(u) &= -3\theta_o (1-u)^2 + 3\theta_1 (1-4u+3u^2) + 3\theta_2 (2u-3u^2) + 3\theta_3 u^2 \\ r'(u) &= -3r_o (1-u)^2 + 3r_1 (1-4u+3u^2) + 3r_2 (2u-3u^2) + 3r_3 u^2\end{aligned}\tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}\theta''(u) &= 6\theta_o(1-u) + 6\theta_1(-2+3u) + 6\theta_2(1-3u) + 6\theta_3u \\ r''(u) &= 6r_o(1-u) + 6r_1(-2+3u) + 6r_2(1-3u) + 6r_3u\end{aligned}\quad (3.10)$$

İkinci parça eğriye (mavi) ait denklemler (Şekil 3.5'deki mavi eğri) (3.11), (3.12) ve (3.13)'de verildiği gibidir.

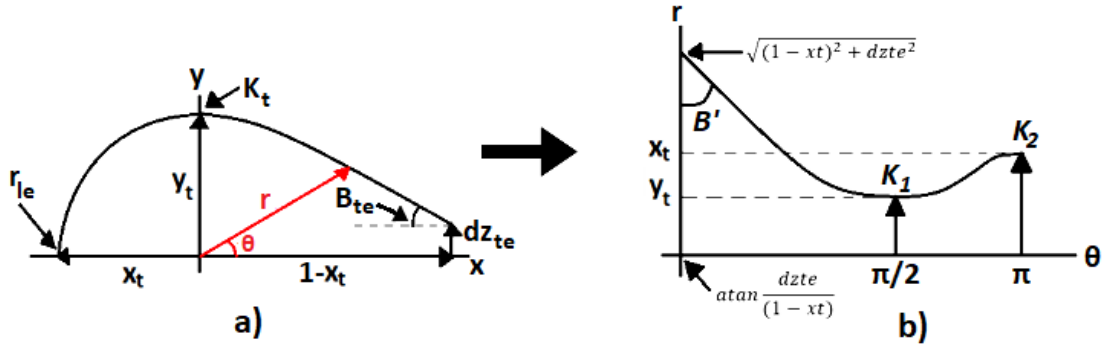
$$\begin{aligned}\Theta(u) &= \Theta_o(1-u)^3 + 3\Theta_1u(1-u)^2 + 3\Theta_2u^2(1-u) + \Theta_3u^3 \\ R(u) &= R_o(1-u)^3 + 3R_1u(1-u)^2 + 3R_2u^2(1-u) + R_3u^3\end{aligned}\quad (3.11)$$

$$\begin{aligned}\Theta'(u) &= -3\Theta_o(1-u)^2 + 3\Theta_1(1-4u+3u^2) + 3\Theta_2(2u-3u^2) + 3\Theta_3u^2 \\ R'(u) &= -3R_o(1-u)^2 + 3R_1(1-4u+3u^2) + 3R_2(2u-3u^2) + 3R_3u^2\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}\Theta''(u) &= 6\Theta_o(1-u) + 6\Theta_1(-2+3u) + 6\Theta_2(1-3u) + 6\Theta_3u \\ R''(u) &= 6R_o(1-u) + 6R_1(-2+3u) + 6R_2(1-3u) + 6R_3u\end{aligned}\quad (3.13)$$

3.3. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Tasarım Parametreleri

Yöntemde kalınlık eğrilerini veya simetrik kanat profillerini tanımlamak için altı adet değişken (parametre) kullanılmıştır. Bunlardan bir kısmı doğrudan kanat profilinin dönüşmemiş halinden elde edilen değişkenler olup, bir kısmı ise dönüşüm sonrası oluşan eğriye uygun olacak şekilde belirlenmiş değişkenlerdir. BP3333 yönteminde kalınlık eğrisini tanımlamak üzere kullanılan 6 adet değişken sırasıyla x_t , y_t , r_{te} , dz_{te} , κ_t ve B_{te} sembolleri ile gösterilen maksimum noktanın koordinatları, hücum kenarı yarıçapı, firar kenarı kalınlığı, maksimum noktanın eğrilik (curvature) değeri ve son olarak da firar kenarı açısı parametreleridir. Polar Koordinat Dönüşüm yönteminde bu parametrelerden üç tanesi dönüşüme rağmen olduğu gibi kalarak polar koordinat dönüşümü yönteminin de parametresi haline gelmektedir. Bunlar x_t , y_t ve dz_{te} parametreleridir. Kalan üç adet parametre ise κ_1 , κ_2 ve B' sembolleri ile tanımlanan ve sırasıyla dönüşüm eğrisinin minimum noktasının eğrilik değeri, dönüşüm eğrisinin maksimum noktasının eğrilik değeri ve dönüşüm eğrisi başlangıç açısı parametreleridir. Bu parametreler Şekil 3.6'da gösterilmiştir.



Şekil 3.6. Dönüşüm sonrası r - θ düzleminde elde edilen eğriyi tanımlamada kullanılan değişkenler

3.4. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Kullanılan Kısıtlar

BP3333 yönteminde kalınlık eğrisine verilen kısıtlar, benzer şekilde polar koordinat dönüşümü yöntemine de uygulanmıştır. Bu kısıtlar sayesinde eğrilerin serbestlik dereceleri (DOF) azaltılarak; taranan uzayın istenmeyen geometrileri mümkün olduğunca azaltılmaya çalışılmıştır. Polar koordinat dönüşümü yönteminde tanımlanan kısıtlar aşağıda sıralanmıştır:

Kısıt 1

Eğrinin ilk parçasının başlangıç noktasına ait ($u=0$ noktasında) koordinatların $\tan^{-1}(dz_{te}/1-x_t)$ ve $\sqrt{(1-x_t)^2 + dz_{te}^2}$ olması gerekir. Denklem (3.8)'de $u=0$ şartı verildiğinde ilgili kontrol noktasının koordinatları $\theta_o = \tan^{-1}(dz_{te}/1-x_t)$ ve $r_o = \sqrt{(1-x_t)^2 + dz_{te}^2}$ olarak elde edilir.

Kısıt 2

İlk eğrinin bitiş noktasının $(\pi/2, y_t)$ noktasında olması gerekir. Dolayısıyla ilk eğrinin denklemlerini içeren (3.8)'de $u=1$ için kısıtlar girildiğinde (3.14)'deki sonuç elde edilir.

$$(\theta_3, r_3) = (\pi/2, y_t) \quad (3.14)$$

Kısıt 3

Birinci eğrinin bitiş noktasında r 'nin u 'ya göre türevi 0 olmalıdır. $r'(1)=0$ şartı birinci eğrinin bitiş noktası için (3.9)'da uygulanır ise (3.15)'deki sonuç elde edilir.

$$r_3 = r_2 = y_t \quad (3.15)$$

Kısıt 4

İkinci eğrinin ilk kontrol noktası Bezier eğrilerinin özelliği gereği eğrinin başladığı noktada olmalıdır. Dolayısıyla ikinci eğrinin denklemlerinde (Eşitlik 3.11) $\Theta(0)=\pi/2$ ve $R(0)=y_t$ şartları uygulandığında (3.16) 'daki sonuç elde edilir.

$$(\Theta_0, R_0) = (\pi/2, y_t) \quad (3.16)$$

Kısıt 5

İkinci eğrinin başlangıç noktasında R' 'nin u 'ya göre türevi 0 olmalıdır. $R'(0)=0$ şartı ikinci eğrinin başlangıç noktası için uygulanır ise $R_0 = R_1 = y_t$ sonucu elde edilir.

Kısıt 6

Eğrilerin kesiştiği noktada yani ilk eğrinin bitiş ($u=1$), ikinci eğrinin başlangıç noktasında ($u=0$) eğrilerin eğrilik değerleri eşit olmalıdır. İlk parça eğrinin bitiş noktasında eğrilik değeri (3.17)'de verilen denklem ile hesaplanabilir.

$$\kappa_1|_{u=1} = \frac{\theta'(1)r''(1) - r'(1)\theta''(1)}{\left[\sqrt{\theta'(1)^2 + r'(1)^2}\right]^{3/2}} = \frac{r''(1)}{\theta''(1)^2} = \frac{2}{3} \frac{(r_1 - 2r_2 + r_3)}{(\theta_3 - \theta_2)^2} \quad (3.17)$$

Benzer şekilde ikinci eğrinin başlangıç noktasında eğrilik değeri (3.18) ile hesaplanabilir ve bu değer (3.17)'de verilen denklem ile hesaplanan değere eşit olması gerekir.

$$\kappa_1|_{u=0} = \frac{\Theta'(0)R''(0) - R'(0)\Theta''(0)}{\left[\sqrt{\Theta'(0)^2 + R'(0)^2}\right]^{3/2}} = \frac{R''(0)}{\Theta''(0)^2} = \frac{2}{3} \frac{(R_0 - 2R_1 + R_2)}{(\Theta_1 - \Theta_0)^2} \quad (3.18)$$

(3.17) ile (3.18) denklemleri birbirine eşitlendiğinde payların ve paydaların arasında eşitlik kurulur ise gerekli sadeleştirme ve yerine koymalar yapıldıktan sonra payların eşitliğinden $r_1 = x_t$; paydaların eşitliğinden de $\theta_1 + \theta_2 = \pi$ sonuçları elde edilir. Burada r_1 değerinin x_t değerine eşit çıkması çok önemli bir sonuç olup r_1 koordinatının Kısıt 9 ve Kısıt 10'da elde edilecek R_2 ve R_3 koordinatlarına eşitlenmesini sağlayacaktır. $r_1 = x_t$ sonucu sayesinde r_1 , R_2 ve R_3 koordinatları Şekil 3.5'de gösterildiği üzere aynı yatay doğru üzerinde konumlanmaya zorlanacaktır. Bu sonuç Polar Koordinat

Dönüşümü yönteminin kontrol noktalarının formüllerinin basit şekilde yazılabilmelerini sağlayan kritik bir sonuçtur.

Eşitlik (3.17) ve (3.18); bu eşitliklerde bilinmeyen kontrol noktaları koordinatları olan Θ_1 ve θ_2 için düzenlenirse aşağıda (3.19) ve (3.20) ile verilen denklemler elde edilir.

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(x_t - y_t)}{\kappa_1}} \quad (3.19)$$

$$\Theta_1 = \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(x_t - y_t)}{\kappa_1}} \quad (3.20)$$

Kısıt 7

Eğrinin başlangıç noktasında B' açısının tanjantı $(\theta_1 - \theta_0) / (r_0 - r_1)$ 'dir. Buradan Kısıt 1 ve Kısıt 6 yardımıyla θ_1 için (3.21) elde edilir.

$$\theta_1 = \tan(B') * (\sqrt{(1 - x_t)^2 + dz_{te}^2} - x_t) + \tan^{-1}\left(\frac{dz_{te}}{1 - x_t}\right) \quad (3.21)$$

Kısıt 8

Polar Koordinat Dönüşümü yönteminde tanımlanan ikinci bir eğrilik değeri daha vardır. Bu değer x-y düzlemde tanımlanan kanat profilinin hücum kenarı yarıçapına (leading edge radius) karşılık gelir. Polar dönüşümün önemli bir avantajı da bu noktada ortaya çıkmaktadır. NACA tipi simetrik profillerin veya kalınlık eğrilerinin hücum kenarlarında tanım gereği kullanılan hücum kenarı yarıçapı nedeniyle eğrinin başlangıç noktasında dy/dx türevi sonsuza gider. Polar dönüşümde ise bu noktaya tekabül eden eğrinin bitiş noktasında $dR/d\Theta$ türevi 0'dır. Bu da eğrinin matematiksel olarak modellenmesini kolaylaştıran bir durumdur. Denklem (3.22)'de polar dönüşüm eğrisinin bitiş noktasındaki eğrilik değerine ait denklem verilmiştir.

$$\kappa_2|_{u=1} = \frac{\Theta'(1)R''(1) - R'(1)\Theta''(1)}{\left[\sqrt{\Theta'(1)^2 + R'(1)^2}\right]^{3/2}} = \frac{R''(1)}{\Theta''(1)^2} = \frac{2}{3} \frac{(R_1 - 2R_2 + R_3)}{(\Theta_3 - \Theta_2)^2} \quad (3.22)$$

(3.22) ile verilen denklem ikinci parça eğrinin üçüncü kontrol noktasının Θ_2 koordinatı için düzenlendiğinde (3.23) ile verilen denklem elde edilir.

$$\Theta_2 = \pi - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(y_t - x_t)}{\kappa_2}} \quad (3.23)$$

Kısıt 9

İkinci parça eğrinin bitiş noktasının koordinatları (π, x_t) noktasında olmalıdır. (3.11)'de $u=1$ yazılıp bunlar sırasıyla π ve x_t 'ye eşitlenirse (3.24)'deki sonuç elde edilir.

$$(\Theta_3, R_3) = (\pi, x_t) \quad (3.24)$$

Kısıt 10

Polar Koordinat Dönüşümü yönteminin ikinci eğrisinin bitiş noktasında dR/du türevi 0 olmalıdır. Bu nokta x-y düzlemindeki eğrinin hücum kenarına karşılık gelen noktadır. (3.12) ile verilen denklemlerde $u=1$ şartı yerine konur ise (3.25)'de verilen kısıt elde edilmiş olur.

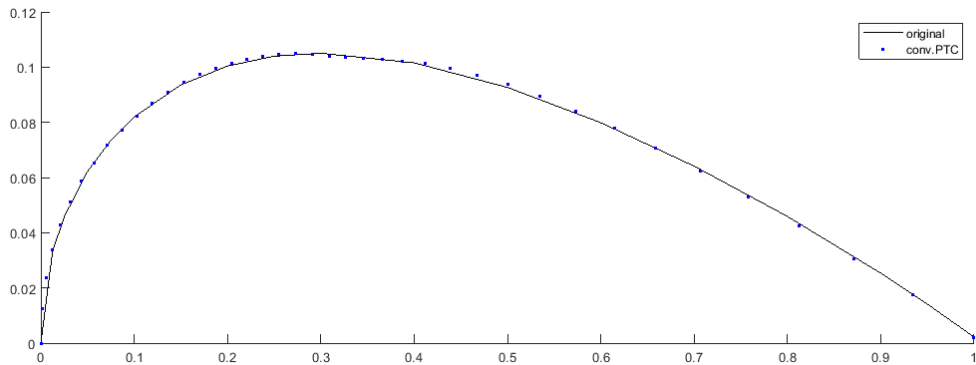
$$R_3 = R_2 = x_t \quad (3.25)$$

Sonuç olarak verilen tüm bu kısıtlar neticesinde Polar Koordinat Dönüşüm yöntemi ile kanat profilinin kalınlık eğrisini oluşturan (simetrik kanat profili) iki adet üçüncü derece parametrik Bezier eğrisinin toplam 8 adet kontrol noktasının tamamının koordinatları PCT yönteminin kendi parametreleri cinsinden basit denklemlerle ifade edilmiş olur. Kontrol noktaları ve bu koordinat noktalarının PCT parametreleri cinsinden formülleri Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1. PCT yönteminde kalınlık eğrisi (simetrik profil) için kontrol noktalarının formülleri

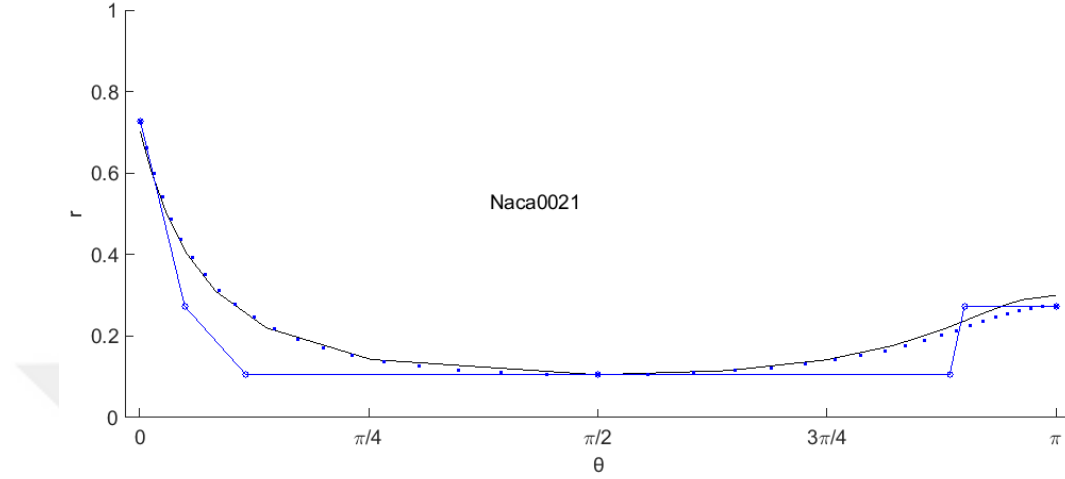
θ_0	$\arctan(dz_{te} / (1 - x_t))$	r_0	$\sqrt{(1 - x_t)^2 + dz_{te}^2}$
θ_1	$\tan(B) * (\sqrt{(1 - x_t)^2 + dz_{te}^2} - x_t) + \arctan(dz_{te} / (1 - x_t))$	r_1	x_t
θ_2	$\frac{\pi}{2} - \sqrt{\frac{2}{3} * \frac{(x_t - y_t)}{\kappa_1}}$	r_2	y_t
θ_3	$\frac{\pi}{2}$	r_3	y_t
Θ_0	$\frac{\pi}{2}$	R_0	y_t
Θ_1	$\frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{2}{3} * \frac{(x_t - y_t)}{\kappa_1}}$	R_1	y_t
Θ_2	$\pi - \sqrt{\frac{2}{3} * \frac{(y_t - x_t)}{\kappa_2}}$	R_2	x_t
Θ_3	π	R_3	x_t

Polar Koordinat Dönüşümü yöntemi ile elde edilen konvansiyonel bir kanat profili (NACA 0021) Şekil 3.7’de verilmiştir. Şekildeki mavi noktalar Polar Koordinat Dönüşümü yönteminden elde edilen örnek bir eğriyi; siyah çizgi ise orijinal NACA 0021 profilinin eğrisini ifade etmektedir.



Şekil 3.7. x-y düzleminde PCT yönteminden elde edilen noktalar ile orijinal profilin üst üste çizimi

Benzer şekilde NACA 0021 kanat profilinin dönüşüme uğramış orijinal eğrisi (siyah) ile yakınsanmaya çalışılan örnek bir eğri (mavi noktalar) kontrol noktaları ile birlikte Şekil 3.8’de verilmiştir.

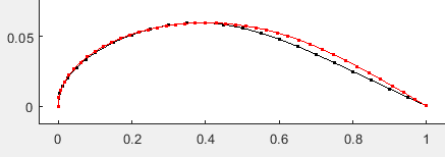
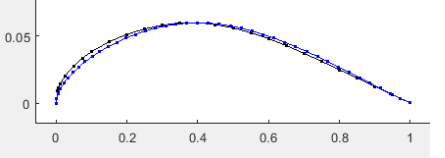
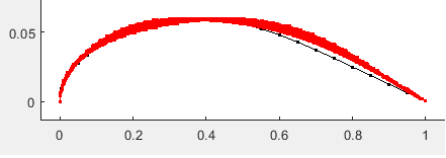
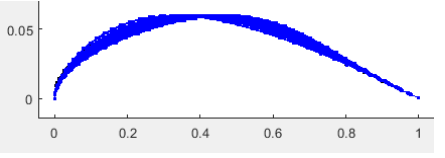
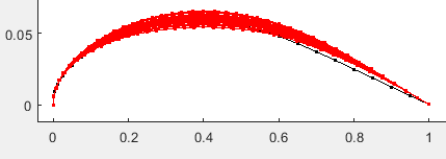
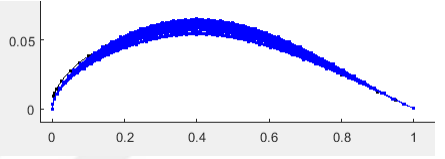
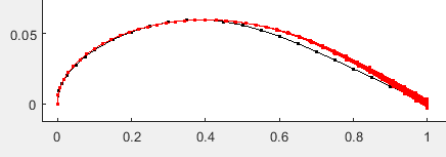
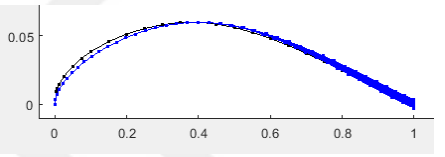
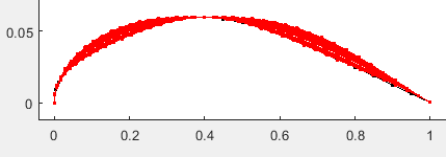
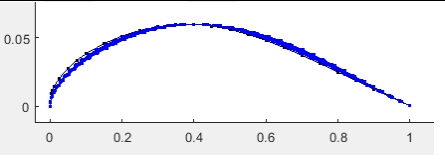
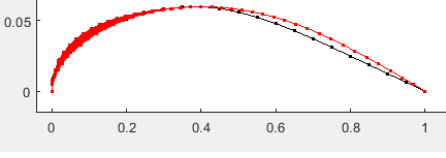
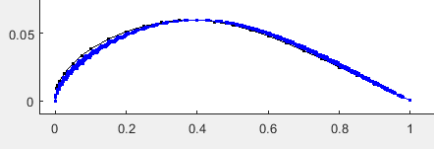
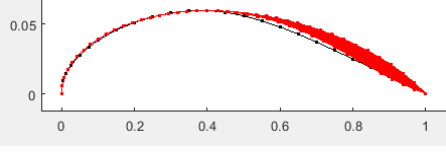
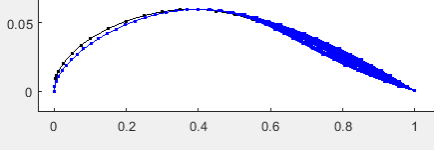
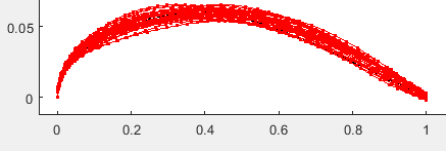
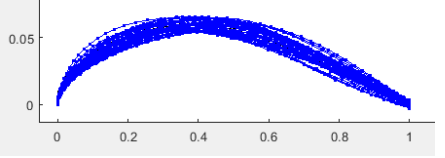


Şekil 3.8. *r-θ düzleminde PCT yönteminden elde edilen noktalar ile orijinal dönüşüm profilinin üst üste çizimi (noktalar PCT yöntemi, siyah çizgi orijinal)*

3.5. PCT Yöntemi ve BP3333 Yöntemlerinde Parametrelerin Kontrol Ettiği Bölgeler

Parametreleme yöntemlerinde kullanılan parametreler kanat profili üzerinde çeşitli lokal bölgeleri kontrol etmektedir. Tablo 3.2’de PCT ve BP3333 yöntemlerinde kullanılan her bir parametrenin örnek bir kanat profili geometrisi için hangi lokal bölge üzerinde kontrol sağladığı gösterilmiştir. Tabloda aynı zamanda her iki parametreleme yöntemi için orijinal koordinatlardan hesaplanan başlangıç (ilk) parametrelerinden çizdirilen geometriler de yer almaktadır. Tablo 3.2’de yer alan son satırda ise tüm parametrelerin etkisi birlikte gösterilmiştir. Bu gösterimde ilk sütunda belirtilen parametrelerden belirli yüzdelere göre aralıklar oluşturulmuş, bu aralıklar içinden genetik algoritma ile seçilen çözüme aday geometriler üst üste çizdirilerek her iki yöntemin taradıkları alanlar ifade edilmeye çalışılmıştır.

Tablo 3.2. PCT ve BP3333 yöntemlerinde parametrelerin lokal bölgeler üzerindeki kontrolü

NACA 64 ₁ A012	PCT	BP3333
Başlangıç (ilk) Parametreleri ile Çizim		
x_t (diğer parametreler sabit)		
y_t (diğer parametreler sabit)		
dz_{te} (diğer parametreler sabit)		
κ_1 (diğer parametreler sabit)		
κ_2 (r_{1e}) (diğer parametreler sabit)		
B' (B) (diğer parametreler sabit)		
Tüm Parametrelerin Etkisi Dahil Çizim		

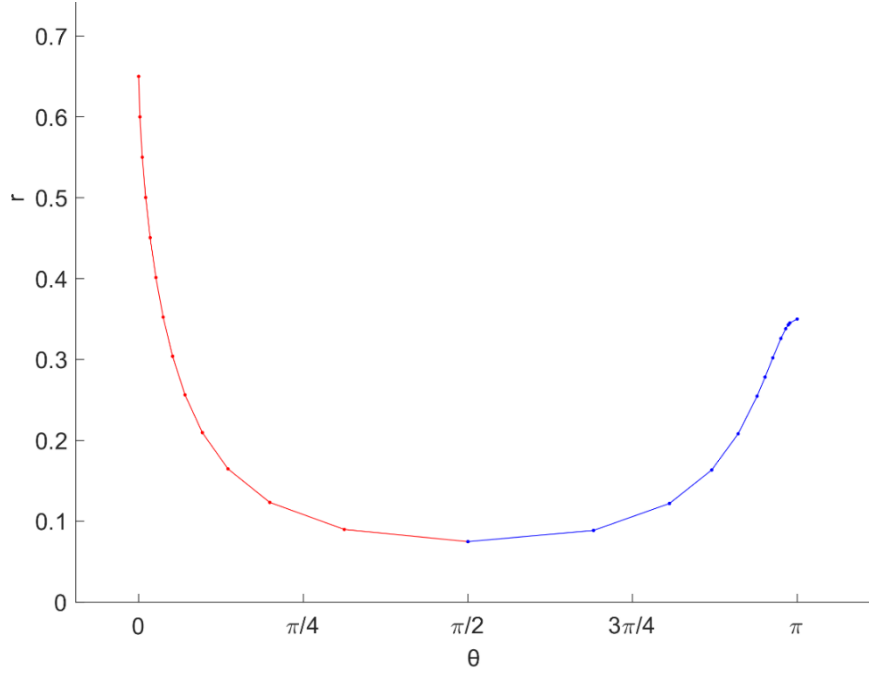
Tablo 3.2 incelendiğinde genel olarak her iki yöntemin de kendine ait karakteristik yapılarının olduğu söylenebilir. Başlangıç parametrelerinden elde edilen geometriler incelendiğinde (Tablo 3.2’de 1. satır) başlangıç eğrileri için PCT yönteminin firar kenarı

eğrisindeki sapması daha belirgindir. Buna karşın hücum kenarı eğrisinde PCT yönteminin BP3333'den daha başarılı olduğu söylenebilir.

Parametrelerin etkileri incelendiğinde x_t parametresi için her iki yöntemin kendi karakteristiğine göre hareket ettiği söylenebilir. x_t parametresindeki değişimin etkisi her iki yöntem için birbirinden farklılık göstermektedir. Buna karşın y_t ve dz_{te} parametrelerindeki değişimin eğrilerde oluşturduğu etkinin benzerlik gösterdiği söylenebilir. κ_1 ve κ_2 (BP3333'de κ_2 parametresinin karşılığı r_{le} 'dir) parametreleri incelendiğinde PCT yönteminde daha belirgin etkiye sahip oldukları görülmektedir. Ayrıca BP3333 yönteminde r_{le} parametresinin değişmesinin sadece hücum kenarını değil, firar kenarını da etkilediği göze çarpmaktadır. Buna karşın PCT yönteminde r_{le} parametresine karşılık gelen κ_2 parametresi ilgili bölgede lokal kontrol sağlayarak firar kenarında belirgin bir etki göstermemiştir. Son olarak B' parametresinin (BP3333 yönteminde B parametresi) her iki yöntem için de kendine has bir şekilde lokal bir alan üzerinde etkili olduğu görülmektedir.

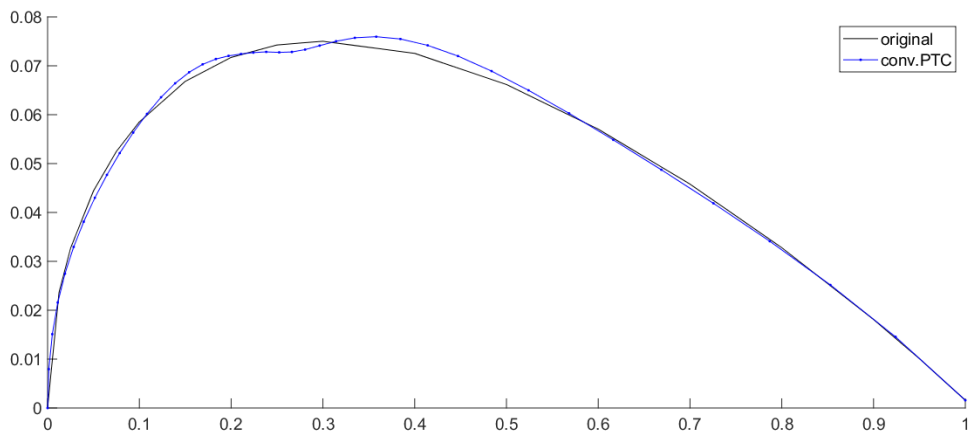
3.6. Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde Karşılaşılan Bir Sorun ve Çözümü

Polar Koordinat Dönüşümü Yönteminde x-y düzlemindeki koordinatlar polar koordinatlara (r- θ) dönüştürüldükten sonra dönüşüm eğrilerinin üzerindeki nokta dağılımlarında bir sorun olduğu gözlemlenmiştir. Polar dönüşüm neticesinde elde edilen eğrilerde minimum noktadaki nokta sıklığı azalırken; eğrinin başladığı ve bittiği bölümlerde nokta sayılarının sıklığında artışın meydana geldiği fark edilmiştir. Nokta sıklığının minimum noktada azalması; bu bölgedeki eğrilik değerlerinin hesabında hataya sebep olabilecek bir durumdur. Şekil 3.9'da x-y düzlemindeki bir kalınlık eğrisinin r- θ düzlemindeki formunda minimum noktadaki nokta sıklığının ciddi şekilde azaldığı gösterilmiştir.



Şekil 3.9. r - θ düzlemindeki eğrilerin minimum noktasında nokta sıklığının azalması

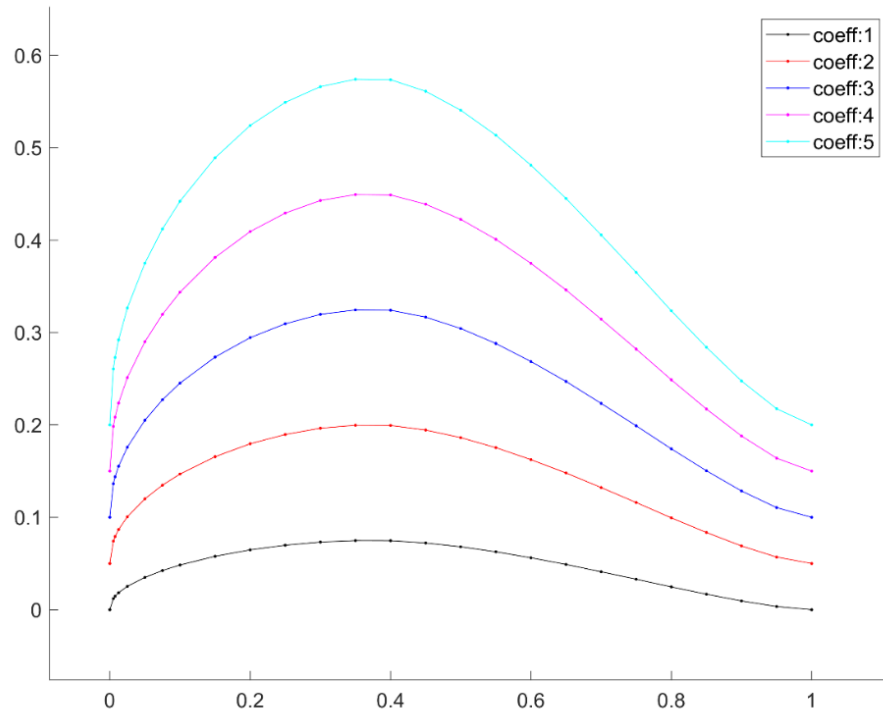
Bu azalma neticesinde Polar Koordinat Dönüşüm yöntemi ile elde edilen kanat profillerinin maksimum noktalarında Şekil 3.10'da gösterildiği gibi bir çukurluğun oluşma eğiliminde olduğu fark edilmiştir. Özellikle Referans [33]'den elde edilen dosyalarda koordinat sayısı az olan (genellikle 34 adet) simetrik kanat profillerinde bu durum belirgin şekilde ortaya çıkmıştır.



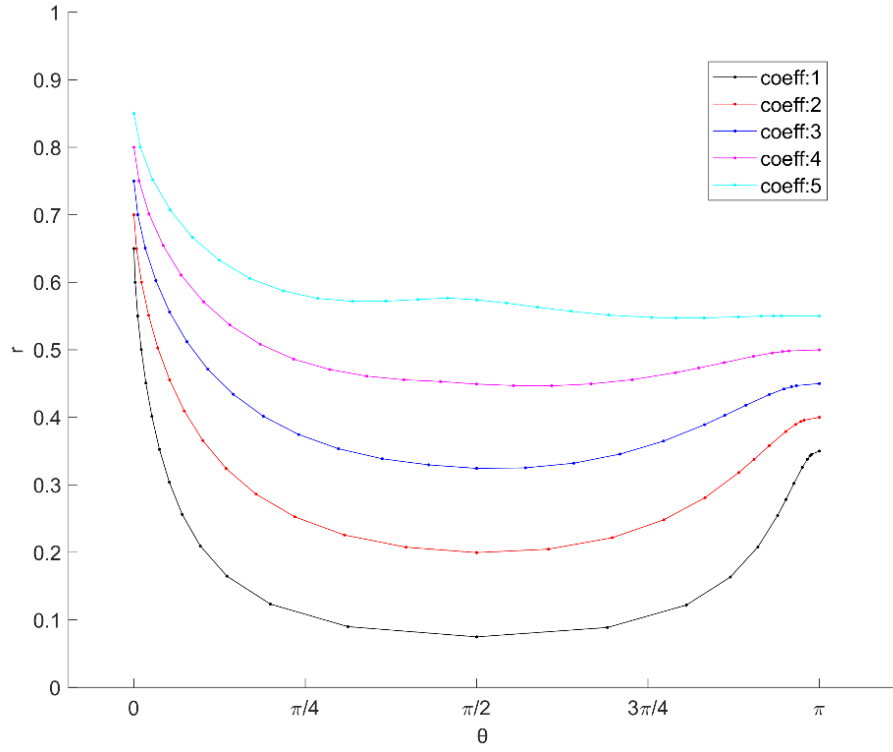
Şekil 3.10. x - y düzlemindeki eğrilerin tepe noktasına meydana gelen çukur geometri

Bu durum için yapılan incelemeler neticesinde eğrilerin x - y koordinatlarındaki y değerlerinin bir çarpan ile genişletilmesiyle bu sorunun düzeltilebileceği anlaşılmıştır.

Kanat profili eğrilerinin bir çarpan ile genişletilmesi profillerin y yönünde büyümelerine sebep olduğundan $r-\theta$ düzleminde ifade edilmelerini kolaylaştırmaktadır. Bir başka ifade ile $x-y$ düzleminde kanat profillerinin y yönünde büyütülmesi eğrilerin $r-\theta$ düzlemindeki karşılıklarının minimum noktalarının yukarı doğru kaymasına neden olarak eğri üzerindeki noktaların aralıklarını daraltmaktadır. Bu sayede dönüşüm eğrilerinde ortaya çıkan nokta sıklığı problemi giderilebilmektedir. Şekil 3.11’de örnek bir kanat profili kalınlık eğrisinin 1’den 5’e kadar sayılarla çarpılarak büyütülmesi gösterilmiştir. Şekil 3.11’deki tüm eğrilerin başlangıç noktaları normalde $y=0$ çizgisine çakışık olup bir çarpan ile genişletilmelerinin etkisini net olarak gösterebilmek için eğrilere düşey aralıklar eklenerek çizim yaptırılmıştır. Şekil 3.12’de ise $x-y$ eğrilerindeki bu büyütme işlemi neticesinde $r-\theta$ düzlemindeki eğrilerin hareketleri ifade edilmiştir.



Şekil 3.11. $x-y$ düzlemindeki eğrilerin belli çarpanlarla y yönünde büyütülmesi



Şekil 3.12. *x-y eğrilerindeki büyüme işlemi neticesinde r - θ düzlemindeki dönüşümlerinin hareketi*

Şekil 3.12’de gösterilen en üstteki eğri, kullanılan çarpanın büyüklüğünün bir optimum değerde olması gerektiğini göstermektedir. Çarpan büyüdükçe eğrideki minimum noktanın formu bozulmakta; eğrinin π ’ye denk gelen bitiş kısmında noktaların sıklığı azalmaktadır. Bu nedenle bu çarpanın uygun bir yöntemle tespit edilmesi gerekmektedir. Çarpanın yaklaşık bir değer için tespiti Bölüm 4’te detayları anlatılan optimizasyon algoritmasından dönen uygunluk (fitness) değerlerine bakılarak deneme yanılma yoluyla birkaç seferde sağlanabilmektedir. Buna karşın daha güvenilir ve hızlı bir analitik yöntemin veya numerik bir metodun kullanımının daha uygun olacağı kesindir.

4. OPTİMİZASYON ALGORİTMASI: GENETİK ALGORİTMA

Genetik algoritma ilk olarak John Holland, çalışma arkadaşları ve öğrencileri tarafından University of Michigan'da 1970'li yıllarda geliştirilmiştir [37]. Günümüzde birçok alanda kullanımı olan genetik algoritmaların yine Holland tarafından 1992 yılında yaptığı çalışma ile kompleks uzaylarda da etkin bir araştırma metodu olduğu belirtilmiştir [38]. Genetik algoritmalar diğer yöntemlerden tasarım değişkenlerinin oluşturulması ve parametre uzayında arama işlemi yönlerinden farklılık göstermektedir.

Genetik algoritmalar temelde biyolojik hayatın içinde var olduğu doğanın yasalarından biri olan doğal seçim kuralını modeller. Matematikteki tek bir çözüm üzerine çalışan optimizasyon algoritmalarına göre genetik algoritmalar, bir çözüm kümesi üzerinde işlem yapar. Çözüm kümesini oluşturan adayların her biri birey olarak adlandırılır ve bu bireylerden oluşan çözüm adaylarının yer aldığı küme jenerasyon olarak adlandırılır. Genetik algoritmalarda jenerasyonlar boyunca iterasyon yapılarak optimum çözüme ulaşılmaya çalışılır. Bir jenerasyondaki her bir birey, özel bir probleme göre belirlenmiş bir amaç fonksiyonu (objective function, fitness function) vasıtasıyla uygunluk (iyilik) değeri alır. Uygunluk değerleri, bireylerin problem için muhtemel çözüm olmalarının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Verilen bir jenerasyonda bir bireyin performansının yüksek olması, onun uygunluğunun yüksek olması anlamına gelir. Bireylerin uygunluklarının yüksekliği baz alınarak bir sonraki jenerasyona geçecek bireyler belirlenir. Genetik algoritma tekniği ile, önceki bireylerden oluşan jenerasyonun sağladığı bilgiler vasıtasıyla sonraki jenerasyonun daha performanslı bireylerden oluşması sağlanarak, en performanslı bireyin elde edilmesi hedeflenir [39].

Literatürde farklı türlerde genetik algoritma uygulamaları görülmektedir. Bunlar arasında kanat profili ve kanat tasarımlarında uygulanan örneklere de [40,41] sıklıkla rastlanabilmektedir. Gradyen temelli diğer optimizasyon metodlarına göre GA'lar, iki avantajları ile öne çıkarlar. Gradyen temelli algoritmalarda girdi olarak amaç fonksiyonunun (örneğin yıllık enerji üretimi) tasarım değişkenlerine göre (pal veteri, burulma ve hatve miktarı) türevleri kullanılır. Bu türev bilgileri sayesinde aramanın yönü belirlenir. Bu girdilerin analitik olarak hesaplanması zor olmakla birlikte numerik olarak çözümleri de oldukça zahmetlidir. Genetik algoritmalar için ilk avantaj bu noktada ortaya çıkmaktadır. Genetik algoritma (GA) optimizasyon tekniğinde gradyen bilgisi gerekli değildir. Genetik algoritma kullanımının ikinci sebebi ise birçok yerel optimumun olduğu parametre uzayını etkin şekilde arayabilmesidir. Bu durum özellikle pal tasarımında

önemli bir faktör olarak ortaya çıkar. Gradyen temelli algoritmalar en yakın yerel optimuma yakınsarken, GA kullanımı ile bu yerel optimumlar arasından da en uygunu seçilir [39].

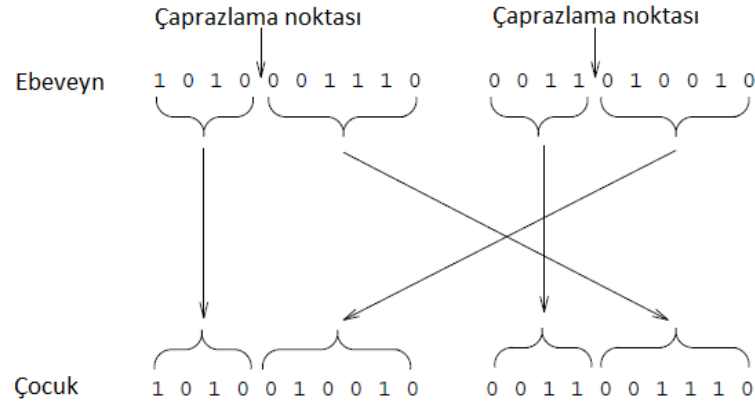
4.1. Genetik Algoritmalarda Kullanılan Çeşitli Terimler

Basit genetik algoritmalarda kullanılan terimler; genetik algoritmaların doğal seçim kuralını modelledikleri için biyolojide kullanılan terimlere benzemektedir. Örnek olarak bir problem özelinde çözümün 5 farklı değişkenden oluştuğunu düşünelim. Bu durumda bu 5 farklı değişkenin her biri bir gen olarak adlandırılır. Problemin çözümü için aday olan bu beş adet gen grubu bütün olarak kromozom adını alır. Birçok kromozomu bir arada tutan yapı popülasyon olarak adlandırılır.

Her kromozomun bir uygunluk (fitness) değeri vardır. Kromozomların popülasyonlar içinde uygunluk değerleri hesaplandıktan sonra bir sonraki popülasyonda bulunup bulunmayacağına karar verilir.

Uygunluk değerleri hesaplanan kromozomların bir sonraki popülasyonda kaç adet bulunacakları uygunluk değerlerinin ölçüsüne göre belirlenir. Böylece bir sonraki popülasyondaki çocukların (offspring) hangi ebeveynlerden (parent) oluşacağı başka bir ifade ile hangi ebeveynlerin sonraki popülasyondaki çocukların oluşumunda baskın olacağı belirlenmiş olur.

Ebeveynler ve sayıları belirlendikten sonra üreme (reproduction) işlemi başlar. Bu işlem esnasında çaprazlama (recombination) ve mutasyon (mutation) gerçekleşir. Çaprazlama işleminde ikililer halinde seçilen kromozomların genlerinin kodları arasında bölüm bölüm değişimler olur. Basit genetik algoritmada genler ikili sistem (binary) olarak kodlanmış ise Şekil 4.1’de gösterildiği gibi çaprazlama işlemi gerçekleşir.



Şekil 4.1. Genetik algortimada tek noktadan çaprazlama işlemi [42]

Üreme esnasında gerçekleşen bir başka işlem ise mutasyondur. Mutasyonda gen kodları içerisinde rastgele kısımlarda 0'lar 1'lere; 1'ler ise 0'lara dönüştürülür. Mutasyon ile lokal minimumda takılmanın önüne geçilir. Ayrıca taranan uzayda incelenen bölgelerin çeşitliliği artırılarak bölgelerin taranmadan kalmasının önüne geçilmiş olur [42]. Şekil 4.2'de bir gene ait tekli mutasyon gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Genetik algortimada tekli mutasyon işlemi [42]

Mutasyon işlemi yapıldıktan sonra yeni popülasyon ortaya çıkmış olur. Ortaya çıkan bu yeni popülasyonda da uygunluk değerleri hesaplanır; bu değerlere göre iyi bireyler seçilir, yine çaprazlama ve mutasyon ile yeni bir popülasyon daha oluşturulur. Süreç bu şekilde jenerasyonlar boyunca devam ettirilerek artık değişimlerin azalmaya başladığı yani popülasyondaki bireylerin birbirine benzemeye başladığı sürece kadar işlem devam ettirilir. Tüm bireylerin yaklaşık birbirine benzer uygunluk değerleri vermeye başladığı süreç yakınsama (convergence) olarak adlandırılır. Bu durumda problemdeki global optimum çözüme ulaşıldığı anlaşılar.

4.2. Genetik Algoritmanın Kanat Profilleri İçin Uygulanması

Bu çalışmada genetik algoritma hem BP3333 yöntemi hem de Bölüm 3’de detayları verilen PCT yöntemlerinden oluşturulan geometrilerin orijinal kanat profillerine yakınsamalarında ve belirli akış koşullarını sağlayan optimum profil geometrilerinin elde edilmesi işlemlerinde kullanılmıştır. Kanat profilleri için kromozomlar BP3333 yöntemi için yöntemin kendine ait 6 adet parametresi; PCT yöntemi için ise benzer şekilde Şekil 3.5’de gösterilen 6 adet parametrenin tamamıdır. Burada bahsi geçen her bir parametre veya değişken; genetik algoritma terminolojisinde bir gen olarak adlandırılır. Genler birleşerek kromozomları oluştururlar. Şekil 4.3’de BP3333 yöntemi için altı adet genden oluşan 8’li bir popülasyon örneği gösterilmiştir.

BP3333 yöntemi için 8’li popülasyon						Doğal sayı karşılıkları					
0.2880	0.0824	0.0030	-0.9414	-0.0166	0.3010	230	118	470	420	487	424
0.3763	0.1227	0.0026	-0.5910	-0.0086	0.1992	418	363	356	121	69	151
0.3143	0.0956	0.0019	-0.8980	-0.0168	0.2108	286	198	154	383	499	182
0.3012	0.0974	0.0030	-0.7433	-0.0141	0.2123	258	209	480	251	359	186
0.3552	0.1191	0.0018	-0.6285	-0.0119	0.3256	373	341	127	153	245	490
0.3350	0.1203	0.0030	-1.0469	-0.0113	0.2891	330	348	482	510	213	392
0.3791	0.0814	0.0018	-0.8043	-0.0089	0.2693	424	112	128	303	86	339
0.3557	0.0749	0.0021	-0.5769	-0.0100	0.2734	374	72	215	109	144	350

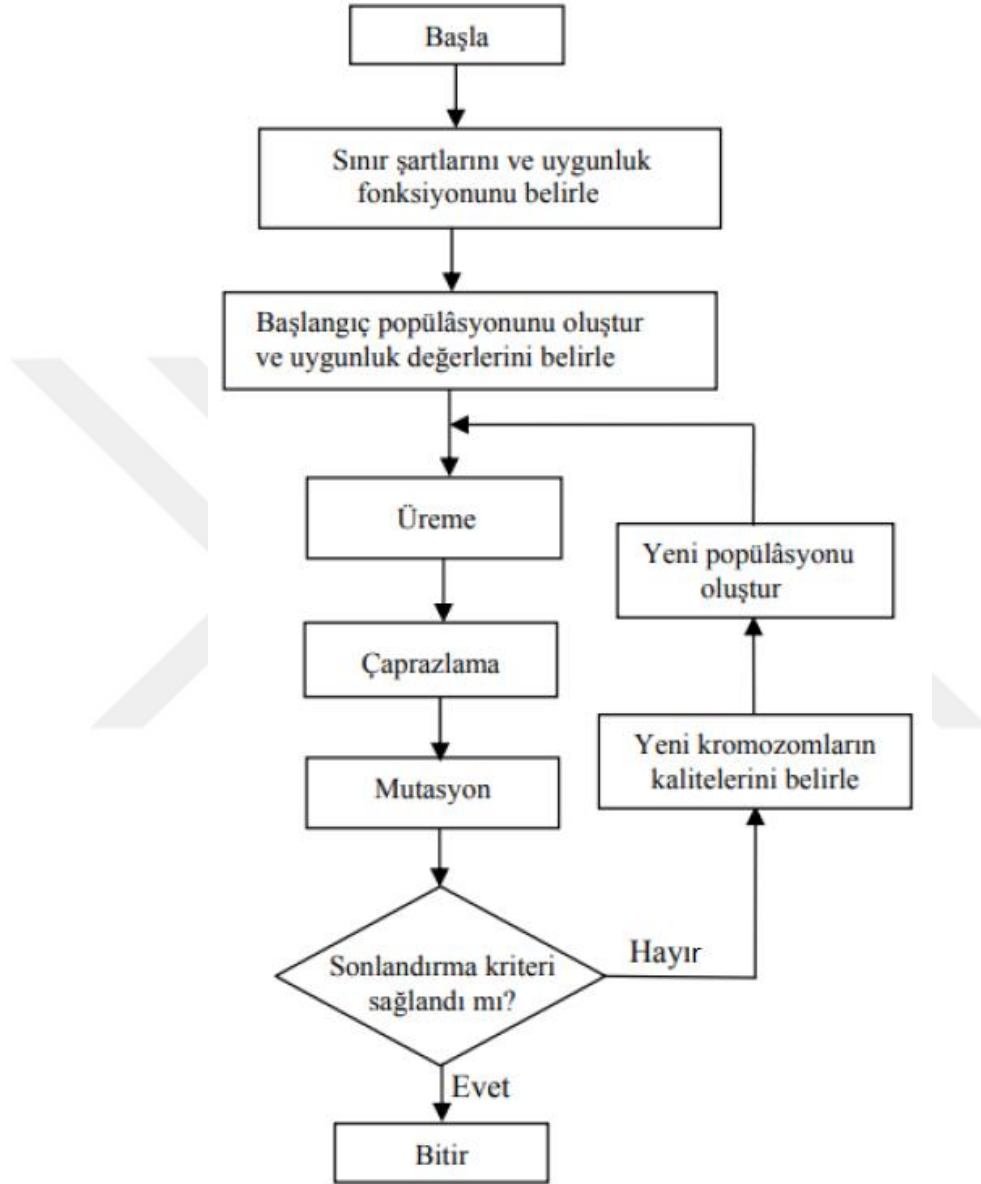
Şekil 4.3. BP3333 yöntemi için altı adet genden oluşan kromozomların oluşturduğu popülasyon

Popülasyondaki her bir gen bir aralık içerisinde seçilir. Bu aralığın içindeki sayı adedi hassasiyet değeri ile belirlenir. Hassasiyet değeri ne kadar küçük olur ise aralık içerisinde o kadar çok sayı bulunur. Örneğin bir gen için aralığın alt sınırı 0.75, üst sınırı 1.2 ve aralıktaki sayı adedi de 64 ise (63 aralık) hassasiyet değeri 0.0071 olarak ortaya çıkar. Aralık içindeki bu 64 sayı 0’dan 63’e kadar doğal sayılar ile ifade edilebilir. Buna göre aralık içindeki en küçük sayı olan 0.75, 0 doğal sayısı ile tanımlanırken en büyük sayı olan 1.2 sayısı 63 doğal sayısı ile tanımlanır. Böylece (4.1) ile verilen denklem sayesinde aralıktaki her sayı 0,1,2,3 63 doğal sayılarından biri ile tanımlanmış olur.

$$Gen = AltSınır + (Hass * DoğalSayı) \quad (4.1)$$

Yukarıda bahsi geçen 0’dan 63’e kadar 64 adet sayının önemi şudur ki bu sayılar ikili (binary) sayı sisteminde 6 bit ile ifade edilebilir. Yani 0 sayısı ikili sayı sisteminde 000000 ile ifade edilirken 63 sayısı da 111111 ile ifade edilebilir. Bu durum 0’dan 63’e kadar doğal sayılar ile ifade edilen aralıktaki sayıların hepsinin 000000 ile başlayıp ikili sayı sisteminde 1’er 1’er artarak 111111’e kadar karşılıkları olduğunu gösterir. İşte bu

sayılar kendi aralarında önceki kısımda bahsedilen çaprazlama, mutasyon işlemlerine tabii tutularak genetik algoritma süreçleri işletilir. Aşağıda Şekil 4.2’de basit genetik algoritmanın mantıksal akış diyagramı verilmiştir.



Şekil 4.4. Genetik algoritmanın genel mantıksal akış diyagramı [43]

5. POLAR KOORDİNAT DÖNÜŞÜMÜ YÖNTEMİNİN PERFORMANSININ BELİRLENMESİNDE İZLENEN YOL

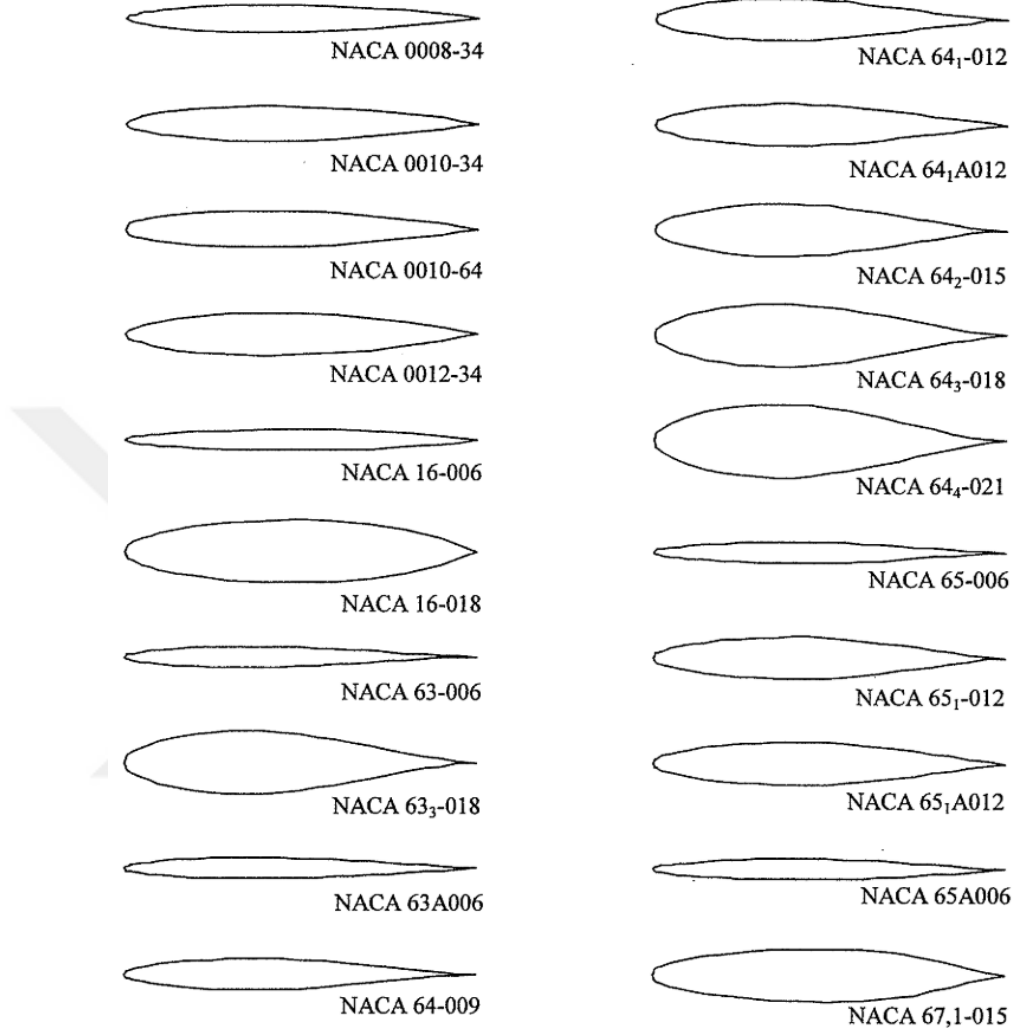
Önceki bölümlerde de vurgulandığı gibi kanat profili şekil optimizasyonunda dikkat edilmesi gereken önemli konulardan biri kanat profili şeklinin matematiksel olarak ifade edilmesi ya da kanat profilinin parametrelendirilmesidir. Bu konu kanat profilinin genel verimi ve optimizasyon algoritmasının hesaplama için harcadığı süre ile doğrudan ilgilidir. Örneğin Referans [4]'de kanat profillerinin parametrik hale getirilmesinde kullanılan değişken sayısı ile işlem süresinin birbirleri ile lineer olarak değiştiği belirtilmiştir. Kanat profilinde kullanılan model, taranan uzayın içerisinde ne tür geometrilerin olacağını belirler. Sürekli olarak aerodinamik olmayan şekillerin elde edildiği bir uzay çözüm aramak için uygun değildir. Benzer şekilde tek tip aerodinamik şekilli kanat profillerinin elde edildiği bir uzay da en iyilerin bulunması için uygun değildir. O nedenle en iyinin arandığı çözüm uzayında birçok farklı türdeki kanat profili geometrileri oluşabilmeli, bu geometriler hızlı bir şekilde taranabilmelidir.

Farklı parametreleme yöntemlerinin birbirlerine göre üstünlük ve noksanlıklarını net bir biçimde ortaya koyabilmek için, parametreleme yöntemlerinin mümkün olduğunca eşit şartlarda çeşitli değerlendirmelere tabi tutulması gerekir. Bu değerlendirmelerden biri yöntemin çeşitli referans kanat profili geometrilerini modelleyebilip modelleyemediğinin araştırılmasıdır. Bir başka değerlendirme ise parametreleme yöntemlerinden elde edilen geometrilerin çeşitli akış çözücü programlar aracılığıyla belirli akış koşullarında denenmesi, bu işlemde geçen süre, uygulama kolaylığı olup olmaması gibi kriterler açısından incelenmesidir. Çalışmada BP3333 ve PCT yöntemlerinden elde edilen geometrilerin performansı bu iki kriter gereğince değerlendirilerek birbirleri ile kıyaslanmıştır.

5.1. PCT Yönteminden Elde Edilen Geometrilerin Literatürdeki Profil Geometrilerine Yakınsama Performansı

Polar Koordinat Dönüşümü (PCT) yönteminin başarısının belirlenmesi için önceki bölümde de bahsi geçen iki farklı performans değerlendirmesi yapılmıştır. Bu değerlendirmelerden ilki PCT yönteminin literatürde geometrileri bilinen çeşitli simetrik kanat profillerine yakınsama performansının değerlendirilmesidir. PCT yönteminin hangi simetrik profillere yakınsayacağının seçiminde BP3333 yöntemi referans alınmıştır.

Referans [4]'de BP3333 yöntemi için yakınsama denemesi yapılan 20 adet simetrik kanat profili Şekil 5.1'de verilmiştir.



Şekil 5.1. BP3333 yönteminde test edilen 20 simetrik kanat profili

Polar Koordinat Dönüşümü yöntemi için bu yirmi adet kanat profili içerisinde koordinat dosyalarına Referans [33]'den ulaşılabilen 11 tanesine yakınsama denemesi yapılmıştır. Buna ek olarak NACA'nın 4 haneli serisine ait 7 farklı geleneksel tip simetrik kanat profili de yine Polar Koordinat Dönüşümü yöntemi ile modellenerek yakınsama denemeleri sürecine dahil edilmiştir.

Yakınsama denemelerinde önemli bir nokta yakınsanan eğri ile orijinal eğri arasındaki hatanın belirlenmesidir. Kanat profilleri için profilin modellendiği yöntemden elde edilen eğrinin koordinatları ile orijinal eğrinin koordinatları arasındaki düşey

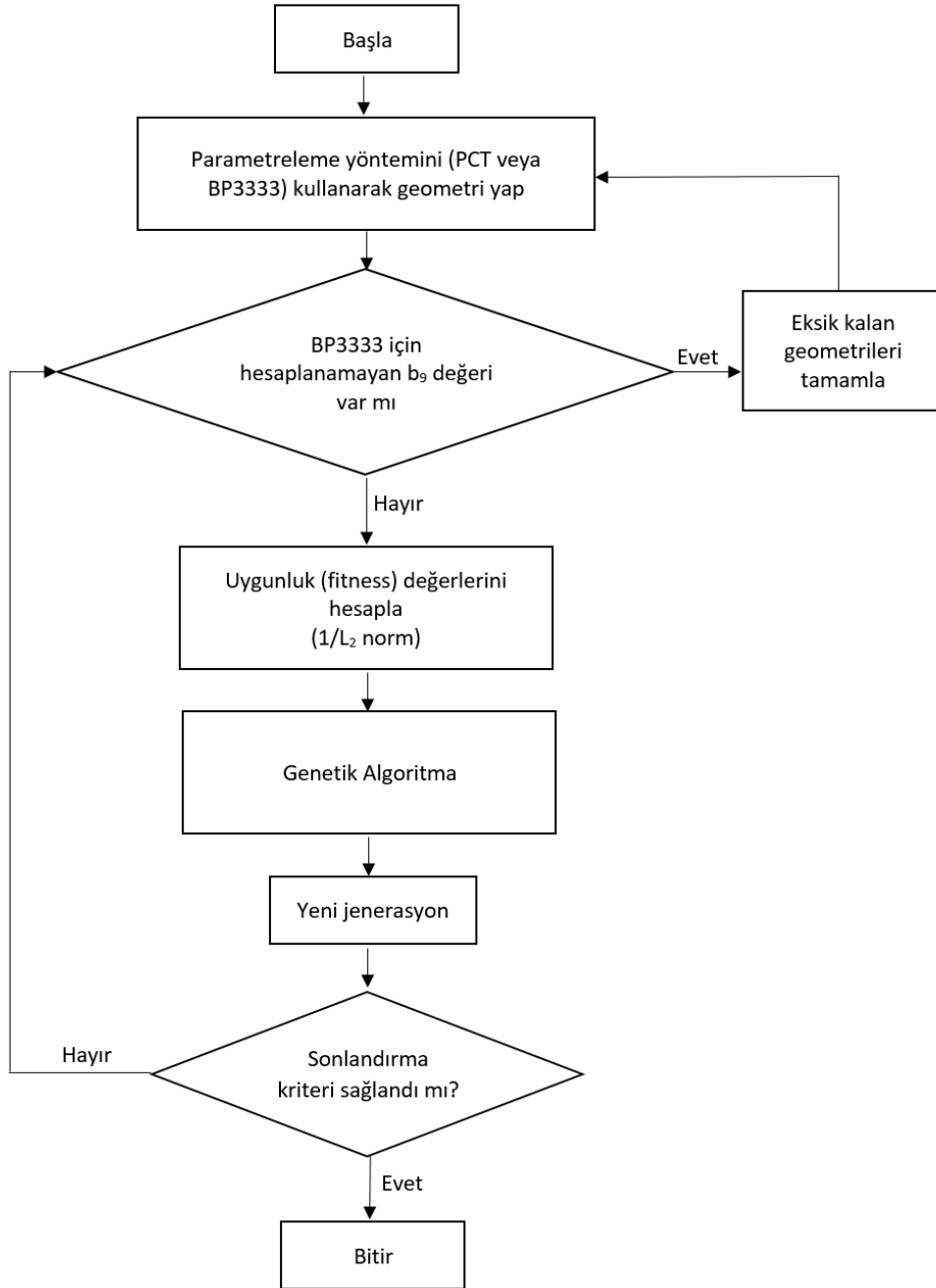
mesafeler (farklar) hata olarak tanımlanır. Bu hataların toplamının değeri yakınsanmaya çalışılan eğrinin tüm koordinatlar için ne kadar başarılı olduğunun bir göstergesidir denilebilir. Bu çalışmada kullanılan L_2 hata normu kanat profilleri için; parametreleme metodundan elde edilen koordinatlar ile orijinal koordinatlar arasındaki düşey farkların kareleri toplamının karekökü olarak uygulanır. Bahsi geçen uygulamanın formülü (5.1)'de verilmiştir.

$$L_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} (y_{i,p} - y_{i,o})^2} \quad (5.1)$$

Kanat profilleri için performans ölçümünde kullanılan parametrelerden biri olan L_2 hata normu (cost) kullanılan parametreleme yöntemi ne kadar başarılı ise o kadar düşük bir değerde çıkar. Referans [4]'de bu değer koordinat sayısı ile değişiklik gösterdiği vurgulanmış olup; koordinat sayısının artması ile bu değer arttığı gözlemlenmiştir. NACA tipi kanat profillerinin orijinal data dosyaları koordinat sayıları açısından incelendiğinde az sayıda olmakla birlikte bir kısım simetrik profilinin koordinat sayısının 34 adet, birçoğu için bu değer 52 adet ve yine nispeten az bir kısmının da 98 adet koordinatı olduğu görülmektedir. Referans [4] incelendiğinde 34 koordinata sahip olanlar için başarılı bir yakınsamada L_2 norm değerinin 0.005'den küçük olması beklenirken; 34 koordinattan fazla noktası olan kanat profillerinde bu değer 0.01'den küçük olması gerekir.

Kullanılan parametreleme yönteminin başarısı için incelenen bir başka kriter ise parametreleme metodundan elde edilen koordinatlar ile orijinal profilden elde edilen koordinatların birbirlerinden farkının bir ölçüsü olan sapma (deviation) değerleridir. Sapma değerleri hem eğri boyunca ortalamaları alınarak hem de eğride meydana gelen maksimum sapmanın yeri ve miktarına bakılarak yöntemin başarısı için bir kriter olarak sürece dahil edilir. Referans [4]'e göre ortalama sapma değeri için limit 0.00077; maksimum sapma için limit ise 0.0032 olarak belirtilmiştir. Buna göre birim veter uzunluğuna sahip simetrik kanat profili eğrilerinin hiçbir koordinat noktasında yakınsanmaya çalışılan eğri ile orijinal eğri arasındaki düşey mesafe (fark) 0.0032'den büyük olamaz. Benzer şekilde eğrinin tüm noktalarındaki düşey farklar toplanıp nokta sayısına bölüldüğünde bu değer 0.00077'den (Referans [29]'da 0.0008) büyük olamaz. Bu şartlar sağlanmadığı durumda uygulanan parametreleme yönteminin o kanat profili için başarısız olduğu söylenebilir.

Polar Koordinat Dönüşümü yöntemi ile BP3333 yönteminin simetrik kanat profillerindeki başarısının karşılaştırılabilmesi için her iki yöntem de aynı simetrik kanat profillerine yakınsama yönünden denenmiştir; iki ayrı parametreleme yöntemi için de bahsi geçen yakınsama süreçlerinde aynı genetik algoritma kodu kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar 6. Bölüm’de detaylı şekilde sunulmuştur. Şekil 5.2’de hedef kanat profili geometrisine yakınsama sürecinin akış diyagramı sunulmuştur.



Şekil 5.2. Hedef kanat profili geometrisine yakınsama sürecine ait akış diyagramı

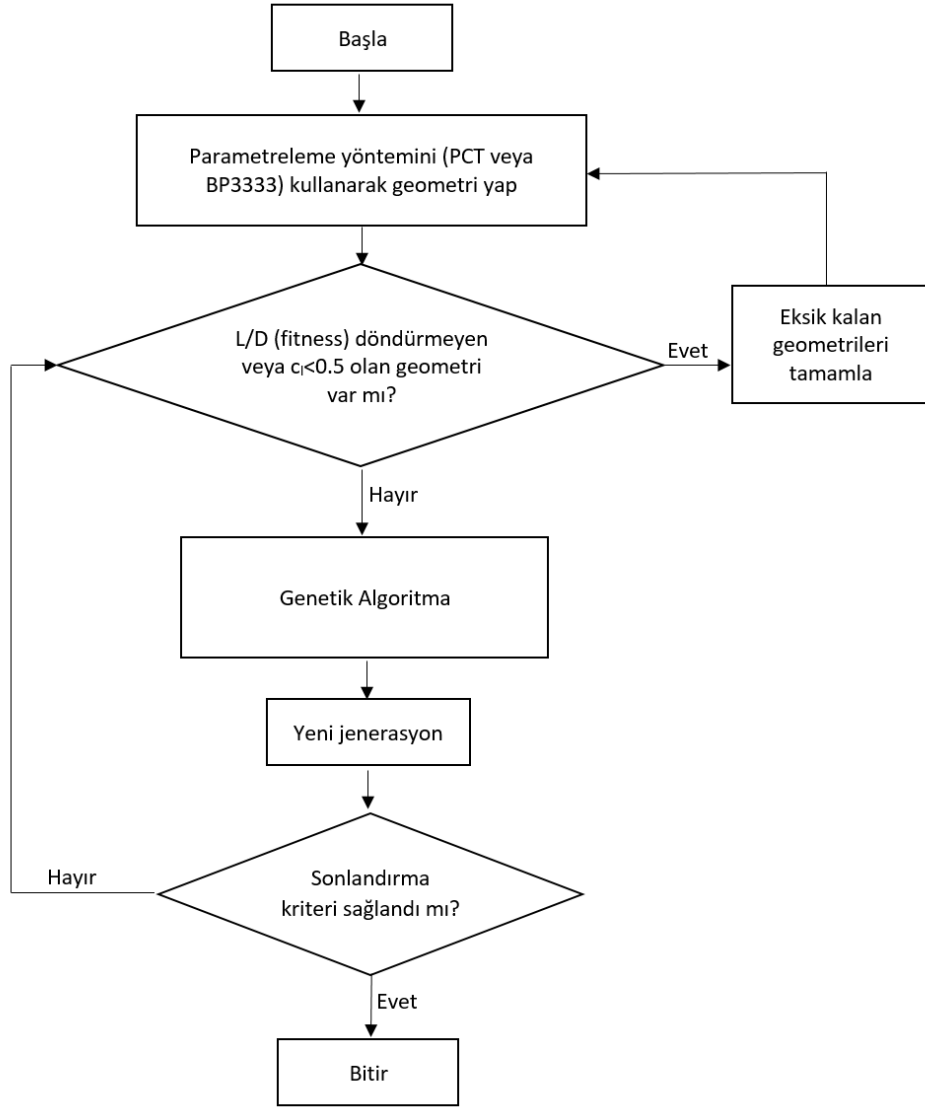
5.2. Belirli Akış Şartlarını Sağlayan Optimum Geometriye Ulaşma Performansı

PCT yöntemi için tasarlanan ikinci performans denemesi senaryosu; belirli akış şartlarını sağlayabilen en iyi geometrinin bulunması şeklinde oluşturulmuştur. Bu senaryoya göre kanat profilinin karşılaşılabilecek akış koşulları Tablo 5.1’de verildiği gibidir.

Tablo 5.1. PCT ve BP3333 yönteminde kanat profillerinin karşılaşılabilecek akış koşulları

Akış koşulu	Değeri
Hava Hızı (V)	47.3 m/sn
Dinamik Viskozite (μ)	1.78×10^{-5} (N.s/m ²)
Veter uzunluğu (c)	1 m
Hava Yoğunluğu (ρ)	1.2 kg/m ³
Hücum Açısı (AoA)	5°

Senaryoya göre 1 m veter uzunluğuna sahip kanat profilinin 5° hücum açısında deniz seviyesinde 47.3 m/sn bozulmamış hava akışına (freestream) maruz kaldığı ve bu şartlarda hava yoğunluğunun 1.2 kg/m³ olduğu kabul edilmiştir. Kanat profili geometrisi bu şartlar altındaki akışta PCT ve BP3333 yöntemleri ile değiştirilerek taşıma katsayısının (C_l) 0.5 değerinin altına düşmemesi kaydıyla en yüksek taşıma/sürükleme (C_l/C_d) değerini verecek geometrinin elde edilmesi hedeflenmiştir. Geometrilere jenerasyonlar boyunca BP3333 ve PCT yöntemlerinin kendine has parametrelerinin belirli bir aralıkta değiştirilmesiyle elde edilmiş, bu geometrilerin taşıma/sürükleme oranları panel metodu çözücüsü bir program [44] ile birlikte çalışan genetik algoritma vasıtasıyla izlenerek optimum geometrinin elde edilmesi amaçlanmıştır. Belirli akış koşullarını sağlayan en iyi geometrinin elde edilmesinde işletilen süreç Şekil 5.3’deki akış diyagramında açıklanmıştır.



Şekil 5.3. Belirli akış koşullarını sağlayan en yüksek L/D değerli geometri için akış diyagramı

5.3. Genetik Algoritma Ayarları

Hedef kanat profili geometrisine yakınsama denemelerinde kullanılan genetik algorithmada seçilen parametreler mümkün olduğunca Referans [4]'e uygun şekilde kullanılmaya çalışılmıştır. Bu işlemden genetik algoritmanın popülasyon sayısı 256 ve çaprazlama oranı 0.5 olarak seçilmiştir. Mutasyon oranı PCT ve BP3333 yöntemlerinin her ikisi için de 0.001 ile 0.005 arasında 0.001 hassasiyetle değiştirilmiştir; birkaç denemede elde edilen en yüksek uygunluk (fitness) değerini veren değer yöntemlerin birbirleri ile kıyaslanmasında kullanılmıştır. Jenerasyonlar boyunca yakınsamanın gerçekleştiğinin anlaşılabilmesi için yakınsama kriteri (convergence criteria) son 40 jenerasyonun tamamının limit L_2 norm değerinin altında kalması olarak tanımlanmıştır.

Belirli akış şartlarını sağlayabilen en iyi geometrinin bulunması sürecinde ise genetik algoritmanın popülasyon sayısı 16, çaprazlama oranı 0.5 ve mutasyon oranı ise sabit 0.03 olarak seçilmiştir. Bu süreçte herhangi bir yakınsama kriteri belirlenmemiş; her iki yöntem de (PCT ve BP3333) toplam 40 jenerasyon boyunca çalıştırılıp durdurulmuştur.



6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Kanat profili eğrilerinin modellenmesinde kullanılan BP3333 (Bezier-PARSEC) yöntemi ile bu tezde sunulan yeni bir yöntem olan Polar Koordinat Dönüşümü (Polar Coordinate Transformation) yöntemleri farklı simetrik kanat profillerine yakınsama kapasiteleri ve belirli akış şartlarını sağlayan optimum geometriye ulaşma performansı yönünden birbirleri ile kıyaslanmışlardır. İlk olarak her iki parametreleme yöntemi NACA tipi toplam 18 adet simetrik kanat profili için birbirleri ile kıyaslanmıştır. Bu işlemde kıyaslama kriteri olarak yakınsama süresi, belirlenen yakınsama kriterine (convergence criteria) ulaşıncaya kadar elde edilebilen en iyi uygunluk (fitness) değeri, en iyi uygunluk değerini veren elemanın L_2 norm değeri (cost), en iyi elemanın hangi iterasyonda elde edildiği, toplam iterasyon sayısı, ortalama sapma (deviation) değeri ile maksimum sapma değerleri olmak üzere yedi farklı kriter göz önünde bulundurulmuştur.

Bahsi geçen kriterler içerisindeki ilk kriter olan yakınsama süresi; algoritmanın çalışmaya başlatılması ile son 40 jenerasyonun tamamının hedef uygunluk değerinin üzerinde olduğu ana kadar geçen süredir. İkinci kriter olarak belirlenen uygunluk değeri (fitness); 5. Bölümde detayları belirtilen ve orijinal geometriden sapmanın bir ölçüsü olan L_2 hata normu değerinin çarpmaya göre tersidir. Bununla birlikte L_2 hata normunun kendisi de üçüncü kriter olarak kullanılmıştır. Kurulan algoritmanın en önemli hedefi bahsi geçen bu üçüncü kriterin yani orijinal geometriden sapma miktarının mümkün olduğunca düşük değerlerde; dolayısıyla ikinci kriter olan uygunluk değerinin ise mümkün olduğunca büyük değerlerde olmasını sağlamaktır.

Belirlenen dördüncü ve beşinci kriterler optimizasyonun sonunda ulaşılabilen en iyi elemanın hangi iterasyonda tespit edildiği ve toplam kaç iterasyon yapıldığını ifade etmektedir. Altı ve yedinci kriterler ise elde edilen en iyi elemanın orijinal kanat profiline göre ortalama sapma değeri ile maksimum sapma değerlerinin verildiği kriterlerdir. Tüm bu kriterlere ait detaylar 5. Bölüm içerisinde açıklanmaktadır. Tablo 6.1’de 11 farklı NACA tipi simetrik kanat profili için her iki yöntemin bahsi geçen kriterlere göre karşılaştırılması sonucu elde edilen sonuçlar sunulmuştur.

Tablo 6.1. *NACA tipi simetrik kanat profillerinin BP3333 ve PCT yöntemleri ile karşılaştırılması*

Kullanılan Yöntem	Yakın. süresi (sn)	Uygunluk (fitness)	Maliyet (cost)	Toplam İterasyon	En iyinin İter. Say.	Ort. Sapma (deviation)	Maks. Sapma
Naca000834-BP3333	4.26	4041	0.00025	11520	9980	0.000046	0.000132
Naca000834-PCT	1.05	4762	0.00021	11520	8264	0.000035	0.000141
Naca001034-BP3333	3.58	3360	0.00030	13056	8982	0.000054	0.000157
Naca001034-PCT	1.06	3772	0.00027	11520	10615	0.000043	0.000205
Naca001064-BP3333	3.28	322	0.00310	13824	11258	0.000601	0.001491
Naca001064-PCT	1.26	981	0.00102	13312	5691	0.000170	0.000580
Naca001234-BP3333	3.58	2710	0.00037	12288	11019	0.000067	0.000224
Naca001234-PCT	1.21	1458	0.00069	12288	7090	0.000124	0.000422
Naca16006-BP3333	3.11	1912	0.00052	11264	3341	0.000095	0.000349
Naca16006-PCT	1.27	3331	0.00030	11520	7294	0.000059	0.000146
Naca16018-BP3333	4.25	502	0.00199	16384	2051	0.000394	0.001045
Naca16018-PCT	1.10	728	0.00137	11264	5971	0.000268	0.000702
Naca633018-BP3333	3.95	171	0.00586	14336	6769	0.000684	0.001656
Naca633018-PCT	1.08	378	0.00264	11776	4397	0.000270	0.001510
Naca641012-BP3333	3.84	271	0.00369	14080	11298	0.000580	0.001505
Naca641012-PCT	1.20	368	0.00272	12288	7685	0.000411	0.001258
Naca641a012-BP3333	3.42	421	0.00238	12288	2315	0.000350	0.001337
Naca641a012-PCT	1.10	920	0.00109	11264	4974	0.000177	0.000407
Naca642015-BP3333	4.00	207	0.00484	14592	5202	0.000761	0.001970
Naca642015-PCT	1.27	719	0.00139	11520	4123	0.000200	0.000764
Naca643018-BP3333	4.20	159	0.00625	13568	3391	0.00096073	0.002664
Naca643018-PCT	1.31	566	0.00176	12032	11315	0.000268	0.000820

Tablo 6.1 incelendiğinde PCT yönteminin sonuçlar bakımından BP3333 yönteminden birçok kanat profili için daha iyi değerler verdiği gözlemlenmektedir. Aynı problemin çözümünde PCT yöntemindeki süre BP3333 yöntemindeki sürenin kabaca üçte biri kadardır denilebilir ancak bu noktada Bölüm 3.5’de belirtilen ve eğrilerin y

yönünde genişletilmesini sağlayan çarpanın belirlenmesi işleminin bu süreye dahil olmadığı vurgulanmalıdır. İlgili bölümde açıklandığı üzere bu çarpan birkaç deneme yanılma ile kolayca bulunabilmektedir. Elde edilen uygunluk değerleri açısından yöntemler kıyaslandığında PCT yönteminin yine BP3333 yönteminden genel olarak (NACA001234 profilinde BP3333 yöntemi daha iyi fitness değeri döndürmüştür) daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır.

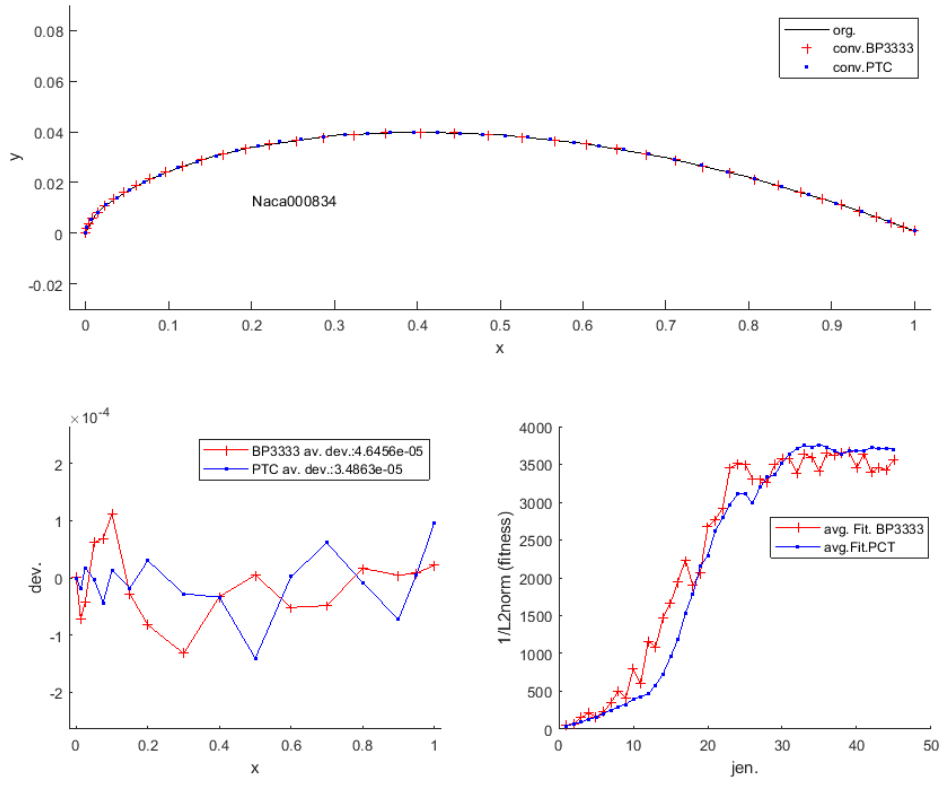
Sapma değerleri incelendiğinde her iki yöntemden elde edilen değerler de kanat profiline oturmada başarısızlık olarak sayılabilecek bir kriter olan sapma (deviation) değerleri açısından limitleri aşmadıklarından dolayı başarılıdır. Maksimum sapma değerleri PCT yönteminde BP3333 yöntemine göre daha fazla sayıda kanat profili için daha düşük seviyededir. Ortalama sapma seviyelerinde ise PCT yöntemi NACA001234 hariç diğer profillerin tamamında BP3333'deki ortalama sapma değerlerinden daha düşük çıkmıştır. Denenen diğer 7 adet geleneksel NACA tipi simetrik kanat profili için elde edilen değerler de Tablo 6.2'de verilmiştir.

Tablo 6.2. NACA geleneksel tip simetrik kanat profillerinin BP3333 ve PCT yöntemleri ile karşılaştırılması

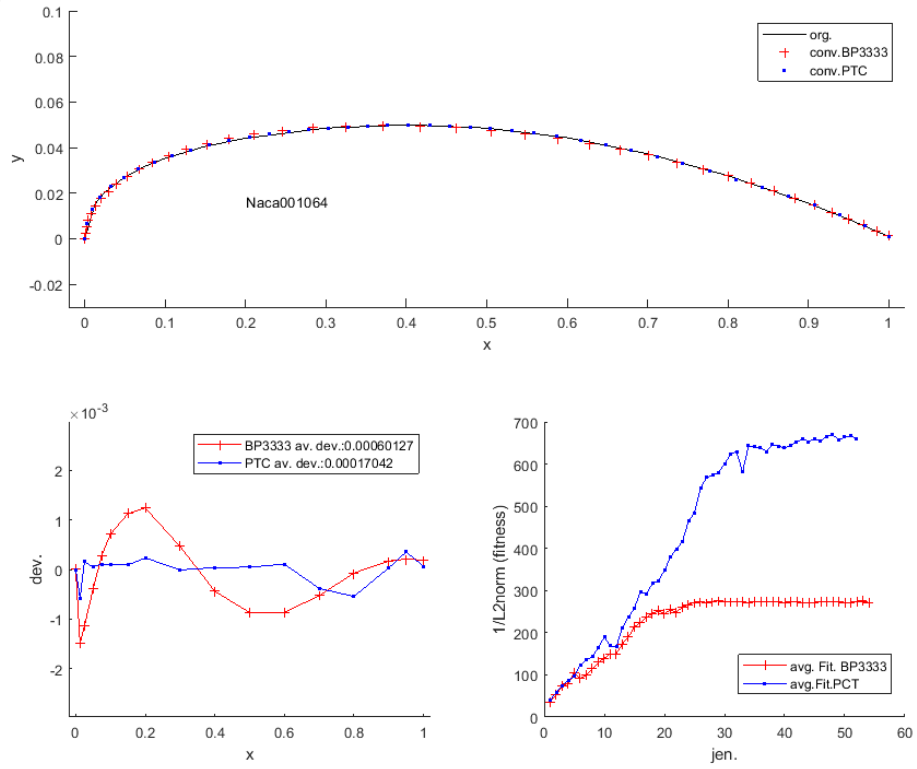
Kullanılan Yöntem	Yakın. süresi (sn)	Uygunluk (fitness)	Maliyet (cost)	Toplam İterasyon	En iyinin İter. Say.	Ort. Sapma (deviation)	Maks. Sapma
Naca0006-BP3333	2.66	1423.74	0.00070	11264	8532	0.000140	0.000340
Naca0006-PCT	1.12	1886.30	0.00053	11264	7445	0.000099	0.000272
Naca0009-BP3333	2.37	944.33	0.00106	10752	9511	0.000142	0.000371
Naca0009-PCT	1.11	301.80	0.00331	11264	8757	0.000456	0.001195
Naca0012-BP3333	2.68	328.83	0.00304	11520	4457	0.000267	0.001063
Naca0012-PCT	1.40	428.50	0.00233	13056	9588	0.000200	0.001429
Naca0015-BP3333	2.80	654.11	0.00153	12032	4413	0.000253	0.000740
Naca0015-PCT	1.12	868.70	0.00115	11264	5951	0.000209	0.000562
Naca0018-BP3333	3.14	506.85	0.00197	13312	3603	0.000383	0.000748
Naca0018-PCT	1.39	748.54	0.00134	14848	10974	0.000259	0.000590
Naca0021-BP3333	3.45	497.15	0.00201	14592	10046	0.000344	0.001109
Naca0021-PCT	1.19	657.59	0.00152	12800	9475	0.000253	0.000889
Naca0025-BP3333	2.74	247.61	0.00404	11776	7691	0.000405	0.001727
Naca0025-PCT	1.23	351.68	0.00284	12288	4388	0.000383	0.001009

Tablo 6.2’de elde edilen sonuçların de yine Tablo 6.1 ile uyumlu olduğu görülmektedir. İncelenen 7 adet ek simetrik kanat profili içerisinde BP3333 yöntemi sadece NACA0009 profilinde daha yüksek uygunluk değeri döndürmüş, diğer profiller için PCT yönteminin daha başarılı olduğu görülmüştür. Yapılan çalışma neticesinde BP3333 yönteminin önerilen PCT yöntemine göre avantajlı olduğu en önemli kısmın tasarım uzayı içerisinde aerodinamik şekilli olmayan geometrilerin azlığı olduğu söylenebilir. PCT yönteminde tasarım uzayı içerisinde inişli çıkışlı (bumpy surface) yüzeylerin sayısı oldukça fazladır. Buna karşın PCT yönteminde Bezier eğrilerinin kontrol noktalarının tasarım parametreleri cinsinden ifadesi BP3333 yöntemine kıyasla çok basit eşitliklerle sağlanabilmektedir. Bir başka önemli husus; BP3333 yönteminde kontrol noktalarından birinin y koordinatını elde etmek için 4. derece polinom çözümü gerekmektedir. Bu durum BP3333 yönteminin işlem süresini artıran bir husus olup süreler açısından PCT yönteminin daha başarılı sonuçlar vermesine sebep olduğu düşünülmektedir.

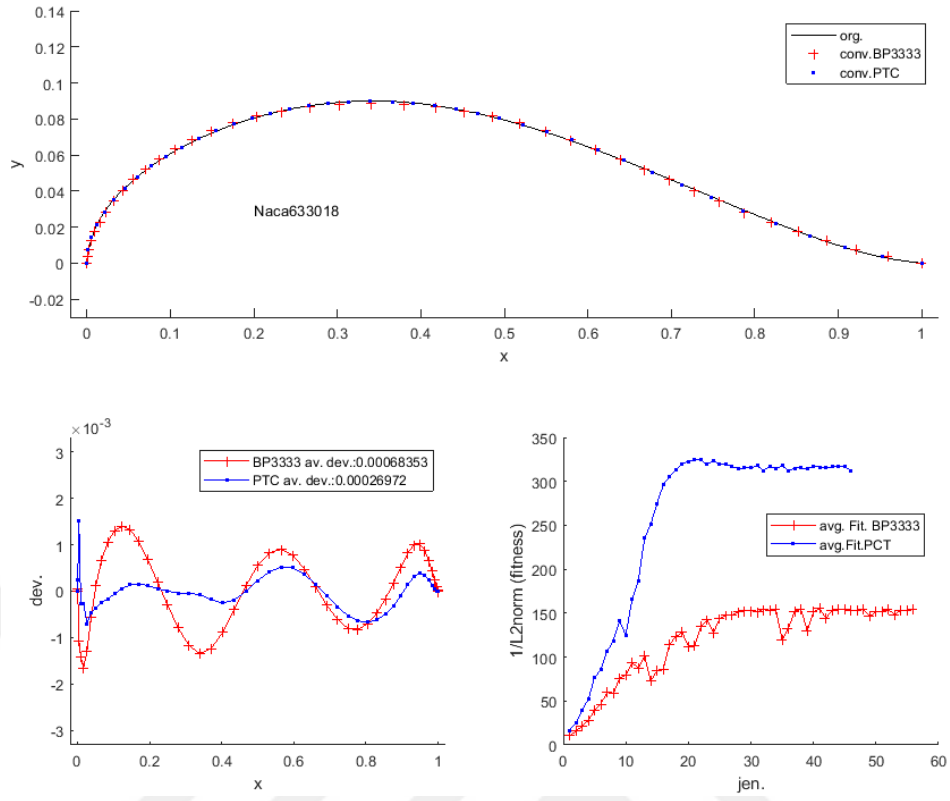
Elde edilen sonuçların dört adedinin grafikleri Şekil 6.1, Şekil 6.2, Şekil 6.3 ve Şekil 6.4’te sunulmuştur. Bu 4 adet dışında kalan profillerin grafikleri EK-1 kısmında topluca verilmiştir. Şekil 6.1 ve Şekil 6.4 arasındaki grafiklerde orijinal profil eğrisi ile PCT ve BP3333 yöntemlerinden elde edilen eğriler üst üste çizdirilmiştir. Ayrıca veter boyunca sapma değerleri ve jenerasyonlar boyunca uygunluk değerlerindeki (fitness) artışların ve yakınsama grafikleri yine kıyas kolaylığı sağlanabilmesi maksadıyla üst üste çizdirilerek sunulmuştur.



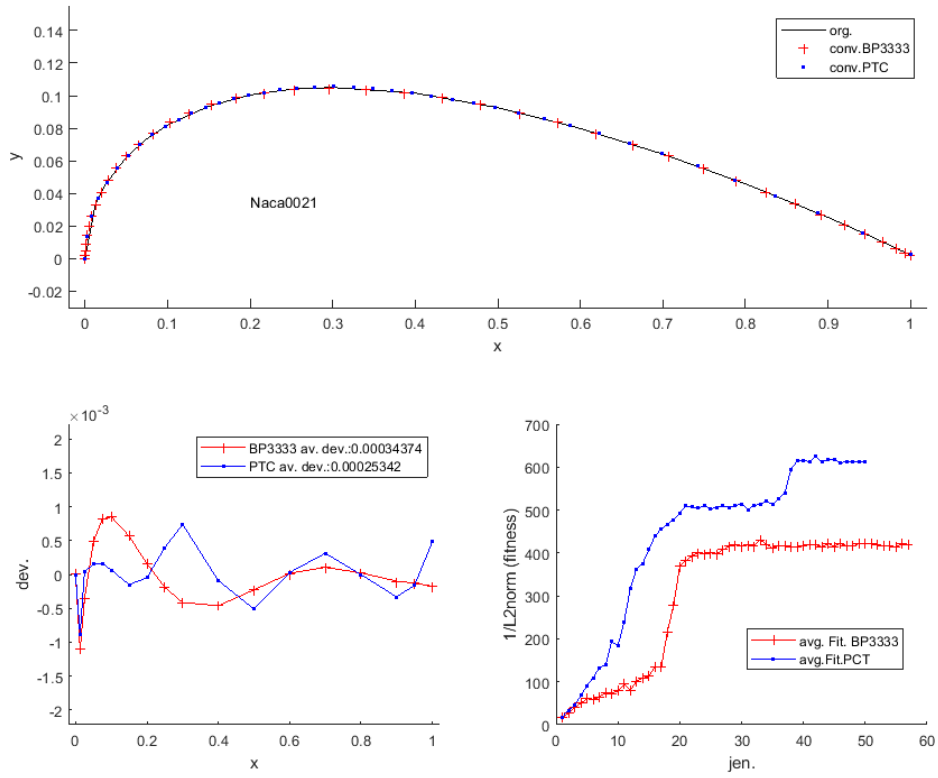
Şekil 6.1. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 000834 profilinin karşılaştırılması



Şekil 6.2. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 001064 profilinin karşılaştırılması



Şekil 6.3. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 633018 profilinin karşılaştırılması



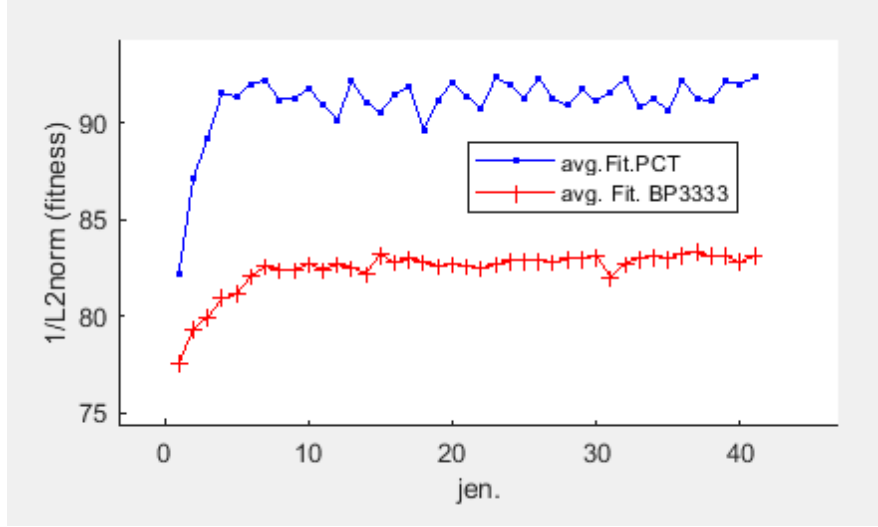
Şekil 6.4. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 0021 profilinin karşılaştırılması

İkinci olarak gerçekleştirilen performans incelemesi olan belirli akış şartlarını sağlayan optimum geometriye ulaşma performansı değerlendirmesinde kullanılan örnek profil NACA 64₂015 için elde edilen sonuçlar Tablo 6.2’de verilmiştir.

Tablo 6.3. *Tablo 5.1’deki akış şartlarını sağlayan en iyi BP3333 ve PCT geometrilerinin c_l - c_d değerlerinin karşılaştırması*

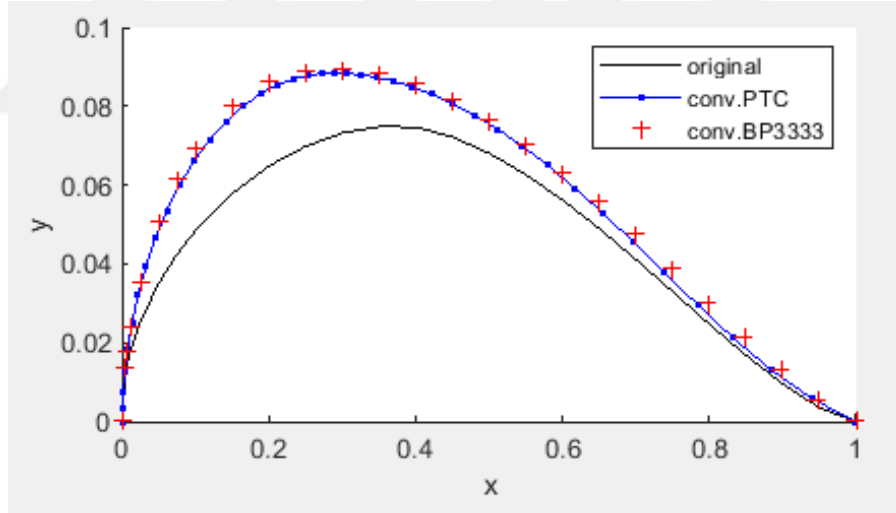
	Süre (sn)	L/D	c_l	c_d	Orijinale göre yüzde artış (L/D)
Orijinal	-	70.3	0.573	0.0081	-
BP3333	477	83.8	0.579	0.0070	%19
PCT	525	92.4	0.594	0.0064	%31

Elde edilen sonuçlara göre orijinal NACA 64₂015 kanat profili geometrisi için Tablo 5.1’deki akış koşullarına göre panel metodu çözücüsünden [44] dönen L/D değeri 70.3’tür. BP3333 parametrelerinin belirli yüzdelere içinde değiştirilmesiyle bu akış koşullarını sağlayan ve c_l değeri 0.5’in altına düşmeyen en iyi geometrisinin L/D değeri %19 artışla 83.8 olarak elde edilmiştir. Bu değer PCT yöntemi için ise %31’lik artışla 92.4’dır. Yöntemlerin L/D değerlerindeki artışta PCT yöntemi daha başarılıdır ancak süre açısından PCT yöntemi toplam 40 jenerasyonu çalıştırmada daha uzun bir süre harcamıştır. Her iki yöntem de taşıma katsayısı (c_l) değerlerini artırırken sürüklenme katsayısı (c_d) değerlerinde düşüşe sebep olmuştur. PCT yöntemi hem taşıma katsayısını artırmada hem de sürüklenme katsayısını azaltmada NACA 64₂015 örneği özelinde BP3333 yönteminden daha başarılıdır. Şekil 6.5’de yöntemlerin belirli akış koşullarını veren en iyi geometriyi elde etmedeki yakınsama grafikleri sunulmaktadır.



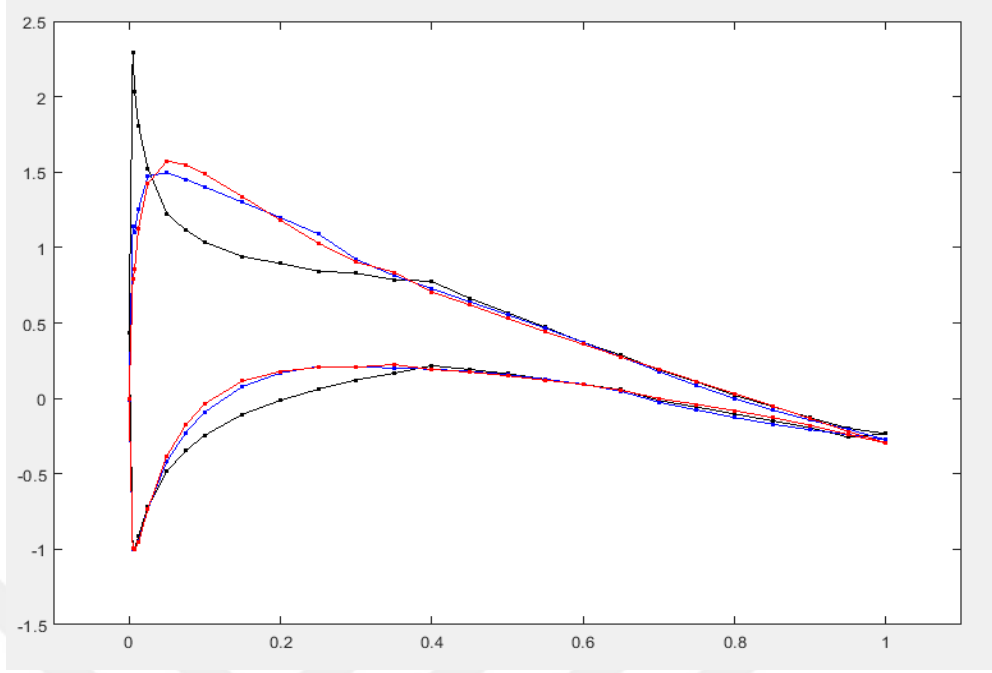
Şekil 6.5. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64₂015 profilinin yakınsama değerlerinin karşılaştırılması

Şekil 6.6’da BP3333 yönteminin ve PCT yönteminin döndürdüğü en iyi geometriler ile orijinal NACA 64₂015 geometrisi verilmiştir.



Şekil 6.6. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64₂015 profilinin orijinal geometri ile karşılaştırılması

Şekil 6.6 incelendiğinde her iki yöntemde de taranan uzay içerisinde benzer geometrilerin döndüğü görülmektedir. Bu iki geometriye ait XFOIL [44] programından elde edilen basınç katsayıları (C_p) grafikleri de şekil 6.7’de gösterilmiştir.



Şekil 6.7. BP3333 ve PCT yöntemleri ile ifade edilen NACA 64₂015 profilinin basınç katsayıları yönünden karşılaştırılması (Siyah orijinal, kırmızı: PCT ve mavi renk BP3333)

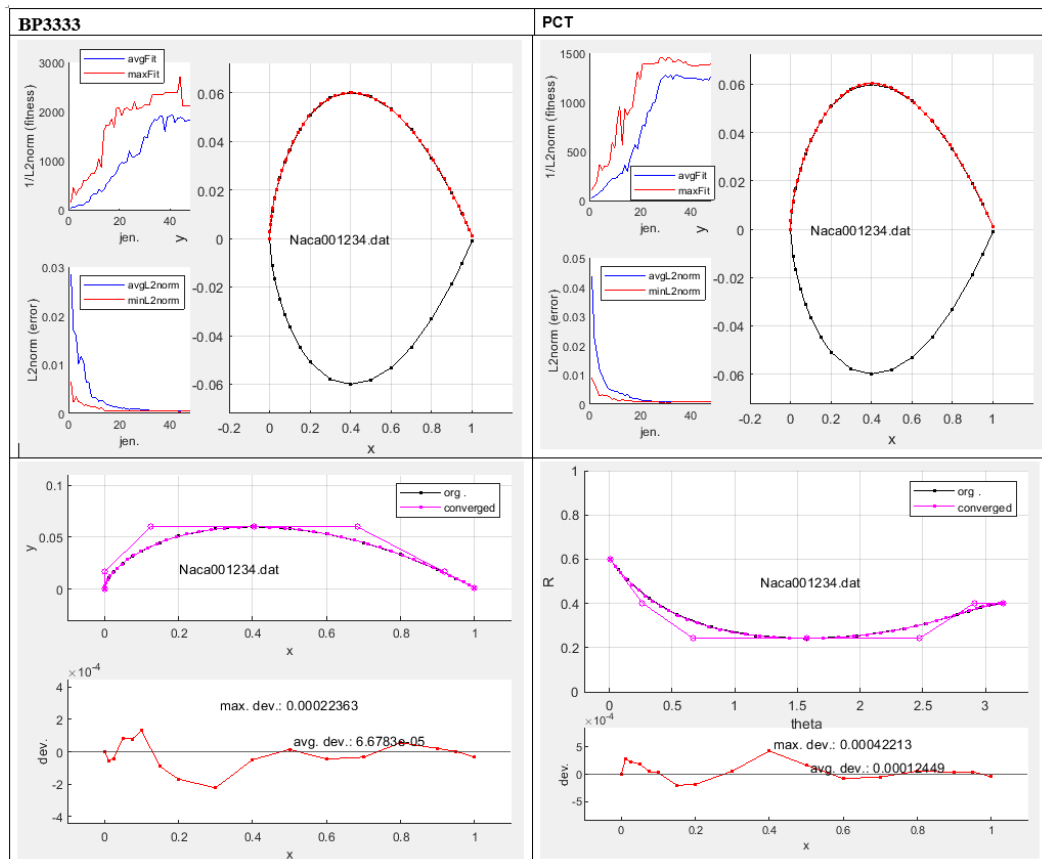
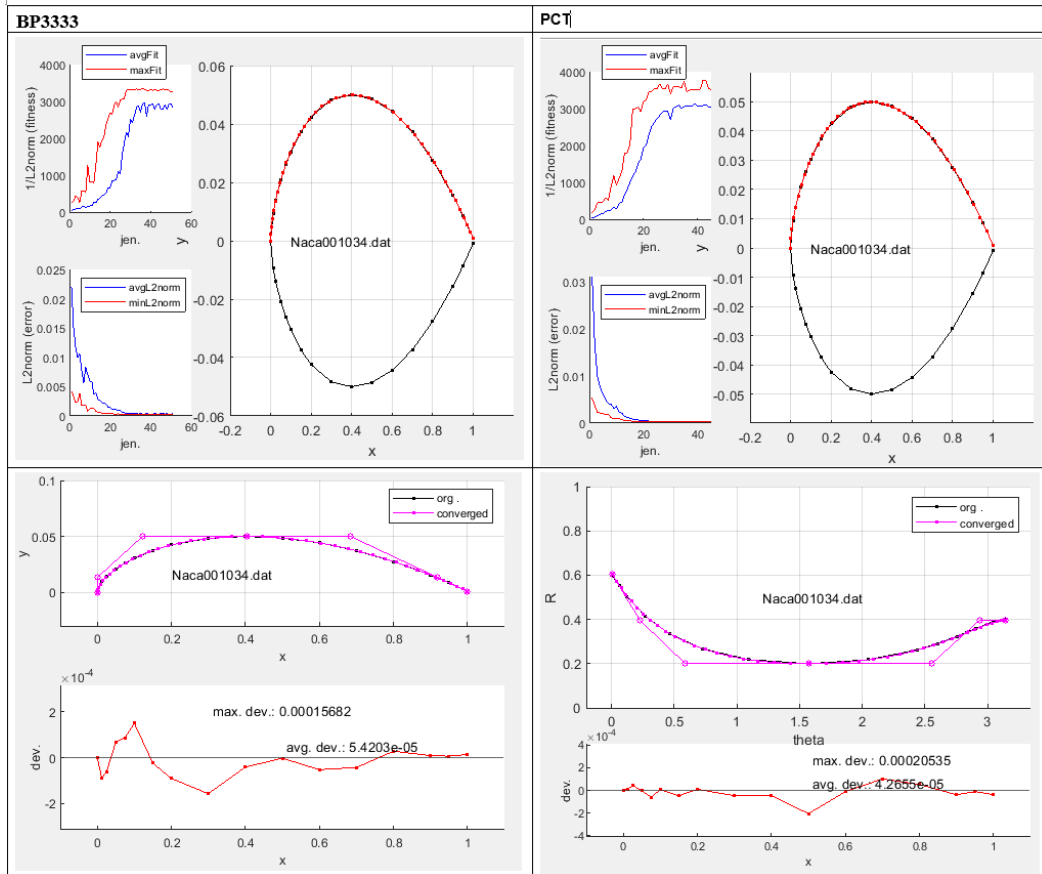
KAYNAKÇA

- [1] Jacobs, E.N., Ward, K.E. and Pinkerton, R.M. (1933). *The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel*. Washington, D.C: N.A.C.A.
- [2] Brandt, S.A., Stiles, R.J., Bertin, J.J. and Whitford, R. (2004). *Introduction to aeronautics: A design perspective* (Second ed.). Reston, VA, USA: AIAA Education Series.
- [3] Sobieczky, H. (1998). *Parametric airfoils and wings*. K. Fujii and G. S. Dulikravich (Editors). in: Notes on Numerical Fluid Mechanics (pp.71-88). Wiesbaden: Vieweg Verlag.
- [4] Rogalsky, T. (2004). *Acceleration of differential evolution for aerodynamic design*. Ph.D. Dissertation. Manitoba, Canada: University of Manitoba, Faculty of Graduate Studies.
- [5] Anderson, J.D. (2011). *Fundamentals of aerodynamics* (Fifth ed.). Newyork, USA: McGraw-Hill.
- [6] Lores, M.E., Burdges, K.P. and Shrewsbury, G.D. (1978). *Analysis of theoretically optimized transonic airfoil*. Georgia: NASA.
- [7] Vecchia, P.D., Daniele, E. and D'Amato, E. (2013). An airfoil shape optimization technique coupling PARSEC parameterization and evolutionary algorithm. *Aerospace Science and Technology*, 32, 103-110.
- [8] Selig, M.S. and Maughmer M.D. (1992). Generalized multipoint inverse airfoil design, *AIAA Journal*, 30 (11), 2618-2625.
- [9] **http-1:** Giguère, P., Blade Geometry Optimization Part IV, Department of Aeronautical and Astronautical Engineering, UIUC, NREL, 1999, <https://m-selig.ae.illinois.edu/propid/documentation/shortcourse/part4.pdf>, (Erişim Tarihi: 10.08.2022).
- [10] Hansen, J.R., Kinney, J., Taylor, D.B., Prickett, M.F. and Lee, J.L. (2007). *Chapter 4: On the wing*. J. Hansen (Editor). in: The Wind and Beyond: A Documentary Journey into the History of Aerodynamics in America Vol. II: Reinventing the Airplane (pp.657-942). NASA.
- [11] Jones, R.T. (1978). Highlights from the history of airfoil development. *Sport Aviation*. 27 (6), 47–51.
- [12] Loftin, L.K. (1985). *Quest for performance: The evolution of modern aircraft*. Washington D.C., USA: NASA.
- [13] Abbott, I. H. and von Doenhoff A. E. (1959). *Theory of wing sections, including a summary of airfoil data* (Dover ed.). Newyork, USA: Dover Publications.
- [14] Joukowsky, N.E. (1910). "Über die Konturen der Tragflächen der Drachenflieger". *Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt* 1: 281–284 and (1912) 3: 81–86.
- [15] Vanderplaats, G. N., Hicks, R. N. and Murman, E. (1975). Application of numerical optimization techniques to airfoil design. *Conference on Aerodynamic Analyses Requiring Advanced Computers Part II*, Langley Research Center, Hampton, Virginia, USA: NASA, 4-6 March 1975, pp. 749–768.

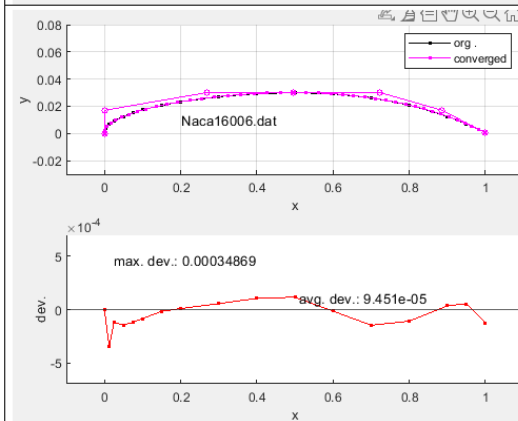
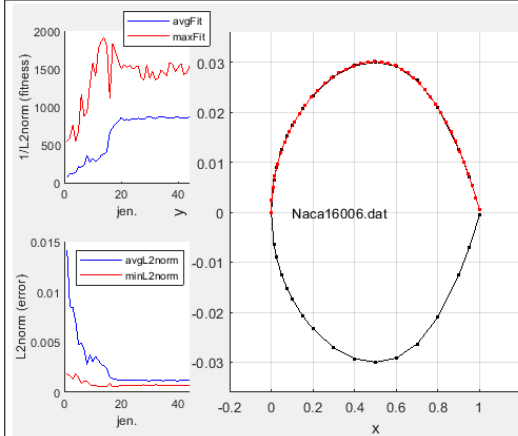
- [16] Hicks, R.M. and Henne P.A. (1978). Wing design by numerical optimization. *Journal of Aircraft*, 15 (7), 407-412.
- [17] Chang, I.C., Torres, F.J. and Tung, C. (1995). *Geometric analysis of wing sections*. Ames Research Centre, Moffett Field, California, NASA.
- [18] Gardner, B.A. and Selig, M. S. (2003). Airfoil design using a genetic algorithm and an inverse method. *41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, USA: AIAA, 6-9 Jan. 2003, pp.1-12.
- [19] Kulfan, B.M. (2008). Universal parametric geometry representation method. *Journal of Aircraft*, 45 (1), 142-158.
doi: 10.2514/1.29958
- [20] Mukesh, R., Lingadurai, K. and Selvakumar, U. (2014). Airfoil shape optimization using non-traditional optimization technique and its validation. *Journal of King Saud University-Engineering Sciences*, 26, 191-197.
- [21] Venkataraman, P. (1994). A design optimization technique for airfoil shapes. *12th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Colorado Springs, CO, USA: AIAA, 20-23 June 1994, pp. 92–102.
- [22] Venkataraman, P. (1995). A new procedure for airfoil definition. *13th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, San Diego, CA, USA: AIAA, 19-22 June 1995, pp. 905–914.
- [23] Theodorsen, T. and Garriock, I.E. (1933). *General potential theory of arbitrary wing sections*. Virginia: N.A.C.A.
- [24] Eppler, R. (1990). *Airfoil design and data*. Berlin, Heidelberg, Germany: Springer-Verlag.
- [25] Falco, I.D., Balio, R.D., Cioppa, A.D. and Tarantino, E. (1996). Breeder genetic algorithm for airfoil design optimisation. *Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, Nagoya, Japan: IEEE, 20-22 May 1996, pp. 71-75.
- [26] Chen, X. and Agarwal, R. (2012). Optimization of flatback airfoils for wind turbine blades using a genetic algorithm. *Journal of Aircraft*, 49 (2), 622-629.
- [27] Zhang, F., Chen, S. and Khalid, M. (2002). Optimizations of airfoil and wing using genetic algorithm. *23rd Congress of International Council of the Aeronautical Sciences*, Toronto, Canada: ICAS, 8-13 Sept. 2002, pp. 1-10.
- [28] Birckelbaw, L. (1989). Inverse airfoil design using the Navier-Stokes equations. *Proceedings AIAA 7th Applied Aerodynamics Conference*, Seattle, WA, USA: AIAA, July 1989, pp. 346-353.
- [29] Derksen, R.W. and Rogalsky, T. (2010). Bezier-PARSEC: An optimized aerofoil parameterization for design. *Advances in Engineering Software*. 41 (7-8), 923-930.
- [30] Oyama, A., Obayashi, S., Nakahashi, K. and Hirose N. (1999). Fractional factorial design of genetic coding for aerodynamic optimization. *14th Computational Fluid Dynamics Conference*, Norfolk, VA, USA: AIAA, 1-5 Nov. 1999, pp. 430-439.

- [31] Kulfan, B.M and Bussoletti, J.E. (2006). "Fundamental" parameteric geometry representations for aircraft component shapes. *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Portsmouth, Virginia, USA: AIAA, 6-8 Sept. 2006, pp. 1-45.
- [32] Timmer, W. (2009). An overview of NACA 6-digit airfoil series characteristics with reference to airfoils for large wind turbine blades. *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, FL, USA: AIAA, 5-8 June 2009, pp.1-13.
- [33] **http-2:** https://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord_database.html, (Erişim Tarihi: 10.08.2022).
- [34] **http-3:** Yükselen, M.A., Uygulamalı Sayısal Yöntemler Ders Notları, İTÜ, <https://web.itu.edu.tr/yukselen/HM504/02Ek%20Bezier%20e%F0rileri.pdf>, (Erişim Tarihi: 10.08.2022).
- [35] The MathWorks, I. (2022a). Symbolic Math Toolbox., Massachusetts, USA.
- [36] **http-4:** The Jacobian of Transformation, East Tennessee State University, <https://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap3/Chap3-3/printversion.pdf>, (Erişim Tarihi: 6.10.2022).
- [37] Goldberg, D.E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization&machine learning*. USA: Addison-Wesley.
- [38] Holland, J. H., (1992). Genetic Algorithms. *Scientific American*, 267 (1), 66–73.
- [39] Selig, M.S. and Carrol, V.L. (1996). Application of a genetic algorithm to wind turbine design. *Journal of Energy Resources Technology*, 118 (27), 22-28.
- [40] Takahashi, S., Obayashi, S. and Nakahashi, K. (1999). Inverse design optimization of transonic wings based on multi-objective genetic algorithms. *AIAA Journal*, 37 (12), 1656-1662.
- [41] Obayashi, S. and Oyama, A. (1996). Three-dimensional aerodynamic optimization with genetic algorithm. *Proceedings of the Third ECCOMAS Computational Fluid Dynamics*, Paris, France: John Wiley & Sons, 9-13 Sept. 1996, pp. 420-424.
- [42] Beasley, D., Bull, D.R. and Martin, R.R. (1993). An overview of genetic algorithms: Pt1, fundamentals. *University computing* , 15, 58 - 69.
- [43] Bağış, A. ve Özçelik, Y. (2007). Gerçek kodlu genetik algoritma kullanılarak sistem kimliklendirme. *12. Elektrik, Elektronik, Bilgisayar, Biyomedikal Mühendisliği Ulusal Kongresi*, Eskişehir, Türkiye: 14-18 Kasım 2007.
- [44] Drela, M. (1989). An analysis and design system for low reynolds number airfoils. *Conference on Low Reynolds Number Airfoil Aerodynamics*, University of Notre Dame, France: June 1989.

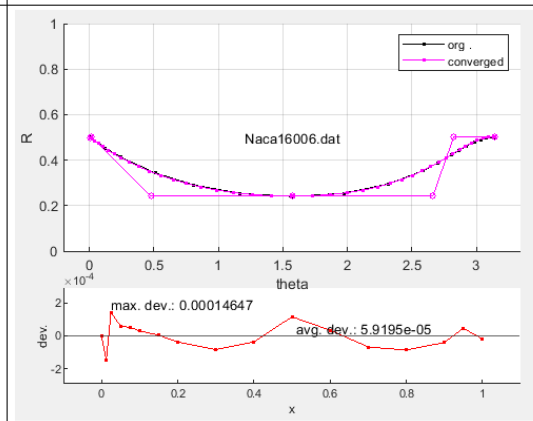
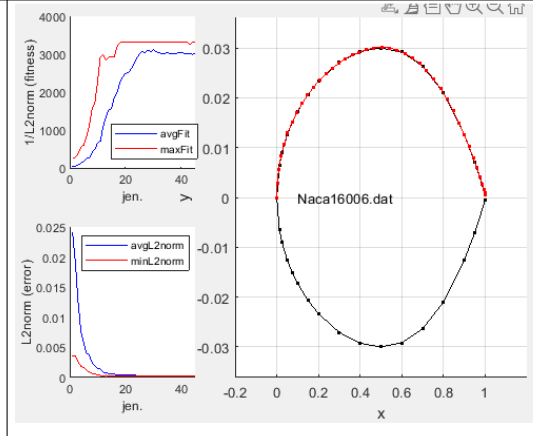
EK-1



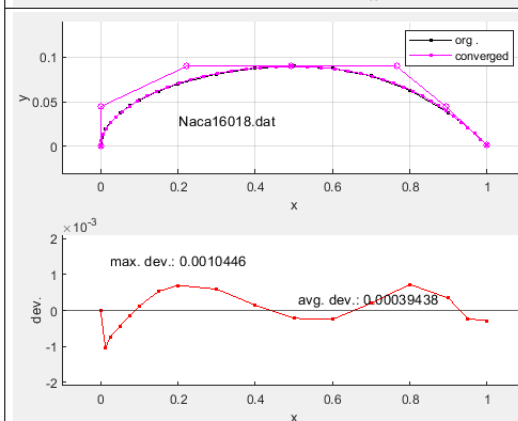
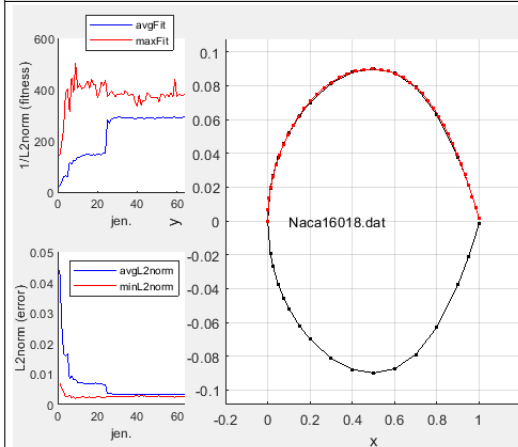
BP3333



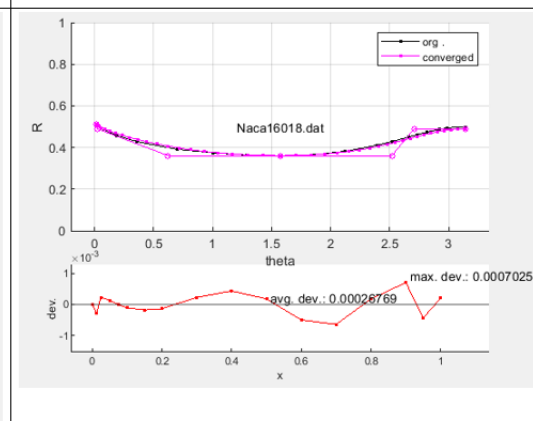
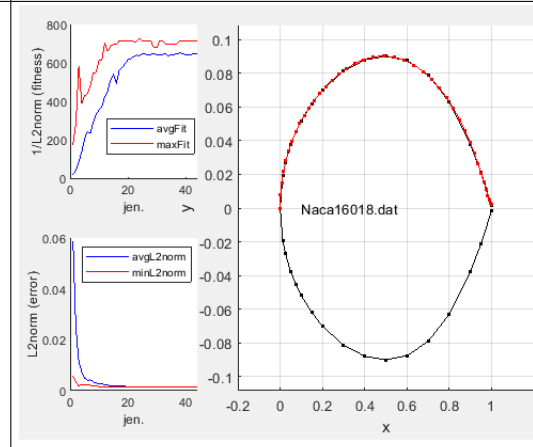
PCT

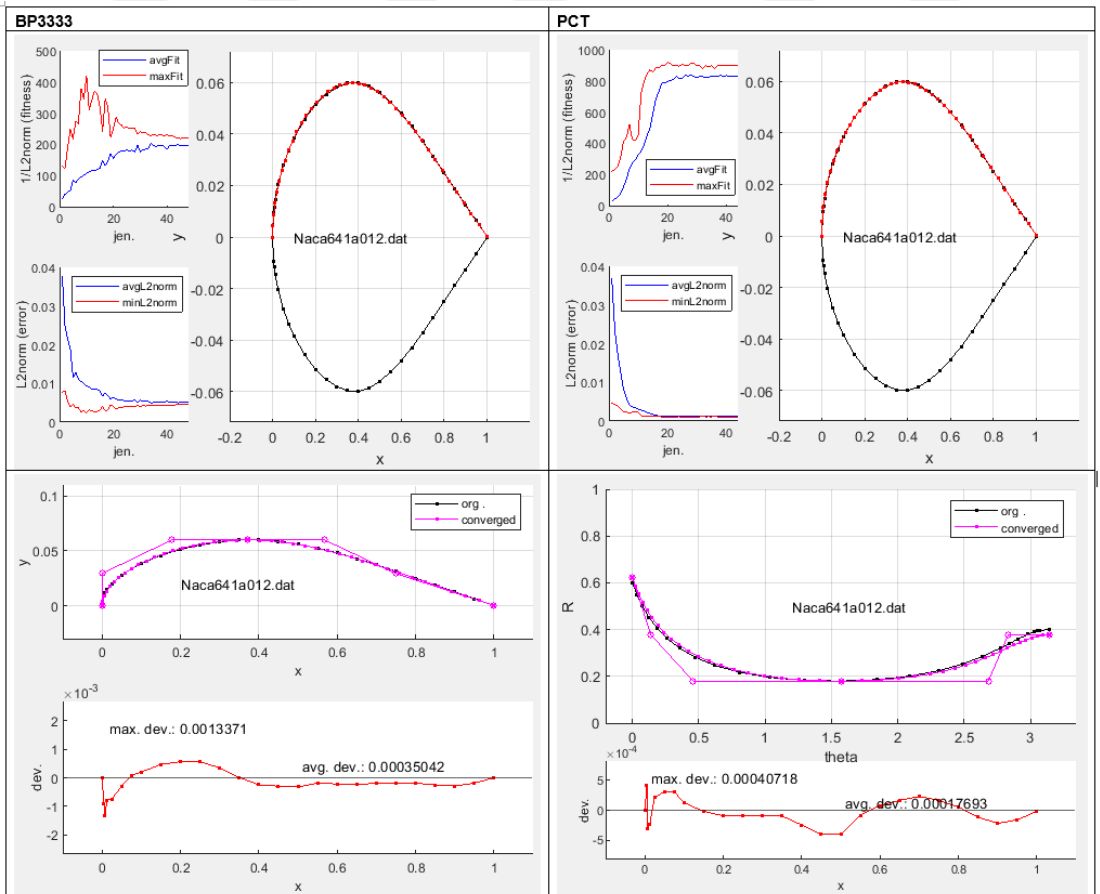
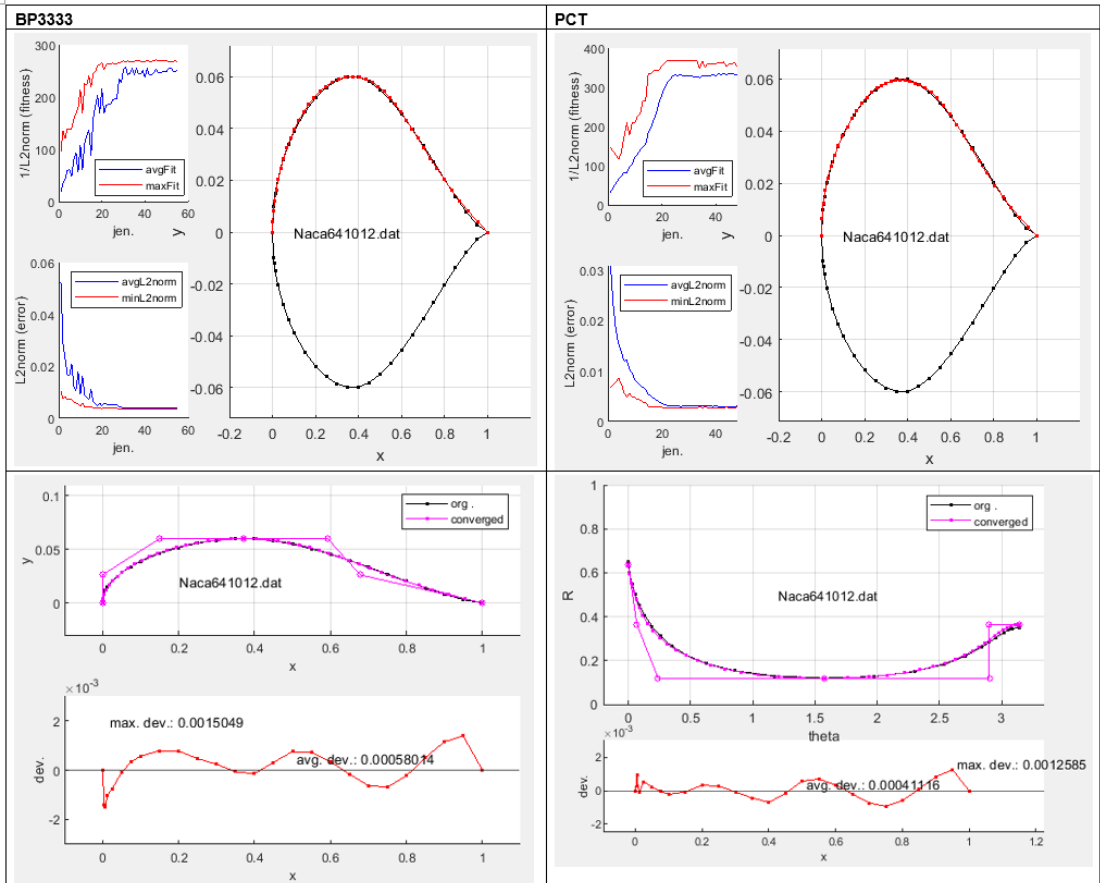


BP3333

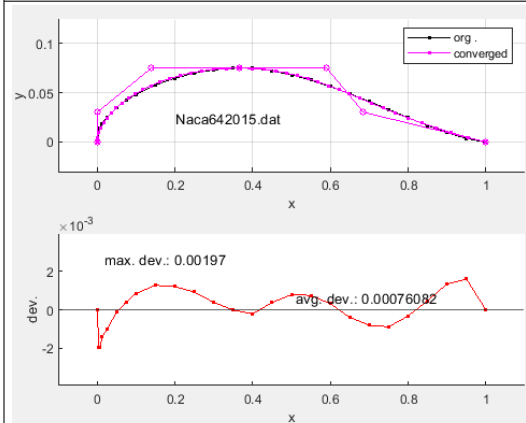
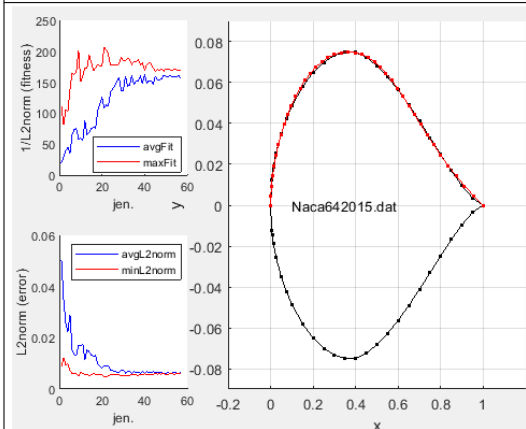


PCT

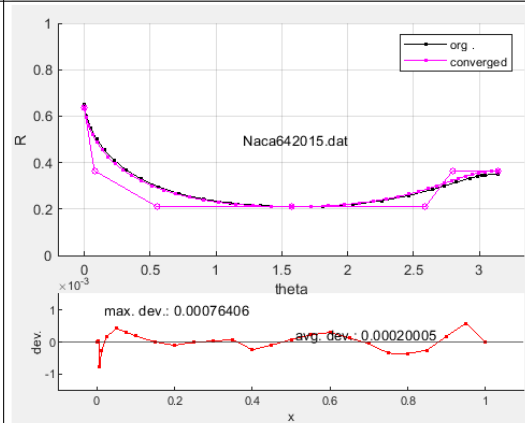
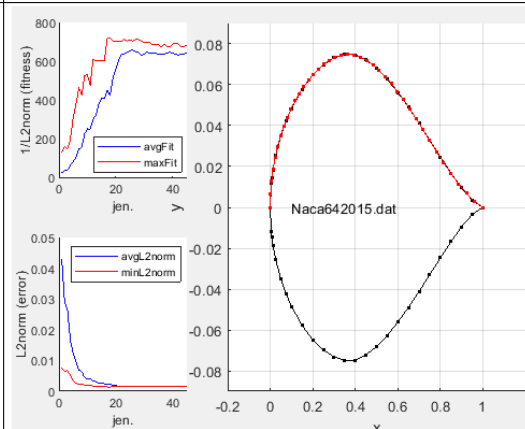




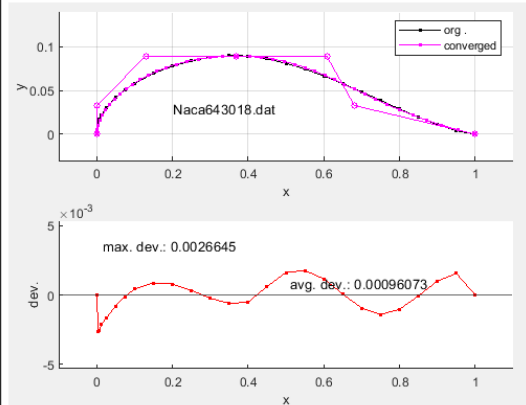
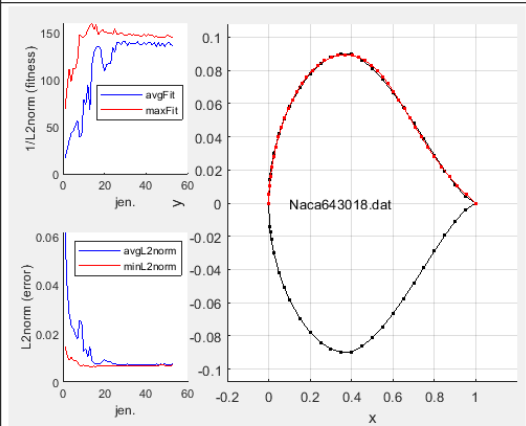
BP3333



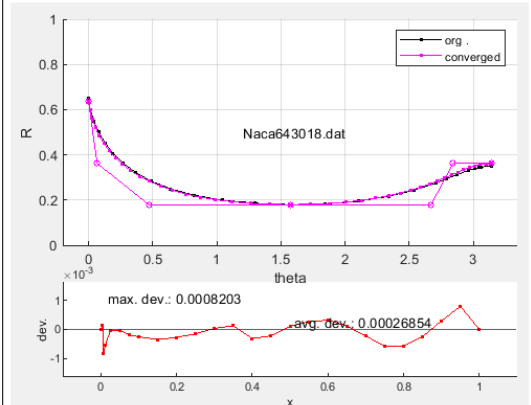
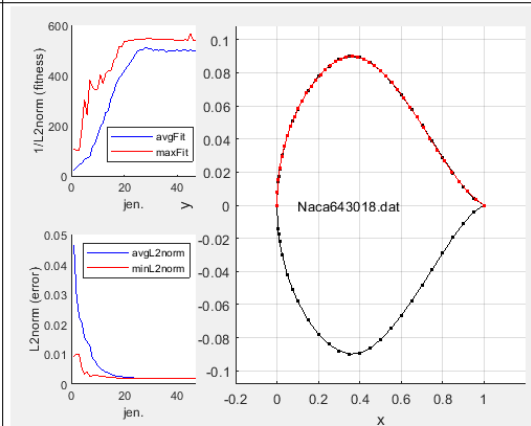
PCT



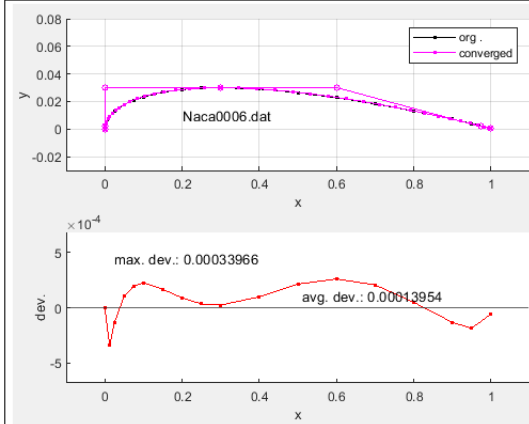
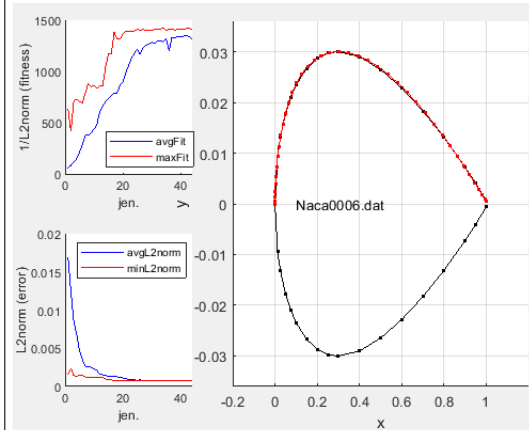
BP3333



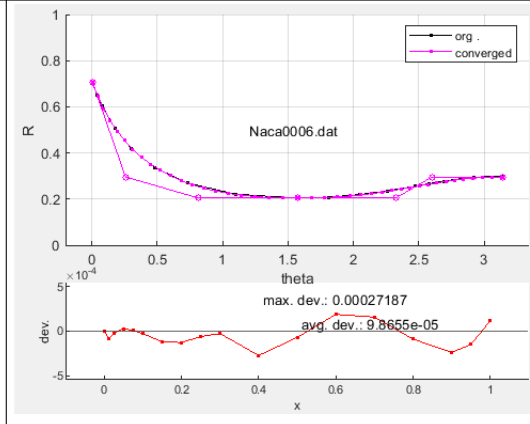
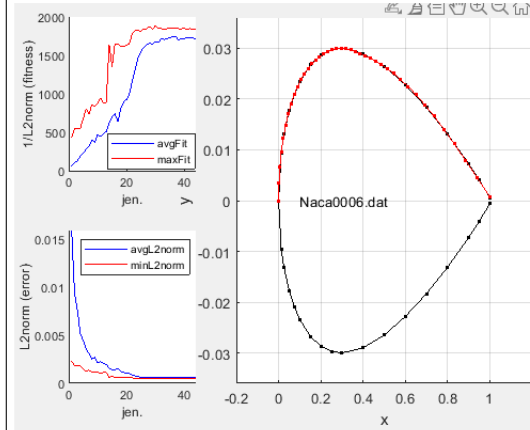
PCT



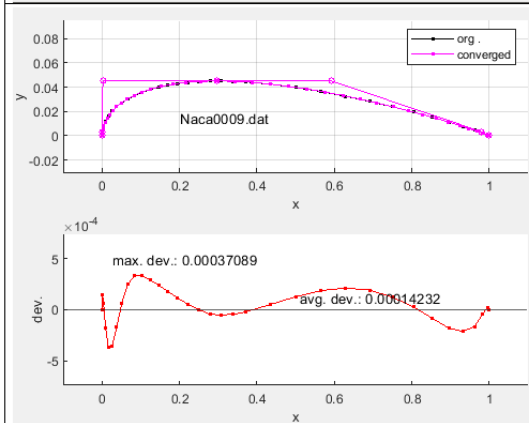
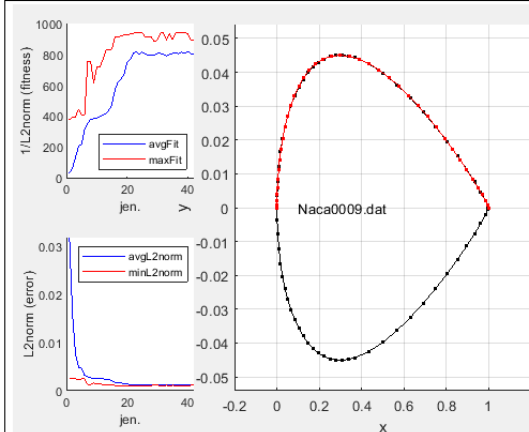
BP3333



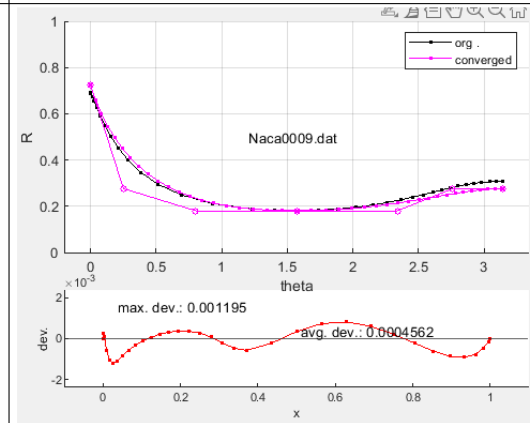
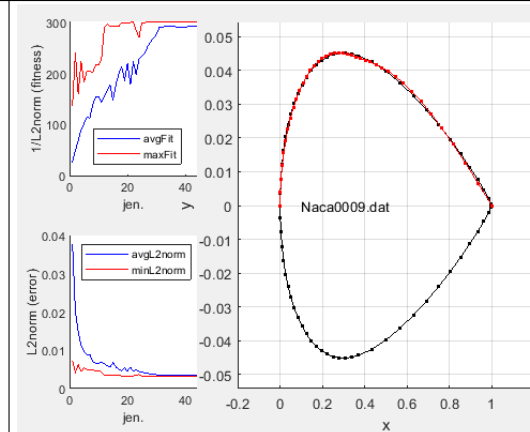
PCT

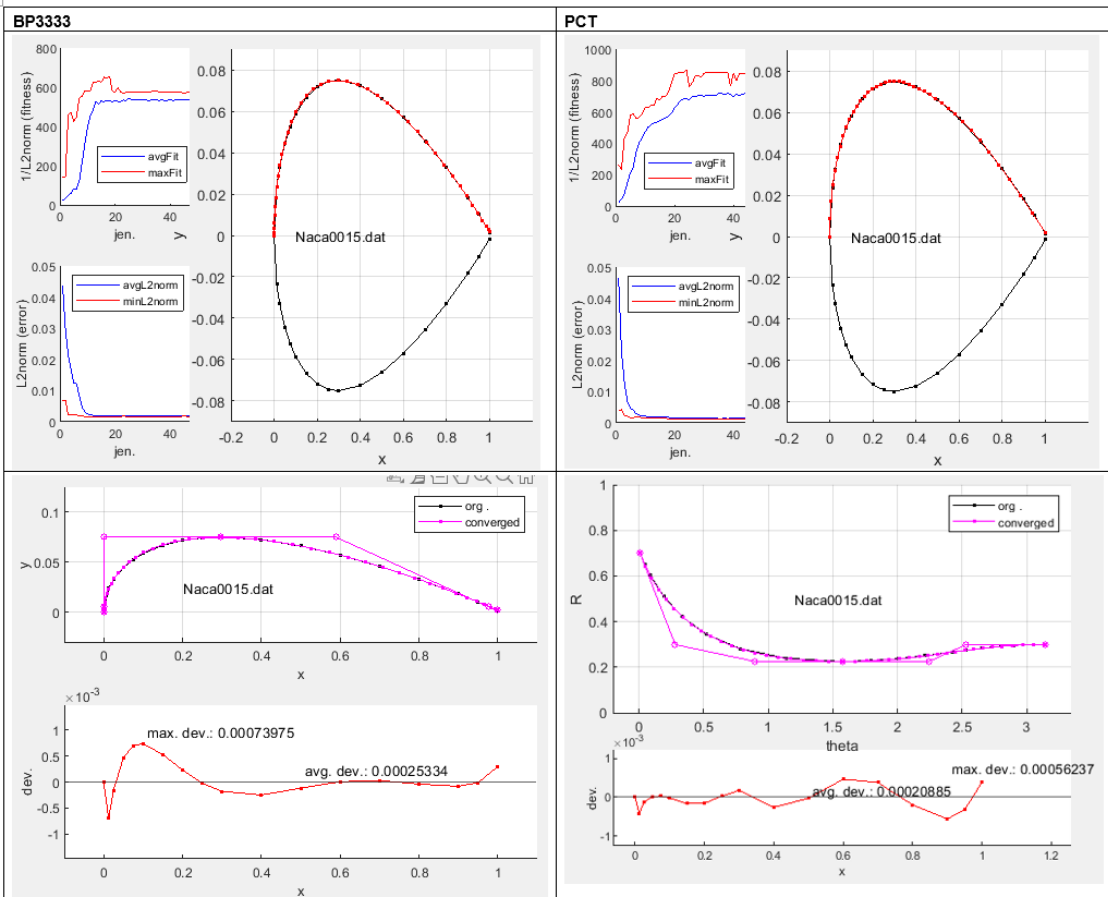
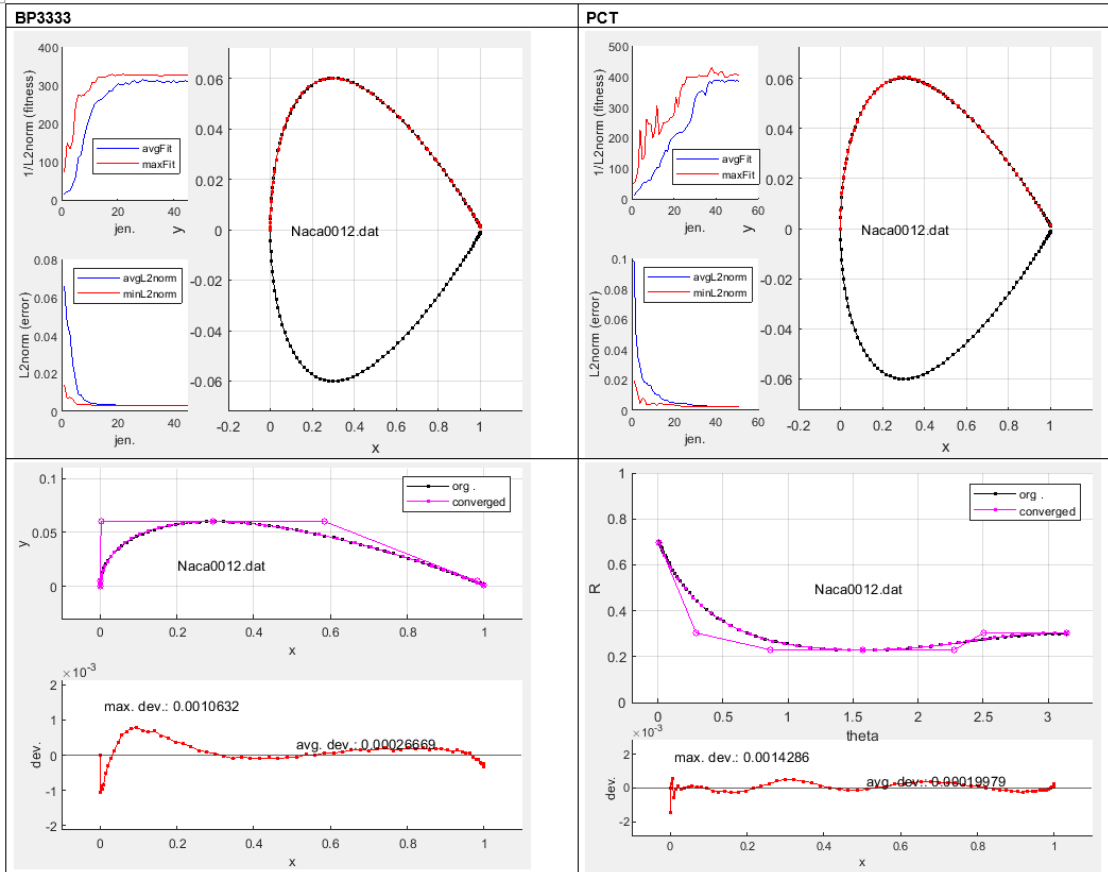


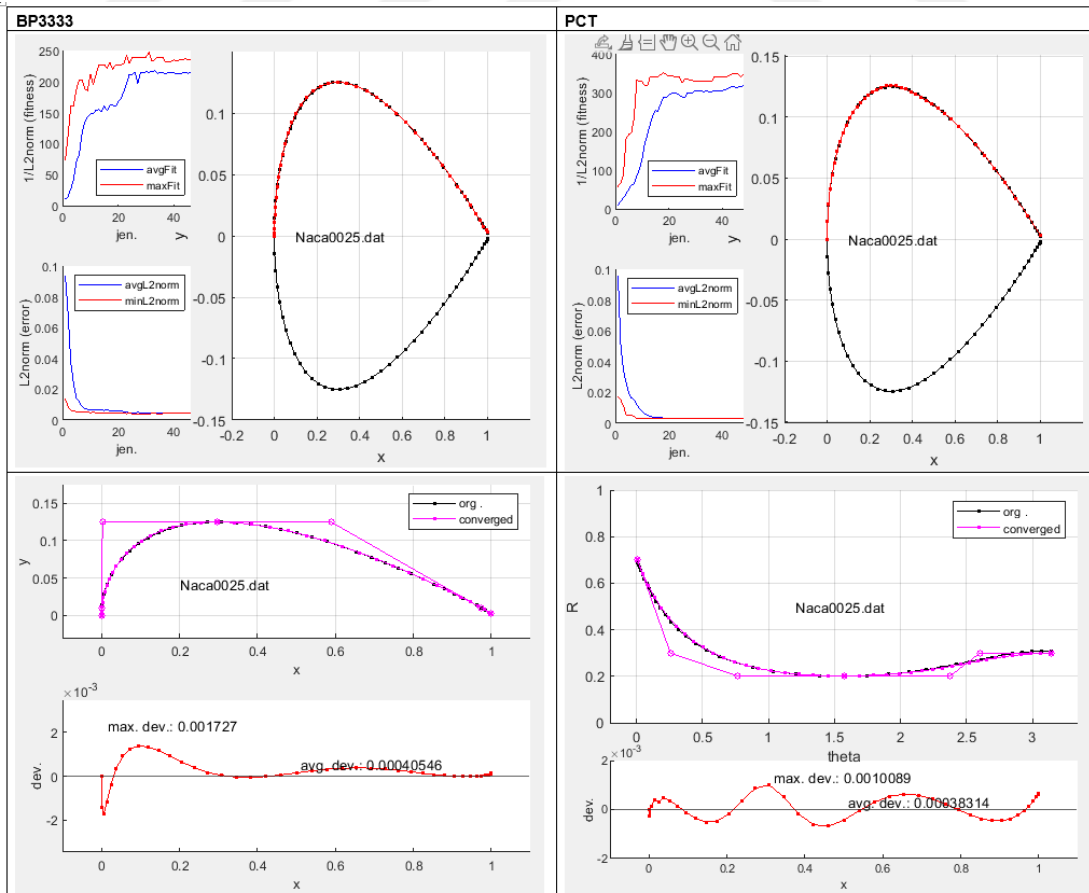
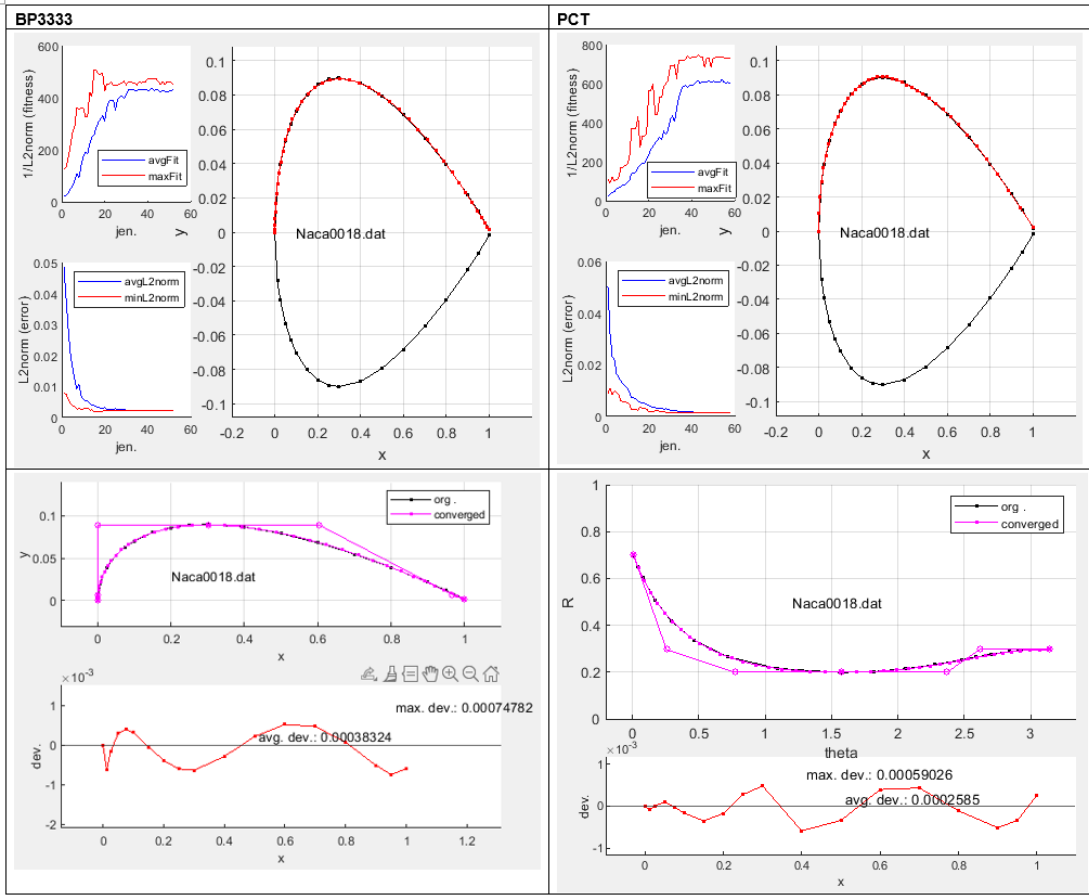
BP3333



PCT







ÖZGEÇMİŞ

ORCID NO: 0000-0002-5057-8551

Anadolu Üniversitesi Sivil Havacılık Yüksekokulu Uçak Gövde-Motor Bakım Bölümü'nden 2007 yılında mezun oldu. Aynı yıl yine Anadolu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisans eğitimine başladı. Lisans ve yüksek lisans eğitimi dönemlerinde TÜBİTAK tarafından düzenlenen güneş enerjisi ile çalışan otomobil yarışması ve AIAA tarafından düzenlenen Tasarla/Yap/Uçur yarışmalarına katıldı. Yüksek lisansını rüzgâr türbini performansı konusunda 2010 yılında tamamladı. Akademik çalışma alanları arasında, geometrilerin matematiksel modellenmesi, geometri optimizasyonu, hesaplamalı akışkanlar dinamiği, üç boyutlu tasarım gibi konular yer almaktadır. Çeşitli konferanslarda kanat profillerinin parametrik hale getirilmesi ve optimizasyonu konularında yayınları bulunmakla birlikte arıza toleranslı kuadkopter tasarımı konusunda buluşçularından biri olduğu bir adet patenti mevcuttur.