



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNİN ELEKTRONİK VE
OPTİK ÖZELLİKLERİ

Şevval TAŞDEMİR

Fizik Anabilim Dalı

Matematiksel Fizik Programı

DANIŞMAN

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

KASIM, 2022

İSTANBUL

Bu çalışma 21.11.2022 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı Matematiksel Fizik Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Prof. Dr. Ferhat NUTKU
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

Doç. Dr. Murat TAŐ
Gebze Teknik Üniversitesi
Temel Bilimler Fakültesi



- **İntihal Programı Beyanı**

20.04.2016 tarihli resmi gazetede yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi'nin aboneliği olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü'nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

- **Proje Destekleri**

Bu tez, 35018 numaralı proje ile İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri birimi tarafından desteklenmiştir.

- **Tezden Üretilmiş Yayınların Künye Bilgileri**

Rostamzadeh, S., Tasdemir, S., Sarisaman, M., Jafari, S. A., Goerbig, M.-O. 2022. Tilt induced vortical response and mixed anomaly in inhomogeneous Weyl matter. arXiv e-prints

ÖNSÖZ

Yüksek lisans eğitimim boyunca fikirlerimi destekleyen, beni araştırmaya teşvik eden değerli danışmanım Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN'a teşekkür ederim.

Tez konusunun geliştirilmesi sırasında yapmış olduğu değerli katkılarından dolayı Dr. Saber ROSTAMZADEH'e ayrıca teşekkür ederim.

Her zaman sorduğum soruları büyük bir içtenlikle cevaplayan, bu süreçte ilgi ve desteğini hiçbir zaman benden esirgemeyen sevgili Prof. Dr. Selçuk BİLİR'e minnettarım.

Tez sürecim boyunca sahip olduğu bilgi birikimi ve tecrübeleriyle bana yol gösteren Prof. Dr. Ekrem AYDINER'e müteşekkirim.

Son olarak, Her zaman ilgisi ve sevgisiyle yanımda olan canım arkadaşım Muratcan KAÇAN'a, her daim yanımda yanımda olan biricik kardeşlerim Seval ve Sema TAŞDEMİR'e ve bana dair inancını hiçbir zaman kaybetmeyerek beni bugünlere getiren, yetiştiren sevgili anne ve babama sonsuz sevgilerimle...

KASIM, 2022

Şevval TAŞDEMİR

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ	ix
SİMGE VE KISALTIMA LİSTESİ	xii
ÖZET	xiv
SUMMARY	xvi
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR	4
2.1. YOĞUN MADDE FİZİĞİ VE TOPOLOJİ İLİŞKİSİ	4
2.2. TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİ	7
2.2.1. Topolojik Weyl Hamiltoniyeni ve Yüzey Durumları	8
2.2.2. Kiral Manyetik Etki (KME)	10
3. MALZEME VE YÖNTEM	12
3.1. TWYM YÜZEYİNİN P-POLARİZE DALGALAR İLE ETKİLEŞİMİ	12
3.1.1. TM-Mod Çözümü	12
3.1.2. Sınır Koşullarının Hesaplanması	20
3.1.3. Transfer Matrisinin Hesaplanması	23
3.2. EĞİMLİ TWYM'DE ELEKTRONİK TAŞINIM ÖZELLİKLERİ	30
3.2.1. Eğimli TWYM için Hamiltoniyen ve Metriğin Hesaplanması	31
3.2.2. Yol İntegrali Formülasyonu ile Weyl fermiyonları için Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	33
3.2.3. Anomal Hareket Denklemlerinin Çözümü	37
3.2.4. BTE (Yarı-klasik Boltzmann Denklemi)'nin Çözümü	38
3.2.5. Süreklilik Denkleminin Elde Edilmesi	40
4. BULGULAR	43

4.1. BİR TWYM LAZERİ OLUŞTURMAK İÇİN GEREKLİ PARAMETRELERİN YORUMLANMASI	43
4.2. GİRDAP ETKİSİ	45
4.2.1. KGE (Kiral Girdap Etkisi)	45
4.2.2. Anomal Girdap Hall Etkisi	47
4.2.3. Girdap Hall Etkisine Dayalı Optik Polarizasyon	48
4.3. EĞİMLİ TWYM'DE HALL İLETKENLİĞİ	51
4.4. EĞİMLİ TWYM'DE DRUDE DAVRANIŞI	53
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	55
KAYNAKLAR	57
ÖZGEÇMİŞ	63

ŞEKİL LİSTESİ

	Page No
Şekil 1.1: Weyl fermiyonlarına karşılık gelen yüzeylerde Fermi yayı adı verilen yüzey iletkenlikleri gösterilmiştir.	2
Şekil 2.1: Bir kahve kupasının bir simite topolojik olarak dönüşümü [3]......	4
Şekil 2.2: Düşük 2B sistemlerde topolojik faz geçinin gösterimi [7]......	5
Şekil 2.3: Topolojik yalıtkanlar ile Weyl yarımetallerinin enerji bandları gösterilmektedir. a) Topolojik bir yalıtkanla iletkenlik ve valans bandları arasında boşluk vardır. b) Weyl yarımetallerinde enerji bandları Weyl noktaları etrafında lineer ve izotropik bir dağılım sergilediği için malzeme içerisinde ve yüzeyinde kısmi iletkenlik durumu oluşur.	6
Şekil 2.4: Bir Dirac noktasının harici bir manyetik alan altında iki Weyl noktasına ayrılması sonucu oluşan enerji spektrumu gösterilmiştir.	7
Şekil 2.5: TWYM’de Weyl noktalarına bağlı oluşan Fermi yaylarının gösterimi.....	9
Şekil 2.6: Şekilde Kiral anomali, harici bir manyetik alan altında Weyl fermiyonlarının Landau seviyelerine bağlı olarak gösterilmiştir. Negatif enerjiye sahip fermiyonlar siyah, pozitif enerjiye sahip fermiyonlar ise gri renk ile temsil edilmiştir. Birinci durumda bir manyetik alanın varlığında sağ el (right-handed) kiraliteye sahip fermiyonların sayısı ile sol el (left-handed) kiraliteye sahip fermiyonların sayısı birbirine eşittir. İkinci durumda ise manyetik alan ile paralel yönde bir elektrik alanının varlığında sol el kiraliteye sahip fermiyonlar $\delta\vec{k}$ kadar sağ el kiraliteye sahip parçacıklar ile yer değiştirir. Bu durumda, sağ ve sol kiraliteye sahip fermiyonların kiral yük dengesi bozulur.	11
Şekil 3.1: TWYM levha üzerine gönderilen p-polarize bir elektromanyetik dalganın şematik gösterimi verilmiştir.	12
Şekil 3.2: A ve C katsayıları TWYM levhanın dış (I-III) bölgelerindeki iletim ve yansıma katsayılarını tanımlamaktadır.	16
Şekil 3.3: TWYM levha yüzeyinden gelen ve yansıyan düzlem dalgalar (A_1 ve A_2) ile malzeme yüzeyi boyunca iletilen dalgalar (C_1 ve C_2) temsil edilmiştir. A_1 , yüzeyden yansıyan ve C_1 malzeme yüzeyinden iletilen, A_2 ve C_2 ise yüzeye gelen düzlem dalgaları temsil etmektedir. 24	24
Şekil 3.4: Spektral tekillik noktalarını ifade eden $M_2 = 0$ koşulu altında yansıma ve iletim genliklerinin şematik gösterimi verilmiştir.	25
Şekil 4.1: $\theta_B = 80.5377^\circ$ açısında, kazancın sonsuza gittiği görülmektedir.	43
Şekil 4.2: TWYM yüzeyinde lazer etkisinin gerçekleşmesi için gerekli dalgaboyları, açı ve kazanç katsayısına bağlı olarak gösterilmektedir.	44

- Şekil 4.3:** Kiral Manyetik Etki (KME), Kiral Girdap Etkisi (KGE) ve eğim tarafından üretilen Kiral Girdap Etkisi (t-CVE)'nin karşılaştırılması şemada gösterilmiştir. Şekil (a), bir Weyl malzemesinde birbirine paralel \mathbf{E} ve \mathbf{B} varlığında manyetik alan doğrultusunda ve orantılı net bir akımın meydana getirdiği KME'yi gösterir. Şekil (b)'de küresel bir dönüşü maruz kalan kirale bir maddede KGE'nin gözlenmesine ilişkin Stephanov önerisi gösterilmiştir. Bu durumda açısal momentum ω_{rot} harici manyetik alanın rolünü taklit eder ve böylece onunla birlikte net bir yük akımı içerir. Şekil (c)'de ise eğim hızının rotasyonelinin etkili bir manyetik alan gibi davrandığı eğim parametresinden kaynaklı ortaya çıkan KGE tasvir edilmektedir. Şekil (c)'de ise eğim hızının rotasyonelinin etkili bir manyetik alan gibi davrandığı, eğim parametresinden kaynaklı ortaya çıkan KGE gösterilmektedir. Sistemin parametreleri ayarlanarak girdap, dış elektrik alan ile aynı yönde seçilirse bu durum sözde bir manyetik (pseudomanyetik) etkinin ortaya çıkarak elektrik alan ve girdap ile paralel yönde net bir akımın oluşmasına sebep olur..... 46
- Şekil 4.4:** Eğim kaynaklı girdap Hall etkisi, Weyl yarımetalini optik alanlar ile pertürbe ederek meydana getirilebilir. y -yönünde polarize olmuş bir malzemenin yüzey normaline gönderilen polarize ışık, girdap vektörü ω ile eşleşerek \mathbf{j}_ω transfer akımını meydana getirebilir. 48
- Şekil 4.5:** Zıt elektrik alanlardan etkilenmiş vadilerin civarındaki kirale Weyl fermiyonlarının dinamikleri gösterilmiştir. Vadiler arasındaki saçılma zamanı $\tau = 0.001 - 1\text{ns}$ çok kısa ve $\frac{T}{2} \approx \tau$ olduğunda elektrik alan, her bir Weyl noktası civarında yön değiştirecektir. 49
- Şekil 4.6:** Eğimli TWYM'de KGE'ye bağlı olarak ortaya çıkan eğim kaynaklı transfer iletkenliğinin, ϕ 'nin bir parametresi cinsinden gösterimi ifade edilmektedir. 51
- Şekil 4.7:** Düzlemsel lineer polarizasyon için $\phi = 0, \pi$ olduğunda toplam iletkenliğinin reel kısmı yok olurken, dairesel polarizasyon için $\phi = \frac{\pi}{2}$ durumunda dinamik kompleks iletkenlik reel ve maksimumdur. 52
- Şekil 4.8:** Logaritmik ölçeklerde dairesel polarizasyon için optik iletkenliğinin reel kısmının Drude benzeri bir davranış sergilemediği görülmektedir. 53

TABLO LİSTESİ

	Page No
Tablo 3.1: TWYM levhanın sırasıyla dışında ve içindeki E, D, B ve H alanlarının bileşenleri gösterilmiştir.....	20
Tablo 3.2: TWYM levha içerisindeki indüklenmiş akımın bileşenleri gösterilmiştir.....	20



SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
E	: Elektrik alan
b	: Weyl noktaları arasındaki uzaklık
B	: Manyetik alan vektörü
D	: Deplasman vektörü
H	: Dielektrik ortam içerisindeki manyetik alan vektörü
L	: TWYM levhanın kalınlığı
μ	: Ortamın manyetik alan geçirgenliği
ϵ	: Ortamın elektrik alan geçirgenliği
J	: İndüklenmiş topolojik akım
\tilde{n}	: TWYM levhanın etkin kırılma indisi
n	: TWYM levhanın kompleks kırılma indisi
η	: TWYM levhanın kompleks kırılma indisinin reel kısmı
κ	: TWYM levhanın kompleks kırılma indisinin sanal kısmı
M	: Transfer matrisi
R^r	: Sağ tarafa yansıma katsayısı
R^l	: Sol tarafa yansıma katsayısı
T	: Soğurma (iletim) katsayısı
Z_0	: Vakum empedansı
h	: Planck sabiti
α	: İnce yapı sabiti
θ_B	: Brewster açısı
k	: Dalga sayısı
λ	: Dalga boyu
g	: Ortamın kazanç (gain) katsayısı
$V(\mathbf{x})$: Bir hamiltonyenin potansiyeli
$V^*(\mathbf{x})$: Bir hamiltonyenin dual potansiyeli
$A(\mathbf{k})$: Berry bağlantısı
A	: Vektör potansiyeli
ϕ	: Potansiyel

Ω_b	: Berry alanı
\mathbf{p}	: Momentum
\mathbf{r}	: Konum
\mathcal{L}	: Lagranjiyen
σ	: Pauli spin matrisleri
v_F	: Fermi hızı
μ	: Kimyasal potansiyel
\mathbf{k}	: Kristal momentum parametresi
χ	: Chern sayısı
c	: Işık hızı
t	: Zaman
\mathbf{J}	: Eğim parametresine sahip akım ifadesi
ψ	: Parçacık için dalga fonksiyonu
ζ	: Eğim parametresi
∂_t	: Zamana göre kısmi türev operatörü
e	: Euler fonksiyonu
Γ_μ	: Ayar alanı
\mathbf{H}	: Weyl hamiltoniyeni
v_p	: Band hızı
ε_{ijkl}	: Levi-Civita operatörü
$\varepsilon(\mathbf{k})$: Enerji özdeğerleri
$U(\mathbf{k})$: Enerji özvektörleri
n	: Elektron yoğunluğunun dağılım fonksiyonu
$\dot{\mathbf{r}}$: Anomali hız vektörü
$\dot{\mathbf{p}}$: Anomali kuvvet vektörü
τ	: Durgunluk zamanı
f	: Boltzmann dağılım fonksiyonu
f_{eq}	: Denge durumundaki Boltzmann dağılım fonksiyonu

Kısaltmalar

Açıklama

<i>PT-simetri</i>	: Parite-Zaman Simetrisi
<i>TWYM</i>	: Topolojik Weyl Yarımetalleri
<i>TWSM</i>	: Topological Weyl Semimetals
<i>KGE</i>	: Kiral Girdap Etkisi

<i>KME</i>	: Kiral Manyetik Etkisi
<i>TM-mod</i>	: Transfer Manyetik Dalgalar
<i>2B</i>	: İki Boyutlu
<i>KT</i>	: Kosterlitz ve Thouless Geçişi
<i>SOC</i>	: Spin-Yörünge Etkileşimi
<i>BTE</i>	: Yarı-Klasik Boltzmann Taşınım Denklemi
<i>Eğimli TWYM</i>	: Eğimli Topolojik Weyl Yarımetalleri



ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİNİN ELEKTRONİK VE OPTİK ÖZELLİKLERİ

Şevval TAŞDEMİR

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Yapısında kütesiz Weyl fermiyonlarını bulunduran Topolojik Weyl Yarımataleri (TWYM), Fermi yayı adı verilen özel yüzey iletkenliklere sahip olması nedeniyle dışarıdan uygulanan deformasyonlara karşı oldukça güçlü topolojik özellikler gösterir. Harici alanların etkisi altında bu topolojik özelliklerin incelenmesi ve ortaya çıkan etkilerin gözlemlenmesi, bu malzemelerin teknolojik uygulamalarının geliştirilmesi açısından büyük önem taşımaktadır. Bu tez çalışmasının ilk kısmında, TWYM'nin Fermi yayı bulunmayan yüzeylerine elektromanyetik dalga gönderilerek, topolojik terimler içeren Maxwell Denklemleri için dik (transfer) manyetik dalga (TM-mod) çözümleri yapılmıştır. Elde edilen transfer matris ve bir boyutlu Helmholtz denkleminde yararlanılarak TWYM'den topolojik bir lazer üretmek için gerekli olan eşik koşulu hesaplanmıştır. Ayrıca, TM-mod çözümünden elde edilen ve literatüre ilk defa geçen korunumlu bir akım elde edilmiştir. TWYM, harici alanların etkisi altında olmaksızın da çeşitli anomaliler sergileyebilmektedir. TWYM üzerine tek eksenli mekanik bir gerilim uygulandığında, Weyl sistemini tanımlayan Hamiltonyenin tersinir zaman simetrisi kırılır ve Weyl konilerinde bir eğim meydana gelir. Bu tez çalışmasının ikinci kısmında Weyl fermiyonlarının kiralitesi ve Berry eğriliği dikkate alınarak TWYM için anomal hareket denklemleri ve yarı-klasik Boltzmann Taşınım Denklemi çözülmüştür. Sonuç olarak, eğim parametresinin Kiral Girdap Etkisi (KGE) adı verilen korunumlu bir akım ürettiği anlaşılmış, bu akıma bağlı olarak ortaya çıkan Girdap Hall Etkisi ve Drude davranışı gibi olası taşınım etkileri incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: Topolojik Weyl Yarımetalleri, Fermi yayları, Weyl fermiyonları, Topolojik lazerler, Anizotropik Weyl Konileri.



SUMMARY

M.Sc. THESIS

ELECTRONICAL AND OPTICAL PROPERTIES OF TOPOLOGICAL WEYL SEMIMETALS

Şevval TAŞDEMİR

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor: Prof. Dr. Mustafa SARISAMAN

Topological Weyl Semimetals (TWSM), which contain massless Weyl fermions in their bulk structure, have very robust topological properties against externally applied deformations because they have special surface conductivities called Fermi arcs. Investigating this topological properties under the influence of external fields is of great importance to develop the technological applications of this materials. In first part of this thesis, transverse magnetic waves (TM-mod) solutions is made to Maxwell equations containing topological terms depending on the interaction of the surfaces of TWSM without fermi arcs with electromagnetic waves. As a result, the threshold condition required to generate a laser from TWSM obtained using Transfer matrix and one-dimensional Helmholtz equation. Moreover, a dissipative current which is mentioned for the first time in the literature is obtained from TM-mod solutions. Also, TWSM display various anomalies without under the influence of external fields. When the uniaxial mechanical strain to TWSM, time symmetry is broken of hamiltonian determining the Weyl system and accour a tilt on Weyl cones. In second part of this thesis, anomalous equations of motion and semi-classical Boltzmann transport equation is solved taking into account chirality of Weyl fermions and Berry curvature. Therefore, tilt induced dissipative current called Chiral Vortical Effect (CVE) is investigated. Also, anomalous Vortical Hall effect depending on CVE and Drude model is examined in TWSM.

Keywords: Topological Weyl Semimetals, Fermi arcs, Weyl fermions, Topological lasers, Anisotropic Weyl cones.



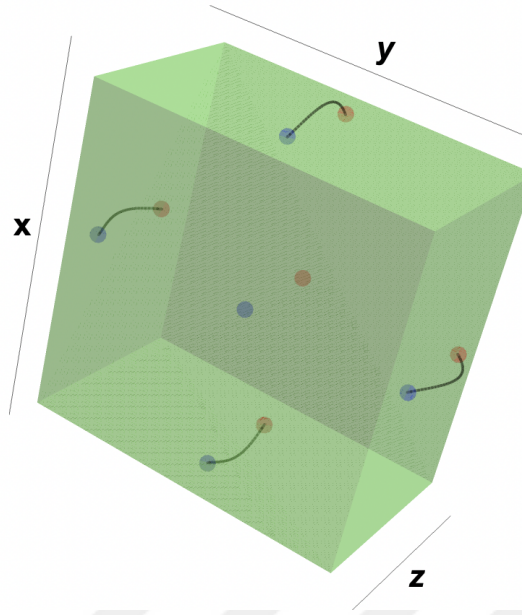
1. GİRİŞ

20. yüzyılın sonlarına doğru kuantum mekaniğinde hermitsel operatörlerin reel özdeğerlere sahip olduğu kabulüne ek olarak hermitsel olmayan ancak parite-zaman simetrisine (PT-simetri) sahip operatörlerin de reel özdeğerlere sahip olabileceği yapılan çalışmalarla ortaya konulmuştur [1]. Bununla birlikte PT-simetrik ve hermitsel olmayan yapılara karşı ilgi artarak devam etmiş ve beraberinde teknolojik uygulama alanları genişlemeye başlamıştır. PT-simetriye sahip bir hamiltonyeninin potansiyeli (1.1) koşulunu sağlamak zorundadır,

$$\mathbf{V}(x) = \mathbf{V}^*(-x). \quad (1.1)$$

PT-simetri, en çok kuantum optik ve yoğun madde fiziğinde deneysel olarak karşılığı olan geniş çalışma alanları oluşmasına sebebiyet vermektedir. PT-simetrisinin en çok kullanıldığı yöntemlerden biri olan kuantum saçılma formalizmi, özellikle kuantum optik alanında süperiletkenlik, lazer fiziği, grafen gibi hem deneysel hem de kuramsal çalışmalar yapılmasında önemli bir rol oynamaktadır. Bu kapsamda, yakın zamanda yoğun madde fiziğindeki önemli gelişmeler sonucu ortaya çıkan topolojik malzemeler gibi yeni madde fazlarının hermitsel olmayan ve/veya PT-simetrik uygulamaları da oldukça ilgi çekmektedir.

Tezimizin konusunu oluşturan Topolojik Weyl Yarımetalleri (TWYM), sahip oldukları ekzotik ve güçlü topolojik özellikler sayesinde dış etkenlere ve fiziksel deformasyonlara karşı oldukça dayanıklı olmaları sebebiyle son zamanlarda yoğun madde fizikçileri tarafından oldukça dikkat çekmektedir. TWYM, yapısında yüksek iletkenlik mobilitesine sahip kütsüz Weyl fermiyonlarını bulundurmaları sebebiyle **Şekil 1.1:**'de görüldüğü gibi Fermi yayı adı verilen özel yüzey iletkenliklerine sahipken, külçe yapısında ise kısmi bir iletkenlik özelliği göstermektedir. Harici alanların (elektrik ve manyetik alan) etkisi altında ise hem külçe yapısında hem de Weyl fermiyonlarına karşılık gelen yüzeylerinde elektron akışına izin vererek süper iletken formunda şekillenebilmektedir. PT-simetrisinin lazer fiziği, tek boyutta görünmezlik, spektral tekillikler gibi uygulama alanları altında TWYM'nin topolojik karakteri ile birlikte özellikle optik ve elektronik özelliklerinin araştırılması bu alanlardaki teknolojik gelişmelerin ilerlemesi açısından büyük önem taşımaktadır.



Şekil 1.1: Weyl fermiyonlarına karşılık gelen yüzeylerde Fermi yayı adı verilen yüzey iletkenlikleri gösterilmiştir.

Bu motivasyondan hareketle bu tez çalışmasının ilk kısmında, TWYM'nin hermitsel olmayan yapısından yararlanarak yüzey durumlarının meydana gelmesi ve buna binaen elde edilebilecek bir lazer ortamı için gerekli koşullar oluşturulmuştur. Spektral tekillik adı verilen hamiltonyendeki reel k -değerine sahip noktalar saçılma formalizminde lazer eşik değerlerine karşılık gelir. Lazer davranışı sergilenebilmesi için gerekli olan lazer eşik değerleri bir kazanç ortamında üretmesi gerekir. Bunun için p-polarize dalgalar TWYM'nin Fermi yayı bulunmayan yüzeylerine gönderilerek topolojik terimler içeren Maxwell Denklemleri için TM-mod çözümleri yapılmıştır. Transfer matris metodu kullanılarak lazer eşik koşulları elde edilmiş ve ortamın kazanç değeri hesaplanmıştır. Diğer bir yandan, Maxwell Denklemlerinin bir sonucu olarak elektromanyetik dalganın etkileştiği yüzeyde yeni bir akım meydana geldiği gösterilmiştir. Malzeme içerisinde ve yüzeyinde oluşan bu indüklenmiş akım, TWYM yüzeyinde bir kazanç ortamı sağlanmasına olanak sağlar ve TWYM'nin tüm yüzeylerinin iletken olmasına sebep olur.

Tezin ikinci kısmında ise, Homojen olmayan ve uzaysal ayar potansiyeline maruz kalan TWYM'de yeni bir korunumlu yük taşınım etkisi önerilmektedir. Konuma bağlı eğim parametresinin girdap etkisi üreterek kiral anomaliye ek katkılar yaptığını ve dönmeye bağlı olarak Kiral Girdap Etkisi (KGE) adı verilen topolojik bir akım ürettiği gösterilmiştir [50–53].

TWYM, harici alanların etkisi altında olmaksızın çeşitli anomaliler sergiler. TWYM üzerine dışarıdan mekanik tek eksenli bir gerilim uygulandığında, Weyl yarımetallerinin dağılım ilişkileri bozulur ve enerji spektrumu anizotropik hale gelir. Bu durum, Dirac konisindeki eğim parametresi ile temsil edilir. Bunun sonucunda meydana gelen kiraliteye bağlı anomaliler ve anomali akımı detaylı şekilde incelenmektedir.

Diğer yandan eğim parametresinin konuma bağlı olması sonucunda harici bir manyetik alanın veya dönmenin etkisi olmaksızın KGE oluştuğu görülmektedir. Bu oluşan girdaplar manyetik alan kaynaklı oluşan girdaplar ile benzerlik gösterdiğinden, harici bir manyetik alan uygulandığında benzer anomali etkileri üretmesi beklenmektedir. Bununla beraber, Weyl fermiyonlarının girdaplar ve manyetik alan ile etkileşimlerinin farklı olmasından dolayı, bu etkilerin doğasının farklı olduğu da gösterilmektedir [54, 55].

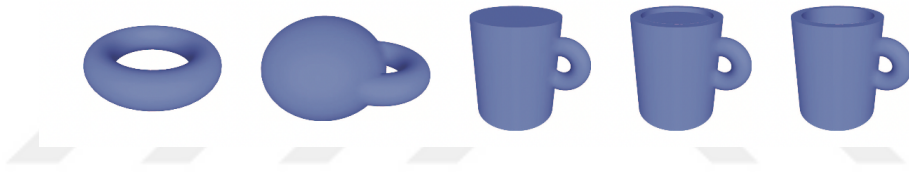
Bu tez çalışmasında, TWYM'nin olası optik ve elektronik özellikleri araştırılarak, ilk defa plazmonik lazer oluşturmanın kuramsal bir modelinin yapılabilmesi için bir temel oluşturulmaktadır. Diğer yandan, TWYM'nin elektronik taşınım özellikleri harici alanlar olmaksızın yüzeye uygulanan tek eksenli bir mekanik gerilim altında incelenerek korunumlu bir taşınım etkisi önerilmekte ve Weyl fermiyonlarının bu etkileşimler ile ilişkisi sonucu ortaya çıkan Anomal Girdap Hall Etkisi ve Hall iletkenlikleri hesaplanarak sonuçları ortaya konulmaktadır. Ayrıca, TWYM'de Drude davranışının da incelenmesi sonucu literatürdeki olası farklılıklar ortaya koyularak TWYM'nin optik ve elektronik özellikleri çeşitli yönlerden incelenmektedir.

Tüm bu sonuçların, kuantum optik ve yoğun madde fiziği alanında teknolojik gelişmelere ışık tutmasını ve olası deneylere öncülük etmesini hedeflemekteyiz.

2. GENEL KISIMLAR

2.1. YOĞUN MADDE FİZİĞİ VE TOPOLOJİ İLİŞKİSİ

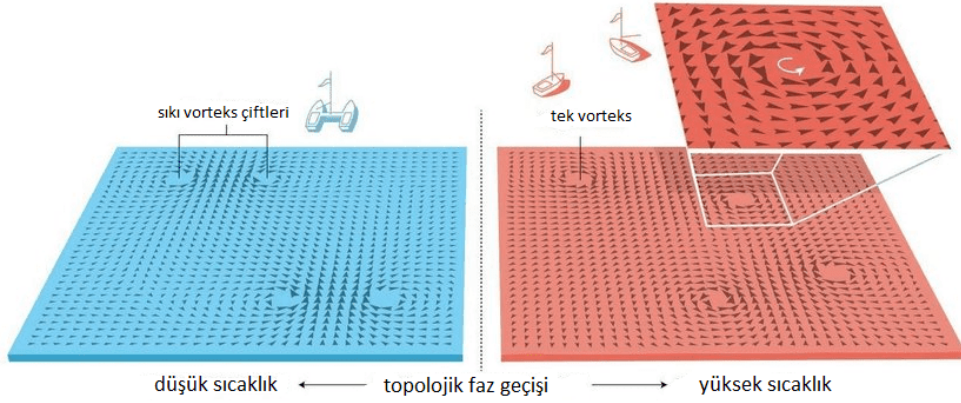
Matematiğin önemli bir dalı olan topoloji, bir nesnenin kesilmeden, yırtılmadan veya kopmadan, düzgün ve sürekli deformasyonlar altında başka bir nesneye dönüşmesi sırasında sabit kalan özelliklerini inceler [2]. Değişmeyen bu özellikler topolojik sabit olarak adlandırılır ve bu özelliklere göre nesnelere topolojik olarak sınıflandırılabilir. Bir kahve kupası ile bir simit, her ikisi de birer tane deliğe sahip olduğundan geometrik olarak farklı olsalar da topolojik olarak aynıdır. Böylece bir homeomorfizm altında delik sayısı diğer bir ifade ile topolojik sabit değişmediğinden her iki nesne de birbirine dönüşebilir.



Şekil 2.1: Bir kahve kupasının bir simite topolojik olarak dönüşümü [3].

Bir nesnenin sahip olduğu topolojik bir sabiti değiştirmek zordur. Ancak nesnenin kesilmesi, koparılması veya delinmesi gibi güçlü ve düzensiz müdahaleler gerektirir. Bunun sonucunda topolojik sabit değişirse, nesne başka bir topolojik sınıfa dahil olur. Aynı sınıfa dahil olan her nesne ise birbirine dönüşebilir. Buradaki dönüşüme topolojik sabit dediğimiz bu korunumlu özellik izin verir.

Topoloji'nin bu özelliklerini kullanarak, hamiltonyenin değişimine rağmen durumu koruyan maddenin bazı kuantum fazlarını tanımlama fikri, 1970'li yılların başında Thouless ve Kosterlitz [4] tarafından iki boyutlu (2B) malzemelerdeki süper akışkanlık durumu açıklayabilmek için öne sürüldü. O dönemde buzun eriyerek suya dönüşmesi gibi temel faz geçişlerinin 2B sistemlerde gerçekleşmediği biliniyordu. Ancak, sıvı ince filmlerde kritik bir sıcaklığın altında ani bir faz geçişi sonucu süper akışkanlık gerçekleştiği gözlemlenince, bu ilginç fenomeni açıklamak için Kosterlitz ve Thouless, sistemin topolojik özellikleriyle ilişkili yeni bir faz geçişi öne sürdüler. 2B bir düzlemde düşük sıcaklıklara inildiğinde malzemenin yüzeyinde oluşan girdap şeklindeki akımlar bir çift halinde hareket ederken,



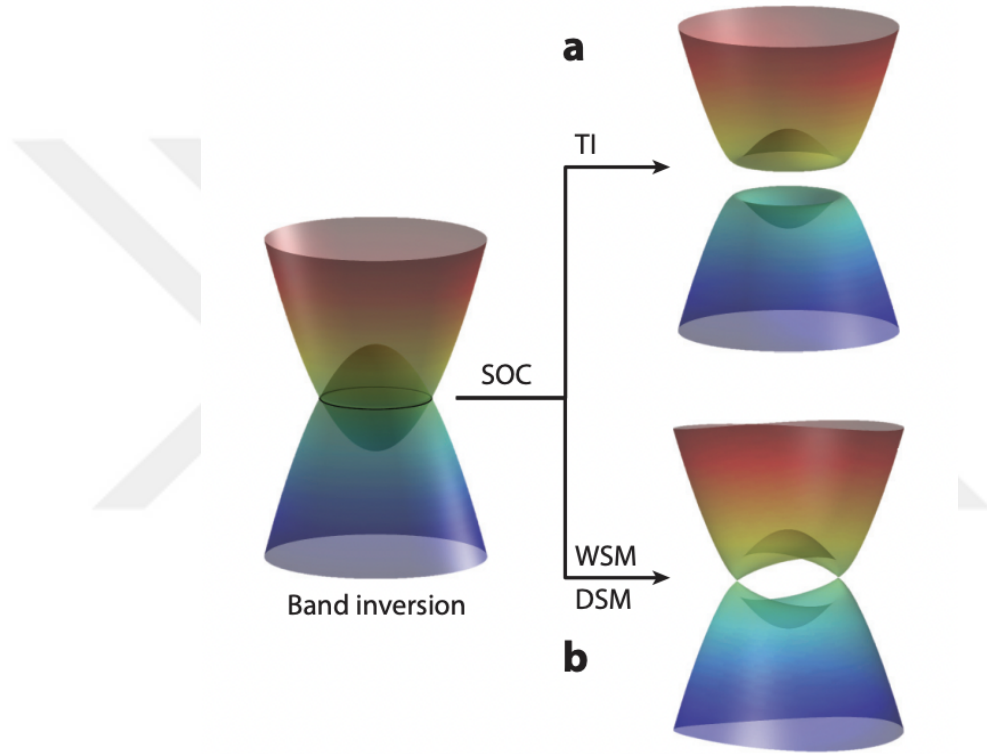
Şekil 2.2: Düşük 2B sistemlerde topolojik faz geçişinin gösterimi [7].

yüksek sıcaklıklara çıktığında bu çiftlenme bozulur ve girdaplar yüzeyde serbest halde dolaşmaya başlar. KT geçişi olarak adlandırılan bu olay, topolojik fazların yoğun madde fiziğindeki önemini ortaya koymuş ve topolojinin bu alandaki uygulamalarına olan ilgiyi artırmıştır [4, 5, 7].

Maddeler daha düşük boyutlarda ve sıcaklıklarda bilinenin aksine daha farklı davranışlar sergilemeye başlarlar. Optik ve iletkenlik gibi bir çok özellikleri değişir. 1980 yılında Klitzing ve Englert [6] tarafından keşfedilen kuantum Hall etkisi, klasik Hall etkisinden farklı olarak iki yarı iletken arasına yerleştirilmiş ince bir iletken levhadaki elektronların davranışı, güçlü bir manyetik alan altında kesikli tam sayı değerleri alır. Ancak malzemenin kristolografik yapısından, safsızlığından, optik ve iletkenlik gibi özelliklerinden bağımsız olarak bu tam sayı değerleri düzenli bir kurulumla sahiptir. Bu kurulum fizikçilerin kafasını karıştırırsa da Thouless, bu garip davranışı yine topoloji ile ilişkilendirdi ve kolektif hareket eden elektronların oluşturduğu topolojik bir özelliğin güçlü manyetik alana ve düşük sıcaklığa rağmen korunması sonucu ortaya çıktığını öne sürdü.

Malzemenin iletkenlik özelliğini gösteren tam sayılar, topolojideki delik sayıları gibi düşünülerek elektron kurulumunun bir topolojik kuantum sıvısı oluşturduğu şeklinde yorumlandı. Böylece kolektif elektron hareketinin bir sonucu olan iletkenlik kavramı, topolojik kuantum akışkanı olarak ele alındı ve düşük sıcaklıklardaki iletkenlik davranışının anlaşılmasında önemli bir rol aldı. Maddenin doğasını anlamak için kuantumsal bir çerçeveye açan bu çalışmalar 2016 yılında Nobel Fizik ödülüne layık görüldü [7].

2005 yılında Kane [10] tarafından keşfedilen topolojik yalıtkanlar ise şuan üzerinde en çok çalışılan yeni bir malzeme sınıfıdır. Bu malzemeler, bulk adı verilen iç yapılarında yalıtkan özellik gösterirken, yüzeylerinde elektron akışı sergiledikleri için iletken özellik gösterirler. Ayrıca topolojik yapılarından kaynaklı olarak dışardan gelen darbe, sıcaklık, manyetik alan gibi pertürbasyonlara rağmen durumlarını korurlar. Bu dayanıklılıkları, elektronik sistemlerde teknolojik ilerlemelerin önünü açabileceği için yapılan çalışmaları hızlandırmaktadır.

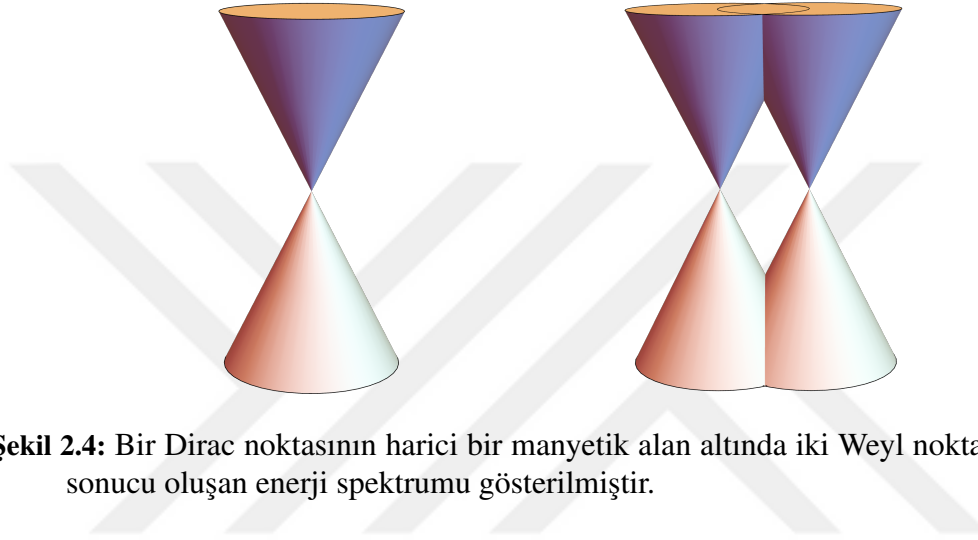


Şekil 2.3: Topolojik yalıtkanlar ile Weyl yarımetallerinin enerji bandları gösterilmektedir. a) Topolojik bir yalıtkanın iletkenlik ve valans bandları arasında boşluk vardır. b) Weyl yarımetallerinde enerji bandları Weyl noktaları etrafında lineer ve izotropik bir dağılım sergilediği için malzeme içerisinde ve yüzeyinde kısmi iletkenlik durumu oluşur.

Diğer bir yandan Weyl yarımetalleri, topolojik malzemelerin bir başka önemli sınıfıdır. Band yalıtkanlarından farklı olarak, iletkenlik ve valans bandları Weyl noktası adı verilen noktalarda kesişir ve enerji spektrumu lineer bir dispersiyon sergiler. Bu durumda malzeme topolojik bir yalıtkindan, yarımetal bir duruma geçer ve kısmi bir iletkenlik özelliği gösterir [11].

2.2. TOPOLOJİK WEYL YARİMETALLERİ

TWYM, Dirac malzemelerin kristal yapısı içerisinde bulunan bir Dirac noktasının iki Weyl noktasına dönüşmesi sonucu oluşan üç boyutlu malzemelerdir. Herman Weyl, 1929 yılında Dirac denklemini kütleli fermiyonlar için tekrardan yazarak kendi adını taşıyan ve çözümünü iki bileşenli spinörler olan Weyl denklemini türetmiş ve Weyl fermiyonlarını ilk kez teorik olarak öngörmüştür.



Şekil 2.4: Bir Dirac noktasının harici bir manyetik alan altında iki Weyl noktasına ayrılması sonucu oluşan enerji spektrumu gösterilmiştir.

Önemli bir Dirac malzemesi olan grafende gözlemlenen Dirac noktaları, zaman tersinmesi ve ayna (inversiyon) simetrisine sahip olduğundan dolayı çift kat dejeneredir. Bir Dirac noktası, dışarıdan harici bir manyetik alan uygulandığında zaman tersinme simetrisinin kırılması sonucu dejenere (çift katlı) olmayan iki Weyl noktasına ayrılır (bkz.Şekil 2.4:). Böylece, TWYM için grafenin üç boyutlu versiyonu denilebilir.

TWYM'nin topolojisi, yüzey iletkenlik durumları ve elektronik taşınım gibi bir çok özelliği Berry alanı ile doğrudan veya dolaylı olarak ilişkilidir. Etkili bir manyetik alan olarak ele alınan Berry alanı, momentum uzayında tanımlıdır ve Weyl fermiyonları, Berry eğriliğinin kaynağını oluşturan birer manyetik monopol gibi davranırlar. Bu nedenle, TWYM'nin topolojisine bağlı olarak ortaya çıkan yüzey durumlarının anlaşılabilmesi için Berry alanının incelenmesi oldukça önemlidir.

2.2.1. Topolojik Weyl Hamiltoniyeni ve Yüzey Durumları

Bir kristal yapı için momentum uzayında yazılan $H(\mathbf{k})$ hamiltonyeninin özdeğer ve özvektörleri aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır,

$$H(\mathbf{k})U(\mathbf{k}) = \varepsilon(k)U(\mathbf{k}). \quad (2.1)$$

Burada $\varepsilon(\mathbf{k})$ hamiltonyenin özdeğerlerini, $U(\mathbf{k})$ ise özvektörlerini temsil eder ve malzemenin elektronik band yapısını tanımlar. Kristal yapı içerisindeki bir \mathbf{k} noktası civarında sonsuz küçük bir $\delta\mathbf{k}$ uzaklığındaki bir noktaya karşılık gelen özvektörler üzerinden bir köşegenleştirme işlemi yapılır,

$$U^\dagger(\mathbf{k})H(\mathbf{k})U(\mathbf{k} + 1). \quad (2.2)$$

Bir noktadan sonsuz küçük $\delta(\mathbf{k})$ uzaklığında bulunan bir başka nokta arasındaki bağıntı, o nokta civarındaki Taylor serisi açılımı ile verilir. $U(\mathbf{k} + 1) = U(\mathbf{k} + \delta(\mathbf{k})) = e^{\delta(\mathbf{k}) \cdot \nabla(\mathbf{k})}U(\mathbf{k})$ olmak üzere;

$$U^\dagger(\mathbf{k})e^{\delta(\mathbf{k}) \cdot \nabla(\mathbf{k})}U(\mathbf{k}) = U^\dagger(\mathbf{k})(1 + \delta(\mathbf{k}) \cdot \nabla(\mathbf{k}))U(\mathbf{k}), \quad (2.3)$$

$$= 1 + \delta(\mathbf{k}) \cdot U^\dagger(\mathbf{k})\nabla(\mathbf{k})U(\mathbf{k}) = 1 - i\delta(\mathbf{k}) \cdot \mathbb{A}(\mathbf{k}), \quad (2.4)$$

$$\approx e^{-i\delta(\mathbf{k}) \cdot \mathbb{A}(\mathbf{k})}. \quad (2.5)$$

Berry ifadesi $\mathbb{A}(\mathbf{k}) = iU^\dagger(\mathbf{k})\nabla(\mathbf{k})U(\mathbf{k})$ olmak üzere, Berry fazı elde edilir. Berry eğriliği de $\mathbb{A}(\mathbf{k})$ 'nın rotasyonelinden türer,

$$\Omega_{\mathbf{b}} = \nabla(\mathbf{k}) \times \mathbb{A}(\mathbf{k}). \quad (2.6)$$

Berry alanının iki boyutta kapalı bir yüzey integrali alındığında, eğer Berry alanı sıfırdan farklı ise Gauss teoremine göre integralin sonucu, alanı oluşturan bir noktasal yükün veya kaynağın varlığına işaret eder,

$$\chi = \frac{1}{2\pi} \oint \Omega_{\mathbf{b}} \cdot d\mathbf{S} = \pm 1. \quad (2.7)$$

$\chi = \pm 1$, Chern sayısı olarak adlandırılır ve kiraliteye bağlı Berry eğriliğinin kaynağı olan topolojik yükler olarak kabul edilir. $\chi = +1$ sağ el kiral duruma ve $\chi = -1$ ise sol el kiral durumuna sahip Weyl fermiyonunu ve yük değerlerini tanımlar. Sağ el kiral durum, parçacığın spinine paralel ve sol el kiral durum ise parçacığın spinine anti-paralel hareketini temsil eder. Kirallik, bir ayna simetrisinin dönme, öteleme gibi operasyonlar altında kendisiyle çakışmama durumunu temsil eden önemli bir simetri özelliğidir ve TWYM'deki anomal taşınım özelliklerinin ortaya çıkmasına neden olur.

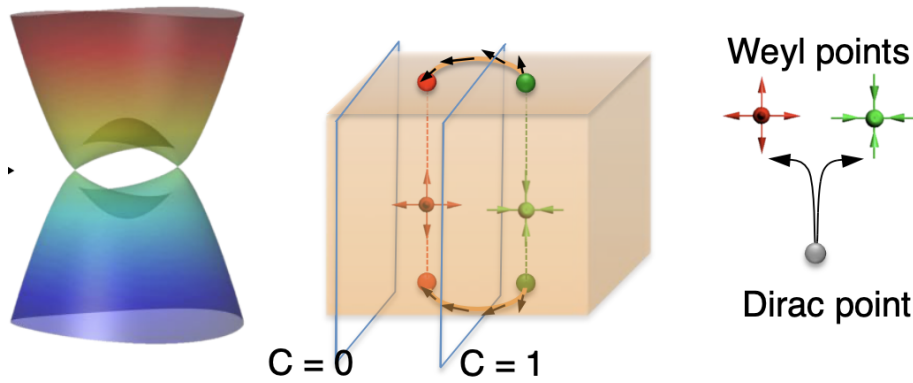
Bir kristal yapı içerisinde bulunan kütleless Weyl noktaları için Hamiltonyen şu şekilde yazılır;

$$H(\mathbf{k}) = \pm \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}(\mathbf{k}). \quad (2.8)$$

Burada $\boldsymbol{\sigma}$ ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$), Pauli spin matrisi ve \mathbf{k} , kristalin momentum uzayındaki parametresidir. Hamiltonyen sadece $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ değerli momentum uzayında sıfır olur ve bu bir Weyl noktasını temsil eder. Hamiltonyenin bu noktanın etrafında lineer ve sürekli bir dağılım göstermesi sonucu denklemin çözümü olan enerji spektrumu şöyledir;

$$E = \pm \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}. \quad (2.9)$$

Bu enerji spektrumu bir Dirac konisi meydana getirir ve dışarıdan uygulanan güçlü bir manyetik alan altında $\chi = \pm 1$ zıt kiraliteye sahip iki Weyl konisine ayrılır ve Berry eğriliğini birinci ve ikinci Brillouin zone bölgelerinde temsil eder.



Şekil 2.5: TWYM'de Weyl noktalarına bağlı oluşan Fermi yaylarının gösterimi.

Topolojik yalıtkanlarda Fermi yayları kapalı iken TWYM'de açıktır¹ ancak toplam net kiral yük miktarı korunduğu için Weyl noktaları arasında yük akışı meydana gelmez. Ayrıca topolojik yalıtkanlarda iletkenlik ve valans (değerlik) bandları arasında SOC (Spin-Orbit eşleşmesi)'nden kaynaklı olarak boşluk oluşurken TWYM'de boşluk yoktur ve bandlar Weyl noktasında çakışmıştır. Bu durum, elektronların çok hızlı bir şekilde valans bandından iletkenlik bandına geçmesine olanak tanır.

Chern sayısının sıfır olmadığı bölgelere karşılık gelen yüzeylerde Berry eğriliğine bağlı olarak Fermi yayı adı verilen yüzey akımları meydana gelirken, net kiral yükün sıfır olduğu bölgelerde kenar yüzey durumları oluşmaz. Fermi yaylarını oluşturan yük akışı, pozitif kiraliteye sahip koniden negatife doğrudur. TWYM'nin özellikleri bu yüzey durumlarının topolojisi ile ilişkilidir.

Fermi yaylarının ve Weyl noktalarının deneysel olarak keşfedildiği ilk malzeme TaAs olmak üzere TaP, NbAs ve NbP gibi malzemelerde de gözlemlenmesi sonucu yeni bir TWYM ailesi ortaya çıkmıştır. Dışarıdan uygulanan harici alanlara karşı Fermi yayları topolojik olarak korunduğundan dolayı topolojik sabit olarak kabul edilir. Bu yüzey durumları, elektrik ve manyetik alanların farklı açılarla gönderilmesine bağlı olarak malzemenin çeşitli optik ve iletkenlik özellikler sergilemesine sebebiyet verirler.

2.2.2. Kiral Manyetik Etki (KME)

Bir manyetik alan içerisine TWYM yerleştirildiğinde, $\chi = \pm 1$ kiraliteye sahip Weyl fermiyonları, manyetik alana paralel ve anti-paralel olmak üzere akım üretirler. Ancak, net kiral parçacık sayısı korunduğu için net akım sıfır olur. Bu durumda TWYM'nin külçe (bulk) yapısı yalıtkan ve sadece yüzeyde iletkenlik özelliği gösterir. Fakat, sisteme manyetik alana paralel yönde bir elektrik alan uygulandığında, kiral parçacık dengesi bozulur ve Weyl noktaları arasında bir kiral yük akışı meydana gelir.

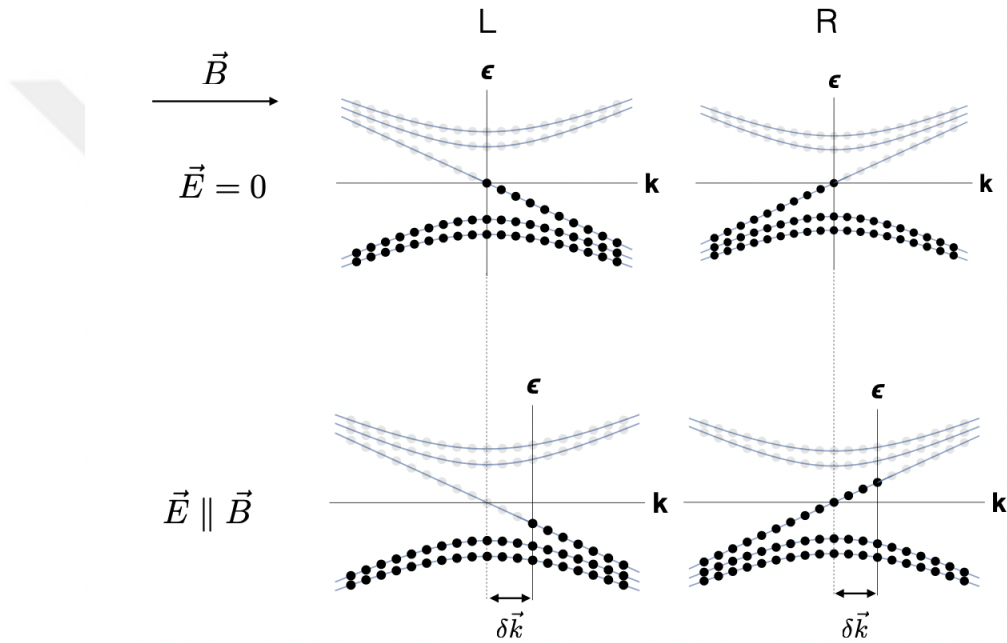
Bu kiral parçacık sayısının korunmaması durumuna Kiral Anomali adı verilir. Bu durum, TWYM'nin külçe yapısında iletkenlik özelliği sergilemesine neden olur. Böylece, aynı yönde ve birbirine paralel elektrik ve manyetik alanlar altındaki bir TWYM, topolojik yalıtkanlık durumundan bir iletkenlik durumuna geçer.

¹ Malzemenin iletkenliği, Weyl noktaları arasındaki mesafe ile ilgili olduğu için Weyl noktaları arasında mesafenin sıfır olduğu durumda iletkenlik yoktur ve malzeme yalıtkan gibi davranır. Benzer şekilde Weyl noktaları arasındaki mesafe sıfırdan farklı olduğu durumda da malzeme yarı iletken gibi davranır.

Weyl noktaları arasında meydana gelen kiral manyetik akım, manyetik alan yönünde akar ve (2.10) denkleminde görüldüğü üzere süreklilik denklemi kiral anomaliden dolayı korunmadığı için sifıra eşit olmaz [12],

$$\partial_\mu \mathbf{J}^\mu = \frac{\mu e^2}{2\pi^2 \hbar^2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (2.10)$$

Şekil 2.6:'da görüldüğü üzere, Weyl fermiyonlarının kiralitesi, Landau enerji seviyelerine



Şekil 2.6: Şekilde Kiral anomali, harici bir manyetik alan altında Weyl fermiyonlarının Landau seviyelerine bağlı olarak gösterilmiştir. Negatif enerjiye sahip fermiyonlar siyah, pozitif enerjiye sahip fermiyonlar ise gri renk ile temsil edilmiştir. Birinci durumda bir manyetik alanın varlığında sağ el (right-handed) kiraliteye sahip fermiyonların sayısı ile sol el (left-handed) kiraliteye sahip fermiyonların sayısı birbirine eşittir. İkinci durumda ise manyetik alan ile paralel yönde bir elektrik alanının varlığında sol el kiraliteye sahip fermiyonlar $\delta \vec{k}$ kadar sağ el kiraliteye sahip parçacıklar ile yer değiştirir. Bu durumda, sağ ve sol kiraliteye sahip fermiyonların kiral yük dengesi bozulur.

yansımaktadır ve her durumda dağılım aşağıdaki gibi özel bir Landau seviyesinde varlığını gösterir [12],

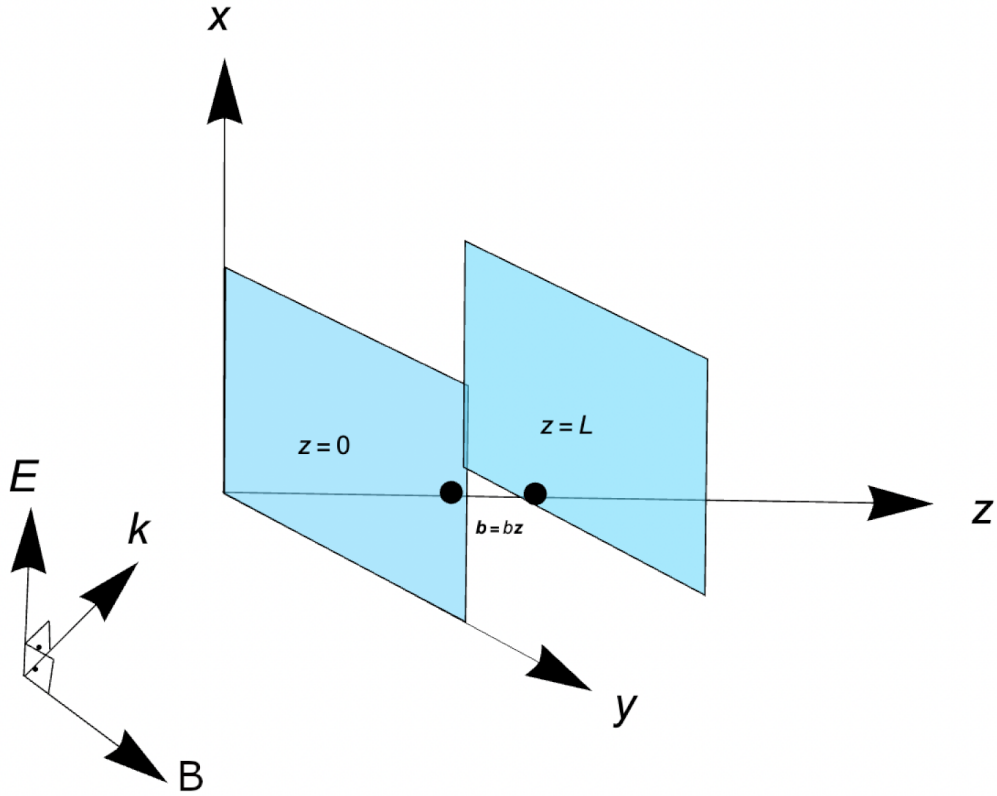
$$\epsilon(k_z) = \pm k_z. \quad (2.11)$$

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. TWYM YÜZEYİNİN P-POLARİZE DALGALAR İLE ETKİLEŞİMİ

3.1.1. TM-Mod Çözümü

TWYM'nin yüzey etkilerinin anlaşılabilmesi için yüzeyin elektromanyetik dalga ile nasıl etkileştiğinin incelenmesi oldukça önemlidir. Bu amaçla, Weyl noktalarının z -ekseni üzerinde yerleşim düzeni aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi verilen bir TWYM levhanın Fermi yaylarının bulunmadığı bir yüzeyine p-polarize (TM modu) bir elektromanyetik dalga belli bir açıyla gönderilsin.



Şekil 3.1: TWYM levha üzerine gönderilen p-polarize bir elektromanyetik dalganın şematik gösterimi verilmiştir.

Weyl noktaları z - eksenine boyunca konumlanmıştır ve iki Weyl noktası arasındaki uzaklık

$0 \leq z \leq L$ olmak üzere $\mathbf{b} = b\hat{k}$ ile ifade edilmiştir². Manyetik alan $\mathbf{H} = H_y\hat{j}$ yönündedir ve Weyl noktalarının z -ekseni boyunca yerleşiminden dolayı xy -düzlemindeki yüzeylerde ($z = 0$ ve $z = L$ noktalarındaki yüzeyler) Fermi yayları oluşmaz. Gönderilen dalgaının bu yüzeylerle nasıl etkileştiğinin anlaşılabilmesi için Maxwell denklemlerinin çözülmesi gerekir.

Bir TWYM için Maxwell denklemleri şu şekilde elde edilir [13]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho(z) + \beta(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B}) \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}(z) + \partial_t \mathbf{D} - \beta(\mathbf{b} \times \mathbf{E}). \quad (3.2)$$

Burada $\beta := \frac{2\alpha}{\pi Z_0}$ olmak üzere bir sabit, $\alpha := \frac{e^2}{2\epsilon_0 \hbar c} \cong \frac{1}{137}$ ince yapı sabiti ve $Z_0 := \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ vakum empedansıdır. Berry fazına ve Weyl fermiyonlarının kiralitesine bağlı olarak $\beta(\mathbf{b} \cdot \mathbf{B})$ ve $\beta(\mathbf{b} \times \mathbf{E})$ ise TWYM'ne özgü Maxwell denklemlerine eklenen topolojik katkılardır. Bu katkıların sebebi magneto-elektrik etkilerden kaynaklanan ve Maxwell denklemlerine bir düzeltme getiren $\Theta_d = 2\vec{b} \cdot \vec{r} - 2b_0 t$ aksiyom teriminin Weyl noktalarının konum ve zamana göre değişiminden kaynaklanmaktadır [13]. Burada t zaman, b_0 ve b Weyl noktalarının sırası ile enerji ve momentum uzaylarındaki ayrışmasını temsil eder. Weyl noktalarının aynı kimyasal potansiyeli taşıdığı varsayılarak $b_0 = 0$ olarak kabul edilir.

Elektrik ve manyetik alanlar sırasıyla \mathbf{E} ve \mathbf{B} olmak üzere, malzeme ortamımız doğrusal ve homojen olduğu için malzeme içerisindeki yer değiştirme alanı \mathbf{D} ve manyetik alan vektörü \mathbf{H} aşağıdaki bünye denklemleri ile ifade edilir,

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t). \quad (3.3)$$

Burada, ϵ ve μ sırasıyla madde içerisindeki ortamın elektrik ve manyetik alan geçirgenliğini temsil eder. Diğer yandan, konum ve zamana bağlı alanlar için zamanda harmoniklik koşulunu kullanırsak, yani $\Psi(\vec{r}, t) = e^{-i\omega t} \Psi(\vec{r})$ olmak üzere, burada zamana bağlı olarak salınım gerçekleştiren $\Psi \in \{\mathbf{E}, \mathbf{B}, \mathbf{D}, \mathbf{H}\}$ için, (3.2)'deki denklemler zamandan bağımsız olacak şekilde yeniden düzenlenir;

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}(z) - i\omega \mathbf{D} - \beta(\mathbf{b} \times \mathbf{E}). \quad (3.4)$$

² Tez boyunca \hat{i} , \hat{j} ve \hat{k} sırası ile x , y ve z yönlerindeki birim vektörleri temsil etmektedir.

Elektromanyetik dalganın yüzeyden yansıma ve malzeme tarafından iletim katsayılarını hesaplayabilmek için TWYM levha içerisindeki elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin (3.4) denklemleri kullanılarak hesaplanması gerekir. Manyetik alan bileşenini bulmak için (3.4)'deki ikinci denklemin rotasyoneli alınır,

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) = \nabla \times \mathbf{J}(z) - i\omega(\nabla \times \mathbf{D}) - \beta \nabla \times (\mathbf{b} \times \mathbf{E}). \quad (3.5)$$

Maxwell denklemlerinin kullanılması ile aşağıdaki sonuç bulunur,

$$\nabla^2 \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J}(z) + i\omega\epsilon(\nabla \times \mathbf{E}) + \beta \nabla \times (\mathbf{b} \times \mathbf{E}). \quad (3.6)$$

(3.6) denklemini, ikinci ve üçüncü terimleri hesaplandığında, elektrik ve manyetik alanlar arasındaki ilişkiyi verir,

$$\nabla \times (\mathbf{b} \times \mathbf{E}) = b(\partial_x E_x \hat{k} - \partial_z E_x \hat{i}), \quad (3.7)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega\epsilon \mathbf{B}. \quad (3.8)$$

Bulunan sonuçlar kullanılarak manyetik alan bileşeni aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$\nabla^2 H_y \hat{j} = -[(\nabla \times \mathbf{J})_x + \beta b \partial_z E_x] \hat{i} - \omega^2 \epsilon B_y \hat{j} + [\beta b \partial_x E_x - (\nabla \times \mathbf{J})_z] \hat{k}. \quad (3.9)$$

Denklem (3.9)'daki eşitlik kullanılarak akım bileşenleri elektrik ve manyetik alanlar cinsinden şu şekilde yazılabilir:

$$\hat{i}: (\nabla \times \mathbf{J})_x = -\beta b \partial_z E_x, \quad (3.10)$$

$$\hat{j}: \nabla^2 H_y = -\omega^2 \epsilon B_y, \quad (3.11)$$

$$\hat{k}: (\nabla \times \mathbf{J})_z = \beta b \partial_x E_x. \quad (3.12)$$

Denklem (3.11) kullanılarak bir boyutlu Helmholtz denklemi elde edilir,

$$(\nabla^2 + \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{n}^2 \omega^2) B_y = 0. \quad (3.13)$$

Burada \mathbf{n} kırılma indisi olmak üzere, malzeme içerisinde $\epsilon = \epsilon_0 \mathbf{n}^2$ olup, c ışık hızı olmak

üzere $\varepsilon_0\mu_0 := \frac{1}{c^2}$ 'dir. $k = \frac{\omega}{c}$ olup, k dalga yayılım vektörüdür. Buradan TWYM levhanın etkin kırılma indisi bulunur,

$$\tilde{\mathbf{n}} := \frac{\sqrt{\mathbf{n}^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta}. \quad (3.14)$$

Elektromanyetik dalga TM modunda ve xz -düzleminde gönderildiği için manyetik alan $B_y(x, z) = B_y(z)e^{ik_x x}$ olarak alınır ve dolayısı ile Helmholtz denklemi 1-boyutta aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$B_y''(z) + k_z^2 \tilde{\mathbf{n}}^2 B_y(z) = 0. \quad (3.15)$$

Bu denklem, potansiyeli $V(z) = k_z^2(1 - \tilde{\mathbf{n}}^2)$ olan Schrödinger denkleminin karşılığıdır. Bu ise başlangıçta ifade ettiğimiz, saçılma durumuna karşılık gelen reel enerji değerlerine sahip Hermitsel olmayan duruma işaret etmektedir. Malzemenin içerisinde ve dışarısındaki dalga çözümleri, Helmholtz denklemi indirgenmiş bir dalga denklemi ile tanımlı olduğundan harmonik salınıcı çözümleriyle ifade edilir,

$$B_y(z) := \begin{cases} A_1 e^{ik_z z} + A_2 e^{-ik_z z} \\ B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}} z} + B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}} z} \\ C_1 e^{ik_z z} + C_2 e^{-ik_z z}. \end{cases} \quad (3.16)$$

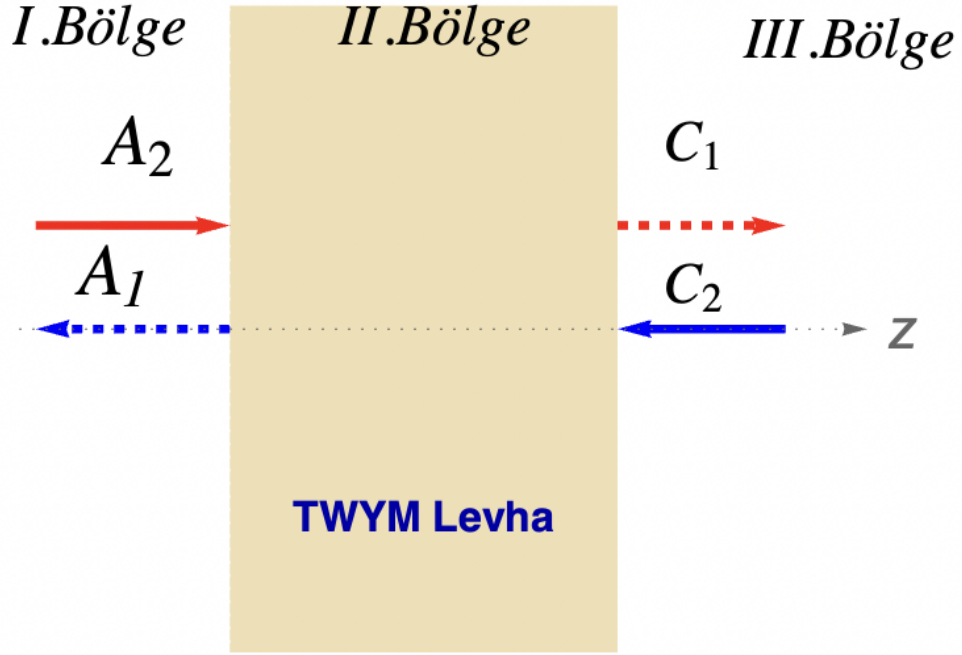
Burada, **Şekil 3.2:**'de gösterildiği gibi A ve B sırası ile 1. ve 2. bölgedeki, C ise 3. bölgedeki dalga genliklerini temsil eder.

Elektrik alanın x ve z bileşenleri ise (3.4)'deki birinci denklem kullanılarak manyetik alanlar cinsinden hesaplanır,

$$\nabla \times \mathbf{E} = (\hat{i}\partial_x + \hat{k}\partial_z) \times (E_x \hat{i} + E_z \hat{k}) = (-\partial_x E_z + \partial_z E_x) \hat{j}, \quad (3.17)$$

$$(\partial_z E_x - \partial_x E_z) \hat{j} = i\omega B_y \hat{j}. \quad (3.18)$$

Elektrik alan x ve z , manyetik alan ise sadece y bileşenine sahiptir ve bu bileşenler düzlem



Şekil 3.2: A ve C katsayıları TWYM levhanın dış (I-III) bölgelerindeki iletim ve yansımaya katsayılarını tanımlamaktadır.

dalgalar cinsinden aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$E_x = E_x(x, z) = E_x(z)e^{ik_x x},$$

$$E_z = E_z(x, z) = E_z(z)e^{ik_x x},$$

$$B_y = B_y(x, z) = B_y(z)e^{ik_x x}.$$

Burada $k_x := k \sin \theta$ ve $k_z := k \cos \theta$ olmak üzere dalga vektörü \mathbf{k} 'nın bileşenleridir. Gerekli ifadeler yerine koyulduğunda denklem (3.18) aşağıdaki şekilde elde edilir,

$$\partial_z E_x - ik_x E_z = i\omega B_y. \quad (3.19)$$

Denklem (3.10) ve (3.12)'de belirtilen indüklenmiş akım bileşenleri sadece topolojik terim \mathbf{b} 'ye bağlıdır,

$$\mathbf{J} = \beta(\mathbf{b} \times \mathbf{E}). \quad (3.20)$$

Bu durumda, denklem (3.2)'deki ikinci denklem elektrik alanı verir,

$$(\nabla \times \mathbf{H}) = -i\omega\mathbf{D} \implies \mathbf{D} = \frac{i}{\omega}(\nabla \times \mathbf{H}), \quad (3.21)$$

$$\mathbf{E} = \frac{i}{\omega\epsilon\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}). \quad (3.22)$$

$k = \frac{\omega}{c}$, $\epsilon = \epsilon_0\mathbf{n}^2$ ve $\epsilon_0\mu_0 = \frac{1}{c^2}$ olmak üzere,

$$\mathbf{E} = \frac{ic}{kn^2}(\nabla \times \mathbf{B}) = \frac{ic}{kn^2}(\hat{i}\partial_x + \hat{k}\partial_z) \times B_y\vec{j}, \quad (3.23)$$

$$\mathbf{E} = \frac{ic}{kn^2}(\partial_x B_y\hat{k} - \partial_z B_y\hat{i}). \quad (3.24)$$

Elektrik alan $\mathbf{E} = E_x\hat{i} + E_z\hat{k}$ olmak üzere x ve z bileşenlerine sahiptir ve buradan elektrik alanın bileşenleri açık bir şekilde yazılabilir,

$$E_x = -\frac{ic}{kn^2}\partial_z B_y, \quad (3.25)$$

$$E_z = \frac{ic}{kn^2}\partial_x B_y. \quad (3.26)$$

Denklem (3.16) kullanılarak, $\partial_x B_y$ ve $\partial_z B_y$ hesaplanır,

$$\partial_x B_y(x, z) = ik_x B_y(x, z), \quad (3.27)$$

$$\partial_z B_y(x, z) = B'_y(z)e^{ik_x x}. \quad (3.28)$$

$B'_y(z)$ çözümleri yine denklem (3.16)'dan yararlanılarak aşağıdaki gibi bulunur,

$$B'_y(z) := ik_z \begin{cases} A_1 e^{ik_z z} - A_2 e^{-ik_z z} \\ \tilde{\mathbf{n}}(B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}z} - B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}z}) \\ C_1 e^{ik_z z} - C_2 e^{-ik_z z}. \end{cases}$$

Burada işleri kolaylaştırmak adına genel bir etkin kırılma indisi tanımlanır,

$$\tilde{N} := \begin{cases} 1 \\ \tilde{\mathbf{n}} \\ 1 \end{cases} .$$

\tilde{N} kullanılarak $B_y(z)$ ve $B'_y(z)$ tek bir tanımda birleştirilebilir,

$$\mathcal{F}_\pm(z) := \begin{cases} A_1 e^{ik_z z} \pm A_2 e^{-ik_z z} \\ B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}} z} \pm B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}} z} \\ C_1 e^{ik_z z} \pm C_2 e^{-ik_z z} . \end{cases} \quad (3.29)$$

Böylece manyetik alan ve elektrik alan bileşenleri sırasıyla $\mathcal{F}_\pm(z)$ çözümleri ile ifade edilir,

$$B_y(x, z) = B_y(z) e^{ik_x x} = \mathcal{F}_+(z) e^{ik_x x}, \quad (3.30)$$

$$H_y(x, z) = H_y(z) e^{ik_x x} = \frac{\mathcal{F}_+(z)}{\mu_0} e^{ik_x x}. \quad (3.31)$$

Denklem (3.25)'den E_x aşağıdaki şekilde hesaplanır;

$$E_x(x, z) = -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} \partial_z B_y = -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} B'_y(z) e^{ik_x x}, \quad (3.32)$$

$$= -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} ik_z \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}, \quad (3.33)$$

$$= \frac{ck \cos \theta}{k\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}, \quad (3.34)$$

$$= \frac{c \cos \theta}{\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}. \quad (3.35)$$

Denklem (3.26) kullanılarak E_z bulunur,

$$E_x(x, z) = -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} \partial_z B_y = -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} B'_y(z) e^{ik_x x}, \quad (3.36)$$

$$= -\frac{ic}{k\mathbf{n}^2} ik_z \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}, \quad (3.37)$$

$$= \frac{ck \cos \theta}{k\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}, \quad (3.38)$$

$$= \frac{c \cos \theta}{\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}. \quad (3.39)$$

Genel deplasman vektörü, $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mathbf{n}^2 \mathbf{E}$ olmak üzere, E_x ve E_z kullanılarak deplasman vektörünün bileşenleri D_x ve D_z kolaylıkla bulunur,

$$D_x = \varepsilon_0 \mathbf{n}^2 E_x = \varepsilon_0 \mathbf{n}^2 \left(\frac{c \cos \theta}{\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x} \right) = c \varepsilon_0 \cos \theta \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}, \quad (3.40)$$

$$D_z = \varepsilon_0 \mathbf{n}^2 E_z = \varepsilon_0 \mathbf{n}^2 \left(-\frac{c \sin \theta}{\mathbf{n}^2} \mathcal{F}_+(z) e^{ik_x x} \right) = -c \varepsilon_0 \sin \theta \mathcal{F}_+(z) e^{ik_x x}. \quad (3.41)$$

Son olarak, denklem (3.20)'den yararlanarak indüklenmiş akım hesaplanır,

$$J_y \hat{j} = \beta (b \hat{k}) \times (E_x \hat{i} + E_z \hat{k}) = \beta b E_x \hat{j}, \quad (3.42)$$

$$J_y(x, z) = \beta b E_x, \quad (3.43)$$

$$J_y(x, z) = \frac{c \beta b \cos \theta}{\mathbf{n}^2} \tilde{N} \mathcal{F}_- e^{ik_x x}. \quad (3.44)$$

TWYM'nin Fermi yayı bulunmayan yüzeyleri ile etkileşen elektromanyetik dalga, denklem (3.42)'de görüldüğü üzere \hat{j} - yönünde indüklenmiş bir akım meydana getirmektedir. Bu durumda TWYM, tüm yüzeylerinde iletkenlik özelliği gösterir.

3.1.2. Sınır Koşullarının Hesaplanması

Maxwell denklemlerini kullanarak **E**, **B**, **D**, **H** ve **J**'nin tüm bileşenleri **Tablo 3.1:** ve **Tablo 3.2:**'de verilmiştir.

E	D	B	H
$E_x = \frac{c \cos \theta}{n^2} \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}$	$D_x = c \epsilon_0 \cos \theta \tilde{N} \mathcal{F}_-(z) e^{ik_x x}$	$B_x = 0$	$H_x = 0$
$E_y = 0$	$D_y = 0$	$B_y = \mathcal{F}_+(z) e^{ik_x x}$	$H_y = \frac{\mathcal{F}_+(z)}{\mu_0} e^{ik_x x}$
$E_z = -\frac{c \sin \theta}{n^2} \mathcal{F}_+ e^{ik_x x}$	$D_z = -c \epsilon_0 \sin \theta \mathcal{F}_+(z) e^{ik_x x}$	$B_z = 0$	$H_z = 0$

Tablo 3.1: TWYM levhanın sırasıyla dışında ve içindeki **E**, **D**, **B** ve **H** alanlarının bileşenleri gösterilmiştir.

J
$J_x = 0$
$J_y = \frac{c \beta b \cos \theta}{n^2} \tilde{N} \mathcal{F}_- e^{ik_x x}$
$J_z = 0$

Tablo 3.2: TWYM levha içerisindeki indüklenmiş akımın bileşenleri gösterilmiştir.

TWYM yüzeyi ile elektromanyetik dalganın ilişkisinin anlaşılabilmesi için Maxwell denklemleri kullanılarak sınır koşullarının elde edilmesi gerekmektedir.

TWYM levhanın yüzeyinde dört tane sınır koşulu vardır:

- 1) $D_{1\perp} - D_{2\perp} = 0$,
 - a) $D_{1z}(z=0) = D_{2z}(z=0)$,
 - b) $D_{2z}(z=L) = D_{3z}(z=L)$,
- 2) $B_{1\perp} = B_{2\perp} = 0$,
- 3) $E_{1//} = E_{2//}$,
 - a) $E_{1x}(z=0) = E_{2x}(z=0)$,
 - b) $E_{2x}(z=L) = E_{3x}(z=L)$,
- 4) $H_{1//} = H_{2//}$,
 - a) $H_{1y}(z=0) = H_{2y}(z=0)$,
 - b) $H_{2y}(z=L) = H_{3y}(z=L)$.

Bu sınır koşullarının hesaplanabilmesi için, \mathcal{F}_\pm çözümlerinin bulunması ve transfer matrisi elde etmek için gerekli olan katsayıların elde edilmesi gereklidir. Sınır koşulları hesaplandığında altı tane denklem elde edilir,

- 1) $A_1 + A_2 = B_1 + B_2$,
- 2) $B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} + B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} = C_1 e^{ik_z L} + C_2 e^{-ik_z L}$,
- 3) $A_1 - A_2 = \frac{\tilde{\mathbf{n}}}{\mathbf{n}^2} (B_1 - B_2)$,
- 4) $\frac{\tilde{\mathbf{n}}}{\mathbf{n}^2} (B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} - B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}L}) = C_1 e^{ik_z L} - C_2 e^{-ik_z L}$,
- 5) $A_1 + A_2 = B_1 + B_2$,
- 6) $B_1 e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} + B_2 e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} = C_1 e^{ik_z L} + C_2 e^{-ik_z L}$.

Görüldüğü üzere, 1&5 ve 2&6 denklemleri birbirine eşittir. Böylece, denklem sayısı indirgenerek dört tane denklem elde edilir.

Sırasıyla (1) ile (3) ve (2) ile (4) denklemleri kullanılarak, B_1 ve B_2 katsayıları A_1 ve A_2 katsayıları cinsinden bulunur,

$$B_1 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_1 + \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_2 \right], \quad (3.45)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_1 + \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_2 \right], \quad (3.46)$$

$$B_1 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_1 e^{ik_z L} + \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_2 e^{-ik_z L} \right] e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}L}, \quad (3.47)$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_1 e^{ik_z L} + \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_2 e^{-ik_z L} \right] e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}L}. \quad (3.48)$$

(3.45) ve (3.47) ile (3.46) ve (3.48) denklemlerinin birbirlerine eşit olduğu görülmektedir,

$$\begin{aligned} \left[\left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_1 + \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_2 \right] e^{ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} &= \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_1 e^{ik_z L} + \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_2 e^{-ik_z L}, \\ \left[\left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_1 + \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) A_2 \right] e^{-ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} &= \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_1 e^{ik_z L} + \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right) C_2 e^{-ik_z L}. \end{aligned}$$

Kolaylık olması açısından $a := \left(1 + \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right)$ ve $b := \left(1 - \frac{\mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}}} \right)$ olarak tanımlanır. Bu eşitliklerden

yararlanılarak C_1 ve C_2 katsayıları A_1 ve A_2 cinsinden hesaplanır,

$$C_1 = \frac{1}{a^2 - b^2} [(a^2 e^{ik_z \tilde{n}L} - b^2 e^{-ik_z \tilde{n}L})A_1 + ba(e^{ik_z \tilde{n}L} - e^{-ik_z \tilde{n}L})A_2] e^{-ik_z L}, \quad (3.49)$$

$$C_2 = \frac{1}{b^2 - a^2} [ab(e^{ik_z \tilde{n}L} - e^{-ik_z \tilde{n}L})A_1 + (a^2 e^{-ik_z \tilde{n}L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n}L})A_2] e^{ik_z L}. \quad (3.50)$$

Denklem (3.49) ve (3.50)'den yararlanılarak transfer matrisi şu şekilde elde edilir,

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a^2 - b^2} e^{-ik_z L} (a^2 e^{ik_z \tilde{n}L} - b^2 e^{-ik_z \tilde{n}L}) & \frac{ba}{a^2 - b^2} e^{-ik_z L} (e^{ik_z \tilde{n}L} - e^{-ik_z \tilde{n}L}) \\ \frac{ab}{b^2 - a^2} e^{ik_z L} (e^{ik_z \tilde{n}L} - e^{-ik_z \tilde{n}L}) & \frac{1}{b^2 - a^2} e^{ik_z L} (a^2 e^{-ik_z \tilde{n}L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n}L}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}.$$

Bu matrix, TWYM'den giden dalgaları gelen dalgalar cinsinden ifade eder. Görüleceği üzere, elde edilen bu sonuç TE-modundan oldukça farklıdır. Bunun sebebi, TE-modunda magneto-elektrik etkilerden dolayı bir Faraday dönmesinin olmasıdır, ancak burada Faraday dönmesi gerçekleşmemektedir ve dolayısı ile transfer matrisi TE-modundaki gibi 4×4 bir matris şeklinde değil 2×2 bir matris olarak bulunmaktadır.

3.1.3. Transfer Matrisinin Hesaplanması

Transfer matrisi, bir malzeme yüzeyinden yansıyan düzlem dalgaları ve malzemenin iletim özelliklerini belirlemek için kullanılan önemli bir matematiksel formalizmdir. Bir malzemenin istenilen saçılma kurulumu, transfer matrisinin kontrol edilebilmesi ile mümkündür. TWYM levhanın iletim özelliklerini ve yüzeyindeki yansımaları analiz edebilmek için transfer matrisi aşağıdaki şekilde elde edilmiştir,

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a^2-b^2} e^{-ik_z L} (a^2 e^{ik_z \tilde{n} L} - b^2 e^{-ik_z \tilde{n} L}) & \frac{ba}{a^2-b^2} e^{-ik_z L} (e^{ik_z \tilde{n} L} - e^{-ik_z \tilde{n} L}) \\ \frac{ab}{b^2-a^2} e^{ik_z L} (e^{ik_z \tilde{n} L} - e^{-ik_z \tilde{n} L}) & \frac{1}{b^2-a^2} e^{ik_z L} (a^2 e^{-ik_z \tilde{n} L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n} L}) \end{pmatrix}.$$

Burada, A_1 ve A_2 katsayıları I -bölgesindeki sağa ve sola giden dalga genliklerini simgelerken C_1 ve C_2 katsayıları ise III -bölgesindeki sağa ve sola giden dalga genliklerini temsil eder. Transfer matrisi ise bu dalgalar arasındaki dönüşümü veren \mathbb{M} matrisidir.

T , soğurma (iletim) katsayısı³, R^r sağ tarafa yansıma ve R^l sol tarafa yansıma katsayıları olmak üzere, transfer matris bileşenleri aşağıdaki gibi ifade edilir,

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} T - \frac{R^l R^r}{T} & \frac{R^r}{T} \\ -\frac{R^l}{T} & \frac{1}{T} \end{pmatrix}.$$

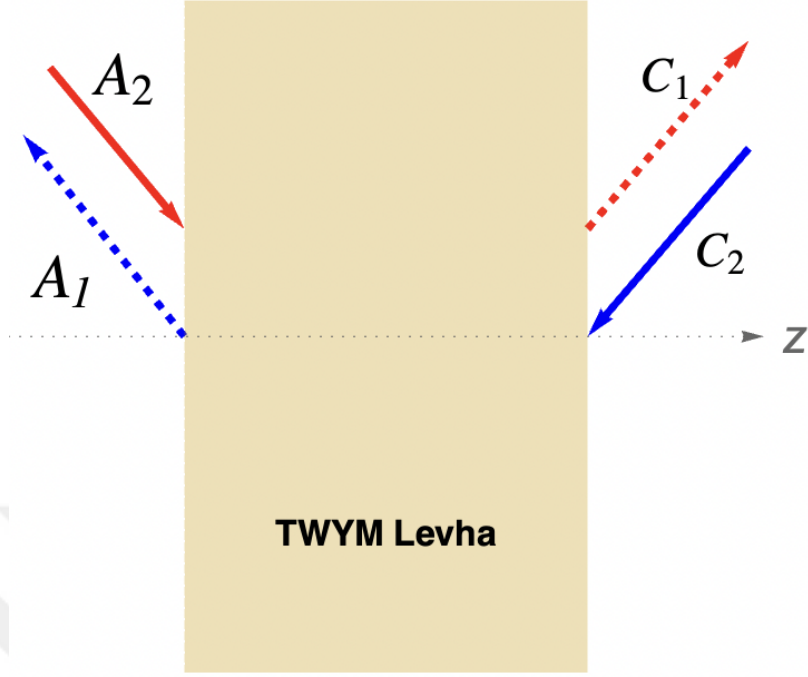
Transfer matrisinin \mathbb{M}_{22} bileşenini kullanarak sağ ve sol iletim genliği şekilde elde edilir,

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{b^2 - a^2} e^{ik_z L} (a^2 e^{-ik_z \tilde{n} L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n} L}), \quad (3.51)$$

$$T = \frac{(b^2 - a^2) e^{-ik_z L}}{(a^2 e^{-ik_z \tilde{n} L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n} L})}. \quad (3.52)$$

Transfer Matrisi'nde $\mathbb{M}_{22} = 0$ koşulunu sağlayan reel k değerleri spektral tekillik noktaları olarak ifade edilir. Spektral tekillik noktaları lazer eşik değerlerine karşılık geldiğinden lazer

³ Bu malzemenin sağ ve sol taraftan elektromanyetik alana eşit tepki verdiğini düşünülerek $T^r = T^l$ olarak alınmıştır.



Şekil 3.3: TWYM levha yüzeyinden gelen ve yansıyan düzlem dalgalar (A_1 ve A_2) ile malzeme yüzeyi boyunca iletilen dalgalar (C_1 ve C_2) temsil edilmiştir. A_1 , yüzeyden yansıyan ve C_1 malzeme yüzeyinden iletilen, A_2 ve C_2 ise yüzeye gelen düzlem dalgaları temsil etmektedir.

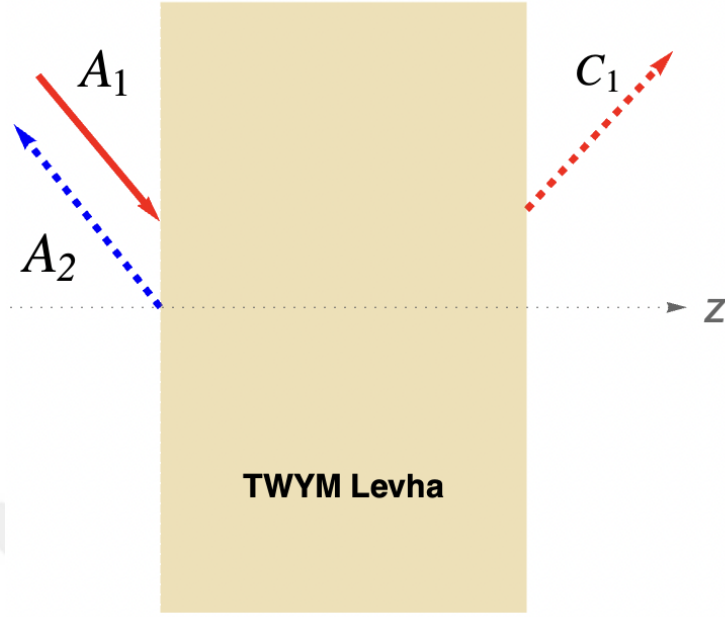
eşik koşulu (3.55) denkleminde ifade edildiği gibi bulunur,

$$\frac{1}{T} = \frac{e^{ik_z L}}{b^2 - a^2} (a^2 e^{-ik_z \tilde{n} L} - b^2 e^{ik_z \tilde{n} L}) = 0, \quad (3.53)$$

$$a^2 e^{-ik_z \tilde{n} L} = b^2 e^{ik_z \tilde{n} L}, \quad (3.54)$$

$$e^{-2ik_z \tilde{n} L} = \frac{b^2}{a^2}. \quad (3.55)$$

Spektral tekillikler, TWYM sistemlerinde lazerleme meydana gelebilmesi için gereklidir. Bu durumu temsil eden iletim ve yansımaya genliklerinin şematik gösterimi **Şekil 3.4:**'de gösterilmiştir. Lazer eşik koşulu, a ve b katsayıları yerine koyulduğunda ortamın kırılma



Şekil 3.4: Spektral tekillik noktalarını ifade eden $\mathbb{M}_2 = 0$ koşulu altında yansıma ve iletim genliklerinin şematik gösterimi verilmiştir.

indisleri cinsinden ifade edilebilir,

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{\left(1 - \frac{n^2}{\tilde{n}}\right)^2}{\left(1 + \frac{n^2}{\tilde{n}}\right)^2} = \left(\frac{\tilde{n} - n^2}{\tilde{n} + n^2}\right)^2, \quad (3.56)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\tilde{n} - n^2}{\tilde{n} + n^2}. \quad (3.57)$$

Buradan lazer eşik koşulu, aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$e^{-2ik_z \tilde{n}L} = \left(\frac{\tilde{n} - n^2}{\tilde{n} + n^2}\right)^2. \quad (3.58)$$

Kırılma indisini $\mathbf{n} = \eta + i\kappa$ olarak tanımlarsak, $\kappa < 0$ olması durumunda ortam bir kazanç ortamı olmaktadır. Birçok malzeme için $|\kappa| \ll \eta$ koşulu geçerli olduğundan,

$$(\eta + i\kappa)^2 \approx \eta^2 + 2i\eta\kappa. \quad (3.59)$$

Burada, κ^2 oldukça küçük bir değere sahip önemsiz kuadratik bir terim olduğu için ihmal

edilir,

$$\tilde{\mathbf{n}} = \frac{\sqrt{\mathbf{n}^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \approx \frac{\sqrt{\eta^2 + 2i\eta\kappa - \sin^2 \theta}}{\cos \theta}, \quad (3.60)$$

$$= \frac{[(\eta^2 - \sin^2 \theta) + 2i\eta\kappa]^{\frac{1}{2}}}{\cos \theta}, \quad (3.61)$$

$$= \frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \left[1 + \frac{2i\eta\kappa}{\eta^2 - \sin^2 \theta} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.62)$$

Denklem (3.62), Binom açılımı yapılarak $\tilde{\mathbf{n}}$ bulunur,

$$= \frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{2i\eta\kappa}{(\eta^2 - \sin^2 \theta)} + \mathcal{O}(\kappa^2) \right], \quad (3.63)$$

$$\tilde{\mathbf{n}} \approx \frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \frac{i\eta\kappa}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}. \quad (3.64)$$

Burada ilk satırda $\mathcal{O}(\kappa^2)$ ifadesi κ^2 mertebesindeki terimleri belirtir. İkinci satırda ise bu terimlerin ihmal edildiği görülmektedir,

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} &= \frac{\tilde{\mathbf{n}} - \mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}} + \mathbf{n}^2} \approx \frac{\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \frac{i\eta\kappa}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} - \eta^2 - 2i\eta\kappa}{\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \frac{i\eta\kappa}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} + \eta^2 + 2i\eta\kappa}, \\ &= \frac{\left[\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} - \eta^2 \right] + i\eta\kappa \left[\frac{1}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} - 2 \right]}{\left[\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \eta^2 \right] + i\eta\kappa \left[\frac{1}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} \right]}. \end{aligned}$$

Lazer eşik koşulunun hesaplanabilmesi için yukarıdaki denklemin sadeleştirilmesi gerekir. Bu nedenle denklemin pay ve paydası $\left[\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \eta^2 \right] - i\eta\kappa \left[\frac{1}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} \right]$ ifadesi ile çarpılarak karesi alınır,

$$\frac{\tilde{\mathbf{n}} - \mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}} + \mathbf{n}^2} \approx \frac{\left(\frac{\eta^2 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \eta^4 \right) + i\eta\kappa \left(\frac{2\eta^2}{\cos^2 \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} - \frac{4\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} \right)}{\left(\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \eta^2 \right)^2}. \quad (3.65)$$

Denklem (3.65), $\cos^2 \theta$ ile çarpılarak sadeleştirilir,

$$\frac{\tilde{\mathbf{n}} - \mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}} + \mathbf{n}^2} \approx \frac{\eta^2 - \sin^2 \theta - \eta^4 \cos^2 \theta}{(\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta)^2} + \frac{2i\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 \sin^2 \theta}[\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta]^2}. \quad (3.66)$$

Kolaylık olması açısından $A := \frac{\eta^2 - \sin^2 \theta - \eta^4 \cos^2 \theta}{(\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta)^2}$ ve $B := \frac{2i\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 \sin^2 \theta}[\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta]^2}$ olarak tanımlanır. Bu durumda lazer eşik koşulu aşağıda ifade edildiği gibi elde edilir,

$$\left(\frac{\tilde{\mathbf{n}} - \mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}} + \mathbf{n}^2} \right)^2 = (A + iB)^2 \approx A^2 + 2iAB. \quad (3.67)$$

$C := A^2 := \frac{(\eta^2 - \sin^2 \theta - \eta^4 \cos^2 \theta)^2}{(\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta)^4}$ ve $D := 2AB := \frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)][\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4 \cos^2\theta]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}[\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta]^4}$ olmak üzere lazer eşik koşulu şu şekilde dönüşür:

$$\left(\frac{\tilde{\mathbf{n}} - \mathbf{n}^2}{\tilde{\mathbf{n}} + \mathbf{n}^2} \right)^2 = C + iD. \quad (3.68)$$

Denklem (3.55)'i kullanarak üstel ifadede TWYM içerisindeki $\tilde{\mathbf{n}}$ etkin kırılma indisi yerine yazılır,

$$-2ik \cos \theta L \left(\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{\cos \theta} + \frac{i\eta\kappa}{\cos \theta \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} \right) = -2ikL \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \frac{2\eta\kappa kL}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}},$$

$$e^{-2ik_z \tilde{\mathbf{n}}L} = e^{\frac{2\eta\kappa kL}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} - 2ikL \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}. \quad (3.69)$$

Üstel ifadenin sanal kısmı $2ikL \sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} = i\beta$ olmak üzere, üstel ifadenin karesi alınır,

$$e^{\frac{-4kL\eta\kappa}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}} = |C + iD|^2 = (C + iD)(C - iD) = C^2 + D^2, \quad (3.70)$$

$$\frac{-4kL\eta\kappa}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} = \ln(C^2 + D^2). \quad (3.71)$$

D^2 ifadesi κ^2 gibi kuadratik terimler içerdiğinden ihmal edilir ve $D^2 = 0$ olur. Buradan, κ ifadesi aşağıda belirtildiği gibi bulunur,

$$\kappa = -\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{4kL\eta} \ln(C^2). \quad (3.72)$$

TWYM levha, spektral tekillik noktaları ile oluşan ve g parametresi ile ifade edilen bir

kazanç ortamında, g 'ye bağlı olarak topolojik bir lazer özelliği gösterir. Kazanç katsayısı g , κ parametresi ile ilişkilidir,

$$g = -2k\kappa = \frac{\eta^2 - \sin^2 \theta}{2L\eta} \ln(C^2), \quad (3.73)$$

$$g = \frac{2\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}}{L\eta} \ln \left(\frac{\eta^2 - \sin^2 \theta - \eta^4 \cos^2 \theta}{(\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos \theta)^2} \right). \quad (3.74)$$

Denklem (3.69)'deki üstel ifadenin sanal ve reel kısımları göz önünde bulundurularak aşağıdaki tanımlar yapılır.

$$e^{\alpha+i\beta} = C + iD, \quad (3.75)$$

$$e^{i\beta} = e^{-\alpha}(C + iD). \quad (3.76)$$

Bir karmaşık sayı ifadesi, küresel koordinatlarda $C + iD = Re^{i\Theta} = R \cos \Theta + iR \sin \Theta$ eşitliği ile ifade edilebilmektedir.

$$\begin{aligned} C &= R \cos \Theta, & D &= R \sin \Theta, \\ \Theta &= \tan^{-1}\left(\frac{D}{C}\right), & R &= \sqrt{C^2 + D^2}. \end{aligned}$$

Buradan, Θ faz açısı hesaplanır,

$$\begin{aligned} \Theta &= \tan^{-1} \left(\frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)][\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta][\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta} + \eta^2\cos\theta]^4}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}[\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta} + \eta^2\cos\theta]^4[\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta]^2} \right), \\ &= \tan^{-1} \left(\frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}(\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta)} \right). \end{aligned}$$

Denklem (3.18) dikkate alınarak $e^{i\beta} = Ce^{-\alpha}e^{i\Theta}$ ifadesi düzenlenir ve $i\beta$ ifadesi bulunur.

$$e^{i\beta} = e^{-\alpha} \left(\frac{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} - \eta^2 \cos^2 \theta}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta} + \eta^2 \cos^2 \theta} \right)^2 e^{i \tan^{-1} \left[\frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}(\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta)} \right]}, \quad (3.77)$$

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}(\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta)} \right). \quad (3.78)$$

(3.55) denklemi göz önünde bulundurulduğunda β , dalga sayısı k ile ilişkili olduğu görülür.

$$\beta = -2kL\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}, \quad (3.79)$$

$$k = -\frac{1}{2L\sqrt{\eta^2 - \sin^2 \theta}} \tan^{-1} \left(\frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}(\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta)} \right). \quad (3.80)$$

İfadeyi kısaltmak için $A' := \frac{4\eta\kappa[\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta)]}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}(\eta^2 - \sin^2\theta - \eta^4\cos^2\theta)}$ olsun. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ eşitliği kullanılarak dalga boyu hesaplanır. Topolojik bir lazer elde etmek için TWYM levha üzerine gönderilmesi gereken elektromanyetik dalga boylarının tespit edilebilmesi oldukça önemlidir. Bunun için, λ 'nın g ile ilişkisine bakılır,

$$\lambda = \frac{4\pi L\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}}{\tan^{-1} \left(\frac{4\eta\kappa(\eta^2 - 2\cos\theta(\eta^2 - \sin^2\theta))}{\sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta}} \right)}. \quad (3.81)$$

$g = -2k\kappa$ ve $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ eşitliklerini denklem (3.80)'de yerine koyarak λ ile g arasındaki ilişki aşağıda ifade edilmiştir,

$$g = \frac{4\pi}{A'\lambda} \tan \left(\frac{4\pi}{\lambda} \sqrt{\eta^2 - \sin^2\theta} \right). \quad (3.82)$$

Bu ifade bize TWYM levhadan TM modunda lazerleme yapılabilmesi için gerekli olan kazanç katsayısını göstermektedir. Görüleceği üzere kazanç katsayısı, geliş açısı θ , malzeme türünü gösteren η ve dalga boyu λ 'ya bağlı olarak değişir.

3.2. EĞİMLİ TWYM'DE ELEKTRONİK TAŞINIM ÖZELLİKLERİ

Grafen ve Weyl yarımetallerini de kapsayan Dirac malzemeleri, yüksek enerji fiziği ile düşük enerji fiziğini ortak bir zeminde buluşturarak yeni bir alan oluşturmaktadır [14]. Yerel dönüşümler altında fizik yasalarını değişmez bırakan ayar kuramı, bu iki alan içerisinde yararlı ve önemli bir köprü rolü üstlenmektedir. Fermiyon serbestlik dereceleri, parçacıklar arasındaki etkileşimlerin ayar alanları aracılığıyla ifade edilebileceğini göstermektedir.

Ayar değişmezliğine sahip Dirac denklemi, elektromanyetik potansiyelin bu fermiyon serbestlik derecelerine minimum düzeyde bağlı olmasını gerektirir [15, 17]. Bu durum, Dirac fermiyonlarının örgü yapısından kaynaklanan magnetizasyon, gerinim, fononlar gibi çeşitli fiziksel alanlara maruz kaldığı düşük enerjili yoğun madde sistemlerinde de geçerlidir [18–20].

Bu örgü serbestlik dereceleri, Dirac fermiyonları ile birleşir ve sonuç olarak fermiyonların dinamiklerini değiştirir. Örneğin, grafenin bal peteğine benzeyen örgü yapısının gerilerek elastik bir deformasyona uğraması, etkili Landau seviyeleri ve enerji boşluğu oluşturur ve sistemin iletkenlikten, topolojik yalıtkan rejime geçmesine neden olur [21–28]. Örgü yapısında gerçekleşen bu tarz modifikasyonlar, grafende olduğu gibi 3-boyutlu sistemler olan TWYM'nin de elektronik özelliklerini etkiler ve dış alanlar olmaksızın çeşitli anomalilerin ortaya çıkmasına yol açar [29–35].

TWYM üzerine dışarıdan mekanik tek eksenli bir gerilim uygulandığında, Dirac konisinde meydana gelen eğim sonucu TWYM'nin dispersiyon ilişkileri bozulur ve enerji spektrumu anizotropik hale gelir. Bu spektrum, önemli derecede Lorentz ve parçacık-boşluk simetrilerine uymayan, görelî düşük enerjili uyarılmaları ifade eder [36]. Dirac konisindeki bu eğim, Fermi hızının ve yoğunluğunun asimetric olmasına ve iletkenliğin oldukça anizotropik bir şekilde yöne bağlı olmasına neden olur [37, 38].

Diğer yandan Dirac konisinin manyetik alan ile yönelimi, elektriği manyetik rejimden ayırarak anomal Hall etkisi oluşturan başka bir içsel mekanizmanın kaynağını oluşturur [39, 40].

Kiral maddede her yerde bulunan ve kiral yoğunluktaki dengesizliği ifade eden kiral anomali, Eğimli TWYM'de küçük de olsa değişken bir davranış sergiler. Alan seçici anomali ve uzunlamasına manyeto-iletkenliğin işareti üzerindeki anlaşmazlıklar, Eğimli TWYM'de

anomali kaynaklı taşımada eğimin önemini gösterir [41, 42]. Homojen olmayan Eğimli TWYM, katıhal ortamlarında ortaya çıkan yer çekimi ve karadelik fiziğini incelemek için uygun bir platform vaat ettiği için son zamanlarda oldukça dikkat çekmektedir [45–49].

Tezimizin bu kısmında, konuma bağlı eğim parametresinin girdap ürettiğini ve kiral anomaliye ek katkılar sağladığını ve dönmeden kaynaklı topolojik bir akım olarak ortaya çıkan kiral girdap etkisini ürettiğini gösteriyoruz [50–53]. Üretilen vortisitinin manyetik alan ile benzerliği göz önünde bulundurulduğunda, harici bir manyetik alanla ilişkili benzer anomal etkileri üretmesi beklenir. Bununla birlikte, Weyl fermiyonlarının girdaplar ve manyetik alan ile eşleşmesindeki farklılık nedeniyle bu etkilerin doğasının birbirinden farklı olduğunu da gösteriyoruz [54, 55].

3.2.1. Eğimli TWYM için Hamiltoniyen ve Metriğin Hesaplanması

Bir TWYM sistemine mekanik bir pertürbasyon uygulandığında sistemin kristal ve kafes yapısında bir takım deformasyonlar meydana gelmesi sonucu enerji spektrumu anizotropik bir hale gelir. Weyl konilerindeki bu değişim eğim parametresi ile ifade edilerek hamiltonyene eklenir. Bu eğim parametresi, TWYM'nin homojenliğini bozarak hamiltonyenin zaman tersinme simetrisini kırar ve Weyl fermiyonlarının gözlemlenebilir yeni taşınım etkileri sergilemesine yol açar,

$$\mathbf{H}_\chi = v_F(\mathbf{p} - \chi\mathbf{p}_w) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \zeta_\chi(r) \cdot (\mathbf{p} - \chi\mathbf{p}_w). \quad (3.83)$$

Bu hamiltonyen, $\zeta_\chi = -\zeta_{-\chi}$ şartını sağlamak üzere $(0,0,\chi,p_w)$ noktalarında bulunan iki tane simetrik ve zıt hız parametresine sahip Weyl konisini ifade eder. Burada $\zeta = (\zeta_x, \zeta_y, \zeta_z)$ eğim parametresini, diğer bir deyişle eğim hızını, χ ise Chern sayısını temsil etmektedir. TWYM, ζ parametresi dikkate alınarak $\zeta < 1$ olduğu durumlarda Tip-1 sınıfı ve $\zeta > 1$ olduğu durumlarda ise Tip-2 sınıfı olarak Weyl konilerindeki eğrilik durumlarına göre birbirinden ayrılır. Tip-1 TWYM'de Weyl konisi çok az bir eğime sahipken bu eğim, Tip-2'de oldukça fazladır.

Weyl fermiyonları momentum uzayında hareket eder. ζ parametresi, bu momentum uzayının altında yatan geometri ile yakından ilişkilidir. Bu bağlantının anlaşılabilmesi için (3.83) denklemindeki hamiltonyenin son terimi, hız matrisi üzerindeki zamana benzer bir bileşen

olarak düşünüldüğünde hamiltonyen genel olarak şu formu alır:

$$\mathbf{H} = v_v^\mu \sigma^v p_\mu. \quad (3.84)$$

$v_\mu^a = (v_0^a, v_1^a, v_2^a, v_3^a)$ olmak üzere, $v_0^a = \zeta^a$ ve sadece $v_1^1 = v_2^2 = v_3^3 = v_F$ sıfırdan farklıdır. Hız matrisinin diyagonal olmayan elemanları ζ ile doğru orantılı olduğunda anizotropik hale gelir. Bu durumun uzayın geometrisi ile yakından bir bağlantısı vardır ve temel metriği etkiler [56]. Eğimli TWYM'nin Lagrangian yoğunluğu, bu bağıntıyı anlamak için önemlidir,

$$\mathcal{L} = \psi(i\sigma^\mu \partial_\mu + i\zeta(r) \cdot \nabla) \psi + c \cdot c. \quad (3.85)$$

Uzay-zaman $x^\mu = (v_F t, \mathbf{r})$ ve enerji momentumu $p^\mu = (\frac{1}{v_F} \epsilon, \mathbf{p})$ için dörtlü Pauli matrisleri $\sigma^\mu = (1, \boldsymbol{\sigma})$ olarak tanımlanır. Buna göre dörtlü türev de $\partial_\mu = (\frac{1}{v_F} \partial_t, \nabla)$ olarak verilir. Burada, η_{ab} Minkowski metriği olmak üzere, $g_{\mu\nu} = e_\mu^a e_\nu^a \eta_{ab}$ şeklinde yeniden düzenlenir,

$$g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -dt^2 + (d\mathbf{r} - \zeta dt^2)^2. \quad (3.86)$$

$\zeta = |\zeta|$ olmak üzere, metrik şu şekilde elde edilir :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - \zeta^2 & -\zeta_{-x} & -\zeta_{-y} & -\zeta_{-z} \\ -\zeta_{-x} & 1 & 0 & 0 \\ -\zeta_{-y} & 0 & 1 & 0 \\ -\zeta_{-z} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.87)$$

Bu metrik, gerilim sonucu sisteme eklenen bozuklukların uzay ve zaman bileşenlerini birbirine karıştıran metrik tensörü ve çerçeveleri oluşturduğunu gösterir. Burada tensör alanları olan e_ν^μ Lorentz düzlemleridir [57, 58] ve metriği yeniden tanımlar. Aynı zamanda $v_\mu^v = v_F e_\mu^v$ bağıntısı üzerinden anizotropik hız matrisi ile ilişkilidir.

Uzay- zaman bazı şu şekilde verilir :

$$e_\mu^v = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-\zeta}{v_F} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.88)$$

Böylece (3.88) denklemi, malzemelerin band yapısı ile tamamen tanımlanabilir. Uzay-

zaman yer değiştirmesi (3.86) ve altında yatan etkin $g_{\mu\nu}$ metriği, yer çekimi teorilerinde incelenen küresel yer çekimi kaynağındaki metriği anımsatır [47, 59–61]. Bunun yanı sıra etkin Floquet sistemlerinin dinamiklerinde de fark edilir [62]. Bu analogi, uzaysal pertürbasyonların varlığında Weyl fermiyonlarının dinamiklerini incelemek için yer çekimi teorilerinde kullanılan geometrik yaklaşımların benimsenmesini öne sürer. Böylece, konuma bağlı bir eğim parametresi varsayarsak, Weyl Lagrangianı $\mathcal{L} = \psi(i\sigma^\mu e_\mu^\nu D_\nu)\psi + c \cdot c$, eğri uzay-zamanda Dirac denkleminin Lagrangianı ile benzerlik gösterir. Kovaryant türevi,

$$D_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu - ieA_\mu, \quad (3.89)$$

elektromanyetik vektör potansiyeli $A_\mu = (\phi, \mathbf{A})$ 'dan oluşur. Bu çalışmada Γ_μ , genel görelilikte yerel Lorentz dönüşümleri tarafından oluşturulan bir ayar alanı olarak, hamiltonyende meydana gelen pertürbasyonlar (eğim parametresi) ve anizotropik dağılımlardan dolayı doğal bir şekilde ortaya çıkar [63].

3.2.2. Yol İntegrali Formülasyonu ile Weyl fermiyonları için Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Weyl fermiyonlarını temsil eden hamiltonyenin zaman içerisinde nasıl evrildiğinin anlaşılması, sistemi tanımlayabilmek açısından oldukça önemlidir. Weyl fermiyonlarının klasik olarak hareketini tanımlayabilmek için kuantumsal bir sistemde klasik bir limit elde edilmelidir. Bu klasik limiti elde etmek için yol integrali formülasyonu oldukça basit, açık ve kullanışlıdır.

Bu formülasyonda iki farklı uzay-zaman noktası arasında bir geçiş genliği tanımlanarak olası tüm konum ve momentum uzayındaki noktalar üzerinden toplam alınır ve geçiş genliğini integral ile temsil eden bir propagatör oluşturulur,

$$I = \int D[r] D[p] \exp(i \int_{t_i}^{t_f} (\mathbf{p} \cdot \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{H}) dt). \quad (3.90)$$

Bu propagatör zaman içerisinde hamiltonyenin nasıl evrildiği hakkında bilgi verir ve Weyl fermiyonlarının davranışının anlaşılmasına olanak sağlar. Eğim parametresine sahip Weyl

Hamiltonyeni şu şekilde verilir:

$$\mathbf{H} = \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \zeta(r) \cdot \mathbf{p}. \quad (3.91)$$

Klasik bir limit elde edebilmek için hamiltonyen, konum ve momentum uzayında yörünge üzerindeki her nokta için benzerlik dönüşümü ile köşegen hale getirilebilir,

$$U^\dagger(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \zeta \cdot \mathbf{p})U = v_F |\mathbf{p}| \sigma_z + \zeta \cdot \mathbf{p} = \varepsilon(\mathbf{p}). \quad (3.92)$$

$U(\mathbf{p})$, momentum durum spinörünün bir SU(2) dönüşünü tasvir eder ve kiralite bazına bir izdüşümü olan üniter bir matrisdir [37]. Hamiltonyenin sadece ilk terimini etkiler. Eğim parametresi spine bağlı olmadığı için köşegenleştirme işlemi hamiltonyenin son terimi üzerinde bir dönüşüm yapmaz. Başlangıç (p_i, t_i) ve bitiş (p_f, t_f) noktaları arasında hamiltonyen matrisini köşegenleştirirken üstel faktörle ifade edilen

$$e^{-i\delta t \mathbf{p}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}} \dots e^{-i\delta t \mathbf{p}_n \cdot \boldsymbol{\sigma}} e^{-i\delta t \mathbf{p}_{n-1} \cdot \boldsymbol{\sigma}} \dots e^{-i\delta t \mathbf{p}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}}$$

yol integralinin matrise bağlı kısmını göz önünde bulundurarak ardışık iki terim üzerinde köşegenleştirme işlemi uygulanır,

$$[U^\dagger(\mathbf{p}_n) e^{-i\delta t (\mathbf{p}_n \cdot \boldsymbol{\sigma})} U(\mathbf{p}_n)] U^\dagger(\mathbf{p}_n) U(\mathbf{p}_{n-1}) [U^\dagger(\mathbf{p}_{n-1}) e^{-i\delta t (\mathbf{p}_{n-1} \cdot \boldsymbol{\sigma})} U(\mathbf{p}_{n-1})], \quad (3.93)$$

$$= U^\dagger(\mathbf{p}_n) [e^{-i\delta t (\mathbf{p}_n \cdot \boldsymbol{\sigma})} e^{-i\delta t (\mathbf{p}_{n-1} \cdot \boldsymbol{\sigma})}] U(\mathbf{p}_{n-1}), \quad (3.94)$$

$$= e^{-\delta t |\mathbf{p}_n| \sigma_z} U^\dagger(\mathbf{p}_n) U(\mathbf{p}_{n-1}) e^{-i\delta t |\mathbf{p}_{n-1}| \cdot \sigma_z}. \quad (3.95)$$

$U(\mathbf{p}_{n-1})$, komşu noktası olan \mathbf{p}_n civarındaki sonsuz küçük bir $\delta \mathbf{p} = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}$ momentum ve $\delta \mathbf{p} = \dot{\mathbf{p}} \delta t$ bir zaman aralığında kuvvet serisi açılımıdır,

$$U(\mathbf{p}_{n-1}) = e^{\delta \mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}} U(\mathbf{p}_n). \quad (3.96)$$

$\delta_{\mathbf{p}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{p}_{n-1}}$ olmak üzere, Taylor açılımı köşegenleştirme işleminde yerine konulduğunda Berry bağıntısı elde edilir,

$$U^\dagger(\mathbf{p}_n) U(\mathbf{p}_{n-1}) = U^\dagger(\mathbf{p}_n) e^{\delta \mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{p}}} U(\mathbf{p}_n) = 1 + \delta_{\mathbf{p}} \cdot U^\dagger(\mathbf{p}_n) \nabla_{\mathbf{p}} U(\mathbf{p}_n). \quad (3.97)$$

Berry bağıntısı $\mathbb{A} = \mathbb{A}(\mathbf{p}) = iU^\dagger(\mathbf{p}_n)\nabla_{\mathbf{p}}U(\mathbf{p}_n)$ ifadesi ile verilir. Bu ayar terimi, köşegenleştirme işleminin doğal bir sonucu olarak ortaya çıkar ve iki karşıt kiral Weyl parçacığı birer monopol ve anti-monopol olarak görülür [51],

$$1 + -i\delta_{\mathbf{p}} \cdot \mathbb{A}(\mathbf{p}) \approx e^{-i\delta_{\mathbf{p}} \cdot \mathbb{A}}. \quad (3.98)$$

Berry bağıntısı da yerine konulduğunda ardışık iki nokta arasındaki köşegenleştirme işlemi sonucunda Berry fazı elde edilir. Berry alanı (eğriliği) $\Omega_{\mathbf{b}} = \nabla_{\mathbf{p}} \times \mathbb{A}$ olmak üzere Berry bağıntısının rotasyonelinden türer. O halde, elektromanyetik potansiyelin varlığında Lagrangian aşağıdaki şekilde ifade edilir [51, 64, 65],

$$\mathcal{L} = (\mathbf{p} - \mathbf{A}) \cdot \dot{\mathbf{r}} - v_F |\mathbf{p}| \sigma_z - \zeta \cdot \mathbf{p} - \mathbb{A} \cdot \dot{\mathbf{p}} + \phi. \quad (3.99)$$

Serbest koordinatlar $\dot{\mathbf{r}}$ olmak üzere, sistemin serbestlik derecesi ikidir. Burada, $\mathbf{v}_{\mathbf{p}} = v_F \hat{\mathbf{p}}$ bandtaki yük taşıyıcısının hızıdır ve Lagrangian türevlenerek hareket denklemleri elde edilir,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{p}}} = -\mathbb{A}, \quad (3.100)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{p}} = \dot{\mathbf{r}} - \zeta - \mathbf{v}_{\mathbf{p}} - \nabla_{\mathbf{p}}(\mathbb{A} \cdot \dot{\mathbf{p}}), \quad (3.101)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{p}}} = -\dot{\mathbb{A}}, \quad (3.102)$$

$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{p}}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{p}} = 0$ denkmini kullanarak birinci hareket denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$-\dot{\mathbb{A}} - \dot{\mathbf{r}} + \zeta + \mathbf{v}_{\mathbf{p}} + \nabla_{\mathbf{p}}(\mathbb{A} \cdot \dot{\mathbf{p}}) = 0. \quad (3.103)$$

Burada, $\nabla_{\mathbf{p}}(\mathbb{A} \cdot \dot{\mathbf{p}}) = (\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\mathbb{A} + \dot{\mathbf{p}} \times (\nabla_{\mathbf{p}} \times \mathbb{A})$ özdeşliği düzenlenirse ilk teriminin açılımı $\dot{\mathbb{A}}(\mathbf{p}) = (\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}})\mathbb{A}$ ve son terimi ise Berry alanıdır,

$$-\dot{\mathbb{A}} - \dot{\mathbf{r}} + \zeta + \mathbf{v}_{\mathbf{p}} + \dot{\mathbb{A}} + \dot{\mathbf{p}} \times \Omega_{\mathbf{b}} = 0, \quad (3.104)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_{\mathbf{p}} + \dot{\mathbf{p}} \times \Omega_{\mathbf{b}} + \zeta. \quad (3.105)$$

Aynı şekilde, ikinci serbest koordinat için Lagrangian türevlenir. Eğer eğim parametresi

kaldırılırsa standart hareket denklemleri elde edilir,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}_i} = p_i - A_i, \quad (3.106)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{r}_i} = -\frac{\partial A_j}{\partial r_i} \dot{r}_j - p_j \frac{\partial \zeta_j}{\partial r_i} + \frac{\partial \phi}{\partial r_i}, \quad (3.107)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{r}}} = \dot{p}_i - \dot{A}_i. \quad (3.108)$$

Türevler yerine koyularak, anomal hareket denklemi elde edilir,

$$\dot{p}_i - \dot{A}_i + \frac{\partial A_j}{\partial r_i} \dot{r}_j + p_j \frac{\partial \zeta_j}{\partial r_i} - \frac{\partial \phi}{\partial r_i} = 0. \quad (3.109)$$

$\dot{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + (\dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) \mathbf{A}$ eşitliği (3.109) denkleminde yerine koyulur,

$$\dot{p}_i - \frac{\partial A_i}{\partial t} - \dot{r}_j \frac{\partial A_i}{\partial r_j} + \frac{\partial A_j}{\partial r_i} \dot{r}_j + p_j \frac{\partial \zeta_j}{\partial r_i} - \frac{\partial \phi}{\partial r_i} = 0, \quad (3.110)$$

$$\dot{p}_i - \left(\frac{\partial A_i}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial r_i} \right) - \dot{r}_j \epsilon_{ijl} (\nabla \times \mathbf{A})_l + p_j \frac{\partial \zeta_j}{\partial r_i} = 0, \quad (3.111)$$

$$\dot{p}_i - \mathbf{E} - (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B})_i + \frac{\partial}{\partial r_i} (\zeta_j \cdot p_j) = 0, \quad (3.112)$$

$$\dot{\mathbf{p}} - \mathbf{E} - (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) + \nabla_{\mathbf{r}} (\zeta \cdot \mathbf{p}) = 0. \quad (3.113)$$

Eşitlik düzenlenerek $\dot{\mathbf{p}}$ ifadesi yalnız bırakılır,

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{E} + (\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) - \nabla_{\mathbf{r}} (\zeta \cdot \mathbf{p}), \quad (3.114)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -[e\mathbf{E} + e(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) + \nabla_{\mathbf{r}} (\zeta \cdot \mathbf{p})], \quad (3.115)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) - \nabla_{\mathbf{r}} (\zeta \cdot \mathbf{p}). \quad (3.116)$$

$\nabla_{\mathbf{r}} (\zeta \cdot \mathbf{p}) = (\mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) \zeta + \mathbf{p} \times (\nabla_{\mathbf{r}} \times \zeta)$ özdeşliğinden yararlanılırsa, burada $(\nabla_{\mathbf{r}} \times \zeta) = \boldsymbol{\omega}$ ifadesi girdap etkisini tanımlar. Son terim ise $(\mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) \zeta = \langle v_i v_j \rangle \partial_j \zeta_j = \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \zeta = 0$ 'dır,

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) - \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}. \quad (3.117)$$

Burada $\boldsymbol{\omega}$, homojen olmayan eğim parametresi tarafından üretilir ($\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \zeta$). Diğer yandan $\dot{\mathbf{p}}$ ifadesi, TWYM'nin kristal yapısındaki pertürbasyonlar sonucu Weyl fermiyonlarının üzerine etkileyen kuvveti ve $\nabla \zeta = \partial_{r_i} \zeta_j$ olan Jacobian matrisini üretir [66]. Elde edilen

anomali hareket denklemlerinin son terimleri olan ζ ve ω , bu çalışmanın en önemli sonuçlarıdır.

Burada ω , sistemin homojen olmama durumunu temsil eden ζ parametresine bağlı olarak parçacığın üzerine etkiyen bir kuvvettir. Manyetik alan ile benzerlik gösteren bu kuvvet, kiral tepki ve rotasyonel bir sistem olarak bilinen kiral girdap etkisini üretebilir [51].

3.2.3. Anomal Hareket Denklemlerinin Çözümü

Sistemi ifade eden hareket denklemleri, eğim ve Berry alanından kaynaklı düzeltmelerde eklenerek aşağıda belirtildiği gibi elde edilir,

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_p + \dot{\mathbf{p}} \times \Omega_b + \zeta, \quad (3.118)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e(\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) - \mathbf{p} \times \omega. \quad (3.119)$$

Anomal hareket denklemleri görüldüğü üzere birbirine bağlı olduğundan ilk olarak (3.119) denklemi, (3.118) denkleminde yerine koyulur ve anomal hız ifadesi bulunur,

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_p + (-e\mathbf{E} - e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} - \mathbf{p} \times \omega) \times \Omega_b + \zeta, \quad (3.120)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_p + (-e\mathbf{E} \times \Omega_b - e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} \times \Omega_b - \mathbf{p} \times \omega \times \Omega_b) + \zeta. \quad (3.121)$$

Berry alanı, parantez içindeki her bir ifade ile vektörel olarak çarpıldığında, ikinci terim olan hız vektörü ($\dot{\mathbf{r}}$) ile manyetik alanın (\mathbf{B}), Berry alanı (Ω_b) ile vektörel çarpımı aşağıdaki eşitlik ile ifade edilebilir,

$$(e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) \times \Omega_b = -\Omega_b \times (e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B}) = -(\Omega_b \cdot \dot{\mathbf{r}}) \cdot \mathbf{B}. \quad (3.122)$$

$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_p = \mathbf{v}_F \hat{\mathbf{p}}$ ifadesi band hızını temsil etmek üzere (3.122) eşitliği, (3.121) denkleminde yerine koyularak $\dot{\mathbf{r}}$ tanımlanır,

$$(1 + e\Omega_b \cdot \mathbf{B}) \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_p - e\mathbf{E} \times \Omega_b + e(\Omega_b \cdot \hat{\mathbf{p}}) \cdot \mathbf{B} - \mathbf{p} \times \omega \times \Omega_b + \zeta. \quad (3.123)$$

Benzer şekilde, $\dot{\mathbf{p}}$ ifadesini bulmak için (3.118) denklemi (3.119)' de yerine koyulur,

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e[(\mathbf{v}_p + \dot{\mathbf{p}} \times \Omega_b + \zeta) \times \mathbf{B}] - \mathbf{p} \times \omega, \quad (3.124)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e[\mathbf{v}_p \times \mathbf{B} + (\dot{\mathbf{p}} \times \Omega_b) \times \mathbf{B} + \zeta \times \mathbf{B}] - \mathbf{p} \times \omega. \quad (3.125)$$

Parantez içerisindeki her bir terim manyetik alan (\mathbf{B}) ile vektörel olarak çarpıldığında, parantezin içindeki ikinci terim aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$(\dot{\mathbf{p}} \times \Omega_b) \times \mathbf{B} = (\dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{B})\Omega_b - (\Omega_b \cdot \mathbf{B})\dot{\mathbf{p}}. \quad (3.126)$$

Momentumun türevi elektrik kuvvetini verir ve bir yükün elektrik alan ile çarpımına eşittir ($\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}_e = e\mathbf{E}$). (3.126) denklemi, (3.124)'de yerine koyularak $\dot{\mathbf{p}}$ tanımlanır,

$$(1 + e\Omega_b \cdot \mathbf{B})\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{E} - e(\mathbf{v}_p \times \mathbf{B}) - e^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\Omega_b - \zeta \times \mathbf{B} - \mathbf{p} \times \omega. \quad (3.127)$$

Berry alanına bağlı anomali terimleri $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ için kinetik denklem kullanılarak, akım gibi sistemin taşınım özellikleri aşağıdaki integral ile hesaplanabilir :

$$\mathbf{J} = -e \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (1 + \Omega_b \cdot \mathbf{B}) \dot{\mathbf{r}} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (3.128)$$

3.2.4. BTE (Yarı-klasik Boltzmann Denklemi)'nin Çözümü

BTE'nin çözümü, denge noktası etrafında dışarıdan sisteme uygulanan harici alanlar (elektrik ve manyetik alan gibi) ve düzensiz saçılmaların oluşturduğu küçük sapmaları anlayabilmek için oldukça önemlidir. ω 'dan kaynaklı girdap etkisinin yarattığı anomaliyi hesaplayabilmek için, anomal hareket denklemleri kullanılarak BTE çözülür,

$$\partial_t f + \dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = - \left(\frac{\delta f}{\tau} \right). \quad (3.129)$$

Burada τ , relaksasyon zamanını, f_{eq} sistemin dengedeki durumunu ve $\delta f = f - f_{eq}$ denge miktarındaki küçük sapmayı ifade eder. $\delta f \ll f - f_{eq}$ olduğu durumda $f = \delta f + f_{eq}$ olmak üzere (3.129)'de yerine yazılır,

$$\partial_t (\delta f + f_{eq}) + \dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} (\delta f + f_{eq}) + \dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} (\delta f + f_{eq}) = - \left(\frac{\delta f}{\tau} \right). \quad (3.130)$$

Burada δf çok küçük olduğundan zamana, konuma ve momentuma bağlı türevleri sıfır olur. Ayrıca, denge durumlarının zamana göre türevi de $\partial_t f_{eq} = 0$ olur,

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_{eq} + \dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_{eq} = - \left(\frac{\delta f}{\tau} \right). \quad (3.131)$$

Eğimli TWYM için zaman içerisinde denge durumlarındaki sapmaların sadece $\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}}$ (kuvvet)'e bağlı olduğu kabul edilirse,

$$\tau(\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_{eq}) = -\delta f = -(f - f_{eq}), \quad (3.132)$$

$$f = f_{eq} - \tau(\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f_{eq}). \quad (3.133)$$

Denge durumundaki f_{eq} (Boltzmann dağılım fonksiyonu)'nun zamana göre türevi şu şekildedir :

$$\nabla_{\mathbf{p}} f_{eq} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial f_{eq}}{\partial \varepsilon} = \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varepsilon} \right). \quad (3.134)$$

(3.134) denklemini, (3.133)'de yerine konulduğunda Boltzmann denkleminin genel çözümü elde edilir,

$$\delta f = -\tau \dot{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial \varepsilon} \right). \quad (3.135)$$

$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}}$ (anomali kuvvet) çözümü (3.127), Boltzmann denkleminin genel çözümünü veren (3.135)'de yerine yazılır ve Eğimli TWYM için Boltzmann denkleminin özel çözümü elde edilmiş olur,

$$\delta f = \tau \frac{e\mathbf{E} + e(\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{B}) + e^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\Omega_{\mathbf{b}} + \boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{B} + \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}}{1 + e\Omega_{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{B}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial \varepsilon} \right). \quad (3.136)$$

Her bir ifade $\mathbf{v}_{\mathbf{p}}$ (band hızı) ile çarpıldığında sağdan ikinci terim vektörel çarpımın özelliklerinden $e(\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{v}_{\mathbf{p}} = 0$ olur. Mutlak sıfır sıcaklığında ise $\delta f \approx \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$ olmak üzere TWYM için Boltzmann denkleminin çözümünün son hali aşağıdaki gibidir :

$$\delta f = \tau \frac{[e\mathbf{E} + e^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\Omega_{\mathbf{b}}] \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}} + [\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{B} + \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}] \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}}}{1 + e\Omega_{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{B}} \delta(\varepsilon - \varepsilon_F). \quad (3.137)$$

İlk terim $[e\mathbf{E} + e^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\Omega_{\mathbf{b}}] \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}}$ Hall elektrik iletkenliğidir. Bu çalışmada $\boldsymbol{\zeta}$ ve Berry eğriliğinden kaynaklı olan ikinci terimin sonuçları sorgulanarak ilerleyen bölümlerde detaylı

şekilde ele alınmıştır.

3.2.5. Süreklilik Denkleminin Elde Edilmesi

Denge noktası olarak iletim bandlarının çakıştığı nokta olan Weyl noktalarının civarında Berry eğriliğinden kaynaklı bir çevrim oluşur ve bu kapalı çevrimlere vadi adı verilir. Tek bir vadinin etrafında meydana gelen saçılmaların vadiler arasındaki saçılmalara kıyasla $\tau_{inter} \gg \tau_{intra}$ daha durgun olduğu farz edilirse, dağılım fonksiyonunun dengede olmayan kısmı üzerinde vadiler (iki Weyl noktası) arası saçılmalar belirleyici olacaktır. Berry eğriliği ve anomali hız momentumunun türevi, $\nabla_p \rightarrow \dot{\mathbf{r}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon}$ ile tekrardan tanımlanarak, tek bir Weyl noktası ($\tau \rightarrow \infty$) çevresindeki Weyl fermiyonları için bir korunum yasası elde etmek amacıyla BTE'nin her bir teriminin integrali alınır,

$$\int [d^3 \mathbf{p}] = \int_0^{\mathbf{p}^F} p^2 dp \times \int_0^\pi \sin \theta d\theta \times \int_0^{2\pi} \phi d\phi \times \frac{1}{1 + (\boldsymbol{\Omega}_b \cdot \mathbf{B})}. \quad (3.138)$$

İntegralin ilk terimi momentum uzayı üzerinden radyal integrali, ikinci ve üçüncü terimler ise katı açığı temsil eder,

$$\int [d^3 \mathbf{p}] \partial_t f + \int [d^3 \mathbf{p}] (\dot{\mathbf{r}} \cdot \nabla_r f) + \int [d^3 \mathbf{p}] (\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_p f) = \int [d^3 \mathbf{p}] \left(-\frac{\delta f}{\tau} \right). \quad (3.139)$$

Birinci integral $\int [d^3 \mathbf{p}] f = n$, elektron dağılım fonksiyonunu verir. İkinci integralde $\int [d^3 \mathbf{p}] (\dot{\mathbf{r}} f) = \mathbf{J}$ ifadesi akımı temsil eder,

$$\partial_t n + \nabla_r \cdot \mathbf{J} + \int [d^3 \mathbf{p}] (\dot{\mathbf{p}} \cdot \nabla_p f) = \int \left(-\frac{\delta f}{\tau} \right). \quad (3.140)$$

Denklemdaki üçüncü integrali çözmek için (3.127) denklemini, (3.140)'de yerine koyulur,

$$\int [d^3 \mathbf{p}] (-e\mathbf{E} - e\mathbf{v}_p \times \mathbf{B} - e^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\boldsymbol{\Omega}_b - \boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{B} - \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \nabla_p f. \quad (3.141)$$

Her bir ifade için integral hesabı yapıldığında parantez içerisindeki üçüncü ve son terim dışındaki diğer tüm integrallerin sıfır olduğu görülür,

$$-e^2 \int [d^3 p] ((\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\boldsymbol{\Omega}_b - \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right). \quad (3.142)$$

İntegralin birinci terimi aşağıdaki gibi bulunur,

$$-e^2 \int [d^3 \mathbf{p}] (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \Omega_{\mathbf{b}} \nabla_{\mathbf{p}} f = -e^2 (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) \int [d^3 \mathbf{p}] (\Omega_{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{v}_{\mathbf{p}}) \left(\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right), \quad (3.143)$$

$$= \frac{-\chi e^2}{6\pi^2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}). \quad (3.144)$$

Aynı şekilde son terimde hesaplanabilmesi için anomal hız denkleminin çözümü olan (3.123) denklemi, (3.142)'de yerine koyulduğunda, denklemin ikinci terimi dışındaki diğer integrallerin sıfır olduğu görülür,

$$\int [d^3 \mathbf{p}] (\mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}) \cdot \dot{\mathbf{r}} \left(\frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \right) = \int [d^3 \mathbf{p}] (\mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega}) (e\mathbf{E} \times \Omega_{\mathbf{b}}) \left(-\frac{\delta f}{\tau} \right), \quad (3.145)$$

$$= \frac{\chi e \mu}{12\pi^2 v_F^2} (\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\omega}). \quad (3.146)$$

Bulunan sonuçlar (3.50)'de yerine konulduğunda χ topolojik kiral yük ve μ kimyasal potansiyeli cinsinden süreklilik denklemi elde edilir,

$$\partial_t n + \nabla_r \cdot \mathbf{J} = \frac{\chi e^2}{6\pi^2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}) + \frac{\chi e \mu}{12\pi^2 v_F^2} (\mathbf{E} \cdot \boldsymbol{\omega}). \quad (3.147)$$

Denklemin sağ tarafındaki terimler kuantum anomalileri ve Berry alanından dolayı yük korunumunun bozulduğunu gösterir. Denklemin sağ tarafındaki ilk terim, χ kiral yüküne sahip bir monopol olan Weyl vadisine, dışardan değişken bir alan uygulandığında meydana gelen kiral anomaliyi ifade eder. Bu durum, üç boyutlu Dirac spektrumuna sahip kiral fermiyonların davranışı ile ilgilidir [67]. Manyetik alan yönünde vadiler arasında meydana gelen yük akışına bağlı bir akım oluşur, ancak topolojik kiral yük korunmaz. Bu olaya KME (kiral manyetik etki) adı verilir. Kiral yükün korunumu, vadiler arasında uygulanan manyetik alana zıt yöndeki kiral saçılmalar ile sağlanabilir [66, 68].

Denklemin sağındaki son terim ise Eğimli TWYM'de daha önceki çalışmalarda keşfedilmemiş yepyeni bir etkiyi tanımlar ve bu çalışmanın en önemli bulgusudur. Bu terim homojen olmayan bir dış pertürbasyondan kaynaklanan ve kiral anomaliğe katkıda bulunan yeni bir anomal etkiyi tanımlar. Bu anomal terim, elektromanyetik alanların ve girdaplar gibi geometrik bir bileşenin etkileşimi ile oluşan bir karışım etkisidir ve KGE (Kiral Girdap Etkisi)'ni oluşturur.

Girdaplar, görelî akışkan mekaniğinde parçacıkların hareketinin ve hidrodinamik limitte iyi belirlenmiş parçacık miktarının özelliği olarak tanımlanabilir [69]. Girdaplardan kaynaklı oluşan akımlar da hidrodinamik limitte Son [70] tarafından tartışılmıştır.

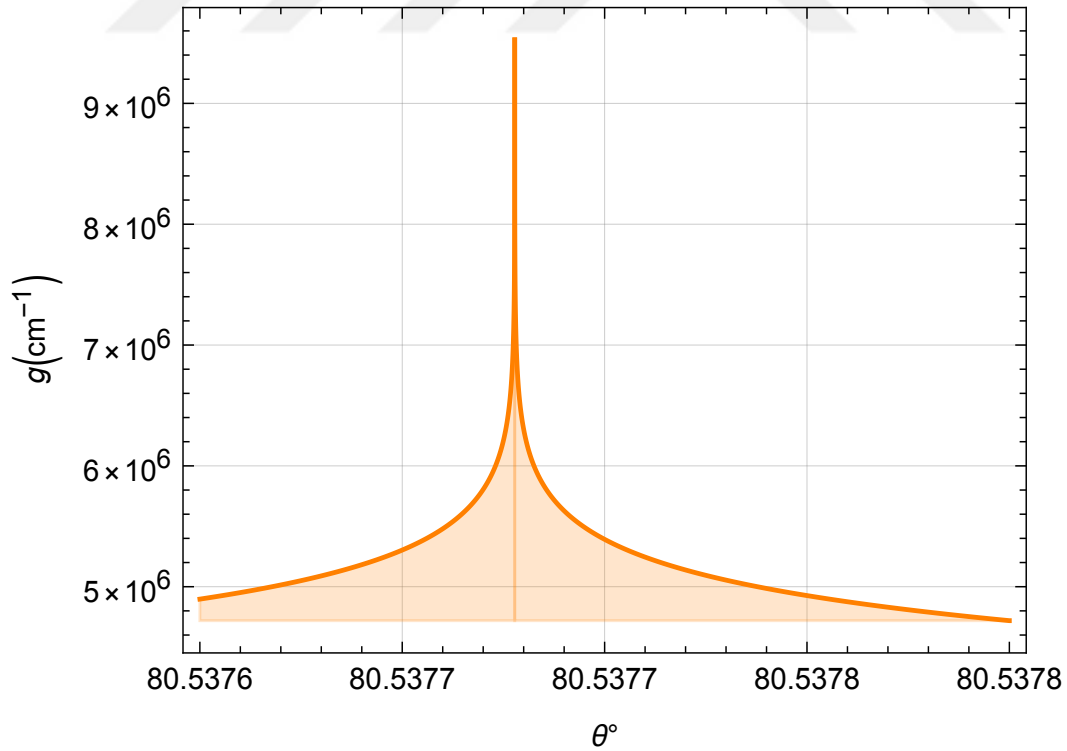
Diğer bir yandan Stephanov [51]'de, zayıf dış alanların oluşturduğu dinamikler doğrultusunda girdap kaynaklı akımların sistemin dengede olmadığı sınır koşullarında rahatlıkla farkedilebileceğine dikkat çekmiştir. Bu limitte girdap, belirli bir bölgedeki parçacıkların laboratuvara göre dönüşünün açısal hızı olarak yeniden yorumlanabilir. O halde, KME etkisiyle bir analogi kurulur ve Lorentz kuvvetinin yerine Coriolis kuvveti konularak ($\frac{\mu}{v_F} \omega \rightarrow e\mathbf{B}$) KGE etkisi için bir genelleştirme yapılır. Böylece, dönen bir referans sistemi çerçevesinde sıfır sıcaklık noktası için Eğimli TWYM'de KGE etkisinin daha iyi anlaşılabilmesi mümkün hale gelir.

Diğer bir yandan denklem (3.147) bunun aksine, girdapların bölgesel olan ζ parametresine bağlı olarak kiral fermiyonların doğal bir hareketi sonucu oluşabileceğini öne sürmektedir. Bu nedenle, Eğimli TWYM için KGE etkisi dışarıdan herhangi bir alan uygulanmasına gerek kalmadan sadece bölgesel ζ parametresi ile meydana gelen bir anomal etkidir.

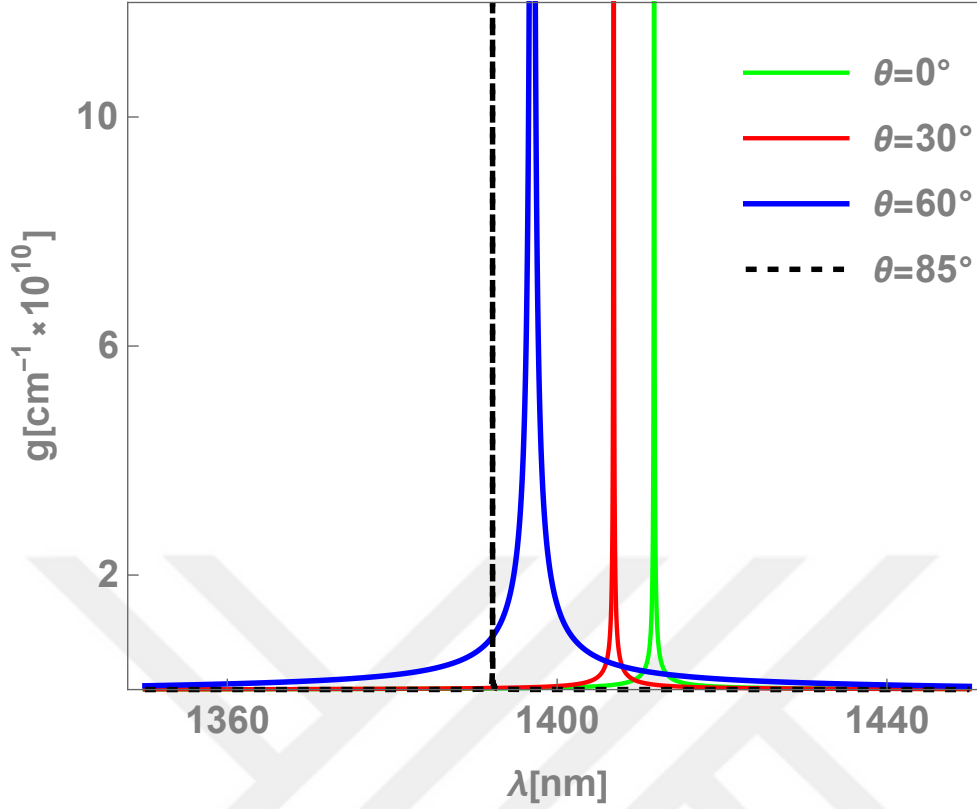
4. BULGULAR

4.1. BİR TWYM LAZERİ OLUŞTURMAK İÇİN GEREKLİ PARAMETRELERİN YORUMLANMASI

Denklem (3.74)'de parantez içerisindeki rasyonel ifadenin pay kısmı dikkate alındığında, $\eta^2 - \sin^2 \theta - \eta^4 \cos^2 \theta = 0$ denkleminin çözümü $\theta_B = 80.537$, Brewster açısını verir. Kazanç, Brewster açısında sonsuza gider. Bir lazer ortamında, ortamın malzeme içerisindeki elektromanyetik dalganın gücünü artırabilme kapasitesini g (kazanç) değeri belirler. Malzeme içerisindeki kazanç ortamı, elektromanyetik dalganın optik gücünü artırmasına bağlı olarak lazer davranışı sergilemesine neden olduğundan, topolojik lazer oluşturmak için uygun dalga boylarının hesaplanmasında g 'nin oldukça küçük değerlerinin saptanması oldukça önemlidir. Bu nedenle Brewster açısının olduğu bölgelerde lazer davranışı gözlenmez.



Şekil 4.1: $\theta_B = 80.5377^\circ$ açısında, kazancın sonsuza gittiği görülmektedir.



Şekil 4.2: TWYM yüzeyinde lazer etkisinin gerçekleşmesi için gerekli dalgalıboyları, açı ve kazanç katsayısına bağılı olarak gösterilmektedir.

TWYM yüzeyine gönderilen elektromanyetik dalgalıboyları ile ortamın kazanç değerini temsil eden g arasındaki ilişkiyi analiz edebilmek için θ değerleri sabit tutulmalıdır. Böylece, λ değerlerinin g üzerindeki etkisi doğrudan gözlemlenebilir.

θ açısı sabit tutularak g 'nin λ 'ya göre nasıl değiştii incelendiğinde, TWYM levha için lazer eşik koşulunu sağlayan λ değerleri **Şekil 4.2:**'de açıkça görülmektedir. Bu grafiklerde sonsuza giden eğriler farklı dalga boylarındaki Brewster açılarını göstermektedir. Bu değerler aslında lazerlemenin gözlemlenmediği değerlerdir. Bu açıları haricindeki diğer açılarda lazerleme etkileri görülebilmektedir. Kazanç ortamının sağladığı katkıya bağılı olarak soğurulan (iletlen) düzlem dalgalıların malzeme içerisindeki iç yansımalarından dolayı genlikleri artar ve lazer eşik koşuluna ulaştıklarında TWYM yüzeyinde lazer etkisi gerçekleşir.

Şekil 4.2:'de görüldüğü üzere, geliş açısı $\theta = 60^\circ$ iken TWYM levhanın lazer davranışı sergileyebilmesi için uygun dalgalıboyları 1380-1400 aralığı dışındadır. Bu aralıktaki dalgalıboyları kullanılarak kazanç değeri g , kademeli bir şekilde artırılarak kontrol edilebilir. Kazanç katsayısının büyümesi ise lazer için istenilmeyen durumdur.

θ açısı arttıkça g 'yi sonsuza götüren dalgaboyu aralığı azalmaktadır ve $\theta^\circ = 85^\circ$ değerinde tek bir dalgaboyu değerinde g aniden sonsuza gider. Bunun sebebi, açı değerinin Brewster açısından büyük olmasıdır.

4.2. GİRDAP ETKİSİ

Çalışmadaki bulgulardan yola çıkarak girdap etkisinden kaynaklı iki tane yeni taşınım fenomeni öngörülmektedir. Bunlardan birisi daha önceki bölümlerde bahsedilen KGE, diğeri ise Anomal Girdap Hall etkisidir.

4.2.1. KGE (Kiral Girdap Etkisi)

Anomal hız denkleminin çözümü (3.123) ele alındığında, ilk terim olan \mathbf{v}_p hariç diğer tüm terimlerin Berry eğriliğinden kaynaklanan düzeltmeler olduğu açıkça görülür. Ayrıca, anomal hızın girdaptan kaynaklı kısmı $\mathbf{v}_\omega = \frac{\omega - (\omega \cdot \hat{\mathbf{p}})\hat{\mathbf{p}}}{2p}$ momentum uzayında bir dipol moment üretir. Bu hız ifadesi denklem (3.128)'deki akım formülünde yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir :

$$\mathbf{J} = \frac{e^2 \mathbf{B}}{4\pi^2} \int_0^\mu d\varepsilon f_{eq} + \frac{e\omega}{6\pi^2} \int_0^\mu \varepsilon d\varepsilon f_{eq}. \quad (4.1)$$

Düşük sıcaklıkta $f_{eq}\theta(\varepsilon - \mu)$, ve θ adım fonksiyonu olmak üzere, manyetik alana tepki olarak meydana gelen enerji kaybına yol açmayan korunumlu akımlar ile girdap kaynaklı akımlar şu şekilde verilir:

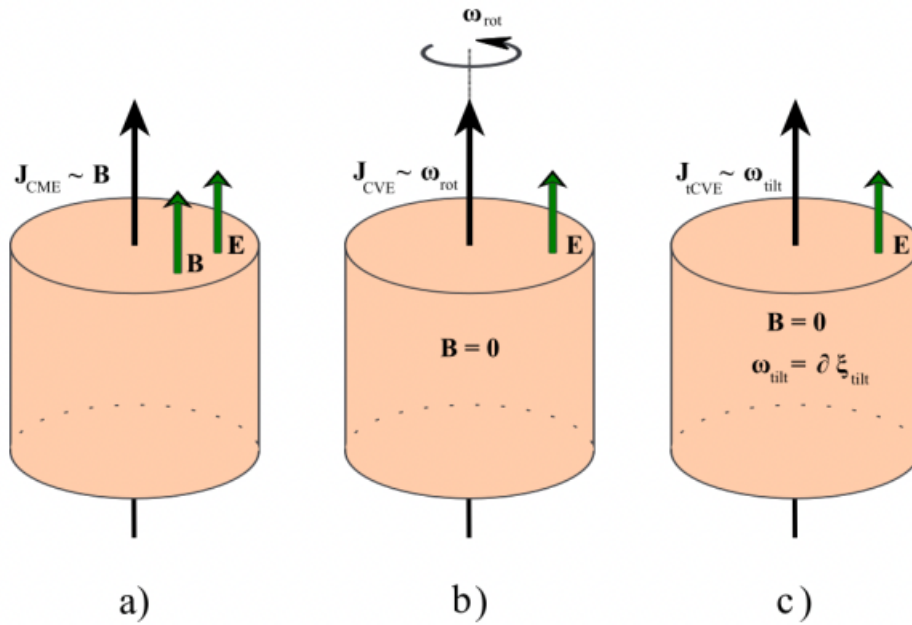
$$\mathbf{J}_{CME} = \frac{e^2 \mu}{4\pi^2} \mathbf{B}, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{J}_{ICVE} = \frac{e\mu}{12\pi^2} \boldsymbol{\omega}. \quad (4.3)$$

Bu denklemlerin her ikisi de enerji kaybına yol açmayan korunumlu denge akımlarıdır ve katsayılarında τ 'ya bağıllık bulunmadığından dışarıdan uygulanan pertürbasyonlara karşı dayanıklıdır. Denklem (4.2), dışarıdan uygulanan harici bir manyetik alana Weyl fermiyonlarının verdiği tepki sonucu oluşan KME'dir. Diğer bir yandan denklem (4.3), kristal yapıda meydana gelen modifikasyonların ürettiği etkili bir unsur olan KGE'dir.

Burada KGE ile küresel dönme [50] ve dairesel polarize kiral fermiyonlar sonucu oluşan girdap etkisi [71] birbirinden ayrılmalıdır. Dışardan harici uygulanan manyetik alan, dönen bir referans sistemi çerçevesinde ele alınan bu iki açısal hız üzerinde etkili olarak, meydana gelen kiral akımın dönme eksenini boyunca akmasına neden olur [51].

Bu kiral akımın ana kaynağı ise (4.3)'de kristal yapıda gerçekleşen deformasyonların sebep olduğu girdap tensörü $\omega_l = \varepsilon_{ijl} \partial_j \zeta_j$ ile buna bağlı olarak homojen olmayan ζ parametresidir.



Şekil 4.3: Kiral Manyetik Etki (KME), Kiral Girdap Etkisi (KGE) ve eğim tarafından üretilen Kiral Girdap Etkisi (t-CVE)'nin karşılaştırılması şemada gösterilmiştir. Şekil (a), bir Weyl malzemesinde birbirine paralel E ve B varlığında manyetik alan doğrultusunda ve orantılı net bir akımın meydana getirdiği KME'yi gösterir. Şekil (b)'de küresel bir dönüşü maruz kalan kiral bir maddede KGE'nin gözlenmesine ilişkin Stephanov önerisi gösterilmiştir. Bu durumda açısal momentum ω_{rot} harici manyetik alanın rolünü taklit eder ve böylece onunla birlikte net bir yük akımı içerir. Şekil (c)'de ise eğim hızının rotasyonelinin etkili bir manyetik alan gibi davrandığı eğim parametresinden kaynaklı ortaya çıkan KGE tasvir edilmektedir. Şekil (c)'de ise eğim hızının rotasyonelinin etkili bir manyetik alan gibi davrandığı, eğim parametresinden kaynaklı ortaya çıkan KGE gösterilmektedir. Sistemin parametreleri ayarlanarak girdap, dış elektrik alan ile aynı yönde seçilirse bu durum sözde bir manyetik (pseudomanyetik) etkinin ortaya çıkarak elektrik alan ve girdap ile paralel yönde net bir akımın oluşmasına sebep olur.

4.2.2. Anomal Girdap Hall Etkisi

Boltzmann denkleminin elektrik alanının birinci mertebesi için çözümü aşağıdaki şekilde yazılır,

$$\delta f = \frac{e\tau \left(\mathbf{E} + \tau(\omega_c \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{B}|} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{E} \right) \cdot \mathbf{v} \left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \right)}{1 + \tau^2 \omega_c^2}. \quad (4.4)$$

Bu denklem özellikle denge durumunda ve homojen olan sistemin denge durumunda olmayan kısmını temsil eder. $\omega_c = \frac{ev^2 B}{\epsilon}$ siklotron frekansdır [16]. Sırasıyla ikinci ve üçüncü terimlerdeki siklotron frekansı ω_c ile girdap $\boldsymbol{\omega}$ arasındaki benzerlik hemen fark edilir. Bu, $\mathbf{B}_5 = \frac{\epsilon_F}{ev_F^2} \boldsymbol{\omega}$ ile orantılı yeni bir pseudomanyetik alanın ortaya çıktığını ve dolayısıyla harici bir manyetik alanın yokluğunda yeni bir Hall etkisinin ortaya çıktığını gösterir.

Denge durumunda olmayan kısmı gösteren bu dağılımı akım formülü (3.128)'e dahil edilerek zayıf manyetik rejimin $\omega_c \tau \ll 1$ meydana getirdiği anomal transfer akım ile girdap $\boldsymbol{\omega}$ 'dan dolayı oluşan iletkenlik aşağıdaki ifadelerle verilir:

$$\mathbf{J}_\omega = \frac{e\tau^2 n}{h} \frac{\mu}{k_F^2} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{E}, \quad (4.5)$$

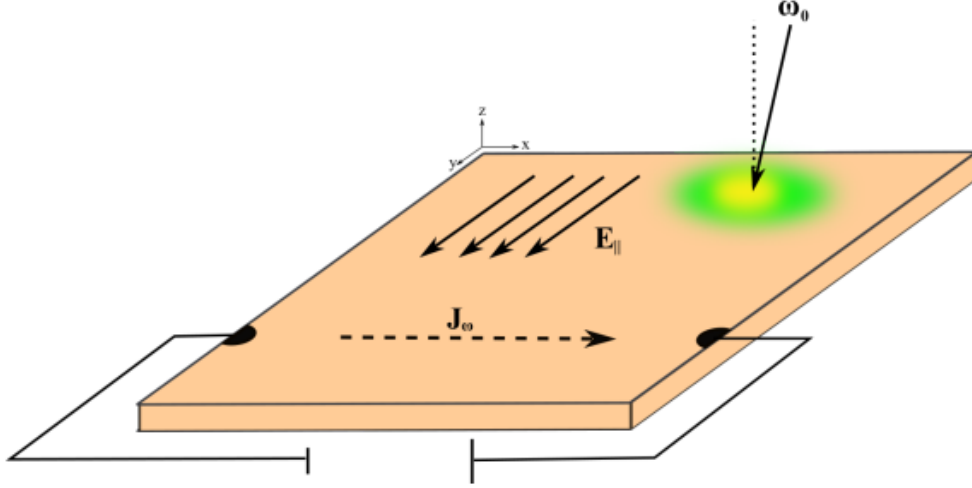
$$\frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} = \epsilon_{ijl} \omega_l. \quad (4.6)$$

Burada $n = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3}$ yük yoğunluğudur [17]. Düşük sıcaklıklarda (mutlak sıfır sıcaklığına yakın) $\mu \approx \epsilon_F$ ve $\sigma_0 = \frac{e^2 \tau^2 n}{h} \frac{\mu}{k_F^2}$ olur. Burada ilk olarak fark edilen bu etki, girdap ile elektrik alan arasındaki etkileşimi içerir ve eğim parametresinden kaynaklı olarak anomal Hall etkisine yaptığı katkıyı $\sigma_{ij} \propto (\partial_i \zeta_j - \partial_j \zeta_i)$ gösterir.

Weyl yarımetaline dışarıdan uygulanan mekanik bir gerinim sonucu durumlarındaki sapmalardan kaynaklı benzer etki, başka çalışmalarda da tartışılmıştır [72, 73]. Denge akımları olan KME ve KGE'nin aksine (4.4)'de verilen anomal girdap Hall etkisi, dengesizlik durumundan meydana gelir ve kristal yapı içerisindeki safsızlıklara karşı duyarlıdır. Bu yüzden, içsel anomal Hall etkisinden nispeten daha küçüktür. Zaman tersinme simetrisine sahip bir çift Weyl konisine sahip olan bir sistemde böyle bir etki, simetrik konilerin birbirine zıt katkıları yok etmesi sebebiyle var olamaz. Böylece bu yeni etkinin

gözlenebilmesi için zaman tersinme simetrisinin kırılması gerekir.

4.2.3. Girdap Hall Etkisine Dayalı Optik Polarizasyon



Şekil 4.4: Eğim kaynaklı girdap Hall etkisi, Weyl yarımetalini optik alanlar ile pertürbe ederek meydana getirilebilir. y -yönünde polarize olmuş bir malzemenin yüzey normaline gönderilen polarize ışık, girdap vektörü ω ile eşleşerek \mathbf{j}_ω transfer akımını meydana getirebilir.

Topolojik malzemelerde elektronik dinamiklerin kontrol edilebilmesi, yakın alan optiğine ve polarize ışığın malzeme ile etkileşimine bağlıdır. Polarize ışığın sarmal iç yapısı, Dirac ve Weyl fermiyonları ile topolojik χ indekslerine bağlı olarak seçici bir şekilde etkileşir.

Diğer bir yandan optik alanların aksine statik alanlar, Weyl fermiyonlarının topolojik yüküne karşı duyarsızdır ve farklı χ değerli olmasına rağmen fermiyonlarla benzer şekilde etkileşir. O halde, ışığın dairesel polarizasyonuna bağlı yörüngesel açısal momentum, denklem (4.5)'deki net dinamik girdap etkisini üreten ω ile eşleşebilir (bkz.Şekil 4.4:).

Bu durumu daha iyi anlayabilmek için dairesel polarize elektromanyetik dalgaları göz önünde bulundurarak ışığın madde ile etkileşimini gösteren Hamilton denklemi yazılır,

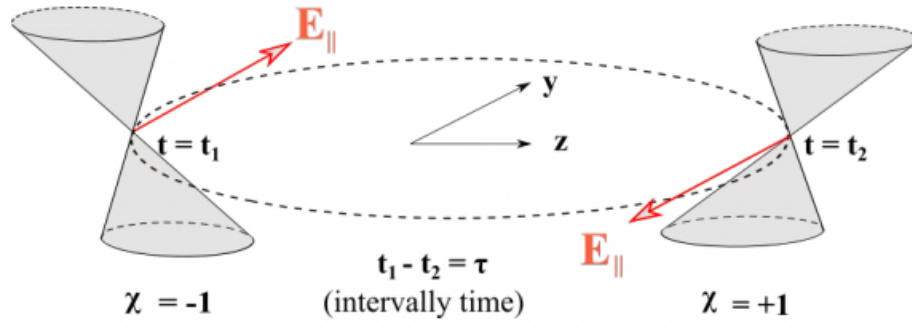
$$\mathbf{H}_{int} = -e\mathbf{E}(t) \cdot \mathbf{r}. \quad (4.7)$$

Optik alan, bileşenleri zamana bağlı $\mathbf{A}(\mathbf{t}) = \frac{\mathbf{E}_0}{\omega_0} e^{i\omega_0 t} (1, e^{i\pi}, 0)$ potansiyeli tarafından üretilir. ω_0 fotonun enerjisi, E_0 elektrik alanının yoğunluğu ve ϕ ise polarizasyon açısıdır. $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$

olmak üzere, polarizasyonun yönünü (sağ veya sol) belirtir. Hamiltonyen (4.7)'in zaman tersinme simetrisi altında tek sayılı değerler aldığı açıktır ve genel hamiltonyen sahip olduğu kesikli tersinir zaman simetrisi ve $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ periyodikliği ile $H(t) = H(t + T)$ haline gelir.

Yakın zamanda yapılan çalışmalar, değişken alanlar uygulanarak Weyl noktaları arasındaki durgunluk zamanı τ ve kiral akışın kontrol edilebileceğini göstermektedir. Örneğin, terahertz mertebesindeki alanlar kiral yükün durgun olduğu zamanda Weyl noktaları arasında dengeli bir taşınım kanalı açar [74]. Benzer şekilde dinamik optik alanların uygulanarak Weyl noktaları arasındaki fermiyonların uygulanan alan ile aynı frekansta harmonik osilasyon yapmasına neden olur [75].

Tüm bu bulgular, uygulanan dinamik alanların Weyl noktaları arasındaki kiral taşınımın ayarlanabileceği ve geliştirilebileceğini gösterir. TWYM'de bu vadiler arasındaki taşınımın kontrol edilebilmesi sonucu Eğimli TWYM'de KGE meydana getirilebilir.



Şekil 4.5: Zıt elektrik alanlardan etkilenmiş vadilerin civarındaki kiral Weyl fermiyonlarının dinamikleri gösterilmiştir. Vadiler arasındaki saçılma zamanı $\tau = 0.001 - 1ns$ çok kısa ve $\frac{T}{2} \approx \tau$ olduğunda elektrik alan, her bir Weyl noktası civarında yön değiştirecektir.

Elektrik alanın düzlemsel bileşeninin bir t anında belirli bir yönü vardır. Daha sonra, $t + \frac{T}{2}$ gibi bir zamanda bu yön tersine döner $\mathbf{E}_{\parallel}(t) = -\mathbf{E}_{\parallel}(t + \frac{T}{2})$. Eğer vadiler arasında hareket eden Weyl fermiyonlarının taşınım süresi gelen ışığın yarım yörüngesine eşit olursa, $\omega_0 \tau_{inter} \approx 1$, bu durum kiralite değişimi altında elektrik alan ve girdap vektörünün etkileşimi sonucu her iki Weyl noktasından da net girdap Hall akımının sabit olarak pompalanmasına yol açar.

Zamana bağılı harici alanlar (elektrik veya manyetik alan) tarafından pertürbe edilmiş bir sistem için Boltzmann teorisi uygulanırsa fermiyonik dağılım fonksiyonu daha yüksek mertebeli harmonikler cinsinden genişletilebilir. Sisteme zamana bağılı harici bir elektrik alan uygulandığında, taşınım katsayılarının değerlendirilmesi için Boltzmann denkleminin zamana bağılı modülasyonu dikkate alınarak Fourier bileşenleri cinsinden ifade edilebilir. BTE'nin çözümün (3.136)'nde denge civarındaki sapmalar, harmonikler cinsinden pertürbatif olarak ifade edilir [76],

$$f = f_0 + f_1 e^{i\omega_0 \tau} + f_2 e^{2i\omega_0 \tau} + \dots \quad (4.8)$$

Fakat bu çalışmada sadece lineer olan ilk terimlere odaklanılmıştır. Çünkü Boltzmann denklemini farklı bileşenler cinsinden çözüldüğünde, birinci dereceden harmonikler sistemin dengede olmayan kısmının çözümünü verir [77]. Elektrik alan cinsinden bir linerizasyon ile $\delta f \approx \tau \odot \cdot \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$ bulunur. \odot terimi, dairesel elektrik alanın birinci dereceden fonksiyonudur ve lineerdir. BTE, elektrik alanın bu ilk bileşenleri doğrultusunda genişletilir,

$$\left(\frac{1}{\tau} - i\omega_0 \right) + \frac{-e\mathbf{E}_\chi - e^2(\mathbf{E}_\chi \cdot \mathbf{B})\Omega_b}{1 + e\Omega_b \cdot \mathbf{B}} \cdot \mathbf{v}_p \left(\frac{\partial f_{eq}}{\partial \varepsilon} \right) + \frac{(-e\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{p} \times \boldsymbol{\omega})}{1 + e\Omega_b \cdot \mathbf{B}} \cdot \nabla_p f_1 = 0. \quad (4.9)$$

Ayrıca denklemin dengede olmayan kısmının $f_1 = \odot \cdot \mathbf{v} \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right)$ şekilde ifade edilebileceği varsayılır. O halde, $\nabla_p f_1 = \frac{v^2}{\varepsilon} \odot \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}$ olur. Sonuç olarak bu ifade, Boltzmann denklemini sadeleştirir,

$$\left(\frac{1}{\tau} - i\omega_0 \right) \odot \frac{v^2}{\varepsilon} \left(e\mathbf{B} + \frac{\varepsilon}{v^2} \boldsymbol{\omega} \right) \times \odot = -e\mathbf{E}_\chi - e^2(\mathbf{E}_\chi \cdot \mathbf{B})\Omega_b. \quad (4.10)$$

Böylece Boltzmann denkleminin elektrik alanın birinci mertebesine kadar çözümü elde edilir,

$$\odot = \frac{\tau e(1 - i\tau\omega_0)\mathbf{E}_\chi + \tau\mathbf{E}_\chi \times (\boldsymbol{\omega} + \omega_c \mathbf{B})}{(1 - i\omega_0\tau)^2 + \tau^2(\boldsymbol{\omega} + \omega_c \mathbf{B})^2}. \quad (4.11)$$

Elektrik alanın birinci mertebeden linerizasyonunu ifade eden harmonik aşağıdaki gibidir,

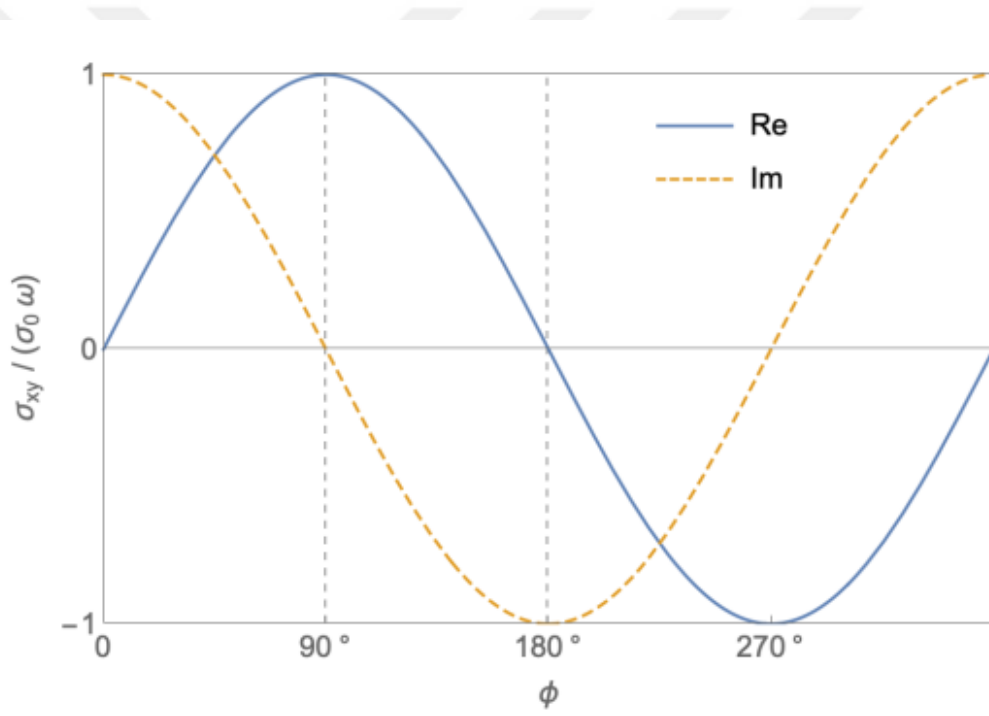
$$f_1 = \frac{\tau e(\chi(1 - i\tau\omega_0)\mathbf{E} + \chi\tau\mathbf{E} \times (\boldsymbol{\omega}_\chi + \omega_c \mathbf{B})) \cdot \mathbf{v}}{(1 - i\omega_0\tau)^2 + \tau^2(\boldsymbol{\omega}_\chi + \omega_c \mathbf{B})^2}. \quad (4.12)$$

4.3. EĞİMLİ TWYM'DE HALL İLETKENLİĞİ

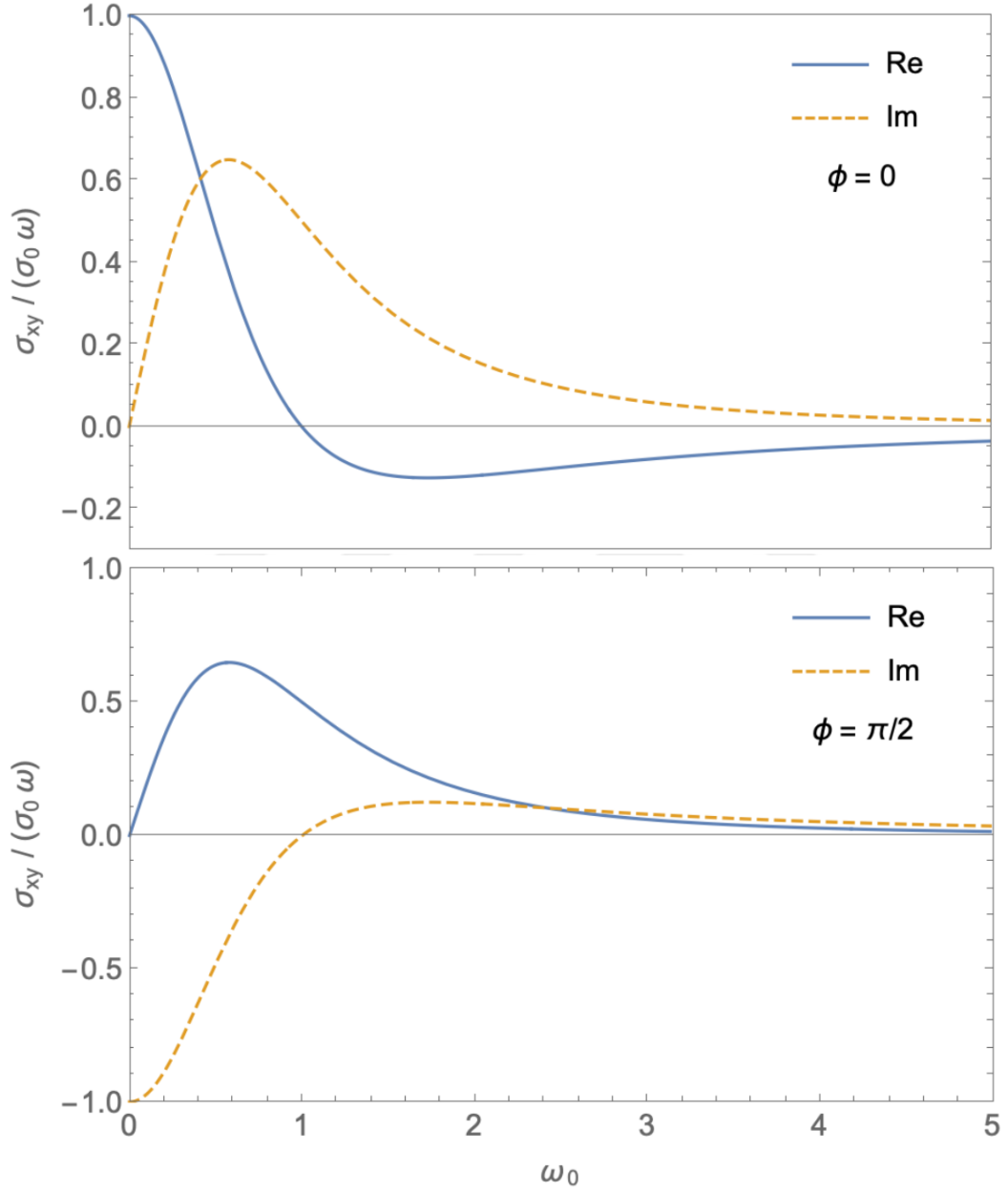
Denklem (4.12)'i kullanarak eğim parametresi için $\omega_\chi = \chi \omega \hat{\mathbf{z}}$ yönünde kabul edilir ve her iki Weyl konisi için $\sigma_{ij} = \sum_\chi \sigma_{ij}^\chi$ olmak üzere, düşük manyetik alanın $\omega_c \ll \omega_0$ olduğu limitte eğim parametresinden kaynaklı reel ve kompleks Hall iletkenliği şu şekilde verilir:

$$\frac{Re \sigma_{xy}}{\sigma_0} = \frac{(1 - \omega_0^2 \tau^2) \cos \phi + 2\omega_0 \tau \sin \phi}{(1 + \omega_0^2 \tau^2)^2} \omega, \quad (4.13)$$

$$\frac{Im \sigma_{xy}}{\sigma_0} = \frac{(1 - \omega_0^2 \tau^2) \sin \phi - 2\omega_0 \tau \cos \phi}{(1 + \omega_0^2 \tau^2)^2} \omega. \quad (4.14)$$

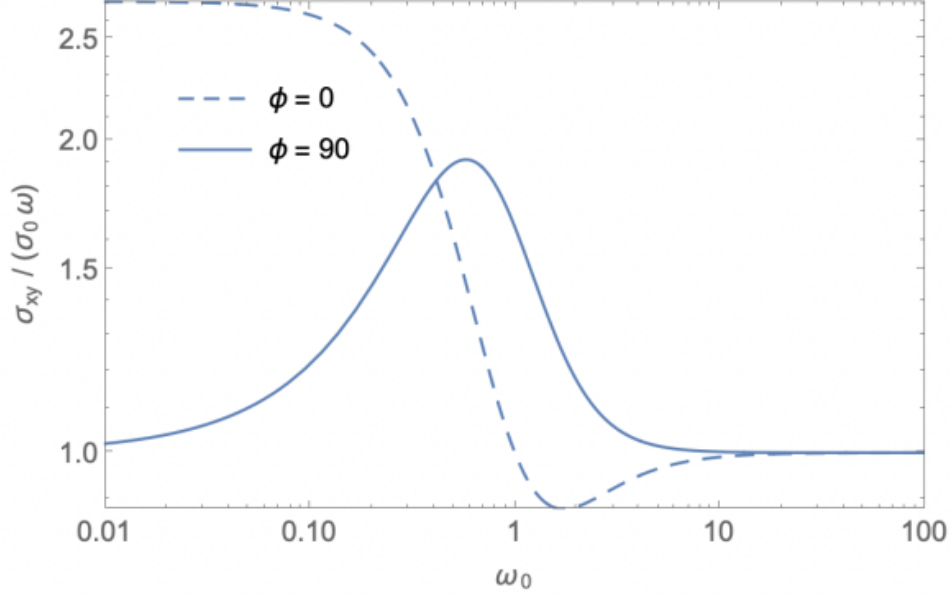


Şekil 4.6: Eğimli TWYM'de KGE'ye bağlı olarak ortaya çıkan eğim kaynaklı transfer iletkenliğın, ϕ 'nin bir parametresi cinsinden gösterimi ifade edilmektedir.



Şekil 4.7: Düzlemsel lineer polarizasyon için $\phi = 0, \pi$ olduğunda toplam iletkenliğin reel kısmı yok olurken, dairesel polarizasyon için $\phi = \frac{\pi}{2}$ durumunda dinamik kompleks iletkenlik reel ve maksimumdur.

4.4. EĞİMLİ TWYM'DE DRUDE DAVRANIŞI



Şekil 4.8: Logaritmik ölçeklerde dairesel polarizasyon için optik iletkenliğin reel kısmının Drude benzeri bir davranış sergilemediği görülmektedir.

Polarize ışık altında kompleks iletkenliğin davranışı oldukça ilginçtir. $\phi = 0$ olduğu lineer polarizasyon dikkate alınır, $Re \sigma_{xy}$ Drude modeli gibi bir davranış sergiler ve gerilim modülasyonlu TWYM'de de gözlemlendiği gibi pik, artan frekansa bağlı olarak monoton bir şekilde azalır [34].

Dielektrik sabiti ile orantılı olan iletkenliğin sanal kısmı, **Şekil 4.8:**'de de görüldüğü üzere Drude modeli ile tam uyumlu bir davranış sergiler [78]. Dairesel polarizasyon için bununla birlikte iletkenlik, bir Drude davranışından ziyade Lorentz benzeri bir desene sahiptir.

İletkenliğin reel kısmı, $\omega_0 \tau \ll 1$ için lineer bir davranış sergiler ve $\omega_0 = 0$ 'da yok olur. Ayrıca rezonans noktası olan $\omega_0 \tau_{int} \approx 1$ 'de Lorentz sıçraması meydana gelir. Bu Drude benzeri olmayan davranış kompleks iletkenlik için yazılan denklemlerden anlaşılmaktadır. Genel olarak denklem (4.5) kullanıldığında, iletkenliğin $\rho(\varepsilon)$ durum yoğunluğu olmak üzere, Drude yaklaşımına göre davranacağı varsayılır,

$$\sigma_{Drude} = \frac{1}{3} e^2 v_F^2 \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon \rho(\varepsilon) \frac{\tau}{1 - i\omega_0 \tau} \left(\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right). \quad (4.15)$$

Fakat Eğimli TWYM dikkate alındığında Lorentz kuvvetine ek olarak, Weyl fermiyonlarının eğim parametresine bağlı homojen olmayan dağılımından kaynaklanan Coriolis kuvveti dikkate alınmalıdır.

Daha sonra pertürbatif Boltzmann denklemi kullanılarak ve elektrik alan için lineer bir çözüm bulunarak denklem (4.13) ve (4.14)'de de açık bir şekilde görüldüğü gibi $\frac{1}{(1-i\omega_0\tau)^2}$ ile orantılı bir iletkenlik elde edilmiştir [15].

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, TWYM'nin optik ve elektronik özelliklerini yüzey etkilerine bağlı olarak araştırdık. Weyl noktalarının malzeme içerisinde konumlanmasına bağlı olarak, TWYM levhasının yüzeylerinde meydana gelen Fermi yayları, çeşitli manyeto-optik özelliklerin ortaya çıkmasına neden olur. Diğer bir yandan, malzemenin Weyl konisi şeklinde formlanan topolojik enerji bandlarının yapısındaki değişimler, TWYM'nin elektronik özelliklerinde oldukça belirleyici bir rol üstlenir.

Biz çalışmamızda ilk olarak, TWYM levha üzerine gönderilen harici bir TM-polarize elektromanyetik dalga ile yüzeyin etkileşimlerine bağlı topolojik özelliklerini inceleyerek plazmonik bir lazer üretmek için gerekli konfigürasyon ve koşulları ilk defa teorik olarak ortaya koyduk. Daha sonra, 3-boyutlu bir TWYM yüzeyine mekanik bir gerinim uygulanması sonucu, band yapısındaki izotropinin bozulmasından kaynaklı olarak ortaya çıkan yeni bir korunumlu taşınım etkisi önerdik. Her iki durumda da TWYM yüzeyinde gerçekleşen optik veya mekanik etkilerin, malzemenin sergilediği optik ve elektronik taşınım özelliklerinde önemli ölçüde belirleyici olduğunu gösterdik.

Tezimizin birinci kısmında, yüzeydeki saçılma ve iletimleri analiz edebilmek için önemli bir matematiksel formalizm olan transfer matris metodunu kullanarak TWYM levhanın Fermi yaylarının bulunmadığı yüzeylerine gönderilen p-polarize dalgaların yüzey ile etkileşimleri Maxwell denklemleri çözülerek analiz edilmiştir. Weyl fermiyonlarının varlığından dolayı Maxwell denklemleri gerekli topolojik katkılar ile tekrardan modifiye edilmiş ve TM-mod çözümü yapılmıştır. Bunun sonucunda, TWYM'nin etkileşime giren yüzeyinde **Tablo 3.2:**'de ifade edildiği gibi y-ekseni boyunca indüklenmiş bir akımın ortaya çıktığı gösterilmiştir. Bu akım, plazmonik bir lazer oluşturabilmek için gerekli olan kazanç ortamını TWYM yüzeyinde oluşturabilmek için önemlidir. Daha sonra TWYM levha için transfer matrisi oluşturularak, topolojik bir lazer davranışı oluşması için spektral tekillik noktalarına karşılık gelen gerekli lazer eşik koşulu elde edilmiştir. Ortam içerisindeki kazanç katsayısını sonsuz yapan Brewster açısı **Şekil 4.1:**'de belirtildiği gibi hesaplanmıştır. Daha sonra, TWYM yüzeyinde lazer etkisi gerçekleşebilmesi için gerekli kazanç değerleri yüzeye gönderilen dalga'nın değişik gönderilme açılara ve dalgaboylarına bağlı olarak

Şekil 4.2:'de gösterilmiştir. Tüm bu sonuçlara dayanarak, TWYM'de TM-mod çözümleri sonucu Kerr ve Faraday dönmeleri olmaksızın topolojik bir plazmonik lazer üretilebileceğini ve bunun için gerekli tüm parametreleri sunmuş bulunmaktayız.

Tezimizin ikinci kısmında, TWYM'deki kuantum anomalilere, kristal yapısına mekanik bir deformasyon (gerinim) uygulanması sonucu homojenliğin bozulmasına ve Dirac-Weyl konilerinde meydana gelen konuma bağlı eğim parametresine bağlı olarak yeni katkıların eklendiği gösterilmiştir. Şimdiye kadar gözden kaçan bu karışık anomalinin elektromanyetik alan ile eğim parametresinden kaynaklı girdap vektörünün çiflenimi olarak ifade edilebileceği ve kiral etkiden kaynaklı kiral manyetik alan ile benzer bir kiral girdap etkisi yarattığı ortaya konulmuştur. Bahsi geçen karışık anomaliye bağlı girdap etkisi, TWYM'deki eksenel yük akışından kaynaklı dönmeden farklıdır. Kiral girdap etkisi, girdap akımlarına sahip görelî akışkan için hidrodinamik limitte iyi tanımlanmıştır. TWYM'de dengesizlik sınırında kiral girdap etkisini tanımlayabilmek için eğim parametresinin rotasyonelinin girdap davranışını taklit edebileceği gösterilmiştir.

İlk olarak, yarı klasik limitten yerel eğimin Weyl fermiyonları üzerine ekstra bir girdap etkisi ekleyerek hareket denklemlerindeki değişiklikler hesaplanmıştır. Daha sonra Yarı-Klasik Boltzmann denklemi çözülerek süreklilik denklemi TWYM için hesaplanmış ve kiral yük dengesizliğinden kaynaklı korunumlu bir akım olarak ortaya çıkan KGE elde edilmiştir. KGE'den kaynaklı oluşan anomal girdap Hall etkisi ve Hall etkisine dayalı optik polarizasyon gibi başlıklar altında TWYM'nin elektronik dinamiklerinin optik olarak kontrol edilebilmesinin yolları tartışılmıştır.

Bu tez çalışmamızdaki tüm bulguların, TWYM'nin kuantum optik, fotonik gibi teknolojik uygulama alanlarındaki etkinliğini arttırmasını ve teknolojik aygıtların yapım ve geliştirilme aşamalarındaki deneysel çalışmalara rehberlik etmesini hedeflemekteyiz.

KAYNAKLAR

- [1]. Bender, C. M., Boettcher, S., 1998, Real Spectra in Non-Hermitian Hamiltonians Having PT Symmetry, *Physical Review Letters*, 80, 5243–5246.
- [2]. Armstrong, M. A., 2013, Basic Topology, *Springer Science and Business Media*.
- [3]. JASZUŃSKA, J., 2011, *Zabawy z plasteliną*, www.deltami.edu.pl, [Ziyaret tarihi: 9 Eylül 2021].
- [4]. Kosterlitz, J.M., Thouless., D.J., 1973, Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems, *Journal of Physics C: Solid State Physics*, No. 7, Vol 6. , 1181.
- [5]. Schirber, M., 2016, *Physics*, Vol 9., 116.
- [6]. Englert Th., Von Klitzing, K., 1978, Analysis of ρ_{xx} minima in surface quantum oscillations on (100) n-type silicon, *Surface Science*, Elsevier, Volume 73, 70-80.
- [7]. The Royal Swedish Academy of Sciences, 2016, *The Nobel Prize in Physics 2016*, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2016/press-release/> .
- [8]. Arech, A.V., Mesadi, T., Koshel, R.J., 2007, *Field Guide to Illumination*, SPIE field guides, Volume 11, SPIE
- [9]. Sun, Y., Wu, S.C., Yan,B.,2015, Topological Surface States and Fermi arcs of the noncentrosymmetric Weyl semimetals TaAs, TaP, NbAs and NbP, *Phys. Rev. B*, Vol.92
- [10]. Hasan, M. Z., Kane, C. L., 2010, Colloquium: Topological insulators, *Reviews of Modern Physics*, 82, 3045–3067.
- [11]. Yan, B., Felser, C., 2017, Topological Materials: Weyl Semimetals, *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 8, 337–354.
- [12]. Burkov, A. A. 2018, Weyl Metals., *Annual Review of Condensed Matter Physics*, 9, 359–378.
- [13]. Oktay, G., Sarısan, M., Tas, M., 2020, Lasing with Topological Weyl Semimetal, *Scientific Reports*, 10.
- [14]. Wehling, T. O., Black-Schaffer, A. M., Balatsky, A. V. 2014, Dirac materials, *Advances in Physics* 63, 1–76.
- [15]. Peskin, M., 2018, *An introduction to quantum field theory*.
- [16]. Mikhailov, S. A. 2009., Nonlinear cyclotron resonance of a massless quasiparticle in graphene, *Physical Review B* 79.

- [17]. Srednicki, M., 2007, Quantum Field Theory, Quantum Field Theory, by Mark Srednicki, 664, *Cambridge University Press*, January 2007.
- [18]. Kleinert, H., 1989, Gauge Fields in Condensed Matter (in 2 Volumes), Edited by KLEINERT H. Published by *World Scientific Press*, 1989.
- [19]. Kleinert, H., 2008, *Multivalued Fields in Condensed Matter, Electromagnetism, and Gravitation*.
- [20]. Edelen, D. G., Lagoudas, D. C., 2012, Gauge theory and defects in solids, *Elsevier*.
- [21]. Vozmediano, M. A. H., Katsnelson, M. I., Guinea, F. 2010, Gauge fields in graphene, *Physics Reports*, 496, 109–148.
- [22]. Choi, S.-M., Jhi, S.-H., Son, Y.-W., 2010, Effects of strain on electronic properties of graphene, *Physical Review B*, 81.
- [23]. Si, C., Sun, Z., Liu, F., 2016, Strain engineering of graphene: a review, *Nanoscale*, 8, 3207–3217.
- [24]. Levy, N., ve diğ., 2010, Strain-Induced Pseudo-Magnetic Fields Greater Than 300 Tesla in Graphene Nanobubbles, *Science*, 329, 544.
- [25]. Meng, L., ve diğ., 2013, Strain-induced one-dimensional Landau level quantization in corrugated graphene, *Physical Review B*, 87.
- [26]. Low, T., Guinea, F., 2010, Strain-Induced Pseudomagnetic Field for Novel Graphene Electronics, *Nano Letters*, 10, 3551–3554.
- [27]. Guinea, F., Katsnelson, M. I., Geim, A. K., 2010., Energy gaps and a zero-field quantum Hall effect in graphene by strain engineering, *Nature Physics*, 6, 30–33.
- [28]. Choi, S.-M., Jhi, S.-H., Son, Y.-W., 2010, Controlling Energy Gap of Bilayer Graphene by Strain, *Nano Letters*, 10, 3486–3489.
- [29]. Cortijo, A., Ferreirós, Y., Landsteiner, K., Vozmediano, M. A. H., 2015, Elastic Gauge Fields in Weyl Semimetals, *Physical Review Letters*, 115.
- [30]. Aidelsburger, M., Nascimbene, S., Goldman, N., 2018, Artificial gauge fields in materials and engineered systems, *Comptes Rendus Physique*, 19, 394–432.
- [31]. Cortijo, A., Kharzeev, D., Landsteiner, K., Vozmediano, M. A. H., 2016, Strain-induced chiral magnetic effect in Weyl semimetals, *Physical Review B*, 94.
- [32]. Pikulin, D. I., Chen, A., Franz, M., 2016, Chiral Anomaly from Strain-Induced Gauge Fields in Dirac and Weyl Semimetals, *Physical Review X*, 6.
- [33]. Ferreiros, Y., Kedem, Y., Bergholtz, E. J., Bardarson, J. H., 2019, Mixed Axial-Torsional Anomaly in Weyl Semimetals, *Physical Review Letters*, 122.
- [34]. Heidari, S., Asgari, R., 2020, Chiral Hall effect in strained Weyl semimetals, *Physical Review B*, 101.

- [35]. Liu, C.-X., Ye, P., Qi, X.-L., 2013, Chiral gauge field and axial anomaly in a Weyl semimetal, *Physical Review B*, 87.
- [36]. Soluyanov, A. A., ve diğ. 2015, Type-II Weyl semimetals, *Nature*, 527, 495–498.
- [37]. Rostamzadeh, S., Adagideli, I., Goerbig, M. O., 2019, Large enhancement of conductivity in Weyl semimetals with tilted cones: Pseudorelativity and linear response, *Physical Review B*, 100.
- [38]. Trescher, M., Sbierski, B., Brouwer, P. W., Bergholtz, E. J., 2015, Quantum transport in Dirac materials: Signatures of tilted and anisotropic Dirac and Weyl cones, *Physical Review B*, 91.
- [39]. Tchoumakov, S., Civelli, M., Goerbig, M. O., 2016, Magnetic-Field-Induced Relativistic Properties in Type-I and Type-II Weyl Semimetals, *Physical Review Letters*, 117.
- [40]. Zyuzin, A. A., Tiwari, R. P., 2016, Intrinsic anomalous Hall effect in type-II Weyl semimetals, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 103, 717–722.
- [41]. Udagawa, M., Bergholtz, E. J., 2016, Field-Selective Anomaly and Chiral Mode Reversal in Type-II Weyl Materials, *Physical Review Letters*, 117.
- [42]. Sharma, G., Goswami, P., Tewari, S., 2017, Chiral anomaly and longitudinal magnetotransport in type-II Weyl semimetals, *Physical Review B*, 96.
- [43]. Volovik, G. E., 2016, Black hole and hawking radiation by type-II Weyl fermions, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 104, 645–648.
- [44]. Nissinen, J., Volovik, G. E., 2017, Type-III and IV interacting Weyl points, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 105, 447–452.
- [45]. Volovik, G. E., 2018, Exotic Lifshitz transitions in topological materials, *Physics Uspekhi*, 61, 89–98.
- [46]. Faraei, Z., Jafari, S. A., 2019, Perpendicular Andreev reflection: Solid-state signature of black-hole horizon, *Physical Review B*, 100.
- [47]. Jalali-Mola, Z., Jafari, S. A., 2019, Polarization tensor for tilted Dirac fermion materials: Covariance in deformed Minkowski spacetime, *Physical Review B*, 100.
- [48]. Farajollahpour, T., Faraei, Z., Jafari, S. A., 2019, Solid-state platform for space-time engineering: The 8 P m m n borophene sheet, *Physical Review B*, 99.
- [49]. Cortijo, A., Zubkov, M. A., 2016, Emergent gravity in the cubic tight-binding model of Weyl semimetal in the presence of elastic deformations, *Annals of Physics*, 366, 45–56.
- [50]. Dayi, Ö. F., Kilinçarslan, E., Yunt, E., 2017, Semiclassical dynamics of Dirac and Weyl particles in rotating coordinates, *Physical Review D*, 95.

- [51]. Stephanov, M. A., Yin, Y., 2012, Chiral Kinetic Theory, *Physical Review Letters*, 109.
- [52]. Başar, G., Kharzeev, D. E., Yee, H.-U., 2014, Triangle anomaly in Weyl semimetals, *Physical Review B*, 89.
- [53]. Kharzeev, D. E., Liao, J., Voloshin, S. A., Wang, G., 2016, Chiral magnetic and vortical effects in high-energy nuclear collisions-A status report, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 88, 1–28.
- [54]. Son, D. T., Surówka, P., 2009, Hydrodynamics with Triangle Anomalies, *Physical Review Letters*, 103.
- [55]. Kharzeev, D. E., Son, D. T., 2011, Testing the Chiral Magnetic and Chiral Vortical Effects in Heavy Ion Collisions. *Physical Review Letters* 106.
- [56]. Grushin, A. G., 2018, Common and not-so-common high energy theory methods for condensed matter physics, *Springer*, 149-175.
- [57]. Zubkov, M. A., 2018, The black hole interior and the type II Weyl fermions, *Modern Physics Letters A*, 33, 1850047.
- [58]. Nissinen, J., Volovik, G. E., 2018, Tetrads in Solids: from Elasticity Theory to Topological Quantum Hall Systems and Weyl Fermions, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 127, 948-957.
- [59]. Volovik, G. E., Zhang, K., 2017, Lifshitz Transitions, Type-II Dirac and Weyl Fermions, Event Horizon and All That, *Journal of Low Temperature Physics*, 189, 276–299.
- [60]. Guan, S., ve diğ., 2017, Artificial gravity field, astrophysical analogues, and topological phase transition in strained topological semimetals, *Quantum materials*, 2, 1.
- [61]. Kedem, Y., Bergholtz, E. J., Wilczek, F., 2020, Black and white holes at material junctions, *Physical Review Research*, 2.
- [62]. Lapierre, B., Choo, K., Tauber, C., Tiwari, A., Neupert, T., Chitra, R., 2020, Emergent black hole dynamics in critical Floquet systems, *Physical Review Research*, 2.
- [63]. Farajollahpour, T., Jafari, S. A., 2020, Synthetic non-Abelian gauge fields and gravitomagnetic effects in tilted Dirac cone systems, *Physical Review Research*, 2.
- [64]. Chang, M.-C., Niu, Q., 1996, Berry phase, hyperorbits, and the Hofstadter spectrum: Semiclassical dynamics in magnetic Bloch bands, *Physical Review B*, 53, 7010–7023.
- [65]. Chang, M.-C., Niu, Q., 1995, Berry Phase, Hyperorbits, and the Hofstadter Spectrum, *Physical Review Letters*, 75, 1348–1351.
- [66]. Spivak, B. Z., Andreev, A. V., 2016, Magnetotransport phenomena related to the chiral anomaly in Weyl semimetals, *Physical Review B*, 93.
- [67]. Nielsen, H. B., Ninomiya, M., 1983, The Adler-Bell-Jackiw anomaly and Weyl fermions in a crystal, *Physics Letters B* 130, 389–396.

- [68]. Son, D. T., Spivak, B. Z., 2013, Chiral anomaly and classical negative magnetoresistance of Weyl metals, *Physical Review B*, 88.
- [69]. Deng, W.-T., Huang, X.-G., 2016, Vorticity in heavy-ion collisions, *Physical Review C*, 93.
- [70]. Son, D. T., Surówka, P., 2009, Hydrodynamics with Triangle Anomalies, *Physical Review Letters*, 103.
- [71]. Yamamoto, N., 2017, Photonic chiral vortical effect, *Physical Review D*, 96.
- [72]. Huang, Z.-M., Li, L., Zhou, J., Zhang, H.-H., 2019, Torsional response and Liouville anomaly in Weyl semimetals with dislocations, *Physical Review B*, 99.
- [73]. Sumiyoshi, H., Fujimoto, S., 2016, Torsional Chiral Magnetic Effect in a Weyl Semimetal with a Topological Defect, *Physical Review Letters*, 116.
- [74]. Cheng, B., Schumann, T., Stemmer, S., Armitage, N. P., 2021, Probing charge pumping and relaxation of the chiral anomaly in a Dirac semimetal, *Science Advances* 7, eabg0914.
- [75]. Jadidi, M. M, ve diğ., 2020, Nonlinear optical control of chiral charge pumping in a topological Weyl semimetal, *Physical Review B*, 102.
- [76]. Morimoto, T., Zhong, S., Orenstein, J., Moore, J. E., 2016, Semiclassical theory of nonlinear magneto-optical responses with applications to topological Dirac/Weyl semimetals, *Physical Review B*, 94.
- [77]. Zyuzin, A. A., Zyuzin, A. Y., 2017, Chiral anomaly and second-harmonic generation in Weyl semimetals, *Physical Review B*, 95.
- [78]. Ashcroft, N. W., Mermin, N. D., ve diğ., 1976, *Solid State Physics*, Brooks Cole; New edition, ISBN: 0030839939.



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Şevval TAŞDEMİR
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	<input checked="" type="checkbox"/> T.C. <input type="checkbox"/> Diğer:
Telefon	
E-Posta Adresi	
Web Adresi	

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Fizik Bölümü
Mezuniyet Yılı	2019

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri
Anabilim Dalı	Fizik Anabilim Dalı
Programı	Matematiksel Fizik Programı
Mezuniyet Tarihi	2022

Makale ve Bildiriler
<p>Makaleler</p> <p>Rostamzadeh, S., Tasdemir, S., Sarisaman, M., Jafari, S. A., Goerbig, M.-O., 2022, Tilt induced vortical response and mixed anomaly in inhomogeneous Weyl matter. arXiv e-prints</p>
<p>Bildiriler</p> <p>Taşdemir Ş., 2019, Topolojik Weyl Yarımetallerde p-polarize Dalgalar ve Yüzey Etkileri, 25. Yoğun Madde Fiziği Ankara Toplantısı, p.36.</p> <p>Taşdemir Ş., Sarısaman M., İndap M., 2020, Topolojik Weyl Yarımetallerde p-polarize Dalgalar ve Yüzey Etkileri, <i>Workshop on High Energy Physics, Astrophysics and Cosmology (HEPAC)</i>, 44.</p> <p>Taşdemir Ş., 2022, Homojen Olmayan Topolojik Weyl Yarımetallerde Karışık Anomaliler ve Girdap Etkisi, 9. Yoğun Madde Fiziği İzmir Toplantısı, 15.</p>