

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ İÇİN SHAPIRO-WILK TEST İSTATİSTİĞİ
İLE DÖNÜŞÜM PARAMETRESİNİN KESTİRİLMESİ

Müge COŞKUN YILDIRIM

Biyostatistik Programı
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA
2023

T.C.
HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ
SAĞLIK BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FARKLI DÖNÜŞÜM YÖNTEMLERİ İÇİN SHAPIRO-WILK TEST İSTATİSTİĞİ
İLE DÖNÜŞÜM PARAMETRESİNİN KESTİRİLMESİ

Müge COŞKUN YILDIRIM

Biyostatistik Programı
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA
2023

YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI

Enstitü tarafından onaylanan lisansüstü tezin/raporumun tamamını veya herhangi bir kısmını, basılı (kağıt) ve elektronik formatta arşivleme ve aşağıda verilen koşullarla kullanıma açma iznini Hacettepe Üniversitesine verdiğimi bildiririm. Bu izinle Üniversiteye verilen kullanım hakları dışındaki tüm fikri mülkiyet haklarım bende kalacak, tezin tamamının ya da bir bölümünün gelecekteki çalışmalarda (makale, kitap, lisans ve patent vb.) kullanım hakları bana ait olacaktır.

Tezin kendi orijinal çalışmam olduğunu, başkalarının haklarını ihlal etmediğimi ve tezin tek yetkili sahibi olduğumu beyan ve taahhüt ederim. Tezimde yer alan telif hakkı bulunan ve sahiplerinden yazılı izin alınarak kullanılması zorunlu metinlerin yazılı izin alınarak kullandığımı ve istenildiğinde suretlerini Üniversiteye teslim etmeyi taahhüt ederim.

Yükseköğretim Kurulu tarafından yayınlanan “*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*” kapsamında tezim aşağıda belirtilen koşullar haricince YÖK Ulusal Tez Merkezi / H.Ü. Kütüphaneleri Açık Erişim Sisteminde erişime açılır.

- Enstitü / Fakülte yönetim kurulu kararı ile tezinin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren 2 yıl ertelenmiştir. ⁽¹⁾
- Enstitü / Fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile tezinin erişime açılması mezuniyet tarihimden itibaren ... ay ertelenmiştir. ⁽²⁾
- Tezimle ilgili gizlilik kararı verilmiştir. ⁽³⁾

Müge COŞKUN YILDIRIM

1

¹¹“*Lisansüstü Tezlerin Elektronik Ortamda Toplanması, Düzenlenmesi ve Erişime Açılmasına İlişkin Yönerge*”

- (1) *Madde 6. 1. Lisansüstü teze ilgili patent başvurusu yapılması veya patent alma sürecinin devam etmesi durumunda, tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu iki yıl süre ile tezin erişime açılmasının ertelenmesine karar verebilir.*
- (2) *Madde 6. 2. Yeni teknik, materyal ve metotların kullanıldığı, henüz makaleye dönüşmemiş veya patent gibi yöntemlerle korunmamış ve internette paylaşılması durumunda 3. şahıslara veya kurumlara haksız kazanç imkanı oluşturabilecek bilgi ve bulguları içeren tezler hakkında tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulunun gerekçeli kararı ile altı ayı aşmamak üzere tezin erişime açılması engellenebilir.*
- (3) *Madde 7. 1. Ulusal çıkarları veya güvenliği ilgilendiren, emniyet, istihbarat, savunma ve güvenlik, sağlık vb. konulara ilişkin lisansüstü tezlerle ilgili gizlilik kararı, tezin yapıldığı kurum tarafından verilir *. Kurum ve kuruluşlarla yapılan işbirliği protokolü çerçevesinde hazırlanan lisansüstü tezlere ilişkin gizlilik kararı ise, ilgili kurum ve kuruluşun önerisi ile enstitü veya fakültenin uygun görüşü üzerine üniversite yönetim kurulu tarafından verilir. Gizlilik kararı verilen tezler Yükseköğretim Kuruluna bildirilir. Madde 7.2. Gizlilik kararı verilen tezler gizlilik süresince enstitü veya fakülte tarafından gizlilik kuralları çerçevesinde muhafaza edilir, gizlilik kararının kaldırılması halinde Tez Otomasyon Sistemine yüklenir*

* Tez danışmanının önerisi ve enstitü anabilim dalının uygun görüşü üzerine enstitü veya fakülte yönetim kurulu tarafından karar verilir.

ETİK BEYAN

Bu çalışmadaki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, kullandığım verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı, yararlandığım kaynaklara bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu, tezimin kaynak gösterilen durumlar dışında özgün olduğunu, Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ danışmanlığında tarafımdan üretildiğini ve Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Yönergesine göre yazıldığını beyan ederim.

Müge COŞKUN YILDIRIM

TEŞEKKÜR

Lisansüstü eğitimime başladığım günden geldiğim noktaya kadar rehberliği ile beni ileriye taşıyan, sabrı, hoşgörüsü ve inancı ile her daim desteğini gönülden hissettiğim, öğrencisi olmayı şans olarak gördüğüm, bilgi ve deneyiminden ilham alarak akademik yolculuğumda daha da ilerleyeceğime inandığım değerli danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Osman DAĞ'a teşekkürlerimi sunuyorum.

Akademik hayatımın dönüm noktası olarak gördüğüm, birlikte çalışma fırsatı bulabildiğim, bana inanan ve desteklerini esirgemeyen kıymetli Dr. Öğr. Üyesi Osman Tolga KASKATI'ya teşekkürlerimi sunuyorum.

Bu süreçte bana gönülden inanan, teşvik eden, bana matematiği ilk öğretene ve sevdiren, emekleri, sabrı, anlayışı ve desteği için uykusuz gecelerimin ortağı canım annem Gül COŞKUN'a teşekkür ederim.

Emekleri için, okul hayatım boyunca beni her gün okul yolunda bekleyen, benimle mezun olan canım babam Metin COŞKUN'a teşekkür ederim.

Desteğini her zaman hissettiren, bilgi ve birikimiyle her anlamda bana rol model olan, aynı zamanda okul arkadaşım olan canım ağabeyim Olgun COŞKUN'a teşekkür ederim.

Bu zamana kadarki süreçte bana olan inancını her zaman hissettiğim, beni her türlü zorluğun üstesinden gelebileceğime inandıran, sabrı ve anlayışı için sevgili eşim Serhat YILDIRIM'a teşekkür ederim.

ÖZET

Coşkun Yıldırım M. Farklı Dönüşüm Yöntemleri İçin Shapiro-Wilk Test İstatistiği ile Dönüşüm Parametresinin Kestirilmesi, Hacettepe Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü Biyoistatistik Programı Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 2023. Normal dağılım varsayımı; istatistiksel analizler, modeller ve örnekleme kuramı gibi birçok alanda kullanılır. Bu varsayımın sağlanması verilerin doğru bir şekilde analiz edilmesi ve sonuçların yorumlanması açısından oldukça önemlidir. Normallik varsayımı sağlanmadığı durumlarda kullanılan popüler yöntemlerden birisi değişkenler üzerinde dönüşüm uygulamaktır. Bu tez kapsamında Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm yöntemlerinin uyum iyiliği test istatistiğini maksimize eden dönüşüm parametreleri kestirilmiştir. Bu dokuz dönüşüm yöntemine Log, Neglog, Glog, Ters dönüşüm yöntemleri de eklenerek, Monte Carlo benzetim çalışmasıyla farklı senaryolar altında yöntemlerin performansları Shapiro-Wilk testi ile incelenmiştir. Shapiro-Wilk test istatistiği ile parametre kestirimi ile en çok olabilirlik kestirimi karşılaştırılmıştır. Benzetim çalışması sonucunda beklendiği gibi Shapiro-Wilk test istatistiği yönteminin, en çok olabilirlik kestirimi yöntemine göre dönüşüm yöntemlerinin normalliğe dönüştürme performansı bakımından daha başarılı olduğu görülmüştür. Benzetim çalışması doğrultusunda Dual dönüşüm yönteminin çoğu senaryo altında daha iyi performans gösterdiği görülmüştür. Ek olarak Shapiro-Wilk test istatistiği ile parametre kestirimi yapılmış bu yaklaşım R programında Transform kütüphanesi altında 13 farklı dönüşüm yöntemiyle araştırmacıların erişimine açılmış ve uygulaması açık erişimli bir veri seti üzerinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Veri dönüşümü, Normal dağılım, İstatistiksel benzetim çalışması.

ABSTRACT

Coşkun Yıldırım, M. Estimation of Transformation Parameter for Various Transformation Methods Via Shapiro-Wilk Test Statistic, Hacettepe University Graduate School of Health Sciences Master Thesis in Biostatistics, Ankara, 2023. Normal distribution assumption; It is used in many fields such as statistical analysis, models, and sampling theory. Ensuring this assumption is very important in analyzing the data correctly and interpreting the results. One of the popular methods used in cases where the assumption of normality is not provided is to apply a transformation on the variables. Within the scope of this thesis, transformation parameters that maximize the Shapiro-Wilk test statistic for Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Square Root Shift, Manly, Modulus, Dual and Gpower transformation are estimated. By adding Log, Neglog, Glog, and Reciprocal transformation methods to these nine transformation methods, the performances of these transformation methods under different scenarios were examined with the Shapiro-Wilk test with Monte Carlo simulation study. In addition, Shapiro-Wilk method was compared with the maximum likelihood estimation for parameter estimation. As expected as a result of the simulation study, it was observed that Shapiro-Wilk parameter estimation method performed better than the maximum likelihood estimation method in terms of the normality transformation performance of the methods. In line with the simulation study, it is concluded that the Dual transform method performs better under most scenarios. In addition, this approach in which the parameter is estimated with the Shapiro-Wilk test statistic is available to researchers with 13 different transformation methods under Transform package in the R program, and its application is demonstrated on an open-access data set.

Keywords: Data transformation, Normal distribution, Statistical simulation

İÇİNDEKİLER

| | |
|--------------------------------------------|------|
| YAYIMLAMA VE FİKRİ MÜLKİYET HAKLARI BEYANI | iii |
| ETİK BEYAN | iv |
| TEŞEKKÜR | v |
| ÖZET | vi |
| ABSTRACT | vii |
| İÇİNDEKİLER | viii |
| SİMGELER VE KISALTMALAR | x |
| ŞEKİLLER | xi |
| TABLolar | xii |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 2. GENEL BİLGİLER | 3 |
| 2.1. Dönüşüm Yöntemleri | 3 |
| 2.1.1. Log Dönüşüm Yöntemi | 3 |
| 2.1.2. Glog Dönüşüm Yöntemi | 4 |
| 2.1.3. Neglog Dönüşüm Yöntemi | 4 |
| 2.1.4. Ters Dönüşüm Yöntemi | 4 |
| 2.1.5. Box-Cox Dönüşüm Yöntemi | 5 |
| 2.1.6. Log Shift Dönüşüm Yöntemi | 5 |
| 2.1.7. Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi | 5 |
| 2.1.8. Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi | 6 |
| 2.1.9. Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi | 6 |
| 2.1.10. Manly Dönüşüm Yöntemi | 6 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.1.11. Modulus Dönüşüm Yöntemi | 7 |
| 2.1.12. Dual Dönüşüm Yöntemi | 7 |
| 2.1.13. Gpower Dönüşüm Yöntemi | 7 |
| 2.2. Dönüşüm Parametresi Kestirimi Yöntemleri | 7 |
| 2.3. Shapiro-Wilk Testi | 10 |
| 2.4. R Programında Dönüşüm Yöntemleri Kütüphaneleri | 12 |
| 3. GEREÇ VE YÖNTEM | 14 |
| 3.1. Parametre Kestirimi Metodolojisi | 14 |
| 3.2. Dönüşüm Yöntemleri Performans Ölçütü | 15 |
| 4. BULGULAR | 16 |
| 5. R PAKETİ İLE UYGULAMA | 23 |
| 6. TARTIŞMA VE SONUÇ | 30 |
| 7. KAYNAKÇA | 32 |
| 8. EKLER | 35 |
| EK 1: Farklı Senaryolar Altında Dönüşüm Yöntemlerinin performansları | 35 |
| EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu | 50 |
| EK 3: Dijital Makbuz | 51 |
| 9. ÖZGEÇMİŞ | 52 |

SİMGELER ve KISALTMALAR

| | |
|--------------------|--------------------------------------|
| bcTransform | Box-Cox Dönüşüm Yöntemi |
| bdTransform | Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi |
| dlTransform | Dual Dönüşüm Yöntemi |
| glTransform | Glog Dönüşüm Yöntemi |
| gpTransform | Gpower Dönüşüm Yöntemi |
| λ | Dönüşüm Parametre Kestiricisi |
| lgTransform | Log Dönüşüm Yöntemi |
| lsTransform | Log Shift Dönüşüm Yöntemi |
| mdTransform | Modulus Dönüşüm Yöntemi |
| MLE | En Çok Olabilirlik |
| mnTransform | Manly Dönüşüm Yöntemi |
| n | Örneklem Büyüklüğü |
| ncTransform | Hesaplama Yok |
| nlTransform | Neglog Dönüşüm Yöntemi |
| rpTransform | Ters Dönüşüm Yöntemi |
| s | Sabit Sayı |
| ssTransform | Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi |
| SW | Shapiro-Wilk |
| y | Dönüşüm Uygulanmamış (Orijinal) Veri |
| yjTransform | Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi |

ŞEKİLLER

| Şekil | | Sayfa |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 5.1 | Verinin Log dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri | 25 |
| 5.2 | Verinin Box-Cox dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri | 26 |
| 5.3 | Verinin Yeo-Johnson dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri | 28 |



TABLolar

| Tablo | | Sayfa |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| 2.1. | R Programında farklı kütüphaneler altında yer alan dönüşüm yöntemleri. | 13 |
| 3.1. | Transform kütüphanesi altında yer alan fonksiyonlar. | 15 |
| 4.1. | Dağılım parametreleri. | 16 |
| 4.2. | Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri. | 18 |
| 5.1. | Dönüşüm yöntemi sonrası elde edilen sonuçlar. | 29 |

1. GİRİŞ

Bir veri setinin istatistiksel analizine başlamadan önce ilgilenilen değişkenlerin normal dağılım göstermesi istatistiksel yöntemlerin birçoğunun ön koşuludur. Ancak gerçekte her zaman bu koşul sağlanmamaktadır. Özellikle veri çarpık olduğunda veya aykırı değerler içerdiğinde normal dağılım bu veriyi uygun şekilde temsil etmeyecektir (1). Değişkenlerin normal dağılım göstermediği durumlarda sıklıkla başvuru yöntemlerinden birisi değişkenler üzerinde dönüşüm uygulamaktır.

Dönüşüm yöntemleri, değişkenlerin dağılımını değiştirerek normal dağılım göstermesini sağlar ve değişkenleri istatistiksel analizler için uygun hale getirir. Verinin farklı ölçeklerde olması, standart sapmasının yüksek olması, çarpık dağılım göstermesi, eksik veya aykırı değerlerinin olması gibi sorunlarla karşılaşıldığında verinin özelliklerine ve istatistiksel amacına uygun olarak dönüşüm yöntemlerinin seçimi oldukça önemlidir (2).

Sıklıkla kullanılan dönüşüm yöntemlerinin başında karekök, logaritmik ve Box-Cox dönüşümleri gelmektedir. Karekök dönüşüm yöntemi ile normal dağılmayan bir veride her bir değerın karekökü alınarak varyansların homojenliği artırılır ve normal dağılıma dönüşüm gerçekleştirilir (3). Bu dönüşüm yöntemi doğrusal modellerde, regresyon ve varyans analizinde varsayımları karşılamak, kestirimleri daha kolay gerçekleştirmek için kullanılan bir yöntemdir (4). Eğer negatif değerlerin olduğu bir veri setinde çalışılıyorsa bu yöntemi kullanırken dikkat etmek gerekir. Bu yöntemin kullanılması tercih edildiyse her bir değere sabit bir katsayı eklenerek tüm değerler pozitif tarafa çekilebilir. Logaritmik dönüşüm yöntemi ile karekök dönüşüm yöntemindeki metot gibi veri setindeki her bir değerin logaritması alınarak dönüşüm gerçekleştirilir. Bu dönüşüm sayesinde veri setindeki büyük değerler arasındaki farklar küçülürken küçük değerler arasındaki farklar büyür. Eğer veri setinde sıfır değerleri varsa dönüşümü yapmadan önce dikkat edilmelidir. Logaritmik dönüşüm kullanılması tercih edildiyse veri kaybı yaşamamak için sıfır değerinin ne olacağına

karar vermek gerekir (5, 6). Box-Cox dönüşüm yöntemi ile, verideki değerlerin sıfıra eşit ve sıfırdan farklı olduğu durumlara göre farklı matematiksel işlemler yapılarak normal dağılıma dönüşüm gerçekleştirilir. Bu dönüşüm yönteminde λ ile ifade edilen bir dönüşüm parametresi kullanılır. Bu dönüşüm parametresinin farklı değerler alması dönüşümün etkisini belirler (6).

Normal dağılım varsayımının sağlanmadığı durumlarda, hangi dönüşüm yönteminin seçileceğine karar vermenin yanı sıra, dönüşüm parametresi kullanılan dönüşüm yöntemleri için dönüşüm parametresinin en uygun değerinin bulunması da önemlidir.

Bu tez kapsamında dönüşüm parametresi ile formüle edilen Log Shift (7), Box-Cox, Bickel-Doksum (8), Yeo-Johnson (9), Karekök Shift (10), Manly (11), Modulus (12), Dual (13) ve Gpower (14) dönüşüm yöntemlerinin dönüşüm parametre kestirimi için SW (15) normallik test istatistiği kullanılmıştır. Log, Neglog (16), Glog (17, 18, 19) ve Ters (20) dönüşüm yöntemleri de eklenerek Monte Carlo benzetim (15) çalışmasıyla farklı senaryolar altında bu dönüşüm yöntemlerinin performansları incelenmiştir. Ayrıca MLE yöntemi ile bu sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ek olarak R programında Transform paketi geliştirilmiştir.

Genel bilgiler bölümünde dönüşüm yöntemleri üzerinde durulmaktadır. Gereç ve yöntem bölümünde dönüşüm yöntemlerinin parametre kestiriminde önerilen yaklaşım incelenmektedir. Bulgular bölümünde Monte Carlo benzetim çalışması sonucu elde edilen bulgulara yer verilmektedir. Sonraki bölümde R programında geliştirilen Transform paketi uygulama ile tanıtılacak ve son bölümde bu tez kapsamında yapılanlar özetlenecektir.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Dönüşüm Yöntemleri

Normal dağılım varsayımı sağlanmadığında başvurulacak yöntemlerden biri değişkene dönüşüm uygulamaktır. Değişkene dönüşüm uygulamak istenildiğinde birden çok dönüşüm yöntemleri ile karşılaşılmaktadır. Üstelik bu dönüşüm yöntemlerinden bazıları bilinmeyen dönüşüm parametresi (λ) içermektedir. Bu tez kapsamında ilgilenilen dönüşüm yöntemleri arasında Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm parametresi ile formüle edilmiştir. Log, Neglog, Glog ve ters dönüşüm yöntemleri, dönüşüm parametresi içermemektedir.

Doğru bir dönüşüm yöntemi seçerken verinin özelliklerini dikkatlice incelemek ve dönüşümün amacını göz önünde bulundurmaya oldukça önemlidir. Verinin orijinal halinden farklı bir şekilde yorumlanmasına yol açacak veya bilgi kaybına neden olacak yöntemlerden kaçınılmalıdır.

2.1.1. Log Dönüşüm Yöntemi

Log dönüşüm yöntemi, verilerin normal dağılım özelliklerini sağlamak amacıyla veriyi logaritmik bir ölçeğe dönüştürür. Bu dönüşüm yöntemi özellikle veri pozitif çarpık dağılım gösteriyorsa ve aykırı değerler varsa başvurulacak yöntemler arasındadır. Bu dönüşümle orijinal verideki büyük değerler arasındaki farklar küçülürken küçük değerler arasındaki farklar büyür ve istatistiksel analizlerde daha doğru sonuçlar elde edilmesine olanak tanınır. Bu yöntem genellikle pozitif verilerle çalışmak için kullanılır. Bu dönüşüm uygulanacaksa, önce veride negatif veya sıfır değerine ne yapılacağı belirlenmiş olmalıdır. Formülde yer alan s ile gösterilen sabit sayı için belirlenecek değer ile veri ekseninde kaydırılabilir (5, 6). Log dönüşümü;

$$\log (y + s) \quad (2.1.)$$

2.1.2. Glog Dönüşüm Yöntemi

Genelleştirilmiş logaritma olarak geçen bu dönüşüm yöntemi, gen gibi karma yapılu büyük veriler için tasarlanmış olması logaritma dönüşümünden daha esnek bir seçenek olarak kabul edilmesini sağlamıştır (17, 18, 19). Log dönüşümünden geliştirilmiş bu dönüşüm yöntemi, veride hem pozitif hem negatif değerler varken uygulanabilmektedir. Glog dönüşümü;

$$\log(y + \sqrt{y^2 + 1}) \quad (2.2.)$$

2.1.3. Neglog Dönüşüm Yöntemi

Negatif logaritma olarak geçen bu dönüşüm yöntemi, glog dönüşüm yöntemi gibi, negatif değerlerle başa çıkmak için logaritma dönüşümünden geliştirilmiştir (16). Neglog dönüşümü;

$$\text{Sign}(y)\log(|y| + 1) \quad (2.3.)$$

Burada $\text{sign}(y)$ ile gösterilen işaret fonksiyonu, bir sayının işaretini belirtir. Pozitif bir sayı için işaret fonksiyonu 1 değerini, negatif bir sayı için -1 değerini, sıfır için ise 0 değerini alır (21).

2.1.4. Ters Dönüşüm Yöntemi

Tukey (20) ters dönüşüm yöntemiyle dönüştürülmüş verilerin normal dağılıma benzerlik gösterdiğini ve bu nedenle normal dağılım gibi bazı belirli dağılımlar için özellikle etkili olduğunu belirtmiştir (20). Ters dönüşümü;

$$\frac{1}{y}, \text{ eğer } y \neq 0. \quad (2.4.)$$

2.1.5. Box-Cox Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yöntemi, popüler dönüşüm yöntemleri arasındadır. Bu dönüşüm yöntemi kendinden sonra geliştirilen birçok dönüşüm yöntemine ilham kaynağı olmuştur. Box-Cox dönüşümünde; s ile gösterilen veriyi ekseninde kaydırmak için kullanılan bir sabit sayı ve λ parametresi ise, verilerin dönüştürülmesinde kullanılan bir dönüşüm parametresidir. λ değeri, verilerin normal dağılıma en yakın hale getirilmesi için belirlenir. Bu amaçla, farklı λ değerleri denenerek normal dağılıma en yakın olan seçilir. λ dönüşüm parametresinin aldığı değerlere göre farklı dönüşüm yöntemleri elde edilir. Örneğin $\lambda=1$ durumunda dönüşüm yapılmamış orijinal veri, $\lambda=0$ durumunda logaritmik dönüşüm, $\lambda=0,5$ durumunda karekök dönüşümü ve $\lambda=-1$ durumunda ters dönüşüm elde edilir (6). Box-Cox dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y + s)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \log(y + s), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.5.)$$

2.1.6. Log Shift Dönüşüm Yöntemi

Log Shift dönüşüm yöntemi, log dönüşüm yönteminin λ dönüşüm parametresi ile geliştirilmiş versiyonudur (7). Log Shift dönüşümü;

$$\log(y + \lambda) \quad (2.6.)$$

2.1.7. Bickel-Doksum Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşümünün bazı koşullarda uygun olmaması (negatif değerlerde) nedeniyle, bu yöntem geliştirilerek yeni dönüşüm yöntemleri geliştirilmiştir. Manly, Modulus, Bickel-Doksum ve Yeo-Johnson gibi birçok dönüşüm yöntemi Box-Cox dönüşüm yönteminin alternatif versiyonlarıdır (8). Bickel-Doksum dönüşümü;

$$\frac{|y|^\lambda \text{Sign}(y) - 1}{\lambda}, \text{ eğer } \lambda > 0 \quad (2.7.)$$

2.1.8. Yeo-Johnson Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yönteminin bir diğer alternatif versiyonu olan Yeo-Johnson, verideki değerlerin 0'dan küçük ya da 0 ve 0'dan büyük olma durumuna göre dönüşüm parametresi için 2 farklı formülasyon önerir (9). Yeo-Johnson dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y+1)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \text{ ve } y \geq 0 \\ \log(y+1), & \text{eğer } \lambda = 0 \text{ ve } y \geq 0 \\ \frac{(1-y)^{2-\lambda} - 1}{\lambda - 2}, & \text{eğer } \lambda \neq 2 \text{ ve } y < 0 \\ -\log(1-y), & \text{eğer } \lambda = 2 \text{ ve } y < 0 \end{cases} \quad (2.8.)$$

2.1.9. Karekök Shift Dönüşüm Yöntemi

Karekök Shift dönüşüm yöntemi, karekök dönüşüm yönteminin λ dönüşüm parametresi ile geliştirilmiş versiyonudur (10). Karekök Shift dönüşümü;

$$\sqrt{y + \lambda} \quad (2.9.)$$

2.1.10. Manly Dönüşüm Yöntemi

Manly dönüşümü, oranlara dayalı verilerin norma dağılıma yaklaştırması için önerilmiştir (11). Manly dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{e^{\lambda y} - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ y, & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.10.)$$

2.1.11. Modulus Dönüşüm Yöntemi

Box-Cox dönüşüm yöntemine alternatif olarak önerilen yöntemlerden birisi de Modulus dönüşüm yöntemidir. Özellikle veride negatif değerler olduğunda tercih edilir (12). Modulus dönüşümü;

$$\begin{cases} \text{Sign}(y) \frac{(|y| + 1)^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \text{Sign}(y) \log(|y| + 1), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.11.)$$

2.1.12. Dual Dönüşüm Yöntemi

Dual dönüşüm yöntemi veride yalnızca pozitif değerler olduğunda kullanılan dönüşüm yöntemidir (13). Dual dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{y^\lambda - y^{-\lambda}}{2\lambda}, & \text{eğer } \lambda > 0 \text{ ve } y > 0 \\ \log(y), & \text{eğer } \lambda = 0 \text{ ve } y > 0 \end{cases} \quad (2.12.)$$

2.1.13. Gpower Dönüşüm Yöntemi

Gpower dönüşüm yöntemi, Box-Cox dönüşüm yöntemine alternatif olarak geliştirilen yöntemlerden birisidir. $\lambda=0$ durumunda Glog dönüşüm elde edilir (14). Gpower dönüşümü;

$$\begin{cases} \frac{(y + \sqrt{y^2 + 1})^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{eğer } \lambda \neq 0 \\ \log(y + \sqrt{y^2 + 1}), & \text{eğer } \lambda = 0 \end{cases} \quad (2.13.)$$

2.2. Dönüşüm Parametresi Kestirimi Yöntemleri

Normal dağılım varsayımı gerektiren istatistiksel yöntemler için eğer bu varsayım sağlanamıyorsa ilgilenilen değişkene dönüşüm uygulanarak normal dağılım göstermesi sağlanabilir. Dönüşüm yöntemlerinin birçoğunda λ ile gösterilen dönüşüm

parametresi yer almaktadır. Eğer bir araştırmacı dönüşüm yöntemi uygulamak istiyorsa verinin özelliklerine göre doğru dönüşüm yöntemini seçmelidir. Ayrıca seçtiği dönüşüm yönteminde dönüşüm parametresi varsa bu dönüşüm parametresi için en uygun değeri belirlemelidir. Dönüşüm parametresi için seçilen bu değer değişkenin normal dağılıma en uygun dönüştüren değer olmalıdır. Bu dönüşüm parametre değerinin kestirimi için birçok yöntem bulunmaktadır.

Box ve Cox (6), Box-Cox dönüşüm parametresinin kestiriminde ilk olarak MLE yöntemini kullanmıştır. White (22) dönüşüm parametresi kestiriminde kullanılan MLE yönteminin başlangıç değerlerinin seçimine duyarlı ve özellikle küçük örneklem için yanlı olabileceğinin altını çizmiştir. Diggle ve Gratton (23) parametre kestirimi için Monte Carlo benzetim çalışması kullanarak kestirimlerin güçlendirilmesini amaçlamıştır.

Halva (24), Box-Cox dönüşüm parametresinin kestiriminde yapay regresyon kurmayı önermiş ve MLE ile karşılaştırmıştır. Bu çalışma sonucunda, çoğu senaryo altında önerilen yöntemin, varyansı MLE yöntemine göre daha küçük olmakla birlikte daha iyi performans gösterdiğini bulmuştur. Özellikle küçük örneklem büyüklüğüne ve büyük varyansa sahip veri kümelerinde daha etkili olduğu belirtilmiştir.

Rahman (25) yeni bir öneri ile Box-Cox dönüşümünün kestirilmesinde mümkün olduğunca verinin normal dağılıma yaklaşmasını sağlamak için SW test istatistiğinin maksimize edilmesini önermiştir. Önerilen yöntemin normal dağılım tabanlı olabilirlik yöntemi ve yapay regresyon modeli yöntemiyle karşılaştırmalı bir çalışması da sunulmaktadır. Bu çalışmaya göre SW test istatistiğinin maksimize edilmesi yönteminin, parametre kestiriminde diğer kestirim yöntemlerine kıyasla daha iyi performans gösterdiği sonucuna varılmıştır.

Şu ana kadar genellikle uygulamada karşımıza MLE yöntemi veya hata kareler toplamının minimize edilmesi gibi iki yaklaşım çıkmaktadır. Ancak, Rahman (25) çalışmasında, dönüşüm parametresinin kestirilmesinde normallik test

istatistiğinin oldukça etkili bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir. Bununla birlikte, bu yöntemin bazı sınırlamaları vardır, örneğin standart normal dağılım değişkenlerin sıralama istatistiklerine ve SW test istatistiğinin yüzdelerine dayanmaktadır. Bu nedenle, Rahman ve Pearson (26) yeni bir öneri ile Box-Cox dönüşüm parametresinin kestirimine alternatif bir yaklaşım olarak Anderson-Darling test istatistiğini maksimize eden değer üzerinde çalışmıştır. Dönüşüm parametre kestiriminin karşılaştırılması için benzetim çalışması ile MLE ve SW test istatistiği kullanılmıştır. MATLAB yazılımı aracılığıyla benzetim çalışması gerçekleştirilmiş ve kod erişimi için yazarlarla iletişime geçilmesi gerektiği belirtilmiştir. 1000 tekrarlı 20, 40 ve 100 örneklem büyüklüğünde Normal, Gamma ve Weibul dağılımlarından veri üretilerek çalışılmıştır.

Dağ ve ark. (27) Box-Cox dönüşüm parametre kestiriminde bilgi vermeyen bir yardımcı değişkenin kullanımını önermiştir. Parametre kestirimi için hata kareler toplamı yöntemi kullanılmıştır. Ayrıca 7 farklı simetrik olmayan dağılımdan farklı senaryolar altında büyük örneklem için 10.000, küçük ve orta örneklem için 100.000 tekrarlı olarak 10, 20, 30, 50, 100, 200, 300, 500, 1000 örneklem büyüklüklerinde veri türetilerek performansları Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Shapiro-Francia normallik testleri aracılığıyla karşılaştırılmıştır.

Asar ve ark. (28) Box-Cox dönüşüm parametre kestirimini farklı uyum iyiliği testleri aracılığıyla kestirmiştir. Yapılan benzetim çalışması sonucunda çoğu senaryo altında Shapiro-Wilk, Anderson-Darling, Cramer-von Mises, Pearson ki-kare, Shapiro-Francia, Lilliefors, Jarque-Bera, Yapay Ortak Değişken yöntemleri arasında SW ve yapay ortak değişken yöntemlerinin diğerlerinden daha etkili olduğunu ve Pearson ki-kare yönteminin en kötü performans gösteren yöntem olduğunu ortaya koymaktadır.

Dağ ve ilk (29) çalışmalarında, ANOVA yöntemi için varyansların homojenliğinin veya normal dağılım şartlarının sağlanmadığı durumlarda dönüşüm parametresini kestirmek için yeni bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem, SW ve Bartlett test istatistiklerini kullanarak olabilirlik fonksiyonunu maksimize etmeyi

hedeflemektedir. Bu şekilde, dönüşüm parametresinin kestirilebileceği uygun bir alan belirlenmektedir. Çalışmanın sonuçlarına göre, dönüşüm parametresinin kestirimi için önerilen yöntem, MLE yöntemine göre daha iyi bir performans sergilemektedir. Ayrıca, çalışmada önerilen yöntemin R programında AID kütüphanesi altında boxcoxf olarak yayınlandığı belirtilmektedir.

Yılmaz ve Dağ (30) çalışmasında, altı farklı teknik kullanılarak elde edilen Box-Cox dönüşüm kestirimlerini bir araya getirmek için yeni bir algoritma önerilmiştir. Anderson-Darling, Lilliefors, Cramer-von Mises, Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Shapiro-Francia gibi normallik için uyum iyiliği testlerini içerir. Box-Cox parametresinin kestirilmesi için, bu altı yöntemle hesaplanan kestirimlerin tüm olası kombinasyonları (63 kombinasyon) birleştirilmektedir. Hangi kombinasyonun diğerlerinden daha iyi performans gösterdiğini belirlemek için Monte Carlo benzetim çalışması uygulanmaktadır. Benzetim çalışması, Shapiro-Wilk, Jarque-Bera ve Anderson-Darling testlerinin kombinasyonunun, farklı dönüşüm parametreleri ve örneklem büyüklükleri altında oluşturulan benzetim senaryolarının çoğunda iyi performans gösterdiğini göstermektedir.

Bu tez kapsamında daha etkili (28) olmasını beklediğimiz SW test istatistiğini maksimize eden dönüşüm parametresi kestirilmiştir. Üstelik parametre kestirimi sadece Box-Cox dönüşüm yöntemi için değil, dönüşüm parametresi içeren 8 yöntem daha eklenerek gerçekleştirilmiştir. Ayrıca optimum parametreleri kestirilen bu dönüşüm yöntemleri Monte Carlo benzetim çalışmasıyla farklı senaryolar altında karşılaştırılmıştır.

2.3. Shapiro-Wilk Testi

Bu çalışma kapsamında veri setinin normal dağılım özelliklerini gösterip göstermediğini değerlendirmek için uyum iyiliği testlerinden SW testi kullanılmıştır.

SW testi (15), 1965 yılında Samuel Shapiro ve Martin Wilk tarafından geliştirilen, bir veri setinin normal dağılıma uygunluğunu değerlendirmek için

kullanılan bir uyum iyiliği testidir. SW testi, özellikle küçük örneklerle çalışırken diğer normal dağılım testlerinden daha iyi performans gösterir. Testin temel mantığı, gözlemlenen veri setinin, normal dağılıma sahip bir örneklem olduğunu varsayar. Test, bu varsayımın geçerli olup olmadığını değerlendirmek için veri setini istatistiksel olarak analiz eder. SW testi, veri setinin düzenli bir şekilde sıralandığı, veri setinin normal dağılımdan sapma eğiliminde olmadığı bir yokluk hipotezi oluşturur.

SW testi istatistiği;

$$W = \frac{b^2}{((n-1)s^2)} \quad (2.14.)$$

Şeklinde tanımlanır. Formül 2.14.'te yer alan denklemdeki b;

$$b = \sum_{i=1}^{n/2} a_{n-i+1} (X_{(n-i+1)} - X_{(i)}) \quad (2.15.)$$

Şeklinde gösterilir. Formül 2.15.'te yer alan denklemdeki $X_{(i)}$ örneklemelerden elde edilen sıra istatistikleridir. Denklemdeki a;

$$a = \frac{(w'V^{-1})}{\sqrt{(w'V^{-1}V^{-1}w')}} \quad (2.16.)$$

Şeklinde gösterilir. Formül 2.16.'da yer alan denklemdeki w sıra istatistiklerinin beklenen değer vektörüdür. V ise sıra istatistiklerinin kovaryans matrisidir. Bu test istatistiği veri setinin, normal dağılıma ne kadar uyduğunu ölçer. SW testi sonucunda elde edilen test istatistiği, bir p değeri ile verilir. Bu değer, test istatistiğinin elde edilmesinde normal dağılımı kabul etmek için kullanılan bir eşik değeridir. Eğer elde edilen p değeri, belirlenen anlamlılık düzeyinden küçükse yokluk hipotez reddedilir ve veri setinin normal dağılıma uymadığı sonucuna varılır. Aksi durumda, yokluk hipotez reddedilemez ve veri setinin normal dağılıma uyduğu sonucuna varılır.

2.4. R Programında Dönüşüm Yöntemleri Kütüphaneleri

R programında mevcutta dönüşüm yöntemlerini içeren farklı kütüphaneler ve bu kütüphaneler altında farklı fonksiyonlar bulunmaktadır. Her kütüphane kendi içerisinde farklı dönüşüm yöntemleri bulundurmaktadır. Ayrıca bu kütüphaneler altındaki fonksiyonlarda dönüşüm parametre kestirimi için farklı yöntemler kullanılmıştır. Tablo 2.1.'de dönüşüm yöntemleri için kullanılan bazı kütüphaneler, içerdikleri dönüşüm yöntemleri ve dönüşüm parametre kestirimi yöntemleri özetlenmeye çalışılmıştır. Dağ ve ark. (29) tarafından 2017 yılında AID kütüphanesi altında Box-Cox özelinde geliştirilmiş özellikle Shapiro-Wilk, Anderson-Darling uyum iyiliği testlerine dayanan birçok fonksiyon bulunmaktadır. Peterson (31) tarafından 2019 yılında bestNormalize kütüphanesi altında Rank Mapping dönüşüm parametresi kestirim yöntemine dayanan Glog, Box-Cox, Yeo-Johnson dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Fox ve Weisberg (32) tarafından 2011 yılında geliştirilen car kütüphanesi altında MLE kestirimine dayanan Box-Cox, Yeo-Johnson gibi dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Kuhn (33) tarafından 2008 yılında geliştirilen caret paketinde ise MLE kestirimine dayanan Box-Cox, Yeo-Johnson, Manly gibi dönüşüm yöntemleri bulunmaktadır. Venables ve Ripley (34) tarafından ise 2002 yılında MASS paketi geliştirilmiş ve Box-Cox ve Log dönüşüm yöntemleri MLE ile sunulmuştur. Lily ve ark. (35) tarafından 2019 yılında geliştirilen trafo paketinde, bu tez kapsamında çalışılan 13 dönüşüm yöntemi mevcuttur. Trafo kütüphanesinde bu dönüşüm yöntemlerinden dönüşüm parametresi içeren dönüşüm yöntemleri MLE, momentler optimizasyonu ve divergence minimizasyonu ile kestirilebilmektedir. Bizim geliştirdiğimiz Transform kütüphanesinde ise 13 dönüşüm yöntemi ve bu dönüşüm yöntemlerinden dönüşüm parametresi içeren dönüşüm yöntemleri uyum iyiliği testi kestirimine dayandırılarak oluşturulmuştur. Tablo 2.1.'de mevcutta R programında yer alan farklı kütüphaneler altında yer alan dönüşüm yöntemlerinin, parametre kestiriminde baz aldığı dönüşüm yöntemleri belirtilmiştir.

Tablo 2.1. R Programında Farklı Kütüphaneler Altında Yer Alan Dönüşüm Yöntemleri

| | AID | bestNormalize | car | caret | MASS | trafo | Transform |
|---------------------------|-------------------------|---------------|-----|-------|------|-------|-----------|
| <i>Dönüşüm Yöntemleri</i> | Log | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Neglog | | | | | ✓ | ✓ |
| | Glog | | ✓ | | | ✓ | ✓ |
| | Ters | | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ |
| | Log Shift | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ |
| | Box-Cox | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Bickel-Doksum | | | | | ✓ | ✓ |
| | Gpower | | | | | ✓ | ✓ |
| | Modulus | | | | | ✓ | ✓ |
| | Yeo-Johnson | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| | Dual | | | | | ✓ | ✓ |
| | Karekök Shift | | | | | ✓ | ✓ |
| | Manly | | | | ✓ | ✓ | ✓ |
| | <i>Kestirim Yöntemi</i> | MLE | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ |
| Shapiro-Wilk | | ✓ | | | | | ✓ |
| Rank-Mapping | | | ✓ | | | | |
| Momentler Optimizasyonu | | | | | | ✓ | |
| Divergence | | | | | | | |
| Minimizasyonu | | | | | | ✓ | |

Not: Lily ve ark. (35) çalışmasından alınmıştır.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

Bu bölümde, parametre kestirim yönteminin uygulanması için izlenecek adımlar ve performansının ölçülmesinde kullanılan yöntemler ele alınmaktadır.

3.1. Parametre Kestirimi Metodolojisi

- i. λ parametresinin en uygun değeri için aranacak aralık belirlenir. Kullanılacak dönüşüm yönteminde belirtilen sınırlar dikkate alınarak örneğin $\lambda=-3,-2.99,-2.98, \dots, 2.98, 2.99, 3$ seçilir.
- ii. İlgili dönüşüm yöntemi uygulanır.
- iii. λ parametresi kadar dönüştürülmüş veri elde edilir.
- iv. Her λ değeri için elde edilen dönüştürülmüş veri setine SW testi her λ değeri için bir tane SW test istatistiği elde edilmiş olur.
- v. SW test istatistiği maksimum olan λ değeri ilgili dönüşüm yöntemi için optimum parametre kestirimi olarak seçilir.

Önerilen bu yöntem R programında Transform kütüphanesi altında oluşturulmuştur. ii. Adımda ilgili dönüşüm yöntemini uygulamak için Transform kütüphanesindeki fonksiyonlarının isimleri Tablo 3.1.'de özetlenmiştir. iv. Adımda 2017 yılında Asar ve ark. (28) tarafından yapılan çalışmada uyum iyiliği testleri ile Box-Cox dönüşüm yönteminin parametre kestirimi yapılmış ve SW test istatistiği diğer uyum iyiliği testlerine göre daha iyi sonuç vermişti. Bu doğrultuda, bu çalışma kapsamında geleneksel yöntem olan MLE yerine, uyum iyiliği testlerinden en iyi performans vereceğini düşündüğümüz SW test istatistiği ile parametre kestirimi gerçekleştirilmiş ve bu doğrultuda Transform paketi oluşturulmuştur. Parametre kestirimi yöntemlerini karşılaştırmak için Lily ve ark. (35) tarafından geliştirilen trafo paketi yardımıyla dönüşüm yöntemlerinin parametre kestirimi MLE yardımı ile kestirilmiş ve bu iki yöntem karşılaştırılmıştır.

Tablo 3.1. Transform Kütüphanesi Altında Yer Alan Fonksiyonlar

| Dönüşüm Yöntemi | Fonksiyon Adı |
|-----------------|---------------|
| Log | lgTransform |
| Neglog | nlTransform |
| Glog | glTransform |
| Ters | rpTransform |
| Log Shift | lsTransform |
| Box-Cox | bcTransform |
| Bickel-Doksum | bdTransform |
| Gpower | gpTransform |
| Modulus | mdTransform |
| Yeo-Johnson | yjTransform |
| Dual | dlTransform |
| Karekök Shift | ssTransform |
| Manly | mnTransform |

3.2. Dönüşüm Yöntemleri Performans Ölçütü

Bu çalışmada, dönüşüm yöntemlerinin performans ölçütü olarak simetrik olmayan dağılımlardan üretilmiş verinin dönüşüm uygulandıktan sonra normal dağılıma başarılı bir şekilde dönüşüm yüzdesi kullanılmıştır (27). Dönüşüm uygulandıktan sonra veriye SW testi yapılmış ve normal dağılım göstermediğine dair yeterli kanıt yoksa normal dağılım gösterdiği kabul edilmiştir ($p>0,05$).

4. BULGULAR

Bu bölümde önerilen SW yöntemi ile MLE yöntemini karşılaştırabilmek için Monte Carlo benzetim çalışmasından elde edilen bulgulara yer verilecektir. Elde edilen sonuçların bir kısmı tablolarla gösterilecektir. Ek olarak gerçek veri seti üzerinde bu iki yöntem uygulanarak karşılaştırılacaktır.

Bu tez kapsamında SW test istatistiği ile parametre kestirim yönteminin çeşitli dağılımlarda etkisini görebilmek için en iyi bilinen altı sürekli dağılımdan veri üretilmiştir. Bu dağılımlar Beta, Ki-Kare, Üstel, F, Gamma ve Weibull dağılımlarıydı. Bu dağılımların farklı özelliklerini görebilmek için her dağılım için beş farklı parametre değeri seçilmiştir. Sonuçların tekrarlanabilmesi için set.seed fonksiyonu 12345 olarak sabitlenmiştir (27).

Tablo 4.1. Dağılım Parametreleri

| Dağılım | Parametre | | | | |
|------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Beta Dağılımı | $\alpha=0.5; \beta=0.5$ | $\alpha=1; \beta=3$ | $\alpha=2; \beta=2$ | $\alpha=2; \beta=5$ | $\alpha=5; \beta=1$ |
| Ki-Kare Dağılımı | $k = 1$ | $k = 2$ | $k = 3$ | $k = 4$ | $k = 5$ |
| Üstel Dağılım | $\theta = 0.01$ | $\theta = 0.1$ | $\theta = 0.5$ | $\theta = 1$ | $\theta = 100$ |
| F Dağılımı | $d1=10; d2=20$ | $d1=10; d2=50$ | $d1=20; d2=20$ | $d1=20; d2=50$ | $d1=50; d2=20$ |
| Gamma Dağılımı | $k=1; \theta=2$ | $k=2; \theta=2$ | $k=3; \theta=2$ | $k=5; \theta=1$ | $k=9; \theta=0.5$ |
| Weibull Dağılımı | $\theta=1; k=0.5$ | $\theta=1; k=1$ | $\theta=1; k=1.5$ | $\theta=1; k=3$ | $\theta=1; k=5$ |

Tablo 4.1.'de dağılımların, seçilen farklı parametreleri gösterilmiştir. Bu parametrelerle farklı özelliklerde dağılımlar elde edilerek dönüşüm yöntemlerinin performansını farklı koşullarda görebilmek amaçlanmıştır.

Benzetim çalışmasının algoritması şöyledir;

- i. Farklı 10, 20, 30, 50, 100, 500 örneklem büyüklüklerinde normal olmayan dağılımdan veri üretilir.
- ii. Dönüşüm yöntemleri ayrı ayrı uygulanır.
- iii. SW testi ile normal dağılım gösterip göstermediği kontrol edilir.
- iv. İlk 3 adım 10.000 kez tekrarlanır.
- v. Normal dağılıma dönüşüm oranı hesaplanır.

Tüm adımlar uygulanarak farklı parametrelerde üstel dağılıma sahip verinin, dönüşüm parametre kestirimi içeren ve içermeyen 13 farklı dönüşüm yöntemi kullanılarak normal dağılıma dönüşüm yüzdeleri Tablo 4.2.'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| n | Dönüşüm Yöntemi | Üstel Dağılım (θ) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|--------------|-------|----------------|-------|
| | | $\theta = 0.01$ | | $\theta = 0.1$ | | $\theta = 0.5$ | | $\theta = 1$ | | $\theta = 100$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Log | 0,848 | 0,848 | 0,847 | 0,847 | 0,850 | 0,850 | 0,850 | 0,850 | 0,850 | 0,850 |
| | Neglog | 0,871 | 0,871 | 0,872 | 0,872 | 0,874 | 0,874 | 0,874 | 0,874 | 0,873 | 0,873 |
| | Glog | 0,851 | 0,851 | 0,851 | 0,851 | 0,852 | 0,852 | 0,853 | 0,853 | 0,852 | 0,852 |
| | Ters | 0,148 | 0,148 | 0,150 | 0,150 | 0,151 | 0,151 | 0,151 | 0,151 | 0,158 | 0,158 |
| | Log Shift | 0,759 | 0,908 | 0,763 | 0,911 | 0,754 | 0,908 | 0,759 | 0,912 | 0,763 | 0,910 |
| | Box-Cox | 0,994 | 0,997 | 0,994 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,994 | 0,998 |
| | Bickel-Doksum | 0,991 | 0,994 | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,995 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,995 |
| | Gpower | 0,994 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,994 | 0,998 |
| | Modulus | 0,993 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,998 |
| | Yeo-Johnson | 0,993 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,994 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,998 |
| | Dual | 0,991 | 0,994 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,995 | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,995 |
| | Karekök Shift | 0,966 | 0,973 | 0,972 | 0,978 | 0,970 | 0,976 | 0,972 | 0,977 | 0,972 | 0,978 |
| | Manly | NC | 0,985 | NC | 0,984 | NC | 0,987 | NC | 0,985 | NC | 0,987 |
| | 20 | Log | 0,684 | 0,684 | 0,691 | 0,691 | 0,687 | 0,687 | 0,683 | 0,683 | 0,684 |
| Neglog | | 0,730 | 0,730 | 0,739 | 0,739 | 0,736 | 0,736 | 0,733 | 0,733 | 0,731 | 0,731 |
| Glog | | 0,689 | 0,689 | 0,696 | 0,696 | 0,693 | 0,693 | 0,687 | 0,687 | 0,688 | 0,688 |
| Ters | | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| Log Shift | | 0,778 | 0,794 | 0,784 | 0,802 | 0,784 | 0,801 | 0,780 | 0,797 | 0,781 | 0,796 |
| Box-Cox | | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 |
| Bickel-Doksum | | 0,994 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,992 | 0,994 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Gpower | | 0,995 | 0,996 | 0,994 | 0,996 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 |
| Modulus | | 0,994 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Yeo-Johnson | | 0,994 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Dual | | 0,994 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,994 | 0,995 |
| Karekök Shift | | 0,941 | 0,942 | 0,941 | 0,942 | 0,938 | 0,939 | 0,940 | 0,941 | 0,938 | 0,939 |
| Manly | | NC | 0,886 | NC | 0,885 | NC | 0,887 | NC | 0,889 | NC | 0,883 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 4.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | Üstel Dağılım (θ) | | | | | | | | | |
|----|-----------------|----------------------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|--------------|-------|----------------|-------|
| | | $\theta = 0.01$ | | $\theta = 0.1$ | | $\theta = 0.5$ | | $\theta = 1$ | | $\theta = 100$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,538 | 0,538 | 0,537 | 0,537 | 0,532 | 0,532 | 0,536 | 0,536 | 0,536 | 0,536 |
| | Neglog | 0,599 | 0,599 | 0,600 | 0,600 | 0,599 | 0,599 | 0,599 | 0,599 | 0,601 | 0,601 |
| | Glog | 0,544 | 0,544 | 0,542 | 0,542 | 0,538 | 0,538 | 0,542 | 0,542 | 0,542 | 0,542 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,677 | 0,686 | 0,675 | 0,685 | 0,674 | 0,683 | 0,673 | 0,682 | 0,676 | 0,686 |
| | Box-Cox | 0,992 | 0,994 | 0,991 | 0,994 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,994 | 0,991 | 0,993 |
| | Bickel-Doksum | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,993 |
| | Gpower | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,993 |
| | Modulus | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,989 | 0,991 | 0,991 | 0,993 | 0,989 | 0,991 |
| | Yeo-Johnson | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,989 | 0,991 | 0,991 | 0,993 | 0,989 | 0,991 |
| | Dual | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,992 | 0,993 |
| | Karekök Shift | 0,888 | 0,888 | 0,890 | 0,890 | 0,887 | 0,888 | 0,888 | 0,888 | 0,886 | 0,886 |
| | Manly | NC | 0,721 | NC | 0,715 | NC | 0,713 | NC | 0,722 | NC | 0,722 |
| 50 | Log | 0,311 | 0,311 | 0,310 | 0,310 | 0,300 | 0,300 | 0,311 | 0,311 | 0,309 | 0,309 |
| | Neglog | 0,380 | 0,380 | 0,378 | 0,378 | 0,372 | 0,372 | 0,379 | 0,379 | 0,378 | 0,378 |
| | Glog | 0,317 | 0,317 | 0,314 | 0,314 | 0,308 | 0,308 | 0,315 | 0,315 | 0,315 | 0,315 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,472 | 0,478 | 0,477 | 0,483 | 0,474 | 0,480 | 0,481 | 0,486 | 0,468 | 0,475 |
| | Box-Cox | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,992 |
| | Bickel-Doksum | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,992 |
| | Gpower | 0,991 | 0,991 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 |
| | Modulus | 0,989 | 0,991 | 0,989 | 0,990 | 0,988 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,991 |
| | Yeo-Johnson | 0,989 | 0,991 | 0,989 | 0,990 | 0,988 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,991 |
| | Dual | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| | Karekök Shift | 0,752 | 0,753 | 0,748 | 0,749 | 0,745 | 0,746 | 0,752 | 0,752 | 0,749 | 0,750 |
| | Manly | NC | 0,338 | NC | 0,339 | NC | 0,335 | NC | 0,343 | NC | 0,334 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 4.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | Üstel Dağılım (θ) | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|----------------------------|-------|----------------|-------|----------------|-------|--------------|-------|----------------|-------|
| | | $\theta = 0.01$ | | $\theta = 0.1$ | | $\theta = 0.5$ | | $\theta = 1$ | | $\theta = 100$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,057 | 0,057 | 0,057 | 0,057 | 0,055 | 0,055 | 0,062 | 0,062 | 0,058 | 0,058 |
| | Neglog | 0,089 | 0,089 | 0,087 | 0,087 | 0,088 | 0,088 | 0,093 | 0,093 | 0,090 | 0,090 |
| | Glog | 0,059 | 0,059 | 0,060 | 0,060 | 0,057 | 0,057 | 0,064 | 0,064 | 0,060 | 0,060 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,147 | 0,148 | 0,146 | 0,148 | 0,144 | 0,145 | 0,152 | 0,154 | 0,151 | 0,153 |
| | Box-Cox | 0,987 | 0,988 | 0,986 | 0,988 | 0,986 | 0,988 | 0,988 | 0,989 | 0,985 | 0,986 |
| | Bickel-Doksum | 0,987 | 0,988 | 0,986 | 0,988 | 0,986 | 0,988 | 0,988 | 0,989 | 0,985 | 0,986 |
| | Gpower | 0,986 | 0,988 | 0,986 | 0,987 | 0,986 | 0,987 | 0,987 | 0,989 | 0,985 | 0,986 |
| | Modulus | 0,983 | 0,985 | 0,983 | 0,985 | 0,982 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,982 | 0,983 |
| | Yeo-Johnson | 0,983 | 0,985 | 0,983 | 0,985 | 0,982 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,982 | 0,983 |
| | Dual | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,991 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,990 |
| | Karekök Shift | 0,344 | 0,345 | 0,340 | 0,340 | 0,344 | 0,344 | 0,344 | 0,345 | 0,346 | 0,346 |
| | Manly | NC | 0,009 | NC | 0,009 | NC | 0,008 | NC | 0,008 | NC | 0,008 |
| 500 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Neglog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Glog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Box-Cox | 0,913 | 0,918 | 0,916 | 0,920 | 0,917 | 0,921 | 0,914 | 0,918 | 0,915 | 0,921 |
| | Bickel-Doksum | 0,913 | 0,918 | 0,916 | 0,920 | 0,917 | 0,921 | 0,914 | 0,918 | 0,915 | 0,921 |
| | Gpower | 0,912 | 0,916 | 0,914 | 0,919 | 0,915 | 0,920 | 0,912 | 0,917 | 0,914 | 0,919 |
| | Modulus | 0,896 | 0,903 | 0,898 | 0,903 | 0,899 | 0,904 | 0,895 | 0,900 | 0,897 | 0,902 |
| | Yeo-Johnson | 0,896 | 0,903 | 0,898 | 0,903 | 0,899 | 0,904 | 0,895 | 0,900 | 0,897 | 0,902 |
| | Dual | 0,951 | 0,953 | 0,953 | 0,954 | 0,953 | 0,956 | 0,953 | 0,955 | 0,956 | 0,958 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 4.2’de yer alan sonuçlar incelendiğinde; Log, Neglog, Glog ve Ters dönüşüm yöntemleri dönüşüm parametresi içermediği için her iki dönüşüm parametre kestirimi yönteminde de aynı sonuçları verir. Örneklem büyüklüğü bazında 10, 20, 30 ve 50 örneklem büyüklüklerine göre dönüşüm yöntemleri karşılaştırıldığında Box-Cox, Bickel-Doksum, Gpower, Modulus, Yeo-Johnson ve Dual dönüşüm yöntemleri diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha başarılı olup normalliğe dönüştürme bakımından %99 bandında başarı oranı vermektedir. Küçük örneklem boyutu olarak nitelendirebileceğimiz 10, 20, 30 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Box-Cox dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. 30 ve üzeri örneklem büyüklüğüne geçildiğinde, Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. İyi sonuçlar veren Box-Cox, Bickel-Doksum, Gpower, Modulus, Yeo-Johnson, Dual dönüşüm yöntemleri arasında en düşük performans veren dönüşüm yönteminden %5’e kadar farkla Dual dönüşüm yönteminin daha iyi performans verdiğini söyleyebiliriz.

Ek 1’de yer alan sonuçlar incelendiğinde ki-kare, F, Gamma, Weibull dağılımlarından elde edilen (Bkz. Tablo 8.2., 8.3., 8.4. ve 8.5) 10 ve 20 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Box-Cox dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Beta dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.1.) 10 ve 20 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Dual ve Manly dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Beta, ki-kare ve Weibull dağılımlarından elde edilen (Bkz. Tablo 8.1., 8.2. ve 8.5.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında, Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. F dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.3.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde 10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Box-Cox, Modulus ve Yeo-Johnson dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Gamma dağılımından elde edilen (Bkz. Tablo 8.4.) 30, 50 ve 100 örneklem büyüklüklerinde

10.000 tekrarlı olarak çalışıldığında ise Box-Cox ve Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

Önerdiğimiz ve Transform paketi içerisinde oluşturduğumuz dönüşüm parametre kestirim yöntemi olarak SW yöntemi ve MLE yöntemi karşılaştırıldığında, Manly dönüşüm yönteminde R programında trafo paketi içerisinde yer alan trafo_lm fonksiyonu kullanılarak Manly yöntemi ile dönüşüm gerçekleştirildiğinde dönüşüm gerçekleştirilmemiştir. Ancak bizim tarafımızdan oluşturulan Transform paketi içerisinde yer alan mnTransform fonksiyonu ile dönüşüm gerçekleştirilmiştir.

Çoğu senaryo altında önerdiğimiz SW test istatistiği yönteminin MLE yöntemine göre beklendiği gibi daha iyi sonuç verdiği görülmektedir.

5. R PAKETİ İLE UYGULAMA

Bu bölümde R programında geliştirilen Transform kütüphanesi tanıtılacaktır. Bu kütüphane içerisinde yer alan 13 farklı dönüşüm yöntemi gerçek bir veri seti üzerinden uygulamalı olarak gösterilecektir.

Kullanacağımız veri seti simetrik olmayan, sağa çarpık bir veri seti olarak dikkat çeken MASS (36) kütüphanesi içerisinde yer alan *Cushings* (37) veri seti olacaktır. *Cushing* sendromu, adrenal bezlerin aşırı kortizol salgılaması sonucunda ortaya çıkan bir hormonal bozukluktur (37). Bu veri seti 27 gözlem 3 değişkenden oluşmaktadır:

- *Tetrahydrocortisone*: Tetrahidrokortizonun idrarla atılım hızını gösterir (mg/24 saat).
- *Pregnanetriol*: Pregnanetriolün idrarla atılım hızını gösterir (mg/24 saat).
- *Type*: a (adenom), b (bilateral hiperplazi), c (karsinom) veya u olarak ifade edilen altta yatan sendrom tipini gösterir.

```
R> library(MASS)
R> MASS::Cushings

##      Tetrahydrocortisone Pregnanetriol Type
## a1                3.1           11.70    a
## a2                3.0            1.30    a
## a3                1.9            0.10    a
## a4                3.8            0.04    a
## a5                4.1            1.10    a
## a6                1.9            0.40    a
## b1                8.3            1.00    b
## b2                3.8            0.20    b
## b3                3.9            0.60    b
## b4                7.8            1.20    b
## b5                9.1            0.60    b
## b6               15.4            3.60    b
## b7                7.7            1.60    b
## b8                6.5            0.40    b
## b9                5.7            0.40    b
## b10              13.6            1.60    b
## c1               10.2            6.40    c
## c2                9.2            7.90    c
```

```
## c3          9.6          3.10    c
## c4         53.8          2.50    c
## c5         15.8          7.60    c
## u1          5.1          0.40    u
## u2         12.9          5.00    u
## u3         13.0          0.80    u
## u4          2.6          0.10    u
## u5         30.0          0.10    u
## u6         20.5          0.80    u
```

Bu çalışmada, dönüşüm uygulamak üzere *Tetrahydrocortisone* değişkeni seçilmiştir.

```
R> Tetrahydrocortisone <- Cushings$Tetrahydrocortisone
```

Tetrahydrocortisone değişkeninin normal dağılmadığından emin olmak için SW testi ile kontrol edildiğinde, p değerinin $2,702 \times 10^{-6}$ olduğunu ve öngörülen tip I hata miktarı $\alpha = 0,05$ 'ten küçük olduğunu bu durumda değişkeninin normal dağılım göstermediği görülmektedir.

```
R> shapiro.test(Tetrahydrocortisone)
```

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: Tetrahydrocortisone
## W = 0.6886, p-value = 2.702e-06
```

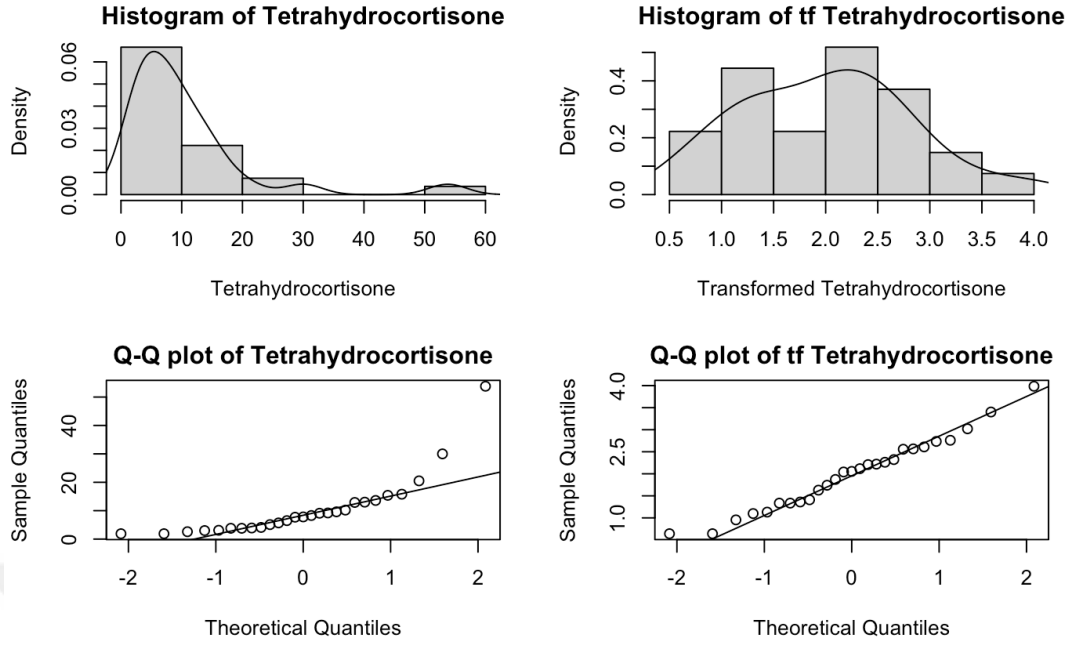
Geliştirdiğimiz Transform (38) paketi yüklenir.

```
#install.packages("Transform")
```

```
library(Transform)
```

Tetrahydrocortisone değişkenine log dönüşüm yöntemi uygulandığında;

```
R> lgTransform(Tetrahydrocortisone, lambda2 = NULL, plot = TRUE, alpha = 0.05, verbose = TRUE)
```



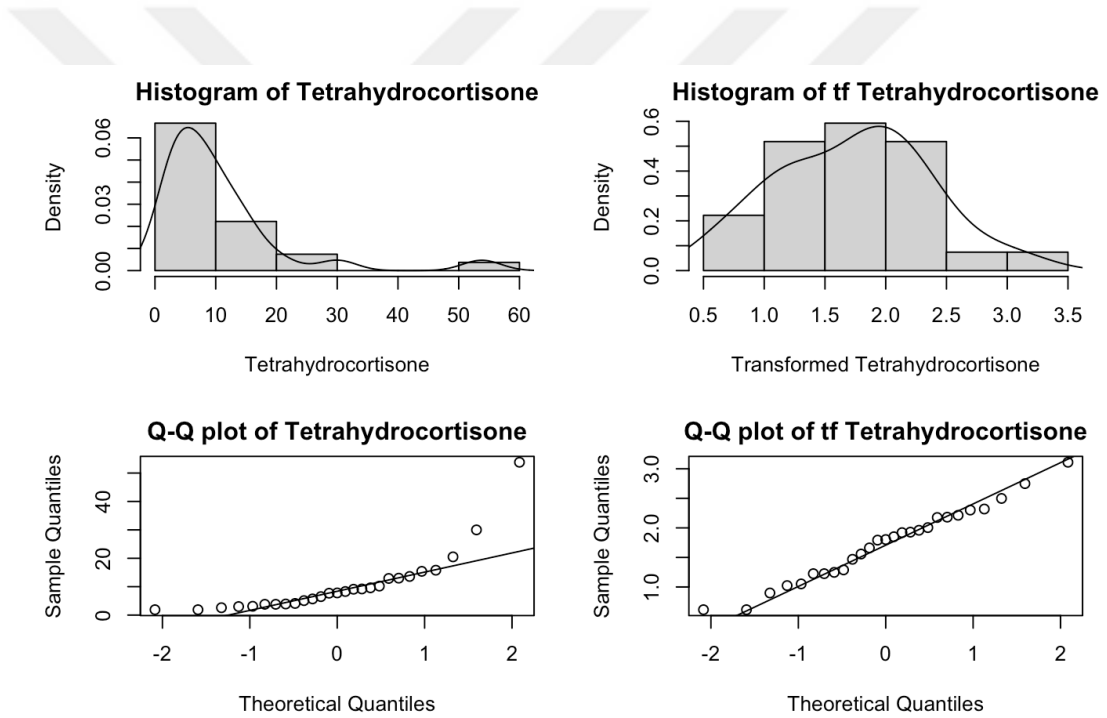
Şekil 5.1. Verinin Log dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

```
##
##   Log (shift) transformation
## -----
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
--
##
##   statistic : 0.9770395
##   p.value   : 0.7902735
##
##   Result    : Transformed data is normal.
## -----
```

Dönüşüm sonucunda değişkenin normal dağılımdan farklı olmadığı söylenebilir (p -değeri= 0,7902735 > α = 0,05). Burada dönüşüm yöntemi formülasyonu gereği eğer veri seti negatif veya sıfır değeri içerirse, lambda 2 yerine belirlenecek sabit bir sayı ile veri seti eksen üzerinde kaydırılarak dönüşüm gerçekleştirilebilir. Şekil 5.1'de dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

Tetrahydrocortisone değişkenine dönüşüm parametresi (λ , -3'ten 3'e 0,01 artırmalı olarak taranacak şekilde) içeren Box-Cox dönüşüm yöntemi uygulandığında;

```
R> bcTransform(Tetrahydrocortisone, lambda = seq(-3,3,0.01), lambda
2 = NULL, plot = TRUE, alpha = 0.05, verbose = TRUE)
```



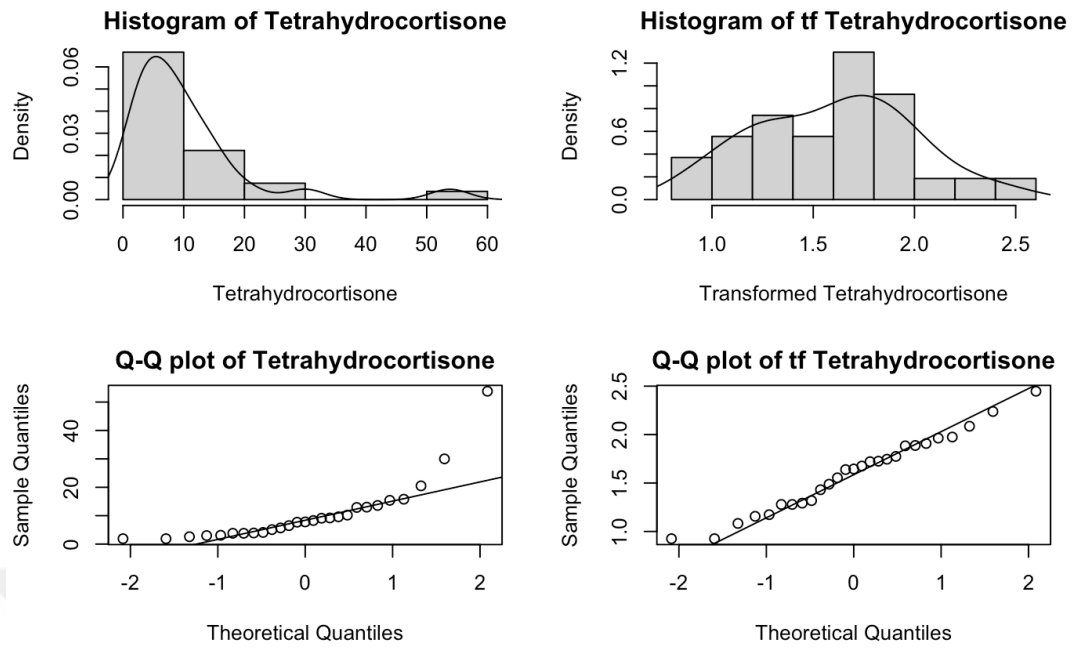
Şekil 5.2. Verinin Box-Cox dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

```
##
##   Box-Cox power transformation
## -----
##   lambda.hat : -0.13
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
##   statistic  : 0.9813912
##   p.value    : 0.8923337
##
##   Result     : Transformed data is normal.
## -----
```

Bu dönüşüm yönteminde, dönüşüm parametresi aralığı dönüşüm yöntemine uygun olarak belirlenir ya da Transform kütüphanesi altındaki fonksiyonlarda (Bkz. Tablo 3.1.) otomatik tanımlı dönüşüm parametresi aralığı kullanılabilir. Box-Cox dönüşüm yönteminde, dönüşüm parametresi aralığı 0.01 arttırmalı olarak -3'ten 3'e kadar sınırlandırılmıştır. Bu durumda, *Tetrahydrocortisone* değişkeni için en iyi parametre kestirimi SW testi yöntemi ile -0,13 olarak bulunmuştur. Histogram ve Q-Q grafikleri incelendiğinde, veri dönüşümden önce sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım göstermektedir. SW testi sonucunda da değişkenin normal dağılımdan farklı olmadığı söylenebilir ($p\text{-değeri} = 0,7902735 > \alpha = 0,05$). Şekil 5.2'de dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

Değişkene Yeo-Johnson dönüşüm yöntemi uygulandığında,

```
R> yjTransform(data, lambda = seq(-3,3,0.01), plot = TRUE, alpha =
0.05, verbose = TRUE)
```



Şekil 5.3. Verinin Yeo-Johnson dönüşümü uygulanmadan önceki (solda) ve sonraki (sağda) histogram ve Q-Q grafikleri

```
##
##   Yeo-Johnson power transformation
## -----
##
##   lambda.hat : -0.27
##
##   Shapiro-Wilk normality test for transformed data (alpha= 0.05)
## -----
##
##   statistic : 0.9795209
##   p.value   : 0.8513655
##
##   Result    : Transformed data is normal.
## -----
```

Burada da yine diğer dönüşüm yöntemleri gibi dönüşümden sonra değişkenin normal dağılım gösterdiği ($p > 0,05$) söylenebilir. Şekil 5.3'te dönüşümden önce değişkenin sağa çarpık bir dağılım gösterirken dönüşümden sonra normal dağılım gösterdiği görülmektedir.

Bu çalışma kapsamında kullanılabilir tüm dönüşüm yöntemleri değişkene uygulanmış ve farklı en iyi dönüşüm parametreleri ile verinin normal dağılım gösterip göstermediği incelenmiştir (Bkz. Tablo 5.1.).

Tablo 5.1. Dönüşüm yöntemi sonrası elde edilen sonuçlar

| Fonksiyon Adı | Dönüşüm Yöntemi | En İyi Lambda | p değeri |
|---------------|-----------------|---------------|----------|
| lgTransform | Log | - | 0,7903 |
| nlTransform | Neglog | - | 0,5001 |
| glTransform | Glog | - | 0,7317 |
| rpTransform | Ters | - | 0,0027 |
| lsTransform | Log Shift | 0,00 | 0,7903 |
| bcTransform | Box-Cox | -0,13 | 0,8923 |
| bdTransform | Bickel-Doksum | 0,01 | 0,7723 |
| gpTransform | Gpower | -0,16 | 0,8763 |
| mdTransform | Modulus | -0,27 | 0,8514 |
| yjTransform | Yeo-Johnson | -0,27 | 0,8514 |
| dlTransform | Dual | 0,00 | 0,7903 |
| ssTransform | Karekök Shift | 0,00 | 0,0043 |
| mnTransform | Manly | -0,10 | 0,3619 |

Simetrik olmayan değişkene uygulanan 13 farklı dönüşüm yönteminden sonra değişkenin ters ve Karekök Shift dönüşüm yöntemi dışında normal dağılım gösterdiğini ($p > 0,05$) söyleyebiliriz.

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırma sürecinde analiz kısmına gelindiğinde istatistiksel analiz yöntemlerinin temel gereksinimi olan normallik varsayımı gerçek hayatta her zaman sağlanmamaktadır. Böyle bir durumda ilgilendiğimiz değişkene dönüşüm uygulamak sıklıkla başvurulan yöntemler arasında ilk sıralarda gelmektedir. Dönüşüm yöntemleri arasında Log, Karekök, Box-Cox gibi dönüşüm yöntemleri oldukça popülerken literatürde çok daha fazla dönüşüm yöntemlerine ulaşılabilmektedir. Çok sayıda olan bu dönüşüm yöntemlerinden bazıları dönüşüm parametreleri de içermektedir. Bu dönüşüm parametreleri için seçilen değer, dönüşüm yönteminin normal dağılmayan değişkenin normalliğe dönüşüm performansını etkilemektedir. Kısaca eğer değişkene dönüşüm uygulanacaksa, değişken için en uygun dönüşüm yöntemi ve bu dönüşüm yöntemi için de en uygun dönüşüm parametresi bulmak büyük önem taşımaktadır.

Dönüşüm parametre kestirimi için MLE en sık kullanılan yöntemdir. Bu yöntem, Box-Cox tarafından önerilmiş (6) ve zaman içerisinde Rahman (25) tarafından uyum iyiliği testleri gibi alternatif kestirim yöntemleriyle çalışılmıştır. Asar ve ark. (28) farklı uyum iyiliği testleri ile dönüşüm parametresi kestirmiş ve SW testinin diğer testlere göre daha iyi performans verdiğini göstermişlerdir.

Bu çalışmada, dönüşüm parametre kestirimi için klasik yöntem olarak görülebilen MLE yerine daha iyi performans vereceğini düşündüğümüz SW uyum iyiliği testi önerilmiştir. Log Shift, Box-Cox, Bickel-Doksum, Yeo-Johnson, Karekök Shift, Manly, Modulus, Dual ve Gpower dönüşüm parametresi ile formüle edilen bu 9 dönüşüm yönteminde, kestirim yöntemlerinin performansını görebilmek adına her iki yöntem ile parametre kestirimleri yapılmıştır.

Dönüşüm yöntemlerinin parametre kestirimleri elde edildikten sonra kendi içinde en iyi performansı elde eden bu dönüşüm yöntemlerinin birbirleriyle karşılaştırılması bizim için oldukça önemlidir. Dönüşüm parametresi ile formüle

edilen 9 dönüşüm yöntemine ek olarak dönüşüm parametresi ile formüle edilmeyen Log, Neglog, Glog ve Ters dönüşüm yöntemleri de eklenerek performans incelemesi gerçekleştirilmiştir. Monte Carlo benzetim çalışması 10.000 tekrarlı, örneklem büyüklüğü 10, 20, 30, 50, 100 ve 500 ve 6 farklı simetrik olmayan dağılımdan veri türetilerek yapılmıştır. Bu dağılımlar Beta, Ki-Kare, Üstel, F, Gamma ve Weibull dağılımlarıdır. Bu dağılımların farklı özellikte veri ve dağılım şekilleri elde edebilmek adına 5 farklı parametre değeri belirlenmiştir (Bkz. Tablo 4.1.).

Bulgular sonucunda görüyoruz ki beklediğimiz üzere parametre kestiriminde SW testi, MLE kestirimine göre daha iyi performans vermiştir. Dönüşüm parametresi ile formüle edilen dönüşüm yöntemlerinin diğer yöntemlere göre daha başarılı olduğu anlaşılmaktadır. Örneklem büyüklüğü dikkate alınarak incelemeler yapıldığında, 10 ve 20 örneklem büyüklüğünde Box-Cox dönüşüm yöntemi diğer dönüşüm yöntemlerine göre çoğu senaryo altında daha iyi performans verirken, örneklem büyüklüğü 30 ve üzeri olduğunda Dual dönüşüm yöntemi diğer dönüşüm yöntemlerine göre çoğu senaryo altında daha iyi performans vermektedir.

Bu tez çalışması sonunda, parametre kestirimi için SW kestirimi yöntemi önerilmiş ve örneklem büyüklüğü 30 ve üzeri iken Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerine göre daha başarılı olduğu gösterilmiştir. Ayrıca toplam 13 yöntemi içeren ve bu dönüşüm yöntemlerinden 9 dönüşüm yönteminin parametre kestirimi SW kestirimi ile gerçekleştirilen Transform kütüphanesi geliştirilmiştir. Bundan sonraki çalışmalar için araştırmacılara rehber olabilir.

Son olarak Dual dönüşüm yönteminin diğer dönüşüm yöntemlerinden daha başarılı olduğu gösterilmiştir. Gelecekte, bu yöntemin farklı veri setleri ve farklı parametreler üzerindeki performansı daha ayrıntılı bir şekilde incelenebilir. Ayrıca, Dual dönüşüm yöntemiyle ilgili teorik veya pratik geliştirmeler araştırılabilir.

7. KAYNAKÇA

1. Evans JR, Olson DL, Olson DL. Statistics, data analysis, and decision modeling: Pearson/Prentice Hall Upper Saddle River, NJ; 2007.
2. Wells LT. International Petroleum Exploration and Exploitation Agreements: Legal, Economic and Policy Aspects. By Keith W. Blinn, Claude Duval, Honoré Le Leuch and André Pertuzio. London: Euromoney Publications, 1986. Pp. 431. \$145;£ 98. American Journal of International Law. 1987;81(4):1015-7.
3. Bartlett MS. The square root transformation in analysis of variance. Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society. 1936;3(1):68-78.
4. Gregoire TG, Lin QF, Boudreau J, Nelson R. Regression Estimation Following the Square-Root Transformation of the Response. Forest Sci. 2008;54(6):597-606.
5. Keene ON. The log transformation is special. Statistics in medicine. 1995;14(8):811-9.
6. Box GE, Cox DR. An analysis of transformations. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological). 1964;26(2):211-43.
7. Feng Q, Hannig J, Marron J. A note on automatic data transformation. Stat. 2016;5(1):82-7.
8. Bickel PJ, Doksum KA. An analysis of transformations revisited. Journal of the american statistical association. 1981;76(374):296-311.
9. Yeo IK, Johnson RA. A new family of power transformations to improve normality or symmetry. Biometrika. 2000;87(4):954-9.
10. Medina L, Castro P, Kreuzmann A, Rojas-Perilla N. trafo: Estimation, Comparison and Selection of Transformations. R package version. 2018;1(0).
11. Manly BF. Exponential data transformations. Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician). 1976;25(1):37-42.
12. John J, Draper NR. An alternative family of transformations. Journal of the Royal Statistical Society Series C: Applied Statistics. 1980;29(2):190-7.
13. Yang Z. A modified family of power transformations. Economics Letters. 2006;92(1):14-9.
14. Kelmansky DM, Martínez EJ, Leiva V. A new variance stabilizing transformation for gene expression data analysis. Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology. 2013;12(6):653-66.
15. Shapiro SS, Wilk MB. An analysis of variance test for normality (complete samples). Biometrika. 1965;52(3/4):591-611.
16. Whittaker J, Whitehead C, Somers M. The neglog transformation and quantile regression for the analysis of a large credit scoring database. Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics). 2005;54(5):863-78.

17. Rocke DM, Durbin B. A model for measurement error for gene expression arrays. *Journal of computational biology*. 2001;8(6):557-69.
18. Durbin BP, Hardin JS, Hawkins DM, Rocke DM. A variance-stabilizing transformation for gene-expression microarray data. *Bioinformatics*. 2002;18:105-10.
19. Huber W, von Heydebreck A, Sültmann H, Poustka A, Vingron M. Parameter estimation for the calibration and variance stabilization of microarray data. *Statistical applications in genetics and molecular biology*. 2003;2(1).
20. Tukey JW. On the comparative anatomy of transformations. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1957:602-32.
21. Qi L, Luo Z. *Tensor analysis: spectral theory and special tensors*: SIAM; 2017.
22. White H. Maximum likelihood estimation of misspecified models. *Econometrica: Journal of the econometric society*. 1982:1-25.
23. Diggle PJ, Gratton RJ. Monte Carlo methods of inference for implicit statistical models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 1984;46(2):193-212.
24. Halva AM. Estimating the Box-Cox transformation via an artificial regression model. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1996;25(2):331-50.
25. Rahman M. Estimating the Box-Cox transformation via Shapiro-Wilk W statistic. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 1999;28(1):223-41.
26. Rahman M, Pearson LM. Anderson-Darling statistic in estimating the Box-Cox transformation parameter. *Journal of Applied Probability and Statistics*. 2008;3(1):45-57.
27. Dag O, Asar O, Ilk O. A methodology to implement Box-Cox transformation when no covariate is available. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2014;43(7):1740-59.
28. Asar Ö, Ilk O, Dag O. Estimating Box-Cox power transformation parameter via goodness-of-fit tests. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2017;46(1):91-105.
29. Dag O, Ilk O. An algorithm for estimating Box-Cox transformation parameter in ANOVA. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*. 2017;46(8):6424-35.
30. Yilmaz MA, Dag O. Ensemble Based Box-Cox Transformation via Meta Analysis. *Journal of Advanced Research in Natural and Applied Sciences*.8(3):463-71.
31. Peterson RA, Peterson MRA. Package 'bestNormalize'. Normalizing transformation functions R package version. 2020;1.

32. Fox J, Weisberg S. An R companion to applied regression: Sage publications; 2011.
33. Kuhn M. Building predictive models in R using the caret package. Journal of statistical software. 2008;28:1-26.
34. Ripley BD. Modern applied statistics with S: springer; 2002.
35. Medina L, Kreuzmann A-K, Rojas-Perilla N, Castro P. The R Package trafo for Transforming Linear Regression Models. R Journal. 2019;9(2).
36. Ripley WNVBD. Modern applied statistics with S. 2002.
37. Aitchison J, Dunsmore IR. Statistical prediction analysis. 1975.
38. Coskun Yildirim M, Dag O. Transform: An R Package for Statistical Transformations. Cran R-Project Org. 2023;1.



8. EKLER

EK 1: Farklı Senaryolar Altında Dönüşüm Yöntemlerinin performansları

Tablo 8.1. Farklı örneklem büyüklükleri altında beta dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| n | Dönüşüm Yöntemi | Beta Dağılımı (α, β) | | | | | | | | | |
|----|-----------------|-----------------------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| | | $\alpha=0.5; \beta=0.5$ | | $\alpha=1; \beta=3$ | | $\alpha=2; \beta=2$ | | $\alpha=2; \beta=5$ | | $\alpha=5; \beta=1$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Log | 0,315 | 0,315 | 0,768 | 0,768 | 0,745 | 0,745 | 0,849 | 0,849 | 0,551 | 0,551 |
| | Neglog | 0,345 | 0,345 | 0,802 | 0,802 | 0,786 | 0,786 | 0,879 | 0,879 | 0,582 | 0,582 |
| | Glog | 0,318 | 0,318 | 0,772 | 0,772 | 0,751 | 0,751 | 0,853 | 0,853 | 0,560 | 0,560 |
| | Ters | 0,026 | 0,026 | 0,149 | 0,149 | 0,325 | 0,325 | 0,358 | 0,358 | 0,417 | 0,417 |
| | Log Shift | 0,306 | 0,395 | 0,767 | 0,852 | 0,828 | 0,841 | 0,890 | 0,921 | 0,617 | 0,619 |
| | Box-Cox | 0,825 | 0,922 | 0,992 | 0,997 | 0,989 | 0,994 | 0,994 | 0,997 | 0,899 | 0,901 |
| | Bickel-Doksum | 0,824 | 0,931 | 0,989 | 0,994 | 0,987 | 0,992 | 0,991 | 0,994 | 0,954 | 0,967 |
| | Gpower | 0,825 | 0,922 | 0,991 | 0,997 | 0,989 | 0,994 | 0,993 | 0,997 | 0,898 | 0,900 |
| | Modulus | 0,827 | 0,920 | 0,991 | 0,997 | 0,989 | 0,994 | 0,994 | 0,997 | 0,880 | 0,882 |
| | Yeo-Johnson | 0,827 | 0,920 | 0,991 | 0,997 | 0,989 | 0,994 | 0,994 | 0,997 | 0,880 | 0,882 |
| | Dual | 0,824 | 0,932 | 0,990 | 0,994 | 0,987 | 0,992 | 0,991 | 0,994 | 0,954 | 0,967 |
| | Karekök Shift | 0,701 | 0,755 | 0,966 | 0,984 | 0,776 | 0,947 | 0,921 | 0,982 | 0,254 | 0,662 |
| | Manly | NC | 0,869 | NC | 0,991 | NC | 0,996 | NC | 0,996 | 0,973 | 0,989 |
| 20 | Log | 0,028 | 0,028 | 0,495 | 0,495 | 0,448 | 0,448 | 0,679 | 0,679 | 0,163 | 0,163 |
| | Neglog | 0,035 | 0,035 | 0,558 | 0,558 | 0,527 | 0,527 | 0,750 | 0,750 | 0,189 | 0,189 |
| | Glog | 0,029 | 0,029 | 0,502 | 0,502 | 0,461 | 0,461 | 0,689 | 0,689 | 0,171 | 0,171 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,005 | 0,044 | 0,044 | 0,058 | 0,058 | 0,072 | 0,072 |
| | Log Shift | 0,046 | 0,049 | 0,631 | 0,641 | 0,633 | 0,635 | 0,827 | 0,830 | 0,229 | 0,230 |
| | Box-Cox | 0,427 | 0,520 | 0,984 | 0,989 | 0,977 | 0,984 | 0,992 | 0,994 | 0,769 | 0,771 |
| | Bickel-Doksum | 0,427 | 0,520 | 0,984 | 0,989 | 0,977 | 0,984 | 0,991 | 0,993 | 0,869 | 0,897 |
| | Gpower | 0,426 | 0,519 | 0,984 | 0,989 | 0,976 | 0,984 | 0,992 | 0,994 | 0,767 | 0,769 |
| | Modulus | 0,428 | 0,516 | 0,983 | 0,988 | 0,977 | 0,984 | 0,992 | 0,994 | 0,727 | 0,728 |
| | Yeo-Johnson | 0,428 | 0,516 | 0,983 | 0,988 | 0,977 | 0,984 | 0,992 | 0,994 | 0,727 | 0,728 |
| | Dual | 0,433 | 0,527 | 0,986 | 0,991 | 0,978 | 0,985 | 0,991 | 0,993 | 0,869 | 0,897 |
| | Karekök Shift | 0,363 | 0,382 | 0,974 | 0,981 | 0,593 | 0,901 | 0,918 | 0,986 | 0,020 | 0,288 |
| | Manly | NC | 0,362 | NC | 0,921 | NC | 0,985 | NC | 0,988 | 0,912 | 0,932 |

Not: n: örneklem büyüklüğü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.1. Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | Beta Dağılımı (α, β) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| | | $\alpha=0.5; \beta=0.5$ | | $\alpha=1; \beta=3$ | | $\alpha=2; \beta=2$ | | $\alpha=2; \beta=5$ | | $\alpha=5; \beta=1$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,002 | 0,002 | 0,281 | 0,281 | 0,225 | 0,225 | 0,511 | 0,511 | 0,034 | 0,034 |
| | Neglog | 0,002 | 0,002 | 0,346 | 0,346 | 0,302 | 0,302 | 0,604 | 0,604 | 0,044 | 0,044 |
| | Glog | 0,002 | 0,002 | 0,284 | 0,284 | 0,237 | 0,237 | 0,522 | 0,522 | 0,036 | 0,036 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,004 | 0,007 | 0,007 | 0,008 | 0,008 |
| | Log Shift | 0,003 | 0,003 | 0,441 | 0,446 | 0,421 | 0,421 | 0,725 | 0,726 | 0,056 | 0,056 |
| | Box-Cox | 0,140 | 0,183 | 0,977 | 0,983 | 0,963 | 0,972 | 0,990 | 0,992 | 0,589 | 0,592 |
| | Bickel-Doksum | 0,140 | 0,183 | 0,976 | 0,983 | 0,963 | 0,972 | 0,990 | 0,992 | 0,718 | 0,765 |
| | Gpower | 0,140 | 0,182 | 0,976 | 0,982 | 0,963 | 0,972 | 0,990 | 0,992 | 0,586 | 0,589 |
| | Modulus | 0,140 | 0,180 | 0,975 | 0,981 | 0,964 | 0,972 | 0,990 | 0,992 | 0,533 | 0,534 |
| | Yeo-Johnson | 0,140 | 0,180 | 0,975 | 0,981 | 0,964 | 0,972 | 0,990 | 0,992 | 0,533 | 0,534 |
| | Dual | 0,145 | 0,189 | 0,979 | 0,985 | 0,966 | 0,974 | 0,991 | 0,993 | 0,718 | 0,765 |
| | Karekök Shift | 0,125 | 0,129 | 0,974 | 0,978 | 0,440 | 0,840 | 0,913 | 0,980 | 0,001 | 0,084 |
| | Manly | NC | 0,078 | NC | 0,807 | NC | 0,971 | NC | 0,979 | 0,804 | 0,831 |
| | 50 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,077 | 0,077 | 0,043 | 0,043 | 0,275 | 0,275 | 0,001 |
| Neglog | | 0,000 | 0,000 | 0,112 | 0,112 | 0,076 | 0,076 | 0,377 | 0,377 | 0,001 | 0,001 |
| Glog | | 0,000 | 0,000 | 0,078 | 0,078 | 0,046 | 0,046 | 0,287 | 0,287 | 0,001 | 0,001 |
| Ters | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| Log Shift | | 0,000 | 0,000 | 0,177 | 0,179 | 0,144 | 0,144 | 0,531 | 0,532 | 0,001 | 0,001 |
| Box-Cox | | 0,006 | 0,008 | 0,957 | 0,964 | 0,897 | 0,913 | 0,983 | 0,986 | 0,248 | 0,250 |
| Bickel-Doksum | | 0,006 | 0,008 | 0,957 | 0,964 | 0,897 | 0,913 | 0,983 | 0,986 | 0,362 | 0,410 |
| Gpower | | 0,006 | 0,008 | 0,956 | 0,963 | 0,896 | 0,913 | 0,983 | 0,986 | 0,247 | 0,248 |
| Modulus | | 0,005 | 0,008 | 0,951 | 0,959 | 0,898 | 0,913 | 0,982 | 0,985 | 0,207 | 0,207 |
| Yeo-Johnson | | 0,005 | 0,008 | 0,951 | 0,959 | 0,898 | 0,913 | 0,982 | 0,985 | 0,207 | 0,207 |
| Dual | | 0,006 | 0,009 | 0,965 | 0,970 | 0,902 | 0,918 | 0,987 | 0,988 | 0,362 | 0,410 |
| Karekök Shift | | 0,006 | 0,006 | 0,964 | 0,965 | 0,224 | 0,649 | 0,911 | 0,977 | 0,000 | 0,003 |
| Manly | | NC | 0,001 | NC | 0,488 | NC | 0,910 | NC | 0,948 | 0,496 | 0,521 |

Not: n: örneklem büyüklüğü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.1. Farklı örneklem büyüklükleri altında üstel dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | Beta Dağılımı (α, β) | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|-----------------------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|---------------------|-------|
| | | $\alpha=0.5; \beta=0.5$ | | $\alpha=1; \beta=3$ | | $\alpha=2; \beta=2$ | | $\alpha=2; \beta=5$ | | $\alpha=5; \beta=1$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,033 | 0,033 | 0,000 | 0,000 |
| | Neglog | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,072 | 0,072 | 0,000 | 0,000 |
| | Glog | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,036 | 0,036 | 0,000 | 0,000 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,000 | 0,000 | 0,006 | 0,006 | 0,002 | 0,002 | 0,171 | 0,171 | 0,000 | 0,000 |
| | Box-Cox | 0,000 | 0,000 | 0,851 | 0,866 | 0,643 | 0,667 | 0,962 | 0,966 | 0,005 | 0,005 |
| | Bickel-Doksum | 0,000 | 0,000 | 0,851 | 0,866 | 0,643 | 0,667 | 0,962 | 0,966 | 0,011 | 0,014 |
| | Gpower | 0,000 | 0,000 | 0,849 | 0,864 | 0,640 | 0,664 | 0,960 | 0,964 | 0,005 | 0,005 |
| | Modulus | 0,000 | 0,000 | 0,837 | 0,852 | 0,643 | 0,664 | 0,957 | 0,960 | 0,003 | 0,003 |
| | Yeo-Johnson | 0,000 | 0,000 | 0,837 | 0,852 | 0,643 | 0,664 | 0,957 | 0,960 | 0,003 | 0,003 |
| | Dual | 0,000 | 0,000 | 0,877 | 0,890 | 0,657 | 0,680 | 0,969 | 0,973 | 0,011 | 0,014 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,866 | 0,866 | 0,018 | 0,219 | 0,895 | 0,954 | 0,000 | 0,000 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,034 | NC | 0,638 | NC | 0,798 | 0,042 | 0,046 |
| 500 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Neglog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Glog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Box-Cox | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,008 | 0,000 | 0,000 | 0,517 | 0,528 | 0,000 | 0,000 |
| | Bickel-Doksum | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,008 | 0,000 | 0,000 | 0,517 | 0,528 | 0,000 | 0,000 |
| | Gpower | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,008 | 0,000 | 0,000 | 0,511 | 0,523 | 0,000 | 0,000 |
| | Modulus | 0,000 | 0,000 | 0,006 | 0,007 | 0,000 | 0,000 | 0,484 | 0,492 | 0,000 | 0,000 |
| | Yeo-Johnson | 0,000 | 0,000 | 0,006 | 0,007 | 0,000 | 0,000 | 0,484 | 0,492 | 0,000 | 0,000 |
| | Dual | 0,000 | 0,000 | 0,009 | 0,011 | 0,000 | 0,000 | 0,586 | 0,596 | 0,000 | 0,000 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,002 | 0,000 | 0,000 | 0,526 | 0,551 | 0,000 | 0,000 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | 0,000 | 0,000 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| n | Dönüşüm Yöntemi | Ki-Kare Dağılımı (k) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | k = 1 | | k = 2 | | k = 3 | | k = 4 | | k = 5 | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Log | 0,775 | 0,775 | 0,846 | 0,846 | 0,881 | 0,881 | 0,903 | 0,903 | 0,913 | 0,913 |
| | Neglog | 0,796 | 0,796 | 0,868 | 0,868 | 0,900 | 0,900 | 0,921 | 0,921 | 0,931 | 0,931 |
| | Glog | 0,778 | 0,778 | 0,847 | 0,847 | 0,883 | 0,883 | 0,905 | 0,905 | 0,916 | 0,916 |
| | Ters | 0,035 | 0,035 | 0,152 | 0,152 | 0,262 | 0,262 | 0,356 | 0,356 | 0,441 | 0,441 |
| | Log Shift | 0,351 | 0,832 | 0,757 | 0,907 | 0,857 | 0,937 | 0,901 | 0,957 | 0,921 | 0,963 |
| | Box-Cox | 0,994 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,998 |
| | Bickel-Doksum | 0,992 | 0,996 | 0,992 | 0,995 | 0,990 | 0,992 | 0,989 | 0,991 | 0,989 | 0,991 |
| | Gpower | 0,993 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,998 |
| | Modulus | 0,992 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,998 |
| | Yeo-Johnson | 0,992 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,998 |
| | Dual | 0,992 | 0,996 | 0,993 | 0,995 | 0,990 | 0,992 | 0,989 | 0,991 | 0,989 | 0,991 |
| | Karekök Shift | 0,874 | 0,875 | 0,972 | 0,978 | 0,972 | 0,987 | 0,966 | 0,989 | 0,956 | 0,990 |
| | Manly | NC | 0,781 | NC | 0,985 | NC | 0,994 | NC | 0,996 | NC | 0,998 |
| | 20 | Log | 0,515 | 0,515 | 0,690 | 0,690 | 0,766 | 0,766 | 0,816 | 0,816 | 0,833 |
| Neglog | | 0,549 | 0,549 | 0,737 | 0,737 | 0,818 | 0,818 | 0,859 | 0,859 | 0,877 | 0,877 |
| Glog | | 0,519 | 0,519 | 0,694 | 0,694 | 0,771 | 0,771 | 0,823 | 0,823 | 0,840 | 0,840 |
| Ters | | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,007 | 0,026 | 0,026 | 0,059 | 0,059 | 0,100 | 0,100 |
| Log Shift | | 0,478 | 0,602 | 0,786 | 0,804 | 0,877 | 0,883 | 0,910 | 0,915 | 0,929 | 0,932 |
| Box-Cox | | 0,987 | 0,991 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Bickel-Doksum | | 0,987 | 0,990 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,994 |
| Gpower | | 0,987 | 0,991 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Modulus | | 0,986 | 0,989 | 0,992 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Yeo-Johnson | | 0,986 | 0,989 | 0,992 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Dual | | 0,990 | 0,993 | 0,992 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Karekök Shift | | 0,609 | 0,610 | 0,938 | 0,939 | 0,972 | 0,978 | 0,972 | 0,985 | 0,965 | 0,989 |
| Manly | | NC | 0,275 | NC | 0,890 | NC | 0,972 | NC | 0,988 | 0,989 | 0,992 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | Ki-Kare Dağılımı (k) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | k = 1 | | k = 2 | | k = 3 | | k = 4 | | k = 5 | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,315 | 0,315 | 0,541 | 0,541 | 0,661 | 0,661 | 0,719 | 0,719 | 0,772 | 0,772 |
| | Neglog | 0,350 | 0,350 | 0,606 | 0,606 | 0,727 | 0,727 | 0,791 | 0,791 | 0,839 | 0,839 |
| | Glog | 0,319 | 0,319 | 0,547 | 0,547 | 0,668 | 0,668 | 0,728 | 0,728 | 0,781 | 0,781 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,003 | 0,003 | 0,008 | 0,008 | 0,020 | 0,020 |
| | Log Shift | 0,344 | 0,399 | 0,683 | 0,693 | 0,807 | 0,812 | 0,866 | 0,868 | 0,908 | 0,910 |
| | Box-Cox | 0,984 | 0,988 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,996 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| | Bickel-Doksum | 0,984 | 0,988 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| | Gpower | 0,984 | 0,988 | 0,992 | 0,994 | 0,994 | 0,995 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| | Modulus | 0,983 | 0,987 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| | Yeo-Johnson | 0,983 | 0,987 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| | Dual | 0,988 | 0,991 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,992 |
| | Karekök Shift | 0,372 | 0,372 | 0,887 | 0,887 | 0,960 | 0,962 | 0,970 | 0,978 | 0,968 | 0,983 |
| | Manly | NC | 0,054 | NC | 0,719 | NC | 0,933 | NC | 0,969 | NC | 0,981 |
| | 50 | Log | 0,099 | 0,099 | 0,316 | 0,316 | 0,473 | 0,473 | 0,569 | 0,569 | 0,640 |
| Neglog | | 0,118 | 0,118 | 0,382 | 0,382 | 0,568 | 0,568 | 0,672 | 0,672 | 0,740 | 0,740 |
| Glog | | 0,101 | 0,101 | 0,321 | 0,321 | 0,480 | 0,480 | 0,579 | 0,579 | 0,652 | 0,652 |
| Ters | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| Log Shift | | 0,133 | 0,151 | 0,477 | 0,483 | 0,688 | 0,690 | 0,795 | 0,796 | 0,847 | 0,848 |
| Box-Cox | | 0,976 | 0,980 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Bickel-Doksum | | 0,976 | 0,980 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Gpower | | 0,975 | 0,980 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 |
| Modulus | | 0,972 | 0,978 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| Yeo-Johnson | | 0,972 | 0,978 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| Dual | | 0,982 | 0,985 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| Karekök Shift | | 0,077 | 0,077 | 0,757 | 0,757 | 0,926 | 0,927 | 0,961 | 0,964 | 0,967 | 0,976 |
| Manly | | NC | 0,001 | NC | 0,341 | NC | 0,797 | NC | 0,923 | 0,952 | 0,959 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.2. Farklı örneklem büyüklükleri altında ki-kare dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| | | Ki-Kare Dağılımı (k) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | k = 1 | | k = 2 | | k = 3 | | k = 4 | | k = 5 | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,003 | 0,003 | 0,058 | 0,058 | 0,159 | 0,159 | 0,282 | 0,282 | 0,370 | 0,370 |
| | Neglog | 0,005 | 0,005 | 0,088 | 0,088 | 0,244 | 0,244 | 0,410 | 0,410 | 0,516 | 0,516 |
| | Glog | 0,003 | 0,003 | 0,060 | 0,060 | 0,164 | 0,164 | 0,294 | 0,294 | 0,387 | 0,387 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,007 | 0,007 | 0,147 | 0,150 | 0,386 | 0,388 | 0,588 | 0,589 | 0,705 | 0,705 |
| | Box-Cox | 0,943 | 0,950 | 0,987 | 0,988 | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 |
| | Bickel-Doksum | 0,943 | 0,950 | 0,987 | 0,988 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,993 |
| | Gpower | 0,942 | 0,950 | 0,986 | 0,988 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,993 |
| | Modulus | 0,936 | 0,946 | 0,984 | 0,985 | 0,989 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,992 | 0,992 |
| | Yeo-Johnson | 0,936 | 0,946 | 0,984 | 0,985 | 0,989 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,992 | 0,992 |
| | Dual | 0,961 | 0,966 | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,347 | 0,348 | 0,785 | 0,785 | 0,908 | 0,908 | 0,951 | 0,953 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,009 | NC | 0,308 | NC | 0,676 | NC | 0,850 |
| | 500 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 |
| Neglog | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,004 |
| Glog | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,001 |
| Ters | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| Log Shift | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,005 | 0,046 | 0,046 |
| Box-Cox | | 0,310 | 0,340 | 0,911 | 0,915 | 0,973 | 0,974 | 0,983 | 0,983 | 0,989 | 0,989 |
| Bickel-Doksum | | 0,310 | 0,340 | 0,911 | 0,915 | 0,973 | 0,974 | 0,983 | 0,983 | 0,989 | 0,989 |
| Gpower | | 0,309 | 0,339 | 0,909 | 0,914 | 0,972 | 0,973 | 0,982 | 0,983 | 0,988 | 0,988 |
| Modulus | | 0,300 | 0,330 | 0,892 | 0,897 | 0,963 | 0,964 | 0,975 | 0,976 | 0,982 | 0,982 |
| Yeo-Johnson | | 0,300 | 0,330 | 0,892 | 0,897 | 0,963 | 0,964 | 0,975 | 0,976 | 0,982 | 0,982 |
| Dual | | 0,396 | 0,420 | 0,950 | 0,952 | 0,986 | 0,986 | 0,991 | 0,991 | 0,993 | 0,993 |
| Karekök Shift | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,004 | 0,169 | 0,170 | 0,478 | 0,479 |
| Manly | | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,003 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.3. Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| n | Dönüşüm Yöntemi | F Dağılımı (d1, d2) | | | | | | | | | |
|----|-----------------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
| | | <u>d1=10;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=10;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=50;</u> <u>d2=20</u> | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Log | 0,942 | 0,942 | 0,937 | 0,937 | 0,947 | 0,947 | 0,945 | 0,945 | 0,947 | 0,947 |
| | Neglog | 0,943 | 0,943 | 0,945 | 0,945 | 0,944 | 0,944 | 0,947 | 0,947 | 0,936 | 0,936 |
| | Glog | 0,942 | 0,942 | 0,939 | 0,939 | 0,947 | 0,947 | 0,946 | 0,946 | 0,944 | 0,944 |
| | Ters | 0,628 | 0,628 | 0,647 | 0,647 | 0,771 | 0,771 | 0,787 | 0,787 | 0,859 | 0,859 |
| | Log Shift | 0,939 | 0,985 | 0,945 | 0,977 | 0,949 | 0,987 | 0,956 | 0,983 | 0,954 | 0,990 |
| | Box-Cox | 0,996 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,997 | 0,996 | 0,997 | 0,997 | 0,998 |
| | Bickel-Doksum | 0,977 | 0,978 | 0,984 | 0,986 | 0,970 | 0,971 | 0,978 | 0,979 | 0,964 | 0,964 |
| | Gpower | 0,996 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,997 | 0,995 | 0,997 | 0,997 | 0,998 |
| | Modulus | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,997 | 0,995 | 0,997 | 0,995 | 0,997 | 0,997 | 0,997 |
| | Yeo-Johnson | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,997 | 0,995 | 0,997 | 0,995 | 0,997 | 0,997 | 0,997 |
| | Dual | 0,978 | 0,979 | 0,984 | 0,986 | 0,971 | 0,972 | 0,978 | 0,980 | 0,965 | 0,965 |
| | Karekök Shift | 0,953 | 0,988 | 0,936 | 0,991 | 0,942 | 0,989 | 0,910 | 0,990 | 0,937 | 0,988 |
| | Manly | 0,990 | 0,996 | 0,993 | 0,998 | 0,993 | 0,997 | 0,994 | 0,998 | 0,995 | 0,998 |
| 20 | Log | 0,934 | 0,934 | 0,916 | 0,916 | 0,944 | 0,944 | 0,941 | 0,941 | 0,939 | 0,939 |
| | Neglog | 0,941 | 0,941 | 0,935 | 0,935 | 0,932 | 0,932 | 0,945 | 0,945 | 0,921 | 0,921 |
| | Glog | 0,935 | 0,935 | 0,919 | 0,919 | 0,942 | 0,942 | 0,942 | 0,942 | 0,935 | 0,935 |
| | Ters | 0,300 | 0,300 | 0,316 | 0,316 | 0,526 | 0,526 | 0,564 | 0,564 | 0,717 | 0,717 |
| | Log Shift | 0,979 | 0,982 | 0,971 | 0,972 | 0,986 | 0,989 | 0,981 | 0,983 | 0,992 | 0,994 |
| | Box-Cox | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,997 |
| | Bickel-Doksum | 0,981 | 0,981 | 0,988 | 0,988 | 0,965 | 0,965 | 0,980 | 0,980 | 0,953 | 0,953 |
| | Gpower | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,997 |
| | Modulus | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 |
| | Yeo-Johnson | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,996 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,995 | 0,996 |
| | Dual | 0,982 | 0,982 | 0,988 | 0,988 | 0,967 | 0,967 | 0,980 | 0,981 | 0,954 | 0,954 |
| | Karekök Shift | 0,949 | 0,973 | 0,930 | 0,987 | 0,934 | 0,973 | 0,891 | 0,990 | 0,927 | 0,979 |
| | Manly | 0,987 | 0,992 | 0,993 | 0,995 | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,994 |

Not: n: örneklem büyüklüğü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.3. Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | F Dağılımı (d1, d2) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
| | | <u>d1=10;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=10;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=50;</u> <u>d2=20</u> | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,925 | 0,925 | 0,897 | 0,897 | 0,940 | 0,940 | 0,933 | 0,933 | 0,930 | 0,930 |
| | Neglog | 0,938 | 0,938 | 0,927 | 0,927 | 0,926 | 0,926 | 0,942 | 0,942 | 0,902 | 0,902 |
| | Glog | 0,928 | 0,928 | 0,902 | 0,902 | 0,938 | 0,938 | 0,935 | 0,935 | 0,926 | 0,926 |
| | Ters | 0,124 | 0,124 | 0,127 | 0,127 | 0,337 | 0,337 | 0,374 | 0,374 | 0,587 | 0,587 |
| | Log Shift | 0,980 | 0,982 | 0,969 | 0,970 | 0,987 | 0,988 | 0,983 | 0,984 | 0,991 | 0,992 |
| | Box-Cox | 0,996 | 0,996 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,995 |
| | Bickel-Doksum | 0,983 | 0,984 | 0,988 | 0,988 | 0,964 | 0,964 | 0,981 | 0,981 | 0,941 | 0,941 |
| | Gpower | 0,996 | 0,996 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,995 | 0,995 |
| | Modulus | 0,996 | 0,996 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,995 | 0,995 |
| | Yeo-Johnson | 0,996 | 0,996 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,995 | 0,995 |
| | Dual | 0,984 | 0,985 | 0,988 | 0,988 | 0,966 | 0,966 | 0,982 | 0,982 | 0,943 | 0,943 |
| | Karekök Shift | 0,936 | 0,952 | 0,931 | 0,980 | 0,918 | 0,952 | 0,880 | 0,986 | 0,914 | 0,960 |
| | Manly | 0,983 | 0,988 | 0,988 | 0,990 | 0,988 | 0,990 | 0,991 | 0,992 | 0,990 | 0,992 |
| | 50 | Log | 0,908 | 0,908 | 0,859 | 0,859 | 0,938 | 0,938 | 0,926 | 0,926 | 0,927 |
| Neglog | | 0,932 | 0,932 | 0,908 | 0,908 | 0,920 | 0,920 | 0,942 | 0,942 | 0,872 | 0,872 |
| Glog | | 0,913 | 0,913 | 0,866 | 0,866 | 0,937 | 0,937 | 0,931 | 0,931 | 0,919 | 0,919 |
| Ters | | 0,014 | 0,014 | 0,016 | 0,016 | 0,119 | 0,119 | 0,154 | 0,154 | 0,366 | 0,366 |
| Log Shift | | 0,979 | 0,980 | 0,964 | 0,964 | 0,986 | 0,987 | 0,983 | 0,984 | 0,989 | 0,990 |
| Box-Cox | | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| Bickel-Doksum | | 0,983 | 0,983 | 0,989 | 0,990 | 0,963 | 0,963 | 0,982 | 0,982 | 0,930 | 0,930 |
| Gpower | | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| Modulus | | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| Yeo-Johnson | | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| Dual | | 0,983 | 0,983 | 0,990 | 0,990 | 0,964 | 0,965 | 0,983 | 0,983 | 0,934 | 0,934 |
| Karekök Shift | | 0,894 | 0,903 | 0,935 | 0,971 | 0,887 | 0,911 | 0,872 | 0,979 | 0,888 | 0,921 |
| Manly | | 0,968 | 0,975 | 0,981 | 0,984 | 0,981 | 0,985 | 0,990 | 0,991 | 0,981 | 0,986 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.3. Farklı örneklem büyüklükleri altında F dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| n | Dönüşüm Yöntemi | F Dağılımı (d1, d2) | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|-------------------------------|-------|
| | | <u>d1=10;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=10;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=20</u> | | <u>d1=20;</u> <u>d2=50</u> | | <u>d1=50;</u> <u>d2=20</u> | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,875 | 0,875 | 0,765 | 0,765 | 0,941 | 0,941 | 0,901 | 0,901 | 0,901 | 0,901 |
| | Neglog | 0,921 | 0,921 | 0,870 | 0,870 | 0,917 | 0,917 | 0,935 | 0,935 | 0,809 | 0,809 |
| | Glog | 0,884 | 0,884 | 0,779 | 0,779 | 0,940 | 0,940 | 0,910 | 0,910 | 0,889 | 0,889 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,004 | 0,004 | 0,008 | 0,008 | 0,079 | 0,079 |
| | Log Shift | 0,977 | 0,977 | 0,955 | 0,955 | 0,987 | 0,988 | 0,982 | 0,983 | 0,987 | 0,987 |
| | Box-Cox | 0,989 | 0,989 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,992 |
| | Bickel-Doksum | 0,982 | 0,982 | 0,991 | 0,991 | 0,964 | 0,964 | 0,984 | 0,984 | 0,900 | 0,900 |
| | Gpower | 0,990 | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,991 |
| | Modulus | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,991 | 0,991 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,992 |
| | Yeo-Johnson | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,991 | 0,991 | 0,991 | 0,991 | 0,992 | 0,992 |
| | Dual | 0,982 | 0,982 | 0,991 | 0,991 | 0,966 | 0,966 | 0,984 | 0,984 | 0,905 | 0,905 |
| | Karekök Shift | 0,755 | 0,760 | 0,919 | 0,938 | 0,793 | 0,809 | 0,853 | 0,954 | 0,787 | 0,812 |
| | Manly | 0,910 | 0,923 | 0,958 | 0,962 | 0,958 | 0,963 | 0,981 | 0,982 | 0,965 | 0,971 |
| 500 | Log | 0,621 | 0,621 | 0,217 | 0,217 | 0,925 | 0,925 | 0,731 | 0,731 | 0,729 | 0,729 |
| | Neglog | 0,833 | 0,833 | 0,500 | 0,500 | 0,831 | 0,831 | 0,912 | 0,912 | 0,378 | 0,378 |
| | Glog | 0,648 | 0,648 | 0,242 | 0,242 | 0,922 | 0,922 | 0,765 | 0,765 | 0,684 | 0,684 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,962 | 0,963 | 0,838 | 0,839 | 0,977 | 0,977 | 0,984 | 0,984 | 0,964 | 0,965 |
| | Box-Cox | 0,973 | 0,974 | 0,990 | 0,990 | 0,979 | 0,979 | 0,985 | 0,986 | 0,984 | 0,984 |
| | Bickel-Doksum | 0,973 | 0,973 | 0,990 | 0,990 | 0,941 | 0,941 | 0,985 | 0,985 | 0,698 | 0,699 |
| | Gpower | 0,975 | 0,975 | 0,990 | 0,991 | 0,981 | 0,981 | 0,987 | 0,987 | 0,986 | 0,986 |
| | Modulus | 0,981 | 0,981 | 0,991 | 0,991 | 0,987 | 0,987 | 0,989 | 0,989 | 0,988 | 0,988 |
| | Yeo-Johnson | 0,981 | 0,981 | 0,991 | 0,991 | 0,987 | 0,987 | 0,989 | 0,989 | 0,988 | 0,988 |
| | Dual | 0,964 | 0,965 | 0,984 | 0,984 | 0,949 | 0,949 | 0,981 | 0,981 | 0,730 | 0,730 |
| | Karekök Shift | 0,042 | 0,042 | 0,534 | 0,539 | 0,090 | 0,090 | 0,650 | 0,714 | 0,114 | 0,116 |
| | Manly | 0,089 | 0,103 | 0,450 | 0,461 | 0,437 | 0,460 | 0,862 | 0,865 | 0,623 | 0,646 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.4. Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| | | Gamma Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|--------------------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-------|-------------------|-------|
| | | $k=1; \theta=2$ | | $k=2; \theta=2$ | | $k=3; \theta=2$ | | $k=5; \theta=1$ | | $k=9; \theta=0.5$ | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Log | 0,846 | 0,846 | 0,899 | 0,899 | 0,916 | 0,916 | 0,929 | 0,929 | 0,942 | 0,942 |
| | Neglog | 0,866 | 0,866 | 0,916 | 0,916 | 0,930 | 0,930 | 0,939 | 0,939 | 0,949 | 0,949 |
| | Glog | 0,849 | 0,849 | 0,901 | 0,901 | 0,918 | 0,918 | 0,931 | 0,931 | 0,943 | 0,943 |
| | Ters | 0,149 | 0,149 | 0,357 | 0,357 | 0,498 | 0,498 | 0,654 | 0,654 | 0,777 | 0,777 |
| | Log Shift | 0,755 | 0,906 | 0,899 | 0,951 | 0,923 | 0,963 | 0,945 | 0,972 | 0,959 | 0,978 |
| | Box-Cox | 0,994 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,997 |
| | Bickel-Doksum | 0,990 | 0,993 | 0,989 | 0,992 | 0,987 | 0,989 | 0,986 | 0,988 | 0,985 | 0,986 |
| | Gpower | 0,993 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,996 | 0,998 | 0,996 | 0,997 |
| | Modulus | 0,993 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,997 | 0,995 | 0,996 |
| | Yeo-Johnson | 0,993 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,997 | 0,996 | 0,997 | 0,995 | 0,996 |
| | Dual | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,993 | 0,988 | 0,989 | 0,987 | 0,988 | 0,985 | 0,986 |
| | Karekök Shift | 0,969 | 0,975 | 0,964 | 0,990 | 0,944 | 0,989 | 0,909 | 0,990 | 0,870 | 0,987 |
| | Manly | NC | 0,985 | NC | 0,997 | 0,992 | 0,997 | 0,994 | 0,998 | 0,996 | 0,998 |
| | 20 | Log | 0,686 | 0,686 | 0,812 | 0,812 | 0,868 | 0,868 | 0,895 | 0,895 | 0,919 |
| Neglog | | 0,735 | 0,735 | 0,855 | 0,855 | 0,905 | 0,905 | 0,922 | 0,922 | 0,938 | 0,938 |
| Glog | | 0,690 | 0,690 | 0,818 | 0,818 | 0,873 | 0,873 | 0,899 | 0,899 | 0,924 | 0,924 |
| Ters | | 0,007 | 0,007 | 0,063 | 0,063 | 0,149 | 0,149 | 0,318 | 0,318 | 0,528 | 0,528 |
| Log Shift | | 0,785 | 0,803 | 0,907 | 0,911 | 0,948 | 0,951 | 0,962 | 0,963 | 0,968 | 0,970 |
| Box-Cox | | 0,992 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Bickel-Doksum | | 0,991 | 0,994 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,989 | 0,989 | 0,987 | 0,988 |
| Gpower | | 0,992 | 0,995 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Modulus | | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Yeo-Johnson | | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| Dual | | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,989 | 0,990 | 0,988 | 0,988 |
| Karekök Shift | | 0,936 | 0,937 | 0,971 | 0,985 | 0,955 | 0,991 | 0,895 | 0,989 | 0,813 | 0,989 |
| Manly | | NC | 0,885 | NC | 0,983 | 0,989 | 0,992 | 0,992 | 0,995 | 0,995 | 0,996 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.4. Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| | | Gamma Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-------------------------------------|-------|
| | | <u>k=1; $\theta=2$</u> | | <u>k=2; $\theta=2$</u> | | <u>k=3; $\theta=2$</u> | | <u>k=5; $\theta=1$</u> | | <u>k=9; $\theta=0.5$</u> | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,539 | 0,539 | 0,729 | 0,729 | 0,800 | 0,800 | 0,864 | 0,864 | 0,900 | 0,900 |
| | Neglog | 0,605 | 0,605 | 0,798 | 0,798 | 0,859 | 0,859 | 0,907 | 0,907 | 0,931 | 0,931 |
| | Glog | 0,545 | 0,545 | 0,737 | 0,737 | 0,808 | 0,808 | 0,873 | 0,873 | 0,908 | 0,908 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,007 | 0,035 | 0,035 | 0,134 | 0,134 | 0,342 | 0,342 |
| | Log Shift | 0,679 | 0,689 | 0,876 | 0,878 | 0,925 | 0,926 | 0,956 | 0,957 | 0,969 | 0,969 |
| | Box-Cox | 0,991 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| | Bickel-Doksum | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,990 | 0,990 |
| | Gpower | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,996 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| | Modulus | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| | Yeo-Johnson | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,995 | 0,996 | 0,995 | 0,996 |
| | Dual | 0,991 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,990 | 0,990 |
| | Karekök Shift | 0,889 | 0,890 | 0,973 | 0,981 | 0,963 | 0,989 | 0,889 | 0,992 | 0,769 | 0,989 |
| | Manly | NC | 0,722 | NC | 0,972 | 0,985 | 0,987 | 0,991 | 0,992 | 0,994 | 0,995 |
| | 50 | Log | 0,307 | 0,307 | 0,569 | 0,569 | 0,689 | 0,689 | 0,796 | 0,796 | 0,864 |
| Neglog | | 0,376 | 0,376 | 0,674 | 0,674 | 0,782 | 0,782 | 0,869 | 0,869 | 0,915 | 0,915 |
| Glog | | 0,312 | 0,312 | 0,578 | 0,578 | 0,701 | 0,701 | 0,809 | 0,809 | 0,873 | 0,873 |
| Ters | | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,002 | 0,018 | 0,018 | 0,114 | 0,114 |
| Log Shift | | 0,471 | 0,478 | 0,790 | 0,791 | 0,885 | 0,886 | 0,943 | 0,943 | 0,965 | 0,966 |
| Box-Cox | | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 |
| Bickel-Doksum | | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,990 | 0,990 |
| Gpower | | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 |
| Modulus | | 0,989 | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 |
| Yeo-Johnson | | 0,989 | 0,990 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 |
| Dual | | 0,992 | 0,994 | 0,994 | 0,994 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,991 | 0,991 |
| Karekök Shift | | 0,755 | 0,755 | 0,962 | 0,965 | 0,960 | 0,981 | 0,894 | 0,989 | 0,724 | 0,990 |
| Manly | | NC | 0,340 | NC | 0,927 | 0,970 | 0,974 | 0,988 | 0,990 | 0,990 | 0,991 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.4. Farklı örneklem büyüklükleri altında Gamma dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| | | Gamma Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|-------------------------------------|-------|
| | | <u>k=1; $\theta=2$</u> | | <u>k=2; $\theta=2$</u> | | <u>k=3; $\theta=2$</u> | | <u>k=5; $\theta=1$</u> | | <u>k=9; $\theta=0.5$</u> | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,059 | 0,059 | 0,282 | 0,282 | 0,448 | 0,448 | 0,648 | 0,648 | 0,777 | 0,777 |
| | Neglog | 0,089 | 0,089 | 0,403 | 0,403 | 0,605 | 0,605 | 0,789 | 0,789 | 0,880 | 0,880 |
| | Glog | 0,061 | 0,061 | 0,292 | 0,292 | 0,466 | 0,466 | 0,671 | 0,671 | 0,798 | 0,798 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,005 |
| | Log Shift | 0,151 | 0,153 | 0,584 | 0,585 | 0,784 | 0,785 | 0,912 | 0,912 | 0,957 | 0,957 |
| | Box-Cox | 0,988 | 0,989 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,993 | 0,993 |
| | Bickel-Doksum | 0,988 | 0,989 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,994 | 0,991 | 0,992 |
| | Gpower | 0,988 | 0,989 | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,994 | 0,993 | 0,993 |
| | Modulus | 0,984 | 0,986 | 0,990 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| | Yeo-Johnson | 0,984 | 0,986 | 0,990 | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| | Dual | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,992 |
| | Karekök Shift | 0,354 | 0,354 | 0,912 | 0,912 | 0,958 | 0,964 | 0,908 | 0,983 | 0,669 | 0,989 |
| | Manly | NC | 0,006 | NC | 0,689 | 0,908 | 0,915 | 0,975 | 0,977 | 0,988 | 0,988 |
| 500 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,002 | 0,002 | 0,042 | 0,042 | 0,230 | 0,230 |
| | Neglog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,017 | 0,017 | 0,184 | 0,184 | 0,526 | 0,526 |
| | Glog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,003 | 0,003 | 0,053 | 0,053 | 0,268 | 0,268 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,000 | 0,000 | 0,006 | 0,007 | 0,127 | 0,127 | 0,571 | 0,571 | 0,878 | 0,879 |
| | Box-Cox | 0,916 | 0,921 | 0,984 | 0,984 | 0,987 | 0,987 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,991 |
| | Bickel-Doksum | 0,916 | 0,921 | 0,984 | 0,984 | 0,987 | 0,987 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,991 |
| | Gpower | 0,915 | 0,920 | 0,983 | 0,983 | 0,986 | 0,986 | 0,990 | 0,990 | 0,990 | 0,990 |
| | Modulus | 0,897 | 0,903 | 0,975 | 0,976 | 0,982 | 0,982 | 0,988 | 0,988 | 0,989 | 0,989 |
| | Yeo-Johnson | 0,897 | 0,903 | 0,975 | 0,976 | 0,982 | 0,982 | 0,988 | 0,988 | 0,989 | 0,989 |
| | Dual | 0,952 | 0,953 | 0,992 | 0,992 | 0,988 | 0,988 | 0,989 | 0,990 | 0,990 | 0,990 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,167 | 0,167 | 0,704 | 0,705 | 0,900 | 0,929 | 0,572 | 0,976 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,058 | 0,663 | 0,667 | 0,939 | 0,940 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.5. Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri

| n | | Weibull Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|----|-----------------|---------------------------------|-------|-----------------|-------|-------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-------|
| | | $\theta=1; k=0.5$ | | $\theta=1; k=1$ | | $\theta=1; k=1.5$ | | $\theta=1; k=3$ | | $\theta=1; k=5$ | |
| | | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 10 | Dönüşüm Yöntemi | | | | | | | | | | |
| | Log | 0,837 | 0,837 | 0,850 | 0,850 | 0,850 | 0,850 | 0,842 | 0,842 | 0,852 | 0,852 |
| | Neglog | 0,851 | 0,851 | 0,875 | 0,875 | 0,876 | 0,876 | 0,869 | 0,869 | 0,877 | 0,877 |
| | Glog | 0,838 | 0,838 | 0,853 | 0,853 | 0,852 | 0,852 | 0,847 | 0,847 | 0,859 | 0,859 |
| | Ters | 0,025 | 0,025 | 0,151 | 0,151 | 0,292 | 0,292 | 0,527 | 0,527 | 0,672 | 0,672 |
| | Log Shift | 0,182 | 0,882 | 0,760 | 0,911 | 0,871 | 0,919 | 0,895 | 0,910 | 0,899 | 0,906 |
| | Box-Cox | 0,994 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,997 | 0,992 | 0,993 |
| | Bickel-Doksum | 0,990 | 0,993 | 0,992 | 0,995 | 0,992 | 0,994 | 0,990 | 0,993 | 0,991 | 0,993 |
| | Gpower | 0,994 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,994 | 0,996 | 0,991 | 0,993 |
| | Modulus | 0,994 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,996 | 0,990 | 0,991 |
| | Yeo-Johnson | 0,994 | 0,997 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,998 | 0,995 | 0,996 | 0,990 | 0,991 |
| | Dual | 0,991 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,991 | 0,995 | 0,990 | 0,993 | 0,991 | 0,993 |
| | Karekök Shift | 0,624 | 0,625 | 0,967 | 0,974 | 0,955 | 0,988 | 0,766 | 0,963 | 0,630 | 0,939 |
| | Manly | NC | 0,644 | NC | 0,987 | NC | 0,996 | 0,996 | 0,998 | 0,995 | 0,997 |
| 20 | Log | 0,682 | 0,682 | 0,684 | 0,684 | 0,689 | 0,689 | 0,692 | 0,692 | 0,683 | 0,683 |
| | Neglog | 0,706 | 0,706 | 0,732 | 0,732 | 0,749 | 0,749 | 0,758 | 0,758 | 0,735 | 0,735 |
| | Glog | 0,685 | 0,685 | 0,688 | 0,688 | 0,696 | 0,696 | 0,703 | 0,703 | 0,695 | 0,695 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,007 | 0,007 | 0,034 | 0,034 | 0,192 | 0,192 | 0,345 | 0,345 |
| | Log Shift | 0,424 | 0,745 | 0,783 | 0,797 | 0,820 | 0,824 | 0,832 | 0,833 | 0,798 | 0,799 |
| | Box-Cox | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 |
| | Bickel-Doksum | 0,992 | 0,994 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,995 |
| | Gpower | 0,992 | 0,994 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 |
| | Modulus | 0,992 | 0,994 | 0,991 | 0,993 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 |
| | Yeo-Johnson | 0,992 | 0,994 | 0,991 | 0,993 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,995 | 0,993 | 0,994 |
| | Dual | 0,994 | 0,994 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,994 | 0,993 | 0,995 |
| | Karekök Shift | 0,196 | 0,196 | 0,936 | 0,937 | 0,965 | 0,988 | 0,608 | 0,952 | 0,340 | 0,888 |
| | Manly | NC | 0,095 | NC | 0,884 | NC | 0,984 | 0,994 | 0,995 | 0,995 | 0,996 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.5. Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| | | Weibull Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|----|-----------------|---------------------------------|-------|-----------------|-------|-------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-------|
| | | $\theta=1; k=0.5$ | | $\theta=1; k=1$ | | $\theta=1; k=1.5$ | | $\theta=1; k=3$ | | $\theta=1; k=5$ | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 30 | Log | 0,537 | 0,537 | 0,539 | 0,539 | 0,545 | 0,545 | 0,533 | 0,533 | 0,537 | 0,537 |
| | Neglog | 0,573 | 0,573 | 0,602 | 0,602 | 0,627 | 0,627 | 0,621 | 0,621 | 0,612 | 0,612 |
| | Glog | 0,539 | 0,539 | 0,544 | 0,544 | 0,554 | 0,554 | 0,549 | 0,549 | 0,553 | 0,553 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,005 | 0,005 | 0,057 | 0,057 | 0,160 | 0,160 |
| | Log Shift | 0,453 | 0,617 | 0,679 | 0,689 | 0,731 | 0,733 | 0,737 | 0,737 | 0,706 | 0,706 |
| | Box-Cox | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| | Bickel-Doksum | 0,993 | 0,994 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,994 |
| | Gpower | 0,993 | 0,994 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,993 | 0,993 |
| | Modulus | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| | Yeo-Johnson | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,992 | 0,991 | 0,992 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,993 |
| | Dual | 0,995 | 0,995 | 0,993 | 0,993 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,992 | 0,994 |
| | Karekök Shift | 0,042 | 0,042 | 0,889 | 0,889 | 0,975 | 0,987 | 0,481 | 0,942 | 0,182 | 0,843 |
| | Manly | NC | 0,005 | NC | 0,718 | NC | 0,966 | 0,992 | 0,994 | 0,994 | 0,994 |
| 50 | Log | 0,313 | 0,313 | 0,309 | 0,309 | 0,304 | 0,304 | 0,306 | 0,306 | 0,309 | 0,309 |
| | Neglog | 0,344 | 0,344 | 0,380 | 0,380 | 0,407 | 0,407 | 0,414 | 0,414 | 0,402 | 0,402 |
| | Glog | 0,315 | 0,315 | 0,315 | 0,315 | 0,313 | 0,313 | 0,324 | 0,324 | 0,330 | 0,330 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,003 | 0,003 | 0,028 | 0,028 |
| | Log Shift | 0,311 | 0,384 | 0,477 | 0,483 | 0,546 | 0,546 | 0,576 | 0,576 | 0,529 | 0,529 |
| | Box-Cox | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,992 |
| | Bickel-Doksum | 0,991 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,991 | 0,993 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,992 |
| | Gpower | 0,990 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,992 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 |
| | Modulus | 0,989 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,992 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 |
| | Yeo-Johnson | 0,989 | 0,990 | 0,990 | 0,991 | 0,990 | 0,992 | 0,990 | 0,991 | 0,991 | 0,992 |
| | Dual | 0,994 | 0,995 | 0,993 | 0,994 | 0,992 | 0,994 | 0,990 | 0,992 | 0,991 | 0,992 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,751 | 0,751 | 0,981 | 0,988 | 0,321 | 0,914 | 0,052 | 0,758 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,337 | NC | 0,919 | 0,990 | 0,991 | 0,993 | 0,993 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

Tablo 8.5. Farklı örneklem büyüklükleri altında Weibull dağılıma sahip verinin farklı dönüşüm yöntemleri ile normal dağılıma dönüşme yüzdeleri (Devamı)

| | | Weibull Dağılımı (k, θ) | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|---------------------------------|-------|-----------------|-------|-------------------|-------|-----------------|-------|-----------------|-------|
| | | $\theta=1; k=0.5$ | | $\theta=1; k=1$ | | $\theta=1; k=1.5$ | | $\theta=1; k=3$ | | $\theta=1; k=5$ | |
| n | Dönüşüm Yöntemi | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW | MLE | SW |
| 100 | Log | 0,056 | 0,056 | 0,050 | 0,050 | 0,061 | 0,061 | 0,057 | 0,057 | 0,060 | 0,060 |
| | Neglog | 0,067 | 0,067 | 0,084 | 0,084 | 0,113 | 0,113 | 0,119 | 0,119 | 0,113 | 0,113 |
| | Glog | 0,056 | 0,056 | 0,053 | 0,053 | 0,065 | 0,065 | 0,065 | 0,065 | 0,068 | 0,068 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,065 | 0,085 | 0,144 | 0,146 | 0,217 | 0,218 | 0,260 | 0,260 | 0,220 | 0,220 |
| | Box-Cox | 0,986 | 0,987 | 0,987 | 0,989 | 0,986 | 0,987 | 0,985 | 0,987 | 0,987 | 0,988 |
| | Bickel-Doksum | 0,986 | 0,987 | 0,987 | 0,989 | 0,986 | 0,987 | 0,985 | 0,987 | 0,987 | 0,988 |
| | Gpower | 0,986 | 0,987 | 0,987 | 0,988 | 0,985 | 0,987 | 0,985 | 0,986 | 0,987 | 0,988 |
| | Modulus | 0,983 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,983 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,988 | 0,989 |
| | Yeo-Johnson | 0,983 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,983 | 0,984 | 0,985 | 0,986 | 0,988 | 0,989 |
| | Dual | 0,992 | 0,992 | 0,992 | 0,993 | 0,990 | 0,991 | 0,987 | 0,989 | 0,987 | 0,988 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,346 | 0,346 | 0,982 | 0,984 | 0,124 | 0,846 | 0,002 | 0,533 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,007 | NC | 0,655 | 0,984 | 0,985 | 0,991 | 0,991 |
| 500 | Log | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Neglog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Glog | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Ters | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Log Shift | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| | Box-Cox | 0,915 | 0,918 | 0,909 | 0,913 | 0,915 | 0,919 | 0,915 | 0,920 | 0,920 | 0,926 |
| | Bickel-Doksum | 0,915 | 0,918 | 0,909 | 0,913 | 0,915 | 0,919 | 0,915 | 0,920 | 0,920 | 0,926 |
| | Gpower | 0,915 | 0,918 | 0,908 | 0,912 | 0,912 | 0,917 | 0,913 | 0,917 | 0,919 | 0,924 |
| | Modulus | 0,907 | 0,910 | 0,892 | 0,897 | 0,896 | 0,901 | 0,912 | 0,915 | 0,928 | 0,931 |
| | Yeo-Johnson | 0,907 | 0,910 | 0,892 | 0,897 | 0,896 | 0,901 | 0,912 | 0,915 | 0,928 | 0,931 |
| | Dual | 0,959 | 0,959 | 0,949 | 0,951 | 0,942 | 0,945 | 0,929 | 0,934 | 0,925 | 0,930 |
| | Karekök Shift | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,000 | 0,793 | 0,794 | 0,000 | 0,232 | 0,000 | 0,004 |
| | Manly | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,000 | NC | 0,848 | 0,964 | 0,964 |

Not: n: örneklem büyüklüğünü, MLE: Olabilirlik Kestirimi yöntemini, SW: Shapiro-Wilk testini, NC: hesaplama yapılamadığını göstermektedir.

EK 2: Tez Çalışması Orijinallik Raporu

MÜGE COŞKUN YILDIRIM YÜKSEK LİSANS TEZİ

ORJİNALLİK RAPORU

| | | | |
|-------------------|---------------------|------------|------------------|
| % 13 | % 12 | % 7 | % 6 |
| BENZERLİK ENDEKSİ | İNTERNET KAYNAKLARI | YAYINLAR | ÖĞRENCİ ÖDEVLERİ |

BİRİNCİL KAYNAKLAR

| | | |
|----------|-----------------------------------------------------------------|-------------|
| 1 | refubium.fu-berlin.de İnternet Kaynağı | % 2 |
| 2 | Submitted to Hacettepe University Öğrenci Ödevi | % 1 |
| 3 | www.tandfonline.com İnternet Kaynağı | % 1 |
| 4 | rstudio-pubs-static.s3.amazonaws.com İnternet Kaynağı | % 1 |
| 5 | www.dtic.mil İnternet Kaynağı | % 1 |
| 6 | openaccess.hacettepe.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı | % 1 |
| 7 | journals.sagepub.com İnternet Kaynağı | <% 1 |
| 8 | universeofdatascience.com İnternet Kaynağı | <% 1 |
| 9 | www.openaccess.hacettepe.edu.tr:8080 İnternet Kaynağı | <% 1 |

EK 3: Dijital Makbuz

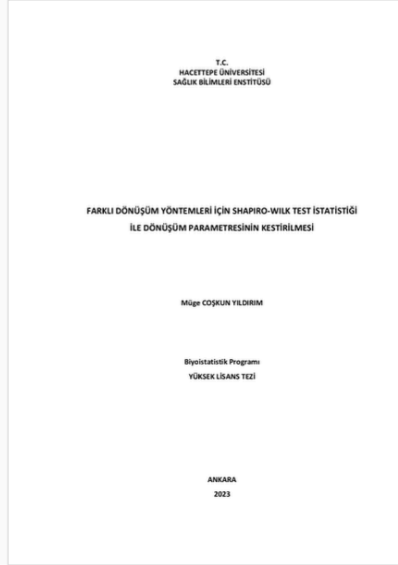


Dijital Makbuz

Bu makbuz ödevinizin Turnitin'e ulaştığını bildirmektedir. Gönderiminize dair bilgiler şöyledir:

Gönderinizin ilk sayfası aşağıda gönderilmektedir.

Gönderen: Müge Coşkun Yıldırım
Ödev başlığı: Müge Coşkun Yıldırım Yüksek Lisans Tezi
Gönderi Başlığı: MÜGE COŞKUN YILDIRIM YÜKSEK LİSANS TEZİ
Dosya adı: tez-son_trrntn.pdf
Dosya boyutu: 963.96K
Sayfa sayısı: 62
Kelime sayısı: 17,909
Karakter sayısı: 76,511
Gönderim Tarihi: 14-Haz-2023 02:46ÖS (UTC+0300)
Gönderim Numarası: 2115908149



9. ÖZGEÇMİŞ

Müge COŞKUN YILDIRIM

