

**T.C.  
KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**FARKLI MİKROMEKANİK MODELLER KULLANILARAK GELİŞTİRİLEN  
EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DOĞRU EKSENLİ  
KİRİŞLERİN STATİK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sarah Sayed Mohamed Alkibir SAYED**

**HAZİRAN - 2023**

**T.C.  
KIRKLARELİ ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**FARKLI MİKROMEKANİK MODELLER KULLANILARAK GELİŞTİRİLEN  
EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DOĞRU EKSENLİ  
KİRİŞLERİN STATİK ANALİZİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**Sarah Sayed Mohamed Alkabir SAYED**

**Tez Danışmanı: Dr. Öğretim Üyesi Merve ERMİŞ**

**Haziran – 2023**

## ETİK BEYAN

Kırkırelı Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez ve Proje Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında; tez içinde sunduğum bilgileri, verileri ve dokümanları, değişik sonuç verebilecek şekilde araştırma araç gereçleri kullanmadan, işlem veya kayıt sonuçlarını değiştirmeden akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi, bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu, tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi, bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim.

İmza  
Sarah Sayed Mohamed Alkibir SAYED  
...../...../.....

## ÖZET

# FARKLI MİKROMEKANİK MODELLER KULLANILARAK GELİŞTİRİLEN EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DOĞRU EKSENLİ KİRİŞLERİN STATİK ANALİZİ

Sarah Sayed Mohamed Alkabir SAYED

Yüksek Lisans Tezi

Kırklareli Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Danışman: Dr. Öğretim Üyesi Merve ERMİŞ

Haziran 2023, 49 sayfa

Bu tezin amacı, farklı mikromekanik modeller kullanılarak geliştirilen eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişlerin statik analiz davranışını sonlu eleman yöntemi kullanarak incelemektir. Timoshenko çubuk kuramına bağlı olarak iki düğüm noktalı bir sonlu eleman üzerinden karışık sonlu eleman formülasyonu geliştirilmiştir. Karışık sonlu eleman, her düğüm noktasında on iki adet serbestliğe sahiptir. Bunlardan üçü yer değiştirmeleri, üçü kesit dönmelerini, üçü kuvvetleri, ikisi eğilme momentini ve biri ise burulma momentini göstermektedir. Karışık sonlu eleman yöntemine ait sonuçlar, yer değiştirme türü sonlu eleman yöntemine (ANSYS BEAM188) ait sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme metal-matris ve seramik-parçacık malzemelerden oluşmaktadır. Seramik ve metal malzemelerin hacim oranları kiriş eksenli boyunca değişmektedir. Üç farklı mikromekanik model (Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss) üzerinden etkin malzeme özellikleri (elastisite modülü ve Poisson oranı) tariflenmiştir. Farklı mikromekanik modellerin etkisi eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişlerin statik analiz davranışı (yer değiştirmeler, kesit dönmeleri ve mesnet tepkileri) üzerinden parametrik bir çalışma ile incelenmiştir. Bu parametrik çalışma kapsamında, farklı malzeme değişim parametresi, seramik malzeme içeriği ve sınır koşulu durumları için statik analiz sonuçları detaylı olarak irdelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş, mikromekanik model, sonlu eleman yöntemi, statik analiz

## ABSTRACT

# STATIC ANALYSIS OF AXIALLY FUNCTIONALLY GRADED STRAIGHT BEAMS DEVELOPED USING DIFFERENT MICROMECHANICAL MODELS

Sarah Sayed Mohamed Alkabir SAYED

MSc Thesis

Kirklareli University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Merve ERMİŞ

June 2023, 49 pages

The objective of this thesis is to examine the static analysis behavior of axially functionally graded straight beams developed using different micromechanical models, utilizing the finite element method. A mixed finite element formulation has been developed over a two-node finite element based on the Timoshenko beam theory. The mixed finite element has twelve degrees of freedom at each point. Of these, three indicate displacements, three represent section rotations, three denote forces, two show bending moments, and one shows the torsional moment. The results obtained by using the mixed finite element method have been compared with the results of the displacement type finite element method (ANSYS BEAM188). The functionally graded material consists of metal-matrix and ceramic-particle materials. The volume fraction ratios of ceramic and metal materials vary along the beam axis. Effective material properties (modulus of elasticity and Poisson's ratio) have been described through three different micromechanical models (Voigt, Mori-Tanaka, and Reuss). The effect of different micromechanical models has been investigated through a parametric study on the static analysis behavior (displacements, section rotations, and support reactions) of axially functionally graded straight beams. In this parametric study, static analysis results for different material gradient parameters, ceramic material content, and boundary condition cases have been examined in detail.

**Keywords:** axially functionally graded beam, micromechanics model, finite element method, static analysis

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışmam sırasında bilgi ve deneyimleriyle bana yardımcı olan destekleyen danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Merve ERMİŞ'e, ANSYS programında bilgi ve deneyimleriyle bana katkıda bulunan İnşaat Mühendisi Gökay AYDOĞAN'a, bu zamana kadar eğitimime ve öğrenimime bilgi, fikir ve öğretileriyle katkıda bulunan bana yardım ettiği için Allah'a Őükrederim ve bana yüksek lisans yapma fırsatı veren Türkiye Cumhuriyeti'ne ve bu çalışmada bana yardımcı olan tüm yüksek lisans öğretmenlerine teşekkür ederim. Ayrıca beni her zaman destekleyen ve sürekli gelişimimde destekçi olan anneme, babama Allah ona rahmet eylesin, ve kardeşlerime desteklerinden dolayı sonsuz sevgilerimi ve saygılarımı sunarım.

## İÇİNDEKİLER

<b>ÖZET</b> .....	<b>iv</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>v</b>
<b>TEŞEKKÜR</b> .....	<b>vi</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÇİZELGELERİN LİSTESİ</b> .....	<b>viii</b>
<b>ŞEKİLLERİN LİSTESİ</b> .....	<b>x</b>
<b>SİMGELER VE KISALTMALAR</b> .....	<b>xii</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. LİTERATÜR BİLGİSİ</b> .....	<b>3</b>
2.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ve mikromekanik modeller .....	3
2.2. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli çubuklar/kirişler .....	6
<b>3. EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DOĞRU EKSENLİ ÇUBUK İÇİN FONKSİYONEL VE SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU...</b>	<b>9</b>
3.1. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli çubuk.....	9
3.2. Mikromekanik malzeme modelleri .....	10
3.2.1. Voigt .....	10
3.2.2. Mori-Tanaka .....	10
3.2.3. Reuss .....	11
3.3. Alan Denklemleri.....	12
3.4. Fonksiyonel.....	14
3.5. Karışık sonlu eleman formülasyonu .....	14
<b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA</b> .....	<b>17</b>
4.1. Yakınsama Analizi.....	17
4.2. Parametrik Analiz .....	20
4.2.1. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) etkisi .....	28
4.2.2. Mikromekanik modelin etkisi .....	35
<b>5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b> .....	<b>41</b>
<b>KAYNAKLAR</b> .....	<b>43</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b> .....	<b>49</b>

## ÇİZELGELERİN LİSTESİ

- Çizelge 4.1. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad])... 21
- Çizelge 4.2. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). ..... 21
- Çizelge 4.3. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad])... 21
- Çizelge 4.4. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]..... 22
- Çizelge 4.5. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]. ..... 22
- Çizelge 4.6. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]..... 22
- Çizelge 4.7. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm]..... 23
- Çizelge 4.8. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm]. ..... 23
- Çizelge 4.9. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm]..... 23
- Çizelge 4.10. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). ..... 24
- Çizelge 4.11. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). ..... 24
- Çizelge 4.12. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). ..... 24
- Çizelge 4.13. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]. ..... 25
- Çizelge 4.14. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]. ..... 25

- Çizelge 4.15. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm]. ..... 25
- Çizelge 4.16. Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik malzeme modelleri üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki kesme kuvveti  $T_z^B$  [N] ..... 26
- Çizelge 4.17. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). 26
- Çizelge 4.18. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). ..... 27
- Çizelge 4.19. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]). 27

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil 3.1. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kiriş.....	9
Şekil 3.2. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişin etkin elastisite modülünün normalize edilmiş kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi (Voigt model).....	12
Şekil 3.3. Farklı mikromekanik modeller için eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişin etkin elastisite modülünün normalize edilmiş kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi ( $Al_2O_3, n_h = 1$ ) .....	12
Şekil 4.1. Voigt model üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) ait yakınsama analizi.....	18
Şekil 4.2. Mori-Tanaka model üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) ait yakınsama analizi .....	19
Şekil 4.3. Reuss üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) ait yakınsama analizi .....	19
Şekil 4.4. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, $Al_2O_3$ ).....	29
Şekil 4.5. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, SiC) .....	29
Şekil 4.6. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, $ZrO_2$ ) .....	30
Şekil 4.7. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, $Al_2O_3$ ).....	30
Şekil 4.8. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, SiC) .....	31

Şekil 4.9. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, $ZrO_2$ ) .....	31
Şekil 4.10. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, $Al_2O_3$ ).....	32
Şekil 4.11. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, SiC).....	32
Şekil 4.12. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, $ZrO_2$ ).....	33
Şekil 4.13. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, Mori-Tanaka).....	36
Şekil 4.14. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A, M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, Reuss) .....	36
Şekil 4.15. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, Mori-Tanaka) .....	37
Şekil 4.16. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}, T_z^A, T_z^B, M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, Reuss).....	37
Şekil 4.17. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, Mori-Tanaka) .....	38
Şekil 4.18. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, Reuss) .....	38

## SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

### Simgeler

### Açıklamalar

$x$	Çubuk ekseni
$L$	Çubuğun toplam boyu
$u$	Yer değiştirme
$\Omega$	Kesit dönmesi
$T$	Kuvvet
$M$	Moment
$n_e$	Sonlu eleman sayısı
$x, y, z$	Kartezyen koordinat takımı
$\varepsilon$	Geometrik sınır koşulu
$\sigma$	Dinamik sınır koşulu
$E$	Elastisite modülü
$\nu$	Poisson oranı
$G$	Kayma modülü
$\rho$	Malzeme yoğunluğu
$k'$	Kayma düzeltme katsayısı
$q$	Yayıllı kuvvet
$m$	Yayıllı moment
$\xi$	Boyutsuz koordinat
$\phi$	Şekil fonksiyonu

### Kısaltmalar

### Açıklamalar

**EFD**

Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş

**FD**

Fonksiyonel derecelendirilmiş

**KSE**

Karışık sonlu eleman



## 1. GİRİŞ

Savunma sanayii, havacılık, uzay endüstrisi, makine ve inşaat mühendisliği vb. gibi alanlarda kompozit malzemelerin kullanım alanları oldukça artmaktadır (Saleh vd. 2020, [1]). Ani sıcaklık/yük değişimi veya korozyon vb. gibi durumlara karşı, kompozit malzemeler sahip oldukları özellikler (yüksek mukavemet dayanımı, hafiflik, çevresel faktörlere uyum sağlayabilme) sayesinde homojen izotrop malzemelere göre daha avantajlıdır (Avey 2019, [2]). Geleneksel kompozit malzemelerde (ör. tabakalı kompozitler) ani sıcaklık değişimi ve çeşitli yükler altında vb. durumlar katmanlar arası ayrılmalara veya çatlaklara neden olmaktadır. Son yıllarda malzeme üretim tekniklerinde gelişen teknolojiyle birlikte, düşük ısıl iletkenliği veya düşük sürtünme katsayısı ve/veya yüksek sertliği ve aşınmaya karşı direnci gibi mükemmel mekanik ve kimyasal özelliklere sahip fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) malzemelerin üretimini mümkün kılmıştır. FD malzemeler ise talep edilen doğrultularda sürekli değişen bir fonksiyona sahip iki fazlı kompozit malzemelerdir. Malzeme özelliklerindeki bu sürekli değişim, yani bir başka deyişle malzeme özelliklerinin fonksiyonel olarak derecelendirilmesi, ani sıcaklık değişimleri veya darbe türü yüklemeler altında bu malzemelerin dayanımlarının artırmasını sağlamaktadır (Kır vd. 2021, [3]).

Malzeme mekaniğinin temel görevi malzemelerin davranışını tahmin edebilmektir. Homojenleştirme ya da homojenizasyon olarak bilinen bu yöntem farklı bileşenden oluşan malzemenin etkin mekanik özelliklerinin tahmin eder (Karami vd. 2019, [4]). FD bir malzemenin bileşenlerinin boyutu, şekli ve dağılımı hakkında kesin bir bilgi olmadığında, derecelendirilmiş mikro yapıya ait etkin elastisite modülü ilgili bileşenlerin hacim oranları ve dağınık fazın yaklaşık şekline bağlı olarak belirlenmelidir. Yıllar içerisinde makroskobik olarak homojen kompozitlerin ve FD malzemeler gibi derecelendirilmiş kompozit malzemelerin efektif mekanik özelliklerinin tayin etmeyi sağlayan çeşitli mikromekanik malzeme modeller geliştirilmiştir (Srividhya vd. 2018, [5]). Bu mikromekanik modeller arasında en çok bilinen ve en yaygın kullanıma sahip olan model karışım kuralıdır (Voigt model) [6], diğer mikromekanik modellerden bazıları ise Hashin-Shtrikman sınırları [7],

Mori-Tanaka homojenleştirme şeması [8, 9] Reuss model [10], Tamura model [11,12] ve lokal kübik temsili hacim elemanı [13], şeklinde sıralanabilir.

Bu tezin amacı, farklı mikromekanik modeller kullanılarak geliştirilen aksel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) doğru aksel kirişlerin statik analiz davranışını sonlu eleman yöntemi kullanarak incelemektir. Timoshenko çubuk kuramına bağlı olarak iki düğüm noktalı bir sonlu eleman üzerinden karışık sonlu eleman (KSE) formülasyonu geliştirilmiştir. Sonlu eleman, her düğüm noktasında on iki adet serbestliğe sahiptir. Bunlardan üçü yer değiştirmeleri, üçü kesit dönmelerini, üçü kuvvetleri, ikisi eğilme momentini ve biri ise burulma momentini göstermektedir. Farklı mikromekanik modellerin etkisi aksel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksel kirişin statik analiz sonuçları (yer değiştirmeler, kesit dönmeleri ve mesnet tepkileri) üzerinden parametrik bir çalışma incelenmiştir. Bu tez kapsamında el alınan parametrik analizde farklı malzeme içeriği, malzeme değişim parametresi ve sınır koşullarının etkisi detaylı olarak irdelenmiştir.

## 2. LİTERATÜR BİLGİSİ

### 2.1. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ve mikromekanik modeller

Literatürde, FD malzemelerin etkin malzeme özelliklerini (elastisite modülü, Poisson oranı) belirleyen çeşitli mikromekanik modeller ile ilgili çalışmalardan bazıları aşağıda sunulmuştur.

Loja vd. 2012 [14] tarafından, Voigt, Hashin- Shtrikman ve Mori-Tanaka homojenleştirme şemalarının iki fazlı fonksiyonel olarak derecelendirilmiş sandviç kirişlerin statik ve serbest titreşim davranışı üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Shen ve Wang 2012 [15] tarafından, Pasternak zemine oturan FD dikdörtgen plakların sıcaklık etkisindeki titreşim davranışını üzerinde Voigt ve Mori-Tanaka mikromekanik modellerinin etkisi incelenmiştir.

Kiani ve İslami 2015 [16] tarafından, kalınlık boyunca FD dairesel plakların ısıl burkulma davranışı incelenmiştir. Plakta ön kusur da dikkate alınmıştır. Plâğın ısıl mekanik özellikleri hem sıcaklık hem de plak kalınlık koordinatına bağlı olarak değiştiği varsayılmıştır. FD malzemenin eşdeğer malzeme özellikleri Voigt kuralı, Mori-Tanaka şeması ve kendi kendine tutarlı tahmin olmak üzere üç farklı mikromekanik malzeme şeması üzerinden tarif edilmiştir. Isıl iletim denkleminin çözümü iteratif merkezi sonlu farklar şeması kullanılarak elde edilmiştir.

Akbarzadeh vd. 2015 [17] tarafından, farklı mikromekanik modellerin (Voigt, Reuss, Hashin-Shtrikman sınırları, Tamura vb.) elastik zemine oturan FD plakların statik, burkulma, serbest titreşim ve zorlanmış titreşim davranışı üzerindeki etkisi detaylı olarak incelenmiştir. Malzemenin hacim oranının değişimi üç farklı fonksiyon üzerinden tarif edilmiştir. Bu fonksiyonlar, üssel, sigmoid ve eksponansiyel tipi fonksiyonlardır. Probleme ait kısmi diferansiyel denklem formdaki bünye bağıntılarının uzaysal koordinatlardaki çözümü için Navier çözümü kullanılmış olup, bu çözüme zaman tanım alanında sayısal integrasyon yönteminin entegre edilmesiyle de zamana bağlı problemin çözümü elde edilmiştir.

Alshabatat vd. 2016 [18] tarafından, Mori-Tanaka homojenleştirme şeması üzerinden tariflenen FD plakların serbest titreşim davranışının optimizasyon problemi sonlu eleman yöntemi kullanarak incelemiştir. Seçilen amaç fonksiyonunun optimizasyonu için ise genetik algoritma kullanılmıştır.

Wang ve Wu 2016 [19] tarafından, ısısal ortam ve hareketli harmonik yük etkisindeki EFD kirişlerin dinamik davranışı klasik kiriş teorisi ve Timoshenko çubuk kurumları üzerinden incelenmiştir. Kirişin etkin malzeme özellikleri karışım kuralı (Voigt model) ve Mori-Tanaka şeması kullanılarak elde edilmiştir.

Ebrahimi ve Barati 2016 [20] tarafından, Winkler- Pasternak zemine oturan FD eğrisel nano boyuttaki kirişlerin boyuta bağlı serbest titreşim davranışı analitik bir çözüm yöntemi ile elde edilmiştir. Kesit yüksekliği boyunca malzeme özelliklerinin değiştiği FD eğri eksenli nano kirişin etkin malzeme özellikleri Mori-Tanaka şemasına göre belirlenmiştir.

Gupta ve Talha 2017 [21] tarafından, FD plakların geometrik olarak doğrusal olmayan titreşim davranışı yer değiştirme tabanlı yeni hiperbolik yüksek mertebeden kayma ve normal deformasyon teorisi üzerinden elde edilmiştir. FD plağın temel denklemleri, değişim ilkesi ve von-Kármán teorisi kullanılarak enine doğrultuda büyük yer değiştirme hesabı yapılmıştır. Eksponansiyel ya da üssel fonksiyon olarak malzemenin derecelendirildiği plağın etkin malzeme özellikleri için Voigt ve Mori-Tanaka şemaları üzerinden hesaplanmıştır. Homojenleştirme şeması, geometrik parametre, genlik oranı ve sınır koşullarının FD plağın titreşim tepkisi üzerindeki etkisi detaylı olarak incelenmiştir.

Zhang ve Wang 2018 [22] tarafından, Mori-Tanaka homojenleştirme şeması üzerinden tariflenen ve elastik sınır koşullarına sahip FD eğri eksenli çubukların serbest titreşim davranışı modifiye Fourier serisi yöntemi ile elde edilmiştir.

Fan vd. 2020 [23] tarafından, yüzey gerilimi etkisinde fonksiyonel olarak derecelendirilmiş eğik nano plakların burkulma davranışını incelenmiştir. Gurtin-Murdoch sürekli ortam teorisi, eğik koordinat sisteminde yüksek mertebeden kayma deformasyon plak teorisine uygulanmıştır. FD eğik nano plakların kesme burkulma yüklerinin tayin edilmesinde Gram-Schmidt şekil fonksiyonlarının kullanıldığı Ritz yöntemi kullanılmıştır. Etkin malzeme özelliklerinin tahmininde ise farklı mikro

mekanik modellerden (Reuss modeli, Voigt modeli, Mori-Tanaka modeli ve Hashin-Shtrikman) yararlanılmıştır.

Yuan vd. 2020 [24] tarafından, FD eğik nano plakların burkulma davranışı üzerinde boyut etkisi incelenmiştir. Yüksek mertebeden kayma deformasyon plak teorisi üzerinden tariflenen problemi çözmek için Gram-Schmidt şekil fonksiyonlarının kullanıldığı Ritz yöntemi kullanılmıştır. Malzeme özelliklerinin plak kalınlığı boyunca seramik malzeme fazından ve metal malzeme fazına sürekli bir fonksiyona bağlı olarak değişim gösterdiği varsayılmaktadır. Etkin malzeme özelliklerinin tahmininde ise farklı mikro mekanik modellerden (Reuss modeli, Voigt modeli, Mori-Tanaka modeli ve Hashin-Shtrikman) yararlanılmıştır.

Sahmani ve Safaei 2020 [25] tarafından, düzgün yayılı aksenal dış kuvvet etkisindeki çift doğrultuda FD mikro/nano kirişlerin hem boyuta bağlı burkulma sonrası hem de doğrusal olmayan eğilme davranışını farklı homojenleştirme şemaları (Reuss modeli, Voigt modeli, Mori-Tanaka modeli ve Hashin-Shtrikman) kullanarak incelemiştir.

Yuan vd. 2020 [26] tarafından, FD düzlem içi heterojenliğe sahip kompozit malzemedeki yapılmış konik mikro kabukların boyuta bağlı doğrusal olmayan salınım hareketi farklı homojenleştirme şemaları üzerinden incelemiştir. Boyuta bağlı özellikler, elastisite kuramının modifiye gerilme çifti teorisi temelinde yüksek mertebeden kayma deformasyon kabuk teorisi çerçevesinde ele alınmıştır. Gerilme çifti teorisine dayalı diferansiyel hareket denklemleri Hamilton prensibi ile oluşturulmuştur. Homojenleştirilmiş FD kompozit konik mikro kabukların modifiye gerilme çifti teorisine dayalı doğrusal olmayan frekansını elde etmek için geliştirilmiş diferansiyel quadrature yöntemi ve ile pseudo-yay tekniği kullanmıştır. Etkin malzeme özelliklerinin tahmininde ise farklı mikro mekanik modellerden (Reuss modeli, Voigt modeli, Mori-Tanaka modeli ve Hashin-Shtrikman) yararlanılmıştır.

Yadav vd. 2021 [27] tarafından, karbon nanotüp fiber takviyeli kompozit malzemedeki yapılmış dairesel silindirik kabukların doğrusal olmayan sönümlü titreşim probleminin çözümü yarı analitik yöntem kullanarak sunulmuştur. Viskoz yapısal sönümün dikkate alındığı problemde harmonik yükleme radyal doğrultudadır. Karbon nanotüp fiber takviyeli kompozit malzemenin eş değer malzeme özellikleri iki adımda hesaplanmıştır. Önce, polimerik bir matriste (yani hibrit matris) rastgele dağılmış karbon nanotüplerin elastik özellikleri, hibrit matristeki karbon nanotüplerin topaklanma etkisini dikkate

alan Eshelby-Mori-Tanaka/Voigt şeması kullanılarak hesaplanmıştır. Daha sonra elde edilen hibrit matris hizalanmış fiberler üzerinden güçlendirilerek karbon nanotüp fiber takviyeli kompozit kabuğa ait lamine tabakalar oluşturulmuştur. Bu lamine tabakaların etkin malzeme özellikleri ise Halpin-Tsai homojenleştirme şeması üzerinden elde edilmiştir.

Shahsavari ve Karami 2022 [28] tarafından, elastik zemine oturan homojen olmayan nano boyutlu plakların serbest titreşim davranışı Reuss, Tamura ve lokal kübik temsili hacim elemanı gibi farklı mikromekanik modeller üzerinden tartışılmıştır.

## **2.2. Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli çubuklar/kirişler**

Literatür incelendiğinde eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş (EFD) doğru eksenli çubukların yapısal davranışlarını inceleyen çalışmalardan bazıları sıralanacak olursa:

Aydogdu 2008 [29] tarafından, EFD basit mesnetli doğru eksenli kirişlerin serbest titreşim ve burkulma davranışı Euler–Bernoulli çubuk kuramı ve yarı-ters yöntem kullanarak analiz edilmiştir.

Şimşek vd. 2012 [30] tarafından, Euler–Bernoulli çubuk kuramı üzerinden tariflenen EFD basit mesnetli doğru eksenli kirişlerin hareketli harmonik yük etkisindeki doğrusal dinamik davranışı incelenmiştir. Kirişin elastisite modülü ve yoğunluğu kiriş eksenli boyunca üssel değişim fonksiyonuna göre değişmektedir. Hareket denklemleri Lagrange denklemleri kullanılarak türetilmiştir. EFD kirişin enine yer değiştirmelerini temsil eden bilinmeyen fonksiyonlar modal yapıda tanımlanmış olup, dinamik davranışı bulmak için ise Newmark yöntemi uygulanmıştır.

Babilio vd. 2013 [31] tarafından, eksenel yük altındaki EFD basit mesnetli doğru eksenli kirişlerin zamana bağlı dinamik davranışı incelenmiştir.

Calim 2016 [32] tarafından, iki parametrelili viskoelastik zemine oturan EFD Timoshenko çubukların serbest ve zorlanmış titreşim davranışı incelenmiştir. Zorlanmış titreşim davranışı için Laplace uzayında tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemi kullanılarak, diferansiyel denklemler hesaplanarak çözümler elde edilmiştir. Daha sonra, Laplace uzayındaki çözümler zaman uzayına Durbin yöntemi kullanılarak transfer edilmiştir.

Shafiei vd. 2016 [33] tarafından, değişken kesitli EFD mikro kirişlerin boyuta bağlı doğrusal olmayan titreşim davranışı incelenmiştir. Mikro kiriş, Euler–Bernoulli çubuk

kuramı ve von-Kármán'ın geometrik doğrusal olmama özelliği kullanılarak modifiye edilmiş gerilim çifti teorisine göre modellenmiştir. Çalışmada, ankastre-ankastre, basit mesnetli ve ankastre-sabit olmak üzere üç farklı sınır koşulu ele alınmıştır. Hareket denklemleri ve sınır koşulları Hamilton prensibi kullanılarak elde edilmiştir. Sonra, genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi ve doğrudan yinelemeli yöntem kullanılarak bünye bağıntıları çözülmüştür.

Wang ve Wu 2016 [34] tarafından, sıcaklık altında ve hareketli harmonik yük etkisindeki EFD kirişlerin dinamik davranışı hem klasik çubuk kuramı hem de Timoshenko çubuk kuramı kullanılarak incelenmiştir. FD kirişin ısısal burkulmasını tarifleyen denklemler, Langrange yöntemi kullanılarak türetilmiş olup, sonrasında kritik burkulma sıcaklığı Newmark- $\beta$  yönteminin bir parametresi olarak sıcaklık etkisindeki EFD kirişin dinamik davranışının tariflenmesinde kullanılmıştır.

Azimi vd. 2017 [35] tarafından, EFD dönen Timoshenko kirişlerin düzlem içi doğrusal olmayan ve ısısal yük etkisindeki serbest titreşim davranışı incelenmiştir. Nano kirişin hareket denklemleri Hamilton prensibi ile elde edilmiş olup EFD kirişin nano ölçekteki etkisi için Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisi kullanılmıştır. Sonra, bünye bağıntıları genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

Ghayesh 2018 [36] tarafından, harmonik yük etkisindeki değişken kesite sahip EFD kirişlerin doğrusal olmayan serbest titreşim davranışı incelenmiştir. EFD kirişin hareket denklemleri üçüncü mertebeden kayma deformasyon teorisi kullanarak Hamilton enerji ilkesi üzerinden elde edilmiştir.

Ermis vd. 2019 [37] tarafından, EFD kirişlerin zorlanmış titreşim davranışı karışık sonlu eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir.

Aribas vd. 2019 [38] tarafından, EFD kirişlerin sönümlü zorlanmış titreşim davranışı karışık sonlu eleman yöntemi ile analiz edilmiştir.

Sharma vd. 2020 [39] tarafından, nem ve ısı etkisindeki EFD kirişlerin modal analizi sonlu eleman yöntemi kullanılarak incelenmiştir.

Wang vd. 2020 [40] tarafından, hareketli kütle etkisine maruz kalmış EFD mikro kirişlerin ısı ve nem etkisindeki yapı davranışları incelenmiştir. Mikro kiriş modeli, boyut etkisinin dahil edildiği kapalı-formda çözüm yöntemi ve modifiye gerilme çifti

teorisi kullanılarak geliştirilmiş birinci dereceden kayma deformasyon teorisi üzerinden geliştirilmiştir.

Ebrahimi-Mamaghani vd. 2022 [41] tarafından, akışkan etkileşimindeki EFD sıvı taşıyan borularının termo-mekanik davranışı incelenmiştir. Hareket denklemleri, doğrusal ve doğrusal olmayan sıcaklık-gerilme ilişkisinin gözetildiği Rayleigh kiriş teorisi kullanılarak türetilmiştir. Denklemleri çözmek için Galerkin ayrıklaştırma yöntemi ve özdeğer analiz yöntemi kullanılarak, stabilite bölgesi tayin edilmiştir.

Ge vd. 2022 [42] tarafından, değişken kesite sahip EFD Timoshenko kirişlerin kritik burkulma yükü interpolasyon matris yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Wadi vd. 2022 [43] tarafından, Euler–Bernoulli çubuk kuramı üzerinden tariflenen EFD konsol kirişin statik yer değiştirme çözümü Rayleigh ve sonlu eleman yöntemi kullanılarak elde edilmiştir.

Elyasi vd. 2023 [44] tarafından, aksenal yük etkisinde değişken kesitli ve sönümlü EFD kirişlerin titreşim davranışı Galerkin yöntemi ve durum-uzay formülü kullanılarak elde edilmiştir.

Yazarın bilgisi dahilinde, literatürde farklı mikromekanik modellerin aksenal yönde fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksenal kirişlerin statik analizi (yer değiştirmeler, kesit dönmeleri ve mesnet tepkileri) üzerindeki etkisini karışık sonlu eleman yöntemiyle inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Farklı malzeme içeriği, malzeme değişim parametresi ve sınır koşullarının etkisi detaylı olarak irdelenerek özgün örnekler literatüre sunulmuştur.

### 3. EKSENEL FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ DOĞRU EKSENLİ ÇUBUK İÇİN FONKSİYONEL VE SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

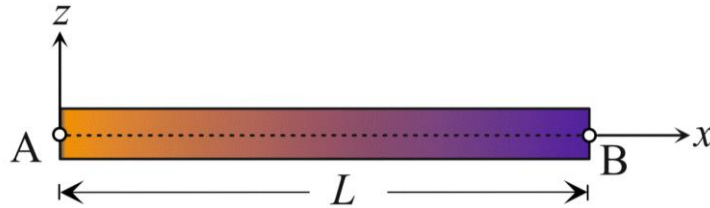
#### 3.1. Aksenal fonksiyonel derecelendirilmiş doğru akseni çubuk

Matris ve parçacık yapıdaki iki farklı malzemenin belirli hacim oranlarında bir araya gelmesiyle fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) malzemeler elde edilmektedir. Çubuk akseni ( $x$ ) yönünde fonksiyonel derecelendirilmiş doğru akseni çubukların matris ve parçacık malzemelerine ait hacim oranları  $V_m$  ve  $V_i$  ait üssel fonksiyonu çubuk akseni  $x$  üzerinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$V_i(x) = V_A + (V_B - V_A) \left( \frac{x}{L} \right)^{n_h}, \quad 0 \leq x \leq L \quad (1)$$

$$V_i(x) + V_m(x) = 1 \quad (2)$$

Burada, alt indislerde kullanılan “ $i$ ” ve “ $m$ ” harfleri sırasıyla parçacık ve matris malzemeyi temsil etmektedir.  $n_h$  ise homojen olmayan malzemenin değişim parametresidir ( $n_h \geq 0$ ).  $L$  çubuğun toplam boyunu göstermektedir.  $V_A$  ve  $V_B$  doğru akseni çubuğun başlangıç ( $x = 0$ ) ve bitiş ( $x = L$ ) noktalarındaki kesitlerdeki parçacık içeriğinin hacim oranlarını göstermektedir.



Şekil 3.1 Aksenal fonksiyonel derecelendirilmiş doğru akseni kiriş

Bu tez kapsamında, parçacık ve matris malzeme sırasıyla seramik ve metal malzeme olarak seçilmiştir. Kirişin başlangıç noktasındaki (A noktası,  $V_A = 1$ ) kesitte malzeme %100 seramik malzemeden oluşurken, bitiş noktasındaki (B noktası,  $V_B = 0$ ) kesitteki malzeme ise %100 metal malzemedir.

### 3.2. Mikromekanik malzeme modelleri

Bu tez kapsamında, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin etkin malzeme özelliklerinin etkin elastisite modülü  $E_{\text{eff}}$ , etkin Poisson oranı  $\nu_{\text{eff}}$  ve etkin yoğunluk  $\rho_{\text{eff}}$  belirlenmesinde kullanılan mikromekanik modeller; Voigt model [6] Hashin-Shtrikman modelinin alt sınırı (Mori-Tanaka) [8,9] ve Reuss model [10]'dir. Bu mikromekanik modeller Denk. (1) ve (2)'de tanımlanan, sırasıyla matris ve parçacık malzemeye ait hacim oranları  $V_m$  ve  $V_i$  üzerinden bu mikromekanik modellerin etkin malzeme sabitleri Bölüm 3.1.1-3.1.3'de sunulmuştur [45].

#### 3.2.1. Voigt

Voigt model literatürde karışım kuralı olarak da adlandırılmaktadır. Bu modele göre, etkin malzeme özellikleri  $P_{\text{eff}}(s)$  ( $P$ : elastisite modülü ( $E$ ) veya Poisson oranı ( $\nu$ )) aşağıdaki gibi verilebilir.

$$P_{\text{eff}} = P_i V_i + P_m V_m = (P_i - P_m) V_i + P_m \quad (3)$$

#### 3.2.2. Mori-Tanaka

Hashin-Shtrikman modelinin alt sınırı olarak da bilinen bu mikromekanik modelde, etkin hacim modülü ve kayma modülü aşağıdaki gibi verilebilir.

$$K_{\text{eff}} = K_m + \frac{V_i}{\frac{1}{K_i - K_m} + \frac{3(1-V_i)}{3K_m + 4G_m}} \quad (4)$$

$$G_{\text{eff}} = G_m + \frac{V_i}{\frac{1}{G_i - G_m} + \frac{6(K_m + 2G_m)(1-V_i)}{5G_m(3K_m + 4G_m)}} \quad (i \neq m) \quad (5)$$

(4) ve (5) numaralı denklemler kullanılarak, etkin elastisite modülü  $E_{\text{eff}}$  ve etkin Poisson oranı  $\nu_{\text{eff}}$  aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$E_{\text{eff}} = \frac{9K_{\text{eff}}G_{\text{eff}}}{(3K_{\text{eff}} + G_{\text{eff}})}, \quad \nu_{\text{eff}} = \frac{3K_{\text{eff}} - 2G_{\text{eff}}}{2(3K_{\text{eff}} + G_{\text{eff}})} \quad (6)$$

### 3.2.3. Reuss

Bu modele göre, etkin malzeme özellikleri  $P_{\text{eff}}(s)$  ( $P$ : elastisite modülü ( $E$ ) veya Poisson oranı ( $\nu$ )) aşağıdaki gibi verilebilir.

$$P_{\text{eff}} = \frac{P_i P_m}{(P_m - P_i)V_i + P_i} \quad (7)$$

Ele alınan tüm mikromekanik modeller için etkin yoğunluk karışım kuralına (Voigt model) göre hesaplanır.

$$\rho_{\text{eff}} = (\rho_i - \rho_m)V_i + \rho_m \quad (8)$$

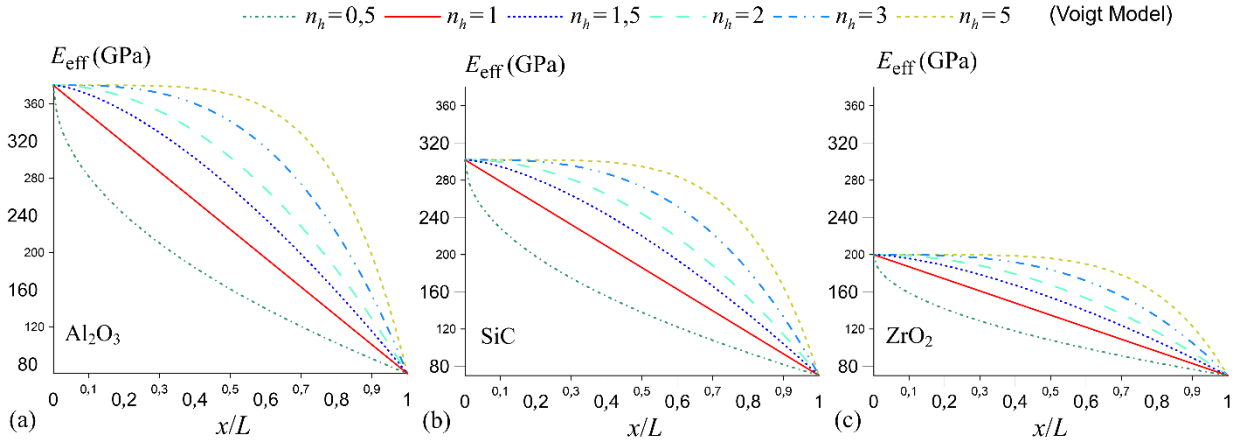
Çalışma kapsamında, metal malzeme olarak alüminyum (Al) ve seramik malzeme olarak ise Zirkonyum dioksit ( $\text{ZrO}_2$ ), Silisyum karbür (SiC) ve Alümina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) seçilmiş olup malzemelere sabitleri ise Çizelge 3.1’de sunulmuştur.

Çizelge 3.1. Seramik-parçacık ve metal-matris malzeme özellikleri

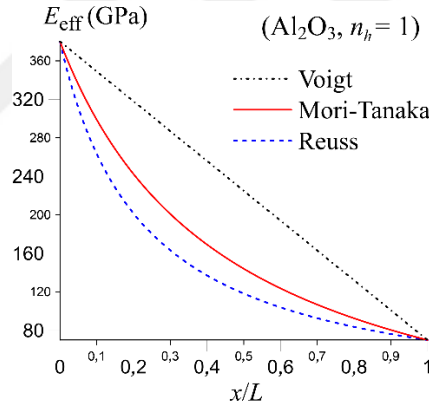
Malzeme	$E$ [GPa]	$\nu$
Alüminyum (Al) [46]	70	0,3
Zirkonyum dioksit ( $\text{ZrO}_2$ ) [46]	200	0,3
Silisyum karbür (SiC) [47]	302	0,17
Alümina ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )[46]	380	0,3

Voigt mikromekanik model kullanılarak elde edilen etkin elastisite modülü değerlerinin normalize edilen kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi, Çizelge 3.1’de verilen seramik-parçacıklar ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC,  $\text{ZrO}_2$ ) ve farklı malzeme değişim parametre değerleri ( $n_h = 0,5;1;1,5;2;3$  ve 5) Şekil 3.2.’de sunulmuştur. Ayrıca, farklı mikromekanik modeller (Voigt, Mori-Tanaka, Reuss) kullanılarak elde edilen etkin elastisite modülü

değerlerinin normalize edilen kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi, seçilen seramik malzeme ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) ve değişim parametresi  $n_h = 1$  için Şekil 3.3'te sunulmuştur.



Şekil 3.2. Aksel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksel kirişin etkin elastisite modülünün normalize edilmiş kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi (Voigt model)



Şekil 3.3. Farklı mikromekanik modeller için aksel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksel kirişin etkin elastisite modülünün normalize edilmiş kiriş boyuna ( $x/L$ ) göre değişimi ( $\text{Al}_2\text{O}_3, n_h = 1$ )

### 3.3. Alan Denklemleri

Timoshenko çubuk kuramına bağlı izotrop homojen uzay çubuklar için sunulan alan denklemleri (Omurtag ve Aköz 1992, [48]) mevcuttur. Aksel fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksel kiriş (Şekil 3.1) ait alan denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\left. \begin{aligned}
-\frac{dT_x}{dx} + \rho_{\text{eff}} A \ddot{u}_x - q_x &= 0 \\
-\frac{dT_y}{dx} + \rho_{\text{eff}} A \ddot{u}_y - q_y &= 0 \\
-\frac{dT_z}{dx} + \rho_{\text{eff}} A \ddot{u}_z - q_z &= 0 \\
-\frac{dM_x}{dx} + \rho_{\text{eff}} I_x \ddot{\Omega}_x - m_x &= 0 \\
-\frac{dM_y}{dx} + T_z + \rho_{\text{eff}} I_y \ddot{\Omega}_y - m_y &= 0 \\
-\frac{dM_z}{dx} - T_y + \rho_{\text{eff}} I_z \ddot{\Omega}_z - m_z &= 0
\end{aligned} \right\} \text{hareket denklemleri} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned}
\frac{du_x}{dx} - \frac{T_x}{E_{\text{eff}} A} &= 0 \\
\frac{du_y}{dx} - \Omega_z - \frac{2(1+\nu_{\text{eff}})k'_y T_y}{E_{\text{eff}} A} &= 0 \\
\frac{du_z}{dx} + \Omega_y - \frac{2(1+\nu_{\text{eff}})k'_z T_b}{E_{\text{eff}} A} &= 0 \\
\frac{d\Omega_x}{dx} - \frac{M_x}{G(x)I_x} &= 0 \\
\frac{d\Omega_y}{dx} - \frac{M_y}{E_{\text{eff}} I_y} &= 0 \\
\frac{d\Omega_z}{dx} - \frac{M_z}{E_{\text{eff}} I_z} &= 0
\end{aligned} \right\} \text{bünye bağıntıları} \quad (10)$$

Burada  $u$ ,  $\Omega$ ,  $T$  ve  $M$  sırasıyla yer değiştirimleri, kesit dönmelerini, kuvvet ve momenti ifade etmektedir.  $\ddot{u}$  ve  $\ddot{\Omega}$  sırasıyla yer değiştirme ve kesit dönmelerine ait ivmeleri göstermektedir.  $A$  kesit alanını,  $I$  eylemsizlik momentini,  $\rho_{\text{eff}}$  malzeme yoğunluğunu,  $E_{\text{eff}}$  elastisite modülünü göstermektedir.  $G(x)I_x$  ise dairesel olmayan kesitlerde çarpılma etkisinin gözetildiği burulma rijitliğini göstermektedir Ermis vd. 2022, [49]. Timoshenko çubuk kuramında dikdörtgen kesit için kayma düzeltme katsayısı  $k = 5/6$  olup,  $k' = k'_n = k'_b = 1/k$ 'dir.  $q$  ve  $m$  ise sırasıyla, yayılı kuvvet ve momenti ifade etmektedir.

### 3.4. Fonksiyonel

Eksenel FD doğru eksenli çubuğun statik analizi için Denklem (9) ve (10)'da tariflenen alan denklemlerindeki ivme terimleri  $\ddot{u} = \ddot{\Omega} = 0$ 'dır. Oden ve Reddy 1976 [50]'da sunulan Gâteaux türevi ve potansiyel operatör konsepti alan denklemlerine uygulanarak eksenel FD doğru eksenli çubuğun statik analize ait fonksiyonel aşağıdaki yapıda elde edilir.

$$\begin{aligned}
I(y) = & -[T_{x,x}, u_x] - [T_{y,x}, u_y] - [T_{z,x}, u_z] - [M_{x,x}, \Omega_x] - [M_{y,x}, \Omega_y] - [M_{z,x}, \Omega_z] \\
& - [\Omega_z, T_y] + [\Omega_y, T_z] - \frac{1}{2GI_x} [M_x, M_x] - \frac{1}{2E_{\text{eff}}I_y} [M_y, M_y] - \frac{1}{2E_{\text{eff}}I_z} [M_z, M_z] \\
& - \frac{1}{2E_{\text{eff}}A} [T_x, T_x] - \frac{(1+\nu_{\text{eff}})k'_y}{E_{\text{eff}}A} [T_y, T_y] - \frac{(1+\nu_{\text{eff}})k'_z}{E_{\text{eff}}A} [T_z, T_z] - [q_x, u_x] - [q_y, u_y] - [q_z, u_z] \\
& - [m_x, \Omega_x] - [m_y, \Omega_y] - [m_z, \Omega_z] + \left\langle \left( (T_x - \hat{T}_x), u_x \right) + \left( (T_y - \hat{T}_y), u_y \right) \right. \\
& + \left. \left( (T_z - \hat{T}_z), u_z \right) + \left( (M_x - \hat{M}_x), \Omega_x \right) + \left( (M_y - \hat{M}_y), \Omega_y \right) + \left. \left( (M_z - \hat{M}_z), \Omega_z \right) \right\rangle_{\sigma} \\
& + \left\langle (T_x, \hat{u}_x) + (T_y, \hat{u}_y) + (T_z, \hat{u}_z) + (M_x, \hat{\Omega}_x) + (M_y, \hat{\Omega}_y) + (M_z, \hat{\Omega}_z) \right\rangle_{\varepsilon}
\end{aligned} \tag{11}$$

Denklem (11)'deki şapkalı terimler sınırlardaki bilinen değerleri gösterirken köşeli parantezler iç çarpımları ifade etmektedir.  $\varepsilon$  ve  $\sigma$  ise, sırasıyla geometrik ve dinamik sınır koşullarını ifade etmektedir.

### 3.5. Karışık sonlu eleman formülasyonu

Karışık sonlu eleman formülasyonunun geliştirilmesinde Timoshenko çubuk kuramına bağlı iki düğüm noktalı sonlu eleman formülasyonu üzerinden türetilmiştir. Sonlu eleman formülasyonu boyutsuz koordinat ( $\xi$ ) üzerinden türetilmiştir. Lineer şekil fonksiyonları  $\phi_i = 1 - \xi$  ve  $\phi_j = \xi$  olmak üzere burada  $\xi = (x - x_i) / \Delta L$ ,  $0 < \xi < 1$  ve  $\Delta L = (x_j - x_i)$ 'dir. Alt indisler elemana ait düğüm noktalarını göstermektedir  $x_j > x_i$ . Doğrusal elemanın her bir düğüm noktasında toplamda on iki adet bilinmeyen vardır. Bu bilinmeyenler, üç adet yer değiştirme, üç adet dönme, bir eksenel kuvvet, iki kesme kuvveti, bir burulma moment ve iki eğilme momentidir. Bunlar sırasıyla,

$$u_x, u_y, u_z, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z, T_x, T_y, T_z, M_x, M_y, M_z \tag{12}$$

Toplam serbestlik derecesi yirmi dört adettir. Karışık sonlu eleman formülasyonuna ait detaylı bilgi Omurtag ve Aköz (1992) [48] ve Eratlı vd. 2016 [51]'da mevcut olup, aksenal FD buk ile ilgili detaylı bilgi ise Ermis vd. 2022 [49]'de bulunmaktadır.





## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

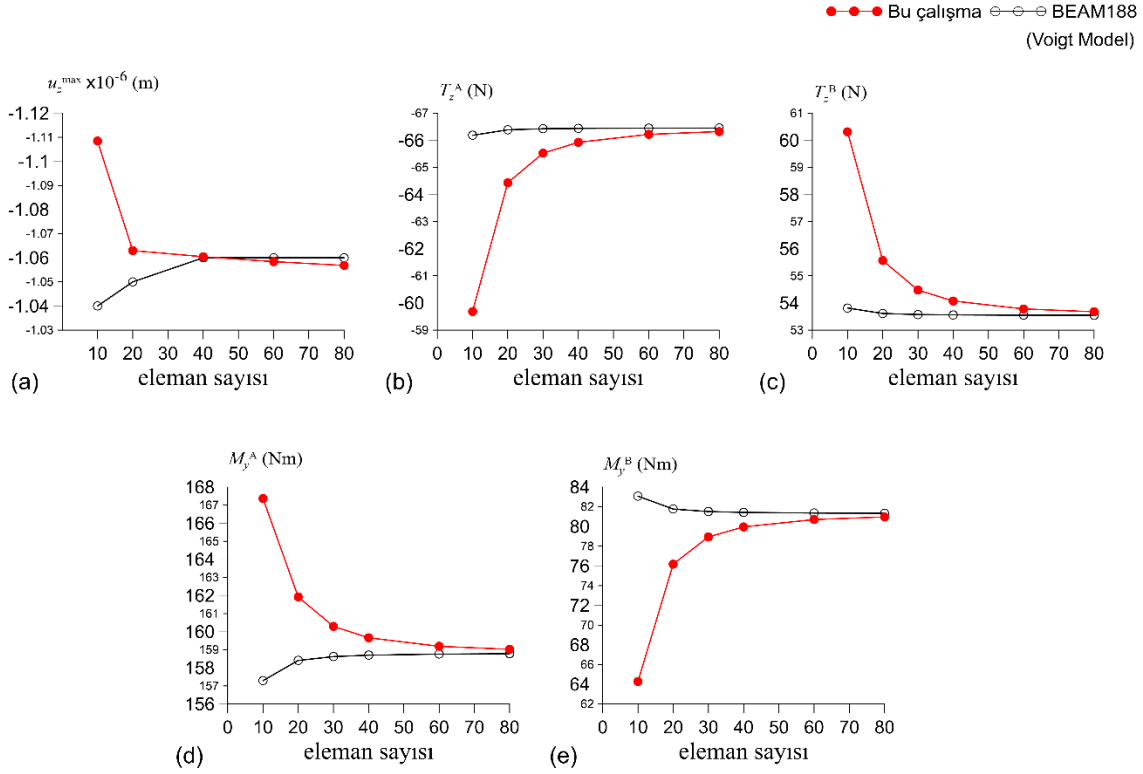
### 4.1. Yakınsama Analizi

Bu bölümde, farklı mikromekanik modeller üzerinden tarif edilen eksenel yönde fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişin düzgün yayılı yük etkisindeki statik analiz sonuçları hem karışık sonlu eleman yöntemi hem de ANSYS programının hem yer değiştirme türü sonlu elemanı olan BEAM188 elemanı kullanılarak yakınsama analizi yapılmıştır. Ele alınan probleme ait parametreler aşağıda verilmiştir.

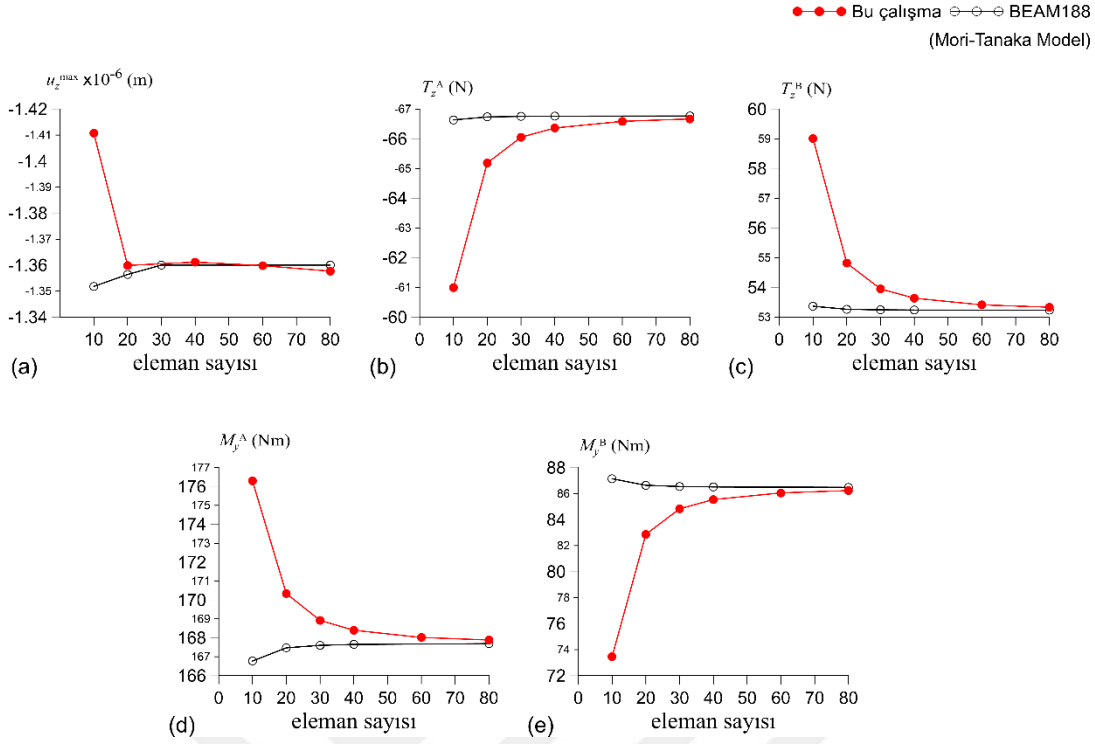
Mikromekanik modeller	:	Voigt, Mori-Tanaka, Reuss
Seramik malzeme	:	Alümina ( $Al_2O_3$ ), Çizelge 3.1
Malzeme değişim parametresi	:	$n_h = 1$
Çubuğun boyu	:	$L = 12m$
Kirişin kesit genişliği	:	$w = 0,5m$
Kirişin kesit yüksekliği	:	$h = 0,4m$
Yayılı yükün şiddeti	:	$q_z = 10 N/m$
Sınır şartı	:	ankastre-ankastre

Her bir mikromekanik model üzerinden geliştirilen EFD kirişler için karışık sonlu eleman yöntemi ve yer değiştirme türü sonlu eleman yöntemi (ANSYS-BEAM188) sonuçları ( $u_z^{max}$ ,  $T_z^A$ ,  $M_y^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^B$ ) için Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss ait yakınsama analizi grafikleri sırasıyla Şekil 4.1- 4.3 arasında sunulmuştur. Sonlu eleman sayısı 10 ile 80 adet arasında değişmektedir. Hem karışık sonlu eleman yöntemi hem de yer değiştirme türü sonlu eleman yöntemi için yakınsamanın sağlandığı bir önceki eleman sayısı kullanılarak elde edilen sonuçlar 80 adet sonlu eleman üzerinden elde edilen sonuçlara göre normalize edilerek yüzde farklar hesaplanmıştır. Tüm mikromekanik modeller göz önünde bulundurulduğunda, yüzde farkların mutlak değerce en büyük

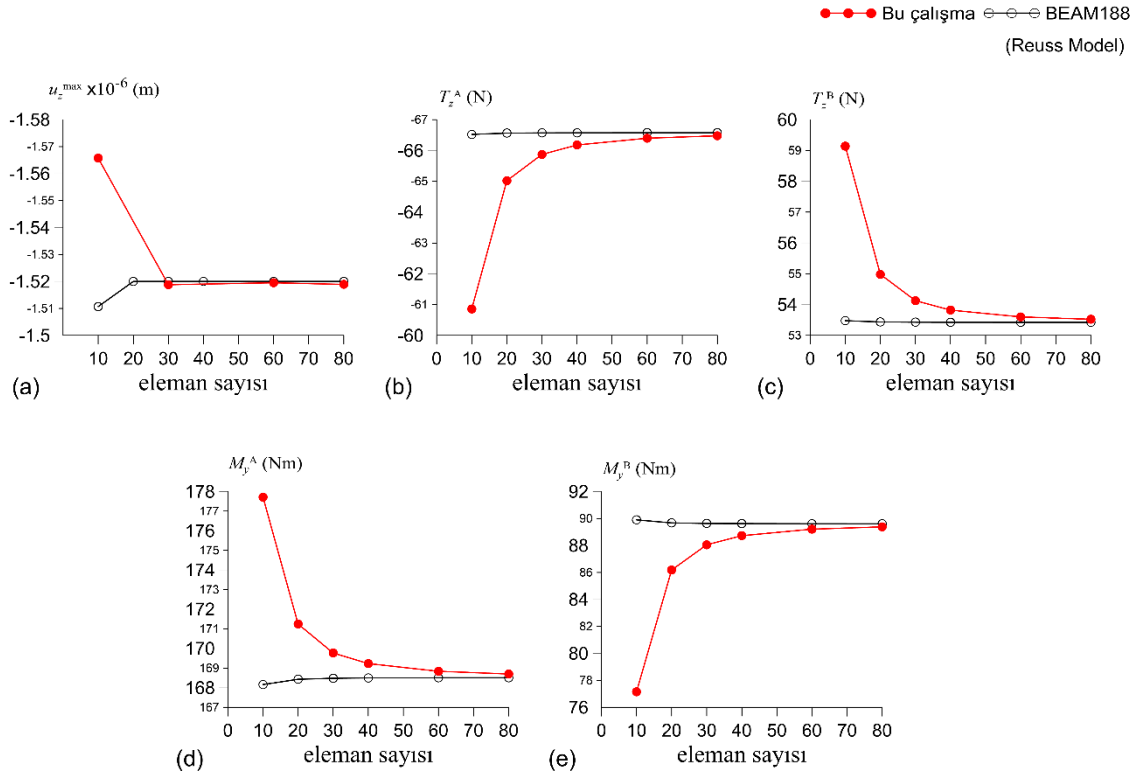
değeri karışık sonlu eleman yöntemi ve yer değiştirme türü sonlu eleman yöntemi için sırasıyla % 0,32 ve % 0,04'tür. Şekil 4.1-4.3 incelendiğinde karışık sonlu eleman yöntemi sonuçları ve BEAM188 sonuçlarının uyumlu oldukları gözlemlenmiştir. Bundan sonraki bölümlerde, karışık sonlu eleman yöntemine göre verilen sonuçlar 80 adet sonlu eleman üzerinden sunulmuştur.



Şekil 4.1. Voigt model üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullana sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) ait yakınsama analizi



Şekil 4.2. Mori-Tanaka model üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) ait yakınsama analizi



Şekil 4.3. Reuss üzerinden geliştirilen ve ankastre-ankastre sınır koşullarına sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçlarına ( $u_z^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) ait yakınsama analizi

## 4.2. Parametrik Analiz

Bu bölümde, farklı mikromekanik modeller üzerinden geliştirilen aksenal fonksiyonel derecelendirilmiş doğru eksenli kirişlerin düzgün yayılı yük etkisindeki statik davranışı en büyük yer değiştirme  $u_z^{\max}$ , en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  ile mesnet noktalarındaki (A ve B, Şekil 3.1) kesme kuvvetleri ( $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ) ve eğilme momentleri ( $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerinden seramik malzemesi, malzeme değişim parametresi ve sınır koşulunun etkisi detaylı olarak irdelenmiştir. Çubuk geometrisi ve kesit özellikleri bölüm 4.1 ile aynıdır. Ele alınan probleme ait malzeme ve sınır koşullarına ait bilgiler ise aşağıda verilmiştir.

Mikromekanik modeller	:	Voigt, Mori-Tanaka, Reuss
Seramik malzemeler	:	$Al_2O_3$ , $ZrO_2$ , SiC (Çizelge 3.1)
Malzeme değişim parametreleri ( $n_h$ )	:	0,5; 1;1,5; 2; 3;5
Sınır şartları	:	ankastre-ankastre, ankastre-sabit, ankastre-serbest

Ankastre-ankastre sınır koşulu için elde edilen en büyük yer değiştirme  $u_z^{\max}$ , en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modelleri için sırasıyla Çizelge 4.1-4.3'te verilmiştir. Ankastre-ankastre sınır koşulu için elde edilen A mesnet noktasındaki kesme kuvveti  $T_z^A$  ve eğilme momenti  $M_y^A$  değerleri Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modelleri için sırasıyla Çizelge 4.4-4.6'da sunulurken; B noktasına ait kesme kuvveti  $T_z^B$  ve eğilme momenti  $M_y^B$  değerleri ise Çizelge 4.7-4.9'da sunulmuştur.

Çizelge 4.1. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$\text{Al}_2\text{O}_3$		$\text{SiC}$		$\text{ZrO}_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-1,31	-0,38	-1,49	-0,42	-1,86	-0,51
1	-1,06	-0,31	-1,24	-0,36	-1,62	-0,45
1,5	-0,95	-0,28	-1,12	-0,32	-1,50	-0,42
2	-0,88	-0,25	-1,05	-0,30	-1,43	-0,40
3	-0,81	-0,23	-0,97	-0,27	-1,35	-0,37
5	-0,74	-0,20	-0,90	-0,24	-1,27	-0,34

Çizelge 4.2. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$\text{Al}_2\text{O}_3$		$\text{SiC}$		$\text{ZrO}_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-1,72	-0,49	-1,82	-0,51	-2,05	-0,56
1	-1,36	-0,40	-1,48	-0,43	-1,77	-0,49
1,5	-1,19	-0,35	-1,32	-0,38	-1,63	-0,46
2	-1,08	-0,33	-1,22	-0,36	-1,54	-0,43
3	-0,95	-0,29	-1,09	-0,32	-1,43	-0,40
5	-0,83	-0,24	-0,97	-0,28	-1,32	-0,36

Çizelge 4.3. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$\text{Al}_2\text{O}_3$		$\text{SiC}$		$\text{ZrO}_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-1,93	-0,53	-2,00	-0,55	-2,17	-0,58
1	-1,52	-0,44	-1,63	-0,46	-1,87	-0,52
1,5	-1,32	-0,39	-1,44	-0,42	-1,72	-0,48
2	-1,20	-0,36	-1,33	-0,39	-1,61	-0,45
3	-1,05	-0,32	-1,18	-0,35	-1,48	-0,42
5	-0,88	-0,27	-1,02	-0,30	-1,36	-0,38

Çizelge 4.4. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-66,14	161,58	-65,30	155,94	-63,77	145,64
1	-66,37	158,94	-65,59	154,07	-64,09	144,88
1,5	-66,13	154,42	-65,41	150,24	-64,01	142,26
2	-65,86	150,72	-65,19	147,04	-63,87	139,97
3	-65,43	145,93	-64,83	142,84	-63,64	136,92
5	-64,82	141,48	-64,32	138,91	-63,28	134,00

Çizelge 4.5. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-65,20	159,21	-64,62	154,43	-63,42	144,99
1	-66,70	167,82	-65,81	160,54	-64,18	148,04
1,5	-66,92	166,70	-65,94	158,84	-64,24	146,27
2	-66,76	162,77	-65,79	155,31	-64,14	143,75
3	-66,32	155,20	-65,46	149,16	-63,94	139,81
5	-65,85	147,33	-65,08	143,07	-63,68	136,07

Çizelge 4.6. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-64,40	154,50	-63,99	150,96	-63,08	143,43
1	-66,51	168,63	-65,71	161,85	-64,15	149,26
1,5	-67,13	171,37	-66,13	162,93	-64,34	148,66
2	-67,12	168,88	-66,08	160,20	-64,28	146,30
3	-66,69	160,81	-65,72	153,35	-64,08	141,84
5	-66,13	150,50	-65,32	145,45	-63,85	137,31

Çizelge 4.7. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$
0,5	53,86	86,23	54,70	90,85	56,23	99,25
1	53,63	81,09	54,41	85,94	55,91	95,08
1,5	53,87	79,19	54,59	84,06	55,99	93,39
2	54,14	78,35	54,81	83,21	56,13	92,59
3	54,57	77,99	55,17	82,79	56,36	92,11
5	55,18	79,26	55,68	83,93	56,72	92,93

Çizelge 4.8. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$
0,5	54,80	94,66	55,38	97,10	56,58	102,54
1	53,30	86,32	54,19	89,87	55,82	97,22
1,5	53,08	82,62	54,06	86,65	55,76	94,80
2	53,24	80,54	54,21	84,80	55,86	93,39
3	53,68	77,96	54,54	82,54	56,06	91,77
5	54,15	75,32	54,92	80,54	56,32	90,78

Çizelge 4.9. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-ankastre sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki  $T_z^B$  [N],  $M_y^B$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$	$T_z^B$	$M_y^B$
0,5	55,60	99,02	56,01	100,76	56,92	104,69
1	53,49	89,46	54,29	92,49	55,85	98,76
1,5	52,87	84,90	53,87	88,60	55,66	95,98
2	52,88	82,45	53,92	86,44	55,72	94,34
3	53,31	79,47	54,28	83,70	55,92	92,24
5	53,87	75,62	54,68	80,40	56,15	90,22

Ankastre-sabit sınır koşulu için elde edilen en büyük yer değiştirme  $u_z^{\max}$ , en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modelleri için sırasıyla Çizelge 4.10-4.12’te verilmiştir. Ankastre-sabit sınır koşulu için elde edilen A mesnet noktasındaki kesme kuvveti  $T_z^A$  ve eğilme momenti  $M_y^A$  değerleri Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modelleri için sırasıyla Çizelge 4.13-

4.15'te sunulurken; B noktasına ait kesme kuvveti  $T_z^B$  değerleri ise Çizelge 4.16'da verilmiştir.

Çizelge 4.10. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$Al_2O_3$		$SiC$		$ZrO_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-2,44	-0,93	-2,84	-1,06	-3,64	-1,29
1	-1,90	-0,75	-2,28	-0,87	-3,09	-1,12
1,5	-1,66	-0,66	-2,02	-0,77	-2,82	-1,03
2	-1,52	-0,60	-1,86	-0,71	-2,65	-0,97
3	-1,36	-0,52	-1,68	-0,63	-2,45	-0,89
5	-1,23	-0,45	-1,53	-0,56	-2,27	-0,80

Çizelge 4.11. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$Al_2O_3$		$SiC$		$ZrO_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-3,37	-1,22	-3,57	-1,28	-4,08	-1,42
1	-2,57	-0,99	-2,83	-1,06	-3,45	-1,24
1,5	-2,21	-0,87	-2,48	-0,95	-3,13	-1,14
2	-1,98	-0,79	-2,26	-0,88	-2,92	-1,07
3	-1,70	-0,69	-1,97	-0,78	-2,65	-0,98
5	-1,41	-0,57	-1,69	-0,66	-2,38	-0,87

Çizelge 4.12. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	$Al_2O_3$		$SiC$		$ZrO_2$	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-3,83	-1,36	-3,98	-1,40	-4,35	-1,49
1	-2,93	-1,10	-3,15	-1,16	-3,67	-1,31
1,5	-2,50	-0,97	-2,75	-1,04	-3,33	-1,21
2	-2,24	-0,89	-2,50	-0,97	-3,10	-1,14
3	-1,92	-0,78	-2,18	-0,86	-2,80	-1,04
5	-1,55	-0,65	-1,82	-0,73	-2,47	-0,92

Çizelge 4.13. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-78,66	224,06	-78,22	218,77	-77,37	208,47
1	-78,08	216,62	-77,77	212,83	-77,12	204,98
1,5	-77,38	208,12	-77,16	205,43	-76,68	199,67
2	-76,83	201,45	-76,67	199,49	-76,31	195,22
3	-76,12	192,90	-76,03	191,80	-75,82	189,30
5	-75,50	185,49	-75,46	185,05	-75,37	183,99

Çizelge 4.14. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-78,71	225,34	-78,27	219,90	-77,40	209,10
1	-79,52	233,94	-78,83	225,60	-77,65	211,42
1,5	-79,27	230,84	-78,51	221,74	-77,34	207,63
2	-78,71	224,07	-77,99	215,45	-76,94	202,86
3	-77,59	210,64	-77,05	204,07	-76,30	195,05
5	-76,28	194,80	-75,99	191,41	-75,62	186,94

Çizelge 4.15. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin A noktasındaki  $T_z^A$  [N],  $M_y^A$  [Nm].

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$	$T_z^A$	$M_y^A$
0,5	-78,28	220,51	-77,95	216,44	-77,26	207,68
1	-79,73	236,61	-79,09	228,80	-77,86	214,05
1,5	-79,96	239,18	-79,14	229,26	-77,73	212,28
2	-79,63	235,11	-78,76	224,66	-77,37	207,99
3	-78,53	221,85	-77,77	212,77	-76,66	199,47
5	-76,87	201,89	-76,43	196,64	-75,83	189,43

Çizelge 4.16. Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik malzeme modelleri üzerinden tariflenen ankastre-sabit sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin B noktasındaki kesme kuvveti  $T_z^B$  [N].

$n_h$	Voigt			Mori-Tanaka			Reuss		
	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiC	ZrO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiC	ZrO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiC	ZrO <sub>2</sub>
0,5	41,34	41,78	42,63	41,29	41,73	42,60	41,72	42,05	42,74
1	41,92	42,23	42,88	40,48	41,17	42,35	40,27	40,91	42,14
1,5	42,62	42,84	43,32	40,73	41,49	42,66	40,04	40,86	42,27
2	43,17	43,33	43,69	41,29	42,01	43,06	40,37	41,24	42,63
3	43,88	43,97	44,18	42,41	42,95	43,70	41,47	42,23	43,34
5	44,50	44,54	44,63	43,72	44,01	44,38	43,13	43,57	44,17

Ankastre-serbest sınır koşulu için elde edilen en büyük yer değiştirme  $u_z^{\max}$ , en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modelleri için sırasıyla Çizelge 4.17-4.19’da verilmiştir. Ankastre-serbest sınır koşulu için A mesnet noktasındaki kesme kuvveti  $T_z^A$ , eğilme momenti  $M_y^A$  değerleri ele alınan tüm mikromekanik modeller, seramik malzemeleri ve malzeme değişim parametreleri için aynıdır.  $T_z^A$  ve  $M_y^A$  için bu değerler ise, sırasıyla, -120N ve 720Nm’dir.

Çizelge 4.17. Voigt model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-40,72	4,92	-49,23	5,89	-68,10	7,98
1	-31,65	3,77	-39,16	4,63	-56,95	6,63
1,5	-28,66	3,36	-35,76	4,17	-52,96	6,10
2	-27,36	3,16	-34,26	3,95	-51,16	5,84
3	-26,32	2,99	-33,05	3,75	-49,69	5,61
5	-25,80	2,89	-32,44	3,64	-48,94	5,47

Çizelge 4.18. Mori-Tanaka model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-59,81	7,25	-64,95	7,78	-78,16	9,17
1	-41,20	5,08	-47,19	5,72	-62,36	7,35
1,5	-33,94	4,16	-40,24	4,84	-56,05	6,56
2	-30,52	3,69	-36,96	4,39	-53,04	6,15
3	-27,67	3,26	-34,21	3,97	-50,51	5,77
5	-26,17	2,99	-32,77	3,72	-49,17	5,53

Çizelge 4.19. Reuss model üzerinden tariflenen ankastre-serbest sınır koşuluna sahip EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$  [m],  $\Omega_y^{\max}$  [rad]).

$n_h$	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>		SiC		ZrO <sub>2</sub>	
	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$	$u_z^{\max} \times 10^{-6}$	$\Omega_y^{\max} \times 10^{-6}$
0,5	-71,60	8,59	-75,53	8,99	-85,31	9,98
1	-48,31	5,99	-53,59	6,54	-66,74	7,91
1,5	-38,20	4,76	-44,07	5,38	-58,69	6,93
2	-33,19	4,10	-39,35	4,76	-54,70	6,40
3	-28,86	3,47	-35,28	4,17	-51,25	5,90
5	-26,52	3,07	-33,07	3,79	-49,38	5,58

Elde edilen parametrik analiz sonuçlarına göre:

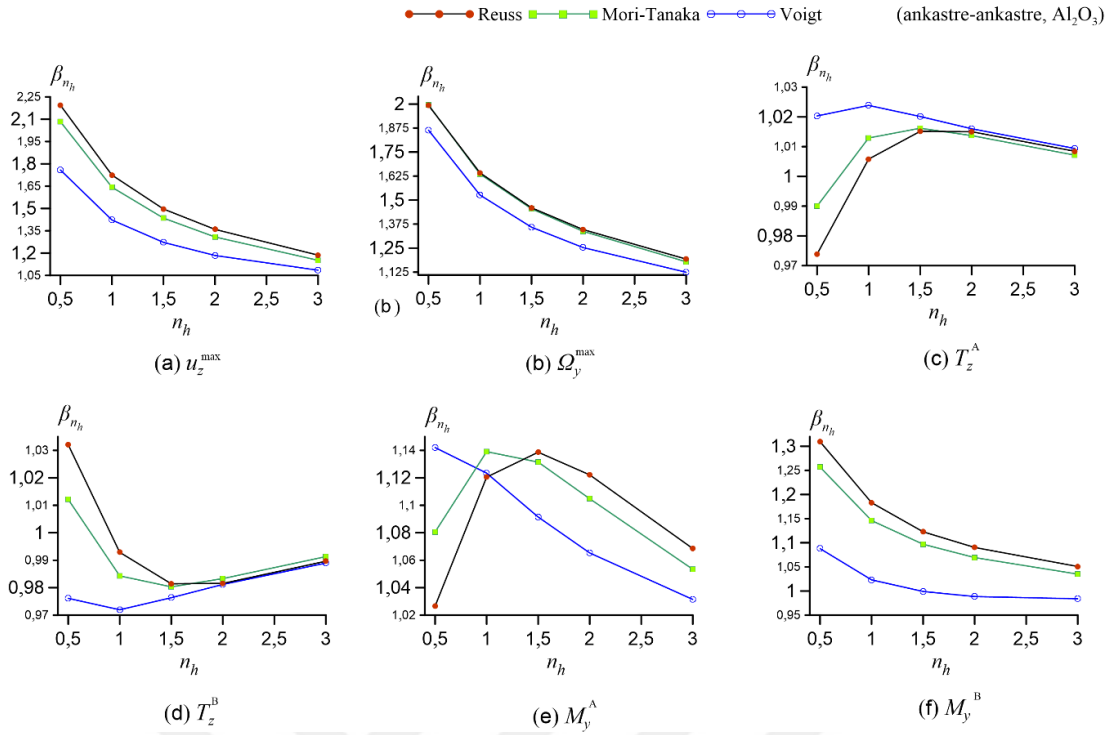
Metal ve seramik malzemedan oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin seramik malzeme kısmına ait Denk. (1) verilen hacim  $V_i$  oranının kiriş boyunca değişimi incelendiğinde; malzeme değişim parametresi ( $n_h$ ) arttıkça, EFD kirişte malzeme içeriği seramik malzeme açısından zengin hale gelmektedir (Şekil 3.2). Buna karşın, malzeme değişim parametresi ( $n_h$ ) azaldıkça ise, EFD kirişte malzeme içeriği metal malzeme açısından zengin hale gelmektedir (Şekil 3.2). Tez kapsamında seçilen her bir seramik malzemenin (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ZrO<sub>2</sub>, SiC) elastisite modülü ( $E_i$ ) değeri, metal malzemesinin (Al) elastisite modülünden ( $E_m$ ) daha yüksektir (Çizelge 3.1). Bundan dolayı, EFD kirişin malzeme içeriği seramik malzemesi açısından zenginleştikçe ( $n_h \uparrow$ ), fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin etkin elastisite modülü ( $E_{\text{eff}}$ ) değeri artmaktadır (Şekil 3.2). Bu sonuca göre; her bir seramik malzeme durumu için en büyük

yer değiştirme  $u_z^{\max}$  ve en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri, mutlak değerce en büyük değerlerini malzeme değişim parametresi  $n_h = 0,5$  'te alırken; mutlak değerce en kk değerlerini ise malzeme değişim parametresi  $n_h = 5$  'te almaktadır.

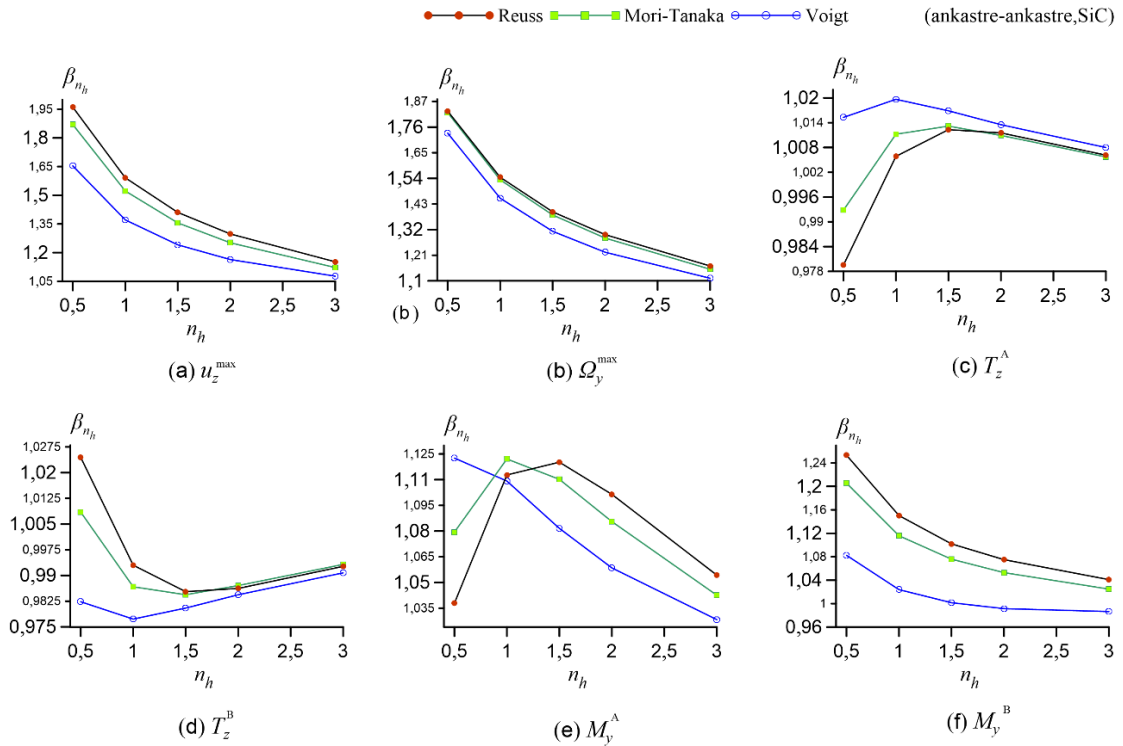
Metal ve seramik malzemeden oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin etkin elastisite modülünün ( $E_{\text{eff}}$ ) normalize edilmiş kiriş eksenli boyunca değişimi, farklı mikromekanik modeller için incelendiğinde; etkin elastisite modülü en büyük değerini Voigt malzeme modeli için alırken en kk değerini ise Reuss malzeme modeli için almaktadır. Etkin elastisite modülünün normalize edilmiş kiriş eksenli boyunca değişimi, seçilen seramik malzeme  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ve malzeme değişim parametresi  $n_h = 1$  için Şekil 3.3'te çizilmiştir. Bu sonuca göre; her bir seramik malzeme durumu için en büyük yer değiştirme  $u_z^{\max}$  ve en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri, mutlak değerce en büyük değerlerini Reuss malzeme modelinde alırken; mutlak değerce en kk değerlerini ise Voigt malzeme modelinde almaktadır.

#### 4.2.1. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) etkisi

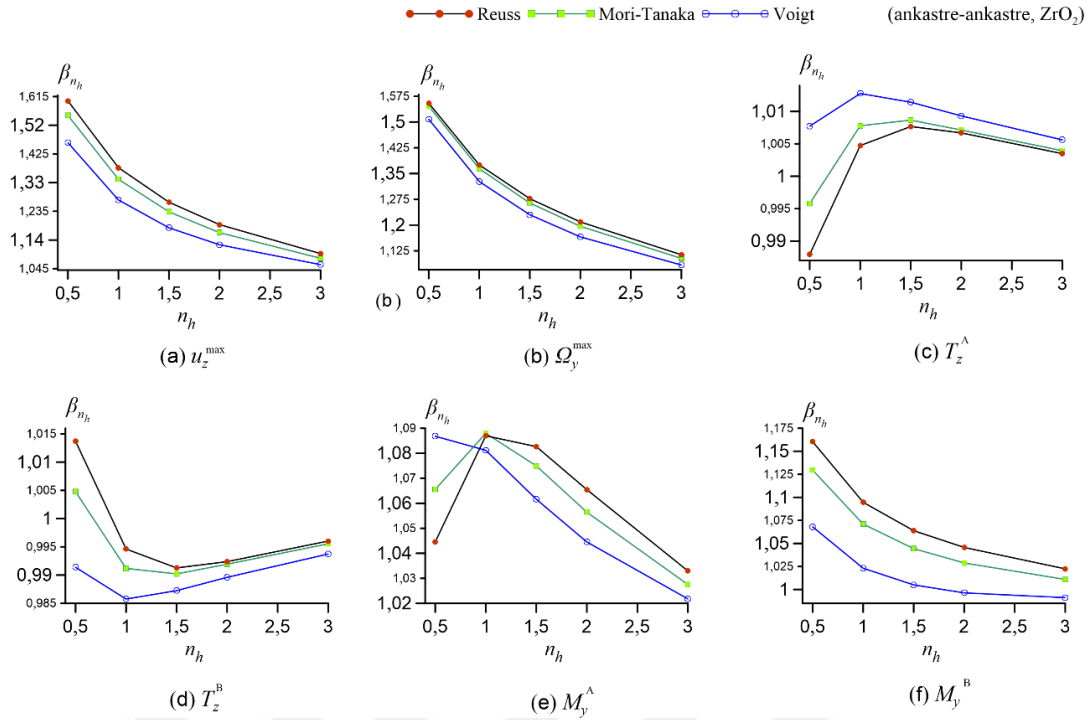
Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları üzerindeki etkisi farklı mikromekanik modeller (Voigt model, Mori-Tanaka ve Reuss model), farklı seramik malzemeler ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC ve  $\text{ZrO}_2$ ) ile farklı sınır koşulları (ankastre-ankastre, ankastre-sabit ve ankastre-serbest) zerinden incelenmiştir. Bu amaçla, malzeme değişim parametreleri  $n_h = 0,5; 1; 1,5; 2; 3$  kullanılarak elde edilen sonuçlar  $n_h = 5$  kullanılarak elde edilen sonuçlara göre her bir mikromekanik model, seramik malzeme ve sınır koşulu için  $\beta_{n_h=i}^{\ominus} = \Theta_{n_h=i} / \Theta_{n_h=5}$  ( $\Theta : u; \Omega; T; M$  ve  $i : 0,5; 1; 1,5; 2; 3$ ) eşitliği kullanılarak hesaplanmıştır. Ankastre-ankastre sınır koşuluna ait  $\beta_{n_h}$  oranlarının malzeme değişim parametresine ( $n_h$ ) göre değişimi, ele alınan seramik malzemeler  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , SiC ve  $\text{ZrO}_2$  için, sırasıyla Şekil 4.4-4.6'da verilmiştir. Ankastre-sabit sınır koşulu için Şekil 4.7-4.9, ankastre-serbest sınır koşulu için ise Şekil 4.10-4.12 arasında sunulmuştur.



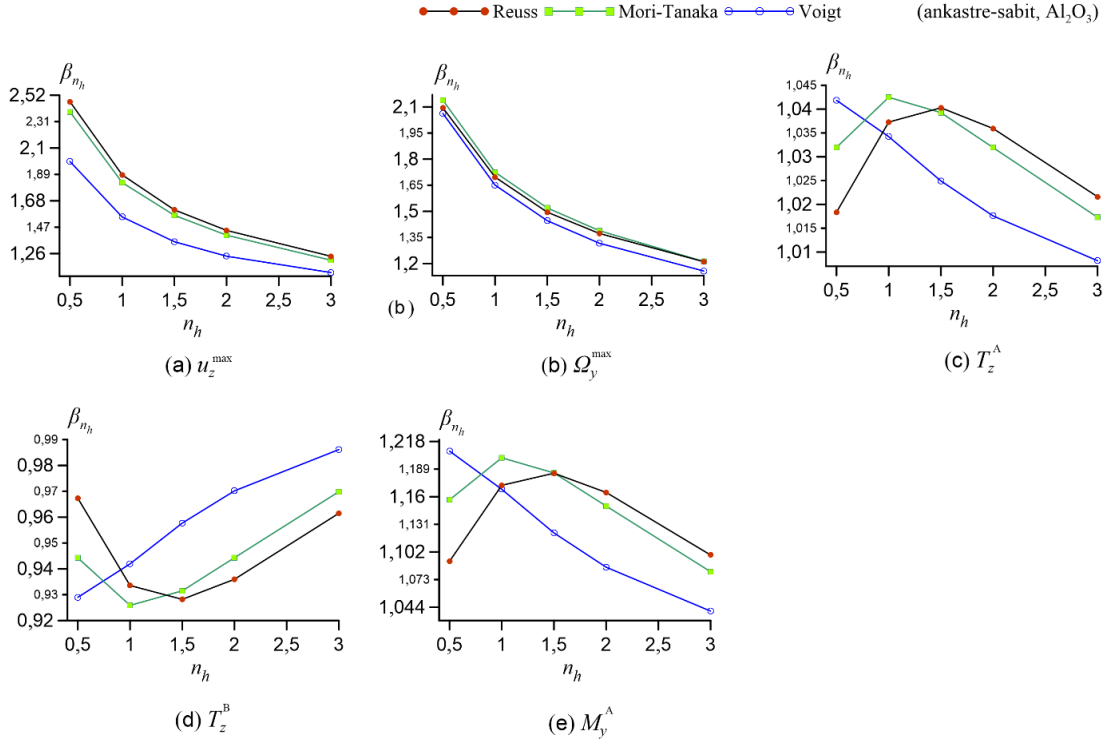
Şekil 4.4. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)



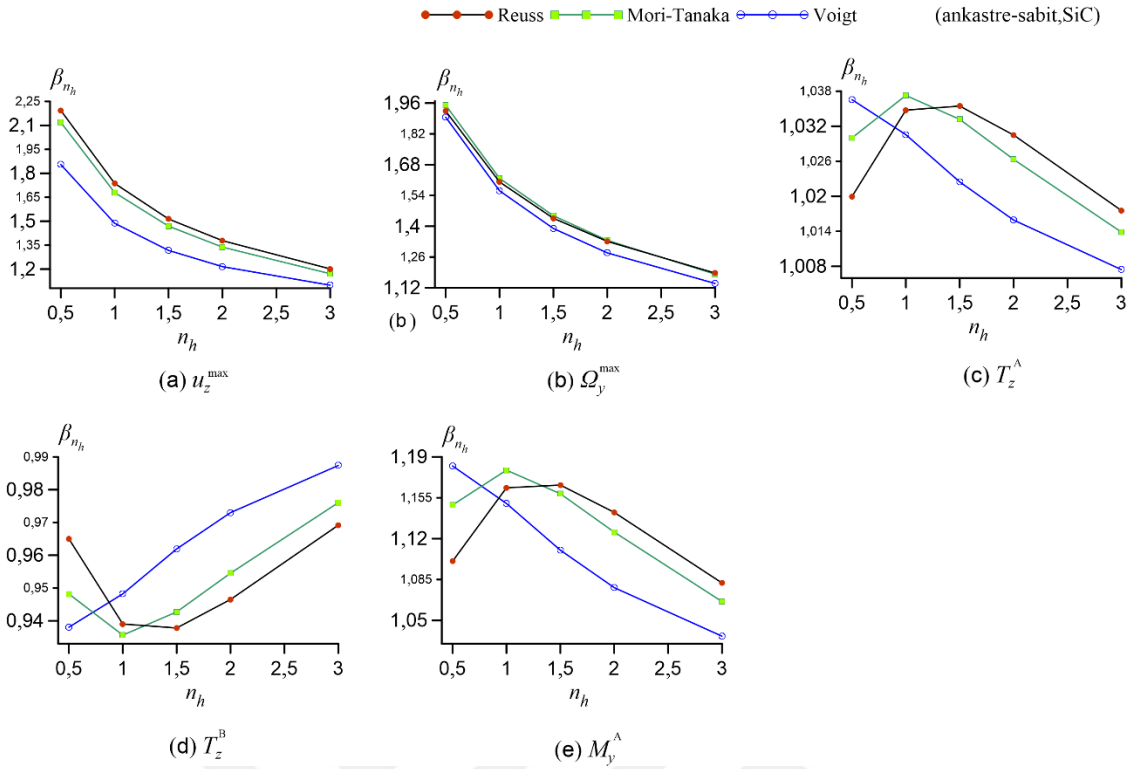
Şekil 4.5. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, SiC)



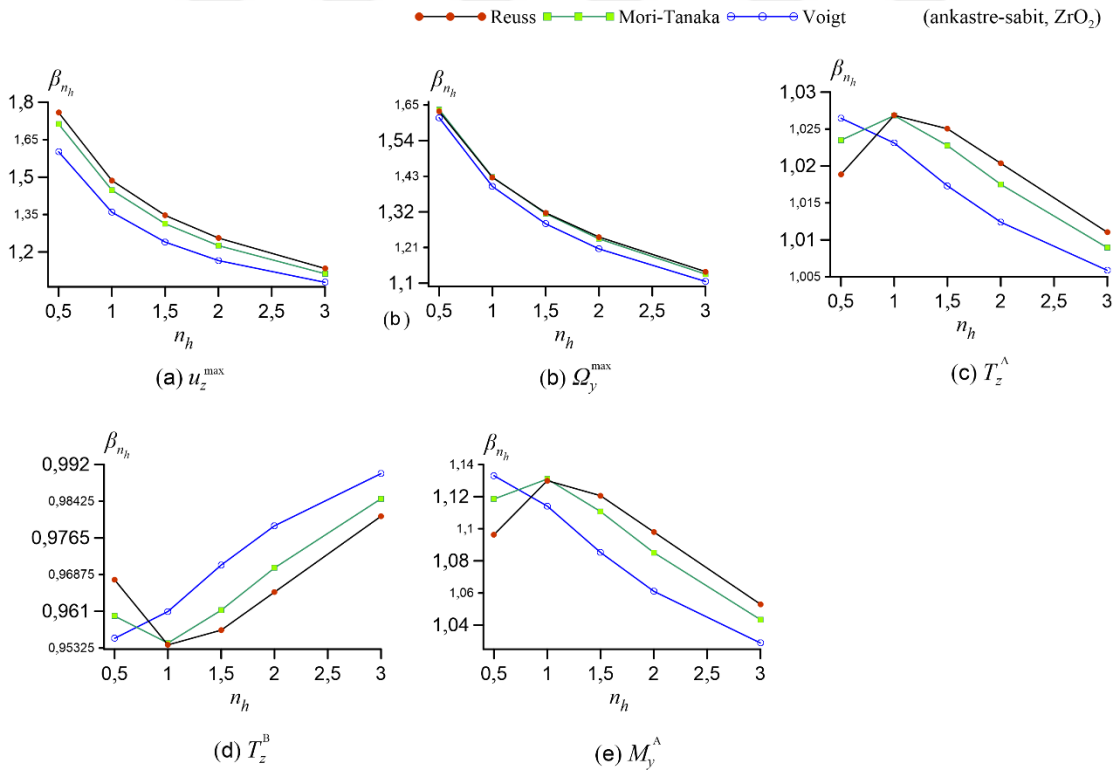
Şekil 4.6. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, ZrO<sub>2</sub>)



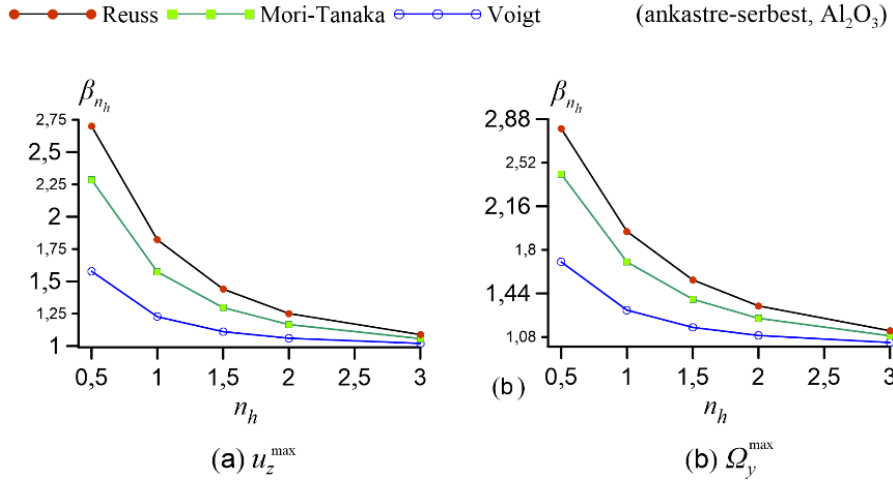
Şekil 4.7. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)



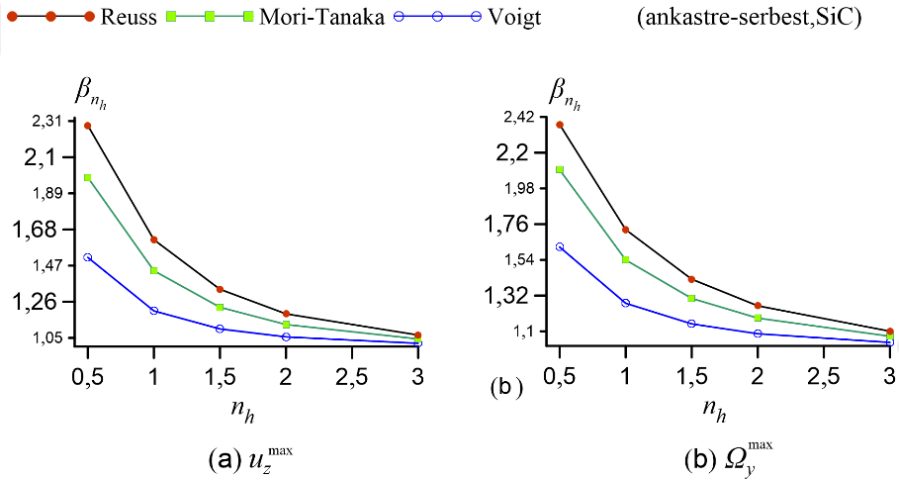
Şekil 4.8. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, SiC)



Şekil 4.9. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, ZrO<sub>2</sub>)

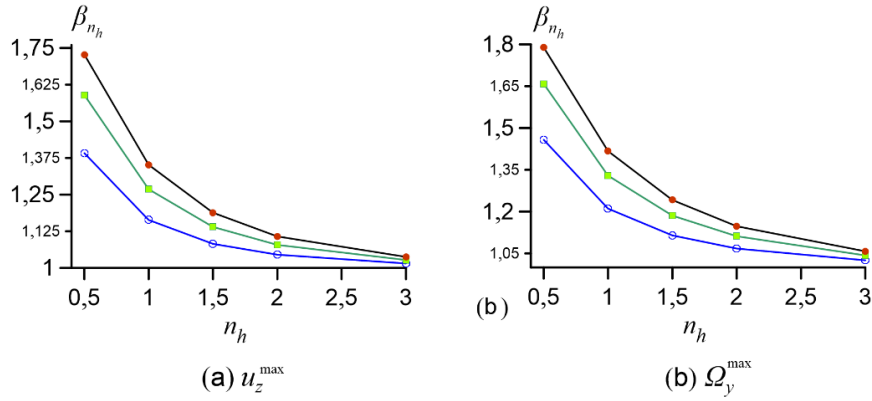


Şekil 4.10. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $Q_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest,  $Al_2O_3$ )



Şekil 4.11. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $Q_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, SiC)

● Reuss ■ Mori-Tanaka ○ Voigt (ankastre-serbest, ZrO<sub>2</sub>)



Şekil 4.12. Malzeme değişim parametresinin ( $n_h$ ) EFD doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, ZrO<sub>2</sub>)

EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları üzerinde malzeme değişim parametresinin etkisi üzerinden detaylı olarak incelenecek olursa:

- En büyük yer değiştirme ( $u_z^{\max}$ ) ve kesit dönmesi ( $\Omega_y^{\max}$ ) için (Şekil 4.4-4.12):

Her bir mikromekanik malzeme modeli, seramik malzeme içeriği ve sınır koşulu için hesaplanan  $\beta_{n_h=i}^{\Theta}$  (burada  $\Theta: u_z^{\max}, \Omega_y^{\max}$  ve  $i: 0,5; 1; 1,5; 2; 3$ ) oranının değeri 1'den büyüktür. Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), bu oranlar ( $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  ve  $\beta_{n_h=i}^{\Omega_y^{\max}}$ ) azalmakta olup, oranlar en büyük ve en küçük değerlerini, sırasıyla  $i=0,5$  ve  $3$ 'te almaktadır.

Her bir sınır koşulu, seramik malzeme içeriği ve malzeme değişim parametresi durumları için hesaplanan en büyük yer değiştirme ( $u_z^{\max}$ ) değerlerine ait  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  oranları incelendiğinde, bu oranlar en büyük değerini Reuss malzeme modelinde alırken en küçük değerini ise Voigt malzeme modelinde almaktadır. Bunun yanı sıra, ankastre-ankastre ve ankastre sabit sınır şartları için hesaplanan Mori-Tanaka malzeme modeline ait  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  oranları, Reuss malzeme modeli ve Voigt malzeme modeline ait  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  oranları ile kıyaslandığında, Mori-Tanaka malzeme modeline ait  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  oranları ile Reuss malzeme modeline ait oranlar  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  birbirlerine daha yakındır. Ele alınan her bir

seramik malzeme ve sınır koşulu durumları için, malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), Reuss, Mori-Tanaka ve Voigt malzeme modeline ait  $\beta_{n_h=i}^{u_z^{\max}}$  oranları birbirlerine yaklaşmaktadır.

- Mesnet noktalarındaki kesme kuvveti ( $T_z$ ) ve eğilme momenti ( $M_y$ ) için (Şekil 4.4-4.9):

Ankastre-ankastre sınır koşuluna ait kesme kuvvetleri ( $T_z^A, T_z^B$ ) incelendiğinde (Şekil 4.4-4.6): Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki kesme kuvvetine ait oran ( $\beta_{n_h}^{T_z^A}$ ) önce artmakta ve daha sonra da azalmaktadır. Buna karşın, malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), B noktasındaki kesme kuvvetine ait oran ( $\beta_{n_h}^{T_z^B}$ ) önce azalmakta ve daha sonra artmaktadır.

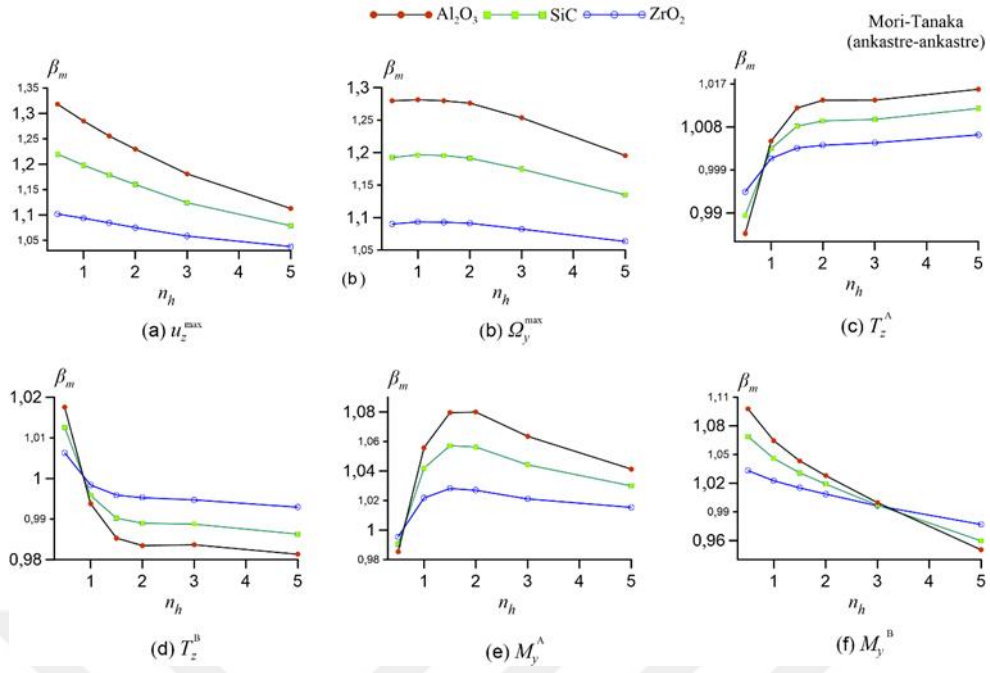
Ankastre-ankastre sınır koşuluna ait eğilme momentleri ( $M_y^A, M_y^B$ ) incelendiğinde (Şekil 4.4-4.6): Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki Voigt malzeme modeli göre elde edilen eğilme momentine ait oran  $\beta_{n_h}^{M_y^A}$  azalmaktadır. Buna karşın, malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki Reuss ve Mori-Tanaka malzeme modellerine göre elde edilen oranlar önce artmakta ve daha sonra da azalmaktadır. Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), B noktasındaki tüm mikromekanik modellere göre elde edilen eğilme momentine ait oran  $\beta_{n_h}^{M_y^B}$  ise azalmaktadır.

Ankastre-sabit sınır koşuluna ait kesme kuvvetleri ( $T_z^A, T_z^B$ ) ve eğilme momenti ( $M_y^A$ ) incelendiğinde (Şekil 4.7-4.9): Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki Voigt malzeme modeli göre elde edilen kesme kuvvetine ( $\beta_{n_h}^{T_z^A}$ ) ve eğilme momentine ( $\beta_{n_h}^{M_y^A}$ ) ait oranlar azalmaktadır, buna karşın B noktasındaki Voigt malzeme modeli göre elde edilen kesme kuvvetine ( $\beta_{n_h}^{T_z^B}$ ) ait oran ise artmaktadır. Diğer iki malzeme modeli Reuss ve Mori-Tanaka için oranlar incelendiğinde ise: Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki Reuss ve Mori-Tanaka malzeme

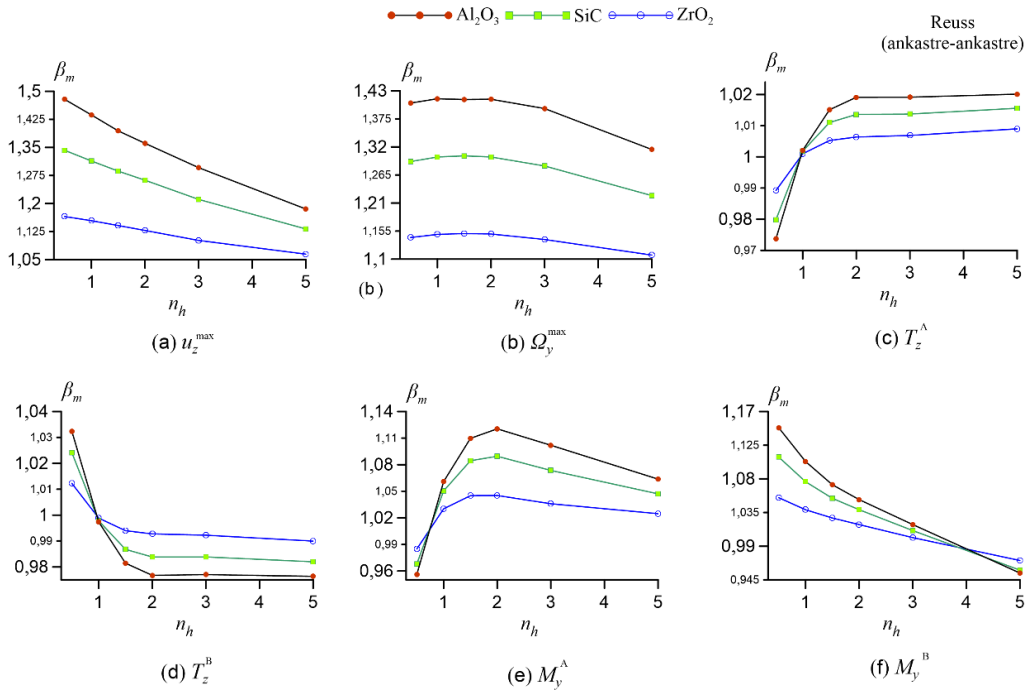
modellerine göre elde edilen kesme kuvvetine ( $\beta_{n_h}^{T^A}$ ) ve eğilme momentine ( $\beta_{n_h}^{M^A}$ ) ait oranlar önce artmakta ve daha sonra da azalmaktadır. Buna karşın, Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), B noktasındaki Reuss ve Mori-Tanaka malzeme modellerine göre elde edilen kesme kuvvetine ( $\beta_{n_h}^{T^B}$ ) ait oranlar ise önce azalmakta ve daha sonra artmaktadır.

#### 4.2.2. Mikromekanik modelin etkisi

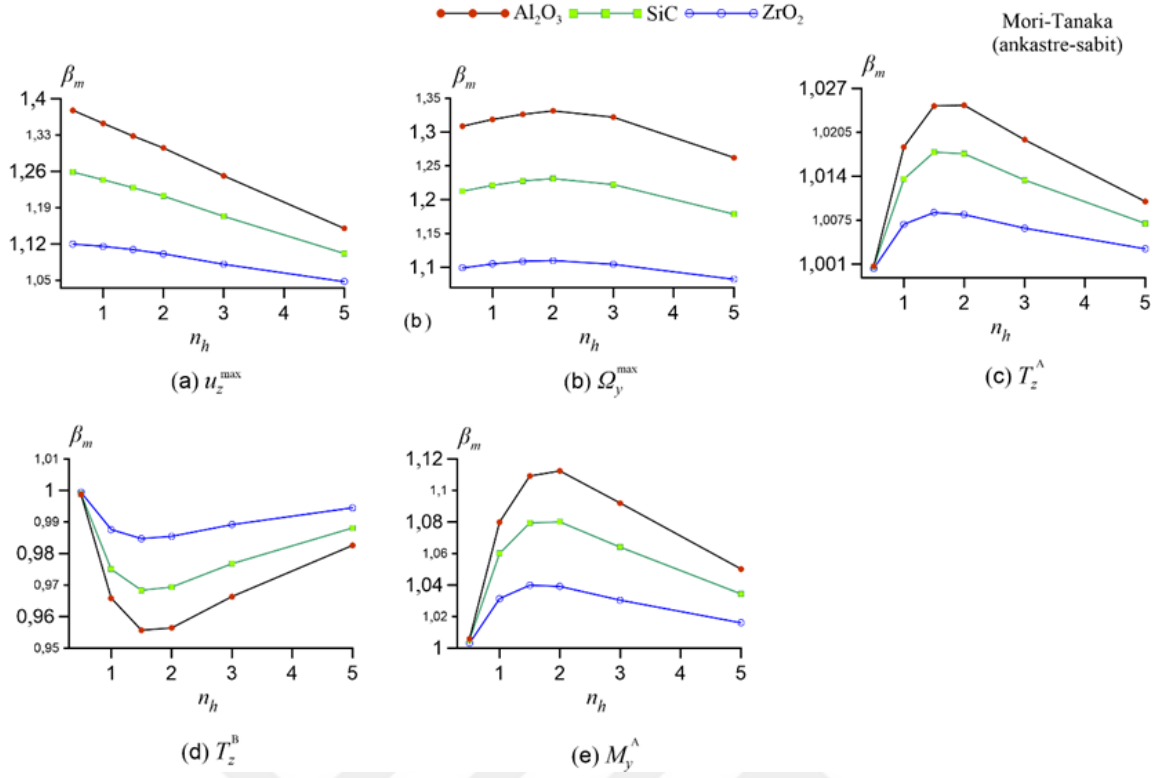
Mikromekanik modelin EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları üzerindeki etkisi farklı malzeme değişim parametreleri ( $n_h = 0,5;1;1,5;2;3$ ), farklı seramik malzemeler ( $Al_2O_3$ ,  $SiC$  ve  $ZrO_2$ ) ile farklı sınır koşulları (ankastre-ankastre, ankastre-sabit ve ankastre-serbest) üzerinden incelenmiştir. Bu amaçla, Mori-Tanaka ve Reuss malzeme modeline göre elde edilen sonuçlar Voigt malzeme modeli kullanılarak elde edilen sonuçlara göre her bir malzeme değişim parametre değeri, seramik malzeme ve sınır koşulu için  $\beta_{m=i}^{\Theta} = \Theta_{m=i} / \Theta_{m=Voigt}$  ( $\Theta : u; \Omega; T; M$  ve,  $i : \text{Mori-Tanaka ve Reuss}$ ) eşitliği kullanılarak hesaplanmıştır. Ankastre-ankastre sınır koşuluna ait  $\beta_m$  oranlarının malzeme değişim parametresine ( $n_h$ ) göre değişimi, Mori-Tanaka ve Reuss mikromekanik modeller için sırasıyla Şekil 4.13-4.14'te verilmiştir. Ankastre-sabit sınır koşulu için Şekil 4.15 ve 4.16, ankastre-serbest sınır koşulu için ise Şekil 4.17 ve 4.18'de sunulmuştur.



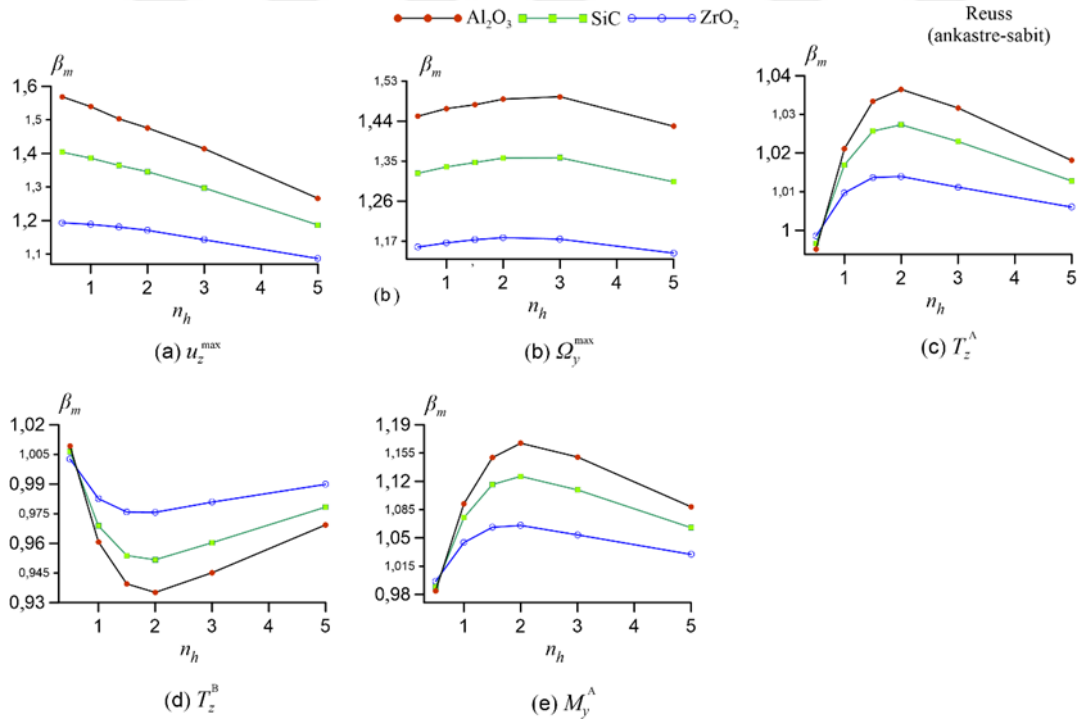
Şekil 4.13. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, Mori-Tanaka)



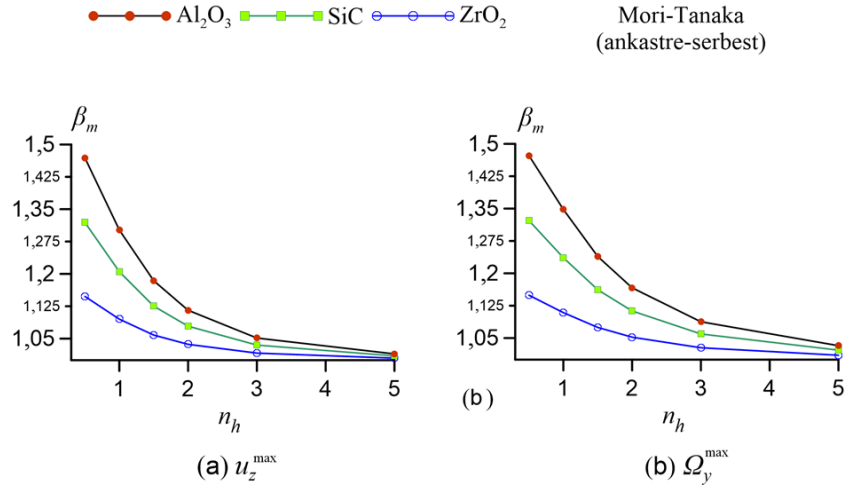
Şekil 4.14. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-ankastre, Reuss)



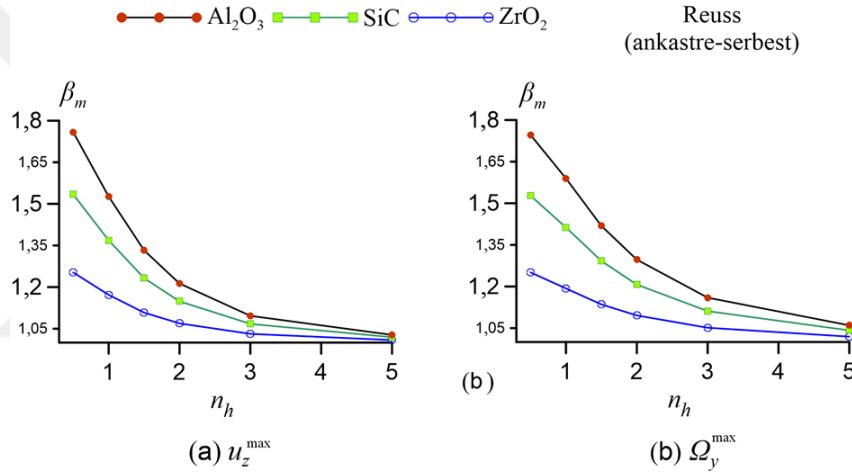
Şekil 4.15. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, Mori-Tanaka)



Şekil 4.16. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ,  $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ,  $M_y^A$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-sabit, Reuss)



Şekil 4.17. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, Mori-Tanaka)



Şekil 4.18. Mikromekanik modelin etkisi ( $\beta_m$ ) doğru kirişin statik analiz sonuçları ( $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$ ) üzerindeki etkisi (ankastre-serbest, Reuss)

EFD doğru eksenli kirişin statik analiz sonuçları üzerinde mikromekanik modellerin etkisi üzerinden detaylı olarak incelenecek olursa:

- En büyük yer değiştirme ( $u_z^{\max}$ ) ve kesit dönmesi ( $\Omega_y^{\max}$ ) için (Şekil 4.13-4.18):

Her bir seramik malzeme, malzeme değişim parametresi ve sınır koşulu için hesaplanan

$\beta_{m=i}^{\ominus} = \Theta_{m=i} / \Theta_{m=\text{Voigt}}$  (burada  $\Theta$ :  $u_z^{\max}$ ,  $\Omega_y^{\max}$  ve  $i$ : Mori-Tanaka ve Reuss) oranının değeri 1'den büyüktür.

Her bir malzeme değişim parametresi ve sınır koşulu için elde edilen bu oranlar  $\beta_{m=i}^{u_z^{\max}}$  ve  $\beta_{m=i}^{\Omega_y^{\max}}$  (burada,  $i$ : Mori-Tanaka ve Reuss) en küçük değerini Zirkonyum dioksit ( $ZrO_2$ ) malzeme durumu için alırken en büyük değerini ise ( $Al_2O_3$ ) malzemesinde almaktadır.

En büyük yer değiştirme ( $u_z^{\max}$ ) için,  $\beta_m^{u_z^{\max}}$  oranı detaylı olarak irdelenirse:

Her bir seramik malzeme ve sınır koşulu durumu için; malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ),  $\beta_{m=i}^{u_z^{\max}}$  (burada,  $i$ : Mori-Tanaka ve Reuss) oranı azalmaktadır. EFD malzeme içeriğinin metal malzeme açısından en zengin durum ( $n_h = 0,5$ ) için; her bir seramik malzeme içeriği ve malzeme değişim parametresi için elde edilen en büyük yer değiştirmeye ( $u_z^{\max}$ ) ait  $\beta_{m=i}^{u_z^{\max}}$  (burada,  $i$ : Mori-Tanaka ve Reuss) oranları en büyük değerini ankastre-serbest sınır koşulunda alırken en küçük değerini ankastre-ankastre sınır koşulunda almaktadır.

En büyük kesit dönmesi ( $\Omega_y^{\max}$ ) için,  $\beta_m^{\Omega_y^{\max}}$  oranı detaylı olarak irdelenirse:

Her bir seramik malzeme ile ankastre-ankastre ve ankastre-sabit sınır koşulları için; malzeme değişim parametresinin  $n_h = 0,5$  ve  $n_h = 2$  arasındaki değerleri için hesaplanan  $\beta_{m=\text{Mori-Tanaka}}^{\Omega_y^{\max}}$  oranları olarak yakın mertebelerde sayı değeri alırken, malzeme değişim parametresinin  $n_h = 2$ 'den  $n_h = 5$ 'e arttığında ise  $\beta_{m=\text{Mori-Tanaka}}^{\Omega_y^{\max}}$  oranı azalmaktadır. Her bir seramik malzeme ile ankastre-ankastre ve ankastre-sabit sınır koşulları için; malzeme değişim parametresinin  $n_h = 0,5$  ve  $n_h = 3$  arasındaki değerler için hesaplanan  $\beta_{m=\text{Reuss}}^{\Omega_y^{\max}}$  oranları olarak yakın mertebelerde sayı değeri alırken, malzeme değişim parametresinin  $n_h = 3$ 'den  $n_h = 5$ 'e arttığında ise  $\beta_{m=\text{Reuss}}^{\Omega_y^{\max}}$  oranı azalmaktadır. Ankastre-serbest sınır koşulu için ise malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ),  $\beta_{m=i}^{u_z^{\max}}$  (burada,  $i$ : Mori-Tanaka ve Reuss) oranı azalmaktadır.

- Mesnet noktalarındaki kesme kuvveti ( $T_z$ ) ve eğilme momenti ( $M_y$ ) için (Şekil 4.13-4.16):

Ankastre-ankastre sınır koşulu ait eğilme momentleri ( $M_y^A$ ,  $M_y^B$ ) incelendiğinde (Şekil 4.13 ve 4.14): Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki eğilme momentine ait  $\beta_{m=i}^{M_y^A}$  (burada  $i$ :Mori-Tanaka ve Reuss) oranı önce artmakta ve daha sonra da azalmaktadır. Buna karşın, malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), B noktasındaki eğilme momentine ait  $\beta_{m=i}^{M_y^B}$  (burada  $i$ :Mori-Tanaka ve Reuss) oranı azalmaktadır.

Ankastre-sabit sınır koşuluna ait kesme kuvvetleri ( $T_z^A$ ,  $T_z^B$ ) ve eğilme momenti ( $M_y^A$ ) incelendiğinde (Şekil 4.15 ve 4.16): Malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), A noktasındaki kesme kuvveti ve eğilme momentine ait  $\beta_{m=i}^{T_z^A}$  ve  $\beta_{m=i}^{M_y^A}$  (burada  $i$ :Mori-Tanaka ve Reuss) oranları, önce artmakta ve daha sonra azalmaktadır. Buna karşın, malzeme değişim parametresi arttıkça ( $n_h \uparrow$ ), B noktasındaki kesme kuvvetine ait  $\beta_{m=i}^{T_z^B}$  oran ise önce azalmakta sonra artmaktadır.

## 5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Farklı mikromekanik modeller kullanılarak geliştirilen ve düşeyde düzgün yayılı yük etkisindeki aksenal fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksenli kirişlerin statik analiz davranışını karışık sonlu eleman yöntemi kullanarak incelenmiştir. Timoshenko çubuk kuramına bağlı olarak iki düğüm noktalı bir sonlu eleman üzerinden karışık sonlu eleman formülasyonu geliştirilmiştir. Karışık sonlu eleman yönteminden elde edilen sonuçlar, ANSYS programının yer değiştirme türü sonlu elemanı olan BEAM188 kullanılarak elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Hem karışık sonlu eleman yöntemi hem de yer değiştirme türü sonlu eleman yöntemi sonuçlarının uyumlu oldukları gözlemlenmiştir (Bölüm 4.1). Parametrik analiz kapsamında (Bölüm 4.2), farklı mikromekanik modellerin etkisi aksenal fonksiyonel derecelendirilmiş doğru aksenli kirişin statik analiz sonuçları (yer değiştirmeler, kesit dönmeleri ve mesnet tepkileri) üzerinden detaylı olarak incelenmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme metal-matris ve seramik-parçacık malzemelerden oluşmaktadır. Seramik ve metal malzemelerin hacim oranları kiriş ekseni boyunca değişmektedir. Üç farklı mikromekanik model (Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss) üzerinden etkin malzeme özellikleri (elastisite modülü ve Poisson oranı) tariflenmiştir. Bu tez kapsamında ele alınan parametrik analizde farklı seramik malzeme içeriği, malzeme değişim parametresi ve sınır koşullarının etkisi detaylı olarak irdelenmiştir. Parametrik analize ait sonuçlar kısaca özetlenecek olursa:

Ele alınan her bir mikromekanik model (Voigt, Mori-Tanaka ve Reuss) her bir seramik malzeme ( $Al_2O_3$ ,  $SiC$ ,  $ZrO_2$ ) durumu ve her bir sınır koşulu (ankastre-ankastre, ankastre-sabit, ankastre serbest) için elde edilen en büyük yer değiştirme  $u_z^{max}$  ve en büyük kesit dönmesi  $\Omega_y^{max}$  değerleri, mutlak değerce en büyük değerlerini malzeme değişim parametresi  $n_h = 0,5$  'te alırken; mutlak değerce en küçük değerlerini ise malzeme değişim parametresi  $n_h = 5$  'te almaktadır.

Ele alınan her bir seramik malzeme, sınır koşulu ve malzeme değişim parametresi ( $n_h = 0,5 ; 1 ; 1,5 ; 2 ; 3 ; 5$ ) için elde edilen en büyük yer değiştirme  $u_z^{max}$  ve en büyük

kesit dönmesi  $\Omega_y^{\max}$  değerleri, mutlak değerce en büyük değerlerini Reuss malzeme modelinde alırken; mutlak değerce en küçük değerlerini ise Voigt malzeme modelinde almaktadır.

Mesnet noktalarındaki (A ve B, Şekil 3.1) kesme kuvvetleri ( $T_z^A, T_z^B$ ) ve eğilme momentleri ( $M_y^A, M_y^B$ ) üzerinde mikromekanik malzeme modeli, seramik malzemesi, malzeme değişim parametresi ve sınır koşulunun etkisi Bölüm 4.2’de detaylı olarak irdelenmiştir.

Tez kapsamındaki ele alınan EFD doğru eksenli kiriş probleminde farklı mikromekanik modellerin etkisinin incelemesi konusunun, farklı analiz türleri (serbest titreşim, zorlanmış titreşim vb.) veya malzeme içerikleri (metal-metal, ya da, seramik-seramik) için gelecek çalışmalarda ele alınması önerilmektedir.

## KAYNAKLAR

- [1] Saleh, B., Jiang, J., Fathi, R., Al-hababi, T., Xu, Q., Wang, L., Song, D., & Ma, A. (2020). 30 Years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, applications and future challenges. *CompositesPartB:Engineering*, 201, 108376. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2020.108376>
- [2] Sofiyev, A.H. (2019). Review of research on the vibration and buckling of the FGM conical shells. *Compos. Struct.* 211, 301–317. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.12.047>
- [3] Kır, O., Aydoğan, G., Ermis, M. (2021). Free Vibration Analysis of Metal Matrix Composite Circular Helical Springs, 3. *International Defense Industry Symposium, IDEFIS2021, October 07-09, Kırıkkale, Türkiye, (in Turkish)*
- [4] Karami, B., Shahsavari, D., Janghorban, M., Li, L. (2019). Influence of homogenization schemes on vibration of functionally graded curved microbeams. *Compos. Struct.* 216, 67–79. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.02.089>
- [5] Srividhya, S., Basant, K., Gupta, R.K., Rajagopal, A., & Reddy, J. (2018). Influence of the homogenization scheme on the bending response of functionally graded plates. *Acta Mechanica*, 229(10), 4071-4089.
- [6] Voigt, W. (1889). Über die Beziehung zwischen den beiden Elastizitäts konstanten isotroper Körper, *Wied Ann. Physik* 38, 573–587.
- [7] Mishnaevsky, Jr.L. (2007). Computational mesomechanics of composites. *John Wiley*; 74(12):2979–87.
- [8] Mori, T., Tanaka, K. (1973). Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions. *Acta Metallurgica*, Vol. 21, pp. 571–574
- [9] Benveniste, Y. (1987). A New Approach to the Application of Mori–Tanaka’s Theory of Composite Materials. *Mechanics of Materials*, Vol. 6, pp. 147–157.
- [10] Reuss A. (1929). Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/ Zeitschrift für. Angew Math Mech*, 9(1):49–58.
- [11] Tamura, I. (1973). Strength and ductility of fe-ni-c alloys composed of austenite and martensite with various strength. Proceedings of the third international conference on strength of metals and alloys. *Cambridge: Institute of Metals*. p. 611–5.
- [12] Zuiker, J.R. (1995). Functionally graded materials: choice of micromechanics model and limitations in property variation. *Compos Eng*, 5(7):807–19.

- [13] **Gasik, M.M., Lilius, R.R.** (1994). Evaluation of properties of w/cu functional gradient materials by micromechanical model. *Comput Mater Sci*, 3(1):41–9.
- [14] **Loja, M.A.R., Barbosa, J.I., & Soares, C.M.** (2012). A study on the modeling of sandwich functionally graded particulate composites. *Composite Structures*, 94(7), 2209-2217.
- [15] **Shen, H.S., & Wang, Z.X.** (2012). Assessment of Voigt and Mori–Tanaka models for vibration analysis of functionally graded plates. *Composite Structures*, 94(7), 2197-2208.
- [16] **Kiani, Y., & Eslami, M.R.** (2015). Thermal post buckling of imperfect circular functionally graded material plates: examination of Voigt, Mori–Tanaka, and self-consistent schemes. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 137(2).
- [17] **Akbarzadeh, A.H., Abedini, A., & Chen, Z.T.** (2015). Effect of micromechanical models on structural responses of functionally graded plates. *Composite Structures*, 119, 598-609.
- [18] **Alshabat, N.T., Myers, K., & Naghshineh, K.** (2016). Design of in-plane functionally graded material plates for optimal vibration performance. *Noise Control Engineering Journal*, 64(2), 268-278.
- [19] **Wang, Y., & Wu, D.** (2016). Thermal effect on the dynamic response of axially functionally graded beam subjected to a moving harmonic load. *Acta Astronautica*, 127, 171-181.
- [20] **Ebrahimi, F., & Barati, M.R.** (2017). Size-dependent dynamic modeling of inhomogeneous curved nanobeams embedded in elastic medium based on nonlocal strain gradient theory. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part C: Journal of mechanical engineering science*, 231(23), 4457-4469.
- [21] **Gupta, A., & Talha, M.** (2017). Large amplitude free flexural vibration analysis of finite element modeled FGM plates using new hyperbolic shear and normal deformation theory. *Aerospace science and technology*, 67, 287-308.
- [22] **Zhang, C., & Wang, Q.** (2019). Free vibration analysis of elastically restrained functionally graded curved beams based on the Mori–Tanaka scheme. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 26(21), 1821-1831.
- [23] **Fan, F., Lei, B., Sahmani, S., & Safaei, B.** (2020). On the surface elastic-based shear buckling characteristics of functionally graded composite skew nanoplates. *Thin-Walled Structures*, 154, 106841.
- [24] **Yuan, Y., Zhao, K., Sahmani, S., & Safaei, B.** (2020). Size-dependent shear buckling response of FGM skew nanoplates modeled via different homogenization schemes. *Applied Mathematics and Mechanics*, 41(4), 587-604.
- [25] **Sahmani, S., & Safaei, B.** (2020). Influence of homogenization models on size-dependent nonlinear bending and postbuckling of bi-directional functionally graded micro/nano-beams. *Applied Mathematical Modelling*, 82, 336-358.

- [26] Yuan, Y., Zhao, K., Han, Y., Sahmani, S., & Safaei, B. (2020). Nonlinear oscillations of composite conical microshells with in-plane heterogeneity based upon a couple stress-based shell model. *Thin-Walled Structures*, 154, 106857.
- [27] Yadav, A., Amabili, M., Panda, S. K., Dey, T., & Kumar, R. (2021). Nonlinear damped vibrations of three-phase CNT-FRC circular cylindrical shell. *Composite Structures*, 255, 112939.
- [28] Shahsavari, D., & Karami, B. (2022). Assessment of Reuss, Tamura, and LRVE models for vibration analysis of functionally graded nanoplates. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 22(2), 1-13.
- [29] Aydogdu, M. (2008). Semi-inverse method for vibration and buckling of axially functionally graded beams. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 27(7), 683-691. doi:10.1177/0731684407081369.
- [30] Şimşek, M., Kocatürk, T., & Akbaş, Ş.D. (2012). Dynamic behavior of an axially functionally graded beam under action of a moving harmonic load. *Composite Structures*. 94(8), 2358-2364. doi:10.1016/j.compstruct.2012.03.020.
- [31] Babilio, E. (2013). Dynamics of an axially functionally graded beam under axial load. *The European Physical Journal Special Topics*. 222(7), 1519-1539. doi:10.1140/epjst/e2013-01942-8.
- [32] Calim, F.F. (2016). Free and forced vibration analysis of axially functionally graded Timoshenko beams on two-parameter viscoelastic foundation. *Compos. Part B Eng.* 103, 98–112. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2016.08.008>
- [33] Shafiei, N., Kazemi, M., & Ghadiri, M. (2016). Nonlinear vibration of axially functionally graded tapered microbeams. *International Journal of Engineering Science*. 102, 12-26. doi:10.1016/j.ijengsci.2016.02.007.
- [34] Wang, Y., Wu, D. (2016). Thermal effect on the dynamic response of axially functionally graded beam subjected to a moving harmonic load. *Acta Astronaut.* 127, 171–181. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.05.030>
- [35] Azimi, M., Mirjavadi, S.S., Shafiei, N., & Hamouda, A.M.S. (2017). Thermo-mechanical vibration of rotating axially functionally graded nonlocal Timoshenko beam. *Applied Physics A*. 123(1), 104. doi:10.1007/s00339-016-0712-5.
- [36] Ghayesh, M.H. (2018). Nonlinear vibration analysis of axially functionally graded shear-deformable tapered beams. *Applied Mathematical Modelling*. 59, 583-596. doi:10.1016/j.apm.2018.02.017.
- [37] Ermis, M., Aribas, U.N., Kutlu, A., Eratlı, N., & Omurtag, M.H. (2019). Forced vibration analysis of axially FG straight beams by mixed FEM: IV. *Eurasian Conference on Civil and Environmental Engineering, İstanbul, Türkiye, 2019: s. 894-899.*

- [38] **Aribas, U.N., Ermis, M., Kutlu, A., Eratli, N., & Omurtag, M.H.** (2019). Elastically Damped Transient Response of Axially FG Straight Beams: *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 4. Rome, Italy 2019: s.19-25.
- [39] **Sharma, P., Singh, R., Hussain, M.** (2020). On modal analysis of axially functionally graded material beam under hygrothermal effect. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.* 234, 1085–1101. <https://doi.org/10.1177/0954406219888234>
- [40] **Wang, Y., Ren, H., Fu, T., Shi, C.** (2020). Hygrothermal mechanical behaviors of axially functionally graded microbeams using a refined first order shear deformation theory. *Acta Astronaut.* 166, 306–316. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.10.036>
- [41] **Ebrahimi-Mamaghani, A., Sotudeh-Gharebagh, R., Zarghami, R., Mostoufi, N.** (2022). Thermo-mechanical stability of axially graded Rayleigh pipes. *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 50, 412–441. <https://doi.org/10.1080/15397734.2020.1717967>
- [42] **Ge, R., Liu, F., Wang, C., Ma, L., Wang, J.** (2022). Calculation of Critical Load of Axially Functionally Graded and Variable Cross-Section Timoshenko Beams by Using Interpolating Matrix Method. *Mathematics.* 10. <https://doi.org/10.3390/math10132350>
- [43] **Wadi, K.J., Yadeem, J.M., Mustafa Khazaal, S., Al-Ansari, L.S., Abdulsamad, H.J.** (2022). Static deflection calculation for axially FG cantilever beam under uniformly distributed and transverse tip loads. *Results Eng.* 14, 100395.
- [44] **Elyasi, P., Neyra, B. N., & Firoozjaee, A. R.** (2023). Free vibration of viscoelastic nonlocally damped tapered axially functionally graded beams using the state-space formulation. *Engineering Structures*, 288, 116183.
- [45] **Karami, B., Shahsavari, D., Janghorban, M., & Li, L.** (2019). Influence of homogenization schemes on vibration of functionally graded curved microbeams. *Composite Structures*, 216, 67-79.
- [46] **Fu, T., Chen, Z., Yu, H., vd.** (2018). An analytical study of sound transmission through corrugated core FGM sandwich plates filled with porous material. *Compos Part B Eng* 151:161–172. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2018.06.010>
- [47] **Gunes, R., Aydin, M., Apalak, M. K., Reddy, J. N.** (2014). Experimental and numerical investigations of low velocity impact on functionally graded circular plates. *Compos Part B Eng* 59:21–32. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.11.022>
- [48] **Omurtag, M.H., Aköz, A.Y.** (1992). The mixed finite element solution of helical beams with variable cross-section under arbitrary loading. *Comput Struct* 43:325–331. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(92\)90149-T](https://doi.org/10.1016/0045-7949(92)90149-T)
- [49] **Ermis, M., Kutlu, A., Eratli, N., & Omurtag, M.H.** (2022). Free vibration of axially FG curved beam on orthotropic Pasternak foundation via mixed FEM. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 44(12), 597.

- [50] **Oden, J.T., Reddy, J.N.** (1976). An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Elements. John Wiley & Sons Inc., New York.
- [51] **Eratli, N., Yilmaz, M., Darilmaz, K., Omurtag, M.H.** (2016). Dynamic analysis of helicoidal bars with non-circular crosssections via mixed FEM. *Struct Eng Mech* 57:221–238. <https://doi.org/10.12989/sem.2016.57.2.221>.



