



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ-CERRAHPAŞA
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DOĞAL TAŞINIM PROBLEMLERİNİN LATTICE BOLTZMANN METODU İLE
MODELLENMESİ**

Özlem YALÇIN

DANIŞMAN
Doç. Dr. Erman ASLAN

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Mühendisliği Programı

Mayıs, 2023

TEZ KABUL VE ONAYI

Özlem YALÇIN tarafından, Doç. Dr. Erman ASLAN danışmanlığında hazırlanan “DOĞAL TAŞINIM PROBLEMLERİNİN LATTICE BOLTZMANN METODU İLE MODELLENMESİ” başlıklı bu çalışma, jürimiz tarafından 26/05/2023 tarihinde yapılan sınav sonucunda **oy birliği** ile başarılı bulunarak **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

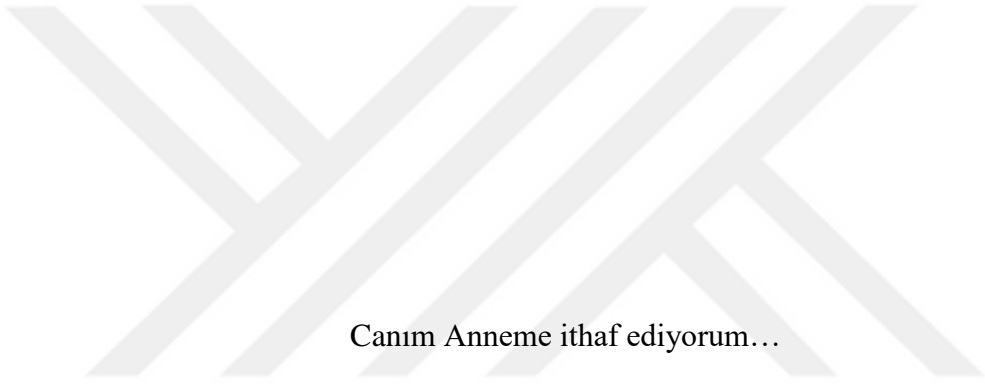
	İmza	Sonuç
DANIŞMAN	Doç. Dr. Erman ASLAN	<input checked="" type="checkbox"/>
	Kocaeli Üniversitesi Makine Mühendisliği Anabilim	<input type="checkbox"/> Ret
ÜYE	Prof. Dr. Cenk ÇELİK	<input checked="" type="checkbox"/>
	Kocaeli Üniversitesi Makine Mühendisliği Anabilim	<input type="checkbox"/> Ret
ÜYE	Dr. Öğr. Üyesi Murad KUCUR	<input checked="" type="checkbox"/>
	İstanbul Üniversitesi- Cerrahpaş Makine Mühendisliği Anabilim Dalı	<input type="checkbox"/> Ret

BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve bilimsel etik kuralları içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını ve her türlü hukuki sorumluluğu aldığımı kabul ederim.

Özlem YALÇIN

(İmza)



Canım Anneme ithaf ediyorum...

BÜTÇE DESTEKLERİ

“DOĞAL TAŞINIM PROBLEMLERİNİN LATTICE BOLTZMANN METODU İLE MODELLENMESİ”

Bu tez çalışması için herhangi bir kurumdan bütçe desteği alınmamıştır.



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans ders dönemimde, akademik çalışmalarımnda ve tez sürecim boyunca desteklerini esirgemediği, akademik olarak bana her zaman örnek olduğu ve yol gösterdiği için danışman hocam Sayın Doç. Dr. Erman ASLAN'a en içten teşekkürlerimi ve minnettarlığımı sunarım.

Tezimde gerek teknik konularda gerekse programlama konusunda bana yardımcı olan arkadaşlarım Arş. Gör. Serdar BİLGE ve Hikmet KAYA'ya teşekkür ederim.

Pandemi sırasında bu tezin yazılma koşullarında her türlü desteği benden esirgemeyen ve anlayışları için, özellikle annem Sultan YALÇIN'a ve Yalçın Ailesi'ne teşekkürü bir borç bilirim.

Mayıs 2023

Özlem YALÇIN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

TEZ KABUL VE ONAYI.....	ii
BEYAN	iii
BÜTÇE DESTEKLERİ	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ	ix
TABLO LİSTESİ.....	xi
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ.....	xii
ÖZET	xv
ABSTRACT	xvii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. PROBLEMİN TANIMI.....	1
1.2. ISI TRANSFERİNİN TEMELLERİ	3
1.3. TAŞINIMLA ISI TRANSFERİ VE DOĞAL TAŞINIM.....	3
1.3.1. Doğal Taşınım.....	6
1.4. TEMEL KORUNUM DENKLEMLERİ	7
1.5. DOĞAL TAŞINIMLA BOYUTSUZ SAYILARIN İLİŞKİSİ	8
1.6. AKIŞ PROBLEMİNİN MODELLENMESİNDE LATTICE BOLTZMANN METODU	9
2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE	12
2.1. LATTICE BOLTZMANN METODU.....	12
2.1.1. Lattice Boltzmann Denklemi	13
2.1.2. Lattice Boltzmann Denklemine Ayrıklaştırılması	17
2.1.3. Lattice Boltzmann Metodu Çözüm Alanı	18
2.1.4. Lattice Denge Dağılım Denklemleri (Fonksiyonu).....	22
2.2. LBM İLE SIKIŞTIRILAMAZ AKIŞIN MODELLENMESİ	23
2.2.1. İlerleme Adımı	23
2.2.2. Çarpışma Adımı	23

2.2.3. Sınır Koşullarının Belirlenmesi.....	24
3. YÖNTEM	25
4. BULGULAR	30
5. TARTIŞMA.....	36
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	37
KAYNAKLAR.....	39
EKLER	42
İNTİHAL RAPORU İLK SAYFASI	56
ETİK KURUL İZİN YAZISI	57
KURUM İZİNİ YAZILARI.....	58
ÖZGEÇMİŞ	59

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 1.1: Panelin genel yapısı.....	2
Şekil 1.2: Problem çözümünde izlenecek yol.....	2
Şekil 1.3: Taşınım ile ısı transferinde sınır tabaka gelişimi [1].....	3
Şekil 1.4: Taşınım ile ısı transferi (a) Zorlanmış taşınım (b) Doğal taşınım.....	3
Şekil 1.5: Düz levha üzerinde hız sınır tabakasının gelişimi [1].....	5
Şekil 1.6: Sıcaklıkları farklı olan plakalar arasındaki akışkan koşulları (a) Kararsız sıcaklık gradyanı etkisi (b) Kararlı sıcaklık gradyanı etkisi [1].....	6
Şekil 1.7: Ayırıklaştırma metotlarının karşılaştırılması.....	10
Şekil 1.8: Ayırıklaştırma metotlarının gösterimi.....	10
Şekil 2.1: Lattice – Kafes yapısının diğer ölçekler arasında gösterimi [7].....	12
Şekil 2.2: Lattice – Kafes yapısının diğer ölçekler arasında gösterimi [10].....	18
Şekil 2.3: Bir boyutlu üç hız vektörüne sahip lattice modeli D1Q3.....	18
Şekil 2.4: Literatürde sıklıkla kullanılan iki ve üç boyutlu lattice modelleri (a) D2Q9 iki boyutlu dokuz hız vektörüne sahip lattice modeli (b) D3Q15 üç boyutlu on beş hız vektörüne sahip lattice modeli (c) D3Q19 üç boyutlu on dokuz hız vektörüne sahip lattice modeli (d) D3Q27 üç boyutlu yirmi yedi hız vektörüne sahip lattice modeli.....	19 19 19 19
Şekil 2.5: Problem için çalışma alanı ve lattice yapılarının gösterimi.....	20
Şekil 2.6: D2Q9 lattice modeli.....	20
Şekil 3.1: (a) Model 1 sınır şartları..... (b) Model 2 sınır şartları..... (c) Model 3 sınır şartları..... (d) Model 4 sınır şartları.....	26 26 27 27
Şekil 3.2: Fluent problem çözüm algoritması.....	27
Şekil 3.3: Parametrelerin değişimlerinin alındığı eksen çizgileri.....	28
Şekil 3.4: Fluent'te parametrelerin değişimlerinin alındığı eksen çizgileri.....	29
Şekil 4.1: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) Sıcaklık Karşılaştırması.....	30

Şekil 4.2: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) u hız karşılaştırması.....	31
Şekil 4.3: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) v hız karşılaştırması.....	31
Şekil 4.4: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) sıcaklık karşılaştırması.....	32
Şekil 4.5: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) u hız karşılaştırması.....	32
Şekil 4.6: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) v hız karşılaştırması.....	33
Şekil 4.7: Ortalama Nu sayısının Ra sayısı ile değişim grafiği.....	34



TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 3.1: D1Q3, D2Q9 ve D3Q15 lattice yapısı özellikleri.....	21
Tablo 4.1: Validasyon modeli $Ra=10^7$ için ortalama Nu sayıları (Soğutulan duvar)	33
Tablo 4.2: Validasyon modeli $Ra=10^7$ için ortalama Nu sayıları (Isıtılan duvar).....	33
Tablo 4.3: $Ra=10^7$ alınan modellerin ortalama Nu sayıları ve çözüm metotları arasındaki fark gösterimi (Soğutulan duvar).....	34
Tablo 4.4: $Ra=10^7$ alınan modellerin ortalama Nu sayıları ve çözüm metotları arasındaki fark gösterimi (Isıtılan duvar).....	34
Tablo 6.1: Modeller üzerindeki ortalama Nu sayıları.....	38

SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
A	: Yüzey Alanı, m^2
A	: Kütle Sabiti, kg
a	: Isıl yayılım katsayısı, m^2/s
B	: Momentum sabiti
C	: Enerji sabiti
c	: Partikül veya lattice hızı, m/s
C_p	: Özgül enerji, J/kgK
c_k	: Hız vektörleri
c_s	: Lattice ses hızı, m/s
D	: Enerji sabiti
dc	: Kafes hızı adımı aralığı, m/s
dt	: Zaman adımı aralığı, s
dx	: Uzunluk adımı aralığı, m
e	: Eksponansiyel
f	: Yoğunluk dağılım fonksiyonu
f^{eq}	: Eşdeğer yoğunluk dağılım fonksiyonu
F	: Kuvvet, N
g	: Yer çekimi ivmesi, m/s^2
g	: Sıcaklık dağılım fonksiyonu
g^{eq}	: Eşdeğer sıcaklık dağılım fonksiyonu
h	: Taşınım ile ısı transferi katsayısı,
k	: Isı iletim katsayısı, W/mK
L	: Uzunluk, m

m	: Kütleye, kg
P	: Basınç, N/m ²
t	: Zaman, s
T	: Sıcaklık, K
u	: X Yönündeki akış hızı, m/s
v	: Y Yönünde akış hızı, m/s
ω	: Ağırlık faktörleri
α	: Lattice sayısı
β	: Termal genleşme katsayısı
δ	: Lattice uzunluğu, m
δt	: Lattice zaman adımı, s
Δt	: Zaman adımı, s
ε	: Yüzey yayma özelliği
θ	: Boyutsuz sıcaklık
μ	: Dinamik viskozite, kg/ms
ρ	: Yoğunluk, kg/m ³
ν	: Kinematik viskozite, m ² /s
ω	: Akış denklemi için çarpışma frekansı, s ⁻¹
ω_g	: Sıcaklık denklemi için çarpışma frekansı, s ⁻¹
Ω	: LBM çarpışma operatörü (akış)
Ω_g	: LBM çarpışma operatörü (sıcaklık)
\emptyset	: Yoğunluk, sıcaklık veya karışım oranı
ξ	: Rahatlama faktörü
σ	: Stefan Boltzmann sabiti 5.67×10^{-8} , W/m ² K ⁴

Kısaltmalar	Açıklama
$D_n Q_m$: Lattice yapılarının gösterimi kısaltması
FEM	: Finite element method – Sonlu elemanlar metodu
FDM	: Finite difference method – Sonlu farklar metodu
FVM	: Finite volume method – Sonlu hacimler metodu
GPU	: Graphics Processing Unit - Grafik İşlemci Ünitesi
HAD	: Hesaplamalı akışkanlar dinamiği
LBGK	: Lattice Bhatnagar-Gross-Krook rahatlama modeli
LBGK-SRT	: Lattice Bhatnagar-Gross-Krook Single Relaxation Time rahatlama modeli
LBM	: Lattice Boltzmann Metodu
LGA	: Lattice gaz automa
Nu	: Nusselt sayısı
Pr	: Prandtl sayısı
Ra	: Rayleigh sayısı
Re	: Reynolds sayısı
Gr	: Grashof sayısı
Ma	: Mach sayısı
MRT	: Multi Relaxation Time – Çoklu rahatlama içeren model

ÖZET

[YÜKSEK LİSANS TEZİ]

[DOĞAL TAŞINIM PROBLEMLERİNİN LATTICE BOLTZMANN METODU İLE MODELLENMESİ]

[Özlem YALÇIN]

İstanbul Üniversitesi-Cerrahpaşa

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Makine Mühendisliği Anabilim Dalı

Makine Mühendisliği Programı

[Danışman : Doç. Dr. Erman ASLAN]

[Bu tez kapsamında paneller üzerinde çeşitli yüzeyler ısıtılarak ve soğutulurken, modeller üzerinde doğal taşınım ile ısı transferi etkileri geleneksel metotların dışında Lattice Boltzmann Metodu (LBM) kullanılarak çözülmüştür. Lattice Boltzmann metodu, akışkanlar mekaniği ve ısı transferi problemlerinde kullanılan bir ayırıklaştırma metodudur. Bu metot, akışkanın makroskopik ölçekteki hareketlerini mikroskopik ölçekteki parçacık davranışlarına indirgeyerek, akışkanın; bir akışkan topluluğu halinde değil de sanki hayali bir partikül topluluğu halinde hareket ediyormuş gibi modelleyen çözüm metodudur. Lattice Boltzmann metodu son yıllarda doğal taşınım problemleri için de daha kullanışlı bir çözüm metodu haline gelmiştir. Bunun sebepleri arasında, yöntemin çözüm ölçeği, paralel olarak çözümlenebilmesi ve çeşitli akışkan davranışlarını üzerinde modellenen özellikleri gibi avantajlar gösterilebilir. Diğer yandan, Lattice Boltzmann metodu, diğer geleneksel hesaplamalı akışkanlar dinamiği yöntemlerine göre daha hızlı sonuçlar verir ve daha düşük bilgisayar hesaplama gücü gerektirir. Akış (gaz) problemi iki boyutlu kapalı bir kare alan içerisinde modellenmiştir. Isıtılan ve soğutulan yüzeylerde yoğunluk farkı nedeniyle oluşan doğal taşınım

etkileri incelenmiştir. İncelenen modeller için Rayleigh sayısı 10^4 'den 10^7 'e değişmektedir. Hesaplamalarda Lattice Boltzmann Metodu ile yapılan çözümde için Fortran programlama dili kullanılmış ve Ansys-Fluent ile de çözümlenerek analiz sonuçları karşılaştırılmıştır. Sonuçlardan etkili karışım parametresini elde etmek için, ilgili tüm verilerden ortalama Nusselt sayısı hesaplanmış ve hesaplanan Nusselt sayısı modellere göre grafik ve tablo halinde sunulmuştur. |

Mayıs 2023 , |77| sayfa.

Anahtar kelimeler: | LBM, doğal taşınım, ısı transferi, akışkanlar mekaniği, sıkıştırılmaz akışkan |



ABSTRACT

[M.Sc. THESIS]

**[MODELING OF NATURAL CONVECTION PROBLEMS WITH LATTICE
BOLTZMANN METHOD]**

[Özlem YALÇIN]

İstanbul University-Cerrahpaşa

Institute of Graduate Studies

Department of Mechanical Engineering

Programme of Mechanical Engineering

[Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Erman ASLAN]

[In this thesis, by heating and cooling various surfaces on the panels, the effects of natural convection and heat transfer on the models are solved by using Lattice Boltzmann Method (LBM), apart from traditional methods. Lattice Boltzmann method is a discretization method used in fluid mechanics and heat transfer problems. This method reduces the movements of the fluid at the macroscopic scale to the particle behavior at the microscopic scale. It is a solution method that models it as if it moves as an imaginary collection of particles, not as a collection of fluids. Lattice Boltzmann method has become a more useful solution method for natural convection problems in recent years. Among the reasons for this, advantages such as the solution scale of the method, its ability to be analyzed in parallel, and its ability to model various fluid behaviors can be cited. On the other hand, the Lattice Boltzmann method gives faster results and requires lower computational power than other traditional computational fluid dynamics methods. The flow (gas) problem is modeled in a two-dimensional closed square area. Natural convection effects due to density difference on heated and cooled surfaces were

investigated. The Rayleigh number for the examined models ranges from 104 to 107. Fortran programming language was used for the solution made with the Lattice Boltzmann Method in the calculations and the analysis results were compared by analyzing with Ansys-Fluent. In order to obtain the effective mixing parameter from the results, the average Nusselt number was calculated from all the relevant data and the calculated Nusselt number was presented in graphs and tables according to the models. |

May 2023, [77] pages.

Keywords: [LBM, natural convection, heat transfer, fluids mechanics, incompressible flow]



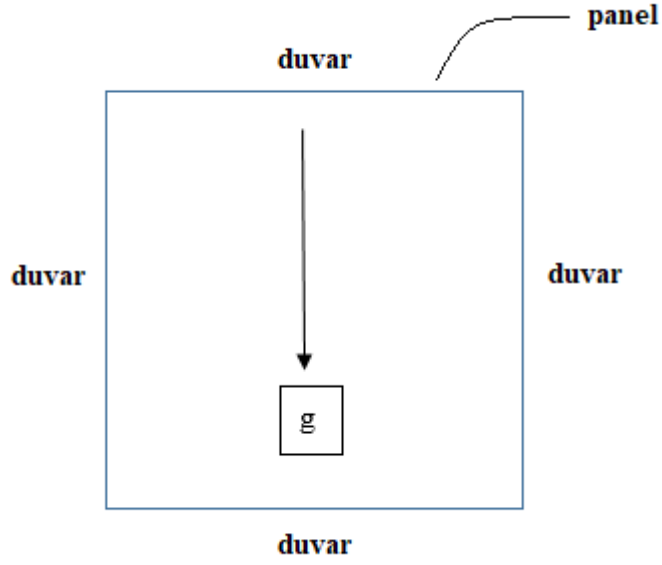
1. GİRİŞ

1.1. PROBLEMİN TANIMI

Kapalı bir alan için tanımlanmış doğal taşınım ile ısı transferinin numerik modellenmesi büyük ilgi gören bir alan olmuştur. Bunun nedeni bu modelleme bina yalıtımlarında, yangın önleyici sistemlerde, güneş enerjisi kolektörlerinde, gıda koruma sistemlerinde, kompakt ısı değiştiricilerinde, elektrik ya da nükleer enerji üretimi santrallerindeki ısı üretimi sırasında kullanılan soğutma sistemlerinde ve daha birçok mühendislik alanında kullanılmaktadır [16-17]. Bu yöntem problem çözümlerinde geleneksel HAD yöntemlerinden daha kararlı, doğru ve hesaplama açısından daha verimli olduğu için birçok simülasyonda kullanılmaktadır [20].

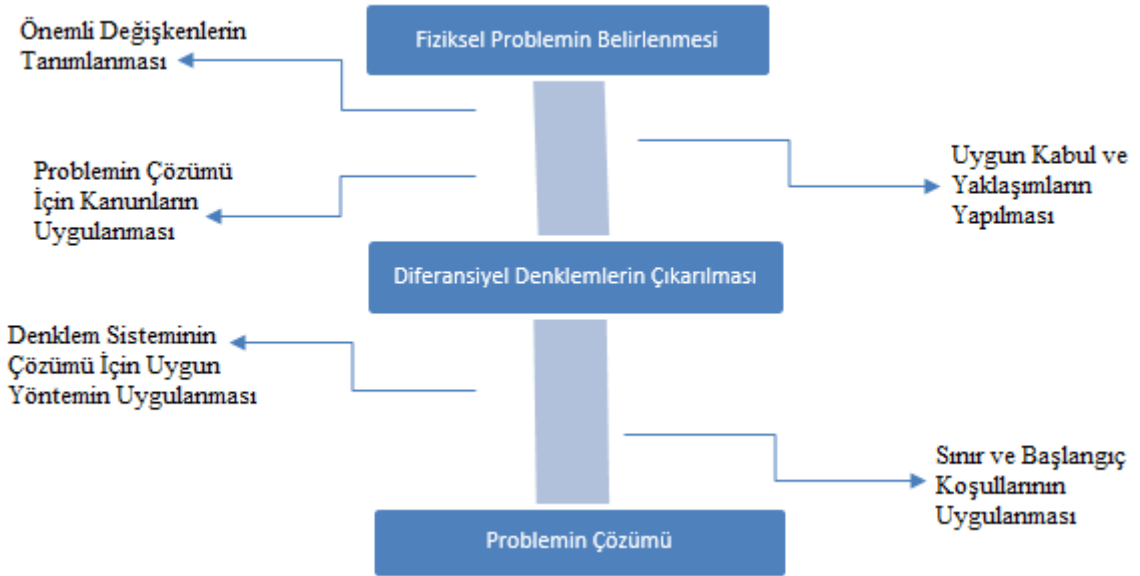
Birçok sistemde kullanılan (elektronik ya da mekanik alanlar) termal enerjinin kaybı, günümüz problemlerinden biridir. Ancak bu enerjinin etkili bir şekilde kullanımı ya da geri kazanılması birçok öneme sahiptir. Etkili kullanım termodinamiksel, çevresel ya da ekonomik olarak incelenebilir.

Tez kapsamında incelenecek model güneş enerji panellerindeki doğal taşınım ile ısı geçişinin incelenmesidir. Bu kapsamda incelenecek model Şekil 1.1’de gösterilen genel güneş enerjisi panelidir. Belirlenen modeller (3. Bölüm Yöntem kısmında detaylı olarak anlatılmıştır.) üzerinde değişken başlangıç ve sınır koşulları ile ilgili akış ve ısı transferi (taşınım) parametreleri tanımlanıp, sonuç değer algoritmasında kullanılan denklemlerin çözümü, geleneksel metotlara göre yapılmayıp, tüm metotlardan ayrı ama onların avantajlı kısımları ile benzer, son yıllarda ısı transferi ve akışkan hareketlerini simüle etmek için alternatif hesaplama yaklaşımı [18] olan farklı bir ayırıştırma metodu olan “Lattice Boltzmann Metodu (LBM)” ile yapılacaktır.



Şekil 1.1: Panelin genel yapısı.

Bu kare model üzerinde sıcaklık farkından kaynaklanan taşınım problemlerinin incelenmesi ve LBM ile çözümü amaçlanmıştır. Yukarıda tanımlanan problem için Şekil 1.2’ de problemin çözümünde izlenecek yol belirtilmiştir. Sonraki bölümlerde ısı transferinin temelleri açıklanmış ve tez kapsamında incelenecek doğal taşınım irdelenmiştir.



Şekil 1.2: Problem çözümünde izlenecek yol.

1.2. ISI TRANSFERİNİN TEMELLERİ

Sıcaklık farkı nedeniyle ortaya çıkan, bir sistemden diğerine aktarılan enerji türü olan ısı doğada temel olarak üç yolla transfer edilmektedir.

- **İletimle Isı Transferi:** Parçacıkların arasında olan etkileşimlerle bir maddenin yüksek enerjiye sahip olan parçacığının hemen yanındaki ya da etkileşim alanındaki daha düşük enerjiye sahip parçacığa enerji aktarımıdır. Temel bir boyutlu iletim ile ısı transferi olan Fourier Isı İletim Kanunu aşağıda gösterilmiştir [1].

$$Q_{iletim} = -k \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$

- **Taşınım İle Isı Transferi:** Katı yüzey ve hareketli akışkan arasında olan ısı aktarım türüdür. İki türü taşınım ile ısı transferi bulunmaktadır; zorlanmış taşınım ve doğal taşınım. İleri konularda bu kısım detaylı olarak belirtilecektir. Taşınım ile ısı transferi Newton Soğutma Kanunu aşağıda gösterilmiştir [1].

$$Q_{taşınım} = h \cdot A \cdot (T_s - T_\infty) \quad (1.2)$$

- **Işınım İle Isı Transferi:** atom ve moleküllerin elektronik düzenlerindeki değişmelerin sonucu olarak maddeden elektromanyetik dalgalar veya fotonlar şeklinde yayılan enerjidir [1]. Işınım ile ısı transferi Stefan – Boltzmann Kanunu aşağıda gösterilmiştir.

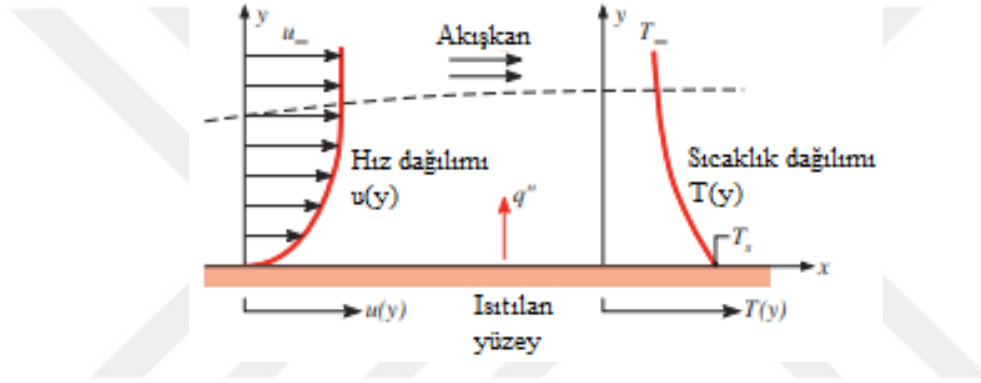
$$Q_{ışınım} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A_s \cdot (T_s^4 - T_{çevre}^4) \quad (1.3)$$

1.3. TAŞINIMLA ISI TRANSFERİ VE DOĞAL TAŞINIM

Taşınım ile ısı transferi, yayılım olarak adlandırılan gelişigüzel molekül hareketleri nedeniyle ya da akışkanın bir grup (kitle) ya da makroskopik hareketi nedeniyle enerji aktarımı sonucu oluşur. Akışkan hareketi herhangi bir anda, birden fazla molekülün bir arada ya da kümeler olarak hareket etmesi ile ilgilidir. Sıcaklık farkının meydana gelmesi durumunda bu hareket ısı transferine neden olmaktadır. Grup içerisindeki moleküller gelişigüzel hareketlerini

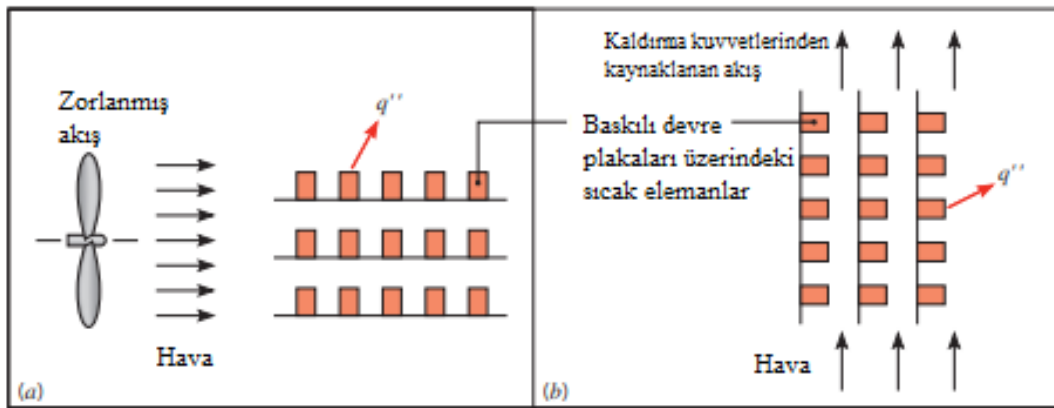
korudukları için, akışkanlar arası toplam ısı geçişi, moleküllerin gelişigüzel hareketi ile ve akışkanın gruplaşmış molekül hareketinden kaynaklanan enerji aktarımının toplamıdır. Bu toplam ısı transferi düşünüldüğünde yaygın olarak taşınım terimi, akışkanın grup hareketi ile meydana gelen ısı transferi düşünüldüğünde adveksiyon terimi kullanılır.

Akışkan ile yüzeyin farklı sıcaklıklara sahip olmasıyla akışkanın yüzey ile etkileşimin sonucu olarak Şekil 1.3'de gösterilen bir sınır tabaka oluşmaktadır [1]. Akışkanın hızı yüzeyde sıfır iken yüzeyden uzaklaştıkça serbest akış hızına (u_∞) ulaşır. Bu bölge hidrodinamik sınır tabaka veya hız sınır tabakası olarak isimlendirilir. Ayrıca akışkan ve yüzey sıcaklıkları birbirinden farklı olması durumunda $y=0$ 'da T_s değerinden akışkan sıcaklığı T_∞ ' a değiştiği bir ısıl sınır tabaka bölgesi oluşmaktadır.



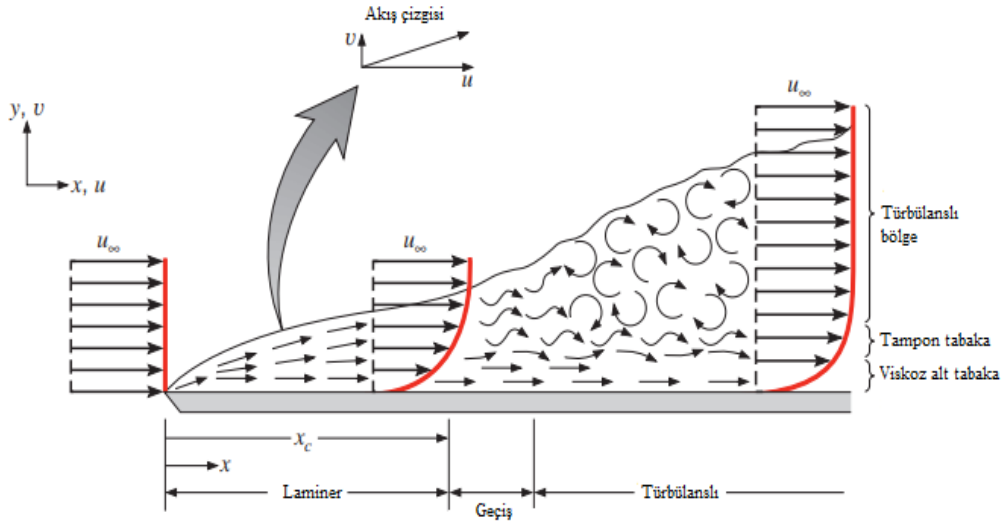
Şekil 1.3: Taşınım ile ısı transferinde sınır tabaka gelişimi [1].

Taşınım ile ısı transferi akışın türüne göre sınıflandırılmaktadır. Akışkan fan, pompa veya atmosferik rüzgarlar gibi bir dış etkiye maruz kalarak hareketlendiriliyorsa, zorlanmış taşınım, diğer yandan sıcaklık değişimleri nedeniyle akışkan yoğunluğundaki meydana gelen kaldırma kuvvetleri ile akış içerisinde doğal taşınım meydana gelmektedir. Şekil 1.4'de zorlanmış ve doğal taşınım gösterilmiştir.



Şekil 1.4: Taşınım ile ısı transferi (a) Zorlanmış taşınım (b) Doğal taşınım [1].

Zorlanmış ya da doğal akışta, akış incelendiği zaman birçok problemde laminar ve türbülanslı akış birlikte görülmektedir. Akış problemi önce laminar olarak başlayabilir sonrasında türbülansa geçebilir. Çoğu zaman gerçek üç boyutlu problemleri modellemek zor olduğu için belli kabuller ile iki boyutlu kabul edilen problemler için akışkanın x ve y yönünde hız bileşenleri bulunur. Şekil 1.5’de gösterildiği gibi sınır tabaka x yönünde gelişirken tam yüzeyde sıfır olup yüzeyden uzaklaştıkça etkilenmemeye başlar.



Şekil 1.5: Düz levha üzerinde hız sınır tabakasının gelişimi [1].

Türbülanslı sınır tabakada akış düzensiz ve yer yer çalkantılar bulunur. Akış içerisindeki parçacıkların gelişigüzel üç boyutlu hareketleri mevcuttur. Akış hareketleri sonucu oluşan karışma ile yüksek hıza sahip olan akışkan parçacıkları yüzeye doğru taşınırken düşük hıza sahip parçacıklar serbest akıma (sınır tabakanın dışarısında kalan bölgedeki akım) doğru çekilirler. Hıza sahip olan bu parçacıkların karışımları akış içerisinde oluşan girdaplarla sağlanır. Bu nedenle problemlerde girdaplar istenirken, bazı problemlerde istenmez. Akış içerisindeki bu girdaplar hızla büyür ve sonrasında sönümlenir. Son yapılan çalışmalar ile türbülanslı akışta bulunan girdapların u_∞ akış hızını aştığını, nonlineer etkiler oluşturduğunu, türbülanslı akışın karakteristiğini belirleyen rastgele ya da kaotik düzene sebep olduğunu göstermiştir [2].

Laminer akıştan türbülanslı akışa geçiş sınır tabakada bulunan küçük girdaplar ya da akışkan içerisinde akış sırasında oluşan kararsız akış yapılarının birbiriyle etkileşimi sonucu oluşmaktadır. Türbülanslı akışın başlaması hareket eden bir akışkanın momentumundaki artış

olan atalet kuvvetlerin viskoz kuvvetlerine oranındaki değişim ile meydana gelmektedir. Atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı Reynolds sayısı olarak adlandırılır. Reynold sayısı akışın temas ettiği yüzeyine, geometriye, akış ve akışkan özelliklerine bağlı olarak değişim gösterir.

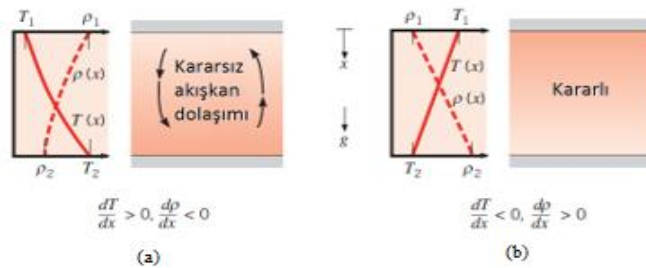
$$Re = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu} \quad (1.4)$$

Akış içerisinde Reynolds sayısı küçük bir değerse, atalet kuvvetlerinin viskoz yani sürtünme kuvvetlerine göre önemsiz olduğu söylenir. Bu durumunda akış içerisinde oluşan girdaplar söner ve akış hali laminer olur. Fakat Reynolds sayısı büyümeye başladıkça akış artık atalet kuvvetleri etkisinde olduğu için –varsa oluşan girdaplar sönmelenmez ve akış türbülans haline geçer.

1.3.1. Doğal Taşınım

Akış hareketinin bir fan veya pompa aracılığıyla sağlanmadığı, akışkan içerisinde sıcaklık farkı nedeniyle yoğunluğundaki değişimler sonucunda yerçekimi kuvveti etkisine tepki olarak kaldırma kuvvetlerinin oluşmasından, akış içerisinde doğal taşınım meydana gelmiş olur [19]. Burada önemli olan nokta şudur ki zorlanmış taşınımına kıyasla doğal taşınımında hızlar daha küçük olduğu için taşınım ile ısı transferi daha yavaş olur, bu nedenle daha az önemsenir[1]. Fakat birçok ısı transferini içeren sistemlerde doğal taşınım zorlanmış taşınımından daha çok direnç oluşturmakta ve sistemin tasarımı konusunda önemli parametreleri içermektedir.

Gazların ve sıvıların yoğunlukları sıcaklığa bağlıdır ve artan sıcaklık ile maddelerdeki genişmeden dolayı azalır.



Şekil 1.6: Sıcaklıkları farklı olan plakalar arasındaki akışkan koşulları (a) Kararsız sıcaklık gradyanı etkisi (b) Kararlı sıcaklık gradyanı etkisi [1].

Şekil 1.6’da anlatılmak istenen (a) durumunda birbirinden farklı sıcaklıklara sahip ($T_2 > T_1$) iki plaka arasındaki akışkan hareketi sıcaklık farkından dolayı yoğunluktaki değişimden kaynaklanır ve yoğunluk yer çekimi yönünde azalma göstermektedir. Burada sıcaklık farkı sistemin kritik sıcaklık farkını geçtiğinde viskoz kuvvetler kaldırma kuvvetleri karşısında etkisini kaybedecek ve hareket başlayacaktır. Üst plakanın daha düşük sıcaklığa sahip olması daha yoğun bir tabakanın, alt plakanın ise sıcak olması daha az yoğun bir tabakaya neden olacağı için bu tabakalar üzerindeki kaldırma kuvveti de değişecek ve bu plakalar arasında bir akışkan hareketi meydana gelecektir. Bu hale gelen sistemi kararsız olarak isimlendirilmiştir. Bu durumda bu sistemde ısı geçişi alt plakadan üst plakaya doğal taşınım yolu ile gerçekleşmiş olur.(b) durumunda ise plaka sıcaklıkları $T_1 > T_2$ şeklindedir. Bu durumda yoğunluk yer çekimi doğrultusunda azalmadığı için sistemde bir hareket söz konusu değildir ve sistem kararlıdır. Bu durumda ısı transferi üst plakadan alt plakaya iletim ile gerçekleşmektedir.

1.4. TEMEL KORUNUM DENKLEMLERİ

Tezde incelenecek doğal taşınım problemi çözümü için belirlenen parametreler sıcaklık (T) ve hız bileşenleridir (u, v). Bu parametrelerin çözümünde problem kabulleri için taşınım problemindeki akış; (başlangıçta) kararlı, sıkıştırılamaz ve laminar akış olarak modellenmiştir. Sınır ve başlangıç koşulları 3. Bölüm Yöntem kısmında detaylı olarak açıklanmıştır.

İki boyutlu bir ısı (taşınım dahil) ve akışkan problemi düşünülürse en genel anlamda temel korunum denklemleri aşağıdaki şekilde yazılır [3].

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \text{Süreklilik Denklemi} \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{Momentum Korunum – X Denklemi} \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g[1 - \beta(T - T_0)] \quad \text{Momentum korunumu – Y Denklemi} \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad \text{Enerji Korunum Denklemi} \quad (1.8)$$

1.5. DOĞAL TAŞINIMLA BOYUTSUZ SAYILARIN İLİŞKİSİ

Isı ve akışkan problemlerinde problemin doğası ya da geometrisi üzerinden karşılaştırmalar yapabilmek için boyutsuz sayılar olarak adlandırılan sayılardan faydalanılmaktadır. Bu tez kapsamında sıkça kullanılacak Reynolds sayısı (Re), Mach Sayısı (Ma), Nusselt Sayısı (Nu), Prandtl Sayısı (Pr) ve Rayleigh Sayısı (Ra) aşağıda detaylı olarak açıklanmıştır [15].

- Reynolds Sayısı (Re): Atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranıdır. Reynolds sayısının (hızxuzunluk) büyüklüğünün moleküler ölçekte kıyaslama yaptığı görülmektedir.

$$Re = \frac{\text{Atalet Kuvvetler}}{\text{Viskoz Kuvvetler}} = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu} \quad (1.4)$$

- Mach Sayısı (Ma): Hızın, ses hızına oranıdır.

$$Ma = \frac{\text{Akış Hızı}}{\text{Ses Hızı}} = \frac{v}{c_{ses}} \quad (1.9)$$

- Nusselt Sayısı (Nu): Taşınım ile ısı transferinin iletimle ısı transferine oranıdır.

$$Nu = \frac{\text{Taşınım ile Isı Transferi}}{\text{İletimle Isı Transferi}} = \frac{hL}{k} \quad (1.10)$$

- Prandtl Sayısı (Pr): Hız ve ısı tabakanın kalınlıklarının (birbirine göre) oranıdır.

$$Pr = \frac{\text{Taşınım ile Isı Transferi}}{\text{İletimle Isı Transferi}} \times \frac{\text{Viskoz Kuvvetler}}{\text{Atalet Kuvvetler}} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (1.11)$$

- Rayleigh Sayısı (Ra): Taşınım ile ısı transferine maruz kalan bir yüzeyin, taşınım ile ısı transferi geçiş büyüklüğünü gösteren boyutsuz sayıdır. Taşınım ile ısı transferini arttıran etkenlerin, transferi azaltan etkilere oranıdır.

$$Ra = \frac{\text{Kaldırma Kuvvetleri}}{\text{Viskoz Kuvvetler}} \times \frac{\text{Taşınım ile Isı Transferi}}{\text{İletimle Isı Transferi}} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} \quad (1.12)$$

1.6. AKIŞ PROBLEMİNİN MODELLENMESİNDE LATTICE BOLTZMANN METODU

Akış problemleri genel yapısı nonlineerdir. Bu nedenle çözümleri analitik olarak zordur. Ancak belirli kabuller ve sınır koşulları ile çözüme ulaşılır. Bu kabulleri ve sınır koşulları belirlemek ise bazen çok zor olabilir. Genel akış problemleri en genel anlamda analitik, deneysel ya da nümerik olarak çözümlenir. Her akış probleminin deneysel olarak modellenmesi ve her seferinde yinelenmesi çok maliyetler getirmesi nedeniyle çoğu kez tercih edilmez. Analitik çözümün ise zor olduğu belirtilmiştir. Bu iki yöntemden ayrı olarak çoğu kez tercih edilen nümerik/sayısal yöntemlerdir.

Sayısal yöntemler genel anlamda problemi makroskobik veya mikroskobik alanda inceler.

-Makroskobik Yöntemler: Akış içerisindeki tekil partiküllerin önemi yoktur. Önemli olan sonuçta ortaya çıkan etkilerdir. Dolayısıyla her bir partikülün hız ve konumun bilinmesine değil akışı tamamen bir problem olarak düşünüp modelleme yapılır. Burada esas olan süreklilik yaklaşımıdır. Problemin matematiksel temelini kütle, momentum ve enerjinin korunumu denklemleri oluşturmaktadır. Akış sonsuz küçüklükteki kontrol hacmine bölünerek integre edilir. Ortaya çıkan diferansiyel denklemler adi diferansiyel ya da kısmi diferansiyel denklemlere dönüştürülerek probleme uygun geleneksel ayrıklaştırma metotları olan sonlu farklar metodu, sonlu elemanlar ya da sonlu hacimler metodu ile ayrıklaştırılarak lineer/nonlineer denklem sistemlerine dönüştürülür ve matris yöntemleri kullanılarak bilinmeyenler bulunur [5-6].

-Mikroskobik Yöntemler: Bu yöntemde akış probleminde moleküler dinamik prensipleri geçerlidir. Akışkanı oluşturan her bir partikülün hız ve konumunun izlenmesi ve moleküllerin tek tek modellenmesi ve çözümü yapılması gerekmektedir. Bu yöntemin daha gerçek sonuçlar vermesinin yanında, problem çözümünün çok fazla depolama alanı gerektirmesinden dolayı her problemde kullanışlı olmadığı aşikardır. Verilerin depolanması konusu göz önüne geldiğinde her problem için değil, ancak önemli ve kritik bölgelerdeki (örneğin damarlar vb.) akışkanı modellemek için kullanılmaktadır.



Şekil 1.6’da belirtildiği üzere makro düzeyin çok genel kalması yani tüm akışı modellemesi ve mikro ölçeğin çoğunluk problemleri için depolama sıkıntıları içermesi nedeniyle son zamanlarda artık bir ara ölçek olan mezoskopik yöntemle akış modellemeleri de yapılmaya başlanmıştır.



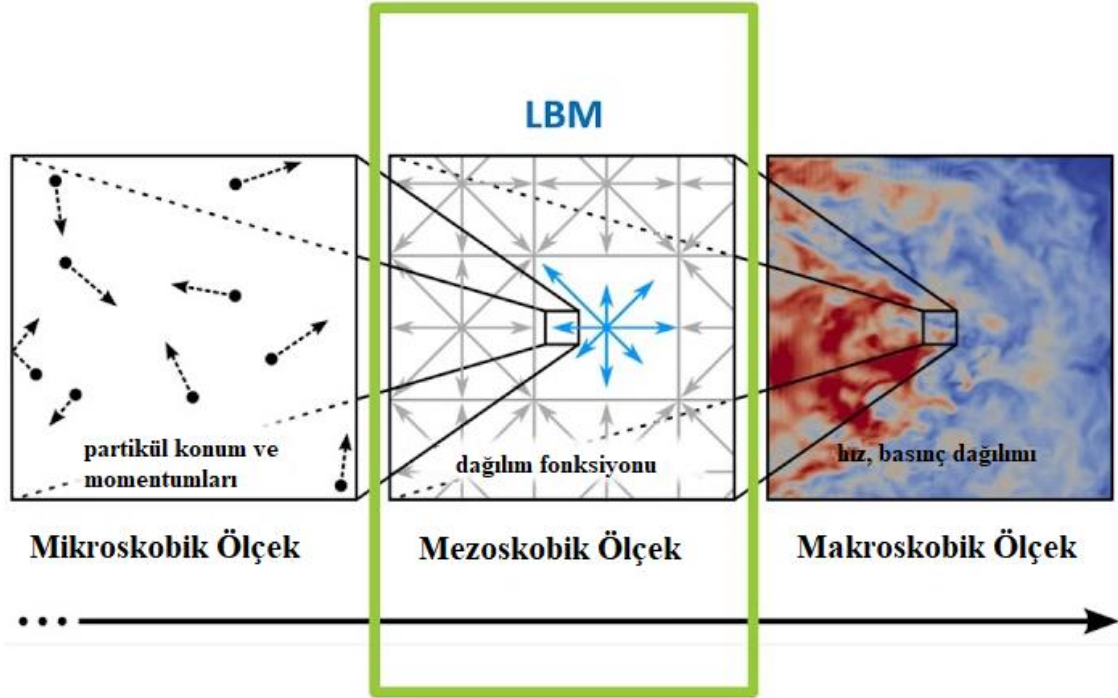
Şekil 1.7’da görüldüğü üzere Lattice Boltzmann Metodu mezoskopik yaklaşımının temelini oluşturan sayısal yaklaşımdır [4-5]. LBM’nun çözümü ise makroskopik ve mikroskopik ölçeğin arasında ara ölçek denilen mezoskopik ölçekte incelenir. Burada diğer metotlardan en temel farklılık, problemin incelendiği düzeydir. Bu (akışkan ile ilgili) problemler, ne akışkan bütünü olarak ne de molekül olarak modellenir. Akışkan fiziksel olarak bir arada bulunmayan parçacıkların, sanki bir toplu grup oluşturmuşçasına hareket ettiği ve bu hayali partikül topluluklarının akış süreci boyunca birbiri ile olan etkileşimi (serbest akış ve çarpışma) incelenir.

Özetle LBM geleneksel HAD (Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği) yöntemlerinden farklı olarak, LBM mikroskopik ve makroskopik dünya arasında uzanan mikroskopik modeller ve mezoskopik kinetik denklemlere dayanmaktadır. Ayrıca, yüksek düzeyde paralelleştirilebilir doğası, gerçek zamanlı simülasyonlar ve GPU kümeleri ve süper bilgisayarlar üzerinde uygulanması için uygun olması, LBM'nin en umut verici özelliklerinden biri olmuştur [11].

2. KAVRAMSAL ÇERÇEVE

2.1. LATTICE BOLTZMANN METODU

Fizik alanında çalışma yapan Ludwig Eduard Boltzmann (1844-1906) akış problemlerini incelerken akışın mikroskobik özellikleri olan atom ve molekül özelliklerini viskozite, yoğunluk, sıcaklık gibi makroskobik özelliklere geçişini başarılı bir şekilde sağlayarak mezoskopik ölçekte, akışı küçük hayali gruplar halinde “Lattice” denilen kafesler üzerinde modellemiştir [6].



Şekil 2.1: Lattice – Kafes yapısının diğer ölçekler arasında gösterimi [7].

Boltzmann'ın bu modellemesinin temeli kinetik teoriye ve James Clerk Maxwell'in (1831-1879) gaz mekaniği alanında yaptığı çalışmalara dayanmaktadır [6]. Belirli bir alanda hareket eden partikül topluluklarının hareketini tanımlayan bir dağılım fonksiyonu söz konusudur. Gazdaki moleküller birbiri ile çarpıştığı için farklı hız değerleri alırlar ve hareket halindekiler yakınındaki moleküllere momentumlarını aktarırlar.

Sonrasında Frish ve arkadaşlarının yaptığı çalışmalarla bu metot, düzenli bir kafes üzerinde hareket eden ve çarpışan parçacıklar tarafından akışkanların hareketini simüle eden kafes gaz

otomati LGA [21, 22] olarak bilinen bir Boolean akışkan modeli olarak çalışılmıştır. Bu modellerin makroskobik denklemleri, ideal gaz durum denklemi ve sabit bir sıcaklık ile Navier-Stokes denkleminin karşılık gelmektedir. Aynı zamanda sıvı akışlarıyla eş zamanlı olarak termal etkileri simüle etme kabiliyetine sahip olmak problem çözümü için önemlidir ve bazen kritiktir. Bu kapsamda LBM, çok fazlı ve faz geçişli karmaşık akışkanların simülasyonunda en fazla avantaja sahiptir.

Maxwell'in yaptığı çalışmalarda ileri sürdüğü her bir partikülün her bir zaman aralığında konum ve hızlarının bilinmesinin gerekli olmadığı üzerine olmuştur. Bu doğrultuda Maxwell çalışmalarında dağılım fonksiyonu için bir olasılık fonksiyonu oluşturmuştur. Bu olasılık fonksiyonu partikül topluluğunun belirli bir zaman aralığındaki hız dağılımının olasılığı hesaplar.

$$f(c) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} c^2 e^{-\frac{mc^2}{2k_B T}} \quad (2.1)$$

Akış içerisinde parçacıkların hızları geniş bir aralıkta sürekli değiştiği için belirli bir hıza sahip bir parçacığı bulma olasılığı çok zordur. Maxwell'in çalışmalarının amacı belirli hızdan ziyade bir parçacığın veya parçacıkların bir aralık içinde olma olasılığını bulmaktır [6].

2.1.1. Lattice Boltzmann Denklemi

Maxwell'in çalışmalarında belirtildiği üzere partikül hareketleri sonucu bir dağılım söz konusu olacaktır. Bu dağılımları modellemek için hem akış denklemlerinin çözümünde kullanılan akış (yoğunluk-momentum) dağılım fonksiyonu ve sıcaklık farkı nedeniyle oluşacak etkiler için kullanılacak enerji denkleminin çözümünde kullanılan sıcaklık dağılım fonksiyonu oluşturulmuştur. Dağılım fonksiyonu akışkan partiküllerinin ilk durumda belirli bir zamanda (t), belirli bir hızda (c), belirli bir yönde hareket edebilme parametresini akış için $f(x, c, t)$ ve sıcaklık için $g(x, c, t)$ olarak temsil etmektedir. İkinci durumda ise parçacığın bir etki sonucu ile hareketlenmesi sonucunda $x+dx$ yer değişiminde, $c+dc$ hızında, $t+dt$ zaman aralığında ise akış dağılım fonksiyonu $f(x + dx, c + dc, t + dt)$ ve sıcaklık dağılım fonksiyonu $g(x + dx, c + dc, t + dt)$ şeklini almaktadır. Bu durumda sistemde iki farklı durumu incelenmektedir:

- 1- Moleküller Arası Çarpışma Olmadığı Durum: Dışarıdan kuvvet uygulamadan gaz moleküllerinin sayısı ile kuvvet uygulandıktan sonraki gaz moleküllerinin sayısı eşit olacaktır. (Bu evreye “Serbest Akış Evresi” denilmektedir ve bu evrede partiküller arasında çarpışma olmadığı varsayılmaktadır.)

$$f(x + dx, c + dc, t + dt)dxdc - f(x, c, t)dxdc = 0 \quad (2.2)$$

$$g(x + dx, c + dc, t + dt)dxdc - g(x, c, t)dxdc = 0 \quad (2.3)$$

- 2- Moleküller Arası Çarpışma Olduğu Durum: Partiküller arası çarpışma olduğu zaman $dx \cdot dc$ aralığındapartikül sayılarında bir değişim olacaktır. Dağılım fonksiyonun başlangıç ve bitiş durumu arasındaki değişim oranına “Çarpıma Operatörü (collision operatör)” denir ve $\Omega(f)$ ile gösterilmektedir.

$$f(x + dx, c + dc, t + dt)dxdc - f(x, c, t)dxdc = \Omega(f)dxdcdt \quad (2.4)$$

$$g(x + dx, c + dc, t + dt)dxdc - g(x, c, t)dxdc = \Omega(g)dxdcdt \quad (2.5)$$

Denklem (2.2) ve (2.3) $dxdcdt$ bölünürse ve zaman ifadesi $dt \rightarrow 0$ limiti alınırsa genel anlamıyla denklem aşağıdaki ifadeye dönüşür.

$$\frac{df}{dt} = \Omega(f) \quad (2.6)$$

$$\frac{dg}{dt} = \Omega(g) \quad (2.7)$$

Bu eşitlik fiziksel olarak dağılım fonksiyonundaki toplam değişim miktarının, moleküllerin çarpışma oranına eşit olduğunu göstermektedir. Aynı zamanda dağılım fonksiyonu yer değiştirme, hızın ve zamanın fonksiyonu olduğu için denklem aşağıda şekilde ifade edilebilmektedir.

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial c} dc + \frac{\partial f}{\partial t} dt \quad (2.8)$$

$$dg = \frac{\partial g}{\partial x} dx + \frac{\partial g}{\partial c} dc + \frac{\partial g}{\partial t} dt \quad (2.9)$$

Denklem (2.8) ve (2.9); dt 'ye bölünürse ve $c = dx/dt$ ve $a = dc/dt$ ve $F = m.a$ dönüşümleri yapılırsa denklem (2.10), (2.11), (2.12) ve (2.13) aşağıdaki şekilde bulunacaktır.

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} c + \frac{\partial f}{\partial c} a + \frac{\partial f}{\partial t} \quad (2.10)$$

$$\frac{dg}{dt} = \frac{\partial g}{\partial x} c + \frac{\partial g}{\partial c} a + \frac{\partial g}{\partial t} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} c + \frac{\partial f}{\partial c} \frac{F}{m} + \frac{\partial f}{\partial t} = \Omega_f \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial g}{\partial x} c + \frac{\partial g}{\partial c} \frac{F}{m} + \frac{\partial g}{\partial t} = \Omega_g \quad (2.13)$$

Partiküller üzerine herhangi bir gövde kuvveti, ya da elektromanyetik kuvvetler etki etmediği düşünülürse en genel anlamda akış ve sıcaklık için Boltzmann denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = \Omega_f + F \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c \cdot \nabla g = \Omega_g \quad (2.15)$$

Buradaki c, g ve $\nabla f, \nabla g$ birer vektörü göstermektedir. Buradaki problem, Denklem (2.8)' görüldüğü üzere Ω 'ın (çarpışma operatörü), f 'in (dağılım fonksiyonu) olmasıdır. Dolayısıyla Denklem (2.14) ve (2.15) de verilen denklemlerinin analitik çözümünün mümkün olmayan bir integro-diferansiyel denklem haline gelmesidir. Bu sebeple çarpışma durumundaki akış ve sıcaklık alanını modellemek için teorinin geliştirebilmesinden itibaren, çeşitli matematiksel modeller ortaya konulmuştur. Bu modeller fiziksel olarak gerçekleştiği varsayılan çarpışma olayının benzetimi için kullanılmaktadır. Kullanılan çarpışma modeli, simülasyonun kararlılığı ve hassasiyetini doğrudan etkilediği için doğru seçimi son derece önemlidir. Bu bağlamda süreç içerisinde kararlılık ve hassasiyet düzeyi yüksek fakat kompleks modeller geliştirildiği gibi

(çoklu rahatlama zamanı içeren model – multi relaxation time model MRT) problem yapısına uygun modeller de geliştirilmiştir.

LBM’ de modelleme yapılırken dikkat edilen serbest akış (ilerleme) ve çarpışma evreleri iki önemli parametredir. Akış içerisinde partiküllerin çarpışma evresini modellemek oldukça karmaşıktır. Akıştaki partikül çarpışmaları için birçok çarpışma modelleri gerçekleştirilse de Lattice Boltzmann Metodu içerisinde sıklıkla kullanılan Bhatnagar ve arkadaşlarının 1954 yılında modelledikleri tekli rahatlama zamanı bulunan modeldir [8]. Bu model literatürde Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK) olarak geçmektedir. Bu tez kapsamında da çarpışma faktörü hesaplamalarında Lattice Bhatnagar-Gross-Krook (LBGK) modeli kullanılmıştır [8]. Aynı zamanda bu model daha önceden ifade edildiği üzere tek rahatlama zamanı üzerine modellendiği için Lattice Bhatnagar Gross-Krook Single Relaxation Time =LBGK-SRT olarak da isimlendirilmektedir. Bazı kaynaklarda rahatlama zamanı, çarpışma sıklığı olarak da adlandırılmaktadır.

Çarpışma sıklığı bir fonksiyondur ve iterasyondaki zaman adımına, viskoziteye ve lattice (kafes) uzunluklarına bağlıdır. Bu fonksiyon viskozite (kinematik viskozite) ile ters orantılı ve Lattice uzunluğu ile doğru orantılıdır.

$$\Omega = -\omega(f - f^{eq}) = -\frac{1}{\xi}(f - f^{eq}) \quad (2.16)$$

$$\Omega_g = -\omega_g(g - g^{eq}) = -\frac{1}{\xi}(g - g^{eq}) \quad (2.17)$$

Denklem (2.16) ve (2.17)’de; ω çarpışma frekansını, f^{eq} ve g^{eq} sırasıyla akış ve sıcaklık yerel-eşdeğer denge dağılım fonksiyonunu, ξ ise rahatlama faktörünü temsil etmektedir.

Denklem (2.14) ve (2.15) yeniden denklem (2.16) ve (2.17) de verilen bilgilerle düzenlenirse;

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\xi}(f - f^{eq}) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c \cdot \nabla g = -\frac{1}{\xi}(g - g^{eq}) \quad (2.19)$$

2.1.2. Lattice Boltzmann Denkleminin Ayrıklaştırılması

Akış ve sıcaklık için oluşturulan Boltzmann denklemleri Denklem (2.18) ve (2.19) görüldüğü üzere diferansiyel bir denklemdir ve akış ve sıcaklık problemlerinin hızlı bir şekilde çözümlenmesi için çözümün iteratif olması ve bu nedenle ayrıklaştırılması gerekmektedir. Boltzmann Denklemlerinin diferansiyel hali partiküller için olasılık yoğunluk ve olasılık sıcaklık dağılımını ifade ederken, denklemin ayrıklaştırılmış hali (yoğunluk) dağılım ve (sıcaklık) dağılım fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = -\frac{1}{\xi} (f - f^{eq}) + F \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} + c \cdot \nabla g = -\frac{1}{\xi} (g - g^{eq}) \quad (2.19)$$

Denklem (2.18) ve (2.19) Lattice Boltzmann temel denklemleri olup bu denklemler akışkanlar dinamiğinde kullanılan Navier-Stokes denklemleri ile benzer özellikler taşımaktadır. Denklemler lineer diferansiyel denklemler olup, denklemlerin sağ tarafı çarpışma etkileri parametrelerini içermektedir. Denklemlerin sol tarafı ise partiküllerin ilerleme hareketi temsil etmektedir ve ayrıca denklemlerde kaynak terimi bulunmaktadır [9].

Denklem (2.18) ve (2.19)'un ayrıklaştırılmış hali;

$$f(x + cdt, t + dt) = f(x, t) - \omega dt [f(x, t) - f^{eq}(x, t)] \quad (2.20)$$

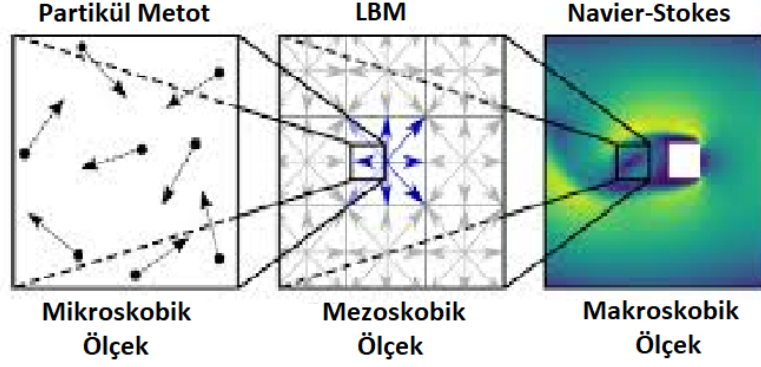
$$g(x + cdt, t + dt) = g(x, t) - \omega dt [g(x, t) - g^{eq}(x, t)] \quad (2.21)$$

$$c = d/dt \quad (2.22)$$

Yukarıdaki denklemlerden (2.20) ve (2.21) zamana bağlı serbest akış ve çarpışmayı temsil eden terimlerin sayısal olarak açılmasıyla elde edilmiş Lattice Boltzmann denklemini ve (2.22) Lattice hızını göstermektedir. Rahatlama faktörüne sahip denge dağılım fonksiyonları, çözümü yapılacak akış probleminin türünü belirlemektedir. Denklem (2.20) ve (2.21), tek rahatlama faktörüne sahip sade bir Lattice Boltzmann denklem biçimidir ve farklı bir denge dağılım

fonksiyonu ve kaynak terimi (dış kuvvet) belirterek birçok farklı akış problemine de uygulanabilir.

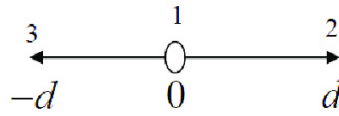
2.1.3. Lattice Boltzmann Metodu Çözüm Alanı



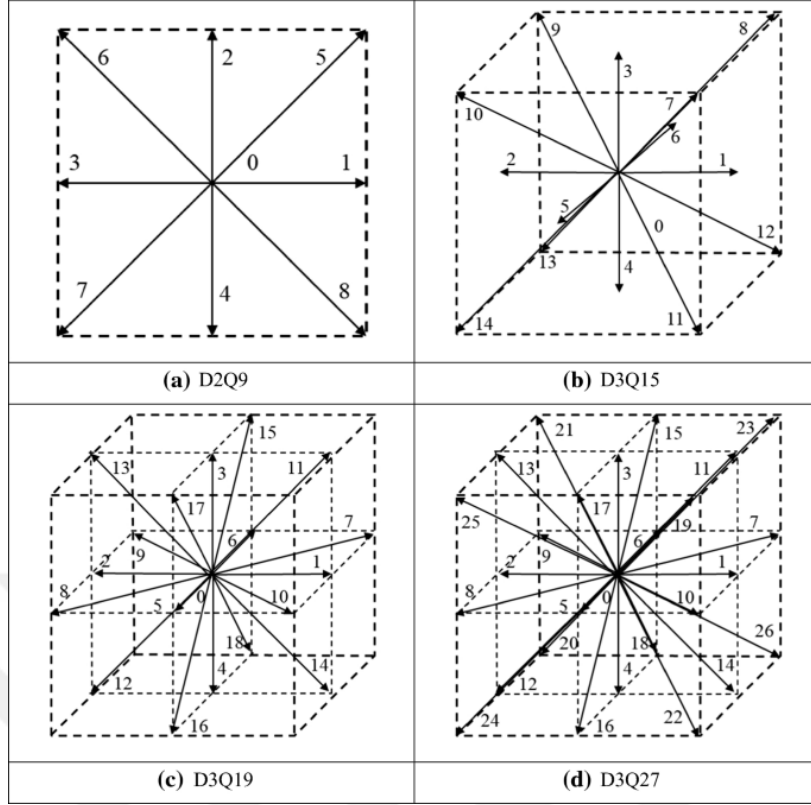
Şekil 2.2: Lattice – Kafes yapısının diğer ölçekler arasında gösterimi [10].

Lattice Boltzmann denkleminin ayrıklaştırılmasında lattice denilen kafesler üzerinde çalışılmaktadır. Bu hücreli kafes yapıları üzerinde noktaların sayısı, birbirlerine bağlanma biçimleri gibi faktörler kafes yerleşimine bağlıdır.

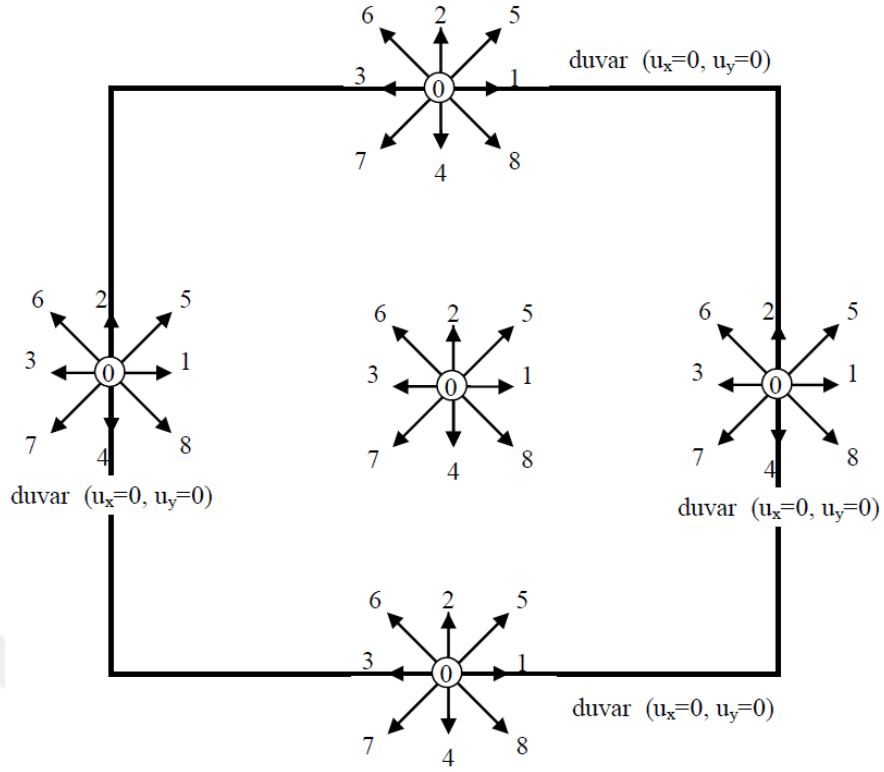
Lattice yapılarını gösterilirken genel olarak $DnQm$ şeklinde ifade edilmektedir. Burada n modelin kaç boyutlu olduğu (1,2,3 boyutlu olabilir), m ise kullanılan hız modelini ve bağlantı sayısını ifade etmektedir. Örneğin $D2Q5$ modeli iki boyutlu bir model olup, beş hız vektörü içermektedir. Şekil 2.3'te $D1Q3$ için Lattice yapısı gösterilmiştir.



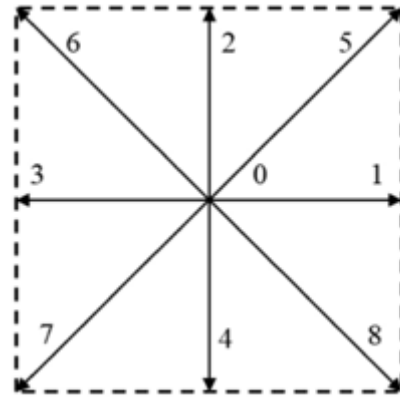
Şekil 2.3: Bir boyutlu üç hız vektörüne sahip lattice modeli $D1Q3$.



Şekil 2.4: Literatürde sıklıkla kullanılan iki ve üç boyutlu lattice modelleri **(a)** D2Q9 iki boyutlu dokuz hız vektörüne sahip lattice modeli **(b)** D3Q15 üç boyutlu on beş hız vektörüne sahip lattice modeli **(c)** D3Q19 üç boyutlu on dokuz hız vektörüne sahip lattice modeli **(d)** D3Q27 üç boyutlu yirmi yedi hız vektörüne sahip lattice modeli.



Şekil 2.5: Problem için çalışma alanı ve lattice yapılarının gösterimi



Şekil 2.6: D2Q9 lattice modeli.

Şekil 2.6' de gösterilen D2Q9 lattice modeli için hız vektörleri kartezyen koordinatlar için aşağıdaki şekilde gösterilir;

Orijin (0,0) kabul edilerek,

$$C_i(x) = (0, 1, -1, 1, 0, 1, -1, -1, 1)$$

$$C_i(y) = (0, 0, 0, 0, -1, 1, 1, -1, -1)$$

Bu gösterimde sıfıncı hız vektöründen başlayarak dokuzuncu hız vektörüne kadar hızlar birim hız vektör için gösterilmiştir. Sıfıncı hız vektörü sıklıkla orijinde bulunan merkez vektör seçilmektedir.

Aynı zamanda Denklem (2.16) ve (2.17)'de gösterilen ω ağırlık faktörü adı verilen, problemlerin daha kesin olarak modellenmesini sağlayan bir faktörü olup D2Q9 için aşağıdaki değerleri almaktadır.

$$D2Q9 \rightarrow \omega_0 = 4/9$$

$$\omega_{1-4} = 1/9$$

$$\omega_{5-8} = 1/36$$

Aşağıda literatürde sıklıkla kullanılan lattice yapıları ve özellikleri tablolar halinde verilmiştir.

Tablo 3.1: D1Q3, D2Q9 ve D3Q15 lattice yapısı özellikleri.

Model	Ses Hızı	Ağırlık Faktörü	Lattice Hız Vektörleri
D1Q3	$c = c/\sqrt{3}$	$\omega_0 = 4/6, \omega_{1-2} = 1/6$	$\vec{c}_0 = 0, \vec{c}_1 = c(1), \vec{c}_2 = c(-1)$
D2Q9	$c = c/\sqrt{3}$	$\omega_0 = 4/9, \omega_{1-4} = 1/9$ $\omega_{5-8} = 1/36$	$\vec{c}_0 = c(0,0),$ $\vec{c}_1 = c(1,0), \vec{c}_2 = c(0,1),$ $\vec{c}_3 = c(-1,0), \vec{c}_4 = c(0,-1),$ $\vec{c}_5 = c(1,1), \vec{c}_6 = c(-1,1),$ $\vec{c}_7 = c(-1,-1), \vec{c}_8 = c(1,-1)$
D3Q15	$c = c/\sqrt{3}$	$\omega_0 = 2/9, \omega_{1-6} = 1/9$ $\omega_{7-14} = 1/72$	$\vec{c}_0 = c(0,0,0),$ $\vec{c}_1 = c(1,0,0), \vec{c}_2 = c(0,1,0),$ $\vec{c}_3 = c(-1,0,0), \vec{c}_4 = c(0,-1,0),$ $\vec{c}_5 = c(0,0,1), \vec{c}_6 = c(0,0,-1),$ $\vec{c}_7 = c(1,1,1), \vec{c}_8 = c(1,1,-1)$ $\vec{c}_9 = c(1,-1,-1), \vec{c}_{10} = c(1,-1,1),$ $\vec{c}_{11} = c(-1,1,-1), \vec{c}_{12} = c(-1,1,1),$ $\vec{c}_{13} = c(-1,1,1), \vec{c}_{14} = c(-1,-1,-1)$

2.1.4. Lattice Denge Dağılım Denklemleri (Fonksiyonu)

Lattice Boltzmann yönteminin farklı problemlere uygulanmasını sağlayan, denklemlerde kullanılan Denklem (2.16) ve (2.17) gösterildiği üzere f^{eq} ve g^{eq} parametreleridir. f^{eq} ve g^{eq} parametreleri difüzyon, adveksiyon, momentum ve enerji problemleri için farklılık göstermektedir. f^{eq} ve g^{eq} parametreleri aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır.

$$f_i^{eq} = \phi \omega_i [A + B c_i u + C (c_i u)^2 + D u^2] \quad (2.23)$$

$$g_i^{eq} = \phi \omega_i [A + B c_i u + C (c_i u)^2 + D u^2] \quad (2.24)$$

Yukarıdaki denklemde A kütle sabitini, B momentum sabitini, C-D enerji sabitini, ϕ yoğunluk, sıcaklık veya karışım oranlarını göstermektedir. Aynı zamanda ϕ aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır. (j kullanılan modeldeki kafes sayısını göstermektedir.)

$$\phi = \sum_{i=0}^j f_i^{eq} \quad (2.25)$$

$$\phi = \sum_{i=0}^j g_i^{eq} \quad (2.26)$$

Bu hesaplamalar için D2Q9 modeli için f_i^{eq} ve g_i^{eq} denklemleri yazılırsa,

$$f_k^{eq} = \omega_k \rho(x, t) \left[1 + \frac{c_k u}{c_s^2} + \frac{1}{2} \frac{(c_k u)^2}{c_s^4} - \frac{1}{2} \frac{u^2}{c_s^2} \right] \quad (2.27)$$

$$g_k^{eq} = \omega_k T \left[1 + \frac{3}{c^2} c_a \cdot u \right] \quad (2.28)$$

$$c_s = \frac{c_k}{\sqrt{3}} \quad (2.29)$$

$$c_k = \frac{\Delta x}{\Delta t} i + \frac{\Delta y}{\Delta t} j \quad \text{ve} \quad u = ui + vj \quad (2.30)$$

Yukarıdaki denklemde $\rho(x, t)$ yoğunluk faktörünü, c_k hız vektörlerini, c_s mezo ölçekteki lattice ses hızını, u ise makroskobik hızı temsil etmektedir.

Denklem (2.15) ile gösterilen denge dağılım fonksiyonu, Mach (Ma) sayısı düşük tutulduğunda geçerli olduğunu belirtmek gerekmektedir. LBM ilişkin literatürde buna “Düşük Mach Sayısı Yaklaşımı” adı verilmektedir. Bu durum yöntemin hata miktarının mezo ölçek için tanımlanan Ma sayısının karesiyle orantılı olmasında kaynaklanmaktadır. Bu bağlamda LBM içerisinde Ma ve Reynolds (Re) sayılarını göstermekte fayda vardır.

$$v = \frac{\Delta x^2}{3\Delta t} (\omega - 0.5) \quad (2.31)$$

$$Re = \frac{uL}{v} \quad (1.4)$$

$$Ma = \frac{\Delta x}{L\sqrt{3}} (\omega - 0.5) Re \quad (1.9)$$

2.2. LBM İLE SIKIŞTIRILAMAZ AKIŞIN MODELLENMESİ

2.2.1. İlerleme Adımı

Serbest akış evresinde hayali olarak tek bir parçacık gibi kabul edilen parçacık topluluğu denge halinde bulunduğu varsayılan merkez noktası dağılım vektörlerinin yönleri doğrultusunda herhangi bir engelle karşılaşmaksızın yayılmaya başladıkları kabul edilir.

Parçacıklar herhangi bir çarpışma yaşamadığı için bir önceki kafes noktası dağılım fonksiyonu ile bir sonraki dağılım fonksiyonu büyüklüğü arasında fark bulunmamaktadır.

2.2.2. Çarpışma Adımı

Çarpışma evresi ise aynı noktada hareketlenmiş iki parçacık topluluğunun (onları temsil eden iki dağılım fonksiyonunun) o noktada buluşması olarak kabul edilir. Çarpışmanın gerçekleştiği noktada bir yerel denge dağılım fonksiyonu tanılanır ve bir araya gelip yeni bir hayali parçacık oluşturmuş iki parçacık topluluğunun bu denge noktasından başlayarak dağılım vektörlerinin yönlerinde yeniden serbest akışa geçmesiyle sona erer.

2.2.3. Sınır Koşullarının Belirlenmesi

LBM'i uygulamanın dezavantajlarından biri sınır koşullarının, akış problemlerinde kullanılan Navier-Stokes denklemlerinin çözümüne kolayca uygulanmamasıdır. Sınır koşullarının belirlenmesi ve uygulanması problemlerin çözümünde ve sonuçların tartışılması için çok önemlidir. Bu nedenle, belirlenen ve seçilmiş sınır koşulu için sınırlarda dağılım fonksiyonlarını (akış ve enerji dağılım fonksiyonları) hesaplamak için uygun denklemlerin çözümü gerekmektedir. (Buradaki önemli noktalardan biri LBM'da çözüm yapılırken, örneğin her bir serbest akış evresinden sonra sınır bölgelerinin hemen yanındaki noktalar için dahili yoğunluk dağılımları bilinmemektedir. Dolayısıyla verilen makroskobik sınır koşullarının bu dağılım fonksiyonlarına uyarlanması gerekmektedir.)

Ayrıca yüksek Reynolds sayıları ile karakterize edilen bazı karmaşık problemler nedeniyle, çarpma akışları, ayrılma ve girdap dökülmesi gibi karmaşık akış fenomenleri, keskin köşeler ve ayrıca akıştaki karmaşık sınır koşulları belirtilmelidir. Bu sorunların üstesinden gelebilmek için duvarların yakınında daha iyi sonuç almak için yüksek grid çözünürlükleri ve doğru duvar fonksiyonları, köşelere yakın ayrıklaştırma şemaları ve gerçeği yansıtan iç ve dış akış sınırlarının kullanılması gerekmektedir.

Literatürde sınır koşulları için farklı yaklaşımlar ortaya çıkmış ve test edilmiştir. Aşağıda LBM'da genel olarak verilen sınır koşulları gösterilmiştir [9];

- Hız Girişi Sınır Koşulu
- Duvar (Bounce Back) Sınır Koşulu
- Basınç Çıkışı Sınır Koşulu
- Simetri Sınır Koşulu
- Periyodik Sınır Koşulu

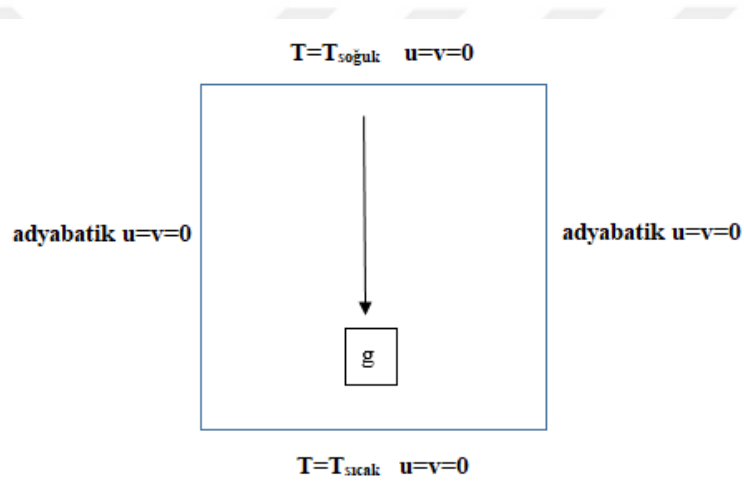
3. YÖNTEM

Basitliği, düşük maliyeti ve güvenilirliği nedeniyle doğal konveksiyonla ısı transferi modellenmesi yaygın olarak kullanılmaktadır [23-24]. Chu ve arkadaşları [25], benzer geometride dikdörtgen bir kanalın farklı yalıtılmış dikey yüzeyinde akışkan parametrelerinin değişimini hem teorik hem de deneysel olarak incelemiştir. Kamotani ve arkadaşları [26] geometrinin alt kısmı ısıtılarak, su tabakasındaki doğal konveksiyon ile ısı transferini incelemek için deneysel bir araştırma yapmışlardır. Bu çalışmada akış hareketlenmeleri ve sıcaklık alanları, geometrilerin en/boy oranları değiştirilerek ve Grashof sayıları (Gr) değiştirilerek incelenmiştir. Hasnaoui ve arkadaşları [27], üst yüzeyi sabit sıcaklıkta soğutulan ve alt yüzeyin bir kısmı izotermal olarak ısıtılırken, diğer kısmı bölgesel olarak ısıtılan bir geometride doğal konveksiyonu sayısal olarak incelemiştir. Ramos ve Milanez [28], yan duvarları simetrik olarak soğutulan ve üst duvarı yalıtılmış bir geometrinin, alt yüzeyine sabitlenmiş elektronik parçaları simüle eden, sabit oranda enerji yayan ısı kaynaklarının neden olduğu doğal konveksiyon akışı için deneysel ve sayısal bir analiz gerçekleştirmişlerdir. Son yıllarda LBM kullanılarak doğal konveksiyon alanında yapılan çalışmaların bir kısmı yapılmıştır. Shan [29], LBM'i kullanarak Rayleigh-Benard konveksiyonunun simülasyonunu sayısal olarak incelemiştir. Zhaoli Guo ve arkadaşları [30] tarafından Boussinesq sıkıştırılmaz akışkanlar için bir termal kafes BGK modeli geliştirilmiştir. Peng Yuan ve Laura Schaefer [31] Boltzmann iki fazlı termal kafes akış modelini ve bunun ısı transferi problemlerine uygulamasını incelemiştir. Kao ve Yang [32] kafes Boltzmann yöntemini kullanarak Rayleigh-Benard konveksiyonundaki salınımlı akışları sayısal olarak analiz etmişlerdir.

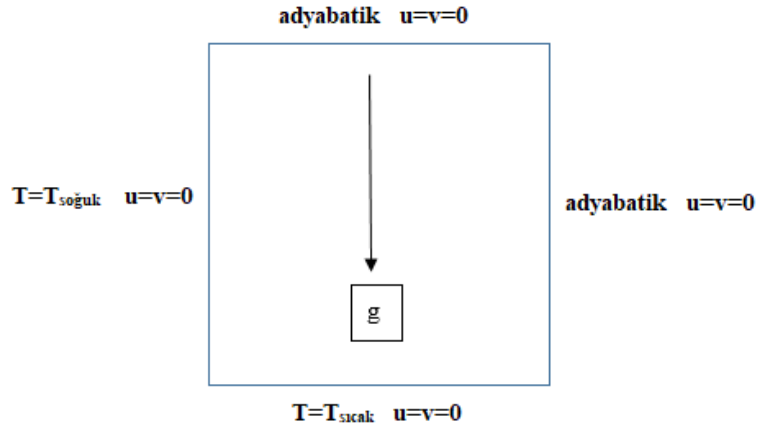
Güneş paneli üzerinde incelenen doğal taşınım problemindeki akış; kararlı, sıkıştırılmaz ve laminar akış olarak modellenmiştir. Taşınımın etkilerini görebilmek için denklem 1.12'de gösterilen Rayleigh sayısı 10^4 ile 10^7 arası değiştirilerek analizler yapılmıştır. Doğal taşınım problemi; yukarıda detaylı olarak açıklanmış olan Lattice Boltzmann Metodu ile Fortran programlama dilinde ve sonlu hacimler metodunu esas alan Ansys Fluent (öğrenci sürümü 2022-R2) ticari yazılımı ile modellenerek çözümlenmiştir. Fortran dilinde yazılmış çözümün algoritması ek olarak sunulmuş (EK-B) ve problemin yapısına ve çözüm programının içeriğine göre girdiler sağlanmıştır.

Doğal taşınım probleminin geometrisi 200x200 m kare bir model olup, akışkan olarak gaz seçilmiştir. Literatürde bu tür problemler için kullanılan yaygın geometriler karesel,

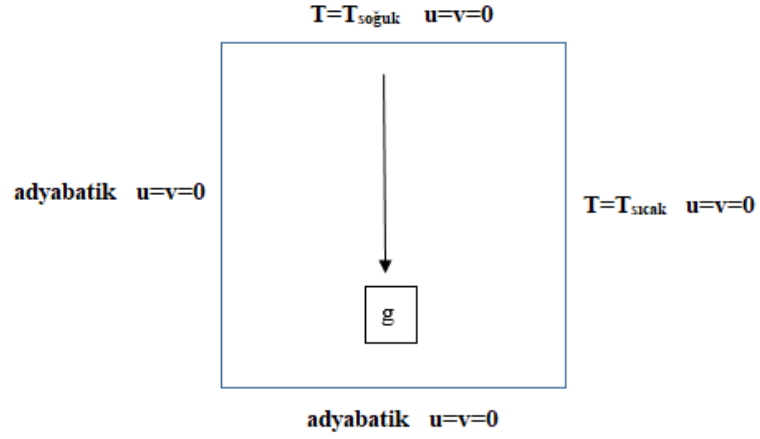
dikdörtgensel ya da silindirik şekilde olabilmektedir. Diğer karmaşık geometriler halka şekilli (torodial) [12], paralel birleştirilmiş [13] ya da seri birleştirilmiş [14] sistemler olarak da modellenebilmektedir. Problem çeşitli sınır şartları ile modellenmiştir. Model 1, Şekil 3.1 (a)' da gösterildiği gibi sağ ve sol duvarlar adyabatik olup (adyabatik $u=v=0$), alt duvar ısıtılmakta ($T=T_{\text{sıcak}} u=v=0$) ve üst duvar soğutulmaktadır ($T=T_{\text{soğuk}} u=v=0$). Model 2, Şekil 3.1 (b)' de sol üst duvar soğutulmakta, alt duvar ısıtılmakta ($T=T_{\text{sıcak}} u=v=0$) olup diğer duvarlar adyabatiktir (adyabatik $u=v=0$). Model 3, Şekil 3.1 (c)' de üst duvar soğutulmakta ($T=T_{\text{soğuk}} u=v=0$), sağ duvar ısıtılmakta ($T=T_{\text{sıcak}} u=v=0$) olup diğer duvarlar adyabatiktir (adyabatik $u=v=0$). Model 4, Şekil 3.1 (d)' de sol duvar soğutulmakta ($T=T_{\text{soğuk}} u=v=0$), sağ duvar ısıtılmakta ($T=T_{\text{sıcak}} u=v=0$) olup diğer duvarlar adyabatik (adyabatik $u=v=0$) olarak modellenmiştir.



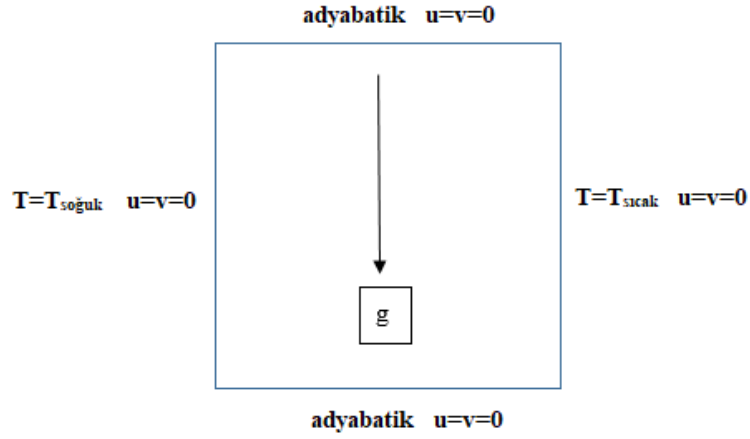
Şekil 3.1: (a) Model 1 sınır şartları.



Şekil 3.1: (b) Model 2 sınır şartları.

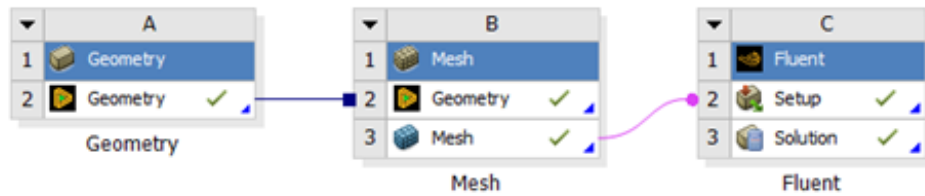


Şekil 3.1: (c) Model 3 sınır şartları.



Şekil 3.1: (d) Model 4 sınır şartları.

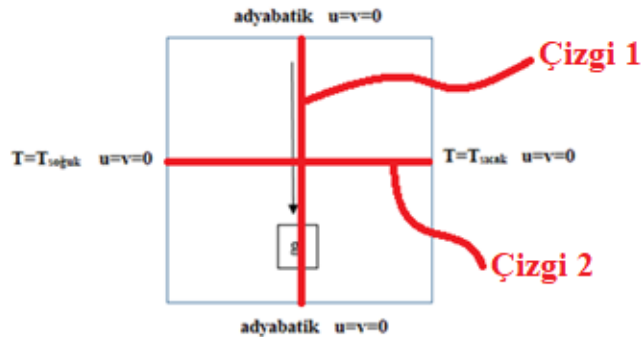
Yukarıda LBM ile çözümleri yapılan analizlerin bir diğer karşılaştırma kısmını Ansys-Fluent yazılımında yapılan çözümler oluşturmaktadır. İlerleyen bölümlerde iki yöntemin verileri karşılaştırılacak ve etkili model çözümü üzerinde durulacaktır.



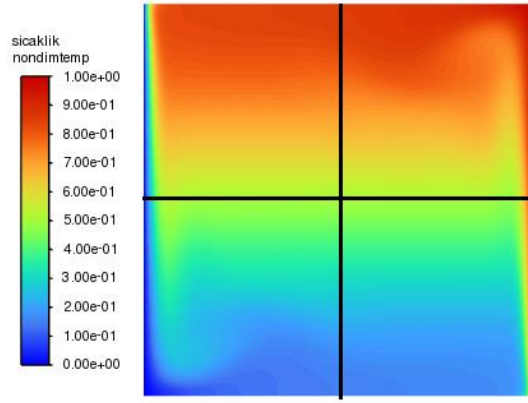
Şekil 3.2: Fluent problem çözüm algoritması.

Ansyz yazılımında çözüm; model çizimi yapıp meshlenerek (çözüm ağ metodu) ve geometri üzerine akışkan özellikleri atanarak başlanmıştır. Problemin doğal taşınım problemi olmasından kaynaklı yer çekimi ivmesi (-9.80665 m/s^2) dikkate alınmış ve sıcaklık farkı $\Delta T=50 \text{ }^\circ\text{C}$ olacak şekilde hesaplamalara dahil edilmiştir ve Fluent üzerinde bu sıcaklık değişimi kodlamadaki sıcaklık farklı ile eşit olması için boyutsuz sıcaklık tanımlanmıştır. Bu analizler sırasında enerji denklemi modele eklenmiş ve sıcaklık hesaplamaları için aktif hale getirilmiştir. Akışkan özellikleri Fluent'e işlenmiştir. Modellerin sınır şartları Şekil 3.1 (a),(b),(c) ve (d)' de gösterildiği gibi adyabatik ve sıcaklık değerleri atanarak yapılmıştır. Problemin genel çözümü SIMPLEC metodu ile çözülmüştür. Konumsal ayrıklaştırma için değişim (gradient) en küçük kareler yöntemi ile ayrıklaştırılmış, basınç ikinci dereceden, momentum ve enerji denklemleri ise QUICK metodu ile çözülmüştür. Yakınsama toleransları süreklilik, yatay hız (u) ve düşey hız (v) için $1e-06$ ve enerji denklemi çözümü için $1e-08$ alınmıştır. Problemin çözümünde tüm modellerde 100.000 iterasyon ile başlatılmıştır.

Bu veriler doğrultusunda; Fortran'da LBM çözüm parametreleri ile 16 analiz, Fluent'te hesaplamalı akışkanlar mekaniğinde geleneksel çözüm metotlarından sonlu hacimler metodu çözüm parametreleri ile 16 analiz, toplamda 32 analiz gerçekleştirilmiştir. Modeller üzerindeki sıcaklık, x düzlemindeki hız u ve y düzlemindeki hız v değerlerindeki değişimi incelenmiştir. $200 \times 200 \text{ m}$ modeller üzerinde, bu parametrelerin değişimini incelemek için modeli ortalayacak eksen çizgileri atanmıştır. Şekil 3.3'te gösterilen, model üzerindeki parametrelerin düşey değişim dağılım verileri "Çizgi 1", yataydaki değişim dağılım verileri "Çizgi 2" üzerinden alınmıştır.



Şekil 3.3: Parametrelerin değişimlerinin alındığı eksen çizgileri.



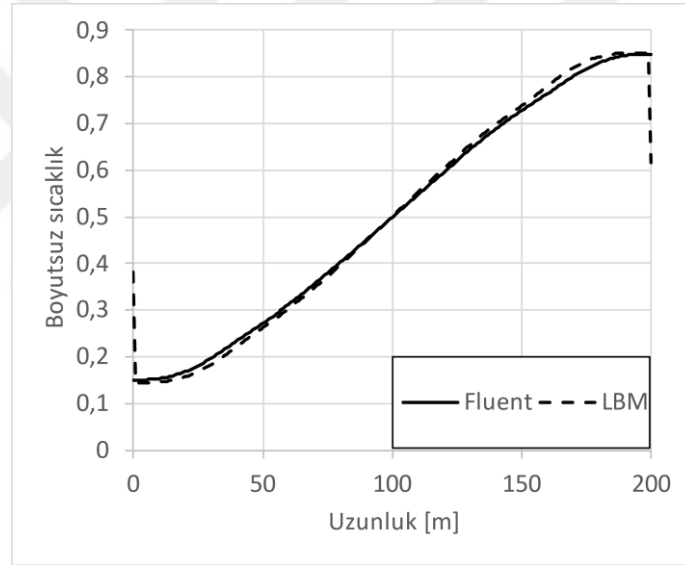
(b)

Şekil 3.4: Fluent'te parametrelerin değişimlerinin alındığı eksen çizgileri.

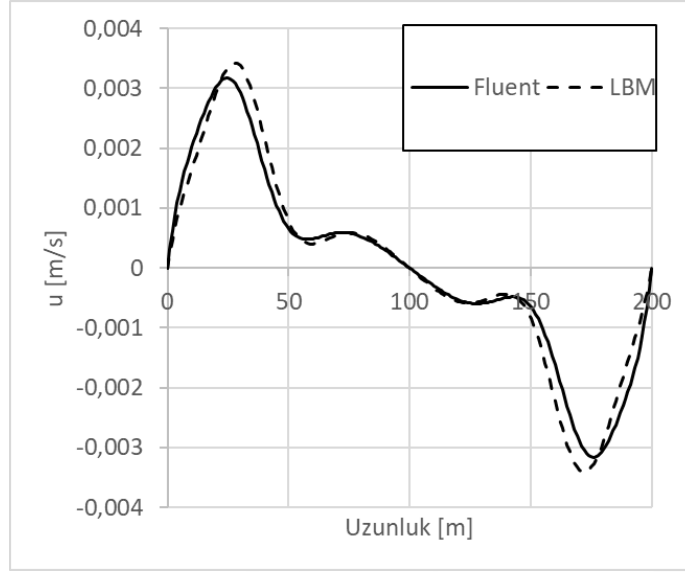
4. BULGULAR

Tez kapsamında yapılan 32 analizden, modeller üzerinden sıcaklık, u ve v hız değişim değerleri eksenler üzerinden (Çizgi 1 ve Çizgi 2) alınmış ve LBM ve Fluent verileri karşılaştırılmış ve 96 grafik elde edilmiştir. Tüm veriler birbiri ile örtüşmüş ve grafikler birbirine benzer çıkmıştır.

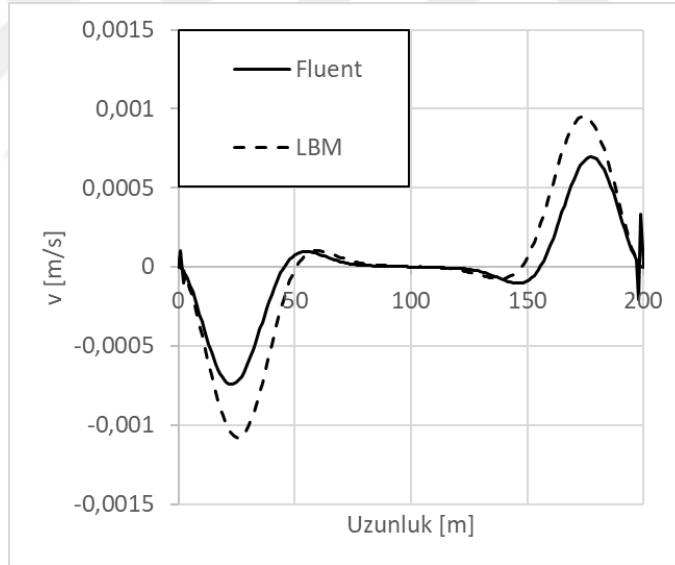
Validasyon (doğrulama) modeli olarak Model 4 seçilmiş ve karşılaştırma grafikleri aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir.



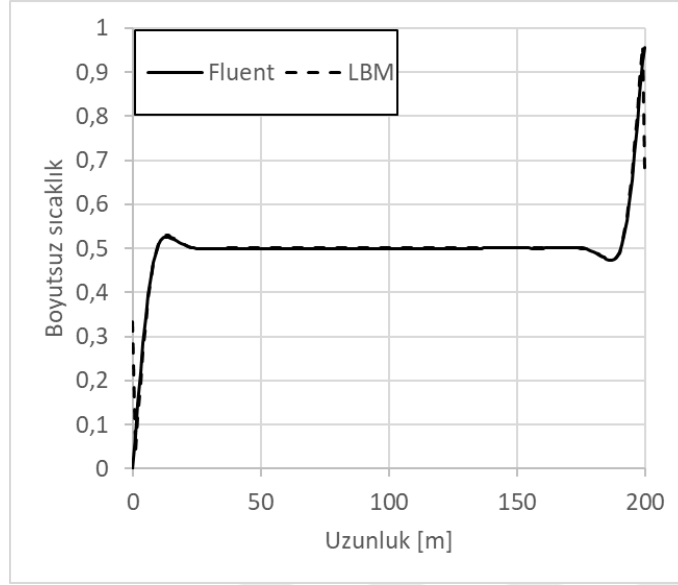
Şekil 4.1: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) sıcaklık karşılaştırması.



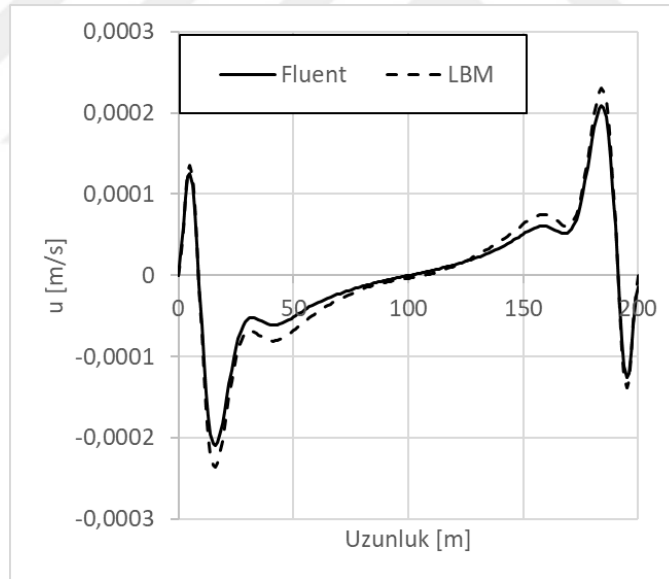
Şekil 4.2: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) u hız karşılaştırması.



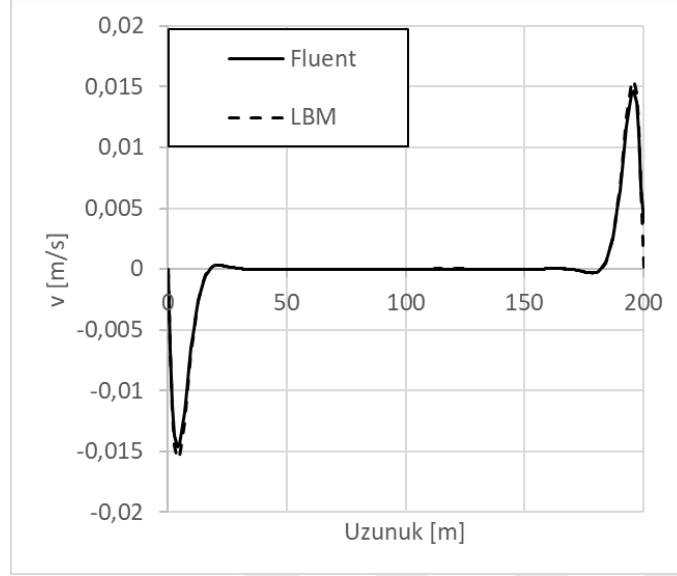
Şekil 4.3: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 1 (Y) v hız karşılaştırması.



Şekil 4.4: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) sıcaklık karşılaştırması.



Şekil 4.5: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) u hız karşılaştırması.



Şekil 4.6: 4. Model $Ra=10^7$ Çizgi 2 (X) v hız karşılaştırması.

Tüm modeller içerisinde doğal taşınım ile ısı transferinin en yüksek ya da diğerlerine göre daha avantajlı olan modelin bulunması için, modellerin LBM ve Fluent'te sonlu hacimler metodu ile çözülen analizlerinden elde edilen verilerle ortalama Nu sayıları hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Validasyon modeli için seçilen 4. Model'de Fluent ve LBM ile hesaplanan ortalama Nu sayıları Tablo 4.1 ve 4.2'de gösterilmiştir. Tüm modellerin ortalama Nu sayıları Tablo 4.3 ve 4.4'te gösterilmiştir.

Tablo 4.1: Validasyon modeli $Ra=10^7$ için ortalama Nu sayıları (Soğutulan duvar).

Model Adı	LBM	Fluent
Model 4	17.8587	16.6434

Tablo 4.2: Validasyon modeli $Ra=10^7$ için ortalama Nu sayıları (Isıtılan duvar).

Model Adı	LBM	Fluent
Model 4	18.0579	16.6435

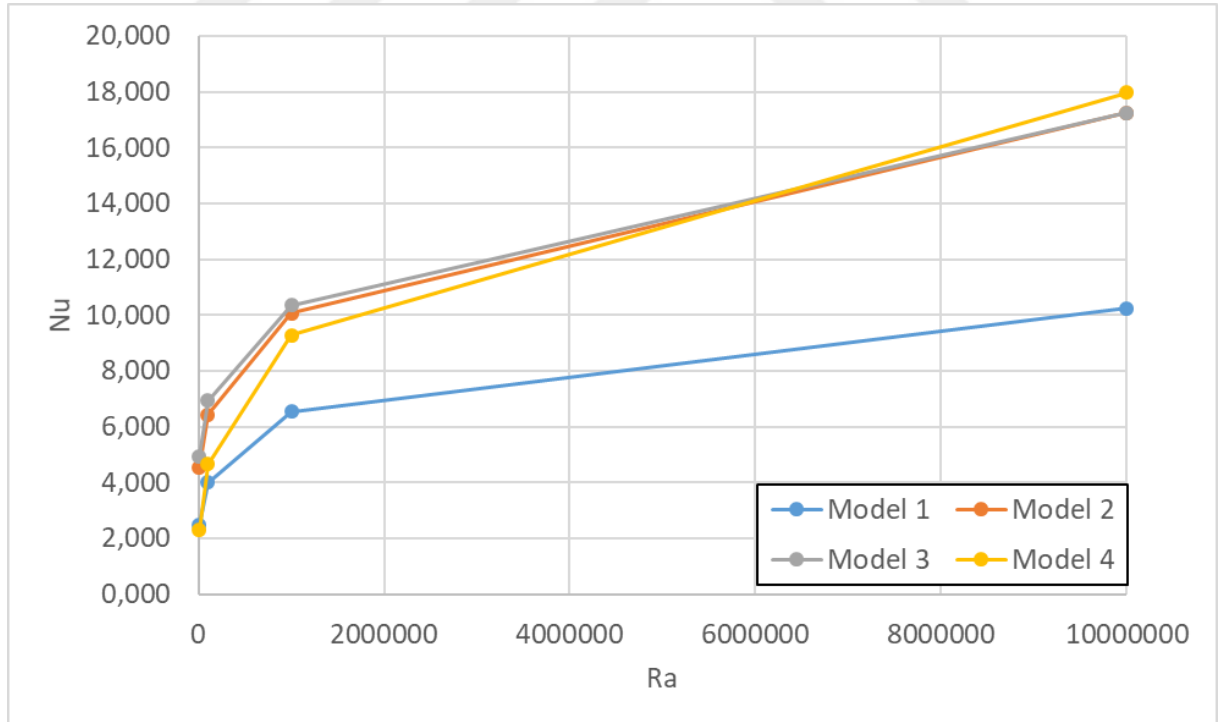
Tablo 4.3: $Ra=10^7$ alınan modellerin ortalama Nu sayıları ve çözüm metotları arasındaki fark gösterimi (Soğutulan duvar).

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
LBM	10.4392	17.0776	17.0785	17.8587

Tablo 4.4: $Ra=10^7$ alınan modellerin ortalama Nu sayıları ve çözüm metotları arasındaki fark gösterimi (Isıtılan duvar).

	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
LBM	10.0483	17.4080	17.4294	18.0579

Yukarıdaki bulgular ile modellerin değişken Ra sayılarına göre ortalama Nu sayıları aşağıdaki grafik Şekil 4.7' de gösterilmiştir.



Şekil 4.7: Ortalama Nu sayısının Ra sayısı ile değişim grafiği

Şekil 4.7' de görüldüğü gibi ortalama Nu sayısının Ra sayısına göre değişimi en yüksek Model 4 üzerinde görülmektedir. Nu sayısının büyük olması doğal taşınım ile ısı transferinin daha yüksek olduğunu göstermektedir. Taşınım ile ısı transferi büyüklüğü, modeller arasında karşılaştırılma yapıldığında, büyük sonuçlar elde edilen modellerin diğer modellere göre daha iyi karıştığı söylenebilir.



5. TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında panel üzerinde doğal taşınım ile ısı transferi, geleneksel olmayan metotlar dışında, problemin çözümüne mezoskopik açıdan bakan Lattice Boltzmann Metodu ile Fortran programlama dili ile çözülmüştür. Yazılan bu kod; iki boyutlu, sıkıştırılmaz, kararlı ve laminar akışkanları LBM metodu ile, doğal taşınım problemini çözen algoritmayı içermektedir. Tezin amacı; LBM ile doğal taşınım problemlerinin çözümü için yazılan kod ile analiz programı verilerini karşılaştırarak, yazılan kodun doğruluğunu tespit etmektir. Çözümlerin karşılaştırması Ansys Fluent (Öğrenci Sürümü) programında yapılmıştır ve çözümler birbiri ile örtüşmüştür.

10^4 'ten 10^7 'ye değişen Ra sayıları ile hem kod ile hem Ansys-Fluent ile analizler yapılmıştır. Toplamda dört farklı Ra sayısı ve dört farklı sınır koşulu ile LBM ve Fluent'te 32 analiz gerçekleştirilmiştir. Yapılan bu analizler ve karşılaştırmalar sonucu ısı transferinin en iyi gerçekleştiği model; Ra 10^7 sayısında Model 4'tür. Bu model ayrıca validasyon modeli olarak seçilmiş ve bulgular kısmında hız ve sıcaklık grafikleri detaylı olarak paylaşılmıştır. Ra sayısının büyük olduğu modeller sınır koşullarına da bağlı olarak karışımın daha etkili olduğu modellerdir. Bunun sebebi Ra sayısı arttıkça akışkanın sıcaklık farklılığından dolayı oluşan etkinin akışkanın hareketi üzerinde oluşan etkiden daha baskın bir etkiye sahip olduğunu göstermesidir. Bu durumda daha etkili bir karışım ve ısı transferi gerçekleşmektedir.

Tez kapsamında maksimum Ra sayısı 10^7 olarak seçilmiş ve akışkan hareketleri izlenmiştir. Model 1'de Ra 10^7 zamandan bağımsız olarak çözülememiş ve bu modelin verileri çalışma verileri içerisinde göz ardı edilmiştir. Bu kapsamda bu tez çalışması zamandan bağımsız olarak gerçekleştirilmiş ve zamana bağlı olmaması durumu ile sınırlı kalmıştır. Daha etkili karışımları görebilmek ve analiz edebilmek için çalışma Ra sayısı 10^8 ve 10^9 alınarak gerçekleştirilebilir.

Ayrıca daha etkili karışım modellemeleri için panel içerisine çeşitli engeller koyarak karışımın daha verimli olması amaçlanabilir. Sınır şartlarında yapılan çeşitlilikler ve farklılıklar yine ısı transferinin daha etkili olmasını sağlayabilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Panel yüzeylerinin ısıtılması ve soğutulması sonucu akışkandaki yoğunluk farkı nedeniyle viskoz kuvvetlerin yer çekimi kuvvetini yenerek karıştığı analiz sonuç çıktılarından gözlemlenmiştir. Modeller üzerinde doğal taşınım ile ısı transferinin en iyi – en yüksek olduğu niceliksel büyüklük olarak Nu sayıları kıyaslamak, tezin sonucunu en iyi şekilde açıklamaktadır.

Model 1 üzerinde sıcaklık dağılımı incelendiğinde, değişken Ra sayılarına göre en yüksek karışım; Ra=10⁴ ve Ra=10⁷ alınan modeller üzerinde olduğu görülmektedir. Ancak Ra=10⁷ modelinde daha çok girdaplı bir yapı olduğu görülmektedir. Bu model üzerinde hız değerleri incelendiğinde Ra=10⁷ modelinde u hızı diğer modellere göre daha büyük olduğu gözlemlenmiştir. Aynı şekilde v hızının değişim büyüklüğünde de Ra=10⁷ modelindeki çıktılar en büyüktür. Ra=10⁴ alınan modellerde hızlar en küçüktür.

Diğer modeller üzerinde yapılan analizler sonucu sıcaklık ve hız büyüklükleri Model 1’de elde edilen Ra=10⁷ alınan modellerdeki gibi en yüksek çıkmıştır. Burada Ra sayısının fiziksel anlamına yeniden göz atılırsa, yeniden aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$Ra = \frac{\text{Kaldırma Kuvvetleri}}{\text{Viskoz Kuvvetler}} \times \frac{\text{Taşınım ile Isı Transferi}}{\text{İletimle Isı Transferi}} = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu\alpha} \quad (1.12)$$

Burada kaldırma kuvvetleri viskoz kuvvetleri yenerek kapalı ortam içerisinde hareketlendirme oluşturmuş ve bu bir hız farkı yaratmıştır. Aynı zamanda taşınım ile ısı transferi iletimle ısı transferinden daha etkili olmuştur. Bu bağlamda, değişken Ra sayılarında; Ra=10⁷ alınarak yapılan hesaplamalarda karışımın ve ısı transferinin en yüksek çıkması beklenir ve nitekim analiz sonuçlarıyla bu bilgi doğrulanmıştır.

Isı transferi büyüklüğünün bir diğer fiziksel ifadesi ise Nu sayısı olup, Ra sayıları baz alınarak modeller üzerindeki ortalama Nu sayıları aşağıda Tablo 6.1’de gösterilmiştir.

Tablo 6.1: Modeller üzerindeki ortalama Nu sayıları.

	Ra=10 ⁴	Ra=10 ⁵	Ra=10 ⁶	Ra=10 ⁷
Model 1	2,496	4	6,544	10,244
Model 2	4,455	6,445	10,076	17,243
Model 3	4,956	6,929	10,361	17,254
Model 4	2,290	4,667	9,278	17,958

Yukarıdaki tabloda da görüldüğü üzere en yüksek ortalama Nu sayısının, Ra sayısı 10⁷ olan Model 4'tür. Ra sayısı arttıkça karışım daha da etkili olacaktır. Ancak bu çalışma sırasında da Ra 10⁸ alınarak yapılmış bazı çalışmalar mevcuttu. Bu çalışmalar sırasında Ra sayısı 10⁷'yi aşınca problemin zamana bağlı yapısı değişmektedir. Tez kapsamında zamandan bağımsız bir çalışma yürütülmüş olduğu için Ra sayıları 10⁴ ve 10⁷ arasında seçilmiştir.

Bu tez çalışmasından farklı olarak ısıtma ve soğutma yüzeyleri farklı varyasyonlarda denenebilir ya da ısıtma-soğutma yüzeyleri artırılabilir. Aynı zamanda panel içerisine ısı üreticisi ya da ısı transferine etki edecek çeşitli engeller konulabilir. Tez kapsamında incelenen zamandan bağımsız yapılan çalışma verileri ile Ra sayısı artırılarak yapılan zamana bağlı doğal taşınım analiz sonuçları karşılaştırılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (2016). *Isı ve kütle geçişinin temelleri* (Ç. H. Başaran, Çev.). Literatür Yayıncılık. (Orijinal eser yayın tarihi 1981).
- [2] Hof, B., C. W. H. van Doorne, J. Westerweel, F. T. M. Nieuwstadt, H. Faisst, B. Eckhardt, H. Wedin, R. R. Kerswell, and F. Waleffe, *Science*, 305, 1594, 2004.
- [3] Bejan A., 1995, *Convection Heat Transfer*, John Wiley & Sons.
- [4] McNAMARA, G.R., ZANETTI, G., Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata, *Phys. I Rev. Letters*, 61, pp. 2332-2335, 1988.
- [5] CHEN, S., DOOLEN, G.D., Lattice Boltzmann Method for fluid flows, *Annu. Rev. Fluid Mech*, 30 pp. 329-364, 1998
- [6] MOHAMMAD, A. A., 2007, *Applied Lattice Boltzmann Method*, SURE Print, Dalbrent, Canada. https://doi.org/10.1007/978-1-4471-7423-3_2
- [7] <https://www.lbrg.kit.edu/> Lattice Boltzmann Research Group - Karlsruhe Institute of Technology KIT
- [8] Bhatnagar, P., Gross, E., Krook, M., A model for collisional processes in gases I: small amplitude processes in charged and neutral one- component system, *Physical Review*, 94, pp. 511-525, 1954
- [9] Aslan, E., 2012, *Farklı geometrili karayolu taşıtlarında hava direnci katsayısının lattice boltzmann metodu (LBM) ile belirlenmesi*, Doktora tezi, Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
- [10] Peinado Bravo, A. A. C. (2019). *Wind flow simulation around buildings using the lattice Boltzmann method* , Yüksek lisans tezi, Universidad de Guanajuato, Guanajuato.
- [11] T. Krüger, H. Kusumaatmaja, A. Kuzmin, O. Shardt, G. Silva, and E. Ma. Vigen. The lattice boltzmann method. Springer International Publishing, pages 978–3, 2017.
- [12] Satou, A. Madarame, H. & Okamoto, K., Unstable behavior of single-phase natural circulation under closed loop with connecting tube. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 7, 2001.
- [13] Misale, M., Bocanegra, J.A., Borelli, D. & Marchitto, A., Experimental analysis of four parallel single-phase natural circulation loops with small inner diameter. *Applied Thermal Engineering*, 180, pp. 115739, 2020. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2020.115739>
- [14] Dass, A. & Gedupudi, S., Numerical investigation on the heat transfer coefficient jump in tilted single-phase natural circulation loop and coupled natural circulation loop. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 120, pp. 104920, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2020.104920>

- [15] Baytaş, A.C.,2015, *Taşınum ile ısı transferi*, Nobel, 1 Basım, İstanbul, ISBN:978-605-320-187-8
- [16] De Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. *Int. J. Num. Methods Fluids*. vol. 3. 1983. p. 249-264.
- [17] Ostrach S. Natural convection in enclosure. *J. Heat Transfer*. vol. 110. 1988. p. 1175-1190.
- [18] X. He, S. Chen, G. D. Doolen, A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit, *J. Comput. Phys.* 146 (1998)282-300.
- [19] Tirthraj Bhatt, D. Arumuga Perumal, A. Sasithradevi, Numerical investigations of free and forced convection with various features using mesoscopic Lattice Boltzmann method, *Materials Today: Proceedings*, Volume 68, Part 6, 2022, Pages 2658-2664, ISSN 2214-7853, <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.09.560>.
- [20] Kian Far, Ehsan & Shirani, Ebrahim. Simulation of natural convection heat transfer using the lattice boltzmann method in enclosures. 17th. Annual (International) Conference on Mechanical Engineering-ISME2009 May, 2009, University of Tehran, Iran
- [21] Frisch, U., Hasslacher, B., and Pomeau, Y., “Lattice gas automata for the Navier-Stokes equation,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 56, pp. 1505-1525, 1986
- [22] Wolfram, S., “Theory and Applications of Cellular Automata,” *J. Stat. Phys.*, Vol. 45, pp. 471-510, 1986.
- [23] Incropera, F. P., “Convection heat transfer in electronic equipment cooling,” *J Heat Transfer*, Vol. 110 No.4, pp. 1097-1111, 1988.
- [24] Peterson, G. P. and Ortega, A., “Thermal control of electronic equipment and devices,” *Adv. Heat Transfer*, Vol.20, pp. 181-214, 1990.
- [25] Chui, H.H.-S., Churchill, SW. and Patterson, C.V.S., “The effects of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional, laminar, natural convection channels,” *J Heat Transfer*, Vol.98, pp. 1194-1201, 1976.
- [26] Kamotani, Y., Wang, L. W. and Ostrach, S., “Natural convection heat transfer in a water layer with localized heating from below”, In *Natural Convection in Enclosures HTD*, Vol. 26, pp. 43-48, 1983.
- [27] Hasnaouii, M., Bilgen, E. and Vasseour, P., “Natural convection heat transfer in rectangular cavities partially heated from below,” *J. Thermophysics Heat Trans.*, Vol. 6 No. 2, pp. 255-64, 1992.
- [28] Ramos, R. A. V., and milanez, L. F., “Numerical and experimental analysis of natural convection in a cavity heated from below,” *Proc. 11thIHTC*, Kyongju, Vol. 3, 1988.
- [29] Shan, X., “Simulation of Rayleigh–Benard convection using a lattice Boltzmann method,” *Phys. Rev. E*, V. 55, pp. 2780–2788, 1997.

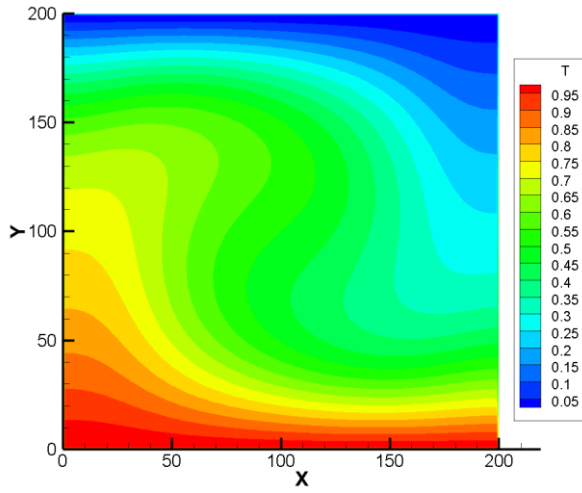
- [30] Guo, Z, Shi, B., and Zheng, C., “A coupled lattice BGK model for the Boussinesq equations,” *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 39, pp. 325–342, 2002.
- [31] Yuan, P., and Schaefer, L. “A Thermal lattice Boltzmann two-phase flow model and its application to heat transfer problems,” *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 128, pp. 142–150, 2006
- [32] Yang, K., “Simulating oscillatory flows in Rayleigh–Benard convection using the lattice Boltzmann method,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3315–3328, 2007.



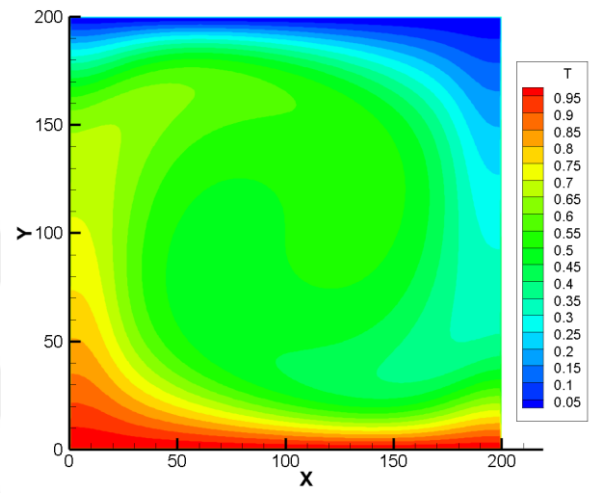
EKLER

EK A – LBM Sıcaklık ve Hız Konturları

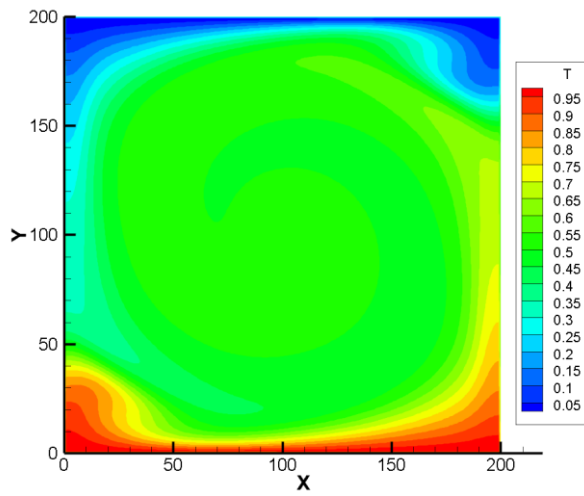
1. Model için sıcaklık dağılım grafikleri



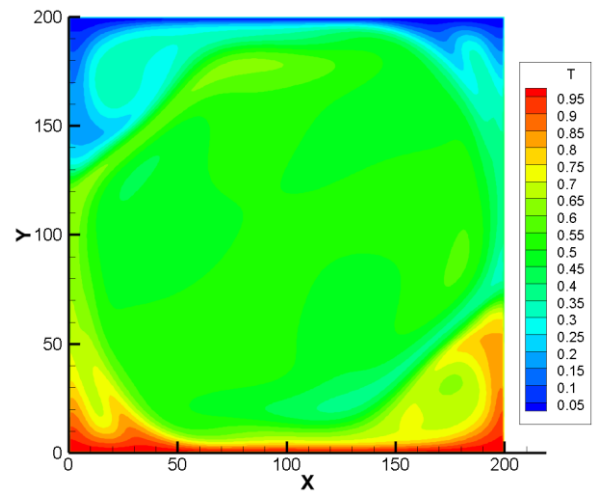
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

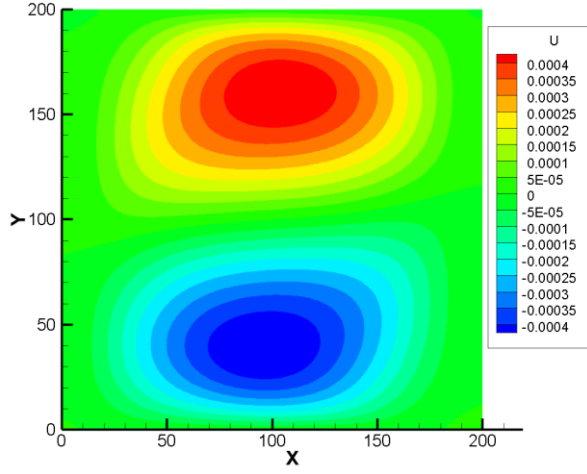
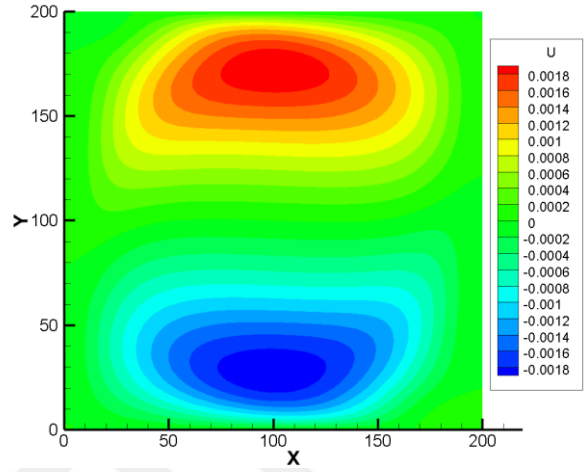
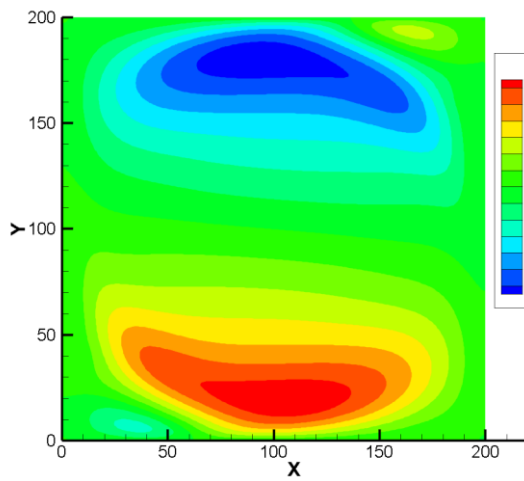
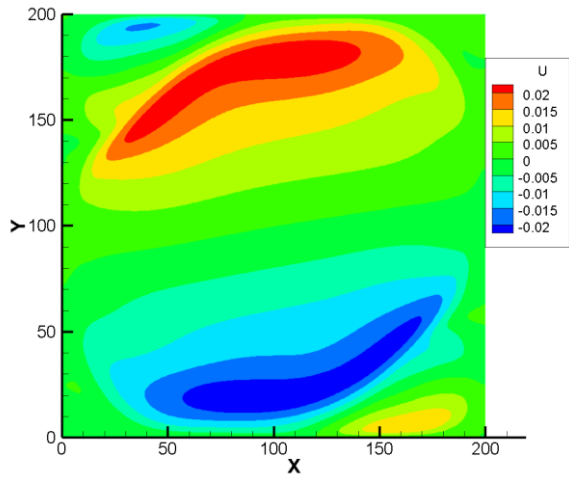


$Ra=10^6$

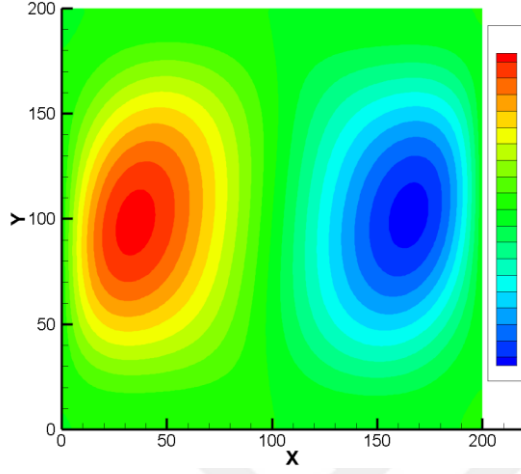
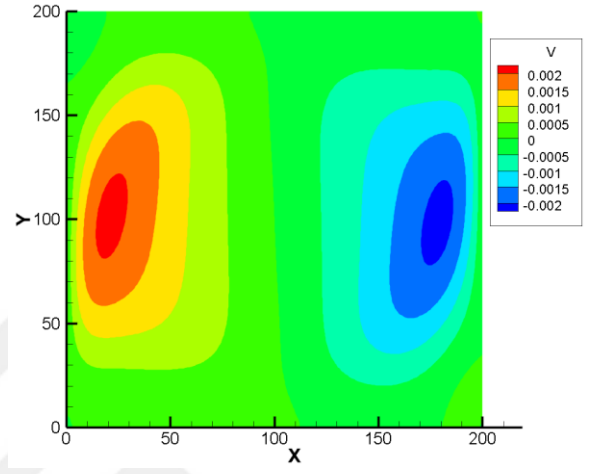
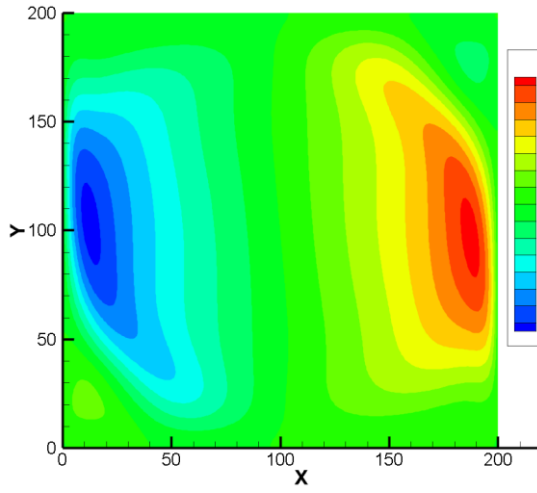
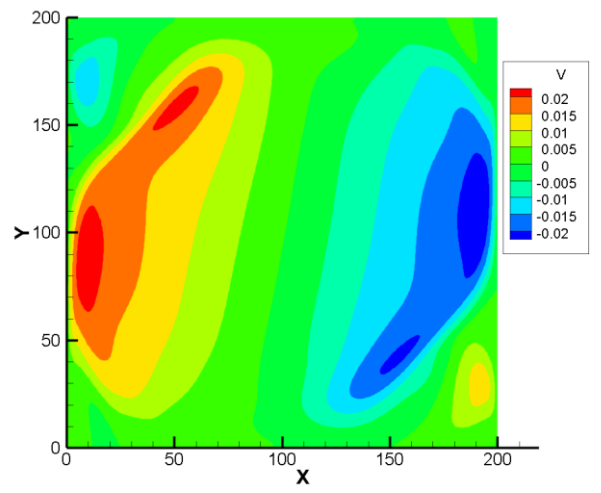


$Ra=10^7$

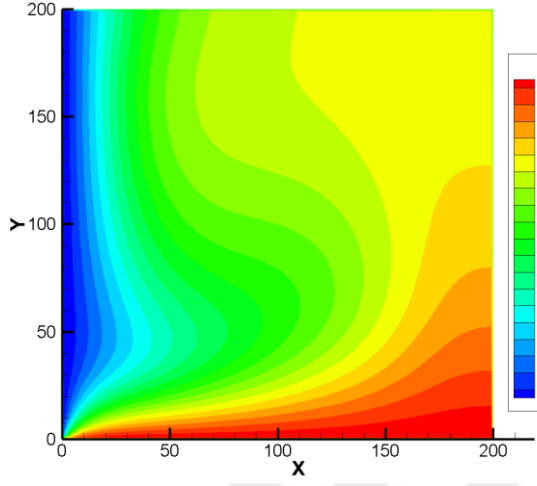
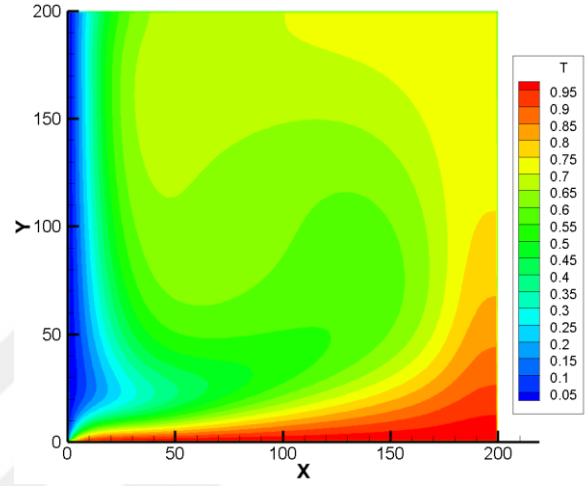
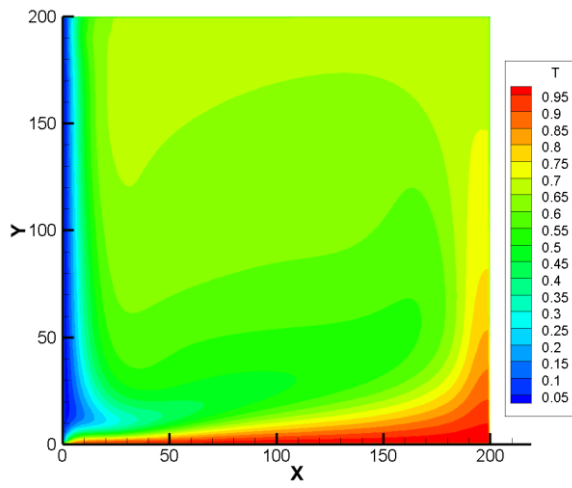
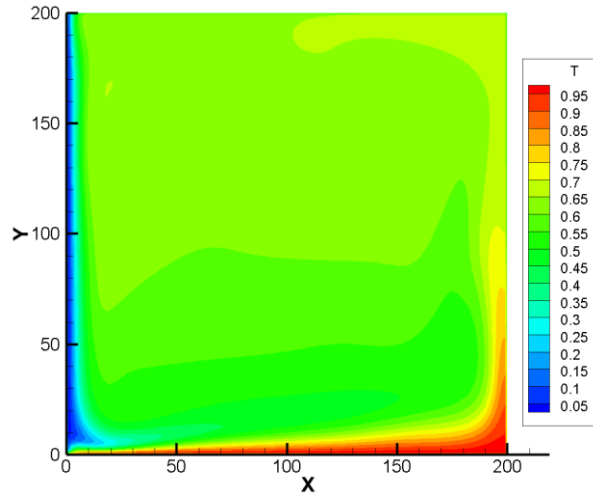
1. Model için hız (u) dağılım grafikleri


 $Ra=10^4$

 $Ra=10^5$

 $Ra=10^6$

 $Ra=10^7$

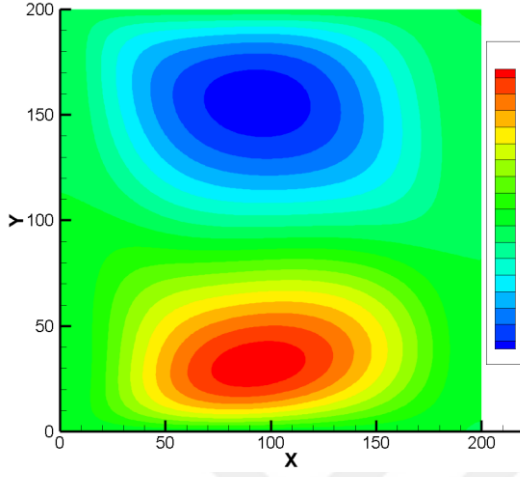
1. Model için hız (v) dağılım grafikleri


 $Ra=10^4$

 $Ra=10^5$

 $Ra=10^6$

 $Ra=10^7$

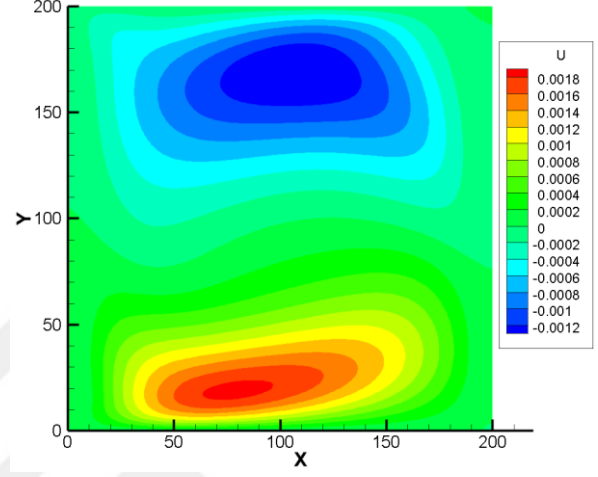
2. Model için sıcaklık dağılım grafikleri

 $Ra=10^4$  $Ra=10^5$  $Ra=10^6$  $Ra=10^7$

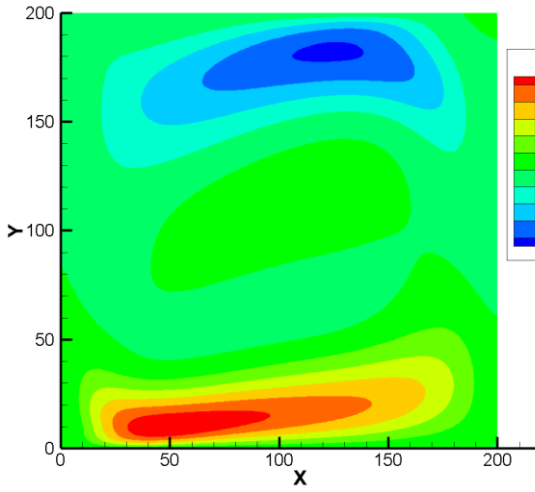
2. Model için hız (u) dağılım grafikleri



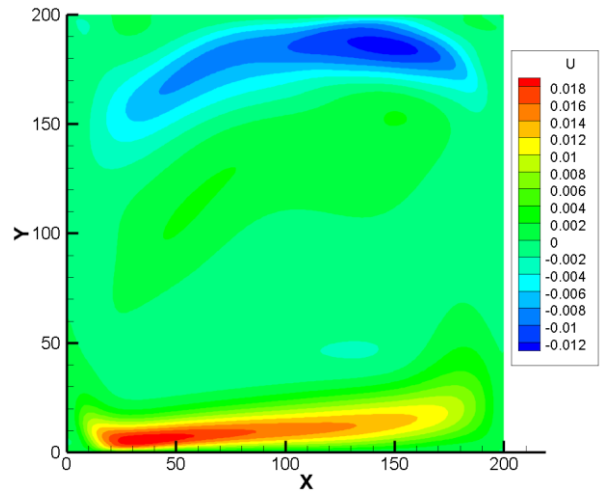
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

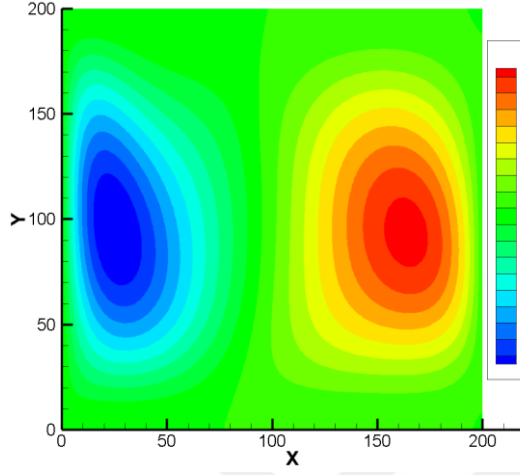


$Ra=10^6$

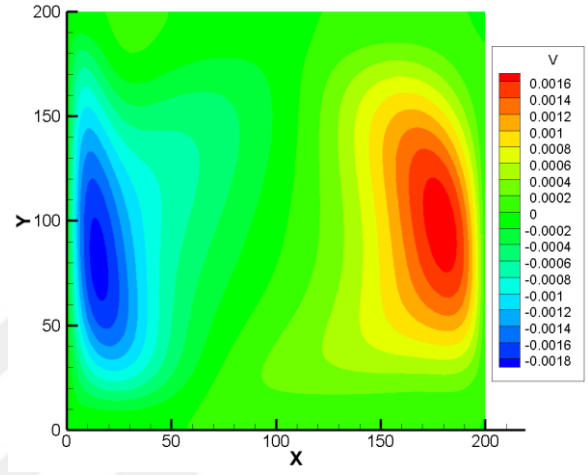


$Ra=10^7$

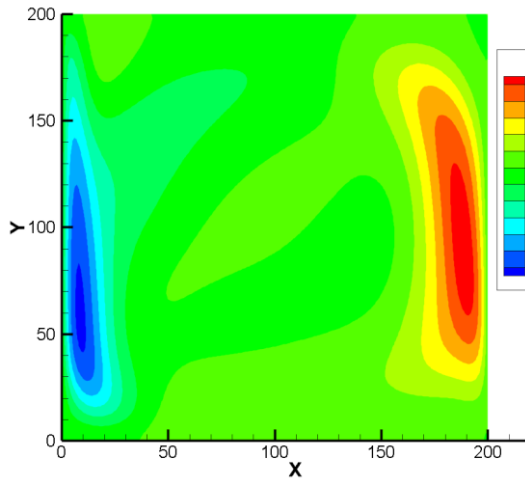
2. Model için hız (v) dağılım grafikleri



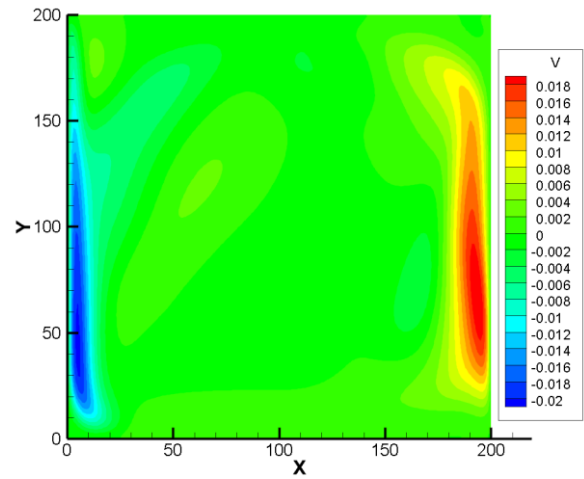
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

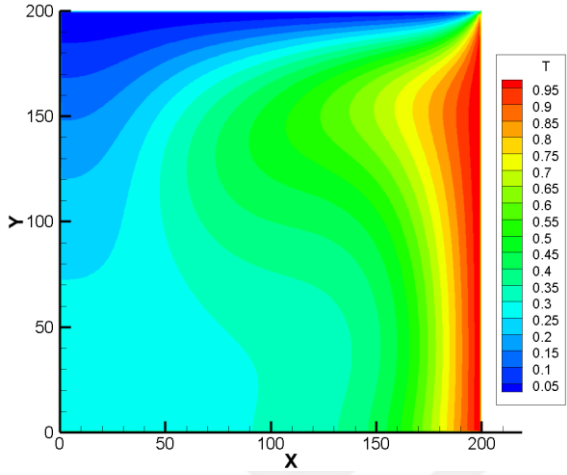
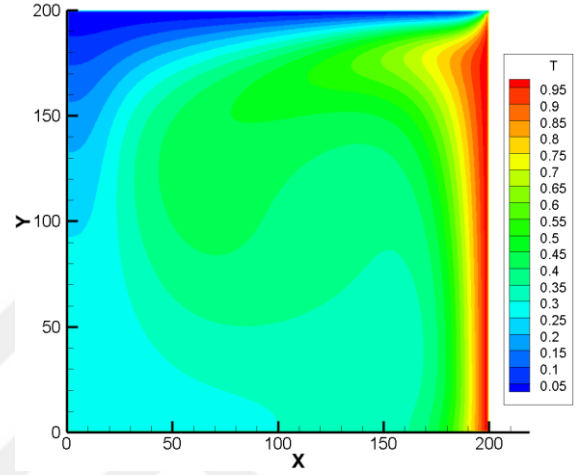
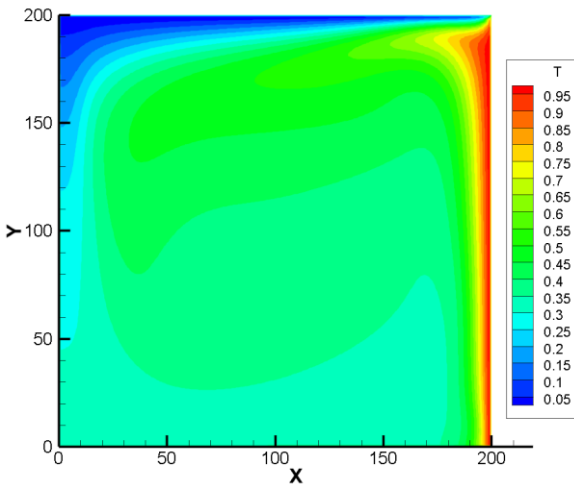
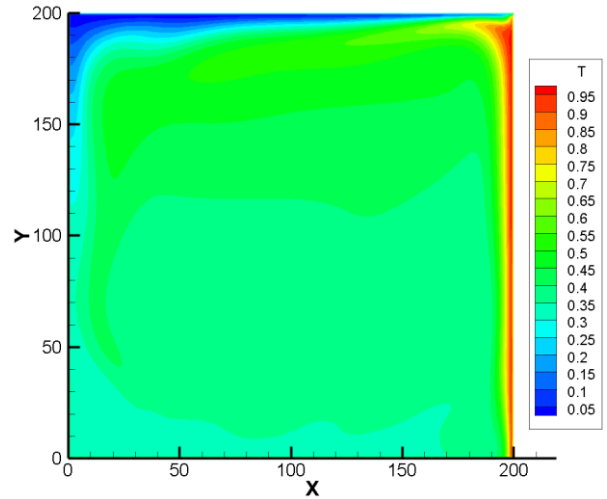


$Ra=10^6$

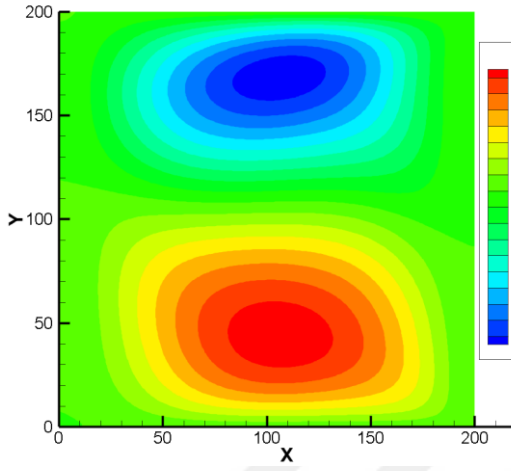


$Ra=10^7$

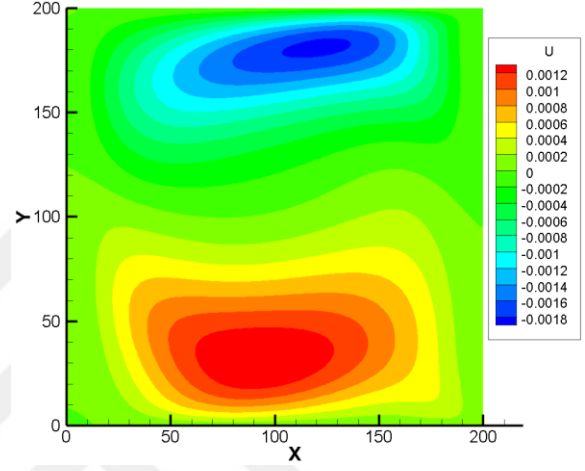
3. Model için sıcaklık dağılım grafikleri

 $Ra=10^4$  $Ra=10^5$  $Ra=10^6$  $Ra=10^7$

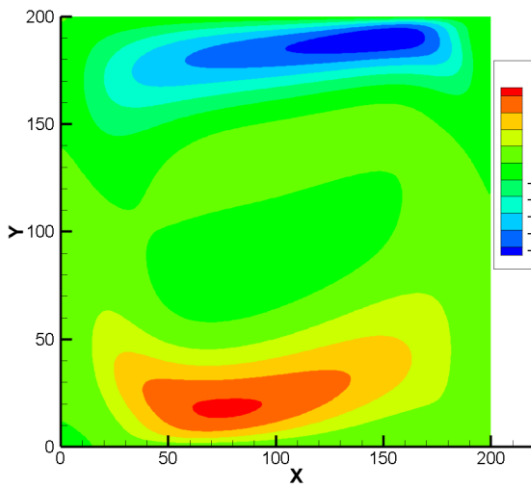
3. Model için hız (u) dağılım grafikleri



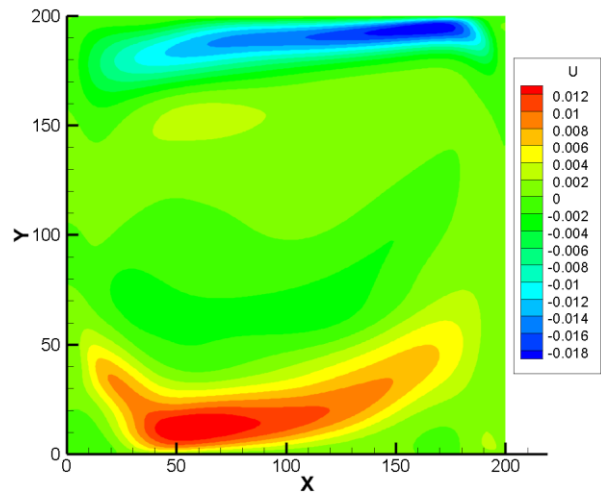
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

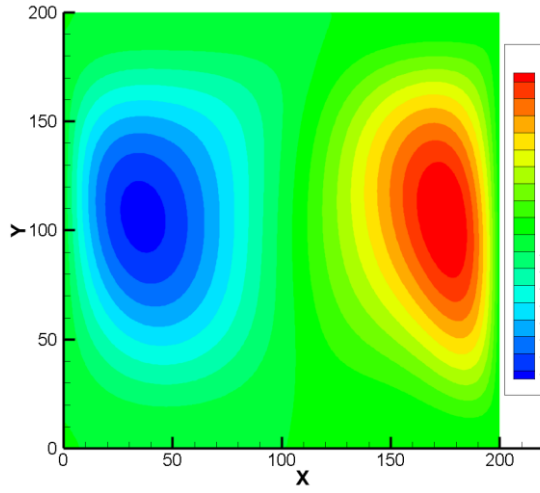


$Ra=10^6$

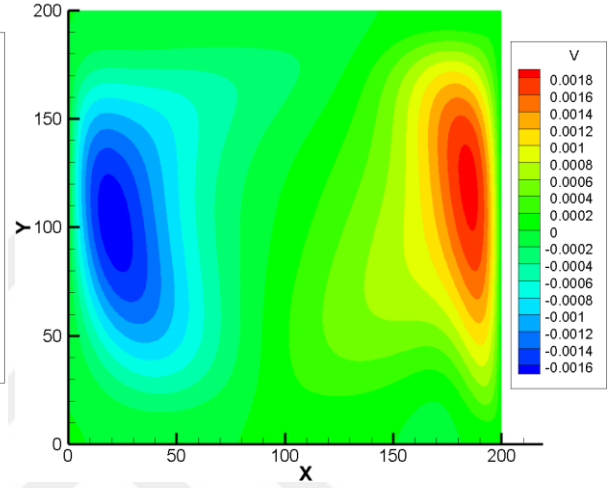


$Ra=10^7$

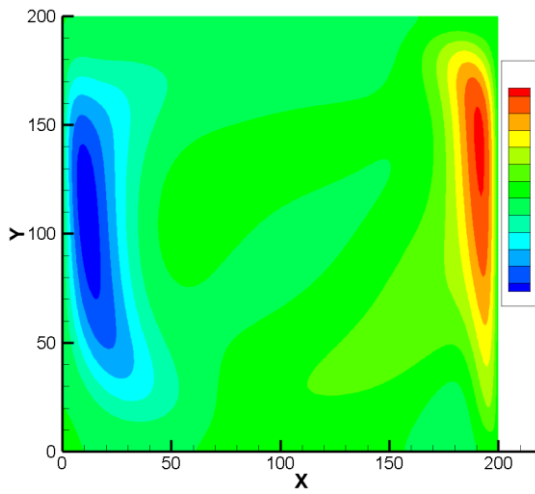
3. Model için hız (v) dağılım grafikleri



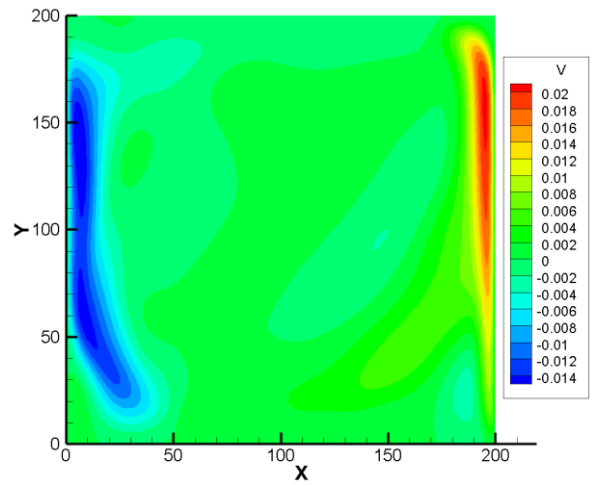
$Ra=10^4$



$Ra=10^5$

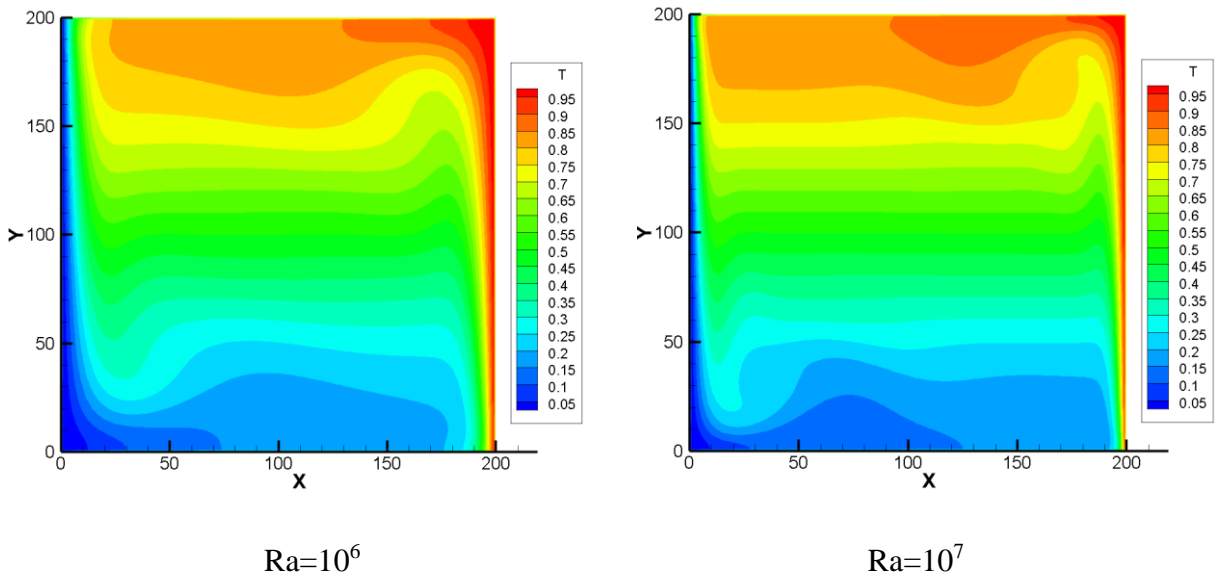
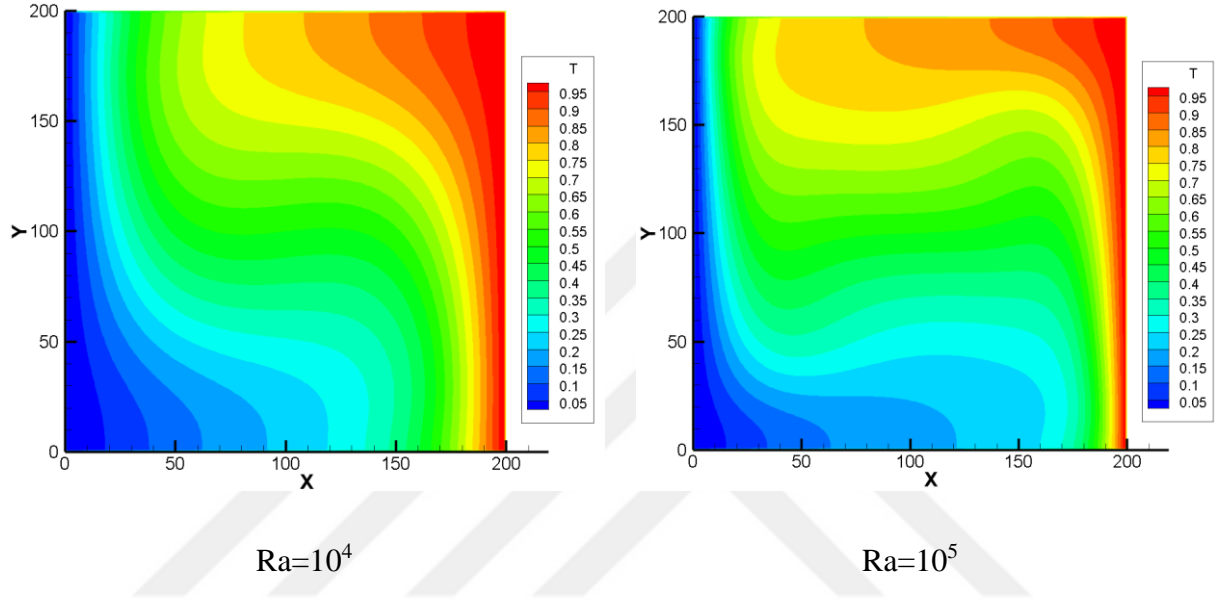


$Ra=10^6$

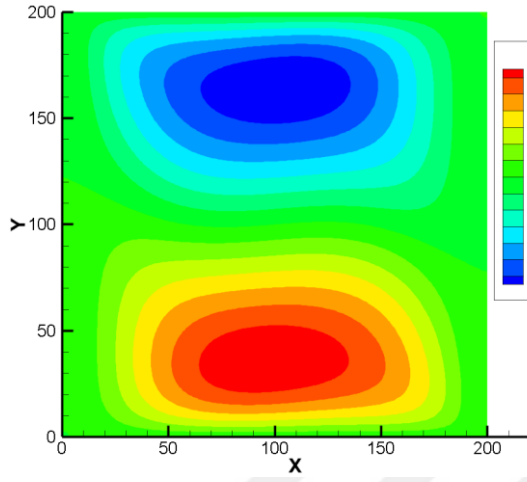
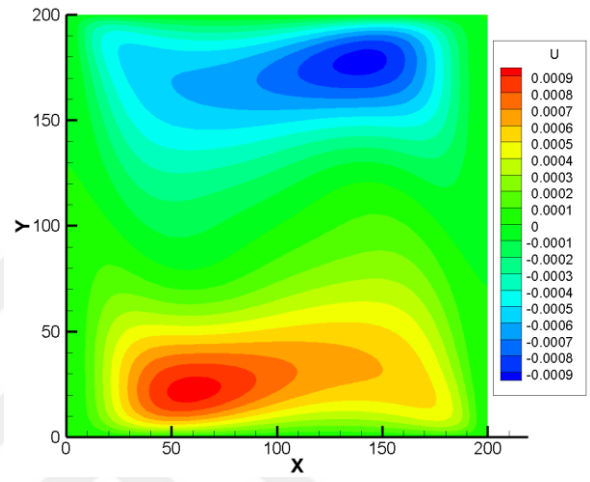
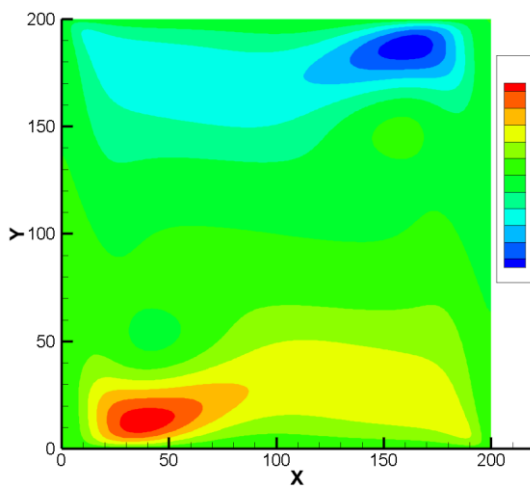
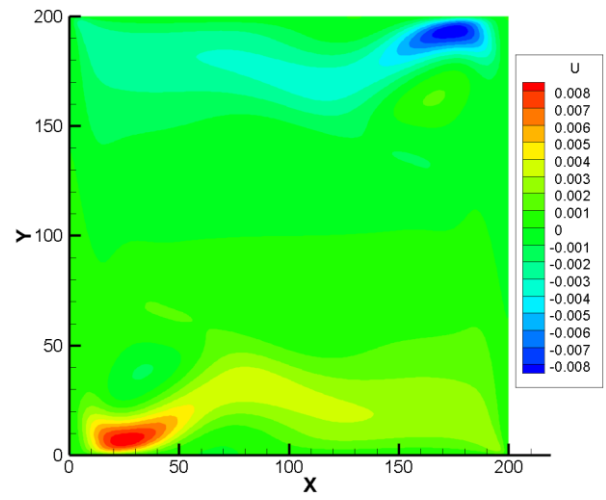


$Ra=10^7$

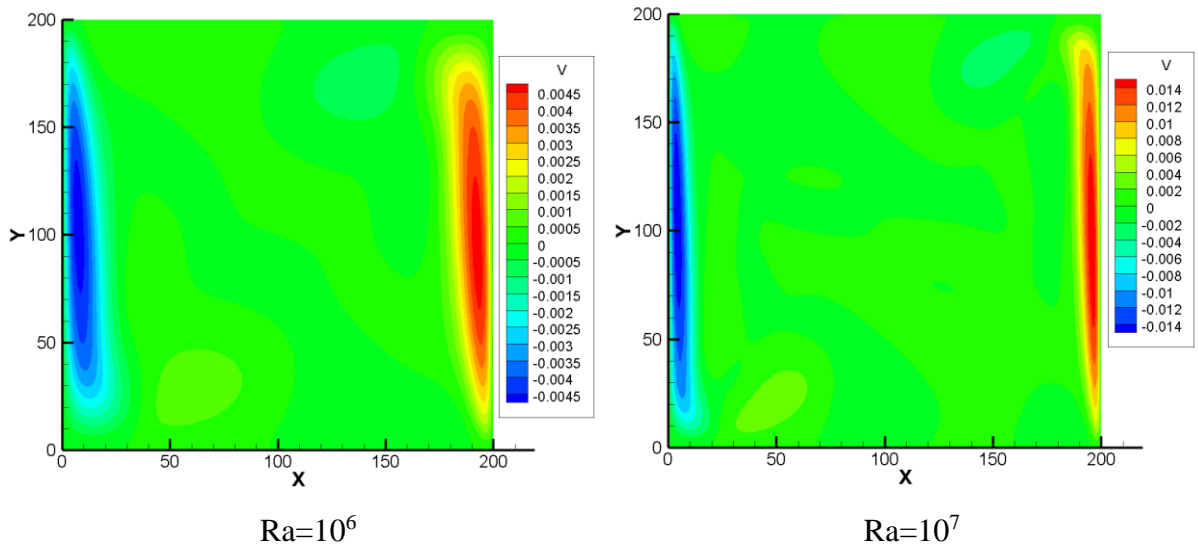
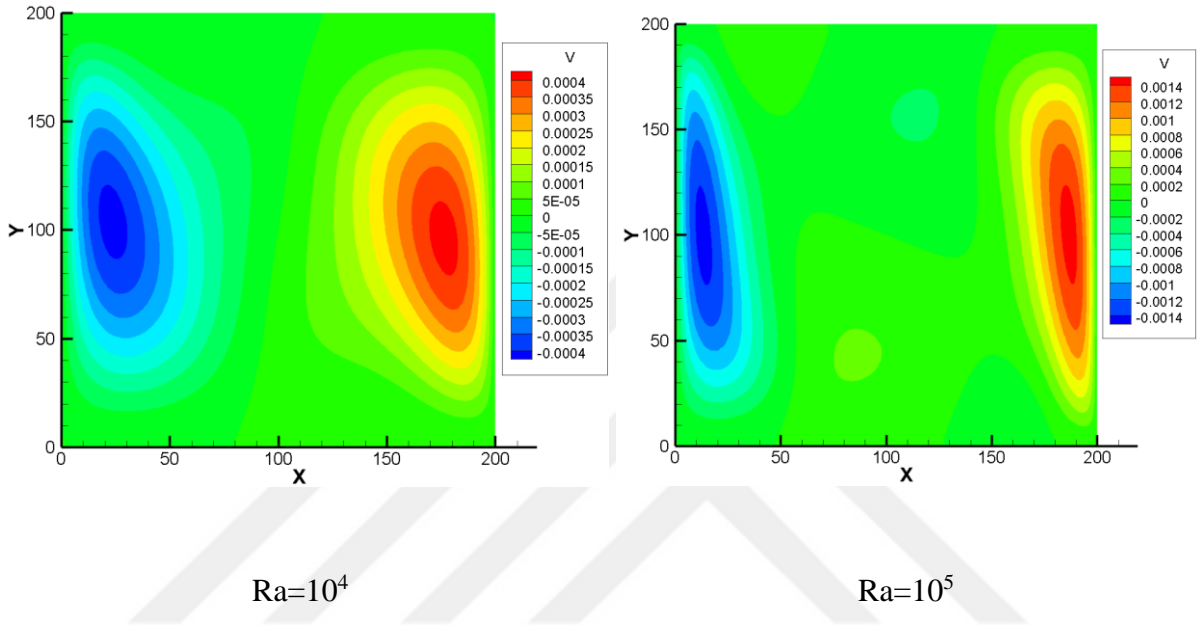
4. Model için sıcaklık dağılım grafikleri



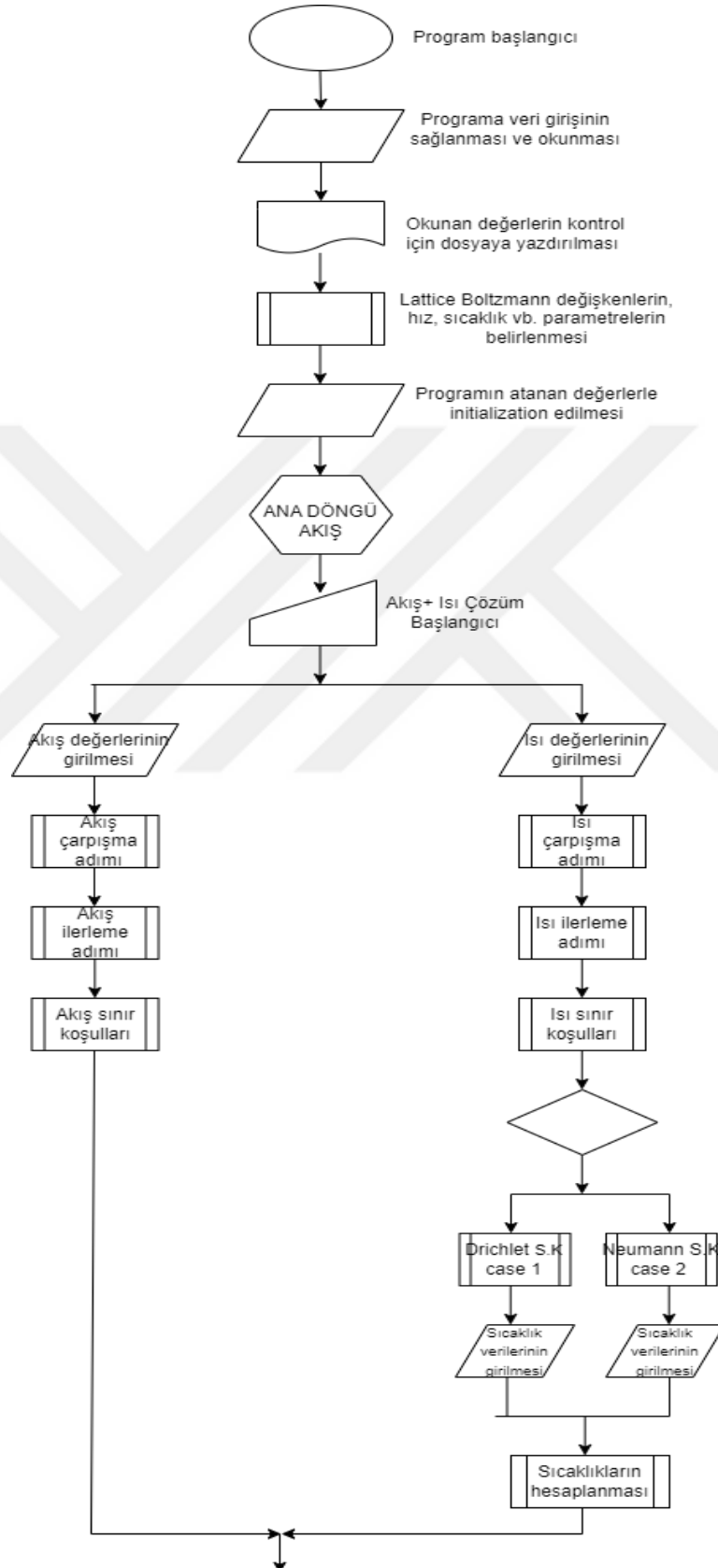
4. Model için hız (u) dağılım grafikleri

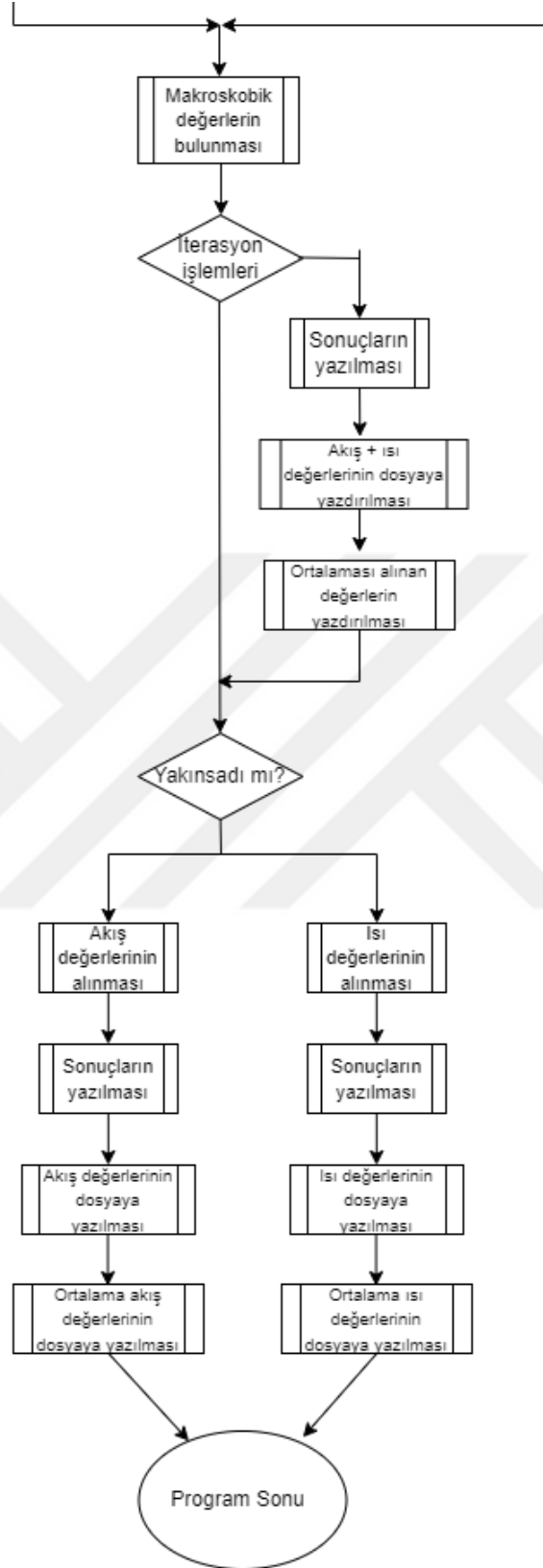

 $Ra=10^4$

 $Ra=10^5$

 $Ra=10^6$

 $Ra=10^7$

4. Model için hız (v) dağılım grafikleri



EK B – Geliştirilen LBM Akış Şeması





ETİK KURUL İZİN YAZISI

Uyarı: Canlı denekler üzerinde yapılan tüm araştırmalar için Etik Kurul Belgesi alınması zorunludur.

- Etik Kurul izni gerekmektedir.
- Etik Kurul izni gerekmemektedir.

Özlem YALÇIN
(İmza)



KURUM İZİNİ YAZILARI

Uyarı: Canlı ve cansız deneklerle yapılan tüm çalışmalar için kurum izin belgelerinin eklenmesi zorunludur. Gizlilik ve mahremiyet içeren durumlarda kurum adı kapatılmalıdır.

- Kurum izni gerekmektedir.
- Kurum izni gerekmemektedir.

Özlem YALÇIN
(İmza)

