

T.C.
ADİYAMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME
SÜRECİNDEKİ BECERİLERİ VE KULLANDIKLARI TEMSİL
ŞEKİLLERİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

OĞUZ KARA

DANIŞMAN
DOÇ. DR. MUHAMMED FATİH DOĞAN

ADİYAMAN, 2023

ÖZET

ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME SÜRECİNDEKİ BECERİLERİ VE KULLANDIKLARI TEMSİL ŞEKİLLERİ

Oğuz KARA

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Adıyaman Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, 01/2023

Danışman: Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN

Günümüz eğitiminde matematiği günlük hayattan ayırmak ve sadece sınıflarda anlatılan bir ders olarak görmek çağımız gerekliliklerine aykırı bir durum olacaktır. Bu konuda matematiksel modelleme etkinlikleri matematik ile gerçek yaşam arasında köprü vazifesi görmektedir. Bu bağlamda çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesidir. Bu çalışma Güneydoğu Anadolu Bölgesinde bir devlet okulunda öğrenim gören ortaokul 7. sınıf öğrencileri arasından seçilen 12 öğrenci ile dörderli olacak şekilde üç grup halinde uygulanmıştır. Süreç içindeki becerilerin gelişiminin ve temsil şekillerinin belirlenmesi ayrıntılı incelenmesi için durum çalışması (case study) kullanılmıştır. Öğrencilere 4 adet matematiksel modelleme etkinliği uygulanmış ve matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde oluşturdukları yazılı dokümanlar, ses ve video kayıt dökümlerinden ve not defterlerinden elde edilen veriler modelleme süreçleri bağlamında iki aşamada analiz yapılmıştır. Veri analizinin birinci aşamasında derecelendirme ölçeği yardımıyla modelleme süreçleri incelenmiş ikinci aşamada ise modelleme basamaklarda kullanılan temsil şekilleri bağlamında içerik analizi yapılmıştır.

Araştırmanın sonuçlarında öğrencilerin modelleme süreçlerinde problemi içselleştirmeden uygun olan çözüm yolunu tartışmak yerine modelleme etkinliklerini geleneksel matematik sorusu gibi düşünüp bir an önce soruyu çözme isteğinden dolayı doğrudan hesaplama yapmaya çalıştıklarını görülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerin

etkinlik uygulama süreçlerinde en başarılı problemi anlama ve matematiksel çalışma basamakları olduğu, en başarısız ise doğrulama basamağı olduğu tespit edilmiştir. Yorumlama basamağında ise ilk etkinliklerde başarısız oldukları ancak ilerleyen etkinliklerde modelleme etkinliklerinin yapısına alıştıkça yorumlama becerisinin buna paralel olarak arttığı görülmüştür. Ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme bağlamında kullandıkları temsil şekillerinin incelendiği bu araştırmada öğrenciler tüm süreç boyunca sözel, şekilsel, grafiksel ve tablo temsili kullanmışlardır. Modelleme etkinliklerinde öğrencilerin en çok sözel ve şekilsel temsil kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmada yorumlama ve doğrulama basamağında temsil kullanmada başarısız oldukları görülmüştür. Matematik öğretiminde bu etkinliklere daha fazla önem verilirse öğrencilerin günlük hayatla matematiği daha iyi ilişkilendirebileceği, yorumlayabileceği ve farklı temsilleri kullanma becerileri artıracakı düşünülmektedir. Bu gerekçelerden dolayı öğrencilerle modelleme etkinleriyle buluşma sayısının artırılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Modelleme; Modelleme Süreci; Matematiksel Temsiller

ABSTRACT

MIDDLE SCHOOL STUDENTS' MATHEMATICAL MODELING SKILLS AND THEIR REPRESENTATION USAGE IN THE MODELING PROCESS

OGUZ KARA

Department of Mathematics and Science Education

Adıyaman University, Graduate Education Institute, 01/2023

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Muhammed Fatih DOGAN

Mathematics and everyday life cannot be treated separately in today's education systems, and mathematics should not be a lesson taught only in classrooms. Mathematical modeling activities may serve as a bridge between mathematics and real life and highlights the importance of mathematics in daily experiences. Thus, the study aimed to examine middle school students' competencies in the mathematical modeling process and their usage of representations in the modeling process. Twelve students were chosen among middle school students enrolled in a public school in the Southeast Anatolia Region and were divided into three groups to engage in modeling activities. This study used a case study methodology to examine the development of students' modeling skills and their use of representation in the process. The students participated in four different mathematical modeling activities. The data collected from their written work, audio and video recordings, and notebooks were examined in detail within two stages focusing on the modeling process and their representation usage. In the first data analysis stage, the modeling processes were analyzed based on the modeling rubric. In the second stage, content analysis was conducted in the context of the representations used in the modeling steps.

The results revealed that the primary purpose of the students was to digitize the question by attending numeric values, aim to make calculations directly, and mathematize it excessively instead of discussing the appropriate solution without internalizing the problem in the modeling processes. The students were the most successful in

understanding the problem and mathematization steps, and the most unsuccessful was the verification step. In the interpretation step, they were unsuccessful in the first activities, but as they got used to the structure of the modeling activities in the following modeling tasks, their interpretation skills increased in parallel. The results also showed that the students used verbal, figural, graphical, and table representations throughout the modeling process. The students mostly used verbal and figural representations in modeling activities. They failed to use representation in the interpretation and validation step. The results of this study suggest that if the students have more opportunities for mathematical modeling tasks in their mathematics classrooms, they will better associate and interpret mathematics with daily life and increase their ability to use different representations. For these reasons, students need more opportunities to engage in mathematical modeling activities.

Keywords: Mathematical Modeling; Modeling Process; Mathematical Representations

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimim boyunca değerli bilgilerini esirgemeyen, tecrübeleri ile yol gösteren, çalışmalarımın olgunlaşmasında emek ve destekleri ile her daim yanımda olan danışmanın öğrencisinin hem öğretmeni hem arkadaşı olabileceğini gösteren ve bu yönüyle her zaman örnek aldığım, çok değerli danışmanım Doç. Dr. Muhammed Fatih DOĞAN' a,

Tezimin olgunlaşmasında, eksikliklerinin giderilmesinde ve son şeklini verilmesinde değerli yorumları ve bilgileri ile katkı sağlayan aynı zamanda Yüksek Lisans tez savunma jürimde olmayı kabul ederek beni onurlandıran sayın Prof. Dr. Ramazan GÜRBÜZ ve Dr. Öğr. Üyesi Seda ŞAHİN hocalarıma ,

Bu yoğun döneminde değerli zamanını ayırarak değerli yorumlarını esirgemeyen, tezime yaptığı katkılarından dolayı Zeynep ÇAVUŞ ERDEM 'e ve tez döneminde bana her konuda yardımcı olan, arkası kesilmeyen sorularıma sabırla cevap veren, fikirleriyle tezime de katkı sağlayan, birlikte güzel bilgiler edindiğim dönem arkadaşlarım Halime ŞAŞMAZ, Zeynep BALAK ve Zeynep DOĞAN'a ayrıca tüm arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans tez sürecimde zevkle, heyecanla, gözlerindeki ışıqla bana yardımlarını esirgemeyen Deprem de hayatını kaybeden canım öğrencim Ayşe Duru BÜK'ü özlemle anıyorum ve onun anısına tüm öğrencilerime katkılarından dolayı teşekkür ediyorum. Ayrıca 6 Şubat 2023 tarihinde hepimizi derinden yaralayan Deprem felaketinde de hayatını kaybeden tüm öğrencilerimize, arkadaşlarımıza ve vatandaşlarımıza Allah'tan rahmet diliyorum...

Eğitim ve meslek hayatım boyunca emek, sevgi, özveri ve değeri tecrübeleri ile bana her daim ışık tutan, yol gösteren, dualarını benden esirgemeyen, koşulsuz destekleri ile yanımda olan değerli annem ve babam Cennet ve Zekeriye KARA'ya,

Son olarak her koşulda, her durumda, her zaman yanımda olan, motivasyonumu her kaybettiğimde beni yapabileceğime inandıran, her zaman olduğu gibi bu süreçte beni yalnız bırakmayan çok değerli eşim Gökçe Dilek KARA'ya ve onlardan çaldığım değerli zamanları için evlatlarım Yağız ve Arya' ya gönülden teşekkür ediyorum.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Adıyaman Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

.....
Oğuz KARA

İÇİNDEKİLER

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI	II
ÖZET	III
ABSTRACT	V
İÇİNDEKİLER.....	IX
TABLolar DİZİNİ.....	XI
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ.....	xii
1.1. Araştırmanın Problem Durumu	3
1.2. Araştırmanın Amacı	7
1.3. Araştırmanın Önemi	8
1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları	10
1.5. Tanımlar	10
2. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	12
2.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme	12
2.2. Matematiksel Modelleme Süreci	13
2.3. Çoklu Temsil Şekilleri	20
2.4. Matematiksel Modelleme Bağlamında Kullanılan Temsil Şekilleri	22
3. İLGİLİ ÇALIŞMALAR	26
3.1. Matematiksel Modelleme ile ilgili araştırmalar	26
3.2. Çoklu Temsil Şekilleri	34
4. YÖNTEM.....	44
4.1. Araştırmanın Yöntemi	44
4.2. Çalışma Grubu	45
4.3. Araştırmanın Tasarlanması	45

4.4.	Veri toplama araçları	46
4.5.	Pilot Çalışma	49
4.6.	Verilerin Toplanması.....	50
4.7.	Araştırmacının Rolü	51
4.8.	Veri Analizi	52
5.	BULGULAR.....	57
5.1.	Öğrencilerin Modelleme Etkinlikleri Hakkında Düşünceleri.....	57
5.2.	Öğrencilerin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Becerilerinin İncelenmesi	60
5.3.	Öğrencilerin Modelleme Sürecindeki Becerilerinin Kar Esareti Problemi Üzerinden İncelenmesi.....	77
5.3.1.	Problemi anlama basamağı.....	77
5.3.2.	Problemi basitleştirme basamağı.....	79
5.3.3.	Matematikselleştirme basamağı.....	89
5.3.4.	Matematiksel çalışma basamağı	95
5.3.5.	Yorumlama.....	98
5.4.	Matematiksel Modelleme Sürecinde Kullanılan Temsil Şekillerinin Belirlenmesi	100
6.	TARTIŞMA	118
6.1.	Öğrencilerin Modelleme Süreçleri	118
6.2.	Öğrencilerin Modelleme Sürecinde Kullandıkları Temsil Şekilleri	123
7.	SONUÇ VE ÖNERİLER.....	126
	KAYNAKÇA.....	129
	EKLER	
	ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2. 1. Çoklu temsillerin kullanımına yönelik örnekler	24
Tablo 4. 1. Araştırma grubunu oluşturan öğrencilere ait bilgiler	46
Tablo 4. 2. Araştırmada kullanılan modelleme etkinlikleri	49
Tablo 4. 3. Modelleme Problemlerinin Uygulama Süreci	50
Tablo 4. 4. Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği	54
Tablo 5. 1. Grupların matematiksel modelleme süreçlerindeki becerileri.....	60
Tablo 5. 2. Grupların Matematiksel Modelleme Etkinliklerinde Temsil Kullanma Becerileri	102
Tablo 5. 3. Problemi Basitleştirme Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular	106
Tablo 5. 4. Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular	110
Tablo 5. 5. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular	111
Tablo 5. 6. Yorumlama Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular	115
Tablo 5. 7. Doğrulama Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular	116

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2. 1. Matematiksel modellemedeki basamakları (Kaynak: Kapur, 1982; akt. Çavuş Erdem, 2018)	14
Şekil 2. 2. Matematiksel modellemedeki basamaklar (Kaynak: Mason, 1988)	15
Şekil 2. 3. Matematiksel modellemedeki basamaklar (Kaynak: Berry ve Houston, 1995)	16
Şekil 2. 4. Matematiksel Modelleme Süreci (Kaynak: Blum, 1996 ve Kaiser, 1995; akt. B.Ferri, 2006)	17
Şekil 2. 5. Matematiksel modelleme döngüsü (Lesh ve Doerr, 2003)	17
Şekil 2. 6. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Kaynak: Borromeo Ferri, 2006; akt. Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2013)	18
Şekil 5. 1. Grup 2'nin Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	62
Şekil 5. 2. Grup 1'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit.....	66
Şekil 5. 3. Grup 2'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit.....	72
Şekil 5. 4. Grup 1 öğrencilerinden Buğra'nın kâğıdından bir kesit	80
Şekil 5. 5. Grup 3 araçlar arasındaki boşlukla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit	89
Şekil 5. 6. Grup 3 araç sayılarıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit.....	89
Şekil 5. 7. Grup 1 matematiksel çalışmasıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit	95
Şekil 5. 8. Grup 2 matematiksel çalışmasıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit	97
Şekil 5. 9. Grup 2'nin Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	104
Şekil 5. 10. Grup 1 ve Grup 3'ün Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	104
Şekil 5. 11. Grup 1 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	105
Şekil 5. 12. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	106
Şekil 5. 13. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	106
Şekil 5. 14. Grup 2 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit.....	107
Şekil 5. 15. Grup 1 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	109
Şekil 5. 16. Grup 3 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	109
Şekil 5. 17. Grup 3 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Kesitler	111
Şekil 5. 18. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Kesitler	111
Şekil 5. 19. Grup 1 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	113
Şekil 5. 20. Grup 2 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit.....	114
Şekil 5. 21. Grup 1 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit	115

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

TDK : Türk Dil Kurumu

NCTM : Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics)

s. : Sayfa

vd. : Ve diğerleri

ark. : Arkadaşları

akt. : Aktaran

1. GİRİŞ

Günümüz eğitim paradigmasında matematik ile günlük hayatının ayrı düşünülemeyeceği, matematiğin sadece sınıflarda anlatılan bir ders olmaması gerektiği yadsınamaz bir gerçektir. Eğitim sistemleri çağın gerektirdiği bilgi, birikim ve becerileri karşılamak zorundadır. İçinde bulunduğumuz bilgi çağı; insanları yeni arayışlar içinde olduğunu, yeni tecrübeler ve fikirler oluşturmaları gerektiğini ve karmaşıkleşan ekonomi, iletişim ve teknoloji sistemlerinin değişim ve gelişimlerine uyum sağlamaları gerektiğini göstermiştir. Bu uyum sürecinden eğitim sistemlerinin de değişim ve gelişim göstermesi kaçınılmaz bir zorunluluktur. Bundan dolayı geleneksel eğitim sistemlerinin çağın gerisinde kaldığını söylemek mümkündür (Less ve Doerr, 2003). Eğitimin hedeflerinden biri toplumun gereksinimleri doğrultusunda bireyler yetiştirmek olduğuna göre bilgi çağına uygun, bilgi toplumlarının özelliği göz önüne alarak öğrencileri yetiştirmek zorunluluğu ortaya çıkmıştır (Aydın, 2003). Bir toplumun geleceğine gösterdiği önemi, eğitim sistemleri için yaptığı yatırımlar ortaya koymaktadır. Gelişmiş toplumlarda düzenlenen eğitim sistemlerinin yeniçağın ihtiyaç ve yeniliklerini karşılaması beklenmektedir. Bu durumun sonucu olarak 21. yy. becerileri eğitim sisteminde değişiklikler yaşanmasına ve farklı yaklaşımlar ortaya çıkarmasına olanak sağlamıştır. Bahsi geçen değişimlerin matematik öğretiminde de gerçekleşmesi gerekliliğini zorunlu kılmıştır. Çünkü günümüz eğitim paradigmasında problem çözme ve üst düzey düşünme becerilerine sahip öğrencilerin yetiştirilmesi matematik eğitiminin öncelikli hedefleri arasındadır (MEB, 2018). Bu değişim sürecine uyum sağlama zorunluluğu ve toplumların uluslararası rekabette kendini gösterebilmesi, rekabet edebilmesi, ancak bireylerin sosyal ve ekonomik anlamda etkin rol üstlenebilmesiyle mümkündür (İnan, 2018). Dünya genelinde tüm ülkelerde, öğrencilerin evrensel dünyada rekabet halinde olabilmesi ve karşılarına çıkacak karmaşık sorunları derinlemesine inceleyip çözümlemeleri için matematik eğitiminin değiştirilmesi gerektiği yönünde net ifadeler sunmaktadır (Bay Williams ve Van De Walle, Karp, 2016). Bu durumda da öğrencilerden farklı bakış açılarına sahip olmaları, yaratıcı, eleştirel ve analitik düşünebilmeleri ve farklı disiplinlerden elde ettiği bilgileri problem çözme sürecinde kullanmaları beklenmektedir. Matematik eğitimi açısından bakıldığında da gerçek yaşam, problem durumlarında etkili çözümler üretebilen ve öğrendiği matematiği günlük yaşamında etkili bir şekilde kullanabilen bireylerin yetişmesi amaçlanmaktadır. Problem çözme, uzun zamandır matematik eğitiminde araştırmacıların

önemle üzerinde durdukları bir konu olarak karşımıza çıkmaktadır. Schoenfeld (1992) bireylerin problem çözme becerilerini ve bununla birlikte alan bilgilerini artırmak için problem çözme yönünde eksik olan inanç ve düşüncelerini ortadan kaldırarak olumlu yönde inanç ve düşüncelerini desteklemenin önemli olduğunu belirtmiştir. Değişen ve gelişen yaşam şartları içerisinde, eğitim siteminde değişiklik yapmak kaçınılmaz olmuştur. Matematik öğretiminde okullar aracılığıyla geleneksel ve ezber odaklı bir sistem yerine matematiğin günlük hayata uyarlanıp öğretilmesi, günlük hayat problemlerinde matematiği kullanması ve üst düzey düşünebilme becerisini geliştiren matematik etkinlikleri öğrencilere sunulmalıdır. Üst düzey düşünme; fikir yürütebilme, yaratıcılık katabilme, eleştirel düşünebilme, problem çözebilme, bir düşünceyi organize edip planlayabilme ve çıkarımda bulunabilme becerilerini içeren bilişsel davranışlar olarak tanımlanmıştır (Çakır, 2013). Gerçek yaşam bağlamında oluşturulan problemlerle öğrenciler ne kadar çok karşılaşılırsa matematiği anlamaları, anlamlandırmaları ve matematik yapma becerileri o denli artacaktır. Çağın değişim ve gelişimiyle beraber problem çözme anlayışındaki gelişmeler ve değişimlerde olmuştur. Öğrenciler matematiği sadece okul sınırları içinde okutulan bir ders olmaktan öte günlük yaşam problemlerinin çözümlerinde de kullandıkları bir alan olduğunu görmüşlerdir (Çavuş Erdem, 2018).

Kütüphaneyi bir odaya yerleştirirken, domates yetiştirirken, farklı sayıdaki insanlara yemek yaparken ya da evin bir odasını boyamak için ne kadar boyaya ihtiyaç olduğunu belirlerken matematik hesaplamaları yapılması gerektiğini, bunların günlük hayatta karşımıza çıkan problemler olduğunu belirtmiş ve okullarda matematik uygulamalarına yer verilmesinin şart olduğunu dile getirilmiştir (Pollak, 1969, akt. Uysal, 2021). Bireylerin hayatlarını sürdürürken birçok kez farkında olmadan matematikle karşılaştığını görüyoruz. Örneğin, bir konsere gittiğimizde konser alanındaki kişi sayısını tahmin edip toplam ne kadar para kazanıldığını, bir inşaat ustasının bir binanın yapımı için ne kadar malzeme gideceğini, aracımıza yakıt alırken hangi istasyonun tercih etmenin daha mantıklı olacağı gibi birçok alanda farkında olmadan matematiği kullanırız. Bu konu ile ilgili yapılan çalışmalarda bahsi geçen mesleklerde kişilerin okullarda öğrendikleri matematiği gündelik işlerinde kullanmalarının zorluğu ortaya çıkmaktadır (Magajna ve Monaghan, 2003). Bu durum, okul matematiği ile gündelik hayattaki mesleklerde kullanılan problem çözümü arasında bir boşluk olduğunu açıkça göstermektedir. Bunun sonucu olarak okul matematiği ve gündelik yaşamdaki matematik birbirinden farklı olarak algılanmaktadır. Matematiksel modelleme problemleri gerçek dünya durumlarının matematiksel forma dönüştürerek

çözümüne ulaştırılma süreci olarak tanımlanabilir. Gürbüz ve Doğan (2018) matematiksel modellemeyi gerçek dünyadaki bir durum bütün olasılıklar ve değişkenler dâhilinde incelendikten sonra karmaşık halden basit hale dönüştürülüp matematik diline çevrilme olarak ifade etmişlerdir. Gerçek yaşam problem durumlarına uygun çözümler oluşturabilmek için matematiksel modeller oluşturmayı amaçlayan matematiksel modelleme etkinlikleri, bu konudaki algısal boşluğu kapatmada önemli bir araç olarak görülmektedir (Çavuş Erdem, 2018). Bu konuda matematiksel modelleme etkinlikleri bu amaca uygun olarak gerçek hayat ile matematik arasında köprü vazifesi görmektedir. Günümüz matematik eğitiminde gerçek yaşamla bağlantılı etkinlikleri matematik öğretiminde kullanmak ve sınıflara taşımak zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Problem çözme sürecinde başarılı olabilmek için temsil kullanımı önemli bir yer tutmaktadır. Temsiller etkinlikleri matematiği anlamada ve anlamlandırmada daha etkilidir ve kalıcılığı artırmaktadır. (Akkuş Çıkla, 2004; Sezgin, 2019; Mainali, 2021). Problem çözme sürecinde kullanılan temsillerle yine bazı araştırmacıların merak konusu olmuştur (Hwang vd. 2007; Castro, Morcillo ve Castro, 1999; Bukova Güzel vd. 2013; Kılıç, 2009). Bu konuda matematiksel modelleme etkinlikleri ve çoklu temsiller önemli hale gelmiştir. Bu bağlamda bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme süreç becerilerinin ve modelleme sürecinde kullanılan temsil şekillerinin incelenmesi olarak belirlenmiştir.

1.1. Araştırmanın Problem Durumu

Matematik, yaşamımızın her alanında karşılaştığımız birçok durumu anlamlandırma sürecinde yararlandığımız bir bilim dalıdır. Değişen dünyamızda matematiği anlayabilen, günlük yaşamında matematik bilgisini ve matematiksel becerilerini kullanabilen insan ihtiyacı giderek artmaktadır ve bu yeterliliklere sahip bireylerin geleceği şekillendirmede daha etkin roller alacağı kaçınılmazdır (MEB, 2006). Matematiksel kavramları anlayarak bunları günlük yaşamda kullanabilme becerisi matematik öğretiminde matematik eğitiminin özel amaçlarından birisi olmuştur (MEB, 2018). Matematik eğitiminde amaç, öğrencinin öğretim sürecinde aktif olmaları, matematiksel yapılarla karşılaştığında bu yapılar arasında ilişki kurabilmeli ve anlamlandırabilecek düşünce yapısına sahip olmalıdır. Bunun için öğrencilerin öğrenme ortamlarını oluştururken kendi fikirlerini rahatça ifade edebilecekleri, fikirlerinin ve oluşturdukları varsayımlarının doğruluğunu test edebilecekleri öğrenme ortamları oluşturmak önemli hale gelmektedir (Lesh ve Yoon,

2007). Bundan dolayı matematik öğretiminin amacı sadece okul ortamında matematik öğretmek değil aynı zamanda günlük yaşamlarında da matematiği kullanabilen, düşünen, eleştiren ve uygulayabilen bir nesil yetiştirmek olmalıdır.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik öğretiminde kullanımının dünya çapında yaklaşık 50 yıllık geçmişi vardır. Yapılan araştırmalarda ilk olarak Pollak (1969) gerçek yaşam problemlerinin matematik öğretiminde kullanılabileceği ve bunu problemlerin sınıf içi öğretimine entegre edilebileceğini açıklamasıyla ortaya çıkmıştır. O yıllardan itibaren gerçek yaşam matematiğini sınıf içine dâhil etme çabası gün geçtikçe artmış ve matematiksel modelleme problemleriyle günümüze kadar etkisini artırarak gelmiştir. Ülkemizde ise matematiksel modellemeye son yıllarda verilen önem giderek artmıştır. Ülkemiz matematik öğretim programında matematiksel modelleme kavramı doğrudan yer almasa da matematiksel modelleme manasına gelecek şekilde kullanılmıştır. Bundan dolayı programda öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini kullanarak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerinin geliştirilmesine yönelik ortamlar hazırlanması gerekliliği açıkça belirtilmiştir (MEB, 2013). MEB (2018) ilkököl ve ortaokul matematik öğretim programında özel olarak modellemeye vurgu olmasa da programın amaçlarında matematik okuryazarlığı, problem çözme ve günlük yaşama yapılan vurgular dolaylı yoldan modellemenin varlığını hissettirmektedir. Ancak öğretim programlarında yer alan model ve modelleme gibi kavramlar matematiksel modellemeye değil Cirillo ve arkadaşlarının (2016) ifade ettiği gibi matematiksel yapıların matematiksel temsillerle gösterildiği matematiği modelleme kavramına karşılık gelmektedir (Dede, 2021). Ülkemizde ortaokul matematik ders kitapları incelendiğinde ise modelleme kavramının daha çok matematiği modelleme kavramı olarak ele alındığı, sadece somut ve görsel materyal anlamına geldiği belirlenmiştir (Çavuş Erdem vd., 2017). Bu bağlamda matematiği modelleme ve matematiksel modelleme kavramlarını birbirinden ayırmak gerekmektedir. Matematiksel modelleme için literatürde farklı tanımlamalar bulunmaktadır. Berry ve Houston (1995) matematiksel modellemeyi genel olarak gerçek hayatta karşılaşılan bir problem durumunun çözümünü matematiksel olarak ifade edilip, duruma uygun matematiksel modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen sonuçların gerçek yaşama dönüştürülmesini amaçlayan karmaşık ve döngüsel bir süreç olarak tanımlamıştır. Modelleme etkinliklerinin karmaşık bir süreç içeren yapıya sahip olması sebebiyle gerçek yaşam problemlerinin basitleştirilmesi ve matematiksel bir forma dönüştürülmesini mümkün hale gelmektedir (Bukova Güzel, 2011). Yapılan araştırmalar

karmaşık bir süreç olmasını ifade etmiş ve matematiksel modelleme etkinlikleri sayesinde öğrenciler matematiğin gerçek yaşamdan bağımsız düşünülemeyeceğini ve arasındaki ilişkinin ne kadar güçlü olduğunu fark edeceğini belirtmişlerdir. Yapılan tanımlara göre matematiksel modelleme genel olarak, gerçek hayattaki bir problem durumunu yanıtlamak için matematik ile gerçek yaşamın arasında bir bağ kurulmasını ve matematiksel modellerle ilgili bir durumların ifade edilmeye çalışılmasını içinde barındıran yapısı gereği karmaşık bir süreçtir (Berry ve Houston 1995; Crouch ve Haines, 2004; Hıdıroğlu, 2012). Yapılan farklı tanımlamalarda da ifade edildiği gibi modelleme gerçek yaşam ile matematiğin ilişkisini ortaya koymayı hedef alan üst bilişsel etkinliklerdir. Gerçek yaşamın vazgeçilmezi olan matematiksel modelleme, öğrencilerin yaşadıkları dünyayı daha iyi tanımlarına ve anlamalarına yardımcı olması, matematik öğrenimini desteklemesi, çeşitli matematiksel becerilerin ve uygun tutumların oluşması ve matematik bilgisine katkıda bulunması açısından önemlidir (Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Matematiksel modelleme etkinlikleri üst bilişsel becerilere ulaşmayı hedeflediği için süreç içerisindeki yeterlilikler önemli hale gelmektedir. Bazı araştırmacılar modelleme yeterliliklerini, modelleme sürecinin amacına uygun olacak şekilde gerçekleştirmek için gerekli olan beceriler, yetenekler ve ayrıca bireyin gönüllülüğü olarak tanımlamışlardır (Maaß, 2006; Kaiser ve Maaß, 2007; Kaiser ve Schwarz, 2006).

problemlerinin çözüm sürecinde de farklı temsil şekillerinden faydalanabilme önemli hale gelmektedir (Bukova Güzel vd., 2013). Yapılan tanımlamalara göre başarılı problem çözme ve temsil kullanma arasında olumlu bir ilişki vardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri günlük yaşam problem durumları içerdiği için temsil kullanmak süreci başarılı kılacağı düşünülmektedir.

Alanyazında yapılan araştırmalar incelendiğinde son zamanlarda araştırmacıların matematiksel modellemeye olan ilgilerinin fazlaştığı ve matematiksel modelleme ile ilgili yapılan çalışma sayısının belirgin bir şekilde arttığı görülmektedir (English ve Watters, 2004; Maaß, 2006; Çiltaş, 2011; Hıdıroğlu vd., 2014; Güç, 2015; Yurtsever, 2018; İnan, 2018; Alkan, 2019; Çoksöyler, 2020; İncikabı, 2020; Çavuş-Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021). Bu çalışmalardan bazıları farklı eğitim düzeyindeki öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin incelendiği çalışmalardır (Maaß, 2006; Kertil, 2008; Tekin Dede, 2015). Maaß (2006) çalışmasında öğrencilerin basit düzeydeki problemleri modellerken zorlanmadığı ancak bazı öğrencilerin karışık gerçek yaşam problemlerini modellemede başarılı olamadıklarını belirtmiştir. Maaß (2006) öğrencilerin gerçek yaşam bağlamında varsayımlar oluşturamadığı için modellerinin yetersiz kaldığını, matematiksel hesaplamalarda hatalar yaptıklarını, elde ettikleri sonuçları doğrulama kısmında yetersiz kaldıklarını ve öğrencilerin matematiksel modelleme deneyimi kazanmanın modelleme becerileri için önemli olduğunu ifade etmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinde süreç becerisinin araştırıldığı çalışmalarda öğrencilerin modelleme deneyiminin kazanmasının önemli olduğu ve modelleme becerilerinin genel anlamda olumlu yönde etkilendiği benzer çalışmalarda da ortaya çıkan sonuçlardandır (Tekin Dede, 2015; Aydın Güç, 2015; Çavuş Erdem, 2018). Alanyazında bulunan bu çalışmalarda ortaokul öğrencilerinin bir sınıf ortamında matematiksel modelleme etkileşimlerini ortaya koyan yeterli düzeyde çalışma bulunmamaktadır. Bunun yanı sıra yapılan araştırmaların çoğunun lisans düzeyinde öğrencilerle yapıldığı ancak ilköğretim ve lise düzeyinde yapılan çalışmaların sayısının yeterli düzeyde olmadığı bilinmektedir (Aztekin ve Taşpınar Şener, 2015). Bu çalışmanın hem ulusal ve uluslararası literatüre katkı sağlaması, hem de öğretmen ve öğrencilere yeni bir bakış açısı kazandırması yönüyle önemli olduğu düşünülmektedir. Bundan dolayı bu araştırmanın alanyazında bulunan boşluğu dolduracağı düşünülmekte ve ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde becerileri incelenmesine karar verilmiştir. Araştırmada ayrıca matematiksel modelleme bağlamında kullanılan çoklu temsil şekilleri bakımından öğrencilerin süreç becerileri incelenmiştir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinde farklı temsiller kullanma problem çözme sürecini daha başarılı kılacağı düşünülmüştür. Bundan dolayı problem çözme sürecinde kullanılan temsiller yine bazı araştırmacılar için merak konusu olmuştur (Örn. Hwang vd., 2007; Castro, Morcillo ve Castro, 1999; İpek ve Okumuş, 2012; Bukova Güzel vd., 2013; Kılıç, 2009; Bayık, 2010; Özdemir, 2012; İpek ve Hut, 2021). Fakat günlük hayat bağlamında oluşturulan modelleme problemlerinde temsil kullanımı ile ilgili sınırlı sayıda çalışma vardır (Bukova Güzel vd., 2013; Tanju, 2020). Alanyazında bulunan bu eksikliklerin yapılan bu araştırmayla giderileceği düşünülmektedir. Bu çalışmada, yedinci sınıf öğrencilerine yönelik matematiksel modelleme problemleriyle ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Borromeo Ferri (2006) çalışmasında matematiksel modellemeyi problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere 6 basamaktan oluşan döngüsel bir süreç olarak açıklamıştır. Çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede süreç becerileri, Borromeo Ferri'nin (2006) bilişsel modelleme döngüsüne göre belirlenmiştir. Bu çerçevede araştırmanın problem durumları aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

- Ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde göstermiş oldukları beceriler nelerdir?
- Öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde kullandıkları temsil şekilleri nelerdir?

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki etkileşimleri, problem çözme becerileri, modelleme etkinlikleriyle karşılaştıklarında süreç içindeki gelişim ve değişimleri ayrıca bu süreçte temsil kullanma şekilleri detaylı olarak incelenecektir. Bu nedenlerden dolayı bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesidir. Bu konuyla ilgili alt amaçları şu şekildedir:

- Öğrencilerin modelleme etkinlikleri hakkında düşüncelerinin neler olduğunun belirlenmesi amaçlanmıştır.
- Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki becerileri neler olduğu tespit edilmesi amaçlanmıştır.

- Öğrencilerin bir modelleme etkinliğinde geçirdikleri tüm süreçler detaylıca incelenerek; modelleme yeterlilikleri bakımından değişim ve gelişimlerini belirlemek amaçlanmıştır.
- Öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde kullandıkları temsil şekillerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır.

1.3. Araştırmanın Önemi

21. yüzyıl yaşam şartlarındaki değişim ve gelişimden matematik eğitim alanı da etkilenecek üzerine düşen değişiklikleri yapmak zorunda kalmıştır. Ülkemiz eğitim sisteminde kullanılan ortaokul matematik öğretim programında (MEB, 2013) çağın gereksinimleri dikkate alınmış ve öğrencilerin modelleme yaparak problem çözme, iletişim kurma, akıl yürütme gibi becerilerin gelişmesine yönelik ortamlar hazırlanmalı gibi ifadeler yer verilmiştir. Yine benzer şekilde MEB (2018), programda doğrudan matematiksel modellemeden bahsetmese de ilkökul ve ortaokul programında problem çözme ve günlük yaşama yapılan vurgulardan dolayı modelleme ile doğrudan ilişkili olduğu söylenebilir. Matematik eğitiminin önemli olan konulardan biri de öğrencileri günlük yaşamda karşılaştıkları problemlere çözüm yolları üretebilecek, yaşamlarını kolaylaştırıcı becerilerin kazandırılmasıdır. MEB'in bu öğretim programındaki hedeflerinin gerçekleşmesinde henüz doğrudan matematiksel modelleme ilişkisi kurmasa da matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanılmasının önemli düzeyde katkısı olacağı düşünülmektedir. Matematiksel modelleme etkinlikleri öğrencilerin problem çözerken üst bilişsel yeteneklerini ortaya çıkardığı için matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarını olumlu yönde etkilediği yapılan çalışmalarda ifade edilmiştir (Kal, 2013; Çavuş Erdem, 2018). Bundan dolayı matematik öğretiminde daha fazla modelleme etkinliği kullanmanın öğrencilerin başarısına katkı sağlayacağı söylenebilir. Ayrıca yapılan araştırmalarda öğrencilerin önyargılı oldukları ve sıkıcı buldukları matematik dersinde rutin problemler kullanmak yerine gerçek yaşam bağlantılı modelleme problemleri kullanmak hem başarıya olumlu etki etmiş hem de bu etkinliklerden öğrenciler zevk aldıkları belirlenmiştir (Kal, 2013; İncikabı, 2020). Bunun yanında matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan matematik öğretiminin, öğrencilerde okuduğunu anlama ve model oluşturarak problem çözme becerisine önemli katkılar sağladığını göstermektedir (Alkan, 2019). Tüm bu sebeplerden dolayı matematik öğretimde matematiksel modelleme etkinliklerine yer verilmesi önemli

bir halle gelmiştir. Ülkemizde son yıllarda matematiksel modellemeye gereken önemi vermeye başladıkları gibi henüz istenilen seviyede olmadığı söylenebilir (Çavuş Erdem vd. 2017). Bunun sebeplerinin başında modelleme etkinliklerinin öğretmen açısından uygulamasının ve sürecin zor olduğu ya da nasıl uygulanacağını bilmemesinden dolayı fazla tercih edilmemektedir (Şahin, 2019). Öğrencilerin kendi düşüncelerinin farkında olduğu, çözümler oluşturabildiği, oluşturduğu çözümleri sorgulayabildiği aynı zamanda değerlendirebildiği, düzenleyebildiği öğrenme ortamlarının oluşmasında matematiksel modellemenin etkileri olduğu ve bu tarzda oluşturulan öğrenme ortamlarının anlamlı öğrenmeyi desteklediği görülmektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Bu nedenle matematik öğretiminde matematiksel modelleme etkinliklerine yer verilmesi hem öğrenci başarısını artıracak hem de öğrencilerin sıkıcı olarak değerlendirdikleri rutin problemlerden daha faydalı olacaktır.

Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin üst bilişsel becerilerini kullanmaları beklendiği için öğrencilerin matematik problemi çözerken zorlandıkları ve bu yüzden problem çözme süreçlerinde farklı yöntemler kullandıkları görülmektedir. Bu yöntemlerden bir tanesi de problem çözüm süreçlerinde sözel, şekilsel, grafiksel gibi farklı temsiller kullanmaktır. Öğrencilerin çoklu temsil kullanma becerilerinin iyi olması kavramsal anlayışlarının geliminde ve matematiksel problem çözme sürecinde başarılı olmanın anahtarı olduğunu birçok araştırmada açıkça ifade edilmiştir. (Hwang vd. 2007; Delice ve Sevimli, 2010; Bayık, 2010; İpek ve Hut, 2021). Matematik öğretiminde temsil kullanmak geleneksel yöntemlere göre matematiği anlamada ve anlamlandırmada daha etkili olduğu ve kalıcılığı artırdığı tespit edilmiştir (Akkuş Çıkla, 2004; Kaya, 2015; Çetin, 2017; Sezgin, 2019; Mainali, 2021). Bundan dolayı matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçlerinde temsil kullanmak yararlı olacaktır.

Modelleme etkinliklerinin çözüm süreçlerini inceleyen birçok araştırma vardır (English ve Watters, 2004; Maaß, 2006; Ludwig ve Xu, 2010; Çiltaş, 2011; Hıdıroğlu vd. 2014; Aydın-Güç, 2015; Yurtsever, 2018; İnan, 2018; Alkan, 2019; Çoksöyler, 2020; İncikabı, 2020; Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz, 2021). Problem çözme sürecinde kullanılan temsiller ve bu temsillerin problem çözme sürecine etkisi yine bazı araştırmacıların merak konusu olmuştur (Hwang vd. 2007; Castro, Morcillo ve Castro, 1999; İpek ve Okumuş, 2012; Bukova Güzel vd. 2013; Kılıç, 2009; Bayık, 2010; Özdemir, 2012; İpek ve Hut, 2021). Matematiksel modelleme etkinlikleri çözüm sürecinde temsil kullanımları ile ilgili sınırlı sayıda araştırma yapılmıştır. Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme

sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmanın hem ulusal ve uluslararası alan yazına katkı sağlaması, hem de öğretmen ve öğrencilere yeni bir bakış açısı kazandırması yönüyle önemli olduğu düşünülmektedir.

1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılı Güney Doğu Anadolu Bölgesinde yer alan bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan 12 ortaokul yedinci sınıf öğrencilerle yapılan etkinliklerle sınırlıdır.

- Bu araştırma, 12 yedinci sınıf öğrencisinin verdiği cevaplar ile sınırlıdır.
- Araştırmada toplanan veriler dört matematiksel modelleme etkinliğiyle sınırlıdır.

1.5. Tanımlar

- **Model:** Karmaşık yapıları oluşturma, tanımlama ve açıklama sürecinde ele alınan işlemler, ilişkiler ve kurallar gibi farklı yapıları içine alan zihindeki kavramsal sistemlerin zihinde farklı sembollerle dış dünyaya aktarılması olarak tanımlanmaktadır. (Lesh ve Doerr, 2003).
- **Modelleme:** Yaşamdan bir nesnenin veya bir durumun modelini oluşturma süreci olarak tanımlanabilir (Erbaş vd., 2014).
- **Matematiksel Model:** Matematiksel modelleme etkinliğini çözmek için ortaya çıkan matematiksel yapıları, işlemleri ve ilişkileri açıklayan kavramsal sistemler ile problem durumunu çözen modele ulaşmak için yapılan öngörüler, varsayımlar ve yönlendirmelerin hepsi matematiksel model olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Harel, 2003)
- **Matematiksel modelleme:** Gerçek yaşam problemlerinin modeller aracılığıyla matematik dünyasına aktarıldığı, burada çözümlendiği ve daha sonra çözümün kontrol edilip tekrar gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı döngüsel bir süreçtir. (Crouch ve Haines, 2007)
- **Matematiksel Modelleme Etkinliği:** Öğrencilerin günlük hayat durumlarından çıkarımlar yaptıkları, kendi matematiksel yapılarını ortaya koyup genişlettikleri ve bu yapıları matematik dünyasında gözden geçirip düzenledikleri, yapısı gereği bazı

özel prensipler aracılığıyla oluşturulan problem çözme etkinlikleridir (Lesh ve Doerr, 2003).

- **Temsil:** Bir bütün olarak veya kısmen başka bir şeye karşılık gelen, referans olarak ilişkilendirilen, temsil eden, sembolize eden, özel bir şekilde etkileşime giren veya başka bir şekilde başka bir şeyi temsil eden bir tür konfigürasyondur (Goldin ve Kaput, 1996).
- **Çoklu temsil:** Aynı bilgi yapısı için farklı görüntüler oluşturan dışsal matematiksel simgeler(sistemler) (Delice ve Sevimli, 2016).



2. KURAMSAL ÇERÇEVE

Bu bölümde araştırmanın amacı ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesi olduğundan dolayı bu bölümde araştırmanın dayandığı kuramsal temeller tanıtılmıştır. Öncelikle matematiksel model ve matematiksel modelleme kavramları tartışılmış ve aralarındaki benzerlik ve farklılıklar belirtilmiştir. Ardından matematiksel modelleme süreci tanıtılmıştır. Daha sonra ise çoklu temsil şekilleri ve matematiksel modelleme bağlamında kullanılan çoklu temsil şekilleri incelenerek gerekli tartışmalar yapılmıştır.

2.1. Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme

İlgili alan yazı incelendiği zaman model ve modelleme ile ilgili farklı tanımlar karşımıza çıkmaktadır. Model ve modelleme birbirine çok benzeyen iki terim gibi görünse de aslında farklı terimlerdir. Millwood ve Stevens (1990) bu karışıklığın model ve modelleme kavramlarının birçok farklı etkinlik ve nesneyi tanımlamak için kullanılmasından kaynaklandığını belirtmektedir.

Lesh ve Doerr (2003) model kavramını; karmaşık yapıları oluşturma, tanımlama ve açıklama sürecinde ele alınan işlemler, ilişkiler ve kurallar gibi farklı yapıları içine alan zihindeki kavramsal sistemlerin zihinde farklı sembollerle dış dünyaya aktarılması olarak tanımlamaktadırlar. Model, günlük hayata yönelik karmaşık gerçek yaşam durumlarının bazı anlamlı sembol ve şekillerle ifade edilip basitleştirilmesidir (Sağırlı, 2010). Çıltaş (2011) ise modeli; matematiksel kavramlar, ilişkiler ve semboller kullanılarak günlük durumları ortaya koyan zihinsel resimler olduğunu belirtmiştir. Yani gerçek nesneleri veya gerçek yaşam durumlarını matematiksel nesnelere veya sembolere dönüştüren yapılar olarak tanımlamıştır. Model, nesnelerin meydana geliş sürecini kavramamızı sağlayan, karmaşık bir sürecin veya nesnenin basitleştirilmiş gösterimidir (Harrison, 2001). Model ile ilgili yapılan tanımlara bakıldığında ortak yönleri gerçeğin sadeleştirilmiş temsili olması, problemin bazı yanlarının görselleştirilmesi, bazı özelliklerinin genellemesi ya da kıyaslama amacıyla matematiksel dil kullanılarak gerçek bir durumun taklit edilerek kullanılan zihinde oluşan görsel veya soyut şemalar olduğu görülmektedir. Kısaca model, karmaşık süreç ya da nesnenin anlaşılabilir şekilde sadeleştirilerek yansıtılmasıdır, bu sayede sürecin ya da bir nesnenin hangi biçimde oluştuğunu anlamamızı sağlamaktadır (Harrison, 2001).

Öğrenciler eğitim gördükleri okullarda daha çok tek bir çözümü olan, alışılmış ve ezberlenmiş çözüm yollarına sahip rutin problemlerle karşılaşmaktadır. Bu problemleri çözmek için daha önceden bilenen birkaç işlem yeterlidir. Matematiğin yapısında bunlar olsa da aslında matematik öğrenciye farklı çözüm yollarının olabileceğini düşündürmeyi amaçlamaktadır. Bunun için günlük yaşamla ilgili problem durumları ele alınmalıdır. Matematiksel modelleme etkinlikleri de öğrencilerin günlük yaşamla bağ kurdukları problem çözme süreçlerini içermektedir. Berry ve Houston'a (1995) göre matematiksel modelleme, matematiksel olmayan bir gerçek hayat durumunun matematiksel hale getirilmesi, burada oluşturulan ürünlere ise matematiksel model denilmektedir. Gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak gerçek dünya ile matematik dünyası arasında ilişki kuran ve birbirine bağlayan sürece matematiksel modelleme bu süreçte ortaya çıkan ürüne ise matematiksel model denir (Bukova Güzel vd., 2016).

Kertil (2008) model kavramını problem çözme sürecinde zihinde oluşan görsel veya soyut şemalar olarak açıklarken modellemeyi gerçek yaşam durumlarını zihinde farklılaştırarak sembolleştirme süreci olarak ifade etmiştir. Model belli bir süreçte oluşan ürünü ifade etse de modelleme bu sürecin tamamını ifade etmektedir. Modelleme karşılaşılan bir problem durumuyla ilgili olayları tanımlama, açıklama ve genelleme yaparak oluşan problemleri zihinde farklı şekilde düzenleyip modeller ve şemalar oluşturma sürecidir. Model ve modelleme arasındaki fark ise süreç ve ürün oluşturma arasındaki fark gibidir. Buna göre modelleme, modeli oluşturma süreci; bu süreçte ortaya çıkan ürün ise modeldir (Sriraman, 2005). En genel anlamıyla modelleme, yaşamdan bir olayın veya bir durumun modelini oluşturma süreci olarak tanımlanabilir (Erbaş vd. 2014).

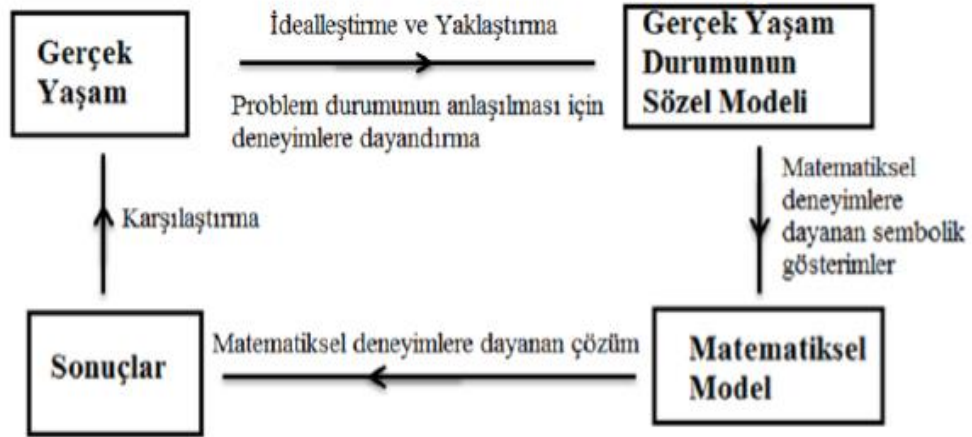
Matematiksel model ve modelleme ile ilgili belirtilen tanımları incelediğimizde, matematiksel modeli, öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaştıkları bir problemi çözmek için zihinlerinde oluşturdıkları matematiksel yapılar olarak; matematiksel modellemeyi ise problemi oluşturulan modeller yardımıyla çözüp gerçek yaşama aktarma süreci olarak ifade edebiliriz.

2.2. Matematiksel Modelleme Süreci

Matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin modeller aracılığıyla matematik dünyasına aktarıldığı, burada çözümlendiği ve daha sonra çözümün kontrol edilip tekrar gerçek yaşam bağlamında yorumlandığı döngüsel bir süreçtir (Crouch ve Haines, 2007). Matematiksel modelleme sürecine ilişkin alanyazında birçok farklı süreç

tanımlamaları bulunmaktadır. Bu süreç, tanımlamaları içerdiği basamaklar ve bu basamakların tanımlanması açısından farklılıklar göstermektedir. Bu tanımlamaların çoğunun ortak noktası olarak modelleme sürecinin döngüsel bir yapısı olduğu ortaya çıkmıştır. Bu döngüsel yapıdan ise sürecin birçok kez tekrarlanabilmesi, herhangi bir basamaktan diğer tekrar başa dönülebilmesi ayrıca gerçek hayat ile başlayan sürecin tekrar gerçek hayatla son bulması olarak belirtilmiştir (Çavuş Erdem, Gürbüz, Doğan ve Şahin, 2019). Matematiksel modelleme; gerçek hayat problemlerinin çözüm sürecinde matematiksel modelin ya da modellerin oluşturulmasında, problemin çözülmesini ve bu modellerden edinilen sonuçların gerçek yaşam durumlarına aktarılmasını gerekli kılan karmaşık bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Peter Koop, 2004). Yapılan çalışmalara bakıldığında matematiksel modellemenin birçok etkinliği içinde barındıran karmaşık bir süreç olduğunu görmekteyiz.

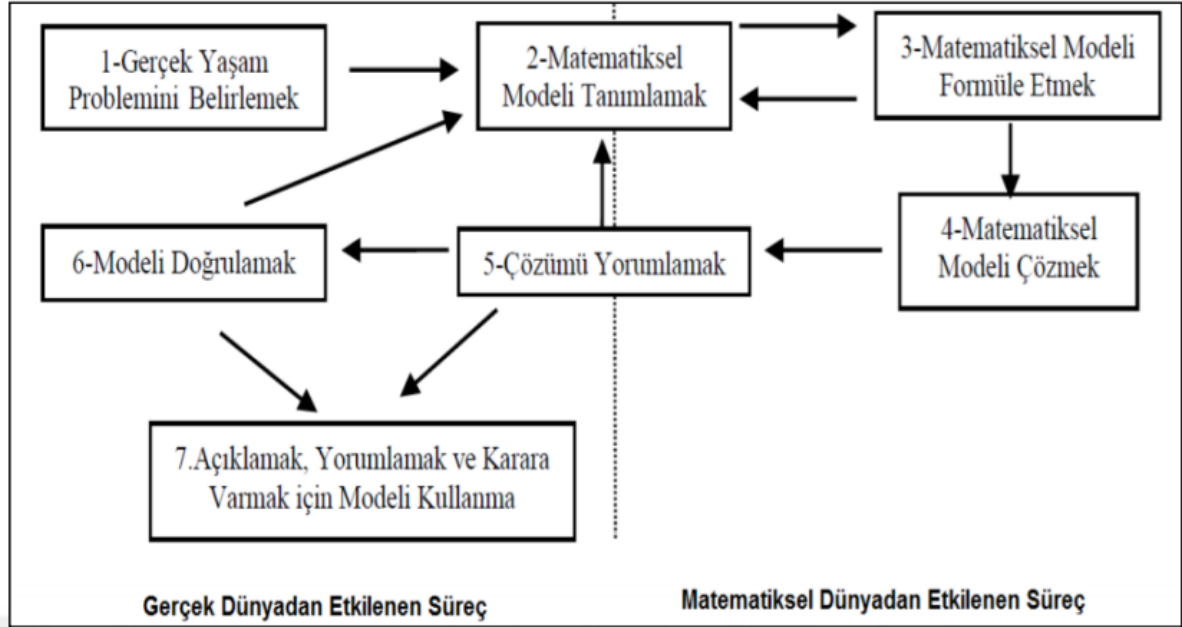
Kapur (1982) matematiksel modellemeyi; uygun değişkenleri belirleme, değişkenler arasındaki ilişkiyi kurabilme, bu ilişkilere göre sözel olarak model oluşturma, oluşturulan bu ifadeleri matematik yeteneğinin kullanarak matematiksel model oluşturma, model ve modelin uygunluğunu kontrol etme basamaklarını hepsini içeren bir yapı olarak açıklamaktadır.(Bkz. Şekil 2.1.)



Şekil 2. 1. Matematiksel modellemedeki basamakları (Kaynak: Kapur, 1982; akt. Çavuş Erdem, 2018)

Matematiksel modelleme sürecinin açıklandığı bir başka çalışma da sürecin ilk basamakları, gerçek hayat probleminin formüle edilmesi, durumu tanımlayan değişkenlerden ve bu değişkenlerle ilgili denklemlerden matematiksel modelin ortaya çıkarılmasını gerektirir (Mason, 1988). Mason (1988), modelleme sürecinde sağ tarafın

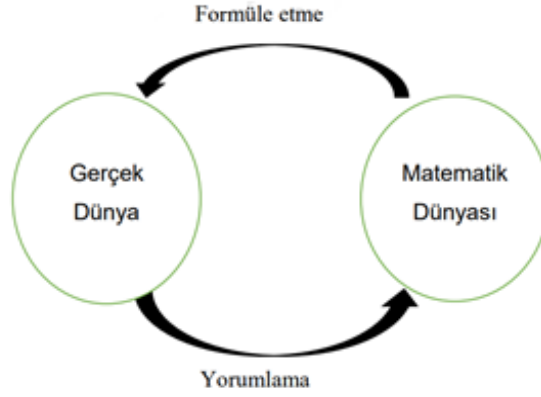
matematiksel dünyadan, sol tarafında gerçek dünyadan etkilenen bir süreç olduğunu belirtmektedir. Bu süreci Şekil 2. 2.'deki gibi ifade eder:



Şekil 2. 2. Matematiksel modellemedeki basamaklar (Kaynak: Mason, 1988)

Mason'un (1988) süreci gerçek dünya ve matematiksel dünya olarak ikiye ayırdığı görülmektedir. Modelinde başlangıçtan itibaren son basamağa doğru gidişin genel olarak tanımlanan basamaklarda gerçekleştiğini belirtse de özellikle gerçek sonuca ulaşmaya çalışırken ortaya konulan sistemin daha karmaşık hale geldiğini ifade etmiştir. Ayrıca süreç içerisinde elde edilen sonuçların gerçeğe uygun olmadığında veya uygun dönüşümler yapılamadığında süreç içerisinde uygun basamağa tekrar dönülmesi gerektiğinin belirten döngüsel bir yapısının olduğunu belirtmiştir. Mason (1988) yapılan önceki çalışmalardan farklı olarak matematiksel modelleme sürecinde oluşturulan modelin gerçek hayat bağlamında doğrulanmasının gerektiğini belirterek süreçte doğrulama basamağın olması gerektiğini modelinde belirtmiştir.

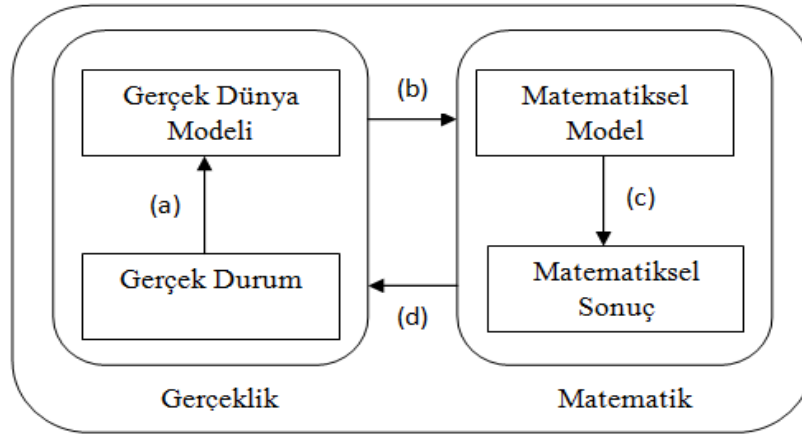
Matematiksel modelleme süreciyle ilgili çalışmalar yapan birçok araştırmacı bu sürecin anlaşılır ve basit bir süreç olmadığını, basamaklar arasındaki geçişlerin oldukça karmaşık olduğunu vurgular (Berry ve Houston, 1995; Mason 1988). Berry ve Houston (1995) matematiksel modelleme sürecini daha açık bir şekilde Mason (1988) modelleme sürecinden farklı olacak şekilde gerçek hayat ile matematiksel dünyadaki sıkı etkileşim olarak ifade edilebileceğini dile getirmektedir.



Şekil 2. 3. Matematiksel modellemedeki basamaklar (Kaynak: Berry ve Houston, 1995)

Şekil 3’te görüldüğü gibi gerçek yaşamdan alınan bir problem formüle edilir ve matematiksel işlemler yardımıyla çözülür. Elde edilen çözüm yorumlanarak yeniden gerçek hayattan alınan şekline göre düzenlenir. Berry ve Houston’a (1995) göre modelleme becerisini geliştirmek için, gerçek hayat durumunu içeren problemleri çözmek ve modelleri doğru formüle etmek gerekmektedir. Problemlerde modeli doğru formüle etmek için değişkenleri doğru seçmek ve onlar arasındaki ilişkiyi doğru kurabilmek gerekmektedir. Berry ve Houston (1995) bu süreci problemi anlama, değişkenleri belirleme, matematiksel model oluşturma, matematiksel problemi çözüme, çözümü yorumlama, modeli doğrulama, başka problemler için modeli geliştirme ve rapor yazma olarak 8 basamakta açıklamıştır. Ayrıca her basamakta ortaya çıkması beklenen davranışları açıklanmıştır.

Matematiksel modelleme süreçleri incelendiğinde Kaiser (1995) ve Blum (1996) modellemeyi anlamının süreçlerini içeren yapıyı dört durum ile ifade etmiştir (Bkz. Şekil 2. 4.)



Şekil 2. 4. Matematiksel Modelleme Süreci (Kaynak: Blum, 1996 ve Kaiser, 1995; akt. B.Ferri, 2006)

Kaiser (2005) modelleme sürecinin bir dizi işlemler sürecine dayanarak yapılacağını belirtmiştir. Bu süreçte, gerçek dünya durumu sürecin başlangıç noktasıdır. Ardından gerçek yaşamdan bir model elde etmek için sadeleştirilir veya yapılandırılır. Daha sonra bu model, matematik dünyasına aktarılır yani asıl durumun matematiksel modelle beraber matematiğe çevrilir. Ardından elde edilen matematiksel durumlar, gerçek dünya bağlamında tekrar yorumlanarak sonuçlar üretilir. Sonuçların yeterli olup olmadığı kontrol edilir ve model doğruluğu test edilir. Uygulamada oldukça sık gerçekleşen başarısız bir problem çözümü durumunda ise bu süreç uygun olan basamaktan yinelenmelidir.

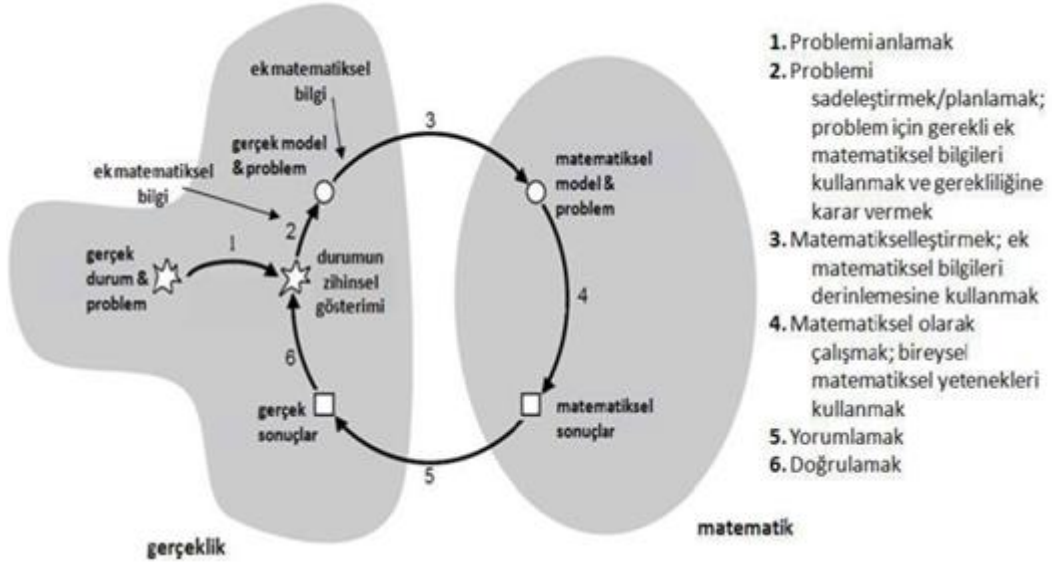
Lesh ve Doerr'in (2003) modelleme sürecine yönelik olarak düzenlenen 'te örnek verilmiştir.



Şekil 2. 5. Matematiksel modelleme döngüsü (Lesh ve Doerr, 2003)

Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modelleme sürecinde ilk olarak gerçek dünya ve model dünya arasındaki ilişkinin kurulması gerektiğini belirtmiştir. Açıklama basamağı gerçek ve model dünya arasında ilişkinin kurulduğu basamaktır. Bu basamakta ilk olarak gerçek dünyadan bir problem durumu alınır ve bu problem matematiksel olarak incelenir. Verilen bilgiler arasından önemli olan değişkenler belirlenir. Böylece gerekli ve gereksiz değişkenler önem sırasına konularak durum basitleştirilir. Manipülasyon basamağında, birinci basamakta belirlenen problem durumuna ait bileşenler matematiksel olarak temsil edilir ve bu bileşenler arasında ilişki kurulur. Matematiksel yetenekler bu basamakta kullanılır. Tahmin aşamasında ise matematiksel modeller ile elde edilen sonuçlar gerçek yaşam bağlamında değerlendirilir. Problem durumuna yönelik çözümler yapılır ve yapılan çözümlerin problem durumu için ne düzeyde anlamlı olduğu incelenir. Son olarak doğrulama basamağında ise yapılan çalışmalarla tahminlerin gerçek hayat ile ilişkisi incelenir. Modelin gerçek durumdaki geçerliliği ve kullanışlılığı değerlendirilir.

Borromeo Ferri' nin (2006) oluşturduğu modelleme sürecini 6 basamakta ifade etmiştir. Bu basamaklar problemi anlama, problemi sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere 6 aşamadan oluşmaktadır.



Şekil 2. 6. Matematiksel Modelleme Döngüsü (Kaynak: Borromeo Ferri, 2006; akt. Hıdıroğlu ve Bukova Güzel, 2013)

Aşağıda modelleme basamaklarının aşamaları açıklanmıştır.

1-Problemi Anlama: Problemi tam olarak anlamak, verilenleri ve amaçları belirlemek ve aralarında ilişki kurmak.

2-Problemi Basitleştirme: Problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma. Bu basamakta öğrencilerin ekstra matematiksel bilgiler kullanması beklenir.

3- Matematikselleştirme: Gerçekçi varsayımlara göre ihtiyaç duyulan matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturmak, modelleri açıklamak ve birbirleriyle ilişkilendirmek. Bu basamakta ekstra matematiksel bilgiye ciddi bir şekilde ihtiyaç duyulur.

4-Matematiksel Çalışma: Doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaşmak. Bu basamakta öğrencilerin bireysel olarak matematiksel becerileri kullanması gerekir.

5- Yorumlama: Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumlamak.

6- Doğrulama: Yorumlanan modelin kullanılabilirliğini değerlendirme ve hataları belirleme ve tespit edilen hataları gerektiğinde düzeltme.

Araştırmanın kapsamı gereğince modelleme problemleri çözüm sürecinde bilişsel yapıların anlaşılması ve nasıl ortaya çıktığını detaylı bir şekilde ortaya koyması sebebiyle Borromeo Ferri'nin (2006) yılında ortaya koyduğu matematiksel modelleme süreci temel alınmıştır.

Öğrencilerin modelleme sürecine yaklaşımlarını açıklamak için yetkinlik/yeterlilik, beceri ve yetenek gibi farklı kelimeler kullanılmaktadır. Bu çalışmada öğrencilerin çözüm süreçlerini açıklamak için “modelleme becerileri” terimini kullanılmıştır. Araştırmacılar modelleme ve modelleme görevlerinin yapısını anlama ve yorumlamada kendi bakış açılarına dayalı modelleme becerilerini tanımlamak için farklı modelleme süreçleri kullanmışlardır (Blomhøj ve Højgaard Jensen, 2003; Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Borromeo Ferri, 2006; Cabassut, 2010; Henning ve Keune, 2007; Houston, 2007; Maaß, 2006; Stillman, Brown ve Galbraith, 2010; akt, Dede ve Bukova Güzel, 2018). Modelleme sürecinde öğrenciler yoğun zihinsel eylemler kullandığından dolayı bilişsel analizlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Modelleme süreci bilişsel modelleme becerileri ile doğrudan ilgili olduğundan (Borromeo Ferri, 2010; Maaß, 2006), bu süreci etkili bir biçimde tamamlamak için bilişsel eylemler gereklidir (Blum ve Leiß, 2007). Modelleme sürecinde öğrencilerin

bilişsel becerilerinin analizi, öğrencilerin zihinlerinde neler olduğunu betimlemek, yorumlamak ve açıklamak için gereklidir (Blum, 2011).

Bilişsel modelleme becerileri, Borromeo Ferri'nin (2006) modelleme döngüsünün aşamaları doğrultusunda problemi anlama, basitleştirme, matematikleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulamadan oluşmaktadır. Öğrenciler bir modelleme problemi üzerinde çalışırken öncelikle verilen gerçek durumu anlamaya çalışırlar ve ardından gerekli varsayımları oluşturur, sorunu basitleştirir, sorunu çözmek için neyin gerekli olduğunu belirler ve sorunun gerçek bir modelini oluştururlar (Borromeo Ferri, 2006; Maaß, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Matematikleştirme becerileri, öğrencilerin temel değişkenleri tanımlamasını, bu değişkenleri birbiriyle ilişkilendirmesini ve uygun matematiksel temsilleri kullanarak matematiksel modeller oluşturmasını gerektirir (Borromeo Ferri, 2006; Lesh, Galbraith, Haines ve Hurford, 2010; Maaß, 2006). Bu modeller ilgili matematiksel bilgi ve beceriler kullanılarak oluşturulduğundan, öğrenciler matematiksel çalışarak verilen problemlere matematiksel çözümler bulurlar (Maaß, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2006; Lesh ve ark. 2007). Başka bir deyişle, öğrenciler matematiksel sonuçları gerçek yaşam durumu bağlamında yorumlayarak gerçek yaşam problemine bir çözüm getirir (Borromeo Ferri, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Doğrulama aşamasında öğrenciler, matematiksel modellerin etkililiğini, modellerin çözümlerini ve genel modelleme süreçlerini gerçek yaşam deneyimlerine ve varsayımlarına dayalı olarak değerlendirdiler (Maaß, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Borromeo Ferri, 2006; Lesh ve ark. 2007). Bu çalışmada öğrencilerin modelleme etkinlikleri sürecindeki becerileri ve kullanmış olduğu temsil şekilleri Borromeo Ferri'nin 2006 yılında ortaya koyduğu yukarıda açıklanan başlıklar altında detaylı bir şekilde değerlendirilmiştir.

2.3. Çoklu Temsil Şekilleri

Temsil kelimesini Kaput (1987) soyut kavram veya sembolleri kullanarak, gerçek yaşam içindeki somut nesnelere dönüşecek şekilde matematiksel ifadeler arasında ilişki kurmak olarak tanımlamaktadır. Farklı bir tanımda ise temsiller başka bir kavramı temsil eden karakterlerin, şekillerin veya somut nesnelerin oluşturulması olarak belirtilmiştir (Goldin ve Shteingold, 2001). Temsil kavramı hem bir ürün hem de bu ürünün ortaya çıkaran süreci ifade etmektedir. Temsil, sadece somut bir ürün olmayıp, matematiksel kavramların ortaya çıkış aşamasını veya matematiksel ilişkilendirme sürecinin tamamını

kapsamaktadır (Kılıç, 2009). Matematik öğretiminde kavramların öğrenciler tarafından daha iyi anlaşılması için çoklu temsil şekilleri kullanmanın olumlu yönde etkisi olacaktır. Problem çözümünde sağladığı kolaylığın yanında, temsiller matematiksel kavramların anlaşılması için kullanılan bir araçtır. Çünkü kavramın farklı temsil şekillerinin bilinmesi bunlar arasındaki ilişkiyi görebilme kavramsal anlamayı ve matematiksel başarıyı artıracaktır (Hiebert ve Carpenter, 1992). Temsil başka bir anlamı da matematiksel kavramı veya ilişkiyi belirleme durumudur. Temsiller bireylerin ortaya çıkardıkları somut ürünler ile zihinlerinde oluşturdukları ürünlere karşılık gelir (NCTM, 2000). Ülkemiz matematik öğretim programında öğrencilerin farklı temsiller arasında geçiş becerilerinin geliştirilmesi üzerine de vurgu yapılmıştır. Bununla birlikte, matematik öğretim programının da özel amaçlarında öğrencilerin iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesinde matematiksel kavram ve kuralları farklı temsillerle ifade etmenin gerekliliği de vurgulanmaktadır (MEB, 2018). Ayrıca öğretim programında öğrencilere somut ve soyut temsil biçimleri (tablo, grafik, denklem, şekil, somut modeller, semboller, gerçek yaşam durumları vb.) arasında ilişkilendirme yapabilecekleri ortamlar hazırlanmasının önemine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013; 2018).

Matematik öğretimin amaçlarından birisi olan üst bilişsel becerileri kullanma konusunda matematiksel modelleme etkinlikleri önemli yer tutmaktadır. Modelleme etkinliklerinde günlük yaşamla ilgili problemler konu olduğu için problem çözme süreçlerini daha anlamlı kılmak için farklı yöntemler kullanmak çözüm sürecinde ki başarıyı artıracaktır. Schultz ve Waters (2000) Bu yöntemlerden farklı temsiller kullanmak matematikte kavramsal öğrenmeyle birlikte problem çözebilme becerilerini de olumlu yönde etkilediğini ifade etmiştir. Landau, Lesh ve Hamilton (1983) gerçek hayat problemlerinin çözüm sürecinde geometri, cebir, şekil ve sayı ile ilgili kavramları ve çoklu temsil şekillerini kullanmanın önemli olduğunu belirtmişlerdir. Pek çok araştırmacı kavramların öğrenenler tarafından içselleştirilmesinde temsillerin doğru ve yerinde kullanılmasının önemli olduğunu vurgulamaktadır (Goldin ve Kaput, 1996; Mainali, 2021). Temsillerin öğrencilerde, matematiksel kavramları anlama, anlamlandırma, ilişkilendirme, iletişim ve problem çözme gibi becerilerin gelişmesine önemli katkılar sağladığı bilinmektedir (Hwang vd. ,2007; Delice ve Sevimli,2010; Bayık, 2010; İpek ve Hut,2021). Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde çeşitli temsilleri kullandıkları, karşılaştırdıkları ve oluşturdukları zaman matematiksel kavram ve ilişkileri anlayabildikleri ve geliştirebildikleri şeklinde ifade edilmektedir (NCTM, 2000). Benzer şekilde günlük yaşam

problemlerinin çözüm süreçlerinde Arzarello, Ferrara ve Robutti (2012) ise grafiksel, sayısal, cebirsel ve sembolik temsil şekilleriyle karşılaştığını belirtmişlerdir. Öğrenciler matematiksel problemin geliştirdikleri çözüm stratejilerinde sembolik, sözel, grafiksel gibi farklı temsilleri kullanabilmektedirler (İpek ve Okumuş, 2012). Problem çözme süreçlerinde kullanılan çoklu temsilleri farklı kategorilere ayıran araştırmacılar olmuştur. Örneğin, Goldin ve Janvier (1998) problem çözme ve matematiksel süreçleri tanımlamak için bireyin davranışlarını gözlemlenerek elde edilen bilişsel yapılar iç temsiller; tablo, grafik, resim, diyagram gibi somut olan yapılar ise dış temsiller olarak belirtmişlerdir. İçsel temsiller, bireyin zihninde oluşturduğu yapılar, dışsal temsiller ise bireyin zihninde oluşturduğu yapıların dışı vurulmasıyla elde edilen somut yapılar olarak ifade edilmiştir (Kılıç, 2009). 21. Yüzyıl becerilerinde iletişim önemli bir hale gelmekle beraber, matematiksel fikirlerin zihinsel, sözel, cebirsel, şekilsel ve sembolik temsiller arasında ilişkiler kurma ile yakından ilgili hale gelmiştir. Temsil şekilleriyle ilgili birçok araştırma ve tanımlama bulunmaktadır. Yapılan bu araştırmalara bakıldığında çoklu temsillerin matematik öğretiminde kullanılmasının hem başarıyı artıracağından hem de problem çözme becerisini geliştireceğinden bahsedilmiştir (İpek ve Okumuş, 2012; Kılıç, 2009; Goldin ve Janvier, 1998; Arzarello, Ferrara ve Robutti, 2012; Schultz ve Waters, 2000). Matematik öğretiminde temsil kullanmak geleneksel yöntemlere göre matematiği anlamada ve anlamlandırmada daha etkili olduğu ve kalıcılığı artırdığı tespit edilmiştir (Akkuş Çıkla, 2004; Kaya, 2015; Çetin, 2017; Sezgin, 2019; Mainali, 2021). Bu bağlamda matematiksel modelleme etkinliklerinde kullanılan temsillerin neler olduğu merak konusu olmuştur.

2.4. Matematiksel Modelleme Bağlamında Kullanılan Temsil Şekilleri

Temsillerin matematik öğretiminde yer alması, öğrencilere matematiğin çekici ve güçlü tarafını anlayabilmesi için imkân sağlamaktadır (NCTM, 2000). Birçok araştırmacı tarafından temsil şekilleri bir görüntüyü, somut nesneleri belirten, sembolik olarak ifade edebilen ya da farklı bir bakış açısıyla bir olguyu başka şekilde gösterebilen yapı olarak ifade edilmektedir (Palmer, 1978; Kaput, 1985; Goldin, 1987, 1998'den aktaran DeWindt-King & Goldin, 2003). Öğrencilerden temsiller oluştururken; matematiksel düşünceleri organize etmek, kaydetmek ve iletmek amacıyla oluşturmaları ve kullanmalarını, çözüm süreci için ise uygun temsili seçmeleri, uygulamaları ve temsiller arasında geçiş yapmalarını, fiziksel, sosyal ve matematiksel durumlar için model oluşturmak ve

yorumlamak için temsilleri kullanmalarını bekledikleri ifade edilmiştir (Özdemir, 2012). Çoklu temsili matematik problemlerinde kullanmak kavramsal anlamayı geliştir ve öğrencilerin bilişsel olarak daha yüksek seviyelerde matematik yapmasını sağlar (Schultz ve Waters, 2000). Cifarelli (1998), problem çözme sürecindeki başarının probleme uygun temsiller kullanma becerisi ile yakından ilgili olduğunu ve bu temsillerin problem durumunda yer alan bilgiyi ve ilişkileri anlamada birer yardımcı araç rolü oynadığını bildirmektedir. Araştırmacılar problem çözmede farklı temsiller kullanmanın başarıyı artırdığı konusunda görüş birliğine varmıştır (Hwang vd. ,2007; Delice ve Sevimli,2010; Bayık, 2010). Matematiksel problemlerin çözüm sürecinde temsiller ile ilgili yapılan çalışmalarda temsil kullanmanın problem çözmede önemli olduğu konusunda fikir birliğine varıldığı söylenebilir (Cai, 2005, Cifarelli, 1998; Goldin, 2002). Cai ve Lester (2005) problem çözme becerileri gelişmiş kişilerin ortak özelliklerinden birisinin de içsel ve dışsal temsiller oluşturma ve bunları uygun yerlerde kullanma olduğunu belirtmiştir. Öğrenciler matematiksel problemlerin çözüm sürecinde oluşturdukları sembolik, sözel, grafiksel gibi farklı temsilleri kullanabilmektedirler. Problem çözme becerisi iyi olan bireyler problem çözme sürecinde uygun olan temsilleri seçme ve kullanmada yeterince esnek ve başarılı olabilmektedirler. Temsilleri doğru ve uygun olarak kullanmak önemli bir beceridir ve problemi anlamayı, basitleştirmeyi ve doğru çözümlere ulaşmayı kolaylaştıracaktır. Aksi takdirde, uygun ve etkili temsiller bulunamama durumunda ise problemin çözümü zorlaşacak veya olanaksız hale gelecektir. Bu bağlamda, birçok süreç ve stratejileri içeren problem çözme sürecinde temsil kullanmanın ön plana çıktığı görülmektedir.

Matematiksel modelleme etkinlikleri yapısı gereği gerçek yaşam bağlamında oluşturulmuş matematik problemleri içermektedir. Bundan dolayı gerçek yaşam problemlerinin çözümünde basit geometri, cebir ve sayı ile ilgili kavramları kullanmak da önemlidir (Lesh, Landau ve Hamilton,1983). Gerçek yaşam problemleri denince akla ilk olarak matematiksel modelleme etkinlikleri geldiği için gerçek yaşam problemlerine çözüm arayışını yansıtan matematiksel modelleme sürecinde de farklı temsil şekillerinden yararlanma önem kazanmaktadır (Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula, Özaltun, 2013). Berry ve Houston (1995) modelleme problemlerinin çözüm sürecinde temsil şekillerinin kullanılmasının başarıya ulaşmada etkili olduğunu ifade etmişlerdir. Matematiksel modelleme problemleri matematik etkinlikleri olarak üst düzey beceriler gerektirdiği için modelleme problemlerinde temsil kullanmak süreci olumlu etkileyecektir. Matematiksel

modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinde de farklı temsiller kullanılmak çözümü zenginleştirecek ve kolaylaştıracaktır. Hem öğrenciler için hem de öğretmenler için gerçek yaşam problemlerinin çözümlerinde farklı temsiller kullanmak süreç için faydalı olacaktır.

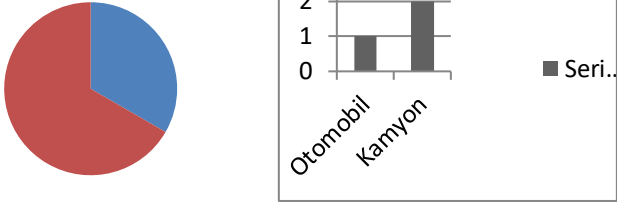
Temsil şekilleriyle ilgili birçok araştırma ve tanımlama bulunmaktadır. Bu çalışmada temsiller şekilleri Goldin ve Kaput (1996) belirttiği gibi dış temsiller olarak somutlaşmış, gözlemlenebilir temsil şekillerinden sözel, grafikler, şekiller, cebirsel ve tablo gibi çoklu temsil şekilleri olarak kabul edilmiştir. Sözel temsiller, bireylerin kendi dillerindeki kapasitelerini kelimeler, cümle düzeyinde betimlemeleri durumunda oluşan temsillerdir. Cebirsel temsiller ise verilen ifadeleri cebir kullanarak göstermeleridir. Şekilsel temsiller ise verilen duruma uygun çizilen şekillerdir. Grafik temsili ise verilen duruma uygun sütun, çizgi veya daire grafik türünde kullanılan temsillerdir. Tablo temsili ise verilen duruma uygun oluşturulan tablolardır. Bu temsil şekillerine yönelik olarak örnekleri Tablo 2. 1. 'de inceleyebilirsiniz.

Tablo 2. 2. Çoklu temsillerin kullanımına yönelik örnekler

Sözel temsil	Trafikte bir yoldan geçen otomobil sayısı kamyon sayısının iki katıdır.
---------------------	---

Cebirsel temsil	Kamyon sayısı= x olsun Otomobil Sayısı = $2x$ olur.
------------------------	--

Şekilsel temsil	
------------------------	--

Grafiksel Temsil	
-------------------------	--

Tablo Temsili

otomobil	Kamyon
1	2
2	4
5	10
100	200

Araştırmanın kapsamı gereğince modelleme problemleri çözüm sürecinde bilişsel yapıların anlaşılması ve nasıl ortaya çıktığını detaylı bir şekilde ortaya koyması sebebiyle Borromeo Ferri'nin 2006 yılında ortaya koyduğu matematiksel modelleme süreci temel alınmıştır. Bu çalışmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Borromeo Ferri'nin matematiksel modelleme sürecinde her bir basamakta kullanılan sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo temsil şekilleri detaylıca incelenecektir.

3. İLGİLİ ÇALIŞMALAR

Bu başlık altında konu ile ilgili yapılan çalışmalar matematiksel modelleme çalışmaları ve temsil şekilleri ile ilgili çalışmaları olmak üzere iki kısımda incelenmiştir.

3.1. Matematiksel Modelleme ile ilgili araştırmalar

Matematiksel modelleme ile ilgili çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların farklı konular üzerinde durduğu görülmektedir. Matematiksel modelleme ile ilgili ağırlıklı olarak uygulamaya yönelik araştırmalar yapılmaktadır. Modelleme perspektifleri, modelleme problemlerinin özellikleri, modelleme süreci, matematiksel modellemenin sınıfa taşınması, matematiksel modelleme ile kavram öğretimi en çok çalışılan konular arasındadır (Kaiser ve Sriraman, 2006; Çavuş Erdem, 2018; Maaß, 2006; Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021). Ancak diğer gruplara kıyaslandığında ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme süreç beceri incelendiği çalışmaların sayısı daha azdır.

Matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalarda alanyazı incelendiğinde son yıllarda yapılan araştırma sayısında belirgin bir artış olduğu tespit edilmiştir. Matematiksel modelleme ile ilgili ulusal alanda yapılan lisansüstü çalışmaların büyük bir bölümünün son yıllarda yapıldığı tespit edilmiştir. Ulusal alanyazında matematiksel modelleme konulu çalışmalar daha çok ilköğretim matematik öğretmenliği ve ortaöğretim seviyesinde şekillenmiştir. Alanyazında ortaokul düzeyinde sınırlı sayıda araştırma yapılmıştır. Bunun sebebi ise araştırmacıların modelleme etkinliklerini daha çok lise ve lisans düzeyinde daha rahat uygulama imkânı buldukları ve ayrıca ortaokul düzeyinde çalışma yapmanın zor olacağı düşünülmektedir.

Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula, Bukova Güzel (2014) yaptıkları çalışmanın amacını, matematiksel modelleme sürecinde öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi' ne ilişkin çözüm yaklaşımlarını incelemek olarak ifade etmişlerdir. Araştırmaya 10 ortaöğretim öğrencisi katılmış ve çalışmada öğrencilerin modelleme süreci basamaklarında ilerledikçe öğrencilerin performanslarının azaldığı belirlenmiştir. Bununla birlikte katılımcılar doğrulama basamağında herhangi bir davranış göstermemişlerdir. Ayrıca çalışmada öğrencilerin daha fazla günlük hayat problemleri içeren modelleme etkinlikleriyle karşılaşmaları modelleme sürecinin eksik olan basamaklarında da davranışlar sergilemelerine fayda sağlayacağını belirtmişlerdir. Benzer şekilde Alkan (2019) yapmış

olduğu çalışmada matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan öğretim sürecinin 7.sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri ile okuduğunu anlama becerilerine etkisini incelemek ve okuduğunu anlama becerisi ile matematiksel modelleme yeterliği arasındaki ilişkiyi belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmasının katılımcılarını 26 tane yedinci sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Yapılan çalışmada modelleme etkinliklerinin öğrencilerin okuduğunu anlama ve matematiksel modelleme süreç becerilerine önemli katkılar sağladığını tespit etmiştir. Bununla birlikte matematiksel modelleme yeterliliği ve okuduğunu anlama becerisi arasında yüksek düzeyde bir ilişki olduğunu belirtmiştir. Yaptığı araştırmada modelleme sürecinde başarılı öğrencilerin okuduğunu anlama becerisi de yüksek öğrencilerden oluştuğunu tespit etmiştir. Hıdıroğlu ve Ark (2014) çalışmasına benzer olarak sürecin başlarında problemi anlama ve sadeleştirme basamağında başarı yüksek iken sürecin sonlarında doğru yorumlama ve doğrulama basamaklarında başarısız oldukları belirlenmiştir. Çoksöyler (2020) araştırmasında altıncı sınıf öğrencilerini matematiksel modelleme problemleriyle tanıştırmak ve öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözerken sergiledikleri bilişsel modelleme süreçlerini incelemeyi amaçlanmıştır. Çalışmasını bir devlet okulunda altıncı sınıfın bir şubesindeki tüm öğrencilerle gerçekleştirmiştir. Araştırmanın ilk aşaması olan ön uygulama kısmında matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin zorlanmalarının nedenleri, “*Hocam biz bunu anlamadık! Çıkamaz bu sorular* “ gibi ekstra bilgiye ihtiyaç duyma, problemi yeterince okuyup anlamama, sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama, matematiksel olarak ön bilgi eksikliği, doğrulama mekanizması olarak ilk önce öğretmeni görme olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin ön uygulama sayesinde modelleme problemlerini tanımasıyla zamanla bu zorlukların azaldığı tespit edilmiştir. Araştırmanın ikinci aşaması olan asıl uygulama kısmında tüm grupların 3 matematiksel modelleme problemindeki bilişsel modelleme yeterlilikleri incelenmiş ve süreç içerisinde bilişsel modelleme yeterliliklerinde gelişim yaşandığı, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanıması ve söz konusu problemlere alışmasıyla çözüm süreçlerini değerlendirmek için yapılan puanlama tablosundaki puanlarında artış olduğu görülmüştür. Araştırmanın ön uygulama aşamasında öğrencilerin özellikle problemi anlamama gibi 6 sebepten ötürü matematiksel modelleme problemlerinde zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Bununla birlikte ön uygulamanın öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini tanımasına katkı sağladığı, araştırmacıyı ve öğrencileri asıl uygulama sürecine hazırladığı belirlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasını oluşturan asıl uygulama

kısımında öğrencilerin modelleme problemlerini tanımasıyla birlikte süreçte ilerleme gösterdikleri görülmüştür. Hıdıroğlu ve ark.(2014) ve Alkan (2019) yaptığı çalışmalara benzer olarak modelleme döngüsünün son iki basamağı olan yorumlama ve doğrulama aşamalarının çözüm sürecinde ihmal edildiği belirlenmiştir. Matematiksel modelleme problemleriyle daha önce karşılaşmamış öğrencileri modelleme problemleriyle tanıştırmak ve sürece alıştırmak için ön uygulama yapılması, çözüm sürecinde rehberlik etmesi için modelleme döngüsünün tanıtılması, öğrencilerin modelleme döngüsünü takip etmelerini kolaylaştırmak adına yapılandırılmış çözüm kâğıtları hazırlanması, modelleme problemlerinde grup çalışması yapılması önerilmektedir.

Yurtsever (2018) araştırmasının amacı, öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerini belirlemek, ayrıca öğrencilerin matematik başarı ve tutumlarını incelemek olarak ifade etmiştir. Öğrencilerin matematik başarıları ile matematik dersine yönelik tutumları arasındaki ilişki belirlenmiştir. Araştırma 63 öğrenci ile yürütülmüştür. Öğrencilerin modelleme yeterliklerini düşük seviyede olduğu belirlenmiş ayrıca bazı öğrencilerin süreç boyunca etkin katılım sağlayamadığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin yapılan etkinlikten ve grup çalışmasından zevk aldıkları görülmüştür. Araştırmada öğrenciler problemi anlama basamağında en iyi başarıyı gösterirken sürecin sonlarında yorumlama ve doğrulama basamaklarında başarısız olmuşlardır. Araştırma sonucunda öğrencilerin okul matematik başarıları ile matematiksel modelleme yeterlikleri arasında anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Genel olarak öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerinin çok düşük düzeylerde olduğu belirlenmiştir. Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz (2021) çalışmaları disiplinler arası alanda öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerini incelese de süreç becerileri bağlamında incelendiğinde diğer çalışmalarla benzerlik göstermektedir. Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz (2021) çalışmalarında ise ortaokul öğrencilerinin Disiplinler Arası Matematiksel Modellemede (DMM) becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Kapsamlı bir projenin bir bölümünü kapsayan araştırmada, projeye katılan öğretmenler tarafından geliştirilen altı (6) adet DMM etkinliği, katılımcı öğretmenler tarafından iki farklı sınıf ortamında uygulanmıştır. Yapılan analizler, öğrencilerin DMM etkinliklerinin doğasından kaynaklı bazı zorluklar yaşadığını göstermektedir. Modelleme sürecinde öğrencilerin en yüksek ve en düşük performansı gösterdikleri basamaklar sırasıyla problemi anlama ve değerlendirme basamağı olmuştur. Öğrencilerin DMM becerilerinin, problem çözme alışkanlıklarından, etkinliğin gerektirdiği matematik ve fen kazanımlarından etkilendiği sonucuna ulaşılmıştır. Grup

performanslarının birbirine benzediği ve uygulama süreci ilerledikçe öğrenci becerilerinin geliştiği sonucuna ulaşılmıştır. Sonuçlar, modelleme uygulamalarına öğretim sahasında daha çok yer verilmesinin gerekliliğini göstermektedir. Öğrencilerin modelleme sürecindeki becerileri inceleyen çalışmalara bakıldığında öğrencilerin en başarılı olduğu basamakları benzer şekilde Hıdıroğlu ve Ark. (2014), Yurtsever (2018) , Alkan (2019) , Çoksöyler (2021) ve Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz (2021) sürecin başları olan problemi anlama ve sadeleştirme basamağı olduğunu en başarısız oldukları basamaklar ise yorumlama ve doğrulama olduğunu araştırmalarında tespit etmişlerdir. Ayrıca Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz (2021) ve Hıdıroğlu ve ark. (2014) çalışmalarında modelleme etkinlikleri uygulanmaya devam ettikçe başarılarında uygulama sayısına paralel olarak arttığını belirtmişlerdir.

Modellemenin son yıllarda araştırmacıların ilgisini çekmesiyle birlikte modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde karşılaşılan zorluklar ve öğretmenin görevleriyle alakalı araştırmalar alanyazında bulunmaktadır. Örneğin, Blum ve Leiß (2005) öğretmenlerin modelleme problemleriyle nasıl başa çıktıklarını yürüttükleri proje üzerinden modelleme problemini bir örnek üzerinden anlatmışlardır. DISUM adı verilen bu projede bir kişi için didaktik müdahale biçimleri ve matematik örneğini kullanarak bağımsızlık odaklı, göreve dayalı öğretim yöntemi olarak kullanılabileceği belirtilmiştir. DISUM'un konusu, ağırlıklı olarak 9. sınıftaki modelleme problemleridir. DISUM'un bileşenlerinden bir tanesi ise modelleme görevlerinin detaylı bilişsel ve konu analizlerini yapmaktır. Bu projelerle birlikte matematik öğretiminin ve matematik öğretmenlerinin geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkmıştır. Matematikte günlük hayat problemlerinin ne kadar önemli olduğu ortaya çıkınca öğrencilerin bağımsız çalışabileceği modelleme, iletişim kurma, tartışma, zihinsel faaliyetlerde bulunma, hatalara karşı hoşgörü ve değerlendirmeden uzak öğretim ortamlarına ihtiyaç doğmuştur. Bununla birlikte, özellikle bazı sorunlar da gözle görülür hale gelmiştir. Öğrencilerin bağımsızlığı ve bağımsızlığı arasında uygun bir denge bulmanın zorluğu öğretmenin ön bilgisi ve inançlarından etkilenen müdahalesi, doğrulama eksikliği ve çözüm süreçlerine önemli ölçüde yansımıştır. Bu projelerin öğretmen yetiştirilmesinde ve modellemeye bakış açılarını geliştirmelerinin öneminden bahsedilmiştir. Benzer şekilde Maaß (2006) yaptığı araştırmada modelleme ve uygulama matematik dersleri için çok önemli bir konu olarak görülmektedir. Maaß (2006) çalışmasında modelleme görevlerinin günümüz matematik derslerine entegrasyonunun etkilerini göstermeyi amaçlamaktadır. Bu teorik yaklaşıma dayalı olarak uygulamaya geçiş

anlatılmaktadır. Maaß (2006) yaptığı çalışmanın sonuçlarına göre modelleme etkinliklerini günlük okul hayatına entegre etmenin zor olduğu ve bunun sadece öğretmenlere görev vermekle olmayacağını belirtmiştir. Bunun için öğretim yöntemlerinin gözden geçirilmesi gerektiğini ve öğretmen yetiştirme kurslarının revize edilmesi ve sürekli hale gelmesi gerektiğini ifade etmiştir. Öğrencilerin yeteneklerinin ve hatalarının analizi, modelleme yetkinlikleri kavramıyla ilgili daha fazla faydalanmayı sağlayacağını ifade etmiştir. Öğretmenin uygulamadaki becerilerinin önemine vurgu yapan başka bir çalışma ise Borromeo Ferri ve Blum (2009) matematiksel modelleme uygulamalarının hala arzu edilenden düzeyde olmadığını belirterek bu boşluğu doldurmayı amaçlamışlardır. Bu boşluğun günlük okul uygulamaları arasındaki temel nedeni, modellemenin hem öğrenciler hem de öğretmenler için zor olmasıdır. Makalelerinde, öğrencilerin ve öğretmenlerin zorlu modelleme görevleriyle nasıl başa çıktıklarına dair örnekler vermişlerdir. Kendi projeleri DISUM ve COM²'den elde edilen sonuçlara ve diğer çeşitli araştırma çalışmalarından elde edilen deneysel bulgulara tartışmışlardır. İlk olarak, öğrencilerin modelleme görevlerinde yaşadıkları zorluklara ve öğrencilerin bu tür görevleri çözerken (ayrıca matematiksel düşünme stillerine bağlı olarak) belirli modelleme yollarına ilişkin bazı örnekler sunmuşlar ve bu zorlukları bu görevlerin bilişsel talepleriyle açıklamaya çalışmışlardır. Matematiksel modellemenin özellikle öğrenciler tarafından öğrenilmesi gerektiğini ve öğretimin belirli kalite ölçütlerine uyması, özellikle de öğretmenin rehberliği ile öğrencilerin bağımsızlığı arasında kalıcı bir denge sağlanması durumunda modellemenin gerçekten öğrenilebileceğini vurgulamışlardır. Daha sonra öğretmenlerin bu ince dengeyi nasıl başarılı bir şekilde gerçekleştirdiğine dair bazı örnekler vermişler ve bireysel öğretmenlerin modelleme görevlerini ele almaları arasındaki ilginç farklılıklara değinmişlerdir. Öğretmenler, uygulama becerisine sahip olmalı ve ayrıca özellikle stratejik müdahaleleri bilmeleri gerekmektedir. Benzer şekilde Ferri (2013) matematiksel modellemede öğretmenin sorumluluğunu ve öğretim yeterliliklerinin ele almıştır. Özellikle öğretmen eğitimi ile ilgili araştırma faaliyetleri ve sonuçları, modelleme kapsamında belirtilmiştir. Öğretmenlerin modelleme öğretmesi için gerekli olan yeterlilikler neler olduğunu, öğrenenler ve - belki de ihtiyaçlarıyla birlikte en önemlileri- özellikle kaliteli öğretim yoluyla modellemeyi nasıl etkili bir şekilde öğrendiklerini tartışmışlardır. Modelleme problemlerinde öğretmen müdahalesinin çok önemli olduğu açıklanmıştır. Bunun öğretmenin yeterli alan bilgisine ve pedagojik içeriğe sahip olması durumunda mümkün olacağı ve dolayısıyla bu durumda öğretmenlerin güçlü bir modelleme bilgisine sahip

olmaları ve belirli konuları anlamaları gerektiğinden bahsetmişlerdir. Modelleme yetkinlikleri ile ilgili zorlukları materyal, zaman ve değerlendirme üç alt kategoriye ayırmışlardır. Matematiksel modellemenin karmaşık bir süreç olduğu ve aynı zamanda farklı yollarla temsil edilebileceği söylenmiştir. Blum ve Leiß (2005) , Maaß (2006) Borromeo Ferri ve Blum (2009), B.Ferri (2013) modelleme problemlerinin öğretmenin sorumluluğunda olduğunu ve süreci iyi yönetebilmek için yeterli düzeyde modelleme bilgisine sahip olması gerektiği söylenmiştir. Modelleme öğretimi öğretmen sorumluluğundadır bu yüzden amaca ulaşmak için önce öğretmenleri iyi eğitmek gerekliliğini belirtmişlerdir. Bu çalışmalara benzer olarak Şahin (2019) çalışmasında öğretmenlerin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesini amaçlamıştır. Bu kapsamda 6 matematik öğretmenine modelleme eğitimi verilmiş ve problem hazırlama süreçleri incelenmiştir. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenler problem hazırlama sürecinde başarılı performans sergilemelerin yanı sıra süreçte birtakım zorluklar yaşamışlar ve bu zorluklar genel olarak matematiksel modelleme problemlerinin özelliklerinin farklı algılanmasından kaynaklandığını belirlenmiştir. Öğretmenlerin özellikle matematik ile gerçek yaşam arasında ilişki kurmada başarılı oldukları, problem hazırlarken öncelikli olarak varsayımlara dayalı, yoruma açık ve düşündürücü olma kriterlerini dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Yapılan araştırmanın sonucunda matematiksel modellemenin sınıf ortamına taşınmasında öğretmen yeterliklerinin önemli bir rol oynadığı bundan dolayı matematiksel modellemenin öğretiminde öğretmenlerin teorik ve pratik bilgi eksikliklerinin giderilmesinin öncelikli konular arasında yer alması gerektiği tespit edilmiştir. Blum ve Leiß (2005) , Maaß (2006), Borromeo Ferri ve Blum (2009), Ferri (2013) ve Şahin (2019) yaptıkları çalışmalarda modelleme sürecinin zorluklara, öğretmen yeterliliklerine ve süreçteki öğrenci becerilerinin gelişimi için uygulama esnasındaki eksiklerin giderilmesi konusunda tespitlerde bulunmuş ve öneriler yapmışlardır.

Yapılan bazı araştırmalar ise modelleme etkinliklerin problem çözme becerisine etkisi ve matematik öğretimine sağladığı yararlarla ilgili tespitlerde bulunmuştur. Örneğin Çiltaş (2011) araştırmasında dizi ve seriler konusunda matematiksel modelleme yöntemi ile öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerini ve bu yöntemin öğrenmeye etkisini incelemek amaçlanmıştır. Bu amaca yönelik ön hazırlık yapmak, problemin çözümünü araştırmak ve desteklemek için araştırma süreci, öğretmen adaylarının dizi ve seriler konusundaki öğrenme güçlükleri ve bu kavramlara yönelik zihinsel modellerinin belirlenmesi ile başlamıştır. Bu aşamadan

sonra problemin çözümünü araştırmak amacıyla öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yöntemi ile ilgili bilgi, beceri ve görüşlerindeki değişim incelenmiş ve ayrıca yöntemin başarıya olan etkisi araştırılmıştır. Çiltaş (2011) araştırmasında 76 öğretmen adayından yararlanmıştır. Bu doğrultuda katılımcıların matematiksel modelleme ile ilgili bilgi, beceri ve görüşlerinde büyük ölçüde bir değişim ve gelişimin olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca uygulanan öğretim yönteminin başarıya ve belirlenen öğrenme güçlüklerini gidermeye yönelik etkisinin olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte ilgili lisans programlarına da seçmeli bir ders olarak konulmasının öğretmen adayları için olumlu olacağı düşünülmektedir. Benzer şekilde Kal (2013) matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisini araştırmak ve matematiksel modelleme etkinlikleri ile çalışılan öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik derslerinde kullanılmasına yönelik görüşlerini tespit etmek amaçlı karma araştırma modelini kullandığı araştırmasını, bir ilköğretim okuluna devam eden 48 altıncı sınıf öğrencisi ile gerçekleştirmiştir. Araştırmada öğrencilerden 24'ü deney grubunu, diğer 24'ü ise kontrol grubunu oluşturmuştur. Deney grubundaki öğrencilere, kontrol grubundaki öğrencilerden farklı olarak, matematiksel modelleme etkinlikleri adı altında okul saatleri dışında haftada dört saat çalışma yaptırılmıştır. Araştırma sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin 6.sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına olumlu yönde etki ettiği ortaya çıkmıştır. Ayrıca yapılan görüşmeler sonucunda öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri ile çalışırken zorlanmadıkları, zevk alarak çalıştıkları belirlenmiştir. Çavuş Erdem (2018) ise benzer şekilde araştırmasında alan ölçme konusunun kazanımlarına uygun olarak hazırlanan matematiksel modelleme etkinliklerinin, öğrencilerin konuya ilişkin öğrenmelerine ve matematiksel modelleme becerilerine etkisini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmasını bir okulun 6 tane 7. sınıf öğrencisiyle yürütmüştür. Araştırmanın sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulama biçimine bağlı olarak öğrencilerin öğrenmelerini önemli ölçüde desteklediği, etkinliklerin modelleme becerisine katkı sağladığı görülmüştür. Öğrencilerin konuya ilişkin kavramları, kavramlar arası ilişkileri matematiksel olarak açıklayabildiği belirlenmiştir. Çiltaş (2011), Kal(2013) ve Çavuş Erdem (2018) çalışmalarının da benzer şekilde modelleme etkinliklerinin uygulanması öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına olumlu yönde etkisinin olduğunu belirtmişlerdir. Kal(2013) ve Yurtsever (2018) yaptıkları araştırmalarda modelleme etkinliklerinin uygulanmasının ve eğitim ortamına dâhil edilmesiyle sürecin

rutin olan problemlere göre daha eğlenceli ve kullanışlı olduğunu ve süreçten zevk aldıklarını belirtmişlerdir.

İnan (2018) araştırmasında ortaokul yedinci sınıfta öğrenim gören altı öğrencinin matematiksel modelleme süreç becerilerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmanın sonucunda öğrencilerin döngüsel bir süreç geçirdikleri kendi düşüncelerini oluşturabildikleri ve düşüncelerinin doğrusal olmadığını gösteren gerçek hayatla ilgili olan 3 modelleme problemini model oluşturarak çözdükleri belirlenmiştir. Çalışmasının bulgularında öğrencilerin problemi anlayıp yeterince içselleştirmeden doğrudan matematikselleştirmeye çalıştıkları bununla beraber modelleme farklı basamaklarında problemin başına dönerek tekrar okuyup anlamaya çalıştıkları, farklı fikirler ortaya koydukları ve bu varsayımlarını sık sık değerlendirdikleri belirlenmiştir. Araştırmada ilk uygulama sürecinde öğrencilerin daha çok fikirler oluşturarak çözmeyi denedikleri ancak ilerdeki uygulamalarda varsayımlar oluşturma sayılarının azaldığı belirlenmiştir. Bununla birlikte son problemde farklı fikirler oluşturmak yerine doğrudan sayısal verilerle puanlama yaparak sonuca ulaşmayı tercih ettiklerini ifade etmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin grup çalışması içerisinde işbirliğiyle çalışabildikleri, gerçek yaşama uygun varsayımlar oluşturabildikleri ve elde edilen verileri gerçek yaşam bağlamında yorumlayabildikleri belirlenmiştir. Bunu yaparken öğrencilerin yaptıkları açıklama yerine matematiksel işlemlerle uğraşmayı daha çok tercih ettikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin çözüm süreçlerini kontrol etmek yerine sadece sonucun doğruluğu değerlendirildiği tespit edilmiştir. İnan (2018) yaptığı çalışmada matematik öğretiminde öğretmenlerin modelleme etkinliklerine daha fazla yer vermelerinin gerektiğini ifade etmiştir. İnan (2018) diğer çalışmalara benzer olarak öğrencilerin modelleme becerilerinin bir durumu anlamaya çalıştıkları, matematiksel fikirler ve modellerini oluşturdıkları görülmekte ve çok fazla yanılığa sahip olmadıkları ve bununla birlikte algılarının kısıtlı olduğu belirlenmiştir.

Aydın Güç (2015) çalışmasında bütüncül matematiksel modelleme yaklaşımı olarak tanımlanan öğrenme ortamlarında öğretmen adaylarının modelleme yeterliklerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmasında birisi modelleme etkinlikleriyle karşılaşan diğeri ise karşılaşmayan iki öğretmen adayı öğrenci grubuyla yapmıştır. Araştırmasının sonucunda matematiksel modelleme sürecinde değişim ve gelişimin öğrencilerin modelleme etkinlikleriyle karşılaşması ve deneyim kazanmasına bağlı olarak becerilerin arttığını belirtmiştir. Bunun yanında bazı becerilerin de deneyime bağlı olmadığı sonucuna

varmıştır. Hatta bazı yeterliliklerin deneyimden olumsuz anlamda etkilendiğini ifade etmiştir.

Matematiksel modelleme ile ilgili alanyazında yapılan araştırmalarda matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrenme ortamında tecrübe ve deneyimin, öğrenme ortamı özelliklerinin ve duyuşsal faktörlerin modelleme yeterliliklerinin ortaya çıkmasında etkili olduğunu belirtmiştir (Aydın Güç, 2015). Modelleme sürecinde öğrenciler problemi anlama basamağında başarılı olurken sürecin sonlarında yorumlama ve doğrulama basamağında başarının azaldığı birçok araştırmada tespit edilmiştir (Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014; Alkan 2019; Çoksöyler, 2020; Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021). Benzer şekilde süreçte etkinlikler uygulanmaya devam ettikçe öğrenci performanslarının arttığı görülmüştür (Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014). Benzer olarak yapılan analizler sonucu elde edilen bulgular, matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan öğretim sürecinin öğrencilerin okuduğunu anlama becerisine ve matematiksel modelleme yeterliği düzeylerine önemli katkılar sağladığını göstermektedir (Alkan, 2019).

Matematiksel modelleme etkinliklerinde önemli olan başka bir husus da öğretmenin uygulama becerisidir. Öğretmenler, uygulama becerisine sahip olmalı ve ayrıca stratejik müdahaleleri bilmelidirler. Modelleme öğretimi öğretmen sorumluluğundadır bundan dolayı amaca ulaşmak için önce öğretmenler eğitimine gereken önemi vermeleri gerekir (Borromeo Ferri ve Blum, 2009; Maaß, 2006; Ferri, 2013; Blum ve Leiß, 2005; Şahin, 2019).

Araştırma sonucunda matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanması öğrencilerin matematik problemi çözme tutumlarına olumlu yönde etki ettiği araştırmalarda tespit edilmiştir (Kal, 2013; Çavuş Erdem, 2018). Bundan dolayı matematik öğretiminde modelleme etkinliği daha fazla kullanmak öğrencilerin başarısını arttıracaktır. Ayrıca yapılan araştırmalarda öğrencilerin ön yargılı oldukları ve sıkıcı buldukları matematik dersinde rutin problemler kullanmak yerine gerçek yaşam bağlantılı modelleme problemleri kullanmak hem başarıyı arttıracaktır hem de bu etkinliklerden öğrenciler zevk aldıkları belirlenmiştir (Kal, 2013; İncikabı, 2020).

3.2. Çoklu Temsil Şekilleri

Son yıllarda hem yurt dışındaki belgelerde (NCTM, 2000), hem ülkemizin Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (MEB, 2018) daha da yoğun bir şekilde olmak

üzere, öne çıkarılan amaçlardan biri de öğrencilerin kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilmeleridir. Bu konu son yıllarda araştırmacıların dikkatini çekmiştir (Mainali, 2021; Goldin ve Kaput, 1996; İpek ve Okumuş, 2012; İncikabı ve Biber, 2018; İpek ve Hut, 2021; Akkuş ve Eroğlu, 2021). Öğrencilerin, hem matematiksel kavramları algılama hem de problem çözme sürecinde bu kavramları birbirleriyle ilişkilendirmede, iletişim kurmada ve akıl yürütme becerilerini kullanmalarında temsil kullanımı ön plana çıkmaktadır. Öğrenciler matematiksel kavramları kazanma ve bu kavramlara yönelik problem çözme süreçlerinde düşüncelerini çoğunlukla çizimler, tablolar, grafikler, diyagramlar ve sembollerle ifade ederler. Alan yazında bu konu ile yapılan çalışmaların çoğu ortaokul düzeyinde yapılmıştır (Gürbüz ve Şahin, 2015; Sezgin, 2019; Kılıç, 2009; Kaya, 2015; Sert, 2007; Akkuş-Çıkla, 2004; İncikabı ve Kara, 2018; Çetin, 2017; İpek ve Hut, 2021; Yılmaz, 2011). Bazı araştırmacılar da temsillerin şekillerinin kullanılan kaynaklardan da etkilenildiğini düşündüğü için temsil kullanımında ders kitapları analizi yapmıştır (İncikabı ve Biber, 2018; Akkuş ve Eroğlu, 2021; İncikabı, 2017; Özer ve İncikabı, 2019). Problem çözme sürecinde başarılı olabilmek için temsil kullanımı önemli bir yer tutmaktadır. Problem çözme sürecinde kullanılan temsillerle yine bazı araştırmacıların merak konusu olmuştur (Hwang vd. 2007; Castro, Morcillo ve Castro, 1999; İpek ve Okumuş, 2012; Bukova Güzel vd. 2013; Kılıç, 2009; Bayık, 2010; Özdemir, 2012; İpek ve Hut, 2021). Bu araştırmaların büyük çoğunluğu öğrencilerin ne tür temsilleri kullandıklarının, öğretim içinde kullanılan temsillerin öğrencilerin başarısı üzerindeki etkisi ve temsiller arası geçiş becerilerinin incelenmesi için gerçekleştirilmiştir. Hiç şüphesiz öğrencilerin ve öğretmen adaylarının ya da öğretmenlerin temsil bilgileri, böyle etkili bir aracın bireyler tarafından nasıl anlaşıldığı konusunda bilgi vermesi açısından değerlidir. Bu alanda birçok araştırma yapılmıştır. Hwang ve arkadaşları (2007) çalışmalarının amaçları bir akıllı beyaz tahta sistemi ile desteklendiğinde öğrencilerin çoklu temsil becerilerini ve matematik problemlerini çözmedeki yaratıcılıklarını keşfetmektir. Altıncı sınıf düzeyinde matematik yeteneği çok iyi olan öğrencilerle çalışma yapılmıştır. Araştırmada öğrencilere 21 adet sayısal ve geometri problemi verilmiştir. Öğrencilerin çoklu temsil becerilerinin iyi olması matematiksel problem çözmenin başarılı olmanın anahtarıdır. Detaylandırma yeteneği yüksek öğrenciler, matematiksel problem çözmede daha çeşitli fikirler ve çözümler üretmek için akran etkileşimlerinden ve öğretmen rehberliğinden daha iyi yararlanabileceğinin ifade etmiştir. Buna karşılık, detaylandırma yeteneği düşük olan öğrenciler, temsil becerilerinde büyük zorluk

yaşayacaklardır. Yaratıcılıkta detaylandırma yeteneğinin, öğrencinin çoklu temsil becerilerini etkileyen kritik bir faktör olduğu sonucuna varılmıştır. Çalışma, öğretmenlerin akıllı beyaz tahta sistemi tarafından desteklenen matematiksel problem çözme etkinlikleri tasarlayabileceklerini ileri sürmektedir. Benzer şekilde temsil kullanımı ile problem çözme becerisini inceleyen Delice ve Sevimli (2010) çalışmalarında belirli integralde kullanılan temsillerin öğretmen adaylarının problem çözme başarısına etkisini incelemeyi amaçlamışlardır. Belirli integral problem çözme sürecinde farklı temsiller kullanma ve temsiller arası geçiş esnekliğine sahip olma kavramsal anlayışın gelişimi ve öğrencilerin performansında etkili olduğu düşünülmektedir. 45 öğretmen adayı ile bir örnek olay incelemesi yapılmıştır. Öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma becerilerinin belirli integral problemlerini çözme sürecinde yeterli olmadığı belirlenmiştir. Sadece bir temsilin egemenliğiyle soruları çözmeye çalışan öğretmen adayların temsil becerilerine geçiş açısından zayıf ve problem çözme açısından düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. İpek ve Hut (2021) çalışmalarında, ortaokul 6.sınıf öğrencilerinin ondalık gösterimlerle temsil ve problem çözme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma grubunu 360 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışma sonuçları öğrencilerin ondalık gösterimlerde temsil kullanma becerisinin problem çözme becerisinin olumlu bir etkisi olduğunu ifade etmiştir. Problem çözme becerisini yorumlamak için önem sıralamasını, resimsel temsilden sembolik temsile transfer edebilme, sembolik temsilden resimsel temsile transfer edebilme ve sembolik temsilden sembolik temsile transfer edebilme olarak ifade etmiştir. Araştırmasının sonucunda bu üç değişkenin birlikte problem çözme becerisini belirli bir düzeyde açıklayabildiği tespit edilmiştir. Hwang ve ark. (2007), Delice ve Sevimli (2010), İpek ve Hut (2021) çalışmalarında temsil kullanımının problem çözme başarısını artırdığını ifade etmişlerdir.

Goldin ve Kaput (1996) matematik öğrenmede ve yapılmasında temsil fikirlerine ortak bir bakış açısı geliştirmeye çalışmışlardır. Temsillere ve sembol sistemlerine dayalı matematik eğitiminde gelecekteki teorik çalışmalar için bir temel oluşturabileceğini düşünmüşler ve bu araştırmada sunulan yapıların daha fazla gelişme için sağlam bir temel oluşturacağına inanarak bakış açılarını geliştirmişlerdir. Çalışmalarında temsil ile ilgili olan farklı görüşleri incelemiş, tartışmış ve eleştirilere cevap verilmiştir. Temsil biçimlerini iç ve dış temsil olarak incelemişlerdir. İç temsil terimini, iç gözlem faaliyetinin doğrudan nesnesine atıfta bulunmak için değil, davranış gözleminden (tabii ki sözlü ve matematiksel davranış dâhil) bir gözlemcinin ulaştığı bir yapı olarak kullanmışlardır. Dış temsiller

terimini ise fiziksel olarak somutlaştırmış, gözlemlenebilir konfigürasyonları, örneğin kelimeler, grafikler, resimler, denklemler veya bilgisayar mikro dünyaları gibi olarak ifade etmişlerdir. Temsilin gücü ve faydası, açıkça yapılandırılmış bir sistemin parçası olmasına ve temsil edebileceği şeydeki esneklik veya çok yönlülük derecesine bağlı olduğunu ifade etmişlerdir. Goldin ve Kaput (1996) iç ve dış temsillerin arasında net bir ayrım yapmanın çok da kolay olmadığını söylemişlerdir. Dış temsillerin bireysel öğrenci veya problem çözücü ile ilgili çıkarımlardan ayrı olarak matematiksel ilişkiler ve anlam hakkında konuşmamıza izin verdiğinden ve iç temsillerin bize bireysel bilgi yapılarını ve problem çözme süreçlerini tanımlamak için çerçeve sağlayacağını söylemişlerdir. İleriki temsillerin kullanmanın problem çözme becerisini artıracaklarını ve temsil sistemleri kullanmanın hangi yönleri güçlendireceği konusunda araştırma yapılmasını önermişlerdir. Benzer şekilde Bayık (2010) ise çalışmasında öğrencilerin problem çözerken ve geometrik kavramlarda iç ve dış temsiller kullanma ve bu temsiller arasında etkileşimi belirlemeyi amaçlamıştır. Bu çalışmaya 11. Sınıfta öğrenim gören 3 öğrenci katılmıştır. Araştırma verileri öğrencilere uygulanan üç tane geometri sorusu ve görüşmelerden toplanmıştır. Bayık (2010) araştırmasında öğrencilerin problem çözme süreçlerinde dış temsil şekillerinden cebir ve sözel temsili oluşturduklarını tespit etmiştir. Ayrıca tercih edilen temsillerin problem çeşidine göre çeşitlilik gösterdiğini belirtmiştir. İç temsil şekillerden ise sözel, biçimsel ve imgesel olarak kabul edilen iç temsil yapıları oluşturdukları belirlenmiştir.

Temsiller arasında geçiş yapabilme becerisi birçok araştırma konusu olmuştur. Örneğin Sert (2007) çalışmasında sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir kavramlarının çoklu temsil biçimleri arasında dönüşüm yapma becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarında öğrencilerin cebir kavramlarını kullandıkları temsil şekilleri arasında dönüşüm yapma becerilerinin iyi olmadığını belirlemiştir. Benzer şekilde Kılıç (2009) ilköğretim beşinci sınıf öğrencileri ile yaptığı çalışmada matematiksel problem çözme sürecinde kullandıkları temsillerin belirlenmesinin amaçlandığı araştırma toplam 12 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmasında öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözüm basamaklarında hepsinde konuşma dili temsili, bunun yanı sıra planı uygulama ve değerlendirme aşamalarında görsel ve sembolik temsil şekillerini tercih ettiklerini tespit etmiştir. Öğrencilerin tercih ettikleri temsilleri seçme sebeplerine bakıldığında bireysel tercihlerinin ön planda tutulduğu ve önceki yaşantı, duygusal etmenlerin ve öğretmen tercihlerinden etkilendikleri sonucuna ulaşılmıştır. Sert (2007) çalışmasına benzer şekilde öğrencilerin diğer temsiller arası geçiş yapamadığı sonucuna ulaşılmıştır. Bunun yanında

temsiller arasında geçiş yapmada başarı düzeyi yüksek olanların pek sorun yaşamadığı ancak başarı düzeyi düşük olan öğrencilerin daha fazla sorunlar yaşadığı belirlenmiştir. İncikabı ve Biber (2018) ise çalışmalarında ortaokul matematik ders kitaplarında soruların ifadesinde yer verilen ve soruların cevaplarında istenen temsil türlerini belirlemeyi ve temsiller arasındaki geçiş durumlarını (ilişkiler) ortaya koymayı amaçlamıştır. Bu araştırma ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan temsil türlerini analiz etmek için doküman analizi yöntemi kullanılarak matematik ders kitapları, matematikte kullanılan sözel, cebirsel, model, tablo, grafik ve gerçek yaşam temsilleri dikkate alınarak incelenmiştir. Bu çalışmada problem kurma içeren etkinlikler gerçek yaşam temsili olarak nitelendirilmiştir. Araştırma bulgularına göre ders kitaplarında yer verilen temsiller arası geçiş en fazla cebirsel, sözel ve model temsiller ile cebirsel, sözel, model ve açık temsiller arasında gerçekleşmiştir. Diğerk ikili eşleşmelerin oldukça düşük oranlarda kalması dikkat çekicidir. Temsiller arasındaki geçiş becerilerini inceleyen Sert(2009), Bayık (2019), İncikabı ve Biber (2018) alışmalarında temsiller arasında geçiş becerilerinin düşük olduğunu belirtmişlerdir.

İpek ve Okumuş (2012) alışmalarında ilköğretim matematik ğretmen adaylarının problem çözme sürecinde kullandıkları temsil çeşitlerini, bu temsilleri sürecin hangi aşamasında tercih ettiklerini, temsilleri seçerken ve kullanırken ne tür zorluklarla karşılaştıklarını belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcılarını 48 ğretmen adayı oluşturmaktadır. Elde edilen bulgular neticesinde adayların özellikle konuşma dili temsili ni diğerk temsil şekillere oranla daha fazla tercih ettikleri belirlenmiştir. Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula ve zaltun (2013) ise çalışmalarında matematik ğretmeni adaylarının modelleme problemlerinin çözüm sürecinde kullandıkları farklı temsil şekillerini belirlemeyi amaçlamışlardır. Çalışma katılımcıları daha önceden matematiksel modelleme dersini alan on beş ğretmen adayıyla gerçekleştirilmiştir. Katılımcılara farklı bağlamda oluşturulmuş altı modelleme etkinliği uygulanarak veriler toplanmıştır. Modelleme sürecinin basamaklarında temsil şekillerinin kullanımının incelendiği bu çalışmada elde edilen bulgular neticesinde adayların sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo ve dinamiksel temsil şekillerinden tercih ettikleri tespit edilmiştir. İpek ve Okumuş (2012) alışmalarına benzer olarak modelleme problemleri çözüm sürecinin tüm aşamalarında ğretmen adayları en çok sözel ve cebirsel temsilleri tercih etmişlerdir. Bunun yanı sıra matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında cebirsel temsili daha çok tercih etmişlerdir. Benzer şekilde Gürbüz ve şahin (2015) alışmalarının amacı, ortaokul 8.

sınıf öğrencilerinin temsil şekilleri arasındaki geçiş becerilerini incelemek şeklinde belirlenmiştir. Bu araştırma 4 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırma bulgularında öğrencilerin diğer temsil türlerinden grafik temsiline geçişte daha çok zorlandıkları belirlenmiştir. Temsiller arasında ki geçiş becerilerini kullandıkları temsil şekillerinin etkili olduğu belirlenmiştir. Bunun yanı sıra çalışmada öğrencilerin temsil kullanırken yazma becerilerin eksikliğinden kaynaklı zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir. Ayrıca temsil tercihlerinde alışkın oldukları ve daha sık karşılaştıkları temsilleri kullanamaya eğimli oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmelerde temsil tercihlerinde öğretmenlerinin etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yine benzer şekilde Çankaya (2021) çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin tam sayılar konusunun öğretiminde matematiksel temsilleri kullanma durumları ortaya koyulması amaçlanmaktadır. Araştırmanın katılımcılarını 37 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Araştırma sonuçlarına göre öğretmenler tarafından toplama işlemi öğretiminde *gerçekçi temsillerin; çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin öğretiminde sembolik ve dilbilimsel temsillerin diğer temsillere göre daha fazla sayıda kullanıldığı*; özellikle çarpma- bölme işlemlerinde büyük oranda kural odaklı soyut bir öğretim yapıldığı görülmüştür. Yapılan bazı modellemelerde, tam sayılarla işlem öğretimine ait kavramlar dikkate alınmamış veya modelleme için gereken aşamalar model üzerinde gösterilmemiştir. Ayrıca, araştırmaya katılan birçok öğretmen tarafından yapılan modellemelerin çoğu, sembolik ve dilbilimsel kurallara dayalı şekilde yapılmıştır. Araştırmada, öğretmenlerin kullandığı matematiksel temsillerin sırasının somuttan soyuta olmadığı ortaya konmuştur. Araştırmada ayrıca, tam sayılarla öğretimde öğretimi somutlaştırmaya yarayan manipülatiflerin çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinde çoğu öğretmen tarafından kullanılmadığı ve bunu da manipülatiflerle işlem öğretiminin genellikle zaman aldığı, bu konuda modelleme yapmakta güçlük çektikleri ve öğrencilerin manipülatif kullanmayı sevmedikleri gibi gerekçelere dayandırdıkları ortaya konmuştur. İpek ve Okumuş (2012), Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula ve Özaltun (2013), Gürbüz ve Şahin (2015) ve Çankaya (2021) çalışmalarında benzer olarak öğrencilerin en fazla sözel temsili tercih ettiğini belirtmişlerdir. Bunlardan farklı olarak İncikabı ve Kara (2018) çalışmalarında altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama çıkarma işlemine yönelik temsil (sayısal, alan modeli, sayı doğrusu ve sözel) tercihlerini belirlemek ve kendi tercihlerindeki başarı durumlarını ortaya koymayı amaçlamıştır. Alan modeli temsilleri tercihlerde ilk sırada yer alırken, sözel temsiller en az tercih edilen temsil şekli olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin sözel ve sayısal

temsil şekillerinde başarı düzeylerinin düşük olduğu belirlenmiştir. Yine benzer şekilde İpek ve Okumuş (2012), Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula ve Özaltun (2013), Gürbüz ve Şahin (2015), Çankaya (2021) yaptığı çalışmalardan farklı olarak İncikabı ve Kara (2018) çalışmalarında en az tercih edilen temsil türü sözel temsil olmuştur.

Yapılan bazı araştırmalarda problem türünün temsil şekillerinin belirlenmesinde etkili olduğu görülmüştür. Örneğin Castro, Morcillo ve Castro (1999), İspanya’da yaptıkları çalışmada 13-14 yaş grubu 192 öğrenci ile matematiksel problemleri çözerken tercih ettikleri temsil şekillerini incelemeyi amaçlamışlardır. Temsil kullanımları incelendiğinde; öğrencilerin grafik sayısal temsil şekilleri daha çok tercih ettikleri ancak sadece grafik temsili çok az kullandıkları belirlenmiştir. Cebirsel temsili ise % 16’sı tercih etmiştir. Bunun yanında temsil tercihlerinde problem çeşidinin ve yapısının önemli olduğu ve bunu göre değişimler olduğu belirlenmiştir. Castro, Morcillo ve Castro (1999) ve Kılıç (2009) çalışmalarında benzer şekilde temsil şekillerinin problemin yapısına göre değiştiğini tespit etmişlerdir.

Akkuş Çıkla (2004), yedinci sınıf öğrencilerin çoklu temsil temelli öğretim yönteminde ve geleneksel öğretim yöntemiyle karşılaştırıldığında matematiğe karşı tutumlarına ve temsil tercihlerine olan etkisini araştırmayı amaçlayan bir çalışma yapmıştır. Çoklu temsil temelli öğretim yapılan deney grubu öğrencilerinin cebir başarıları önemli bir artış olduğu belirlenmiştir. Çoklu temsil temelli öğretim yönteminde öğrencilerin problem durumuna uygun farklı temsiller seçebildikleri ve kullanabildikleri görülmüştür. Benzer şekilde Kaya (2015) bilgisayar yazılımıyla desteklenmiş çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf cebir öğretiminde öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini incelemek amacıyla çalışma yapmıştır. 30 deney, 30 kontrol olmak üzere toplam 60 yedinci sınıf öğrencisi üzerinde gerçekleştirilmiştir. Yapılan araştırmanın sonuçlarına göre, bilgisayar yazılımı destekli çoklu temsil temelli öğretimin, geleneksel sürdürülen öğretime göre; aynı verinin farklı cebirsel ifadelerini kullanma, uygun cebirsel muhakemeyi belirleme ve rutin olmayan problemleri çözme becerilerini geliştirmede daha etkili olduğu sonucu elde edilmiştir. Çetin (2017) ise çalışmasında “Tam sayı” kavramının öğretiminde kullanılabilecek olan ve anlamlı öğrenmeyi sağlamak üzere geliştirilen manipulatiflerin öğrenci başarısına etkisini araştırmaktır. Araştırmanın örneklemini 54 adet 6. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama sürecinde, dinamik modellemeye dayalı orijinal geliştirilen görsel öğretim materyalleri (manipulatifler) ve çalışma yaprakları

kullanılmıştır. Uygulama sonucunda, Tam sayılar konusunu, çoklu temsil destekli manipulatifler ile öğrenen 6.Sınıf öğrencilerin, Akkuş Çıkla (2004) ve Kaya (2015) benzer şekilde geleneksel yöntemle öğrenen öğrencilere göre daha başarılı oldukları görülmüştür. Sonuç olarak, 6. sınıf Tam sayılar konusunda geliştirilen özgün materyaller, öğrenci başarısını arttırmıştır. Bu doğrultuda, araştırmacı tarafından geliştirilen Tam sayı manipulatiflerinin öğrencilerin öğrenme süreçlerine katkı sağlayacağı ve anlamlı öğrenmelerine yardımcı olacağı düşünülmektedir. Sezgin (2019) çalışmasında çoklu temsillerle öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırmadan elde edilen bulgular neticesinde çoklu temsillerle yapılan öğretimin öğrencilerin cebir başarılarına olumlu yönde etki ettiği belirlenmiştir. Matematik başarısı yüksek olan öğrencilerin cebir başarılarının aynı oranda yüksek olduğu görülmüştür. Başka bir çalışmada Mainali (2021) temsil, matematiğin öğretimi ve öğrenimi için önemli bir unsurdur çünkü çoklu temsil şekillerinin kullanılması matematiğin öğretilmesini ve öğrenilmesini kolaylaştıracaktır. Temsil, matematik öğretme ve öğrenmede kullanılabilecek bir işaret veya işaretler, karakterler, diyagram, nesneler, resimler veya grafiklerin birleşimidir. Normalde, matematik alanında dört temsil şekli vardır: (1) sözel, (2) grafik (3) cebirsel ve (4) sayısal. Matematik öğretme ve öğrenmede belirli türde temsiller baskın olabilir ancak temsilin bir şekilden diğerine çevrilmesi gerekir. Temsil biçimlerinin çevirisi, öğrencilerin matematik öğrenmede daha yetkin olmaları için geliştirmeleri gereken önemli bir beceridir. Son yıllarda, matematik eğitiminde temsilin rolü artmıştır ancak temsillerin çeşitli yönlerini keşfetmek için daha fazla araştırma çalışmasının yapılması gerektiğini belirtmiştir. Akkuş-Çıkla (2004), Kaya (2015), Çetin (2017), Sezgin (2019) ve Mainali (2021) çalışmalarında son yıllarda matematik öğretiminde temsil kullanmanın öneminin arttığını ve geleneksel yöntemlerin aksine temsil kullanarak öğretim yapmanın başarıyı artıracağını belirtmişlerdir.

Temsillerle alakalı olarak doküman incelemesi yapmak amacıyla ders kitaplarını inceleyen araştırmalar da bulunmaktadır. Örneğin İncikabı (2017) temsillerle ilgili kitap analizi yaparak ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan temsil şekillerini belirlemeyi amaçlamıştır. Çalışmanın bulgularında ders kitaplarında daha çok cebirsel temsiller kullanılırken model ve sözel temsil şekillerinde bir hayli yer almıştır. Ayrıca matematik ders kitaplarında grafik, tablo ve gerçek hayat temsil şekillerinde diğer temsillere oranla çok az yer verildiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde Özer ve İncikabı (2019) çalışmalarında

ilkokul matematik ders kitaplarındaki kesirler konusu ile ilgili problem özelliklerini, yer verilen temsilleri ve geçiş durumlarını incelemeyi amaçlamışlardır. İlkokul matematik ders kitaplarında en çok kullanılan temsil türünün metinsel temsiller olduğu, model temsillerin ikinci sırayı aldığı, kullanım bakımından son sırada bulunan numerik ve sayı doğrusu temsillerinin üçüncü sınıftan itibaren artarak kullanılmaya başlandığı görülmektedir. Akkuş ve Eroğlu (2021) ise çalışmalarının amacı ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabında üçgenler ünitesinde yer alan çözümlü ve çözümlü olmayan problemlerin çoklu temsil türlerinin incelenmesidir. Problemlerde en çok şekil ve geometrik sembolik temsile yer verildiğini belirlenmiştir. Araştırma kapsamında incelenen diğer temsil türlerine ise - sözel, cebirsel sembolik ve günlük hayat bağlamı- çok az yer verildiği tespit edilmiştir. İncikabı (2017) , Özer ve İncikabı (2019), Akkuş ve Eroğlu (2021) ders kitaplarında kullanılan temsil şekillerini incelemiştir. Özer ve İncikabı (2019) ilkökul kitaplarında daha çok kullanılan temsil türünün metinsel temsiller olduğu belirtmiş ancak İncikabı (2017) ortaokul ders kitaplarında en çok cebirsel temsillere yer verildiğinin tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerine ders kitaplarında çok az oranlarda yer verildiğinin belirtmiştir. Akkuş ve Eroğlu (2021) ise lise kitaplarında en çok şekil ve geometrik sembolik temsillerin kullanıldığını belirtmiştir.

Temsil kullanımı ile yapılan çalışmalar incelendiğinde problem çözme başarısı ile süreçte temsil kullanma arasında önemli bir ilişki olduğu aşikârdır. Öğrencilerin bu kullandıkları temsilleri seçme nedenlerine bakıldığında bireysel tercihlerinin ön plana çıktığı ayrıca önceki yaşantı, öğretmen ve duygusal etmenlerinin de öğrencilerin temsilleri seçmelerinde etkili olduğu belirlenmiştir. Temsil şekilleri seçiminde de problemin yapısı etkili olmaktadır (Castro, Morcillo ve Castro, 1999; Kılıç, 2009; Çankaya, 2021). Öğrencilerin çoklu temsil kullanma becerilerinin iyi olması kavramsal anlayışın gelişimi ve öğrencilerin performansında etkili olduğu ve matematiksel problem çözmenin başarılı olmanın anahtarıdır (Hwang vd. 2007; Delice ve Sevimli, 2010; Bayık, 2010; İpek ve Hut, 2021). Matematik öğretiminde temsil kullanmak geleneksel yöntemlere göre matematiği anlamada ve anlamlandırmada daha etkili olduğu ve kalıcılığı artırdığı tespit edilmiştir (Akkuş Çıkla, 2004; Kaya, 2015; Çetin, 2017; Sezgin, 2019; Mainali, 2021). Matematikte temsil kullanırken temsiller arasında geçiş yapma becerilerinin zayıf olduğu belirlenmiştir (Sert, 2007; Kılıç, 2009; İncikabı ve Biber, 2018). Bireylerin özellikle sözel temsili cebirsel, grafiksel ve sayısal temsillere göre daha yoğun bir şekilde kullandıkları tespit edilmiştir (İpek ve Okumuş,2012; Bukova Güzel vd. 2013; Gürbüz ve Şahin, 2015; Nayir

vd. 2018). Bu durumdan farklı olarak İncikabı ve Kara (2018) çalışmalarında Alan modeli temsilleri tercihlerde ilk sırada yer alırken, sözel temsiller en az tercih edilen temsil şekli olduğu belirtmişlerdir. Öğrencilerin çoklu temsilleri kullanmaları ve temsiller arasındaki ilişkiyi anlayabilmelerinde öğretmenin rolü üzerinde durulabilir (Gürbüz ve Şahin, 2015; Hwang vd. 2007; Kılıç, 2009). Ders kitaplarında en çok cebirsel temsillere yer verilirken sözel ve model temsiller de önemli oranlarda dağılımlara sahiptir. Diğer taraftan tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerine ders kitaplarında çok az oranlarda yer verilmesi dikkat çekmektedir. Ders kitaplarında yer alan temsil çeşitliliğinin artırılması öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlamalarına yardımcı olacağından, ders kitabı yazarlarının gerekli düzenlemeleri yapmaları ve öğretmenlerin de ders kitaplarının çoklu temsil bakımından durumunu göz önüne alarak derslerini zenginleştirmeleri gerekmektedir (İncikabı, 2017; İncikabı ve Biber, 2018; Özer ve İncikabı, 2019; Akkuş ve Eroğlu, 2021) .

4. YÖNTEM

Bu bölümde; araştırma yöntemine, çalışma grubuna, araştırmanın tasarlanmasına ve verilerin toplanmasına, veri toplama aracı ile veri analizine yer verilmiştir.

4.1. Araştırmanın Yöntemi

Araştırmada ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesi amaçlanmaktadır. Süreç içindeki becerilerin gelişiminin ve temsil şekillerinin belirlenmesi ayrıntılı incelenmesi için durum çalışması (case study) kullanılmıştır. Durum çalışması bir durumun gerçek yaşam, bağlam veya bir olgu içerisinde incelenmesi ve betimlenmesi olarak tanımlanmaktadır (Creswell, 2020). Durum çalışmalarında amaç, incelenen durumu gerçek bağlamda tüm yönleriyle ele alarak derinlemesine incelemektir. Creswell ve Poth durum çalışmasını belli bir zaman dilimi içinde gerçek veya güncel bir durumun çeşitli veri toplama araçlarıyla derinlemesine incelenmesi, ilgili durumun betimlenmesi ve ortaya çıkan temalarla durumun açıklandığı nitel araştırma yöntemi olarak ifade etmektedir (akt. Şen ve Yıldırım, 2019). Bu araştırmanın amacı öğrencileri matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin derinlemesine incelenmek ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmek ve bu süreçte yaşadıkları değişimleri ve gelişimleri derinlemesine incelemek olduğundan bir durum çalışması yöntemi olarak tasarlanmıştır.

Durum çalışması araştırmaları, araştırmanın amacına, sürece ve durum sayısına göre farklı kategorilerde ve farklı yazarlar tarafından sınıflandırılmıştır. Yin, yaptığı sınıflandırmasında 4 adet desen oluşturmuştur:

Bütüncül tekli durum çalışması deseni: Araştırılan bir durumun sadece bir analiz birimi aracılığıyla bütünüyle incelenmesi

İç-içe tekli durum çalışması deseni: Araştırılan bir durumun birden fazla analiz birimleri aracılığıyla incelenmesi

Bütüncül çoklu durum çalışması deseni: Araştırmaya konu olan birden fazla durumun sadece bir analiz birimi aracılığıyla bütünüyle incelenmesi

İç-içe çoklu durum çalışması deseni: Araştırmaya konu olan birden fazla durumun yine birden fazla ve farklı analiz birimleri aracılığıyla incelenmesi olarak ifade edilmektedir (Şen ve Yıldırım,2019).

Bu çalışmada birden fazla durumun (ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesi) uygulanmasına yönelik oluşabilecek etkileri belirleyebilmek için durum çalışması desenlerinden bütüncül çoklu durum çalışması deseni tercih edilmiştir. Buradaki durumlar ortaokul öğrencilerinin modelleme becerileri ve temsil şekilleri olmak üzere iki durum ve birim analizi ise modelleme etkinlikleri çözüm sürecidir.

4.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu Güneydoğu Anadolu Bölgesinde yedinci sınıfta öğrenim görmekte olan 12 ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örneklem yöntemi ile seçilmiştir. Araştırmanın amacı dikkate alınarak en doğru ve zengin veriyi kimlerin sağlayacağına yönelik olarak çalışma için seçimi sağlayan örneklem belirleme yöntemidir (Şen ve Yıldırım, 2019). Çalışma grubu gönüllü katılım sağlayan, araştırma kurallara uyabilecek, zaman ayırabilen ve veli onayı olan öğrencilerden seçilmiştir. Katılımcıların altı tanesi erkek, altı tanesi kız öğrencidir. Öğrencilere çalışma hakkında gerekli bilgiler sunulmuş ve öğrenciler gönüllülük esası ve veli onay beyanıyla araştırmaya katılmışlardır.

4.3. Araştırmanın Tasarlanması

Bu çalışmanın amacı ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesidir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilere 4 adet matematiksel modelleme problemi uygulanmıştır. Problemlerden 3 tanesi ilgili alanyazından alıntılanmış bir tanesi de bu araştırmanın yazarları tarafından oluşturulmuştur. Etkinlikler araştırmanın amacı gereği çoklu temsil kullanımına uygun olacak şekilde araştırmacılar tarafından detaylıca incelenerek seçilmiş ve oluşturulmuştur. Etkinlikler uygulama sırası ise kavşak, elektrik tarifi, araba yakıt ve kar esareti problemi olacak şekilde planlanmıştır. İlk etkinlik olarak öğrencilerin yakın çevresiyle ilgili olması ve günlük hayat deneyimlerine uygun olduğu için kavşak problemi tercih edilmiştir. Ardından yine öğrencilerin yaşantısına uygun olacak elektrik tarifi ve araba yakıt problemi tercih edilmiştir. Son olarak ise uygulamanın yapılması planlanan zamanlarda oluşan kar yağışları sebebiyle yerel ve ulusal haberlerde kar yağışlarıyla ilgili çıkan haberlerden ve günlük yaşantılarından esinlenerek öğrencilerin daha başarılı bir süreç geçirecekleri araştırmacılar tarafından düşünülmüştür. Aynı zamanda modelleme

etkinliklerin yapısına alışan öğrencilerin daha başarılı bir süreç geçireceği yapılan diğer araştırmalarda belirlenmiş ve için son etkinlik olarak kar esareti problemi uygulamaya karar verilmiştir. Etkinlikler öğrencilerin Uygulamalar ardışık 4 hafta sonu Pazar gününde öğrencilerin öğretim gördüğü okulda yapılmıştır. Uygulama öğrenciler gruplarda dörder kişi olacak şekilde üç ayrı gruba ayrılmıştır. Gruplar oluştururken öğrenciler iyi ve orta olacak şekilde birbirine yakın özelliklere sahip olan ve birbirleriyle iletişimi kuvvetli olan öğrenciler bir araya getirilerek gruplara oluşturulmuştur.

Araştırmaya tamamı 7. Sınıfta öğrenim gören öğrenciler katılmıştır ve kullanılan isimler katılımcıların kendi isimleri olmayıp araştırmacı tarafından kullanılan takma isimleridir.

Tablo 4. 1. *Araştırma grubunu oluşturan öğrencilere ait bilgiler*

Grup İsmi	Takma isim
Grup 1	Merve
	Buğra
	Mustafa
	Ali
Grup 2	Derya
	Büşra
	Aydın
	Elif
Grup 3	Kenan
	Yeliz
	Arya
	Yağız

4.4. Veri toplama araçları

Araştırmanın veri toplama araçlarını, 4 adet matematiksel modelleme etkinliğinin video ve ses kayıtları, öğrenci çözüm kâğıtları, öğrencilere görüşlerini yazması için dağıtılan not defterleri ve araştırmacı notları oluşturmaktadır. Etkinlik için her gruba ayrı birer ses kayıt cihazı yerleştirilmiş ve sınıfı görececek şekilde 2 adet video kayıt cihazı kullanılmıştır. Nitel araştırmalarda en çok kullanılan veri toplama yöntemleri görüşme,

gözlem ve doküman incelemesidir (Şimşek ve Yıldırım, 2018). Yin, durum çalışmasında altı farklı veri toplama yöntemi olduğunu belirtmiştir. Bunlar, görüşme, doğrudan gözlem, katılımcı gözlem, arşiv kayıtları, dokümanlar ve çalışma grubu tarafından oluşturulan fiziksel eserlerdir. Bu araştırmada gözlem ve dokümanlar aracılığıyla veriler toplanmıştır. Durum çalışmalarında veriler araştırmanın amacı dikkate alınarak bu eksende toplanmalıdır. Bu araştırma kullanılan etkinlikler öğrenci seviyelerine uygun araştırma hedefi, araştırma soruları ve yapılma amacına uygun olduğu araştırmacılar tarafından karar verilmiştir. Araştırmada gözlem; öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçleri video kaydına alınarak ortamın gözlemlenmesi yoluyla gerçekleştirilmiştir. Öğrenci cevap kâğıtlarından elde edilen veriler de betimlenmeye çalışılmış ve derinlemesine analiz edilmiştir. Ayrıca öğrenciler matematiksel modelleme etkinliklerini çözerken, araştırmacı onların problem çözme süreçlerini daha iyi anlayabilmek için grupları yakından gözlemlemiş, öğrencilere “Neden bu şekilde düşündün?”, “Bunu yapmanın sebebi nedir?” gibi sorular sorarak düşünme süreçlerini açıklamalarını istemiştir.

Yapılan nitel araştırmalarda araştırmanın daha geçerli bir yapıya ulaşması için gözlem ve görüşmelerle beraber araştırma problemine yönelik olarak yazılı ve görsel materyal, çözüm kâğıtları, araştırmacı notları gibi malzemeler araştırma sürecine dâhil edilmektedir.(Yıldırım ve Şimşek, 2018). Balcı (2009) dokümanı araştırılmak istenen konuyla alakalı bilgi veren her türlü yazılı materyal olarak tanımlamıştır. Araştırılması hedeflenen olgu ve olayları içeren yazılı materyalleri analiz edilmesine ise doküman incelemesi denmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Yapılan araştırmada gözlemlerin yanı sıra doküman incelemesi ile ilgili araştırmanın geçerliliğini artırmak istenmektedir. Bundan dolayı daha önceden de belirtildiği gibi öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde yazılı yanıt kâğıtları ve kendilerine dağıtılan uygulamadan sonra değerlendirme yaptıkları not defterleri kendilerinde alınmış ve detaylıca incelenmiştir.

Uygulama sürecinde kullanılacak olan 3 tane etkinlik ilgili alan yazından seçilmiştir. Bir tane etkinlik ise araştırmacılar tarafından hazırlanmıştır. Etkinliklerin öğrencilerin temsil kullanma şeklini ortaya çıkaracak olmasına dikkat edilmiş ve ortaokul öğrencilerin seviyesine uygun olacak şekilde belirlenip araştırmada kullanılmaya karar verilmiştir. Kavşak Problemi, Elektrik Tarifesi Problemi ve Araba yakıt Problemi Gürbüz vd., (2018) çalışmalarından alınarak uyarlanmıştır. Kar esareti problemi ise araştırmacılar tarafından hazırlanmış ve uzman görüşleri alınarak eksikler giderilmiş ve modelleme problemlerinin

özelliklerini barındıran son hali verilmiştir. Araştırmada kullanılan etkinliğin son hali aşağıda verilmiştir.

KAR ESARETİ SÜRÜYOR!



20.01.2022

<https://www.hurriyet.com.tr/gundem/beyaz-esaret-41985920>

Gaziantep'te yaşayan Salih, yarıyıl tatilinde Ankara'da yaşayan teyzesi ve 3 kuzeninin Gaziantep' e geleceklerini haber alınca çok mutlu olmuştur. Ancak tatile birkaç gün kala yoğun bir kar yağışı tüm ülkeyi etkisi altına almıştır ve bu sürede Salih'in dört gözle beklediği misafirleri de Adana'yı geçerek Gaziantep'e yaklaştıklarını arayıp haber etmişlerdir ama çok yavaş ilerlediklerini ifade etmişlerdir. Salih sabah uyandığında misafirlerin henüz gelmediği fark etmiş ve daha sonra haber kaynaklarını incelerken şu haberle karşılaşmıştır:

Tarsus-Adana-Gaziantep Otoyolu dün akşam kar yağışı ve don olayının ardından meydana gelen trafik kazaları nedeniyle ulaşım kapandı. Bu süre zarfında 80 km'lik araç kuyruğu oluşmuş ve 24 saati aşan bir süre yolcular yolda esir kalmışlardır. Gaziantep Valisi, "... Devletin tüm organlarıyla yoldaki tedbirlerimizi sürdürüyoruz. Yolda kalan vatandaşlarımıza meyve suyu ve kek dağıtımı yapan ekip arkadaşlarımız vardır. Lütfen araçlarınızda bekleyip sakinliğinizi koruyunuz." ifadelerini kullanmıştır.

Bunun üzerine Salih yolda kaç kişinin kaldığını ve ne kadarlık bir gıda yardımına ihtiyaç olduğunu merak etmiştir. Salih'in aşağıda verilen sorularını cevaplayarak gerekçelerini bir rapor yazarak açıklayınız.

Sizce yolda mahsur kalan kaç kişi vardır?

Yolda mahsur kişilere birer tane kek ve meyve suyu dağıtımını yapmak isteyen Gaziantep Valiliği ne kadar dağıtım yapmalıdır?

Kar Esareti problemi 2022 yılında olumsuz hava koşullarından dolayı gerçekleşen bir olaydan esinlenerek oluşturulmuştur. Araştırmanın yapıldığı bölgede kar yağışı uzun bir süre hayatı olumsuz etkilemiştir. Kar Esareti probleminde ortaya konulan olay katılımcıların okulunda bir öğretmenin ailesinin yaşadığı yolda mahsur kalma olayından etkilenilerek tasarlanmıştır. Etkinliklere karar verildikten sonra etkinliklerin uygulama sırasını belirlemek için etkinliklerin özellikleri, pilot uygulama süreci ve uzman görüşü dikkate alınmıştır. Matematiksel modelleme etkinlikleri yapısı gereği öğrencilerin alışkın olduğu rutin problemlerden farklıdır ve öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde bir takım sorunlarla karşılaştığı bilinmektedir. Bu sebeplerden dolayı araştırma uygulama aşaması planlanırken yaşanabilecek sorunlar ve zorluklar en aza indirmek amacıyla uygun şekilde sıralanmıştır.

Tablo 4. 2. Araştırmada kullanılan modelleme etkinlikleri

Etkinlikler ve Uygulama Sırası	Etkinlik Adı	Uygulama Süresi
1	Kavşak Problemi (K.P.)	2 saat
2	Elektrik Tarifesi(E.T.)	2 saat
3	Araba Yakıt Problemi (A.Y.)	2 saat
4	Kar Esareti (K.E.)	2 saat

4.5. Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması 2021-2022 eğitim öğretim yılında araştırmanın yapılacağı devlet okulunun uygun bir sınıfında gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın amacı araştırma tasarımının kullanılabilirliğini test etmek, aksaklıkları düzeltmek ve bunun yanı sıra araştırmaya katılacak öğrencilerle bir araya gelmek, tanışmak ve sürece ısındırmaktır. Öncelikle öğrencilerle tanışılmış, sohbet edilmiş ve araştırma süreci hakkında öğrencileri alıştırmak için bir tane modelleme etkinliği uygulanmıştır. Gruplar oluştururken öğrenciler arasında ki iletişimi kuvvetlendirecek, süreçteki verimi artıracak şekilde belirlenmiştir. Pilot uygulama esnasında öğrencilere araştırmaya katılmanın gönüllü olduğu istedikleri zaman araştırmadan ayrılacakları tekrar hatırlatılmış ve uygulama tamamlanmıştır.

Uygulama esnasında öğrenciler grup çalışmasına alışmış, etkinlikte modelleme etkinliklerin yapısını gereği tek başına çözüm yapmayıp grup halinde çalışmanın daha faydalı olacağını fark etmiş, sunum yapmaları gerektiğini ve fikirlerini açıklamaları gerektiğini görmüştür. Aynı zamanda diğer öğrencilerin fikirlerini de dinleyerek farklı bakış açıları kazanmışlardır. Yapılan pilot uygulama sonrasında öğrencilerin araştırma için istekli oldukları ve sürece hazır oldukları belirlenmiş ve pilot uygulama tamamlanmıştır.

4.6. Verilerin Toplanması

Araştırmanın uygulama süreci pilot uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Böylelikle her iki uygulama 2021-2022 eğitim öğretim yılında gerçekleştirilmiştir. Araştırma problemi kapsamında geliştirilen ve düzenlenen veri toplama araçlarına son halini vermek ve araştırmacının asıl uygulama için deneyim kazanmasını sağlamak amacıyla gerçekleştirilen pilot uygulamada, asıl uygulama için düşünülen bütün aşamalar için gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama ve asıl uygulamanın aşamaları Tablo 3'de görüldüğü gibi bir çalışma planı oluşturularak uygulanmıştır.

Tablo 4. 3. Modelleme Problemlerinin Uygulama Süreci

Uygulama Süreci	Uygulama Zamanı	Uygulama Süresi
Pilot Uygulama	1-5 Aralık	80-100 dk
Kavşak Probleminin Uygulaması	7-13 Şubat	80-100 dk
Elektrik Tarifesi Probleminin Uygulaması	14-20 Şubat	80-100 dk
Araba Yakıt Probleminin Uygulaması	21-27 Şubat	80-100 dk
Kar Esareti Probleminin Uygulaması	1-6 Mart	80-100 dk

Etkinliklere pilot uygulama süreci ile başlanmıştır pilot uygulamada öğrenciler araştırmanın yapılacağı okulun kütüphanesinde üçer kişilik dört gruba ayrılmıştır. Etkinlik uygulanırken kütüphanedeki yuvarlak masada öğrencilerin iletişim kurma becerilerinin eksik olduğu görülmüş ve kütüphanenin aydınlatmasının yeterli olmadığı düşünüldükçe uygulamanın farklı bir yerde ışık ve sıra düzeni araştırmayı olumsuz etkilemeyecek şekilde

uygun olan bir sınıfta yapılmasına karar verilmiştir. Etkinliklerin pilot uygulamasında amaç, öğrencilerin etkinliklerde yaşayabileceği olası zorlukları belirlemek ve modelleme süreciyle etkileşimlerine yönelik bir fikir edinebilmektir. Pilot uygulamadan öğrencilerin süreci tanımaları etkinliklere alışmaları modelleme etkinlikleri hakkında bilgi sahibi olmaları grup çalışmasına alışması araştırmacılarla kendilerini daha rahat ifade edebilmeleri için araştırmacılarla vakit geçirmesi sağlanmıştır. Araştırmacılar için ise uygulamaların yapılacağı uygun ortam belirlenmiş öğrencilerin iletişimleri gözlemlenmiş sürece dair eksik ve hatalar giderilerek asıl uygulamaya geçilmiştir.

Asıl uygulama dört hafta boyunca haftada 1 gün olacak şekilde uygulanmıştır. Etkinlikler okul ders saatinin dışında öğrenci velilerinden ve milli eğitimden gerekli izinler alınmak suretiyle okulda gerçekleştirilmiştir. Hem öğrencilerin zaman sıkıntısı yaşamamaları ve problem üzerinde düşünmelerini sağlamak hem de derslerinden geri kalma endişesinden dolayı etkinliğe odaklanmaları engelleyecek bir durum yaşamamaları için etkinlikler okul ders saati dışında öğrencilerin hepsine uygun olacak bir zaman diliminde gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler sıralara dörder kişilik 3 grup olacak şekilde yerleştirilmiştir. Video kayıt cihazları ve ses kayıt cihazları çalıştırılarak sürece başlanmıştır. Grupların problemi, öncelikle olarak okumaları ve ne anladıkları düşünmeleri istenmiştir. Problemde ne anladıkları tüm gruplarca tartışıldıktan sonra beş dakika bireysel değerlendirmeleri istenmiştir. Ardından problemin verilen bilgilerle çözülüp çözülemeyeceği tartışılmış ve sonrasında grup arkadaşlarıyla birlikte değerlendirmeleri ve çözüm için yaklaşık 30-40 dakikalık sürede bir model geliştirmeleri istenmiştir. Grup çözümlerinin tamamlanmasının akabinde gruplar sunumlarını gerçekleştirmiş ve toplu değerlendirme ve tartışma bölümüne geçilmiştir. Modelleme etkinliklerinin uygulanma süreci yaklaşık olacak 80-100 dakika sürmüştür. Sunum ve tartışmalardan sonra kısaca etkinlik değerlendirilmiş, uygulama süreci tamamlanmış ve analiz sürecine geçilmiştir.

4.7. Araştırmacının Rolü

Nitel araştırmalarda, araştırmacı bizzat çalışma alanında zaman harcayan, araştırma grubuyla doğrudan görüşen, onların fikirlerini sorgulayan ve yaşantılarını deneyimleyen, alanda kazandığı yaklaşımı ve deneyimleri elde ettiği verilerin analizinde kullanan kişi olmalıdır (Şimşek ve Yıldırım, 2003). Matematiksel modelleme etkinliklerinde önemli olan başka bir husus da öğretmenin uygulama becerisidir. Öğretmenler, uygulama becerisine sahip olmalı ve ayrıca stratejik müdahaleleri bilmelidirler. Modelleme öğretimi

öğretmen sorumluluğundadır bundan dolayı amaca ulaşmak için önce öğretmenler eğitime gereken önemi vermeleri gerekir (Borromeo Ferri ve Blum, 2009; Maaß, 2006; Ferri, 2013; Blum ve Leiß, 2005; Şahin, 2019). Bu araştırmada, iki araştırmacı aynı anda uygulama zorluğundan dolayı uygulayıcı olarak yer almıştır. Uygulama sürecinde video ve ses kayıt cihazının çekimi ve kontrolünde ve uygulama sürecindeki her ayrıntıyı yakalayabilmek için uygulama sürecinde iki araştırmacıda aynı anda uygulamada bulunmuşlardır. Araştırmacı, araştırma problemini oluştururken yararlandığı temel kaynakları ve kuramsal çerçeveyi dikkate alarak araştırmanın her ayrıntısını planlamaya özen göstermiştir. Veri toplama araçlarını geliştirdikten sonra, pilot çalışmanın uygulamasını gerçekleştirmiş ve pilot çalışmadan elde edilen bilgiler ışığında veri toplama araçlarına son halini vermiştir. Araştırma izni için gerekli yazışmaları ve görüşmeleri yaparak uygulama öncesi çalışma grubunu, araştırma konusuyla ve ayrıntılarıyla ilgili detaylı bir şekilde bilgilendirmiştir.

Araştırmada modelleme etkinlikleri uygulama sürecinde ise öğrencilerin tepkilerini, yaşadığı zorlukları, öğrenme deneyimlerini birinci elden görmek amacıyla uygulayıcı rolünü üstlenmişlerdir. Uygulama sürecinde uygulamayı olumsuz etkileyecek faktörleri minimum düzeye indirerek sınıf ve zaman yönetimi konusunda gerekli yönlendirmeleri yapmıştır. Araştırmada durum çalışma yönteminin esasları dikkate alınarak veri toplama ve analizi birlikte sürdürülmüştür.

4.8. Veri Analizi

Bir metin ve diğer birçok veri çeşidinin analizi nitel araştırmalar için zor bir görevdir (Creswell, 2020). Verilerin tablo, matris ve rapor formu içerisinde nasıl sunulacağını karar vermek olayın zorluğunu arttırmaktadır. Analiz süreci bundan çok daha fazlasıdır. Analiz süreci verilerin organizasyonunu veri tabanının ön okuma işleminden geçirilmesini, temaları kodlama ve organize etmeyi, veri sunumunu ve bunları yorumlama içermektedir. Bu basamakları birbirine bağlıdır ve tamamen veri analizi ve sunumuyla ilgili bir etkinlikler sarmalını oluşturmaktadır (Creswell, 2020). Toplanan verinin özgün (orijinal) formuna mümkün olduğu kadar sadık kalarak ve gerektiğinde araştırmaya katılan bireylerin söylediklerinden doğrudan alıntı yaparak betimsel bir yaklaşımla verileri okuyucuya sunmaktır (Wolcott, 1994). Strauss ve Corbin (1990) nitel veri analizlerini *betimsel analiz* ve *içerik analizi* olarak sınıflandırmıştır. Betimsel analiz daha çok araştırmanın kavramsal yapısının önceden açık biçimde belirlendiği araştırmalarda

kullanılırken içerik analizi ise toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektirir ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutlar ortaya çıkarılmasına olanak tanır. Betimsel analiz de görüşülen ya da gözlenen bireylerin görüşlerini çarpıcı biçimde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sık sık yer verilir. Bu tür analizde amaç elde edilen bulguların düzenlenmiş ve yorumlanmış bir biçimde okuyucuya sunmaktır. Bu amaçla elde edilen veriler önce sistematik ve açık bir biçimde betimlenir daha sonra yapılan bu betimlemeler açıklanır ve yorumlanır neden-sonuç ilişkileri irdelenir birtakım sonuçlara ulaşılır. Ortaya çıkan temaların ilişkilendirilmesi, anlamlandırılması ve ileriye yönelik tahminlerde bulunulması için araştırmacıların yapacağı yorumlar önem kazanmaktadır. İçerik analizinde temel amaç toplanan verileri açıklayabilecek kavramlarla ve bu kavramların arasındaki ilişkilerle uğraşmaktır. Betimsel analizde özetlenen, yorumlanan veriler içerik analizinde daha derin bir işleme tabi tutulur ve besinsel bir yaklaşımla fark edilen kavram ve temalar bu analiz sonucunda keşfedilebilir. İçerik analizinde temelde yapılan işlem birbirine benzeyen verileri belirli kavramlar ve temalar çerçevesinde bir araya getirmek ve bunları okuyucunun anlayabileceği bir biçimde düzenleyerek yorumlamaktır (Çepni, 2018).

Araştırmada yer alan 7. sınıf öğrencilerinin ana çalışmada kullanılmış olan matematiksel modelleme problemlerinin çözüm sürecinde oluşturdukları yazılı dokümanlar, ses ve video kayıt dökümlerinden ve not defterlerinden elde edilen veriler Ferri'nin (2006) oluşturduğu matematiksel modelleme süreçleri bağlamında iki aşamada analiz yapılmıştır. Birinci bölümde öğrencilerin matematiksel modelleme süreç becerileri nitel veri analiz yöntemlerinden betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. İkinci bölümde ise öğrencilerin matematiksel modelleme basamaklarında temsil kullanma şekilleri içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Veri analizinin birinci aşamasında derecelendirme ölçeği yardımıyla modelleme süreçleri incelenmiş ikinci aşamada ise modelleme basamaklarda kullanılan temsil şekilleri bağlamında analiz yapılmıştır. Derecelendirme ölçeği (Rubrik), bireylerin öğrenmelerine rehberlik etmek ve öğrenme süreçlerini analiz etmek amacıyla eğitimciler ve araştırmacılar tarafından geliştirilen puanlama ölçekleridir (Mertler, 2001). Matematiksel modelleme etkinliklerini uygulama sürecinde öğrencilerin modelleme sürecini analiz etmek için alanyazından alınan "Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği" kullanılmıştır (Dede ve Güzel, 2018). (Tablo 4. 4.)

İkinci aşamada öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde kullandıkları temsil şekilleri belirlemek amacıyla Ferri'nin (2006) oluşturduğu matematiksel modelleme süreçleri dikkate alınmış ve içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Modelleme problemlerinde öğrencilerin çözüm kâğıtları araştırmacılar tarafından ayrı ayrı detaylıca analiz edilmiş ve araştırmacılar tarafından oluşturulan rapora göre ortaya çıkan temsil şekilleri belirlenmiş ve araştırma hangi temsil şekillerinin kullanılacağına karar verilmiştir. Hıdıroğlu ve ark.(2013) çalışmalarında kullanmış oldukları temsillere benzer sonuçlar ortaya çıktığı için temsil şekilleri olarak Hıdıroğlu ve ark.(2013) kullanmış oldukları temsil şekilleri bağlamında tekrar yorumlanmış ve sözel, cebirsel, şekilsel, grafiksel, tablo başlıkları altında temsil biçimleri modelleme basamaklarıncaya analiz edilmiştir. Veri analizinde iki aşamada veriler değerlendirilmiş ve bunun yanı sıra modelleme etkinliği uygulaması sürecinde rubrik analizini destekleyen ve süreçte öğrenci gelişimini gösteren açıklamalar direkt alıntılar şeklinde sunulmuştur. Bu şekilde yürütülerek tamamlanan iki aşamayla birlikte analiz süreci tamamlanmıştır.

Tablo 4. 5. Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği (Dede ve Güzel, 2018)

Problemi Anlamak	
Seviye 1	Problemi anlamamak, verilenleri ve hedefleri belirleyememek ve bunlar arasında bir ilişki kurmamak ya da yanlış ilişki kurmak.
Seviye 2	Problemi kısmen anlamak, verilenleri ve hedefleri bir dereceye kadar belirlemek, ancak aralarında bir ilişki kuramamak veya yanlış ilişki kurmak.
Seviye 3	Problemi tam olarak anlamak, verilenleri ve hedefleri belirlemek, aralarında ilişki kuramamak veya yanlış ilişki kurmak.
Seviye 4	Problemi tam olarak anlamak, verilenleri ve hedefleri belirlerken önemsiz hatalar yapmak, aralarında ilişki kuramamak.
Seviye 5	Problemi tam olarak anlamak, verilenleri ve amaçları belirlemek ve aralarında ilişki kurmak.
Problemi Basitleştirmek	
Seviye 1	Problemi basitleştirememek, gerekli/gereksiz değişkenleri belirlememek ve yanlış varsayımlarda bulunmak.

Seviye 2	Problemi kısmen basitleştirmek, gerekli/gereksiz değişkenleri bir dereceye kadar belirlemek ve yanlış varsayımlarda bulunmak.
Seviye 3	Problemi basitleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve kısmen kabul edilebilir varsayımlarda bulunma.
Seviye 4	Problemi basitleştirme, gerekli/gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma.
Matematikselleştirme	
Seviye 1	Matematiksel model(ler) oluşturmamak veya yanlış oluşturmak.
Seviye 2	Kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak eksik/yanlış matematiksel model(ler) oluşturmak.
Seviye 3	Kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel model(ler) oluşturmak.
Seviye 4	Gerçekçi varsayımlara dayalı olarak eksik/yanlış matematiksel model(ler) oluşturmak ve bunları birbirleriyle ilişkilendirmek.
Seviye 5	Gerçekçi varsayımlara göre ihtiyaç duyulan matematiksel model(ler)i doğru bir şekilde oluşturmak, model(ler)i açıklamak ve birbirleriyle ilişkilendirmek.
Matematiksel Çalışmak	
Seviye 1	Matematiksel bir çözüm sunmamak, kurulan modelleri yanlış çözmek veya yanlış matematiksel modeli çözmeye çalışmak.
Seviye 2	Eksik/yanlış oluşturulan matematiksel modellerin çözümünde eksiklikler/hatalar içermesi.
Seviye 3	Eksik/yanlış oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözebilme.
Seviye 4	Doğru oluşturulmuş matematiksel modellerin çözümündeki eksiklikleri/hataları içerir.
Seviye 5	Doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaşmak.
Yorumlama	
Seviye 1	Elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yanlış yorumlamak veya yorumlayamamak.
Seviye 2	Hatalı/eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik

	yorumlamak.
Seviye 3	Hatalı/eksik matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumlamak.
Seviye 4	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumlamak.
Seviye 5	Elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumlamak.
Doğrulama (Değerlendirme)	
Seviye 1	Doğrulamamak veya yanlış doğrulama yapmak
Seviye 2	Kısmen doğrulama, belirlenen hataları düzeltmemek.
Seviye 3	Kısmen doğrulama, tespit edilen hataları bir dereceye kadar düzeltme.
Seviye 4	Kısmen doğrulama, tespit edilen hataları düzeltme.
Seviye 5	Tamamen doğrulama, belirlenen hataları düzeltmemek.
Seviye 6	Tamamen doğrulama, belirlenen hataları bir ölçüde düzeltme.
Seviye 7	Tamamen doğrulama, tespit edilen hataları düzeltme.

Bu araştırmada veri analizinin güvenilirliğini sağlamak sebebiyle öncelikler öğrencilere ait çözüm kâğıtları ve ses kayıtları (transkriptlerin) 3 adet araştırmacı tarafından kodlanmıştır. Üç adet transkriptin kodlanmasının ardından bir uzman tarafından kodlanması istenmiştir. Kodlama süreci sonrasında uzman ve araştırmacı bir araya gelerek verilere ait kodlamaları değerlendirmiştir. Araştırmacı ve uzmana ait kodlar arasındaki uyum, Miles ve Huberman, (1994) tarafından geliştirilen kodlayıcı güvenilirlik formülü ile hesaplanmıştır.
$$\frac{\text{Uyumlu Kodlar}}{\text{Uyumlu Kodlar} + \text{Uyumsuz Kodlar}} \cdot 100$$
 ile araştırmanın kodlayıcı güvenilirliği %91 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen bu oran en az %80 olması gerektiğinden sonuçların araştırmanın güvenilirliği için yeterli düzeyde olduğu belirlenmiştir. Araştırmacı ve uzmana ait kodlamaların değerlendirme sürecine geçilmiş ve farklı isimlerle isimlendirilmiş ayrıca aynı anlamı temsil eden kodlar için ortak bir isim ile kod oluşturma işlemi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca kodlar arasında yer alan uyumsuz kodlar araştırmacı ve uzmanın birlikte değerlendirmesine son şekli verilmiştir. Kodların tamamlanmasının ardından tüm görüşmelere ait transkriptler araştırmacı tarafından kodlanmış ve bu süreç tez danışmanının kontrolü ile devam etmiştir.

5. BULGULAR

Bu bölümde ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme sürecinde göstermiş oldukları beceriler ve temsil şekillerini incelenmesini amaçlayan araştırmanın bulgularına yer verilmiştir. Bulgular 4 başlık altında incelenmiştir. İlk olarak öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri hakkındaki düşünceleri incelenmiş ardından modelleme basamaklarında öğrencilerin süreç becerileri incelenmiştir. Üçüncü olarak Kar Esareti problemi bağlamında öğrencilerin bir modelleme etkinliğindeki değişim ve gelişimleri bağlamında süreç becerileri incelenmiştir. Son olarak modelleme etkinliklerinde temsil kullanma şekilleri incelenmiştir.

5.1. Öğrencilerin Modelleme Etkinlikleri Hakkında Düşünceleri

Matematiksel modelleme etkinlikleri doğası gereği öğrencilerin günlük hayatta karşılaştıkları problem durumlarını varsayımlarda bulunarak matematikselleştirmelerini gerektirdiğinden dolayı rutin problemlerden farklıdır. Öğrenciler matematik eğitimleri sürecinde bu tür etkinliklerle çok az karşılaşmakta ve etkinlikleri anlamakta ve çözmekte zorlanmaktadır. Öğrenciler ve hatta öğretmenleri bu tür problemlerin çözülemeyeceğini ifade etmektedirler. Bu bağlamda bu çalışmaya katılan öğrencilere matematiksel modelleme etkinlikleri verildiğinde öncelikle bu problemin çözülüp çözülemeyeceği sorulmuştur. Öğrencilere matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanırken öğrencilerin alışkın olmadığı bir problem türü hakkında görüşlerini almak için “*Sizce bu problem çözülebilir mi?*” veya “*Bu problemin çözülebilmesi için başka bilgi vermek gerekir mi ?*” gibi sorular sorarak öğrenci fikirleri alınmıştır. Elde edilen veriler neticesinde ilk etkinliklerde öğrencilerin verilerin eksik olduğu veya bu problemin çözülemeyeceğini düşünüyorum gibi düşünceleri olmuştur. İlerleyen etkinliklerde ise bu düşünceler yerine verilen bilgilerin yeterli olduğu ve problemin çözülebileceği düşünerek sürece başlamışlardır. Örneğin uygulanan ilk etkinlik olan Kavşak Probleminde öğrenciler sorunun mevcut verilerle çözülemeyeceğini ifade etmişlerdir.

Faruk Hoca: Bu sorunun çözümü hakkında ne düşünüyorsunuz? Sizce mevcut verilerle bu soru çözülebilir mi?

Ali: Bence veriler yetersiz, çiçeklerin ne kadar alan kapladığı bize verilmemiş.

Kenan: Bize bu kavşağın alanını ve çiçeklerin ne kadar yer kapladığını verirse çözebiliriz yoksa çözemeyiz.

Elif: Hocam bizden kesin bir sonuç istememiş bu yüzden bir tahmin ederek bir sonuca varabiliriz.

Yağız: Hocam bize bu dairenin alanını vermemiş ki biz hesaplama yapamayız o zaman.

Modelleme etkinlikleriyle yeterince karşılaşmayan öğrenciler uygulanan ilk etkinliklerde “Bence veriler yetersiz çiçeklerin ne kadar alan kapladığı bize verilmemiş.” veya benzer şekilde “Bize bu kavşağın alanını ve çiçeklerin ne kadar yer kapladığını verirse çözebiliriz yoksa çözemeyiz.” gibi ifadeleri modelleme etkinliklerin yapısı hakkında yeterli bilgilerinin olmadığını ve alıştıkları rutin problem tarzına benzemediği ve problemde verilen verilerin yetersiz olduğunu için çözülemeyeceğini düşündükleri düşünülmektedir. Modelleme etkinlikleri uygulamaya devam edildikçe uygulamada ikinci sırada olan Elektrik Tarifesi probleminde öğrencilerin etkinliklerin yapısına alıştığı ve verilen bilgilerle çözülebileceğine yönelik ifadeleri şu şekildedir.

Faruk Hoca: Arkadaşlar problem anlaşıldı mı? Problem hakkında sorusu olan var mı?

Ali: Hocam iki tarifieden hangisi daha avantajlıdır demiş

Faruk Hoca: başka bilgi vermesi gerekir mi verilenlerle çözülebilir mi?

Kenan: Evet, hocam çözülebilir

Ali: Gerek yok çözülebilir

Etkinliklerden ikinci uygulama olan Elektrik Tarifesi probleminde öğrenciler modelleme etkinliklerinin yapısına biraz daha alıştığı için problemin çözülebileceğini belirtmişlerdir. Bunun yanı sıra Elektrik Tarifesi etkinliği uygulanmadan birkaç gün önce etkinliğe ısındırmak amacıyla herkesin evinde bulunan bir faturayı detaylı incelemesi mesajı araştırmacılar tarafından tüm öğrencilere iletilmiştir. Öğrencilerin bu etkinlikte çözülebilir olduğu bu düşünmelerinde bu deneyiminde etkili olabileceği düşünülmektedir. Etkinlikler uygulanmaya devam edilirken üçüncü sırada uygulanan Araba Yakıt probleminde öğrenciler öncelikle soruyu tek başlarına okuyup bireysel olarak düşündükten sonra genel tartışmalara geçilmiştir ve tartışmalara yönelik bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Arkadaşlar problemi çözmek için bireysel düşündünüz mü? Bu problem buradaki bilgilerle çözülebilir yoksa ekstra bilgileri lazım mı?

Buğra: Hocam segment ne demek?

Ozan Hoca: Segment burada arabanın türü yani konfor ve rahatlığına göre sınıflandırılması demektir. Örneğin Passat marka araba D segment Golf C segment Polo B segment bir arabadır. Makam arabaları izle ya da Mercedes'in yüksek konforda özellikte arabaları ise E segment arabalar olur buna göre düşünebilirsiniz.

Elif: Hocam yakıtların fiyatları ne kadar bir de bu arabalar yakıtla ne kadar gidiyor o bilgilerin verilmesi gerekir bence

Faruk Hoca: Evet arkadaşlar değil mi bize lazım olan bazı bilgiler vardır. Biz şimdi sizlere onları paylaşacağız.

Faruk Hoca: Arkadaşlar peki bu bilgilerle çözülebilir mi bu problem? Başka bilgiler gerekli midir?

Elif: Hocam şimdi çözülür

Araştırmada uygulanan üçüncü etkinlik olan Araba Yakıt probleminde öğrenciler problemi okuduklarında bazı kelimelerin anlamlarını bilmedikleri için soruyu anlamadılar. Buğra isimli öğrenci “*Hocam segment ne demek?*” sorusunu sormuş ve araştırmacılar gerekli açıklamayı yapınca soruyu daha anlaşılır hale getirmiştir. Ardından soruda bazı bilgilere ihtiyaç olduğunu düşünen Elif isimli öğrenci yakıtlar ve gidilen yol hakkında bilgisi olmadığını bunu bilmelerinin gerektiğini belirtmiştir. Bunun üzerine daha önceden hazırlanan ve uygulama esnasında dağıtılması planlanan yakıt türleri ve 1 litre yakıt ile alınan yol miktarını gösteren tablolar öğrencilere dağıtılmıştır. Son uygulama olan Kar Esareti probleminde öğrencilerle giriş aşamasında yapılan tartışmalara yönelik bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Arkadaşlar herkes nasıl çözeceğini düşündü mü? Peki, bu problem çözülebilir mi?

Derya: Evet.

Büşra: Evet, çözülebilir.

Faruk Hoca: Sorusu olan yoksa o zaman grup çalışmasına başlayabilirsiniz arkadaşlar.

Modelleme etkinliklerinin yapısına alışan öğrenciler son etkinlik olan Kar Esareti probleminin verilen bilgilerle çözülebileceğini, başka bilgi verilmesine gerek olmadığını belirtmişlerdir. Bundan dolayı öğrencilerin deneyim yaşamadıkları modelleme etkinliklerine ilk uygulamalarda rutin problemler gibi yaklaşıp bütün bilgileri içinde barındıran sorulara benzetmeye çalışmışlardır. Bundan dolayı ilk etkinliklerde sorunun

çözümeyeceğini, bilgilerin eksik olduğu gibi ifadelerde bulunmuşlardır. İlerleyen uygulamalarda ise etkinliklerin yapısına ve sürece alışan öğrenciler artık problemlerin daha önce karşılaştıkları problemler gibi düşünmemeleri gerektiğini anlayıp verilmeyen bilgiler için düşünerek üretmeye çalışmışlardır.

5.2. Öğrencilerin Matematiksel Modelleme Sürecindeki Becerilerinin İncelenmesi

Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi araştırmanın amaçlarından birisidir. Bu amaç doğrultusunda etkinliklerin çözüm süreçleri modelleme basamakları içerisinde de tek tek derinlemesine analiz edilmiştir. Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçleri bir bütün içinde sunulması etkinliklere göre bu değişimin ve gelişimin okuyuculara daha net bir şekilde sunulabilmesi için matematiksel modelleme etkinlikleri problemlerine ait matematiksel modelleme becerileri Tablo 5. 1. sunulmuştur.

Tablo 5. 2. Grupların matematiksel modelleme süreçlerindeki becerileri

Gruplar	Problemi Anlama	Basitleştirme	Matematikseleştirme	Matematiksel Çalışma	Yorumlama	Doğrulama	Etkinlikler
Grup 1	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 1	Seviye 1	K.P
Grup 2	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 1	Seviye 2	
Grup 3	Seviye 4	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 1	Seviye 3	
Grup 1	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 3	Seviye 1	E.T
Grup 2	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 3	Seviye 1	
Grup 3	Seviye 4	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 4	Seviye 1	Seviye 1	
Grup 1	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 1	A.Y
Grup 2	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 1	
Grup 3	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 4	Seviye 5	Seviye 3	
Grup 1	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5	Seviye 5	Seviye 1	K.E

Grup 2	Seviye 4	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 5	Seviye 5	Seviye 1
Grup 3	Seviye 5	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 3	Seviye 1	Seviye 3

Kavşak problemi(K.P),Elektrik tarifiesi (E.T),Araba yakıt problemi(A.Y.),Kar esareti problemi (K.E.)

Tablo 5. 3. verileri incelendiği zaman katılımcıların modelleme sürecinde genel olarak problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında başarılı oldukları ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarında başarılı olamadıkları görülmektedir. Yorumlama basamağında ise etkinlikler uygulanmaya devam ettikçe beceri ve performanslarında arttığı gözlemlenmesine rağmen doğrulama basamağında ise yeterince gelişim gösterememişlerdir.

Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliği çözme süreci ayrıntılı olarak incelendiğinde problemi anlama basamağında grupların başarılı oldukları belirlenmiştir. Grupların tüm etkinliklere verdiği cevaplar incelendiğinde dokuz defa seviye olarak 5. düzeyde oldukları ve problemi tam olarak anladıkları, verilenleri ve amaçları belirleyebildikleri ve aralarında ilişki kurabildikleri görülmüştür. Üç defa ise 4. düzeyde problemi tam olarak anlama, verilenleri ve hedefleri belirlerken önemsiz hatalar yaptıkları veya aralarında ilişki kuramadıkları görülmüştür. Örneğin, Grup 2'nin Kar Esareti etkinliğinde problemi anlama basamağına yönelik tartışmalarından bir kesiti şu şekildedir.

Derya: Yol uzunluğu 80 kilometre yani 80000 metre olmalıdır

Aydın: Bakın benim fikrim şu. Bu yol 3 şeritli değil mi?

Derya: Onu nereden anladınız?

Elif: Bak resimde öyle görünüyor.

Aydın: Şerit önemli şerit sayısına göre araç sayısını bulacağız yolda kamyon var araba var...

...

Aydın: 80 kilometrede 6 tane şerit toplam 480 kilometre yolumuz var.

Yukarıdaki örnekte öğrencilerin problemi anlama düzeyi 4 olarak belirlenmiştir. Öğrenciler problemi tam olarak anlamışlar, verilenleri ve hedefleri belirleyebilmişler ancak verilenlerin aralarında ilişki kuramadıkları görülmüştür. Aynı grup öğrencilerinin başka bir örnekte ise Kavşak Problemine ait problemi anlama basamağında öğrencilerin problemi tam olarak anladıkları, verilenleri ve amaçları belirleyebildikleri ve aralarında ilişki kurabildikleri tespit edilmiştir (Bkz. Şekil 5.1).

1-Dairenin alanını bulcaz. $(\pi \cdot r^2)$ $\pi=3$
 2-Sonra ortalama bir cisim alanını bulcaz.
 3-Sonra güzel bir görüntü olarak bir şekil belirteceğiz.
 4-Giçek maliyetini hesaplayacağız.
 (Son)

Şekil 5. 1. Grup 2'nin Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Yukarıda verilen örnekte 2. Grup öğrencilerin problemi anlama basamağında problemin anladıkları, verilenleri ve amaçları tam olarak belirleyip çözüm süreci için bir plan oluşturabildiklerini göstermektedir. Bu veriler doğrultusunda Grup 2'nin problemi anlama seviyesi düzey 5 olarak derecelendirilmiştir.

Benzer şekilde diğer gruplarda problemi anlama basamağında başarılı olmuşlardır. Örneğin Grup 1'in Kar Esareti etkinliğinde problemi anlama basamağına yönelik olarak "Soru bizden 80 kilometrelik bir yolda biriken arabaların içinde mahsur kalan kişi sayılarını sormuş. Biz de yolu 80000 metre ve 7 şeritli bir yol olarak hesaplamamızı yaptık. Araç sayısını ise fotoğraftan bir kesit aldı Kesitin içindeki kamyon ve araçların oranına baktık. Aldığımız kesitte 3 tane kamyon 2 tane araç görünüyordu bizde hesaplamalarımızı buna göre yaptık. " şeklinde ifade etmişlerdir. Bu ifade incelendiğinde benzer şekilde öğrencilerin problemi tam olarak anladıkları, verilenleri ve amaçları belirleyebildikleri ve aralarında ilişki kurabildikleri tespit edildiği için seviye 5 ile derecelendirilmişlerdir.

Matematiksel modelleme sürecinin diğer bir basamağı olan Problemi basitleştirme aşamasında ise süreçler 4 düzeyde analiz edilmiştir. Verilen cevaplar incelendiğinde beş defa en üst seviye olan 4. Seviyede öğrencilerin problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma becerilerini gösterebildikleri gözlenmiştir. Yedi defa da 3. seviyede süreci geçirmişlerdir. Bu seviye de ise öğrencilerin problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve kısmen kabul edilebilir varsayımlarda bulunabildikleri belirlenmiştir. Örneğin Grup 1 Kavşak Problemin de problemi basitleştirme aşamasına yönelik tartışmalarından bir kesiti şu şekildedir.

Buğra: Dairenin ortalama bir çapının belirleyip alanını bulabiliriz.

Elif: Önce kavşağın alanını örnek değerler vererek bulabiliriz. Bir de sayısal veri vermediği için örnekler vererek kavşağın alanı bulmayı deneyelim.

Buğra: Cebirsel değerler vererek bulsak alanı olmaz mı?

Elif: Olabilir ama bize Yarıçapa bir değer vererek de bulabiliriz. Yuvarlak ya 6'ya bölersek mesela Lale ortada çok güzel duracağını düşünmüyorum kenara diğerini mesela kalın olanı ortaya düşünssek. Sonuçta güzel görünmeli ona dikkat etmeliyiz.

Elif: İçe doğru iç içe yuvarlak şeklinde değişik bir şekilde yapabiliriz.

Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin gerçekçi varsayımlar üretmekte ilk etkinlikten itibaren zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler etkinliğin çözüm sürecinde kısmen kabul edilebilir varsayımlar oluşturabilmektedirler. Kavşak problemine ait yukarıda verilen kesitte öğrencilerin problemi çözmek için alanın belirlenmesine karar verebiliyor ancak alanı bulmak için yarıçapı belirleyecek veya alanı bulabilecek gerçekçi varsayımlarda bulunamamışlardır. Alanı tahmin ederek rastgele örnekler vererek bulmaya çalışmışlardır. Düşüncelerini gerçekçi varsayımlarla tam olarak destekleyemedikleri için seviye 3 olarak derecelendirilmiştir. Araştırmada öğrenciler etkinlik sürecinde problemlerde birden çok varsayımda bulunmuşlardır. Bulundukları varsayımlar içerisinde süreçte kendilerine en uygun olanını model oluşturmak için kullanmışlardır. Örneğin Grup 1 Kavşak Problem için süreç ilerleyince bulundukları farklı bir varsayıma yönelik olarak tartışmalarından bir kesiti şu şekildedir.

Merve: Kavşakta görülen arabanın boyutunu ne kadar olduğunu bilen var mı?

Buğra: Arabaya 2 metre diyelim ona göre Kavşağı ne kadar araba koyacağımız belirleyebiliriz.

Merve: Kavşağın yarıçapına bu arabadan iki tane koyabiliriz içine bu yüzden arabanın boyutunu bilen var mı?

Buğra: Perspektif etkisi olabilir o yüzden bize yakın olduğundan büyük görünüyor olabilir.

Ali: Bence bu resim bize örnek olarak verilmiş.

Buğra: Kavşağın çapına 10 metre desek olur mu?

Ali: Ben Antalya yoluna gitmiştim Orada kaktüs dikeyorlardı görmüştüm.

Faruk Hoca: Arkadaşlar ne yaptınız alanı bulabildiniz mi?

Ali: Hocam bu kavşağın uzunluğu ne kadar (yarıçapını soruyor)

Merve: Bundan bu arabadan iki tanesi kavşağın boyutunu bize verir

Ali: Hocam aşağı inip bakabilir miyiz?

Faruk Hoca: Aşağı inip bu arabanın boyutunda bir araba bulmanız zor olabilir

Ozan hoca: Aşağıda benim arabam var İsterseniz gidip ona bakıp gelebilirsiniz

Merve: 3 tane küçük araba bunun yarıçapını verebilir.

Yukarıdaki tartışmada Grup 1'in Kavşak Probleminin çözümü için oluşturmaya çalıştıkları varsayımlar incelenmiştir. Kavşağın alanını bulabilmek için yarıçapının bilinmesi gerektiğini ve yarıçapını da bulmak için kavşakta bulunan aracın boyunun bilinmesi gerektiğini tartışmışlar ve Merve isimli öğrenci “ *Kavşağın yarıçapına bu arabadan iki tane koyabiliriz içine bu yüzden arabanın boyutunu bilen var mı?*” şeklinde ifade etmiştir. Grup içinden bazı öğrenciler yarıçapı bulmak için rastgele değerler vermeye çalıştıkları şu şekilde “ *Kavşağın çapına 10 metre desek olur mu?*” veya “*Yarıçapı 7 olarak kabul edelim artık*” şeklinde ifade etmiş ve bir an önce çözüme başlamak istemişlerdir.

(Aşağı inip Ozan hocanın arabasına bakmaya gittiler.)

Merve: 3 tane sizin Arabanız yarıçapa eşit

Buğra: Fotoğrafta yakın görüldüğü için büyük görünüyor olabilir

Elif: Yarıçapı 7 olarak kabul edelim artık

Merve: Bence yarıçapa 8 diyelim 7 az. Barış yere yaptığında 3 tane Barış bir arabaya eşit olmadı mı?

Ali: Barış Senin boyun kaç

Buğra: Benim boyum 1.55

Ali: Tam olarak senin boyuna denk gelmediği için omuzlarına göre hesaplarsak 140 filan almalıyız böyle de hesaplarsak 4.20 Yaklaşık 4 metre olarak kabul edebiliriz bir arabayı

Grubun ilerleyen tartışmalarında aracın boyunu bulmak için okul bahçesinde bulunan bir aracı, arkadaşlarını aracın yanında yere yatırarak 3 boy geldiğini belirtmiş ve şu şekilde “*Tam olarak senin boyuna denk gelmediği için omuzlarına göre hesaplarsak 140 filan almalıyız böyle de hesaplarsak 4,20 metre yaklaşık 4 metre olarak kabul edebiliriz bir arabayı.*” ifade ederek aracın boyunu hesaplayacak gerçekçi varsayımda bulunmuşlardır. Grup 1'in Kavşak Probleminde oluşturduğu bu durum problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve gerçekçi varsayımlarda bulunma şartlarını sağladığı için seviye 5 olarak derecelendirilmişlerdir. Benzer şekilde diğer gruplarda problemi basitleştirme aşamasında başarılı olmuşlardır. Örneğin Grup 3'ün

Kavşak Problemine ait olarak oluşturdukları gerçekçi varsayıma yönelik olarak tartışmalarından bir kesiti şu şekildedir.

Kenan: Biz bu kavşağın büyüklüğünü bu resme göre nasıl bilebiliriz ki?

Faruk Hoca: Biraz düşünün bakalım arkadaşlar.

Mustafa: Bu resimdeki arabanın büyüklüğüne göre bir şeyler olabilir mi acaba

Kenan: Ya da şeklin çevresine göre bir şeyler bulabilir miyiz ki?

Kenan: Bu kaldırım taşlarının uzunluğu ne kadar acaba Yani ben bir adım attığımda kaldırım taşı boyuna gelir mi ya da daha mı fazla olur?

Arya: Bence 2 adımda kaldırım taşına denk gelirsin

Kenan: Benim ayağımın uzunluğu 27,5 santimetre. Bu kaldırım taşı ayağımın uzunluğundan büyük bir buçuk Adım olarak düşünsem Yaklaşık 40 santimetre oluyor

Arya: Bu şekilde kaç tane kaldırım taşı olduğunu sayamayız ki bir kısmı görünmüyor

Mustafa: Yarısını hesaplarsak iki katı diye bulabiliriz.

Arya: Ama bize göre belki yanlış görünür perspektif etkisinden dolayı uzaktakileri farklı görebiliriz.

Yukarıdaki örnekte Grup 3'nin probleme yönelik olarak oluşturduğu varsayımlar incelenmiştir. Kavşağın alanını bulmak için kavşağın çevresini bulabileceklerini Kenan isimli öğrenci "...ya da şeklin çevresine göre bir şeyler bulabilir miyiz ki" şeklinde ifade etmiştir. Bunun üzerine kavşağın etrafındaki kaldırım taşlarının uzunluğunu ayak uzunluğuna göre bulabileceğini "Benim ayağımın uzunluğu 27,5 santimetre. Bu kaldırım taşı ayağımın uzunluğundan büyük bir buçuk adım olarak düşünsem yaklaşık 40 santimetre oluyor " şeklinde ifade etmiştir. Grup 3 kavşak problemi için oluşturdukları varsayımlar gerçekçi varsayım olarak kabul edilmiştir ve seviye 4 ile derecelendirilmiştir.

Araştırmada öğrencilerin varsayımlar üretmede başarılı oldukları ancak her zaman gerçekçi varsayımlarda bulunamadıkları tespit edilmiştir. Örneğin Grup 1 in Kar Esaretine yönelik olarak tartışmalarından bir kesit ve çözüm kâğıtlarından bir kesit şu şekildedir. (Bkz. Şekil 5.2).

Ali: (Fotoğraftan bir kesit göstererek) şu kadarlık yerdeki kamyonların arabaların oranını bulsak olmaz mı?

Faruk Hoca: Arkadaşlar modelinize bir değişiklik oldu mu?

Oluşturdukları varsayımlar tam anlamıyla gerçekçi olmayıp kısmen kabul edilebilir düzeyde olduğu için seviye 3 ile derecelendirilmiştir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinin bir diğer basamağı matematikselleştirme basamağıdır. Bu basamakta oluşturulan varsayımların gerçeklik düzeyine göre doğru modeller oluşturulması beklenmektedir. Bu basamakta öğrencilerin modelleme süreçleri 5 seviyede değerlendirilmiştir. Verilen cevaplar incelendiğinde beş defa en üst seviye olan 5. seviyede öğrencilerin gerçekçi varsayımlara göre ihtiyaç duyulan matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturmak, modelleri açıklamak ve birbirleriyle ilişkilendirmek becerilerini gösterebildikleri gözlenmiştir. Yedi defa da 3. seviyede süreci geçirmişlerdir. Bu seviye de ise öğrencilerin kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru matematiksel modeller oluşturabildikleri belirlenmiştir. Tablo 1. verilerinde öğrencilerin oluşturdukları varsayımlara göre modeller oluştururken başarılı oldukları belirlenmiştir. Elde edilen verilere göre öğrencilerin çoğunlukla kısmen kabul edilebilir varsayımlar oluşturdukları ve bu varsayımları matematiksel dünyaya taşıyabildikleri görülmüştür. Bazı durumlarda kısmen kabul edilebilir varsayımlar oluştursalar da bunun üzerine doğru matematiksel modeller oluşturdukları gözlemlenmiştir. Örneğin Grup 2 Kavşak Probleminde yönelik olarak tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Aydın: Bu araba 4 metre var değil mi Burası da kavşağın yarıçapı olmuyor mu? Bundan 2 tanesi 8 metre etmez mi biraz daha fazlası 10 metre eder.

Büşra: Yarıçapı yaklaşık 10 metre olabilir.

Aydın: O zaman alan 300 metrekare olur

Derya: Aydın 300 metrekare çok fazla bir ev düşündüğümüzde bile Evden bile çok büyük oluyor bence 300 metrekare değildir.

Büşra: Çuha çiçeğimi daha uzun kasımpatı mı?

Derya: Pahalılık sıralaması çuha çiçeği, Sümbül lale horozibiği ve kasımpatı

Büşra: Bence bu araba buraya 3 tane sığar.

Aydın: o zaman yarıçapı 6 alabilirim yarıçaplı 6 olursa alan 108 metrekare olur.

Derya: nasıl 3 tane araba sığacak ki

Aydın: Elimizde böyle arabayı tuttuğumuz zaman bak 3 tane sığabiliyor

Yukardaki örnekte grup 2'nin Kavşak Problemine yönelik olarak kısmen kabul edilebilir bir varsayım üzerine model oluşturdukları belirlenmiştir. Kavşağın alanını bulmak için “Bu araba 4 metre var değil mi, burası da kavşağın yarıçapı olmuyor mu?

Bundan 2 tanesi 8 metre etmez mi biraz daha fazlası 10 metre eder. “ şeklinde ifade etmişlerdir. Bu ifade de aracın boyunu neden 4 metre olduğu veya neden 2 tane sığacağını düşündüğü ayrıca niçin 2 metre fazlasını aldığı açıklanmamıştır. Bundan dolayı kısmen kabul edilen bir varsayım olmuştur. Bu varsayım üzerine doğru matematiksel model oluşturdukları tespit edilmiştir. Grup 2’nin bu örnekteki matematikselleştirme düzeyi seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Benzer şekilde Grup 1 Kar Esareti probleminde kısmen varsayımlar üzerine doğru modeller oluşturduğu tartışmalarından bir kesit aşağıda verilmiştir.

Ali: (Fotoğraftan bir kesit göstererek) Şu kadarlık yerdeki kamyonların arabaların oranını bulsak olmaz mı?

Ali: Bu aldığımız yerde 3 tır 2 araba var Biz de öyle kabul edebiliriz

Buğra: 3 kamyon ve 2 arabanın uzunluğu 49 buçuk metre yaklaşık 50 metre alabiliriz

Ali: 50 metre ile 5 a bölersek yaklaşık 10 metre bulmuş oluruz.

Buğra: ama boşluğu Hesaplamamız lazım

Ali: 10 metre ortalama arabaların uzunluğu 2 metre de yaklaşık boşluk alsa bir arabayla Bir boşluğu 12 metre alalım

Matematikseleştirme aşamasında öğrencilerin başarılı olduğu belirlenmiştir. Oluşturdukları varsayımın düzeyi matematikselleştirme düzeyine de etkilemiştir. Oluşturulan gerçekçi varsayımlara göre doğru modeller oluşturarak matematik dünyasına geçiş yapmada, verilenleri matematikselleştirme zorlanmamışlardır. Hatta öğrencilerin en kolay geçiş yaptıkları aşamadır. Örneğin Grup 3’ün kavşak problemine yönelik olarak tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Kenan: Hocam benim ayağımın uzunluğu 27,5 santimetre bu kaldırım taşı bir ayağımdan daha uzun 1,5 ayak uzunluğunda vardır öyle hesapladığımız da 41,25 cm yapıyor. Bunu yaklaşık olarak 40 santimetre olarak düşünsek hata payını çıksak. Kaldırım taşı sayısıyla çarpıp çevreyi bulabiliriz çevreyi bulduktan sonra 3'e bölüp çapı bulur Onu da ikiye bölünce yarıçapı buluruz Daha sonra da yarıçapının karesi ile 3'ü çarparak bu kavşağın alanını bulabiliriz.

Yukarıdaki örnekte öğrenciler doğru oluşturduğu varsayımlara göre gerçekçi model oluşturmuşlardır. Bu süreçte ise zorlanmadıkları yapılan gözlemlerde belirlenmiştir. Grup 3 öğrencileri kavşağın yarıçapını bulmak için kendi ayak uzunluğu ile kavşağın çevresinde

bulunan kaldırım taşlarının uzunluğunu hesaplayabileceğini düşünmüştür. Kaldırım taşının uzunluğunu bulunca kavşağın çevresinin hesaplamış daha sonra da çevresini bilinen dairenin yarıçapını bulmuş ve alanını hesaplayabilmiştir. Böylece gerçekçi bir varsayıma dayalı doğru bir model oluşturmuştur. Bundan dolayı bu örnekte matematikselleştirme basamağında seviye 5 ile derecelendirilmiştir.

Öğrencilerin modelleme etkinliklerini bir an önce çözebilmek için aşırı derecede matematikselleştirmeye çalıştığı süreç içinde gözlenmiştir. Grup 1'in tartışmalarında aşırı derecede ve bir an önce matematikselleştirmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Grup 1 öğrencilerden Buğra : *“Arabaya 2 metre diyelim, ona göre kavşağı ne kadar araba koyacağımız belirleyebiliriz?”* ifadesinin ardından *“Buğra: Kavşağın çapına 10 metre desek olur mu?”* ifadesinde bulunmuş ve aynı gruptan Elif isimli öğrenci *“Yarıçapı 7 olarak kabul edelim artık”* ifadesiyle tartışmaya katılmıştır. Bu örneklerde de görüldüğü gibi öğrencilerin gerçekçi varsayımları düşünmek yerine bir sınav sorusu gibi düşünüp hemen çözmeye çalıştıkları gözlemlenmiştir. Benzer şekilde Grup 1 'in Elektrik Tarifesi probleminde yönelik olarak tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Ali: Öyle olabilir ancak hesaplamanız lazım. Hesaplamaya bir yerden başlamamız gerekiyor arkadaşlar

Ali: Buğra gündüz tutarını 11'i de çarp puant ı 5 ile geceyi 8 ile çarp topla ve 24'e bölüp ortalamasını bul.

...

Mustafa: Çarparken yuvarlasak oluyor mu acaba?

Ali: Daha iyi olur. Sen 2,52 yerine 2,5 al onu da 2.80 ile çarp

Ali: Çarpmaları yaparken yuvarlayın arkadaşlar abidik gubidik sayılarla uğraşmayın hemen bulalım sonucu

Yukardaki örnekte ise bir an önce işlem yapıp sonuca ulaşmak için sayıları hemen yuvarlayıp işlem yapmaya başlamışlardır. Buna benzer örneklerin araştırma boyunca uygulanan etkinliklerde sıkça gözlemlenmiştir. Örneğin Grup 3 öğrencilerinden Kenan *“Sen Kaç tane kaldırım taşı saydın 74 mü? Bence biraz az saymış kabul edelim 72 tane olsun 3'e bölünüyor ya daha rahat olur sonuçta yaklaşık olsun.”* şeklindeki ifadesi ile aşırı matematikselleştirdiği tespit edilmiştir.

Modelleme etkinliklerinin bir diğer basamağı, matematiksel çalışma aşamasında öğrencilerden oluşturdukları modelleri matematiksel olarak doğru çözmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin çoğunlukla matematiksel çalışmada başarılı olduğu

gözlemlenmiştir. Matematiksel çalışma basamağı 5 seviyede derecelendirilip analiz edilmiştir. Bu analizlere göre üç defa 5. Düzeyde Doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaştıkları belirlenmiştir. Altı defa da doğru oluşturulmuş matematiksel modellerin çözümündeki eksiklikler veya hataları yaptıkları belirlenmiştir. Üç defa da eksik ya da yanlış oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözebilme becerisi göstermişlerdir. Öğrenciler modellerini oluşturduktan sonra çözme aşamasında başarılı olmuşlardır. Örneğin Grup 2'nin Kavşak Probleminde matematiksel çalışmalarına yönelik bir kesit şu şekildedir.

Büşra: Bence bu arabadan buraya 3 tane sığar.

Aydın: O zaman yarıçapı 6 alabilirim yarıçaplı 6 olursa alan 108 metrekare olur.

Derya: Nasıl 3 tane araba sığacak ki?

Aydın: Elimizde böyle arabayı tuttuğumuz zaman bak 3 tane sığabiliyor.

Aydın: Niye çok olsun ki bak resimde görülen arabadan bu kavşağın içine 3 tane sığıyor. Bu arabanın da uzunluğuna 4 metre olarak kabul ettik Öyle görünüyor çünkü öyle olduğu zaman bu kavşağın çapı 12 metre olur yarıçapı da 6 metre olur dairenin alanında hesaplarsak $\pi \cdot r^2$ den 108 metrekare olur kavşağın alanı

Yukarıdaki örnekte öğrencilerin eksik oluşturduğu matematiksel modelleri doğru olarak çözebilmişlerdir. Modelin eksiklikler içerdiği belirlenirken matematiksel çözümlerinin doğru olduğu gözlemlenmiştir. Matematiksel modellerinde kavşağın içine üç tane araba sığacağını bunun eliyle tuttuğunda olduğunu belirtmişlerdir. Bu kısmen kabul edilebilir bir varsayım ve eksik bir modeldir. Öğrencilerin bu çözümleri seviye 3 olarak derecelendirilmiştir. Araştırmada matematiksel çözümler incelendiğinde doğru oluşturulmuş matematiksel modellerin çözümündeki eksiklikleri barındırdığı da tespit edilmiştir. Örneğin Grup 1 Kavşak probleminin çözümünde kavşağın alanını doğru hesaplamışlardır ancak bir çiçeğin kapladığı alanı hesaplarken standart ölçü birimleri dönüşümlerinde yanlışlıklar yaptıklarını belirlenmiştir. Bunu Buğra isimli öğrenci “1 metrekare kaç santimetrekare acaba 100 santimetrekare olmalı bence” şeklinde ifade etmişlerdir. Grup 2'nin Kavşak Problemine ait çözümünden bir kesit şu şekildedir.

Elif: Yarıçapı 8 olarak dairenin alanı 192 metrekare olur.

Ali: Barış'ın boyunu 140 olarak alsak bir araba 420 yapar 2 tane araba da yaklaşık 9 metre önce 9 metre almalıyız böyle alırsak da alan 243 metrekare yapar yaklaşık 240 metrekare alalım bence

Elif: Biz bu alanı 6 ya bölelim 6 çiçek olduğu için her bölmeye bir çiçek bir dikelim.

Buğra: O zaman 240 ı 6'ya bölelim.

Merve: Bir çiçek ne kadar yer kaplar yaklaşık acaba

Elif: 50 santimetrekare olabilir mi acaba

Buğra: Bence 10 santimetrekare falandır

Buğra: 1 metrekare kaç santimetrekare acaba 100 santimetrekare olmalı bence

Merve: O zaman 1 metre kareye bence 5 tane çiçek sığar.

Buğra: O zaman 1 metrekareye 5 tane çiçek olarak hesaplayalım.

Buğra: O zaman daha uygun ve güzel görünmesi için her 1 metrekareye 4 tane alalım.

Yukardaki örnekte öğrencilerin matematiksel çalışma basamağındaki sürecinden bir kesit verilmiştir. Bu örnekte öğrencilerin doğru oluşturulan modelin çözümünde standart ölçü birimlerinin dönüşümünde hata yaptıkları ve öğrencilerin bir çiçeğin alanını tahmin ederken alan ölçü birimlerinin günlük hayat karşılıkları konusunda eksik oldukları fark edilmiş ve modeli hatalı çözdükleri tespit edilmiştir. Grup 1'in matematiksel çalışması Doğru oluşturulmuş matematiksel modellerin çözümündeki eksiklikleri ve hataları içerdiği için seviye 4 ile derecelendirilmiştir. Öğrenciler matematiksel işlemler yaparken başarılı olmuşlardır. Örneğin Grup 2'nin Kar Esareti probleminde yapmış olduğu çözüm kâğıdından bir kesit şu şekildedir. (Bkz. Şekil 5.3.)

* 6 Seridimiz var, $80\text{km} \times 6 = 480.000\text{m}$ 480.000 m

15.000 Kamyon = Yolun %50'si kamyonlarla dolu. Her kamyonu 2 kişi var ve bir kamyonun boyu 13,6 m aralıkla birlikte 16 metre. Kamyonlarla dolu kamyonlarla yol 240.000 metre.

16.000 kısa araç var = Yolun %20'sini kaplar. Her kısa araçta 4 kişi vardır ve bir kısa aracın boyu 4 m'dir. Aralıkla birlikte 8 m'dir. Kısa araçlarla dolu yol 96.000 m'dir.

18.000 orta araç vardır = Yolun %30'udur. Her orta araçta 5 kişi bulunmaktadır ve her aracın uzunluğu 5,6 m'dir. Aralıkla birlikte 8 m'dir. Orta araçlarla dolu yol 144.000 m'dir.

* Toplam 49.000 araba vardır. Toplam 184.000 insan vardır.

Araçların mahsur kalma süresi 24 saatler fazla olduğu için 4 gün kek ve meyve suyu dağıtıldı. 4 günde toplamda 736.000 kek ve 736.000 meyve suyu dağıtılmış.

Şekil 5. 3. Grup 2'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Yukardaki çözüm incelendiğinde öğrencilerin doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaştığı belirlenmiştir. Bundan dolayı seviye 5 ile derecelendirilmişlerdir. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında öğrenciler genel olarak başarı olmuşlardır.

Matematiksel modelleme etkinliklerin bir sonraki basamağı ise yorumlama basamağıdır. Bu basamakta öğrencilerden elde ettikleri matematiksel çözümleri gerçek hayat bağlamında yorumlamaları beklenmektedir. Öğrenciler uygulanan ilk etkinlikte sadece problemi çözmüş herhangi bir yorumda bulunmamışlardır. Diğer problemlerde grupların yorumlama becerisi gösterdiği belirlenmiştir. Üçüncü gruptaki öğrenciler iki problemde yorumlaya yaparken elektrik tarifi ve kar esareti probleminde yorumlamada bulunmamışlardır. Bunun sebebi ise sınav sorusu olarak soruyu çözme, sonuca odaklanma, matematikselleştirme basamağında fazla zaman harcamalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Diğer etkinliklerde öğrenciler elde ettikleri matematiksel çözümleri

yorumlama başarısı göstermişlerdir ve ilerleyen etkinliklerde ise öğrencilerin yorumlama seviyelerin arttığı belirlenmiştir. Örneğin Grup 1 ilk problem olan Kavşak probleminde yorumlama becerisi göstermezken ikinci problem olan Elektrik Tarifesi probleminde yorumlamaya yönelik tartışmalarına ait bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Peki bu problemi çözümünü genelleyebilir miyiz? Yani bütün aileler için aynı durum geçerli midir?

Ali: Hocam iki çocuklu aileler için geçerlidir. Bu şekilde genelleyebiliriz ancak şöyle istisnalar olabilir belki de bilgisayar başında evde çalışıyor pandemi döneminde de gördüğümüz gibi ya da çalışma saatleri farklıdır ailenin yaşantısı farklı olduğu durumlarda tabii ki farklı sonuçlar ortaya çıkacaktır. Yani bizim çözümümüz aslında benzer yaşantısı olan iki çocuklu memur bir ailenin yaşantısı ile sınırlıdır.

Yukardaki örnekte Grup 1'nin yorumlama becerisine ait örneğinde, öğrencilerin buldukları sonucu gerçek hayat bağlamında nasıl yorumladıklarını görüyoruz. Etkinliğin benzer yaşantısı olan iki çocuklu memur aileler için geçerli olduğu diğer yaşantısı olan aileler için genellemeyeceğimiz yorumunda bulunuyorlar. Araştırma devam ederken üçüncü uygulama olan Araba Yakıt probleminde Grup 1 buldukları sonucu gerçek yaşam bağlamında yorumlama becerisi göstermişlerdir. Bunu birinci grup öğrencileri “Buradan çıkaracağımız yorum ise kısa mesafelerde benzin daha uygun oluyor uzun mesafeli yolculuklarda dizel daha avantajlı oluyor.” şeklinde ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Grup 1 son problem olan Kar Esareti probleminin de gerçek hayat bağlamında yaptığı yorum tartışmalarında bir kesitte şu şekildedir.

Ali: Hocam Normalde 6 şerit ama fotoğrafta da görüyoruz ki güvenlik şeridinde de araçlar var ama aralarda boşluklar var biz de iki güvenlik şeridinde bir şeridi dolu araç olarak kabul ettik. Bundan dolayı yolu 7 şerit olarak kabul ettik.

Merve: Böyle çarptığımızda 46690 Araç olduğunu bulduk. Araç sayısını da üç buçukla çarptık. Çünkü araçlarda ortalama 10 araçta 35 kişi olacağını düşündük bunu da araçlarda 3 ya da 4 kişinin olabileceğine karar verdik. Buradan da yola çıkarak üç buçuk kişi demek mantıklı olmayacağı için 10 araçta 35 kişi olabileceğini düşünüp hesaplamalarımızı buna göre yaptık.

Yulardaki örnekte Grup 1'in bilgilerini gerçek yaşam bağlamında yorumladığı belirlenmiştir. Neden güvenlik şeridini 7. Şerit olarak kabul ettiklerini gerçek yaşam bağlamında yorumlamışlardır. Ayrıca araçlarda 3,5 kişi olamayacağını ancak buldukları sonuca” *üç buçuk kişi demek mantıklı olmayacağı için 10 araçta 35 kişi olabileceğini düşünüp hesaplamalarımızı buna göre yaptık.*” şeklinde yorumlamışlardır. Matematiksel modelleme etkinlikleri yorumlama basamağında uygulamalar devam ettikçe yorumlama düzeyinin geliştiği tespit edilmiştir. Bu durum benzer şekilde diğer gruplarda da görülmektedir. İlk etkinlikte yorumlamada bulunamayan ikinci grup öğrencileri bir sonraki etkinlikte yorumlama becerisi göstermişlerdir. Örneğin Grup 2 Elektrik Tarifesi problemine yönelik olarak yorumlama basamağına ait tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Elif: Bizim çözümünüz soruda verilen 4 kişilik memur Bu aile için geçerli yani her aileyi kapsamaya bilir herkes bu şekilde kullanılabilir farklı aileler olur farklı sayıda kişiler olur ya da memur olsa da farklı yaşantılar olabilir elektrik kullanımları buna göre değişecektir. Problemleri çözerken Aydın arkadaşımızın kendi evinden getirdiği elektrik faturasını da inceledik. Aynı soruda verilen örneğe de benziyordu anne babası memur arkadaşımızın ve iki kardeşler ve bizim bulduğumuz günlük 8,5 kilovat kullanımı onların faturasında da 8,39 olarak verilmişti yani bulduğumuz sonuç arasında günlük hayatta da örtüştü diyebiliriz ama dediğim gibi farklı aileler oldu farklı sonuçlar çıkacaktır.

Aydın: Evet bizim yaptığımız çözüm bizim ailemizle uyushmaktadır. Benim annem babam da memur kamu sektöründe çalışıyorlar ve bizim fatura da hemen hemen aynıydı. Yani tek zamanlı tarife daha avantajlı olurdu tekrardan yapsak diye düşünüyorum. Ancak böyle bir durum var. Eğer çok zamanlı tarifenin avantajlarını biliyorsa yani gece daha az para ödeneceğini bilerek bütün işlerimizi gece bıraksaydık kısaca çamaşır, ütüdür bulaşıktır veya da başka şeyler faturayı daha çok düşürebilirdik

Yukarda ki örneklerde öğrencilerin buldukları sonucu gerçek hayat bağlamında nasıl yorumladıklarını görüyoruz. Bu örnekte öğrenciler elektrik tarifesi problemini arkadaşlarının birinin yanında getirdiği elektrik faturasına göre yorumluyorlar. Buldukları sonucun ellerinde bulunan fatura ile tutarlı olduğunu arkadaşlarının da soruda verilen problem durumu ile benzer bir yaşantısı olan bir aile olduğunu ve çözümün günlük hayatla

ilişkisini yorumluyorlar. Aynı etkinlikte sonucun benzer aileler için genelleyici olduğundan ancak farklı yaşantısı olan ailelerde farklı sonuçlar ortaya çıkabileceği yorumunda bulunuyorlar. Yaptıkları modellerinin çözümünde ufak hatalar yer aldığı için eksik yapılan matematik çözümünü gerçek hayat bağlamında doğru yorumladıkları için yorumlama dereceleri seviye 3 olarak belirlenmiştir.

Modelleme etkinliklerinin çözüm sürecinin son basamağı olan doğrulama basamağında öğrencilerin başarısız olduğu söylenebilir. Bu basamakta öğrencilerden modellerinde bulunan eksikliği veya hatayı fark edip bunları düzeltmesi beklenmektedir. Öğrenciler uygulanan etkinlik süreçlerinde sekiz defa herhangi bir şekilde doğrulama yapmamışlardır. Bazı çözümlerde ise çözümlerinin yanlış veya eksik olduğunu fark edip kısmen hatalarını düzeltmeye çalışmışlardır. Örneğin Grup 2 Kavşak Probleminde yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Ozan hoca: Şimdi Sümbül'den 60 tane sığabileceğini bulmuştunuz. 6 metrekare alana 10 santimetre karelik çiçekten 60 tane sığar demişsiniz 6 metrekare kaç santimetrekaredir ki?

Aydın: 600 santimetrekare değil mi hocam

Ozan hoca: Acaba gerçekten öyle mi 6. sınıfta alan ölçme birimlerini öğrendiniz bir düşünün bakalım 1 metrekare kaç santimetrekaredir?

Derya: 1 metrekare 1 santimetre kare değil miydi yoksa 10 10000 santimetrekare miydi hocam. Evet, o zaman bizim yaptığımız işlemler hatalar olmuş oldu

Doğrulama basamağı ile ilgili verilen yukarıdaki örnekte öğrencilerin standart ölçme birimlerinde hata yaptıkları fark etmişlerdir ancak düzeltme yapmamışlardır. Bundan dolayı seviye 2 ile derecelendirilmiştir. Benzer şekilde Grup 3 Kavşak Probleminin çözümünde “Aa, evet hocam biz galiba bir yerde yanlışlık yaptık!” ifadesinde bulunuyorlar ancak hatalarını tam olarak düzeltemiyorlar. Grup 3’ün doğrulama basamağına yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir:

Ozan Hoca: Peki alanı hesaplarken ben şöyle bir düşündüm de siz yarıçapı 4,8 metre bulmuştunuz, ben 5 olarak düşünürsem 5’in karesi 25 Sizin yaptığınız gibi 3 ile çarpınca yaklaşık 75 yapıyor siz 432 yi nasıl oldunuz biraz fazla değil mi?

Kenan: Aa, evet hocam biz galiba bir yerde yanlışlık yaptık!

Kenan: Evet, hocam ben bir işlemleri tekrar kontrol edeyim.

Kenan: Çiçeğin alanına 506,25 yapıyor ama 500 kabul etsek nasıl olur acaba. Böyle de hesaplayınca 150 çiçek yapıyor Çok az değil mi?

Mustafa: Birisi metrekaare alanın diğeri santimetrekare Buna dikkat ettin mi?

Kenan: Alanı 75 metrekaare bulduk. Bunu da santimetrekare olarak düşünürsek 7500 santimetrekare çiçeğin alanında 500 santimetrekare bulduk böldüğümüz zaman 15 çiçek çok az değil mi arkadaşlar.

Yukardaki örnekte öğrencilerin modellerinde kısmen doğrulama yaptıkları ve tespit edilen hataları bir dereceye kadar düzelttikleri tespit edilmiştir. Bundan dolayı seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Benzer şekilde Grup 3 Kar Esareti probleminde doğrulama basamağına yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Faruk hoca: Arkadaşlar siz ne düşünüyorsunuz galiba araç uzunluğu 6 metre boşluğu 3 metre olarak kabul etmişsiniz. Ancak bu tabloda verilen araçların hepsi trafikte bulunmayabilir. Hepsinden eşit sayıda mı vardır sizce yoksa daha fazla olan araçlar var mı?

Kenan: Hocam tırlar daha fazla bence.

Faruk hoca: O zaman siz bunların ortalamasını almanız doğru olur mu bir düşünün bakalım. Şimdi tırdan daha fazla ise bu arabalarda hata küçük arabalardan daha az ise bunların ortalamasını 6 metre olarak almak ne kadar mantıklı kendi aranızda bir düşünün bakalım.

Arya: Evet arkadaşlar Hoca haklı tırlar daha fazla ise ortalama almamız doğru olmayabilir. Ortalama almak her araçtan aynı olduğunu düşünmek anlamına geliyor bence ondan dolayı hem araç uzunluğunu bir daha değerlendirelim hem de boşlukları nasıl kullanacağımızı düşünelim.

Kenan: Arkadaşlar ben ortalama 11 metre buldum şu şekilde hesapladım kamyonlardan iki tane diğer araçlardan da bir tane olarak ortalama hesapladım yani kamyonlar diğer araçlardan araçların iki katı oldu. Ondan dolayı ortalama 11 metre alabiliriz yani

Öğrencilerin doğrulama basamağında doğrudan matematiksel çözümlerinin doğruluğunu değerlendirmeseler bile süreç içerisinde belirledikleri hatalar ve bunları düzeltme durumları dikkate alınmıştır. Yukarıda verilen örnekte matematiksel çalışma aşamasında yapılan bir hata belirleniyor ve tespit edilen hatalar bir dereceye kadar düzeltiliyor. Bundan dolayı seviye 3 ile derecelendirilmiştir.

Öğrencilerin doğrulama basamağında başarı düzeyleri yetersizdir. Grup 1 araştırmada uygulanan etkinliklerinde hiç doğrulama yapmamıştır. Sonuca ulaştıklarında bunu tekrar kontrol etme ve belirlenen hataları düzeltme çabasına girmemişlerdir. Araştırmadan elde edilen verilerde doğrultusunda tüm grupların doğrulama basamağında başarısız oldukları tespit edilmiştir.

5.3. Öğrencilerin Modelleme Sürecindeki Becerilerinin Kar Esareti Problemi Üzerinden İncelenmesi

Bu bölümde araştırmanın ilk problem durumu olan “Öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki becerileri nelerdir?” sorunu ilişkin öğrencilerin modelleme etkinliği sürecindeki becerilerinin bir bütün içinde sunulması ve kar esareti etkinliğine göre gelişimin okuyucuya daha net sunulabilmesi için modelleme basamakları incelenmiştir.

5.3.1. Problemi anlama basamağı

Öğrencilerin etkinliği uygularken farklı seviyelerde problemi anladığını söyleyebiliriz. Öğrencilerin modelleme etkinliği sürecinde problemi anlama basamağında problemi tam olarak anlamaları, verilenleri ve amaçları belirlemeleri ve aralarında ilişki kurmaları beklenmektedir. Gruplar etkinlik sürecinde problemi anladıklarını belirten farklı düzeylerde ifadelerde bulunmuşlardır. Örneğin Grup 1’in problemi anlama basamağına yönelik “*Soru bizden 80 kilometrelik bir yolda biriken arabaların içinde mahsur kalan kişi sayılarını sormuş. Biz de yolu 80000 metre ve 7 şeritli bir yol olarak hesaplamamızı yaptık. Araç sayısını ise fotoğraftan bir kesit aldı Kesitin içindeki kamyon ve araçların oranına baktık. Aldığımız kesitte 3 tane kamyon 2 tane araç görünüyordu bizde hesaplamalarımızı Buna göre yaptık.*” ifadesinde bulunmuştur. Bu ifade incelendiğinde problemi tam olarak anladıkları verilenleri ve amaçları belirleyip aralarında ilişki kurabildikleri belirlenmiştir. Grup 1 in Kar Esareti problemini anlama düzeyi bu yüzden seviye 5 ile derecelendirilmiştir. İkinci grup problem süreci detaylıca incelendiğinde farklı seviyeler problemi anladıkları tespit edilmiştir. Örneğin ikinci grup sürecin başında ilk olarak “*Hocam ara tatilden önce bir kar yağışı oldu o kar yağışında Gaziantep Adana Tarsus otoyolunda araçlar mahsur kalmışlar. Antep Valiliği bu mahsur kalan insanlara kek ve meyve suyu dağıtımı yapmak istiyormuş kaç kişinin mahsur kaldığını ve ne kadar kek ve meyve suyu ihtiyacı olduğunu bulmamızı istiyor soruda.*” ifadesinde bulunmuştur. Bu ifadede ikinci gruptaki öğrencilerin öncelikle problemde verilenleri okudukları verilenleri

tekrar dile getirdikleri ancak herhangi bir amaçtan bahsetmemiş ve verilenlerin arasında ilişki kurmadıkları belirlenmiştir. Bu yüzden Grup 2'nin bu ifadeleri problemi anlama düzeyi olarak seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Problem çözme süreci ilerlerken ikinci gruptaki öğrencilerin tartışmalarında problemi anlama düzeylerinin değiştiği ve verilenlerin arasındaki ilişkiyi kurabildikleri belirlenmiştir. Grup 2'nin tartışmalarından bir kesit şöyledir.

Derya: Yol uzunluğu 80 kilometre yani 80000 metre olmalıdır.

Aydın: Bakın benim fikrim şu. Bu yol 3 şeritli değil mi?

Derya: Onu nerden anladınız?

Elif: Bak resimde öyle görünüyor.

Aydın: Şerit önemli şerit sayısına göre araç sayısını bulacağız yolda kamyon var araba var...

Derya: Ha şerit şu değil mi şöyle arabaların gittiği yerler.

Büşra: Evet şeritler resimde görünüyor ortadan şöyle 3 tane şerit var ya otobanda Üç yoldan da gidebilirsiniz. Biri sağdan birisi ortadan diğeri de kenardan 3 yoldan gidebilir.

Aydın: 80 kilometrede 6 tane şerit toplam 480 kilometre yolumuz var

Yukarıdaki örnekte öğrenciler süreç devam ederken verilenleri ve hedefleri belirleyebilmişlerdir. “Yol uzunluğu 80 kilometre yani 80000 metre olmalıdır.” ve “şerit önemli şerit sayısına göre araç sayısını bulacağız yolda kamyon var araba var...” ifadeleri problemde verilenleri belirleyip aralarında ilişki kurabildiklerini göstermektedir. Benzer şekilde üçüncü grupta 2 farklı seviyede problemi anlama basamağı gerçekleştirmiştir. Örneğin Grup 3 in problemi anlama basamağında ilk ifadeleri “Bence 480 kilometrelik bir yol var yol 80 kilometre ve 6 şeritten oluşuyor. 480 kilometre olduğunu düşünüyorum. Bir önceki problemde de bir arabanın boyunun 4 metre olduğunu kabul etmiştik o şekilde düşünüp yola kaç tane arabası sığacağını bulmalıyız diye düşünüyorum.” şeklinde olmuştur. Bu ifade de önce verilenleri belirledikleri ancak aralarında bir ilişki kurmadıkları belirlenmiştir. Bundan dolayı seviye 3 ile derecelendirilmişlerdir. Problemin ilerleyen zamanlarında “Biz bu yolda kaç tane araba olduğunu bulmayı düşünüyoruz. Yolda tırlar ve arabalar var bunların ortalama uzunluğunu ve aralarındaki boşluğu düşünmemiz lazım. Daha sonra da bir arabada ortalama 3 kişi olduğunu düşünüyoruz ve ayrıca bu yolda 6 tane şerit her biri 80 kilometreden 480 kilometrelik bir kuyruk varmış gibi hesaplamayı düşünüyoruz bizim fikirlerimiz bunlar” ifadelerini kullanarak problemi tam olarak

anladıklarını ve verilenlerin arasındaki ilişkiyi kurabildiklerini belirlenmiştir. Bu yüzden seviye 5 ile derecelendirmişlerdir.

5.3.2. Problemi basitleştirme basamağı

Modelleme etkinliklerinde öğrencilerden problemi basitleştirmeleri, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirlemeleri ve gerçekçi varsayımlarda bulunmaları beklenmektedir. Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin yapısı gereği modelleme sürecinde öğrenciler birçok kez varsayımlarda bulunmaktadır. Bu varsayımlar içerisinde kendilerine göre en uygun olanını kabul edip düşüncelerini matematik dünyasına taşımaya çalışmaktadırlar. Aşağıdaki tabloda kar esareti problemine ait öğrencilerin problemi basitleştirme ve varsayımlar oluşturma düzeyleri verilmiştir. Öğrenciler bu aşamada derecelendirilmiş ve birden çok kez kısmen kabul edilebilir varsayımlar oluşturmuştur. Bu basamakta grup 1 altı defa, grup 2 üç defa ve grup 3 ise altı defa farklı varsayımlar oluşturdukları belirlenmiştir. Örneğin, Grup 1'in tartışmalarında oluşturduğu problemi basitleştirme aşamasına yönelik bir kesit şu şekildedir.

Buğra: Hocam yolun kaç şerit olduğunu bilmiyoruz.

Faruk Hoca: Biraz düşünün, biz onu size söyleyeceğiz. Yol dört şeritli.

Buğra: Toplam yolun uzunluğu mu yoksa 2 şeridin toplamını 80 km.

Buğra: Yoldaki araç sayısına x dersek, araçlar arasındaki boşluk sayısı $x - 1$ olur.

Faruk Hoca: $(x-1)$ Ne oluyor boşluk sayısı mı?

Buğra: İki tane araç olsa bir tane boşluk olacak. (kalemle silgi ile gösteriyor).



Faruk Hoca: Boşluklar neden önemli senin için?

Buğra: 80 kilometrelik yolda sadece araçlar yok araçların arasında boşluklarda var Kar yağışı olduğu için yolda riskli olduğu için boşluklara kesinlikle dikkate almamız gerekir.

Ali: Boşlukları ne kadar aldın o zaman?

Buğra: Boşlukları bir buçuk metre olarak aldım. Kar yağışı don ve kayma riski olduğu için 1,5 metre yeterli olacağını düşündüm.

Faruk Hoca: Sence bu araçlar arasındaki güvenli mesafe ne kadar olmalıdır?

Buğra: Ben 1,5 metre olarak aldım.

Faruk Hoca: Barış Sen de arabalarını boşlukları çizerek göstermek istersen nasıl bir çizim yapardın? (Bkz. Şekil 5.4)



Şekil 5. 4. Grup 1 öğrencilerinden Buğra'nın kâğıdından bir kesit

Birinci grubun etkinliğinin çözüm sürecinde basitleştirme basamağına ait verdiği yukarıdaki örnekte arabaların arasında boşluk olması gerektiği ve boşluk sayısının araç sayısından bir eksik olduğu varsayımında bulunmuşlardır. Bunu da “Yoldaki araç sayısına x dersek, araçlar arasındaki boşluk sayısı $x - 1$ olur.” cebirsel olarak ifade etmişlerdir. Araç arasındaki mesafelerinde 1,5 metre olacağı varsayımında bulunmuşlardır. Bu örnekte verilen varsayımlar kısmen kabul edilebilir düzeydedir. Düşüncelerini destekleyici fikirlerde bulunmamışlar ve sadece örneklendirme yoluyla oluşturulan bir fikir olarak varsayım ürettikleri için kısmen kabul edilen bir varsayım olmuştur. Ayrıca 80 kilometrelik yolda en sondaki boşluğun olması ya da varmış gibi kabul edilebileceği düşüncesi gerçek yaşam bağlamında kısmen kabul edilebilir düzeydedir ancak tam olarak gerçekçi bir varsayım sayılamaz. Bundan dolayı bu varsayımlar problemi anlama basamağında seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Grup 1'in başka bir düşüncesi ise araçlardaki kişi sayısı ile ilgilidir. Bu durumla ilgili tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Mustafa: 3 kuzeni ve kendisi 4 kişi var daha hesaplamamız gerekiyor.

Merve: Bu araçlarda kaç kişi olduğunu bilmemiz gerekiyor mesela kamyonlarda kaç kişi var araçlarda kaç kişi var onları düşünmeliyiz bence.

Ali: Kamyonlarda bir ya da iki kişi vardır diğerlerinde de 4 kişi olabilir.

Yukarda verilen örnekte araçlardaki kişi sayısını belirlemek için varsayımlar üretmişlerdir ancak kısmen kabul edilebilir düzeyde kalmıştır. Bu sebepten seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Benzer şekilde başka bir varsayımlarında ise araçların uzunluğunu bulmak için verilen tablodaki tüm araçların ortalamasını bulup aracın boyunu hesaplayabileceklerini belirtmişlerdir. Grup 1'in bu varsayımına yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Merve: Hocam arabalar arasındaki mesafeye internetten bakabilir miyim?

Faruk Hoca: Bence arabalar arasındaki mesafeyi tahmin etmeye çalıştığınızda daha güzel olacaktır. Sizce burada arabalar arasında ne kadar mesafe var?

Buğra: Bence 1,5 metre var

Faruk Hoca: (fotoğrafi göstererek) Burada daha fazla gibi görünüyor.

Buğra: Evet hocam orada daha fazla gibi görünüyor ama ben ortalama bir değer almak istedim Bence bir buçuk metre ortalama bir değerdir.

Mustafa: Tabloyu göstererek araba uzunluklarını burada verilen 7 aracın uzunluklarının ortalaması olarak alalım.

Ali: Ozan Hoca'nın arabası dört buçuk metreymiş. Biz de önceki uygulamamızda buna yakın bir ölçüm yapmıştık. Onu da düşünerek Ortalama bir değer alabiliriz.

Ali: Araçların uzunlukları toplamı 41,6 çıktı. Bunu da 7 araca bölelim ortalama bir değer bulalım.

Yukarda verilen varsayımlarda aracın boyu 6 metre, boşluk 1,5 metre olarak hesaplanmıştır. Bu varsayımda yolda bulunan araçların sayılarının eşit olmadığı ve kamyon ve tırların daha fazla olduğu düşüncesine henüz ulaşamadıkları için kısmen kabul edilebilir düzeyde kalmıştır. Kar Esareti probleminde güvenlik şeridinin olağanüstü durumlarda kullanıldığı varsayımda bulunmuşlardır. Bununla ilgili olarak tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Mustafa: Buradaki bir tane şeritte araba yoğunluğu çok fazla değil

Ali: Bir araba var 5 araba boşluk bir araba 5 boşluk var. Tamamen araba yok

Merve: O zaman biz de 2 Emniyet şeridinde bir emniyet şeridi olarak bir şerit olarak kabul edelim toplam 7 şeritli yol olarak hesaplayalım.

Buğra: Araçların arasındaki mesafeyi 1 metre mi 1,5 metre mi alalım.

Ali: (fotoğrafi göstererek) Bu iki araç arasında 6 metre var yaklaşık ama Şuradaki mesafe çok daha az Bundan dolayı bence bir buçuk metre alsak ortalama bir değer olacaktır.

Buğra: O zaman Yolu 7 şeritli olarak araçlar arasındaki mesafeyi 1,5 metre olarak alalım arabalar 6 metreydi ona göre hesaplayalım.

Yukardaki kesitte ise yolun 6 şerit ve 2 tane de güvenlik şeridi olduğunu belirtmişlerdir. Ancak fotoğrafta görüldüğü gibi güvenlik şeridinin de bir kısmında araçların olduğunu ve bu olağandışı durumda araçların bir kısmının burayı kullandığı belirtmişlerdir. 2 güvenlik şeridini de bir şerit olacak şekilde bu yolun 7 şeritten oluştuğu bir varsayımda bulunmuşlardır. Başka bir düşüncelerinde ise yol boyunca karda mahsur kalan araçların sayısıyla alakalı bir varsayım oluşturmuşlardır. Grup 1 in bu durumla ilgili tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Ali: (Fotoğraftan bir kesit göstererek) şu kadarlık yerdeki kamyonların arabaların oranını bulsak olmaz mı?



(çözüm kağıdında ki fotoğrafta gösterilen iki çizgi arasındaki araç sayısını göstererek kesit almayı kastediyor.)

Faruk Hoca: Arkadaşlar modelinize bir değişiklik oldu mu?

Ali: Evet hocam Biz fotoğraftan rastgele bir bölümü random olarak seçip onun içerisindeki kamyonların diğer araç türlerini oranına bulup ona göre bütün yola genellemeyi düşünüyoruz.

Faruk Hoca: Ahmet düşüncemi hem şekil olarak çizmenin onu yazı olarak yazmanı istiyorum farklı bir bakış açısı olduğu için

Mustafa: hocam hem hafta içi hem de tatil gününde yaklaştığı için yolda çok fazla araç olmasını bekliyoruz ve yoğunluğunu kamyon olması gerektiğini düşünüyoruz.

Grup 1'in tartışmalarının bu kesitinde ise yoldaki araçların sayısının eşit olmadığı ve tabloda verilen araçların ortalamasını alarak araç uzunluğunun yanlış olabileceğini söylemişlerdir. Bunun yerine fotoğraftan bir kesit göstererek “ ...*şu kadarlık yerdeki kamyonların arabaların oranını bulsak olmaz mı?*” varsayımında bulunmuşlardır. Bu varsayımda sadece bir yerden kesit aldıkları ve bunu tüm yola genelledikleri için bu varsayım tam olarak gerçekçi bir düzeyde varsayımdır değildir. Bunun yerine üç veya dört yerden kesit alıp genelleme yapsalardı daha gerçekçi bir varsayım olacaktı. Grup 1'in problemi basitleştirme basamağında oluşturdukları varsayımları inceledik. Grup 1 oluşturduğu varsayımlar kısmen kabul edilebilir düzeydedir.

Grup 1'in problemi basitleştirme basamağına benzer şekilde süreçte Grup 2'de gerçekleşmiştir. Grup 2'nin bu aşamada süreç ilerken 3 tane farklı varsayım oluşturduğu tespit edilmiştir. Örneğin Grup 2 tartışmalarına yönelik bir kesit şu şekildedir.

Büşra: Bence bir şey diyebilir miyim? Bence gerek yoktur kamyon diye ayırmayalım. Ortalama bir aracın metresini bulalım 3 veya 4 metre diyelim.

Aydın: Bence bir araba bir kamyon bir tır boylarını toplayacağız ve ortalama bir değer bulacağız.

Büşra: İyi de biz araçların boylarını bilmiyoruz ki kamyonun boyunu nereden bileceğiz.

Derya: Hocalara sorabiliriz bence

Büşra: 480 kilometre değil de 80000 metreyi bir tane aracın metresine bölersek kaç tane araç olduğunu buluruz onu da 6 ile çarparsak toplam Araç sayısını buluruz öyle mantıklı olmaz mı?

Elif: Araba uzunluklarını tahmin edelim mi? Bence bir araç 4 metre ise kamyon 6 metre filan

Yukardaki örnekte öğrenciler araçların boylarını belirlerken oluşturdukları “... *bence bir araç 4 metre ise kamyon 6 metre filan*” varsayımlar incelendiğinde gerçekçi değil kısmen kabul edilebilir düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bundan dolayı bu varsayımları seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Oluşturdukları başka bir varsayımla ilgili tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Peki araçlar arasındaki mesafeyi nasıl bulabilirsiniz?

Büşra: 10 veya 20 santimetre olabilir.

Aydın: Bence o çok az arabalar nasıl çalışacak hareket edemezler bile

Faruk: En iyisi siz biraz daha düşünün.

Elif: Bir araba 4 metre ise kamyon 6 metre olarak alabiliriz ortalama da 5 metre olur 80 kilometreyi 5 metreye bölerek Araç sayısını bulabiliriz

Derya: Şimdi fotoğrafa bakarsak kamyonun arkasında iki tane araç var ve onu bir kamyonu denkle gelmiş gibi görünüyor yani Bir kamyonun uzunluğunu iki aracın boyu gibi kabul edebiliriz.

Büşra: Bence 3 arabaya benziyor. Bir arabanın boyunu da 3 metre olarak alırsak aradaki boşluklar ile beraber yaklaşık 10 metre kabul edebiliriz kamyonun boyunu

Elif: Yolda genelde tırlar var gibi görünüyor, bakabilseniz genellikle resimde tırlar ağırlıkta

Aydın: Araç türlerini küçük, orta ve büyük yapıp uzunluklarını bulup toplayıp 3'e böleceğiz Ortalama bir araç bulacağız.

Burada verilen örnekte ise grup 2 öğrencileri varsayımlarını geliştirerek “...yolda genelde tırlar var gibi görünüyor bakabilseniz genellikle resimde tırlar ağırlıkta. Araç türlerini küçük, orta ve büyük yapıp uzunluklarını bulup toplayıp 3'e böleceğiz ortalama bir araç bulacağız.” varsayımında bulunmuşlardır. Bu varsayım da yolda tırların daha fazla olduğunu düşünmelerine rağmen oluşturdukları varsayım da eşit sayıda kabul ederek kısmen kabul edilebilir varsayım oluşturmuşlardır. Grup 2 modelleme etkinliğinin basitleştirme aşamasında öğrenciler problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve kısmen kabul edilebilir varsayımlarda bulunma seviyesinde beceri gösterdiği belirlenmiştir. Diğer gruplara benzer şekilde üçüncü grup öğrencileri de Kar Esareti probleminin çözümünde birden çok varsayım oluşturmuşlardır. Süreç içerisinde oluşturdukları varsayımları tartışarak kendilerine göre en uygununu belirleyerek o varsayım üzerine model oluşturmuşlardır. Bu süreçte örneğin Grup 3 in oluşturduğu ilk varsayıma yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Kenan: Senin konuşmanı bölüyorum ama bu yolda sadece arabalar yok, diğer araçlardan da var. Bunların boyunu bilmemiz lazım bence olmazsa hocalara sorar araştırırız. Bence bir araba ile bir tırın boylarının ortalamasını alırsak Ortalama bir uzunluk bulmuş oluruz.

Arya: Arabalar arasında boşluklarda olduğu için bence bu boşluklar tırın boyunu yok eder herhâlde buna gerek yok hepsini araba ve boşluk olarak kabul edebiliriz. Belki daha da önemlisi bu arabalarda kaç kişi oldu yani tırlar var

tırlar 3 kişi olsa arabalarda 5 kişi olsa sanki 3-4 kişi olarak kabul etmeliyiz her arabada.

Kenan: Bence tırlarda 2 kişi vardır. Ayrıca bunu düşünürken bu tırlar Gaziantep'ten geliyor belki fıstık ticareti için gidiyorlardı. Yani bir amaçları vardır ondan dolayı onları da düşünerek hesaplamalıyız. Bir de teyzesi ve 3 kişi yani arabada beş kişi olduğunu da düşünüyoruz Bu gelen arabada yarıyıl tatili de olduğu için bir kısım da tatile de gidiyor olabilir bunların hepsini düşünmeliyiz.

Birinci grup problemin çözüm sürecinde ilk olarak oluşturduğu varsayımlarda araçların boy ortalaması için “... Bence bir araba ile bir tırın boylarının ortalamasını alırsak ortalama bir uzunluk bulmuş oluruz.” Varsayımında bulunmuşlardır. Oluşturdukları bu varsayım yoldaki araç sayılarını henüz düşünmedikleri için kısmen kabul edilebilir düzeydedir. Yine benzer şekilde yukardaki tartışmalarında varsayımın henüz yeterli düzeyde olmadığını ve neler yapmaya çalıştıklarını gerekli ve gereksiz değişkenleri belirlemeye çalıştıkları tespit edilmiştir. Bu yüzden Grup 3'ün problemin çözümünde oluşturduğu bu varsayım problemi basitleştirme, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirleme ve kısmen kabul edilebilir varsayımlarda bulunabildikleri için seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Problemin basitleştirme aşmasında Grup 3'ün oluşturduğu diğeri bir varsayıma yönelik olarak tartışmalarından bir kesit şöyledir.

Kenan: Bence uzunluk olarak arabaların ve tırların ne kadar uzunlukta olduğunu aralarındaki boşluğu ortalama olarak tahmin edebilirsek ve bir araçta kaç kişi olduğunu da tahmin edersek problemi çözmüş oluruz.

Yeliz: Bana göre de ben fotoğrafa bakıp ölçmeye çalıştım. Bir araba 4 metre fotoğrafa göre iki tane arabanın uzunluğu bir kamyonu denk geliyor gibi onu da 8 metre olarak kabul ettim tırda 15 metre olsun dedim bunların ortalamasını alarak araç uzunluğu bulabiliriz.

Arya: Tır için 15 metre fazla sanki. Problemin çözümü için araçların uzunluğu olduğunu tahmin edersek gerisi kolay. Bence ortalama 3 kişi olarak alalım ama neden 3 kişi aldığımızı açıklamamız lazım. Bu tırların ve araçların ne amaçla gittiği üzerine konuşabiliriz.

Kenan: Tırlarda 1 kişi ya da 2 kişi vardır arabalarda da 3 Kuzen bir teyze diyor 4 kişi her arabada 2,5 kişi alsak nasıl olur?

Arya: Kenan günlük hayatta alakalı diyor iki buçuk işi nasıl olacak(gülüyorlar)

Bu örnekte ise öğrencilerin araçların boy uzunlukları ve araçta bulunan kişi sayıları arasındaki düşüncelerini görmekteyiz. Verilen yukarıdaki örnekte ise “ ... Ben fotoğrafa bakıp ölçmeye çalıştım. Bir araba 4 metre fotoğrafa göre iki tane arabanın uzunluğu bir kamyonu denk geliyor gibi onu da 8 metre olarak kabul ettim, tırda 15 metre olsun dedim, bunların ortalamasını alarak araç uzunluğu bulabiliriz.” araç uzunları hakkındaki düşünceleri kısmen kabul edilebilir düzeydedir. Benzer şekilde “Tırlarda 1 kişi ya da 2 kişi vardır arabalarda da 3 Kuzen bir teyze diyor 4 kişi her arabada 2,5 kişi alsak nasıl olur.” Varsayımı da tam olarak gerçekçi bir varsayım değildir. Bu varsayımlarını sürecin sonlarına doğru “... Hatta 2,5 kişi günlük hayatta uygun olmayacağı için şöyle düşünün 2 araçta 5 kişi var Ortalama olarak böyle kabul ettik.” şekilde geliştirdikleri tespit edilmiştir ve gerçekçi bir varsayım oluşturdukları belirlenmiştir. Etkinliğin uygulama sürecinde yoldaki araç sayılarıyla ilgili önceki düşüncelerine benzer olarak oluşturdukları varsayıma yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Arya: Biz bu yolda kaç tane araba olduğunu bulmayı düşünüyoruz. Yolda tırlar ve arabalar var, bunların ortalama uzunluğunu ve aralarındaki boşluğu düşünmemiz lazım. Daha sonra da bir arabada ortalama 3 kişi olduğunu düşünüyoruz, ayrıca bu yolda 6 tane şerit her biri 80 kilometreden 480 kilometrelik bir kuyruk varmış gibi hesaplamayı düşünüyoruz, bizim fikirlerimiz bunlar.

Arya: Öncelikle sizlere sorayım sizin için de uygunsa bir arabanın bir kamyonu ve bir tırın boyunun ne kadar olduğunu hocaya sormak istiyorum.

Yağız: Bu yolda hangi arabalar var bu arabalar eşit mi yani araba ve kamyon sayısı aynı mı acaba biz bunu neye göre düşüneceğiz.

Arya: Evet bunu düşünmemiz gerekiyor. Bence yarıyıl tatili olduğunu düşünmemiz gerekiyor hem de ticareti düşünerek bir fikir birliğinde bulmamız lazım.

Faruk Hoca: Evet arkadaşlar ne yaptınız?

Yağız: Hocam bu yolda arabamın fazla kamyon mu fazla tır mı fazla bunu bile biliyor muyuz?

Kenan: hocam bence yarıyıl tatili olduğu için arabalarda fazladır ticaret yolu olduğu için kamyon ve tırlar de fazladır. Bundan dolayı eşit olduğunu düşünürdüm.

Yukarıdaki verilen örnekte öğrencilerin daha önce yolda mahsur kalan araç sayılarıyla alakalı olarak herhangi bir fikir üretmemişlerdi. Bu örnekte ise “Bu yolda hangi arabalar var bu arabalar eşit mi yani araba ve kamyon sayısı aynı mı acaba biz bunu neye göre düşüneceğiz.” fikrini oluşturmuşlardır. Daha sonrasında da “...bence yarıyıl tatili olduğu için arabalarda fazladır ticaret yolu olduğu için kamyon ve tırlar de fazladır. Bundan dolayı eşit olduğunu düşünürdüm” ifade ederek varsayımlarını destekleyici fikirler belirtmişlerdir. Bu düşüncelerinde ise problemi basitleştirdikleri, gerekli ve gereksiz değişkenleri belirledikleri ve kısmen kabul edilebilir varsayımlarda bulundukları belirlenmiştir. Bundan dolayı seviye 3 ile derecelendirilmişlerdir. Problemi basitleştirme basamağına ait son olarak tartışmalarına yönelik bir kesit şu şekildedir.

Kenan: Hocam bu yola araç 6 metre boşluk 1-2 metre arası olacaktır. Normalde akan trafik olsa 1 metreye kadar düşebilir ancak doğal afet olduğu için aradaki mesafe 3 metre kadar çıkacaktır. Çünkü tehlikeden dolayı birbirlerine çok yaklaşmazlar.

Yağız: (Kâğıt çizim yaparak) Hocam araba 6 metre boşluk 3 metre yer kaplar, bunu böyle olacak şekilde çizebiliriz. Çünkü afet durumu söz konusu olduğu için 2 metre değil de 3 metre almak daha mantıklıdır.

Kenan: 36 metrelik yol düşündüğümüzde 5 tane araç sığar. Ancak 6 metre araç 3 metre boşluk 6 metre araç 3 metre boşluk şeklinde kaç tane araç sığacağını çizerek bir deneyelim. Buna göre bir genelleme yapabiliriz.

Böyle yapamayız ya 36 metrede 4 tane araç var hatta 4 araç 33 metrede bitiyor 3 metrede boşluk kalıyor.

Kenan: Hocam tırlar daha fazla bence.

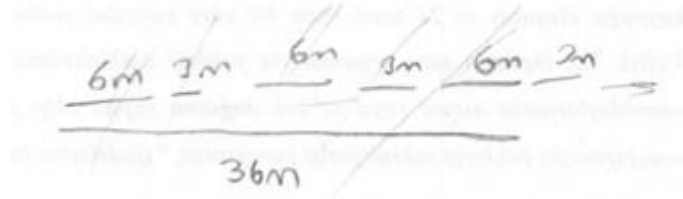
Faruk hoca: O zaman siz bunların ortalamanızı almanız doğru olur mu bir düşünün bakalım. Şimdi tırdan daha fazla ise bu arabalarda hata küçük arabalardan daha az ise bunların ortalamasını 6 metre olarak almak ne kadar mantıklı kendi aranızda bir düşünün bakalım.

Arya: Evet, arkadaşlar Hoca haklı tırlar daha fazla ise ortalama almamız doğru olmayabilir. Ortalama almak her araçtan aynı olduğunu düşünmek

anlamına geliyor, bence ondan dolayı hem araç uzunluğunu bir daha değerlendirelim hem de boşlukları nasıl kullanacağımızı düşünelim.

Kenan: Arkadaşlar ben ortalama 11 metre buldum şu şekilde hesapladım kamyonlardan iki tane diğer araçlardan da bir tane olarak ortalama hesapladım yani kamyonlar diğer araçlardan araçların iki katı oldu. Ondan dolayı ortalama 11 metre alabiliriz yani

Grup 3'ün problemi basitleştirme aşamasında son olarak oluşturdukları ve geliştirdikleri düşünceleri yukardaki gibidir. Bu örnekte “Normalde akan trafik olsa 1 metreye kadar düşebilir ancak doğal afet olduğu için aradaki mesafe 3 metreye kadar çıkacaktır. Çünkü tehlikeden dolayı birbirlerine çok yaklaşmazlar.” düşüncesiyle araçlar arasında mesafeye ait bir varsayım oluşturmuşlar ve açıklamışlardır. Araç uzunluklarının ortalamasını 6 metre boşluğu da 3 metre kabul edip çizdikleri yola yerleştirmeyi düşündüklerinde “Böyle yapamayız ya 36 metrede 4 tane araç var hatta 4 araç 33 metrede bitiyor 3 metrede boşluk kalıyor.” ifade ederek yanlış ya da eksik olduğunu belirtiyorlar (Bkz. Şekil 5.3.2). Grup 3 tartışmalarında yolda mahsur kalan tırların fazla olduğuna karar veriyorlar. Bunu da “Ortalama almak her araçtan aynı olduğunu düşünmek anlamına geliyor bence ondan dolayı hem araç uzunluğunu bir daha değerlendirelim hem de boşlukları nasıl kullanacağımızı düşünelim.” ifadesiyle araç uzunluğuna tekrar karar vermek istedikleri belirlenmiştir. Tartışmalarında son olarak araç uzunluğunun 11 metre olmasına karar veriyorlar ve sebebini “Arkadaşlar ben ortalama 11 metre buldum şu şekilde hesapladım kamyonlardan iki tane diğer araçlardan da bir tane olarak ortalama hesapladım yani kamyonlar diğer araçlardan araçların iki katı oldu. Ondan dolayı ortalama 11 metre alabiliriz yani” şeklinde ifade ediyorlar. Bu varsayımla ilgili çizimler yaparak karar vermeye çalışmışlardır (Bkz. Şekil 5.5). Bu düşüncelerinde tam olarak açıklayıcı olmamış ve kısmen kabul edilebilir bir varsayım oluşturmuşlardır. Problemi bu varsayım üzerine oluşturdukları modelle çözme yoluna gitmişlerdir. Problemi basitleştirme basamağında problemin çözümünde kullandıkları varsayımlar seviye 3 ile derecelendirilmişlerdir.



Şekil 5. 5. Grup 3 araçlar arasındaki boşlukla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit



Şekil 5. 6. Grup 3 araç sayılarıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit

Tüm grupların problemin basitleştirme basamağına göre incelenmiştir. Elde edilen verilere göre öğrencilerin daha çok kısmen kabul edilebilir varsayımlar bulundukları belirlenmiştir. Oluşturdukları varsayımları günlük hayata uygunluğunu düşünmedikleri ve bu yüzden kısmen kabul edilebilir düzeyde olduğu tespit edilmiştir. Birinci grup 6 defa kısmen kabul edilebilir düzeyde varsayımda bulunmuştur. İkinci grup ise 3 defa kısmen kabule dileyebilir varsayımda bulunmuştur. Üçüncü grup ise 5 defa kısmen kabul edilebilir düzeyde varsayımda bulunmuş 1 defa da gerçekçi varsayımda bulunmuşlardır.

5.3.3. Matematikselleştirme basamağı

Modelleme sürecinin bu basamağında öğrencilerden gerçekçi varsayımlara göre ihtiyaç duyulan matematiksel modelleri doğru bir şekilde oluşturması, modelleri açıklaması ve birbirleriyle ilişkilendirmesi beklenmektedir. Bu aşamada öğrencilerin gerçek hayattan matematik dünyasına geçiş yapabilme becerileri gözlenmektedir. Araştırmada öğrenciler matematikselleştirme basamağında başarılı olmuşlardır. Oluşturdukları varsayım üzerine modeller oluşturmuşlardır. Etkinlik sürecinde birden fazla

matematikselleştirme yaptıkları yerler tespit edilmiştir. Grup 1 üç farklı şekilde, ikinci ve üçüncü grubun ise 2 farklı şekilde matematikselleştirme basamağında çalışmaları belirlenmiştir. Örneğin Grup 1'in matematikselleştirme basamağına yönelik tartışmalarında bir kesit şu şekildedir.

Mustafa: Ben 80 bini 7,5 bölüyorum.

Buğra: En sonda boşluk olmayabilir o zaman sen bulduğundan bir çıkarman gerekir bence

Ali: Yolun genişliği ne kadar arkadaşlar

Buğra: Her şerit 2 metre olsa 3 şerit olduğu için 7,5 metredir toplam 15 metre 20 metre arasında bir uzunluğu vardır

Merve: Arkadaşlar yolun genişliği bizim ne işimize yarayacak ki bence onu kullanmayacağız boşa hesaplayalım.

Buğra: Evet bence de boş hesaplamaya gerek yok zaten kullanmayacağız. Peki, yol uzunluğundan yedi buçuğa bölssek 1 çıkarsak olmaz mı ne düşünüyorsunuz

Ali: Bence de yedi buçuk olarak kabul etsek bir sorun olmaz

Buğra: 80 kilometrelik araç kuyruğunun en arkasındaki araçtan sonra da bir boşluk vardır belki. Ondan dolayı 7 buçuk metre olarak kabul etsek araç ve araç arasındaki boşluğu Bence güzel olur.

Grup 1 öğrencilerin oluşturdukları kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak doğru matematiksel modeller oluşturduğu belirlenmiştir. Yukarıdaki örnekte öğrenciler oluşturdukları kısmen kabul edilebilir varsayımlara göre doğru model oluşturmuşlardır. Burada tabloda verilen araç uzunluklarının ortalamasını bulup araç uzunluğunu 6 metre kabul etmişler ve boşlukla beraber 80 bin metrelik yol uzunluğunu 7,5 metrelik araç uzunluğuna bölerek araç sayısını bulmayı denemişlerdir. Tartışmalarının devamında boşluk sayısı ile ilgili olarak araç sayısından bir eksiği olması gerektiği düşüncesine göre farklı bir model oluşturmayı denemişlerdir. Bununla ilgili tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Barış sen bir Cebirsel ifade yazmıştın. $(x-1)$ diye. Bunu nasıl kullanabilirsin bu çiziminde?

Merve: Hocam 80000 Metreden bir buçuk çıkarıp 7,5 a bölmeyi düşünüyoruz.

Buğra: Evet hocam 80 binden bir buçuk çıkarmayı düşünüyoruz

Faruk Hoca: 80000 metrede bir buçuk metre çok da önemli mi sizce Ya bunu saymazsak olur mu?

Buğra: Hocam Biz arkadaşlarla konuştuk en sondaki arabanın arkasında da belki boşluk var da bir buçuk metre O yüzden onu hesaplamayı düşünmüyoruz.

Mustafa: Arkadaşlar ben 80 bini 7,5 a böldüm 6 metre araç bir buçuk metre de boşluk olduğu için en sonunda bir tane çıkardım

Yukarıdaki örnekte ise benzer bir şekilde araç sayısından bir eksik sayıda boşluk olduğunu düşünüp 80 binden 1,5 çıkarıp o sayıyı 7,5 a bölmeye çalışmışlardır. Bunu da “Arkadaşlar ben 80 bini 7,5 a böldüm 6 metre araç bir buçuk metre de boşluk olduğu için en sonunda bir tane çıkardım.” şekilde ifade etmişlerdir. Son olarak problemin çözümünde kullanacakları modeli oluşturmuşlar ve gerekli matematikselleştirmelerine yönelik olarak tartışmalarında bir kesit şu şekildedir.

Ali: Bu aldığımız yerde 3 tır 2 araba var Biz de öyle kabul edebiliriz

Buğra: 3 kamyon ve 2 arabanın uzunluğu 49 buçuk metre yaklaşık 50 metre alabiliriz

Ali: 50 metre ile 5 a bölersek yaklaşık 10 metre bulmuş oluruz.

Buğra: Ama boşluğu Hesaplamamız lazım

Ali: 10 metre ortalama arabaların uzunluğu 2 metre de yaklaşık boşluk alsa bir arabayla Bir boşluğu 12 metre alalım

Grup 1 çözümlerini bu oluşturdukları yukarıdaki modele göre yapmışlardır. Modellerini fotoğraftan bir kesit alarak araç ve tır sayılarının oranına göre oluşturup matematikselleştirmesini yapmışlardır. Modellerini kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı doğru şekilde oluşturdukları için seviye 3 olarak derecelendirilmiştir.

Birinci grup öğrencilerin matematikselleştirme örnekleri verilmiştir. Verilen örneklerin üçü de seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Bu seviyede öğrencilerin oluşturdukları varsayımlara göre oluşturdukları matematiksel modeller tespit edilmektedir. Birinci gruptaki öğrencilerin oluşturdukları kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak doğru matematiksel modeller oluşturduğu belirlenmiştir. Grup 2’ deki öğrencilerin 2 farklı matematikselleştirme örneği tespit edilmiştir. Bu örneklerden birisine yönelik olarak tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Elif: Fotoğraflara bakınca kamyonların çoğunlukta olduğu da görünüyor.

Bence buradaki araçların yarısını yani %50 sini kamyon kabul edelim.

Aydın: Kamyonların yarısında bir kişi yarısında iki kişi olsun.

Derya: Bence 2 kişi vardır kamyonlarda çünkü birisi yatıyor diğer araç kullanıyor ondan dolayı bence 2 kişi vardır. Hatta ben otobüslerde de gördüm şoförün birisi uyuyor diğer otobüsü kullanıyor bence 2 kişi alalım.

Büşra: Tamam yarısı kamyonlardan oluşuyor, diğerleri Peki onları nasıl bulacağız

Büşra: Yüzde 20'si kısa araç yüzde 30'u da orta araç olarak düşünelim bence.

Elif: Küçük araçlarda 3 kişi orta araçlarda 4 kişi olduğunu kabul edelim

Derya: Neden böyle kabul ediyoruz ki niye küçük araçlarda 3 kişi var diye sorduklarında ne açıklama yapacağız

Büşra: Genel ortalama bir aileyi düşünün 4 kişiydi ortalama araçlardan ona daha küçüklerde araçta küçük olduğu için 3 kişi kabul edebiliriz ya da 4 de olabilir. Siz bilirsiniz

Derya: Orada da yazıyor ya teyzesi üç çocuğu filan 5 kişi varmış galiba araçta bence biz ikisini de 4 kişi olarak kabul edelim.

Yukardaki örnekte Grup 2'nin oluşturdukları kısmen kabul edilebilir varsayımlar üzerine doğru modeller oluşturduğu tespit edilmiştir. Araçlardaki kişi sayılarına göre oluşturdukları varsayımlara göre matematiksel modeller oluşturmuşlardır. Kısmen kabul edilebilir varsayımlara dayalı olarak doğru matematiksel model oluşturdukları için seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Etkinliğin ilerleyen sürecinde Grup 2 yolda mahsur kalan araç sayısı ile ilgili model oluşturmuşlar ve problemi bu modele göre çözmüşlerdir. Grup 2'nin matematikselleştirme basamağına yönelik tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Faruk Hoca: Arkadaşlar ben size bir iki tane soru sorayım. Birincisi yolda ne kadar kamyon küçük araç ya da orta boyda araç olduğunu düşündünüz.

Elif: Hocam %50 sini kamyon olarak kabul ettik.

Faruk Hoca: Peki nereden biliyorsunuz yarısının kamyon olduğunu? Bunu nasıl düşündüğünüzü açıklamanızı istiyorum.

Elif: Hocam Fotoğraflara baktık çoğunluğu kamyon görünüyordu Ayrıca bu yolun özelliğinden dolayı Güneydoğuyu Batı ya bağladığını düşünerek çoğunluğunu kamyon olduğunu ve bundan dolayı yarısını kamyon olarak kabul ettik. Evet, belki yarısından fazla da olabilir az da olabilir ancak biz böyle olduğunu düşünüyoruz.

Faruk Hoca: Peki ikinci sorum kamyonlarda kaç kişi olduğunu düşünüyorsunuz?

Derya: Onlar da 2 kiři olduđunu dűřünüyorum çünkü birisi araç sürüyor diđer uyuyor. Bu řekilde uzun yola gittiklerinde dűřünüyoruz onlar da 2 kiři vardır. Diđer araçlarda ise 3 veya 4 kiři olduđunu dűřünüyorum. Burada dűřünürken bir ortalama aile ise kendi ailelerimizin ortalama 4 kiři olduđunu dűřündük. Buna göre de 4 almayı dűřünüyoruz

Faruk Hoca: Arkadařlar çok ufak detaylara takılmayalım bence siz modelinizi nasıl uygun görüyorsanız ona göre oluşturunuz ama çok da oyalanmayın lűtfen

Aydın: Evet arkadaşlar bence de süremiz azalıyor. Biz araç uzunluğunu 6 metre olarak bulduk aralığı da 3 metre olarak kabul ettik. Bűyle aracımızın boşlukta uzunluğu 9 metre oluyor acaba en sondaki araçla yol arasında boşluk var mı onu nasıl bileceğiz?

Elif: Niye boşluk olmasın ki en sonda da boşluk vardı belki de ışık vardır o tam yolun bitişinde bence onu var kabul edelim.

Grup 2 etkinliğin çözüm sürecinde yolda mahsur kalan araç sayısı ile ilgili olarak yolun yarısında kamyonların bulunduğu diğer yarısındaki araçların ise yüzde 20'si kısa araç yüzde 30'u da orta araç olarak dűřündükleri belirttikleri bir model oluşturmuşlardır. Ayrıca bu örnekte araç uzunluklarının ortalamasını ve aradaki boşluğu “Biz araç uzunluğunu 6 metre olarak bulduk aralığı da 3 metre olarak kabul ettik. Bűyle aracımızın boşlukta uzunluğu 9 metre oluyor” göre oluşturdukları modeli de oluşturmuşlardır. Bu doğru bir model olmasına rağmen kısmen kabul edilen bir varsayım üzerine oluşturulduğu için seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Benzer şekilde üçüncü grup öğrencileri de varsayımları üzerine doğru modeller oluşturmak için çalışmışlardır. Bu süreçte farklı modeller oluşturmuşlar en sonunda kendilerine en uygun modeli seçip kullanmışlardır. Örneđin Grup 3'ün oluşturduğu ilk modelde araçların uzunluklarını tabloda verilen tüm araçların ortalaması olarak aldıkları “Burada 7 tane araç var bunların uzunluklarını toplayıp ortalamasını alırsak altıya yakın bir řey çıkıyor.” şeklinde ifade etmişlerdir. İlerleyen süreçte öğretmenle yaptıkları konuşmada modellerinde eksikliği fark edip yeniden bařa bir model oluşturmuşlardır. Bu tartışmayla ilgili kesit řu şekildedir.

Faruk hoca: Arkadařlar siz ne dűřünüyorsunuz galiba araç uzunluğu 6 metre boşluğu 3 metre olarak kabul etmişsiniz. Ancak bu tabloda verilen araçların hepsi trafikte bulunmayabilir. Hepsinden eřit sayıda mı vardır sizce Yoksa daha fazla olan araçlar var mı?

Kenan: Hocam tırlar daha fazla bence.

Faruk hoca: O zaman siz bunların ortalamasını almanız doğru olur mu bir düşünün bakalım. Şimdi tırdan daha fazla ise bu arabalarda hata küçük arabalardan daha az ise bunların ortalamasını 6 metre olarak almak ne kadar mantıklı kendi aranızda bir düşünün bakalım.

Arya: Evet arkadaşlar Hoca haklı tırlar daha fazla ise ortalama almamız doğru olmayabilir. Ortalama almak her araçtan aynı olduğunu düşünmek anlamına geliyor bence ondan dolayı hem araç uzunluğunu bir daha değerlendirelim hem de boşlukları nasıl kullanacağımızı düşünelim.

Kenan: Arkadaşlar ben ortalama 11 metre buldum şu şekilde hesapladım kamyonlardan iki tane diğer araçlardan da bir tane olarak ortalama hesapladım yani kamyonlar diğer araçlardan araçların iki katı oldu. Ondan dolayı ortalama 11 metre alabiliriz yani

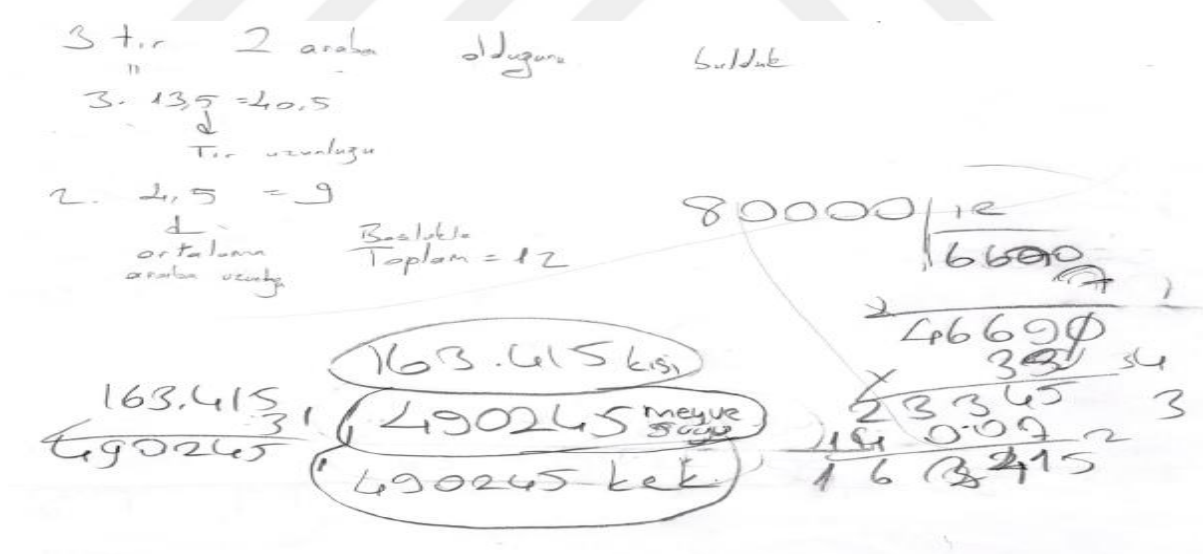
Kenan: Arkadaşlar 11 metre araç 3 metrede boşluk olarak düşünsek 14 metre 14 metre şeklinde devam etmiyor mu bu araçlar Şimdi biz 480 kilometreyi 14 metreye bölersek yaklaşık 34285 araç yapıyor bence bu şekilde düşünmeliyiz ben çok da küçük şeylere takılma malıyız

Yukardaki örnekte öğretmenin araç uzunluğu ile ilgili sorduğu “Arkadaşlar siz ne düşünüyorsunuz galiba araç uzunluğu 6 metre boşluğu 3 metre olarak kabul etmişsiniz. Ancak bu tabloda verilen araçların hepsi trafikte bulunmayabilir. Hepsinden eşit sayıda mı vardır sizce yoksa daha fazla olan araçlar var mı?” sorudan sonra düşünerek araç sayılarıyla ilgili modellerini tekrar oluşturmuşlardır. Yeni modellerini ise “Arkadaşlar ben ortalama 11 metre buldum şu şekilde hesapladım kamyonlardan iki tane diğer araçlardan da bir tane olarak ortalama hesapladım yani kamyonlar diğer araçlardan araçların iki katı oldu. Ondan dolayı ortalama 11 metre alabiliriz yani” şeklinde oluşturmuşlardır. Üçüncü gruptaki öğrenciler de diğer öğrenciler gibi kısmen kabul edilebilir varsayımlar üzerine doğru modeller oluşturmuştur.

Bütün grup öğrencileri matematikselleştirme basamağında başarılı olmuşlardır. Öğrencilerin varsayım oluşturduktan sonra onu matematik dünyasına aktarma görevini başarıyla yaptığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin en başarılı olduğu bölümlerden biriside matematikselleştirme olmuştur. Öğrenciler modelleme etkinliklerini detaylıca düşünüp gerçekçi varsayımlar üretmeden bir an önce hesaplama yapma, soruyu sayısallaştırma çabasına girdikleri belirlenmiştir. Bundan dolayı bu aşamada başarılı oldukları tespit edilmiştir.

5.3.4. Matematiksel çalışma basamağı

Matematiksel modelleme etkinliklerinde matematiksel çalışma basamağında öğrencilerin doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaşması beklenmektedir. Etkinlik sürecinde öğrencilerin en başarılı olduğu aşamalardan birisi de matematiksel çalışma basamağıdır. Öğrenciler etkinlik sürecinde matematiksel çalışma aşamasında fazla zaman kaybetmeden başarılı bir şekilde aşamayı tamamlamışlardır. Örneğin matematiksel çalışma basamağında Grup 1 “ Biz fotoğraftan aldığımız Kesite site göre 3 tane kamyon 2 tane araç aldık Ortalama olarak. Kamyonların uzunluğunu 13,5 metre araçların uzunluğunu 4,5 metre ile çarptı 40 buçuk artı 9 metre 49 metre 49,5 Metre bulduk ve ortalama 50 metre aldık. Onu da 5 araç olarak hesapladığımız için böldük ve bir aracın ortalama uzunluğu 10 metre olarak aldık. Aradaki Boşluğu da 2 metre olarak hesapladık. 80000 metreyi On İkiye böldük Araç sayısını bulduk 6670 araç kabul ettik onu da 7 ile çarptık. “ açıklamasında bulunmuştur. Grup 1’in çözüm kâğıdına yönelik kesit şu şekildedir (Bkz. Şekil 5.7).



Şekil 5. 7. Grup 1 matematiksel çalışmasıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit

Birinci grubun matematiksel çalışma basamağı incelendiğinde doğru oluşturulmuş matematiksel modelleri çözerek doğru matematiksel çözüme ulaştığı tespit edilmiştir. Bundan dolayı seviye 5 ile derecelendirilmiştir. Çözüm kâğıdı incelendiğinde ise öğrencilerin matematiksel çalışma aşamasında zorlanmadıklarını ve beklenen beceriyi gösterdikleri belirlenmiştir. Benzer şekilde ikinci grupta matematikselleştirme

basamağında yeterli başarıyı göstermişlerdir. Örneğin Grup 2'nin tartışmalarınızdan bir kesit şu şekildedir (Bkz. Şekil 5.8).

Aydın: O zaman biz 80.000' i 9'a böleceğiz

Elif: Yolun toplam uzunluğu 480 000 metre bunun %50 si kamyon olduğuna göre 240 000 kamyon, yüzde %20 si ve % 30'unda bularak hesaplayalım.

Faruk Hoca: Arkadaşlar aracın uzunluğunu ne aldınız?

Elif: Hocam %20 Küçük araç onlar 4 metre,%30 u orta boy araç 5,4 metre,%50 si de kamyon 13,6 metre. Bunlar boşluk olmadan araçların uzunlukları

Faruk Hoca: Arkadaşlar modelinizi oluşturmanızı istiyorum artık bu bilgilerinizi kullanarak

Aydın: Kamyonların boşlukla beraber uzunluğunun 16,6 metre ama 16 metre alalım

Elif: O zaman 15 000 tane kamyonumuz vardır.

Aydın: 16000 tane küçük araç yapıyor. Küçük araçların boyunu 4 metre boşlukta beraber 6 metre kabul ediyorum. Orta boy araçların ise uzunluğu 5,4 metre boşlukla beraber 8 metre kabul ediyorum ve 18000 tane de orta boy araç bunları topladığımız zaman toplam 49000 tane aracımız yapıyor.

Elif: Biz araç sayılarını ayrı ayrı hesaplayacağız. Araç sayılarında kaç kişi olduğunu 15000 tane kamyon 2 kişiden 30000 kişi 16000 tane küçük araçta 4 kişi olduğunu biliyoruz 64000 kişi 18000 tane orta boy araçta da 5 kişi olduğunu kabul edersek 90000 kişi de bu yapıyor toplam mahsur kalan 184000 kişi var.

Derya: O zaman 184000 tane kek ve 184000 tane meyve suyu gereklidir. Ama bu bir öğün için. Bu araçlar 24 saatten fazla karda mahsur kaldıkları için Normalde 3 öğün yiyebilirler ama enerji sarf ettikleri için 4 öğün olarak hesaplayalım o zaman toplam 736000 kek ve meyve suyu dağıtımı yapılmıştır.

* 6 Şeridimiz var, $80\text{km} \times 6 = 480.000\text{m}$ 480.000m

15.000 Kamyon = Yolun %50'si kamyonlarla dolu. Her kamyonu 2 kişi var ve bir kamyonun boyu 13,6 m aralıkla birlikte 16 metre. Kamyonlarla dolu kamyonlarla yol 240.000 metre.

16.000 kısa araç var = Yolun %20'sini kaplar. Her kısa araçta 4 kişi vardır ve bir kısa aracın boyu 4m'dir. Aralıkla birlikte 6m'dir. Kısa araçlarla dolu yol 96.000 m'dir.

18.000 orta araç vardır = Yolun %30'udur. Her orta araçta 5 kişi bulunmaktadır ve her aracın uzunluğu 5,4 m'dir. Aralıkla birlikte 8 m'dir. Orta araçlarla dolu yol 144.000 m'dir.

* Toplam 49.000 araba vardır. Toplam 184.000 insan vardır. Araçların mahsur kalması süresi 24 saatte fazla olduğu için 4 gün kek ve meyve suyu dağıtıldı. 4 günde toplamda 336.000 kek ve 336.000 meyve suyu dağıtılmış.

Şekil 5. 8. Grup 2 matematiksel çalışmasıyla ilgili çözüm kâğıdından bir kesit

İkinci gruptaki öğrencilerin matematiksel çalışma basamağına yönelik örnek yukarıda verilmiştir. Örneklerde doğru oluşturulan matematiksel modellerin çözümlerinin doğru yapıldığı tespit edilmiştir. Bu örnekler seviye 5 ile derecelendirilmiştir. Çözümlerinde “...%50 si kamyon olduğuna göre 240 000 kamyon, yüzde %20 si ve %30'unda bularak hesaplayalım.” düşüncesine göre işlemlerini yapmışlardır. Yaptıkları matematiksel çalışmalar doğrudur. Bu oranlara göre yolda mahsur kalan araç sayıları bulmuşlar ve araç türlerine göre içinde bulunan insan sayıları hesaplamışlardır.

Oluşturulan matematiksel modeli çözmek için yapılan matematiksel çalışmalar üçüncü grup içinde başarılı bir süreçte gerçekleşmiştir. Diğer gruplardan farklı olarak Grup 3 modeldeki eksiklik olmasına rağmen çözümleri doğrudur. Grup 3'ün tartışmalarından bir kesit şu şekildedir.

Kenan: Yolun uzunluğunu 48.0000 metre olarak düşündük altı şerit olduğu için ve 11 metre araç 3 metrede boşluk olarak düşündük

Yeliz: 48.0000 14'e böldük 34285 tane araç olduğunu bulduk yolda mahsur kalan

Yağız: Her aracın içinde ortalama 3 kişi olduğunu düşündük tırlarda 1 kişi ya da 2 kişi, normal binek araçlarda ise 4 kişi ya da 5 kişi bize ortalama 3 kişi olarak kabul ettik.

Arya: Araç sayısını 3 ile çarpıyorum ben 102855 kişinin yolda mahsur kaldığını bulduk. Daha sonra bu kişilere 4 öğün yani 4 kere bu ikramın yapıldığını düşündüğümüz zaman toplamda 411420 tane kek ve meyve suyu paketinin dağıtıldığını düşünüyoruz.

Matematiksel çalışma basamağının beceri derecelerinden seviye 3 eksik veya yanlış oluşturulan matematiksel modelleri doğru çözebilme becerisidir. Üçüncü grup öğrenciler etkinliğin çözüm sürecinde yukarıda verilen örnekte seviye 3 ile derecelendirilmiştir. Oluşturulan modelleri eksik veya hatalıdır. Bu şekilde oluşturulan modelleri doğru çözmüşlerdir. Yolda mahsur kalan araçların yarısının tır veya kamyon olduğunu düşünmüşlerdir. Araçların boy uzunluklarının ortalamasını bulurken tırların diğer araçların iki katı kadar olduğunu belirtmişlerdir. Buna göre oluşturdukları modelde ise tabloda verilen araç türlerine dikkat etmemişler ve binek araç çeşitlerinin tamamını hesaplamaya dâhil ederek model oluşturmuşlardır. Oluşturdukları modelde tırların sayısının daha fazla olduğunu belirtmelerine rağmen binek araç sayıları daha fazla olduğuna dikkat etmemişlerdir. Yanlış oluşturulan modellerinin çözümünde ise başarılı olmuşlardır.

Matematiksel modelleme sürecinde basamakları birbirinden kesin çizgiler ile ayırmak mümkün değildir. Döngüsel ve iç içe ilerleyen bir süreç olma özelliği taşıyan modelleme etkinliklerinde matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamakları iç içe geçmiş durumdadır. Bu basamaklarda öğrencilerin genel olarak başarılı oldukları tespit edilmiştir.

5.3.5. Yorumlama

Yorumlama basamağında öğrencilerden elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumlaması beklenmektedir. Matematik dünyasında elde edilen bilgileri gerçek yaşamda yorumlayabilme becerisine göre bu basamakta öğrencilerden elde edilen veriler incelenmiştir. Birinci ve ikinci grup öğrenciler kar esareti etkinliğinde elde ettikleri matematiksel çözümleri gerçek yaşam bağlamında yorumlayabilmişler ancak üçüncü grup öğrencileri etkinliğin çözümünü herhangi bir şekilde yorumlayamamışlardır. Örneğin Grup 1 olumsuz koşullardan dolayı normal şartlar altında kullanılmayan güvenlik şeridinin kullanıldığı yorumunda bulunmuşlardır. Bunu

tartışmalarında “*Hocam normalde 6 şerit ama fotoğrafta da görüyoruz ki güvenlik şeridinde de araçlar var ama aralarda boşluklar var bizde iki güvenlik şeridinde bir şeridi dolu araç olarak kabul ettik. Bundan dolayı yolu 7 şerit olarak kabul ettik.*” şeklinde gerçek yaşam bağlamında yorumladıkları belirlenmiştir. Grup 1 in başka bir örnekte ise araçlarda 3,5 kişi olduğunu varsayarak işlemlerini yapmışlar ancak bunu da şu şekilde yorumlamışlardır: “*Araç sayısını da üç buçukla çarptık. Çünkü araçlarda ortalama 10 araçta 35 kişi olacağını düşündük bunu da araçlarda 3 ya da 4 kişinin olabileceğine karar verdik. Buradan da yola çıkarak üç buçuk kişi demek mantıklı olmayacağı için 10 araçta 35 kişi olabileceğini düşünüp hesaplamalarımızı buna göre yaptık*”. Verilen iki örnekte de öğrencilerin gerçek yaşam bağlamında doğru yorumlarda bulunabildiği tespit edilmiştir. Benzer şekilde ikinci grupta buldukları sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlama becerisi göstermişlerdir. Örnek olarak öğrenciler yolda kalan araç sayısı ile ilgili “*Bu yol Güneydoğu'nun batıya açılan kapısı olduğu için ve Güneydoğu'daki ailelerde genelde çok çocuk sahibi olduğu için ve doğurganlık fazla olduğu için ailelerin orta boy araç tercih edeceğini düşünüyoruz*” yorumunda bulunmuşlardır. Bu ifadede elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında eksik yorumladıkları belirlenmiştir. Grup 2'nin yorumlama basamağına yönelik olarak tartışmalarından başka bir kesitte şu şekildedir.

Elif: Hocam küçük boy arabalarda ancak 4 kişi kalabileceğini 5 kişi ile yolculuğun zor olabileceğini düşündük. Çünkü yarıyıl tatili olduğu için genellikle uzun yola gidebileceklerini düşündük. Büyük boy araçlarda ise kendi ailelerimize göre düşünerek 4 kişi ya da 5 kişinin rahat sığabileceğini ve yolculuk yapabileceğini düşündük öyle bir varsayım da bulunduk.

Aydın: Bu şekilde hesaplamalarımızı yapınca 49000 aracın yolda mahsur kaldığını düşündük. Bu araçlarda toplam 184 bin kişinin mahsur kaldığını bulduk. Bu kişilere de yolda mahsur kaldıkları için normalden daha fazla enerji harcayacaklardır. Bundan dolayı 4 öğün erzak dağıtımında bulununca 736 000 tane kek ve meyve suyu dağıtımı yapılması gerektiğini hesapladık.

Yukarıda verilen örnekte ise “*Hocam küçük boy arabalarda ancak 4 kişi kalabileceğini 5 kişi ile yolculuğun zor olabileceğini düşündük. Çünkü yarıyıl tatili olduğu için genellikle uzun yola gidebileceklerini düşündük. Büyük boy araçlarda ise kendi ailelerimize göre düşünerek 4 kişi ya da 5 kişinin rahat sığabileceğini ve yolculuk yapabileceğini düşündük öyle bir varsayımda bulunduk.*” ifadelerini kullanmışlardır. Bu

ifadede “... İse kendi ailelerimize göre düşünerek...” düşüncesinden hareketle çözümü gerçek yaşam bağlamında yorumladıklarını söyleyebiliriz. Ayrıca yukarıdaki örnekte grup 2 “*Bu kişilere de yolda mahsur kaldıkları için normalden daha fazla enerji harcayacaklardır. Bundan dolayı 4 öğün erzak dağıtımında bulunmalılar*” şeklinde buldukları sonucu yorumlama becerisi göstermişlerdir. Grup 2’nin elde edilen doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumladığı tespit edilmiş ve seviye 5 ile derecelendirilmiştir.

Üçüncü grup yorumlama basamağında herhangi bir yorumda bulunmamıştır. Bunun matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında çok zaman kaybettikleri ve sonuç odaklı çalıştıkları için yorumlama yapamadıkları düşünülmektedir. Bu grubun derecesi seviye 1 elde edilen matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadıkları belirlenmiştir.

Modelleme etkinliği çözüm sürecinin son basamağı olan doğrulama basamağında öğrencilerin başarısız olduğu tespit edilmiştir. Sadece üçüncü gruptaki öğrencilerin fark ettikleri hataları düzeltmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Bu da kısmen doğrulama, tespit edilen hataları bir dereceye kadar düzeltme becerisi kapsamına girmekte ve seviye 3 ile derecelendirilmektedir. “*Evet, arkadaşlar hoca haklı tırlar daha fazla ise ortalama almamız doğru olmayabilir. Ortalama almak her araçtan aynı olduğunu düşünmek anlamına geliyor bence ondan dolayı hem araç uzunluğunu bir daha değerlendirelim hem de boşlukları nasıl kullanacağımızı düşünelim.*” bu ifade de öğrenciler hatalarını kısmen fark etmişler ancak bir yere kadar düzeltme yapmışlardır.

Kar esareti problemini modelleme etkinliklerinin kapsamına göre öğrencilerin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerinin neler olduğu incelenmiştir. Öğrencilerin problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme, matematiksel çalışma ve yorumlama basamaklarında başarılı olduğu tespit edilmiştir. Ancak öğrencilerin doğrulama basamağında başarısız oldukları belirlenmiştir. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında daha başarılı olmuşlardır.

5.4. Matematiksel Modelleme Sürecinde Kullanılan Temsil Şekillerinin Belirlenmesi

Çalışmanın bu bölümünde ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecinde kullanmış oldukları temsil şekilleri incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda etkinliklerin çözüm süreçleri modelleme basamakları içerisinde de tek tek derinlemesine

analiz edilmiş ve temsil şekilleri belirlenmiştir. Öğrenci çözüm kâğıtları incelendiğinde temsil şekilleri olarak sözel, cebirsel, şekilsel, grafik ve tablo temsil türleri olduğu belirlenmiş ve analiz bu başlıklar altında yapılmıştır. Matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçlerinde kullanılan temsil şekillerinin bir bütün içinde sunulması etkinliklere göre bu değişimin ve gelişimin okuyuculara daha net bir şekilde sunulabilmesi için matematiksel modelleme etkinlikleri problemlerine yönelik kullanılan temsil şekilleri Tablo 5. 4. 1’de sunulmuştur.



Tablo 5. 2. Grupların Matematiksel Modelleme Etkinliklerinde Temsil Kullanma Becerileri

Gruplar	Problemi Anlama	Basitleştirme	Matematikselleştirme	Matematiksel Çalışma	Yorumlama	Doğrulama	Etkinlikler
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3		G2,G3	K.P.
Cebirsel	G1,G2,G3			G2			
Şekilsel	G1	G1,G2,G3	G2	G1			
Grafiksel		G3		G1,G3			
Tablo							
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2		E.T
Cebirsel							
Şekilsel							
Grafiksel							
Tablo							
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3		G3	A.Y.
Cebirsel							
Şekilsel							
Grafiksel							
Tablo			G1,G3	G1,G2,G3			
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2	G3	K.E.
Cebirsel		G1	G1	G2			
Şekilsel	G1,G2	G1,G2,G3	G3				
Grafiksel							
Tablo							

Tablo 5. 4. 1. verileri incelendiği zaman katılımcıların modelleme sürecinde genel olarak sözel temsili tercih ettiği tespit edilmiştir. Bunun yanında problem türüne göre cebirsel ve şekilsel temsillerinde tercih edildiği belirlenmiştir. Grafik temsili ve tablo temsili öğrenciler pek tercih etmemişlerdir. Ayrıca modelleme süreçleri bağlamında bakarsak problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında öğrenciler çeşitli temsiller kullanmışlar ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarda pek temsil kullanamamışlardır.

Ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme sürecindeki becerilerin incelenmesi ve bu süreçte kullandıkları temsil şekillerinin belirlenmesinin amaçlandığı bu çalışmada modelleme problemleri etkinliklerin çözüm süreçleri dikkate alınarak ortaokul öğrencilerinin kullanmış oldukları temsil şekilleri matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinin basamakları için ayrı ayrı incelenmiştir.

Tablo 5. 3. Problemin Alama Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular

	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3
Cebirsel	G1,G2,G3	-	-	-
Şekilsel	G1	-	-	G1,G2
Grafiksel	-	-	-	-
Tablo	-	-	-	-

Problemin anlama basamağında gruplar genellikle sözel temsili kullanmışlardır. Gruplar okudukları modelleme problemlerinde verilen karmaşık gerçek yaşam durumunu basitleştirmek için durumu sade ifadelerle tekrar açıklamışlar ve problemdeki verileri inceleyip yorumlamışlardır. Kavşak problemin çözümüne yönelik olarak öncelikle problemde ne istendiğini kendi cümleleriyle ifade etmiş ve neler yapılabileceğini belirtmişler ve ardından istenenleri gruplandırmışlardır. Bu duruma örnek olarak 2. Gruptan bir öğrenci “*Derya: Adıyaman Belediyesi bizden bir kavşağa çiçek dikmemizi istiyor, çiçeği dikerken aynı zamanda güzel görünmesini istiyor bunu yaparken de matematik yeteneğinizi kullanarak güzel görüntü oluşturabilecek bir kavşak tasarlamamızı istiyor.*” şeklinde ifade etmiştir. Bu durum aynı gruptan başka bir öğrencinin çözüm

kâğıdında benzer şekilde aşamalı bir çözüm planı yapmış ve aşağıda örneklendirilmiştir. Katılımcıların sözel ifadelerine bakarak problemi anlamaya çalıştıkları ve verilenleri inceledikleri söylenebilir (Bkz. Şekil 5. 9).

1-Dairenin alanını bulcaz. $(\pi \cdot r^2)$ $r=3$
 2-Sonra ortalama bir çiçeğin alanını bulcaz.
 3-Sonra güzel bir görüntü olarak bir şekil belirleyeceğiz.
 4-Çiçek maliyetini hesaplayacağız.
 (Son)

Şekil 5. 9. Grup 2'nin Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Aynı çözüm kâğıdına bakıldığında zaman (Bkz. Şekil 1) öğrencilerin problemi anlama basamağında dairenin alanını bulmak için cebirsel temsiller de kullandığı tespit edilmiştir. Problemi anlama basamağında öğrencilerin farklı temsiller kullandığını söyleyebiliriz. Kavşak probleminde üç grup da benzer şekilde problemi anlama basamağında cebirsel temsiller kullanmışlardır. Birinci gruptan Buğra isimli öğrenci “Cebirsel değerler vererek bulsak alanı olmaz mı?” şeklinde bir ifadede bulunmuştur. Ancak problemin çözümünde birinci grubun çözüm kâğıtları incelendiğinde sadece dairenin alanını bulurken cebirsel temsillerden yararlanıldığı belirlenmiştir. Benzer şekilde üçüncü grup da cebirsel temsili problemi anlama basamağında dairenin alanını bulmak için kullandığı tespit edilmiştir. (Bkz. Şekil 5. 10)

Dairenin çevresi $\rightarrow 2\pi \cdot r$
 Dairenin alanı $\rightarrow \pi \cdot r^2$
 Ortalama alan $\rightarrow 240 m^2$

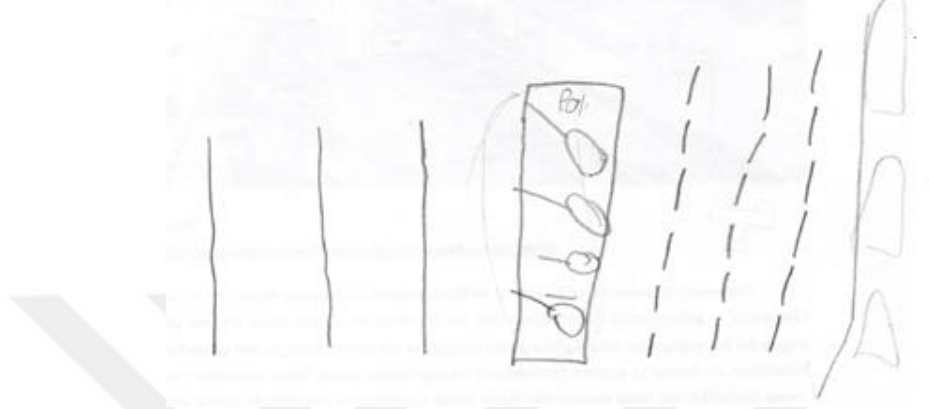
$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 3 \\ \hline 243 \end{array}$$

$$\boxed{\pi \cdot r^2} = \text{Dairenin Alanı}$$

Şekil 5. 10. Grup 1 ve Grup 3'ün Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilk basamağı olan problemi anlama basamağında sözel temsil dışında şekilsel temsil de kavşak ve kar esareti problemlerinde kullanılmıştır. Örneğin Grup 1 Kar Esareti probleminde problemi anlama basamağında

“Soru bizden 80 kilometrelik bir yolda biriken arabaların içinde mahsur kalan kişi sayılarını sormuş. Biz de yolu 80000 metre ve 7 şeritli bir yol olarak hesaplamamızı yaptık.” Şeklinde sözel ifadesini daha anlaşılır kılmak için şekilsel temsilinden faydalanmıştır (Bkz. Şekil 5.11).



Şekil 5. 11. Grup 1 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Benzer şekilde Grup 2 kar esareti probleminin çözümünde problemi anlama basamağında daha anlaşılır hale getirmek için sözel temsilin haricinde şekil temsili de kullanmışlardır. Bununla alakalı örnekler aşağıdadır.

Derya: Yol uzunluğu 80 kilometre yani 80000 metre olmalıdır

Aydın: Bakın benim fikrim şu. Bu yol 3 şeritli değil mi?

Derya: Onu nereden anladınız?

Elif: Bak resimde öyle görünüyor.

Aydın: Şerit önemli şerit sayısına göre araç sayısını bulacağız yolda kamyon var araba var...

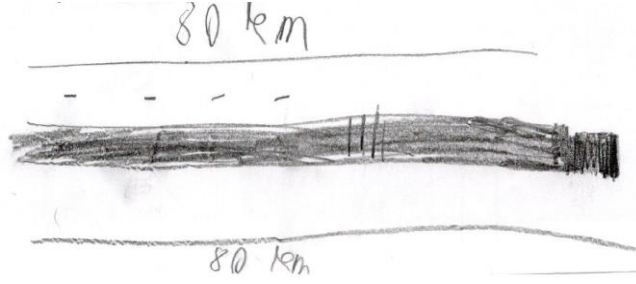
Derya: Ha şerit şu değil mi şöyle arabaların gittiği yerler.

Büşra: Evet şeritler resimde görünüyor ortadan şöyle 3 tane şerit var ya otobanda Üç yoldan da gidebilirsiniz. Biri sağdan birisi ortadan diğeri de kenardan 3 yoldan gidebilir.

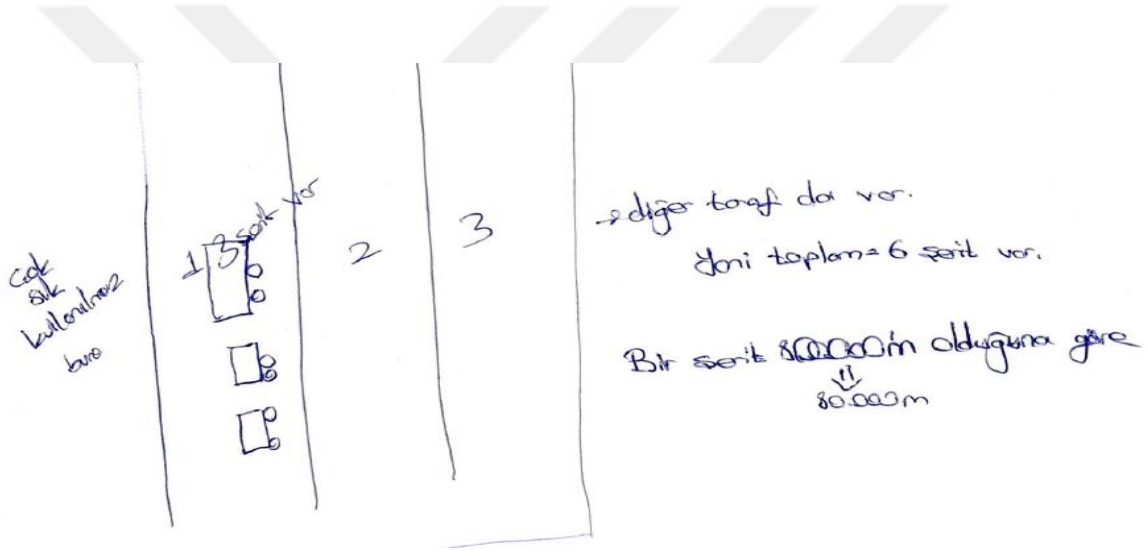
Aydın: 80 kilometrede 6 tane şerit toplam 480 kilometre yolumuz var

Elif: Buradan girebiliriz Bence hani şey vardı ya şu Çiçek probleminde bir arabayı Buğra'nın boyunu kullanarak ölçmüştük ya öyle düşünebiliriz. Kamyon ve tırlar var tabi onlara dikkat edelim.

Yukarıda verilen sözel temsilin şekil temsili ile problemi daha anlaşılır hale getirildiği tespit edilmiştir. (bkz. Şekil 5.12 ve 5.13).



Şekil 5. 12. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit



Şekil 5. 13. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grupların problemi basitleştirme basamağında kullandıkları temsil şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5.4.3'te verilmektedir.

Tablo 5. 3. Problemi Basitleştirme Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular

	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3
Cebirsel	-	-	-	G1

Şekilsel	G1,G2,G3	-	-	G1,G2,G3
Grafiksel	G3	-	-	-
Tablo	-	-	-	-

Problemi basitleştirme basamağında gruplar dört problemde de ağırlıklı olarak sözel temsili kullanmışlardır. Buna ek olarak, Kavşak probleminde ve kar esareti modelleme problemlerinde şekilsel temsilin de tüm gruplarca sürece dâhil edildiği görülmüştür. Gruplar ayrıca kullandıkları farklı temsil şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da sözel temsillerden yararlanmışlardır. Örneğin Grup 2 Kavşak Probleminin çözümünde kullanacağı kavşağın alanını bulma ve uygun şekilde çiçekleri yerleştireceği alanı belirlerken bunun nedenlerini aşağıda sözel olarak açıklamıştır.

*Büşra: 6 çiçek olduğu için hepsini kullanmalıyız 6 bölmeye ayırmaya çalışalım
Ayrıca sokak lambaları da orada Dikili olduğu için onların alanları da dikkate
almalıyız onların alanları da çıkarırız en sonunda*

Faruk Hoca: Arkadaşlar siz alanı buldunuz mu?

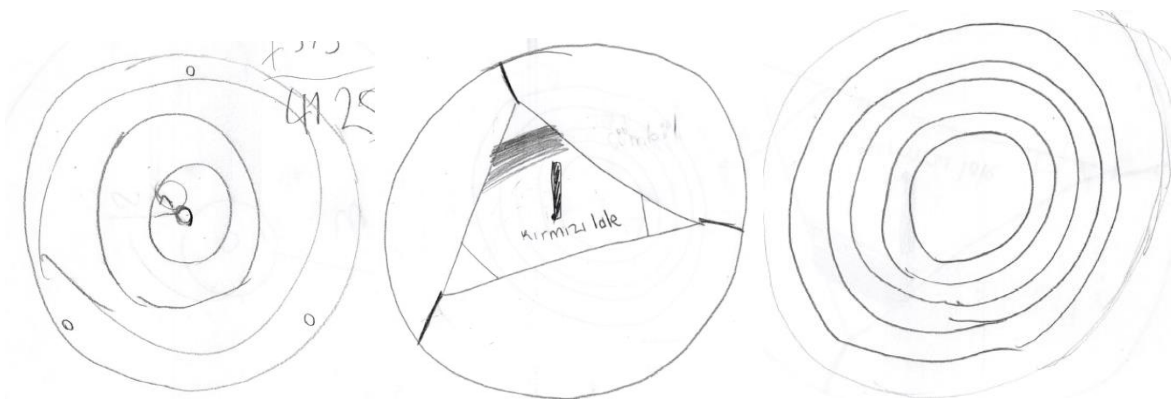
Aydın: Tam olarak bulamadık hocam Alan

Derya: Hocam Sizce bu arabanın uzunluğu ne kadardır tahmini olarak?

Faruk Hoca: Tam olarak bilmiyorum sence ne kadardır?

*Aydın: Bence arabanın uzunluğu 4 metredir yarıçapın olduğu yere de 2 tane
arabadan sığabilir.*

Ardından kavşak probleminin çözümü için problemi basitleştirme aşamasında aşağıdaki şekil temsillerini çizmişlerdir. (bkz. Şekil 5.14).



Şekil 5. 14. Grup 2 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Problemi basitleştirme aşamasında problemin çözüm sürecinde problemi basitleştirip gerekli ve gereksiz değişkenleri belirlemek, gerçekçi varsayımlarda bulunmak ve bu varsayımlarını farklı temsillerle desteklemek için sözel temsilin yanında cebirsel ve şekil temsillerini de kullanmışlardır. Örneğin Grup 1 Kar Esareti problemin çözüm sürecinde öncelikle düşüncelerini sözel olarak ifade etmiştir.

...

Faruk Hoca: Boşluklar neden önemli senin için?

Buğra: 80 kilometrelik yolda sadece araçlar yok araçların arasında boşluklarda var Kar yağışı olduğu için yolda riskli olduğu için boşluklara kesinlikle dikkate almamız gerekir.

Ali: boşlukları ne kadar aldın o zaman?

Buğra: Boşlukları bir buçuk metre olarak aldım. Kar yağışı don ve kayma riski olduğu için 1,5 metre yeterli olacağını düşündüm.

Faruk Hoca: Sence bu araçlar arasındaki güvenli mesafe ne kadar olmalıdır?

Buğra: Ben 1,5 metre olarak aldım.

Ardından bu ifadeleri desteklemek için cebirsel temsilleri aşağıdaki gibi kullanmıştır.

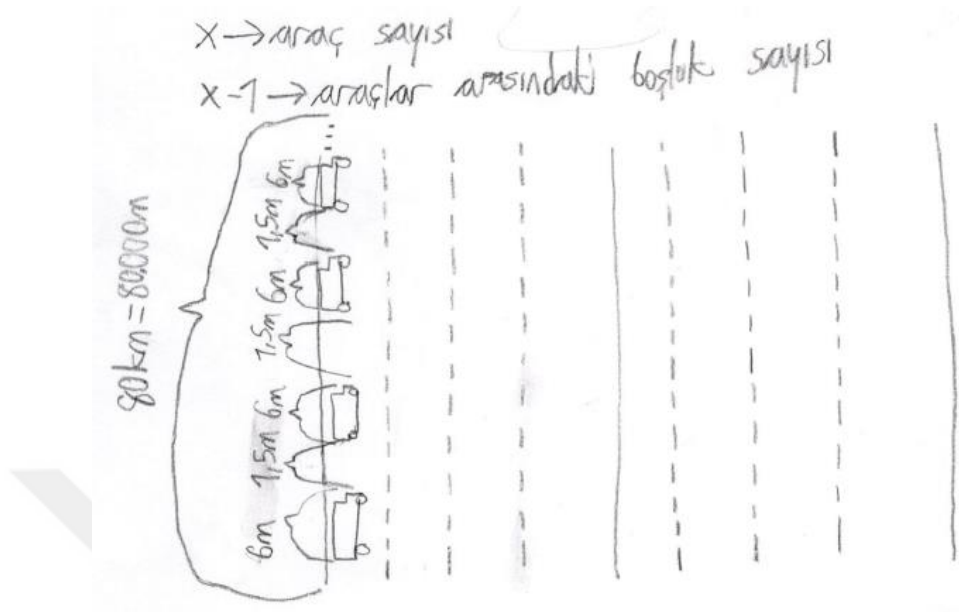
Buğra: yoldaki araç sayısına x dersek, araçlar arasındaki boşluk sayısı $x - 1$ olur

Faruk Hoca: $(x-1)$ ne oluyor boşluk sayısı mı?

Buğra: iki tane araç olsa bir tane boşluk olacak.(kalemle silgi ile gösteriyor).



Ardından da kullandığı cebirsel temsilleri şekil olarak da ifade etmiştir (Bkz. Şekil 5.15)



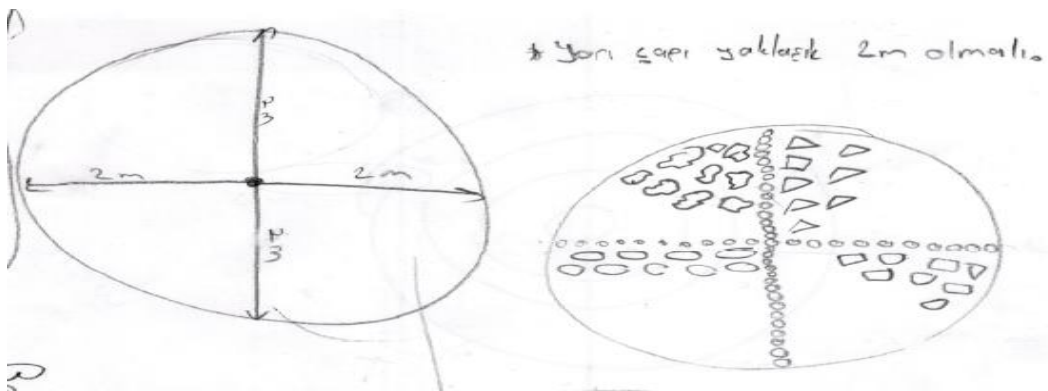
Şekil 5. 15. Grup 1 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Problemi basitleştirme aşamasında Grup 3 diğerlerinden farklı olarak sözel temsillerinin yanında grafik temsilini kullanmışlardır (Bkz. Şekil 5.16).

Arya: Önce Mantıklı olarak Bence alanda bularak başlamalıyız mesela bunun yarıçapını 2 metre kabul edebilir miyiz?

Kenan: 2 metre az değil mi? Bence burası 4 metre var?

Arya: Olabilir Ben Örnek olsun diye 2 metreyi kullanalım dedim yani 2 metreye göre düşünelim. Bir yol haritası belirleyelim kendimizi ona göre 4 metre 6 metre ne derseniz ona göre hesaplanır.



Şekil 5. 16. Grup 3 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grupların matematikselleştirme basamağında kullandıkları temsil şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5.4.4’te verilmektedir.

Tablo 5. 4. *Matematikselleştirme Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular*

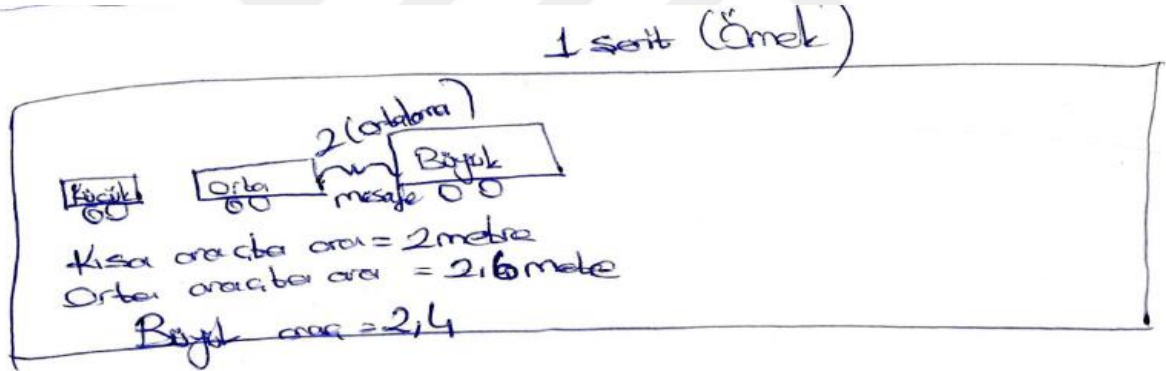
	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3
Cebirsel	-	-	-	G1
Şekilsel	G2	-	-	G3,G2
Grafiksel	-	-	-	-
Tablo	-	-	G1,G3	-

Matematikselleştirme basamağında grupların farklı problem türleri için en çok tercih ettiği temsil yine sözel temsil olmuştur. Gruplar yaptıklarını açıklamak, grup çalışmasını yürütebilmek, kullandıkları farklı gösterim şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da sözel gösterimlerden yararlanmışlardır. Matematikselleştirme basamağında farklı olarak Araba Yakıt probleminde bazı gruplarca tablo temsili sürece dâhil edilmiştir. Örneğin Grup 3 Araba yakıt probleminde “...Ben de farklı olarak şunları düşündüm. Emre şehir dışına iş için Ankara'ya Haftada bir kere ayda 4 kere gittiğini böyle olursa Ankara yaklaşık 900 kilometre Gidiş geliş 1800 kilometre. Haftada bir kere ayda 4 kere gidiyor 4 ile çarptım ayda 7200 kilometre bunu da 12 ile çarptım yılda 86400 kilometre bunu da 8 yılda çarparsam 691000 kilometre yaklaşık 690000 kilometre yol yapar. 8 yılda Emre Yağız zaten belli yılda 20000 kilometre 8 yılda 160000 kilometre gidecek Ali için ise annemle ilgili verdiğim örnekteki gibi yılda 8000 kilometre 8 yılda ise 64000 kilometre yol gideceğini düşündüm.” ifadelerini kullanmış ve varsayımlarını matematik dünyasına taşımıştır. Grubun çözüm kâğıtları incelendiğinde ise bu durumu daha düzenli hale getirmek için tablo yaptığı tespit edilmiştir (Bkz. Şekil 5.17)

Emre	Emre	Emre	Ali	Ali	Ali
Benzin	Dizel	LPG	Benzin	Dizel	LPG
40.659	28.800	62836	271,583	306.921 1800 3	281,

Şekil 5. 17. Grup 3 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Kesitler

Grup 2 oluşturduğu varsayımlar üzerine modeller oluşturmuştur. Modellerinde araçlar arasında boşlukların araç çeşidine göre değişiklik gösterdiğini “Küçük araçların boyunu 4 metre boşlukta beraber 6 metre kabul ediyorum. Orta boy araçların ise uzunluğu 5,4 metre boşlukla beraber 8 metre kabul ediyorum. Kamyonların boşlukla beraber uzunluğunun 16,6 metre ama 16 metre alalım.” Şeklinde ifade etmişlerdir. Bu ifadelerini şekilsel temsil kullanarak güçlendirmişlerdir (Bkz Şekil 5.18).



Şekil 5. 18. Grup 2 'in Kar Esareti Problemi Çözüm Kâğıdından Kesitler

Grupların matematiksel çalışma basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5.4.5’de verilmektedir.

Tablo 5. 5. Matematiksel Çalışma Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular

	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3	G1,G2,G3
Cebirsel	G2	-	-	G2

Şekilsel	G1	-	-	-
Grafiksel	G1,G3	-	-	-
Tablo	-	-	G1,G2,G3	-

Matematiksel çalışma basamağında da gruplar dört problem türünde ağırlıklı olarak sözel temsil şekillerini tercih etmişlerdir. Gruplar araba yakıt probleminde ise yaptıkları işlemleri karışıklıktan çıkarmak ve daha düzenli hale getirmek için tablo temsilinden yararlanmışlardır. Araba yakıt problemin yapısı gereği tablo kullanmak daha bilgilerini açık, anlaşılır ve daha kolay karşılaştırılabilir olduğundan tüm gruplar bu problemde tablo gösteriminden da yararlanmışlardır. Örneğin Grup 1 Araba yakıt probleminde daha anlaşılır olacağını düşündüğü için aşağıdaki gibi bir tablo temsilini kullanmıştır. (Bkz. Şekil 5.19.).

Yazın	araba fiyatları	Petrol	Petrol + Araba fiyatları
Benzin	264 337	143 700	408 037
Dizel	299 820	160 000	459 820
LPG	274 027	145 454	419 481

8 yılda
↓
160.000

Ali K	araba fiyatları	Petrol	Petrol + Araba fiyatları
Benzin	264 337	70 575	334 912
Dizel	299 820	51 200	351 020
LPG	274 027	72 720	346 747

8 yılda
↓
80000

Emre	araba fiyatları	Petrol	Petrol + Araba fiyatları
Benzin	264 337	375 000	639 337
Dizel	299 820	266 656	566 476
Lpg	274 027	363 630	637 657

8 yılda
↓
400.000

Kısa mesafede benzin uygun
Uzun mesafede dizel uygun

Şekil 5. 19. Grup 1 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grup 1 araba yakıt probleminin çözümünde bulduğu matematiksel sonuçları tabloda göstererek daha kolay ve anlaşılır hale getirmiştir. Tabloya bakarak gerekli sonuç ve yorumlarda bulunmuşlardır. Diğer gruplarda benzer şekilde araba yakıt probleminde matematiksel çalışma aşamasında tablo kullanmışlardır. Örneğin Grup 2'nin araba yakıt probleminde kullandığı tablo şu şekildedir (Bkz. Şekil 5.20).

Kişi	Emre	Ali	Yagiz
Benzin	319.728	271.728	282.823
Dizel	338.682	304.998	312.774
LPG	325.535	280.896	291.197
Hangisini almalı	Benzin	Benzin	Benzin

Şekil 5. 20. Grup 2 'in Araba Yakıt Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Matematiksel çalışma basamağında gruplar tüm problem türünde de ağırlıklı olarak sözel gösterimleri kullanmışlardır. Buna ek olarak, Kavşak Probleminde şekilsel ve grafiksel temsilin de sürece dâhil olduğu görülmüştür. Gruplar ayrıca kullandıkları farklı gösterim şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da sözel gösterimlerden yararlanmışlardır. Örneğin Grup 1 Kavşak Probleminin çözümünde matematiksel işlemlerini ve nedenlerini aşağıdaki gibi sözel olarak açıklamıştır.

...

Merve: Hangi çiçeklerden koyacağız.

Buğra: Hepsinden çeşit çeşit koyarsak daha güzel görünür

Elif: Her çiçek için ayrılan bölge 40 m² olmalıdır. 6 farklı çiçek türü olduğu için.

Buğra: O zaman toplam 240 m² alanımız var her 1 m² de 5 çiçek sığarsa 1200 çiçek sığar.

Elif: 6 farklı çiçek olduğu için ise her çiçek türünden 200 tane çiçek yerleştirebiliriz.

Faruk Hoca: Alanını ne buldunuz arkadaşlar?

Buğra: 240 metrekaare bulduk hocam onu da 6 eş parçaya bölmeye düşünüyoruz

Faruk Hoca: Çiçekleri nasıl yerleştirmeyi düşünüyorsunuz? Nasıl bir motif model kullandığınız.

Elif: 582 lira gibi bir fiyat bulduk.

Grup 1 yukardaki matematiksel çözümlerini daha anlaşılır kılmak için grafiksel olarak temsil etmişlerdir. (bkz. Şekil 5.21).



Şekil 5. 21. Grup 1 'in Kavşak Problemi Çözüm Kâğıdından Bir Kesit

Grupların yorumlama basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5.4.6’da verilmektedir.

Tablo 5. 6. Yorumlama Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular

	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	-	G1,G2	-	G1,G2
Cebirsel	-	-	-	-
Şekilsel	-	-	-	-
Grafiksel	-	-	-	-
Tablo	-	-	-	-

Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin elde ettikleri doğru matematiksel çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru şekilde yorumlamada başarısız oldukları belirlenmiştir. Öğrenciler yorumlama basamağında temsil kullanırken başarısız oldukları da tespit edilmiştir. Birinci ve ikinci grup öğrencileri elektrik tarifi ve kar esareti probleminde yorumlama basamağında sadece sözel temsil kullanırken başarılı oldukları ayrıca üçüncü grup öğrencileri yorumlama basamağında başarısız oldukları gibi bu aşamada herhangi bir temsil kullanamamışlardır. Yapılan yorumlamalarda da kullanılan temsil şekilleri ise sözel temsil olmuştur. Örneğin Grup 2 Elektrik Tarifi probleminde yaptığı gerçek yaşam bağlamında “Bizim çözümünüz soruda verilen 4 kişilik memur. Bu aile için geçerli yani her aileyi kapsamaya bilir. Herkes bu şekilde kullanılabilir, farklı

aileler olur. Farklı sayıda kişiler olur ya da memur olsa da farklı yaşantılar olabilir. Elektrik kullanımları değişecektir. Problemleri çözerken Aydın arkadaşımızın kendi evinden getirdiği elektrik faturasını da inceledik. Aynı soruda verilen örneğe de benziyordu. Anne babası memur arkadaşımızın ve iki kardeş ve bizim bulduğumuz günlük 8 buçuk kilovat kullanımı onların faturasında da 8,39 olarak verilmişti yani bulduğumuz sonuç arasında günlük hayatta da örtüştü diyebiliriz ama dediğim gibi farklı Aileler oldu farklı sonuçlar çıkacaktır.” şeklinde yorumunu sözel temsil olarak ifade etmiştir.

Grupların doğrulanma basamağında kullandıkları gösterim şekillerinin analizine ilişkin bulgular Tablo 5.4.7’de verilmektedir.

Tablo 5. 7. Doğrulama Basamağında Kullanılan Temsil Şekillerine İlişkin Bulgular

	Kavşak P.	Elektrik T.	Araba Yakıt P.	Kar Esareti
Sözel	G2,G3	-	G3	G3
Cebirsel	-	-	-	-
Şekilsel	-	-	-	-
Grafiksel	-	-	-	-
Tablo	-	-	-	-

Modelin doğrulanması basamağında bazı gruplar hiç yaklaşım sergilemezken bazılarının ise sergiledikleri yaklaşımlar yetersiz kalmıştır. Birinci grup doğrulama basamağında herhangi bir yaklaşım sergileyemez iken ikinci grup sadece kavşak probleminde sözel temsil kullanmıştır. Örneğin Grup 2’deki katılımcılar, kavşak problemi çözüm sürecinde öğretmenleriyle yaptıkları bir konuşmada modellerinin yanlışlığını fark etmişler ancak tespit edilen hatalarda herhangi bir düzeltme yapmamışlar ve kısmen doğrulama yapmışlardır. Yaptıkları bu doğrulamayı da sözel olarak aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir.

Ozan hoca: Şimdi Sümbül'den 60 tane sığabileceğini bulmuşsunuz. 6 metrekaare alana 10 santimetre karelik çiçekten 60 tane sığar demişsiniz 6 metrekaare kaç santimetrekaaredir ki?

Aydın: 600 santimetrekaare değil mi hocam

Ozan hoca: Acaba gerçekten öyle mi 6. sınıfta alan ölçme birimlerini öğrendiniz bir düşünün bakalım 1 metrekaire kaç santimetrekaredir?

Derya: 1 metrekaire 1 santimetre kare değil miydi yoksa 10 10000 santimetrekare miydi hocam. Evet, o zaman bizim yaptığımız işlemler hatalar olmuş oldu.

Tüm grupların matematiksel modelleme etkinliklerinin doğrulama basamağında yetersiz oldukları tespit edilmiştir. Bundan dolayı doğrulama basamağında da temsil kullanımında yetersiz kalmışlardır.

Matematiksel modelleme süreçlerinde yer alan basamaklarda gruplar en çok sözel ve şekilsel temsilleri tercih etmişlerdir. Sözel temsilleri farklı temsil şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da kullanmışlardır. Elektrik Tarifesi probleminde problemin yapısı gereği öğrencilerin sadece sözel temsil kullandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde Araba Yakıt probleminde de problemin yapısı gereği tablo temsili kullandıkları düşünülmektedir. Öğrencilerin problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında temsil kullanmada başarılı oldukları belirlenmiştir. Ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarında temsil kullanmada yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

6. TARTIŞMA

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme süreç becerilerinin ve modelleme sürecinde kullanılan temsil şekillerinin incelenmesi amacıyla araştırmadan elde edilen bulgulara ait genel sonuçlar sunulmuş olup araştırmanın bulgularına ait tartışmalara da ilgili literatür çerçevesinde yer verilmiştir. İlk olarak öğrencilerin matematiksel modelleme etkinlikleri hakkındaki düşünceleri ve modelleme basamaklarında öğrencilerin değişim ve gelişimleri süreç becerileri incelenerek tartışılmıştır. Son olarak modelleme etkinliklerinde temsil kullanma şekillerine ait bulgular literatürle desteklenerek tartışılmıştır.

6.1. Öğrencilerin Modelleme Süreçleri

Öğrencilere matematiksel modelleme etkinlikleri uygulanırken öğrencilerin daha önceden karşılaşmadığı problem durumları hakkında görüşlerine ait çalışmanın bulguları, öğrencilerin uygulanan ilk etkinliklerde verilerin eksik olduğu veya bu problemin çözülemeyeceğini düşündüklerini ancak daha sonra uygulanan etkinliklerde modelleme etkinliklerinin yapısına alıştıklarını ve deneyim kazandıkça verilen bilgilerle çözülebileceğini göstermiştir. Yapılan araştırma sonucunda, öğrencilerin modelleme sürecinde genel olarak problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında başarılı oldukları ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarında başarılı olamadıkları görülmektedir. Yorumlama basamağında ise etkinlikler uygulanmaya devam ettikçe beceri ve performanslarında artış gözlemlenmesine rağmen doğrulama basamağında ise gelişim görülmemiştir.

Öğrencilerin uygulanan ilk etkinlik olan *kavşak probleminde* modelleme etkinliklerinin yapısı hakkında yeterli bilgi sahibi olmadığı gözlemlenmiş ve öğrenciler problemi alıştıkları geleneksel problem tarzına benzetmeye çalışarak problemin çözülemeyeceğini ifade etmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel modelleme etkinliklerine alışkın olmamalarından dolayı zorluklar yaşaması karşılaşılabilecek bir durum olacağı düşünülmektedir. Modelleme etkinliklerinin ve geleneksel problemlerin yapısı birbirinden farklıdır. Geleneksel problemler genellikle gerçek yaşamdan uzak, hazır bilgilerle çözülen problemler olmasına rağmen modelleme etkinlikleri bilgilerin hazır sunulmadığı, farklı çözümler içeren karmaşık bir süreçtir (Lesh ve Yoon, 2007; Doğan, 2020; Şahin, 2019). Araştırmanın bulguları uygulanan ilk etkinliklerde bu düşünceleri destekleyici nitelikteyken süreç ilerledikçe ve öğrencilerin modelleme etkinliklerinin yapısına yönelik

bilgi sahibi olmaya başladıklarında problemin verilen bilgiler ışığında çözülebileceğini düşündüklerini gözlemlenmiştir. Bu değişimin yaşadıkları deneyimden ve modelleme etkinliklerinin yapısına alışmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Araştırmanın ikinci etkinliği olan *elektrik tarifesı probleminde* uygulanmadan birkaç gün önce etkinliğe ısındırmak amacıyla herkesin evinde bulunan bir faturayı detaylı incelemesi mesajı araştırmacılar tarafından tüm öğrencilere ulaştırılmıştır. Bundan dolayı bu etkinlikte öğrencilerin günlük hayatla doğrudan bağlantı kurdukları ve problemi çözerken günlük hayat deneyimlerinden faydalandıkları görülmüştür. Modelleme etkinliklerinin yapısına alışan öğrenciler ikinci etkinlikten itibaren problemlerin verilen bilgilerle çözülebileceğini, başka bilgi verilmesine gerek olmadığını belirtmişlerdir. Öğrencilerin deneyim yaşamadıkları modelleme etkinliklerine ilk uygulamalarda rutin problemler gibi yaklaşp bütün bilgileri içinde barındıran sorulara benzetmeye çalışmışlardır. Çoksöyler (2020) çalışmasında ilk aşamada matematiksel modelleme problemleriyle ilk kez karşılaşan öğrencilerin zorlanmalarının nedenleri, “*Hocam biz bunu anlamadık! Çıkamaz bu sorular* “ gibi ekstra bilgiye ihtiyaç duyma, problemi yeterince okuyup anlamama, sözel bir ifadeyi matematiksel olarak yazamama, matematiksel olarak ön bilgi eksikliği, doğrulama mekanizması olarak ilk önce öğretmeni görme olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çoksöyler (2020) ve Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz’ün (2021) çalışmalarına benzer olarak bu araştırmanın bulguları ilk etkinliklerde sorunun çözülemeyeceğini, bilgilerin eksik olduğu gibi ifadelerde bulunmalarına rağmen ilerleyen uygulamalarda ise etkinliklerin yapısına ve sürece alışan öğrenciler artık problemlerin daha önce karşılaştıkları problemler gibi düşünmemeleri gerektiğini anlayıp verilmeyen bilgiler için düşünerek üretmeye çalışmaları düşüncesini destekler niteliktedir.

Bu araştırmada elde edilen bulgular, üç grubun öğrencilerinin dört modelleme etkinliğinde de problemin çözüm sürecinde ilk olarak problem durumunu okuyarak ve kendi cümleleriyle ifade ederek anlamaya çalıştıkları ancak problemi tam olarak içselleştirmeden ve gerekli tartışmaları yapmadan çözmeye çalıştıklarını göstermiştir. Öğrenciler bütün modelleme etkinliklerinde de, genel olarak problem durumunu doğru anlamış olmalarına rağmen İnan (2018) ve Ulu’nun (2017) çalışmasına katılan öğrencilerde görüldüğü gibi problem durumunu içselleştirmeden matematiksel olarak çözmeye çalışmışlardır. Bu bulgunun sebebi modelleme etkinliklerine alışkın olmayan öğrencilerin bu etkinlikleri alışkın oldukları rutin problemlere benzetmeye çalıştıkları ve bunun eğitim sisteminde bulunan sınav odaklı matematik öğretiminden kaynaklandığı

düşünülmektedir. Araştırma bulguları genel olarak öğrencilerin etkinlikte verilenleri ve istenenleri belirlemede genel anlamda zorlanmadıklarını ve en başarılı performansı problemi anlama basamağında sergilediklerini göstermiştir.

Matematiksel modelleme etkinliklerinde öğrencilerin varsayımlar üretmede başarılı oldukları ancak oluşturdukları varsayımları gerçek yaşam bağlamında üretmekte ilk etkinlikten itibaren zorlandıkları görülmüştür. Öğrenciler problem durumlarında çok fazla varsayım oluşturmalarına rağmen oluşturdukları varsayımların gerçek yaşam bağlamında değerlendirmemişlerdir. Uygulanan ilk etkinlik olan *kavşak problemi*nde öğrencilerin çok fazla fikir ürettikleri ancak fikirlerini çok çabuk değiştirdikleri belirlenmiştir. Bunun sebebi olarak ise hem uygulanan ilk etkinlik olması hem de öğrencilerin geleneksel matematik sorusu gibi düşünüp bir an önce soruyu çözme isteklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Araştırmanın bulguları öğrencilerin modelleme etkinliklerinin çözüm sürecinde gerçek yaşam bilgileri varsayımlar üretmede çok etkili olduğunu göstermektedir. *Araba yakıt problemi*nde tüm gruplar gerçek yaşamla daha kolay bağlantı kurdukları için gerçekçi varsayımlar üretebildikleri düşünülmektedir. Maaß (2006) ve Kaiser (2007) modelleme etkinliklerinde oluşturulan varsayımların gerçek yaşam bağlantısını çok fazla önemsemediklerini ve özellikle modelleme etkinliklerinin yapısına alışkın olmayan öğrencilerde bu sorunun daha çok yaşandığını ifade etmişlerdir. Bu bağlamda öğrencilerin etkinliklerde oluşturdukları varsayımların bir kısmının gerçekçi olmaması bu düşünceleri desteklemektedir. Diğer taraftan çalışmanın bulguları öğrencilerin çoğu zaman kısmen kabul edilebilir gerçekçi varsayımları gerçek yaşam bilgilerine dayanarak oluşturdukları ve yorumladıklarını göstermektedir. Ancak çoğu zaman bu fikirleri açıklama ihtiyacı hissetmeden, uygunluğunu ve doğruluğunu düşünmeden hızlıca sonuca ulaşma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Bunun sebebinin ise geleneksel problemlerle sınav odaklı bir matematik öğretimine alışık olmaları belirli süre içinde soruyu doğru çözme düşüncesine sahip olmaları ile açıklanabilir. Süreç içerisinde farklı bir fikir ile karşılaştıklarında çok hızlı bir şekilde kendi fikirlerinden vazgeçtikleri ve grup arkadaşlarının fikirlerini kabul etme eğiliminde oldukları görüşmüştür. Bu da benzer şekilde süreci hızlandırma isteklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Çalışmanın bulguları İnan (2018) ortaokul yedinci sınıfta öğrenim gören altı öğrencinin matematiksel modelleme süreç becerilerini incelediği araştırmasında öğrencilerin problem durumundan ne anladıkları üzerine çok fazla tartışmadan model için fikir sunma aşamasına geçtiklerini bulgularıyla örtüşmektedir.

Araştırmanın bulgularında uygulanan son etkinliklerde öğrencilerin daha gerçekçi varsayımlar oluşturdukları ve bu varsayımlarını açıklayabildikleri görülmüştür.

Çalışmanın bulguları öğrencilerin modelleme süreçlerinde problemi içselleştirmeden uygun olan çözüm yolunu tartışmak yerine doğrudan hesaplama yapmaya çalıştıklarını ve problemleri alışkın oldukları geleneksel bir probleme dönüştürüp bir an önce çözüm yapmaya çalıştıkları göstermiştir. Öğrenciler modelleme etkinliklerinde elde ettikleri verilerle doğruluğunu tartışmadıkları varsayımlar üzerinde işlem yapmaya çalıştıkları görülmüştür. Öğrencilerin matematikselleştirme basamağında oluşturdukları varsayımları gerçek yaşam bağlamında değerlendirmedikleri neyi neden yaptıklarını açıklamadıkları ve aralarında ilişkileri tam olarak kurmadıkları gözlemlenmiştir. Bunun sebebi olarak öğrencilerin ezber bilgilerle çözülebilecek sorulardan oluşan eğitim anlayışı ve öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini kullanmalarına imkân vermeyen geleneksel sorulardan kaynaklandığı düşünülmektedir. Sınav odaklı bir eğitimle yetişen öğrenciler belirli bir süre de sonuca ulaşma eğiliminde oldukları için modelleme etkinliklerin yapısına tam olarak alışmayan öğrencilerin bu çalışmada ki etkinliklerde de aynı şekilde doğrudan sonuca ulaşma istekleriyle sıklıkla karşılaşmıştır. Etkinlikler uygulamaya devam ettikçe öğrenciler modelleme etkinliklerinin yapısına alışıp diğer konularda gelişim ve değişim göstermişler ancak geleneksel bir probleme dönüştürüp bir an önce çözüm yapma isteği ve sayısallaştırma konusunda herhangi bir değişim ve gelişim göstermemişlerdir. Bunun yanında öğrencilerin matematiksel çalışma basamağında çok başarılı oldukları görülmüştür. Bu bulgu, yapılan çalışmalar da bu yönüyle benzerlik göstermektedir (İnan, 2018; Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021). Öğrenciler oluşturdukları matematiksel modellerde işlem yapma konusunda tüm etkinliklerde başarılı olmuşlar ve modelleme sürecinde oluşturulan modeller eksik, hatalı veya doğru olsa da çözme aşamasında çok başarılı oldukları görülmüştür.

Bu araştırmada elde edilen bulgular ışığında öğrencilerin problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında başarılı olduklarını ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarında başarılı olamadıklarını göstermiştir. Araştırmanın bulguları ilk etkinliklerde öğrencilerin elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadıklarını ancak ilerleyen uygulamalarda modelleme etkinliklerinin yapısına alıştıkça yorumlama becerisinde buna paralel olarak arttığını göstermiştir. Uygulanan ilk etkinlik olan *Kavşak Probleminde* tüm gruplar elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlamamışlardır. Öğrencilerin öncelikli

amaçlarının sonuca ulaşmak olduğu ve sonucu bulunca sürecin tamamlandığını düşünmeleri olduğu gözlemlenmiştir. Bunun sebebi olarak ise yorumlamanın üst düzey bilişsel beceri gerektirdiği için öğrencilere zor gelmesi ve alıştıkları geleneksel problem çözüme şekillerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ancak ilerleyen etkinliklerde öğrencilerin elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumladıkları araştırmanın bulgularında elde edilmiştir. Araştırmanın bulguları bu yönüyle İnan (2018) ve Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz'ün (2021) çalışmalarına benzerlik göstermektedir. Benzer şekilde süreçte etkinlikler uygulanmaya devam ettikçe öğrenci performanslarının arttığı yapılan çalışmalarda belirtilmiştir (Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021; Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014). Bunlardan farklı olarak araştırma sürecinde üçüncü grup öğrencilerinin yorumlama basamağında başarısız oldukları tespit edilmiştir. Bunun sebebi olarak bu gruptaki öğrencilerin matematiksel işlemlere fazla zaman kaybettikleri ve elde ettikleri sonuçları bulduklarında süreci tamamladıklarını düşünmeleri olduğu düşünülmektedir.

Araştırmanın bulguları doğrulama basamağında öğrencilerin başarısız olduklarını göstermiş ve süreç ilerledikçe herhangi bir gelişim gözlemlenmemiştir. Bu basamakta öğrencilerin zorluk yaşadıkları ve elde ettikleri sonuçların doğruluğunu değerlendirmedikleri görülmüştür. Borromeo Ferri (2006) ve Maaß (2006) araştırmalarında belirttiği gibi öğrencilerin modelle etkinliklerinde sürecin doğruluğunu ve kullanışlılığını değerlendirmek yerine sadece hesaplamaların doğruluğunu kontrol ederek bir nevi işlem sağlaması yapmaktadırlar. Bu araştırmanın bulgularında da benzer şekilde doğrulama basamağında öğrencilerin başarısız oldukları ve sadece işlem hatalarını fark edip onları kısmen düzelttikleri gözlemlenmiştir. Sonuç bulma odaklı olan geleneksel problemlere alışan öğrenciler problemi gerçek dünyada kullanışlılığını ve doğruluğunu değerlendirmedikleri gözlemlenmiştir. Bundan dolayı doğrulama basamağı öğrencilerin başarısız oldukları ve gelişme gösteremedikleri basamaktır. Bu durum ise öğrenci alışkanlıkları ve geleneksel eğitim anlayışının sonucu olduğu düşünülmektedir. Tüm uygulama süreçlerinde üçüncü grup öğrencileri oluşturdukları modellerle ilgili hatalar fark etmişler ancak bunları kısmen düzeltmişlerdir. Araştırmadan elde edilen bu bulgu, öğrencilerin sadece işlemleri kontrol ettiği sonucuna ulaşan Ulu'nun (2017) çalışmasını destekler yöndedir. Modelleme sürecinde öğrenciler problemi anlama basamağında başarılı olurken sürecin sonlarında yorumlama ve doğrulama basamağında başarının azaldığı

birçok araştırmada tespit edilmiştir (Hıdıroğlu, Tekin Dede, Kula ve Bukova Güzel, 2014; Alkan 2019; Çoksöyler, 2020; Çavuş Erdem, Doğan ve Gürbüz, 2021).

6.2. Öğrencilerin Modelleme Sürecinde Kullandıkları Temsil Şekilleri

Ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme bağlamında kullandıkları temsil şekillerinin incelendiği bu araştırmada öğrenciler tüm süreç boyunca sözel, şekilsel, grafiksel ve tablo temsili kullanmışlardır. Bu yönüyle Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula ve Özaltun (2013) çalışmalarına benzerlik göstermektedir. Bukova Güzel ve arkadaşları çalışmalarında dinamiksel temsil türünü de kullanmışlar ancak bu araştırmada teknolojik bir temsil kullanılmamıştır. Araştırmanın bulgularında öğrencilerin modelleme sürecinin tüm basamaklarında genel olarak sözel ve şekilsel temsili tercih ettiği belirlenmiştir. Bunun yanında problem türüne göre cebirsel ve şekilsel temsillerinde tercih edildiği belirlenmiştir. Grafik temsili ve tablo temsili öğrenciler pek tercih etmemişlerdir. Bu tercihlerde etkinlik türlerinin de etkili olduğu düşünülmektedir. Örneğin kavşak problemi şekil isteyen bir etkinlik iken araba yakıt problemi tablo yapmaya uygun bir etkinliktir. Ayrıca modelleme süreçleri bağlamında bakarsak problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında öğrenciler çeşitli temsiller kullanmışlar ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarda temsil kullanmada başarısız olmuşlardır.

Bu konuyla ilgili alanyazında Hwang ve ark. (2007), Delice ve Sevimli (2010), İpek ve Hut'un (2021) yaptıkları çalışmalar incelendiğinde temsil kullanımının problem çözme başarısını artırdığını ifade etmişlerdir. Araştırmanın bulguları da bu düşünceleri destekler nitelikte olup öğrencilerin problem çözerken kendilerini daha iyi ifade edebilmek, düşüncelerini destekleyerek ve görselleştirerek daha başarılı bir süreç geçirmek için temsillerden yararlandıkları gözlemlenmiştir.

Problem anlama basamağında gruplar genellikle sözel temsili kullanmışlardır. Gruplar okudukları modelleme problemlerinde verilen karmaşık gerçek yaşam durumunu basitleştirmek için durumu sade ifadelerle tekrar açıklamışlar ve problemdeki verileri inceleyip yorumlamışlardır. *Kavşak problemin* çözümüne yönelik olarak öncelikle problemde ne istendiğini kendi cümleleriyle ifade etmiş ve neler yapılabileceğini belirtmişler ve ardından istenenleri gruplandırmışlardır. Araştırmanın bulgularında Castro, Morcillo ve Castro (1999) ve Kılıç (2009) çalışmalarının sonuçlarıyla benzer şekilde temsil kullanımının problemin türüne göre değiştiği gözlemlenmiştir. Problemi anlama basamağında *Kavşak Probleminde* öğrenciler dairenin alanını bulmaları gerektiği için

cebirsal temsiller kullanmışlardır. Ayrıca öğrenciler *kar esareti problemi*de problemi anlama basamağında sözel temsili şekil temsili ile problemi daha anlaşılır hale getirildiği düşündükleri için şekilsel temsiller tercih ettikleri gözlemlenmiştir. Lowrie (2001) problem çözerken şekilsel gösterimleri kullanan öğrencilerin çözümlerini daha iyi destekleyebilmek için sözel gösterimleri tercih etme eğiliminde olduklarını belirtmiştir ve bu araştırmanın bulguları bu düşünciyi desteklemektedir. Araştırmanın bulguları basitleştirme basamağında da en çok sözel ve şekilsel temsili tercih edildiğini göstermektedir. Problemi basitleştirme basamağında gruplar dört problemde de ağırlıklı olarak sözel temsili kullanmışlardır. Buna ek olarak, *kavşak* ve *kar esareti problemlerinde* şekilsel temsili de tüm gruplarca sürece dâhil edildiği görülmüştür. Gruplar gerçekçi varsayımlarda bulunmak ve bu varsayımlarını farklı temsillerle desteklemek için sözel temsili yanında cebirsel ve şekil temsillerini de kullanmışlar ayrıca kullandıkları farklı temsil şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da sözel temsillerden yararlanmışlardır. Araştırmanın bulguları matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamağında öğrencilerin en çok sözel temsili tercih ettiğini göstermiştir. İpek ve Okumuş (2012) çalışmalarına benzer olarak sürecin tüm basamaklarına göre gruplar en fazla sözel ve ardından şekilsel temsilleri kullanmışlardır. Matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında en çok kullanılan sözel ardından cebirsel ve şekilsel temsiller olduğu sonucuna varmıştır. Araştırmanın bulguları öğrencilerin modelleme basamaklarından yorumlama ve doğrulama basamağında temsil kullanmada başarısız olduklarını göstermiştir. Yorumlama ve doğrulama basamağı yapısı gereği üst düzey beceriler istediği için öğrencilerin başarısız oldukları bir aşamadır. Bundan dolayı öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamağında temsil kullanımlarında başarısız oldukları düşünülmektedir.

Araştırmada *elektrik tarifi* ve *kar esareti problemi*de birinci ve ikinci grup öğrencilerinin yorumlamalarında sözel temsili tercih ettiği görülmüştür. Bunun sebebinin ise Arzarello ve arkadaşlarının (2012), problemin yapısı temsil kullanımı etkilemekte düşüncesiyle örtüşmektedir ve problem türünden kaynaklandığı, gerçek yaşamla daha kolay bağ kuracakları etkinlikler olduğunda dolaylı olduğu düşünülmektedir.

Bundan farklı olarak tüm gruplar *araba yakıt problemi*de tablo temsili kullanmışlardır. Bunu sebebinin ise problem türünden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Matematiksel modelleme süreçlerinde yer alan basamaklarda gruplar en çok sözel ve ardından şekilsel temsilleri tercih etmişlerdir. Bireylerin özellikle sözel temsili cebirsel, grafiksel temsillere göre daha yoğun bir şekilde kullandıkları yapılan araştırmalarda

belirlenmiştir (İpek ve Okumuş, 2012; Bukova Güzel vd. 2013; Gürbüz ve Şahin, 2015 ve Çankaya, 2021). Bu çalışmada yapılan araştırmalardan farklı olarak şekilsel temsillerinde yoğun olarak kullanılması sebebiyle daha önce yapılan araştırmalardan ayrılmaktadır. Sözel temsilleri farklı temsil şekillerini açıklamak veya desteklemek amacıyla da kullanmışlardır. Arzarello ve arkadaşları (2012) problemin yapısı ve problem türünün temsil kullanımı etkilemekte ve gerçek yaşamla daha kolay bağ kuracakları etkinlikler olduğunda çoklu temsil kullanımında başarının artacağını belirtmişlerdir. *Elektrik tarifi* probleminde problemin yapısı gereği öğrencilerin sadece sözel temsil kullandığı düşünülmektedir. Benzer şekilde *araba yakıt probleminde* de problemin yapısı gereği tablo temsili kullandıkları düşünülmektedir. Bu durum ile yapılan araştırmalarda temsil şekilleri seçiminde de problemin yapısı etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Castro, Morcillo ve Castro, 1999; Kılıç, 2009; Çankaya, 2021). Öğrencilerin problemi anlama, basitleştirme, matematikselleştirme ve matematiksel çalışma basamaklarında temsil kullanmada başarılı oldukları belirlenmiştir. Ancak yorumlama ve doğrulama basamaklarında temsil kullanmada yetersiz oldukları tespit edilmiştir.

7. SONUÇ VE ÖNERİLER

Berry ve Houston (1995) matematiksel modellemeyi genel olarak gerçek yaşamda karşılaşılan bir problemin çözümü için matematiksel olarak ifade edilip, duruma uygun matematiksel modeller oluşturulup bu modeller yardımıyla çözüme ulaştırılıp, elde edilen sonuçların gerçek yaşama dönüştürülmesini içeren karmaşık bir süreç olarak tanımlamıştır. Bu araştırmanın sonuçlarında *kavşak problemi*, *elektrik tarifi*, *araba yakıt problemi* ve *kar esareti problemi* olmak üzere 4 tane modelleme etkinliğine ortaokul 7. sınıfta öğrenim gören 12 öğrencinin gerçek yaşam durumları içeren modelleme etkinliklerini matematiksel olarak ifade edip, kendi fikir ve görüşlerini kullanarak oluşturdukları modeller yardımıyla çözmeye çalıştıkları belirlenmiştir.

Araştırmanın uygulanan ilk etkinliklerinde öğrenciler modelleme etkinliklerinin yapısına alışkın olmamaları sebebiyle soruların çözülemeyeceğini, verilen bilgilerin eksik olduğunu düşünmüşlerdir. Bu sonuç öğrencilerin geleneksel eğitim anlayışıyla sınav odaklı bir eğitimin parçası olmaları, modelleme etkinliklerini rutin problem tarzlarına benzetmeye çalışarak tüm verilerin verilmesini bekledikleri sonucuna varılmıştır. Bu nedenle özellikle ilk etkinliklerde öğrenmen desteğine fazlasıyla başvurmuşlardır. Modelleme etkinliklerinin uygulamasının artırılması ve öğretmen hizmet içi eğitimlerinin verilmesi önerilmektedir.

Bu araştırma da öğrencilerin dört modelleme etkinliğinde de problemin çözüm sürecinde ilk olarak problem durumunu okuyarak ve kendi cümleleriyle ifade ederek anlamaya çalıştıkları ancak problemi tam olarak içselleştirmeden ve gerekli tartışmaları yapmadan çözmeye çalıştıklarını göstermiştir. Bu sonuç literatürde yapılan çalışmalarla bu yönüyle benzerlik göstermektedir. Bununla beraber öğrencilerin modelleme etkinliklerini verilenleri ve istenenleri belirlemede genel anlamda zorlanmadıklarını ve en başarılı performansı problemi anlama basamağında sergilediklerini sonucuna ulaşılmıştır. Öğrenciler problemi tam olarak içselleştirmeden doğrudan sonuç odaklı düşünüp, geleneksel matematik sorusu gibi sonuç bulma eğiliminde oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca öğrencilerin öncelikli amaçlarının soruyu sayısallaştırarak modelleme süreçlerinde problemi içselleştirmeden uygun olan çözüm yolunu tartışmak yerine doğrudan hesaplama yapmaya çalıştıklarını ve problemleri alışkın oldukları geleneksel bir probleme dönüştürüp bir an önce çözüm yapmaya çalıştıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin süreç içerisinde çok fazla fikir ürettikleri ancak fikirleri yeterince tartışmadan doğrudan kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğu zaman kısmen kabul edilebilir gerçekçi varsayımları gerçek yaşam bilgilerine dayanarak oluşturdukları ve

yorumladıklarını göstermektedir. Ancak çoğu zaman bu fikirleri açıklama ihtiyacı hissetmeden, uygunluğunu ve doğruluğunu düşünmeden hızlıca sonuca ulaşma eğiliminde oldukları belirlenmiştir. Bu araştırma da öğrencilerin matematikselleştirme basamağında oluşturdukları varsayımları gerçek yaşam bağlamında değerlendirmedikleri, neyi neden yaptıklarını açıklamadıkları ve aralarında ilişkileri tam olarak kurmadıkları gözlemlenmiştir.

Araştırmanın sonuçlarından bir başkası ilk etkinliklerde öğrencilerin elde ettikleri sonuçları gerçek yaşam bağlamında yorumlayamadıklarını ancak ilerleyen uygulamalarda modelleme etkinliklerinin yapısına alıştıkça yorumlama becerisinde buna paralel olarak arttığını göstermiştir. Araştırmanın sonuçlarında doğrulama basamağında öğrencilerin başarısız olduklarını göstermiş ve süreç ilerledikçe herhangi bir gelişim gözlemlenmemiştir. Bu basamakta öğrencilerin zorluk yaşadıkları ve elde ettikleri sonuçların doğruluğunu değerlendirmedikleri görülmüştür. Bu araştırmanın sonuçlarında öğrencilerin modelleme etkinliklerinde sürecin doğruluğunu ve kullanışlılığını değerlendirmek yerine sadece hesaplamaların doğruluğunu kontrol ederek bir nevi işlem sağlaması yapmaktadırlar.

Araştırmanın sonucunda araştırmaya katılan öğrencilerin etkinlik uygulama süreçlerinde en başarılı problemi anlama ve matematiksel çalışma basamakları olduğu, en başarısız ise doğrulama basamağı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu araştırma da diğer çalışmalardan farklı olarak matematiksel çalışma basamağında öğrenciler oluşturdukları hatalı veya doğru modeli çözerek başarılı olmuşlardır. Yorumlama basamağında ise etkinlikler uygulanmaya devam edildikçe başarılarının arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Ortaokul öğrencilerin matematiksel modelleme bağlamında kullandıkları temsil şekillerinin incelendiği bu çalışmada öğrenciler tüm süreç boyunca sözel, şekilsel, grafiksel ve tablo temsili kullanmışlardır. Bu yönüyle alanyazında yapılan diğer çalışmalarına benzerlik göstermektedir. Modelleme etkinliklerinde öğrencilerin en çok sözel ve şekilsel temsil kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu yönüyle literatürde yapılan araştırmalara benzerlik göstermektedir. Şekilsel temsili daha çok sözel temsillerini kuvvetlendirmek ve problemi daha anlaşılır hale getirmek için kullandıkları sonucuna ulaşılmıştır. Bu araştırma da problem türünün tercih edilen temsil şeklinde önemli bir etken olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Alanyazında yapılan çalışmalara benzer olarak yorumlama ve doğrulama basamağında temsil kullanılmadığı sonucuna ulaşılmıştır.

Bu araştırmanın sonucunda öğrencilerin farklı temsil şekillerini kullanarak problemi anlama becerilerini artırarak problem çözme sürecinde başarılı olmuşlardır. Öğretmenlerin problem çözme süreçlerinde farklı temsiller kullanarak öğrencilere farkındalık kazandırması öğrencilerin problem çözme başarısını artıracak sonucuna ulaşılmıştır.

Bu çalışmanın sonuçları olarak öğrencilerin geleneksel matematik eğitimin dışına çıkarak açık uçlu problemlerle daha sık karşılaştırılmasının öğrencilere daha faydalı olacağını göstermiştir. Sınav odaklı eğitimin öğrencilerin düşünce üretme, farklı fikirleri tartışma, iletişim kurma ve problem çözme becerilerini azalttığı düşünülmektedir. Ortaokul öğrencilerin daha özgür fikir üretebildikleri, farklı fikirleri dinleyip değerlendirebildikleri, sonuç odaklı olmayıp sürecin içerisinde oldukları modelleme etkinlikleriyle bu becerileri kazanacakları düşünülmektedir. Bundan dolayı matematik öğretiminde bu tür etkinliklerin daha sık kullanılması önerilmektedir. Matematik öğretiminde bu etkinliklere daha fazla önem verilirse öğrencilerin günlük hayatla matematiği daha iyi ilişkilendirebileceği, yorumlayabileceği ve farklı temsilleri kullanma becerileri artacağı düşünülmektedir. Bu gerekçelerden dolayı öğrencilerle modelleme etkinlikleriyle buluşma sayısının artırılması önerilmektedir.

Aynı zamanda bu çalışma dörder kişiden oluşan toplamda 12 öğrenci ile yapılan küçük bir grup çalışması olmuştur. Modelleme etkinliklerinin kalabalık sınıflarda uygulamaya yönelik çalışmalara yer verilerek uygulaması bakımından zorluk yaşayan öğretmenlere yardımcı olmaya yönelik araştırmalar yapılabilir. Modelleme etkinliklerinin uygulamasının artırılması ve öğretmen hizmet içi eğitimlerinin verilmesi önerilmektedir. Bununla birlikte modelleme problemlerinde öğretmenin rolü üzerinde durulan araştırmalara yer verilebilir.

KAYNAKÇA

Alkan, Y. (2019). Matematiksel modelleme etkinlikleriyle yapılan öğretim sürecinin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerine ve okuduğunu anlama becerilerine etkisinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Diyarbakır: Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Arzarello, F., Ferrara, F. & Robutti, O. (2012). “Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations”. Teaching Mathematics and Its Applications, 31. s. 20-30.

Aydın, B. (2003). “Bilgi toplumu oluşumunda bireylerin yetiştirilmesi”. Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14 (14) , 183-190.

Aztekin, S., ve Şener, S. (2015). “Türkiye’de matematik eğitimi alanındaki matematiksel modelleme araştırmalarının içerik analizi: Bir meta-sentez çalışması”. Eğitim ve Bilim, 15(5), 139-161.

Baki, A. ve Güç, F.A. (2014). “Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin devirli ondalık gösterimle ilgili kavram yanılgıları”. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 5(2), 176-206.

Bayık, F. (2010). “11. Sınıf öğrencilerinin geometrik problemlerle ilgili oluşturdukları Dış temsillerle iç temsiller arasındaki etkileşimler”. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Berry, J. S. ve Houston, S. K. (1995). “Mathematical modelling”. Bristol: J. W. Arrowsmith.

Blomhøj, M., and Jensen, T. (2003). “Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning”. Teaching Mathematics and Its Applications , 22 (3), 123-139.

Blomhøj, M., and Kjeldsen, T. H. (2006). "Teaching mathematical modelling through Project work". *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (2), 163-177.

Borromoe-Ferri, R. (2006). "Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*". *The International Journal On Mathematics Education*, 38(2), 86-95.

Blum, W. and Borromeo-Ferri, R. (2009). "Mathematical modeling: Can it be taught and learnt?". *Journal of Mathematical Modeling and Applications*, 1(1), 45-58.

Blum, W., and Leiss, D. (2005). "Filling Up "the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks". In *CERME 4—Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* 1623-1633. Sant Feliu de Guíxois: FUNDEMI IQS—Universitat.

Borromeo-Ferri, R. and Lesh R.(2013) "Should Interpretation Systems Be Considered to Be Models if They Only Function Implicitly?", In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*, (pp. 57-66). Springer, Dordrecht

Brenner, M. E., Brar, T., Durán, R., Mayer, R. E., Moseley, B., Smith, B. R. and Webb, D. (1997). "Learning by Understanding: The Role of Multiple Representations in Learning Algebra". *American Educational Research Journal*, 34(4), 663-689.

Castro, E., Morcillo, N. and Castro, E. (1999). "Representations Produced by Secondary Education Pupils in Mathematical Problem Solving". *Psychology of Mathematics Education*, 2, 547-558.

Cai, J., and Lester, F. K. (2005). "Solution representations and pedagogical representations in Chinese and U. S. Classrooms". *Journal of Mathematical Behavior*. 24, 221-237.

Cifarelli, V. V. (1998). "The development of mental representations as a problem solving activity". *Journal of Mathematical Behavior*. 17 (2), 239-264.

Cirillo, M., Pelesko, J.A., Felton-Koestler, M.D. and Rubel, L. (2016) “Perspectives on modeling in school mathematics”, In C. R. Hirsch & A. R. McDuffie (Eds.), Mathematical modeling and modeling mathematics, (pp. 3–16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Creswell, J.W. (2020). “Nitel Araştırma Yöntemleri: Beş Yaklaşım Göre Nitel Araştırma ve Araştırma Deseni”. (Bütün, M ve Demir, S.B., Çev.) Ankara: Siyasal Kitabevi.

Crouch, R., and Haines, C. (2004). “Mathematical modelling:Transitions between the real world and mathematical model”. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology , 35 (2), 197-206.

Crouch, R., and Haines, C. (2007). “Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks”. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education (pp.417-424). New York: NY: Springer.

Çankaya, Ç. (2021). “Tam Sayılar Konusunun Öğretiminde Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Temsil Kullanımları”. Yüksek Lisans Tezi. Kocaeli: Kocaeli Üniversitesi.

Çakır, N. (2013). “Üniversite eğitiminin üst düzey düşünme becerilerinin gelişimine etkisi”. Doktora Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Çavuş-Erdem, Z. (2018). “Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme sürecinin alan ölçme konusu bağlamında incelenmesi”. Doktora tezi. Adıyaman: Adıyaman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Çavuş-Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R., ve Şahin, S., (2017). “Matematiksel modellemenin öğretim araçlarına yansımaları: Ders kitabı analizi”. Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 7(1), 61-86.

Çepni, S. (2018). Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş. Celepler Matbaacılık, Trabzon.

Çiltaş, A. (2011). “Dizi ve seriler konusunun matematiksel modelleme yoluyla öğretiminin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğrenme ve modelleme becerileri üzerine etkisi” . Doktora tezi. Erzurum: Atatürk Üniversitesi.

Çıkla-Akkuş, O. (2004). “The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students’ algebra performance, attitude towards mathematics, and representation preference”. [Ph.D. - Doctoral Program]. Middle East Technical University.

Çoksöyler, A. (2020). “Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme problemlerini çözüm süreçlerinin incelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. Eskişehir: Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

English, L.D. and Watters, J.J. (2004). “Mathematical modelling with young children”. In M. J. Hoines & A. B Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2, (pp.335- 342.) Bergen, Norway: PME.

Çavuş-Erdem, Z., Doğan M.F., Gürbüz R. ve Şahin S. (2017) “Matematiksel Modellemenin Öğretim Araçlarına Yansımaları: Ders Kitabı Analizi”. Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi, 7(1) 61-86.

Çavuş-Erdem, Z., Doğan M.F. ve Gürbüz R. (2021). “Ortaokul öğrencilerinin disiplinler arası matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi”. Cumhuriyet International Journal of Education, 10(4), 1763-1788. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.927243>

Çetin, H. (2017). “Çoklu temsil destekli tasarlanan manipulatiflerin “tam sayı” öğretiminde öğrenci başarısına etkisi”. The Journal of International Education Science, 4(11), s. 55-69.

Delice A., ve Sevimli E. (2010). “Matematik Öğretmeni Adaylarının Belirli İntegral Konusunda Kullanılan Temsiller ile İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeyleri”. Gaziantep University Journal of Social Sciences, 9(3), 581 -605

DeWindt-King, A.M. ve Goldin, G.A. (2003). "Children's visual imagery: Aspects of cognitive representation in solving problems with fractions". *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. 2(1), 1-42

Dogan, M. F. (2020). "Evaluating Pre-Service Teachers' Design of Mathematical Modelling Tasks". *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 28(1), 44-59.

Erbaş, A.K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). "Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar". *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.

Eroğlu, D. ve Akkuş, B.(2021). "9.Sınıf Matematik Ders Kitabındaki Üçgenler Ünitesinin Çoklu Temsiller Bağlamında İncelenmesi". *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(2), 786-804.

Goldin, G. A. ve Janvier, C. (1998). "Representations and the Psychology of Mathematics Education". *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4.

Goldin, G. A. ve Kaput, J. J. (1996). "A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics". In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin ve B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Goldin, G. A. ve Shteingold, N. (2001). "Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts". In A. A. Cuoco & F. R. Curcio (Ed.), *The Roles of Representation in School Mathematics: 2001 Yearbook* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.

Aydın-Güç, F. (2015). "Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Geliştirilmesine Yönelik Tasarlanan Öğrenme Ortamlarında Öğretmen Adaylarının Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Değerlendirilmesi". Doktora tezi. Trabzon: Karadeniz Teknik Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Gürbüz, R., ve Doğan, M.F. (2018). Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı. R. Gürbüz ve M. F Doğan (Eds). Matematiksel modellemeye disiplinler arası bakış: Bir STEM yaklaşımı. Ankara, Pegem Akademi.

Gürbüz, Ş. ve Şahin S., (2015). “8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri”. K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23 (4), 1869-1888.

Harrison, G. A. (2001). “How do teachers and textbook writers model scientific ideas for students?”. Research in Science Education (31), 401-435.

Hwang, W. Y., Chen, N.S., Dung,J.J., & Yang, L.Y. (2007). “Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system”. Educational Technology and Society, 10 (2), 191-212.

Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). “Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme etkinliklerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama”. Yüksek Lisans Tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S., ve Bukova Güzel, E. (2014). “Öğrencilerin kuyruklu yıldız problemi’ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi”. Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-17.

Hiebert, J. ve Carpenter, T.P. (1992). Learning and teaching with understanding. handbook of research on mathematics teaching and learning. Editör: Grows, D.A., Simon&Scbuster Macmillian.

Hut, K. ve İpek, A.S. (2021). “6. Sınıf Öğrencilerinin Ondalık Gösterimlerle Temsil Ve Problem Çözme Becerileri Arasındaki İlişki”. Uluslararası Anadolu Sosyal Bilimler Dergisi 5(3), 1109-1126.

İnan, M. (2018). “7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. Tokat: Gaziosmanpaşa Üniversitesi.

İncikabı, S. (2017). “Çoklu Temsiller Ve Matematik Öğretimi: Ders Kitapları Üzerine Bir İnceleme”. Cumhuriyet International Journal Of Education, 66-81.

İncikabı, S. (2020). “Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yeterliliklerine ve öğretim deneyimlerine yansımalarının araştırması”. Doktora Tezi. Kastamonu: Kastamonu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

İncikabı, S., ve Biber, A. Ç. (2018). “Transitions Among The Representations in The Middle School Mathematics Textbooks”. Kastamonu Education Journal, 26(3), 729-740. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.415690>

İpek, A. S., ve Okumuş, S. (2012). “The representations of pre-service elementary mathematics teachers used in solving mathematical problems”. Gaziantep University Journal of Social Sciences, 11(3), 681-700.

Kaiser, G. ve Maaß, K. (2007). “Modelling in lower secondary mathematics classroom-problems and opportunities”. In W.Blum, P.L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study (pp 99-108). Springer: New York.

Kal, F.M. (2013). “Matematiksel Modelleme Etkinliklerinin İlköğretim 6. Sınıf Öğrencilerinin Matematik Problemi Çözme Tutumlarına Etkisi”. Yüksek lisans tezi. Kocaeli : Kocaeli Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kapur, J. N. (1982). “The art of teaching the art of mathematical modeling”. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology , 13 (2), 185-192.

Kara, F., ve Incikabi, L. (2018). “Sixth grade students’ skills of using multiple representations in addition and subtraction operations in fractions”. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 10(4), 463-474.

Kaya, D. (2015). “Çoklu Temsil Temelli Öğretimin Öğrencilerin Cebirsel Muhakeme Becerilerine, Cebirsel Düşünme Düzeylerine ve Matematiğe Yönelik Tutumlarına Etkisi Üzerine Bir inceleme”. Doktora tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kertil, M. (2008). “Matematik öğretmen adaylarının problem çözme becerilerinin modelleme sürecinde incelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Kılıç, Ç. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümünde kullandıkları temsiller. Yayınlanmış doktora tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Lesh, R., Landau, M. ve Hamilton, E. (1983). “Conceptual models in applied mathematical problem solving research”. In R. Lesh ve M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 263-343). New York: Academic Press.

Lesh, R. and Doerr, H. (2003). “Foundation of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning”. In R. A. Lesh, & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving* (pp. 9–34). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. and Harel G. (2003). “Problem solving, modeling, and local conceptual development”. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), pp.157-189.

Lesh, R., and Yoon, C. (2007). “What is Distinctive in (Our Views about) Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching?”. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 161-170). Springer, Boston, MA.

Lesh, R., Galbraith, P. L., Haines, C. R., and Hurford, A. (2010). "Modeling students' mathematical modeling competencies (ICTMA13)". Springer, Dordrecht.

Lowrie, T. (2001). "The influence of visual representations on mathematical problem solving and numeracy performance". 24th Annual MERGA Conference, Sydney, July 2001(p. 354-361).

Ludwig, M., and Xu, B. (2010). "A Comparative Study of Modelling Competencies Among Chinese and German Students". Journal fur Mathematik-Didaktik, 31(1), 77-97.

Maaß, K. (2006). "What are modelling competencies?". ZDM, 38(2), 113-142.

Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? In D. Pimm (Eds.), Mathematics, Teachers and Children (pp. 201-215). London: Hodder and Stoughton.

Mertler C.A. (2001). "Designing scoring rubrics for your classroom", Practical Assessment, Research & Evaluation, 7(25), pp.1-10

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8.sınıflar) öğretim programı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8. Sınıflar). Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Miles, M.B. and Huberman, A.M. (1994). Qualitative data analysis: An expanded sourcebook (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Magajna, Z., and Monaghan, J. (2003). "Advanced mathematical thinking in a technological workplace". Educational Studies in Mathematics, 52(2), 101-122.

Mainali, B. (2021). "Representation in Teaching and Learning Mathematics". International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 9(1), 1-21.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Peter-Koop, A. (2004). “Fermi problems in primary mathematics classrooms: pupils’ interactive modelling processes”. In I. Putt, R. Farragher, ve M. McLean (Eds.), Mathematics education for the Third Millenium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 454-461). Townsville, Queensland: MERGA.

Pollak, H. O. (1969). “How can we teach applications of mathematics?”. Educational studies in mathematics, 2(2), 393-404.

Özaltun, A. , Hıdıroğlu, Ç. , Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2013). “Matematik Öğretmeni Adaylarının Modelleme Sürecinde Kullandıkları Gösterim Şekilleri”. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT) , 4 (2) .

Özdemir, Ş. (2012). “İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Çoklu Temsiller Kullanılarak Problem Çözme Algılarının Açınlanması”. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). On paradigms and methods: What do you do when the ones you know don't do what you want them to? Issues in the analysis of data in the form of videotapes. The Journal of the Learning Sciences, 2(2), 179-214.

Schwarz, B., and Kaiser, G. (2007). “Mathematical Modelling in School-Experiences From A Project Integrating School and University”. In Working Group 13:Modelling and Applications : CERME 2007, 2180-2198.

Sevimli, E. (2009).” Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Konusundaki Temsil Tercihlerinin Uzamsal Yetenek Ve Akademik Başarı Bağlamında İncelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Sezgin, A. (2019). “Çoklu Temsillerle Öğretimin 7. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Anlama Seviyelerine Ve Cebirsel Problem Çözme Sürecine Etkisinin İncelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. İstanbul: Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Schultz, J. E. & Waters, M. (2000). “Why Representations?”. *Mathematics Teachers*, 93(6), 448-453.

Sriraman, B. (2005). Conceptualizing the Notion of Model Eliciting. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Strauss, A. and Corbin, J.M. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Sage Publications.

Şahin, S. (2019).” Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme problemi hazırlama becerilerinin incelenmesi”. Doktora tezi. Adıyaman: Adıyaman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.

Şen, S. ve Yıldırım, İ. (2019). *Eğitimde Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Nobel Akademi Yayıncılık

Tanju, B. (2020). “Matematik öğretmen adaylarının temsil ve ilişkilendirme becerilerinin matematiksel modelleme sürecinde incelenmesi”. Yüksek Lisans Tezi. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tekin-Dede, A. (2015). “Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem Araştırması”. Doktora tezi. İzmir: Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

Tekin-Dede, A., ve Bukova-Güzel, E. (2018). “A Rubric Development Study for the Assessment of Modeling Skills”. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72.

Ulu, M. (2017). “Examining the mathematical modeling processes of primary school 4th-grade students: Shopping problem”. *Universal Journal of Educational Research*, 5(4), 561-580.

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics*. London: Pearson Education UK.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* ,5.

Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2018). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yurtsever, A. (2018). “6. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterlikleri, matematik başarıları ve tutumları arasındaki ilişki”. Yüksek lisans tezi. Ankara: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.

EKLER

KAVŞAK DÜZENLEME PROBLEMİ



Adıyaman Belediyesi'nde çalışan Osman Bey, şehrin güzel bir görüntüye sahip olması için kavşakları çeşitli çiçekler kullanarak farklı motiflerle süslemektedir. Yukarıdaki fotoğrafta görülen kavşak Adıyaman belediyesi tarafından farklı tür çiçek ve motiflerle süslenecektir. Belediye bu konuda sizden bir matematikçi olarak yardım istemektedir. Sizin göreviniz, kavşağı çiçeklerle döşeyebilmek için gerekli çiçek sayısını ve maliyetini belirlemek. Çiçek sayısını ve maliyetini nasıl belirlediğinizi ayrıntılarıyla açıklayan bir rapor hazırlayınız.

NOT: Modelinizi oluştururken iek açma sürelerini dikkate almayınız. Bitkiler belediye tarafından aynı dönemde iek açacak şekilde dikilecektir. Kullanılacak ieklerin birim fiyatı tabloda verilmiştir.

iek Adı		Birim Fiyatı	iek Adı		Birim Fiyatı
Menekşe		40 kr	Horoz İbiği		50 kr
Lale		60 kr	uha çiçeği		75 kr
Sümbül		60 kr	Kasımpatı (Krizantem)		50 kr

ARABA YAKIT PROBLEMİ

Yakın arkadaş olan Emre, Yağız ve Ali arabalarının artık eski model olmasından ve sık sık arızalanıp masraf çıkarmasından şikâyet etmektedir. Emre yeni bir araba almaya karar verir ve arkadaşlarını da araçlarını değiştirmeye ikna eder. Hep birlikte A marka araçların satıldığı bir oto galeriye giderler. Satış danışmanı aynı modelde aynı segment arabalardan 3 tane almaları halinde her birine %5 lik bir indirim uygulayabileceğini söyler. Bunun karlı bir iş olacağını düşünen 3 arkadaş aynı özelliklere sahip bir araba modeli beğenirler. Almak istedikleri aracın benzinli, dizel ve LPG li seçenekleri mevcuttur ve araçların liste satış fiyatları şu şekildedir.

Benzinli Araç	Dizel Araç	LPG li Araç
278.250 TL	315.600 TL	288.450 TL

Emre işleri dolayısıyla sürekli il dışına gitmekte ve yıl içerisinde aracını çok fazla kullanmaktadır. Yağız bir yılda ortalama 20.000 kilometre civarında yol yapmakta, Ali ise aracını sadece şehir içinde yani kısa mesafelerde kullanmaktadır. Üç arkadaşta alacağı arabayı en az 8 yıl kullanmayı planlamaktadır. Buna göre sizce Emre, Yağız ve Ali hangi yakıt türündeki arabayı tercih etmelidir. Her biri için en avantajlı seçimin hangisi olduğunu belirlerken kullandığımız yöntemleri ve sonucunuzu rapor haline getiriniz.

ELEKTRİK TARİFESİ PROBLEMİ

2017 yılında, Türkiye Elektrik İletim A.Ş. (TEİAŞ) tarafından yayınlanan bir raporda, kent merkezinde yaşayan orta gelirli dört kişilik bir ailenin yıllık ortalama elektrik tüketimi 3036 kWh olarak bildirilmiştir.

Üstoğlu ailesi, ebeveynleri kamu sektöründe çalışan 2 çocuklu orta gelirli bir ailedir. Bu aile yeni taşındıkları evlerinde akıllı elektrik sayacı olduğunu fark etmiştir. **Akıllı elektrik sayacı**, günün hangi saatinde ne kadar elektrik tüketildiğini gösteren elektrik sayacıdır. Üstoğlu ailesi sayaç bilgilerine göre kendileri için en uygun elektrik tarifesini belirlemeye karar vermiştir.

Elektrik tarifeleri tek zamanlı ve çok zamanlı olmak üzere iki şekildedir. İki tarifenin özellikleri aşağıdaki gibidir:

- **Tek zamanlı tarife:** Tüm gün boyunca tüketilen elektrik birim fiyatı sabittir.
- **Çok zamanlı tarife:** Bu tarifiede elektrik tüketiminin birim fiyatı günün üç zaman dilimine göre değişir. Saat aralıkları tüm Türkiye için aynı uygulanır.

Ücretlendirmede tüketim yoğunluğu ile birim fiyat arasında ters orantı vardır.

Ocak 2018 Mesken Elektrik kWh fiyatı (ücret ve vergiler dahil)			
Mesken Tarifesi	Gündüz (06:00-17:00)	Puant (17:00-22:00)	Gece (22:00-06:00)
Tek Zamanlı	0,4482 TL		
Çok Zamanlı	0,4463 TL	0,6769 TL	0,2797 TL

Üstoğlu ailesi için en avantajlı elektrik tarifesinin hangisi olduğunu gerekçeleriyle birlikte açıklayan bir model oluşturunuz. Modeli oluştururken neleri dikkate aldığınızı ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. (Not: Faturadaki vergiler ve diğer ücretler her tarife için eşit kabul edilecektir.)

KAR ESARETİ SÜRÜYOR!



20.01.2022

<https://www.hurriyet.com.tr/gundem/beyaz-esaret-41985920>

Gaziantep'te yaşayan Salih, yarıyıl tatilinde Ankara'da yaşayan teyzesi ve 3 kuzeninin Gaziantep'e geleceklerini haber alınca çok mutlu olmuştur. Ancak tatile bir kaç gün kala yoğun bir kar yağışı tüm ülkeyi etkisi altına almıştır ve bu sürede Salih'in dört gözle beklediği misafirleri de Adana'yı geçerek Gaziantep'e yaklaştıklarını arayıp haber etmişlerdir ama çok yavaş ilerlediklerini ifade etmişlerdir. Salih sabah uyandığında misafirlerin henüz gelmediği fark etmiş ve daha sonra haber kaynaklarını incelerken şu haberle karşılaşmıştır:

Tarsus-Adana-Gaziantep Otoyolu dün akşam kar yağışı ve don olayının ardından meydana gelen trafik kazaları nedeniyle ulaşım kapandı. Bu süre zarfında 80 km lik araç kuyruğu oluşmuş ve 24 saati aşan bir süre yolcular yolda esir kalmışlardır. Gaziantep Valisi, "... Devletin tüm organlarıyla yoldaki tedbirlerimizi sürdürüyoruz. Yolda kalan vatandaşlarımıza meyve suyu ve kek dağıtımını yapan ekip arkadaşlarımız vardır. Lütfen araçlarınızda bekleyip sakinliğinizi koruyunuz."

Bunun üzerine Salih yolda kaç kişinin kaldığını ve ne kadarlık bir gıda yardımına ihtiyaç olduğunu merak etmiştir. Salih'in aşağıda verilen sorularını cevaplayarak gerekçelerini bir rapor yazarak açıklayınız.

- 1.) Sizce yolda mahsur kalan kaç kişi vardır?
- 2.) Yolda mahsur kişilere birer tane kek ve meyve suyu dağıtım yapmak isteyen Gaziantep Valiliği ne kadar dağıtım yapmalıdır?

