

**T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SOSYAL AĞLARIN ÇİZGE ENTROPİ KULLANILARAK ANALİZ
EDİLMESİ VE UYGULAMALARI**

İHSAN TUĞAL

**DOKTORA TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

TEMMUZ 2019

T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SOSYAL AĞLARIN ÇİZGE ENTROPİ KULLANILARAK ANALİZ
EDİLMESİ VE UYGULAMALARI

İHSAN TUĞAL

DOKTORA TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

TEMMUZ 2019

Tezin Başlığı : Sosyal Ağların Çizge Entropi Kullanılarak Analiz Edilmesi
ve Uygulamaları

Tezi Hazırlayan : İhsan TUĞAL

Sınav Tarihi : 26.07.2019

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değeriendirilerek Bilgisayar Mühendisliği Ana
Bilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jüri Üyeleri

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ali KARCI

İnönü Üniversitesi

Prof. Dr. Davut HANBAY

İnönü Üniversitesi

Dr. Öğretim Üyesi B. Baykant ALAGÖZ

İnönü Üniversitesi

Dr. Öğretim Üyesi Emrah AYDEMİR

Ahi Evran Üniversitesi

Dr. Öğretim Üyesi Faruk SERİN

Munzur Üniversitesi

Prof. Dr. Halil İbrahim ADIGÜZEL

Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Doktora Tezi olarak sunduğum “Sosyal Ağların Çizge Entropi Kullanılarak Analiz Edilmesi ve Uygulamaları” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

İhsan TUĞAL



ÖZET

Doktora Tezi

SOSYAL AĞLARIN ÇİZGE ENTROPİ KULLANILARAK ANALİZ EDİLMESİ VE UYGULAMALARI

İhsan Tuğal

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

81 + ix sayfa

2019

Danışman: Prof. Dr. Ali KARCI

Kompleks yapılarda ölçüt sağlayan kavramlardan biri entropidir. Bu çalışmada çizge entropi kullanılarak sosyal ağlarda analizler yapıldı ve uygulamaları gösterildi. Sosyal ağların önemli problemlerinden olan merkezilik hesaplamaları için yeni yöntemler önerildi. Entropinin ağ düğümlerinin merkeziliklerinin tespitindeki yeteneği gösterildi. Entropi hesaplamaları Karcı entropi, Renyi entropi ve Shannon entropi ile yapıldı. Daha önce sosyal ağlarda hiç kullanılmamış Karcı entropi sosyal ağlara uygulanmış oldu. Shannon ve Renyi entropi ile kıyaslandı. Karcı entropi ve Renyi entropide kullanılan α değeri için ağın topolojik özelliklerinden olan yoğunluk ve kümelenme katsayısı kullanılarak bulanık α seçim algoritması önerildi. Önerilen yöntemler Flags, Air Traffic ve Netscience veri setlerine uygulandı. Analiz sonuçları geleneksel merkezilik ölçümleri olan derece, arasındalık, yakınlık ve özvektör merkeziliği ile kıyaslandı. Önerilen yöntemin doğruluğu, etkinliği ve uygulanabilirliği gösterildi. Yerel ve küresel ölçümler yapılabilirdi. Geleneksel yöntemlerin çözüm üretemediği bazı karmaşık yapılarda Karcı entropi ve Renyi entropi ile en etkin aktörler tespit edilebildi. Sosyal ağlarda düğüm derecelerinin ve kenar ağırlıklarının etkisi beraber ölçülebildi. Sosyal ağlara yeni veri setleri kazandırıldı.

ANAHTAR KELİMELEER: Sosyal ağlar, çizge entropi, Karcı entropi, Renyi entropi, düğüm merkeziliği, bulanık mantık.

ABSTRACT

Ph.D. Thesis

ANALYSIS AND APPLICATIONS OF SOCIAL NETWORKS WITH GRAPH ENTROPY

İhsan Tuğal

İnönü University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Computer Engineering

81 + ix pages

2019

Supervisor: Prof. Dr. Ali KARCI

One of the concepts that provide criteria in complex structures is entropy. In this study, graph entropy was used to analyze social networks and their applications were shown. New methods were proposed for node centrality, one of the major problems of social networks. The ability of entropy to determine the centrality of network nodes was demonstrated. Entropy calculations were performed with Karcı entropy, Renyi entropy and Shannon entropy. Karcı entropy, which had never been used in social networks before, was applied to the social networks. A fuzzy α selection algorithm was proposed to determine the α value used in the Karcı entropy and Renyi entropy using density and clustering coefficient, which are the topological properties of the network. The proposed methods were applied to the Flags, Air Traffic, and Netscience data sets. Karcı entropy was compared with Renyi and Shannon entropies. The results of the analysis were compared with the traditional centrality measures which are degree, betweenness, closeness, and eigenvector centralities. The accuracy, effectiveness, and applicability of the proposed method were shown. Local and global measurements were performed. Karcı entropy and Renyi entropy were able to identify the influential actors in some complex systems where conventional methods cannot find a solution. The effect of node degrees and edge weights to the centrality could be measured together. New data sets were introduced to social networks.

KEYWORDS: Social networks, graph entropy, Karcı entropy, Renyi entropy, node centrality, fuzzy logic.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın her aşamasında bilgi ve tecrübelerinin yanı sıra ilgi ve teşvikleriyle de bana destek olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Ali KARCI'ya;

Çalışmalarım boyunca, bana destek olan Anabilim Dalındaki tüm değerli hocalarıma;

Ayrıca doktora çalışmalarım süresince bana hep sabırla davranan ve hep yanımda olan sevgili eşime, çocuklarıma, aileme ve iş arkadaşlarıma;

teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
ÇİZELGELER LİSTESİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Amaç ve Kapsam.....	2
1.2. Tezde Yapılan Çalışmalar ve Literatüre Katkısı	3
1.3. Tezin Yapısı	4
2. SOSYAL AĞLAR.....	6
2.1. Matematiksel Gösterim	8
2.2. Çizge Çeşitleri	9
2.3. Sosyal Ağların Temel Özellikleri.....	10
2.4. Sosyal Ağlarda Merkezilik.....	13
2.4.1. Derece merkeziliği (Degree centrality).....	13
2.4.2. Arasındalık merkeziliği (Betweenness centrality)	14
2.4.3. Yakınlık merkeziliği (Closeness centrality).....	14
2.4.4. Özvektör merkeziliği (Eigenvector centrality).....	14
2.5. Kümelenme Katsayısı (Clustering Coefficient)	15
2.6. Yoğunluk (Density).....	15
2.7. Sosyal Ağlarda Karmaşıklık (Social Network Complexity)	16
3. ÇİZGE ENTROPİSİ.....	19
3.1. Entropinin Tarihsel Gelişimi	20
3.2. Entropi Türleri	23
3.2.1. Boltzmann-Gibbs entropi	23
3.2.2. Shannon entropi	24
3.2.3. Rényi entropi.....	25
3.2.4. Karcı entropi.....	26
3.3. Çizge Entropi ile Merkezilik	27
4. BULANIK MANTIK	30
4.1. Matematiksel Gösterim	31
4.2. Bulanık Kümede İşlemler.....	32
4.3. Üyelik Fonksiyonu	33
4.4. Bulanıklaştırma	36
4.5. Bilgi Tabanı.....	36
4.6. Bulanık Çıkarım	36
4.7. Durulaştırma.....	37
5. YÖNTEM VE UYGULAMALAR	38
5.1. Karcı Entropi Merkezilik.....	38
5.2. Bulanık Entropi Merkezilik.....	41
5.3. Bayraklar Ağı (Flags).....	45
5.3.1. Ülkeler ve parametreler.....	45
5.3.2. Ülke benzerlikleri.....	46
5.3.3. Minyatür örnek.....	47

5.3.4. Flags veri seti uygulama sonuçları.....	52
5.4. Dünya Havayolu Trafiği (Air Traffic).....	58
5.5. Yazarlar Ağı (Netscience).....	68
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	74
7. KAYNAKLAR.....	76
ÖZGEÇMİŞ	81



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1.	Königsberg köprüleri	6
Şekil 2.2.	Örnek Çizge	9
Şekil 2.3.	Ağlarda Rasgelelik, Heterojenlik ve Modülerlik	11
Şekil 4.1.	Boolean ve bulanık yapı.....	30
Şekil 4.2.	Küme türlerinin üyelik fonksiyonu	31
Şekil 4.3.	Bulanık kümede birleşim işlemi	32
Şekil 4.4.	Bulanık kümede kesişim işlemi	32
Şekil 4.5.	Bulanık kümenin tümleyeni	33
Şekil 4.6.	Basit bir bulanık sistemin aşamaları	33
Şekil 4.7.	Üçgen üyelik fonksiyonu	34
Şekil 4.8.	Yamuk üyelik fonksiyonu	34
Şekil 4.9.	Gauss üyelik fonksiyonu	35
Şekil 4.10.	Üyelik fonksiyonunun özellikleri	35
Şekil 5.1.	Önerilen Karcı entropi akış diyagramı.....	39
Şekil 5.2.	Giriş ve çıkış değerlerinin bulanık aralığı.....	42
Şekil 5.3.	Bulanık Entropi Merkezilik algoritma akış diyagramı	44
Şekil 5.4.	Flags veri setinden alınan 10 ülke verisinin ilişki yapısı	48
Şekil 5.5.	Ülke verisinin ağırlıklı ilişki yapısı.....	50
Şekil 5.6.	193 ülkenin birliktelikleri ve kümelenmeleri.....	55
Şekil 5.7.	En önemli ülkelerin ilişki yapısı	57
Şekil 5.8.	En önemsiz ülkelerin ilişki yapısı	57
Şekil 5.9.	Dünya havayolu ağı	65
Şekil 5.10.	Kenya	66
Şekil 5.11.	France.....	66
Şekil 5.12.	Turkey	67
Şekil 5.13.	China	67
Şekil 5.14.	Düğüm dereceleri yüksek alt ağ.....	71
Şekil 5.15.	En merkezi düğümlerin ilişki kümesi	73

ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 2.1.	Komşuluk matrisi (sosyomatri) ve düğüm dereceleri	9
Çizelge 3.1.	Örnek entropi hesaplaması.....	29
Çizelge 5.1.	Bulanık çıkarımda kullanılan parametre değerleri.....	43
Çizelge 5.2.	Flags veri setinden alınan 10 ülke verisi.....	48
Çizelge 5.3.	Flags veri setinden alınan 10 ülke verisi benzerlik sayısı.....	48
Çizelge 5.4.	10 ülke verisi benzerlik sayısı (Dinin etkisi 2 katına çıkarıldı)	49
Çizelge 5.5.	10 ülke verisi benzerlik oranı.....	49
Çizelge 5.6.	Geleneksel merkezilik ile en etkili ve etkisiz minyatür 10 ülke	50
Çizelge 5.7.	Entropi ile ağdaki en etkili ve etkisiz minyatür 10 ülke sıralaması ...	51
Çizelge 5.8.	Flags veri seti istatistiki bilgileri.....	53
Çizelge 5.9.	Geleneksel merkezilik ile ağdaki en etkili ve etkisiz düğümler	54
Çizelge 5.10.	Ağdaki en etkili düğümler	55
Çizelge 5.11.	Ağdaki en etkisiz düğümler	56
Çizelge 5.12.	Geleneksel merkezilik ile havayolu en etkin ve etkisiz 15 ülke	60
Çizelge 5.13.	Havayolu en etkin 15 ülke	61
Çizelge 5.14.	Havayolu en etkin 20 ülke	62
Çizelge 5.15.	Havayolu en etkisiz 15 ülke	63
Çizelge 5.16.	Düğüm derecesine göre havayolu en etkin 25 ülke	64
Çizelge 5.17.	Merkezilik ölçümlerine göre en merkezi 15 düğüm	69
Çizelge 5.18.	Shannon, Renyi ve Karcı entropiye göre en merkezi düğümler	70
Çizelge 5.19.	En etkisiz 15 yazar	72

SİMGELER VE KISALTMALAR

E	Entropi
H	Entropi
G	Çizge (Graph)
V	Düğüm (Vertice)
E	Kenar (Edge)
i	i 'inci düğüm
j	j 'inci düğüm
$e_{i,j}$	i ve j 'inci düğüm arasındaki kenar
$w_{i,j}$	i ve j 'inci düğüm arasındaki ağırlık değeri
A_{ij}	Komşuluk matrisi
n	Düğüm sayısı
k	Düğüm noktasının derecesi - Boltzmann sabiti
DC_i	i düğümünün derece merkeziliği
w_{ij}	i ve j 'inci düğüm arasındaki ağırlık değeri
BC_i	i düğümünün arasındalık merkeziliği
sp_{jk}	j ve k düğümleri arasındaki kısa yolların sayısı
$sp_{jk}(i)$	i düğümünden geçen j ve k düğümleri arasındaki kısa yolların sayısı
CC_i	i düğümünün yakınlık merkeziliği
d_{ij}	i ve j düğümleri arasındaki mesafe
A	$n \times n$ boyutunda benzerlik matrisi
x_i	i düğümünün özvektör merkeziliği
λ	A 'nın en büyük özdeğeri
C_{C_i}	i düğümünün kümelenme katsayısı
N_i	i düğümünün komşularının birbiri ile bağlantıda olanlarının sayısı
k_i	i 'inci düğümünün düğüm derecesi
d	Yoğunluk
wd	Ağırlıklı yoğunluk
cc	Kümelenme katsayısı
Q	Isı miktarı
T	Mutlak sıcaklık
dQ	Soğurulan ısı miktarı
dS	Isıdaki değişim
S	Entropi değeri
W	Olayın veya durumun oluşma olasılığı
Ω	Sistemin makroskopik veya gözlemlenebilir durumlarının bir kümesi
p_i	i 'inci gözlemlenebilir durum
A_n	Mikroskobik kompleks sayısı
I	Bilgi miktarı
α	Alfa
$f(x)$	Herhangi bir fonksiyon
$g(x)$	Herhangi bir fonksiyon
$E(G)$	Çizgenin toplam entropisi
$E(v_i)$	i düğümünün entropisi
U	Evrensel küme
$s(A)$	A kümesinin eleman sayısı
$\in$	Elemanıdır
$\notin$	Elemanı değildir

$\tilde{A}$	Bulanık küme
$\mu_{\tilde{A}}(y)$	y'nin bulanık kümeye üyelik değeri
$\vee$	Veya (maksimum)
$\wedge$	Ve (minimum)
$\emptyset$	Boş küme
∞	Sonsuz
$\Gamma(i)$	i düğümünün komşuları
PPI	Protein-protein etkileşimi
ER	Erdős-Renyi
SW	Küçük ağ (Small-world)
SF	Ölçek bağımsız (Scale free)
www	World wide web
DC	Derece merkeziliği (Degree centrality)
BC	Arasındalık merkeziliği (Betweenness centrality)
CC	Yakınlık merkeziliği (Closeness centrality)
C_C	Kümelenme katsayısı (Clustering coefficient)
OdC	Offdiagonal karmaşıklık
NATO	Kuzey Atlantik Antlaşması Örgütü
NE	Kuzey doğu (North East)
SE	Güney doğu (South East)
NW	Kuzey batı (North West)
SW	Güney batı (South West)

1. GİRİŞ

Günümüzde bilgi sistemlerinin hayatın her alanına girmesi ve internet ortamının etkileşimli bir yapıya kavuşması ile birlikte veri miktarı hızla artmaya başladı. Hayatın her alanı ile ilgili veriler bu ortamlarda saklanır oldu. Her türlü veriye kolay ulaşım sağlanmaya başlandı. Bu büyük verilere anlam katmak, verideki anlamlı parçaları bulmak için çaba gösterilmeye, sürekli artan bu veriler işlenerek karar süreçlerinde, gerçek dünya problemlerine çözüm üretmede kullanılmaya başlandı. Veri bilimi günümüz bilişim dünyasında üzerinde çalışmaların hızla arttığı, çok yol alınan alanlardan biri oldu. Yapay zekânın çokça konuşulduğu, artık gelişim hızından korkulduğu bir dönem yaşıyor. Veri işleme hızı ve ulaşılan veri boyutunun büyüklüğü yeni bir evreye geçti. Görülüyor ki nitelikli bilginin elde edilmesi ve kararlar alınırken bu bilgilerin kullanılması insanlığın yararına sonuçlar doğuruyor. Bilimin ve insanlığın her türlü alanda gelişim göstermesi, bu verilerin işlenmesi ile daha da hızlı olmaya başladı.

İnsanoğlu evrendeki birçok karmaşık sistemin yapısı ile ilgili tam bir bilgi sahibi değildir. Cevap bekleyen birçok soru ve sorun mevcuttur. Bunları çözümlmek için bilim insanları çalışmalarını aralıksız sürdürüyor. İçinde yaşadığımız dünya gittikçe birbirine bağlı ve birbirine bağımlı hale geldikçe, karmaşık sistemleri modelleme, tasarlama ve yönetme konusunda daha fazla çaba gösterme ihtiyacı ortaya çıkıyor.

Yapısı bilinen sistemlerin verilerinin analizi daha kolaydır. Verilere, yapısına göre doğru yöntem ve algoritmalar uygulandığında sonuca varmak ve işlem maliyetini düşürmek kolaylaşır. Bu verilerin bir kısmı karmaşık ve karmaşık sistemlerden alınan verilerdir ve doğrusal değildir. Giriş verilerine göre bir çıkış elde etmek zordur, çünkü birçok birbirinden bağımsız farklı parametre vardır. Sonuca ulaşmak için birçok farklı adımın gerçekleştirilmesi gerekir ve matematiksel olarak ifade edilmesi zor yapılardır. Doğrusal olmayan bu tür sistemlerle başa çıkabilmek için bağlantı ve ilişkiler üzerinden oluşan bir yapı yeni bir alan olarak daha çok kullanılmaya başlandı. Bu verilerin bir kısmı varlıkların etkileşimiyle ortaya çıkmaktadır. Etkileşim yoluyla ortaya çıkan veriler ilişkisel verilerdir. Bu tür verilerin analizlerinde genellikle sosyal ağ analizi yöntemleri kullanılır. Bu alandaki çalışmalarda genellikle ağ yapısının çeşitli özelliklerinin belirlenmesi, bilginin ağdaki dağılımı, ağdaki toplulukların ve etkili düğümlerin tespiti gibi sorulara cevap aranır [1].

Bilgi bazen olasılıksal durumlardan ortaya çıkar. Bir olayın oluşma ihtimalleri gözlemlendiğinde, ne kadar sürpriz veya belirsiz durum olursa olsun, olayın kaynağından gelen bilgilerin ortalama içeriği hakkında bir fikir edinilmeye çalışılır. Bir olayın üç farklı durumu vardır. Olay gerçekleşmediyse, belirsizlik durumu vardır. Olay yeni gerçekleştiyse, sürpriz bir durum söz konusudur. Olay bir süre önce gerçekleştiyse, biraz bilgi sahibi olma koşulu vardır. Bu nedenle, bu üç durum farklı zamanlarda ortaya çıkar. Bu şartlardaki fark, olayların oluşma ihtimalleri hakkında bilgi sahibi olmamıza yardımcı olur. Bu tezde sonuca gitmemizi sağlayacak yöntemlerin dayanağı entropidir. Entropi, ortalama bilgi içeriğinin bir ölçüsü olarak tanımlanabilir [2]. Entropi yardımıyla bazı sistemler hakkında ortalama bir bilgi sahibi olunacak, bu bilgi miktarı arttırılmaya çalışılacaktır.

Sosyal ağlarda merkezilik günümüzde üzerinde çalışmaların çokça yapıldığı alanlardan biridir. Merkezilik ölçümleri ile virüs yayılımının engellenmesi, bir hastalığın yayılımına neden olabilecek sebeplerin ortadan kaldırılması [3], sosyal medyada istenmeyen türdeki hareketliliklerin merkezinin bulunması [4], bazı oluşumların liderlerinin tespiti [5], veri akışının düzenlenmesi [6], bir yapıyı etkileyen en önemli faktörlerin/varlıkların tespiti [7] gibi birçok probleme çözüm üretilebilir. Bu tezde sosyal ağlarda en çok kullanılan merkezilik ölçümleri derece, arasındalık, yakınlık, öz vektör merkeziliğine ek olarak entropi merkeziliği kullanılarak merkezi düğümlerin tespiti yapıldı.

1.1. Amaç ve Kapsam

Son zamanlarda büyük ölçekli karmaşık ağların istatistiksel özelliklerini incelemek için birçok çalışma yapılmaktadır. Bu alanda büyük bir hareketlenme yaşanmaktadır. Bunun sebeplerinden biri matematik, istatistik, mühendislik, biyoloji, fizik ve sosyal bilimlerdeki birçok büyük ölçekli sistemin yapısının, işlevinin ve dinamiklerinin temel özelliklerinin ortaya çıkarılmasında bu modellerin kullanılmasının önemli bir rol oynamasıdır.

Entropi birçok alanda kendisine karşılık bulan bir kavramdır. Özellikle karmaşık sistemlerde ölçüm olanağı olan olasılıksal bir yapıya sahiptir. Sosyal ağlardaki yapıların karmaşıklığı, ilişkilerin nasıl oluştuğu, gizli yapıların tespiti, yapıdaki kümelenmeler, bilgi akışlarının nasıl gerçekleştiği, merkezi roller oynayan bireyleri, ekipleri ve birimleri tespit, bilgi arızalarını, darboğazları, yapısal delikleri, ayrıca yalıtılmış şahısları, ekipleri ve birimleri ayırt etmek gibi birçok sorunu çözmek için bu

yapılar analiz edilmektedir. Görüldüğü gibi hayatın her alanına dokunan bu yapılar oldukça kapsamlı geniş sorular ve çözümler önermektedir. Bu tezde bu kapsam daraltılarak entropi kavramının bu sistemlerde merkezilik ölçümlerinde kullanımına katkı sağlamak, merkezilik için entropi ile çözüm önerileri sunmaktır. Çizge entropi kavramı ve çizgelerde uygulama alanları incelenerek, Shannon entropiye ek olarak Karcı ve Renyi entropinin sosyal ağlara uygulanması amaçlanmaktadır. Bu yaklaşımlarında Shannon entropi gibi sosyal ağlarda kullanılabileceği, bazı durumlarda daha iyi sonuçların alınabileceği gösterilmeye çalışılacaktır. Bu şekilde Shannon, Karcı ve Renyi entropinin sosyal ağ problemlerinin çözümüne katkı sunacağı düşünülmektedir. Önerilecek yöntem değişik veri setleri üzerinde uygulanarak, diğer yaklaşımlardan üstün yanları ortaya konmaya çalışılacaktır. Özellikle ülke verileri kullanılarak yapılan analizlerle sosyal bilimler alanına katkı sunulmaya çalışılacaktır. Ayrıca sosyal ağlarda üzerinde çokça analizlerin yapıldığı Netscience veri seti kullanılarak entropinin sonuçlarının doğruluğu diğer önerilmiş yöntemlerle kıyaslanacaktır. Bu şekilde bir sistemde merkezi roller oynayan aktörler farklı entropiler kullanılarak tespit edilmeye çalışılacaktır. Literatürde sosyal ağlarda hiç kullanılmayan Karcı entropinin kullanım alanı genişletilecektir.

Bu tezdeki asıl amaç karmaşık ağların karakterize edilebilmesi için etkin yöntemlerin geliştirilmesidir.

1.2. Tezde Yapılan Çalışmalar ve Literatüre Katkısı

- 1) Sosyal ağlarda bir sistemdeki en etkili ve merkezi düğümleri tespit etmek için en çok kullanılan yöntemler olan Derece Merkeziliği, Arasındalık Merkeziliği, Yakınlık Merkeziliği, Özdeğer Merkeziliğine ek olarak Çizge Entropi Merkeziliği çizgelere uygulandı. Çizge entropisi ile bu geleneksel yöntemler kıyaslandı. Önerilen yöntemle daha doğru sonuçların alındığı gösterildi.
- 2) Shannon, Renyi ve Karcı entropi sosyal ağlara uygulandı. Sosyal ağlarda ilk defa kullanılan Karcı entropi de kullanılan α parametresinin doğru değerini belirlemek için bulanık mantık ile bir yöntem önerildi. Elde edilen entropi, Bulanık Karcı Entropisi olarak adlandırıldı.
- 3) Sosyal ağlarda etkili düğümleri tespit etmek için önerdiğimiz Bulanık Karcı Entropi ve Renyi Entropi Uygulaması, deney sonuçlarına göre Derece Merkeziliği yöntemine, Arasındalık Merkeziliği yöntemine, Yakınlık Merkeziliği yöntemine,

Özdeğer Merkeziliği yöntemine, Shannon Çizge Entropi yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdi.

- 4) Karcı entropisi, α değerinin 1 olduğu durumlarda Shannon entropisi ile aynı davranışı gösterdiği göz önüne alındığında, farklı α değerleri ile daha fazla farklı duruma çözüm ürettiği için sosyal ağlarda Shannon entropisine üstün gelmektedir.
- 5) Sosyal ağlarda analiz yapılırken düğüm derecesinin ve kenar ağırlıklarının etkisini beraber kullanmak, etki derecelerini belirlemek Karcı ve Renyi entropideki α değeri ile mümkün oldu. Ortalama etkileri sosyal ağ yoğunluğu ve kümelenme katsayısı girdileri kullanılarak bulanık mantık ile hesaplanabildi.
- 6) İstatistiksel veriler sosyal ağ yapısına dönüştürüldü. Ağırlıklı, yönlü ve yönsüz olabilen bu ağlar entropi kullanılarak analiz edildi. Sosyal ağ yapısına yeni veri setleri kazandırıldı.
- 7) Sosyal bilimlerin alanına giren din, dil, bölge, kıta ülke verileri sosyal ağa dönüştürülerek ülkelerin ilişkileri, kümelenmeleri, etkinlikleri bu parametrelere göre analiz edildi. Bu parametrelerin kümelenmedeki etkileri gösterildi.
- 8) Ülke ilişkilerinin matematiksel olarak analizinin belli parametrelere göre yapılabileceği gösterildi. Sosyal bilimlerin alanına giren bir konuda çözüm önerildi.
- 9) Ülkelerin hava trafiği etkinliği sosyal ağ analizi yöntemleri ve entropi ile analiz edildi. Gizli merkezi düğümler bulundu.
- 10) Shannon entropi, Renyi entropi ve Karcı entropi analiz sonuçlarına göre kıyaslandı. Sosyal ağ yapısı verilerinin analizi için kullanılabileceği gösterildi.
- 11) Karcı entropi ile Renyi entropinin aynı yönde sonuçlar verdiği görüldü.
- 12) Birbirlerinden kümelenme ve yoğunluk olarak farklı ağlardaki merkezilik ölçümlerinin davranışı gösterildi. Önerilen yöntemin bu ağların tümünde etkili olduğu görüldü.
- 13) Merkezilik ölçümü yapılırken ağın yapısının dikkate alınması gerektiği farklı yaklaşımlarla bir daha gösterildi.

1.3. Tezin Yapısı

Doktora tezi olarak hazırlanan bu çalışma altı bölümden oluşmuştur. Bölümlerin özeti aşağıdaki gibidir.

Birinci bölümde, teze giriş yapılmış, problem tanımlanmış, geliştirilecek çözümün amacı, etkileri, kapsamı, yapılan çalışmalardan ve literatüre katkısından bahsedilmiştir.

İkinci bölümde, sosyal ağlar açıklanmıştır. Çizgelerin matematiksel gösterimi, çeşitleri ve temel özellikleri detaylandırılmıştır. Önerilen yöntemle kıyaslamak için kullanılan geleneksel merkezilik ölçümleri açıklanmış, ayrıca bulanık α seçim algoritması için kullanılan yapısal sosyal ağ özellikleri olan kümelenme katsayısı ve yoğunluk kavramlarına değinilmiştir. Sosyal ağlarda karmaşıklık konusu irdelenmiş, literatürdeki çalışmalardan söz edilmiştir.

Üçüncü bölümde, çizge entropi konusu açıklanmıştır. Entropinin tarihsel gelişiminden bahsedilmiş, bu çalışmada kullanılan entropilerin temeline inilmiş, Shannon, Rényi ve Karcı entropi açıklanmıştır. Çizge entropi ile merkezilik konusu anlatılmış, literatürde yapılan çalışmalara değinilmiştir.

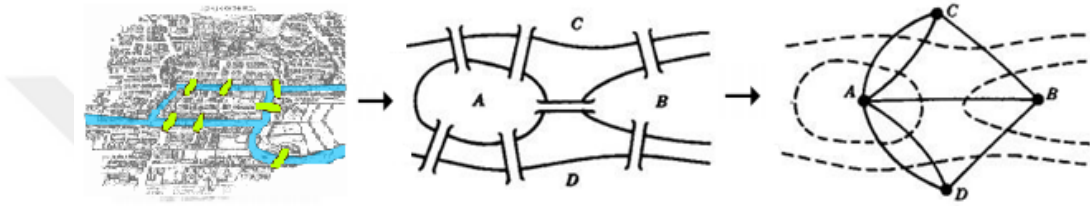
Dördüncü bölümde, önerilen yöntemde kullanılan bulanık mantık detaylandırılmıştır. Matematiksel gösterim, bulanık küme, üyelik fonksiyonu, bulanıklaştırma gibi bir bulanık sistemin temel kavramlarından bahsedilmiştir. Bulanık α seçim algoritması için kullanılan temel yapılar açıklanmıştır.

Beşinci bölümde iki aşamalı olarak önerilen yöntemden bahsedilmiş, algoritma akış diyagramı ve hesaplama adımları açıklanmıştır. 3 farklı veri seti kullanılarak önerilen yöntemin uygulanabilirliği, geleneksel yöntemlerle kıyaslaması ve doğruluğu gösterilmiş, yorum ve açıklamalar yapılmıştır. Sonuçlar tablolar ve görsel şekillerle gösterilmiştir. Her bir veri seti için Shannon, Karcı ve Renyi entropi ile ölçümler yapılmış ve farklı α değerleri kullanılmıştır. Flags veri setinden örnek veri alınarak minyatür bir analizde yapılmıştır. Yöntemin adımlarının anlaşılmasını basitleştirmek için minyatür veri adım adım anlatılmıştır. Birbirinden farklı yapıda olan 3 veri setinden ülkelerle ilgili olanlar tez kapsamında sosyal ağ yapısına dönüştürülüp, analiz edilmiştir.

Altıncı bölümde ise tez çalışması ile elde edilen sonuçlar ve öneriler yer almaktadır.

2. SOSYAL AĞLAR

Prusya'da Königsberg'de Kneiphof adında bir ada bulunmaktadır. Şekil 2.1'de görüldüğü üzere adayı çevreleyen nehir iki kola ayrılmaktadır. Bu kollar üzerinde yedi adet köprü bulunmaktadır. O zamanlar “Bu köprülerden yalnızca bir kere geçmek suretiyle bütün şehri dolaşabilir miyiz?” sorusuna cevap aranmaya çalışılmıştır. 1736 yılında ünlü matematikçi Leonhard Euler bu problemin çözümünün olmadığını ve hangi durumlarda çözüm üretilebileceği konusunda çalışmalar yapmıştır. Bu çalışmalar sırasında çizge teorisinin ve topolojisinin temellerini oluşturmuştur [8].



Şekil 2.1. Königsberg köprüleri

1934 yılında ABD'deki bir kız yetiştirme yurdunda psikolog olarak çalışan Moreno ve arkadaşı Jennings okuldan kaçan kızların davranışlarını incelerken geleneksel yöntemlerin bunu anlamada yeterli olmadığını fark ettiler. Öğrencilerin bireysel özelliklerini incelediklerinde bir sonuca ulaşamadılar. Bunun tamamıyla etkileşim ve arkadaş çevresiyle ilgili olduğunu anladılar. Sosyal yapıya baktıklarında dışlanmış bir grubun okuldan kaçma eğiliminde olduklarını gördüler. Bu çalışmadan bir topluluğu anlamak için bireylerden ziyade topluluğun tamamına bakmak gerektiği görüldü [9]. Bu yaklaşım bilim dünyasına yeni bir bakış açısı getirdi. Sosyal ilişkiler üzerinden analizlerin gerçekleştirilmesinin yolu açıldı [10]. Günümüzde gerçek dünya problemlerinin bir kısmını tanımlamada ve çözüm üretmede bu yapılar kullanılmaktadır. Varlıklar arasındaki ilişkilere odaklanılarak bir sosyal ağ içinde oluşan yapılar ve iletişim akışları incelenmektedir. İlişkileri matematiksel olarak tanımlamada ise, çizgelerin kullanışlı olduğu ürettiği çözümlere ve kullanıldığı alanlara bakıldığında anlaşılmaktadır. İnternetin gelişmesi ve büyük miktardaki verilerin bilgisayar sistemlerinde işlenip saklanmaya başlaması ile birlikte hayatın her alanına ait bilgiler ulaşılabilir oldu. Bu verilerin analizi için geliştirilen disiplinlerden biri de sosyal ağ analizi oldu. Bilimsel araştırmaların kilit konularından biri haline geldi.

Sosyal ilişki, birbirlerinden haberi olan, en az iki insan arasında bir süre devam eden, anlamlı, belirli amaçları bulunan sosyal bağ demektir [11]. Sosyal ağlar denildiğinde ise, Facebook, Twitter, Google+, LinkedIn veya bunlara benzer arkadaşlık ve haberleşme siteleri akla gelmektedir. “Sosyal” olarak tanımlanabilir bir yapı söz konusudur. Bu tip verileri matematik ve bilgisayar bilimlerinde ifade etmek için çizgeler (ağlar) kullanılır. Ağlar (networks) veya çizgeler (graphs); arkadaşlık, akrabalık, ortak ilgi gibi parametreler üzerinden oluşan ilişkilerin tanımlandığı matematiksel modellerdir. Canlı veya cansız varlıklar ve bu varlıklar arasındaki ilişki/bağlantı olarak tanımlanan yapıdır. Varlıkların düğüm ve bağlantıların da kenar olarak ifade edildiği çizge veri yapısındadır.

Ortaya çıkan çizge tabanlı yapılar genellikle çok karmaşıktır [12]. Karmaşık ağlar çok büyük olabileceği için yerel özelliklerine bakarak, küresel karakteristiklerini anlamak çok zordur. Bu nedenle bu tür ağların anlaşılır hale getirilmesi için göze çarpan özelliklerinin ele alınması ve analizi için işe yarar metotların geliştirilmesi gerekmektedir [13]. Sosyal ağ analizi yöntemleri bu karmaşık yapıları çözümlemede ikna edici yollar sunar ve ağ yapılarının karmaşıklığı bir nebze olsun hafifletilir. Düğümler ağlar içindeki bireysel aktörlerdir ve bağlarda aktörler arasındaki ilişkilerdir. Bir sosyal sistemdeki bireylerin ilişkilerine odaklanılarak, bu sistem analiz edilir, anlaşılmaya çalışılır. Düğümler arasında çok çeşitli bağlar oluşmuş olabilir. Bu bağlar bilgi, para, e-posta, virüs, mikrop, benzerlik, ortak işler, dedikodu, evlilik, arkadaşlık gibi değerleri temsil eder. Birçok dünya problemine çözüm geliştirirken bu yapılar üzerinde çeşitli analiz metotları geliştirilip, kullanılmaktadır.

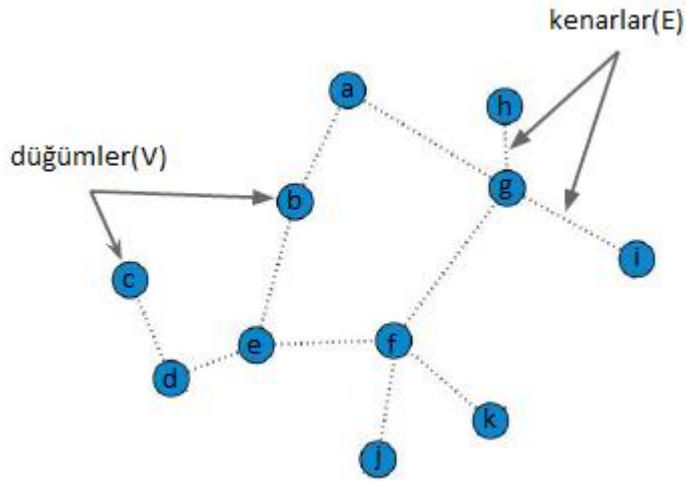
Bu tür bağlantılara her yerde rastlanılabilir ve bu bağlantılar ile oluşan sosyal yapı, bireyin konumu, konumunun özellikleri ve etkileri sosyal ağ analizi yöntemleri ile araştırılabilir. Sosyoloji, matematik, bilgisayar bilimleri, tıp, biyoinformatik, biyokimya, elektrik mühendisliği, işletme gibi birçok alanda uygulamaları vardır. Sinir hücreleri arasındaki bağlantılarla oluşan ağlarla beynin fonksiyonlarını; toplumdaki meslek, arkadaşlık ve aile bağlarını; modern iletişim sistemlerini; Facebook, Twitter, Instagram gibi sosyal ağları; enerji şebekeleri; ticari ağları ve ulaşım ağlarını ağların analizi yoluyla daha iyi anlayabiliriz[14]. Protein-protein etkileşimi (PPI) gibi hücresel yapıları modellemek için çizgeler kullanılabilir. Hücre bileşenleri düğüm, etkileşimlerde kenar ile ifade edilir. Bu modelle bilim adamlarının proteinler arasındaki benzerliği bulmaları ve hücrelerin karakteristiklerinin tespiti mümkün olmaktadır [15]. Çizgeler haberleşme ağlarının modellenmesinde de kullanılmaktadır. Terminaller

düğümlemlerle bu terminallerin haberleşmesi de kenarlarla gösterilir. Doğru ve etkin haberleşmenin sağlanabilmesi için analizler yapılırken bu yapılardan faydalanılır [16]. Bilgisayar görmesi alanında da geniş bir kullanım alanı bulmaktadır. Nesne tanıma, karakter eşleştirme, görüntü bölümlendirme problemlerin üstesinden gelmek içinde çizgeler kullanılır. Genel olarak hiyerarşik görüntü özellikleri ağaç yapıları veya yönlü çevrimsiz (acyclic) çizgelerle modellenir. Düğümler görüntünün kısımlarını, kenarlar ise mekânsal ilişkileri ve eşleşmeleri gösterir [17]. Çizgeler aynı zamanda ulaşım ağları, etkinlik ağları ve oyun teorisinde de modelleme için kullanılır. Büyük karmaşık projelerin araştırılması ve planlanmasında başarılı sonuçlar verir [18]. Günümüzde ağ bilimi istatistiksel problemlerin çözümünde de kullanılmaya ve sonuçlar üretmeye başlamıştır [19].

2.1. Matematiksel Gösterim

Ağırlıksız bir ağ yapısı $G = (V, E)$ şeklinde tanımlanır. G çizge (graph), V düğümler kümesi (vertices set), E kenarlar kümesi (edges set) olarak temsil edilir. İlişkiler tanımlanırken kenarlar kümesi veya komşuluk matrisi kullanılır. Bir çizge yönlü (directed) veya yönsüz (undirected) olabilir. Örneğin telefon araması yönlüdür çünkü bir kişiden diğerine arama gerçekleşmektedir. Kenarlar ilişkisinin türüne göre ağırlıklı (weighted) veya ağırlıksız (unweighted) olabilir. Bir ağda, i ve j düğümleri arasında ilişki varsa ve bu ilişki $e_{i,j}$ ile gösterilirse, bu iki düğüme komşu düğümler denir. Ağırlıklı ağlarda ise, kenarın ağırlığı $w_{i,j}$ ile gösterilebilir.

Örnek olması için Şekil 2.2’de yönsüz, ağırlıksız bir çizge yapısı gösterildi. $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$ düğümler kümesi ve $E = \{(a, b), (a, g), (b, e), (d, c), (e, d), (e, f), (f, g), (f, j), (f, k), (g, h), (g, i)\}$ kenarlar kümesi olur. Matrisin diyagonal hücrelerinde hep 0 var, çünkü bireylerden hiçbirinin kendisiyle ilişkisi yok. Bir matriste ilişkinin türü arkadaşlık olursa, bir kişi kendisiyle arkadaş olamayacağı için 0 olması gerekir. İlişkinin türü e-posta gönderme olursa, kişi kendine de e-posta gönderebileceği için 0 dışında bir değerde alabilir. Örnek matriste diyagonalin iki tarafı simetriktir. İlişki yönlü olsaydı simetrik olmazdı. Ağırlıklı bir çizge olsaydı, matrisin hücrelerinde 0 ve 1 haricinde ilişkinin sıklığını/şiddetini/ağırlığını gösteren değerler olacaktı.



Şekil 2.2. Örnek Çizge

$$A_{ij}(\overset{\text{Ağırlıksız}}{\underset{\text{Ağırlıklı}}{\text{komşuluk matrisi}}}) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } (i,j) \in E \\ w_{i,j} & \text{eğer } w_{i,j} \in E \\ 0 & \text{diğer durumlarda} \end{cases} \quad (2.1)$$

Çizelge 2.1. Komşuluk matrisi (sosyomatrix) ve düğüm dereceleri

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	Derece
a	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2
b	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2
c	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
d	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2
e	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3
f	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	4
g	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	4
h	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
i	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
j	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
k	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1

2.2. Çizge Çeşitleri

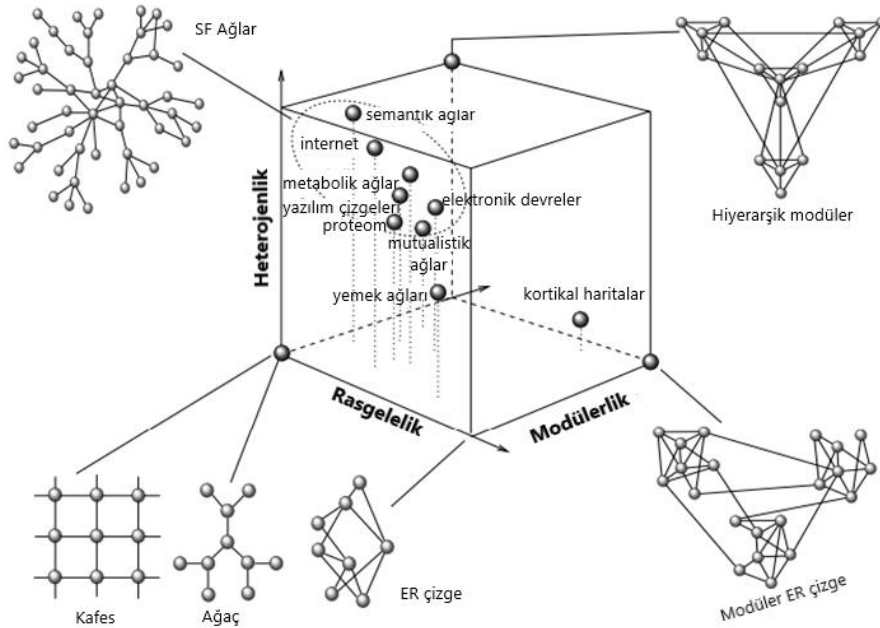
Günümüzde birçok çeşit çizge tanımlanmış ve problemlere çözüm üretmek için kullanılmıştır. Aşağıda bunlardan bazıları kısaca açıklanmıştır. Düğümlerin olduğu

kenarların olmadığı çizgelere boş çizge denir ve tek bir düğümün olduğu çizgelere küçük çizge denir. Çizge kenarları yönlü ve yönsüz olabilir. Aynı iki düğümün sadece bir kenarla bağlandığı, herhangi bir düğümü yine kendisine bağlayan bir kenarın olmadığı, kenarların bir değer almadığı ve yönünün tanımlanmadığı, düğüm ve kenarların sınıflandırılmadığı çizgelere basit çizge denir. Bu çizgelerde n düğüm varsa, maksimum kenar sayısı $n(n - 1)/2$ olur. Her bir düğüm çifti arasında bağlantı varsa, bu tür çizgelere bağlı çizge denir. Her bir düğümün en az bir kenarı olmalıdır. Böylece, kenarın diğer tarafında başka bir düğüme bağlı olduğu söylenebilir. En az iki düğüm birbirinden bağımsız ve birbiriyle bağlantılı değilse, bu çizgelere bağlantısız çizge denir. İki bileşen birbirinden bağımsız ve birbiriyle bağlantılı değildir. Tüm düğümler aynı dereceye sahipse, G çizgesinin normal olduğu söylenir. Bir çizgede, her düğüm noktasının derecesi ' k ' ise, çizge ' k -normal çizge' olarak adlandırılır. Çizgede, bir düğüm diğer tüm düğümlerle kenarlara sahip olduğunda bu tam bağlı bir çizge olarak adlandırılır. " n " düğüme sahip tam bağlı bir çizgede tüm düğümlerin derecesi $(n - 1)$ olur. Bir çizgede bütün düğümlerin derecesi iki ve herhangi bir düğümden diğer bütün düğümlere yol varsa, bu çizgeye çevrim çizge denir. Basit çizge olmalı ve çizgede en az 3 düğüm bulunmalıdır. Bir çevrim çizgesine yeni bir düğüm eklenirse ve bu düğüm bütün düğümlerle bağlantılı hale getirilirse tekerlek çizge oluşur. Bu yeni düğüm hub görevi görür. Bir basit çizgede iki farklı türde düğüm kümesi var ise ve aynı düğüm kümesindekiler birbiri ile bağlantılı değil ve sadece diğer düğüm kümesindekilerle bağlantılı ise bu çizgeye iki parçalı çizge denir. Birden fazla türde düğüm kümesi de olabilir. Bu çizgelerde çok parçalı (multipartite) olarak adlandırılır. Her bir kümedeki her bir düğüm diğer düğüm kümesindeki bütün düğümlerle bağlantılı ise, bunlar bağlantılı tam iki parçalı çizgelerdir. Yıldız çizge tam iki parçalı bir çizgenin özel halidir. İki düğüm kümesinden birinde sadece tek düğüm vardır ve bu tek düğüm diğer düğüm kümesindeki bütün düğümlerle bağlantılıdır. İki ya da daha fazla düğüm arasında birden fazla kenar (paralel kenar) varsa, bu tür çizgelere çoklu çizge denir. Çoklu çizgeler yönsüz ve çevrimsizdir. Örneğin iki şehir arasında birden fazla yol varsa, bu durum çoklu çizgeyle temsil edilir [20].

2.3. Sosyal Ağların Temel Özellikleri

Ağ bilimi şekilsel yapısını çizge teorisindeki çizgelerden alır. Kavramsal çerçevesini ise rastgelelik ve istatistiksel fizik doldurur. Birçok farklı disiplindeki matematiksel kavramlardan da yararlanır. Eksik ve gürültülü veri kümelerinden bilgi

almamıza yardımcı olur. Tipik olarak ağ yapısı ile ifade edilen varlıklar insanlar olmuştur, ancak tamamen başka şeylerde olabilirler. Bugüne kadar birçok farklı varlık türü bu yapıda kullanılıp, analiz edilmiştir. Bunlar telefon ağı, e-posta ağı, biyolojik ağ (gen, protein), altyapı ağı (karayolları, havayolları, enerji) olabilir. Bir ağı oluşturan varlıklar tek bir tür olabileceği gibi, birden fazla türü de (bipartite-multipartite) barındırabilir. Bir ağdaki varlıklar arasında en az bir ilişki olmalıdır. Facebook gibi ağlarda bu ilişkinin adı arkadaşlıktır. Bu ağdaki varlıkların bir kısmı birbiriyle arkadaşır veya değildir. Bu arkadaşlığın derecesi ayrıık olarak tanımlanabilir ve arkadaş, akraba, tanıdık olma durumlarını gösterebilir veya gerçek bir sayı ile ifade edilip iki kişinin birbiriyle görüşme sıklığını da gösterebilir. Bu yapıların rastgele oluşmadığı düşünülür, yerel yapılar üzerinden resmin tamamına ulaşılmaya çalışılır. Bu yapıların analizi ile çıkarsamalar yapmak, değerler elde etmek zordur fakat sezgi ile de olsa ilişkilerin kümelenme eğiliminde olduğu bilinmektedir. Yani, X kişisi hem Y hem de Z ile ilişkiliyse, Y ve Z'nin ilişkili olma ihtimali ortalamadan daha yüksek bir olasılıktır [21].



Şekil 2.3. Ağlarda Rasgelelik, Heterojenlik ve Modülerlik [16]

Şekil 2.3'te ilk olarak ağın yapılış sürecinde yer alan rastgelelik miktarı gösterilmektedir. İkinci ölçütte, bağlantı dağılımının ne kadar farklı olduğunu ve üçüncüde de yapının nasıl modüler olduğunu ölçmektedir. Farklı ağ türlerinin

rastgelelik, heterojenlik ve modülerlik açısından birbirleriyle nasıl bağlantılı olduğunu gösterir.

Ağların en uç durumu kafes (mesh) ve ağaçtır (tree). Bu tür ağlar insan yapımıdır ve heterojenlikleri düşüktür. Düğümlerin sahip olduğu bağlantı sayısı birbirine yakındır ve rastgelelik oranı da düşüktür. Rasgele seçilen iki düğümün birbiriyle bağlantı kurma ihtimali çok düşük veya hiç yoktur. Düzenli ağlar uzun ortalama yollara ve yüksek kümelenmeye sahip olma eğilimindedir. Kümelenmelerdeki bağlantılar yoğundur.

Diğer bir ağ türü rastgele Erdős-Renyi (ER) çizgeleridir. Bağlantısız bir düğüm kümesiyle başlatılır. Belirli olasılık değeri kullanılarak düğümler eşleştirilir. Bu tür rastgele ağlar düşük heterojenliğe sahiptir, çünkü çoğu düğüm aynı sayıda bağlantıya sahip olur. Derece dağılımı Gauss çan eğrisi (Gauss bell-shaped curve) şeklinde olur. ER algoritması ile oluşturulan rastgele ağlar kısa ortalama yollara ve düşük kümelenmeye sahiptir [22].

Ancak, çoğu gerçek dünya ağları, düzenli veya rastgele ağların sahip olduğu derecelerin homojen dağılımına sahip değildir. Her düğümün ağlarda sahip olduğu bağlantı sayısı büyük ölçüde değişir ve bunlar düzenli ve rastgele ağlar arasında bir yere yerleştirilir. Aslında, Watts ve Strogatz [23], düzenli bir ağdaki düğümler arasındaki bağlantıların belirli bir olasılıkla yeniden bağlandığı bir model önermiştir. Bu modelle oluşturulan ağlar küçük dünya (small-world (SW)) ağı olarak adlandırılır. Düzenli veya rastgele ağ arasında bir ağıdır. Bu tür ağlar birçok sosyal ağa yapısal olarak yakın ağlardır, çünkü aynı sayıda düğüm ve kenara sahip rastgele ağlardan daha yüksek kümelenme ve neredeyse aynı ortalama yola sahiptirler. Yüksek modülerliğe sahiptir, çünkü ağın diğer düğümlerine göre aynı kümedeki düğümlerin daha yoğun bağlantıları vardır.

Son olarak, güç yasasına (power-law) göre şekillenen, oldukça heterojen bir derece dağılımı ile karakterize edilen, geniş ölçekli ölçek-bağımsız (scale-free (SF)) ağlar vardır [24]. Ölçek bağımsız denmesinin sebebi ağın herhangi bir kısmına odaklanılsa bile genel olarak sonuç değişmemektedir. Çok az düğümün yüksek bağlantı sayısı vardır. Genelde bağlantıda olduğu düğümlerin düğüm derecesi düşüktür. Örneğin world wide web (www) ağı bu yapıdadır. Bu yapı heterojenliği ve rastgeleliği birleştirir, düşük veya yüksek modülerliğe sahip olabilir ve birçok SW ağı da ölçek-bağımsızdır [25].

2.4. Sosyal Ağlarda Merkezilik

Sosyal ağ analizinde çözüm bekleyen problemlerden biri ağdaki en önemli düğümlerin veya toplulukların tespitidir. Ağa en çok etki eden düğümlerin tespiti önemli bir sorundur [26]. Bu tür problemlere çözüm geliştirirken en çok ihtiyaç duyulan bilgiler merkezilik ölçüleridir. “Belirli durumlara göre ağdaki en önemli ve merkez konumunda bulunan aktör kimdir?” sorusunun cevabı çeşitli merkezilik hesaplamaları ile bulunabilir. Merkezi aktörler, diğer aktörlerle bağlantısı çok olan ve diğer aktörlere kolaylıkla ulaşabilen aktörlerdir. Etkin bir düğümden diğer düğümlere akış çok daha hızlı olabilmektedir. Bir düğümün komşularına etkisini ölçmek için en bilgilendirici değerler düğüm derecesi ve düğümler arasındaki en kısa yol bilgilerini öğrenmektir. Etkin düğümler genelde merkezidirler. Merkeziliği ölçmek için birçok yöntem geliştirilmiştir. Merkezilik ölçüsü ile ağdaki düğümlerin veya ayrıtların önemi ortaya çıkarılır. Merkezi düğümlerin tespiti ile sistemdeki birçok probleme çözüm üretilebilir, problem oluşturan kaynaklar tespit edilebilir. Biyoloji, tıp, ticaret, sosyal ağ gibi birçok alandaki çalışmalarda merkezilik ölçütleri ile sisteme etki eden önemli aktörlerin tespiti için literatürde birçok çalışma yapılmıştır [21–26]. Merkezilik genelde yönsüz ağlarda ölçülür. Yönlü ağlarda bu “prestij” diye adlandırılır. Giden bağlantı sayısının büyüklüğü o düğümün prestijini gösterir. Yönsüz ağlarda ise, bir düğümün ağa etkisi diğer düğümlerle ilişkisinin ne derece yoğun ve etkili olduğu ile alakalıdır. Bir düğümün ilişkide olduğu düğüm sayısı ne kadar fazla ise ve düğümlerle ilişkisi daha kısa yollarla oluyorsa, o düğüm o kadar merkezidir. Birçok farklı merkezilik ölçüsü olmasına rağmen derece, arasındalık, yakınlık ve özvektör merkeziliği en çok kullanılan merkezilik ölçüleridir. Derece ile yerel, arasındalık, yakınlık ve özvektör ile küresel ölçümler yapılabilir [27–31].

2.4.1. Derece merkeziliği (Degree centrality)

Her bir düğümün ağdaki diğer düğümlerle arasındaki doğrudan bağlantı sayısı ölçülerek elde edilir. Bir düğümün doğrudan bağlantıda olduğu düğüm sayısı düğümün merkeziliğini gösterir. Yönsüz ağlarda tek tür derece varken, yönlü ağlarda bir düğüm için üç tür derece söz konusudur: Gelen derece, giden derece ve bu ikisinin toplamı olarak toplam derece vardır. Ağırlıklı ağlarda duruma göre ayrıtlar ağırlıkları toplanarak düğüm derecesi bulunabilir [33].

$$DC_i = \sum_{j=1}^n w_{ij} \quad (2.2)$$

Denklem 2.2’de i derecesi hesaplanan düğüm, n toplam düğüm sayısı, w_{ij} değeri i ve j düğümleri arasında bağlantı varsa, ayrıt ağırlığı veya 1 olarak alınır, yoksa 0 değerini alır.

2.4.2. Arasındalık merkeziliği (Betweenness centrality)

Bu ölçü, ağın farklı kısımları arasındaki bilgi akışını sağlayabilen düğümleri tespit eder ve bir ağdaki akışlar için önemlidir. Belirli bir düğüm vasıtasıyla bilgi veya ilişkilerin nasıl aktığının ölçülmesidir. Düğümler arasındaki en kısa yolların bulunması ile hesaplanır. Her bir düğüm için bu düğümden kaç tane en kısa yol geçtiğini bularak hesaplanır. En yüksek arasındalığa sahip merkezi düğümler çıkarıldığında en kısa yol değerinin ortalaması yükselir ve bazı düğümler arasındaki akış kesilebilir [28, 29, 32].

$$BC_i = \sum_{j,k \neq i} \frac{sp_{jk}(i)}{sp_{jk}} \quad (2.3)$$

sp_{jk} , j ve k düğümleri arasındaki kısa yolların sayısını, $sp_{jk}(i)$ ise i düğümü üzerinden geçen j ve k düğümleri arasındaki kısa yolların sayısıdır.

2.4.3. Yakınlık merkeziliği (Closeness centrality)

Yakınlık, bir düğümden ağdaki erişilebilir diğer düğümlerine bilginin ne kadar sürede yayılacağına ölçüsü olarak kabul edilir. Bir düğümün bağımsızlığı, çizgedeki diğer düğümlere olan yakınlığı ile değerlendirilebilir. Bir düğüm ağdaki başka bir düğüme ne kadar uzak olursa, birinden diğerine geçmek için daha fazla düğümün geçilmesi gerekir. İki düğüm bir ayrıt ile bağlı ise, doğrudan yakınlık, birden fazla düğüm üzerinden geçerek bir düğümden başka bir düğüme bağlantı kuruluyorsa, dolaylı yakınlık söz konusudur. Farklı büyüklükteki sosyal ağlar arasında karşılaştırma yapmaya uygun bir ölçüt değildir [33].

$$CC_i = \left[\sum_j^n d_{ij} \right]^{-1} \quad (2.4)$$

d_{ij} , i ve j düğümleri arasındaki mesafeyi gösterir.

2.4.4. Özvektör merkeziliği (Eigenvector centrality)

Bir düğümün ağdaki diğer önemli düğümlerle ilişkisi daha fazla ise, bu düğüme daha fazla önem göstermek gerekir. Bağlantı sayısı az olan ama önemli bağlantılara sahip olan bir düğüm değerlidir. Bağlantı sayısı ile birlikte bağlantının niteliği de göz

önüne alınır. Bir düğümün az sayıda bağlantısı olsa bile bağlantıları etkin düğümlerle ise, bir sistemde çok sayıda daha etkisiz bağlantıya sahip düğüme göre daha fazla dikkate alınmalıdır [31, 33]. Google PageRank [38] algoritması, özvektör merkeziliği ölçümünün bir varyasyonudur.

$$Ax = \lambda x, \quad x_i = u \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \quad (2.5)$$

A , $n \times n$ boyutunda benzerlik matrisi olsun. i düğümünün özvektör merkeziliği x_i , A 'nın en büyük özdeğerine ait normalleştirilmiş özvektördeki i 'inci girişi olarak tanımlanır. λ , A 'nın en büyük özdeğeridir.

2.5. Kümelenme Katsayısı (Clustering Coefficient)

Çizge teorisinde kümelenme katsayısı, bir çizgedeki düğümlerin birlikte kümelenme derecesinin bir ölçüsüdür. Bir sosyal ağda ilişkide olan düğümlerin komşuları da birbirleri ile bağlantıda ise, bu düğümlerin kümelenme katsayısı yüksektir. Sosyal ağlarda kümelenme katsayısı aslında arkadaşlarımızın birbirleri ile ne kadar arkadaş olduklarını ölçer. Bir yönsüz ağın kümelenme katsayısı ağdaki üçgen sayısının yoğunluğudur. Bir ağın ortalama kümelenme katsayısı, her düğümün yerel kümelenme katsayısına dayanır [14].

$$C_{C_i} = \frac{2N_i}{k_i(k_i-1)} \quad (2.6)$$

Denklem 2.6'da C_{C_i} , i düğümünün kümelenme katsayısıdır. N_i , i düğümünün komşularının birbiri ile bağlantıda olanlarının sayısıdır. k_i ise i 'nin düğüm derecesidir. C_{C_i} değeri 0 ise, i düğümü komşuları ile yıldız (star) yapısında oluşur. C_{C_i} değeri 1 ise, i 'nin komşularının hepsinin birbiri ile bağlantılı olduğu, tam bağlı bir ağ oluşturduğu anlaşılır. Her bir düğümün kümelenme katsayısı hesaplandıktan sonra bu değerler toplanıp düğüm sayısına bölünerek ortalama kümelenme katsayısı hesaplanır.

Ortak arkadaşı olan iki kişinin ilişki kurma ihtimali daha yüksektir. Kanıtlar, çoğu gerçek dünya ağlarında ve özellikle sosyal ağlarda, düğümlerin nispeten yüksek yoğunluklu bağlarla karakterize edilen sıkı örülmüş gruplar oluşturma eğiliminde olduğunu göstermektedir. Bu olasılık iki düğüm arasında rastgele kurulan bir bağın ortalama olasılığından daha büyük olma eğilimindedir [23].

2.6. Yoğunluk (Density)

Yoğunluk ağdaki olası bağlantıların ne kadarının gerçekleştiğinin ölçüsüdür ve bireysel yoğunluk düğüm derecesidir. Ağın genelinin ilişki yoğunluğu analizlerde ölçü

olarak kullanılabilir. Elde edilen bu yoğunluk değerine farklı anlamlar yüklenebilir. Örneğin bir iş ağındaki yoğunluğun yüksek olması işlerin veya çalışan bireylerin birbiri ile sık ilişki kurduğu, birbirine bağımlı olduğunu gösterir. Ağın geneli için ölçülen yoğunluk değerinin düşük olması iş bölümünün iyi yapıldığı, birbirini etkilemeyen iş süreçlerinin olduğunu gösterir. Yoğunluk değeri ağ büyüdükçe azalma eğilimindedir. Farklı büyüklükteki ağların yoğunluğunu karşılaştırmak doğru değildir [10].

Bir ağda n tane düğüm varsa bütün düğümlerin birbiriyle ilişkili olduğu tam bağlı bir ağda potansiyel kenar sayısı $n(n - 1)/2$ olur. Bu bilgiye göre m adet kenarı olan bir ağın yoğunluğu Denklem 2.7'deki gibi hesaplanır. Tam bağlı bir ağda yoğunluk 1 olur.

$$d = \frac{\text{mevcut kenar sayısı}}{\text{potansiyel kenar sayısı}} = \frac{2m}{n(n-1)} \quad (2.7)$$

Bu çalışmada ağırlıklı yoğunluk adının verildiği bir giriş daha kullanıldı. Kenar ağırlıkları kullanılarak yoğunluk hesaplaması yapıldı. Ağdaki bağlantıların ağırlıklarının toplamı olası bağlantı sayısına bölünerek yoğunluk değeri elde edildi. Ağ yapısına göre bu değer 1'den büyük çıkabilir. Önerilen yöntemde en yüksek değeri 1 olarak kabul edildi.

2.7. Sosyal Ağlarda Karmaşıklık (Social Network Complexity)

İnternete bağlanıldığında, seyahat edildiğinde, arkadaşlıklar kurulduğunda veya telefon edildiğinde aslında karmaşık sistemler denilen yapıların bir parçası olmuş olunur. Karmaşık sistemleri anlayabilmek için öncelikle sistemin ne olduğunun bilinmesi gerekir. Sistem düzen, düzenek, yol, yöntem anlamlarına gelir [11]. Çevremizdeki dünyayı anlamak için kullanılan bir modeldir. Eleman olarak adlandırılan gruplar ve bu grupların birlikte çalışabilecekleri ve bir bütün oluşturdukları ilişkili yapıya sistem denir. Bu çok basit ve soyut model, çok çeşitli şeyleri tanımlamak için kullanılabilir. Karmaşıklığı ölçmek için farklı yaklaşımlar önerilebilir. Bunlar

1. İnsan gözlemi ve (öznel) derece
2. Parçaların veya farklı unsurların sayısı
3. Boyut
4. Sistemi kontrol eden parametrelerin sayısı
5. Minimum açıklama
6. Bilgi içeriği
7. Minimum kurucu faktör

8. İnşa için gereken minimum enerji / zaman

Bu hesaplamaların çoğu bir olgu modeli ile ilgili hesaplamalar olacaktır. İki gözlemci aynı olgu için çok farklı modeller geliştirebilir veya kullanabilir ve bu nedenle karmaşıklığın değerlendirilmesinde farklı fikirde olabilirler. Örneğin, çok basit bir durumda, parça sayısının sayılması olgunun görüldüğü ölçeğe bağlı olacaktır (atomları sayma, molekülleri, hücreleri, organları saymaktan farklıdır) [39].

Tek bir evrensel karmaşıklık ölçüsü bulunabileceği düşünülmemelidir. Olası en iyi şey belirli bir gözlemci tarafından belirli bir amaç için belirli bir bağlamda kullanışlı bir ölçme yapmaktır. İlk odak noktası, bir gözlemin veya olayın ne kadar şaşırtıcı veya beklenmedik olduğuna ilişkin hesaplamalar üzerine olacaktır. Bu yaklaşım bilgi teorisi olarak tanımlanmıştır.

Karmaşık, anlaşılması zor durum, öğelerinin veya gerekli işlemlerin sayısının çokluğu ve çeşitliliği yüzünden anlaşılması ve yapılması güç olan, karışık, sofistike anlamlarına gelir [11]. Karmaşıklığı bir parametre olarak, yani bir şeyin bir ölçüsü olarak anlaşılabilir. Genelde karmaşık sistemler, elemanların ilişkileri ile ilgili bilgileri yakalamak ve ölçmek için çizge yapısında modellenir. Bu modeller ile sistemdeki eleman sayısı, kümelenmeler, ilişkilerin derecesi, önemi, derinliği, uyum ve anlamsallığı ölçülebilir [40].

Bu tezde amaçlanan, entropi yaklaşımının önemini ve sınırlamalarını anlamak için çizgelerin karmaşıklığına daha geniş bir perspektiften bakmaktır. Öncelikle genel bir yapı tanımlanıp alt kollarına bakılabilir.

Çizgelerin karmaşıklığını ölçmek birçok alanda karşılığı olan bir sorundur. Mevcut yaklaşımlar ya rastgelelik (olasılıksal) ya da istatistiksel (non-deterministik) karmaşıklığa dayanır. Rastgele karmaşıklık, bir yapının rastlantısallık veya dağınıklık derecesini nicelleştirmeyi amaçlamaktadır. İstatistiksel karmaşıklıkta ise, düğüm derecesi, kenar yoğunluğu veya Laplacian spektrumu gibi istatistiksel özellikler kullanılarak sonuç alınmaya çalışılır. Günümüzde her iki yöntemde ihtiyaca göre kullanılmaktadır.

İstatistiksel yaklaşım kodlama, altyapı sayısı (number of substructures) ve üretken (generative) ölçümler olmak üzere üç kısma ayrılır. Kodlama yaklaşımında baskın olan ölçüm Kolmogorov karmaşıklığıdır. Bir kodlama şemasında, bir nesneyi kodlamak için gerekli olan kelime uzunluğu yani kod alfabesinden alınan karakterlerin sayısı o nesnenin karmaşıklık değeridir ve bu yöntem çizgelere de uygulanabilir. Örneğin çizgelerin ilişkilerini göstermek için kullanılan minimum komşuluk listesinin uzunluğu

aynı zamanda Kolmogorov karmaşıklık ölçüsüdür [41]. Altyapı sayısı, bir çizgeye farklı etkileri olan alt grupların sayısını bulan bir ölçüttür. Genel olarak, daha fazla alt çizgelerin olduğu sistemlerin daha karmaşık olduğu söylenir [38, 39]. Constantine [44], kapsama ağaçları sayısının bir çizgenin karmaşıklığını gösterdiğini söyler. Bonchev'in bu konuda birçok çalışması olmuştur [41, 42]. Üretken ölçümde ise, yıldız (star) veya hizip (clique) gibi en basit kenar gruplarından başlayarak çizgeyi oluşturmak için gerekli olan en az birleşim ve kesişim kümesi işlemi sayısı karmaşıklık ölçüsüdür [43, 44].

Çizgelerin rastgelelik karmaşıklığını ölçmek için çizge tabanlı entropi ölçümleri ile iyi sonuçlar alınabilmektedir. Olasılıksal ölçümler bir çizgenin belirli yapısal özellikleri ile ilişkilidir. Bir çizgenin elemanlarıyla (düğümler veya kenarlar) bir olasılık dağılımını ilişkilendiren, içsel ve dışsal olmak üzere iki farklı tipte ölçüm vardır. Bu yaklaşımda bu ölçümlerin sayısal değeri genellikle bir çizgede tanımlanmış olasılık dağılımına bir entropi fonksiyonu uygulanarak elde edilir. Bu iki olasılıksal karmaşıklık ölçüsü, olasılık dağılımının belirlenme biçiminde farklılık gösterir. İçsel ölçümlerde dağılımı, çizgenin bazı yapısal özellikleri şekillendirir. Dışsal durumda, çizge elemanlarına keyfi bir olasılık dağılımı atanır [48]. Yapısal özelliklere bağlı olarak çizgenin bir kısım bileşenlerine olasılık dağılımı tayin edilir [49]. En çok kullanılan Shannon entropidir [50]. Farklı kullanılan entropilerde vardır [13]. Bu çalışmada Shannon entropiye ek olarak Karcı ve Renyi entropileri kullanıldı.

3. ÇİZGE ENTROPİSİ

Entropi, istatistiksel fiziğin temelini oluşturur ve bilgi teorisinin ortaya çıkışıyla beraber kullanım alanı çok genişlemiştir. Entropi mantık, istatistik, biyoloji ve ekonomiye kadar birçok disiplinde önemli roller oynar. Bununla birlikte, entropi farklı durumlar için farklı tanımlara sahiptir ve hatta aynı alanda bile farklı entropi kavramları ortaya çıkabilir.

Termodinamikte izole edilmiş bir sistemde enerjinin nasıl uygulandığını ve aktarıldığını açıklar. Ek bir enerji olmadan yani belli bir maliyet olmadan aynı enerji ile bir işin sürekliliğinin olamayacağı anlamına gelir. Kapalı sistemler düzensizliğe eğilim gösterir ve entropide bunun bir ölçüsüdür. Kapalı bir sistemde entropi sürekli artmaktadır. Yani evrende kendisini dışarı kapatan, enerji ve madde kayıplarını dışarıdan yeni madde ve enerji girdileriyle telafi etmeyen bütün sistemler bu anlamda bir düzensizliğe, dağılmaya ve ölüme doğru gitme eğilimindedir. Doğal süreçlerde entropi artar. Bunun tersi, doğal olmayan, yani sisteme dışarıdan müdahale ile yapılmış olan bir işlem olarak görülür ve enerjinin israf edilmesi anlamına gelir [51].

Entropinin gelişim tarihinde, entropiyi yorumlamak ve anlamak için birçok girişimde bulunuldu. Entropiye birçok farklı yorum yapıldı. Günümüze kadar entropi için kullanılan ifadelerden birkaçı sayılırsa, bunlar “bozukluk”, “dağınıklık”, “karmaşa”, “enerjinin yayılması”, “rastlantınlık”, “kaos”, “düzensizlik”, “bilgi miktarı”, vb. ifadelerdir. Bir sistemdeki düzensizlik veya rasgelelik ölçüsü olarak yorumlanır. Düzen veya öngörülebilirlik eksikliğinin ifadesidir. Sistematik işleyişteki eksikliklerin, hataların ölçüsüdür. Kompleks yapılarda yani sistem parametrelerinin ölçümünün zor olduğu yapılarda düzensizlik, eksiklik veya bilgi miktarını ortaya çıkarmak için kullanacağımız olasılıksal fonksiyon entropidir. Entropinin ne olduğunu ve neden sürekli arttığını anlamak önemlidir. Artışı sağlayan nedenleri görmek ve ortadan kaldırmak için gereklidir.

Düzensizlik beraberinde belirsizliği getirir. Bir olayda belirsizlik söz konusu ise, o olaydan bilgi elde edilebilir. Meydana gelme olasılığı düşük olaylar daha fazla bilgi barındırır. Belirsizlik, elde edilen bilgi ile azaltılmış olur. Belirsizlik ile bilgi ters orantılıdır. Bir olayın dönüşeceği durumların olasılıksal yapısı biliniyorsa, entropileri hesaplanabilir. Entropi sayesinde niceliksel bir değer elde edilebilir.

Sistem düzensizliği arttıkça artan herhangi bir fonksiyon entropi fonksiyonu olabilir. Düzensizlikle iki şey anlatılmak istenir. Birincisi sisteme giren enerjinin

bütününden faydalanılmaması sonucunda ister istemez sistemin gün geçtikçe eski haline dönemeyecek olmasının ifadesidir. İkincisi ise, bir sistemin toplam enerjisinin mevcut tanecikler arasındaki dağılımıdır. Düzensizlik denilince akla görsel düzensizlik veya kaos da gelebilir. Örneğin bir odadaki düzensizlik görsel bir düzensizliktir. Bu düzensizliğin oluşumu bir dış etkene (insan) bağlı ise, entropik değildir. Bu durumda tam tersi entropi azalır. Doğal süreçle odada bir düzensizlik oluşmuşsa, bu entropiktir. Kargaşa, karmaşa anlamındaki kaosta fizik ile ilgili değildir ve entropik anlamda düzensizliği ifade etmez [52].

Çizge yapısındaki sosyal ağlarda bilgi elde etmek, düğümlerin önemini anlamak, düğümler arasındaki ilişkinin niceliğine bakmak, toplulukları tespit etmek için entropi kullanılabilir. Yapılan hesaplamalarda optimizasyona ihtiyaç duyulduğunda entropi ile iyileştirmeler yapılabilir.

3.1. Entropinin Tarihsel Gelişimi

Sıcaklık ve entropi, tüm termodinamik alanını diğer fizik alanlarından ayıran iki temel niceliktir. Bunların ikisi de atomların varlığına ve özelliklerine bağlı istatistiksel niceliklerdir. Sıcaklık basınca benzer ve duyularımızla hissedilebilir ve yoğunluk ile ilgili bir ölçüdür. Entropi ise, hacime benzer ve sistemin boyutuna göre oluşan alansal bir ölçüdür. Hem sıcaklığın hem de entropinin, maddenin atomik yapısına değinmeden tanımlandığı ve ölçüldüğü doğrudur. Bununla birlikte, bu niceliklerin anlaşılması ve aslında onların varlığı, maddenin atomik yapısına bağlıdır. Belki de parçacıkların dinamikleri tarafından açıklanacak ilk ve en basit miktar bir gazın basıncıdır. Basıncı, bir birim alana uygulanan kuvvet olarak tanımlanmaktadır. Her ne kadar sıcaklık, atomlara atıfta bulunulmaksızın algılanıp ölçülebilse de onun varlığı ve açıklaması maddenin atomik yapısına bağlıdır. 19. yüzyıl boyunca, ısının sıcaktan soğuğa akan bir madde olduğuna inanılıyordu. Sıcaklık kavramının parçacıkların hareketleriyle anlatılması 19. yüzyılın sonlarındaki bilim insanlarının en önemli başarılarından biridir. Robert Boyle (1660), belirli bir gaz sıcaklığında, hacmin ve basıncın çarpımının sabit olduğunu buldu. Bernoulli (1732), bir gazın basıncıyla sıcaklığının doğru orantılı olduğunu ortaya koyarak, kinetik gaz kuramının temellerini attı.

Her ne kadar sıcak ve soğuk algısı eskiden beri yaşanmış olsa da ölçümleri 17. ve 18. yüzyıllarda yapılabildi. Bu dönemlerde Ole Christensen Romer (1702), Daniel Gabriel Fahrenheit (1714), Anders Celsius (1742) ve diğerleri tarafından çeşitli termometreler tasarlandı. Termometrenin icadından sonra, sıcaklığın kesin ölçümlerini

yapmak mümkün hale geldi. 19. yüzyılın başlarında, Jacques Charles ve Joseph Louis Gay-Lussac deneysel olarak sabit basınç altında, t sıcaklıkta hacmin doğrusal olduğunu keşfetti. Bu çıkarımlardan sıcaklığın parçacıkların ortalama kinetik enerjisinden elde edildiği ortaya çıktı.

Sadi Carnot, 1824'te ideal bir ısı motoru üzerine bir çalışma yayınladı. Bu çalışma, Clapeyron tarafından 1834 yılında matematiksel olarak yeniden düzenlendi. Bu çalışma Termodinamiğin İkinci Yasasının Clausius ve Kelvin tarafından formüle edilmesine temel oluşturdu. İkinci Yasa, ilk olarak 1849'da Clausius tarafından formüle edildi. William Thomson (Lord Kelvin) tarafından ikinci bir formülasyon 1850'de yapıldı. Clausius 1854'te ısı motorlarıyla bağlantılı olarak formüle ettiği $dS = dQ / T$ ölçüsü ile değişimi ölçtü. Buna göre Q ısıyı, T ise mutlak sıcaklığı gösteriyor olsun. Sistem dQ kadar ısı soğurduğunda, değişim dS kadar olur. Bununla birlikte, entropi kavramı 1863 yılında tanıtıldı [53]. Entropi kavramı ilk olarak Alman Fizikçi Rudolf Clausius tarafından termodinamiğin ikinci yasasında bahsedilen enerjinin korunumu ilkesini açıklamak için kullanılmıştır.

James Clerk Maxwell, dinamik gaz teorisini 1860'da yayınladı. Bu, 1867'de Ludwig Boltzmann tarafından genişletildi. Bu çalışmalar, günümüzde Maxwell-Boltzmann dağılımı olarak bilinen gazdaki moleküllerin denge hızı dağılımının hem varlığını hem de şeklini belirledi. Bu dağılım, moleküllerin ortalama kinetik enerjisi ile mutlak sıcaklık arasındaki bağlantıyı kurdu. Entropi ve olasılık arasındaki logaritmik bağlantı ilk olarak Boltzmann tarafından tersinmezliği açıklamak için kinetik gaz teorisinde ifade edilmiştir[54]. 19. yüzyılın sonları ve 20. yüzyılın başlarında entropinin moleküler yorumu Ludwig Boltzmann ve Josiah Willard Gibbs tarafından geliştirildi. Bu zamanlarda, maddenin moleküler teorisi evrensel olarak kabul edilmekten uzaktı. Atomistik madde teorisinin kabulünde bir dönüm noktası, Brownian hareket teorisinin Albert Einstein (1905) tarafından yayınlanması ve ardından Jean Perrin'in (1910) deneysel onaylamasıydı. Boltzmann, Clausius'un termodinamik entropisi ile istatistiksel entropi arasındaki uygunluğu, boyutsuz bir sabiti seçerek ya da daha iyi hale getirerek tanımladı. Boltzmann'ın tanımladığı entropi formülü $S = k \log(W)$ şeklindedir. S entropi değeri, k Boltzmann sabiti ve W olayın veya durumun oluşma olasılığını belirtir. Değişen şey, entropi S ile W durum sayısı arasındaki resmi ilişkidir. İkisini ilişkilendirmek için, sıcaklığa bölünen enerji birimlerini sabit bir şekilde taşımaya gerek olmayacak. Boltzmann'ın entropisinin yorumu, olasılık açısından ve daha sonra farklı parametreler açısından muazzam bir etki ortaya koydu.

Clausius'un entropisinin, Boltzmann'ın entropisinin kabulünü engelleyen tarafları vardı. Birinde, enerji ve sıcaklık oranı ile tanımlanan bir miktara sahipken; diğesinde, sistemin durum sayısını temsil eden bir miktar vardır. İki miktarın tamamen alakasız olduğu görülüyor. Entropi, boyutsuz bir nicelik olarak tanımlanmış olsaydı, iki entropi arasındaki tanımlama ve nihayetinde entropinin bir bilgi ölçüsü olarak yorumlanması çok daha kolay olurdu [55].

Daha sonraları Claude Elwood Shannon [50] "The Mathematical Theory of Communication" adlı kitabında entropiyi iletişimdeki belirsizliği ölçmek için önerdi. Bilgi teorisinin temelini oluşturan, bir bilginin saklanması ve iletilmesi için gerekli ortalama bit sayısını hesaplamada kullanılan Shannon'un entropi bilgisidir. Yani entropi, istatistiksel olarak iletişimde ikili sorularla (hayır->(0) veya evet->(1)) gönderilen mesajların test edilerek karşıya en az maliyetle doğru bilginin ulaştırılmasını sağlamaya yönelik çalışmanın sonucudur. Shannon entropi günümüzde en çok kullanılan belirsizlik ölçüsüdür.

Rashevsky [56], Trucco [57] ve Mowshowitz [48], çizgelerde Shannon entropisini tanımlayan ve ilk araştırmaları yapan kişilerdir. Çizgelerin yapısal karmaşıklığını ölçmek, yapısal bilgi içeriğini yorumlamak için çizge entropi kavramını geliştirip, kullandılar. Çizgenin yapısal karmaşıklığını ölçen entropik ölçümler geliştirmek için düğüm sayısı, düğüm derecesi gibi bir dizi çizge değişkeni kullanılmıştır. Yapısal karmaşıklık ağın belki de en önemli özelliğidir, çünkü karmaşık bir ağda düğümlerin ve kenarların düzenlenme şeklini ortaya koyar ve ağ işlevlerinin önemli oranda etkinliğini gösterir [58]. Bu yüzden karmaşık ağları analiz ederken yapısal karmaşıklığını ölçmek aslında bir zorunluluktur.

Günümüzde çizge entropi kullanılarak yapılan çalışmaların sayısı hızla artmaktadır. Bazılarından bahsetmek gerekirse, Everett [59], rol benzerliğine dayanan yeni bir yapısal karmaşıklık ölçüsü önerdi. Çok amaçlı akıllı sistemlere hiyerarşik sosyal entropi uygulanarak yapay robot topluluklarının çeşitliliğinin sürekli, niceliksel bir ölçümü tespit edildi. Robot futbol takımı, robot yiyecek arama takımının heterojenlik ve çeşitlilik ölçüsü entropi ile ölçüldü [60]. Yine ağlarda, trafik aktarım (transfer) ve akış (flow) karakteristiğine uygun entropi tabanlı bir merkezîyet ölçüsü önerildi [61]. Gen ağlarına benzeyen yönlü ölçek bağımsız ağlarda tek gen perturbasyonlarının küresel haberleşmeye etkileri entropi ile incelendi [62]. Küçük ölçek bağımsız ağdan hareketle ekstremum güç kanunu dağılımı olan, önyargılı bir bağlantı dağılımı entropisi tanımlandı. Bu offdiagonal karmaşıklık (OdC), yönsüz bir

çizgenin veya ağın karmaşıklığını karakterize etmek için yeni bir ölçü olarak önerildi ve Helicobacter Pylori protein etkileşim ağına uygulandı [63]. Dehmer, ağaç ayrışmasına (tree decomposition) dayanan çizgelerin yapısal bilgi içeriğini tespit etmek için bir yöntem önerdi [64]. Kim, ağlardaki karmaşıklığı ölçmek ve hesaplama maliyetini düşürmek için önerilerde bulundu [65]. Bazı çizge türlerinde bazı aşırı entropi değerleri tespit edildi ve çizge entropisi ile derece güçlerinin toplamı arasındaki bağlantı bulundu [66]. Nie ve diğerleri [67], bir düğümün komşularının bilgisine dayanan yeni bir merkezilik tanımını entropi ile önerdi. TOPSIS ve göreceli entropi kullanılarak etkin düğümler tespit edildi [68]. Sosyal çizgede karmaşıklığı ve belirsizliği tanımlamak için arkadaş entropisi ve etkileşim sıklığı entropisi tanımlanarak, sosyal ilişkiye dayalı yapılarda hem doğrudan hem de dolaylı etkileri ölçmek için bir model önerildi [69]. Kümelemelerin tespitinde düğümün kümelemeye eklenmesinin doğruluğu entropi ile ölçüldü [70] .

3.2. Entropi Türleri

Geçmişte birçok entropi tanımlanıp kullanılmıştır. Bu çalışmaya temel oluşturan entropi türleri aşağıda açıklandı.

3.2.1. Boltzmann-Gibbs entropi

19. yüzyılda yaşamış olan Ludwig Boltzmann'ın mezar taşı üzerinde yer alan Denklem 3.1'deki entropi tanımı istatistiksel mekaniğe çok şey katmıştır.

$$S = k * \log w \quad (3.1)$$

Doğal süreçlerde bozuklukların artmasının entropi değerleri ile ilişkili olduğunu ilk fark eden kişidir. Olasılık kullanarak ünlü termodinamik düzensizlik denklemini ortaya koymuştur. Termodinamik entropinin olasılıksal olarak anlamını ilk vurgulayan ve istatistiksel olarak analizini gerçekleştiren, entropi kavramını moleküler düzensizlik veya kaosla ilişkilendiren kişi Boltzmann'dır [71]. Boltzmann entropisi, istatistiksel mekaniğin temel yapı taşıdır. Entropi kavramı daha sonra bilgi teorisinin ortaya çıkışıyla kullanım alanını genişletmiştir. k Boltzmann sabiti, w ise her bir makro durum ile uyumlu mikro durumların sayısıdır. w , termodinamik olasılık veya istatistiksel ağırlık olarak adlandırılan, sistemin makroskopik durumuyla uyumlu toplam mikroskopik karmaşık sayısıdır. w miktarı 'bozukluk derecesi' olarak adlandırılır [72]. Olayın veya durumun oluşma olasılığını belirtir. Boltzmann bu formülü geliştirirken o zamanlarda daha keşfedilmeyen atomların gazların ana yapısında bulunduğu

varsayımıyla hareket etmiştir. İzin verilen mikro durumlar üzerinden durumların dağılım bozukluğunun bir ölçüsünü sağlar. Modern fizikteki bütün entropi kavramlarının temelinde Boltzmann ve Gibbs entropileri vardır. Gibbs entropi, istatistiksel bir küme üzerinde tanımlanır. $\Omega = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ bir sistemin makroskopik veya gözlemlenebilir durumlarının bir kümesi olsun. $W(p_n)$ 'e gözlemsel durumun istatistiksel ağırlığı veya yapı fonksiyonu denir. Boltzmann entropi tanımında A_n gözlem durumuyla uyumlu olan mikroskobik karmaşık sayısıdır.

3.2.2. Shannon entropi

Bilgi ister analog ister dijital olsun, bir iletişim sisteminin kaynağıdır. Bilgi teorisi, bilgilerin kodlanması, depolanması ve iletilmesi çalışmalarını ele alan matematiksel bir yaklaşımdır. Claude Shannon yaptığı çalışmalarla bilgi kuramının temelini oluşturan kişidir.

X değişkeninin olasılık dağılımı $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ olursa, bu fonksiyon şu özelliklere sahip olmalıdır. Entropi fonksiyonu bütün p_i değerlerinde sürekli olmalıdır. Bütün p_i değerleri eşit olasılığa sahip olduğunda n adet olası durumlarda entropi fonksiyonu n 'nin monoton artan bir fonksiyonu olur. Her bir olasılığın entropi değeri toplanarak toplam entropi değeri elde edilir [73]. Shannon bu üç özelliğe göre 3.2 denklemini oluşturmuştur (burada K pozitif bir sayıdır).

$$E(p_1, p_2, \dots, p_n) = -K \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (3.2)$$

Deney sonucu ne ölçüde öngörülemez ise, entropi o denli büyük olmaktadır. Yazı tura atma olayı düşünüldüğünde olasılıksal bir sonuç söz konusudur. Doğru tahmin yapma şansı $1/2$ 'dir. $p(yazı) = p(tura) = 1/2$, $E = -1/2 \log 1/2 - 1/2 \log 1/2 = -\log 1/2 = -\log 2^{-1} = 1$. Çıkan sonuç 1 bit bilgi içerir. Bu değer muhtemel olası sonuçların sayısının logaritmasıdır. Bir madeni paranın yazı tura olayında eşit olasılık olduğu için maksimum belirsizlik yani maksimum entropi vardır. Örneğin; tura gelme olasılığının yazı gelme olasılığından büyük olma durumu söz konusu olsa, belirsizliğin daha az olacağı söylenebilir. $p(yazı) = 1/5$, $p(tura) = 4/5$, $E = -1/5 \log 1/5 - 4/5 \log 4/5 \approx 0,722$. Sonuç daha kolay tahmin edilebilir, çünkü tura gelme olasılığı daha yüksektir. Elde edilecek bilgi daha az olacaktır. Buradan entropi ile bilgi miktarının ilişkili olduğu söylenebilir. Örneğin bir madeni para 2 defa atılsın. $2^2 = 4$ oluşabilecek durum var. Oluşabilecek durumlar yazı-yazı, yazı-tura, tura-yazı, tura-tura'dır. Çıkan sonuç 2 bit ile ifade edilebilir. Bu madeni n kere atıldığında 2^n oluşabilecek durum

görülebilmektedir. Buradaki 2 her bir atışta oluşabilecek durum sayısını, üs n ise, toplam atış sayısını belirtmektedir. $E = \log 2^n = n \log 2$. Yazı tura 2 durumlu bir sonuç vermektedir. Zar atma olayında ise, 6 durumlu bir sonuç vardır. Her birinin oluşma olasılığı $1/6$ 'dır. $E = -\log 1/6 = \log 6 \approx 2.58$. Bilgi kuramında bu demektir ki 2.58 bitlik bir bilgi ile bu zarın aldığı değer karşıya iletilebilir. Logaritmanın taban değerinin 2 seçilmesinin sebebi sonucun karşıya bit (0,1) olarak iletilmesindendir. Karşıya gönderilecek bilgide görüldüğü üzere bir belirsizlik var, bütün bilgiler karşıya ulaştıktan sonra bu belirsizlik ortadan kalkmaktadır. Shannon, bu ölçüye entropi demiştir [50].

3.2.3. Rényi entropi

Alfred Rényi, bağımsız olayların katkısını koruyacak, olasılık aksiyomlarıyla uyumlu en genel bilgi hesaplama yöntemini araştırıyordu [74]. Çözüm geliştirmeye Cauchy'nin işlevsel denklemiyle başladı. Eğer p ve q , I 'den bağımsız ise,

$$I(pq) = I(p) + I(q) \quad (3.3)$$

olur. Normalleştirici bir sabitin dışında bu;

$$I(p) = -\log p \quad (3.4)$$

Hartley'in bilgi içeriği ile uyumludur [75]. $X = \{x_1, \dots, x_N\}$ olaylarının farklı olasılıklara sahip olduğunu varsayarsak $(p_1, \dots, p_N)$, ve her biri bilgi bitlerini iletirse, küme için toplam bilgi miktarı:

$$I(p) = \sum_{k=1}^N p_k I_k \quad (3.5)$$

Bu Shannon entropisi olarak kabul edilebilir, fakat bu denklemde bir örtülü varsayım var. Alternatifsiz olmayan doğrusal ortalama kullanılmış ve genel ortalama teorisinde, ters g^{-1} ile $g(x)$ 'in herhangi bir fonksiyonu için, ortalama, aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$g^{-1} \sum_{k=1}^N p_k g(x_k) \quad (3.6)$$

Bu tanım $I(P)$ 'ye uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir.

$$I(P) = g^{-1}(\sum_{k=1}^N p_k g(I_k)) \quad (3.7)$$

Bağımsız olaylar için bir eklenebilirlik (additivity) varsayımı uygulandığında, sadece iki olasılık $g(x)$ elde edilir.

$$g(x) = cx \quad (3.8)$$

$$g(x) = c^{-2(1-\alpha)x} \quad (3.9)$$

İlki Shannon bilgisini verir. İkincisi de negatif olmayan ve 1'den farklı değeri olan α için aşağıdaki denklemi verir.

$$I_\alpha(P) = \frac{1}{1-\alpha} \log(\sum_{k=1}^N p_k^\alpha) \quad (3.10)$$

Bu parametrik bir bilgi ölçümü sunar ve Renyi entropisi olarak adlandırılır. α 'nın aldığı değere göre özel durumlar oluşabilir. α değeri 0 olduğunda maksimum, sonsuza gittiğinde minimum entropi değeri oluşur. 1 değerini aldığı anda ise, Shannon entropi ile aynı değeri alır. Dikkat edilirse α , 1 değerini aldığı anda $1/0$ gibi bir belirsizlik oluşur. Bu tür durumlara çözüm üreten L'Hospital Teoremi kullanılarak denklem çözüldüğünde Shannon denkleminin elde edildiği görülür [76].

$$\lim_{\alpha \rightarrow 1} \frac{1}{1-\alpha} \log \sum_{k=1}^N p_k^\alpha = - \sum_{k=1}^N p_k \log p_k \quad (3.11)$$

3.2.4. Karıcı entropi

X 'in rastgele bir değişken olduğunu ve ilgili olasılık kütle/yoğunluk fonksiyonunun $p(x = x_i)$ veya $p(a \leq x \leq b)$ olduğu varsayalım. Eğer X , bir ayrık rastgele değişken ise, olasılık kütle fonksiyonu, karşılık gelen noktanın olasılığıdır. Eğer X sürekli rastgele bir değişkense, olasılık yoğunluğu fonksiyonunun nokta değeri olasılık değildir. Bir aralıktaki olasılık yoğunluk fonksiyonunun değerlerinin toplamı bize olasılığı verecektir. Yani,

$$p(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (3.12)$$

$[a, b]$ aralığı $I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_n = [a, a_1] \cup [a_1, a_2] \cup \dots [a_{n-2}, a_{n-1}] [a_{n-1}, b]$ gibi çok küçük bir aralığa bölünebilir. $1 \leq i \leq n$ olmak üzere her aralığa karşılık gelen olasılıklar I_i için P_i olabilir. Shannon entropisi

$$H(p) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (3.13)$$

Birçok yazar türev sırasının belirli bir adıma kadar tamsayı olduğunu ve bu özel noktaya ulaşırken türev sırasını gerçekte sayı olarak kabul etmiştir. Karıcı kesir dereceli türevi yeniden tanımladı ve özelliklerini bu çalışmalarda [73-76] verdi. Aşağıda Karıcı tarafından kesir dereceli entropi elde etmek için uygulanan adımlar gösterilmiştir.

$f(x): R \rightarrow R$ bir fonksiyon olsun. $\alpha \in R$ ve kesir dereceli türev aşağıdaki gibi olsun.

$$f^{(\alpha)}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^\alpha(x+h) - f^\alpha(x)}{(x+h)^\alpha - x^\alpha} \quad (3.14)$$

L'Hospital metodu uygulandığında denklemimiz şu hale gelir.

$$f^{(\alpha)}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} L \left(\frac{f^\alpha(x+h) - f^\alpha(x)}{(x+h)^\alpha - x^\alpha} \right) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{d(f^\alpha(x+h) - f^\alpha(x))}{dh}}{\frac{d((x+h)^\alpha - x^\alpha)}{dh}} = \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{\alpha-1} f'(x) \quad (3.15)$$

Kesir dereceli entropi elde etmek için kesir dereceli türev aşağıdaki fonksiyona uygulanabilir.

$$f(t) = \sum_i p_i^{-t} \quad (3.16)$$

Karcı entropi formülü aşağıdaki gibi olur.

$$E = \left| \frac{d^{(\alpha)} f(t)}{dt} \right| = \left| \frac{d^{(\alpha)}}{dt} \sum_{i=1}^n p_i^{-t} \right| = \sum_{i=1}^n \left| \left(\frac{p_i^{-t}}{t} \right)^{\alpha-1} (-1) p_i^{-1} \ln p_i \right| \quad (3.17)$$

$$E = \sum_{i=1}^n |(-p_i)^{\alpha-1} (-p_i) \ln p_i| = \sum_{i=1}^n |(-p_i)^\alpha \ln p_i| \quad (3.18)$$

Shannon entropisi, türev alınarak aşağıdaki Denklemden elde edilebilir [81].

$$H(p) = \lim_{t \rightarrow -1} \frac{d}{dt} \sum_i p_i^{-t} \quad (3.19)$$

Bu entropinin tanımı, Shannon entropisi olarak kabul edilir. Tsallis entropisi benzer şekilde tanımlanabilir. D_q^t Jackson[82] türevi olarak kabul edilir.

$$H(p) = \lim_{t \rightarrow -1} D_q^t \sum_i p_i^{-t} \quad (3.20)$$

Bu yaklaşım belirsiz limite, L'Hospital kuralına dayanmaktadır. p_i , i'nci olayın olasılığı veya belirli değerler için rasgele değişken olarak kabul edilirse entropi değeri şöyle hesaplanır.

$$Karcı Entropi = D_t^{(\alpha)} \sum_i |p_i^{-t}| = \sum_i |(-p_i)^\alpha \log p_i| \quad (3.21)$$

Karcı çalışmasında bu yöntemi Standart Normal dağılım, Binom dağılım, Poisson dağılım ve Weibull dağılımına uyguladı. Elde edilen sonuçlar, (0,1) aralığında önerilen entropinin Shannon entropiden daha iyi olduğunu gösterdi [79, 80]. Bu tez çalışması ile Karcı ilk defa sosyal ağlara uygulanmış oldu.

3.3. Çizge Entropi ile Merkezilik

Çizgede entropi yapısal kararlılığı temsil eder ve entropi bir sistemin belirsizliğini (düzensizliğini) ölçtüğü için her bir düğümün bu belirsizliğe etkisini ölçmek aslında

düğümün ne kadar merkezi olduğunu gösterir. Uygulanan yöntemde her bir düğüm ağdan sırayla çıkarılarak toplam entropi hesaplandı ve ağdaki etkisi ölçüldü. Elde edilen entropi değerleri küçükten büyüğe sıralandığında üst sıradaki düğümler ağın en merkezi düğümleridir.

Bu tezde çizge yapısındaki verilerde en çok kullanılan merkezilik yöntemlerine ek olarak farklı entropi hesaplamaları kullanılarak merkezi/etkin düğümler bulunmaya çalışıldı. Sosyal ağlarda entropi ile merkezi düğümlerin bulunabileceği gösterildi. Düğümlerin kenar ağırlık değerleri ve düğüm benzerlikleri kullanılarak entropi hesaplamaları yapıldı [85]. Farklı veri setleri kullanılarak hesaplama ve analizler yapıldı.

n düğümü olan bir ağırlıklı ağda düğümlerin her bir durumda bulunma olasılıkları p_{ij} olsun. Çizgenin toplam entropisi ($E(G)$) Denklem 3.22, Denklem 3.23 ve Denklem 3.24 kullanılarak hesaplanır. w_{ij} , i ile j düğümleri arasındaki ilişkiyi sağlayan ayrıtın ağırlığıdır ve $E(v_i)$, i düğümünün entropisidir. Bütün düğümlerin entropisi hesaplandıktan sonra, çizgenin toplam entropisi $E(G)$ hesaplanır.

$$p_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{j \in E} w_{ij}}, \quad (3.22)$$

$$E(v_i) = -\sum_{j=1}^n p_{ij} \log p_{ij}, \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad (3.23)$$

$$E(G) = \sum_{i=1}^n E(v_i), \quad (3.24)$$

$$E(v_i) = \sum_{j=1}^n |(-p_{ij})^\alpha \log p_{ij}|, \quad 0 < \alpha \quad (3.25)$$

$$E(v_i) = \frac{1}{1-\alpha} \log(\sum_{j=1}^n p_{ij}^\alpha), \alpha \neq 1 \quad (3.26)$$

Logaritma 0 ile 1 arasında eksi değer alır. Bu çalışmada p_{ij} değerleri 0 ile 1 arasında olduğu için logaritma sonucu eksi çıkar. Bu yüzden pozitif değere dönüştürülür. p_{ij} 'nin küçük değerlerinde eksiler pozitif kabul edildiğinden büyük değerlermiş gibi kabul edilir.

Çizelge 3.1. Örnek entropi hesaplaması

Logaritma	Üs değeri	Shannon	Karcı
$\log_2(0.1) = -3.3219$	$0.1^{0.1} = 0.7943$	$0.1 * \log_2(0.1) = -0.3321$	$0.1^{0.1} * \log_2(0.1) = -2.6385$
$\log_2(0.3) = -1.7370$	$0.3^{0.1} = 0.8866$	$0.3 * \log_2(0.3) = -0.5211$	$0.3^{0.1} * \log_2(0.3) = -1.54$
$\log_2(0.5) = -1$	$0.5^{0.1} = 0.9330$	$0.5 * \log_2(0.5) = -0.5$	$0.5^{0.1} * \log_2(0.5) = -0.9330$
$\log_2(0.7) = -0.5146$	$0.7^{0.1} = 0.9650$	$0.7 * \log_2(0.7) = -0.3602$	$0.7^{0.1} * \log_2(0.7) = -0.4966$
$\log_2(1) = 0$	$1^{0.1} = 1$	$1 * \log_2(1) = 0$	$1^{0.1} * \log_2(1) = 0$
$\log_2(1.5) = 0.5850$	$1.5^{0.1} = 1.0414$	$1.5 * \log_2(1.5) = 0.8775$	$1.5^{0.1} * \log_2(1.5) = 0.609219$
$\log_2(2) = 1$	$2^{0.1} = 1.0718$	$2 * \log_2(2) = 2$	$2^{0.1} * \log_2(2) = 1.0718$
$\log_2(3) = 1.5850$	$3^{0.1} = 1.1161$	$3 * \log_2(3) = 4.755$	$3^{0.1} * \log_2(3) = 1.7690$
$\log_2(4) = 2$	$4^{0.1} = 1.1487$	$4 * \log_2(4) = 8$	$4^{0.1} * \log_2(4) = 2.2974$
$\log_2(8) = 3$	$8^{0.1} = 1.2311$	$8 * \log_2(8) = 24$	$8^{0.1} * \log_2(8) = 3.6933$

Çizelge 3.1’de örnek p_{ij} ve α değerlerine göre elde edilen sonuçlar gösterildi. Alınan değerlerle hareketin hangi yönde olduğu görülebilir. α değeri düştükçe entropi değeri büyür. p_{ij} değeri büyüdükçe entropi değeri büyür.

Bu çalışmada Shannon entropi ile birlikte çok daha fazla farklı durumu hesaba katan α üs değeri kullanan Karcı [83] tarafından önerilen Denklem 3.25’deki Karcı entropi ve α değeri kullanan Alfred Renyi [74] tarafından önerilen Denklem 3.26’deki Renyi entropi sosyal ağlara uygulandı.

4. BULANIK MANTIK

Bulanık kelimesi, net olmayan veya belirsiz olan şeyleri ifade etmek için kullanılır. Sürekli değişen herhangi bir olay, süreç ya da işlev her zaman doğru ya da yanlış olarak tanımlanamaz, bu da bu tür durumların bulanık bir şekilde tanımlanması gerektiği anlamına gelir. İnsan düşüncesinin büyük çoğunluğu bulanık yapıya sahiptir. Bulanık Mantık, insan karar verme metodolojisine benzemektedir ve matematiğin gerçek dünyaya uygulanmasıdır. Kesin olmayan ve matematiksel olarak tam modellenemeyen problemlerle ilgilenilir. Gerçek dünyada değişen durumlara göre değişen sonuçları olan problemler vardır. Bir sistemi istenilen duruma getirmek için sezgilere ve deneyimlere bağlı olarak bir strateji geliştirilir. Belirsiz ve kesin olmayan bilgiler ile ilgilenilir. Makinelere insanların özel verilerini işleyebilme ve onların deneyimlerini ve önsezilerini kullanarak çözüm üretme yeteneği verir. Bu, gerçek dünya sorunlarının tamamıyla basitleştirilmesi ve Şekil 4.1'deki doğru/yanlış veya 1/0 Boolean mantığı yerine doğruluk derecelerine dayanmaktadır. Sayısal ifadeler yerine sembolik ifadeler kullanılır. Sembolik ifadelerin makinelere aktarılmasında matematiksel olarak bulanık kümeler kuramı kullanılır.

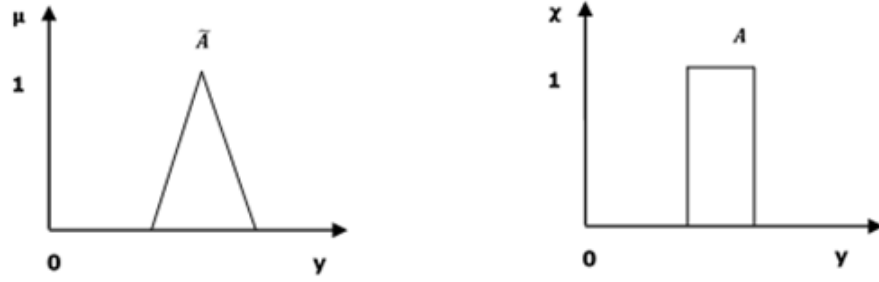


Şekil 4.1. Boolean ve bulanık yapı

Bulanık Mantık 1965 yılında Lofti A. Zadeh tarafından “Bulanık Kümeler” adlı araştırma makalesinde sunulmuştur [86]. Küme denince nesnelerden oluşan topluluk akla gelir. Bir küme farklı elemanların sırasız bir koleksiyonudur. Küme elemanları küme parantezi ({) kullanılarak ve elemanların aralarına virgül işareti koyarak açık bir

şekilde listelenebilir. Elemanların sırasının değiştirilmesi kümede herhangi bir değişikliğe sebep olmaz. Örneğin, haftanın günleri kümesi, bilgisayar mühendisliği 1. sınıf öğrencileri kümesi gibi.

$A = \{a, 1, 2, 3, 4, b, c, d\}$ bir kümedir. $\{1, 2, 3, a, 4, b, c, d\}$ bu kümenin elemanlarıdır. A kümesinin 8 tane elemanı vardır ve bu $s(A) = 8$ şeklinde yazılarak belirtilir. Bir elemanın kümeye ait olduğu $\in$, ait olmadığı $\notin$ işaretiyle gösterilir. $5 \notin A, 1 \in A$ gibi.



Bulanık küme $\tilde{A}$ 'nın üyelik fonksiyonu

Klasik küme A 'nın üyelik fonksiyonu

Şekil 4.2. Küme türlerinin üyelik fonksiyonu [87]

Bulanık kümeler, klasik kümelerin bir uzantısı olarak düşünülebilir. Bu iki yapı küme üyeliği bağlamında en iyi şekilde anlaşılabilir (Şekil 4.2). Temel olarak kısmi üyeliğe izin verir, bu da kümenin farklı üyelik derecelerine sahip elemanlar içerdiği anlamına gelir. Bundan klasik küme ve bulanık küme arasındaki fark anlaşılabilir. Klasik küme, üyeliğin kesin özelliklerini karşılayan unsurlar içerirken, bulanık küme üyeliğin kesin olmayan özelliklerini karşılayan öğeler içerir.

4.1. Matematiksel Gösterim

Evrensel küme, belirli bir konu veya uygulamayı ilgilendiren muhtemel bütün elemanları içeren kümedir. Boş olmayan bir U evrensel kümesinde $\tilde{A}$ bulanık kümesi bir alt küme olsun. Matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \{(y, \mu_{\tilde{A}}(y)) | y \in U\} \quad (4.1)$$

Bu denklemde $\mu_{\tilde{A}}(y) : U \rightarrow [0,1]$, y 'nin 0 ve 1 arasındaki bir değerle üyelik fonksiyonunu gösterir. U evrensel kümesi içerisindeki bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi genellikle y elemanlarının ve bu elemanların üyelik derecelerinin sıralı çiftlerinden oluşan bir küme ile temsil edilir.

U evreninin sonlu ve ayrık olduğu durumlardaki gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(y_1)}{y_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(y_2)}{y_2} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(y_3)}{y_3} + \dots \right\} = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(y_i)}{y_i} \quad (4.2)$$

U evreninin sonsuz ve sürekli olduğu durumlarda ise, aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(y)}{y} \right\} \quad (4.3)$$

4.2. Bulanık Kümede İşlemler

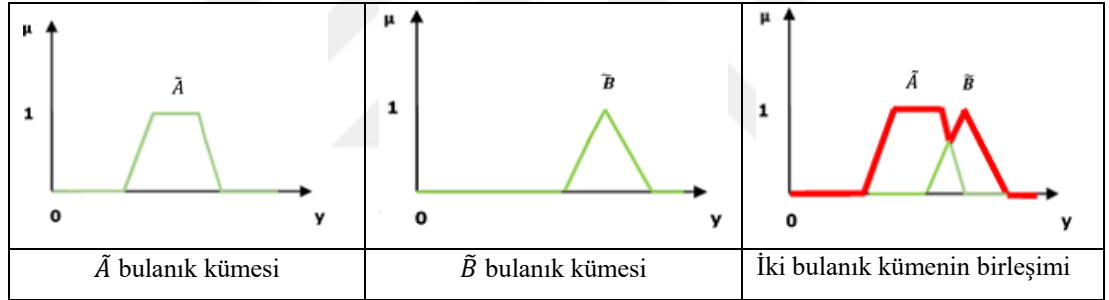
U evrensel kümesinde $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ olmak üzere iki bulanık küme olduğu ve y bu evrenin bir elemanı olarak düşünüldüğünde bulanık kümeler üzerindeki birleşim, kesişim ve tümleyen işlemi aşağıdaki gibi olur.

Birleşim (Bulanık ‘VEYA’)

Birleşimi anlamak için aşağıdaki ilişkinin nasıl oluştuğuna bakılabilir.

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(y) = \mu_{\tilde{A}}(y) \vee \mu_{\tilde{B}}(y) = \max(\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad \forall y \in U \quad (4.4)$$

Buradaki $\vee$ maksimum operasyonu ifade eder (Şekil 4.3).

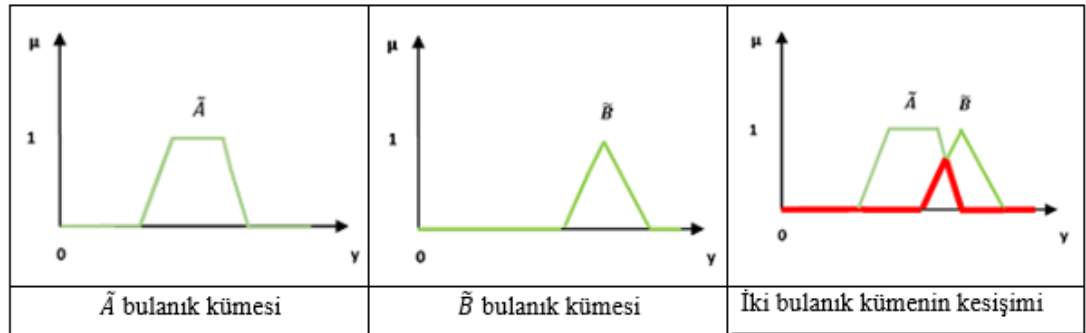


Şekil 4.3. Bulanık kümede birleşim işlemi [87]

Kesişim (Bulanık ‘VE’)

Buradaki $\wedge$ minimum operasyonu ifade eder (Şekil 4.4).

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(y) = \mu_{\tilde{A}}(y) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(y), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad \forall y \in U. \quad (4.5)$$

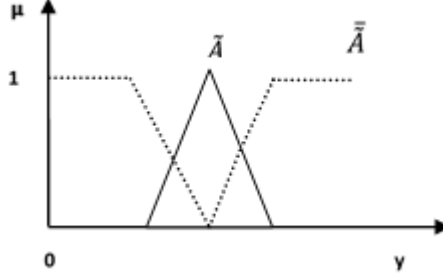


Şekil 4.4. Bulanık kümede kesişim işlemi [87]

Tümleyen (Bulanık ‘DEĞİL’)

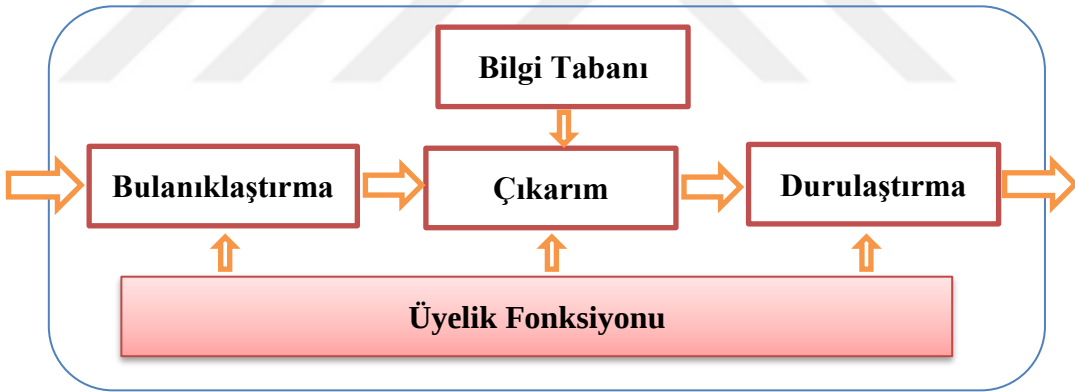
A kümesine ait olmayan U evrensel kümesine dâhil olan kümeye A’nın tümleyeni denir (Şekil 4.5). Matematiksel ifadesi şöyledir;

$$\mu_{\bar{A}}(y) = 1 - \mu_A(y) \quad y \in U \quad (4.6)$$



Şekil 4.5. Bulanık kümenin tümleyeni [87]

Eğer herhangi bir elemanın $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki üyelik derecesi 0,7 ise tümleyenindeki üyelik derecesi 0,3 olur. Kümeler için $A \cup \bar{A} = U$ ve $A \cap \bar{A} = \emptyset$ haricindeki durumlar dışında bilinen tüm işlemler bulanık kümeler içinde geçerlidir.



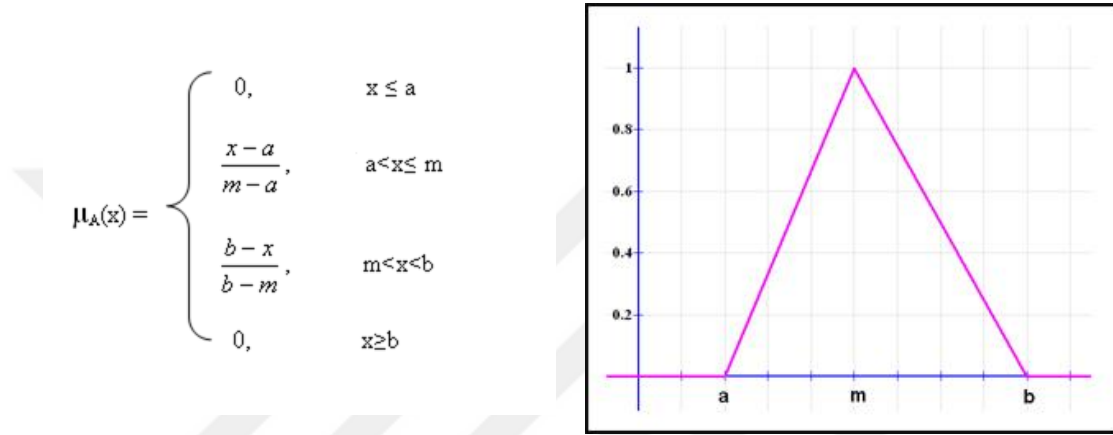
Şekil 4.6. Basit bir bulanık sistemin aşamaları

4.3. Üyelik Fonksiyonu

Bir üyelik fonksiyonu U evrensel kümesindeki bir elemanın bulanık alt kümesine benzerlik derecesinin ölçümünü sağlar. Başka bir deyişle, üyelik fonksiyonu bulanık mantıktaki gerçekliğin derecesini temsil eder. Bulanık bir küme her bir elemanın üyeliğinin derecelendirilebildiği keskin bir kümenin genelleştirilmiş halidir. Bulanıklık en iyi üyelik fonksiyonu seçilerek karakterize edilebilir. Bir bulanık küme, elemanlarının üyelik değerini belirlemek için üyelik fonksiyonu olarak adlandırılan üçgen, yamuk, çan eğrisi vb. fonksiyonlar kullanırlar. Üyelik 0'dan 1'e kadardır. Üyelik

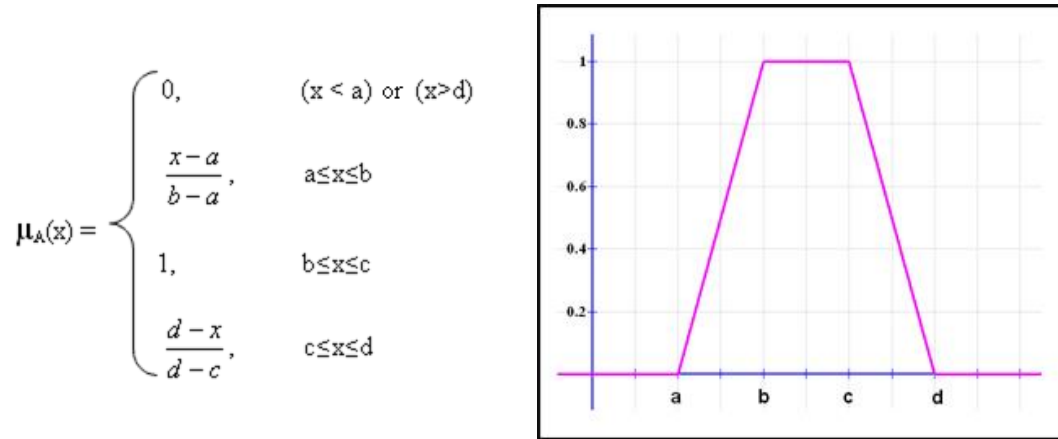
fonksiyonları, pratik problemleri bilgiden ziyade tecrübe ile çözecek bir teknik olarak tanımlanabilir. Üyelik fonksiyonları grafik formlarla temsil edilir ve bulanıklığı tanımlayan kurallar da bulanıktır. Her bir kuralın sonucu, girişlerin üyelik derecelerinden, durulaştırma ile sayısal bir değerin elde edilmesi ile belirlenir (Şekil 4.6).

Üçgen Fonksiyonu: Alt sınır a , üst sınır b ve m değeri ile tanımlanır (Şekil 4.7), burada $a < m < b$ dir.



Şekil 4.7. Üçgen üyelik fonksiyonu [88]

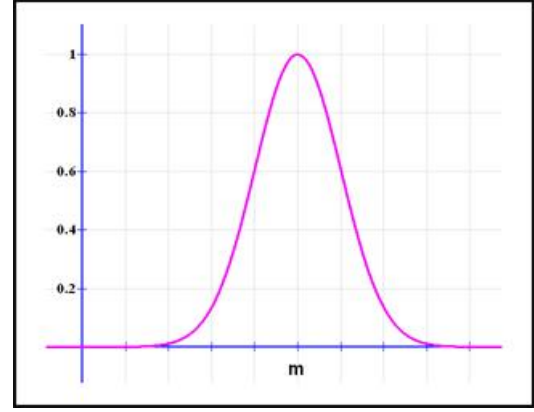
Yamuk Fonksiyonu: Alt sınır a , üst sınır d , alt destek sınırı b ve üst destek sınırı c ile tanımlanır (Şekil 4.8), burada $a < b < c < d$. R-fonksiyonları ($a = b = -\infty$) ve L-fonksiyonları ($c = d = +\infty$) olarak adlandırılan iki özel yamuk durumu vardır.



Şekil 4.8. Yamuk üyelik fonksiyonu [88]

Gauss Fonksiyonu: Merkezi değer m ve standart sapma $k > 0$ ile tanımlanır. k ne kadar küçükse, “çan eğrisi” o kadar dar olur (Şekil 4.9).

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{2k^2}}$$



Şekil 4.9. Gauss üyelik fonksiyonu [88]

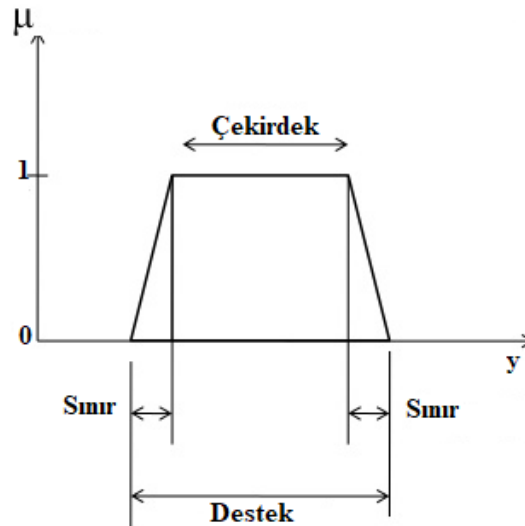
Üyelik Fonksiyonunun Özellikleri

Çekirdek (Core): Bir üyelik fonksiyonunun çekirdeği, kümeye tam üyelikle karakterize edilen bölgedir. Tam üyeliği ifade eden durumları kapsar. $\mu_{\tilde{A}}(y) = 1$ dir.

Destek (Support): Herhangi bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi için, üyelik fonksiyonunun desteği, kümede sıfır olmayan bir üyelik değeri ile karakterize edilen bölgedir. $\mu_{\tilde{A}}(y) > 0$ durumlarının hepsini kapsar.

Sınır (Boundary): Üyelik fonksiyonunun sınırı, kümedeki sıfır olmayan ancak tamamlanmamış bir üyelikle karakterize edilen evrenin bölgesidir. $0 < \mu_{\tilde{A}}(y) < 1$ şeklinde ifade edilir.

Şekil 4.10’da bu durumlar gösterilmiştir.



Şekil 4.10. Üyelik fonksiyonunun özellikleri [87]

4.4. Bulanıklaştırma

Bulanıklaştırma, keskin bir kümeyi bulanık bir kümeye veya bulanık bir kümeyi daha bulanık kümeye dönüştürme işlemidir. Sistemden alınan giriş bilgilerini dilsel niteleyiciler olan sembolik değerlere dönüştürme işlemidir. Üyelik fonksiyonundan faydalanılarak giriş bilgilerinin ait olduğu bulanık kümeyi ve üyelik derecesini tespit eder. Buna göre sayısal değere orta, yüksek gibi dilsel değişken değerler atar. İhtiyaca göre değişik yapılardaki (üçgen, yamuk, gauss vb.) bulanık kümeler tercih edilebilir.

4.5. Bilgi Tabanı

Bilgi tabanı, veri tabanı ve kural tabanı olmak üzere iki kısımdan oluşur. Bulanık temel kuramına dayanan kuralları ve dilbilimsel değişkenleri temsil eder. Bilgi tabanı sistemleri yaklaşık akıl yürütmeye izin verir. Bulandırma, çıkarım, durulama işlemleri sırasında gerek duyulan üyelik işlevi ve kural tablosu veri tabanından kullanıma sunulmaktadır. Bulanık sistemlerde girişler AZ, ORTA, YÜKSEK gibi dilsel değişkenlerden oluşur. Bu girişlere göre sonuca varma ve karar alınırken EĞER – O HALDE (IF - THEN) türünden kurallardan yararlanılır. Bulanık kurallar, A ve B dilbilimsel değişkenleri içeren önermelerin (koleksiyonların) olduğu 'IF A THEN B' genel formuna sahip olan dilsel IF-THEN yapılarıdır. A öncül olarak adlandırılır ve B kuralın sonucudur. Sonuç olarak, dilbilimsel değişkenlerin ve bulanık IF-THEN kurallarının kullanımı, belirsizlik ve belirsizlik toleransını kullanır.

4.6. Bulanık Çıkarım

İnsanın karar verme, önerme ve çıkarım yapma şekline benzer bir durumu ortaya koyar. İnsan aklının verileri özetleme ve kararlarla ilgili bilgilere odaklanma konusundaki yeteneğini taklit eder. Girişlere göre bulanık kural tabanındaki kuralları kullanarak bir kıyaslama yapar, buna göre çıkışları hesaplar. Bulanık çıkarım için önerilen birçok mekanizma vardır. Bulanık çıkarım yöntemleri doğrudan ve dolaylı yöntemler olarak sınıflandırılır. En çok kullanılan üç doğrudan yöntem aşağıda açıklanmıştır.

Mamdani: 1975 yılında Mamdani ve Assilian tarafından dilsel değişkenler kullanılarak buhar motoru ve kazan bileşimini kontrol etmek için geliştirilmiştir [89]. Bulanık küme kuramı kullanılarak yapılan ilk kontrol sistemleri arasında yer alır. Mamdani, dilsel kural yaklaşımının bilgisayar tarafından kolaylıkla işlenebildiğini göstermiştir. Türbin hızı ve basınç değerlerine göre vananın açılma seviyesi bulanık mantık ile ayarlanmaya çalışılmıştı. Sonuç kısmında bulanık kümeler kullanılır. 'min-

max' işlemlerinin basit yapısı nedeniyle, uygulamalarda en çok kullanılan yöntemdir. Girdiler bulanıklaştırılır, daha sonra çıkarsama ve birleştirme adımları uygulanır. Sonuç durulaştırma ile elde edilir. Durulaştırmanın hesaplama maliyeti yüksektir [90]. Bu tez çalışmasında uygulamalar Mamdani tipi çıkarsama kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Takagi-Sugeno: Durulaştırmanın uzun sürmesi sebebiyle, Takagi, Sugeno ve Kang 1985'te Mamdani'den farklı olarak sonuç kısmında bulanık kümeler yerine gerçel sayıların kullanıldığı bir yöntem önerdiler [91]. A, B, C bulanık kümeler olmak üzere bu tip çıkarsamada kural yapısı "*EĞER* $x = A$ ve $y = B$ *İSE* $z = f(x, y)$ " şeklinde olur. Sonuç fonksiyonuna göre birinci derece, sıfıncı derece olarak sınıflandırılır. z değeri ağırlıklı ortalama hesaplanarak bulunur. Genellikle x ve y giriş değişkenlerine göre elde edilen $f(x, y)$ çıkışı bir polinomdur ancak kurala göre bulanık bölge içindeki model çıktısını uygun şekilde tanımlayabilen herhangi bir fonksiyonda olabilir. f bir sabit olduğunda Mamdani bulanık çıkarım sisteminin özel bir hali olan sıfır dereceli bir Sugeno bulanık modeli olur. Bu yapıda kuralları oluşturmak ve sistematik bir şekilde sunmak zordur. Hesaplama maliyeti Mamdani'ye göre düşüktür [90].

Tekil (Singleton): Bulanık kuralların sonuç kısmında sabit değerler kullanılır. Mamdani ve Takagi-Sugeno'nun özel bir biçimidir [92].

4.7. Durulaştırma

Bulanıklaştırma süreci, net miktarlardan bulanık miktarlara dönüşümü içerir. Bulanık haldeki sonucu tekrar berraklaştırmak gerekir. Durulaştırma süreci "yuvarlama" olarak adlandırılır. Bulanık kümeyi net (crisp) bir kümeye indirgeme veya bulanık bir üyeyi net bir üyeye dönüştürme süreci olarak tanımlanabilir. Durulaştırma sonucunda sonuç elde edildiğinden önemlidir. Bulanık verinin uygun bir yöntemle durulaştırılması başarıyı etkiler. Maksimum üyelikte bulanık kümenin sonucu maksimum yapan değeri hesaplanarak durulaştırma yapılır. Merkezi yöntemde sonuç bulanık kümesinin ağırlık merkezini gösteren değer durulaştırmanın çıktısıdır. Ağırlıklı ortalama yönteminde, sonuç bulanık kümesini etkileyen her üyelik fonksiyonunun ağırlık merkezi hesaplanır. Ardından her bir üyelik fonksiyonundaki tetiklenme derecelerine göre ağırlıklı ortalama hesabı yapılır. Ortalama-maksimum yönteminde, sonuç bulanık kümesinin en büyük değerlerinin ortalaması alınarak durulaştırma çıktısı elde edilir. Toplamların merkezi yönteminde sonuç bulanık kümesini oluşturan her bir üyelik fonksiyonunun cebirsel toplamının merkezi durulaştırma sonucudur [90].

5. YÖNTEM VE UYGULAMALAR

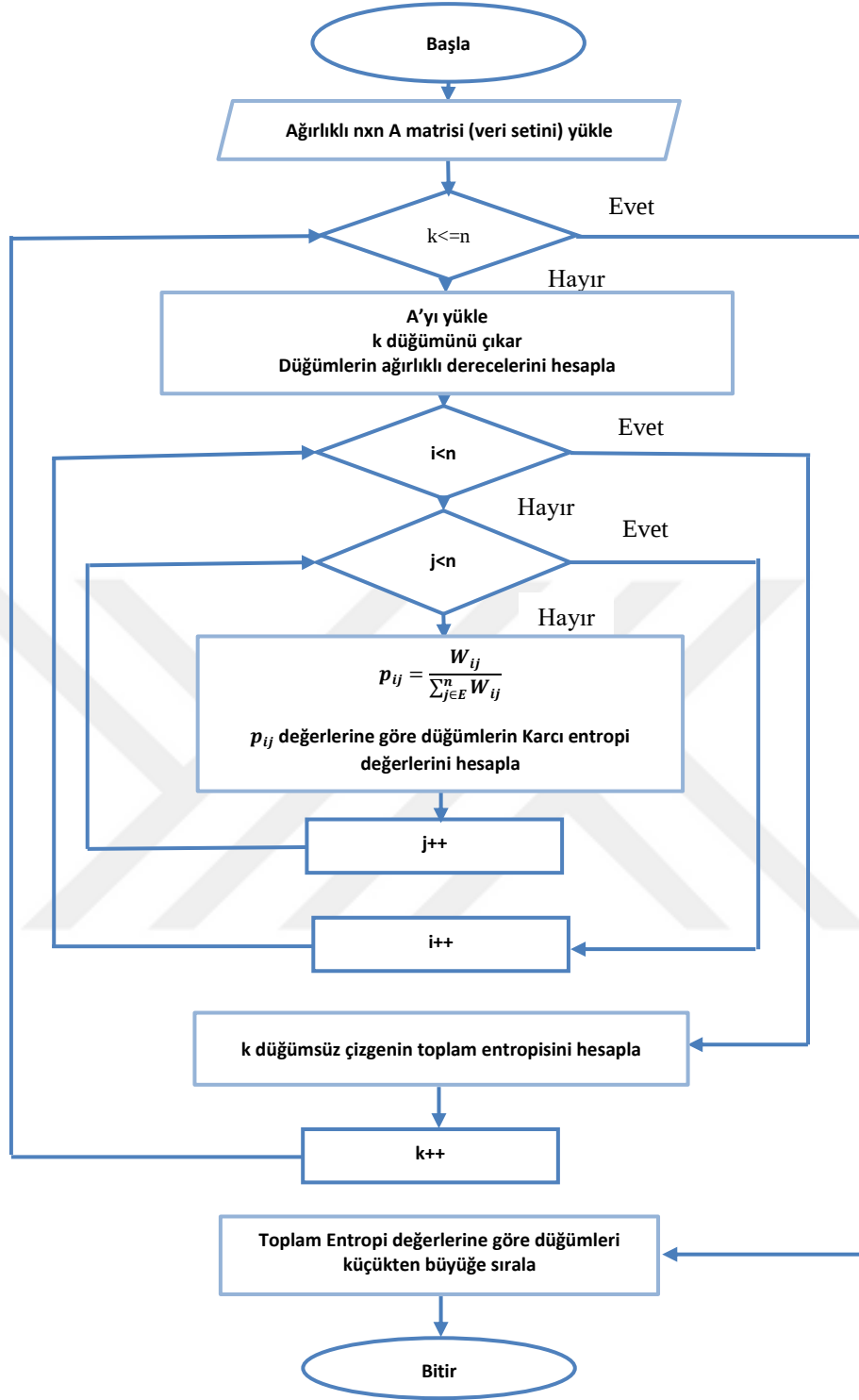
Bu tezde farklı entropi hesaplamaları kullanılarak sosyal ağlarda analizler yapıldı. Sosyal ağlarda entropinin kullanımına en uygun hesaplamanın merkezilik olduğu düşünülerek farklı ağların merkezilik hesaplaması yapılarak en etkin düğümler tespit edildi. Entropi, değişimi ve bilgi miktarını ölçtüğü için her bir düğümün bu değişimdeki etkisi kullanılarak merkezi düğümler doğru bir şekilde tespit edilebildi. Geleneksel merkezilik ölçümlerinin yetersiz kaldığı, uygun sonuç üretemediği yapılarda da yöntemimiz doğru sonuçlar üretebildi.

Bu çalışmada ilk başta Karcı entropi kullanılarak hesaplamalar yapıldı. İkinci aşamada ise Karcı entropiye ek olarak Renyi entropi kullanıldı. α değerinin doğru kullanılması için bulanık mantık ile sosyal ağlardaki topolojik değerler kullanılarak öneri yapıldı. Bu şekilde işlem maliyeti düşürüldü. İstenilen amaçlar doğrultusunda sonuca gidilmiş oldu.

5.1. Karcı Entropi Merkezilik

Karcı, olasılık dağılım fonksiyonlarına kesirli dereceden türev ile yeni bir yöntem uygulayarak entropi için iki yeni tanım elde etti [83]. Bu tanımlardan biri Denklem 3.21'dir. Bu entropi Shannon ile birlikte farklı durumları da içinde barındırır. Son zamanlarda Shannon entropinin sosyal ağlarda kullanımı artmaktadır. Buradan hareketle Karcı entropinin sosyal ağlarda kullanılmasının iyi sonuçlar vereceği düşünüldü. Düğüm merkezilikleri hesaplanırken Shannon ile doğru sonuçlar alınsa da entropiden ziyade olasılık için kullanılan ağ parametrelerinin etkisi istenilen sonuca ulaşmada daha etkili olmaktadır. Bu çalışmada Karcı'da kullanılan α 'nın farklı değerleri ile nasıl bir sonuç elde edileceğinin, α 'nın etkisinin ne oranda çözüme katkı sunacağı uygulamalar üzerinden gösterilmeye çalışıldı.

Shannon'da α , 1'dir. α , 1 ve üzeri olduğunda kenar ağırlıkları daha çok devreye girer. α daha düşük değerler seçildiğinde merkezi düğümleri tespit ederken bağlantıları daha çok olanlar daha fazla dikkate alınır. p_{ij} olasılık değeri yüksek olanlar merkezi olmaya daha yakındır. Önerilen yöntemin akış diyagramı aşağıda verilmiştir.



Şekil 5.1. Önerilen Karcı entropi akış diyagramı

Karcı entropi merkezilik hesaplama algoritma adımları aşağıdaki gibidir. Entropi hesaplanırken amaçlar doğrultusunda uygun α değerinin seçilmesi önemlidir. α değeri yerel veya küresel merkezi düğümlerin tespitini sağlar.

Karcı Entropi Merkezilik Hesaplama Algoritması

- 1- n düğümlü ağırlıklı ağı veri setinden yükle
- 2- for $k = 1:n$
 k düğümünü ağdan çıkar
- 3- Düğümlerin ağırlıklı derecelerini hesapla (Denklem 3,22)
- 4- Entropi hesapla
 for $i = 1:n - 1$
 for $j = 1:n - 1$
 Entropi(i)=(Karcı entropiyi p_{ij} değerlerini kullanarak hesapla (Denklem 3,25))
- 5- Toplam entropiyi hesapla (Denklem 3,24)
- 6- Eğer k eşit değil n ise 2'inci adıma ilerle
- 7- Elde edilen entropi değerlerini küçükten büyüğe sırala

Önerilen yöntemde oluşturulan ağırlıklı ilişki matrisi (komşuluk matrisi) sisteme yüklenir. Matriste tanımlı düğüm sayısı hesaplanır. Döngüler bu sayıya göre ayarlanır ve her bir düğüm sırayla ağdan çıkarılır. Düğüm çıkarıldıktan sonra ağdaki düğümlerin kenar ağırlıkları toplamı bulunur. i ve j düğümleri arasındaki ağırlıklı olasılık p_{ij} değerleri hesaplanır. Düğümlerin Karcı entropi değerleri istenilen α değerine göre hesaplanır. α değeri 1 seçilirse Shannon entropi değerleri hesaplanmış olur. Bütün düğümler sırayla ağdan çıkarıldıktan sonra hesaplanmış olan toplam entropi değerleri küçükten büyüğe sıralanır. Bu şekilde en etkin düğümler tespit edilir. Küçük entropi değerlerine sahip olanlar en etkin düğümlerdir. Çünkü ağı bütün düğümlerle hesaplanan toplam entropi değerini en çok düşüren düğümlerdir.

Karcı Entropi Kodu

```
load(adj) %ilişki matrisi
n=size(adj) %düğüm sayısı
derece=degrees(adj); %düğüm dereceleri toplamı
for ii=1:n
    adj1=adj;
    for jj=1:n %ağdan çıkarılacak düğüm
        adj1(ii,jj)=0; adj1(jj,ii)=0;
    end
    weight1=sum(adj1) %çıkarılan düğümsüz kenar ağırlığı toplamı
    for i=1:n
        for j=1:n
            k=(adj1(i,j)); %i ve j düğümleri arası kenar ağırlığı
            l=(weight1(i)); %i'nin bütün komşuları ile toplam ağırlığı
            p_ij=k/l; %olasılık
            entropi_karci(i,j)=abs((((-1)*p_ij)^alfa)*log2(p_ij));
        end
    end
    toplam_dugum_entropi_karci=sum(entropi_karci);
    toplam_entropi_karci(ii)=sum(toplam_dugum_entropi_karci);
end
```

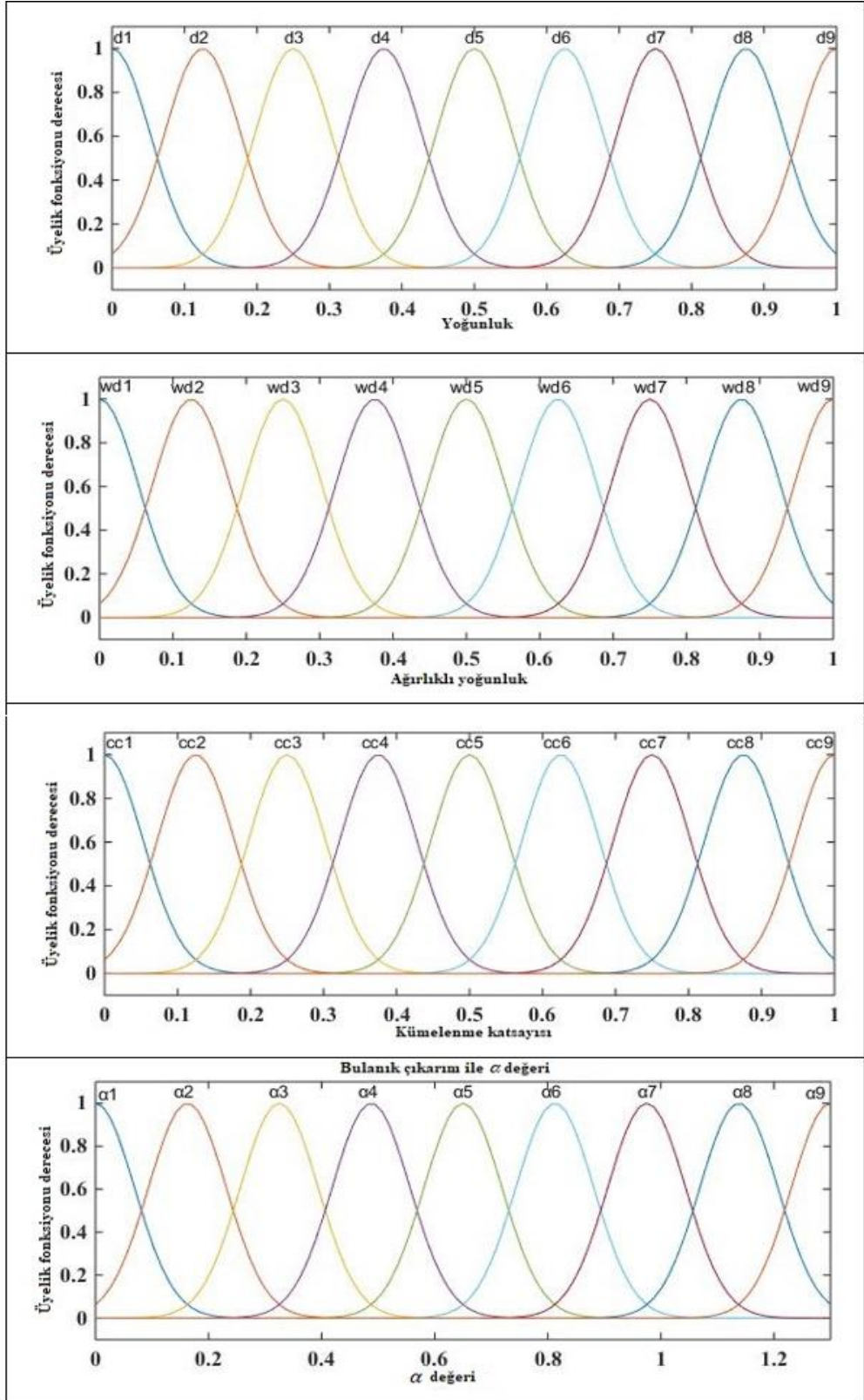
5.2. Bulanık Entropi Merkezilik

Renyi ve Karcı'da Shannon'dan farklı olarak α değeri vardır. α için uygun seçim algoritması bu bölümde bulanık mantık kullanılarak hesaplandı. Giriş ve çıkış için seçilecek değerlerin aralığı Şekil 5.2'de gösterildi. Bulanık kümelerin üyelik fonksiyonları yamuk, üçgen ya da Gauss olabilir. Bu çalışmada Gauss üyelik fonksiyonu kullanıldı. α değerinin çıktı aralığı, farklı ağlardan edinilen deneyim nedeniyle 0 ile 1,3 arasında seçildi. Bu değer farklı α değerleri kullanılarak yapılan denemelerden elde edilen tecrübe ile belirlendi. Çeşitli ağlara uygulandığında, α değerinin, 1,3 değerinden büyük seçildiğinde düğüm sırasını karıştırdığı görüldü. Bulanık bir çıkarım sistemi, bir dizi bulanık sınıflandırma kuralıyla açıklanmaktadır. Deneyimlerden elde edilen bir dizi dilsel kontrol kuralını sentezleyen Mamdani bulanık çıkarımı kullanıldı [89]. Giriş olarak kullanılacak sosyal ağ özellikleri, α ile ters orantılıdır. Bu nedenle, bu değerler yüksek olduğunda, α düşük seçilmelidir. Dilbilimsel ifadeleri olan kurallar aşağıda gösterilmiştir.

Dilbilimsel kurallar
1. If (yoğunluk is d1) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd1) and (kümelenme-katsayısı is cc1) then (α -değeri is α_9)
2. If (yoğunluk is d2) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd2) and (kümelenme-katsayısı is cc2) then (α -değeri is α_8)
3. If (yoğunluk is d3) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd3) and (kümelenme-katsayısı is cc3) then (α -değeri is α_7)
4. If (yoğunluk is d4) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd4) and (kümelenme-katsayısı is cc4) then (α -değeri is α_6)
5. If (yoğunluk is d5) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd5) and (kümelenme-katsayısı is cc5) then (α -değeri is α_5)
6. If (yoğunluk is d6) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd6) and (kümelenme-katsayısı is cc6) then (α -değeri is α_4)
7. If (yoğunluk is d7) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd7) and (kümelenme-katsayısı is cc7) then (α -değeri is α_3)
8. If (yoğunluk is d8) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd8) and (kümelenme-katsayısı is cc8) then (α -değeri is α_2)
9. If (yoğunluk is d9) and (ağırlıklı-yoğunluk is wd9) and (kümelenme-katsayısı is cc9) then (α -değeri is α_1)

α üssünün değerini belirlemek için, ağırlıksız (d) ve ağırlıklı ağ yoğunluğu (wd) ve kümeleme katsayısı (cc) değerleri, bulanık çıkarım sistemine girdi olarak kullanıldı ve α üssünün değeri çıktı olarak elde edildi. Aşağıdaki akış diyagramında önerilen algoritma incelenebilir. Girdi olarak kullanılan değerlerin nasıl hesaplandığı Sosyal Ağlar başlığı altında açıklandı. Bulanık çıkarım ile önerilen α değerine göre Renyi ve Karcı entropi ile ölçümler yapıldı. Bu iki entropi de içinde Shannon entropiyi

barındırdığı için Shannon entropi ile de ölçümler yapılmış oldu. Renyi ve Karcı entropi ile α 'dan dolayı daha nitelikli sonuçlar alındı.



Şekil 5.2. Giriş ve çıkış değerlerinin bulanık aralığı

Çizelge 5.1. Bulanık çıkarımda kullanılan parametre değerleri

	Netscience	Flags	Airport	Minyatür_Flags
Kenar yoğunluğu	0,0022	0,5365	0,1739	0,51
Ağırlıklı kenar yoğunluğu	0,00094	0,429	1,1327	0,18
Ortalama kümelenme katsayısı	0,2662	0,7542	0,1079	0,59
Önerilen bulanık α değeri	1,12	0,49	0,65	0,81

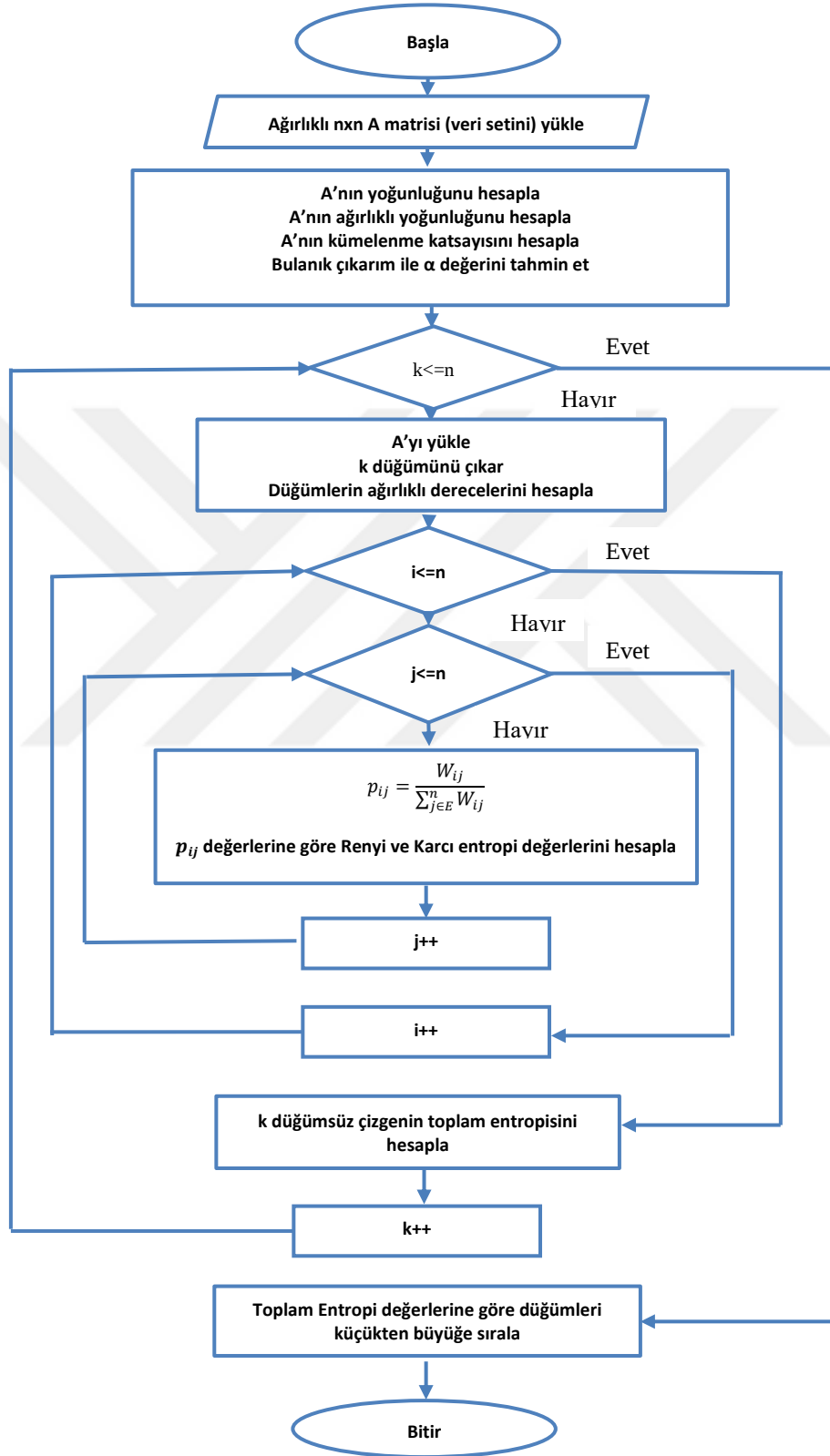
Çizelge 5.1'deki değerler kullanılan veri setlerinin yapılarının birbirinden farklı olduğunu gösteriyor. Geleneksel merkezilik hesaplamalarında bütün bu veri setlerinin hepsinde doğru sonuçlar alınamadığı uygulama sonuçları incelendiğinde görülecektir. Bu tezde önerilen yöntemle bütün ağlarda doğru sonuçlar üretilebildi. Buradan önerilen yöntemin her türlü ağda çözüm üreteceği gösterildi.

Uygulama sonuçları incelendiğinde, doğru α parametresinin seçilmesinin önemi anlaşılmaktadır. Bu amaçla geliştirilmiş **Bulanık Entropi Merkezilik** algoritması kullanıldı.

Bulanık Entropi Merkezilik Hesaplama Algoritması
1- N düğümlü ağırlıklı ağı veri setinden yükle 2- Ağın ağırlıksız yoğunluğunu hesapla Ağın ağırlıklı yoğunluğunu hesapla Ağın kümelenme katsayısını hesapla 3- Yoğunluk, ağırlıklı yoğunluk ve kümelenme katsayı değerlerini bulanık çıkarım sisteminde girdi olarak kullanarak, önerilecek α üs değerini hesapla 4- for $k = 1:n$ k düğümünü ağdan çıkar 5- Düğümlerin ağırlıklı derecelerini hesapla 6- Entropi hesapla for $i = 1:n$ for $j = 1:n$ Entropi(i)=(Karcı ve Renyi entropiyi p_{ij} değerlerini kullanarak hesapla) 7- Toplam entropiyi hesapla 8- Eğer k eşit değil n ise 4'üncü adıma ilerle 9- Elde edilen entropi değerlerini küçükten büyüğe sırala

Bu tezde Flags, Airport ve Netscience olmak üzere 3 veri seti analiz için kullanıldı. Bunlardan Flags ve Airport veri setleri istatistiksel verilerden sosyal ağ yapısına çevrildi. Kenar ağırlıkları benzerlik ve uçuş sayısına göre belirlendi. Entropi hesaplamaları kenar ağırlıklarına göre yapıldı. Bu sistemlerdeki en merkezi düğümler tespit edildi. Kullandığımız α bulanık seçim algoritması giriş değerleri ve çıkış değerleri Çizelge

5.1’de gösterildi. Ayrıca yapılan analizin, kullanılan algoritmanın basit bir minyatürü Flags veri setinden 10 düğüm alınarak gösterildi.



Şekil 5.3. Bulanık Entropi Merkezilik algoritma akış diyagramı

5.3. Bayraklar Ağı (Flags)

Dünyadaki ülkelerin birbirleriyle iş birliği içinde olduğunu, bu birlikteliklerin geliştirilip birçok konuda ortak kararların hayata geçirildiği görülmektedir. Avrupa Birliği, Arap Birliği, NATO ve benzeri birçok oluşum günümüzde faaliyetlerini sürdürmektedir. Bu oluşumların hayata geçmesini sağlayan birçok etken vardır. Ortak coğrafya, din, dil gibi etkenlerin bu birlikteliklerin oluşumunda etkili olduğu rahatlıkla görülebilmektedir.

Huntington, Medeniyetler Çatışması adlı eserinde, insanların kültürel ve dini kimliklerinin Soğuk Savaş sonrası dünyadaki başlıca çatışma kaynağı olacağını söyler. Devletlerin coğrafi özellikleri ve dünyadaki konumları, izledikleri dış politikayı ve ilişkilerin oluşumuna etkilerini belirler. Medeniyetler arasındaki farklılıklar küresel siyasetin ana çatışma alanlarını oluşturur. Buna göre sınıflandırmalar kültür ve medeniyetlere göre olur [93].

Günümüzde ulusları ilişkiler disiplini konuşulduğunda belirli standartların olduğu, bu yüzden seküler ve rasyonel modern devlet kavramında ilişkilerde din, kültür gibi konular çok dillendirilmek istenmez. Bu konu daha çok siyasi duruşla ifade edilen konular olarak görülür. Ama özellikle 11 Eylül olayından sonra bu parametreler dış politikada kararlar alınırken etkinlik derecesini artırdı. Son zamanlarda ise, açık olarak ayrışma konusu olarak dillendirilen, dış politikanın şekillenmesinde ana aktörlerden biri olarak görülmeye başlandı. Bu ayrışmayı yavaşlatan en büyük etken ise, ekonomik iş birlikleridir. Bu çalışma ülke ilişkilerinde görülmek istenmeyen dini, kültürel, coğrafi bağların etkileri ölçülmeye çalışıldı. Entropi ile konuya hesapsal bir bakış açısı getirildi. Önerilen yöntemle elde edilen sonuçlar uluslararası ilişki uzmanları ve sosyal bilimciler için farklı bir bakış ve analiz imkânı sağlayacaktır.

5.3.1. Ülkeler ve parametreler

İnsanların beraberliklerine bakıldığında akrabalık, komşuluk, ortak geçmiş, ortak siyasi fikirler gibi sebeplerden kaynaklandığı görülmektedir. Aynı durum ülkelerin ilişkilerine de etki etmektedir. Din, etnisite, ortak geçmiş, coğrafi koşullar, yönetim biçimi gibi pek çok etken ülke ilişkilerinin oluşumuna katkı sağlar ve ülke benzerliklerinin ölçümünde kullanılabilir. “Flags” [94] veri setinin 193 ülke bayrağına ait 30 özelliği içerisinde benzerliğin bulunması için uygun olduğu düşünülen kıta, bölge, dil, din verileri kullanılarak sosyal ağ analizi yapılması amaçlandı. Bu verileri

çizge yapısına dönüştürdüğümüzde 10133 kenara sahip yönsüz bir ağ ortaya çıktı. Ülke benzerlikleri üzerinden entropi kullanılarak düğümlerin merkeziliği hesaplandı.

Yapılan uygulamada kullanılan veri seti 1986 yılında yapılmış bir çalışmadan alınmıştır [94] . Günümüzde bu ülkelerin bazıları farklı ülkelere bölünmüş veya isim değiştirmişlerdir. Fakat bu çalışmada bu değişimler göz önüne alınmadan mevcut veri üzerinde analizler yapıldı. “Flags” veri setinde bulunan bu etkenlerden seçilenlerin ülke ilişkilerini tanımlamada daha etkili olacağı düşünüldü. Bu parametreler kullanılarak birliktelikleri ve benzerlikleri hesaplandı. Bu parametreler farklı bakış açıları için uygulamada azaltılıp, çoğaltılabilir. Parametrelere belli bir katsayı vererek sonuca etkisi azaltılıp çoğaltılabilir.

- **Din:** Günümüzde ülke birliklerinin oluşumuna baktığımızda din konusunun hatta mezheplerin bile çok etkili olduğu görülebilmektedir.
- **Dil:** Dil birlikteliği akrabalık göstergesidir ve ülkeler arasındaki ilişkileri en çok etkileyen faktörlerden biridir.
- **Kıta:** Birbirine komşu olan, aynı coğrafi alanda olan ülkeler zorunlu bir birlikteliğe sahiptir. Çünkü ülkedeki değişimler, ekonomik gelişmeler komşu ülkeleri ister istemez daha fazla etkiler.
- **Bölge:** Ülkelerin ekonomisine, nüfusuna, mimarisine, birlikteliğine etki edebilecek bir diğer faktör aynı bölgede yaşamaktır.

5.3.2. Ülke benzerlikleri

Düğümlerin yani aktörlerin bazı özellikleri kullanılarak ilişki üzerinden düğümler arasındaki benzerlik oranları ölçülebilir. Basitliğine rağmen, ağ yapılarının büyüklüğü veya değişkenliği hesaplama maliyeti ve zorluk derecesini arttırmaktadır. Düğümlerin benzerliğinin neye göre tanımlanacağı konusu çok basit olabileceği gibi çok karmaşıktaki olabilmektedir. Kullanılan yöntem bazı ağlarda iyi sonuç verebileceği gibi bazılarında ise, sonuç alınamayabilir. Bu yüzden analiz yapılırken ağ yapısına göre yöntem geliştirilmelidir. Bazen düğümlerin nitelikleri görülemeyebilir. Böyle durumlarda yapısal benzerlik dediğimiz ağ yapısı ile ilgili benzerlik indekslerine odaklanılmalıdır. Yapısal benzerlik indeksleri çeşitli yollarla sınıflandırılmıştır. Bu sınıflandırmalar yerel-küresel, parametre bağımlı-parametre bağımsız, düğüm bağımlı-yol bağımlı indekslerdir. Benzerlik indeksleri yapısal eşitlik ve düzenli eşitlik olarak sınıflandırılabilir. Bu konuda yapılan iki benzerlik varsayımı vardır. Birincisi

bağlantının iki uç arasında olması bu iki ucun benzer olduğunu gösterir, ikincisi komşuları benzer olanlar arasında benzerlik olacağı varsayımıdır [95].

Yapılan çalışmada iki düğümün benzer özelliklerinin sayısı hesaplandı. İki düğüm arasında ne kadar fazla ortak özellik varsa, bu düğümlerin benzerliği daha fazladır. Benzerlik oranı iki düğüm arasındaki benzerlik sayısı toplam benzerlik sayısına bölünerek elde edildi. Benzerlik hesaplanırken özelliklerden bazılarına daha fazla ağırlık katsayısı eklenebilir. İlişkiye daha fazla etki eden parametrelerin ağırlığı artırılarak benzerliğe etkisi artırılabilir.

Buna göre Denklem 5.1 oluşturuldu ve benzerlik hesaplamaları bu denkleme göre yapıldı. w parametreye verilecek ağırlığı, $s(i, j)$ ise i ve j düğümleri arasında bu parametrenin mevcudiyetini 0 veya 1 ile ifade etmektedir. S_{ij} , iki düğümün benzerlik oranıdır. n parametre sayısıdır.

$$S_{ij} = \frac{(w_1 s_1(i, j) + w_2 s_2(i, j) + \dots + w_n s_n(i, j))}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \quad (5.1)$$

Bütün parametrelerin etkisini görebilmek için her bir parametre için elde edilen skor değerleri toplanıp ağırlık katsayısı toplamına bölündü. Denklem 5.2’de Flags veri setinde seçilen parametrelerle yapılan benzerlik hesaplaması gösterildi.

$$S_{ij} = \frac{w_1 S(i, j)_{(din)} + w_2 S(i, j)_{(dil)} + w_3 S(i, j)_{(kita)} + w_4 S(i, j)_{(bölge)}}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} \quad (5.2)$$

Entropide kullanılan olasılık değerleri benzerlik değerleri kullanılarak hesaplandı. Benzerlik oranı ilişkinin olasılığını etkileyen bir kavramdır. Buna göre bütün düğümlerin benzerliğe göre ilişki oranı hesaplandı. $\Gamma(i)$, i ’ düğümünün komşularının kümesidir.

$$p_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sum_{j \in \Gamma(i)} s_{ij}} \quad (5.3)$$

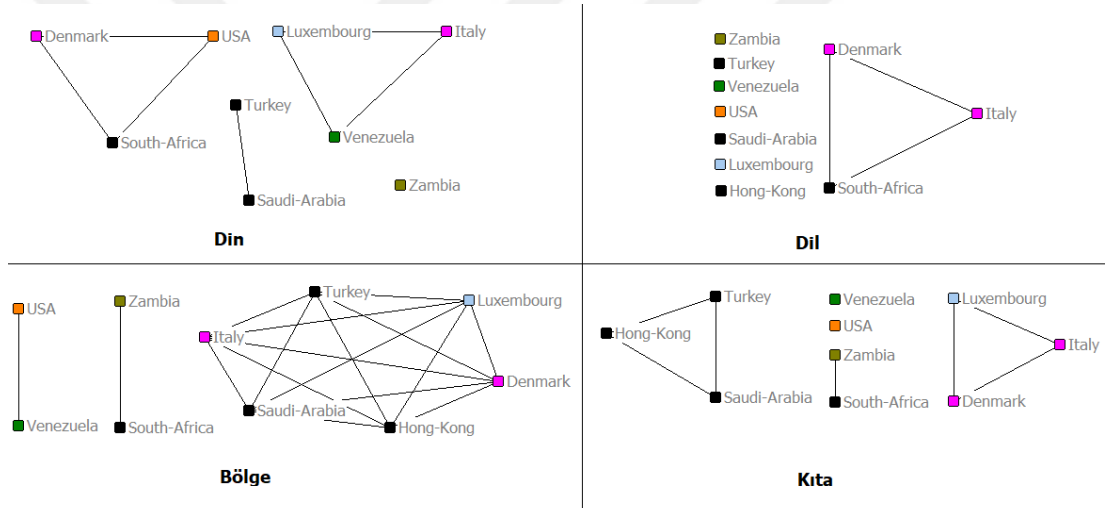
5.3.3. Minyatür örnek

Küçük bir örnekle yapılan analizin adımlarını göstermek açıklayıcı olacaktır. Bu yüzden yapılan çalışmanın manuel analizini göstermek için kullanılan veri setinden 10 ülkenin verileri alınıp oluşturulan algoritma gösterilmeye çalışıldı. Çizelge 5.2’de belirtilen ülkelerin kıta, bölge, dil, din bilgilerine göre çizge oluşturuldu. Ülkelerin benzerliği ve entropi değerleri hesaplandı. En etkin ülkeler tespit edildi. Kümelemelerin nasıl olduğu görüldü.

Çizelge 5.2. Flags veri setinden alınan 10 ülke verisi

Ülke	Kıta	Bölge	Dil	Din
Zambia	Africa	SE	Others	Ethnic
Turkey	Asia	NE	Japanese/Turkish/Finnish/Magyar	Muslim
Venezuela	S.America	NW	Spanish	Catholic
USA	N.America	NW	English	Other Christian
Saudi-Arabia	Asia	NE	Arabic	Muslim
South-Africa	Africa	SE	Other Indo-European	Other Christian
Luxembourg	Europe	NE	German	Catholic
Italy	Europe	NE	Other Indo-European	Catholic
Hong-Kong	Asia	NE	Chinese	Buddhist
Denmark	Europe	NE	Other Indo-European	Other Christian

Din, Dil, Bölge ve Kıta çizimleri Çizelge 5.2’deki verilere göre ele alındığında Şekil 5.4’teki yapıda olur.



Şekil 5.4. Flags veri setinden alınan 10 ülkenin ilişki yapısı

Çizelge 5.3. Flags veri setinden alınan 10 ülke verisi benzerlik sayısı

	Zambia	Turkey	Venezuela	USA	Saudia-Arabia	South-Africa	Luxembourg	Italy	Hong-Kong	Denmark
Zambia	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
Turkey	0	0	0	0	3	0	1	1	2	1
Venezuela	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
USA	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
Saudi-Arabia	0	3	0	0	0	0	1	1	2	1
South-Africa	2	0	0	1	0	0	0	1	0	2
Luxembourg	0	1	1	0	1	0	0	3	1	2
Italy	0	1	1	0	1	1	3	0	1	3
Hong-Kong	0	2	0	0	2	0	1	1	0	1
Denmark	0	1	0	1	1	2	2	3	1	0

Parametrelere göre ülkelerin benzerlik sayıları Çizelge 5.3’deki gibi olur. Ülkelerin toplam ortak parametre sayısı benzerlik ölçüsüdür. İstenirse bazı parametrelerin ağa

etkisi artırılabilir. Örneğin dinin etkisi 2 katına çıkarıldığında ülkelerin benzer parametre sayıları Çizelge 5.4'teki gibi olur.

Çizelge 5.4. 10 ülke verisi benzerlik sayısı (Dinin etkisi 2 katına çıkarıldı)

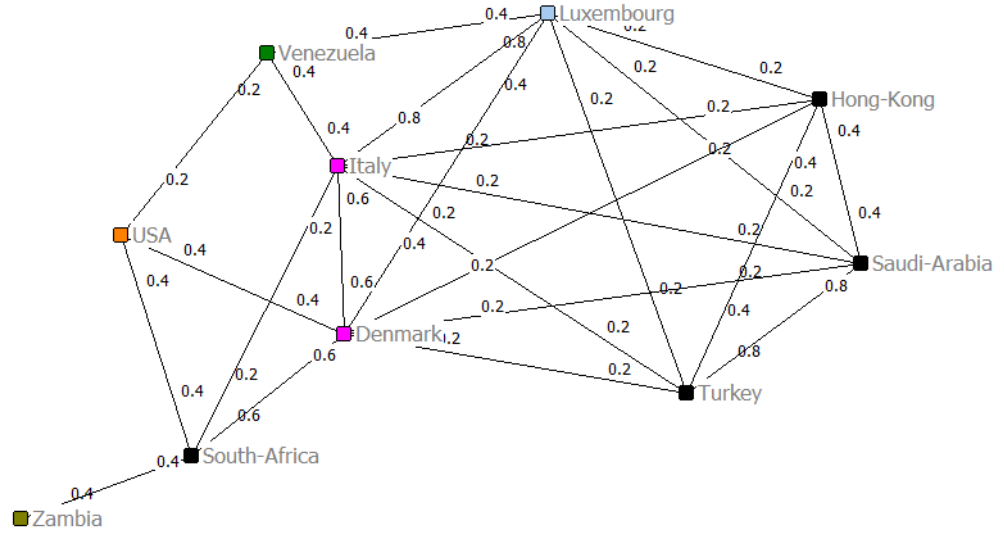
	Zambia	Turkey	Venezuela	USA	Saudia-Arabia	South-Africa	Luxembourg	Italy	Hong-Kong	Denmark
Zambia	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
Turkey	0	0	0	0	4	0	1	1	2	1
Venezuela	0	0	0	1	0	0	2	2	0	0
USA	0	0	1	0	0	2	0	0	0	2
Saudia-Arabia	0	4	0	0	0	0	1	1	2	1
South-Africa	2	0	0	2	0	0	0	1	0	3
Luxembourg	0	1	2	0	1	0	0	4	1	2
Italy	0	1	2	0	1	1	4	0	1	3
Hong-Kong	0	2	0	0	2	0	1	1	0	1
Denmark	0	1	0	2	1	3	2	3	1	0

Düğümlerin benzerlik değerleri Denklem 5.1'e göre hesaplanırsa düğümlerin benzerlik oranları Çizelge 5.5'teki gibi olur.

Çizelge 5.5. 10 ülke verisi benzerlik oranı

	Zambia	Turkey	Venezuela	USA	Saudia-Arabia	South-Africa	Luxembourg	Italy	Hong-Kong	Denmark
Zambia	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
Turkey	0	0	0	0	0,8	0	0,2	0,2	0,4	0,2
Venezuela	0	0	0	0,2	0	0	0,4	0,4	0	0
USA	0	0	0,2	0	0	0,4	0	0	0	0,4
Saudia-Arabia	0	0,8	0	0	0	0	0,2	0,2	0,4	0,2
South-Africa	0,4	0	0	0,4	0	0	0	0,2	0	0,6
Luxembourg	0	0,2	0,4	0	0,2	0	0	0,8	0,2	0,4
Italy	0	0,2	0,4	0	0,2	0,2	0,8	0	0,2	0,6
Hong-Kong	0	0,4	0	0	0,4	0	0,2	0,2	0	0,2
Denmark	0	0,2	0	0,4	0,2	0,6	0,4	0,6	0,2	0

Çizelge 5.5'deki verilere göre ağımız Şekil 5.5'teki gibi oluşur. Şekle bakıldığında en merkezi düğümler Denmark ve Italy ülkeleri olarak görülmektedir. South-Africa, Zambia'yı ağa bağlayan tek ülkedir.



Şekil 5.5. Ülke verisinin ağırlıklı ilişki yapısı

Geleneksel merkezilik ölçümleri ile ölçümler yapıldığında farklı merkezilik sıralamaları görüldü [96]. Buna göre oluşan değerler aşağıda görülebilir. Düğüm derecesi en yüksek olanlar Italy ve Denmark'tır. Yakınlık merkeziliğine göre Turkey ve Denmark'tır. Arasındalık hesaplamalarına göre South-Africa, Zambia'yı ağırlıklı olarak bağladığı için birinci sırada çıktı. Özvektör merkeziliğinde Italy birinci, Denmark ve Turkey sonuncu sıralarda çıktı. Her bir ölçüm ağırlıklı ilişki yapısına göre farklı bir yönden baktı. Kenar ağırlıkları ilişkileri tanımlamada çok fazla kullanılmadı.

Çizelge 5.6. Geleneksel merkezilik ile en etkili ve etkisiz minyatür 10 ülke

	Ülkeler	Derece	Ülkeler	Yakınlık	Ülkeler	Arasındalık	Ülkeler	Özvektör
1	Italy	7	Turkey	1,00	South-Africa	11,58	Italy	1,00
2	Denmark	7	Denmark	1,00	Italy	11,17	Luxembourg	0,89
3	Luxembourg	6	Italy	0,82	USA	4,50	Saudi-Arabia	0,87
4	Turkey	5	Luxembourg	0,69	Denmark	1,50	Hong-Kong	0,87
5	Saudi-Arabia	5	South-Africa	0,64	Venezuela	1,42	South-Africa	0,44
6	Hong-Kong	5	Saudi-Arabia	0,60	Luxembourg	0,83	USA	0,18
7	South-Africa	4	Hong-Kong	0,60	Zambia	0,00	Zambia	0,14
8	Venezuela	3	USA	0,50	Turkey	0,00	Venezuela	0,07
9	USA	3	Zambia	0,41	Saudi-Arabia	0,00	Turkey	0,01
10	Zambia	1	Venezuela	0,35	Hong-Kong	0,00	Denmark	0,01

Önerilen yöntemle ağı analiz ederken ilk önce Renyi ve Karcı entropi ile analizler yapılacağından uygun α değerinin tespit edilmesi gerekir. Bunun için önerilen bulanık α seçim algoritması kullanıldı. Giriş parametrelerimiz olan ağı ağırlıksız yoğunluk değeri 0,51, ağırlıklı yoğunluk değeri 0,18 ve kümelenme katsayısı 0,59 olarak

bulundu. Önerilen α değeri bulanık çıkarım ile 0,81 bulundu. Buna göre Renyi, Karcı ve Shannon entropi ile yapılan ölçüm değerleri Çizelge 5.7’de belirtilmiştir. Örnekte hesaplanan benzerliğe sahip ağda her bir düğümü ağdan sırasıyla çıkardığımızda elde ettiğimiz toplam entropi değerleri aşağıdaki gibidir. Görüldüğü üzere farklı α değerleri kullanılsa da uygun bir sıralama elde edildi.

Çizelge 5.7. Entropi ile ağdaki en etkili ve etkisiz minyatür 10 ülke sıralaması

Sıra	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Shannon $\alpha=1$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.81$
1	Denmark	10,38	Denmark	13,51	Denmark	13,76	Denmark	18,20
2	Italy	10,65	Italy	13,91	Italy	14,10	Italy	18,58
3	Luxembourg	10,89	Luxembourg	14,38	Luxembourg	14,60	Luxembourg	19,49
4	Hong-Kong	11,24	Hong-Kong	14,94	Hong-Kong	15,21	Hong-Kong	20,52
5	South-Africa	11,59	Turkey	15,56	Turkey	15,73	Turkey	21,05
6	Turkey	11,68	Saudi-Arabia	15,56	Saudi-Arabia	15,73	Saudi-Arabia	21,05
7	Saudi-Arabia	11,68	South-Africa	15,70	South-Africa	15,96	South-Africa	21,89
8	USA	11,70	USA	15,90	USA	16,16	USA	22,25
9	Venezuela	11,79	Venezuela	16,01	Venezuela	16,28	Venezuela	22,39
10	Zambia	13,38	Zambia	18,17	Zambia	18,45	Zambia	25,34

Sıra	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.81$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.1$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.1$
1	Denmark	14,01	Italy	56,47	Denmark	14,95
2	Italy	14,28	Denmark	57,33	Italy	14,98
3	Luxembourg	14,81	Luxembourg	62,83	Luxembourg	15,64
4	Hong-Kong	15,48	Turkey	67,80	Hong-Kong	16,52
5	Turkey	15,90	Saudi-Arabia	67,80	Turkey	16,57
6	Saudi-Arabia	15,90	Hong-Kong	68,92	Saudi-Arabia	16,57
7	South-Africa	16,22	South-Africa	78,40	South-Africa	17,17
8	USA	16,42	Venezuela	81,50	USA	17,39
9	Venezuela	16,54	USA	81,86	Venezuela	17,54
10	Zambia	18,73	Zambia	91,96	Zambia	19,77

Çizelgeye göre ağdaki en önemli düğüm ağdan çıkarıldığında toplam entropi değerinin düştüğü görülebilir. Elde edilen sonuçlara göre ağın en etkili düğümleri Denmark ve Italy olmaktadır. En etkisiz düğüm ise, Zambia olmaktadır. Turkey ile Saudi-Arabia’nın ise, benzer değerler aldığı için, aynı toplulukta olduğu söylenebilir. Ortak komşuları eşit ve aynı ağırlıklarla komşularıyla ilişkileri var. Buna rağmen geleneksel merkezilik ölçümlerinde farklı değerler aldılar.

Shannon entropi ile elde edilen bu sonuçlar Karcı ve Renyi entropi ile elde edilen sonuçlarla benzer oldu. 0 ile 1,2 arasında seçilen α katsayısı düğümlerin entropi değerleri arasındaki farkı daha da belirginleştirmektedir. Kullanılan katsayılar değiştiğinde bazı ülkelerin önemi artarken bazılarının düşmektedir. Bu değişim kenarların ağırlıklarının etkisini azaltıp düğüm derecelerinin etkisini arttırmasından kaynaklanmaktadır. α katsayısı 0,1 olduğunda düğüm kenar ağırlıklarının etkisi azalmaktadır. Çizelge 5.6'daki derece merkeziliği sıralama sonucu, Karcı entropide α 'nın 0,1 olduğu durumdaki sıralama ile aynı çıktı. α katsayısı 1 değerinden büyük olduğunda da tersine bir hesaplama oluşmaktadır. α katsayısı 1'den aşağı olduğunda yukarı çıkan değerler bu sefer aşağı doğru inmektedir. α katsayısı arttıkça durum tersine döner. Hesaplamaları tersine çeviren bu eşik değer kullanılan sisteme göre değişiklik gösterebilir. Flags veri setinde bu eşik değer 1,3 olarak tespit edildi. Ağırlıklı ağlarda düğüm derecesinin ve kenar ağırlıklarının ağdaki etkisini duruma göre ayarlamak için Karcı ve Renyi entropi kullanılabilir. Yapılan uygulamada farklı katsayılar kullanıldığında etkin ülkeler sıralamasında değişim olduğu görüldü. Shannon entropi'de çizgemizde South-Africa'nın önemi Hong-Kong, Turkey ve Saudi-Arabia'dan daha fazladır, fakat Karcı entropide kullanılan α katsayısı düştükçe South-Africa'nın önem sırası düştü. Shannon entropiye göre South-Africa, Zambia'yı ağa bağlaması ve etkin düğümlerle daha ağırlıklı kenarlara sahip olmasından dolayı daha etkin bir düğümdür. Fakat Karcı ve Renyi entropi'de düğümlerin derecesi daha fazla dikkate alındığı için etkinliği düşük çıktı. Turkey ve Saudi-Arabia ülkelerinin düğüm dereceleri ve ilişkide olduğu düğümler aynı olduğu için değerleri aynı çıktı. Bu ülkeler Hong-Kong ile kıyaslandığında aynı ağırlıklarla diğer ülkelerle ilişki göstermektedir. Fakat birbirleriyle ilişkileri daha ağırlıklı olduğu için Karcı ve Renyi entropide daha ön plana çıktılar.

Sonuçlar farklı α değerleri ile daha detaya inerek analizler yapılmasının Karcı ve Renyi entropi ile mümkün olduğunu gösterdi. Analizde düğüm derecelerinin veya kenar ağırlıklarının önemini arttırmak için Renyi ve Karcı entropi kullanılabilir. Farklı α değerleri ağa farklı bir bakışla bakmamızı sağlar.

5.3.4. Flags veri seti uygulama sonuçları

Flags veri setinde 193 ülkenin bilgileri bulunmaktadır. Flags veri setinde kullanılan parametrelerin istatistiki bilgileri Çizelge 5.8'de verildi. Görüldüğü üzere din olarak en fazla Other Christian ve Catholic dinine mensup ülkeler bulunmaktadır. Dil olarak

Others ve English dilinin etkisi daha fazladır. Afrika kıtasının ülke sayısı daha fazladır. Bölge olarak ülkelerin en yoğun olduğu yer NE (North East)'dir.

Yapılan çalışmada parametre ve parametre katsayısına göre iki düğüm arasındaki benzerlik ölçüldü. Dinin parametre katsayısı 2 olarak seçildi. Bütün parametrelere göre hesaplanan düğüm benzerlikleri parametre katsayısı toplamına bölünerek iki düğüm arasındaki p_{ij} benzer olasılık oranı bulundu. Bu değerlere göre her düğümün entropisi ölçüldü. Benzerlikler minyatür örnekteki gibi hesaplandı.

Çizelge 5.8. Flags veri seti istatistiki bilgileri

Sayısal Değeri	Din Adı	Ülke Sayısı
0	Catholic	39
1	Other Christian	60
2	Muslim	36
3	Buddhist	8
4	Hindu	4
5	Ethnic	27
6	Marxist	15
7	Others	4
	Toplam	193

Din

Sayısal Değeri	Kıta Adı	Ülke Sayısı
1	N.America	31
2	S.America	16
3	Europe	35
4	Africa	52
5	Asia	39
6	Oceania	20
	Toplam	193

Kıta

Sayısal Değeri	Dil Adı	Ülke Sayısı
1	English	43
2	Spanish	20
3	French	17
4	German	6
5	Slavic	4
6	Other Indo-European	30
7	Chinese	4
8	Arabic	19
9	Japanese/Turkish/Finnish/Magyar	4
10	Others	46
	Toplam	193

Dil

Sayısal Değeri	Bölge Adı	Ülke Sayısı
1	NE	91
2	SE	29
3	SW	15
4	NW	58
	Toplam	193

Bölge

Önerilen yöntemin doğruluğunu tespit etmek için Sosyal Ağlar bölümünde bahsedilen merkezilik yöntemleri ile ölçümler yapıldı. Buna göre entropi tabanlı ile geleneksel yöntemler kıyaslandı. Geleneksel merkezilik ölçüm değerleri Çizelge 5.9'daki gibidir.

Geleneksel merkezilik ölçümleri bu veri setinde işe yarar sonuçlar üretebildi. Her dört ölçümde entropi tabanlı ölçüme yakın sonuçlar verdi.

Yapılan çalışmada Shannon, Renyi ve Karcı entropi ile din, dil, kıta ve bölge parametrelerine göre en etkili düğümler bulundu. Giriş parametreleri olan ağırlıksız yoğunluk değeri 0,5365, ağırlıklı yoğunluk değeri 0,429 ve kümelenme katsayısı 0,7542 olarak bulundu. Önerilen α değeri bulanık çıkarım ile 0,49 bulundu.

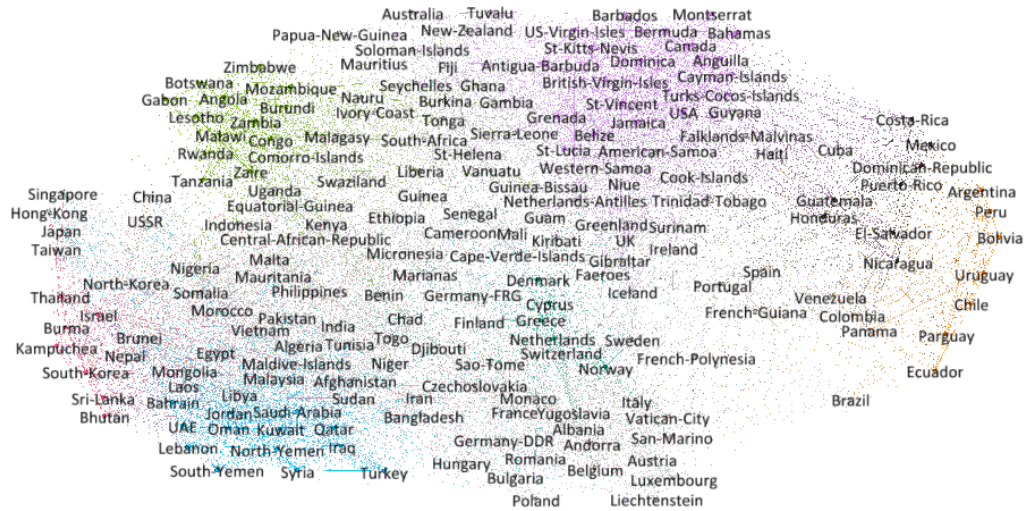
Çizelge 5.9. Geleneksel merkezilik ile ağdaki en etkili ve etkisiz düğümler

Sıra	Ülkeler	Derece	Ülkeler	Yakınlık	Ülkeler	Arasındalık	Ülkeler	Özvektör
1	Cameroon	168	Cameroon	0,88	Philippines	194,42	Cameroon	1,00
2	Ethiopia	166	Ethiopia	0,87	Sao-Tome	184,65	Ethiopia	0,99
3	Sao-Tome	156	Sao-Tome	0,83	Cameroon	173,59	Marianas	0,92
4	Marianas	154	Marianas	0,83	Ethiopia	164,53	Micronesia	0,92
5	Micronesia	154	Micronesia	0,83	Malta	157,22	Sao-Tome	0,92
6	Philippines	148	Philippines	0,81	Marianas	149,46	Guam	0,89
7	Guam	146	Guam	0,80	Micronesia	149,46	Kiribati	0,89
8	Kiribati	146	Kiribati	0,80	Guam	136,50	Cyprus	0,87
9	Cyprus	143	Cyprus	0,79	Kiribati	136,50	Denmark	0,87
10	Denmark	143	Denmark	0,79	Cape-Verde-Islands	131,52	Greece	0,87
11	Greece	143	Greece	0,79	Cyprus	121,04	Netherlands	0,87
12	Netherlands	143	Netherlands	0,79	Denmark	121,04	Norway	0,87
13	Norway	143	Norway	0,79	Greece	121,04	Sweden	0,87
14	Sweden	143	Sweden	0,79	Netherlands	121,04	Finland	0,86
15	Malta	141	Malta	0,78	Norway	121,04	Germany-FRG	0,86
.....								
179	Cuba	80	Cuba	0,63	Turkey	5,95	Honduras	0,40
180	American-Samoa	79	American-Samoa	0,63	UAE	5,95	Mexico	0,40
181	Cook-Islands	79	Cook-Islands	0,63	Argentina	5,30	Nicaragua	0,40
182	Niue	79	Niue	0,63	Bolivia	5,30	Puerto-Rico	0,40
183	Papua-New-Guinea	79	Papua-New-Guinea	0,63	Chile	5,30	Guyana	0,39
184	Western-Samoa	79	Western-Samoa	0,63	Ecuador	5,30	Cuba	0,38
185	French-Polynesia	72	French-Polynesia	0,61	Parguay	5,30	French-Polynesia	0,37
186	Brazil	69	Brazil	0,61	Peru	5,30	Brazil	0,36
187	Argentina	50	Argentina	0,57	Uruguay	5,30	Argentina	0,23
188	Bolivia	50	Bolivia	0,57	China	3,05	Bolivia	0,23
189	Chile	50	Chile	0,57	USSR	3,05	Chile	0,23
190	Ecuador	50	Ecuador	0,57	Hong-Kong	0,00	Ecuador	0,23
191	Parguay	50	Parguay	0,57	Japan	0,00	Parguay	0,23
192	Peru	50	Peru	0,57	Singapore	0,00	Peru	0,23
193	Uruguay	50	Uruguay	0,57	Taiwan	0,00	Uruguay	0,23

Çizelge 5.10. Ağdaki en etkili düğümler

	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Shannon $\alpha=1$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.49$
1	Philippines	502,30	Ethiopia	1227,91	Ethiopia	1235,17	Cameroon	12998,43
2	Ethiopia	502,30	Cameroon	1227,98	Cameroon	1235,22	Ethiopia	12999,35
3	Sao-Tome	502,30	Sao-Tome	1228,18	Sao-Tome	1235,42	Sao-Tome	13008,97
4	Malta	502,31	Philippines	1228,29	Philippines	1235,54	Marianas	13011,33
5	Cameroon	502,31	Marianas	1228,31	Marianas	1235,55	Micronesia	13011,33
6	Cape-Verde-Islands	502,32	Micronesia	1228,31	Micronesia	1235,55	Philippines	13015,42
7	Marianas	502,32	Malta	1228,52	Malta	1235,76	Guam	13020,60
8	Micronesia	502,32	Guam	1228,65	Guam	1235,88	Kiribati	13020,60
9	Ireland	502,32	Kiribati	1228,65	Kiribati	1235,88	Malta	13022,69
10	Malagasy	502,33	Cyprus	1228,68	Cyprus	1235,92	Cyprus	13022,80
11	Swaziland	502,33	Denmark	1228,68	Denmark	1235,92	Denmark	13022,80
12	France	502,33	Greece	1228,68	Greece	1235,92	Greece	13022,80
13	Monaco	502,33	Netherlands	1228,68	Netherlands	1235,92	Netherlands	13022,80
14	St-Helena	502,33	Norway	1228,68	Norway	1235,92	Norway	13022,80
15	Surinam	502,33	Sweden	1228,68	Sweden	1235,92	Sweden	13022,80

	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.49$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.1$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.1$
1	Cameroon	1254,49	Cameroon	83212,32	Cameroon	1269,57
2	Ethiopia	1254,50	Ethiopia	83233,34	Ethiopia	1269,62
3	Sao-Tome	1254,68	Sao-Tome	83327,97	Sao-Tome	1269,76
4	Philippines	1254,81	Marianas	83345,97	Philippines	1269,89
5	Marianas	1254,81	Micronesia	83345,97	Marianas	1269,89
6	Micronesia	1254,81	Philippines	83406,22	Micronesia	1269,89
7	Malta	1255,03	Guam	83418,49	Malta	1270,10
8	Guam	1255,10	Kiribati	83418,49	Guam	1270,14
9	Kiribati	1255,10	Cyprus	83448,24	Kiribati	1270,14
10	Cyprus	1255,16	Denmark	83448,24	Cyprus	1270,22
11	Denmark	1255,16	Greece	83448,24	Denmark	1270,22
12	Greece	1255,16	Netherlands	83448,24	Greece	1270,22
13	Netherlands	1255,16	Norway	83448,24	Netherlands	1270,22
14	Norway	1255,16	Sweden	83448,24	Norway	1270,22
15	Sweden	1255,16	Malta	83471,39	Sweden	1270,22



Şekil 5.6. 193 ülkenin birliktelikleri ve kümelenmeleri

İlişki üzerinden görselleştirmesi yapılan ağın kümelemeleri Şekil 5.6'ya göre oluşturuldu. Görüldüğü üzere coğrafi durum ilişkilerde oldukça etkilidir. Kümelemeler ve ilişkilerin yapısı coğrafi iki etken olan kıta ve bölgenin etkisini gösterdi. Ayrıca oluşan ağda kullanılan parametrelerden coğrafi olanların daha fazla olması bu durumu daha belirgin hale getirdi. Coğrafi olarak birbirine yakın ülkelerin aynı dil ve dinden etkilendiği gerçeği de bir daha görüldü.

Elde edilen değerler Çizelge 5.10'da gösterildiği gibidir. Düğüm çıkarıldığında entropi değeri çok düşüyorsa, düğümün sistem için daha önemli olduğu anlamına gelir. Bir düğüm çıkarıldığında toplam entropi değerinin değişim oranı, düğümün sistem üzerindeki etkinliğini gösterir.

Çizelge 5.11. Ağdaki en etkisiz düğümler

	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=1.2$	Flags Ülkeler	Shannon $\alpha=1$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.49$
179	Lesotho	502,43	Malawi	1230,51	Malawi	1237,72	Rwanda	13082,40
180	Malawi	502,43	Mozambique	1230,51	Mozambique	1237,72	Tanzania	13082,40
181	Mozambique	502,43	Rwanda	1230,51	Rwanda	1237,72	Zaire	13082,40
182	Rwanda	502,43	Tanzania	1230,51	Tanzania	1237,72	Zambia	13082,40
183	Tanzania	502,43	Zaire	1230,51	Zaire	1237,72	Zimbabwe	13082,40
184	Zaire	502,43	Zambia	1230,51	Zambia	1237,72	Papua-New-Guinea	13082,55
185	Zambia	502,43	Zimbabwe	1230,51	Zimbabwe	1237,72	French-Polynesia	13088,69
186	Zimbabwe	502,43	Brazil	1230,57	Brazil	1237,83	Brazil	13092,86
187	Argentina	502,47	Argentina	1231,30	Argentina	1238,55	Argentina	13112,87
188	Bolivia	502,47	Bolivia	1231,30	Bolivia	1238,55	Bolivia	13112,87
189	Chile	502,47	Chile	1231,30	Chile	1238,55	Chile	13112,87
190	Ecuador	502,47	Ecuador	1231,30	Ecuador	1238,55	Ecuador	13112,87
191	Parguay	502,47	Parguay	1231,30	Parguay	1238,55	Parguay	13112,87
192	Peru	502,47	Peru	1231,30	Peru	1238,55	Peru	13112,87
193	Uruguay	502,47	Uruguay	1231,30	Uruguay	1238,55	Uruguay	13112,87

	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.49$	Flags Ülkeler	Karcı $\alpha=0.1$	Flags Ülkeler	Renyi $\alpha=0.1$
179	Mozambique	1256,89	Cuba	84051,99	Mozambique	1271,86
180	Rwanda	1256,89	Papua-New-Guinea	84057,55	Rwanda	1271,86
181	Tanzania	1256,89	American-Samoa	84058,87	Tanzania	1271,86
182	Zaire	1256,89	Cook-Islands	84058,87	Zaire	1271,86
183	Zambia	1256,89	Niue	84058,87	Zambia	1271,86
184	Zimbabwe	1256,89	Western-Samoa	84058,87	Zimbabwe	1271,86
185	French-Polynesia	1256,92	French-Polynesia	84125,03	French-Polynesia	1272,01
186	Brazil	1257,09	Brazil	84150,76	Brazil	1272,14
187	Argentina	1257,81	Argentina	84326,89	Argentina	1272,87
188	Bolivia	1257,81	Bolivia	84326,89	Bolivia	1272,87
189	Chile	1257,81	Chile	84326,89	Chile	1272,87
190	Ecuador	1257,81	Ecuador	84326,89	Ecuador	1272,87
191	Parguay	1257,81	Parguay	84326,89	Parguay	1272,87
192	Peru	1257,81	Peru	84326,89	Peru	1272,87
193	Uruguay	1257,81	Uruguay	84326,89	Uruguay	1272,87

Uruguay'ın “S. America”, “SW”, “Spanish” ve “Catholic” değerleriyle en etkisiz ülkelerden biri olarak çıkması dünya genelinde özellikle coğrafi olarak bu özelliklere sahip ülke sayısının az olmasından kaynaklanmaktadır. Latin ülkelerinin en etkisiz ülkeler olarak çıkmasının sebebi ise bölge ve dil parametreleridir.

Bu çalışmada sosyal ağ analizi yöntemleri kullanılarak doğru parametreler seçildiği takdirde ülkelerin ilişki haritasının çıkarılabileceği gösterildi. Ülkelerin din, dil, kıta ve bölge bilgilerine bakılarak benzerlik indeksi oluşturuldu ve çıkarsamalar yapılabildi. Bir sistemin en etkili düğümlerinin hangileri olduğu sistemdeki değişimlerin, benzerliklerin takip edilmesi ile bulunabileceği gösterildi. Kullanılan veri setindeki bilgilere göre belirtilen yöntemle doğru sonuçlar elde edildi. Bu uygulamada ilişkiye etki eden parametre sayısı artırılıp, azaltılabilir. Dünya geneli için ilişkilere bakıldığında coğrafi ve kültürel olarak en etkili ülkeler bulundu.

Ülkelerin birbiriyle ilişkilerini belirtilen parametreler etkilese de dünyadaki politikalara yön veren en büyük parametrelerin genelde bunlar olmadığı bu çalışmadan görülebilir, çünkü kültürel ve coğrafi olarak yapılan analizde günümüzde dünyayı yönlendiren ülkeler ilk sıralarda çıkmadı.

Dünyanın sürekli bir değişim, dönüşüm ve yeniden şekillenme içinde olduğu düşünülürse, doğru parametrelerle sosyal ağ analizi kullanılarak bu değişim ve dönüşüm ölçülebilir. Buna göre ülkelerle ekonomik, sosyal, askeri ilişkiler yeniden kurgulanabilir. Günümüze uygun anlamlı politikaların geliştirilmesi ve kültürel birlikteliklerin sürdürülebilir olması doğru kararlara bağlıdır. Bu kararların doğruluğu da kesin hesaplara dayanmalıdır. Kesin hesaplara dayanan bu çalışmada kullanılan yöntemler geleceğe dönük doğru kararlar verilmesine katkı sunabilir. Daha fazla karakteristik özellik kullanılarak benzerlik hesaplamaları yapılabilir, bu tür çalışmalarla ülkeler hakkında sosyal ve ekonomik öngörüler gerçekleştirilebilir. Farklı alanlarda da bu yöntem kullanılabilir.

5.4. Dünya Havayolu Trafiği (Air Traffic)

Hava taşımacılığının etkin yönetimi, ağdaki havayolu rollerinin derinlemesine anlaşılmasını gerektirir. Bir ülkenin hava trafiğinin kritik olup olmadığını tespit etmek için önerilmiş evrensel yöntem veya kriterler yoktur. Hub (merkez) dediğimiz köprü görevi gören havaalanları vardır. Bunlar ülkeler arasındaki hava bağlantısını oluşturan noktalardır. İki ülke arasındaki uçuş mesafesi uzun olduğunda, yolcu sayısı az olan bölgelere ulaşım bu ortak noktalar üzerinden sağlanır. Yolcu yoğunluğuna göre uçuş

sayısı ve yeni rotalar oluşur. Ülkelerin ekonomisi ve stratejik konumunu güçlendirmek için havayolu taşımacılığı önemli bir etkidir. Bir ülkenin prestiji açısından havaalanlarında verilecek hizmetin kalitesi ve yolcuların memnuniyeti çok önemlidir. Bu yüzden havayolu ağlarının iyi analiz edilmesi, doğru ve etkin kararların alınmasına yardımcı olur. Yerinde ve zamanında yapılacak yatırımların önünü açar.

Bu çalışmada mevcut veri üzerinden yani uçuş noktası bilgileri ve uçuş sayısına göre oluşan ağda bu merkezi noktalar tespit edilmeye çalışıldı. Verilerin geleneksel yöntemlerle analizi dışında, verideki gözle görülemeyen işe yarar bilgilerin elde edilmesi için farklı yaklaşımlar denenmeli ve kullanılmalıdır. Verinin değerlendirilmesinde, alınan sonuçlarda kullanılan metodoloji de önemli bir etkidir. Ağdaki kritik havaalanlarının (ülkelerin) tespiti sadece istatistiki bilgilerle yapıldığında eksik durumların oluşacağı kesindir. İlişkisel yapıdaki karmaşık verilerde sosyal ağ analiz yöntemleri kullanılarak analizler yapılabilir. Analizler, dünyadaki hava taşımacılığı ağlarının küçük dünya ağları olduğunu göstermektedir [97].

Havayolu ağı analizi için kullanılan veri seti [98]'den alındı. Bu veri setinde ülkeden ülkeye uçuş sayısını belirten veriler bulunmaktadır. Yönlü çizge yapısındadır. Uçuş sayısı iki ülke arasındaki ilişkinin ağırlığı olarak tanımlandı. Veri seti incelendiğinde gidiş dönüş uçuş sayıları arasında çok fazla fark olmadığı görüldü. O yüzden p_{ij} hesaplanırken sadece gidiş yönüne göre ağırlık hesaplamaları yapıldı. Önerilen yöntemle dönüş uçuş sayıları için de hesaplamalar yapılabilir. Çizelge 5.12'de gösterildiği üzere, geleneksel merkezilik ölçümleri ile doğru sonuçlar alınabildi.

Çizelge 5.12. Geleneksel merkezilik ile havayolu en etkin ve etkisiz 15 ülke

	Ülke	Derece	Ülke	Yakınlık	Ülke	Arasındalık	Ülke	Öz vektör
1	France	223	France	0,64	United States	8791,02	Germany	1,00
2	United Kingdom	206	Germany	0,63	France	7175,21	France	0,99
3	Germany	205	United Kingdom	0,63	United Kingdom	4521,40	United Kingdom	0,99
4	United States	186	United States	0,63	Germany	3239,28	Italy	0,90
5	United Arab Emirates	164	United Arab Emirates	0,59	Australia	2605,59	Turkey	0,89
6	Turkey	162	Netherlands	0,58	Canada	2455,82	Netherlands	0,86
7	Italy	159	Turkey	0,58	United Arab Emirates	2170,40	United Arab Emirates	0,86
8	Netherlands	158	Italy	0,58	South Africa	2107,03	Russia	0,82
9	Russia	146	Spain	0,57	Netherlands	1748,21	Switzerland	0,77
10	Spain	141	Switzerland	0,56	Kenya	1669,16	United States	0,77
11	Switzerland	133	Russia	0,56	China	1662,82	Spain	0,76
12	China	124	Canada	0,56	Spain	1449,85	Austria	0,73
13	Austria	121	China	0,56	Morocco	1408,81	Belgium	0,70
14	Canada	121	Thailand	0,55	Turkey	1260,33	Qatar	0,67
15	Belgium	118	Qatar	0,55	Thailand	1218,21	China	0,66

	Ülke	Derece	Ülke	Yakınlık	Ülke	Arasındalık	Ülke	Öz vektör
213	Marshall Islands	4	Vanuatu	0,33	Moldova	0,00	Anguilla	0,01
214	Norfolk Island	4	Tonga	0,33	Monaco	0,00	Tonga	0,01
215	Wallis and Futuna	4	Solomon Islands	0,33	Mongolia	0,00	Western Sahara	0,01
216	American Samoa	2	Norfolk Island	0,33	Montserrat	0,00	Lesotho	0,01
217	Cocos (Keeling) Islands	2	British Virgin Islands	0,33	Niue	0,00	Swaziland	0,01
218	Falkland Islands	2	Christmas Island	0,33	Norfolk Island	0,00	Norfolk Island	0,01
219	Gibraltar	2	Anguilla	0,33	Saint Pierre and Miquelon	0,00	Solomon Islands	0,01
220	Lesotho	2	Saint Vincent and the Grenadines	0,33	Samoa	0,00	Christmas Island	0,01
221	Monaco	2	Falkland Islands	0,31	Slovakia	0,00	Falkland Islands	0,01
222	Montserrat	2	Niue	0,31	Somalia	0,00	Micronesia	0,00
223	Niue	2	Montserrat	0,31	Swaziland	0,00	Niue	0,00
224	Saint Pierre and Miquelon	2	Wallis and Futuna	0,30	Tonga	0,00	Montserrat	0,00
225	Swaziland	2	Micronesia	0,29	Tuvalu	0,00	Wallis and Futuna	0,00
226	Tuvalu	2	Tuvalu	0,29	Wallis and Futuna	0,00	Tuvalu	0,00
227	Western Sahara	2	Cocos (Keeling) Islands	0,25	Western Sahara	0,00	Cocos (Keeling) Islands	0,00

Karcı, Renyi ve Shannon Entropi ile yapılan hesaplamalarda hava trafiğinde kritik öneme sahip ülkeler Çizelge 5.13'deki gibi çıktı. Giriş parametreleri olan ağırlıksız yoğunluk değeri 0,1739, ağırlıklı yoğunluk değeri 1,1327 ve kümelenme katsayısı 0,1079 olarak bulundu. Önerilen α değeri bulanık çıkarım ile 0,65 bulundu. Farklı α değerleri kullanılarak yapılan hesaplamalarla α değerinin etkisi anlaşılmaya çalışıldı. α değeri küçük seçildiğinde United States özellikle Renyi entropi ile ilk sıralarda çıktı. α değeri yükseltildiğinde bu sıralamanın değiştiği görüldü.

Çizelge 5.13. Havayolu en etkin 15 ülke

	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=1.2$	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=1.2$	Ülke hava trafiği	Shannon $\alpha=1$	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=0.65$
1	Kenya	385,80	France	636,89	France	659,79	France	1928,52
2	Fiji	386,50	Kenya	637,41	Kenya	660,78	Turkey	1937,57
3	France	386,69	Turkey	638,24	Turkey	661,56	Netherlands	1938,32
4	Denmark	387,08	Netherlands	638,31	Netherlands	661,67	United Kingdom	1938,85
5	Thailand	387,22	United Arab Emirates	639,05	Germany	662,23	Germany	1939,63
6	Australia	387,37	Thailand	639,08	United Arab Emirates	662,33	United Arab Emirates	1940,32
7	Ethiopia	387,52	Germany	639,18	Thailand	662,54	Italy	1944,59
8	Turkey	387,55	Switzerland	639,24	Switzerland	662,60	Switzerland	1946,26
9	Germany	387,56	Belgium	639,51	Belgium	662,99	Belgium	1947,88
10	Switzerland	387,59	Ethiopia	639,70	United Kingdom	663,11	Kenya	1949,13
11	Canada	387,61	Denmark	639,72	Denmark	663,14	Austria	1949,18
12	Netherlands	387,65	Italy	639,78	Italy	663,19	Thailand	1950,04
13	Singapore	387,69	Austria	639,97	Ethiopia	663,20	Spain	1951,94
14	Spain	387,78	Spain	640,16	Austria	663,37	Qatar	1952,58
15	United Arab Emirates	387,78	United Kingdom	640,31	Spain	663,56	Denmark	1955,09

	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=0.65$	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=0.1$	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=0.1$
1	France	704,28	France	15503,93	United States	774,97
2	Kenya	706,32	Germany	15557,98	France	776,51
3	Germany	707,03	United Kingdom	15561,51	United Kingdom	778,23
4	Turkey	707,10	United States	15618,51	Germany	779,28
5	United Kingdom	707,28	United Arab Emirates	15777,84	Kenya	780,09
6	Netherlands	707,30	Italy	15789,40	Australia	781,02
7	United Arab Emirates	707,67	Turkey	15797,24	Turkey	781,10
8	Switzerland	708,19	Netherlands	15815,75	United Arab Emirates	781,12
9	Thailand	708,25	Russia	15825,41	China	781,23
10	Italy	708,65	Spain	15858,81	Netherlands	781,41
11	Belgium	708,80	Switzerland	15922,56	Canada	781,61
12	Denmark	708,80	China	15938,98	Italy	781,85
13	Canada	708,83	Canada	15959,61	Spain	782,11
14	Australia	708,93	Austria	15977,30	Thailand	782,22
15	Ethiopia	708,99	Belgium	15997,83	Switzerland	782,22

α değeri 0,1 olarak seçildiğinde görülen en etkin ülkelerin istatistiki bilgileri incelendiğinde uçuş sayısı yani kenar ağırlıkları sayısı en fazla olan ülkenin United States, United Kingdom, Germany, Spain olduğu görülmektedir. Uçuş noktası sayısına yani düğüm derecesine bakıldığında ise, France, United Kingdom, Germany en yüksek değerlere sahip ülkelerdir. Karcı entropide α değeri 0,1 olarak seçildiğinde düğüm derecesi yüksek olanlar ilk sırada çıktı. Renyi’de kenar ağırlıklarının etkisi α değeri 0,1 olduğunda etkisini Karcı’ya göre sürdürmeye devam ettirdi.

Çizelge 5.14. Havayolu en etkin 20 ülke ($\alpha=0.1$)

Ülke adı	Uçuş noktası sayısı	Uçuş sayısı	Nokta sayısı / uçuş sayısı
United States	92	2362	0,0390
France	111	999	0,1111
United Kingdom	103	1716	0,0600
Germany	100	1651	0,0606
Kenya	49	147	0,3333
Turkey	81	383	0,2115
United Arab Emirates	81	589	0,1375
Australia	32	334	0,0958
China	62	1010	0,0614
Netherlands	80	451	0,1774
Canada	60	770	0,0779
Italy	80	949	0,0843
Spain	71	1280	0,0555
Thailand	57	362	0,1575
Switzerland	65	416	0,1563
Russia	73	766	0,0953
Denmark	47	241	0,1950
Austria	61	357	0,1709
Belgium	60	327	0,1835
Ethiopia	41	99	0,4141

Görselleştirilen Havayolu ağı incelendiğinde elde edilen sonuçların doğru olduğu görülebilmektedir. Dikkat çeken noktalardan biri düğüm derecesi düşük ve uçuş sayısı az olan ülkelerinde etkinliğinin yüksek çıkmasıdır. Bunun sebebi Çizelge 5.14'te de görüldüğü üzere uçuş noktasının uçuş sayısına göre çok olmasıdır. Bundan kenar ağırlığı düşük ama çok fazla bağlantı kurduğu ülkelerin olduğu anlamı çıkar. Sosyal ağdaki anlamı kenar ağırlığı toplamda düşük ama bu sayıya göre düğüm derecesi yüksektir. Renyi ve Karcı entropi ile bu durumdaki düğümler α değeri büyük seçildiğinde tespit edilebildi.

Çizelge 5.15. Havayolu en etkisiz 15 ülke

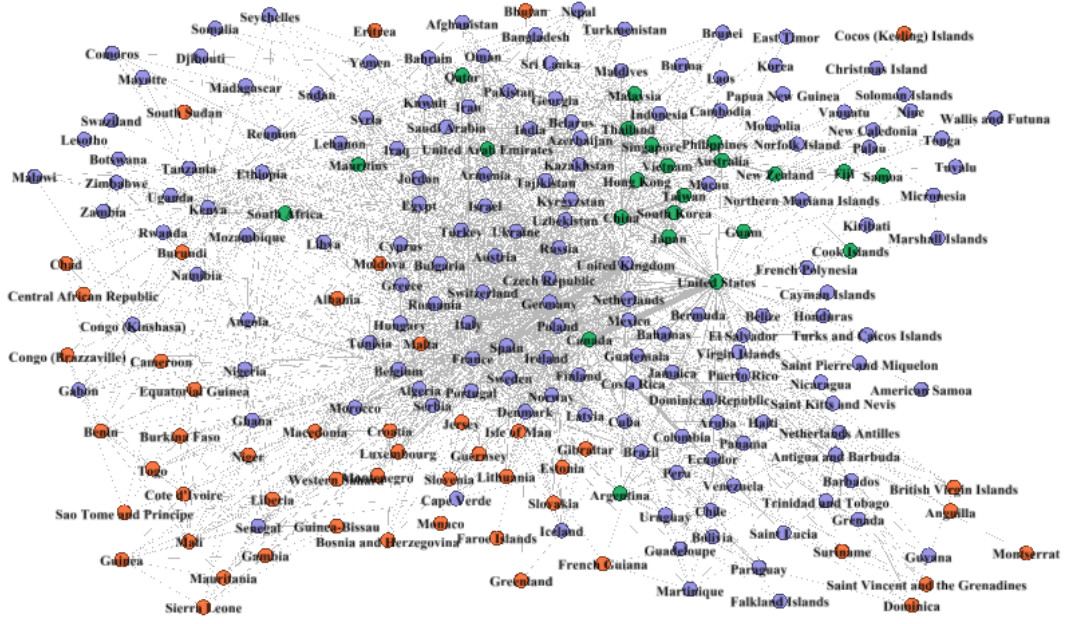
	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=1.2$	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=1.2$	Ülke hava trafiği	Shannon $\alpha=1$	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=0.65$
213	Belize	391,07	Russia	647,74	East Timor	671,25	East Timor	1987,89
214	Norfolk Island	391,18	Belize	647,76	Korea	671,27	Korea	1987,99
215	United States	391,20	United States	647,78	Belize	671,29	Christmas Island	1988,03
216	Tuvalu	391,64	Norfolk Island	647,89	Norfolk Island	671,42	Cocos (Keeling) Islands	1988,21
217	Montserrat	391,64	Montserrat	648,44	Montserrat	672,03	Montserrat	1989,04
218	Western Sahara	391,65	Tuvalu	648,45	Tuvalu	672,03	Tuvalu	1989,05
219	Niue	391,65	Western Sahara	648,47	Western Sahara	672,06	Western Sahara	1989,16
220	Falkland Islands	391,66	Falkland Islands	648,49	Niue	672,07	Falkland Islands	1989,20
221	Saint Pierre and Miquelon	391,66	Niue	648,49	Falkland Islands	672,08	Niue	1989,22
222	Lesotho	391,66	Lesotho	648,51	Lesotho	672,09	Lesotho	1989,25
223	Swaziland	391,66	Swaziland	648,51	Swaziland	672,09	Swaziland	1989,25
224	Gibraltar	391,67	Saint Pierre and Miquelon	648,51	Saint Pierre and Miquelon	672,09	Saint Pierre and Miquelon	1989,29
225	Monaco	391,67	Gibraltar	648,52	Gibraltar	672,10	Gibraltar	1989,33
226	American Samoa	391,67	Monaco	648,52	Monaco	672,11	Monaco	1989,35
227	Russia	392,22	American Samoa	648,53	American Samoa	672,11	American Samoa	1989,42

	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=0.65$	Ülke hava trafiği	Karcı $\alpha=0.1$	Ülke hava trafiği	Renyi $\alpha=0.1$
213	East Timor	717,11	Marshall Islands	16478,90	East Timor	791,28
214	Belize	717,12	Wallis and Futuna	16479,10	Christmas Island	791,30
215	Korea	717,13	Christmas Island	16481,74	Korea	791,31
216	Norfolk Island	717,22	American Samoa	16483,18	Cocos (Keeling) Islands	791,34
217	Tuvalu	717,95	Monaco	16483,45	Tuvalu	792,22
218	Montserrat	717,95	Gibraltar	16483,54	Montserrat	792,24
219	Niue	717,99	Saint Pierre and Miquelon	16483,66	Niue	792,27
220	Western Sahara	717,99	Lesotho	16483,82	Falkland Islands	792,28
221	Falkland Islands	717,99	Swaziland	16483,82	Western Sahara	792,30
222	Saint Pierre and Miquelon	718,01	Niue	16483,91	Lesotho	792,31
223	Lesotho	718,02	Falkland Islands	16483,98	Swaziland	792,31
224	Swaziland	718,02	Western Sahara	16484,07	Saint Pierre and Miquelon	792,31
225	Gibraltar	718,03	Tuvalu	16484,42	Gibraltar	792,32
226	Monaco	718,03	Montserrat	16484,46	American Samoa	792,32
227	American Samoa	718,04	Cocos (Keeling) Islands	16486,48	Monaco	792,32

Sıralamada kenar ağırlıklarının etkisinin daha fazla görülmesi istenildiğinde α değeri küçük seçilmedir. Kenar ağırlıkları ve düğüm derecelerinin etkilerinin beraber görülmesi istendiğinde α değeri orta bir değer olmalıdır. α değeri düşürüldükçe ağırlıkla beraber düğüm derecelerinin etkisi daha fazla görülebilmektedir.

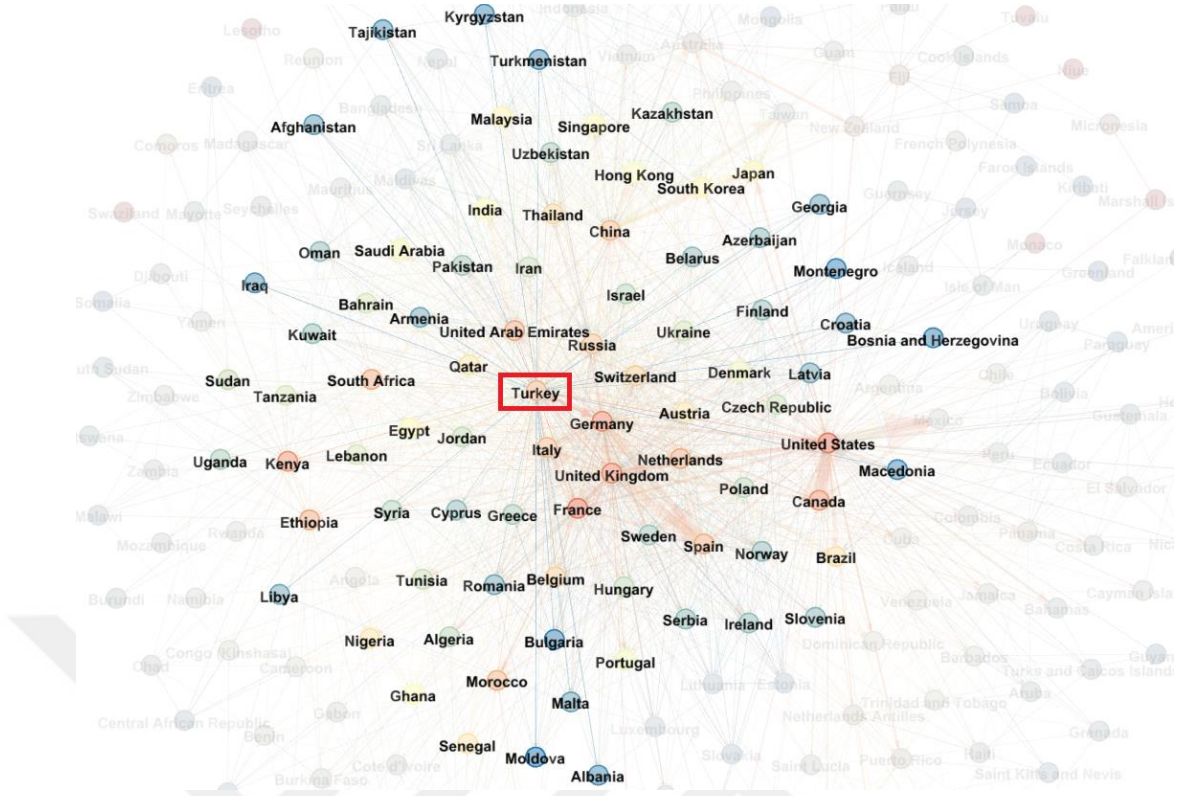
Çizelge 5.16. Düğüm derecesine göre havayolu en etkin 25 ülke

No	Ülke	Gidiş	Dönüş	Derece	Ağırlıklı gidiş	Ağırlıklı dönüş	Ağırlıklı derece
1	France	111	112	223	999	1003	2002
2	United Kingdom	103	103	206	1716	1718	3434
3	Germany	101	104	205	1655	1664	3319
4	United States	92	94	186	2362	2365	4727
5	United Arab Emirates	81	83	164	589	595	1184
6	Turkey	81	81	162	383	381	764
7	Italy	80	79	159	949	946	1895
8	Netherlands	80	78	158	451	453	904
9	Russia	73	73	146	766	768	1534
10	Spain	71	70	141	1280	1285	2565
11	Switzerland	65	68	133	416	418	834
12	China	62	62	124	1010	1010	2020
13	Austria	61	60	121	357	358	715
14	Canada	60	61	121	770	771	1541
15	Belgium	60	58	118	327	335	662
16	Thailand	57	57	114	362	359	721
17	Qatar	56	56	112	148	149	297
18	Egypt	50	50	100	298	285	583
19	India	49	49	98	419	416	835
20	Kenya	49	48	97	147	139	286
21	Denmark	47	47	94	241	242	483
22	Morocco	46	46	92	207	209	416
23	South Africa	44	44	88	141	141	282
24	Ukraine	44	44	88	201	203	404
25	Malaysia	42	42	84	274	272	546

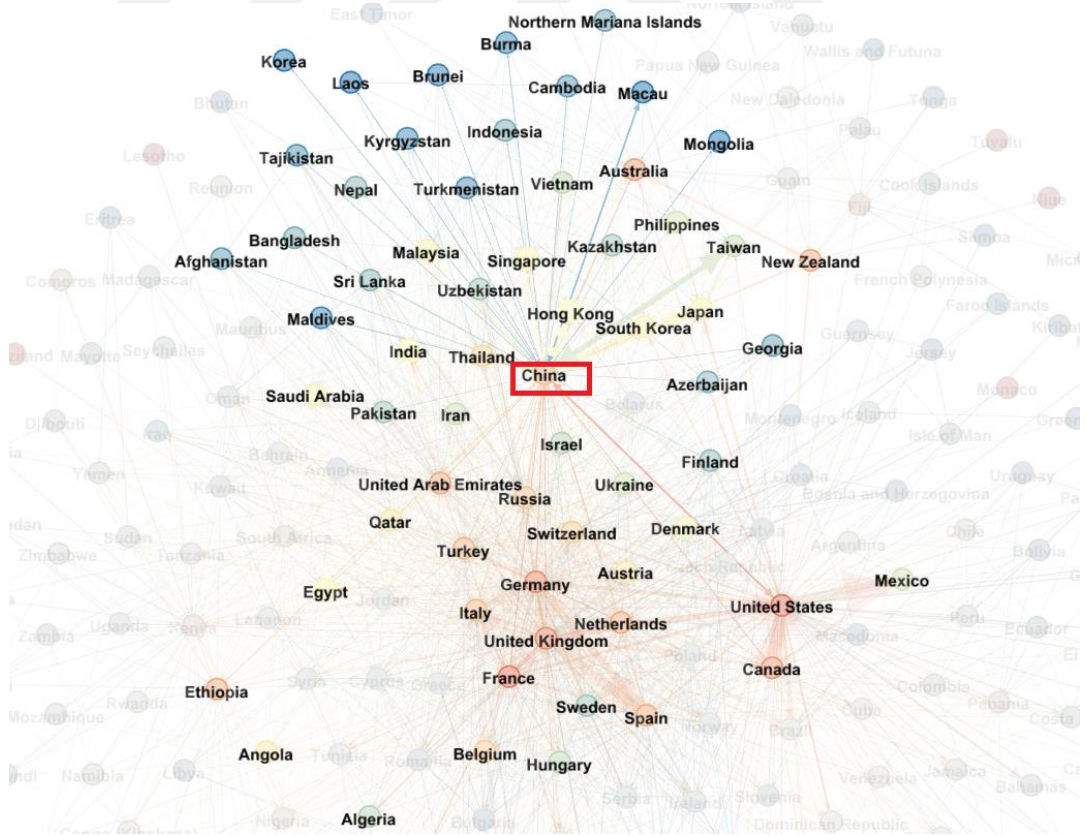


Şekil 5.9. Dünya havayolu ağı

Uçuş sayısı hub olma ve ülke nüfusu ile ilgili bir durumdur. Uçuş noktası sayısı fazla olan ve aynı zamanda uçuş sayısı çok olan ülkeler etkinliği fazla olan ülkelerdir. France, United Kingdom, Germany istatistiki bilgilere göre en etkin olması gereken ülkelerdir. Çizelge 5.16'da düğüm dereceleri en yüksek ülkeler görülmektedir. Aşağıdaki şekillerde bazı ülkelerin görsel olarak ilişki haritası gösterildi. Bu çalışmada gizli kalan ve istatistiki bilgilerle keşfedilemeyen etkin ülkeler görselleştirme ve önerilen yöntem ile tespit edilebildi.



Şekil 5.12. Turkey



Şekil 5.13. China

Önerilen yöntemin uygulanabilirliğini ve doğruluğunu göstermek için ülkelerin hava trafiği veri seti kullanıldı. α değeri 1 olduğunda Shannon entropi davranışı gösteren Renyi ve Karcı entropi kullanılarak merkezi noktalar tespit edildi. Elde edilen sonuçlara bakıldığında α değeri küçük seçildiğinde Renyi entropi ile kenar ağırlıkları baskın bir merkezilik elde edildi. Karcı'da ise, kenar ağırlıkları ile birlikte düğüm dereceleri baskın bir ölçü elde edildi. Renyi'de α değeri arttırıldığında ise, ağırlığa göre düğüm derecelerinin etkisi daha çok hesaplama dâhil oldu. Kullanılan veri setinde düğüm derecesi en yüksek olan France (Şekil 5.11)'dir. Bu durum France'nın α büyük seçildiğinde en üste çıkmasına sebep oldu. Yapılan analizde literatürde çok da göz önünde olmayan Kenya (Şekil 5.10), South Africa ve Qatar gibi ülkelerde üst sıralarda çıktı. Bunun sebebi çok yoğun uçuşları olmasa da bu ülkelerin uçuş noktalarının uçuş sayısına oranla çok olmasıdır. Birçok ülkenin ağı dâhil olmasına köprü olmalarıdır. Bunlar hub olma potansiyeli yüksek ülkelerdir. Ülkemiz Türkiye (Şekil 5.12) ise yapılan hesaplamalarda hep üst sıralarda çıktı. Uçuş rotasının çok olması bunda etkili oldu. China'nın uçuş rotaları ise Şekil 5.13'teki gibidir.

5.5. Yazarlar Ağı (Netscience)

Ağırlıklı ağların merkezi düğümlerinin tespiti için kullanılabilecek veri setlerinden biri 2006 yılında Mark Newman tarafından derlenen, ağ kuramı alanında çalışan bilim adamlarının ortak yazar ağıdır [99]. Bu veri seti, M. E. J. Newman [19] ile S. Boccaletti ve arkadaşlarının [100] yazdığı iki inceleme makalesinin kaynakçasından derlendi ve birkaç ilave referansta elle eklendi. Ayrıt ağırlıklarının nasıl tanımlandığı [101]'de açıklanmıştır. Bu çalışmada 1589 düğüm ve 2742 ayrıttan oluşan Netscience ağı kullanıldı.

Netscience veri seti düğümlerinin merkezilik değerleri geleneksel yöntemlerle Çizelge 5.17'deki gibidir [96]. Ağ yapısına bakılarak kullanılacak merkezilik hesaplama yöntemine karar verilmesi sağlıklı olacaktır. Arasındalık merkeziliği haricindeki merkezilik ölçüleri ile elde edilen değerler, Çizelge 5.17'de görüldüğü üzere çok da hassas değerler değildir. Yakınlık merkeziliği ile elde edilen en merkezi 645 düğüm aynı değeri aldı. Elde edilen değerler ağırlıklı ve dağınık olan ağlarda bu yöntemlerle sağlıklı sonuçlar elde edilemediğini gösterdi. Çizelge 5.18'de entropi kullanılarak hesaplanan merkeziliğin daha gerçekçi sonuçlara sahip olduğu görüldü. M. Newman, A. Barabasi, H. Jeong, S. Boccaletti en merkezi yazarlar olarak bulundu.

Bir ağ farklı merkezilik ölçütleri kullanılarak hesaplandıktan sonra bütün bu merkezilik değerlerine göre değerlendirilmesi elbette daha doğru sonuçlar elde edilmesini sağlar. Bu çalışmada gösterilen Karcı ve Renyi entropilerdeki α değerinin etkisi ile aslında bu yönde sonuçlar elde edildi. Lokal merkeziliklerin tespiti için α değeri küçük seçilebilir. Birbiriyle yoğun ilişkilerde olan çizgelerde merkezi düğümleri tespit etmek için α değerini küçük seçmek iyi sonuç verir. Fakat gruplaşmanın daha fazla olduğu seyrek çizgelerde elde edilen sonuçlarda bu değer küçük seçilmesi çok kullanışlı olmaz. Karcı entropi kullanılarak elde edilen değerlerde α değeri küçük seçildiğinde düğüm derecelerine daha fazla önem vererek merkezi düğümleri tespit etti. Fakat kullanılan Netscience veri setinde düğüm dereceleri yüksek olan bazı yazarlar ağın genelinde etkili değildir. Örneğin Şekil 5.14'teki yazarların birbiriyle ilişkileri yoğun fakat ağın geneliyle bir bağlantıları yoktur. Düğüm derecesine göre merkezi ağlar tespit edildiğinde 19 ayrıt bağlantısı olan bu düğümlerin merkeziliği ilk sıralarda çıkıyor. Gerçekte Şekil 5.14'teki 21 düğümün 1589 düğümden oluşan veri setinde çok merkezi olmadığı görülebilir çünkü diğer düğümlerle bir ilişkileri yoktur ve sadece birbirleriyle bağlantı oluşturmuşlardır.

Çizelge 5.17. Merkezilik ölçümlerine göre en merkezi 15 düğüm

Sıra	Yazar Adı	Derece	Yazar Adı	Arasındalık	Yazar Adı	Yakınlık	Yazar Adı	Özvektör
1	Barabasi, A	34	Newman, M	28300,56	645 düğüm aynı değeri aldı	1	Uetz, P	1,00
2	Jeong, H	27	Pastorsatorras, R	24592,77		1	Cagney, G	1,00
3	Newman, M	27	Moreno, Y	20379,79		1	Mansfield, T	1,00
4	Oltvai, Z	21	Sole, R	19249,90		1	Giot, L	0,99
5	Young, M	20	Boccaletti, S	18200,00		1	Qureshiemili, A	0,99
6	Uetz, P	20	Jeong, H	17858,00		1	Li, Y	0,99
7	Cagney, G	20	Holme, P	16506,04		1	Godwin, B	0,99
8	Mansfield, T	20	Caldarelli, G	15786,01		1	Conover, D	0,99
9	Alon, U	19	Bianconi, G	12460,58		1	Kalbfleisch, T	0,99
10	Boccaletti, S	19	Capocci, A	12446,91		1	Vijayadamodar, G	0,99
11	Giot, L	19	Vespignani, A	11143,70		1	Yang, M	0,99
12	Judson, R	19	Barabasi, A	10834,47		1	Johnston, M	0,99
13	Knight, J	19	Stauffer, D	10575,91		1	Fields, S	0,99
14	Lockshon, D	19	Kurths, J	8911,83		1	Rothberg, J	0,99
15	Narayan, V	19	Albert, R	6516,85		1	Judson, R	0,99

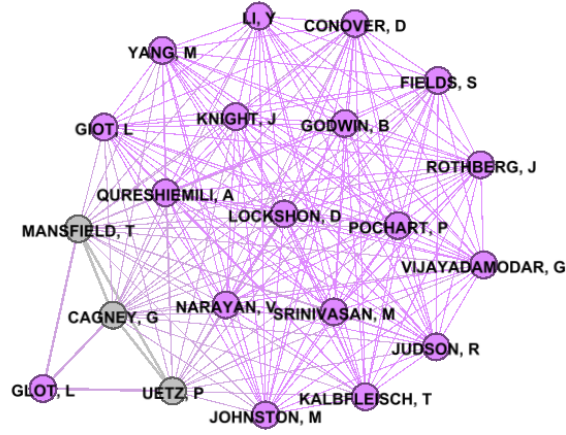
Bulanık öneri için giriş parametreleri olan ağın ağırlıksız yoğunluk değeri 0,0022, ağırlıklı yoğunluk değeri 0,00094 ve kümelenme katsayısı 0,2662 olarak bulundu. Önerilen α değeri bulanık çıkarım ile 1,12 bulundu.

Çizelge 5.18. Shannon, Renyi ve Karcı entropiye göre en merkezi düğümler

	Yazarlar	Karcı $\alpha=1.2$	Yazarlar	Renyi $\alpha=1.2$	Yazarlar	Karcı $\alpha=1.12$	Yazarlar	Renyi $\alpha=1.12$
1	Newman, M	806,80	Barabasi, A	1026,98	Newman, M	889,42	Barabasi, A	1029,11
2	Barabasi, A	807,55	Newman, M	1027,59	Barabasi, A	889,66	Newman, M	1029,77
3	Jeong, H	808,52	Jeong, H	1028,10	Jeong, H	890,75	Jeong, H	1030,30
4	Boccaletti, S	810,06	Boccaletti, S	1030,82	Boccaletti, S	892,67	Boccaletti, S	1032,99
5	Young, M	811,11	Young, M	1031,72	Young, M	893,70	Young, M	1033,92
6	Sole, R	811,29	Oltvai, Z	1032,00	Oltvai, Z	894,04	Oltvai, Z	1034,17
7	Oltvai, Z	811,49	Alon, U	1032,33	Sole, R	894,19	Alon, U	1034,55
8	Alon, U	811,64	Sole, R	1032,90	Alon, U	894,28	Sole, R	1035,04
9	Latora, V	811,73	Kurths, J	1032,98	Latora, V	894,58	Kurths, J	1035,13
10	Holme, P	811,97	Latora, V	1033,17	Kurths, J	894,72	Latora, V	1035,32
11	Kurths, J	812,05	Holme, P	1033,24	Holme, P	894,79	Holme, P	1035,43
12	Diazguilera, A	812,13	Diazguilera, A	1033,51	Diazguilera, A	895,00	Diazguilera, A	1035,71
13	Hu, G	812,22	Pastorsatorras, R	1033,72	Pastorsatorras, R	895,15	Pastorsatorras, R	1035,92
14	Pastorsatorras, R	812,24	Vicsek, T	1033,87	Hu, G	895,26	Vicsek, T	1036,09
15	Vespignani, A	812,53	Vespignani, A	1034,00	Vespignani, A	895,45	Vespignani, A	1036,22

	Yazarlar	Shannon $\alpha=1$	Yazarlar	Karcı $\alpha=0.1$	Yazarlar	Renyi $\alpha=0.1$
1	Barabasi, A	1032,46	Barabasi, A	3721,61	Barabasi, A	1063,16
2	Newman, M	1033,22	Jeong, H	3730,47	Newman, M	1065,14
3	Jeong, H	1033,78	Uetz, P	3733,96	Jeong, H	1065,97
4	Boccaletti, S	1036,42	Cagney, G	3733,96	Boccaletti, S	1068,18
5	Young, M	1037,41	Mansfield, T	3733,96	Sole, R	1069,15
6	Oltvai, Z	1037,60	Giot, L	3735,56	Oltvai, Z	1069,28
7	Alon, U	1038,03	Judson, R	3737,14	Young, M	1069,64
8	Sole, R	1038,42	Knight, J	3737,14	Kurths, J	1069,96
9	Kurths, J	1038,52	Lockshon, D	3737,14	Latora, V	1070,03
10	Latora, V	1038,71	Narayan, V	3737,14	Alon, U	1070,20
11	Holme, P	1038,89	Srinivasan, M	3737,14	Holme, P	1070,91
12	Diazguilera, A	1039,20	Pochart, P	3737,14	Diazguilera, A	1071,45
13	Pastorsatorras, R	1039,40	Qureshiemili, A	3737,14	Pastorsatorras, R	1071,48
14	Vicsek, T	1039,59	Li, Y	3737,14	Vicsek, T	1072,00
15	Vespignani, A	1039,73	Godwin, B	3737,14	Moreno, Y	1072,00

Çizelge 5.17’de verilen özvektör merkeziliği ile yapılan ölçümde en merkezi düğümler P. Uetz, G. Cagney, T. Mansfield olarak çıktı çünkü yüksek derecelere sahip birden çok düğümlerle ilişkileri vardır, fakat bunlar ağıın geneline yayılmış düğümler değildir. Karcı entropi ile α değeri 0,1 seçildiğinde de bu yazarlar etkin çıktı. Fakat Renyi’de bunlar daha aşağıda seçildi. Bu ağda düğümlerin birbirine etkisi küçük α değerlerinde Renyi entropi ile daha iyi ölçülebildi. Gerçekte Şekil 5.14’deki gibi alt kümede merkezi olan bu düğümler çizgenin tamamı küresel olarak düşünüldüğünde merkezi düğümler değildir. α değeri büyüdükçe sıralamada bu düğümlerin merkezilik sıralaması düşmektedir.



Şekil 5.14. Düğüm dereceleri yüksek alt ağ.

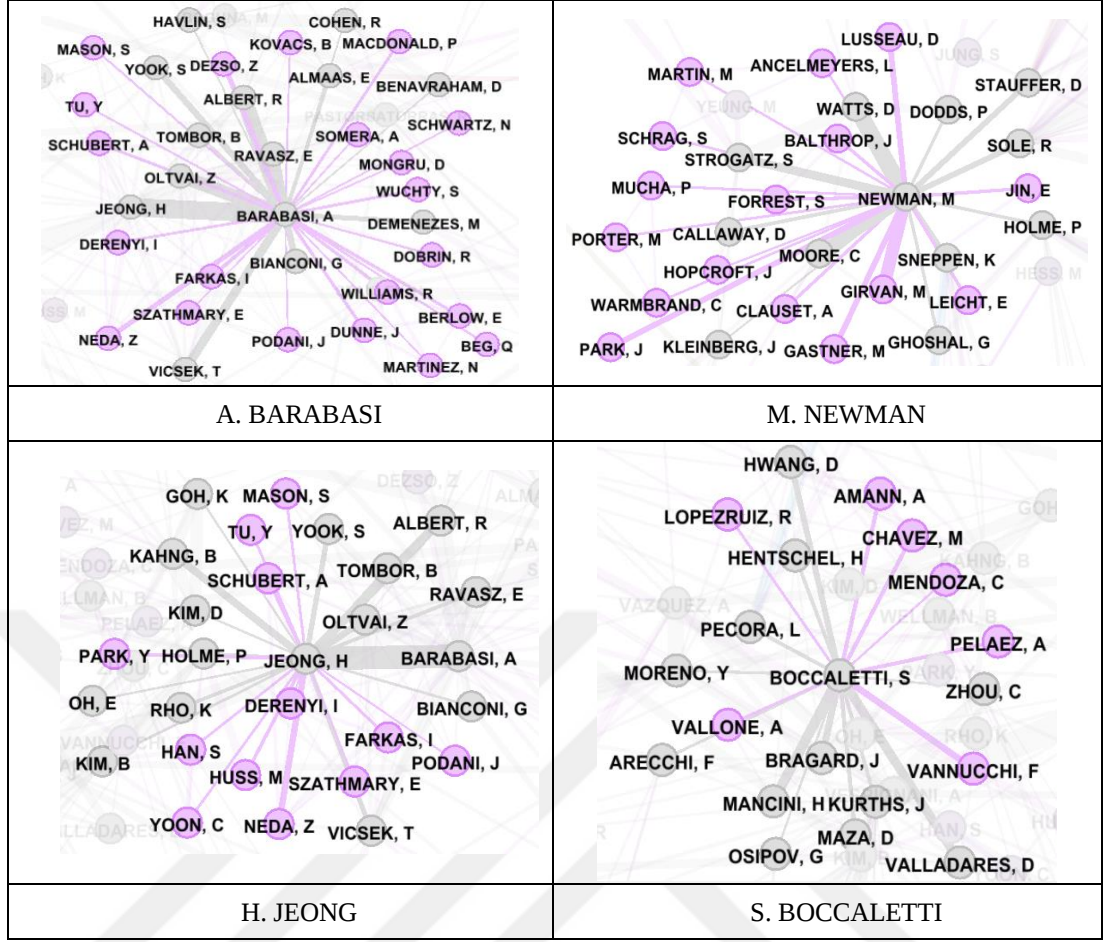
Bu ağda ayırt ağırlıklarının ve etkin düğümlerin birbirine etkilerinin daha iyi görülebilmesi için α değeri yüksek seçilmelidir. Bu şekilde düğümün ilişkide olduğu düğümlerin de merkezi olması etkin düğümün hesaplanmasında daha da fazla dikkate alınmış olur. Ağın genelinde küresel olarak etkin düğümlerin tespiti yapılır ve doğru olan da budur. Bir düğümün bağlantılarının fazla olması merkezilik için önemlidir ama yeterli değildir. Bağlantıda olduğu düğümlerin etkinliği ve yayılımı da göz önüne alınmalıdır.

Çizelge 5.19. Shannon, Renyi ve Karcı entropiye göre en etkisiz 15 yazar

	Yazarlar	Karcı $\alpha=1.2$	Yazarlar	Renyi $\alpha=1.2$	Yazarlar	Karcı $\alpha=1.12$	Yazarlar	Renyi $\alpha=1.12$
1575	Yaoum, Y	817,56	Yaoum, Y	1040,69	Yaoum, Y	901,09	Yaoum, Y	1042,93
1576	Laumann, E	817,56	Laumann, E	1040,69	Laumann, E	901,09	Laumann, E	1042,93
1577	Yeung, M	817,56	Yeung, M	1040,69	Yeung, M	901,09	Yeung, M	1042,93
1578	Young, H	817,56	Young, H	1040,69	Young, H	901,09	Young, H	1042,93
1579	Zachary, W	817,56	Zachary, W	1040,69	Zachary, W	901,09	Zachary, W	1042,93
1580	Zekri, N	817,56	Zekri, N	1040,69	Zekri, N	901,09	Zekri, N	1042,93
1581	Clerc, J	817,56	Clerc, J	1040,69	Clerc, J	901,09	Clerc, J	1042,93
1582	Zhongbao, K	817,56	Zhongbao, K	1040,69	Zhongbao, K	901,09	Zhongbao, K	1042,93
1583	Changshui, Z	817,56	Changshui, Z	1040,69	Changshui, Z	901,09	Changshui, Z	1042,93
1584	Zhou, H	817,56	Zhou, H	1040,69	Zhou, H	901,09	Zhou, H	1042,93
1585	Zhou, S	817,56	Zhou, S	1040,69	Zhou, S	901,09	Zhou, S	1042,93
1586	Mondragon, R	817,56	Mondragon, R	1040,69	Mondragon, R	901,09	Mondragon, R	1042,93
1587	Zhu, H	817,56	Zhu, H	1040,69	Zhu, H	901,09	Zhu, H	1042,93
1588	Huang, Z	817,56	Huang, Z	1040,69	Huang, Z	901,09	Huang, Z	1042,93
1589	Zhu, J	817,56	Zhu, J	1040,69	Zhu, J	901,09	Zhu, J	1042,93

	Yazarlar	Shannon $\alpha=1$	Yazarlar	Karcı $\alpha=0.1$	Yazarlar	Renyi $\alpha=0.1$
1575	Yaoum, Y	1046,46	Yaoum, Y	3797,26	Yaoum, Y	1079,07
1576	Laumann, E	1046,46	Laumann, E	3797,26	Laumann, E	1079,07
1577	Yeung, M	1046,46	Yeung, M	3797,26	Yeung, M	1079,07
1578	Young, H	1046,46	Young, H	3797,26	Young, H	1079,07
1579	Zachary, W	1046,46	Zachary, W	3797,26	Zachary, W	1079,07
1580	Zekri, N	1046,46	Zekri, N	3797,26	Zekri, N	1079,07
1581	Clerc, J	1046,46	Clerc, J	3797,26	Clerc, J	1079,07
1582	Zhongbao, K	1046,46	Zhongbao, K	3797,26	Zhongbao, K	1079,07
1583	Changshui, Z	1046,46	Changshui, Z	3797,26	Changshui, Z	1079,07
1584	Zhou, H	1046,46	Zhou, H	3797,26	Zhou, H	1079,07
1585	Zhou, S	1046,46	Zhou, S	3797,26	Zhou, S	1079,07
1586	Mondragon, R	1046,46	Mondragon, R	3797,26	Mondragon, R	1079,07
1587	Zhu, H	1046,46	Zhu, H	3797,26	Zhu, H	1079,07
1588	Huang, Z	1046,46	Huang, Z	3797,26	Huang, Z	1079,07
1589	Zhu, J	1046,46	Zhu, J	3797,26	Zhu, J	1079,07

Kullanılan veri setindeki en merkezi düğümlerin ilişkide olduğu düğümler Şekil 5.15'te gösterildi. A. Barabasi 34 bağlantı ile düğüm derecesi en yüksek olan düğümdür ve ilişkide olduğu düğümlerin düğüm derecesi ortalaması 6,5'dir. M. Newman'ın 27 bağlantısı var ve ilişkide olduğu düğümlerin düğüm derecesi ortalaması 4,88'dir. İlişkide oldukları düğümler analiz edildiğinde görülmüştür ki α değeri büyük seçilince ilişkide olduğu düğümlerin merkeziliği daha fazla ise bu merkezi düğümleri daha üst sıralara çıkarmaktadır.



Şekil 5.15. En merkezi düğümlerin ilişki kümesi

Renyi ve Karcı entropinin bu ağda yüksek α değerlerinde aynı yönde sonuçlar verdiği fakat küçük α değerlerinde farklılıklar gösterdiği görüldü. α seçim algoritması ile oluşan değerlerde ise, birbirine yakın sonuçlar ürettiği tespit edildi. Ağın yoğunluğu ve kümelenme katsayısı ile fikir sahibi olunan ağın yapısına göre sonuçların alınması daha sağlıklı olacaktır. Ağ analizlerinde Netscience veri setinin çokça kullanılması ve önerilen yöntemin geleneksel yöntemlerle kıyaslanması sonucunda yöntemin doğruluğu, etkinliği ve literatüre katkısı daha iyi anlaşıldı.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezde, çizge entropi ölçümleri ile yeni yöntemlerin tanımlaması ve entropi hesaplamalarının geniş uygulanabilirliğinin gösterilmesi amaçlandı. İstatistiki verilerden oluşturulan ilişkisel yapılar ve hazır veri setleri kullanılarak entropi temelli sosyal ağ analizi yöntemleri geliştirildi. Bir sistemdeki bilgi miktarı ve belirsizlik ölçüsü olan entropi temel alınarak uygulamalar yapıldı, literatüre katkı sunulmaya çalışıldı.

Entropi birçok alanda, çok çeşitli uygulamalarla problemlere çözüm üretmede kullanılmakta, kullanım alanı gün geçtikçe artarak devam etmektedir. Entropi kavramının geliştirilmesi ve uygulamalarının artmasına katkı sunmak amacıyla bu tez hazırlandı. Somut örneklerle nicel olarak farklılıklar gösteren çizge entropi hesaplamaları arasındaki ilişkiler incelendi. Sosyal ağlarda farklı entropilerle merkezi düğümlerin tespit edilmesine odaklanıldı. Bilgi teorisinin gelişmesine katkısı tartışmasız olan entropinin, karmaşık ve ilişkisel yapıların analizine katkısının çok olacağı görüldü. Bu alana yeni bakış açıları kazandırılarak, entropiye yeni bir kullanım alanı sunulmuş oldu. Bu çalışma ile farklı entropi ölçümleri kullanılarak yeni sonuçlar elde edildi, bu sonuçlar sayesinde karmaşık yapıların analizinde görüş açımız genişledi. Çizgeler ve özellikleri karakterize edildi. Daha derin analizler gerçekleştirildi. Farklı entropiler kıyaslanıp, farklılıkları tespit edildi. Entropi hesaplamalarında düğüm dereceleri ve kenar ağırlıkları kullanıldı. Ağırlıklı ağlarda, kullanılan α parametresi sayesinde amaçlar doğrultusunda sonuca gidilebildi. Kenar ağırlıklarının ve düğüm derecelerinin etkisinin ihtiyaç ve probleme göre ayarlanabilmesi ağa birçok farklı açıdan bakılmasına olanak tanımış oldu. Renyi ve Karcı entropi, α değeri ile bunu sağladı. α değerinin doğru seçilmesi halinde merkezilik hesaplamalarında alternatif yöntem olarak kullanılabileceği gösterildi.

Birçok farklı entropi ölçüm yöntemi mevcuttur. Yapılan çalışmada Renyi ve Karcı entropi ile merkezilik ölçümlerinin yapılabileceği ve doğru sonuçların alınabileceği gösterildi. Farklı problem barındıran veri setlerinde bu yöntemler kullanılabilir. Bu çalışmada 3 farklı yapıdaki veri seti kullanıldı. Hepsinde de α sayesinde doğru sonuçlar alındı. Sonuçlar geleneksel derece, arasındalık, yakınlık ve özvektör merkeziliği ile kıyaslanarak önerilen yöntemlerin performansı ve etkinliği ölçüldü. Geleneksel yöntemler bütün ağ tiplerinde anlamlı sonuç üretemezken, entropi temelli yöntemler doğru sonuçlar verebildi.

α 'nın alacağı değeri belirlemek için bulanık mantık ile ağın topolojik değerlerini kullanan bir yöntem önerildi. Yoğunluk ve kümelenme katsayısı α 'yı belirlerken kullanıldı. Kullanılan üç veri setinde de doğru α değeri tahmin edilebildi. Bu şekilde işlem maliyeti azaltılarak, doğru sonuca ulaşılmış oldu. Bulanık mantığın sonuca ulaşmadaki desteği gösterilmiş oldu.

Shannon'un entropi ölçüsü, çizgeler ve çizgelerin özelliklerini tanımlamak için çeşitli bağlamlarda kullanılmıştır. Buradan hareketle amaçlardan biri Karcı entropiyi sosyal ağlarda kullanmaktır. Bu çalışma ile Karcı ilk defa sosyal ağlara uygulanmış oldu. Yapılan uygulamalarda olumlu sonuç alınınca Karcı gibi α değeri kullanan Renyi entropi ile denemeler yapıldı. Karcı entropi ile diğer entropi ölçümleri arasındaki temel benzerlikler ve farklılıklar vurgulanmaya çalışıldı. Renyi entropi ile elde edilen sonuçlar Karcı entropi ile paralel değerler verdi. Bazı α değerlerinde küçük çapta değişimlerde görülebildi. Shannon'a ek olarak her iki yöntemde sosyal ağlarda rahatlıkla kullanılabilir. Farklı kullanım alanları da tespit edilebilir.

Seçilen veri setlerinin ikisi ülke verilerini barındırır. Ülke parametreleri özellikle seçildi. Özelde ülke ilişkileri analiz edilmek istendi. Önerilen yöntemin evrenselliğini göstermek için de çalışmalarda çokça kullanılan Netscience veri seti kullanıldı.

Shannon'dan farklı olarak α değerinin bize sağladığı en büyük avantaj merkezilikte yerel ve küresel ölçümlerin yapılabilmesidir. Bunun anlamı bütün merkezilik ölçümlerini içerisinde barındırmasıdır. Yukarıda da bahsedildiği gibi Karcı ve Renyi entropi nasıl Shannon entropiyi içinde barındırıyorsa, merkezilik ölçümlerinde de önerilen yöntem diğer merkezilikleri kapsar.

Çizge tabanlı modellerin çok geniş kullanım alanı bulunmaktadır. Bu yüzden çizge entropi için sınırsız kullanım alanı ortaya çıkmaktadır. Ağlardaki yapısal biçimlerin tanımlama ve sınıflandırmalarının farklı entropi ölçümleri kullanılarak yapılması, hangi entropinin bu ölçümlerde daha yararlı olacağının tespit edilmesi önemlidir. Entropi teorisinin geliştirilerek kullanılması zorlu problemlere kolay çözümler bulunabilmesine katkı sunacağı kesindir. Gelecek stratejilerimizi belirlerken iyi analizler yapmamız gerekir. Bu şekilde yapılan işlerden azami verim ve yarar sağlanmış, tasarruf edilmiş olur.

7. KAYNAKLAR

- [1] A.-L. Barabási, *Network Science*, Cambridge University Press, 2016.
- [2] Anonymous. (2019). https://www.tutorialspoint.com/principles_of_communication/principles_of_communication_information_theory.htm (on-line access on 28 Jan, 2019).
- [3] R. Yang *et al.*, *Epidemic spreading on heterogeneous networks with identical infectivity*, **Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.**, vol. 364, no. 3–4, (2007), 189–193.
- [4] D. Ediger *et al.*, *Massive social network analysis: Mining twitter for social good*, in *Proceedings of the International Conference on Parallel Processing*, 2010.
- [5] W. W. Xu, Y. Sang, S. Blasiola, and H. W. Park, *Predicting Opinion Leaders in Twitter Activism Networks: The Case of the Wisconsin Recall Election*, **Am. Behav. Sci.**, vol:58, no.10, (2014), 1278-1293.
- [6] M. E. J. Newman, *A measure of betweenness centrality based on random walks*, **Soc. Networks**, vol. 27, no. 1, (2005), 39–54.
- [7] İ. Tuğal and A. Karcı, *Comparisons of Karcı and Shannon entropies and their effects on centrality of social networks*, **Phys. A Stat. Mech. its Appl.**, vol. 523, (2019), 352–363.
- [8] G. L. Alexanderson, *About the cover: Euler and Königsberg's bridges: A historical view*, **Bulletin of the American Mathematical Society**, (2006).
- [9] J. L. Moreno, *Who shall survive? A new approach to the problem of human interrelations*, **Nervous and mental disease monograph series**, vol. 58, (1934).
- [10] M. Gençer, *Sosyal ağ analizi yöntemlerine bir bakış*, **Yıldız Soc. Sci. Rev.**, vol. 3, no. 2, (2017), 19–34.
- [11] Türk Dil Kurumu Sözlük. (2018). <https://www.tdk.gov.tr> (on-line access on 28 Jun, 2018).
- [12] A. W. Wolfe, *Social network analysis: Methods and applications*, **Am. Ethnol.**, 24: 1, (1997) 219–220.
- [13] Cheng Ye. *Entropic characterization and time evolution of complex networks*, PhD Thesis, University of York, United Kingdom, 2016.
- [14] N. Gürsaka, *Sosyal Ağ Analizi*, Dora Yayınları, 2009.
- [15] T. Aittokallio and B. Schwikowski, *Graph-based methods for analysing networks in cell biology*, **Briefings in Bioinformatics**, 7:3, (2006), 243–255.
- [16] S. Deswal and A. Singhrova, *Application of graph theory in communication networks*, **Int. J. Appl. or Innov. Eng. Manag.**, vol. 1, (2012), 66–70.
- [17] D. Conte *et al.*, *How and why pattern recognition and computer vision applications use graphs*, **Applied Graph Theory in Computer Vision and Pattern Recognition**, vol. 52, (2007), 85-135.
- [18] S. G. Shirinivas, S. Vetrivel, and N. M. Elango, *Applications of graph theory in computer science: An overview*, **International Journal of Engineering Science and Technology**, Vol. 2(9), (2010), 4610-4621.
- [19] M. E. J. Newman, *The structure and function of complex networks*, **SIAM Rev.**, 45:2, (2003), 167–256.
- [20] P. J. Carrington, J. Scott, and S. Wasserman, *Models and Methods in Social Network Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005.
- [21] J. Leskovec, A. Rajaraman, and J. D. Ullman, *Mining of massive datasets: Second edition*, Stanford University, 2014.

- [22] P. Erdős and A. Rényi, *On random graphs*, **Publ. Math.**, vol. 6, (1959), 290–297.
- [23] D. J. Watts and S. H. Strogatz, *Collective dynamics of ‘small-world’ networks*, **Nature**, 393:6684, (1998), 440–442.
- [24] A. L. Barabási and R. Albert, *Emergence of scaling in random networks*, **Science**, 286:5439, (1999), 509–512.
- [25] R. V. Solé and S. Valverde, *Information theory of complex networks: on evolution and architectural constraints*, **Complex networks**, (2004), 189–207.
- [26] H. Mo, C. Gao, and Y. Deng, *Evidential method to identify influential nodes in complex networks*, **J. Syst. Eng. Electron.**, 26:2, (2015), 381–387.
- [27] J. Borge-Holthoefer and Y. Moreno, *Absence of influential spreaders in rumor dynamics*, **Phys. Rev. E.**, 85:2, (2012).
- [28] S. G. Suo and Y. Chen, *The dynamics of public opinion in complex networks*, **Jasss-the J. Artif. Soc. Soc. Simul.**, 11:4, (2008).
- [29] Z. Wang, C. Y. Xia, S. Meloni, C. S. Zhou, and Y. Moreno, *Impact of social punishment on cooperative behavior in complex networks*, **Sci. Rep.**, vol. 3, (2013).
- [30] C. Gao, X. Lan, X. Zhang, and Y. Deng, *A bio-inspired methodology of identifying influential nodes in complex networks*, **PLoS One**, 8:6, (2013).
- [31] A. L. Barabási, N. Gulbahce, and J. Loscalzo, *Network medicine: A network-based approach to human disease*, **Nature Reviews Genetics**, 12:1, (2011), 56–68.
- [32] S. P. Borgatti, *Centrality and network flow*, **Soc. Networks**, 27:1, (2005), 55–71.
- [33] L. C. Freeman, *Centrality in social networks conceptual clarification*, **Soc. Networks**, 1:3, (1978), 215–239.
- [34] M. G. Everett and S. P. Borgatti, *Extending Centrality*, in P. J. Carrington, J. Scott, and S. Wasserman (Ed.) *Models and Methods in Social Network Analysis*, Cambridge University Press, Cambridge, 2005, 57–76.
- [35] P. Bonacich, *Some unique properties of eigenvector centrality*, **Soc. Networks**, 29:4, (2007), pp. 555–564.
- [36] U. Brandes, *A faster algorithm for betweenness centrality*, **J. Math. Sociol.**, 25:2, (2001), 163–177.
- [37] P. Bonacich and P. Lloyd, *Eigenvector-like measures of centrality for asymmetric relations*, **Soc. Networks**, 23:3, (2001), 191–201.
- [38] L. Page, S. Brin, R. Motwani, and T. Winograd, *The pagerank citation ranking: Bringing order to the web*, **World Wide Web Internet Web Inf. Syst.**, 54:1999–66, 1998, 1–17.
- [39] T. Carter, (2014). <https://www.csustan.edu/sites/default/files/CS/Carter/documents/info-lec.pdf>, (on-line access on 23Jul, 2018).
- [40] J. Colchester, *Systems & Complexity*. Complexity Labs, 2016.
- [41] D. Bonchev, *Kolmogorov’s information, Shannon’s entropy, and topological complexity of molecules*, **Bulg. Chem. Commun.**, 28, (1995), 567–582.
- [42] S. H. Bertz and T. J. Sommer, *Rigorous mathematical approaches to strategic bonds and synthetic analysis based on conceptually simple new complexity indices*, **Chem. Commun.**, 24, (1997), 2409–2410.
- [43] D. Bonchev, *Complexity analysis of yeast proteome network*, **Chem. Biodivers.**, 1:2, (2004), 312–326.
- [44] G. M. Constantine, *Graph complexity and the laplacian matrix in blocked*

- experiments, **Linear Multilinear Algebr.**, 28:1–2, (1980), 49–56.
- [45] D. Bonchev, *Overall connectivities/topological complexities: A new powerful tool for QSPR/QSAR*, **J. Chem. Inf. Comput. Sci.**, 40:4, (2000), 934–941.
 - [46] D. Bonchev, *The overall Wiener index--a new tool for characterization of molecular topology*, **J. Chem. Inf. Comput. Sci.**, 41:3,(2001), 582–92.
 - [47] S. Jukna, *On graph complexity*, **Comb. Probab. Comput.**, 15:6, (2006), 855–876.
 - [48] A. Mowshowitz and M. Dehmer, *Entropy and the complexity of graphs revisited*, **Entropy**, 14:3, (2012), 559–570.
 - [49] M. Dehmer, A. Mowshowitz, and F. Emmert-Streib, *Advances in Network Complexity*, Wiley, New York, 2013.
 - [50] C. E. Shannon, *Prediction and Entropy of Printed English*, **Bell Syst. Tech. J.**, 30:1, (1951), 50–64.
 - [51] R. Chang, *Physical Chemistry for the Biosciences*, University Science Books, 2005.
 - [52] D. Hocaoglu, *Termodinamiğin İkinci Kanunu ve Entropi*, Lecture Notes, 2008.
 - [53] Wikipedia.org. (2018). <https://tr.wikipedia.org/wiki/Termodinamik>, (on-line access on 19 Jul, 2018).
 - [54] A. Renyi, *Probability Theory*. Dover Publications, New York, 2007.
 - [55] A. Ben-Naim, *A Farewell To Entropy : Statistical Thermodynamics Based On Information*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2008.
 - [56] N. Rashevsky, *Life, information theory, and topology*, **Bull. Math. Biophys.**, 17:3, (1955), 229–235.
 - [57] T. Ernesto, *A note on the information content of graphs*, **Bull. Math. Biophys.**, 18:2, (1956), 129–135.
 - [58] E. Estrada, *The Structure of Complex Networks*, Oxford University Press, 2011.
 - [59] M. G. Everett, *Role similarity and complexity in social networks*, **Soc. Networks**, 7:4, (1985), 353–359.
 - [60] T. Balch, *Hierarchic social entropy: an information theoretic measure of robot group diversity*, **Auton. Robots**, 8:3, (2000), 209–237.
 - [61] F. Tutzauer, *Entropy as a measure of centrality in networks characterized by path-transfer flow*, **Soc. Networks**, 29:2, (2007), 249–265.
 - [62] F. Emmert-Streib and M. Dehmer, *Global information processing in gene networks: Fault tolerance*, in 2007 2nd Bio-Inspired Models of Network, Information and Computing Systems, Budapest, Hungary, Dec. 10–12 (2007), 326–329.
 - [63] J. C. Claussen, *Offdiagonal complexity: A computationally quick complexity measure for graphs and networks*, **Phys. A Stat. Mech. its Appl.**, 375:1, (2007), 365–373.
 - [64] M. Dehmer, *Information-theoretic concepts for the analysis of complex networks*, **Applied Artificial Intelligence**, 22:7–8, (2008), 684–706.
 - [65] J. Kim and T. Wilhelm, *What is a complex graph?*, **Phys. A Stat. Mech. its Appl.**, 387:11, (2008), 2637–2652.
 - [66] S. Cao, M. Dehmer, and Y. Shi, *Extremality of degree-based graph entropies*, **Inf. Sci.**, vol. 278, (2014), 22–33.
 - [67] T. Nie, Z. Guo, K. Zhao, and Z. M. Lu, *Using mapping entropy to identify node centrality in complex networks*, **Phys. A Stat. Mech. its Appl.**, vol. 453, (2016), 290–297.
 - [68] L. Fei and Y. Deng, *A new method to identify influential nodes based on relative entropy*, **Chaos, Solitons and Fractals**, vol. 104, (2017), pp. 257–267.

- [69] S. Peng, A. Yang, L. Cao, S. Yu, and D. Xie, *Social influence modeling using information theory in mobile social networks*, **Inf. Sci.**, vol. 379, (2017), 146–159.
- [70] E. C. Kenley and Y.-R. Cho, *Entropy-Based Graph Clustering: Application to Biological and Social Networks*, in 2011 IEEE 11th International Conference on Data Mining, (2011), pp. 1116–1121.
- [71] L. Boltzmann, *Lectures on Gas Theory*, University of California Press, Berkeley, 1964.
- [72] C. G. Chakrabarti and K. De, *Boltzmann-Gibbs entropy: axiomatic characterization and application*, **Int. J. Math. Math. Sci.**, 23:4, (2000), 243–251.
- [73] İ. Değirmenci, *Entropi Ölçüleri ve Maksimum Entropi İlkesi*, Hacettepe Üniversitesi, 2011.
- [74] A. Rényi, *On measures of entropy and information*, in Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, (1961), p. 547.
- [75] R. V. L. Hartley, *Transmission of Information*, **Bell Syst. Tech. J.**, (1928), p. 535.
- [76] P. A. Bromiley, N. A. Thacker, and E. Bouhova-Thacker, *Shannon entropy, Renyi entropy, and information*, TINA Memos: Advanced Applied Statistics, 2004-004, (2004).
- [77] A. Karcı, *Kesir dereceli türevin yeni yaklaşımının özellikleri*, **J. Fac. Eng. Archit. Gazi Univ.**, 30:3, (2015), 487–501.
- [78] A. Karcı, *New approach for fractional order derivatives: Fundamentals and analytic properties*, **Mathematics**, 4:2, (2016), 1–15.
- [79] A. Karcı, *A new approach for fractional order derivative and its applications*, **Univers. J. Eng. Sci.**, 1:3, (2013), 110–117.
- [80] A. Karcı, *Chain rule for fractional order derivatives*, **Sci. Innov.**, 3:6, (2015), 63–67.
- [81] M. R. Ubriaco, *Entropies based on fractional calculus*, **Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys.**, 373:30, (2009), 2516–2519.
- [82] S. Bouzebda and I. Elhattab, *New Kernel-type estimator of Shanonn's entropy*, **Comptes Rendus Math.**, 352:1, (2014), 75–80.
- [83] A. Karcı, *Fractional order entropy: New perspectives*, **Optik (Stuttg.)**, 127:20, (2016), 9172–9177.
- [84] A. Karcı, *Notes on the published article 'Fractional order entropy: New perspectives'*, **Opt. - Int. J. Light Electron Opt.**, vol. 171, (2018), 107–108.
- [85] R. Kazemi, *Entropy of Weighted Graphs with the Degree-Based Topological Indices as Weights*, **MATCH Commun. Math. Comput. Chem.**, 76:1, (2016), 69–80.
- [86] L. A. Zadeh, *Fuzzy sets*, **Inf. Control**, vol. 8, (1965), 338–353.
- [87] www.tutorialspoint.com. (2019). https://www.tutorialspoint.com/fuzzy_logic/index.htm (on-line access on 18 Feb, 2019).
- [88] eMathTeacher (2019). http://www.dma.fi.upm.es/recursos/aplicaciones/logica_borrosa/web/fuzzy_inferencia/main_en.htm (on-line access on 01 Jan, 2019).
- [89] E. H. Mamdani and S. Assilian, *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller*, **Int. J. Man. Mach. Stud.**, 7:1, (1975), 1–13.
- [90] B. Mutlu, *Hiyerarşik bulanık çıkarsama sistemlerinde bulanıklığın düzeyler arası aktarımı için yöntem önerisi*, Master Thesis, Hacettepe University Turkey, 2014.

- [91] T. Takagi and M. Sugeno, *Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control*, **IEEE Trans. Syst. Man Cybern.**, SMC-15:1, (1985), 116–132.
- [92] O. Karasakal, “*Bulanık pid kontrolörleri için çevrimiçi kural ağırlıklandırma yöntemleri*”, PhD Thesis, İstanbul Technical University Turkey, 2012.
- [93] S. P. Huntington, *Medeniyetler Çatışması*. Vadi Yayınları, 2001.
- [94] M. Lichman, *UCI Machine Learning Repository*, Irvine, CA: University of California, School of Information and Computer Science, 2018.
- [95] İ. Tuğal, M. Kaya, and T. Tuncer, *Link prediction in disease and drug networks*, in 6-th International Conference of Advanced Computer Systems and Networks: Design and Application (ACSN 2013), September 16-18, (2013), pp. 46–50.
- [96] M. J. et al. M. Bastian, S. Heymann, *Gephi: an open source software for exploring and manipulating networks*, in Proceedings of International AAAI Conference on Web and Social Media, (2009).
- [97] W. Cong, M. Hu, B. Dong, Y. Wang, and C. Feng, *Empirical analysis of airport network and critical airports*, **Chinese J. Aeronaut.**, 29:2, (2016), 512–519.
- [98] Global Flight Network Data. (2018). <https://github.com/gsmanu007/Complex-network-analysis-of-Airport-network-data> (on-line access 11 Oct., 2018).
- [99] M. E. J. Newman, *Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices*, **Phys. Rev. E - Stat. Nonlinear, Soft Matter Phys.**, 74:3, (2006).
- [100] S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, and D. U. Hwang, *Complex networks: Structure and dynamics*, **Physics Reports**, 424:4–5, (2006), 175–308.
- [101] M. E. J. Newman, *Scientific collaboration networks. II. Shortest paths, weighted networks, and centrality*, **Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip. Top.**, 64:1, (2001), p. 7.

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : İhsan TUĞAL

Doğum Yeri ve Tarihi : Muş – 10.10.1980

Adres : Muş Alparslan Üniversitesi Bilgi İşlem Daire
Başkanlığı 49250 Merkez/MUŞ

E-Posta : i.tugal@alparslan.edu.tr, ihsantugal@gmail.com

Lisans : Fırat Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği (2002)

Yüksek Lisans : Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Bilgisayar
Mühendisliği ABD (2013)

Mesleki Deneyimler : Muş Milli Eğitim Müdürlüğü
Mühendis (2002-2008)

Muş Alparslan Üniversitesi
Mühendis (2008-2011)

Bitlis Eren Üniversitesi
Öğretim Görevlisi (2011-2014)

Muş 2071 Melikşah Ortaokulu
Öğretmen (2014-2015)

Muş Alparslan Üniversitesi
Mühendis (2015-devam ediyor)

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR

Tuğal İ., Karcı A., "Ülkeler Arasındaki Birliktelik Hesabı", September 17-18 International Conference on Artificial Intelligence and Data Processing (IDAP) 2016, Malatya, Turkey.

Tuğal İ., Karcı A., "Centrality of Nodes with Karcı Entropy", "September 28-30 International Conference on Artificial Intelligence and Data Processing (IDAP) 2018, Malatya, Turkey.

Tuğal İ., Karcı A., "Comparisons of Karcı and Shannon Entropies and Their Effects on Centrality of Social Networks", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 523, 352-363, 2019.

Tuğal İ., Karcı A., "Renyi Entropi ile Ülkelerin Hava Trafikinin Analizi", Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, Süleyman Demirel Üniversitesi,