



FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜLERİ
ORTAK YÜKSEK LİSANS PROGRAMI



YÜKSEK LİSANS TEZİ

Anwr TEMO

MANYETİK ALAN ETKİSİ ALTINDA
FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
KAPLARIN STRES ANALİZİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

OSMANIYE – 2019

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAK YÜKSEK LİSANS PROGRAMI**

**MANYETİK ALAN ETKİSİ ALTINDA FONKSİYONEL
DERECELENDİRİLMİŞ KAPLARIN STRES ANALİZİ**



Anwr TEMO

**MATEMATİK
ANABİLİM DALI**

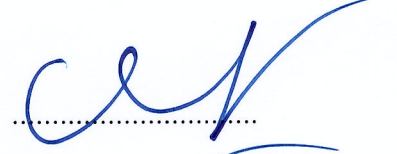
**OSMANİYE
AĞUSTOS 2019**

TEZ ONAYI

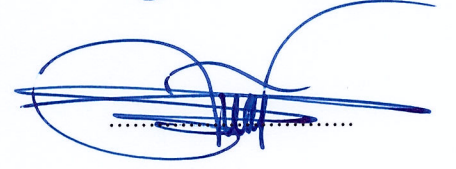
MANYETİK ALAN ETKİSİ ALTINDA FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KAPLARIN STRES ANALİZİ

Anwr TEMO tarafından Dr. Öğr. Üyesi Durmuş YARIMPABUÇ danışmanlığında, Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik** Anabilim Dalı'nda hazırlanan bu çalışma, aşağıda imzaları bulunan jüri üyeleri tarafından oy birliği/çokluğu ile **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

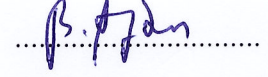
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Durmuş YARIMPABUÇ
Matematik Anabilim Dalı, OKÜ



Üye: Prof. Dr. Hüseyin YILDIRIM
Matematik Anabilim Dalı, KSÜ



Üye: Dr. Öğr. Üyesi Baran AYDIN
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, ATÜ



Yukarıdaki jüri kararı Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve/..... sayılı kararı ile onaylanmıştır.

Doç. Dr. Coşkun ÖZALP
Enstitü Müdürü, **Fen Bilimleri Enstitüsü**

.....

Bu Çalışma OKÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi Tarafından Desteklenmiştir.

Proje No: OKÜBAP-2019-PT3-013

Bu tezde kullanılan özgün bilgiler,şekil,çizelge ve fotoğraflardan kaynak göstermeden alıntı yapmak 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu hükümlerine tabidir.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, bu çalışma sonucunda elde edilmeyen her türlü bilgi ve ifade için ilgili kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını ve bu tezin Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Anwr TEMO



ÖZET

MANYETİK ALAN ETKİSİ ALTINDA FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KAPLARIN STRES ANALİZİ

Anwr TEMO
Yüksek Lisans, Matematik Anabilim Dalı
Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Durmuş YARIMPABUÇ

Ağustos 2019, 46 sayfa

Bu çalışmada, düzgün manyetik alanın etkisi altında iç basınca maruz kalan fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik ve küresel cisimlerin statik gerilme analizi sayısal olarak incelenmiştir. Bu cisimlerin bir metal ve seramik karışımından yapıldığı ve tüm malzeme özelliklerinin ve manyetik geçirgenliğin eksponansiyel olarak radyal yönünde derecelendirildiği varsayılmaktadır. Bu koşullar altında doğrusal sınır değer problemi elde edilir. Bu diferansiyel denklemin çözümü hem Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi hem de Pseudospektal Chebyshev Yöntemi ile ele alınmıştır. Bu yöntemlerden ilki, sınır değer problemini başlangıç değer problem sistemine dönüştürerek çözülmesini sağlayan bir yaklaşım iken, ikincisi ise diferansiyel matris yaklaşımına dayanan ve diferansiyel denklemleri lineer denklem sistemine dönüştüren yaklaşımdır. Literatürde mevcut olan çözümler bu çalışmada elde edilen sonuçları doğrulamak için kullanılmıştır. İki farklı karışım malzemesi ile düzgün manyetik alanın, gerilme ve yer değiştirme dağılımları üzerindeki etkileri grafiksel gösterimle ele alınmıştır.

Anahtar Kelimeler: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzemeler, Basınçlı Kaplar, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi, Chebyshev Pseudospektal Yöntemi, Stres Analizi

ABSTRACT

STRESS ANALYSIS OF FUNCTIONALLY GRADED PRESSURE VESSELS UNDER THE EFFECT OF UNIFORM MAGNETIC FIELD

Anwr TEMO
M.Sc., Department of Mathematics
Supervisor: Assist. Prof. Dr. Durmuş YARIMPABUÇ

August 2019, 46 pages

In this study, the static stress analysis of functionally graded thick cylindrical and spherical bodies subjected to an internal pressure under the effect of uniform magnetic field are discussed numerically. It is assumed that these bodies are made from a mixture of metal and ceramic and the all material properties and magnetic permeability are graded exponentially in radial direction. These conditions result in linear boundary value problems. The solution of these differential equation are handled by both the Complementary Function Method and the Pseudospectral Chebyshev Method. The former is a method that allows the boundary value problem to be solved by converting the boundary value problem into an easily solvable initial value problem system, while the latter is based on the differential matrix approach and converts the differential equation into a system of linear equations by this approach. The solutions available in the literature are used to confirm the results obtained in this study. The effects of two different mixture materials and uniform magnetic field on stress and displacement distributions are shown in graphical form.

Key Words: Functionally Graded Materials, Pressure Vessels, Complementary Functions Method, Pseudospectral Chebyshev Method, Stress Analysis



Değerli Aileme

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez konumun belirlenerek tez çalışmamın yürütölmesini üstlenen, çalışmalarım süresince değerli bilgi, tecrübe ve katkılarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Dr. Öğr .Üyesi Durmuş YARIMPABUÇ'a teşekkürlerimi sunarım.

Manevi desteği ile daima yanımda duran değerli aileme teşekkür ederim. Ayrıca, çalışmalarırna katkılarından dolayı OKÜ Matematik Bölümü'nün diğer akademik ve idari personellerine teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
TEZ BİLDİRİMİ	
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İTHAF SAYFASI	iii
TEŞEKKÜR	iv
İÇİNDEKİLER	v
ÇİZELGELER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Maxwell Denklemleri ve Lorentz Kuvveti	11
1.2.1 Elektromanyetizma	13
1.2.2 Lorentz kuvveti	13
1.3 Çalışmanın Kapsamı	13
2. TEMEL FORMÜLASYON	15
2.1 Silindirik Basınçlı Kap	16
2.2 Küresel Basınçlı Kap	18
3. SAYISAL YÖNTEMLER	21
3.1 Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi	21
3.2 Pseudospektral Chebyshev Yöntemi	23
4. TARTIŞMA VE SONUÇLAR	27
5. SONUÇLAR	40

KAYNAKLAR	41
ÖZGEÇMİŞ	45
EK.1.	46



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1.1 Maxwell denklemleri	12
Çizelge 4.1 Kullanılan karışım malzemelerin özellikleri (Seramik-Metal).	27
Çizelge 4.2 İki karışım için homojensizlik parametreleri.	27
Çizelge 4.3 Düzgün manyetik alan içinde, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı silindirik kabın yer değiştirmesinin radyal eksen boyunca Dai vd.[6] ile karşılaştırılması.	28
Çizelge 4.4 Düzgün manyetik alan içinde, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı küresel kabın yer değiştirmesinin radyal eksen boyunca Dai vd.[6] ile karşılaştırılması.	28

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1	Basınçlı kapların kesit alanı	15
Şekil 4.1	Manyetik alanın olmadığı ($H_z = H_\phi = \omega = 0$) durumda, birinci malzeme (Poisson oranı sabit) için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeyin homojen malzeme ile karşılaştırılması.	30
Şekil 4.2	Manyetik alanın olmadığı ($H_z = H_\phi = \omega = 0$) durumda, ikinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeyin homojen malzeme ile karşılaştırılması	31
Şekil 4.3	Birinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeylerde, manyetik alan şiddeti ve manyetik geçirgenliğin yer değiştirmeye olan etkisi	33
Şekil 4.4	İkinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeylerde, manyetik alan şiddeti ve manyetik geçirgenliğin yer değiştirmeye olan etkisi	34
Şekil 4.5	Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin yer değiştirme üzerine etkisi	36
Şekil 4.6	Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin radyal gerilme üzerine etkisi	37
Şekil 4.7	Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin teğetsel gerilme üzerine etkisi	38

SİMGELER VE KISALTMALAR

a, b	İç ve dış yarıçap
\vec{e}	Elektrik alan sapma vektörü
E	Elastik Modülü
f_z, f_ϕ	Elektrodinamik Maxwell denklemlerinden türetilmiş Lorentz kuvveti
\vec{h}	Manyetik alan vektöründeki sapma
\vec{H}	Manyetik yoğunluk vektörü
\vec{J}	Elektrik akım yoğunluk vektörü
P	İç yüzeydeki basınç
r	Boyutsuz yarıçap
R	Boyutsuz dış yarıçap
u	Radyal yöndeki deplasman
\vec{U}	Deplasman vektörü
ν	Poisson oranı
μ	Manyetik geçirgenlik
β, γ, ω	Homojensizlik parametreleri
σ_r, σ_θ	Radyal ve teğetsel gerilme
$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$	Radyal ve teğetsel gerinim

1. GİRİŞ

Parçacıklı kompozitlerin termomekanik özelliklerini fonksiyonel olarak derecelendirme fikri, ilk olarak Japonya'da malzemeler üzerine çalışma yapan bir grup malzeme bilimcisi tarafından ortaya atılmış ve geliştirilmeye başlanmıştır [1, 2]. Toz metalurji yöntemleri ile farklı malzemeler birleştirilerek yapılabilen fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM'ler), genel olarak yüksek ısıya dayanabilen ve mukavemeti güçlü malzemelerin üretilebilmesi alanındaki uygulamalarda kullanılmaya başlanmıştır.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemedan yapılmış silindirik ve küresel yapıların mekanik özellikleri makroskobik anlamda bir yüzeyden diğerine sürekli değişmektedir. Bu tür malzemeler hacim oranının kademeli olarak değiştirilmesiyle elde edilir. FDM'ler, bazı spesifik uygulamalar için istenen özelliklere sahip olacak şekilde tasarlanmış kompozit malzemelerdir. Son zamanlarda, mekanik özellikleri makro ölçekte sürekli değişen bu tür özel malzemelere ihtiyaç ve ilgi giderek artmaktadır.

1.1 Literatür Özeti

Horgan ve Chan [3], içi boş fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) silindir ve diskin düzgün bir iç ve dış basınç etkisi altındaki gerilme analizini ayrı ayrı analitik olarak ele almışlardır. Elastik modülünün kuvvet kuralı ile radyal yönde değiştiği varsayılırken, Poisson oranındaki değişim ihmal edilmiştir. Çözüm kolaylığı açısından basınçlı kapları düzlem gerilim koşulu altında incelemişlerdir. FD silindir veya küredeki gerilme tepkisinin, homojen silindir ve küreye göre önemli ölçüde farklı olduğu gösterilmiştir. Örneğin, maksimum çevresel gerilime, genel olarak, homojen malzemenin durumunun aksine iç yüzeyde meydana gelmez.

Tutuncu ve Ozturk [4], iç basınca maruz bırakılmış fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel kaplardaki gerilmelerin ve yer değiştirmelerin kapalı form-

daki çözümlerini sonsuz-küçük teorisini kullanılarak analitik olarak elde etmişlerdir. Elastik modülünün radyal yönde kuvvet kuralı ile değiştiği varsayılırken, Poisson oranı sabit alınmıştır. Sabit bir gradyan indeksine bağlı olan gerilme dağılımları, homojen malzeme ile grafik üzerinde karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada kullanılan homojensizlik parametreleri, elastik modülünün radyal yöndeki değişimini kontrol eden gradyan indekslerinin gerilme dağılımı üzerindeki etkisini göstermek için keyfi bir şekilde seçilmiştir. Bu parametrenin tasarım açısından kullanışlı olduğu ve özel uygulamalarda stres dağılımını kontrol etmek için kullanılabileceği ifade edilmiştir.

You vd. [5], iç basınca maruz bırakılmış kalın cidarlı küresel basınçlı kapların elastik analizini sayısal olarak çözümlenmişlerdir. Bir kabın iç ve dış yüzeylerine yakın iki homojen tabakadan ve ortada fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir tabakadan oluşan; diğeri ise sadece fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemeden oluşan iki tür basınçlı kap ele alınmıştır. Elastik modülünün sadece fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeye olan etkisi ile üç tabakalı modelde elastik modülü ve orta tabakadaki geometrik boyutunun, yer değiştirmeye ve gerilmelere olan etkisi ayrı ayrı incelenmiştir. Elastik modülünün radyal doğrultudaki değişimini kontrol eden gradyan indeksinin uygun bir şekilde seçilerek sabite yakın çembersel bir gerilme elde edilebileceği, dolayısı ile gerilmenin maksimum değerini önemli ölçüde azaltılabileceğini göstermişlerdir.

Dai vd. [6], düzgün bir manyetik alana yerleştirilmiş ve iç basınca maruz bırakılmış fonksiyonel olarak derecelendirilmiş silindirik ve küresel kapların manyetoelastik davranışlarını incelemişlerdir. Malzemenin sertliği ile manyetik geçirgenliğin cidar kalınlığı boyunca kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılırken, Poisson oranı sabit kabul edilmiştir. Bu koşullar altında hem silindirik hem de küresel basınçlı kaplardaki yer değiştirme, gerilmeler ve manyetik alan vektöründeki bozulmalar manyetoelastisitenin sonsuz-küçük teorisi kullanılarak analitik olarak elde edilmiştir. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzeme özellikleri için elde edilen gerilmeler ile manyetik alan vektöründeki bozulmalar, homojen değerler ile oranlanarak karşılaştırılmıştır. Keyfi olarak seçilmiş homojensizlik parametreleri kullanılarak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin gerilmeler ve manyetik alan vektörü dağılımlarının bozulması üzerine etkileri gösterilmiş, gradyan indeksinin tasarım

açısından kullanışlı bir parametre olduğu vurgulanmıştır. Uygun bir gradyan indeksi seçilerek bazı özel gereksinimleri karşılayabilecek FD silindirik ve küresel kaplar tasarlanmasının mümkün olabileceği ifade edilmiştir.

Tutuncu [7], iç basınca maruz bırakılmış, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik kaplardaki gerilmeleri ve yer değiştirmeleri, kuvvet seri çözümünü kullanarak analitik olarak hesaplamıştır. Elastik modülünün üstel olarak değiştiği, Poisson oranının ise sabit olduğu izotropik bir malzeme model olarak seçilmiştir. Farklı parametrelerle oluşturulan modeller için yer değiştirme ve gerilme dağılımları grafikler halinde sunulmuştur. Keyfi olarak oluşturulan bu modeller ile FDM'lerin yer değiştirme ve gerilme dağılımları üzerine etkileri detaylı olarak irdelenmiştir. Malzemenin radyal yöndeki değişimini kontrol eden bu parametrenin, ampirik olarak belirlenerek gerilme dağılımlarının kontrol edilebileceği veya istenilen gerilme dağılımına göre malzeme modeli oluşturulabileceğinden bahsedilmiştir.

You vd. [8], iç basınca maruz bırakılmış kalın cidarlı fonksiyonel olarak derecelendirilmiş silindirik kaplarda, kararlı durumda akma deformasyonu ile gerilmeleri incelemiştir. Norton Yasası'nda yer alan malzeme özelliklerinin radyal yönde değiştiği varsayılmıştır. Bu koşullar altında, gerilme hızı-gerilme ilişkileri, Norton yasası, deformasyon uyumluluk koşulu, eksenel simetrik denge denklemi ve düzlem gerilme bağlantılarını kullanarak basit bir çözüm yöntemi sunmuşlardır. Silindirik basınçlı kaplardaki gerilmeleri ve akma gerilme hızlarını önerdikleri yaklaşım ile hesaplayarak, radyal doğrultuda malzeme parametrelerinin değişiminin gerilmeleri nasıl etkilediğini incelemiştir. Sonuç olarak, parametrelerin değişiminin çevresel ve eksenel yöndeki gerilmeleri büyük ölçüde etkilediğini gözlemlemiştir.

Chen ve Lin [9], fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik ve küresel basınçlı kapların elastik analizini yapmışlardır. Elastik modülünün radyal yönde üstel olarak değiştiği, Poisson oranının ise sabit olduğu varsayılmıştır. Bu durum için sistemi modelleyen adi diferansiyel denklemin çözümü sayısal olarak elde edilmiştir. Gerilmelerin radyal yöndeki dağılımları farklı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme modelleri için incelenmiş, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerin bu ger-

ilme dağılımlarını önemli ölçüde etkilediği gösterilmiştir. FDM'ler kullanılarak, makul gerilme dağılımına sahip basınçlı kapların tasarlanabileceğinden bahsedilmiştir. Ayrıca, kullanılan sayısal yöntemin benzer mühendislik problemlerin çözümünde pratik bir yöntem olduğu sunulmuştur.

Akis [10], fonksiyonel derecelendirilmiş küresel basınçlı kapların tamamen elastik, kısmen plastik ve tamamen plastik durumlar için gerilme analizleri küçük deformasyon teorisi kullanılarak analitik olarak incelenmiştir. Elastik modülü ile tek eksenli verim sınırının radyal yönde kuvvet kuralı ile değiştiği varsayılırken, Poisson oranı sabit alınmıştır. Analizde kullanılan plastik model, Tresca'nın verim ölçütüne ve ideal plastik malzeme davranışına dayanmaktadır. Homojen bir küresel basınçlı kaptan farklı olarak, fonksiyonel olarak derecelendirme parametrelerinin radyal olarak değişmesi nedeniyle farklı plastikleşme modlarının olabileceği gösterilmiştir. Homojen küresel basınçlı kaplarda basınç, elastik sınırına ulaştığında iç yüzeyde başlarken, fonksiyonel derecelendirilmiş kaplarda ise plastik deformasyonun iç yüzeyde, dış yüzeyde, iki yüzeyde aynı anda veya radyal değişime bağlı olarak düzeneğin içinde bir yerde başlayabileceği ifade edilmiştir. Tüm durumlar için kısmen plastik ve tamamen plastik tepkisi incelenmiştir.

Jahromi vd. [11], fonksiyonel olarak derecelendirilmiş metal-seramik kompozitten yapılmış kalıntı gerilme oluşturma işlemine (autofrettage) tabi tutulmuş basınçlı kalın cidarlı bir kaptaki artık gerilmeleri hesaplamak için, değişken elastik ve plastik özelliklere sahip malzemelerde, değişken malzeme özellikleri yönteminin bir uzantısını kullanmışlardır. Metal kabın, içten dış yarıçapa artan bir seramik hacimli kesime sahip seramik partiküllerle takviye edilmesinin, oto-frette edilmiş bir kabın iç bölümünde sıkıştırılmış artık gerilmelerin büyüklüğünü arttırdığı ve böylece hem daha iyi bir yorulma ömrüne yol açabileceği hem de taşıma kapasitesini arttırabileceğini göstermişlerdir. Seramik bir partikül dayanımı ve uzamsal dağılımın rolünün yanı sıra kalın bir kapta indüklenmiş artık gerilmeler üzerindeki oto-basınç rolünü vurgulamak için parametrik bir çalışma yapılmıştır.

Maleki vd. [12], farklı otomatik basınçlara maruz homojen küresel basınçlı kaplarda

artık stres dağılımlarını incelemişlerdir. Çözümleme, değişken malzeme özellikleri yönteminin bir uzantısı geliştirilerek elde edilmiştir. Bu geliştirdikleri yeni yöntem ile hem yükleme hem de boşaltmada ve değişken Bauschinger etkisinin dikkate alınmasında, gerçek malzeme davranışına dayanan küresel kapların analizleri için uygulanabilir olmasını sağlamıştır. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak belirlenen artık gerilmeler, bu yeni yöntem sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve basitleştirilmiş malzeme modellerinin kullanılmasının, özellikle iç yüzeye yakın, çember artık gerilmesinin tahmininde önemli bir hataya neden olabileceği gösterilmiştir. Parametrik bir çalışma yapılarak, istenen artık gerilme durumunun yaratılması için optimum otomatik basınç ve buna karşılık gelen otomatik sıcaklık tanıtılmış ve belirlenmiştir.

Dai vd. [13], mekanik yükleme ve elektrik uyarımına maruz bırakılmış içi boş fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik silindirik ve küresel elemanlarda piezoelelastik davranışları incelemişlerdir. Malzemenin mekanik, piezoelektrik ve dielektrik özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Bu koşullar altında hem silindirik hem de küresel yapılardaki yer değiştirme, gerilmeler ve elektrik potansiyeli, piezoelastisite sonsuz-küçük teorisi kullanılarak analitik olarak elde edilmiştir. Elde edilen bu analitik çözümün keyfi mekanik ve elektrik yükleri için geçerli olduğu gösterilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin avantajlarını göstermek için sayısal örnekler sunulmuştur. Piezoelastik tepkileri optimize edebilecek şekilde uygun bir homojensizlik parametresinin kolayca hesaplanabileceğinden bahsedilmiştir. Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş piezoelektrik malzemelerin gerilme dağılımı ve elektrik potansiyeli üzerine büyük etkisi olduğu gösterilmiştir.

Peng ve Li [14], fonksiyonel olarak derecelendirilmiş silindirik basınçlı bir kabın sabit ısı gerilmelerini analiz etmek için yeni bir yöntem sunmuşlardır. Isı iletik katsayısı, elastik modülü, Poisson oranı ve ısı genleşme katsayısının silindirin radyal yönü boyunca keyfi olarak değiştiği varsayılmıştır. Bu şartlar altında sistemi modelleyen sınır değer problemleri Fredholm integral denklemlerine dönüştürülmüştür. Bu Fredholm integral denklemleri sayısal olarak çözümlenerek ısı gerilmelerin ve radyal yer değiştirmenin dağılımları elde edilmiştir. Bu yaklaşımın doğruluğu, malzeme özelliklerinin kuvvet kuralına göre değiştiği durum için elde edilmiş olan anali-

tik çözümle karşılaştırılarak test edilmiştir. Elde edilen sayısal sonuçlar grafiksel olarak sunulmuş ve malzeme özelliklerinin radyal yöndeki değişiminin ısı gerilmeler üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Uygun olarak seçilen malzeme modeli ile, ısı gerilme dağılımının bütün yapı içinde daha uygun hale getirebileceği bulunmuştur.

Nejad ve Rahimi [15], elastisite teorisini kullanarak izotropik, dönele kalın cidarlı fonksiyonel olarak derecelendirilmiş silindirik basınçlı kaplardaki gerilmeleri incelemiştir. Malzemenin sertliği ile yoğunluğunun radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılırken, Poisson oranı sabit alınmıştır. Bu koşullar altında Navier denkleminin analitik çözümü, düzlem gerilimi, düzlem gerinimi ve kapalı uçlu silindir koşulları altında ayrı ayrı elde edilmiştir. Farklı sertlik gradyan indeksleri ve açısal hızlar için yer değiştirme, radyal gerilme ve çevresel gerilmeler grafiksel formda karşılaştırılmıştır. Radyal doğrultudaki gerilmelerin değişimini asgariye indirecek ve malzemenin optimum kullanımını sağlayacak şekilde optimum gradyan indeksleri bulmanın mümkün olduğunu ifade etmişlerdir.

Carrera ve Soave [16], iç basınç ve termal yüklere maruz bırakılmış bir kabdaki normal ve kayma gerilme gradyanlarını azaltmak için fonksiyonel olarak derecelendirilmiş iki katmanlı basınçlı bir kap modeli oluşturulmuştur. İki katmandan içerdeki ince metalik katmandan (gaz ve dış katman arasında kimyasal / fiziksel bir reaksiyondan kaçınmak için astar olarak kullanılan titanyum), dışardaki ise kalın bir katmandan (yapısal bir kısıtlama olarak kullanılan karbon fiber) yapılmıştır. Silindirik bir kabuk ve küresel bir panel olmak üzere iki ana geometrik eleman incelenmiştir. Kabuk analizi, kalınlık kabuk doğrultusundaki üç boyutlu gerilme/gerinim alanına dayanan karışık tabaka şeklinde teorilere dayanılarak yapılmıştır ve birinci dereceden kayma deformasyon teorisi ile ilgili sonuçlar karşılaştırma amacıyla verilmiştir. Arayüzlerde, kayma ve normal gerilme gradyanlarını azaltmak için FDM katmanlarının kullanılmasının uygun olduğu sonucuna varılmıştır. FDM tabakalarının burkulma yükü söz konusu olduğunda daha iyi sonuç verdiği görülmüştür. Saf iki katmanlı bir duvara göre, düzlemsel kayma ve boyuna basma gerilmelerinin daha düşük değerler aldığını ifade etmişlerdir.

Sadeghian ve Toussi [17], öncelikle, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş küresel

basınçlı kaplarda oluşan elastik ve mükemmel plastikteki ısı gerilmelerin dağılımlarını ayrı ayrı ele almışlar, daha sonra ise birleştirilmiş elastik ve mükemmel plastikteki ısı gerilme analizini yapmışlardır. Malzemenin sertliği, akma dayanımı, ısı genleşme ve iletkenlik gibi fiziksel özelliklerinin kuvvet kuralı ile radyal yönde değiştiği ancak Poisson oranının sabit olduğu varsayılmıştır. Sıcaklık dağılımı kararlı durumda olduğu için, sıcaklığın fiziksel özellikler üzerine olan etkisinin ihmal edilebileceği düşünülmüştür. Elastik-plastik sınır çizgisinin konumunu bulmak için, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin elastik ve plastik bölgelerdeki ilgili Navier denklemleri aynı anda çözümlenerek ve arayüz hattındaki pozisyonun yanı sıra arayüz hattındaki bilinmeyen değerler elde edilmiştir. Farklı malzeme bileşimleri için basınç ve sıcaklığın, plastik bölgenin büyümesi üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Bayat vd. [18], düzlem gerilme koşulu, eksene ve orta düzleme göre simetri ve ısı kaynağından dolayı ısı yüklemesi etkisi altında değişken kalınlıkta dönele fonksiyonel olarak derecelendirilmiş diskin manyeto-termo-elastik analizini ele almışlardır. Malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralı ile değiştiği varsayılmıştır. Sıcaklık dağılımı ve yer değiştirme için çözümler analitik olarak elde edilmiştir. Farklı sınır koşulları için manyetik alan, fonksiyonel derecelendirme ve diskin geometrisi gibi temel faktörlerin içi boş diskteki gerilme ve yer değiştirme üzerindeki etkileri incelenmiştir. Derecelendirme indeksinin belirli bir değeri için, manyeto-mekanik yük altında diskteki maksimum gerilmenin, olması gerekenin aksine merkezden uzakta bulunduğunu gözlemlemişlerdir. Sadece mekanik yüke maruz bırakılmış disklerde radyal gerilme çekme yönünde olurken, manyeto-mekanik yük altında hem çekme hem de basma yönünde olabileceği görülmüştür.

Anani ve Rahimi [19], iç ve dış basınca maruz bırakılmış fonksiyonel olarak derecelendirilmiş hiper elastik kalın cidarlı küresel kabuğun gerilme analizini Hipere-elastik davranış, değişken malzeme parametreleriyle değiştirilmiş neo-Hookean gerinim enerjisi fonksiyonu kullanılarak modellenmiştir. Gerinme enerji fonksiyonunun malzeme sabitleri radyal yönde kuvvet kuralına göre derecelendirilmiştir. Gerinme enerjisi fonksiyonunun malzeme sabitleri, Levenberg-Marquardt doğrusal olmayan regresyon yöntemi kullanılarak deneysel verilerden hesaplanmıştır. Gerilmeler ve

küresel kabuk gerilmeleri aksenal simetrik radyal koşullar altında elde edilmiştir. Uzama oranları ve gerilme bileşenlerinin profilleri farklı gradyan indeksleri için radyal yönde grafiksel formda gösterilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin gradyan indekslerinin, yer değiştirme, gerilme ve gerilme dağılımları üzerinde büyük etkiye sahip olduğu vurgulanmıştır. Gerilme bileşenleri ile yer değiştirmenin uygulanan basınca, iç ve dış yarıçap oranına olan duyarlılığı araştırılmış, iç ve dış yarıçap oranının deformasyon ve gerilmeler üzerinde büyük bir etkisi olduğu gösterilmiştir. Bazı özel gereksinimleri karşılayacak fonksiyonel derecelendirilmiş malzemenin tasarlanmasında gradyan indeksi ile iç/dış yarıçap oranının büyük öneme sahip olduğu ifade edilmiştir.

Wang vd. [20], sonlu uzunlukta içi boş iki ucu kapatılmış ve termal yüklere maruz bırakılmış fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı silindirik kapların termal ve gerilme problemini, Euler-Cauchy yöntemi kullanılarak analitik olarak çözmüşlerdir. Poisson oranı hariç malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Analitik çözümün doğruluğunu göstermek için aynı problemi sonlu elemanlar yöntemi ile çözmüşlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı kabın optimal malzeme dağılımını belirlemek için çift değişkenli bir optimizasyon modeli önermişlerdir. Bu çalışmada önerilen gerilme formülasyonlarının ve optimizasyon modelinin doğruluğu ve verimliliği, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı kapların tasarımının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olacağını ifade etmişlerdir.

Jabbari vd. [21], sıcaklık gradyanına ve düzgün olmayan iç basınca maruz bırakılmış kalın cidarlı değişken kesitli dönel silindirik basınçlı kabın termo-elastik analizini, yüksek dereceli kesme deformasyon teorisi ile çok katmanlı yöntem kullanarak yarı-analitik bir çözüm yapmışlardır. Poisson oranı hariç malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Değişken kalınlıktaki basınçlı kabın dışbükey, doğrusal ve içbükey şeklindeki profili için çözüm yapmışlardır. Yüksek mertebeden yaklaşımların radyal ve aksenal yer değiştirmeler, von Mises gerilmesi ve kayma gerilmesi üzerindeki etkileri incelenmiştir. Mekanik ve termal yüklemenin, kalınlık profil tipinin ve gradyan endeksinin silindirik basınçlı kabın mekanik davranışı üzerindeki etkilerini incelemek için bazı sayısal sonuçlar

sunulmuştur.

Mazarei ve Nejad [22], iç yüzeyin tek tip bir ısı akısına ve dış yüzeyin ise bir hava akımına maruz kaldığını varsayarak, fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı küresel kapların termo-elasto-plastik problemini çözmek için kapalı formda analitik bir çözüm sunmuşlardır. Küresel koordinatlardaki bir boyutlu ısı iletim denklemi, küredeki sıcaklık dağılımını elde etmek için kullanılmıştır. Poisson oranı hariç malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Kullanılan plastik model, von Mises verim kriterine ve mükemmel plastik malzeme davranışı varsayımı altında ilişkili akış kurallarına dayanmaktadır. Malzemelerin gradyan indeksi, ısı akısının limiti, yer değiştirme ve gerilmelerin radyal yöndeki dağılımlarını incelemek için kullanılmıştır. Isı akısının ve basıncın artırılmasının plastik bölgenin yayılması üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Poisson oranı değişken alınarak, bu değişimin kritik malzeme parametresinin değeri üzerindeki etkisi gösterilmiştir.

Wang vd. [23], basınçlı ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş bir malzeme kaplaması yapılmış ince cidarlı silindirik bir kabın termomekanik davranışını incelemiştir. Poisson oranı hariç malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği varsayılmıştır. Bu FD kaplamalı basınçlı kabın gerilme dağılımı için kapalı form bir analitik çözüm yapılmıştır. Analitik çözümün doğruluğunu göstermek için sonlu elemanlar yöntemi ile aynı problem çözülmüş, sonuçların örtüştüğü görülmüştür. FDM kaplamasının termomekanik özelliklerinin gerilme dağılımları üzerine etkisi detaylı olarak tartışılmıştır. Birkaç farklı basınçlı kabın karşılaştırmalı analizi yapılarak, FDM kaplamanın, iyi arayüz özellikleri ve güçlü ısı direnci performansı gibi birçok avantaj sağladığı gösterilmiştir. Bu şekildeki kaplamaların hem yük taşıma kapasitesini arttırdığını hem de basınçlı kapların uygulama ortamını genişleteceği ifade edilmiştir.

Arslan [24], tabakalı ve fonksiyonel olarak derecelendirilmiş küresel basınçlı kaplar için iki ayrı analitik çözüm modeli sunmuştur. Poisson oranı dışındaki malzeme özelliklerinin kademeli bir şekilde değiştiği varsayılarak n tabakalı bir basınçlı kap için

çift tekrarlamalı bir algoritma kullanılmıştır. Fonksiyonel olarak kademelendirilmiş basınçlı kap için aynı malzeme özelliklerinin radyal yönde kuvvet kuralına göre değiştiği kabul edilmiştir. Bu iki farklı heterojen kabın aynı yük koşulları altındaki elastik davranışları karşılaştırılmıştır. Elastik limit yükü ile kademelendirme parametresi ve tabaka sayısı arasındaki ilişkiler incelenmiştir. Sonuç olarak, iki tabakalı basınçlı kap ile kademelendirilmiş basınçlı kap arasındaki elastik limit yük farkının %70 civarında olduğu ve bu farkın tabaka sayısı arttırıldıkça düştüğü gözlemlenmiştir. Ayrıca, akma, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı kaplarda yüke ve kademelendirme parametresine bağlı olarak iç ya da dış yüzeyde oluşabilirken, tabakalı basınçlı kaplarda ise $(n - 1)$ 'inci arayüz koordinatında gerçekleşmektedir.

Almasi vd. [25], deformasyon gradyanının çarpımsal ayrışımını kullanarak, hiperelastik kalın cidarlı silindirik basınçlı kabın hem analitik hem de sayısal olarak termomekanik analizini sunmuşlardır. Enerji yoğunluk fonksiyonu, deneylerle mükemmel uyum göstermesi nedeniyle ve sıkıştırılabilir ve özellikle sıkıştırılmaz malzemeler için üstel terimleri içeren elastomerlerin hiperelastik tepkisini tahmin etmek için kullanılmıştır. Radyal ve eksenel gerilmelerin açısız hız değişimlerine, çember gerilmesinden daha duyarlı olduğu bulunmuştur. Ayrıca, eksenel gerginliğin değişiminin, eksenel ve çember gerilmelerinde en önemli etkiye sahip olduğu gösterilmiştir. Eksenel gerilmenin davranışının, sabit eksenel gerinmenin değerinin birden büyük ve küçük olmasına bağlı. Bu durum kürenin iç yüzeyindeki çembersel gerilme için de aynıdır. Pozitif sıcaklık gradyanının dönele silindirde, radyal gerilmenin çekme, çembersel ve eksenel gerilmelerin basma yönünde oluşmasına yol açtığı ve sıcaklık gradyanındaki artışın tüm gerilme bileşenlerinde artışa yol açtığı sonucuna varılmıştır. Duvar boyunca radyal ve çembersel gerilmeleri sıcaklık değişimine, termal eksenel gerilmeden daha hassas olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca, açısız hızın arttırılması silindiri daha dengesiz hale getirirken, kararlılığın eksenel gerginlik değerinin birden büyük alınması ile artışı gözlemlenmiştir. Dönele basınçlı kabın kararlı olabilmesi için iç cidardaki eksenel gerinmenin arttırılması gerektiği ifade edilmiştir.

Gharibi vd. [26], fonksiyonel olarak derecelendirilmiş dönele kalın cidarlı silindirik basınçlı kapların elastik analizini, Frobenius seri yöntemini kullanarak yapmışlardır.

Basınçlı kapları hem düzlem gerilimi hem de düzlem gerinimi koşulları altında incelemiştir. Poisson oranı dışındaki malzeme özelliklerinin radyal yönde üstel olarak değiştiği varsayılmıştır. Bu problem için temel Navier denklemi, iki boyutlu elastik teoriler prensibi kullanılarak belirlenmiştir. Bu şartlar altında yer değiştirmeye bağlı lineer sınır değer problemi için Frobenius seri yöntemi ile kapalı formda bir analitik çözüm sunulmuş, çözümün doğruluğu sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Keyfi olarak belirlenen parametre değerlerinin, yer değiştirme ve gerilme analizine olan etkileri farklı açısal hızlar için incelenmiştir. Sonuç olarak, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin kalın cidarlı silindirik basınçlı kapların mekanik davranışları üzerinde büyük bir etki sağladığı gösterilmiştir.

1.2 Maxwell Denklemleri ve Lorentz Kuvveti

Maxwell denklemleri, elektrik ve manyetik alanların davranış ve değişikliklerini, madde ile etkileşimlerini ve enerji formlarına dönüşümlerini tanımlayan dört kısmi diferansiyel denklemden oluşur. Elektromanyetik dalgaların ortaya çıkışını açıklayan ve denklemlere önemli katkıda bulunan ünlü bir İskoç fizikçisi olan James Clarke Maxwell, 1861 ve 1862 tarihleri arasında bu denklemleri yayınlamıştır. Bu denklemlerle, elektrik alanlar, manyetik alanlar, elektrik yükleri ve akımlar arasındaki ilişki açıklanmıştır. Daha önceleri

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1.1c)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.1d)$$

şeklinde tanımlanmış olan bu denklemlerin sadece elektrik alan (E) sabitken doğru olduğunu, yani

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (1.2)$$

durumunda sağlandığını maxwell gösterdi.

Maxwell bu denklemleri zamanla değişen elektrik alanlarına yaydı ve elektromanyetik dalgaların keşfedilmesinin önünü açarak bunların eşdeğerlerini ortaya çıkardı. Maxwell denklemleri genel olarak elektrik için Gauss yasası, manyetik alan için Gauss yasası, Faraday yasası ve Ampere-Maxwell yasasından oluşmaktadır.

Elektrik için Gauss yasası, elektrik alanın kapalı bir yüzeyden akışı ile kapalı yüzey içindeki yük arasındaki ilişkiyi ifade eder. Manyetik alan için Gauss yasası, bugüne kadar ampirik gerçeği, yani tek bir manyetik kutbun yokluğunu ifade eder.

Faraday yasası, kapalı devrdeki elektriksel uyarımlı itme sürüşü ile manyetik alandaki herhangi bir kapalı yüzey üzerindeki değişim oranı arasındaki ilişkinin kapalı devre tarafından ifade edildiğini ve gerilim farkının takip ettiği devreye dayanmadığını gösterir. Ampere-Maxwell yasası ise manyetik alan ile oluşturulan akımlar arasındaki ilişkiyi ifade eder (gerçek iletkenlik akımı ve yer değiştirme akımı). Bu dört denklem Çizelge 1.1’de verilmiştir.

Çizelge 1.1 Maxwell denklemleri

Elektrik için Gauss yasası	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \rho \mathbf{V}$
Manyetik alan için Gauss yasası	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$
Faraday yasası	$\nabla \mathbf{E} = -\frac{\partial \times \mathbf{B}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$
Ampere-Maxwell yasası	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A} + \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A}$

Son denklemin, Amperenin orijinal yasasında yapılan bir değişiklik olduğunu ve bu değişiklik ile manyetik alan ile onu kendi bütünleşik formunda meydana getiren akımlar arasındaki ilişki açıklanmıştır [39].

1.2.1 Elektromanyetizma

Elektronlar, protonlar, alfa parçacıklar ve iyonlar gibi elektrik yüklü parçacıkları etkileyen elektromanyetik alandır. Elektronları atomlara bağlayan ve moleküllerdeki atomları birbirine bağlayan güçtür. Elektromanyetik kuvveti, fiziksel dünyanın yapısını kontrol eden bildiğimiz dört temel kuvvetten biridir.

1.2.2 Lorentz kuvveti

Bir elektrik alanını veya manyetik bir alanda hareket eden bir elektrik yükünü etkileyen kuvvettir. Adını Hollandalı bilim adamı Hendrik Lorentz'den almıştır. Manyetik alanda, Lorentz'in kuvveti, şarj hareketinin yönü manyetik alan çizgileri üzerinde dikey olduğunda mümkün olduğuna kadar büyüktür. Eğer şarj manyetik alan çizgilerinin yönüne paralel bir yönde hareket ederse, Lorentz kuvveti ortaya çıkmaz. Lorentz kuvveti, şarj hareketi ve manyetik alanların çizgileri üzerinde daima dikeydir. Lorentz kuvveti, elektromanyetik bir alanın genel olarak bir bütün yüküne etki eden kuvvettir. q yüküyle yüklenen bir kütle, bir E elektrik alanı, B manyetik alanı ve doğrusal hız V olmak üzere aşağıdakilerden oluşan bir kuvvetten etkilenir:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.3)$$

Bu Lorentz kuvveti, iki parçayı birleştiren temel denklemdir. Lorentz kuvveti, manyetik alanın hareketli bir yük üzerindeki etkisi ve bir elektrik alanın yük üzerindeki etkisinden kaynaklanan elektrik boşalmasıdır.

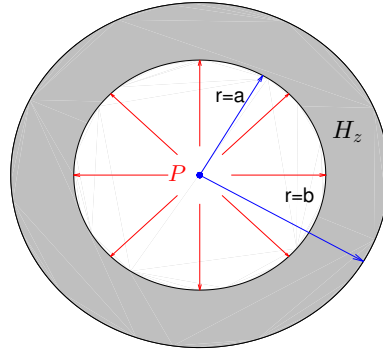
1.3 Çalışmanın Kapsamı

Bu çalışmada, homojen manyetik alan etkisi altında iç basınca maruz bırakılmış fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik ve küresel kapların yer değiştirme ve gerilme analizi sayısal olarak incelenmiştir. Bu basınçlı kapların

metal ve seramik karışımından yapıldığı ve tüm malzeme özelliklerinin ve manyetik geçirgenliğin radyal yönünde üstel olarak derecelendirildiği varsayılmaktadır. Bu koşullar altında analitik olarak çözülemeyen doğrusal sınır değer problemi elde edilir. Bu sınır değer probleminin çözümü hem Tamamlayıcı Fonksiyonl Yöntemi [27, 28, 29, 30, 31] hem de Pseudosplktal Chebyshev Yöntemi [32, 33, 34, 35] ile ele alınmıştır. Bu yöntemlerden ilki, sınır değer problemini başlangıç değer problem sistemine dönüştürerek çözülmesini sağlayan bir yaklaşım iken, ikincisi ise diferansiyel matris yaklaşımına dayanan ve diferansiyel denklemi lineer denklem sistemine dönüştüren bir yaklaşımdır. Literatürde mevcut olan çözümler bu çalışmada elde edilen sonuçları doğrulamak için kullanılmıştır. İki farklı karışım malzemesi ile düzgün manyetik alanın, gerilme ve yer değiştirme dağılımları üzerindeki etkileri grafiksel gösterimle ele alınmıştır.

2. TEMEL FORMÜLASYON

İç basınca ve düzgün manyetik alana (H_z) maruz bırakılmış kalın cidarlı silindirik ve küresel basınçlı kapların gerilme analizi detaylı olarak incelenmiştir. Bu içi boş kapların iç ve dış yarıçapları sırasıyla a ve b olarak alınmış olup, kesitleri Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1 Basınçlı kapların kesit alanı

Bu kapların radyal koordinatı \bar{r} ve deplasmanı \bar{u} , dış yüzey yarıçapı b kullanılarak normalize edilmiş, boyutsuz yarıçap $r = \bar{r}/b$ ve boyutsuz deplasman $u = \bar{u}/b$ şeklinde elde edilmiştir. Malzeme fonksiyonel derecelendirilmiş olup, elastik modülünün, Poisson oranının ve manyetik geçirgenliğinin radyal yönde üstel olarak

$$E(r) = E_i e^{\beta(r-a)} \quad (2.1a)$$

$$\nu(r) = \nu_i e^{\gamma(r-a)} \quad (2.1b)$$

$$\mu(r) = \mu_i e^{\omega(r-a)} \quad (2.1c)$$

şeklinde değiştiği varsayılmış, buna göre homojensizlik parametreleri de

$$\beta = \frac{1}{b-a} \ln \left(\frac{E_0}{E_i} \right) \quad (2.2a)$$

$$\gamma = \frac{1}{b-a} \ln \left(\frac{\nu_0}{\nu_i} \right) \quad (2.2b)$$

$$\omega = \frac{1}{b-a} \ln \left(\frac{\mu_0}{\mu_i} \right) \quad (2.2c)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada, $E, \nu, \mu, (E_i, \nu_i, \mu_i)$ ve (β, γ, ω) sırasıyla elastic modülü, Poisson oranı, manyetik geçirgenlik, iç yüzeydeki malzeme özellikleri ve homojensizlik parametrelerini göstermektedir. Alt indis 0 ve i sırasıya dış ve iç cidardaki özellikleri belirtmektedir. Kapların iç yüzeyinde basıncın etkisinde oldukları varsayıldığından, radyal stress için sınır koşulları aşağıdaki gibidir:

$$\sigma_r(a/b) = -P, \quad \sigma_r(b) = 0 \quad (2.3)$$

Burada σ_r radyal stresi, P ise iç yüzeydeki basıncı göstermektedir.

2.1 Silindirik Basıncılı Kap

Manyetik alan etkisi altında $\vec{H}(0,0,H_z)$, fonksiyonel olarak metal ve seramik karışımı şeklinde derecelendirilmiş kalın cidarlı silindir ele alınmıştır. Eksenel-simetrik düzlemsel gerilme varsayımı altında, silindirik koordinattaki (r, θ, z) gerinim-yer değiştirme denklemleri:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (2.4a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (2.4b)$$

ile gerilme-gerinim denklemleri

$$\sigma_r = C_{11}(r)\varepsilon_r + C_{12}(r)\varepsilon_\theta \quad (2.5a)$$

$$\sigma_\theta = C_{12}(r)\varepsilon_r + C_{11}(r)\varepsilon_\theta \quad (2.5b)$$

şeklindedir. Buradaki radyal koordinata bağlı katsayılar da

$$C_{11}(r) = \frac{E(r)(1 - \nu(r))}{(1 + \nu(r))(1 - 2\nu(r))}, \quad C_{12}(r) = \frac{E(r)\nu(r)}{(1 + \nu(r))(1 - 2\nu(r))} \quad (2.6)$$

ile ifade edilmektedirler.

Elektrik akımındaki yer değiştirme ihmal edilirse, mükemmel iletken ve elastik kalın cidarlı silindir için elektrodinamik Maxwell denklem bağıntıları [6, 36, 37] aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{h}, \quad \nabla \times \vec{e} = -\mu(r) \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{h} = 0, \quad (2.7a)$$

$$\vec{e} = -\mu(r) \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H} \right), \quad \vec{h} = \nabla \times (\vec{U} \times \vec{H}) \quad (2.7b)$$

Burada, \vec{J} elektrik akım yoğunluk vektörünü, \vec{h} manyetik alan vektöründeki sapmayı, \vec{e} elektrik alan vektöründeki sapmayı, \vec{H} manyetik yoğunluk vektörünü, \vec{U} ise yer değiştirme vektörünü göstermektedir. Sisteme başlangıç anında uygulanan manyetik alan vektörü $\vec{H}(0, 0, H_z)$, (2.7a) ve (2.7b) denklemlerinde yerine yazılırsa:

$$\vec{U} = (u, 0, 0), \quad \vec{e} = -\mu(r) \left(0, H_z \frac{\partial u}{\partial t}, 0 \right), \quad (2.8a)$$

$$\vec{h} = (0, 0, h_z), \quad \vec{J} = \left(0, -\frac{\partial h_z}{\partial r}, 0 \right), \quad h_z = -H_z \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) \quad (2.8b)$$

ifadeleri bulunur.

Manyetik alan etkisindeki silindirik kap için stres-denge denklemi ise

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + f_z = 0 \quad (2.9)$$

biçiminde yazılır. Buradaki f_z , elektrodinamik Maxwell denklemlerinden türetilmiş Lorentz kuvveti [6, 36, 37] olup aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$f_z = \mu(r)(\vec{J} \times \vec{H}) = H_z^2 \frac{d}{dr} \left(\mu(r) \frac{du}{dr} + \mu(r) \frac{u}{r} \right) \quad (2.10)$$

Burada, $\sigma_r, \sigma_\theta, \varepsilon_r, \varepsilon_\theta, u$ sırasıyla radyal gerilme, teğetsel gerilme, radyal gerinim, teğetsel gerinim ve radyal yöndeki deplasmanı göstermektedir. Gerilme-yer değiştirme (2.4), korunum denklemleri (2.5) ve Lorentz kuvveti (2.10) stres-denge denkleminde (2.9) yerine yazılırsa, radyal deplasmana bağlı lineer homojen adi diferansiyel denklemi:

$$u'' + Q_c(r)u' + R_c(r)u = 0 \quad (2.11)$$

şeklinde bulunur. Bu denklemin lineer katsayıları da

$$Q_c(r) = \frac{C'_{11} + H_z^2 \mu \omega}{C_{11} + H_z^2 \mu} + \frac{1}{r}, \quad R_c(r) = \frac{C'_{12} + H_z^2 \mu \omega}{(C_{11} + H_z^2 \mu)r} - \frac{1}{r^2} \quad (2.12)$$

biçimindedir. Deplasmana bağlı sınır koşulları da korunum denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left[C_{11}(r)u' + C_{12}(r)\frac{u}{r} \right]_{r=a/R} = -P \quad (2.13a)$$

$$\left[C_{11}(r)u' + C_{12}(r)\frac{u}{r} \right]_{r=R} = 0 \quad (2.13b)$$

Burada ()' radyal yöndeki türevi ifade etmektedir.

2.2 Küresel Basıncılı Kap

Manyetik alan etkisi altında $\vec{H}(0, 0, H_\phi)$, fonksiyonel olarak metal ve seramik karışımı şeklinde derecelendirilmiş kalın cidarlı küre ele alınmıştır. Eksenel-simetrik düzlemsel gerilme varsayımı altında, küresel koordinattaki (r, θ, ϕ) gerinim-yer değiştirme denklemleri:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (2.14a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (2.14b)$$

ile gerilme-gerinim denklemleri

$$\sigma_r = C_{11}(r)\varepsilon_r + 2C_{12}(r)\varepsilon_\theta \quad (2.15a)$$

$$\sigma_\theta = C_{12}(r)\varepsilon_r + (C_{11}(r) + C_{11}(r))\varepsilon_\theta \quad (2.15b)$$

şeklindedir. Buradaki radyal koordinata bağlı katsayılar, silindirik kap için verilen katsayılar (2.6) ile aynıdır.

Elektrik akımındaki yer değiştirme ihmal edilirse, mükemmel iletken ve elastik kalın cidarlı küre için elektrodinamik Maxwell denklem bağıntıları [6, 36, 37] aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{h}, \quad \nabla \times \vec{e} = -\mu(r)\frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \vec{h} = 0, \quad (2.16a)$$

$$\vec{e} = -\mu(r) \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H} \right), \quad \vec{h} = \nabla \times (\vec{U} \times \vec{H}) \quad (2.16b)$$

Sisteme başlangıç anında uygulanan manyetik alan vektörü $\vec{H}(0,0,H_\phi)$, (2.16a) ve (2.16b) denklemlerinde yerine yazılırsa:

$$\vec{U} = (u, 0, 0), \quad \vec{e} = -\mu(r) \left(0, H_\phi \frac{\partial u}{\partial t}, 0 \right), \quad (2.17a)$$

$$\vec{h} = (0, 0, h_\phi), \quad \vec{J} = \left(0, -\frac{\partial h_\phi}{\partial r}, 0 \right), \quad h_z = -H_\phi \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{2u}{r} \right) \quad (2.17b)$$

ifadeleri bulunur.

Manyetik alan etkisindeki küresel kap için stres-denge denklemi ise

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} + f_\phi = 0 \quad (2.18)$$

biçiminde yazılır. Buradaki f_ϕ , elektrodinamik Maxwell denklemlerinden türetilmiş Lorentz kuvveti [6, 36, 37] olup aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır:

$$f_\phi = \mu(r)(\vec{J} \times \vec{H}) = H_\phi^2 \frac{d}{dr} \left(\mu(r) \frac{du}{dr} + \mu(r) \frac{2u}{r} \right) \quad (2.19)$$

Gerilme-yer değiştirme (2.14), korunum denklemleri (2.15) ve lorentz kuvveti (2.19) stres-denge denkleminde (2.18) yerine yazılırsa, radyal deplasmana bağlı lineer homojen adi diferansiyel denklemi:

$$u'' + Q_s(r)u' + R_s(r)u = 0 \quad (2.20)$$

şeklinde bulunur. Bu denklemin lineer katsayıları da

$$Q_s(r) = \frac{C'_{11} + H_\phi^2 \mu \omega}{C_{11} + H_\phi^2 \mu} + \frac{1}{r}, \quad R_s(r) = \frac{2C'_{12} + 2H_\phi^2 \mu \omega}{(C_{11} + H_\phi^2 \mu)r} - \frac{2}{r^2} \quad (2.21)$$

biçimindedir. Deplasmana bağlı sınır koşulları, korunum denklemleri kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\left[C_{11}(r)u' + 2C_{12}(r)\frac{u}{r} \right]_{r=a/R} = -P \quad (2.22a)$$

$$\left[C_{11}(r)u' + 2C_{12}(r)\frac{u}{r} \right]_{r=R} = 0 \quad (2.22b)$$

()' radyal yöndeki türevi ifade etmektedir.

3. SAYISAL YÖNTEMLER

Adi diferansiyel denklemlerde başlangıç değer problemleri teorisi, sayısal analizin en kapsamlı dallarından biridir. Bu teoriye dayanarak, başlangıç değer problemlerinin sayısal çözümü için birçok algoritma geliştirildi öyle ki bu tip problemlerin sayısal çözümü sıradan ve rutin bir konu haline geldi. Öte yandan, sınır değer problemlerinin sayısal çözümü için mevcut kullanılan yöntemler başlangıç değer problemlerinin çözüm yöntemleri kadar yaygın olmamakla birlikte her tip problemi aynı hassasiyette çözebilen yöntem sayısı oldukça azdır. Bu sebepten dolayı, bu alanda araştırma yapmaya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada, basınçlı kapların sayısal çözümü için kullanılan yöntemlerden biri olan Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile yüksek hassasiyette sonuçlar veren Pseudospektral Chebyshev Yöntemi ele alınmış, aynı tip örgü nokta dağılımı kullanılarak iki yöntem karşılaştırılmıştır.

3.1 Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi

Bir sınır değer probleminin genel çözümünün, lineer bağımsız homojen çözümlerinin lineer kombinasyonları ile özel çözümünün toplamı olarak oluşturulabildiği iyi bilinmektedir. Bu noktadan hareketle, Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) [27, 29] her bir homojen ve özel çözüm için sınır değer problemini başlangıç değer problem sistemine dönüştürür. Başlangıç değer problem sistemine dönüştürülen bu adi diferansiyel denklem sistemleri rasgele ancak lineer bağımsız olacak şekilde başlangıç değerler verilerek literatürde yaygın olarak kullanılan Runge-Kutta tipi yöntemlerle istenen hassasiyette çözülür. Daha sonra homojen çözümlerin lineer kombinasyonlarında kullanılan katsayılar, sınır koşulları kullanılarak bulunur. Bu bulunan katsayılar kullanılarak çözüm elde edilmiş olur [30]. Atış (Shooting) Yöntemi'nden esinlenerek ortaya atılan bu yöntemde, tek bir adımda sonucu elde etmek mümkün olmaktadır. Oysa ki Atış Yöntemi'nde sonuç, üç adımda elde edilebilmektedir. TFY hem doğrusal hem de doğrusal olmayan sınır değer problemlerini çözümlenen bir yöntemdir [27].

İç yarıçapı a ve dış yarıçapı R olan içi boş basınçlı bir kabın, aksel simetrik koşullar

altında deplasmana $u(r)$ bağılı diferansiyel denklemi (2.11, 2.20) en genel formada aşağıdaki şekilde elde edilmişti:

$$u'' + Q(r)u' + R(r)u = 0 \quad (3.1)$$

Yukarıdaki denklemin geleneksel analitik yöntemlerle kapalı form çözümü elde edilemez. Bu homojen diferansiyel denklemin (3.1) tam çözümü

$$u = \sum_{i=1}^2 b_i u_i \quad (3.2)$$

şeklinde olup u_i homjen çözümleri, b_i değerleri ise (2.13, 2.22) sınır koşullarından belirlenecek olan katsayıları göstermektedir.

Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi, Tutuncu ve Temel'in [30, 31] çalışmalarında anlatıldığı gibi üç adımda diferansiyel denkleme uygulanır:

1.Adım: İkinci mertebeden diferansiyel denklemi (3.1), birinci mertebeden iki bağımlı değişkenli bir adi diferansiyel denklem sistemine aşağıdaki değişken değiştirme işlemi kullanarak dönüştürülür:

$$u_i = Z_1^{(i)} \quad (3.3a)$$

$$u'_i = Z_2^{(i)} \quad (3.3b)$$

Bu yeni değişkenlere bağılı adi diferansiyel denklem sistemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$(Z_1^{(i)})' = Z_2^{(i)} \quad (3.4a)$$

$$(Z_2^{(i)})' = -Q(r)Z_2^{(i)} - R(r)Z_1^{(i)} \quad (3.4b)$$

2.Adım:

İkinci adımda, (3.4a) ve (3.4b) denklem sistemine lineer bağımsız olacak şekilde hayali bir başlangıç koşulu atanır. Bu başlangıç koşulu çözümlerin lineer bağımsızlığını sağlamak için Kronecker delta fonksiyonu olarak seçilebilir [14]:

$$Z_1^{(i)} = \delta_{ji}, \quad i, j = 1, 2. \quad (3.5)$$

Bu denklem sisteminin (3.4a) ve (3.4b) yapay sınır koşulları (3.5) altında çözümü, dördüncü derece Runge-Kutta yöntemi (RK4) ile kolayca elde edilir.

3. Adım: Sınır koşulları (2.13, 2.22) birinci mertebeden adi diferansiyel sisteminin çözüm önerisinde (3.2) yerine yazılırsa, b_1 ve b_2 katsayıları için lineer denklem sistemi aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

TFY kullanılarak, hem yer değiştirme hem de türevi aynı anda hesaplanır. Dolayısı ile gerilme değerlerini hesaplamak için fazladan işlem yapılmasına gerek yoktur.

3.2 Pseudospektral Chebyshev Yöntemi

Pseudospektral yöntemler, kolokasyon noktalarında interpolasyonu sağlayan ayrık fonksiyon yaklaşımına dayanır. Periyodik aralıklar için trigonometrik baz fonksiyonlarına dayanan Fourier yöntemi ile periyodik olmayan aralıklar için de Chebyshev polinomlarına dayanan Chebyshev yöntemi en yaygın örnekleridir [32, 33, 34, 35]. Eşit aralıklı ayrık Fourier serisinin bir uygulaması olarak da yorumlanan Fourier yönteminde, türevler yuvarlama hataları gözönüne alınmaz ise tam olarak elde edilebilir. Periyodik problemlerin sayısal çözümlenmesinde tercih edilen bu yöntemin, periyodik olmayan sınır koşullarında uygulanması zordur.

Chebyshev yöntemi ise periyodik olmayan aralıklar için, $[-1, 1]$ aralığında tanımlı olan Chebyshev polinomlarını baz fonksiyonlar olarak alıp çözüm sunan bir yöntemdir. Bu aralık keyfi bir aralığa kolayca dönüştürülebilmektedir. Ayrık örgü noktaları Chebyshev kolokasyon noktalarında,

$$r_j = \cos(j\pi/n), \quad j = 0, 1, \dots, n \quad (3.7)$$

tanımlandığında hassas bir interpolasyon yaklaşımı mümkündür. Bu interpolasyon yaklaşımı ile türevler gerçek değerine yakın olabilecek şekilde hesaplanabilir. Chebyshev kolokasyon noktalarının, sınır noktalarında orta noktalara oranla daha yoğun olması, daha az örgü nokta dağılımında bile yüksek hassasiyette sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır.

Pseudospektral Chebyshev Yöntemi (PCY) birinci tür Chebyshev polinom yaklaşımına dayanır ve diferansiyel denklemi lineer denklem sistemine dönüştürür. Daha sonra, elde edilen bu lineer denklem sisteminin herhangi bir ayrıştırma yöntemiyle istenen hassasiyetteki çözümü bulunur.

Chebyshev kolokasyon noktalarından (3.7) geçen interpolasyon polinomu ile elde edilen birinci mertebeden $(n + 1) \times (n + 1)$ boyutunda diferansiyel matrix D olsun. Elde edilen bu diferansiyel matrisi (D), r_j ayrık noktalarında tanımlı ayrık deplasman $u = [u_0, \dots, u_n]^T$ vektörü ile basitçe soldan çarpılarak $u'(r_j) = (Du)_j$, $u''(r_j) = (D'u)_j, \dots$ ayrık türev değerlerine oldukça hassas bir yaklaşım değeri sağlar. Chebyshev diferansiyel matrisinin hesaplanma prosedürü ve Matlab paket programı için hesaplama kodları literatürde kolayca bulunabilir, bkz. Trefethen [34]. Bu hesaplama prosedüründe, örgü noktaları sağdan sola doğru numaralandırılır ve $[-1, 1]$ aralığında tanımlıdır. Diferansiyel matris operatörü D , küçük bir değişiklik ile istenilen herhangi bir aralık için de oluşturulabilir.

Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı basınçlı kapların gerilme analizi için oluşturulan deplasmana bağlı ikinci mertebeden adi diferansiyel denklemlerin (2.11, 2.20) Chebyshev diferansiyel matrisi (D) kullanılarak ayrıklaştırılması için önce diferansiyel denklem

$$L_n u = 0 \quad (3.8)$$

biçiminde bir lineer denklem sistemine dönüştürülür. Burada

$$L_n = D^2 + Q(r)D + R(r) \quad (3.9)$$

şeklinde $(n + 1) \times (n + 1)$ boyutunda dolu bir matristir. Bu sistemin aşık olmayan çözümünün elde edilebilmesi için sınır koşullarının da (2.13, 2.22) sisteme entegre edilmesi gerekir. Çözümün daha iyi anlaşılması açısından sadece silindirik basınçlı kap için Robin tip sınır koşullarını (2.13) sisteme entegre edelim. Bunun için bu denklemler önce

$$BC_n u = Rhs \quad (3.10)$$

biçiminde bir lineer denklem sistemine dönüştürülür. Burada

$$BC_n = C_{11}(r)D + C_{12}(r)\frac{1}{r}, \quad Rhs = \begin{bmatrix} -P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

şeklinde. Diferansiyel formunda oluşturulan bu sınır koşulları, lineer operatör matrisine (3.9) uygulanırsa yeni sistem matrisi

$$L_n = \begin{bmatrix} \leftarrow & BC_n(1,:) & \rightarrow \\ & \uparrow & \\ \leftarrow & L_n(1:n-1,:) & \rightarrow \\ & \downarrow & \\ \leftarrow & BC_n(n+1,:) & \rightarrow \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

olarak oluşturulur. Sınır koşulları eklendikten sonra lineer denklem sistemi (3.8),

$$L_n u = RHS \quad (3.13)$$

homojen olmayan lineer denklem sistemine dönüşür. Burada lineer sistemin sağ taraf vektörü de

$$RHS = \begin{bmatrix} -P \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

biçiminde elde edilir. Bu diferansiyel denkleminin Matlab programı, [34] kullanılarak manyetik alan etkisindeki silindirik ve küresel basınçlı kap problemlerine (3.13) uygun olarak yeniden kodlanmıştır.



4. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Bu çalışmada, homojen manyetik alanın etkisi altında iç basınca maruz kalan fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik ve küresel cisimlerin statik gerilme analizi hem Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (TFY) hem de Pseudospektral Chebyshev Yöntemi (PCY) ile sayısal olarak incelenmiştir. Bu içi boş kalın cidarlı cisimlerin iç ve dış yarıçapları sırasıyla $a = 0.6$ ve $b = 1$ ve bunlara etki eden iç basınç $P = 50 \text{ MPa}$ olarak alınmıştır. Bu cisimlerin tüm malzeme özelliklerinin yanında manyetik geçirgenliğinin de üstel olarak radyal yönünde derecelendirildiği varsayılmıştır. Özel olarak seçilen iki tip metal ve seramik karışımı ile analizler yapılmıştır. Bu metal ve seramiklerin özellikleri Çizelge 4.1 'de verilmiştir. Poisson oranının sabit olduğu malzeme birinci tip malzeme, diğer malzeme ise ikinci tip malzeme olarak ifade edilecektir. Bu iki karışıma karşılık gelen homojensizlik parametreleri de (β, γ) Çizelge 4.2'de verilmiştir. Malzeme özelliklerin radyal değişimi için verilmiş olan homojensizlik parametrelerinin sıfır alınması ($\beta = \gamma = 0$) durumunda, homojen malzemenin elde edileceği açıktır.

Çizelge 4.1 Kullanılan karışım malzemelerin özellikleri (Seramik-Metal).

<i>Malzeme</i>	<i>E (GPa)</i>	<i>v</i>
<i>ZrO₂</i> (Seramik)	151	1/3
<i>Ti – 6Al – 4V</i> (Metal)	116.7	1/3
<i>Mullite</i> (Seramik)	225	0.27
<i>Molybdenum</i> (Metal)	330	0.30

Çizelge 4.2 İki karışım için homojensizlik parametreleri.

β	γ
0.6442	0
-0.9575	-0.2634

Çizelge 4.3 Düzgün manyetik alan içinde, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı silindirik kabın yer değiştirmesinin radyal eksen boyunca Dai vd.[6] ile karşılaştırılması.

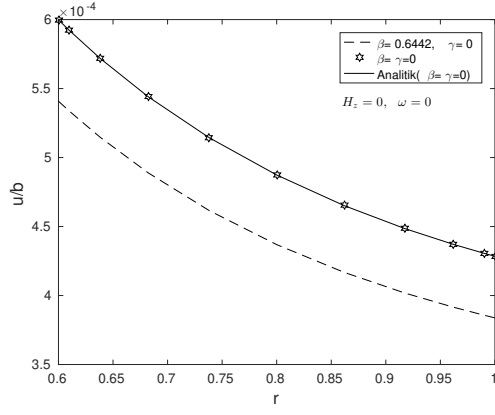
	PCY	TFY	Analitik [6]
r	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>
0.6000	1.000000000	1.000000000	1.000000000
0.6098	0.994015053	0.994015046	0.994015053
0.6382	0.976911255	0.976911216	0.976911253
0.6824	0.951136104	0.951135972	0.951136101
0.7382	0.920267918	0.920267665	0.920267913
0.8000	0.888184001	0.888183685	0.888183995
0.8618	0.858274209	0.858273890	0.858274202
0.9176	0.833049965	0.833049661	0.833049957
0.9618	0.814141670	0.814141375	0.814141662
0.9902	0.802490047	0.802489757	0.802490039
1.0000	0.798560219	0.798559930	0.798560211

Çizelge 4.4 Düzgün manyetik alan içinde, fonksiyonel derecelendirilmiş basınçlı küresel kabın yer değiştirmesinin radyal eksen boyunca Dai vd.[6] ile karşılaştırılması.

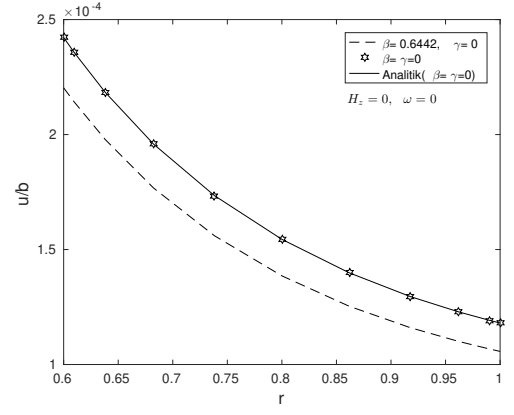
	PCY	TFY	Analitik [6]
r	<i>u</i>	<i>u</i>	<i>u</i>
0.6000	1.000000000	1.000000000	1.000000000
0.6098	0.982784793	0.982785091	0.982784795
0.6382	0.936154077	0.936155292	0.936154084
0.6824	0.872067323	0.872070469	0.872067336
0.7382	0.803290365	0.803296210	0.803290384
0.8000	0.739206781	0.739214779	0.739206804
0.8618	0.685015182	0.685024070	0.685015208
0.9176	0.642822554	0.642831428	0.642822582
0.9618	0.613039354	0.613047930	0.613039383
0.9902	0.595403517	0.595411856	0.595403546
1.0000	0.589572052	0.589580310	0.589572082

Bu çalışmada kullanılan sayısal yöntemleri karşılaştırmak ve kullanılan yöntemlerin doğrulamak için sadece elastik modül ile manyetik geçirgenliğin radyal yönde kuvvet kuralına göre sabit bir homojensizlik parametresi ile değiştiği ($E = E_i r^\beta$, $\mu = \mu_i r^\beta$) deplasmana bağlı sınır değer probleminin çözümü hem silindirik yüzey (2.11) hem de küresel yüzey (2.20) için elde edilmiştir. $H_z = 5$, $H_\phi = 5$ ve $\beta = 2$ için elde edilen sonuçlar, Dai vd.'nin [6] yapmış olduğu analitik çalışma ile Çizelge 4.3 - Çizelge 4.4'de karşılaştırılmıştır. Eşit olmayan 10 aralıklı Chebyshev noktaları (11 nokta) için elde edilen sonuçlara (Çizelge 4.3 -Çizelge 4.4) bakıldığında, PCY ile elde edilen sonuçların TFY'den daha iyi olduğu görülmüştür. Ayrıca, PCY ile elde edilen sonuçların analitik çözümle iyi bir uyum içerisinde olduğu ve 11 kolokasyon noktasında en az altı haneli hassasiyete sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu sebepten dolayı çalışmanın bundan sonra yapılacak olan analizleri 11 kolokasyon noktası kullanılarak PCY ile yapılmıştır.

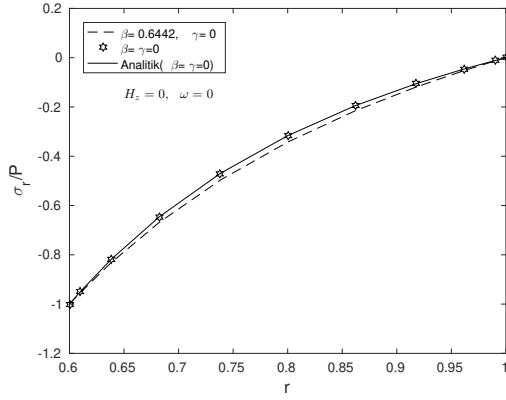
Manyetik alanın olmadığı durumda, fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve kürenin yer değiştirme ve gerilme dağılımları birinci malzeme için Şekil 4.1'de, ikinci malzeme için ise Şekil 4.2'de gösterilmiştir. İki farklı malzeme modeli, farklı homojen malzemeler (kesikli çizgi) ile karşılaştırılmıştır. Birinci malzeme için yapılan karşılaştırmada ($\beta = \gamma = 0$)'a karşılık gelen homojen malzeme ($Ti - 6Al - 4V$)'dan oluşan metal alaşımı iken ikinci malzemedeki homojen metal olarak molybdenyum seçilmiştir. Çizelge 4.1'de verilen özelliklere göre birinci malzemedeki metalin elastik modülü, ikinci malzemeye göre daha küçüktür. Birinci karışım malzemedeki poisson oranı sabit alınırken, ikinci karışım malzemesinde hem elastik modülü hem de Poisson oranı değişken alınmıştır. Birinci malzeme çiftinden elde edilen üstel olarak derecelendirilmiş silindirik ve küresel basınçlı kapların her ikisinde de meydana gelen yer değiştirmeler homojen malzeme durumuna göre daha düşüktür iken bkz. Şekil 4.1(a) ve Şekil 4.1(b), ikinci malzeme çiftinde daha yüksektir bkz. Şekil 4.2(a) ve Şekil 4.2(b).



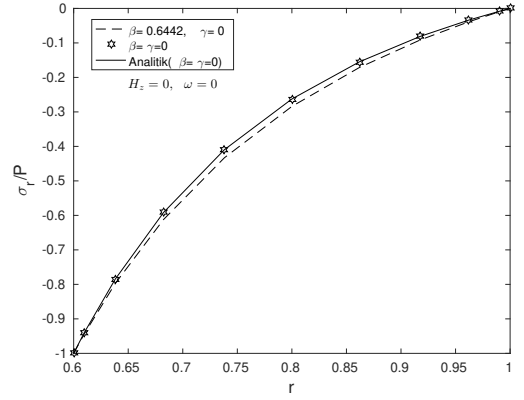
(a) Silindirik yüzey, radyal deplasman.



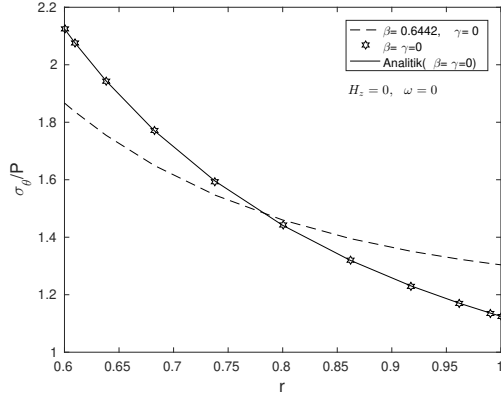
(b) Küresel yüzey, radyal deplasman.



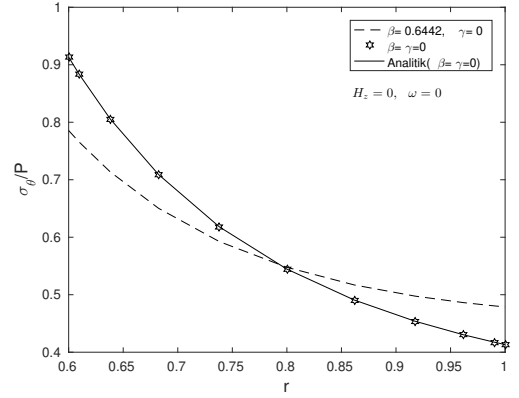
(c) Silindirik yüzey, radyal gerilme.



(d) Küresel yüzey, radyal gerilme.

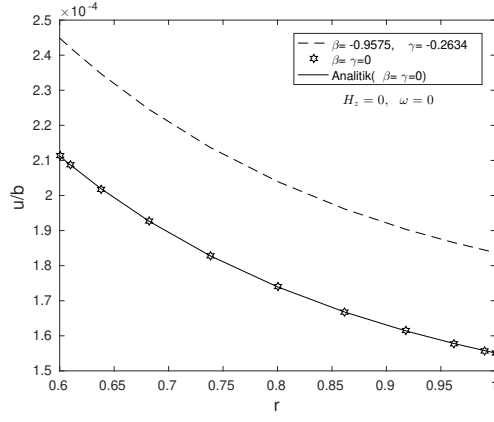


(e) Silindirik yüzey, teğetsel gerilme

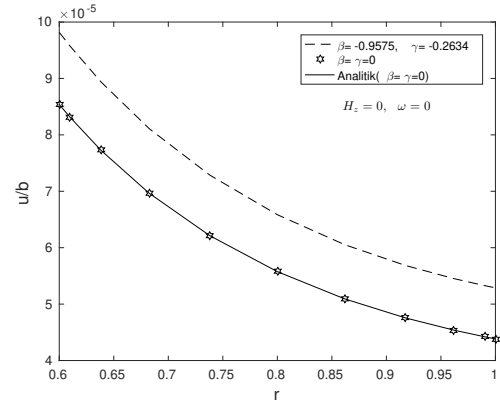


(f) Küresel yüzey, teğetsel gerilme.

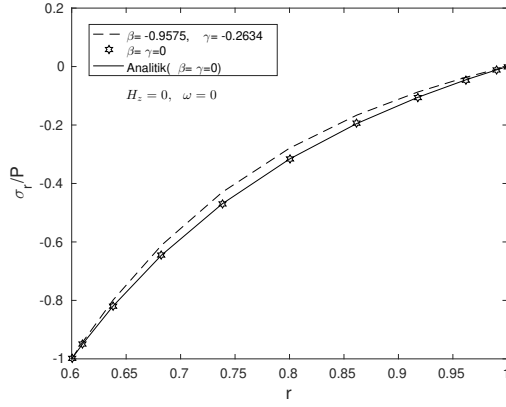
Şekil 4.1 Manyetik alanın olmadığı ($H_z = H_\phi = \omega = 0$) durumda, birinci malzeme (Poisson oranı sabit) için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeyin homojen malzeme ile karşılaştırılması.



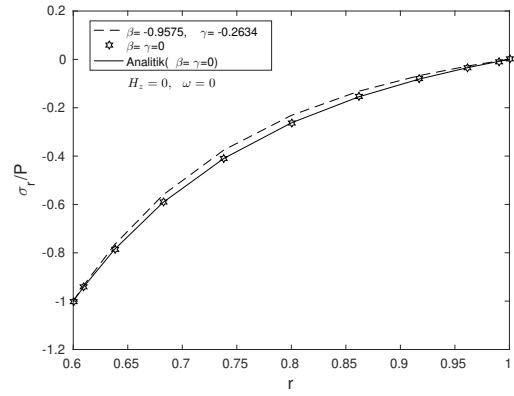
(a) Silindirik yüzey radyal deplasman dağılımının.



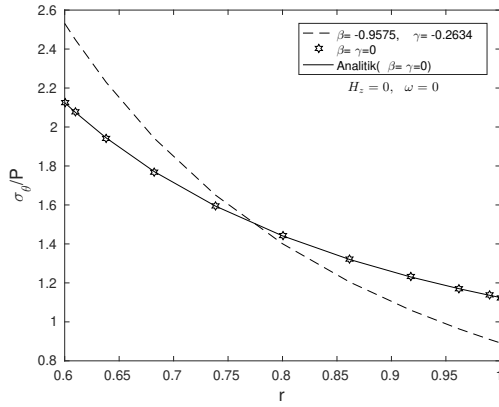
(b) Küresel yüzey radyal deplasman dağılımının.



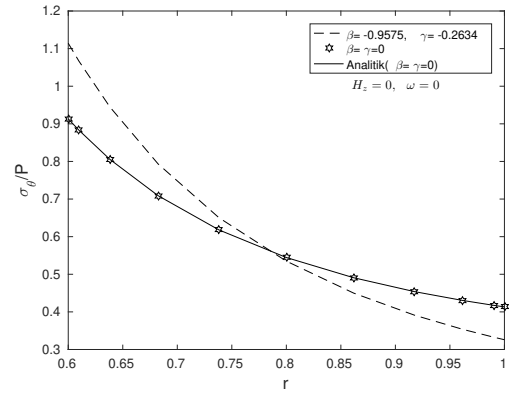
(c) Silindirik yüzey radyal gerilme.



(d) Küresel yüzey radyal gerilme



(e) Silindirik yüzey teğetsel gerilme.

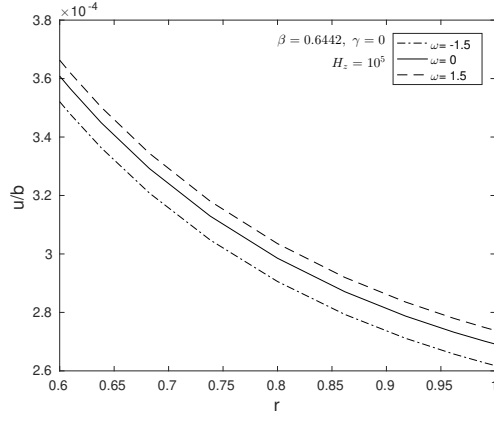


(f) Küresel yüzey teğetsel gerilme.

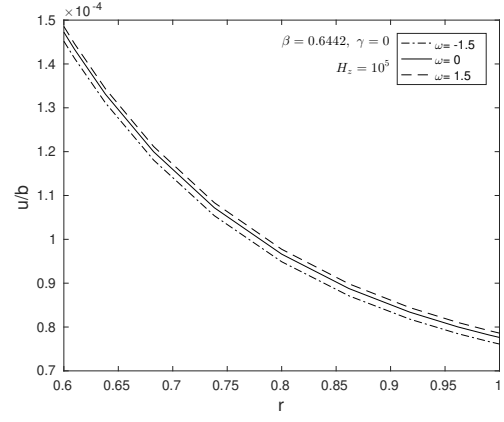
Şekil 4.2 Manyetik alanın olmadığı ($H_z = H_\phi = \omega = 0$) durumda, ikinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeyin homojen malzeme ile karşılaştırılması

Cidar boyunca radyal gerilmeler Şekil 4.1(c), Şekil 4.1(d), Şekil 4.2(c) ve Şekil 4.2(d)'de verilmiştir. Her iki geometride basma yönünde oluşan radyal gerilmelerde ikinci malzeme çiftinde (homojen durumlarına göre) nispeten düşük değerlerde kaldığı görülmektedir. İç basıncın uygulandığı iç cidarda en büyük değerine sahip olan radyal gerilmeler, etkileşimsiz olan dış cidarda sıfır değerindedir. Çembersel gerilme dağılımları Şekil 4.1(e), Şekil 4.1(f), Şekil 4.2(e), Şekil 4.2(f)'de görüldüğü gibi çekme yönünde gerçekleşmektedir. Her iki malzeme çifti için cidarın yaklaşık orta noktalarında eşitlenen gerilmeler, birinci malzeme çifti için her iki geometride derecelendirilmiş durum iç cidarda homojen duruma göre daha düşük değerlerde iken dış cidarda homojen durumu daha düşük kalmaktadır (Şekil 4.1(e) ve Şekil 4.1(f)). İkinci malzeme için tam tersi bir durum söz konusudur (Şekil 4.2(e) ve Şekil 4.2(f)). Ayrıca tüm koşullarda homojen malzeme durumu için elde edilen analitik sonuçların sayısal sonuçlar ile örtüştüğü de görülmektedir.

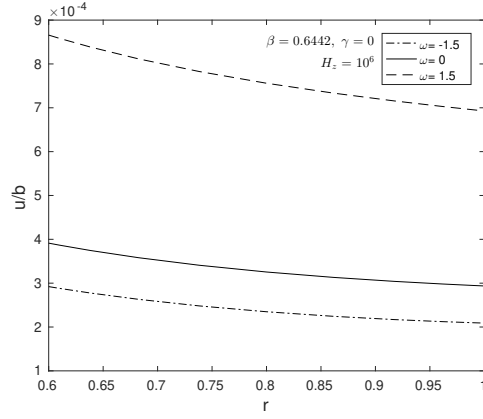
Fonksiyonel derecelendirilmiş silindir ve küre için farklı geçirgenlik katsayıları ($\omega = -1.5, 0, 1.5$) ve manyetik alan kuvvetleri ($H_z, H_\phi = 10^5, 10^6, 10^7$) altında yer değiştirme dağılımları birinci malzeme çifti için Şekil 4.3'de, ikinci malzeme çifti için ise Şekil 4.4'de sunulmuştur. Şekil 4.3'de birinci malzeme çifti için değişken geçirgenlikte silindirik ve küresel basınçlı kapların maruz bırakıldığı manyetik alan kuvvetine göre radyal yer değiştirmeler incelenmiştir. Düşük manyetik alan şiddeti altında, manyetik geçirgenliğin yer değiştirme dağılımına ciddi bir etkisinin olmadığı görülmektedir, bkz. Şekil 4.3(a) ve Şekil 4.3(b). Bu durum, yüksek iç basınç karşısında manyetik kuvvetlerin yer değiştirme dağılımlarına etkisinin zayıf kalmasının bir sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Artan manyetik alan şiddeti ile yer değiştirme dağılımları belirginleşmekle birlikte eksi geçirgenlik katsayısında en düşük değerlerine sahip olmaktadır (Şekil 4.3(c), Şekil 4.3(d), Şekil 4.3(e) ve Şekil 4.3(f)). Her üç geçirgenlik katsayısı için de iç cidarda daha büyük yer değiştirmeler meydana gelirken, dış cidara doğru azalmaktadır. Aynı iç basınç etkisinde artan manyetik kuvvet yer, değiştirmeleri de arttırmakta ve geçirgenlik katsayısının önemini ortaya çıkmaktadır. Benzer durumlar ikinci malzeme çiftinde de gözlenmiştir (Şekil 4.4).



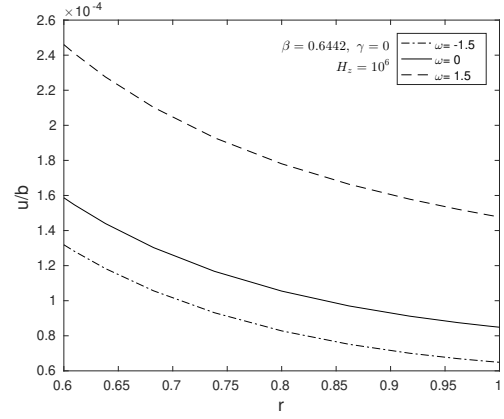
(a) Silindirik yüzey, $H_z = 10^5$.



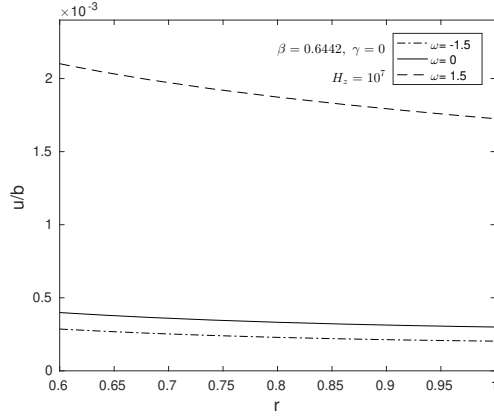
(b) Küresel yüzey, $H_z = 10^5$.



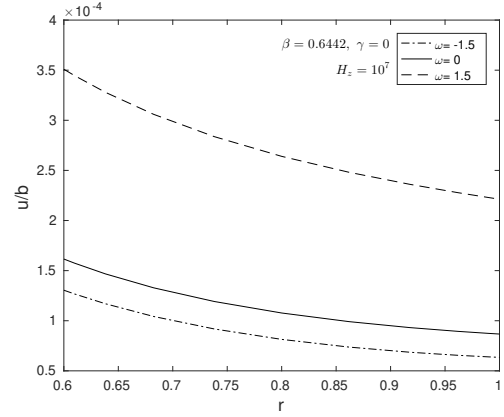
(c) Silindirik yüzey, $H_z = 10^6$.



(d) Küresel yüzey, $H_z = 10^6$.

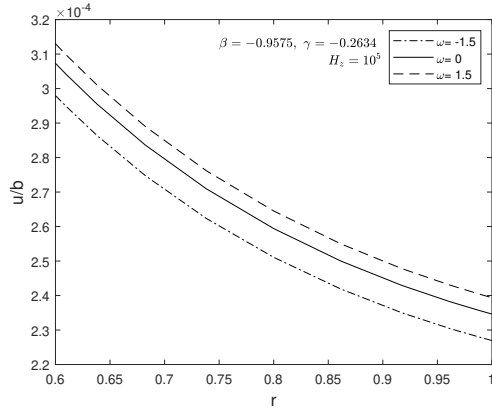


(e) Silindirik yüzey, $H_z = 10^7$.

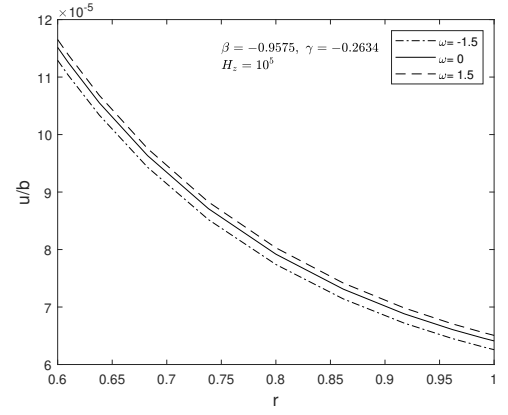


(f) Küresel yüzey, $H_z = 10^7$.

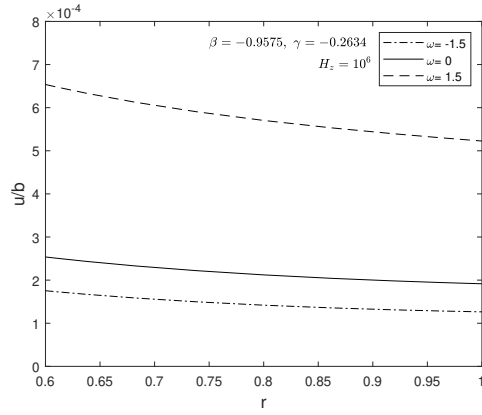
Şekil 4.3 Birinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeylerde, manyetik alan şiddeti ve manyetik geçirgenliğin yer değiştirmeye olan etkisi



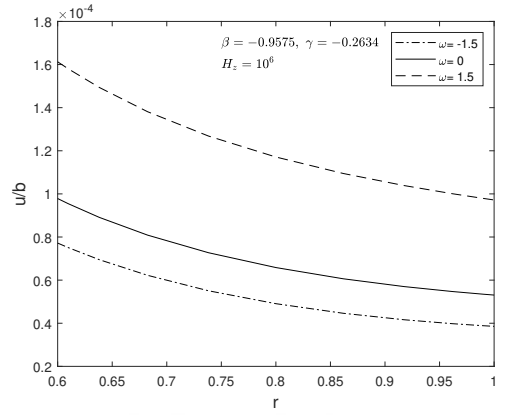
(a) Silindirik yüzey, $H_z = 10^5$.



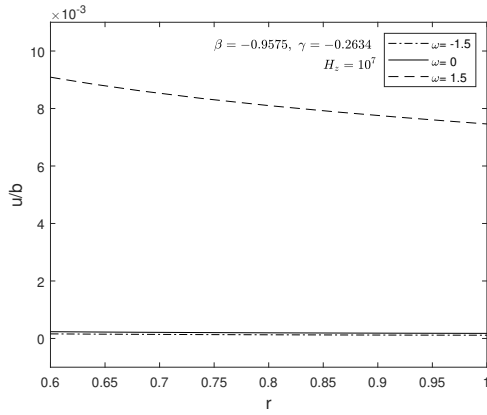
(b) Küresel yüzey, $H_z = 10^5$.



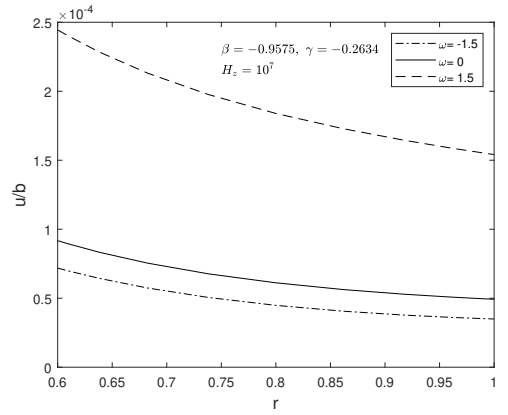
(c) Silindirik yüzey, $H_z = 10^6$.



(d) Küresel yüzey, $H_z = 10^6$.



(e) Silindirik yüzey, $H_z = 10^7$.



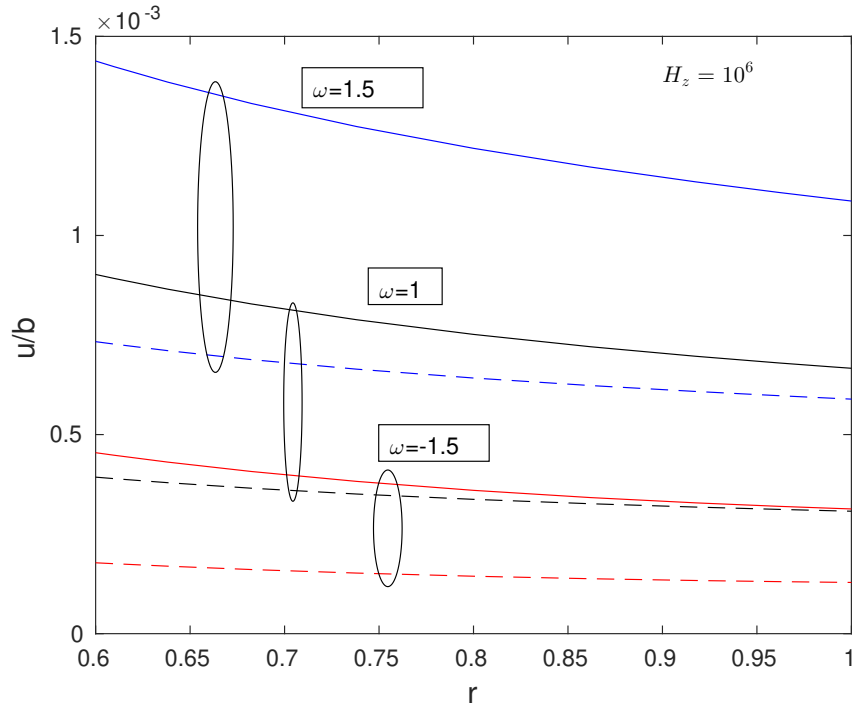
(f) Küresel yüzey, $H_z = 10^7$.

Şekil 4.4 İkinci malzeme için fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel yüzeylerde, manyetik alan şiddeti ve manyetik geçirgenliğin yer değiştirmeye olan etkisi

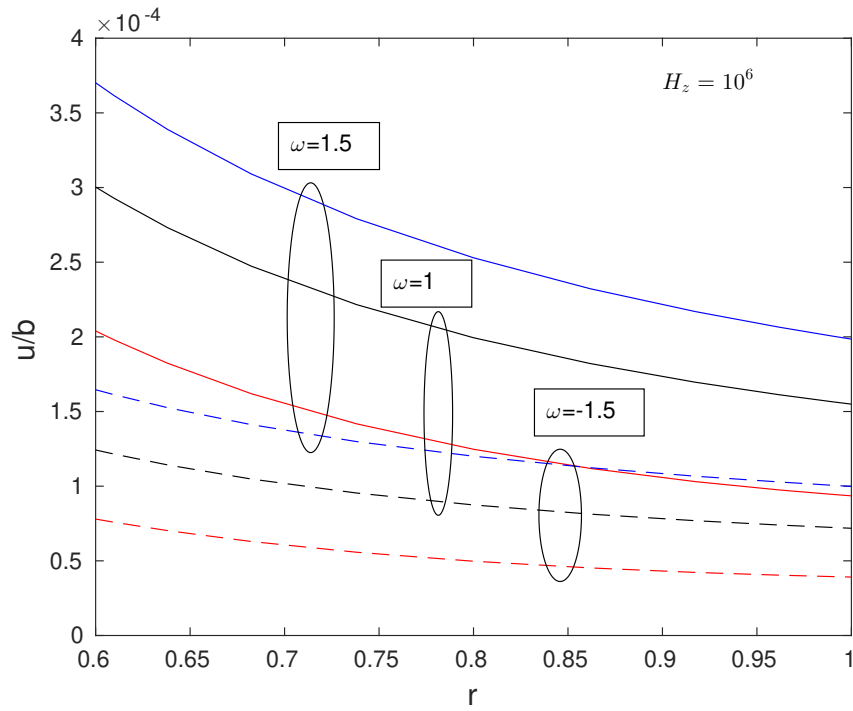
Yüksek alan şiddeti ($H_z = 10^7$) etkisi, geçirgenlik katsayısının sıfır ve eksi değerlerinde benzer sonuçlar alınmasına sebep olmaktadır. Aynı büyüklükteki geçirgenlik katsayısının ($\omega = -1.5, 1.5$) işaretinin eksi olması durumu artı olması durumuna göre özellikle ikinci malzeme çiftinde silindir için yaklaşık dokuz kat yerdeğiştirme farkına sebebiyet vermektedir. Tüm durumlar için geometrik avantajından dolayı küresel geometriye sahip basınçlı kaplar daha düşük yer değiştirme göstermektedir.

Bu noktadan sonra yapılacak analizlerde manyetik alan şiddetinin $H_z = H_\phi = 10^6$ olarak alınmasının, yapılacak karşılaştırmalarda farkın ortaya konmasında yeterli olacağı Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de açıkça görülmektedir.

İki farklı malzeme çifti için silindirik ve küresel geometride, iç basınç ve $H_z = H_\phi = 10^6$ manyetik alan şiddeti etkisinde sırasıyla yer değiştirme (Şekil 4.5), radyal gerilme (Şekil 4.6) ve çembersel gerilme (Şekil 4.7) sonuçları farklı geçirgenlik katsayıları için verilmiştir. Düz çizgi birinci malzeme çiftini gösterirken, kesikli çizgi ise ikinci malzeme çiftini göstermektedir. Şekiller üzerindeki elipsler, farklı geçirgenlik katsayıları için iki malzeme çiftini göstermek için kullanılmıştır. Şekil 4.5'de dış çap ile normalleştirilmiş yer değiştirmelerin her iki geometri için de iç cidarda daha büyük değerlere ulaştığı görülmektedir. Yer değiştirmelerin artan geçirgenlik katsayısı ile arttığı, bu durumun birinci malzeme çifti için daha belirgin olduğu görülmektedir. İkinci malzeme çiftinde, geçirgenlik katsayısının eksi seçilmesi yer değiştirmelerin hem daha düşük hem de cidar boyunca benzer kalmasını sağlamaktadır. Normalleştirilmiş cidar boyunca radyal gerilme dağılımları (Şekil 4.6)'da verilmiştir. Tüm geometri ve durumlar için basma yönünde oluşan radyal gerilmeler basınca maruz kalan iç cidarda en yüksek değerde olup etkileşimsiz dış cidarda sıfır değerine inmektedir. Yer değiştirme dağılımında olduğu gibi daha yüksek geçirgenliğe sahip ikinci malzeme çifti, radyal gerilmelerin de nispeten düşük değerlerde oluşmasını sağlamaktadır. Eksi manyetik geçirgenlik katsayısı radyal gerilmeleri de düşük değerlerde tutmakla birlikte etkisi yer değiştirmelerde olduğu kadar belirleyici değildir. Özellikle küresel geometrilerin geçirgenlik katsayısının değişiminden önemli ölçüde etkilenmediği gözlenmektedir.

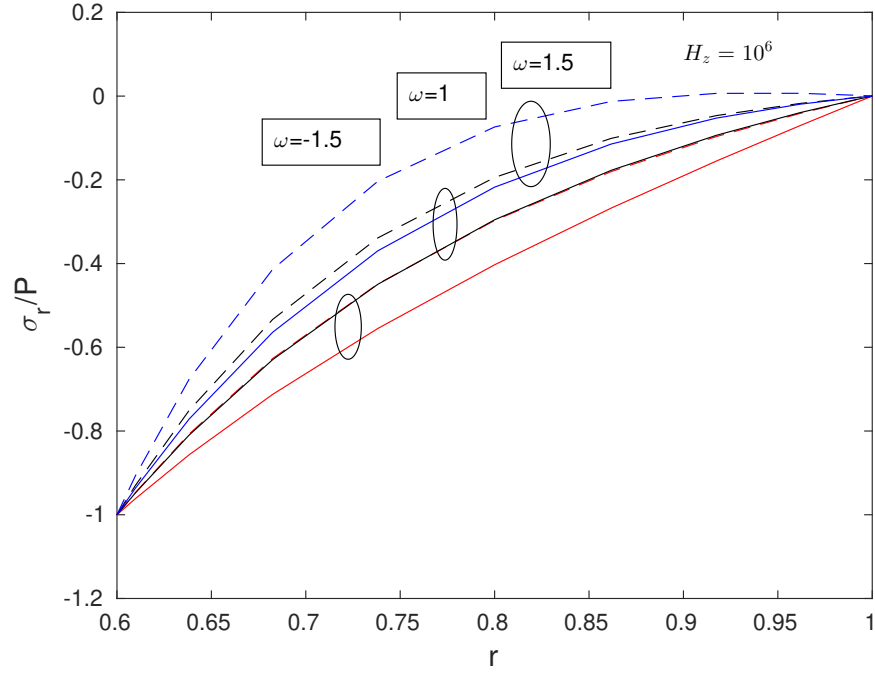


(a) Silindirik yüzey.

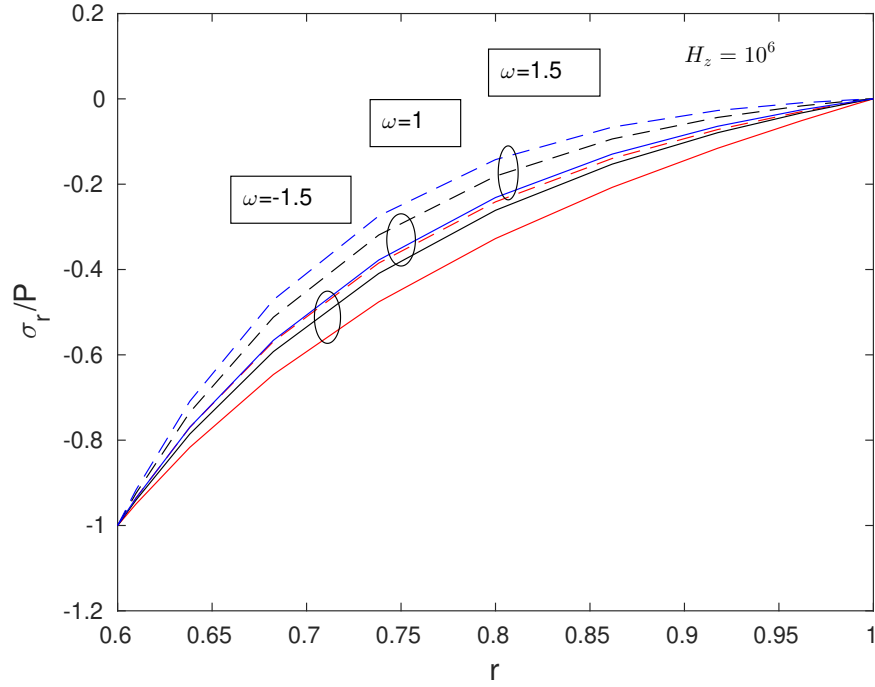


(b) Küresel yüzey.

Şekil 4.5 Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin yer değiştirme üzerine etkisi

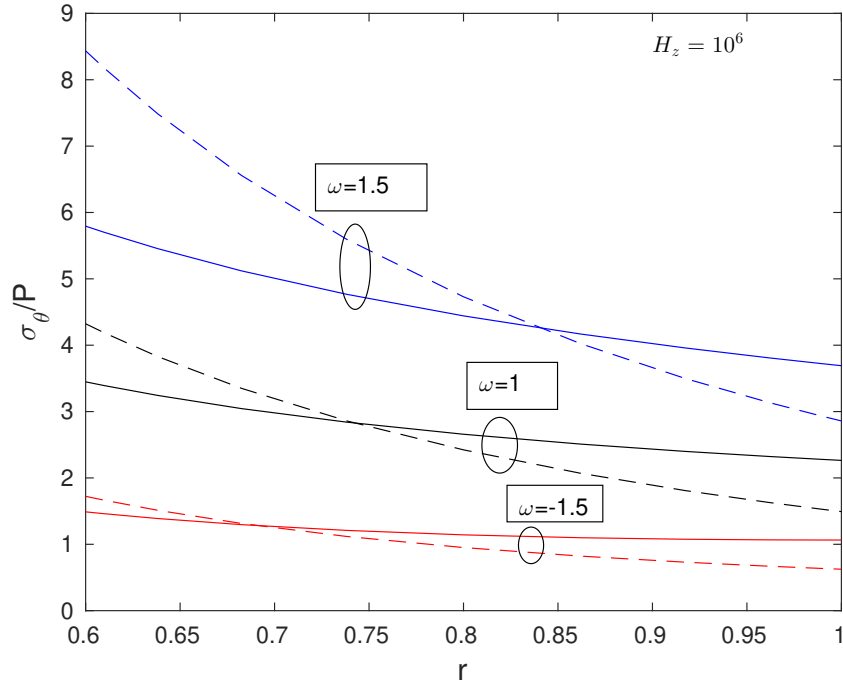


(a) Silindirik yüzey.

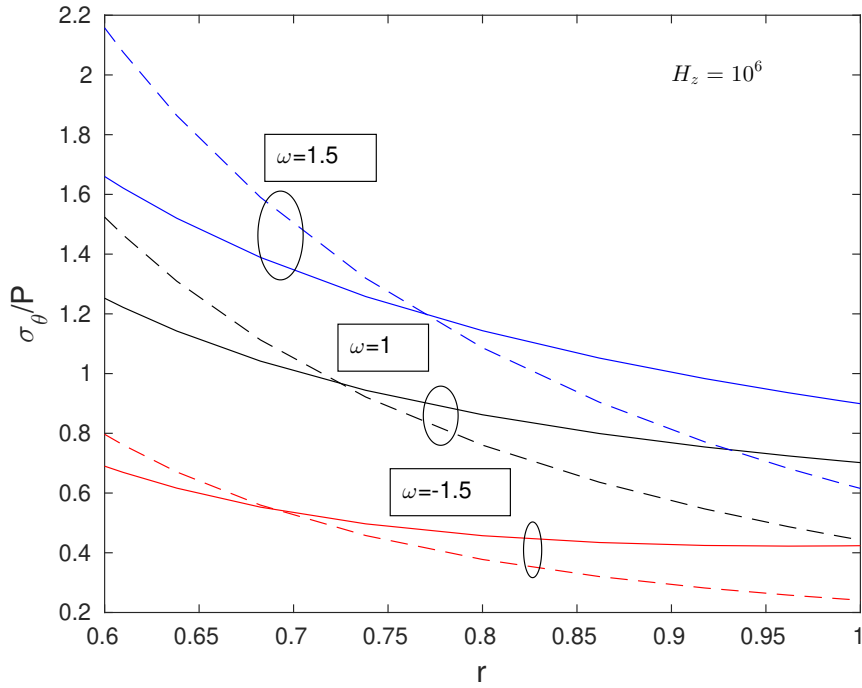


(b) Küresel yüzey.

Şekil 4.6 Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin radyal gerilme üzerine etkisi



(a) Silindirik yüzey.



(b) Küresel yüzey.

Şekil 4.7 Birinci (düz çizgi) ve ikinci malzeme (kesikli çizgi) için düzgün manyetik alan etkisinde, fonksiyonel derecelendirilmiş silindirik ve küresel geometride manyetik geçirgenliğin teğetsel gerilme üzerine etkisi

Şekil 4.7’de malzeme çiftlerinin maruz kaldığı teğetsel gerilmeler, iç basınçla normalleştirilmiş şekilde sunulmuştur. İç cidardan dış cidara doğru ikinci malzeme çiftinde cidar boyunca teğetsel gerilme değişim miktarının daha yüksek olduğu görülmektedir. Örneğin ikinci malzeme çiftinde $\omega = 1.5$ için silindir geometride iç cidar ile dış cidar arasındaki teğetsel gerilme büyüklük oranı iki katın üzerinde iken birinci malzeme çiftinde bu fark 1.5 kattan daha düşüktür. Bu durum malzeme çiftlerinin elastik modülü değerlerinin büyüklükleri ile orantılı olarak ortaya çıkmaktadır. Gerilme dağılımlarına bakıldığında radyal gerilmenin aksine geçirgenlik katsayısının teğetsel gerilmenin kontrolünde daha etkili olduğu sonucuna ulaşılabilir. Cidar boyunca teğetsel gerilme dağılımını mümkün olan en düşük değerde ve sabite yakın tutabilmek için her iki geometride de eksi geçirgenlik katsayısı ile birinci malzeme çiftinin tercih edilmesi daha uygun bir tasarım olacaktır.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, homojen manyetik alan etkisi altında iç basınca maruz bırakılmış fonksiyonel olarak derecelendirilmiş kalın cidarlı silindirik ve küresel kapların yer değiştirme ve gerilme analizi sayısal olarak ele alınmıştır. Elastik modülü, Poisson oranı ve manyetik geçirgenliğin radyal yönünde üstel olarak derecelendirildiği varsayılmıştır. İki farklı seramik ve metal karışımından oluşan malzeme kullanılmıştır. Bu koşullar altında analitik olarak çözülemeyen bir doğrusal sınır değer problemi elde edilmiştir. Bu sınır değer probleminin çözümü, sınır değer problemini başlangıç değer problem sistemine dönüştürerek çözülmesini sağlayan bir yaklaşım olan Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ve diferansiyel matris yaklaşımına dayanan Pseudospectral Chebyshev Yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Literatürde malzeme özelliklerinin kuvvet kuralına göre değiştiği durum için var olan analitik çözüm, yöntemlerin doğruluğunu göstermek için kullanılmıştır. Karşılaştırmada, Pseudospectral Chebyshev Yöntemi (PCY) ile elde edilen sonuçların Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi ile elde edilen sonuçlara göre analitik çözümle daha iyi bir uyum içerisinde olduğu ve 11 kolokasyon noktasında en az altı haneli hassasiyete sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu sebepten dolayı çalışmanın karşılaştırmadan sonra yapılacak olan tüm analizleri 11 kolokasyon noktası kullanılarak PCY ile yapılmıştır.

Manyetik alanın olmadığı durum için iki farklı seramik-metal karışımından oluşan malzemelerin yer değiştirme ve gerilmeler üzerine olan etkisi incelenmiştir. Malzemenin uygun seçilmesi ile yer değiştirme ve gerilme değerlerinin düşürülebildiği gösterilmiştir.

Manyetik alanın olduğu durumda, öncelikle sistemde var olan iç basınç altında sisteme etki edebilecek minimum manyetik alan şiddeti belirlenmiş, daha sonra bu manyetik alan şiddeti kullanılarak farklı manyetik geçirgenlik değerleri için yer değiştirme ve gerilme değerleri şekilsel olarak iki malzeme içi aynı anda incelenmiştir. Manyetik alan ve geçirgenliğin yer değiştirme ve gerilmeler üzerine olan etkisi tartışılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Yamanouchi, M., Koizumi, M., Hirai, T. and Shiota, I., Vibration of three-layered FGM cylindrical shells with middle layer of isotropic material for various boundary conditions, Proceedings of the 1st International Symposium on Functionally Gradient Materials, 8-9 October, Sendai, 1990.
- [2] Koizumi, M., The Concept of FGM, Ceramic transactions, Functionally gradient materials, 34, 3–10, 1993.
- [3] Horgan, C.O., Chan, A.M., The pressurized hollow cylinder or disk problem for functionally graded isotropic linearly elastic materials, Journal of Elasticity, 55, 43–59, 1999.
- [4] Tutuncu, N., Ozturk, M., Exact solutions for stresses in functionally graded pressure vessels, Composites: Part B, 32, 683–686, 2001.
- [5] You, L.H., Zhang, J.J., You, X.Y., Elastic analysis of internally pressurized thick-walled spherical pressure vessels of functionally graded materials, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 82, 347–354, 2005.
- [6] Dai, H.L., Fu, Y.M., Dong, Z.M., Exact solutions for functionally graded pressure vessels in a uniform magnetic field, International Journal of Solids and Structures, 43, 5570–5580, 2006.
- [7] Tutuncu, N., Stresses in thick-walled FGM cylinders with exponentially-varying properties, Engineering Structures, 29, 2032–2035, 2007.
- [8] You, L.H., Ou, H., Zheng, Z.Y., Creep deformations and stresses in thick-walled cylindrical vessels of functionally graded materials subjected to internal pressure, Composite Structures, 78, 285–291, 2007.
- [9] Chen, Y.Z., Lin, X.Y., Elastic analysis for thick cylinders and spherical pressure vessels made of functionally graded materials, Computational Materials Science, 44, 581–587, 2008.
- [10] Akis, T., Elastoplastic analysis of functionally graded spherical pressure vessels, Computational Materials Science, 46, 545–554, 2009.
- [11] Haghpanah Jahromi, B., Farrahi, G.H., Maleki, M., Nayeb-Hashemi, H., Vaziri, A., Residual stresses in autofrettaged vessel made of functionally graded material, Engineering Structures, 31, 2930–2935, 2009.

- [12] Maleki, M., Farrahi, G.H., Haghpanah Jahromi, B., Hosseini, E., Residual stress analysis of autofrettaged thick-walled spherical pressure vessel, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 87, 396–401, 2010.
- [13] Dai, H.L., Xiao, X., Fu, Y.M., Analytical solutions of stresses in functionally graded piezoelectric hollow structures, *Solid State Communications*, 150, 763–767, 2010.
- [14] Peng, X.L., Li, X.F., Thermoelastic analysis of a cylindrical vessel of functionally graded materials, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 87, 203–210, 2010.
- [15] Zamani Nejad, M., Hosein Rahimi, G., Elastic analysis of FGM rotating cylindrical pressure vessels, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 33(4), 525–530, 2010.
- [16] Carrera, E., Soave, M., Use of functionally graded material layers in a two-layered pressure vessel, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 133, 1–11, 2011.
- [17] Sadeghian, M., Toussi, H.E., Axisymmetric yielding of functionally graded spherical vessel under thermomechanical loading, *Computational Materials Science*, 50, 975–98, 2011.
- [18] Bayat, M., Rahimi, M., Saleem, M., Mohazzab, A.H., Wudtke, I., Talebi, H., One-dimensional analysis for magneto-thermo-mechanical response in a functionally graded annular variable-thickness rotating disk, *Applied Mathematical Modelling*, 38, 4625–4639, 2014.
- [19] Anani, Y., Rahimi, G.H., Stress analysis of thick pressure vessel composed of functionally graded incompressible hyperelastic materials, *International Journal of Mechanical Sciences*, 104, 1–7, 2015.
- [20] Wang, Z.W., Zhang, Q., Xia, L.Z., Wu, J.T., Liu, P.Q., Stress analysis and parameter optimization of FGM pressure vessel subjected to thermo-mechanical loadings, *Procedia Engineering*, 130, 374–389, 2015.
- [21] Jabbari, M., Zamani Nejad, M., Ghannad, M., Thermo-elastic analysis of axially functionally graded rotating thick cylindrical pressure vessels with variable thickness under mechanical loading, *International Journal of Engineering Science*, 96, 1–18, 2015.

- [22] Mazarei, Z., Nejad, M.Z., Thermo-Elasto-Plastic analysis of thick-walled spherical pressure vessels made of functionally graded materials, *International Journal of Applied Mechanics*, 8(4), 25, 2016.
- [23] Wang, Z.W., zhang, Q., Xia, L.Z., Wu, J.T., Liu, P.Q., Thermomechanical analysis of pressure vessels with functionally graded material coating, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 138, 1–10, 2016.
- [24] Arslan, E., Tabakalı ve fonksiyonel olarak kademelendirilmiş küresel basınç kapları üzerine analiz, *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 23(1), 24–35, 2017.
- [25] Almasi, A., Baghani, M., Moallemi, A., Thermomechanical analysis of hyperelastic thick-walled cylindrical pressure vessels, analytical solutions and FEM, *International Journal of Mechanical Sciences*, 130, 426–436, 2017.
- [26] Gharibi, M., Zamani Nejad, M., Hadi, A., Elastic analysis of functionally graded rotating thick cylindrical pressure vessels with exponentially-varying properties using power series method of Frobenius, *jcamech*, 48(1), 89–98, 2017.
- [27] Agarwal, R.P., On the method of complementary functions for nonlinear boundary-value problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 36(1), 139–144, 1982.
- [28] Aktas, Z., *Numerical Solutions of Two-Point Boundary Value Problems*, Ankara Turkey: METU, Department of Computer Engineering, 1972.
- [29] Roberts, S.M., Shipman, J.S., Fundamental matrix and two-point boundary-value problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, 28(1), 77–78, 1979.
- [30] Tutuncu, N., Temel, B., A novel approach to stress analysis of pressurized FGM cylinders, disks and spheres, *Composite Structures*, 91(3), 385–390, 2009.
- [31] Tutuncu, N., Temel, B., An efficient unified method for thermoelastic analysis of functionally graded rotating disks of variable thickness, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 30(1), 38–46, 2013.
- [32] Gottlieb, D., The Stability of Pseudospectral-Chebyshev Methods, *Mathematics of Computation*, 36(153), 107–118, 1981.
- [33] Fornberg, B., *A Practical Guide to Pseudospectral Methods*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

- [34] Trefethen, L.N., Spectral Methods in Matlab, SIAM, Philadelphia, PA, 2000.
- [35] Bazan, F.S.V., Chebyshev pseudospectral method for computing numerical solution of convection-diffusion equation, Applied Mathematics and Computation, 537–546, 2008.
- [36] Kraus, J.D., Electromagnetic, McGraw-Hill, Inc., USA, 1984.
- [37] Dai, H.L., Wang, X., Dynamic responses of piezoelectric hollow cylinders in an axial magnetic field, International Journal of Solids and Structures, 41, 5231–5246, 2004.
- [38] Aktas, Z., Numerical solutions of two-point boundary value problems, Ankara Turkey: METU, Department of Computer Engineering, 1972.
- [39] Yazgan, E., Turgut, G., Uygulamalı Elektromanyetiğin Temelleri, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara, 2013.

ÖZGEÇMİŞ

1. **Adı Soyadı** : Anwr TEMO
2. **Doğum Tarihi** : 20.03.1991
3. **Ünvanı** : Matematik Öğretmeni
4. **Öğrenim Durumu** :

Derece	Alan	Üniversite	Yıl
Lisans	Matematik	Teşrin Üniversitesi	2010/2014

5. **İş Tecrübesi:**

Görev Ünvanı	Görev Yeri	Yıl
Matematik öğretmeni	Lazkiye/Suriye	2014
Tercüman	Göçman sağlık merkezi/ HATAY	2018/2019

EK.1.

Manyetik alan etkisindeki silindirik kap için yer değiştirme denklemi aşağıdaki şekilde elde edilmişti:

$$u'' + Q_c(r)u' + R_c(r)u = 0 \quad (1.1)$$

Bu silindirik kap için denkleminin lineer katsayıları açık olarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$Q_c(r) = \frac{\beta E(r)(1 - \nu(r))\nu_1(r) + 2\gamma^2 E \nu(r)^2(2 - \nu(r)) + H_z^2 \mu(r)\omega \nu_1(r)^2}{E(r)(1 - \nu(r))\nu_1(r) + H_z^2 \mu(r)\nu_1(r)^2} + \frac{1}{r} \quad (1.2a)$$

$$R_c(r) = \frac{1}{r} \frac{(\beta + \gamma)E(r)\nu(r)\nu_1(r) + \gamma E(r)\nu(r)^2(1 + 4\nu(r)) + H_z^2 \mu(r)\omega \nu_1(r)^2}{E(1 - \nu(r))\nu_1(r) + H_z^2 \mu(r)\nu_1(r)^2} - \frac{1}{r^2} \quad (1.2b)$$

Manyetik alan etkisindeki küresel kap için yer değiştirme denklemi aşağıdaki şekilde elde edilmişti:

$$u'' + Q_s(r)u' + R_s(r)u = 0 \quad (1.3)$$

Bu küresel kap için denkleminin lineer katsayıları açık olarak aşağıdaki şekilde elde edilmiştir:

$$Q_s(r) = \frac{\beta E(1 - 2\nu)\nu_1 + 2\gamma^2 E \nu^2(2 - \nu) + H_\phi^2 \mu \omega \nu_1^2}{E(1 - \nu)\nu_1 + H_\phi^2 \mu \nu_1^2} + \frac{2}{r} \quad (1.4a)$$

$$R_s(r) = \frac{2}{r} \frac{(\beta + \gamma)E \nu \nu_1 + \gamma E \nu^2(1 + 4\nu) + H_\phi^2 \mu \omega \nu_1^2}{E(1 - \nu)\nu_1 + H_\phi^2 \mu \nu_1^2} - \frac{2}{r^2} \quad (1.4b)$$

Burada,

$$\nu_1(r) = (1 + \nu(r))(1 - 2\nu(r)) \quad (1.5)$$

şeklinde tanımlanmıştır.



OSMANIYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS/DOKTORA TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

OSMANIYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞI'NA

Tarih: 03/09/2019

Tez Başlığı / Konusu: **MANYETİK ALAN ETKİSİ ALTINDA FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KAPLARIN STRES ANALİZİ**

Yukarıda başlığı/konusu belirlenen tez çalışmamın a) Kapak sayfası, b) Özet ve Abstract, c) Giriş, d) Ana bölümler ve e) Sonuç, f) Kaynakça kısımlarından oluşan toplam 46 sayfalık kısmına ilişkin, 03/09/2019 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından Turnitin adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtreleme tiplerinden biri uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı % 9 'dur.

Filtreleme Tip 1 (maksimum %30)

1- Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
2- Kaynakça hariç,
3- Alıntılar dahil,
4- 5 kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Filtreleme Tip 2 (maksimum %10)

1- Kabul/Onay ve Bildirim sayfaları hariç,
2- Kaynakça hariç,
3- Alıntılar hariç,
4- 5 Kelimedenden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç.

Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Çalışması Orjinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Uygulama Esasları'nı inceledim ve bu Uygulama Esasları'nda belirtilen azami benzerlik oranlarına göre tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Gereğini saygılarımla arz ederim.

Adı Soyadı: Anwr TEMO
Öğrenci No: 1711109501
Anabilim Dalı: Matematik
Programı: Matematik
Statüsü: Y.Lisans Doktora

Tarih ve İmza

03.09.2019

DANIŞMAN ONAYI

UYGUNDUR.

Dr. Öğr. Üyesi Durmuş YARIMPABUÇ

(Unvan, Ad Soyad, İmza)

RAPORU DÜZENLEYEN

Arş. Gör. Esra Zeynep ŞENSOY

(Unvan, Ad Soyad, İmza)