

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKSANTRİK KATMANLI VE KOMŞU DİELEKTRİK
DAİRESEL SİLİNDİRLERDEN DALGA SAÇILMASI

SEVDA VATANSEVER
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE
2013

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EKSANTRİK KATMANLI VE KOMŞU
DİELEKTRİK DAİRESEL
SİLİNDİRLERDEN DALGA SAÇILMASI

SEVDA VATANSEVER
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
DR. FATİH DİKMEN

GEBZE
2013



**GEBZE YÜKSEK
TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
.....17/06/2013..... tarih ve 2013.../...32... sayılı kararıyla oluşturulan
jüri tarafından 27.../08.../2013 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Sevdâ
VATANSEVER'in tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Dr. Fatih DİKMEN

ÜYE

: Prof. Dr. A. Arif ERGİN

ÜYE

: Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR

ONAY

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
..... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu çalışmada çok katmanlı eksantrik homojen dairesel silindirlere monokromatik elektromanyetik dalga saçılmasının bilinen analitik formülasyonunun regülerizasyonu incelenmiştir. Bu formülasyonun regülerizasyonunun gerekli olduğu görülmüştür. Ele alınan problem integral formülasyonunu ve daha önce iki mükemmel iletken dairesel silindirden saçılma için yapılan sonucun genişletilmesini temel almaktadır. Çalışmalar silindirlere paralel eksenler boyunca gerçekleştirilmiştir. Böylece iki boyutlu bir problem incelenmiş ve çalışmalar her iki polarizasyon için geçerli olmuştur. Sonuçta oluşan cebirsel sistem $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}, \mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ şeklinde ikinci tür bir lineer denklem sistemidir. Burada $\mathbf{I}$ l_2 uzayında birim operatör ve $\mathbf{K}$ l_2 uzayında kompakt bir operatördür. Bu tür bir saçılma probleminin çeşitli geometrik ve elektrik parametrelerini içeren uzak ve yakın alanlar için elde edilen sonuçlar anılan teknik ile doğrulanmıştır. Regülerize ve regülerize olmayan sistemlerin matris ters alma duyarlılığını içeren sayısal sonuçlar, sadece regülerize sistemin yüksek frekanslar için sayısal olarak kararlı sonuçlar verdiğini ve çözümün fiziksel güvenilirliğini içeren büyük cebirsel sistemin boyutunu göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Dalga Saçılması; Regülerizasyon; İkinci Tür Lineer Denklem Sistemi (LCDS2).

SUMMARY

The regularization of the well-known analytical formulation of the monochromatic electromagnetic wave scattering by a few eccentrically multilayered homogenous circular cylinders is presented. It is found out that a regularization of this formulation is absolutely necessary. The regularization is based on the integral formulation to the mentioned problem and extension of the work done for scattering from two perfectly conducting circular cylinders. The illumination is performed parallel to the longitudinal axes of the cylinders, thus a two dimensional problem is under consideration and for both polarizations. Resulting algebraic system is of the second kind i.e. $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}, \mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ where $\mathbf{I}$ is the identity operator and $\mathbf{K}$ is a compact operator in l_2 . The technique is validated by existing results such as near and far fields obtained under various geometrical and electrical parameters of this kind of scattering problem. Numerical results including the condition numbers of the regularized and non-regularized systems show that only regularized system gives numerically stable results for high frequencies and big algebraic system sizes with ensuring the physical reliability of the solution.

Keywords: Wave Scattering; Regularization; Linear Algebraic Equation System of Second Kind (LAES2).

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının danışmanlığını yürüten, benden hiçbir zaman yardımını ve bilgisini esirgemeyen değerli hocam Dr. Fatih DİKMEN'e,

Çalışmam süresince bana destek olan Okyanus TULGAR'a, Emrah SEVER'e ve tüm mesai arkadaşlarıma,

Bana her zaman destek olan ve hiçbir fedakârlıktan kaçınmayan kıymetli aileme ve Tuğrul GEDİKLİ'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği	3
2. PROBLEMLERİN FORMÜLASYONLARI	12
2.1. İki Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma	12
2.2. İki Komşu Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma	15
2.3. Üç-Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma	17
2.4. Dört-Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma	18
2.5. Ana Silindir İçinde İki Komşu Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindir Bulunan Geometriden Saçılma	20
2.6. Tezin Konusunu Oluşturan Geometriden Saçılma	21
3. SAYISAL SONUÇLAR	25
3.1. Bilinen Bazı Sonuçlar ile Karşılaştırma	25
3.2. Diğer Sonuçlar	34
4. SONUÇLAR ve YORUMLAR	39
KAYNAKLAR	40
ÖZGEÇMİŞ	43
EKLER	44

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler ve Açıklamalar

Kısaltmalar

ϵ	: Dielektrik Geçirgenlik Sabiti
μ	: Manyetik Geçirgenlik Sabiti
E	: Elektrik Alan Vektörü
H	: Manyetik Alan Vektörü
DS	: Dairesel Sınır
EDS	: Eksantrik Dairesel Silindirler
İF	: İntegral Formülasyonu
LCDS1	: 1.Tür Lineer Cebirsel Denklem Sistemi
LCDS2	: 2.Tür Lineer Cebirsel Denklem Sistemi
MAD	: Matris Ters Alma Duyarlılığı
SA	: Seri Açılım
TE	: Transverse Electric(Dik Elektrik)
TM	: Transverse Magnetic(Dik Manyetik)

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
1.1: Kesikli çizgiler ile gösterilen sınır ($m = 0$) sonsuzun hayali sınırını göstermektedir, a)İki katmanlı silindir, b)İki komşu silindir.	3
2.1: İki katmanlı dielektrik dairesel silindir için geometri.	11
2.2: İki komşu eksantrik dielektrik dairesel silindir için geometri.	14
2.3: Üç katmanlı dielektrik dairesel silindir için geometri.	17
2.4: Dört katmanlı dielektrik silindir için geometri.	18
2.5: Ana silindir içinde iki farklı eksantrik dairesel silindir bulunan geometriden saçılma için şekil.	20
2.6: Tez konusunu oluşturan geometri.	21
3.1: İleri monostatik Radar Kesit Alanları (RKA) ile karşılaştırma grafikleri, $\theta = 0$, $k_0b = 4$, $k_0a = 2$, $\varepsilon_{r1} = 2$, $\varepsilon_{r2} = 4$.	24
3.2: Geri monostatik RKA ile karşılaştırma grafikleri, $\theta = 0$, $k_0b = 4$, $k_0a = 2$, $\varepsilon_{r1} = 2$, $\varepsilon_{r2} = 4$.	25
3.3: İki katmanlı geometri için çözölen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.	26
3.4: TM ve TE modları için geri monostatik RKA ile karşılaştırma grafikleri, $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $\varepsilon_{r1} = 4.0$, $\varepsilon_{r2} = 3.0$, $\varepsilon_{r3} = 2.0$, $O_1 = (0,0)$, $O_2 = (0.2\lambda_0,0)$, $O_3 = (0.4\lambda_0,0)$.	26
3.5: TM ve TE modları için monostatik geri RKA ile karşılaştırma grafikleri, a) TM mod grafiğı b) TE mod grafiğı, $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $\varepsilon_{r1} = 4.0$, $\varepsilon_{r2} = 3.0$, $\varepsilon_{r3} = 2.0$, $O_1 = (0,0)$, $O_2 = (0.2\lambda_0,0)$, $O_3 = (0.4\lambda_0,0)$.	27
3.6: Üç katmanlı geometri için çözölen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.	28
3.7: TM ve TE modları için monostatik geri RKA ile karşılaştırma grafikleri, $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $r_4 = 0.4\lambda_0$, $\varepsilon_{r1} = 4.0$, $\varepsilon_{r2} = 1.0$, $\varepsilon_{r3} = 4.0$, $O_1, O_2 = (0,0)$, $O_3, O_4 = (0.2\lambda_0,0)$.	28
3.8: Geri monostatik RKA grafikleri a) TM mod grafiğı b) TE mod grafiğı, $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $r_4 = 0.4\lambda_0$, $\varepsilon_{r1} = 4.0$, $\varepsilon_{r2} = 1.0$, $\varepsilon_{r3} = 4.0$, $O_1, O_2 = (0,0)$, $O_3, O_4 = (0.2\lambda_0,0)$.	29

3.9:	Dört katmanlı geometri için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.	30
3.10:	TM modu için $k_0\sigma_b$ ile geri RKA ve $k_0\sigma_f$ ile ileri RKA grafiği, $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$.	30
3.11:	TM modu için ileri ve geri RKA grafikleri, a) İleri RKA grafiği, b) Geri RKA grafiği, $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0a_3 = 2.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$.	31
3.12:	TE modu için $k_0\sigma_b$ ile geri RKA ve $k_0\sigma_f$ ile ileri RKA grafiği, $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0a_3 = 2.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$.	32
3.13:	TE modu için ileri ve geri RKA grafikleri. a) İleri RKA grafiği, b) Geri RKA grafiği, $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0a_3 = 2.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$.	33
3.14:	TM modda iki komşu dielektrik silindir için ileri RKA grafiği.	34
3.15:	TM modda iki komşu dielektrik silindir için geri RKA grafiği.	34
3.16:	İki komşu geometri için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.	35
3.17:	TM mod ile tez konusunu oluşturan geometri için ileri RKA grafiği, $k_0a = 2.5$, $k_0b = 0.5$, $k_0c = 0.5$, $k_0d = 2.5$, $k_0d_{12} = 1.0$, $k_0d_{13} = 1.5$, $k_0d_{23} = 2.5$, $k_0d_{14} = 5.5$, $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 16$, $\varepsilon_{r3} = 16$, $\varepsilon_{r4} = 4$.	36
3.18:	TM mod ile tez konusunu oluşturan geometri için geri RKA grafiği, $k_0a = 2.5$, $k_0b = 0.5$, $k_0c = 0.5$, $k_0d = 2.5$, $k_0d_{12} = 1.0$, $k_0d_{13} = 1.5$, $k_0d_{23} = 2.5$, $k_0d_{14} = 5.5$, $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 16$, $\varepsilon_{r3} = 16$, $\varepsilon_{r4} = 4$.	36
3.19:	Tez geometrisi için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.	37

1. GİRİŞ

Elektromanyetik alanında doğrudan sayısal çözücülerin (örneğin; momentler yöntemini temel alanlar gibi) rağbet görmesinin sebebi büyük ölçüde, neredeyse her mühendislik probleminin çözülebildiği yeni bir dönemdeki hesaplama becerileridir. Bu algı mantıklıdır, çünkü son dönemdeki literatürde mühendislik elektromanyetiğinin modellenmesiyle ilgili problemlere sayısal olarak oldukça güçlü bir şekilde yaklaşmıştır. Bu tür çözümler kurulması ile ilgili kaygılardaki değişikliklerin son 50 yılda analitik formülasyonların bilgisayarda etkin bir şekilde uygulanmasından kaynaklanan bir evrimle başladığı görülmektedir [1], [2], [3]. Ayrıca doğrudan sayısal çözücülerini temel alan bu tür modern yazılımların geliştiricisi veya kullanıcısı olmayla ilgili temel notasyonlar, analitik formülasyonların perspektifinden başlayarak elektromanyetik olayın anlaşılmasını gerektirmektedir [4]. Dahası; sadece nanoteknoloji, metamateriyal bilimi ve fotonik gibi yeni alanlardaki uygulamaların ortaya çıkması değil, aynı zamanda dalgaların kılavuzlanması, biyoelektromanyetik, manyetik, akustik ve enerji iletim hatlarının tasarımındaki uygulamalar da [5]-[22] hâlen önemli problemlerin analitik olarak modellenmesini gerektirmektedir. Bütün bunlar dikkate alındığında, analitik bir modelin sayısal olarak uygulanmasındaki herhangi bir zorluğun azaltılması, ilgili alanlar için maksimum düzeyde önem taşımaktadır.

Yayın [2]'de, inhomojen ortamlarla ilgili kırınım problemlerinin araştırılması için gereken hesaplama yönelik çabalarda süreci hızlandıracak her türlü tekniğin olumlu karşılanacağı öngörülmüştür. Bu çağrı yanıt bulmuş ve hesaplama gücü son on yıl içerisinde, bu tezde de ele alınan inhomojen ortam probleminin karmaşıklığı için daha o zamanlar [6]'de sayısal sonuçların elde edildiği bir seviyeye ulaşmıştır. Tipik olarak söz konusu teknikte Green'in formülü temel alınmakta ve birinci türden ilgili sınır integral/integral-diferansiyel denklemleri elde edilmektedir [3]. Bu tür denklemler söz konusu olduğunda, modern bilgisayarların müthiş bellek ve işlemci kaynaklarına rağmen doğrudan sayısal yöntemlerin çözümlerini stabilize etme anlamında çok kritik olan bir gerçek söz konusudur: Enerji dengesi ve sınır koşullarının karşılanmasıyla ilgili kriterler ikincil derecede önemlidir [3] ve [6]'da sağlanan çözümün güvenilirliğiyle ilgili kontroller ve diğer birçoğu da bu kategoriye girer. Çünkü [3], [24]'te ele alındığı gibi, yuvarlama hatalarının olmadığı güvenilir ve

stabil bir çözüm elde etmenin tek pratik yolu, yuvarlanmış cebirsel sistemin matris ters alma duyarlılığının kelime uzunluğuna (diğer bir deyişle standart PC için 53 bit veya 16 ondalık rakam) ulaşmaması (tercihen) veya bu değeri aşmamasıdır (yani anlamlı rakamlar elde edilmez). Bu gerçek, [1] ve [3]'te kullanılan yaklaşımlarda doğrudan ve [2]'de dolaylı olarak dikkate alınmıştır. Bu nedenle bu çalışmada hedef, herhangi biri diğerini içerebilen Şekil 1.1.a) ve benzer bir konfigürasyona komşu olabilen Şekil 1.1.b) dielektrik silindirlerin kesişmeyen dairesel sınırlarının oluşturduğu bir birleşimden saçılmaya ilişkin iyi durumda bir formülasyon sunmaktır.

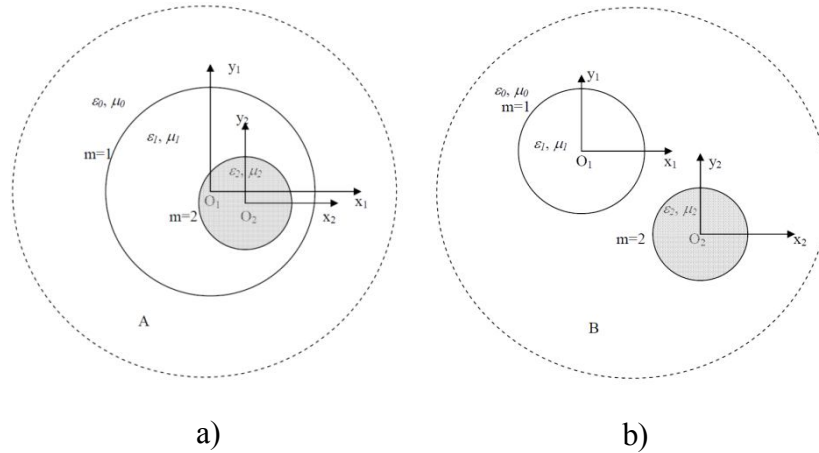
Şekil 1.1.a) ve Şekil 1.1.b)'deki temel problemlerin çözüm prosedürü burada sunulmuştur. Eksantrik olarak (eş eksenli olmayan şekilde) çok katmanlı şekilde düzenlenmiş keyfi sayıdaki dielektrik silindirler için sunulan tekniğin genellenmesi görünüşte kolaydır ve sayısal sonuçlar başlığında örneklerle gösterilmiştir. Formülasyonda, gerektiğinde [2] incelemesine atıfta bulunulacaktır. [3]'te ele alınan avantajlara sahip iyi durumdaki sistemin tarifi, [1]'in ölçekleme tekniği ile verilecektir. [1]'deki regülerleştirme, komşu iki mükemmel iletken dairesel silindir için önerilmiştir. Bu yaklaşımın eksantrik olarak katmanlı ve komşu iki dielektrik silindiri içeren durumla ilgili sıra dışı açılımı bu yayında uygulanmıştır. Aşağıda, önerilen yaklaşımın faydalı olabileceği uygulamaların kısa bir incelemesini bulacaksınız.

Yayın [5] çok katmanlı olarak düzenlenmiş eksantrik dairesel silindirlerle ilgilidir ve doğrudan mod eşleştirme olarak anılacaktır ve [2]'deki seri açılımlara (SA) uygundur. [2]'deki endirekt mod eşleştirme yaklaşımıyla birlikte [6]'daki integral formülasyonun (İF) kapsamında geliştirilmiştir. İF, bu çalışmada ve aşağıda atıfta bulunulan bazı tezlerde kullanılmıştır. Örneğin çoklu engellerden [4] saçılmayı ayrıntılandıran T matris yaklaşımı, [7] ve [8]'de alanların analitik temsili ve bunların dairesel silindirik koordinatlarda etkileşimi kullanılarak dairesel silindirik saçılmayla kısıtlanmıştır. [9]'da, [2]'de de incelenen durum değişkeni formülasyonu, kesin olarak birleştirilmiş dalga analizi için kullanılmış ve [5]'in birkaç durumunda karşılaştırma yapılmıştır. Akustik saçılmada, dikkate alınan problem de ilgi görmüş [10] ve elde edilen çözümlerin doğruluğuyla ilgili hesaplama yönelik sınırlamalar son dönemde eş eksenli (concentric) çok katmanlı durumlarda bile rapor edilmiştir [11]. [2]'deki temeller, çoklu iletkenli dairesel silindirik dalga kılavuzlarının [12], [13] modlarını belirlemeyle ilgili çalışmalarda bir temel yapı oluşturmuştur.

Metamateryaller ve boşluk-plazmon dalga kılavuzlarındaki uygulamalar ve teknikler [14], [16]'da ele alınmıştır. [17], [19]'dan anlaşıldığı üzere, bu tezde ele alınan inhomojen dielektrik ortamların düzgün şekilde modellenmesi mükemmel iletken (PEC) yuvalı dairesel silindir konfigürasyonlarına yönelik daha karmaşık yaklaşımlar için esneklik sağlayabilir. Çeşitli anten uygulamaları örneğin, [20] ve elektriksel olarak iletken sonlu ortamlar [21], [22] bobin sargılı boruların ve üç damarlı ekranlanmış denizaltı kablolarının modelleri için eksantrik dairesel modelleme ihtiyaçları karşılanabilir.

1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği

Yayın [5]'te olduğu gibi SA kullanımı, çözümü tek olarak elde etmek üzere, çevreleyen dairenin merkezinin çevrelenen dairenin içine yerleştirilmesini gerektirdiği için sınırlıdır [2]. Diğer taraftan İF, SA'ın bahsedilen dezavantajı olmaksızın daha esnek bir seçenek sağlar. Helmholtz denkleminin dışa doğru hareket eden dalga çözümlerini, belirli bir bölgede, SA'da neden olduğu gibi hareketi sonlanandan ziyade [2] ve [6] yerine, harekete başladığı dairesel sınırın kutupsal koordinat sisteminde [2], [5], [7] şeklinde temsil etmek yeterlidir. Sonuç olarak, kesişmeyen fakat keyfi olarak yerleştirilen aynı türden çoklu dairesel katmanlar içeren ve eksantrik olarak katmanlar şeklinde düzenlenen dairesel silindirik bölgeler için çözümü tek olarak bulmak olanaklı hale gelir [2].



Şekil 1.1: Kesikli çizgiler ile gösterilen sınır ($m=0$) sonsuzun hayali sınırını göstermektedir, a)İki katmanlı silindir, b)İki komşu silindir.

Bu türden en karmaşık konfigürasyon bile Şekil 1.1.a) ve Şekil 1.1.b)'de gösterilen iki duruma indirgenerek analiz edilebilir. Özellikle Şekil 1.1.a) ve Şekil 1.1.b)'deki konfigürasyonlar anlamında nihai lineer cebirsel sistemin ilgili bloklarını oluşturma algoritması aşağıda gösterilmiştir. Tüm formülasyon, TE mod formülasyonu ve çözümü çok benzer bir şekilde gerçekleştirilebildiğinden TM modu için olacaktır.

Şekil 1.1.a) ve Şekil 1.1.b)'de, $\mathbf{O}_m$ noktaları, iki dairesel sınır (DS) ($m=1,2$) için kutupsal koordinat sistemlerinin merkezlerine ait konum vektörlerini temsil eder (ρ_m, φ_m) . Ayrıca sonsuzda $m=0$ olan sanal bir sınırın olduğu da kabul edilmektedir. Tüm DS'lar $x-y$ düzlemini indisi $j=0,1,2$ olan bölgelere böler; burada j , $j=m$ bölgesindeki kapalı katman bölgeleri hariç m indisli DS içindeki bölgeyi etiketler. Tüm ortamların dielektrik sabiti ε_j ve manyetik geçirgenliği μ_j genel olarak karmaşık değerli büyüklüklerdir. Bilindiği üzere tüm manyetik alan bileşenleri E_z aracılığıyla ifade edilebilir. Toplam E_z tüm bölgelerde dışa doğru hareket eden ve duran dalga bileşenlerinden oluşur. İF, DS'ı bu alanlarla, χ sırasıyla " R " ve " T "'ye eşit olmak üzere önceki, m indisli DS'dan yansıtılan, sonraki de m indisli DS üzerinden iletilen bileşen olarak yorumlanabilecek şekilde ilişkilendirir:

$$\begin{aligned}
 E_z(\rho_m, \varphi_m) &= E_z^{(R)}(\rho_m, \varphi_m) + E_z^{(T)}(\rho_m, \varphi_m), m=0,1,2; 0 \infty \text{'da hayali sınır için} \\
 E_z^{(\chi)}(\rho_m, \varphi_m) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \chi_n^{(m)} Z_n^{(\chi)}(k_{(\pm,m)} \rho_m) e^{in\varphi_m}, \\
 k_{(\pm,m)} &= \begin{cases} k_{(+,m)}, & \text{dışarıda } m, \chi=R \\ k_{(-,m)}, & \text{içeride } m, \chi=T \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Metin boyunca monokromatik elektromanyetik dalgaların zaman bağımlılığı $e^{-i\omega t}$ olarak kabul edilmiştir. Burada, $k_{(\pm,m)} = \omega(\varepsilon_{(\pm,m)} \mu_{(\pm,m)})^{1/2}$, ortamın m indisli DS'nın $\pm$ dışa doğru normal yönündeki dalga sayısıdır, $Z_n^{(\chi)}(t)$ $\chi=T$ için Bessel fonksiyonu $J_n(t)$ ve $\chi=R$ için Hankel fonksiyonu $H_n^{(1)}(t)$ 'dur ve $\chi_n^{(m)}$ sınır koşulundan (yani m indisli DS üzerinde E_z ve H_φ teğetsel alanların sürekliliği) bulunacak katsayılarıdır. Gelen alan ve $R_n^{(0)} \equiv 0$ için sadece $T_n^{(0)}$ 'ın bilindiği kabul edilmektedir. Koordinat farkları için kullanılan vektör kutupsal koordinatlarda

$\mathbf{d}_{12} = (d_{12}, \theta_{12}) = \mathbf{O}_2 - \mathbf{O}_1$ olarak tanımlanmıştır. Koaksiyel dairesel silindirik dielektrik katmanların analizinden bilinen sınır koşulları sağlandıktan sonra elde edilen aşağıdaki fonksiyonları dikkate alalım [4]:

$$\begin{aligned} P_n^{(j,l)}(\rho) &= \beta_j H_n^{(l)}(k_l \rho) J_n'(k_j \rho) - \beta_l H_n^{(l)'}(k_l \rho) J_n(k_j \rho), \\ Q_n^{(j,l)}(\rho) &= \beta_j J_n(k_l \rho) J_n'(k_j \rho) - \beta_l J_n'(k_l \rho) J_n(k_j \rho), \\ T_n^{(j,l)}(\rho) &= \beta_j H_n^{(l)}(k_l \rho) H_n^{(l)'}(k_j \rho) - \beta_l H_n^{(l)'}(k_l \rho) H_n^{(l)}(k_j \rho), \\ W_n^{(j)}(\rho) &= -P_n^{(j,j)}(\rho) = 2i\beta_j / \pi k_j \rho, \beta_j = 1 / \eta_j, \eta_j = \sqrt{\mu_j / \varepsilon_j} \\ \begin{bmatrix} F_{n,s}^{12}(\rho) \\ F_{n,s}^{21}(\rho) \end{bmatrix} &= F_s(\rho) Z_{\begin{bmatrix} n-s \\ s-n \end{bmatrix}}^{(\alpha)}(k_\alpha \mathbf{d}_{12}) e^{i(s-n)\theta_{12}}, \begin{pmatrix} n \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.2)$$

İfade (1.2)'deki her fonksiyonun, karşılık gelen DS'in kabul edilen merkeziyle ilişkili Rayleigh harmoniklerinin radyal kısımlarının bir süperpozisyonu olduğuna dikkat edelim. Burada ρ ilgili argümana göre türevi göstermektedir. Bölge indisleri j ve l 'nin değerleri 0,1,2 arasından seçilir. Dikkate alınan iki sınırın her birinin formülasyonu, gelen kaynak alan (kendisi) tarafından indüklenen saçılan alanın ve diğer sınıra ait saçılan alanın (etkileşim) değerlendirilmesini gerektirir. İfadeler, yukarıda belirtildiği gibi her DS'in sınır koşulu için (1.1)'de verilen formda yazılı olarak tüm bölgelerde yansıtılan ve iletilen dalgalardan elde edilir. F ile (1.2)'de çift indisle belirtilen fonksiyonlar DS'lar arasındaki etkileşim için kullanılan şablonlardır. Bunlar, karşı DS ile ilgili DS'ye Graf'ın, Bessel ve Hankel fonksiyonlarına [23] yönelik toplamsallık teoremi ile dönüştürülür. Bu, birleştirilen iki DS'in her birinde Fourier katsayılarının eşitlenmesini kolaylaştırır. Bunun, $\mathbf{d}_{12}$ 'nin skaler değerleriyle çalışmak için yeterli olduğuna dikkat edilmelidir. α parametresi Şekil 1.1.a)'daki gibi bir içirme mi ($\alpha = I$) yoksa Şekil 1.1.b)'deki gibi bir komşu mu ($\alpha = N$) olduğunu gösterir. Böylece $Z_n^{(\alpha)}(t)$ $\alpha = I$ için Bessel fonksiyonu $J_n(t)$ ve $\alpha = N$ için Hankel fonksiyonu $H_n^{(1)}(t)$ olur. Ayrıca birleşmenin gerçekleştiği ortamın dalga sayısı k_α ile gösterilir; burada $k_1 \alpha = I$ için ve $k_2 \alpha = N$ içindir.

TE polarizasyon durum çözümleri, sadece (1.1) ifadesindeki E_z yerine H_z alınmasına ve (1.2) eşitliğinde $\beta_j = \eta_j$ olmasına dikkat edilerek TM polarizasyon ifadelerinden kolayca elde edilebilir. Burada m indisli DS'da H_z ve E_φ teğetsel alanlarının devamlılığı bastırılır.

Eşitlik (1.2)'de tanımlanan fonksiyonlar (1.3) ve (1.4)'de birinci tür lineer cebirsel denklem sistemini (LCDS1) [3] oluşturmanın anahtarıdır. Şekil 1.1.a) ve Şekil 1.1.b)'deki konfigürasyonlar için bu tür bir sistem oluşturmada kullanılan algoritma aşağıda verilmiştir. Burada amaç, keyfi bir karmaşık konfigürasyon ait LCDS1'i Şekil 1.1'deki iki temel durumdan birine indirgenmiş kümeler ile ifade etmek ve bunların temel LCDS1 matris bloklarını süperpozisyon yoluyla kullanmaktır. Bu tür LCDS1'ler $\mathbf{A}_{mm'}^{II'} \mathbf{x}_{mm'}^{II'} = \mathbf{b}_{mm'}^{II'}$ matris formundadır: burada mm' söz konusu iki DS'dır ve $11'$ sırasıyla $\alpha = I$ ($1 \neq 1'$) ve $\alpha = N$ ($1 = 1'$) için DS'ların bulunduğu ortamdır.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} P_n^{(1,0)}(a) & [0] & W_{n,s}^{(1)12}(a) & [0] \\ [0] & P_n^{(1,0)}(a) & T_{n,s}^{(1,0)12}(a) & [0] \\ [0] & Q_{n,s}^{(2,1)21}(b) & P_n^{(2,1)}(b) & [0] \\ [0] & W_{n,s}^{(1)21}(b) & [0] & P_n^{(2,1)}(b) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{12}^{01}} \underbrace{\begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{12}^{01}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{12}^{01}} \quad (1.3)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} P_n^{(1,0)}(a) & [0] & Q_{n,s}^{(1,0)12}(a) & [0] \\ [0] & P_n^{(1,0)}(a) & W_{n,s}^{(0)12}(a) & [0] \\ Q_{n,s}^{(2,0)21}(b) & [0] & P_n^{(2,0)}(b) & [0] \\ W_{n,s}^{(0)21}(b) & [0] & [0] & P_n^{(2,0)}(b) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{12}^{00}} \underbrace{\begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{12}^{00}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ -T_n^{(0)} Q_n^{(2,0)}(b) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(b) \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_{12}^{00}} \quad (1.4)$$

Eşitlik (1.3) ve (1.4)'ün elde edilmesi için, Şekil 1.1'deki konfigürasyonlara ait $\rho_1 = a$ ve $\rho_2 = b$ yarıçaplarının kabul edilen değerleri (1.2) eşitliğinde tanımlanan fonksiyonlarla değiştirilir. Bu durumda blokları (1.3) ve (1.4)'de gösterildiği gibi, bir matris bloğundaki formlarını kullanarak bir matris bloğundaki tek/çift indis

fonksiyonunun bu sınırdaki bireysel kendisi/etkileşim ögesini sağlayan bir köşegen/dolu blok olduğu ve sıfır matris bloklarının ortada olduğu fonksiyonları kullanarak oluşturmak yeterli olacaktır. Bilinmeyen vektör sütunu dikkate alınan sınırın yansıma ve iletim katsayılarından oluşmaktadır. Bilinen gelen alan (1.3) ve (1.4)'ün sağ tarafındaki vektör sütununu oluşturur. Bulunulan ortamın ek bir DS içinde olması durumunda, gelen alanla tüm etkileşim bulunulan ortamın dışında bırakıldığı için bu vektörün sıfır olduğuna dikkat edilmelidir. Bu özellikle Şekil 1.1.a)'daki $\alpha = I$ durumu için (1.3) ve (1.4)'e ait ilk LCDS1'de gözlemlenebilir, çünkü $m=2$ olan DS'in bulunulan ortamı $m=1$ olan DS'in içindeki bölgedir ve gelen alanla etkileşim $m=1$ olan DS'in dışında bırakılmıştır. Aşağıdaki blok notasyonun, (1.5)'teki matrisler ve vektörler için geçerli olduğuna dikkat edilmelidir:

$$\mathbf{A}_{mm'}^{ll'} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_m^l & \mathbf{\Upsilon}_{mm'}^l \\ \mathbf{\Upsilon}_{m'm}^{l'} & \mathbf{\Pi}_{m'}^{l'} \end{bmatrix}; \mathbf{x}_{mm'}^{ll'} = \begin{bmatrix} \xi_m^l \\ \xi_{m'}^{l'} \end{bmatrix}; \mathbf{b}_{mm'}^{ll'} = \begin{bmatrix} \tau_m^l \\ \tau_{m'}^{l'} \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Eşitlik (1.5)'teki gösterim, keyfi düzeyde karmaşık bir konfigürasyon ayrıntılandırılırken pratik olacaktır.

Eşitlik (1.3) ve (1.4)'teki LCDS1'in sebebi olan formülasyon, söz konusu problem için kullanılan bilinen yaklaşımı temsil etmenin modüler bir yoludur. Bessel fonksiyonu ve Hankel fonksiyonlarının (burada $H_n^{(1)}(t)$ 'dir) $n \rightarrow \infty$ olarak asimptotik gösterimleri, (1.6)'in ilk satırında verilmiştir. Bunlar, asimptotik Stirling formülüdür [23] ve $n! \sim (2\pi n)^{1/2} (n/e)^n$ ile bu fonksiyonlar için üst sınırları belirlemek üzere kullanılabilir. Bu durumda $n \rightarrow \infty$ için (1.6)'de ikinci satırda aşağıdaki eşitsizlikler yazılabilir:

$$\begin{aligned} |J_n(t)| &\sim \frac{1}{\sqrt{2\pi n}} \left| \left(\frac{et}{2n} \right)^n \right|; & |H_n^{(1,2)}(t)| &\sim \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \left| \left(\frac{2n}{et} \right)^n \right|; \\ |J_n(t)| &\leq \frac{e^{|\operatorname{Im} t|}}{n!} \left| \left(\frac{t}{2} \right)^n \right|; & |H_n^{(1,2)}(t)| &\leq (n-1)! e^{-|\operatorname{Im} t|} \left| \left(\frac{2}{t} \right)^n \right|. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Bu eşitsizlik, (1.3) ve (1.4)'teki LCDS1'in kötü koşullu doğasını açığa çıkarır çünkü burada (1.3) ve (1.4)'de görülen $\{P, T, Q, W\}_{n,s}^{(j,l)(12-21)}$ 'ye ilişkin $n, s \rightarrow \infty$

olurken baskın asimptotik terim davranışları olarak, (1.2)'deki $P_n^{(j,1)}$ ve $W_n^{(j,1)}$ sabit gibi davranırken, $T_n^{(j,1)}$ hızlıca artan ve $Q_n^{(j,1)}$ hızlıca azalan yapıdadırlar. Bu blokların herhangi birine ait sonsuz matrisin Öklid matris normunun sınırsız olduğu gösterilebilir [1].

Bu nedenle bu tür LAES1'lerin çözümleri, sayısal değerlendirme için yuvarlama yapılırken oluşabilecek yuvarlama hatalarına karşı savunmasızdır. [1]'de, (1.3) ve (1.4)'teki bilinmeyen katsayılar için düzgün şekilde ölçekleme yapmanın LCDS1'i regülerleştirerek mükemmel iletken iki komşu silindir için ikinci tür bir lineer cebirsel sistem (LCDS2) haline getirdiği görülmüştür. Buradaki amacımız, aynı şeyi dikkate alınan sınır koşulları ve yeni sınır konfigürasyonları için gerçekleştirmektir. Bu tür bloklardan oluşan bir katmanlı sınır sisteminin iyi duruma getirilmesi amacıyla (1.3) ve (1.4)'te LAES1'lerin her biri için regülerleştirme işleminin gerçekleştirilmesinin yeterli olduğu gösterilebilir.

Eşitlik (1.1)'de bir İF'a ait bilinmeyen $\chi_n^{(m)}$ yansıma/iletim katsayısının yapısı, $J_n(t)/H_n^{(1)}(t)$ radyal fonksiyonu ve onun türevlerinden [2] oluşan bir kombinasyonla orantılı hızlı azalma/artma davranışına sahiptir. Bilinmeyen katsayıların ölçeklenmesinde, bu tür davranışların (1.3) ve (1.4)'te LCDS1'leri regülerleştirilebilmesi durumunun gerçekleşmesi temel alınır. Böylece bu ölçekleme, anılan asimptotik fonksiyonların tilda ile gösterilen yeni bilinmeyenler ile çarpılmasından ibaret olarak sunulabilir:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} [H_n^{(2)}(k_a a)]^{-1} & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [H_n^{(2)}(k_l a)] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [H_n^{(2)}(k_a b)]^{-1} & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [H_n^{(2)}(k_2 b)] \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{R}_n^{(1)} \\ \tilde{T}_n^{(1)} \\ \tilde{R}_n^{(2)} \\ \tilde{T}_n^{(2)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} \quad (1.7)$$

Eşitlik (1.7)'deki tanım, $\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{y}$ biçimindedir ve önceki bölümdeki k_a tanımına dayalı biçimde (1.3) ve (1.4)'teki iki durumun vektör sütunları için geçerlidir. $\mathbf{R}^{-1}$ 'in mevcut olması kritik bir önem taşır. Bu nedenle yansıma/iletim katsayıların asimptotik davranışları $J_n(t)/H_n^{(1)}(t)$ ile orantılı olsa da, argümanlarına

göre gerçel/sanal üst yarı düzlem sıfırlarına rastlamamak amacıyla bunların yerine $[H_n^{(1)}(t)]^{-1} / H_n^{(1)}(t)$ kullanılmaktadır(bkz. Bessel ve Hankel fonksiyonlarının sıfırları [23]). Bu mümkündür çünkü, bu yeni fonksiyonların asimptotik davranışları, $R_n^{(m)} / T_n^{(m)}$ yansıma/iletim katsayısının hızlı azalma/artma davranışını temsil etmek için yeterlidir.

Eşitlik (1.7) aracılığıyla y 'nin tanımlanma amacı, (1.3) ve (1.4)'teki her LCDS1'i iyi koşullayarak, sağ yan regülerleştiricisinin $\mathbf{R}$ sunulmasıyla LCDS2 elde etmektir. Bir LCDS2 $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}$ olacak biçimdedir. Burada l_2 'de birim operatör $\mathbf{I}$ ve kompakt operatör $\mathbf{K}$ ile birlikte $\mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ 'dir [3]. $\mathbf{R}$ 'yi (1.7) ile tanımlamak (1.3) ve (1.4)'teki LCDS1'i bir LCDS2'ye dönüştürmeye (genel olduğu gibi - ancak bazen de tersi olabilir) yeterli olmadığından $(\mathbf{I} + \mathbf{K}) = \mathbf{L}\mathbf{A}\mathbf{R}$ ve $\mathbf{g} = \mathbf{L}\mathbf{b}$ olacak biçimde uygun bir sol regülerleştirici tanımlanmalıdır. Aşağıdaki vektörleri $\mathbf{L}_{mm}'$, köşegenlerinde köşegen matrislerdir:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{12}^{01} &= \text{diag} \left[\left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_0 a)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_1 b)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_2 b)} \right]^{-1} \right], \\ \mathbf{L}_{12}^{00} &= \text{diag} \left[\left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_0 a)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(2,0)}(b)}{H_n^{(1)}(k_0 b)} \right]^{-1} \quad \left[\frac{P_n^{(2,0)}(b)}{H_n^{(1)}(k_2 b)} \right]^{-1} \right]. \end{aligned} \quad (1.8)$$

$P_n^{(j,l)}$ fonksiyonunun çarpmaya göre tersleri mevcuttur çünkü onu oluşturan fonksiyonlardan sadece bir kökünde sıfır olabilir [2]. $(\mathbf{L}_{mm}', \mathbf{R}_{mm}')$ regülerleştirici çiftleri (1.3) ve (1.4)'teki iki LCDS2 iyi halli matrislerine, yani $(\mathbf{I} + \mathbf{K}_{mm}') = \mathbf{L}_{mm}' \mathbf{A}_{mm}' \mathbf{R}_{mm}'$ ve sağ yanlarına $\mathbf{g}_{mm}' = \mathbf{L}_{mm}' \mathbf{b}_{mm}'$ ilgilenilen durumlar için varılır. $\mathbf{K}_{mm}'$ matrisleri aşağıdaki formdadır:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} [0] & [0] & [k_{n,s}^{(W)12}] & [0] \\ [0] & [0] & [k_{n,s}^{(T)12}] & [0] \\ [0] & [k_{n,s}^{(Q)2I}] & [0] & [0] \\ [0] & [k_{n,s}^{(W)2I}] & [0] & [0] \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{12}^{01}}, \quad \underbrace{\begin{bmatrix} [0] & [0] & [k_{n,s}^{(Q)12}] & [0] \\ [0] & [0] & [k_{n,s}^{(W)12}] & [0] \\ [k_{n,s}^{(Q)2I}] & [0] & [0] & [0] \\ [k_{n,s}^{(W)2I}] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{12}^{00}}. \quad (1.9)$$

$\mathbf{K}_{mm'}^{ll'}$ matrislerinin sıfırdan farklı girdilerinin üst sınırlarına ilişkin tahminler sırasıyla aşağıdaki gibidirler ($\Lambda_{1,...,8}$ bazı reel değerli sabitler):

$\mathbf{K}_{12}^{01}$ için :

$$\begin{aligned} |k_{n,s}^{(W)12}| &< \Lambda_1 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \quad |k_{n,s}^{(T)12}| < \Lambda_2 \left[\frac{(|n+I|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \\ |k_{n,s}^{(Q)2I}| &< \Lambda_3 \left[\frac{(|n|! + |s-I|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \quad |k_{n,s}^{(W)2I}| < \Lambda_4 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}. \end{aligned} \quad (1.10)$$

$\mathbf{K}_{12}^{00}$ için :

$$\begin{aligned} |k_{n,s}^{(Q)12}| &< \Lambda_5 \left[\frac{(|n|! + |s-1|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \quad |k_{n,s}^{(W)12}| < \Lambda_6 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \\ |k_{n,s}^{(Q)2I}| &< \Lambda_7 \left[\frac{(|n|! + |s-I|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \quad |k_{n,s}^{(W)2I}| < \Lambda_8 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}. \end{aligned}$$

Etkileşimli geometri için $d+b < a$ ve komşu geometri için $a+b < d$ geçerlidir. Bun nedenle (1.10)'daki üst sınır ifadeleri $n, s \rightarrow \infty$ oldukça sıfır olur ve $\mathbf{K}_{mm'}^{ll'}$ matrisleri l_2 uzayında kompakt olur. Yukarıdaki regülerleştirme matrisleri, (1.5) 'e ek olarak keyfi düzeyde karmaşık konfigürasyonun gösterimini basitleştirmek için aşağıdaki blok ifadelerle sahiptir:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \xi_m^l \\ \xi_{m'}^{l'} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{mm'}^{ll'}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_m^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Gamma_{m'}^{l'} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_{mm'}^{ll'}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\xi}_m^l \\ \tilde{\xi}_{m'}^{l'} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}_{mm'}^{ll'}}; \quad \mathbf{L}_{mm'}^{ll'} = \begin{bmatrix} \Lambda_m^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda_{m'}^{l'} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K}_{mm'}^{ll'} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_{mm'}^l \\ \mathbf{K}_{m'}^{l'} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

Bu çalışmada yukarıda anlatılan iki durumdan sonra sırasıyla üç-katmanlı ve dört-katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirlerden dalga saçılması incelenmiş

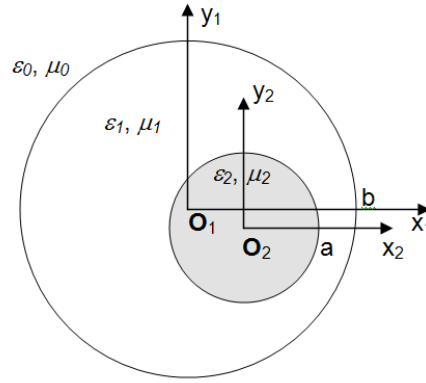
ve [5]'deki sayısal sonuçların grafikleri ile karşılaştırılmıştır. Daha sonra [7]'de Şekil 4 ve Şekil 5 ile verilen ana silindir içinde iki komşu eksantrik dielektrik dairesel silindir olan geometri için regülerizasyon incelenmiş ve sayısal sonuçların grafikleri karşılaştırılmıştır.

Son olarak tezin konusunu oluşturan geometriden dalga saçılması detaylı olarak incelenmiştir ve elde edilen sayısal sonuçlar sunulmuştur.

2. PROBLEMLERİN FORMÜLASYONLARI

2.1. İki Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma

Şekil 2.1’de, $\mathbf{O}_m$, sırasıyla dış ($m=1$) ve iç ($m=2$) eksantrik dairesel silindirler (EDS) için dairesel merkezleri ve eksenleri göstermektedir. Burada dairesel silindirler $x-y$ düzlemini indisleri en dıştan en içe doğru $j=0,1,2$ olan bölgelere ayrılmaktadır.



Şekil 2.1: İki katmanlı dielektrik dairesel silindir için geometri.

Tüm bölgelerde alanlar TM modları için özgün bileşenler olan E_z ve H_φ ’ler aracılığıyla ifade edilebilir. Her bir sınır için toplam alan ifadeleri açıkça yazılırsa;

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(0)} J_n(k_0 \rho_1) e^{in\varphi_1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(1)} H_n^{(1)}(k_0 \rho_1) e^{in\varphi_1} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(1)} J_n(k_1 \rho_1) e^{in\varphi_1} \\
 &+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(2)} H_n^{(1)}(k_2 \rho_2) e^{in\varphi_2} \\
 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(1)} J_n(k_1 \rho_1) e^{in\varphi_1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(2)} H_n^{(1)}(k_1 \rho_2) e^{in\varphi_2} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(2)} J_n(k_2 \rho_2) e^{in\varphi_2} \\
 \frac{k_0}{\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(0)} J_n'(k_0 \rho_1) e^{in\varphi_1} + \frac{k_0}{\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(1)} H_n^{(1)'}(k_0 \rho_1) e^{in\varphi_1} &= \frac{k_1}{\mu_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(1)} J_n'(k_1 \rho_1) e^{in\varphi_1} \\
 &+ \frac{k_2}{\mu_2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(2)} H_n^{(1)'}(k_2 \rho_2) e^{in\varphi_2} \\
 \frac{k_1}{\mu_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(1)} J_n'(k_1 \rho_1) e^{in\varphi_1} + \frac{k_1}{\mu_1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n^{(2)} H_n^{(1)'}(k_1 \rho_2) e^{in\varphi_2} &= \frac{k_2}{\mu_2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_n^{(2)} J_n'(k_2 \rho_2) e^{in\varphi_2}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Burada, birinci ve üçüncü denklemler $\rho = \rho_1$ sınırında E_z ve H_φ teğetsel alanlarının sürekliliğinden, ikinci ve dördüncü denklemler $\rho = \rho_2$ sınırında E_z ve H_φ teğetsel alanlarının sürekliliğinden gelen denklemlerdir. Ayrıca her bir denklemdaki $T_n^{(1)}, R_n^{(1)}, T_n^{(2)}, R_n^{(2)}$ yukarıda bahsedilen alanların sürekliliği için aranan katsayılardır. Sadece $T_n^{(0)}$ bilinen gelen alanın katsayısıdır ve bir düzlemsel dalga ya da çizgisel kaynak için [3]'teki uygun ifadelerle bakılabilir. Burada $j=2$ bölgesinde kaynak olmadığını varsayıyoruz. Merkezler arası uzaklık vektörü kutupsal koordinatlarda $\mathbf{d} = (d, \theta) = \mathbf{O}_2 - \mathbf{O}_1$ şeklinde tanımlanır. Gerekli cebirsel işlemlerden ve Graf'ın uygun toplamsallık teoremlerinin kullanılmasından sonra, sınır koşulları koaksiyel silindirik katmanların [6] analizine benzer biçimde (1.2) eşitliğindeki fonksiyonların elde edilmesiyle aşağıdaki duruma dönüşür. Graf'ın toplamsallık teoremleri aracılığı ile her bir sınır koşulu için yazılan denklemlerin Fourier katsayıları eşitlenmiş olur. Böylelikle (2.1) denklemlerinde görülen üstel terimler sadeleştirilebilir:

$$\begin{aligned}
T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(\rho_1) + R_n^{(1)} P_n^{(1,0)}(\rho_1) &= \tilde{R}_n^{(2)} P_n^{(1,1)}(\rho_1) \\
T_n^{(0)} P_n^{(0,0)}(\rho_1) &= -T_n^{(1)} P_n^{(1,0)}(\rho_1) + \tilde{R}_n^{(2)} T_n^{(0,1)}(\rho_1) \\
\tilde{T}_n^{(1)} Q_n^{(2,1)}(\rho_2) + R_n^{(2)} P_n^{(2,1)}(\rho_2) &= 0 \\
-\tilde{T}_n^{(1)} P_n^{(1,1)}(\rho_2) &= -T_n^{(2)} P_n^{(2,1)}(\rho_2)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Aynı indisli P fonksiyonlarının (1.2) eşitliğindeki Wronskiyan fonksiyonu olduğu göz önüne alınarak, eşitlik (2.3)'ü elde etmek için (2.2) eşitliklerinde yarıçapların $\rho_1 = a$ ve $\rho_2 = b$ değerlerini yerlerine yazarız:

$$\begin{bmatrix}
\begin{bmatrix} P_n^{(1,0)}(a) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 0 \\ P_n^{(1,0)}(a) \\ Q_n^{(2,1)21}(b) \\ W_{n,s}^{(1)21}(b) \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} W_{n,s}^{(1)12}(a) \\ T_{n,s}^{(1,0)12}(a) \\ P_n^{(2,1)}(b) \\ 0 \end{bmatrix} &
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_n^{(2,1)}(b) \end{bmatrix}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

Elde edilen bu LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürmek için uygun sol ve sağ regülerleştiriciler aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{L} = \text{diag} \left[\begin{matrix} \left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{0a})} \right]^{-1} & \left[\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{1a})} \right]^{-1} & \left[\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{1b})} \right]^{-1} & \left[\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{2b})} \right]^{-1} \end{matrix} \right] \quad (2.4)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag} \left[\begin{matrix} \left(H_n^{(1)}(k_{0a}) \right)^{-1} & H_n^{(1)}(k_{1a}) & \left(H_n^{(1)}(k_{1b}) \right)^{-1} & H_n^{(1)}(k_{2b}) \end{matrix} \right]$$

Böylelikle regülerleştirici çift $(\mathbf{L}, \mathbf{R})$; $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ formunda olan LCDS1'i $(\mathbf{I} + \mathbf{K}) = \mathbf{LAR}$, $\mathbf{y} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{x}$ ve $\mathbf{g} = \mathbf{Lb}$ olan ikinci tür $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}$, $\mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ sistemine dönüştürür. Burada $\mathbf{I}$ birim operatördür. $\mathbf{K}$ matrisi aşağıdaki formdadır:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & [K_I] & 0 \\ 0 & 0 & [K_{II}] & 0 \\ 0 & [K_{III}] & 0 & 0 \\ 0 & [K_{IV}] & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

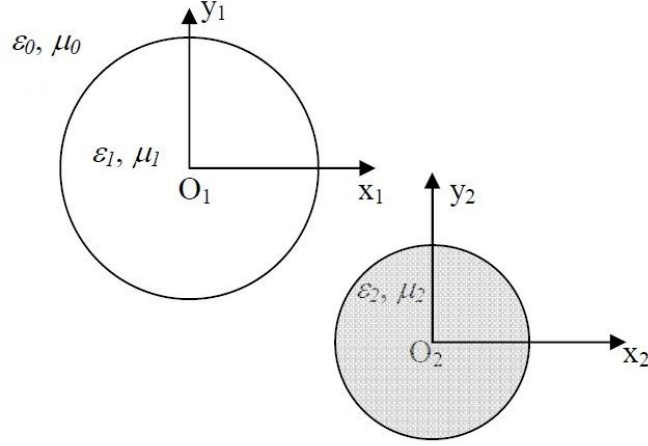
$\Lambda_{1,2,3,4}$ asimptotik analizin bazı reel değerli sabitleri olarak bırakılırsa, K 'nın sıfır olmayan değerlerinin üst sınırları için aşağıdaki eşitsizliklerin geçerli olduğunu görürüz.

$$\begin{aligned} |k_{n,s}^{(W)12}| &< \Lambda_1 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \\ |k_{n,s}^{(T)12}| &< \Lambda_2 \left[\frac{(|n+1|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \\ |k_{n,s}^{(Q)21}| &< \Lambda_3 \left[\frac{(|n|! + |s-1|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}; \\ |k_{n,s}^{(W)21}| &< \Lambda_4 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{b}{a} \right)^{|n|} \left(\frac{d}{a} \right)^{|s|}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Problemin kurulumu gereği doğal olarak sağlanan $d < b - a$, $a < b$ ve $d < b$ oldukça l_2 uzayında $\mathbf{K}$ 'nın kompakt bir operatör olduğu ispatlanabilir. Burada, (2.6) eşitsizliklerindeki k değerleri (2.5) matrisindeki sırasıyla $K_I, K_{II}, K_{III}, K_{IV}$ matris blokları için değerlerdir ve tüm diğer bloklar sıfırdır.

2.2. İki Komşu Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma

Şekil 2.2’de, O_1 ve O_2 sırasıyla soldan sağa doğru her bir eksantrik daireesel silindir (EDS) için daireesel merkezleri ve eksenleri göstermektedir.



Şekil 2.2: İki komşu eksantrik dielektrik daireesel silindir için geometri.

Tüm bölgelerde alanlar TM modları için özgün bileşenler olan E_z ve H_ϕ 'lerin sürekliliği ve Graf'ın uygun toplamsallık teoremleri aracılığıyla ifade edilebildiğinden her bir sınır için toplam alan ifadeleri iki-katmanlı dielektrik daireesel silindirde yapılan işlemler aynı sıra ile takip edilerek uygulandığında aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned}
 -T_n^{(0)} P_n^{(0,0)}(\rho_1) - \tilde{R}_n^{(2)} P_n^{(0,0)}(\rho_1) + T_n^{(1)} P_n^{(1,0)}(\rho_1) &= 0 \\
 T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(\rho_1) + R_n^{(1)} P_n^{(1,0)}(\rho_1) + \tilde{R}_n^{(1)} Q_n^{(1,0)}(\rho_1) &= 0 \\
 -T_n^{(0)} P_n^{(0,0)}(\rho_2) + \tilde{R}_n^{(1)} P_n^{(0,0)}(\rho_2) + T_n^{(2)} P_n^{(2,0)}(\rho_2) &= 0 \\
 T_n^{(0)} Q_n^{(2,0)}(\rho_2) + R_n^{(2)} P_n^{(2,0)}(\rho_2) + \tilde{R}_n^{(1)} Q_n^{(2,0)}(\rho_2) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Burada aynı indisli P fonksiyonları (1.2) ifadesindeki Wronskiyan fonksiyonudur. Eşitlik (2.7)’de her bir denkleme $\rho_1 = a$ ve $\rho_2 = b$ değerleri yazılarak ve gerekli işlemler yapılarak (2.8) eşitliği elde edilir.

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} P_n^{(1,0)}(a) & [0] & Q_{n,s}^{(1)12}(a) & [0] \\ [0] & P_n^{(1,0)}(a) & W_{n,s}^{(0)12}(a) & [0] \\ Q_{n,s}^{(2,1)21}(b) & [0] & P_n^{(2,0)}(b) & [0] \\ W_{n,s}^{(0)21}(b) & [0] & [0] & P_n^{(2,0)}(b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ -T_n^{(0)} Q_n^{(2,0)}(b) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(b) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Elde edilen yukarıdaki LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürmek için kullanılacak uygun sol ve sağ regülerleştiriciler aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \text{diag} \left[\left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{0a})} \right)^{-1} \quad \left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{1a})} \right)^{-1} \quad \left(\frac{P_n^{(2,0)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{0b})} \right)^{-1} \quad \left(\frac{P_n^{(2,0)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{2b})} \right)^{-1} \right] \\ \mathbf{R} &= \text{diag} \left[\left(H_n^{(1)}(k_{0a}) \right)^{-1} \quad H_n^{(1)}(k_{1a}) \quad \left(H_n^{(1)}(k_{0b}) \right)^{-1} \quad H_n^{(1)}(k_{2b}) \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

Yukarıdaki $(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ regülerleştirici çifti aracılığı ile $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}$, $\mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ olan LCDS2'ye ulaşmış oluruz. Buradaki $\mathbf{K}$ matrisi şu formdadır:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & [K_I] & 0 \\ 0 & 0 & [K_{II}] & 0 \\ [K_{III}] & 0 & 0 & 0 \\ [K_{IV}] & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$\Lambda_{I,II,III,IV}$ asimptotik analizin bazı reel değerli sabitleri olarak bırakılırsa, $\mathbf{K}$ 'nın sıfır olmayan değerlerinin üst sınırları için (2.11) eşitsizliklerinin geçerli olduğunu görürüz.

$$\begin{aligned}
|k_{n,s}^{(Q)12}| &< \Lambda_5 \left[\frac{(|n|! + |s-1|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \\
|k_{n,s}^{(W)12}| &< \Lambda_6 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \\
|k_{n,s}^{(Q)21}| &< \Lambda_7 \left[\frac{(|n|! + |s-1|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}; \\
|k_{n,s}^{(W)21}| &< \Lambda_8 \left[\frac{(|n|! + |s|!)}{|n|!|s|!} \right] \left(\frac{a}{d} \right)^{|n|} \left(\frac{b}{d} \right)^{|s|}.
\end{aligned} \tag{2.11}$$

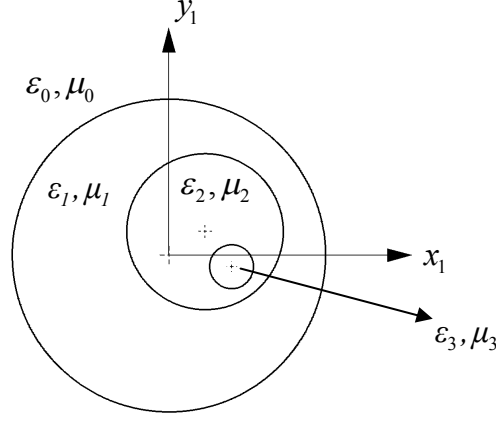
Problemin kurulumu gereği doğal olarak sağlanan $d > a$ ve $d > b$ oldukça l_2 uzayında $\mathbf{K}$ 'nın kompakt bir operatör olduğu ispatlanabilir. Burada, (2.11) eşitsizliklerindeki k değerleri (2.10) matrisinde sırasıyla $K_I, K_{II}, K_{III}, K_{IV}$ matris blokları için değerlerdir ve bunlar haricindeki tüm bloklar sıfırdır.

2.3. Üç Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma

Bu başlık altında üç-katmanlı eksantrik dielektrik dairesele silindirden saçılma daha önce iki-katmanlı eksantrik dielektrik dairesele silindirden saçılma başlığında yapılan işlemler altında incelenmiştir.

Üç-katmanlı eksantrik dielektrik dairesele silindir için de her bir sınırdaki alanların sürekliliği için gerekli koşullar ile gelen ve yansıyan alanlar için Graf'ın uygun toplamsallık teoremleri kullanılarak (2.12) eşitliğindeki LCDS1 elde edilmiştir.

Ayrıca (2.12) eşitliğinde her bir yarıçap için $\rho_1 = a$, $\rho_2 = b$ ve $\rho_3 = c$ değerleri yerlerine yazılmıştır. Problemin kurulumu gereği $a > b > c$ eşitsizliği sağlanmalıdır.



Şekil 2.3: Üç katmanlı dielektrik dairesel silindir için geometri.

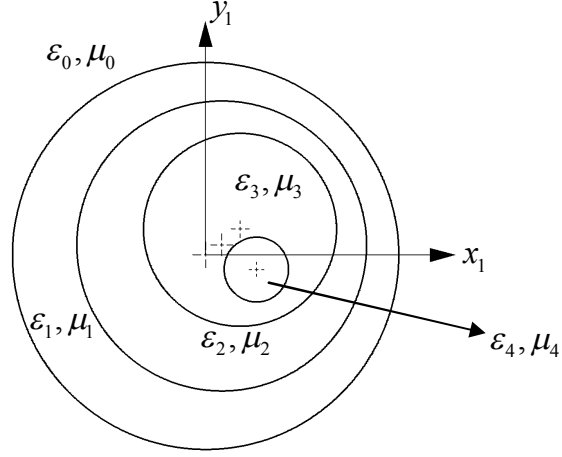
$$\begin{bmatrix} [P_n^{(1,0)}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(1)12}(a)] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [P_n^{(1,0)}(a)] & [-T_{n,s}^{(0,1)12}(a)] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)21}(b)] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [0] & [W_{n,s}^{(2)23}(b)] & [0] \\ [0] & [W_{n,s}^{(1)21}(b)] & [0] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [-T_{n,s}^{(1,2)23}(b)] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [Q_{n,s}^{(3,2)32}(c)] & [P_n^{(3,2)}(c)] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [W_{n,s}^{(2)32}(c)] & [0] & [P_n^{(3,2)}(c)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \\ R_n^{(3)} \\ T_n^{(3)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Elde edilen LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürmek için kullanılacak uygun $(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ regülerleştirici çifti (2.13) eşitliğinde görülen formdadır:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \text{diag} \left[\left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_0 a)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_1 a)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_1 b)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_2 b)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(3,2)}(c)}{H_n^{(1)}(k_2 c)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(3,2)}(c)}{H_n^{(1)}(k_3 c)} \right)^{-1} \right] \\ \mathbf{R} &= \text{diag} \left[\left(H_n^{(1)}(k_0 a) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_1 a), \left(H_n^{(1)}(k_1 b) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_2 b), \left(H_n^{(1)}(k_2 c) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_3 c) \right] \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.4. Dört Katmanlı Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindirden Saçılma

Burada iki-katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma için yapılan işlemler genişletilerek Şekil 2.4'de görülen dört-katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma incelenmiştir.



Şekil 2.4: Dört katmanlı dielektrik silindir için geometri.

Şekil 2.4’de görülen geometri için LCDS1’i elde etmek için tıpkı iki katmanlı ve üç katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirler için yapılan işlemler dört sınır için yapılmıştır. Yarıçapların $\rho_1 = a, \rho_2 = b, \rho_3 = c$ ve $\rho_4 = d$ değerleri yerlerine yazılmıştır. Problemin kurulumu gereği $a > b > c > d$ eşitsizliği sağlanmalıdır.

$$\begin{bmatrix} [C_1] \\ [C_2] \\ [C_3] \\ [C_4] \\ [C_5] \\ [C_6] \\ [C_7] \\ [C_8] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \\ R_n^{(3)} \\ T_n^{(3)} \\ R_n^{(4)} \\ T_n^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Eşitlik (2.14)’deki matrisin sol yanında görülen ve $[C]$ blokları ile numaralandırılan matris elemanları katsayılar matrisini oluşturmaktadır ve blokların dolu ve boş halleri aşağıda görülmektedir:

$$\begin{aligned}
[C_1] &= \begin{bmatrix} [P_n^{(1,0)}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(0)12}(a)] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_2] &= \begin{bmatrix} [0] & [P_n^{(1,0)}(a)] & [-T_{n,s}^{(0,1)12}(a)] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_3] &= \begin{bmatrix} [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)21}(b)] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [0] & [W_{n,s}^{(2)23}(b)] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_4] &= \begin{bmatrix} [0] & [W_{n,s}^{(1)21}(b)] & [0] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [-T_{n,s}^{(1,2)23}(b)] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_5] &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [Q_{n,s}^{(3,2)32}(c)] & [P_n^{(3,2)}(c)] & [0] & [W_{n,s}^{(3)34}(c)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_6] &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [W_{n,s}^{(2)32}(c)] & [0] & [P_n^{(3,2)}(c)] & [-T_{n,s}^{(2,3)34}(c)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_7] &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [Q_{n,s}^{(4,3)43}(d)] & [P_n^{(4,3)}(d)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_8] &= \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [W_{n,s}^{(3)43}(d)] & [0] & [P_n^{(4,3)}(d)] \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.15}$$

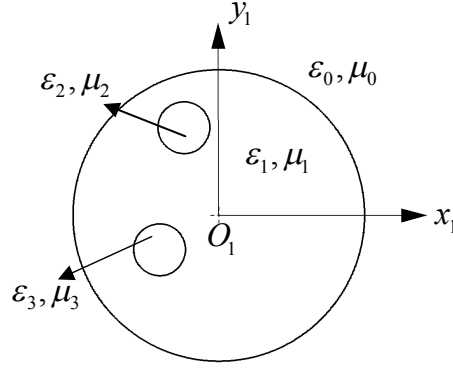
Elde edilen LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürecek olan uygun $(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ regülerleştirici çifti görülmektedir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{L} &= \text{diag} \left[\left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{0a})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{1a})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{1b})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{2b})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(3,2)}(c)}{H_n^{(1)}(k_{2c})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(3,2)}(c)}{H_n^{(1)}(k_{3c})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(4,3)}(d)}{H_n^{(1)}(k_{3d})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(4,3)}(d)}{H_n^{(1)}(k_{4c})} \right)^{-1} \right] \\
\mathbf{R} &= \text{diag} \left[\left(H_n^{(1)}(k_{0a}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{1a}) \left(H_n^{(1)}(k_{1b}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{2b}) \left(H_n^{(1)}(k_{2c}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{3c}) \left(H_n^{(1)}(k_{3d}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{4d}) \right]
\end{aligned} \tag{2.16}$$

2.5. Ana Silindir İçinde İki Komşu Eksantrik Dielektrik Dairesel Silindir Bulunan Geometriden Saçılma

Burada iki-katmanlı eksantrik dielektrik daireSEL silindirden saçılma ve iki komşu dielektrik daireSEL silindirden saçılma problemleri için yapılan işlemler uygun bir biçimde genişletilerek Şekil 2.5'te görülen geometri için saçılma problemi incelenmiştir.

Tüm bölgelerde alanların sürekliliği için sınır koşulları ve problemin geometrisine uygun Graf'ın toplamsallık teoremleri ile (2.17) eşitliğinde görülen LCDS1 elde edilmiştir. Ayrıca bu LCDS1'de yarıçaplar için $\rho_1 = a$, $\rho_2 = b$ ve $\rho_3 = c$ değerleri yerlerine yazılmıştır. Problemin geometrisi gereği $a > b$ ve $a > c$ eşitsizlikleri sağlanmaktadır.



Şekil 2.5: Ana silindir içinde iki farklı eksantrik dairesel silindir bulunan geometriden saçılma için şekil.

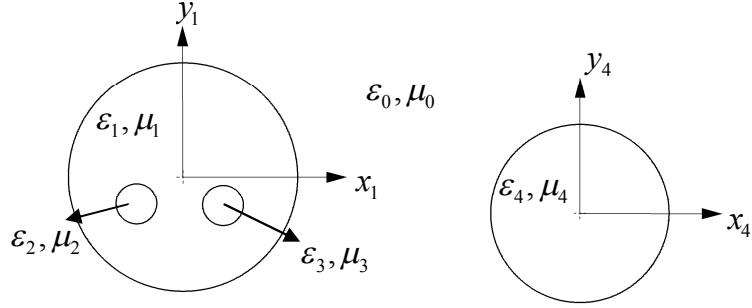
$$\begin{bmatrix}
 [P_n^{(1,0)}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(1)21}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(1)31}(a)] & [0] \\
 [0] & [P_n^{(1,0)}(a)] & [T_{n,s}^{(1,0)21}(a)] & [0] & [T_{n,s}^{(1,0)31}(a)] & [0] \\
 [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)12}(b)] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)32}(b)] & [0] \\
 [0] & [W_{n,s}^{(1)12}(b)] & [0] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [W_{n,s}^{(1)32}(b)] & [0] \\
 [0] & [Q_{n,s}^{(3,1)13}(c)] & [Q_{n,s}^{(3,1)13}(c)] & [0] & [P_n^{(3,2)}(c)] & [0] \\
 [0] & [W_{n,s}^{(1)13}(c)] & [W_{n,s}^{(1)23}(c)] & [0] & [0] & [P_n^{(3,2)}(c)]
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 R_n^{(1)} \\
 T_n^{(1)} \\
 R_n^{(2)} \\
 T_n^{(2)} \\
 R_n^{(3)} \\
 T_n^{(3)}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\
 -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Uygun cebirsel işlemler ile elde edilmiş olan LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürecek olan uygun **(L,R)** regülerleştirici çifti görülmektedir.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L} &= \text{diag} \left[\left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_0a)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_1a)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_1b)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_2b)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(3,1)}(c)}{H_n^{(1)}(k_2c)} \right)^{-1}, \left(\frac{P_n^{(3,1)}(c)}{H_n^{(1)}(k_3c)} \right)^{-1} \right] \\
 \mathbf{R} &= \text{diag} \left[\left(H_n^{(1)}(k_0a) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_1a), \left(H_n^{(1)}(k_1b) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_2b), \left(H_n^{(1)}(k_1c) \right)^{-1}, H_n^{(1)}(k_3c) \right] \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

2.6. Tezin Konusunu Oluşturan Geometriden Saçılma

Problemlerin formülasyonları başlığı altında çeşitli geometriler için hesaplanan saçılma problemlerinin bir kombinasyonundan oluşan geometri Şekil 2.6'da görülmektedir.



Şekil 2.6: Tez konusunu oluşturan geometri.

Bu karmaşık gibi görünen geometri için diğer tüm geometriler için yaptığımız adımları uyguladığımızda problemi çözmüş olacağız. Her bölgede alanların sürekliliği için sınır koşulları ile Graf'ın gelen ve yansıyan alanlar için geometriye uygun toplamsallık teoremlerinin kullanılması sonucunda Şekil 2.6'da görülen geometri için LCDS1 kolayca elde edilebilir. Elde edilen LCDS1'de sırasıyla $\rho_1 = a$, $\rho_2 = b$, $\rho_3 = c$ ve $\rho_4 = d$ yarıçapları yerlerine yazılarak (2.19) eşitliğine ulaşılmıştır. Problemin kurulumu gereği $a > b$ ve $a > c$ eşitsizlikleri sağlanmalıdır.

$$\begin{bmatrix} [C_1] \\ [C_2] \\ [C_3] \\ [C_4] \\ [C_5] \\ [C_6] \\ [C_7] \\ [C_8] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_n^{(1)} \\ T_n^{(1)} \\ R_n^{(2)} \\ T_n^{(2)} \\ R_n^{(3)} \\ T_n^{(3)} \\ R_n^{(4)} \\ T_n^{(4)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -T_n^{(0)} Q_n^{(1,0)}(a) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(a) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -T_n^{(0)} Q_n^{(4,0)}(d) \\ -T_n^{(0)} W_n^{(0)}(d) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Yukarıda görülen LCDS1'in $[C]$ blokları ile numaralandıran matris bloklarının açık hali aşağıda görülmektedir:

$$\begin{aligned}
[C_1] &= \begin{bmatrix} [P_n^{(1,0)}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(0)21}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(1)31}(a)] & [0] & [Q_{n,s}^{(1,0)40}(d)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_2] &= \begin{bmatrix} [0] & [P_n^{(1,0)}(a)] & [T_{n,s}^{(1,0)21}(a)] & [0] & [T_{n,s}^{(1,0)31}(a)] & [0] & [W_{n,s}^{(0)40}(d)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_3] &= \begin{bmatrix} [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)12}(b)] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [0] & [Q_{n,s}^{(2,1)32}(b)] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_4] &= \begin{bmatrix} [0] & [W_{n,s}^{(1)12}(b)] & [0] & [P_n^{(2,1)}(b)] & [W_{n,s}^{(1)32}(b)] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_5] &= \begin{bmatrix} [0] & [Q_{n,s}^{(3,1)13}(c)] & [Q_{n,s}^{(3,1)23}(c)] & [0] & [P_n^{(3,1)}(c)] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_6] &= \begin{bmatrix} [0] & [W_{n,s}^{(1)13}(c)] & [W_{n,s}^{(1)23}(c)] & [0] & [0] & [P_n^{(3,1)}(c)] & [0] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_7] &= \begin{bmatrix} [Q_{n,s}^{(4,0)04}(d)] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [P_n^{(4,0)}(d)] & [0] \end{bmatrix}; \\
[C_8] &= \begin{bmatrix} [W_{n,s}^{(0)04}(d)] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [0] & [P_n^{(4,0)}(d)] \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Yukarıda elde edilen LCDS1 (2.21) eşitliğindeki uygun **(L,R)** regülerleştirici çifti aracılığıyla LCDS2'ye dönüştürülebilir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{L} &= \text{diag} \left[\left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{0a})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(1,0)}(a)}{H_n^{(1)}(k_{1a})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{1b})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(2,1)}(b)}{H_n^{(1)}(k_{2b})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(3,1)}(c)}{H_n^{(1)}(k_{1c})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(3,1)}(c)}{H_n^{(1)}(k_{3c})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(4,0)}(d)}{H_n^{(1)}(k_{0d})} \right)^{-1} \left(\frac{P_n^{(4,0)}(d)}{H_n^{(1)}(k_{4d})} \right)^{-1} \right] \\
\mathbf{R} &= \text{diag} \left[\left(H_n^{(1)}(k_{0a}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{1a}) \left(H_n^{(1)}(k_{1b}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{2b}) \left(H_n^{(1)}(k_{1c}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{3c}) \left(H_n^{(1)}(k_{0d}) \right)^{-1} H_n^{(1)}(k_{4d}) \right]
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Bir düzlemsel dalgaının Şekil 2.6'daki geometriye çarptığı kabul edilmektedir. Önce, bu tür farklı kompozisyonlar için pratik uygulama amacıyla LCDS1 ile LCDS2'ye karşılık gelen matrislerinin nasıl düzenlendiği gösterilmiştir. Şekil 2.6 ile (1.5) ve (1.11)'daki notasyonlara göre blok matrisler aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} \Pi_1^0 & \Upsilon_{1,4}^0 & \Upsilon_{1,2}^0 & \Upsilon_{1,3}^0 \\ \Upsilon_{4,1}^0 & \Pi_4^0 & 0 & 0 \\ \Upsilon_{2,1}^1 & 0 & \Pi_2^1 & \Upsilon_{2,3}^1 \\ \Upsilon_{3,1}^1 & 0 & \Upsilon_{3,2}^1 & \Pi_3^1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \xi_1^0 \\ \xi_4^0 \\ \xi_2^1 \\ \xi_3^1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_1^0 \\ \tau_4^0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}}, \quad \underbrace{\begin{bmatrix} \xi_1^0 \\ \xi_4^0 \\ \xi_2^1 \\ \xi_3^1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Gamma_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_4^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Gamma_3^1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\xi}_1^0 \\ \tilde{\xi}_4^0 \\ \tilde{\xi}_2^1 \\ \tilde{\xi}_3^1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} \\
\mathbf{L} &= \begin{bmatrix} \Lambda_1^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_4^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_2^1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_3^1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{K}_{1,4}^0 & \mathbf{K}_{1,2}^0 & \mathbf{K}_{1,3}^0 \\ \mathbf{K}_{4,1}^0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{2,1}^1 & 0 & 0 & \mathbf{K}_{2,3}^1 \\ \mathbf{K}_{3,1}^1 & 0 & \mathbf{K}_{3,2}^1 & 0 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Açıktır ki, (2.22)'deki sistemin bilinmeyenleri, her biri ilgili yansıma ve kırılma katsayılarını içeren sistemin bilinmeyenleri, her biri ilgili Şekil 2.6'da tanımlı

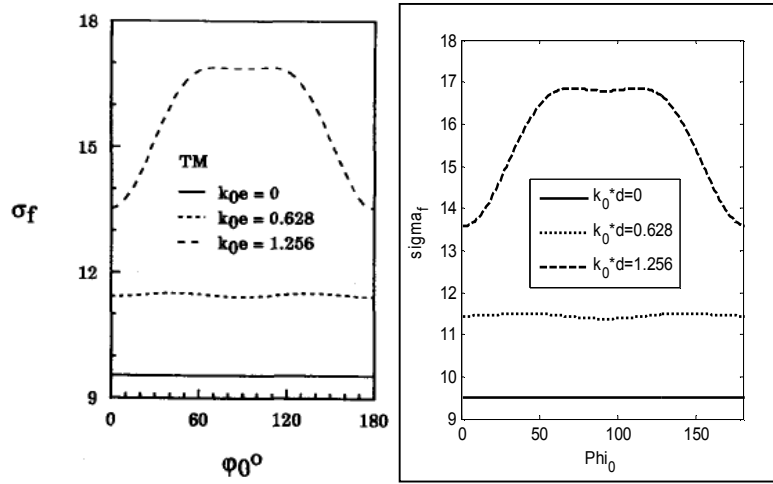
sınır ile ilişkili (1.3), (1.4) ve (1.5) eşitlikleri ile verilen yansıma ve kırılma katsayılarını içeren dört parçaya ayrılmıştır. Buradaki ilgili blok matrisler yine (1.3), (1.4) ve (1.5) eşitlikleri ile tanımlıdır ve 4×4 blok matris sistemi $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ (2.22)'ye birleştirilmişlerdir. Bilinmeyen katsayıların ilişkili blok ölçeklemesi (1.7), (1.8), (1.9) ve (1.11) eşitlikleri ile tanımlıdır ve 4×4 blok matrisleri olan $\mathbf{L}$, $\mathbf{R}$ ve $\mathbf{K}$ (2.22)'ye birleştirilmiştir.

3. SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde bir önceki bölümde çeşitli geometriler için hesaplanan analitik çözümlerin sayısal sonuçlarına yer verilecektir. Bu çalışmada önerilen algoritma, yayınlanmış olan sayısal sonuçlarla [5], [6], [7] yapılan karşılaştırmalar aracılığıyla eksantrik katmanlı ve komşu geometriler için başarıyla kontrol edilmiştir. Daha sonra iki komşu dielektrik silindir geometrisi ve tezin konusunu oluşturan geometri için elde edilen sayısal sonuçlara yer verilmiştir.

3.1. Bilinen Bazı Sonuçlar ile Karşılaştırma

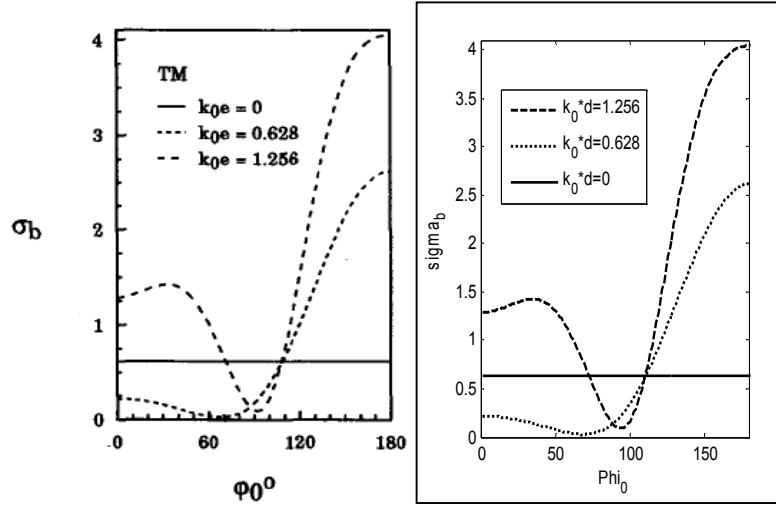
Bu bölümde iki katmanlı ve üç katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma ve ana silindir içinde iki farklı eksantrik dielektrik dairesel silindir bulunan geometriden saçılma için bilinen bazı sonuçların bu tezde çalışılan algoritma ile hesaplanışlarına yer verilecektir.



Şekil 3.1: İleri monostatik Radar Kesit Alanları(RKA) ile karşılaştırma grafikleri, $\theta = 0$, $k_0 b = 4$, $k_0 a = 2$, $\epsilon_{r1} = 2$, $\epsilon_{r2} = 4$.

İleri monostatik RKA değerlerini gösteren Şekil 3.1, iki katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma için sayısal sonuçları göstermektedir. Burada sol taraftaki grafik, Şekil 5’ ten görülebilir [5].

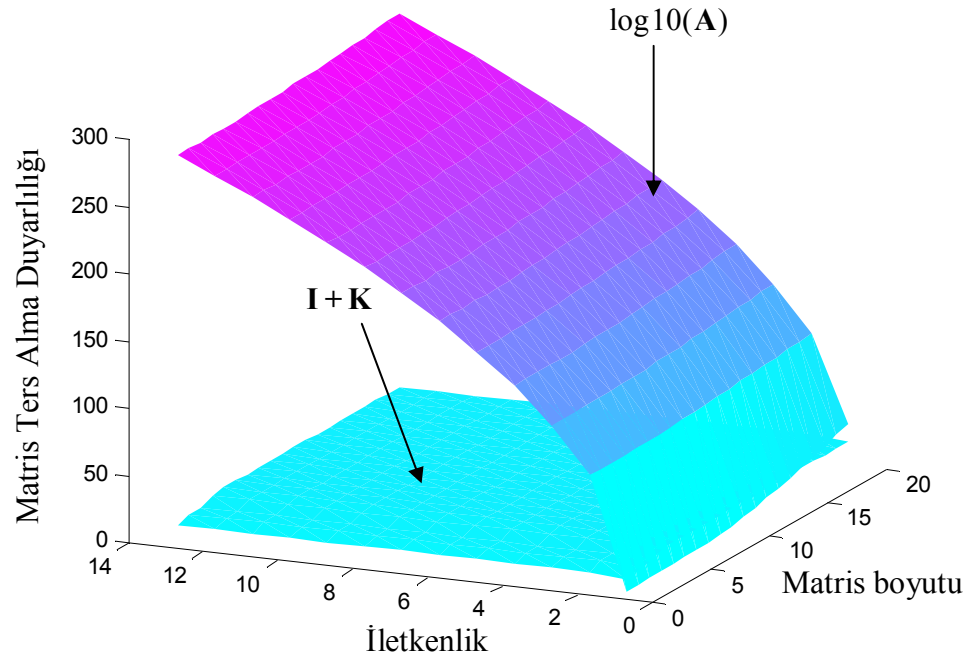
Bu tezi oluşturan algoritma ile aynı veriler kullanılarak elde edilen sonuçları sağ taraftaki grafik göstermektedir.



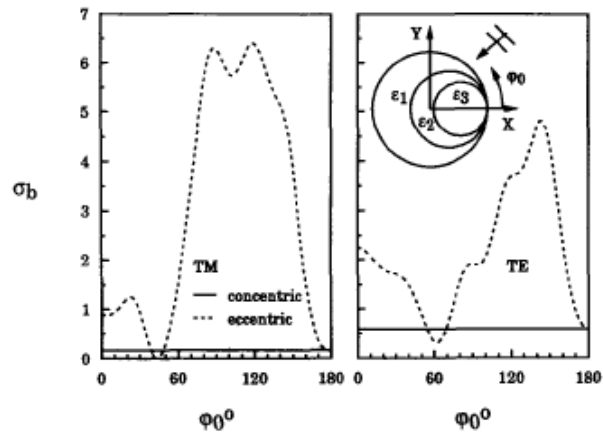
Şekil 3.2: Geri monostatik RKA ile karşılaştırma grafikleri, $\theta = 0$, $k_0b = 4$, $k_0a = 2$, $\epsilon_{r1} = 2$, $\epsilon_{r2} = 4$.

Geri monostatik RKA değerlerini gösteren Şekil 3.2, iki-katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma için sayısal sonuçların grafiklerini göstermektedir. Burada sol taraftaki grafik, Şekil 6' dan görülebilir [5].

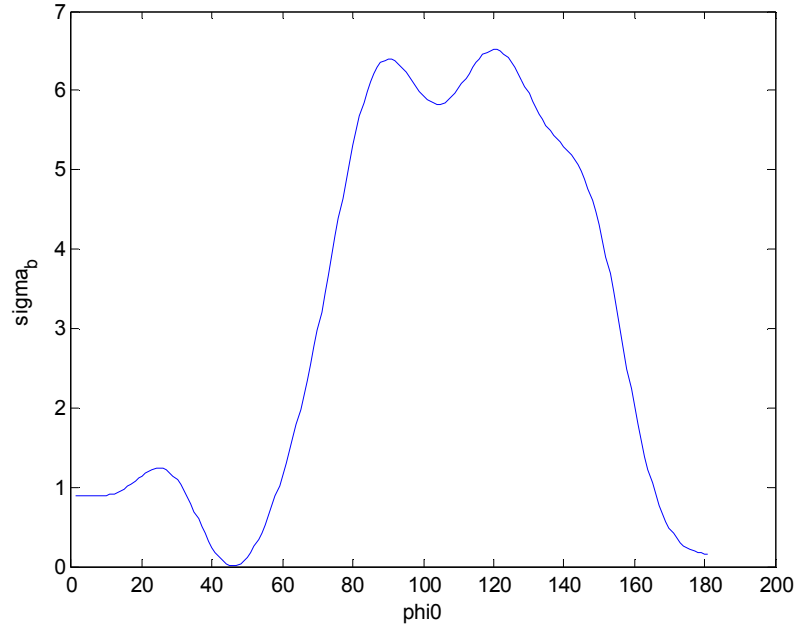
Bu tezi oluşturan algoritma ile [5]'deki veriler kullanılarak elde edilen sonuçları sağ taraftaki grafik göstermektedir.



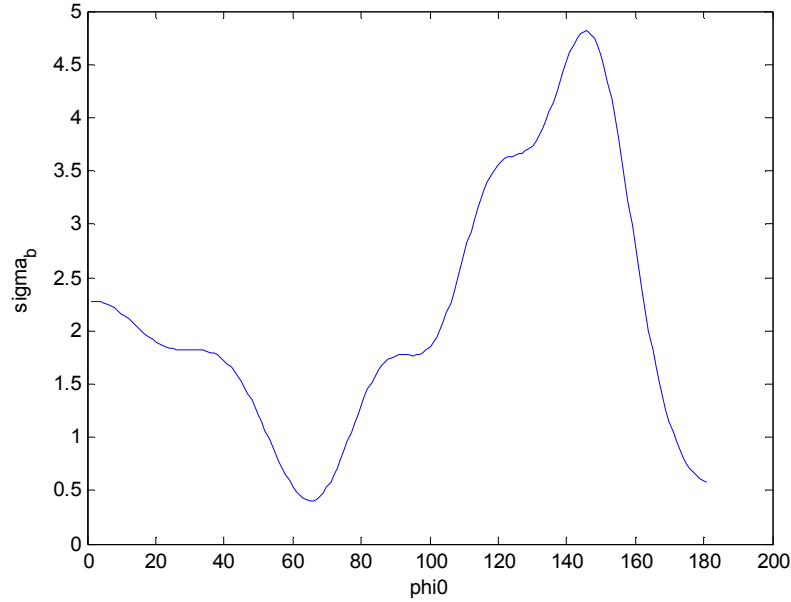
Şekil 3.3: İki katmanlı geometri için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.



Şekil 3.4: TM ve TE modları için geri monostatik RKA ile karşılaştırma grafikleri,
 $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $\epsilon_{r1} = 4.0$, $\epsilon_{r2} = 3.0$, $\epsilon_{r3} = 2.0$, $O_1 = (0,0)$,
 $O_2 = (0.2\lambda_0, 0)$, $O_3 = (0.4\lambda_0, 0)$.



a)

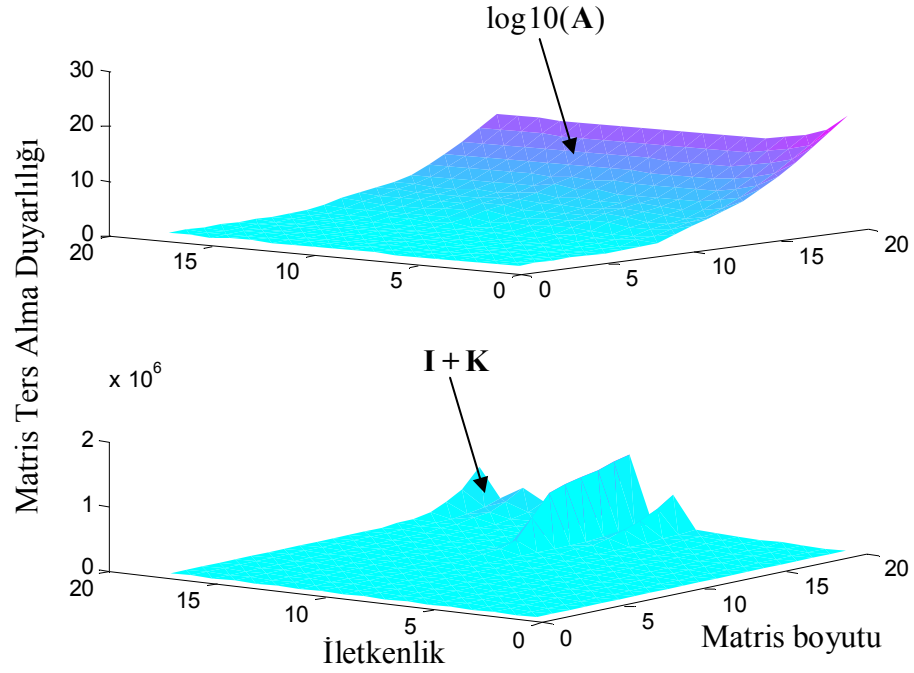


b)

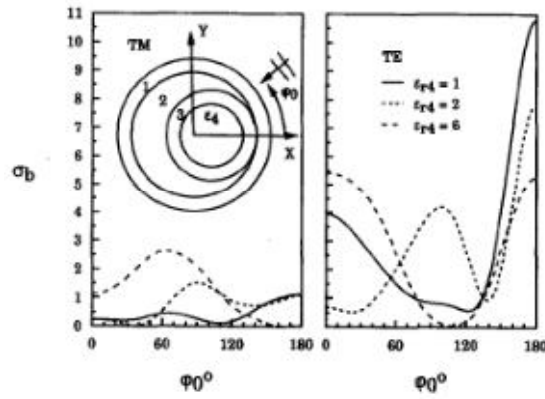
Şekil 3.5: TM ve TE modları için monostatik geri RKA ile karşılaştırma grafikleri, a) TM mod grafiği b) TE mod grafiği, $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $\epsilon_{r1} = 4.0$, $\epsilon_{r2} = 3.0$, $\epsilon_{r3} = 2.0$, $O_1 = (0,0)$, $O_2 = (0.2\lambda_0, 0)$, $O_3 = (0.4\lambda_0, 0)$.

Üç katmanlı eksantrik dielektrik dairesel silindirlerin TM ve TE modları için monostatik RKA değerlerini gösteren Şekil 3.4, Şekil 7' den görülebilir [5].

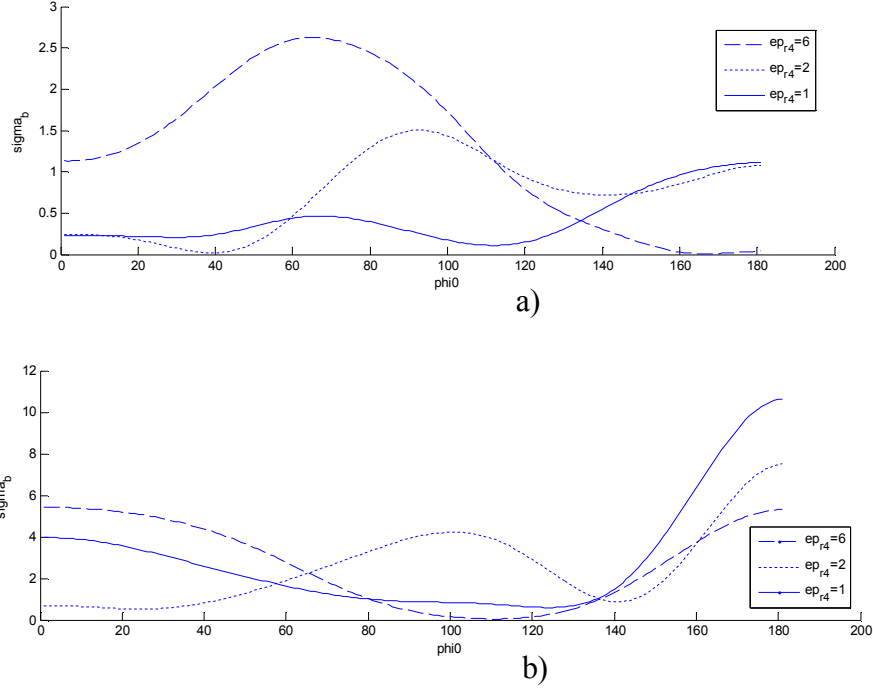
Bu tezde geliştiren algoritma ile [5]'de Şekil 7' deki grafik için aynı veriler kullanılarak bire bir aynı elde edilen grafik Şekil 3.5'de görülmektedir.



Şekil 3.6: Üç katmanlı geometri için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.



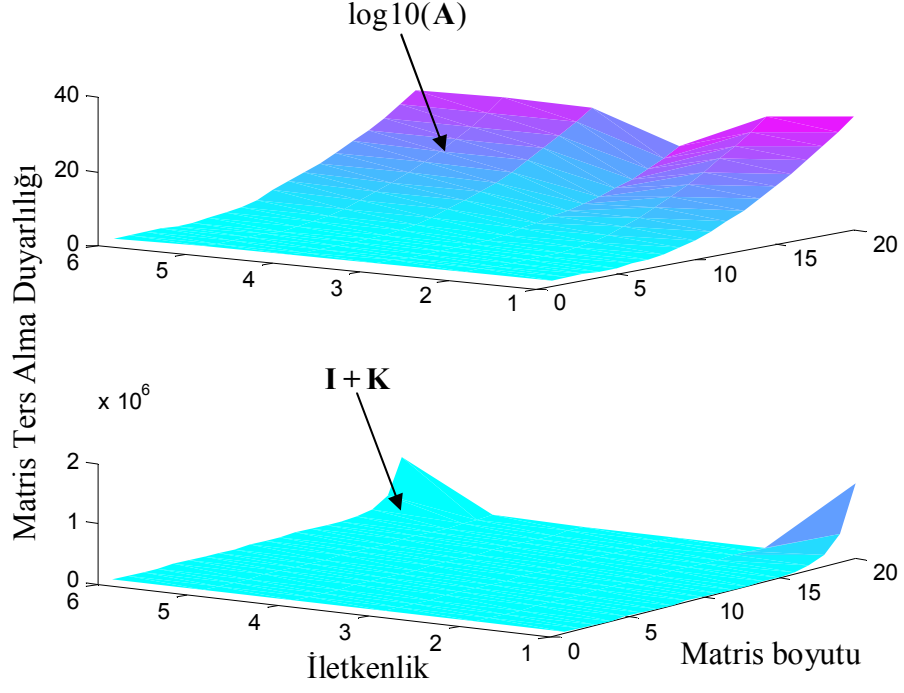
Şekil 3.7: TM ve TE modları için monostatik geri RKA ile karşılaştırma grafikleri,
 $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $r_4 = 0.4\lambda_0$, $\epsilon_{r1} = 4.0$, $\epsilon_{r2} = 1.0$, $\epsilon_{r3} = 4.0$,
 $O_1, O_2 = (0, 0)$, $O_3, O_4 = (0.2\lambda_0, 0)$.



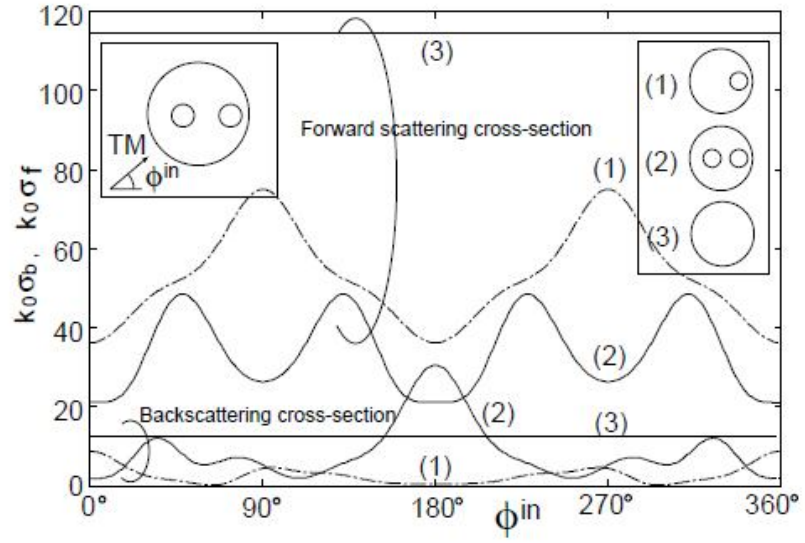
Şekil 3.8: Geri monostatik RKA grafikleri a) TM mod grafiği b) TE mod grafiği,
 $r_1 = 1.0\lambda_0$, $r_2 = 0.8\lambda_0$, $r_3 = 0.6\lambda_0$, $r_4 = 0.4\lambda_0$, $\varepsilon_{r1} = 4.0$, $\varepsilon_{r2} = 1.0$, $\varepsilon_{r3} = 4.0$,
 $O_1, O_2 = (0, 0)$, $O_3, O_4 = (0.2\lambda_0, 0)$.

TM ve TE modları için dört-katmanlı dielektrik dairesel silindirden saçılma probleminin RKA değerlerini gösteren Şekil 3.7, [5]'de Şekil 8' den görülebilir. Burada şekillerden de görüldüğü üzere dördüncü katmanın bağıl dielektrik geçirgenliği sırasıyla $\varepsilon_{r4} = 1.0$, $\varepsilon_{r4} = 2.0$ ve $\varepsilon_{r4} = 6.0$ değerlerini almaktadır.

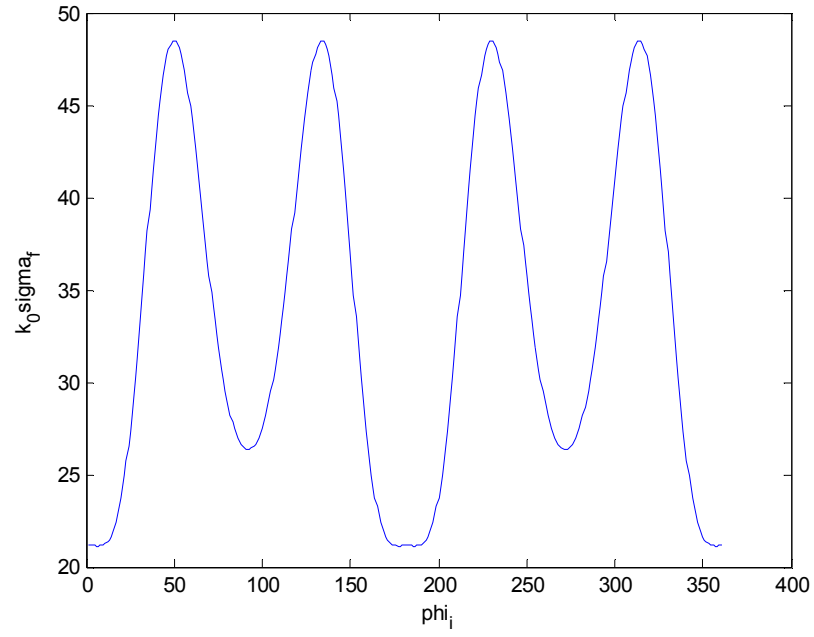
Bu tezde geliştirilen algoritma ile [5]'de Şekil 3.8'deki verilerle bire bir aynı olarak elde edilen sonuçlar Şekil 3.8.a) ve Şekil 3.8.b)'de görülmektedir. Şekil 3.8'de üstteki grafik TM modu için ve alttaki grafik TE modu için dördüncü katmanı üç farklı bağıl dielektrik geçirgenlik değerleri alan dört-katmanlı dielektrik dairesel silindirler için monostatik RKA değerlerinin grafikleridir.



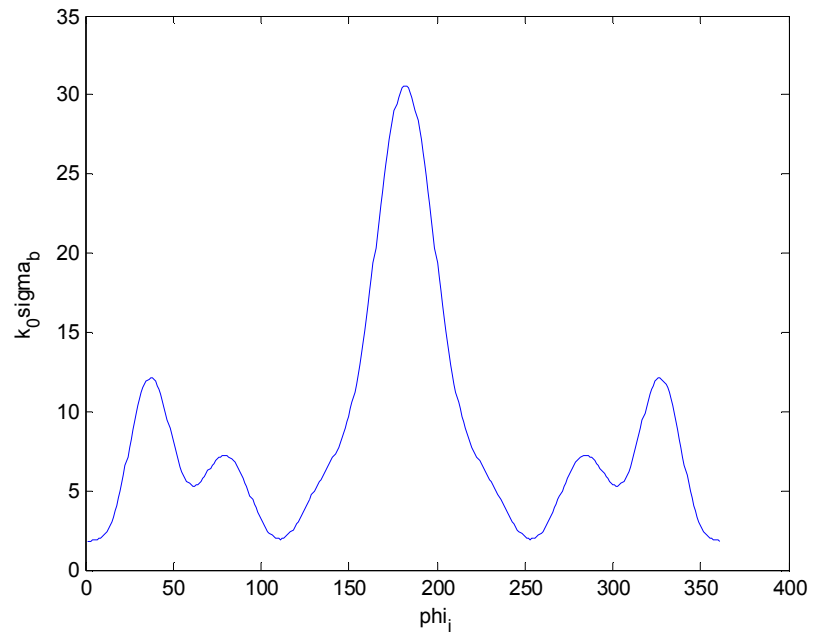
Şekil 3.9: Dört katmanlı geometri için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.



Şekil 3.10: TM modu için $k_0\sigma_b$ ile geri RKA ve $k_0\sigma_f$ ile ileri RKA grafiği,
 $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$, $k_0a_3 = 2.5$.



a)

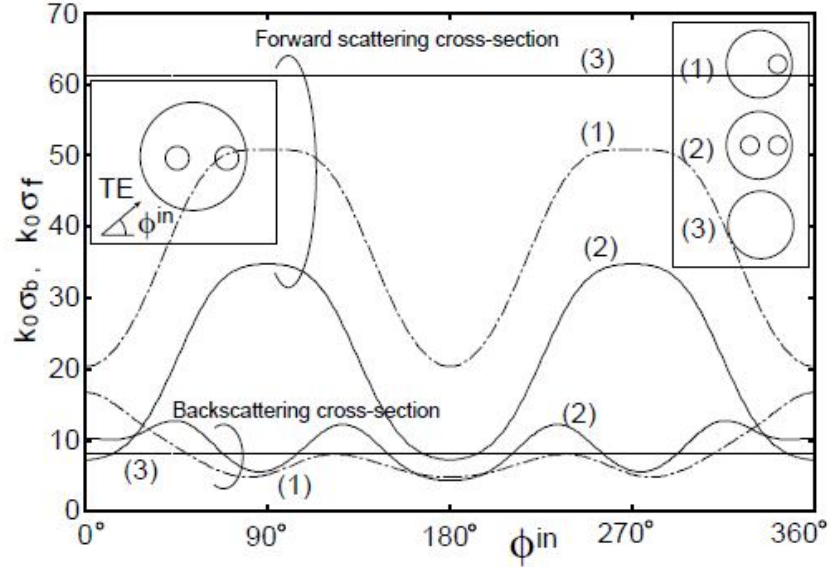


b)

Şekil 3.11: TM modu için ileri ve geri RKA grafikleri, a) İleri RKA grafiği, b) Geri RKA grafiği, $k_0 a_1 = k_0 a_2 = 0.5$, $k_0 d_1 = 1.5$, $k_0 d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$, $k_0 a_3 = 2.5$.

Ana silindir içinde iki komşu eksantrik dielektrik dairesel silindir bulunan geometriden TM modlu saçılma için ileri ve geri RKA değerlerini gösteren Şekil 3.10, Şekil 4’de görülmektedir [7].

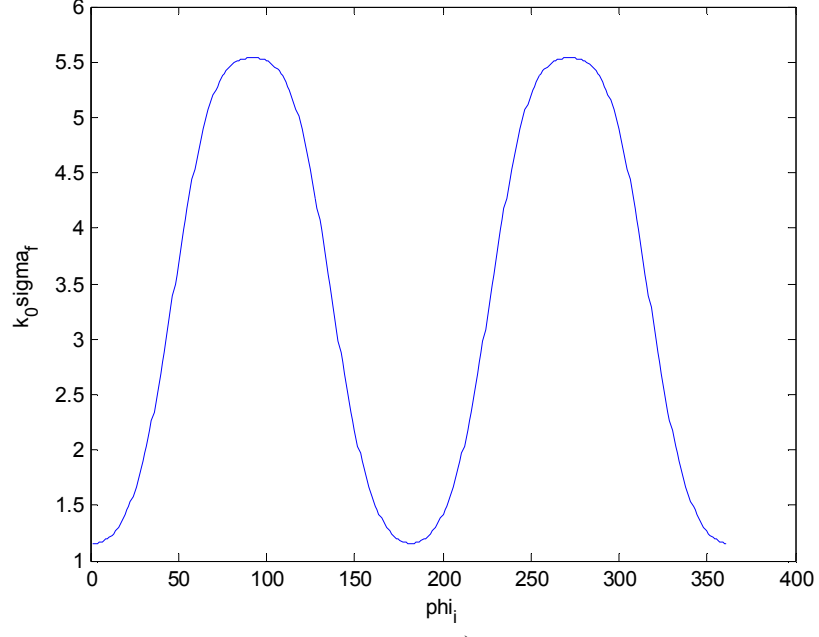
Bu tezde geliştirilen algoritma ile [7]'deki veriler kullanılarak elde edilen grafikler Şekil 3.11'de görülmektedir. Şekil 3.11'de sol taraftaki grafik ileri RKA ve sağ taraftaki grafik geri RKA grafikleridir.



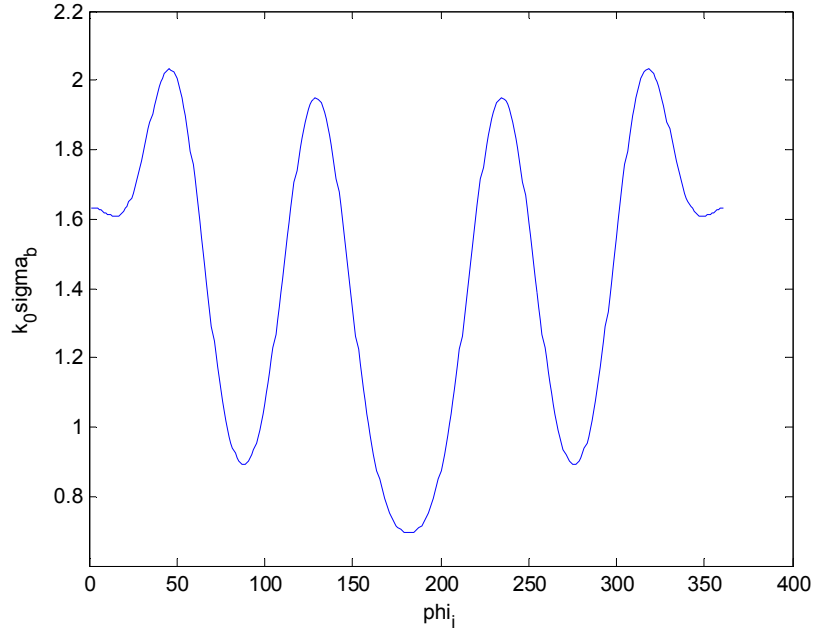
Şekil 3.12: TE modu için $k_0\sigma_b$ ile geri RKA ve $k_0\sigma_f$ ile ileri RKA grafiği,
 $k_0a_1 = k_0a_2 = 0.5$, $k_0d_1 = 1.5$, $k_0d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$, $k_0a_3 = 2.5$.

Ana silindir içinde iki komşu eksantrik dielektrik dairesel silindir bulunan geometriden TE modlu saçılma için ileri ve geri RKA değerlerini gösteren Şekil 3.12, Şekil 5'de görülmektedir [7].

Bu tezde geliştirilen algoritma ile [7]'deki veriler kullanılarak elde edilen grafikler Şekil 3.13'de görülmektedir. Şekil 3.13'de sol taraftaki grafik ileri RKA ve sağ taraftaki grafik geri RKA grafikleridir.



a)



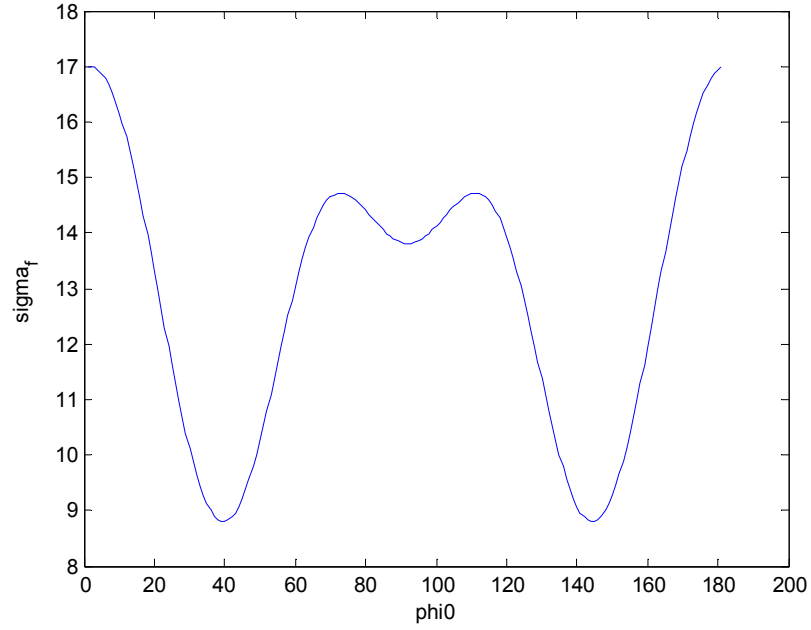
b)

Şekil 3.13: TE modu için ileri ve geri RKA grafikleri. a) İleri RKA grafiği, b) Geri RKA grafiği, $k_0 a_1 = k_0 a_2 = 0.5$, $k_0 a_3 = 2.5$, $k_0 d_1 = 1.5$, $k_0 d_2 = 1.0$, $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 180^\circ$.

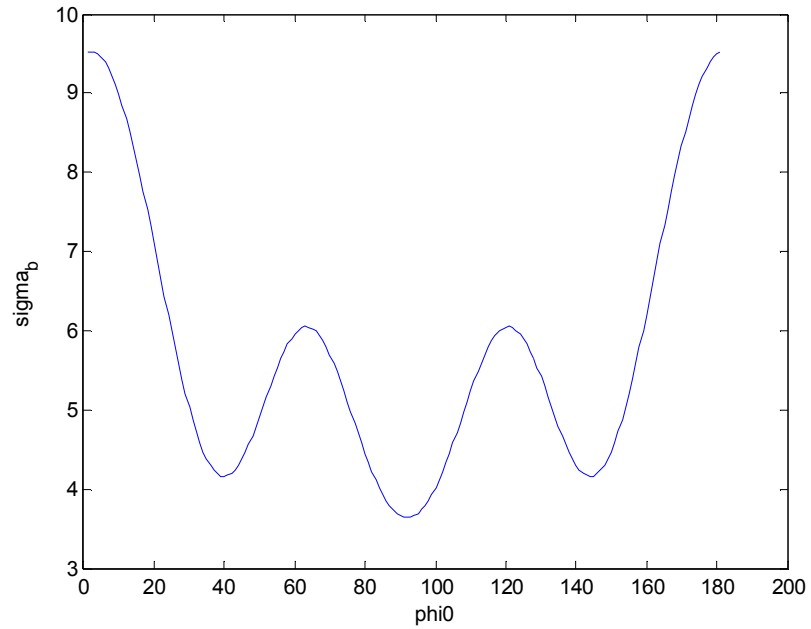
3.2. Diğer Sonuçlar

Bu bölümde iki komşu eksantrik dielektrik dairesel silindirden saçılma ve tezin konusunu oluşturan dielektrik geometriden saçılma için bu tez kapsamında çalışılan

algoritma ile sırasıyla elde edilen RKA ve matris ters alma duyarlılığı sonuçlarına yer verilecektir.

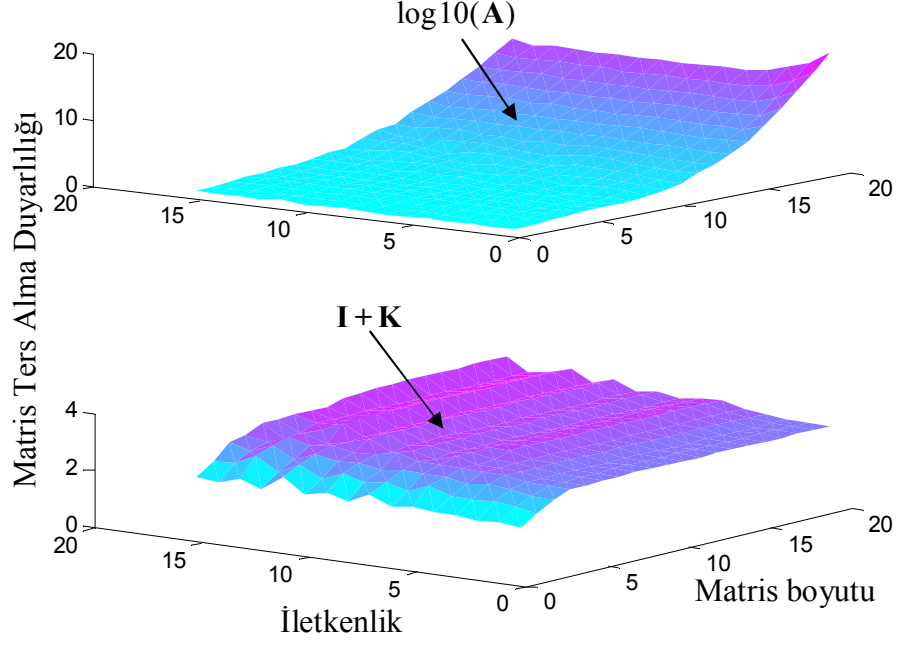


Şekil 3.14: TM modda iki komşu dielektrik silindir için ileri RKA grafiği,
 $k_0a=1.5$, $k_0b=1.5$, $k_0d=3.2$, $\varepsilon_{r1}=16$, $\varepsilon_{r2}=16$.

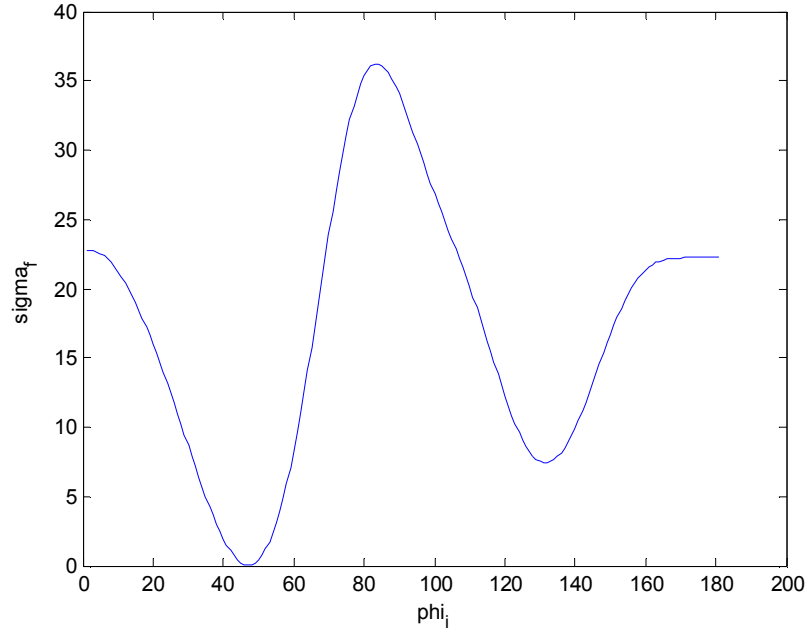


Şekil 3.15: TM modda iki komşu dielektrik silindir için geri RKA grafiği,
 $k_0a=1.5$, $k_0b=1.5$, $k_0d=3.2$, $\varepsilon_{r1}=16$, $\varepsilon_{r2}=16$.

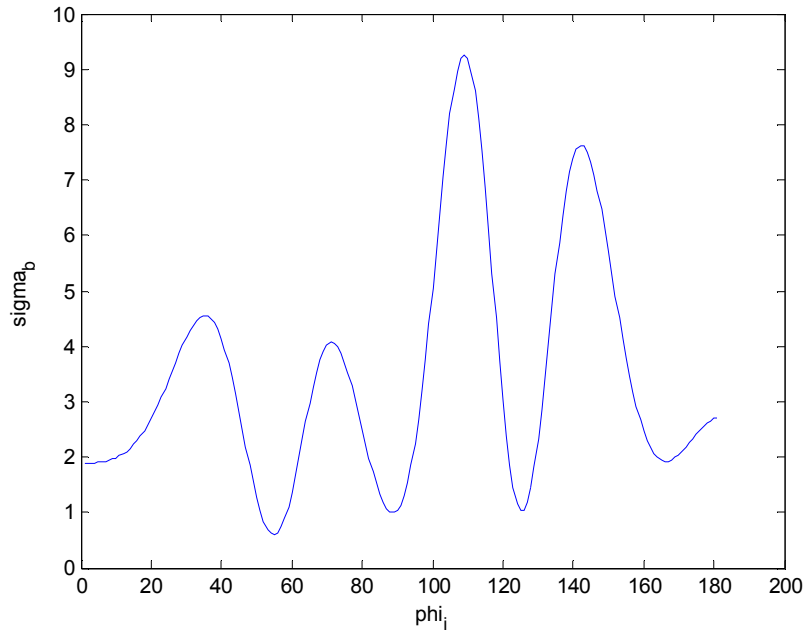
İki komşu dielektrik dairesel silindirden saçılmada TM modda $k_0a=1.5$, $k_0b=1.5$ ve $k_0d=3.2$ değerleri için ileri RKA değerlerini gösteren grafik Şekil 3.14 ve geri RKA değerlerini gösteren grafik Şekil 3.15’de görülmektedir.



Şekil 3.16: İki komşu geometri için çözülen LCDS2’nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.



Şekil 3.17: TM mod ile tez konusunu oluşturan geometri için ileri RKA grafiği,
 $k_0a = 2.5$, $k_0b = 0.5$, $k_0c = 0.5$, $k_0d = 2.5$, $k_0d_{12} = 1.0$, $k_0d_{13} = 1.5$, $k_0d_{23} = 2.5$,
 $k_0d_{14} = 5.5$, $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 16$, $\varepsilon_{r3} = 16$, $\varepsilon_{r4} = 4$.

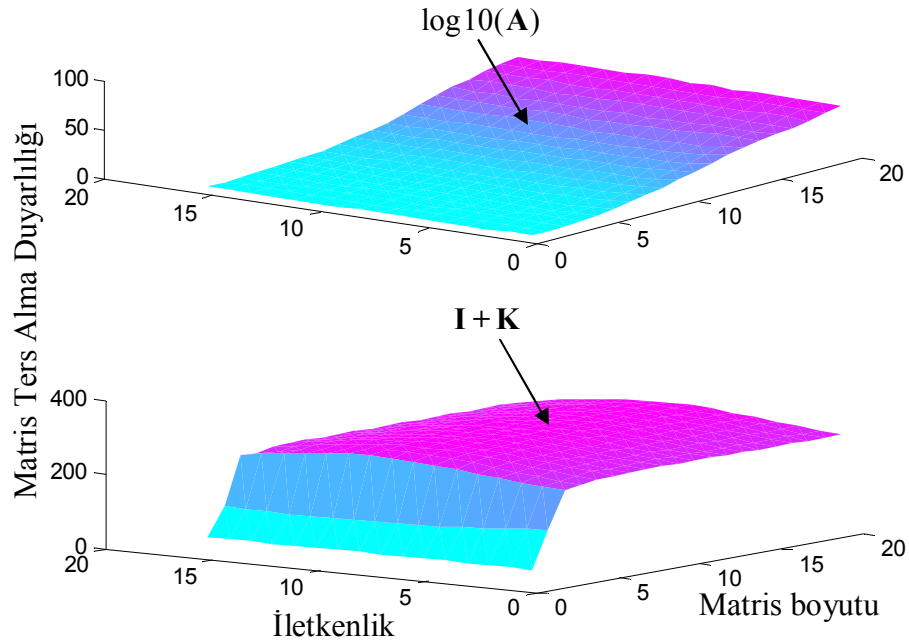


Şekil 3.18: TM mod ile tez konusunu oluşturan geometri için geri RKA grafiği,
 $k_0a = 2.5$, $k_0b = 0.5$, $k_0c = 0.5$, $k_0d = 2.5$, $k_0d_{12} = 1.0$, $k_0d_{13} = 1.5$, $k_0d_{23} = 2.5$,
 $k_0d_{14} = 5.5$, $\varepsilon_{r1} = 4$, $\varepsilon_{r2} = 16$, $\varepsilon_{r3} = 16$, $\varepsilon_{r4} = 4$.

Bu tezin konusunu oluşturan geometri için bu tezde çalışılan algoritma ile TM mod için ileri ve geri RKA değerlerinin grafiklerinin gösterildiği şekiller sırasıyla Şekil 3.17 ve Şekil 3.18'tür.

Çalışılan algoritmanın doğruluğunu test etmek için tez konusunu oluşturan Şekil 2.6'daki geometride sağ yandaki dielektrik silindir için bağıl dielektrik geçirgenlik $\epsilon_{r4} = 1$ değerini yani boş uzay değerini aldığında [7]'de Şekil 4 ve 5'deki grafikler ile aynı sonuçlar elde edilmiştir.

Benzer şekilde yine çalışılan algoritmanın doğruluğunu test etmek için ϵ_{r2} ve ϵ_{r3} değerleri ϵ_{r1} değerine eşit alındığında iki komşu dielektrik silindir için elde edilen sonuçlar ile aynı sonuçlara ulaşılmıştır.



Şekil 3.19: Tez geometrisi için çözülen LCDS2'nin kesilmesi ile elde edilen matris ters alma duyarlılığı.

Bu tezin konusunu oluşturan geometri için dalga saçılması probleminin LCDS1'i LCDS2'ye dönüştürerek bu tezde çalışılan algoritma ile hesaplanışının matris tersi alma duyarlılığını gösteren grafik, Şekil 3.19'de görülmektedir.

Bu grafikten açıkça görülmektedir ki, bu tezde çalışılan algoritma matris tersi almaya daha duyarlıdır ve güvenilirliği diğer yöntemlere göre daha fazladır.

4. SONUÇLAR ve YORUMLAR

Bu çalışmada, çeşitli eksantrik katmanlı ve komşu dielektrik dairesel silindirik geometrilerden dalga saçılması detaylı olarak incelenmiştir. Silindirik koordinatlarda Helmholtz denkleminin çözümleri olan Bessel ve birinci tür Hankel fonksiyonları ve [2]'deki matematik prensipler aracılığıyla her bir bölgede alan ifadelerinin gelen ve saçılan alanların sonsuz seri toplamaları cinsinden yazılmasına imkân sağlanmıştır. Teğetsel alan bileşenlerinin sürekliliğinin ve Fourier katsayılarının eşitliği için Graf'ın uygun toplamsallık teoremlerinin elektrik ve manyetik alanlar için sınır koşullarına uygulanması ile $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ formundaki birinci tür bir lineer denklem sistemine ulaşılmıştır. Bu tezde çalışılan regülerleştirme yöntemi ile elde edilen birinci tür lineer denklem sistemi her bir geometri için uygun $(\mathbf{L}, \mathbf{R})$ regülerleştirici çifti ile l_2 'de $\mathbf{I}$ birim matris ve $\mathbf{K}$ kompakt operatör olmak üzere $(\mathbf{I} + \mathbf{K})\mathbf{y} = \mathbf{g}; \mathbf{y}, \mathbf{g} \in l_2$ formundaki ikinci tür bir lineer denklem sistemine indirgenmiştir. Böylece elde edilen bu sistem sayısal kesme yöntemi ile istenen doğrulukta çözülerek çeşitli geometrilerde saçılma incelenmiştir.

Tezde çalışılan algoritma ile çeşitli geometriler için elde edilen ileri ve geri RKA grafikleri sayısal sonuçlar başlığında verilmiştir. Çözülen ikinci tür lineer denklem sistemine ait ters almaya karşı duyarlılık tezde ele alınan geometriler için sayısal sonuçlar bölümünde, bilinen bazı sonuçlar ve birinci tür lineer denklem sistemi ile karşılaştırılarak grafikler ile verilmiştir. Sonuçların fiziksel olarak güvenilirliği ve yöntemin sayısal olarak etkinliği bu sonuçlar aracılığı ile gösterilmiştir.

İleriki çalışmalarda, eksantrik katmanlı ve komşu silindirlerin sayısı artırılarak etkileşimli geometriler için problemler genelleştirilebilir. Ayrıca sadece dielektrik silindirler için değil, çeşitli elektrik ve manyetik geçirgenlik değerlerine sahip malzemeler için de bu tezde çalışılan regülerleştirme yöntemi ile benzer dalga saçılması problemleri çalışılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Ivanov E. A., (1968), “Diffraction of Waves from Two Bodies”, Nauka i Tekhnika.
- [2] Bates R. H. T., (1975), “Analytic Constraints on Electromagnetic Field Computations”, IEEE Trans. Microwave Theo. Tech., 23, 605-623.
- [3] Poyedinchuk A. Ye., Tuchkin Yu. A., Shestopalov V.P., (2000), “New Numerical-Analytical Methods in Diffraction Theory”, Math. & Comp. Modeling, 32, 1029-1046.
- [4] Chew W.C., (1999), “Waves and Fields in Inhomogeneous Media”, Wiley-IEEE Press.
- [5] Kishk A., Parrikar R. P., Elsherbeni A. Z., (1992), “Electromagnetic scattering from an eccentric multilayered circular cylinder”, IEEE Trans. Antennas Propag., 40, 295–303.
- [6] Ioannidou M. P., Kapsalas K. D., Chrissouludis D. P., (2004), “Electromagnetic-wave scattering by an eccentrically stratified, dielectric cylinder with multiple, eccentrically stratified, cylindrical, dielectric inclusions”, J. Electromagn. Waves Appl., 18, 495–516.
- [7] Toyama H., Yasumoto K., Iwasaki T., (2003), “Electromagnetic scattering from a dielectric cylinder with multiple eccentric cylindrical inclusions”, 40, 113-129.
- [8] Zhang Y. J., Bauer A., Li E. P., (2005), “A novel coupled T-matrix and microwave network approach for multiple scattering from parallel semicircular channels with eccentric cylindrical inclusions”, 53, 109-133.
- [9] Jarem J. M., (2003), “Rigorous coupled wave analysis of bipolar cylindrical systems: Scattering from inhomogenous dielectric material, eccentric, composite circular cylinders”, 43, 181–237.
- [10] Cai L-W., (2005), “Scattering of elastic anti-plane shear waves by multilayered eccentric scatterers”, Q. Jl Mech. Appl. Math., 58, 165–183.
- [11] Cai L-W., Sanchez-Dehesa J., (2008), “Acoustical scattering by radially stratified scatterers”, J. Acoust. Soc. Am., 124, 2715-2726.
- [12] De la Rubia V. Zapata J., (2005), “An efficient method for determining TE and TM modes in closed waveguides made up of N cylindrical conductors”, IEEE Trans. Microw. Theo. Tech., 53, 670-678.
- [13] Liu D., Li X., Long X, Zhang Y., (2012), “Ohmic loss distribution analysis of a coaxial waveguide with misaligned inner rod”, IEEE Trans. Electron Dev., 59, 3625-3629.

- [14] Valagiannopoulos C. A., (2008), "Electromagnetic scattering from two eccentric metamaterial cylinders with frequency dependent permittivities differing slightly each other", 3, 23-24.
- [15] Gordon R, Choudhury A.I., Lu T., (2009), "Gap plasmon mode of eccentric coaxial metal waveguide", Opt Express., 17, 5311-20.
- [16] Gordon R., Choudhury A.I.K., Eftekhari F., (2009), "Eccentric coaxial gap-plasmon aperture arrays for enhanced extraordinary optical transmission and applications", Conference on Lasers & Electro-Optics Europe & 11th European Quantum Electronics Conference (CLEO EUROPE/EQEC), 725, Munich, Germany, 14 – 19 June.
- [17] Mushref M. A., (2009), "Radiation from an eccentric coated cylinder with slots of arbitrary sizes and positions", 11, 55-78.
- [18] Seran S., Donohoe J. P., Topsakal E., (2011), "Scattering by an eccentrically loaded cylindrical cavity with multiple slits", IEEE Trans. Antennas Propag., 59, 3391-3399.
- [19] Ioannidou M. P., Moneda A. P., Vardiambasis I. O., (2012), "Dual-series solution to EM-Wave scattering by a circular slit PEC cylinder enclosing multiple dielectric rods", IEEE Trans. Antennas Propag., 60, 4822-4828.
- [20] Ebihara S. Inoue Y., (2009), "Analysis of eccentered dipole antenna for borehole radar", IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens., 47, 1073-1088.
- [21] Skarlatos A., Theodoulis T., (2010), "Impedance calculation of a bobin coil in a conductive tube with eccentric walls", IEEE Trans. Magnetics., 46, 3885-3892.
- [22] Pagnetti A., Xemard A., Paladian F., Nucci C.A., (2012), "An improved method for the calculation of the internal impedances of solid and hollow conductors with the inclusion of proximity effect", IEEE Trans. Power Deliv., 27, 2063-2072.
- [23] Abramowitz M., Stegun I. A., (1972), "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", New York Dover Publications Inc.
- [24] Wilkinson J.H., (1975), "The Algebraic Eigenvalue Problem", Clarendon Oxford Press.
- [25] Dikmen F., Vatansever S., (2011), "Dairesel Kesitli Eksantrik Kılıflı İletkenden Dalga Saçılması Probleminin İkinci Türden Bir Lineer Denklem Sistemi Yorumu", 1.Ulusal Elektromanyetik Uyumluluk(EMS) Konferansı, Doğuş Üniversitesi, İstanbul, Türkiye, 14-16 Eylül.

- [26] Dikmen F., Vatansever S., Tuchkin Y., (2013), “A Well-Conditioned Algebraic System for Scattering from Eccentrically Layered Circular Cylinders”, International Symposium on Electromagnetic Theory(URSI-EMTS), Hiroşima, Japan, 20-24 May.

ÖZGEÇMİŞ

Sevda VATANSEVER, 1987 yılında Bulgaristan’da doğmuştur. İlköğretim ve lise eğitimini Ankara’da tamamlayıp 2010 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü (GYTE) Matematik Bölümü’nden lisans mezunu olmuştur. Aynı yıl GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitime başlamıştır. Ayrıca 2011 yılından itibaren GYTE Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalı’nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

EKLER

Ek A: Elektromanyetik Alan Hesaplamalarında Bazı Analitik Kısıtlamalar

Bu bölümde tezin dayandığı klasik temelleri atfederek anabileceğimiz “IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, VOL. MTT-23, NO. 8, AUGUST 1975, Elektromanyetik Alan Hesaplamalarında Analitik Kısıtlamalar, R. H. T. BATES, ÜYE, IEEE” makalesinin, tezin teorik bütünlüğünün sağlanmasına yardımcı olacağı düşünülen kısımları yer almaktadır.

Bu bölümde analitik formülasyonların hesaplanmasındaki güçlüklerle dikkat çekilmekte ve iki boyutlu problemler için seri açılımı ve integral formülasyon yaklaşımları açıklanmaktadır. Ayrıca tezin konusu olan inhomojen ortamlardaki hesaplamaların önemi ve orada yaşanacağı öngörülen güçlükleri ifade eden bölüme de burada yer verilmiştir.

A1. GİRİŞ

Dijital bilgisayarların gelişimi, son yirmi yıl boyunca Maxwell denklemlerinin sayısal değerlendirme için kullanışlı formlara dönüştürülmesine olan ilginin artmasına neden olmuştur. Burada söz konusu olan, artık bir şeylerin hesaplanıp hesaplanamayacağı değil, söz konusu şeyin en etkin şekilde nasıl hesaplanabileceğidir. Sürgülü hesap cetvelleri ve masaüstü hesap makinelerinin kullanıldığı zamanlarda mühendisler tarafından hor görülen matematiksel analiz, pratik hesaplama açısından önem kazanmıştır.

Bu tezde, elektromanyetik alanların pasif yapılarla etkileşiminin hesaplamaya dayalı belirli yönleri ayrıntılı olarak incelenmektedir. Silvester ve Csendes [A1] ile Ng [A2] tarafından yapılan son "global" incelemelere göre mikrodalga mühendisliğinde hesaplama problemlerine getirilen diferansiyel yaklaşımın integral yaklaşımı ve seri yaklaşımına göre üstün olduğu görülmektedir. Diferansiyel yaklaşımı, dalga denkleminin doğrudan çözümünü temel alır ve sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleri [A3] ve aynı zamanda iletim hattı matris yöntemleri [A4] ile temsil edilir.

Burada söz konusu olan, alan problemlerinin integral denklem formülasyonları (integral yaklaşımı) ve dalga denklemi için uygun çözümler oluşturan alanların fonksiyon dizileri olarak açılımıdır (seri yaklaşımı). Son on yıl boyunca genellikle etkileyici teorik ve/veya hesaplama dayalı destekleyici kanıtlarla birlikte birçok farklı, kimi zaman çelişkili teknikler önerilmiştir. Çeşitli önerilerin görece faydalılığını değerlendirmek zor olmuştur, çünkü bunlar çoğu kez mühendisler için açıklanması ya da anlaşılması kolay olmayan muğlak matematiksel nosyonlar içermektedir.

Burada şu üç husus konusunda çaba gösterilmiştir:

- mevcut yöntemleri kapsayan birleştirilmiş bir gelişim programı sunmak,
- en azından karşılaştırılmalı olarak şüphe içermeyen sonuçlar elde etmek,
- radyo ve mikrodalga mühendisliğinde çalışılan alan hesaplama tekniklerini geliştirmek için en önemli ve uygun görünen araştırma tiplerini önermek.

Literatür, birinci ve ikinci maddelerin yazarın kendi yargılarından nispeten bağımsız olmasını sağlayan yeterli güvenilir yaklaşımlar içermektedir ama aynı şey üçüncü madde için söylenemez. Ancak, bu tür bir incelemede geleceğe yönelik araştırma olanaklarını göz ardı etmek gereksiz yere bir çekingenlik olacaktır.

Tanıtılması gereken birçok karmaşık matematiksel işlemin fiziksel anlamını açıklama ve buna odaklanma yönünde çaba gösterilirken analiz sadece iki boyutta çeşitlilik gösteren alanlarla sınırlanmıştır. Dolayısıyla burada silindirik dalgaların silindirik yapılar tarafından kırınımı incelenmektedir. Prensipite yapıların kesitsel şekilleri veya malzeme bileşimi ile ilgili bir sınırlama yoktur.

Eksiksiz, üç boyutlu bir yaklaşım çok daha karmaşık ve zor anlaşılır olacaktır. Bunun önemli bir katkısının olacağı şüphelidir, çünkü alanın polarizasyonu buradaki sorularla ilgili olarak avantaj sağlayacak bir büyüklük değildir. Sırasıyla silindirik dalga sisteminin eksenine paralel bir manyetik alan bileşeni ve elektrik alanı bileşeni olmayan elektriksel olarak polarize olan ve manyetik olarak polarize olan bu iki boyutlu alanlar arasında bir bağlantı yoktur. İki boyutlu formülasyonun diğer bir faydalı yanı, akustik alanlara kesin olarak uygulanmasıdır.

Geniş bant mikrodalga sinyallerinin pasif yapılarla olan etkileşimi giderek daha fazla ilgi görmektedir, fakat modülasyonlu taşıyıcı dalgaların kırınım hesaplamasıyla ilgili geniş bir literatür henüz mevcut değildir. Benzer şekilde, burada da yaklaşım

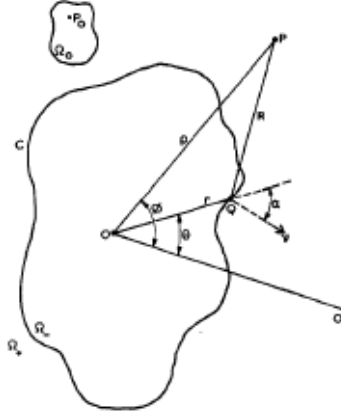
monokromatik dalgalarla sınırlıdır. Zamana bağlı saçılma çalışması için geliştirilen ve bazıları burada temelde ele alınan bazı analitik teknikleri temel alan "tekillik seri açılım yöntemi"ne referansta bulunulmuştur [A5].

A2. BAŞLANGIÇ

Şekil A.1’de keyfi bir nokta olan P gösterilmektedir, bu noktanın silindirik kutupsal koordinatları Y üç boyutlu uzayının $z = 0$ düzlemi olan iki boyutlu bir Ω uzayında ρ ve φ ’dir. OO' düz çizgisi, P ’nin açısal konumunun tanımlanmasında faydalanılan keyfi bir bileşendir. Koordinatların O orijinini çevreleyen, kapalı bir eğri olan C , Ω uzayını bir Ω_- iç bölümü ve bir Ω_+ dış bölümüne ayırır. C üzerindeki keyfi bir nokta olan Q ’nun silindirik kutupsal koordinatları r ve θ ’dir. C sembolü, eğrinin kendisini temsil etmesinin yanı sıra aynı zamanda, OO' ’nin eğriyle kesiştiği noktadan (veya birden fazla nokta mevcutsa, en iç noktadan) saatin tersi yönünde ölçülen Q ’da eğri boyunca olan mesafeyi de sembolize eder. Q ’da C ’ye doğru dışarı yöndeki normal olan ν yönü, OQ çizgisinin uzantısıyla bir α açısı oluşturur. P ve Q noktaları arasındaki uzaklık R ile gösterilmiştir.

Küme teorisi notasyonu mühendisler arasında popülerliğini yitirme eğilimindedir ve tek amacı argümanı anlaşılabilir hale getirmek olarak görüldüğünde bunu hak etmektedir. Fakat birinin kesin olmasını sağlama gibi bir avantaja sahiptir. Ω uzayı, tipik biri P olan noktalardan oluşan bir koleksiyon olarak görülebilir. C ’deki tüm noktalarla birlikte Ω_- ’daki tüm noktalar ve Ω_+ ’daki tüm noktalar Ω ’daki noktaları oluşturur. Bu da şu şekilde yazılır:

$$\Omega = \Omega_- \cup C \cup \Omega_+ \quad (A2.1)$$



Şekil A.1: Ω 'daki noktalar, bölgeler ve koordinat sistemleri, üç boyutlu Y uzayında $z = 0$ düzleminde z doğrultusu kâğıda diktir.

Eğer $\mathbb{Z}$ bölge ise veya Ω içinde kesişmeyen bölgelerden oluşan bir koleksiyon ise, yani $\mathbb{Z} \subset \Omega$ ise, $P \in \mathbb{Z}$ notasyonu P noktasının $\mathbb{Z}$ içinde herhangi bir yerde olabileceğini gösterir. Aksine, $P \notin \mathbb{Z}$ notasyonu P 'nin $\mathbb{Z}$ içinde olamayacağını gösterir.

Ω_+ uzayı bölümü, yarıçapı r_+ olan, O 'da merkezlenen C 'yi çevreleyen Γ_+ dairesine göre Ω_{+-} ve Ω_{++} (sırasıyla iç ve dış) olarak partisyonlara ayrılmıştır. Bu Şekil A.2'de gösterilmiştir ve bu şekil aynı Ω_- 'nin yarıçapı r_- olan, O 'da merkezlenen Γ_- dairesine göre sırasıyla Ω_{--} ve Ω_{-+} olan iç ve dış partisyonlara ayrılmaktadır. Bu partisyonlara ayırma işlemi şu denklemlerle özetlenmiştir:

$$\begin{aligned}\Omega_- &= \Omega_{--} \cup \Gamma_- \cup \Omega_{-+} \\ \Omega_+ &= \Omega_{+-} \cup \Gamma_+ \cup \Omega_{++}\end{aligned}\tag{A2.2}$$

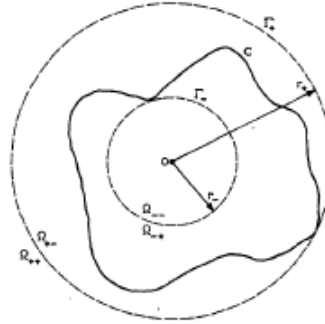
Y 'de, elektrik şiddeti $\mathbf{E}$, manyetik yoğunluğu $\mathbf{H}$ ve açısal frekansı ω olan bir elektromanyetik alan mevcuttur. Alan, z yönünde hiçbir varyasyon içermez ve uygun şekilde, sırasıyla E_z ve H_z 'nin sıfır olduğu iki bağımsız alana ayrılmıştır. Karmaşık eksponansiyel notasyon kullanılarak ve zaman faktörü $\exp(j\omega t)$ bastırılarak, bu alanların her ikisi de burada tekil bir skaler [A6] öge ile tam olarak karakterize edilmiştir. $\Psi = \Psi(\rho, \varphi)$ uygun şekilde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\Psi = \begin{cases} E_z & \text{elektriksel olarak polarize alanlar için} \\ H_z & \text{manyetiksel olarak polarize alanlar için} \end{cases} \quad (\text{A2.3})$$

Keyfi bir noktası P_0 olan bir $\Omega_0 \subset \Omega_+$ bölgesinde bulunan etkilenen kaynaklardan bir birincil veya gelen alan $\Psi_0 = \Psi_0(\rho, \varphi)$ çıkar. Ω 'nın bölümleri boşluktan farklı ise saçılan ya da tekrar yayılan bir alan $\Psi_1 = \Psi_1(\rho, \varphi)$ alanı ortaya çıkar, böylece toplam alan aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\Psi = \Psi_0 + \Psi_1, \quad P \in \Omega \quad (\text{A2.4})$$

Küme teorisi notasyonuna çok aşina olmayan okuyucular için bu denklem şunu ifade eder: Ψ alanının gözlemlendiği P noktası iki boyutlu Ω uzayının içinde herhangi bir yerde ise Ψ_0 ve Ψ_1 'in toplamı olarak alınabilir.



Şekil A.2: Ω_- ve Ω_+ partisyonlarına ayırma.

Dalgaların kırınımı ve saçılması konusuna getirilen kullanışlı bir yaklaşım, tüm alanların boşluktaymış gibi ilerlediğinin kabul edildiği polarizasyon-kaynak formülasyonudur [A7]. Burada kırınım güçlü bir biçimde, boş uzaydan farklılıkların olduğu yerlere denk (kutuplanmış) kaynaklar koyarak hesaba alınmıştır. Eğer $\omega_0 = \omega_0(\rho, \varphi)$ Ω_0 içinde etkilenen kaynakların yoğunluğu ise gelen alan [A7] aşağıdaki ifadeyi karşılar:

$$\nabla^2 \Psi_0 + k^2 \Psi_0 = -\omega_0, \quad P \in \Omega \quad (\text{A2.5})$$

Burada k dalga sayısı ya da boş uzayın yayılma sabitidir.

Uzay Ω_0 'dan ayrı olarak tüm Ω_+ boyunca boş olarak kabul edilmiştir. $\Omega_- \cup C$ içinde zamanla değişmeyen bir inhomojen yayılma ortamının bulunmasına izin verilmiştir. Bunun sonucunda, doğrudan $\Omega_- \cup C$ boyunca ortamın elektriksel geçirgenliği, manyetik geçirgenliği ve iletkenliğinde [A7] görülen değişimlerden hesaplanan polarizasyon-kaynak yoğunluğu $\omega_1 = \omega_1(\rho, \varphi)$ C eğrisi dışında sıfırdır:

$$\omega_1 = 0, P \in \Omega_+ \quad (A2.6)$$

Burada tekrar yayılan alan aşağıdaki ifadeyi karşılar:

$$\nabla^2 \Psi_1 + k^2 \Psi_1 = -\omega_1, P \in \Omega \quad (A2.7)$$

Toplam kaynak yoğunluğu aşağıdaki ifadeyle tanımlanmıştır:

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 \quad (A2.8)$$

(A2.4) ve (A2.6)'dan elde edilen sonuç,

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = -\omega, P \in \Omega \quad (A2.9)$$

Eğer P' bir kaynak noktası ise, yani uzayın $\omega \neq 0$ olduğu bir parçası ise ve R' , P' ve P noktaları arası uzaklık olduğu bölümde bir nokta ise, o halde Ψ şu şekilde verilmektedir [A7]:

$$\Psi = \iint_{\Omega_0 \cup \Omega_- \cup C} \omega(\rho', \varphi') g_{P'P} d\Omega \quad (A2.10)$$

Burada ρ' ve φ' P' 'nin kutupsal koordinatları, $d\Omega$ bir alan elemanıdır ve g iki boyutlu dalgalar için Green fonksiyonunu [A6] sembolize eder:

$$g_{P'P} = g_{PP'} = -(j/4) H_0^{(2)}(kR') \quad (A2.11)$$

Genelde Bessel fonksiyonları [A8] için kullanılan toplamsallık teoremine başvurularak faydalanılan bir formda açılabilir. Açılım, Şekil A.1’de tanıtılan notasyon çerçevesinde gösterilmiştir:

$$\begin{aligned}
 j^4 g_{QP} &= H_0^{(2)}(kR) \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(kr) H_m^{(2)}(k\rho) \exp(jm[\varphi - \theta]), \rho \geq r \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_m^{(2)}(kr) J_m(k\rho) \exp(jm[\varphi - \theta]), \rho \leq r
 \end{aligned} \tag{A2.12}$$

Burada $J_m(\bullet)$ ve $H_m^{(2)}(\bullet)$ sırasıyla m ’inci dereceden birinci tür Bessel fonksiyonu ve ikinci tür Hankel fonksiyonlarıdır.

A3. SERİ AÇILIMLAR

Şekil A.3’te Ω içinde yer alan bir $\tilde{\Omega}$ bölgesi gösterilmektedir. $\tilde{\Omega}$ ’daki boşluk dalga denklemini karşılayan belirli bir alana $\chi = \chi(\rho, \varphi)$ yönelik genel bir ifade [A6]’dir.

$$\chi = \Phi_1 + \Phi_2 \tag{A3.1}$$

$$\Phi_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m J_m(k\rho) \exp(jm\varphi) \tag{A3.2}$$

$$\Phi_2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m H_m^{(2)}(k\rho) \exp(jm\varphi) \tag{A3.3}$$

Burada A_m ve B_m sabitlerdir. Φ_1 için kullanılan (A3.2) ifadesi “duran dalgaları” temsil edebilirken, (A3.3)’teki ikinci türden Hankel fonksiyonları Φ_2 ’nin 0 ‘dan başlayarak ilerleyen “dışarı yönde hareket eden dalgalar”dan oluştuğunu gösterir. χ için genel bir ifade yazmanın diğer bir yolu, bunu “içeri” ve “dışarı” yönde hareket eden dalgalar olarak ayırmaktır. Bununla birlikte, (A3.2) ve (A3.3) bu çalışmada sürdürülen gelişim için daha kullanışlıdır. Hankel fonksiyonları, argümanları sıfır

[A8] olduğunda tekil olduğu için ve fiziksel nedenlerden dolayı alanın boşlukta her yerde düzgün şekilde davranması gerektiğinden şu sonuç elde edilir:

$$B_m = 0, \quad 0 \in \tilde{\Omega} \quad (\text{A3.4})$$

$\tilde{\Omega}$ boyunca, koordinatların 0 noktasına göre tümüyle dışarıya giden (kendi seri açılım katsayılarıyla kabul edilen değerlerinden bağımsız olarak) alan açılımlarının $\alpha(\tilde{\Omega})$ sınıfının tanımlaması ilgi çekici bir noktadır. V bu sınıfta ise aşağıdaki notasyona başvurulur:

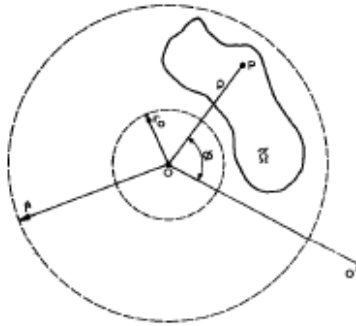
$$V \in \alpha(\tilde{\Omega}) \quad (\text{A3.5})$$

Bunun sonucunda;

$$A_m = 0, \quad \chi \in \alpha(\tilde{\Omega}) \quad (\text{A3.6})$$

Çünkü A_m salt hareket eden dalgaları temsil etmek üzere Φ_1 için özel formların kullanıldığını farz etmek zorundadır, aslında, örneğin tüm A_m 'ler gerçekse Φ_1 salt duran dalgaları temsil eder.

Alanlar (A3.2) ve (A3.3)'in sağ tarafındaki ifadeler gibi sonsuz dalga fonksiyonu serileriyle temsil edilirken dikkat edilmesi gereken üç temel prensip mevcuttur.



Şekil A.3: $\tilde{\Omega}$ bölgesi.

Birinci prensip bir giriş kısmı olmadan ifade edilebilir.

- Birinci Temel Prensip

Sonsuz bir dalga fonksiyonları serisi bir uzay bölgesi içinde bir alanı temsil etmek için kullanışlı bir yöntemdir, fakat bu ancak serinin bölge içinde her noktada tek bir değere sahip olması durumunda yani seri bölgede her yerde yakınsıyorsa geçerlidir (serinin yeterli sayıda öğeye sahip olacak şekilde yuvarlandığında, değerinin başka öğelerin eklenmesiyle ihmal edilecek ölçüde artması anlamında).

Birinci türden Bessel fonksiyonları, argümanlarının [A8] negatif olmayan üsleri şeklinde seri olarak yazılabilir. Bu nedenle, Φ_1 için kullanılan seri ρ maksimum yakınsaklık yarıçapından [A9] küçük iken bir Taylor serisi olarak düzenlenebilir. . Bir Hankel fonksiyonunun genliği, argümanının genliği artarken [A8] monoton olarak azalır ve argümanları sıfır iken tüm Hankel fonksiyonları tekildir, böylece (A3.3)'te Φ_2 için kullanılan ifade minimum bir yakınsaklık yarıçapına sahip olur. $\hat{r}$ ve r_0 büyüklükleri,

$$\hat{r} = (14)\text{'ün RHS maks. yakınsaklık yarıçapı} \quad (A3.7)$$

$$r_0 = (15)\text{'in RHS min. yakınsaklık yarıçapı} \quad (A3.8)$$

ile tanımlandığında tüm $\tilde{\Omega}$ Şekil A.3'te gösterildiği gibi $r_0 \leq \rho \leq \hat{r}$ halkasının arasında yer almalıdır.

Analitik devam konsepti en çok karmaşık değişken teorisinde [A9] bilinir, fakat herhangi bir boyuttaki gerçek uzaylara uygulanır [A10]. Waterman [A11], Mittra ve Wilton [A12], Imbriale ve Mittra [A13], Weston ve diğerleri ile Weston ve Boerner [A15] tarafından elektromanyetik teorisini etkileyerek uygulanmıştır. Önemi Millar [A16] tarafından vurgulanan ikinci prensip, analitik devamın tekliğini temel alır [A10].

- İkinci Temel Prensip

$\tilde{\Omega}$ ve $\mathbb{Z}$ şeklinde iki bölge ve $\tilde{\Omega} \subset \mathbb{Z}$ olduğunu düşünün; burada $\mathbb{Z}$ belirli bir alanın bulunduğu uzay bölgesinde yer almaktadır. Alanın bir seri olarak temsilinin $\tilde{\Omega}$ bölgesi içinde geçerli olduğu biliniyorsa, fakat sonra daha geniş bölge olan $\mathbb{Z}$ içinde yakınsadığı görülüyorsa, analitik devam konseptinin tekliği, serinin $\mathbb{Z}$ boyunca geçerli bir temsil olmasını sağlar.

Ψ_0 'nin aşağıdaki şekilde ifade edilebilmesi bu ikinci prensiple ilgili gerekli bir sonuçtur:

$$\Psi_0 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m J_m(k\rho) \exp(jm\varphi), P \in \Omega_{--} \quad (A3.9)$$

Burada, a_m sabitlerdir ve Ψ_0 kaynakları tümüyle $\Omega_0 \subset \Omega_+$ içinde mevcut olarak tanımlanmıştır, böylece Ψ_0 0 orijininde analitiktir. Bu nedenle, (A3.9), (A3.3)'teki gibi hiçbir serinin Ψ_0 'ın Ω_{--} boyunca bir temsilinin parçası olamayacağı anlamında (A3.3) ile uyumludur. İkinci prensibe göre (A3.9)'deki serinin maksimum yakınsaklık yarıçapı r_- 'den az olamaz çünkü Ψ_0 Ω_0 'da analitik olamaz. Dolayısıyla Ψ_0 (A3.9)'de olduğu gibi Ω_{--} içinde ifade edilebilir olmalıdır.

Ψ_0 'ın, sonsuzluktan bir ϑ açısıyla $00'$ 'a gelen bir düzlemsel dalga formuna sahip olması durumunda [A8],

$$a_m = j^m \exp(jm\vartheta) \quad (A3.10)$$

Bir alanın homojen bir kaynaksız bölgede herhangi bir noktada tek bir değere sahip olması gerekmesine rağmen alanı, bu noktayı içeren sonlu bir bölgede temsil etmek için kullanılabilecek sonsuz sayıda olası dalga fonksiyonu serisi mevcuttur. Bu dalga fonksiyonlarının neredeyse tümünün fonksiyonel bağımlılığının ayrılmamış olacağına dikkat edilmelidir, çünkü sadece onbir ayrılabilir koordinat sistemi mevcuttur.

Her ikisi de boşluk dalga denklemini karşılayan iki set dalga fonksiyonu olduğunu farz edelim: $\{V_m^{(1)}(\rho, \varphi)\}$ ve $\{V_m^{(2)}(\rho, \varphi)\}$. Belirli bir alanın $V = V(\rho, \varphi)$ aşağıdaki gibi ifade edilebileceği görülecektir:

$$\begin{aligned} V &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m^{(1)} V_m^{(1)}(\rho, \varphi), P \in \mathbb{Z}_1 \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m^{(2)} V_m^{(2)}(\rho, \varphi), P \in \mathbb{Z}_2 \end{aligned} \quad (A3.11)$$

Burada $C_m^{(1)}$ ve $C_m^{(2)}$ sabitler, $\mathbb{Z}_1$ ve $\mathbb{Z}_2$ sırasıyla, iki serinin yakınlığı en geniş bölgelerdir. Millar'ın çalışmaları [A16] üçüncü prensibin önemini ortaya koymaktadır.

- Üçüncü Temel Prensip

Şekil A.4'te gösterilen $\mathbb{Z}_1 \cap \mathbb{Z}_2$, vb. içindeki taralı bölgede $V_m^{(1)}$ ve $V_m^{(2)}$ 'yi birbirine göre yeniden düzenlemek faydalı olur, böylece sabit kümesi $C_m^{(2)}$, $C_m^{(1)}$ aracılığıyla belirlenebilir ve tersi de geçerlidir. Ancak $\mathbb{Z}_1$ ve $\mathbb{Z}_2$ 'nin kesişmeyen bölümleri içinde bu tür bir yeniden düzenleme bu sabit kümeleri için tek bir sonuç oluşturmaz.

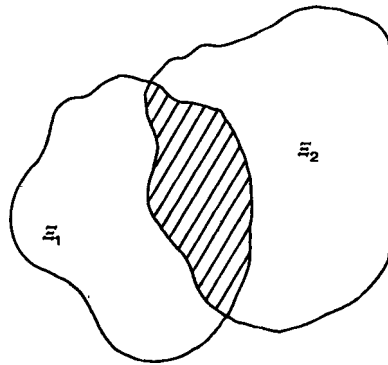
$V = V(\rho, \varphi)$ şeklinde, bir $\mathbb{Z}_1$ bölgesinde tümüyle dışarı giden alan olduğunu farz edelim:

$$V \in \alpha \{ \mathbb{Z}_{1+} \} \quad (\text{A3.12})$$

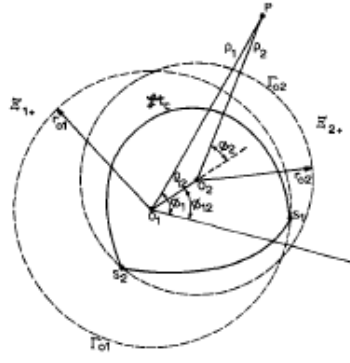
Burada $\mathbb{Z}_{1+}$, r_{01} yarıçaplı Γ_{01} dairesinin dışındaki tüm uzaydır. Bu durumda V aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$V = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{1,m} H_m^{(2)}(k\rho_1) \exp(jm\varphi_1), \quad \rho_1 > r_{01} \quad (\text{A3.13})$$

Burada $C_{1,m}$ birer sabit ve r_{01} ile φ_1 , Γ_{01} 'in merkezi olan 01 orijiniyle ilişkilendirilen kutupsal koordinatlardır.



Şekil A.4. Kesişen bölgeler.



Şekil A.5. Koordinat orijininin değişmesi.

Eğer r_{01} RHS'ın (A3.13) minimum yakınsaklık yarıçapı ise, V 'nin tekil olduğu Γ_{01} 'de en az bir nokta S_1 olmalıdır (yani ya V , S_1 'de mevcut değildir veya bazı sonlu derecelerden daha yüksek bir derecedeki V 'nin türevleri S_1 'de mevcut değildir). Şekil A.5'te, O_2 noktası r_{02} yarıçaplı Γ_{02} dairesinin merkezi ve ρ_2 ile φ_2 kutupsal koordinatların orijini. Aynı zamanda $\mathbb{Z}_{2+}$, Γ_{02} 'nin dışındaki tüm uzaydır. Şimdi Bessel fonksiyonları için kullanılan toplamsallık teoremi [12] herhangi bir derecedeki fonksiyonlara göre genişletilebilir [A8], böylece P konumu $\rho_2 > \rho_{12}$ iken (A3.13) aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$V = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{2,m} H_m^{(2)}(k\rho_2) \exp(jm\varphi_2) \quad (\text{A3.14})$$

$$C_{2,m} = \exp(jm\varphi_{12}) \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{1,m} J_n(k\rho_{12}) \cdot \exp(-j[\varphi_{12} + \pi]) \quad (\text{A3.15})$$

Bu ifade aslında, üçüncü temel prensipte atıfta bulunulan türden öğelerin bir yeniden düzenlenmesidir. Dolayısıyla (A3.15), sadece uzayın, RHS (A3.13) ve (A3.14) ifadelerinin her ikisinin de yakınsadığı bölümünde anlamlıdır. RHS'nin minimum yakınsaklık yarıçapı (A3.14) r_{02} ile sembolize edildiğinde, (A3.14)'nın sadece $\rho > r_{02}$ için geçerli olduğu ve (A3.14) ile (A3.15) ifade edilen öğelerin yeniden düzenlenmesinin sadece $\mathbb{Z}_{1+} \cap \mathbb{Z}_{2+}$ içinde geçerli olduğu görülür. Yani V 'nin tekil olduğu Γ_{02} 'de en az bir S_2 noktası olmak zorundadır.

S_1 'in Γ_{02} üzerinde veya içinde olması gerektiğinin anlaşılması önemlidir. Üçüncü temel prensibe göre (A3.13) $\mathbb{Z}_{1+} \cap \mathbb{Z}_{2+}$ boyunca RHS (A3.14) ile tamamen aynıdır. Buna göre eğer S_1 $\mathbb{Z}_{2+}$ içinde olsaydı, RHS (A3.14) $\mathbb{Z}_{2+}$ içinde tekil olurdu, fakat bu doğru olamaz, çünkü r_{02} 'nin tanımı RHS'nin (A3.14) $\mathbb{Z}_{2+}$ boyunca analitik olmasını sağlar. Benzer şekilde S_2 'de Γ_{01} 'in üzerinde veya içinde olmak zorundadır. Bu, V alanının, alanı temsil etmek için hangi ifadeler kullanılırsa kullanılsın S_1 ve S_2 'de tekil olmasını sağlar. Koordinatların orijini sürekli olarak değiştirilerek sürekli kapalı dışbükey eğri κ_c prensipte takip edilebilir, burada tekilliklerin "dışbükey örtüsü" olarak adlandırılan κ_c , V 'nin tekilliklerinin dışbükey zarfıdır. Doğru dışbükey zarfın takip edilmesi gerekiyorsa koordinatların orijininin özel bir yol kümesini izlemesi gerektiğine dikkat edin.

A4. İNTEGRAL FORMÜLASYONLARI

Tüm Ω dikkate alınırken tekrar yayılan alan Ψ_1 'in yeri, $\Omega_- \cup C$ içinde polarizasyon-kaynak yoğunluğu olarak kabul edilmiştir. Bunun birlikte sadece Ω_+ dikkate alınırken Ψ_1 , C 'deki eşdeğer kaynaklar anlamında örneğin, Baker ve Copson [A17] tarafından gösterildiği gibi uygun şekilde ifade edilebilir. [A1]'e ve önceki tanımlara bakılır ve sonra aşağıdaki denklemle tanımlanan $\mathbb{F}_1 = \mathbb{F}_1(\rho, \varphi)$ ifadesi değerlendirilir:

$$\mathbb{F}_1 = \iint_{\Omega_+} [g_{SP} \nabla^2 \Psi_1 - \Psi_1 \nabla^2 g_{SP}] d\Omega \quad (\text{A4.1})$$

Burada S noktası $d\Omega$ alanına ait ögenin içinde yer alır ve P , Ω 'da $\mathbb{F}_1$ 'in hesaplandığı noktadır. Şimdi, P noktası S ile çarpışmadığı sürece g_{SP} analitiktir yani normal veya iyi koşullanmış, böylece (A4.1)'deki integrand sadece P 'nin komşuluğunda analitik olamayabilir ve κ_P ile gösterilir. Green'in g_{SP} fonksiyonu, alan S kaynağındaki bir noktada yayılmış olarak düşünülebilir, böylece [A6];

$$\nabla^2 g_{SP} + k^2 g_{SP} = -\delta_{SP}, \quad P \in \Omega \quad (\text{A4.2})$$

Burada δ_{sp} , iki boyutlu delta fonksiyonudur:

$$\iint_{\Omega} \delta_{sp} d\Omega = \iint_{\kappa_p} \delta_{sp} d\Omega = 1 \quad (\text{A4.3})$$

(A2.6), (A2.7), (A4.2) ve (A4.3)'dan anlaşılabileceği gibi (A4.1), aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\mathbb{F}_1(\rho, \varphi) = \iint_{\kappa_p} \Psi_1 \delta_{sp} d\Omega = \Psi_1(\rho, \varphi), \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.4})$$

Çünkü;

$$g \nabla^2 \Psi = \nabla \cdot (g \nabla \Psi) - \nabla g \cdot \nabla \Psi \quad (\text{A4.5})$$

Eşitlik (A4.1) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbb{F}_1 = \iint_{\Omega_+} \nabla \cdot (g_{sp} \nabla \Psi_1 - \Psi_1 \nabla g_{sp}) d\Omega \quad (\text{A4.6})$$

Şekil A.1'de gösterilen notasyona bakıldığında bu denklemin ıraksama teoreminin yardımıyla aşağıdaki ifadeye dönüştürülebileceği görülür:

$$\mathbb{F}_1 = \int_C \left[\Psi_1(\rho, \varphi) \frac{\partial g_{qp}}{\partial \nu} - g_{qp} \frac{\partial \Psi_1(\rho, \varphi)}{\partial \nu} \right] dC, \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.7})$$

Burada dC , yayın C boyunca olan diferansiyel elemanıdır. Yüzey integralinden Ω üzerinden Ω 'yı çevreleyen kontur boyunca çizgi integraline dönüştürme durumunda, sonsuzda bir daire boyunca bir çizgi integrali ve C boyunca çizgi integrali mevcuttur. Fakat sonsuzdaki integral ortadan kaybolur, çünkü hem g_{sp} , hem de Ψ_1 sonsuza giden tiptedir. Bu, ünlü "Sommerfeld radyasyon koşulu"dur (Ausstrahlungsbedingung) [A6], [A17]. (A4.4) ve (A4.7) eşitlikleri birleştirildiğinde şu sonuç elde edilir:

$$\Psi_1 = \int_C \left[\Psi_1(r, \theta) \frac{\partial g_{QP}}{\partial \nu} - g_{QP} \frac{\partial \Psi_1(r, \theta)}{\partial \nu} \right] dC, \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.8})$$

Eşitlik (A4.3) ve Şekil A.1'in notasyonu kullanılarak (A2.5) şu şekilde yazılabilir:

$$\nabla^2 \Psi_0 + k^2 \Psi_0 = - \int_{\Omega_0} \omega_{P_0} \delta_{P_0 P} d\Omega \quad (\text{A4.9})$$

Burada ω_{P_0} , ω_0 'ın Ω_0 'da P_0 noktasındaki değerini gösterir. (A4.1)'deki 1 alt simgesi 0 alt simgesiyle değiştirildiğinde ve (A4.1)'den (A4.4)'e götüren mantık tekrar uygulandığında aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\mathbb{F}_0 = 0, \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.10})$$

Çünkü Ω_0 'daki Ψ_0 'nin kaynaklarından elde edilen katkılar aşağıdaki bileşeni iptal eder:

$$\int \int_{\kappa_P} \Psi_0 \delta_{SP} d\Omega \quad (\text{A4.11})$$

Eşitlik (A4.5) ve (A4.7) ile analogi yapıldığında şu sonuç elde edilir:

$$\int_C \left[\Psi_0(r, \theta) \frac{\partial g_{QP}}{\partial \nu} - g_{QP} \frac{\partial \Psi_0(r, \theta)}{\partial \nu} \right] dC, \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.12})$$

Eşitlik (A4.8) ile (A4.12) birleştirildiğinde C 'deki toplam alan ve buradaki normal türevi anlamında tekrar yayılan alan için bir ifade elde edilir. Alanın normal türevine olan oranı, burada aşağıdaki gibi temsil edilen normalize edilmiş bir empedans olarak görülebilir:

$$Z = \Psi(r, \theta) \bigg/ \frac{\partial \Psi(r, \theta)}{\partial \nu} \quad (\text{A4.13})$$

Bu genelde C boyunca farklılık gösterir:

$$Z = Z(r, \theta) = Z(C) = Z_Q \quad (\text{A4.14})$$

Z 'nin fonksiyonel bağımlılığını ifade eden bu farklı notasyonlar daha ileride faydalı olacaktır.

(A2.4), (A4.8), ve (A4.12)-(A4.14) birleştirildiğinde şu notasyon elde edilir:

$$\Psi_1 = \int_C [g_{QP} - Z_Q \partial g_{QP} / \partial \nu] F(C) dC, \quad P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.15})$$

Burada tekrar yayılan kaynakların lineer yoğunluğu $F(C)$ şu şekilde tanımlanır:

$$F(C) = -\partial \Psi(r, \theta) / \partial \nu \quad (\text{A4.16})$$

$F(C)$ 'nin, C kesitine ait sonsuz silindirin cidarındaki eşdeğer yüzey akımlarının yoğunluğuyla orantılı olduğuna dikkat edilmelidir. Elektriksel ve manyetik olarak polarize olan alanlar için $F(C)$, sırasıyla eşdeğer elektrik ve manyetik yüzey akımı yoğunluklarıyla orantılıdır. $F(C)$, mükemmel iletken silindirler için asıl yüzey akımı yoğunluğuyla orantılıdır. Mükemmel bir iletkenin üzerinde manyetik yüzey olamayacağını hatırlayın, bu durumda $Z_Q F(C)$, alan manyetik olarak polarize edildiğinde elektrik yüzey akımı yoğunluğuyla orantılı olur.

$Z = \infty$ iken (A4.15)'deki integrandın anlamıyla ilgili her türlü belirsizliği gidermek için aşağıdaki tanım gereklidir:

$$F(C) = 0 \text{ ve } Z_Q F(C) = G(C) \quad Z_Q = \infty \text{ olduğunda} \quad (\text{A4.17})$$

Burada $G(C)$, C 'deki tekrar yayılan kaynakların yoğunluğunun alternatif bir tanımıdır, C 'nin iyi bir fonksiyonudur.

Z , Ω_- 'deki alan ile kabul edilen forma bağlıdır, yani genel olarak iç ve dış (C 'ye göre) alanların doğru olarak hesaplanabilmesi için birlikte ele alınmalıdır. Bununla birlikte, $\Omega_- \cup C$ 'de bulunan ortam çok yansıtıcı veya çok kayıplı ise Z ,

önceden belirtilebilir [A18]. Özellikle, eğer ortam tamamen yansıtıcı özellikteyse (örneğin C sonsuz, mükemmel iletken bir silindirin kesitidir) Z , alanın elektriksel veya manyetik olarak polarize olmasına bağlı olarak sırasıyla sıfır veya sonsuz olur.

Z ve Ψ_0 belirtildiyse, Ψ_1 Ω_+ 'da belirlenmesi, uygun şekilde formüle edilmiş bir sınır değer problemidir ve (A4.13) ve (A4.15)'den türetilmiş bir integral denklemi olarak kabul edilebilir:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial \Psi_{0Q'}}{\partial \nu'} + \int_C \left[\frac{\partial g_{QQ'}}{\partial \nu'} - Z_Q \frac{\partial^2 g_{QQ'}}{\partial \nu \partial \nu'} \right] F(C) dC \right] Z_{Q'} \\ & = \Psi_{0Q'} + \int_C \left[g_{QQ'} - Z_Q \partial g_{QQ'} / \partial \nu \right] F(C) dC \end{aligned} \quad (A4.18)$$

Burada $\Psi_{0Q'}$, C 'de Ψ_0 'ın Q' noktasındaki değeridir, burada C yönündeki dışarı doğru normal yön, ν' yönüdür. (A4.18) notasyonundaki bilinmeyen, bir dizi farklı moment yöntemiyle [A19], [A20] sayısal olarak değerlendirilebilen $F(C)$ 'dir. $F(C)$ belirlendikten sonra Ψ_1 , $F(C)$ 'nin (A4.15)'de yerine konmasıyla hesaplanabilir.

Ψ_1 'i açısıl bir Fourier serisine açmak genelde uygun bir davranıştır, fizikçiler bunu "kısmi dalga açılımı" olarak adlandırır. Bunu yapmak için önce C 'yi, Q 'nun radyal koordinatının, alanın incelendiği P noktasının radyal koordinatından küçük veya büyük olduğu parçalara ayırmak gerekir:

$$C = L_- \cup L_+ \quad (A4.19)$$

$$\rho < r \text{ olduğunda } Q \in L_- \quad (A4.20)$$

$$\rho \geq r \text{ olduğunda } Q \in L_+ \quad (A4.21)$$

Hem L_- hem de L_+ 'nın P konumunun fonksiyonları olduğuna dikkat edildiğinde;

$$L_{\pm} = L_{\pm}(\rho) \quad (A4.22)$$

Şekil A.2 incelendiğinde şu ifadeler görülür:

$$L_- = \phi \text{ ve } L_+ = C, P \in \Omega_{++} \quad (\text{A4.23})$$

$$L_+ = \phi \text{ ve } L_- = C, P \in \Omega_{--} \quad (\text{A4.24})$$

Burada ϕ , sıfır kümesini, örneğin uzayın hiçbir nokta bulunmayan bölgesi, temsil eder.

Daha önce tanımlanan χ büyüklüğüne dönmek ve bunu tüm Ω boyunca aşağıdaki ifadeyle tanımlamak uygun olacaktır:

$$\chi = \int_C [g_{QP} - Z_Q \partial g_{QP} / \partial \nu] F(C) dC, P \in \Omega \quad (\text{A4.25})$$

Eşitlik (A4.15) ile yapılan karşılaştırmada aşağıdaki görülür:

$$\chi = \Psi_1, P \in \Omega_+ \quad (\text{A4.26})$$

Şimdi, sırasıyla (A3.2) ve (A3.3) eşitliklerinde gördüğümüz Φ_1 ve Φ_2 büyüklüklerinin tanımlarını genişletmek gerekiyor. (A3.2) ve (A3.3)'teki seriler oldukça genel tiptedir, fakat açılım katsayılarını (A_m ve B_m) sabit olarak seçmek, Ω gibi sadece belirli bölgelerde faydalıdır. Şunları tanımlayalım:

$$\Phi_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lambda_m^-(\rho) J_m(k\rho) \exp(jm\varphi) \quad (\text{A4.27})$$

$$\Phi_2 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \lambda_m^+(\rho) H_m^{(2)}(k\rho) \exp(jm\varphi) \quad (\text{A4.28})$$

Şekil A.1'deki notasyondan ve (A2.12), (A4.14), (A4.19) ve (A4.22) ile (A4.25)'den şu sonuçlar elde edilir:

$$\lambda_m^-(\rho) = \int_{L_-(\rho)} F(C) \tilde{H}_m^{(2)}(k, r) \exp(-jm\theta) dC \quad (\text{A4.29})$$

$$\lambda_m^+(\rho) = \int_{L_+(\rho)} F(C) \tilde{J}_m(k, r) \exp(-jm\theta) dC \quad (\text{A4.30})$$

H ve J 'deki tildalar kısa notasyondur:

$$j^4 \tilde{W}_m(k, r) = W_m(kr) - \frac{1}{2} k [W_{m-1}(kr) \exp(j\alpha) - W_{m+1}(kr) \exp(-j\alpha)] Z(C) \quad (\text{A4.31})$$

Burada W , J veya H temsil eder. Önceki sonuçları teyit etmenin en kolay yolu, (A4.25)'deki g_{qp} 'yi, v 'ye göre diferansiyel almadan önce toplama teoremi (A2.12) ile açmaktır. (A4.23) ve (A4.24)'ye ait referans şunları göstermektedir:

$$\lambda_m^-(\rho) = A_m \quad \lambda_m^+(\rho) = 0, \quad P \in \Omega_{--} \quad (\text{A4.32})$$

$$\lambda_m^+(\rho) = B_m \quad \lambda_m^-(\rho) = 0, \quad P \in \Omega_{++} \quad (\text{A4.33})$$

Buradaki A_m ve B_m 'yi (A3.2) ve (A3.3)'te görmüştük. Daha sonra (A4.26) aracılığıyla, (A3.5)'de sunulan notasyon kullanılarak şu sonuca ulaşılır:

$$\Psi_1 \in \alpha \{ \Omega_{++} \} \quad (\text{A4.34})$$

(A3.6) ve (A4.26)-(A4.33)'a bakıldığında, (A4.34) notasyonunun aşağıdaki sonucu sağladığı görülür:

$$\Psi_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m H_m^{(2)}(k\rho) \exp(jm\varphi), \quad P \in \Omega_{++} \quad (\text{A4.35})$$

(A3.14)'nın (A3.13)'ten aldığı analitik devam prosedürü sadece bir alanın tekilliklerine ait κ_c dışbükey örtüsünü takip edebilir. Tekilliklerin gerçek κ örtüsünde içbükeylikleri (mevcutsa) izole etmek için farklı bir prosedüre [A12]-[A15] ihtiyaç duyulur.

İkinci temel prensipten (A4.35)'in RHS'nin, 0'da merkezlenen ve yarıçapı r_0 olan Γ_0 dairesinin dışındaki tüm Ω için Ψ_1 'in analitik devamının geçerli bir temsili

olduğu sonucu elde edilir; burada ρ , (A4.35)'in RHS'nin minimum yakınsaklık yarıçapıdır. Ancak Ψ_1 'in analitik devamını $\tilde{\Omega}$ 'da merkezlenen ve yarıçapı $\tilde{r}$ olan $\tilde{\Gamma}$ dairesinin iç kısmı boyunca temsil etmek için farklı bir ifadeye ihtiyaç duyulur ve bu Şekil A.6'da gösterilmiştir. $\tilde{\Gamma}$ 'nin hem Γ_0 , hem de κ_c ile kesiştiğine dikkat edin. (A3.14) türetilirken başvurulan toplamsallık teoremi kullanılarak (A4.35)'in RHS'nin $\tilde{\Gamma}$ 'nin iç kısmı yönündeki analitik devamı şu şekilde bulunur.

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{A}_m J_m(kr) \exp(jm\psi), \quad r < \tilde{r} \quad (\text{A4.36})$$

$$\tilde{A}_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n H_{n+m}^{(2)}(k\tilde{\rho}) \exp(jn\tilde{\varphi}) \quad (\text{A4.37})$$

Burada $\tilde{A}_m$, Γ_0 ile $\tilde{\Gamma}$ 'nin iç kısımlarının kesişimi içinde (A4.35) ve (A4.36)'nin karşılaştırılması yoluyla belirlenir.

Eğer $\tilde{r}$ RHS'nin maksimum yakınsaklık yarıçapı ise (A4.36), $\tilde{\Gamma}$ en az bir noktada κ 'ye teğet olmalıdır. Bu nedenle, daha önce belirtildiği gibi, alanların tekillikleri tek olduğu için, $\tilde{\Gamma}$, κ 'nin iç kısmıyla kesişemez. Aslında κ ancak κ 'nin kendisi içbükeylikler içeriyorsa κ 'nin iç kısmıyla kesişebilir.

Toplamsallık teoreminin arka arkaya uygulanmasıyla Ψ_1 , κ 'nin dış kısmı boyunca analitik olarak devam ettirilebilir.

C 'nin Şekil A.7'de Q_0 'da olduğu gibi keskin bir köşeye sahip olması durumunda κ köşede C 'ye neredeyse her zaman değer. Şekil A.7'de gösterilen kutupsal koordinatlar r ve ψ kullanılarak Q_0 'ın komşuluğunda Ω_+ 'daki toplam alanın aşağıdaki formda [A6] ifade edilebilmesi gerekir.

$$\begin{aligned}
F(C) &= \frac{1}{C} \sum_{m=1}^{\infty} F_m^- J_{\mu_m}(-kC), \quad C < 0 \\
&= \frac{1}{C} \sum_{m=1}^{\infty} F_m^+ J_{\mu_m}(kC), \quad C > 0
\end{aligned} \tag{A4.40}$$

En azından Q_0 ’ın komşuluğunda, burada $F_m^{\pm}$ sabitleri aşağıdaki ifadelerle verilmiştir.

$$F_m^- = -\mu_m c_m \cos(\theta_m) \tag{A4.41}$$

$$F_m^+ = \mu_m c_m \cos([2\pi - \beta]\mu_m + \theta_m) \tag{A4.42}$$

C ’nin analitik olması ve Z ’nin C boyunca analitik olarak değişmesi koşuluyla, ikinci temel prensibe göre, (A4.40)’daki seriler, C ’nin serilerin yakınsadığı değerleri için $F(C)$ ’nin geçerli temsilleridir. Eğer C_1 , C boyunca Q_0 ’dan Q_1 ’e kadar olan mesafe ise ve C_1 , (A4.40)’daki ikinci serinin yakınsaklık yarıçapı ise şu denklem geçerlidir:

$$F(C) = \frac{1}{C} \sum_{m=1}^{\infty} F_m^+ J_{\mu_m}(kC), \quad 0 < C < C_1 \tag{A4.43}$$

Bessel fonksiyonlarının [A8] doğası gereği, tüm μ_m ’ler pozitif tamsayılar olmadığı sürece $F(C)$ ’nin Q_0 ’da analitik olmaya son vermek zorunda olmasının anlaşılması önemlidir.

A5. İNHOMOJEN ORTAMLAR

Pratik hesaplama bilgilerinin temelini neredeyse tamamen homojen ortamlara gömülmüş mükemmel iletken nesneler tarafından kırınım çalışmaları oluşturmaktadır. İnhomojen ortamlarla ilgili belirli problemler diferansiyel yaklaşımla başarılı bir şekilde çözülmüştür. İlk olarak mikrodalga mühendisliği için Richmond [A58] tarafından sistematik bir hesaplama dayalı bir yöntem olarak geliştirilen bir integral yaklaşımı olan polarizasyon-kaynak formülasyonu, bir dizi

başarılı çözümün [A7] elde edilmesini sağlamıştır ve özellikle dielektrik yüklü dalga kılavuzları için kullanışlı formüller sağlamaktadır.

James ve Gallett [A53], [A59] tarafından elde edilen son sonuçlar hesaplama açısından büyük bir öneme sahip olabilir, çünkü bunlar Rayleigh hipotezinin başarısız olmasının sonuçlarının penetre edilebilir ortamlar için mükemmel iletken yapılara göre daha az kritik olduğunu göstermektedir.

İnhomojen ortamlarla ilgili kırınım problemlerinin sayısal olarak doğru değerlendirilmesi için genelde aşırı düzeyde hesaplama çabaları gerekmektedir, bu yüzden hesaplamaları hızlandıran yöntemler memnuniyetle karşılanmaktadır. James ve Gallett'in dielektrik dalga kılavuzlarının alanlarına yönelik nokta eşleşmeli çözümlerini düzeltme yöntemi [A59] bu bağlamda ilgi çekicidir. Özdeğerler ve alanların düzeltilebilmesi durumunda bu yöntemin oldukça önem kazanacağına dikkat çekmek isteriz (örneğin, kesin polarizasyon-kaynak formülasyonu gibi sayısal bir çözümün temelini oluşturan hesaplama süresini arttırmadan).

A6. KAYNAKLAR

- [A1] Silvester P., Csendes Z. J., (1974), "Numerical modeling of passive microwave devices", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, 22, 190-201.
- [A2] Ng F. L., (1974), "Tabulation of methods for the numerical solution of the hollow waveguide problem", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Short Papers, 22, 322-329.
- [A3] Daly P., (1974) ,"Polar geometry waveguides by finite-element methods", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. ,Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practise, 22, 202-209.
- [A4] Johns P. B., (1974), "The solution of inhomogeneous waveguide problems using a transmission-line matrix", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, 22, 209–215.
- [A5] Tesche F. M., (1973), "On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique", IEEE Trans. Antennas Propagat., 21, 53-62.
- [A6] Jones D. S., (1964), "The Theory of Electromagnetism", New York: Mavmillan, sec. 1.10, 1.27, 1.34, 9.1, 9.2.
- [A7] Bates R. H. T., Ng F. L., (1972), "Polarisation-source formulation of electromagnetism and dielectric-loaded waveguides", Proc. Inst. Elec. Eng., 119, 1568-1574.
- [A8] Watson G.N., (1958), "Theory of Bessel Functions", 2nd Edition, New York: Cambridge, ch.3 and sec. 11.3.
- [A9] Whittaker E. T., Watson G. N., (1952), "Modern Analysis", 4th Edition, New York Cambridge, ch. 5.
- [A10] Bochner S., Martin W. T., (1948), "Several Complex Variables", Princeton, N. J. Princeton Univ. Press, 33-35.
- [A11] Waterman P. C., (1971), "Symmetry, unitarity and geometry in electromagnetic scattering", Phys. Rev. D, 4, 825-839.
- [A12] Mittra R., Wilton D. R., (1969), "A numarical approach to the determination of electromagnetic scattering characteristics of perfect conductors", Proc. IEEE Lett., 57, 2064-2065.
- [A13] Imbriale W. A., Mittra R., (1970), "The two-dimensional inverse scattering problem", IEEE Trans. Antennas Propagat., 18, 633-642.

- [A14] Weston V. H., Bowman J. J., Ar E., (1968), "On the electromagnetic inverse scattering problem", Arch. Ration. Mech. Anal., 31, 190-213.
- [A15] Weston V. H., Boerner W. M., (1969), "An inverse scattering technique for electromagnetic bistatic scattering", Can. J. Phys., 47, 1177-1184.
- [A16] Millar R. F., (1973), "The Rayleigh hypothesis and a related least-squares solution to scattering problems for periodic surfaces and other scatterers", Radio Sci., 8, 785-796.
- [A17] Baker B. B., Copson E.T., (1953), "Mathematical Theory of Huygens' Principle", 2nd Edition, New York Oxford.
- [A18] Senior T. B. A., (1960), "Impedance boundary conditions for imperfectly conducting surfaces", Appl. Sci. Res. B, 8, 418-436.
- [A19] Hashimoto M., Fujisawa K., (1970), "Considerations on matrix methods and estimation of their errors", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 18, 352-359.
- [A20] Harrington R. F., (1968), "Field Computation by Moment Method", New York Macmillan.
- [A21] Love A. E. H., (1901), "The integration of the equations of propagation of electric waves", Phil. Trans. A, 197, 1-45.
- [A22] Goede J. De., Mazur P., (1972), "On The Extinction Theorem In Electrodynamics", Physica Utrecht, 58, 568-584.
- [A23] Pattanayak D. N., Wolf E., (1972), "General form and a new interpretation of the Ewald-Oseen extinction theorem", Opt. Commun., 6, 217-220, November.
- [A24] Bates R. H. T., Wong C. T., (1974), "The extended boundary condition and thick axially symmetric antennas", Appl. Sci. Res., 29, 19-43.
- [A25] Bates R. H. T., (1974), "New justification for physical optics and the aperture-field method", in Proc. 20th AGAARD Meeting on Electromagnetic Wave Propagation Involving Irregular Surfaces and Inhomogeneous Media, The Hague, The Netherlands, AGAARD Conf. Publication No: 36-1-36-7, 144, 25-29.
- [A26] Bates R. H. T., (1968), "Modal expansions for electromagnetic scattering from perfectly conducting cylinders of arbitrary cross-section", Proc. Inst. Elec. Eng., 115, 1443-1445.
- [A27] Strutt J. W. (3rd Lord Rayleigh), (1945), "The Theory of Sound", II. New York Dover.

- [A28] Neviere M., Cadilhac M., Petit R., (1973) "Applications of conformal mappings to the diffraction of electromagnetic waves by a grating", IEEE Trans. Antennas Propagat., 21, 37-46.
- [A29] Kantorovich L. V., Krylov V. I., (1958), "Approximate methods of Higher Analysis", Groningen, The Netherlands Noordhoff.
- [A30] Laura P. A., Romanelli E., Maurizi M. J., (1972), "On the analysis of waveguides of doubly-connected cross-section by the method of conformal mapping", J. Sound Vib., 20, 27-38.
- [A31] Mullin C. R., Sandburg R., Velline C. O., (1965), "A numerical technique for the determination of scattering cross section", IEEE Trans. Antennas Propagat., 13, 141-149.
- [A32] Yee H. Y., Audeh N. F., (1965), "Uniform waveguides with arbitrary cross-section considered by the point-matching method", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1965 Symp. Issue, 13, 847-851.
- [A33] Bates R. H. T., Ng F. L., (1973), "Point matching computation of transverse resonances", Int. J. Numerical Methods Eng., 6, 155-168.
- [A34] Bates R. H.T., James J. R., Gallett I. N.L., Millar R. F., (1973), "An overview of point matching", Radio Electron. Eng., 43, 193-200.
- [A35] Ikuno H., Yasuura K., (1973), "Improved point-matching method with application to scattering from a periodic surface", IEEE Trans. Antennas Propagat., 21, 657-662.
- [A36] Bolomey J. C., Wirgin A., (1974), "Numerical comparison of the Green's function, Waterman and Rayleigh theories of scattering from a cylinder with arbitrary cross-section", Proc. Inst. Elec. Eng., 121, 794-804.
- [A37] Davies J. B., (1973), "A least-squares boundary residual method for the numerical solution of scattering problems", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 21, 99-104.
- [A38] Vincent P., Petit R., (1972), "Sur la diffraction d'une onde plane par un cylindre diélectrique", Opt. Commun., 5, 261-266.
- [A39] Petit R., Maystre D., (1972), "Application des lois d'électromagnétisme à l'étude des réseaux", Rev. Phys. Appl., 7, 427-441.
- [A40] Hizal A., Tosun H., (1973), "State-space formulation of scattering with application to spherically symmetrical objects", Can. J. Phys., 51, 549-558.
- [A41] Hizal A., (1974), "Formulation of scattering from conducting bodies of revolution as an initial value problem", J. Phys. D: Appl. Phys., 7, 248-256.

- [A42] Ogata K., (1967), "State Space Analysis of Control System", Englewood Cliffs, N. J. Prentice-Hall.
- [A43] Maruvitz N., (1965), "Waveguide Handbook", New York Dover, Sec. 1.2.
- [A44] Spielman B. E., Harrington R. F., (1972), "Waveguides of arbitrary cross section by solution of a nonlinear integral eigenvalue equation", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 20, 578-585.
- [A45] Ng F. L., Bates R. H. T., (1972), "Null-field method for waveguides of arbitrary cross section", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 20, 658-662.
- [A46] Harrington R. F., (1965), "On the calculation of scattering by conducting cylinders", IEEE Trans. Antennas Propagat. Commun., 13, 812-813.
- [A47] Bates R. H. T., (1967), "The point-matching method for interior and exterior two-dimensional boundary value problems", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Corresp., 15, 185-187.
- [A48] Yee H. Y., Audeh N. F., (1966), "Cutoff frequencies of eccentric waveguides", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 14, 487-493.
- [A49] Fuller J. A., Audeh N. F., (1969), "The point-matching solution of uniform nonsymmetric waveguides", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Corresp., 17, 114-115.
- [A50] Bates R. H. T., (1969), "The theory of the point-matching method for perfectly conducting waveguides and transmission lines", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 17, 294-301.
- [A51] Millar R. F., (1969), "Rayleigh hypothesis in scattering problems", Electron. Lett., 5, 416-418.
- [A52] Bolle D. M., Fye D. M., (1971), "Application of point-matching method to scattering from quadrilateral cylinders", Electron. Lett., 7, 577-579.
- [A53] James J. R., Gallett I. N. L., (1972), "Point-matched solutions for propagating modes on arbitrarily-shaped dielectric rods", Radio Electron. Eng., 42, 103-113.
- [A54] Lewin L., (1970), "On the restricted validity of the point-matching techniques", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Symp. Issue, 18, 1041-1047.
- [A55] Hunter J. D., (1972), "The surface current density on perfectly conducting polygonal cylinders," Can. J. Phys., 50, 139-150.
- [A56] McDonald B. H., Friedman M., Waxler A., (1974), "Variational solution of integral equations," IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, 22, 237-248.

- [A57] Shafai L., (1970), "A improved integral equation for the numerical solution of two-dimensional diffraction problems," *Can. J. Phys.*, 48, 954-963.
- [A58] a)Richmond J. H., (1965), "Scattering by a dielectirc cylinder of arbitrary cross section shape", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 13, 334-341. b) Richmond J. H., (1966), "TE-wave scattering by a dielectirc cylinder of arbitrary cross section shape", *ibid.*, 14, 460-464.
- [A59] James J. R., Gallett I. N. L., (1973), "Modal analysis of triangular-cored glass-fibre waveguide", *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 120, 1362-1370.
- [A60] Mittra R., Ed., (1973), "Computer Techniques for Electromagnetics", New York Pergamon, sec. 4.3.1 and appendix to ch. 5.
- [A61] Albertson N. C., Hansen J. E., Jensen N. E., (1974), "Computation of radiation from wire antennas on conducting bodies", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 22, 200-206.
- [A62] Jones D. S., (1973), "Truncation error in the solution of integral equations", *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, 71, 263-273.
- [A63] a) Harrington R. F., Mautz J. R., (1971), "Theory of characteristic modes for conducting bodies", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 19, 622-628. b) Harrington R. F., Mautz J. R., (1971), "Computation of characteristic modes for conducting bodies", *Ibid.*, 19, 629-639.
- [A64] Hizal A. and Yasa Z., (1973), "Scattering by perfectly conducting rotational bodies of arbitrary form excited by an abliquely incident plane wave or by a linear antenna", *Proc. Inst. Elec. Eng.*, 120, 181-182.
- [A65] Howarth B. A., Pavlasek T. J. F., (1973), "Multipole induction: A novel formulation of multiple scattering of scalar waves", *J. Appl. Phys.*, 44, 1162-1167.
- [A66] Bolomey J. C., Tabbara W., (1973), "Numerical aspects on coupling between complementary boundary value problems", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 21, 356-363.
- [A67] Jones D. S., (1974), "Integral equations for the exterior acoustic problem", *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 27, 129-142.
- [A68] Marin L., (1974), "Natural-mode representation of transient scattering from rotationally symmetric bodies", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 22, 266-274.
- [A69] Tesche F. M., (1974), "Transient response of a thin-wire antenna or scatterer near a conducting ground plane", *IEEE Trans. Antennas Propagat. Succinct Papers*, 22, 352-355.

- [A70] I. A. Cermak I. A. et al., (1974), "The status of computer-oriented microwave practices", IEEE Trans. Microwave Theory Tech. Special Issue on Computer-Oriented Microwave Practices, 22, 155-160.
- [A71] Jones D. S., (1974), "Numerical methods for antenna problems", Proc. Inst. Elec. Eng., 121, 573-582.