

CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü

**KAOTİK SİNYALLERİN
BİLGİSAYAR ORTAMINDA
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yusuf KAVUN

Anabilim Dalı : Fizik

Programı : Nükleer Fizik

MANİSA 2013

CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ

Fen Bilimleri Enstitüsü

**KAOTİK SİNYALLERİN
BİLGİSAYAR ORTAMINDA
İNCELENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yusuf KAVUN

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 Ağustos 2013

Tezin Savunulduğu Tarih : 02 Eylül 2013

Tez Danışmanı : Prof. Dr. İsmail MARAŞ

Diğer Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Gültekin YEĞİN (CBÜ)

Doç. Dr. Müslim Murat SAÇ (EÜ)

MANİSA 2013

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER	ii
SEMBOL VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	iii
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	iV
TABLO VE ÇİZELGE LİSTESİ.....	V
TEŞEKKÜR.....	Vii
ÖZET.....	Viii
ABSTRACT.....	iX
1.BÖLÜM	
Giriş.....	1
2.BÖLÜM - KAVRAMLAR	
2.1. Kaos Kavramı	3
2.2. Kaosun Tarihsel Süreci.....	5
2.3. Kaos Teoremi.....	7
2.4. Kaotik Davranışların Belirlenmesi.....	7
2.4.1. Lyapunov Fonksiyonu.....	8
2.4.2 Kararlılık Tanımları.....	9
2.4.3 Lyapunov Kararlılık Teoremi.....	12
2.4.4 Kolmogorov Entropisi.....	13
2.5 Faz Uzayı ve Çeker Kavramı.....	14
2.6 Lorenz Çekeri.....	18
2.7 Determinizm.....	29
2.8 Ölçümlemede Belirsizlik.....	30
2.9 Kuantum ve Kaos.....	30
2.10 Kelebek Etkisi.....	31
2.11 Dağılıcı Sistemler ve Kaos.....	32
3.BÖLÜM - YÖNTEM VE HESAPLAMALAR	
3.1 Kalp ve Solunum Sinyallerinin Fizyolojik Değişkenliği.....	34
3.1.1 Kayıt bilgileri.....	36
3.2 Hesaplama Yöntemleri ve Örnekler.....	36
4.BÖLÜM	
Sonuç.....	57
KAYNAKLAR.....	60
ÖZGEÇMİŞ.....	62

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

$a(\tau)$	Otokorelasyon fonksiyonu
$C(\varepsilon)$	Korelasyon integrali
D_c	Korelasyon boyutu
D_G	Genelleştirilmiş boyut
D_I	Enformasyon boyutu
D_K	Kapasite boyutu
D_L	Lyapunov boyutu
$D(q)$	Genelleştirilmiş boyut
ΔT	Sıcaklık farkı
G_t	Zaman serisindeki uzun dönemli davranış
λ	Lyapunov üsteli
m	Yerleştirme boyutu
δ	Denklem Kökü

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1: Başlangıç noktaları az farklı yörüngenin iraksaması.....	9
Şekil 2.2: İki yakın yörüngenin zamanla farklılaşması.....	10
Şekil 2.3: Tek Boyutta hareket eden sarkacın Faz Uzayı.....	15
Şekil 2.4: Yakınsayan Çekerler.....	17
Şekil 2.5: Doğadaki fraktal-benzeri biçimlerden örnekler.....	18
Şekil 2.6: Lorenz çekerinin üç boyutlu faz uzayındaki dinamik sistemlerin davranışları.....	20
Şekil 2.7: Lorenz sisteminin x-y kaotik çekicileri.....	22
Şekil 2.8: Lorenz sisteminin x-z kaotik çekicileri.....	22
Şekil 2.9: Lorenz sisteminin y-z kaotik çekicileri.....	23
Şekil 2.10: Lorenz Çekeri.....	24
Şekil 2.11: Hénon Çekeri.....	25
Şekil 2.12: Nokta,Çevrim,Torus ve Garip Çekerlere Karşılık gelen örnek zaman serileri.....	29
Şekil 3.1: Kalp periyodunun değişkenliği bir birini takip eden iki "R" dalgası arasındaki mesafenin değişmesi analogik olarak gözlemlenebilir.....	34
Şekil 3.2: Kalp-Solunum hava akımı sinyallerinin kaydı için kullanılan deneysel düzenek.....	36
Şekil 3.3: Birinci Wistar Cinsi sıçanlardan elde edilen Kalp-Solunum sinyali.....	37
Şekil 3.4: İlk sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi.....	38
Şekil 3.5: Matlab'da çizilen birinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri.....	39
Şekil 3.6: İkinci Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri.....	41
Şekil 3.7: İncelenen ikinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi.....	42
Şekil 3.8: Matlab'da çizilen ikinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri.....	43
Şekil 3.9: Üçüncü Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri.....	45
Şekil 3.10: İncelenen üçüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500	

arasındaki detaylı gösterimi.....	46
Şekil 3.11: Matlab’da çizilen üçüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri.....	47
Şekil 3.12: Dördüncü Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri.....	48
Şekil 3.13: İncelenen dördüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi.....	49
Şekil 3.14: Matlab’da çizilen dördüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri.....	50
Şekil 3.15: Beşinci Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri.....	52
Şekil 3.16: İncelenen beşinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi.....	52
Şekil 3.17: Matlab’da çizilen beşinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri.....	53

TABLO VE ÇİZELGELER LİSTESİ

Çizelge 2.1 Dört boyutlu bir sistemin olası Lyapunov üstelleri ve çakeri.....	8
Tablo 3.1: Denklem katsayıları ve değerleri.....	55
Tablo 3.3: Birinci ve ikinci denklemin kök değerleri.....	56

Yüksek lisans eğitimim süresinde benden ilgi ve alakalarını eksiltmeyerek, bilgi birikimime özveriyle katkıda bulunan Celal Bayar Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümü öğretim üyelerine, Bunun yanı sıra tez çalışmam sırasında değerli tavsiyeleriyle ve sabırla beni dinleyerek yönlendiren Danışmanım, Celal Bayar Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Dekanım Prof. Dr. İsmail Maraş'a, Ayrıca tezin gelişim süresine tezime doğrudan etkisi olan çok değerli hocam Doç. Dr. Erhan Pesen'e, Bunun yanı sıra yapmış olduğum analizler için gerekli verilerin temininde yardımcı olan Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji Ana bilim Dalı Öğretim üyelerinden Prof. Dr. Mustafa Özbek ve arkadaşlarına, Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olan Saim Kural'a, varlıklarıyla bana hayat boyu güç veren ve her koşulda desteklerini benden esirgemeyen sevgili aileme sonsuz saygı, sevgi ve şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Yusuf KAVUN

ÖZET

Kaos, deterministik koşullar altındaki bir sistemin beklenmedik davranışlar gösterebilme durumudur. Kaosun oluşması belirli parametrelere bağlı olduğu gibi sistemin yapısıyla da alakalıdır. Evrende oluşan her şey örneğin; polen üretimi, nüfus artışı, ekonomik değişimler, dünya buz kütlesi vb... kaotik olabilir. Ayrıca fizik, kimya, matematik, iletişim, biyoloji, fizyoloji, sosyoloji, ekonomi, tarih, ekoloji, astronomi, hidrolik, atmosferik, uluslararası ilişkiler, solar sistemler, mühendislik gibi alanlarda kaotik çalışmalar görülmektedir.

Bu tezde Wistar cinsi beyaz sıçanlardan Özbek ve ark. tarafından elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri analiz edilmiştir. Bu sinyaller özel bir hayvan deneyi düzeneği kullanılarak, Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Deney Hayvanları Araştırma Etik Kurulunun 2006/0025 protokol numaralı izni ile elde edilmiştir. Bu amaçla, anestezi altında solunum yapan bir sıçanın soluk borusu bir cerrahi operasyon ile "y" kanülü aracılığıyla ve yapay solunum makinesine bağlanmıştır. Göğüs kafesi içerisine yerleştirilen bir tüp yardımı ile Akciğerlerin insprasyon ve eksprasyon sırasında hacim değişikliği ve eşzamanlı olarak Kalbin sistol(kasılma) ve diastol(gevşeme) de oluşturduğu hacim değişikliği tek bir hava akımı sinyali olarak sayısal zaman dizisi şeklinde elde edilmiştir. Bu sinyallere transtorakal kalp-solunum sinyalleri veya torakal pinomokardiyografik sinyaller denebilir.

Anahtar Kelimeler: Kalp-Solunum sinyali, Kaos Kavramı, Garip Çeker

ABSTRACT

Chaos is a state that can show unexpected behavior in the deterministic conditions by a system. To generate chaos, in theory needs some parameters which are connected with structure of a system. In the universe, many things can show chaotic behavior. For Example; pollen production, population growth, economic changes, world ice field etc. may be chaotic. Besides, Chaos theory has a various important studies that may be shown in physics, chemistry, mathematics, communication, biology, physiology, sociology, economy, history, ecology, astronomy, hydraulics, atmospheric, international relations, solar systems and engineering.

In this thesis, cardio-respiration synchronization were analyzed that were obtained from a white Wistar rat by Özbek et al. These signals were obtained with the permission of the Celal Bayar University School of Medicine Experimental Animal Research Ethics Committee of the protocol number on 2006/0025 by using a special animal contrivance. For this purpose, under anesthesia a rat capable of breathing was given a surgical operation in the trachea through the 'y' cannula which was connected to an artificial breathing machine. By the help of tube that was placed in chest of the rat, the volume changed in the lungs during inspirasyon and eksprasyon and simultaneously the systole and diastole rates of the heart volume changed so that the airflow became one signal that had been obtained numerous times. These signals are known as transthoracic cardio-respiratory signals or thoracic pinomocardiografik signals.

Keywords: Cardio-Respiratory Synchronization, The concept of chaos, Strange Attractor

1.BÖLÜM

GİRİŞ

Kaos kavramı, bilinenin aksine ne bir fizik teorisi nede matematiksel bir tümevarım değildir. Kaos bir durumun bir bütün olarak ele alınıp açıklanmasını yarayan bir yöntemdir. Bir diğer ifadeyle, deterministik(tahmin veya olasılığa dayanmayan, belirsizlik içermeyen bir matematik ifade kullanılarak kesin sonuca ulaşılabilen) koşullar altındaki bir sistemin beklenmedik davranışlar gösterebilme durumudur. Örneğin bir sigara dumanının havada yaptığı şekiller tamamen düzensiz ve bağımsız rastlantıların ürünü olarak değerlendirilse de, bir fizikçiye göre bu duman, sanılanın aksine ortamdaki birçok parametre ve etkenin devreye girmesiyle şekil alır. Dumanın şeklini etkileyen parametreler o kadar fazla ve değişkendir ki, dumanın alacağı şekli belirlemek ve bir kanıya varmak neredeyse olanaksızdır. Bu kadar fazla parametrelerinin sürekli değişken olması aslında o parametrelerin de bir çıktı olmasından kaynaklanır. Dumanın hareketine neden olan hafif bir hava akımı aslında odanın başka yerindeki bir sıcaklık değişikliği ve basınç farkının neden olduğu bir harekettir. Ayrıca dumanın dinamiğini etkileyen girdiler birbirlerine bağlı olabilirler ki bu durumu tam anlamıyla içinden çıkılmaz hâle sokar. Sigara dumanı örneğinde olduğu gibi, dumanın şeklini etkileyen hava akımının aslında var olan milyonlarca etkiden biri olan sıcaklık değişiminden kaynaklandığını farz edelim. Ortamdaki basınç farkını etkileyen bu sıcaklık değişimi hava akımını da etkileyecektir. Ancak oluşan bu hava akımı sıcaklıkta tekrar değişimlere neden olacağından farklı girdilerle tekrar bir fonksiyon oluşturur ve bu değişim sonsuza kadar bu şekilde devam eder.

Kaos kavramı sayısal bilgisayarlarda oluşturulan çıktıları görülebilir hale getiren ekranların ortaya çıkmasıyla son yıllarda bilim dünyasında popüler hale geldi. Ancak bu popülerite, kaotik davranış gösteren sistemlerde kestirim yapmanın imkânsızlığıyla karşılaşınca, bilim adamları konuya oldukça kuşkucu bir gözle bakmaya başladılar. Fakat son yıllarda kaos teorisi fizik, kimya, matematik, iletişim, biyoloji, fizyoloji, sosyoloji, ekonomi, tarih, ekoloji, astronomi, hidrolik, atmosferik, uluslararası ilişkiler, solar sistemler, mühendisliğe kadar uzanan çok farklı dallarda önemli kullanım alanları bulması ile bu kuşkular giderek yok olmaktadır.

Bu yüksek lisans tez çalışmasında, deneysel ölçümlerle Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan Kalp-Solunum sinyallerin incelenerek, bu sinyallerin kaotikliği incelenmeye çalışılmıştır. Öncelikle Kaos Kavramı üzerinde durulmuş, kaosun zamanla gelişimi ve kaotik davranışların belirlenmesinde rol oynayan kavramlar açıklanmıştır. Devam eden bölümde, Kalp solunum sinyallerinin fizyolojik değişkenliği incelenmiştir. İncelenen Kalp-Sonum sinyalleri, Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji Laboratuvarlarında 2002 yılında, 2002-15 numaralı BAP projesi çerçevesinde yapılan bir çalışma sırasında Özbek ve ark. tarafından elde edilmiştir. Ayrıca Bu deneyler Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Deney Hayvanları Araştırma Etik Kurulu Başkanlığının 2006/0025 protokol numaralı izni ile gerçekleştirilmiştir. BAP projesi

kapsamında elde edilen bu kalp-solunum sinyalleri bu çalışma anestezi altında sıçanın göğüs kafesine özel bir alet yerleştirilerek elde edilen bu sinyaller, kalp ve solunum sinyalleridir.

Bir çok değişken tarafından kontrol edilen fizyolojik sistemlerden alınan sinyaller, kaos teoreminin ortaya çıkışıyla beraber, kaosun araştırılmasında ve modellenmesinde kullanılmıştır. Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan bu sinyaller üzerinde, kaotik hesaplamaların bir kısmı veya tamamı uygulanarak bu sistemlerin kaotik özellikleri ortaya konmaya amaçlanmaktadır.

2.BÖLÜM

KAVRAMLAR

2.1 Kaos Kavramı

Kaos, deterministik koşullar altındaki bir sistemin beklenmedik davranışlar gösterebilme durumudur(Yılmaz ve ark., 2006). Örneğin, düzgün bir borudan akan sıvının akışında kaotik durumlar görülebilir. Newton kanunlarından elde edilen denklemler düzgün akışları ifade edebilmesine rağmen, akış hızının belirli değerleri aşmasıyla girdaplar oluşabilir ve Newton Kanunları geçersiz hale gelir. Böylece akış kaotik davranış göstermiştir. Kaosun oluşması belirli parametrelere bağlı olduğu gibi sistemin yapısıyla da alakalıdır. Kaos çoğu zaman kararsız, karmaşık ve doğrusal olmayan sistemlerde ortaya çıkmaktadır. Karmaşık sistemlerde çok sayıda eleman birbirleriyle etkileşebilmektedir ve böylece çok sayıda serbestlik derecesi oluşmaktadır. Ayrıca karmaşık sistemler dışarıyla enerji alış verişi de yapabilmektedir. Bu yüzden incelenmesi zor sistemlerdir(Strogatz et al, 1994).

Kaotik sistemler için en önemli özellik başlangıç şartlarına hassas bağlılık ve duyarlılıktır. Başlangıç şartları ve denklemleri biliniyorsa, sistemin sonraki davranışı belirlenebilir. Bu yüzden, başlangıç şartlarını sonsuz hassasiyetle bilmek çok önemlidir. Çünkü kaotik sistemler doğrusal değildir ve dolayısıyla hata zamanla üstel olarak artmaktadır. Evrende oluşan birçok şey örneğin; polen üretimi, nüfus artışı, ekonomik değişimler, dünya buz kütlesi vb... kaotik olabilir. Ayrıca fizik, kimya, matematik, iletişim, biyoloji, fizyoloji, sosyoloji, ekonomi, tarih, ekoloji, astronomi, hidrolik, atmosferik, uluslararası ilişkiler, solar sistemler, mühendislik gibi alanlarda kaotik çalışmalar görülmektedir(Baker, 1990).

Bu alanlarda yapılan çalışmalarda birçok konuda kaotik davranışların gözlemlenmesinin iyiye işaret olduğu yönünde göstergeler vardır. Mesela kaotik bir ritim, kas, bağışıklık, sinir sistemi gibi merkezlerin gelen sinyallere daha çabuk ve daha esnek cevap vermesini olası kılmaktadır. Örneğin;

- Sağlıklı bireylerin kalp ritimlerinin zamana göre değişiminin kaotik olduğu, kriz durumlarında ise bu ritimlerin daha düzenli görüldüğü gösterilmiştir.

-Sağlıklı insanlardaki akyuvarların derişimi kaotik bir değişim gösterirken, lösemi hastalarındaki düzenli ve periyodik bir değişim gösterdiği bilinmektedir.

- Canlıların beyninden alınan iki farklı elektrotla elde edilen verilerle kurulan faz uzayında beyin elektrosunun temsili tek nokta ise hasta ölmüş olmaktadır. Canlılarda temsil karmaşık bir eğri olarak ortaya çıkmakta ve insana doğru gidildikçe bu eğrinin fraktal boyutu artmaktadır.

-Komada beyin ritimleri daha düzenli hale gelmektedir.

- Normal bir insan beyininin EEG'leri epilepsi krizi geçiren bir hastaninkinden daha kaotik olmaktadır. Ayrıca normal insanda zihinsel etkinlik arttıkça kaotiklik de artmakta, yaşlandıkça ise kaotiklik azalmaktadır.

Kaotik dinamikler, başlangıç şartlarına hassas bağlılıktan dolayı ölçülemeyecek kadar karmaşık sistemler olarak tanımlanır ve kuantum fiziğiyle iç içedir. Kaotik sistemin başlangıç şartlarındaki ölçülemeyecek kadar meydana gelecek olan küçük bir değişiklik, sistemin sonraki durumunda ölçülemez ve çok büyük değişikliklere neden olacaktır.

Yeteri kadar büyüklükte ve üzerinde birkaç milyon tane bilardo topu olan bir bilardo masasını ele alalım. Bu masa üzerinde sürtünme kuvveti olmadığını ve ilk verilen hareketin toplar arasında azalmadan sürekli aktarılacağını kabul edersek, oyuncu beyaz topa bir kez vurmasıyla toplar önceden planlandığı bir sıra ve rota ile deliklere sokulacaktır. Bu durumda yapılacak atış bir tanedir ve tek bir yöndedir. Eğer oyuncu yapması gereken vuruşu, santimetrenin milyarda biri kadar bile bir sapma ile yaparsa, gerçekleşmesi istenen plan bozulacaktır ve toplar birkaç çarpışmadan sonra hedeflerinden sapacaktır. Ayrıca oyuncu yaptığı vuruşun bu kadar küçük bir sapma göstermesi, oyuncu tarafından dahi fark edilemeyecek küçüklüktedir. Bu sistem kaotik değildir ve başlangıç koşullarına hassas bağlılıktan dolayı kaotik davranışı açıklamada güzel bir örnektir.

Sistemin gelecekteki durumunun başlangıç şartlarına sıkı ve hassas biçimde bağlı olması ve sistemin karmaşıklığı arttıkça, sistemi kaotik duruma sokacak başlangıç değişkenlerinin sayısında artış olması en önemli iki nokta olarak verilebilir. Bilardo masasındaki bir milyon top örneği belki kaba bir örnektir çünkü süper bilgisayarlar kullanarak zor da olsa doğru rota hesaplanabilir. Ancak bir bardak dolusu sudaki molekülleri düşündüğümüzde, titreşim halindeki moleküllerin hareketleri kaotik sistemi anlamada daha iyi bir örnek oluşturmaktadır. Buradaki moleküllerin hareketlerinin "t" zaman sonra hangi konum ve pozisyonda olacağı tamamen belirsizdir.

Özellikle şunu belirtmeliyiz ki kaos bir rastgelelik değildir. Kaotik sistemler tüm girdileri kullanarak nihai bir davranış ortaya koyar. Çok sayıda değişken olması ortamın kaotikliği için temel unsurdur. Ayrıca kaotik sistemler dağılmaya karşı sürekli bir enerji girdisi ile beslenmelidir. Kaos aslında oldukça karmaşık bir "düzen"dir. Bu durum "deterministik (belirlenici)" kaos olarak

bilinir ve aynı zamanda seyri bilinmeyen hesaplanamaz bir rastgelelik durumunda “stokastik(rastlantısal) kaos” diye bilinen bir kavram da mevcuttur(Canan, 2010).

2.2 Kaosun Tarihsel Süreci

Eski Yunan medeniyetlerinde kullanılan kaos kelimesi “mutlak evrensel düzen” anlamına gelen “cosmos” kelimesinin tam zıddıydı. Yani “mutlak anarşi, kargaşa ve düzensizlik” anlamında kullanılmıştır. MÖ VIII. Yüzyılda Hesidos Theogony adlı eserinde “herşeyden önce kaos vardı” ifadesini kullanmıştır(Canan, 2010). Yunan medeniyetinde kaos “Kralızsızlık” olarak tanımlanmış ayrıca kaosun düzen doğurucu etkisi üzerinde durmuşlardır. Ancak yirminci yüzyıla kadar üzerinde çok durulmayan bir düşünce olarak kalmıştır. Zaman içerisinde kaos insanlar arasında, bazı süregelen matematiksel olarak modellenmesi zor olan olayların, karmaşık ve rastgele kuvvetlerin etkisi altında bulunduğunu veya hareket ettiğini ifade etmesi şekliyle kullanılmıştır.

MS 150 yıllarında Claudius Ptolemy (MS 90-168)'nin gök cisimlerinin hareketi için koyduğu kurallar Katolik kilisesinin resmi görüşüyle uyusunca 16.yüzyıla kadar yerküremiz evrenin merkezi (geocentric universe[ing]) olma onurunu taşımıştır. Günün birinde Nicolaus Copernicus (1473-1543) adlı Polonyalı ortaya çıktı ve çıplak gözle yaptığı uzun gözlemlerden sonra gerçekle yüz yüze gelmemizi sağlamıştır ve o andan sonra, yerküremiz taşımakta olduğu payeyi güneşe kaptırmıştır. Artık, evrenin merkezi dünya değil, güneştir (heliocentric Universe[ing]). Bu devrimci düşünce, Johann Kepler (1571-1630) tarafından ileri sürülen geometrik modeline ileri sürülmüştür:

1. Bir gezegenin yörüngesi, bir odağında güneşin yer aldığı bir elipstir.
2. Gezegeni güneşe birleştiren doğru eşit zamanlarda eşit alanlar süpürür.
3. Gezegenin periyodunun karesi güneşe olan ortalama uzaklığının küpü ile orantılıdır. (Dünya için $T^2 = R^3$)

Bu model hala geçerliliğini korumasına karşın, o dönemde evrendeki bütün hareketleri açıklayamamaktadır. Ancak Güneş Sistemindeki gezegenlerin hareketlerini etkin bir şekilde açıklayabilmekteydi. Dolayısıyla bu durum bilim dünyası tarafından hala sorgulanmaya devam ediyordu. Galileo Galilei (1564-1642) bu sorulara teleskopuyla gözlemler yaparak cevap bulmaya çalışırken Galileo:

“Bütün cisimler aynı ivmeyle yere düşerler”

Kuralını ortaya atmış ve Galilei Copernicus'un Güneş merkezli modelini doğrulamıştır. Ancak Aristoteles'in yer çekimi teorisindeki 2000 yıllık imparatorluğunu derinden sarsmıştır. Ağır

cisimlerinde hafif cisimlerle aynı ivmeyle yere düştüğünü söyleyen bu kural Galilei'nin daha önce sarstığı Aristoteles'in imparatorluğuna son darbe Isaac Newton (1642-1727) tarafından indirilmiş ve günümüzün teknolojisini yaratmıştır:

1. Hareketli bir cisim dışarıdan bir kuvvetle etkilenmezse düzgün doğrusal hareketini ilelebet sürdürür.
2. Kütlesi m olan bir cisme uygulanan F kuvveti ile a ivmesi arasında $F=m.a$ bağıntısı vardır.
3. Her etkiye karşı ona eşit bir tepki vardır.

Newton'un hareket yasaları determinizm kavramının temelini oluşturmaktadır. Öyle ki yirminci yüzyıla kadar hareketi sadece bu yasaların açıkladığına inanılmıştır(Karacay, 2004).

1831 yılında Faraday bir konteynırın içinde dikine ω frekansıyla titreşen sığ su dalgalarıyla çalışırken yaptığı deneyler sırasında belirli şartlar altında su dalgalarında ($\omega/2$) frekansı ile titreşen alt harmonileri gözlemledi. Bu deneyler daha sonraları Lord Rayleigh tarafından 1877'de Suyun Teorisi(Theory of Sound[ing]) adlı klasik makalede tekrarlanarak tartışıldı. Bu deneyler daha sonraları 1960'lara kadar düzenli olarak kimi araştırmacılar tarafından çalışıldı. Araştırmacıların tekrardan bu araştırmaya yönelmelerinin nedeni, kaosun başlangıcında alt harmonilerdeki yörüngelerin görülme sıklığıydı. Poincare bunu, bugün bilinen uzay durumundaki denge noktası yörüngesi olarak açıklamıştır (Homoklinik: Matematikte, eğer bir yörünge dinamik sistem içinde akarken aynı denge noktasına katılıyorsa, ona homoklinik yörünge denir). Bunu 1892'de Poincare "küresel mekanik üzerindeki üç cisim" çalışmasında yayınladı.

1927'de Van der Pol ve Van der Mark sinüzoidal bir voltaj kaynağıyla titreştirilen neon ampulünün davranışlarını keşfetmişlerdir. Akımla devredeki direncin arttığını fark ederek ω , $\omega/2$ $\omega/3$ şeklinde frekanstaki atlamaları gördüler. Bu frekans atlaması gözlemlenerek kesin olarak bir telefon alıcısı tarafından işitildi. Frekanstaki bu sürecin küçülme oranını buldular ve bu da düzensiz gürültüye yol açtı. Aslında bugünkü dilde bulunan şey, kaos ve dallanmayı ortaya çıkaran sebepleri gözlemledirler. 1944 de Levinson, Birkhoff'un üçlü sistemlerdeki bazı eğrileri dikkate alarak varsayımlarını oluşturdu ve bu varsayımlar 1949 yılında Levinson tarafından açıklanmış oldu.

Öncesinde Birkhoff 1931'de ünlü Ergodik teoremini kanıtladı. Dikkati çeken ya da kalın eğrileri buldu ve bu Charpentier tarafında 1935'de çalışıldı. Bunun daha sonra zamandan bağımsız bir kaotik çeker olduğu ortaya çıktı. Bu eğrilerin 1 ve 2. Boyut arasındaki fraktallar olabileceği bulundu.

1936 'da Chaundy ve Phillips kuadratik yenileme formülleriyle belirlenen yakınsaklığın karesini çalıştı. Temelde yapılan araştırma lojistik haritalarını incelemektir. İrrasyonel bir titreşimin karesi terimini tanımladılar. Bugün bu kaotik titreşim olarak bilinir.

Matematikçi Van der Pol ve Van der Mark tarafından yapılan keşiften esinlenen Cartwright ve Littlewood sistemin teoriksel çalışmasını oluşturmak için Van der Pol ve Van der Mark'dan önce işe koyuldular. 1945' de sonuçların ispatını Van der Pol sisteminin non-periyodik çözümlerinin kullanılabilirliğini sergileyerek yayınladılar. Sonra, Levinson bu sonuçları tekil davranışlar gibi attetti. Melnikov 1963 de kaotik sistemler için pertürbasyon metodunu tanımladı. Bu metot, dinamik sistemlerde uygulanarak kullanıldı.

2.3 Kaos Teoremi

Dinamik sistemlerin kaotikliğini belirlemek için olası birçok yöntem mevcuttur. Devaney'in yöntemi (zamandan bağımsız sistemler için) birçok uygulama alanına sahip olduğu için en popüler yöntemlerden bir tanesidir (Devaney, 2003).

Verilen Ω dizisinin $f: \Omega \rightarrow \Omega$ şeklinde Ω üzerinde kaotik olduğu söylenirse:

- 1) f başlangıç koşullarına hassas bir şekilde bağlıdır. Böylesi durumlar için $\delta > 0$ şeklindedir. Herhangi $x \in \Omega$ ve herhangi bir x 'in U komşuluğu için, $y \in U$ ve $n \geq 0$ şeklinde $|f^n(x) - f^n(y)| > \delta$ vardır.
- 2) f topolojik geçişli ve herhangi bir parçasının açık dizisi $U, W \subset \Omega$, $k > 0$ varlığında $f^k(U) \cap W \neq \emptyset$ oluşur.
- 3) Periyodik nokta, Ω yoğunluğu içindedir.

2.4 Kaotik Davranışların Belirlenmesi

Genelde Lyapunov bileşenleri, entropi ve boyutluluk bir kaotik çekerlerin davranışının belirlenmesinde kullanılır. Lyapunov üstelleri bir kaotik çekerin durum uzayında, ortalama yakınsaklık ve ıraksaklık durumunu belirler. Kolmogorov Entropisi (KE) çeker boyunca kaybedilen bilgi oranını ortaya koymaktadır. Boyutluluk ise bir kaotik çekerin geometrik yapısını belirlemede kullanılmıştır.

2.4.1 Lyapunov Fonksiyonu

Faz uzayında başlangıçta yan yana bulunan yörüngelerin ıraksama ve yakınsama hızları Lyapunov Üstelleri ile belirlenir. Genel olarak, m boyutlu bir faz uzayı m tane farklı Lyapunov üsteli ile tanımlanır. Bu üstellerin her biri faz uzayındaki bir ana eksenin ıraksama ve yakınsamasıyla ilgilidir. Bu üstellerden herhangi bir tanesi bile sıfırdan büyük ise, sistem kaotik demektir. Örneğin dört boyutlu bir sistemin olası Lyapunov üstelleri ve çekerleri Çizelge 2.1 deki gibi özetlenebilir(Sprott, 2003).

Kaotik bir sistemin üstel olarak ıraksayan herhangi iki yakın yörüngesi zaman ilerledikçe, farklı faz uzayı bölgelerine giderler. Başlangıç koşullarının farklılaşmasıyla oluşan aşırı duyarlılık, kaosun başlıca işaretidir. Kaotik sistemlerin öngörülemez oluşu bu yüzden. Küçük bir etkinin dahi sistemin geleceğini etkileyebileceğini gösteren bu olgu “Kelebek Etkisi” olarak bilinir. Bu şekilde adlandırılmasının temelinde, bir kelebeğin bulunduğu bir çiçekten havalanıp ötekine uçuşuyla başlayan süreçte kelebeğin kanat hareketleriyle dünyanın öbür ucunda gerçekleşebilecek bir fırtınayı engellemesi veya güçlendirmesi olasılığı üzerinde durulmak istenmiş ve böylece havanın kaotikliği açıklanmak istenmiştir.

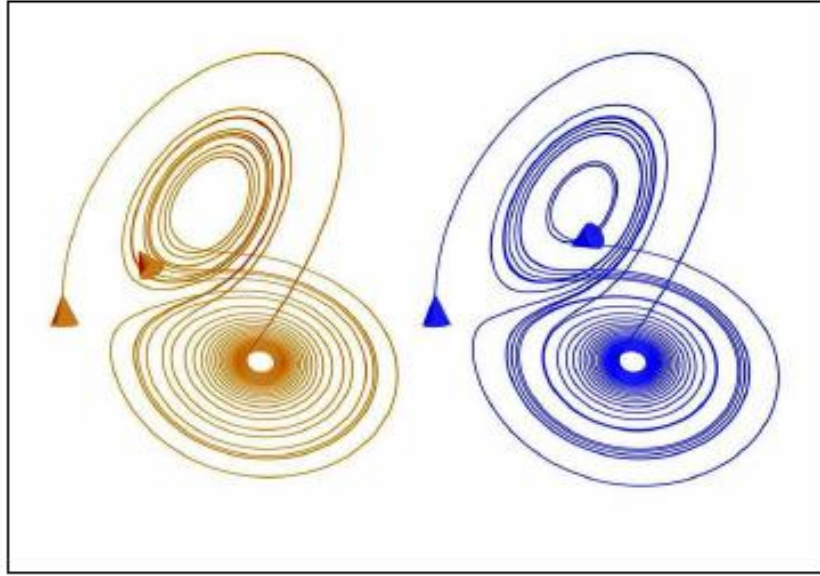
Sonuç olarak sistemin dinamiği çok iyi ölçülse dahi, ölçümlemede yapılabilecek çok küçük bir hata, yanlış sonuçlar elde etmemize neden olabilecektir.

Çizelge 2.1 Dört boyutlu bir sistemin olası Lyapunov üstelleri ve çekerleri(Sprott, 2003).

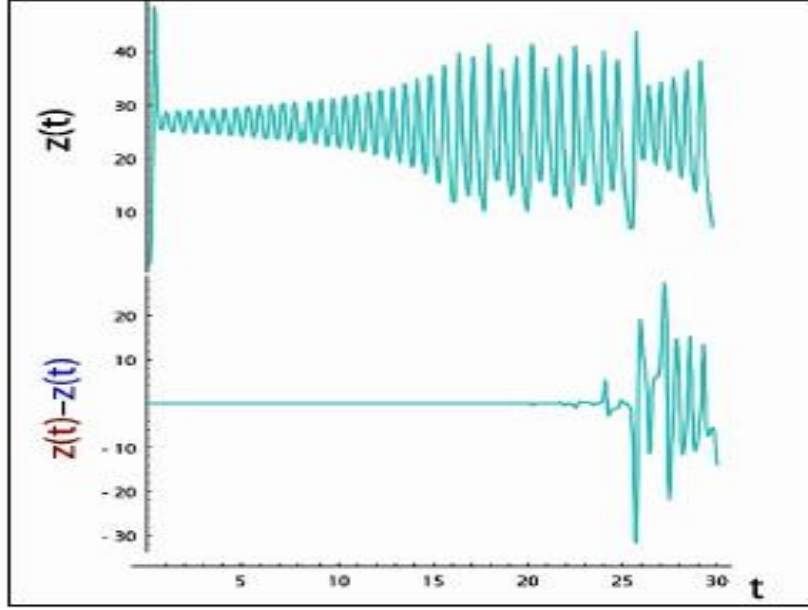
λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	çeker	çeker boyutu
negatif	negatif	negatif	negatif	nokta	0
0	negatif	negatif	negatif	limit çevrim	1
0	0	negatif	negatif	T^2 torus	2
0	0	0	negatif	T^3 torus	3
pozitif	0	negatif	negatif	kaotik	>2
pozitif	pozitif	0	negatif	hiperkaotik	>3

Kaostan bahsedilirken, başlangıç koşullarına hassas bağlı olduğundan söz edilmişti; yani bir kelebeğin sistemi ne kadar etkileyebileceği açıklanmıştı. Çekerden bahsedilirken ise, yeterince bir zaman geçmesiyle, sistemin oturup kalacağı davranış biçimi olarak tanımlanmıştı. Bu iki

kavramın birbirleriyle çelişkili gibi görünen durumlarından ziyade daha önemli olan, çoğu zaman garip olan bir kaotik çeker belirlemektedir. Burada Kelebeğin kararını değiştirmesiyle değişen şey çeker değil, çeker üzerindeki devinimdir. Şekil 2.1'de Lorenz sisteminin farklı başlangıç koşullarıyla başlatılıp, eşit süreler boyunca çizdirilmiş çekerleri görülmektedir. Başlangıç koşullar arasında, yalnızca x koordinatında 10^{-5} kadar bir fark vardır. Şekil 2.2 de, birinin z koordinatı (üstte) ile ikisinin z koordinatları farkının (altta) zaman evrimleri çizilmiştir. Alttaki grafikten yörüngelerin evriminin önceleri uyumlu gözüktüğü ama $t=23$ 'ten itibaren farklılaşmaya başladıkları görülmektedir. Üstteki grafikte karşılaştırıldığında, $t=28$ noktası dolayında yörüngeler arası farkın yörünge mertebesine ulaşarak, hiçbir uyum kalmadığı anlaşılmaktadır(Uzel, 2008).



Şekil 2.1: Başlangıç noktaları az farklı yörüngenin iraksaması



Şekil 2.2: İki yakın yörüngeyi zamanla farklılaşması

İncelenecek olan bu sistemlerde Lyapunov üstelleri genel olarak sistemin türevinden elde edilebilir. Burada bahsedilen sistem bir boyutlu olduğu için sadece bir Lyapunov üsteli içermektedir. Aynı mantıkla yöntem n boyutlu n Lyapunov üsteline sahip sistemler içinde genelleştirilebilir. Tekrarlı (iteratif) yapıya sahip bir sistem için Lyapunov üstellerinin hesaplanması aşağıdaki gibi verilebilir.

$$X_{n+1} = f(X_n) \quad (2.1)$$

Burada $f(X_n)$ fonksiyonu mevcut X_n değerinden sonra gelen X_{n+1} değerini kestirmek için kullanılır. Bir boyutlu $X_{n+1} = f(X_n)$ sistemi için λ Lyapunov üsteli X_0 başlangıç koşulu için $\lambda(X_0)$ gösterilmektedir. Ölçülen ortalama hatanın her tekrardaki artış hızı veya eşdeğer olarak X_0 yakın tekrarlarının süresince bilginin ortalama kaybıdır. Eğer f fonksiyonu şekilde biliniyorsa Lyapunov üstelleri kolaylıkla hesaplanabilir. Hesaplama için iki komşu nokta X_0 ve $(X_0 + \Delta X_0)$ seçilir. Bir adım sonra iki komşu nokta arasındaki ayrıklaşma ΔX_1 hesaplanır ve fonksiyonun $f'(x)$ ilk türevi alındıktan sonra

$$\left| \frac{\Delta X_1}{\Delta X_2} \right| = b\lambda \quad (2.2)$$

iki nokta arasındaki üstel hata artışı bulunur. Buradaki b logaritmanın tabanı olarak da alınabilir ve Lyapunov üsteli

$$\lambda = \log_b f'(x) \quad (2.3)$$

Denkleminden hesaplanabilir. Sonuç olarak:

- Eğer $\lambda > 0$ ise harita başlangıç koşullarına duyarlı ve kaotik.
- Eğer $\lambda \leq 0$ ise harita başlangıç koşullarına duyarsızdır ve kaotik değildir.

2.4.2 Kararlılık Tanımları

$$\dot{x}(t)=f(x(t)) \quad x \in \mathbb{R}^n \quad t \geq 0 \quad (2.4)$$

Denklemi ile verilmiş olan sürekli zamanlı dinamik sistemi ve varsa bunun $x(t) = \dot{x}$ şeklindeki bir sabit çözümünü ele alırsak, bu çözüm (2.4)'de yerine koyulduğunda $0 = f(\dot{x})$ sonucunu verir. Bu denklemi sağlayan \dot{x} değerlerine (2.4) ile verilen dinamik sistemin denge noktası denir(Karabacak, 2007). Öyle ki \dot{x} değeri başlangıç durumu olarak alındığında sistemin durumu zaman boyunca hep \dot{x} noktasında kalacaktır. Ancak daha ilginç ve daha önemli olan soru sistemin bu \dot{x} denge noktasına yakın bir başlangıç durumu ile başlatılması halinde çözümün zaman ilerledikçe \dot{x} değerinden uzaklaşıp uzaklaşmayacağıdır. Kararlılık teoremleri genel olarak bu soruya cevap vermektedirler.

(2.4)'ile verilen sistemin denge noktası \mathbb{R}^n 'den herhangi bir değeri alabilir. Ancak, genellikle ödüm vermeden, sistemin denge noktasını $\dot{x} = [0, 0, \dots, 0]^T = 0$ olarak varsayabiliriz; çünkü $\dot{x} \neq 0$ olduğu durumda $y(t) \triangleq x(t) - \dot{x}$ değişken dönüşümü ile denge noktası sıfırda olan $\dot{y}(t) = g(y(t))$ sistemi elde edilebilir, burada $g(y) \triangleq f(y + \dot{x})$ 'dir.

(2.4) sisteminin $\dot{x} = 0$ da bir denge noktasına sahip olduğunu varsaydıktan sonra bu denge noktası için aşağıdaki kararlılık tanımlarını verebiliriz(Karabacak, 2007).

Tanım 2.1: (2.4) sisteminin tüm çözümleri için her $\varepsilon > 0$ sayısına karşılık $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon$, $\forall t > 0$, $\dot{x} = 0$ önermesini geçerli kılan $\delta > 0$ varsa (2.4) sisteminin $\dot{x} = 0$ denge noktası kararlıdır.

Tanım 2.2: (2.4) sisteminin $\dot{x} = 0$ denge noktası kararlı değilse kararsızdır.

Tanım 2.3: (2.4) sisteminin tüm çözümleri için $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ koşulunu sağlayan

bir $\delta > 0$ sayısı varsa (2.4) sisteminin $\dot{x} = 0$ denge noktası asimptotik kararlıdır.

Tanım 2.4: (2.4) sisteminin tüm çözümleri için $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ ise (2.1) sisteminin $\dot{x} = 0$ denge noktası global asimptotik kararlıdır.

2.4.3 Lyapunov Kararlılık Teoremleri

Bir denge noktasının kararlı olduğunun ispatlanmasının bir yolu bu denge noktasında sıfır değerini alan ve denge noktasını içeren bir U açık kümesindeki diğer tüm noktalarda pozitif değerler alan, U üzerinde tanımlı, skaler bir fonksiyon belirlemek ve sistemin çözümleri boyunca, yani (2.4)'in çözümü olan herhangi bir $x: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^n$ için t arttıkça, bu fonksiyonun değerinin azaldığını saptamaktır. Böylece sistemin çözümleri, kullanılan fonksiyon alttan sınırlı olduğundan, fonksiyonun minimum değerini aldığı noktaya, yani $\dot{x} = 0$ denge noktasına yaklaşacaktır. Kararlılık ispatında kullanılan ve yukarıda anlattığımız koşulları ve bazı durumlarda başka ek koşulları da sağlayan bir fonksiyona Lyapunov fonksiyonu denir (Karabacak, 2007).

Teorem 2.1: (2.4) sisteminin $\dot{x} = 0$ denge noktasını içeren bir $D \subset \mathbb{R}^n$ açık kümesi olsun, $V: D \rightarrow \mathbb{R}$, $V \in C^\infty$ şeklinde bir fonksiyon

$$V, \quad x > 0, \quad x \in D - 0 \quad (2.5)$$

Koşullarını sağlayacak biçimde tanımlanabiliyorsa $\dot{x} = 0$ denge noktası kararlıdır. Dahası,

$$\dot{V} \quad x < 0, \quad x \in D - 0 \quad (2.6)$$

Koşulu da sağlanıyorsa $\dot{x} = 0$ denge noktası asimptotik kararlıdır.

Lyapunov kararlılık teoremi olarak adlandırılan bu teorem global asimptotik kararlılık üzerine bilgi vermemektedir. Bunun için Barbashin-Krasovski teoremine bakalım:

Teorem 2.2: (2.4) sistemi için $\dot{x} = 0$ denge noktası olsun.

$V: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $V \in C^\infty$ şeklinde bir fonksiyon

$$V \mathbf{0} = 0 \text{ ve } V \mathbf{x} > 0, \quad x \in \mathbb{R}^n - 0 \quad (2.7)$$

$$\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V \mathbf{x} \rightarrow \infty \quad (2.8)$$

$$\dot{V} x < 0 \quad x \in \mathbb{R}^n - 0 \quad (2.9)$$

Koşullarını sağlayacak şekilde tanımlanabiliyorsa $\dot{x} = 0$ denge noktası global asimptotik kararlıdır. (2.7) koşulunu sağlayan fonksiyonlara *kesin pozitif*, (2.8) koşulunu sağlayan fonksiyonlara ise *ısınsal sınırsız* denir.

2.4.4 Kolmogorov Entropisi

Entropi kavramı sistemin rastgele oluşunu ve önceden biline birliğini ifade etmektedir. Ayrıca genel olarak bir sistemin düzensizliğe olan eğilimi olarak da nitelendirilebilir. Diğer bir ifadeyle entropi, x 'in ölçümü ile x sinyalinin kaynağı hakkında öğrenilen bilgilerin miktarı hakkında bilgi verir. Bu tanımlama Kolmogorov (1958) ve Sinai (1959) tarafından yapılmıştır. Deneysel dağılım fonksiyonuna dayalı uyumluluk testleri arasında Kolmogorov-Smirnov test istatistiği en sık kullanılan yöntemlerden bir tanesidir. Bu test istatistiği her ne kadar Kolmogorov tarafından geliştirilmiş olsa da uyumluluk testlerinde kullanılması Smirnov tarafından tasarlanmış ve uyarlanmıştır. Literatüre Kolmogorov-Smirnov(K-S) uyumluluk testleri olarak geçmesi bu nedendir. Verinin çok olduğu kümelerde KS Entropi, direkt olarak ilinti integralinden hesaplanabilir. Aynı zamanda pozitif Lyapunov üstellerinin toplamı KS Entropiye eşittir. Periyodik sistemler için sıfır, kaotik sistemler için sıfırdan büyük, rastgele sistemler için de sonsuz değerini verir. Oluşan zaman serilerinin zamanla gelişiminin kestirimi, sinyalin entropisi ile ilgilidir. Dinamik sistemlerdeki kısa dönemli tahminler, doğrusal olmayan kestirimleri yapmak için geliştirilmiştir. Genellikle bu yaklaşımda, yerel ve genel modeller kullanılarak zaman serisinin tahmin edilen gelişimi ile gerçek gelişme karşılaştırılır, aralarındaki fark normalleştirilerek tahmin hatası tespit edilir. Böylece dinamiklerin yapısı karakterize edilebilir. Sinyal modellemede gelişmiş bir performansa sahip olan doğrusal modeller tüm bilinmeyenleri açıklamakta yeterli değildir. Yerel yaklaşımlarda yalnızca verilen bir noktanın komşuluk durumları kullanılarak yerel olarak geçerli parametreler hesaplanır. Örneğin yerel doğrusal yaklaşımları içeren çok terimli (polinomal) veya yarıçapı temel alan fonksiyonların kullanıldığı modeller mevcuttur (Köle ve ark. 2012).

Önceden belirli bir dağılım olduğu varsayılan kümülatif dağılım fonksiyonu $F_0(x)$ olsun. Yani belirli bir x değerinden küçük ya da eşit değerli verilerin olasılığını $F_0(x)$ fonksiyonu versin. n adet gözlenen veri içerisinde belirli bir x değerinden küçük ya da eşit olanların oranını veren kümülatif deneysel dağılım fonksiyonu ise $S_n(x)$ olsun. K-S uyum iyiliği testi mantığına göre eğer ki deneysel dağılım fonksiyonu sonuçları hipotetik $F_0(x)$ 'e yeterince yakın değilse, gözlemlenen verilerin dağılımı hipotetik dağılımdan gelmemektedir sonucuna varılır. Yani gözlemlenen veriler hipotezde geldiği öne sürülen dağılıma uymamaktadır. Bu durumu sınaması için öne sürülen test istatistiği de;

$$D = \text{Max}_x |F_0^*(X) - S_n(X)| \quad (2.10)$$

Olarak tanımlanmıştır. Kolmogorov (1933) ve Smirnov (1939) 'a göre D istatistiği $F_0(x)$ sürekli ve tamamen bilinirken test edilen hipotetik dağılımdan bağımsızdır.

Bu istatistiğin dağılımı, dağılımın tüm parametreleri bilinirken elde edilmekte aksi halde D istatistiğinin dağılımı bulunamamaktadır. Lilliefors (1969)'a göre yığına ait bilinmeyen parametrelerin gözlemlerden tahmin edilmesi sonucunda üstel dağılım için D istatistiğine ait yeni kritik değerlerin bir düzenlemesini sunmuştur. Hazırladığı prosedürde verilen n hacimli örnek için D test istatistiğini;

$$D = \text{Max}_x |F_0^*(X) - S_n(X)| \quad (2.11)$$

Şeklinde tanımlamıştır. Burada kümülatif örnek dağılımı ve $F^*, \frac{1}{\lambda} = \bar{x}$ örnek ortalamalı, kümülatif üstel dağılım fonksiyonudur. Eğer hesaplanan D değeri tablodaki kritik değeri aşıyorsa dağılımın üstel dağılımdan geldiği hipotezi reddedilir(Köle ve ark.2012).

2.5 Faz Uzayı ve Çeker Kavramı

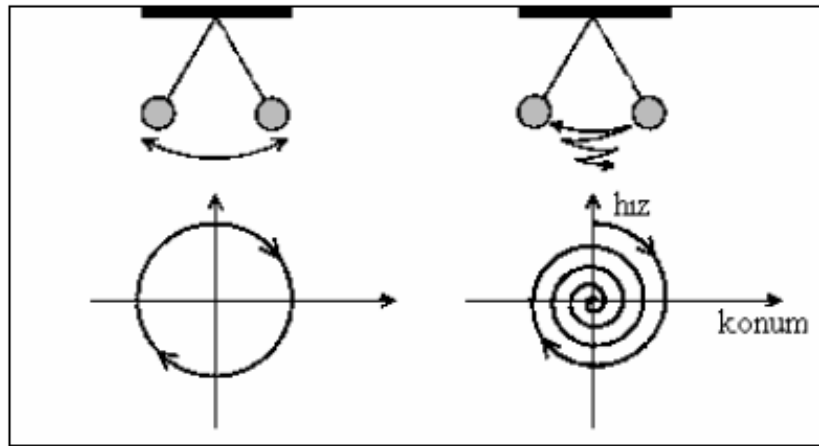
Kaotik sistemler sanılanın aksine hayal gücüyle oluşturulmuş veya laboratuvar şartlarında oluşturulması mümkün olan sistemler değildir. Evrenin kendisi (belki de tamamen) kaotik bileşenlerden oluşmuştur. Her ne kadar "En iyi bilinen mekanizma" diye nitelendirsek te, artık kaotik davranışların rolünü göz ardı edilemeyecek kadar önemlidir. Her ne kadar hatasız gibi görülse de bir taşla yapılan basit bir serbest düşme deneyi bile, evrendeki tüm kuvvetlerin etkisinde kaldığı için, belirsiz bir hesap hatasıyla sonuçlanacak ve sandığımızın aksine bizi şaşırtabilecektir. Çünkü kütlelerle doğru, aradaki uzaklığın karesi ile ters orantılı olarak, Andromeda galaksisindeki küçük bir göktaşı bile, bizim taşımıza bir çekim kuvveti uygulamaktadır. Ama elbette ki, bu değişkenlerin tümünü hesaba dâhil etmek, insanın şu an için yapabileceği bir şey değildir ve hali hazırda biz bu tip değişkenleri gönül rahatlığıyla ihmal edebiliriz. Şanslı olduğumuz nokta, ölçüm yöntemlerimizin, evrenin ince ve narin dokusuna göre oldukça kaba olmasına rağmen(evrensel etkileşimlere oranla) günümüzde çok kaba sonuçların kullandığımız teknolojide bize yetebiliyor olmasıdır.

Elimizdeki bir taşı bıraktığımızda beklediğimiz sonuç doğal olarak yere düşmesidir ancak taşın mecburi olarak yere düşmesi tek kural olmamaktadır. Taşın içinde bulunduğu sistemin bileşenleri incelendiğinde, tüm etkileşimler göz önüne alındığında ortaya çıkan sonuç şu şekildedir: taş bulunduğu sistemde bir olasılıklar yumağı içinde sürüklenir ve o anki durum için

geçerli olasılığa doğru bir “çökme” gerçekleşir. Yani artık bunun sonrasında kesin kurallar değil, olasılıklar söz konusudur. Taşın üzerine etkiyen farklı kuvvet kaynaklarının etkisiyle, uzayda her yöne hareket etme olanağı ve hatta parçalanıp dağılma “şansı” vardır. Ancak taşın elden bırakılmasından sonraki süreçte, taşa etkiyen tüm karmaşık kuvvetlerin toplamı olan net kuvvet, “genellikle” taşı yere doğru indirir. Böylesi bir durumda genel olarak geçerli bir “Serbest Düşme Yasası”ndan bahsedebiliriz. Oysaki bu yasaya rağmen var olan diğer tüm ihtimaller hala ihtimal dâhilindedir.

Ancak özellikle canlı sistemlerin bir çoğu bu şekilde davranmazlar. Örneğin bir nehirin akışı, insanın düşünürken beyninde oluşan elektrik akımları, jet uçağının uçuş esnasında motorundan çıkan hava veya vücut savunması sırasında kan hücrelerinin tepkileri önceden kesin olarak tahmin edilememekte ve kaotik bileşenler içermektedir. Örnekte bahsi geçen bu sistemlerin birçoğunun ortak özelliği, çok fazla sayıda kaynak tarafından etkilenmeleri ve davranışlarının bu nedenle “kaotik” olmasıdır.

Kaosun olası tanımlamaları arasında Devaney (2003)’in Dinamik sistemler için yaptığı tanımlama en popüleridir. Çünkü Devaney’in tanımlaması zamandan bağımsız sistemler için olup, birçok uygulama türüne sahiptir. Bir dinamik sistemin faz uzayı şu şekilde tanımlanabilir: sistemin anlık durumunu tanımlamak için gerekli değişkenlerin her birinin, dik koordinat doğrultuları ile temsil edildiği bir matematiksel uzaydır. Bunun Durum uzayı olarak adlandırıldığı da olur. Tek boyutta devinen bir parçacığın durumu, konumu ve hız ile belirlenir. Dolayısıyla faz uzayı iki boyutlu bir düzlemdir. Ayrıca üç boyutta hareket eden bir parçacığın faz uzayı altı boyutlu bir hiper uzayı olur. Örneğin şekil 2.3’de yatay salınım yapan sarkacın sürtünmenin olmadığı (solda) ve olduğu (sağda) durumlar için faz uzayında izlediği yollar gösterilmiştir. Sürtünme yoksa sarkacın salınımı sürüp gider. Sürtünme varsa, zamanla hız azalır ve sonunda sarkaç denge konumunda durur.

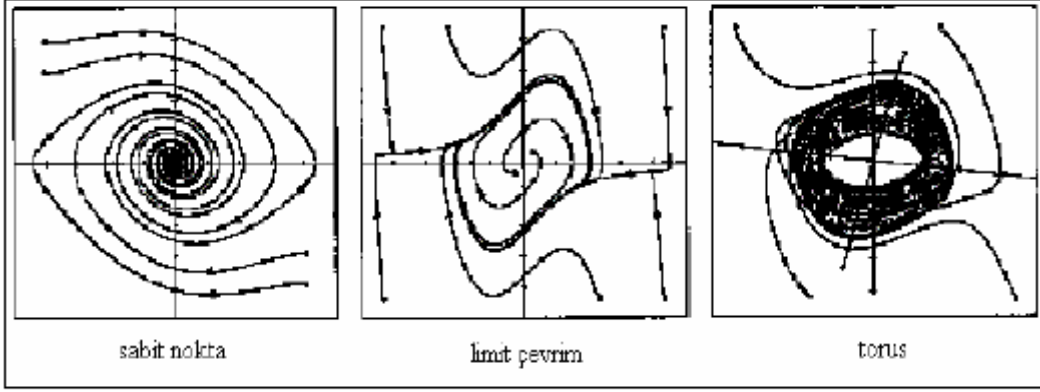


Şekil 2.3: Tek Boyutta hareket eden sarkacın Faz Uzayı

Faz uzayı çeşitli şekillerde yapılandırılabilir. Bunlardan bazıları: hız yerine momentum kullanılabilmesi veya söz konusu sistem diyelim bir ekolojik modelde, faz uzayı koordinatları çeşitli türlerin nüfusu gibi değişkenler olabilir.

Dinamik sistemler, korunumlu ve korunumsuz olmak üzere ikiye ayrılır. Faz uzayında hacim değişimi olup olmamasına, korunumsuz durumda zaman ilerlerken hacim daralmaktaysa yani sistem enerji kaybediyorsa, sistemin harcamacı olduğu söylenir. Harcamacı sistemlerde hacmin daraldığı nokta ya da noktalar kümesine "çeker (attractor[ing.])" denir.

Dinamik sistemlerin bir türü olan korunumlu sistemin çekeri yoktur. Tanım olarak çeker, sistemi çeken ve bırakmayan bir davranış biçimidir ve dolayısıyla faz uzayındaki uzun dönemli davranışı tanımlar. Zaman içerisinde bir dinamik sistemin ilerlerken vardığı son noktadır. Başlangıç koşullarından doğan yörüngeler çeker havzasında bulunmaktadır ve sonuçta bu yörüngeler çekere yaklaşır. Çeker havzasına bir kez giren nesne ya da veri noktası üzerine güçlü bir kuvvet uygulanmadıkça çeker havzasını terk etmez. Bir dinamik sistem faz uzayında bir veya daha fazla çeker kümesi ile temsil edilebilir. Eğer Matematiksel ifadelerle çekeri tanımlamak istersek; faz uzayında bir denklemin çözümün kümesinin, geçiş evresini takiben vardığı bir noktalar kümesidir. En basit çeker çeşidi sıfır boyutlu sabit bir noktadır(Canan, 2010). Şekil 2.4'te de görüldüğü gibi sol altta bulunan iki boyutlu faz uzayının orijini bir sabit nokta çekerdir. Sonraki süreçte zaman ilerledikçe orijine doğru yörünge sarmallaşmaktadır. Burada anlatılmak istenen şey şudur: başlangıç koşullarının farklı olmasına rağmen sonuçta sarkaç denge konumunda duruyor olacaktır. Bir başka çeker çeşidi bir boyutlu limit çevrimdir. Şekil 2.4'te altta ortada görüldüğü gibi, bu çeker çeşidi, sürekli salınımına işaret eder. Bu durumda sistem, limit çevrimin dışında ya da içinde olan bir başlangıç koşulu ile başlatılırsa, yörünge zamanla içeri ya da dışarı sarmallaşarak eğriye oturur ve $t \rightarrow \infty$ limitinde periyodik hareket yapar. Bundan dolayıdır ki bu eğri, kapalı eğri çekerdir. Periyotların farklı oluşundan dolayı periyodik davranış çeker, torus biçiminde bir çekere neden olur. Bahsedilen üç çeker çeşidi "yakınsayan çeker" olarak da adlandırılabilir. Eğer sistem şekil 2.4 teki çekerlerden birine sahip ise, başlangıç koşullarına hassas bağlılık sergilemez. Bu nedendir ki, başlangıçta birbirine yakın olan iki yörünge zamanı ilerlerken ıraksamayacaktır.



Şekil 2.4: Yakınsayan Çekerler

Bahsi geçen bu çekerler için çeker boyutu, faz uzayının toplam boyutundan daha küçük bir tamsayıdır. Aynı zamanda boyutu kesirli sayı olan çekerler de vardır. Bunlara 1971 yılında F.Takens (1981) ve D.Ruelle (1994) tarafından "garip çeker" adı verilmiştir. Bahsedilen garip çekerlerin çoğu kaotiktir ancak, kaotik olmayan garip çekerlerde mevcuttur. Bunların başlangıç koşullarına hassas bağılılığı yoktur ve boyutları kesirlidir. Aynı zamanda garip olmayan kaotik çekerlerde ise başlangıç koşullarına hassas bağılılık vardır ve boyutları tamsayıdır (Petreschi et al, 2003). Bir çekerden bahsederken kullanılan "garip" sözcüğü çekerin geometrisine, "kaotik" sözcüğü ise dinamiğine işaret eder (Ott, 2002). Mandelbrot (1982)'un adlandırmasıyla, boyutu kesirli sayı olan çekerlerin geometrisi fraktal"dır.

Fraktallar ise birbirinden çok değişik gibi görünen doğal durumlarda ve yerlerde gözlenebilir. En sık sergiledikleri özellikleri ise kendine benzerlik (selfsimilarity [ing.])'tir. Eğer bir fraktalın detaylı bir şekilde incelenmek için defalarca büyütülürse, fraktalın kendisine çok benzer olduğu çoğu zaman görülebilir; örneğin bulutlar. Fraktallar temelde iki farklı türde düşünülebilir: bunların ilki somut nesnelere ikincisi ise soyut garip çekerlerdir. Bahsedilen ilk türde, fiziksel uzayda var olan yapılar içerebilir. Diğer taraftan ikinci türdekiler, dinamik sistemlerin durum uzayında oluşan kavramsal nesnelere (Theiler, 1990).

Kaotik veya "garip" çekerlerin "Fraktal" yapıda oluşu önemli özelliklerinden birisidir. Çünkü Fraktal'ın buradaki özelliği: çekeri oluşturan eğrilerin asla aynı rotayı izlemedikleri yani rotaların kesişmemesidir. Bu eğriler uzun zaman boyunca bilgisayar tarafından çizdirilirse rotaları incelemek daha kolaylaşır. Böylece oluşan bu simülasyonda da görüleceği gibi eğriler birbirini kesmemektedir. Başlangıç şartları bu sistemin oluşumunda önemli rol oynar ve bu çeker eğrilerinin örülmesi sırasında oluşan yörüngeler tektir. Her ne kadar da sistemde yörüngeler kesişiyor gibi görünseler de aslında kesişmemektedirler. Bu durum çekerleri oluşturan eğrilere

“fraktal” bir görünüm verir; sisteme yaklaştıkça şeklin bütünü oluşturur kurallara uygun yeni ayrıntılarla yüz yüze gelenebilir ve bu sonsuza kadar böyle sürer.



Şekil 2.5: Doğadaki fraktal-benzeri biçimlerden örnekler

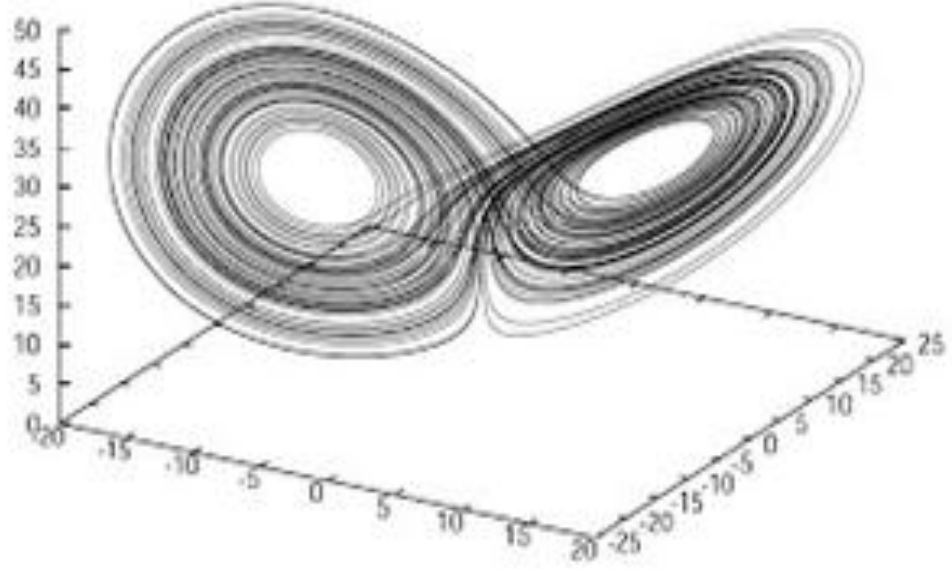
2.6 Lorenz Çekeri

1963 yılında MIT 'de çalışan Lorenz adlı bir meteoroloji uzmanı, çalışmaları sırasında, hava tahminleri yapmakla uğraştığı laboratuvarındaki bilgisayarında garip bir şeyler keşfetti: üzerinde çalıştığı hava durumlarının bilgisayar modellemesi ve sayısal bir hava durumu tahmin sistemi üzerinde çalışmaktaydı. Bu aşamada, hava olaylarını rakamlara ve kodlara indirgemiş, sonra bilgisayara girdiği meteorolojik kurallarla bu girdilerden nasıl hava sonuçlarının çıkabileceğini,

bilgisayardan aldığı çıktılarla gözlemlemekteydi. O yıllarda bilgisayarlar, bir insanın yapamayacağı uzunlukta hesaplamaları ve tekrarlı işlemleri hatasız bir şekilde, hızlı bir biçimde yapabilme özelliğine yeni yeni sahip olmak üzereydiler. Bilgisayarların o günkü modelleri çok düşük kapasiteli ve yavaş cihazla olsalar da hiç durmadan günler boyu bu tür hesaplar yaparak, sonuçları çıktı olarak vermeleri olanaklı hale geliyordu. Lorenz' in aldığı bu çıktılar, hava koşullarını belirleyen parametrelerin değişkenliklerini ifade eden sayı dizileri şeklindeydi ve Lorenz bunların grafik analizlerini yapıyor ve sayıları hava durumundaki değişikliklere dönüştürüyordu.

Bir gün Lorenz, bilgisayarın yaptığı işlemi, orta yerinden başlatmak istedi; bilgisayar devam eden bir işlem yaparken, yapılan işlemi kesip, o andan önceki makinanın vermiş olduğu ara değerlerden birini ele alarak, başlangıç değerleri olarak bilgisayara girmeyi denedi. Bu işlemden kısa bir süre sonra hayretle fark ettiği üzere, bilgisayarın verdiği çıktılar bir önceki hesaplama dizisiyle alakası olmayan, tamamen farklı sonuçlar vermeye başlamıştı. Bu yeni serinin önceki seri ile hiç bir benzerliği yoktu. Lorenz önce makinanın bozulduğunu düşündü ancak kısa süre sonra durumu fark etti. Girdileri klavyeden ondalık bir sayı değerini bilgisayara girerken, virgülden sonraki üç basamağı girerek işlemi tekrar başlatmakta bir sakınca görmemişti; çünkü bu kadar küçük bir ondalık değer, hesaplamalar üzerinde bir etkisi olmayacağını düşünüyordu (0.506127 yerine 0.506 girmişti). Fakat sonuçlar hiç de onun düşündüğü gibi değildi. Lorenz'in bilgisayara girerken yok saydığı o ondalık basamaklar, değer olarak hava akımları içinde "bir kelebeğin kanat çırpması" kadar önemsizken, kısa bir süre sonra, izleyen sonuçlarda büyük farklılıklara neden olmuştu. Ona göre, bir kelebek sadece kanat çırparak büyük bir fırtına çıkarmıştı! Lorenz bu bulgularını yayınladığı makalesinde, bu gün oldukça popüler bir terim olan "kelebek etkisi"ni ilk kez kullanmıştır (Ruelle, 1990). "Kelebek etkisi", dünyanın bir yanında kanat çırpın bir kelebeğin, dünyanın bambaşka bir köşesinde fırtına çıkmasına sebep olabileceğini söyler. Elbette kanat çırpın her kelebek bir fırtınaya sebep olmaz; Ancak meydana gelecek bir fırtınayı çok önceden tahmin etmek istiyorsak, hava durumu gibi karmaşık bir sistemde, bir kelebeğin kanat çırpmasından kaynaklanan minik hava akımları kadar küçük değişkenleri bile hesaba katabilecek bir ölçüm ve modelleme sistemimiz olması gerekir. Kelebek etkisi kavramı, kaotik sistemlerin önemli bir özelliği olan "başlangıç şartlarına hassas bağlılık" özelliğini de veciz bir biçimde ifade eder.

Lorenz kaotik sistemlerin belli sınırlar içerisinde değişim gösterdiğini ve bu sınırlarda hareketin belirlenemez olduğunu ön görmüştür. Bu kaotik sistemleri kendi taraflarına çeken bu olasılık odaklarına "kaotik çekerler" adı verilmiştir. Bunlara garip çekerler de denilmektedir. En ünlüsü kelebek biçimli "Lorenz Çekeri" olan bu çekerler grafiklerle de ifade edilebilmektedir (Şekil 2.6).



Şekil 2.6: Lorenz çekerinin üç boyutlu faz uzayındaki dinamik sisteminin davranışları.

Çekerin bu grafiği temsili olup, çizgiler sistemin durumunun faz uzayı (sistemin alabileceği muhtemel tüm durumları gösteren grafik alanı) içindeki zamana bağlı evrimini göstermektedir. Çekerin bu türünde, sistemin elemanları, çizgiler odaklar arasında gidip gelmektedir. Bu dolanma olasılık odaklarının sınırları içerisindedir. Bu sınırlar içerisindeki görülebilecek davranış bilinmezken sınırlar kesindir ve olasılık tamamıyla burada gerçekleşir. Takip edilecek rota önceden bilinemediği için ileriye dönük kesin hava tahminleri iki-üç günden fazla olamamaktadır ya da var olan değişkenlerden yola çıkarak, herhangi bir ülkede yaşayan insan topluluklarının zaman içinde nasıl bir değişim göstereceği birebir tahmin edilememektedir. Çünkü seçilebilecek olan rota başlangıç şartlarına bağlı olduğundan yapılabilecek olan tahmin rotayı etkileyebilir!

Kelebek etkisi şemasında da görüldüğü gibi Lorenz osilatörü kaotik akış sergilemekte ve üç boyutlu dinamik bir sistemdir. Kelebek etkisi şeması, kelebek kanatlarını andırmakta ve bu bir sembol olarak kaosun ilk araştırmacılarınca benimsenmiştir.

Lorenz'in yaptığı çalışmalar sırasında fark ettiği, atmosferdeki akışkan ısı yayılımına benzetim yaparken elde ettiği denklemler başlangıç şartlarına hassas bağlılık göstermektedir. Bu denklemlerde elde edilen kaos, doğrusal olmayan sistemlerin ilkidir ve Lorenz yaptığı bu çalışmayla kaos alanında öncülük etmiştir. Başlangıçta on iki sonra ise üç değişkenle Nonlineer ilişkileri tespit etmek için çalışan Lorenz, bilgisayarında oluşturduğu sistemde sürekli olarak değişen ama aynı koşulları tam anlamıyla iki kez asla tekrarlamayan koşullardan oluşan bir sürekli dizi üretmeyi başarmıştı. Öncekilere göre daha basit matematiksel kuralları kullanarak

“kaos” oluşturulmuştu. Lorenz bilgisayarına istediği parametreleri girerek oluşturduğu kaosu defalarca denedi ve bu denemeler asla aynı sonucu vermeksizin mekanik bir biçimde yinelendi. Elde edilen bu “aperiyodiklik” (yani, düzenli döngülerin olmayışı) bütün kaotik sistemlerin özelliğidir. Ayrıca Lorenz, elde ettiği sonuçların farklılaşmasına rağmen, sık sık ortaya çıkan “desen” izlerinin var olduğunu tespit etti. Böylece bilgisayar simülasyonunda ki havanın tersine günlük deneyimlerle benzeşir: “desenler” vardır ama ne herhangi iki gün ne de herhangi iki hafta birbirinin aynıdır. Diğer bilimlerde de araştırmacılar, elektronik osilatörün [titreştirici] matematiksel modellenişinden gezegen yörüngelerinin incelenişine kadar pek çok farklı kaotik sistemde benzer “desenler” buldular. Kaotik sistemlerin mutlaka kararsız olması gerekmediği ya da belirsiz bir dönem boyunca sürebileceği düşüncesi giderek daha da belirginleşti. Jüpiter gezegeninin yüzeyinde görünen ünlü “kırmızı nokta” kararlı olan sürekli bir kaotik sistem örneğidir. Dahası bu “kırmızı nokta” bilgisayar çalışmalarında ve laboratuvar modellerinde simüle edilmiştir (Uyaroğlu ve ark. 2010).

σ , r ve b sistem parametreleri olmak üzere;

$$dx / dt = -\sigma x + \sigma y$$

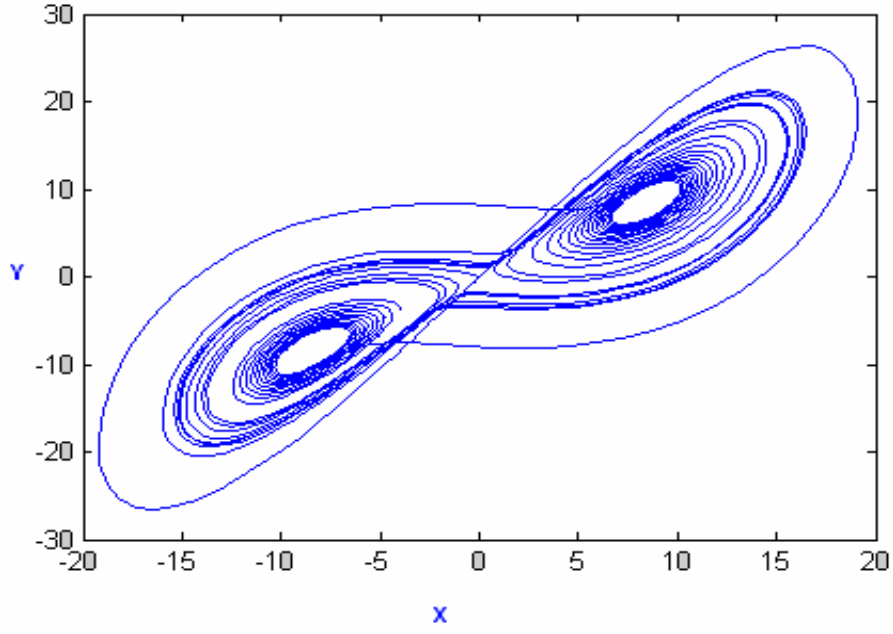
$$dy / dt = -xz + rx - y$$

$$dz / dt = xy - bz$$

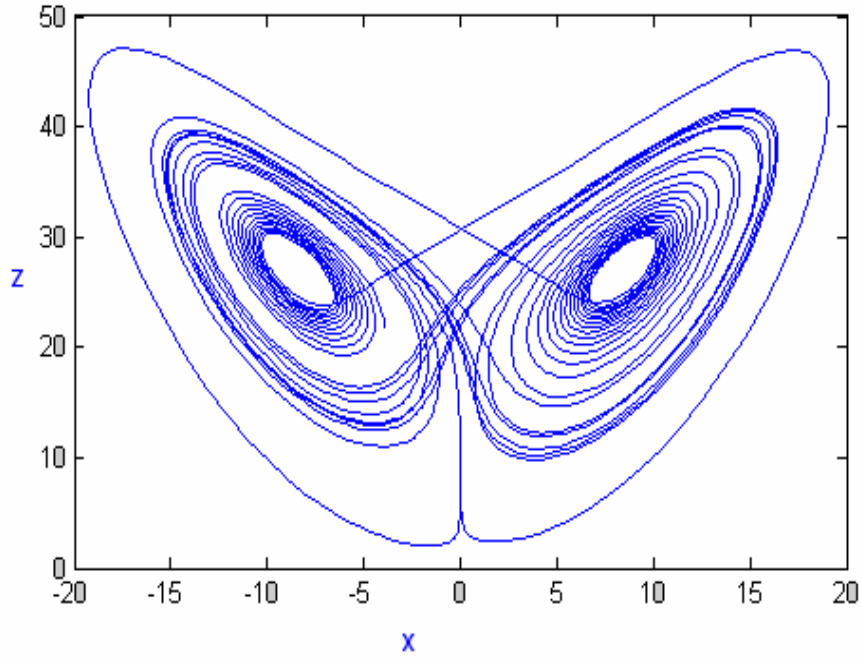
2.12

Denklemleri ile verilir.

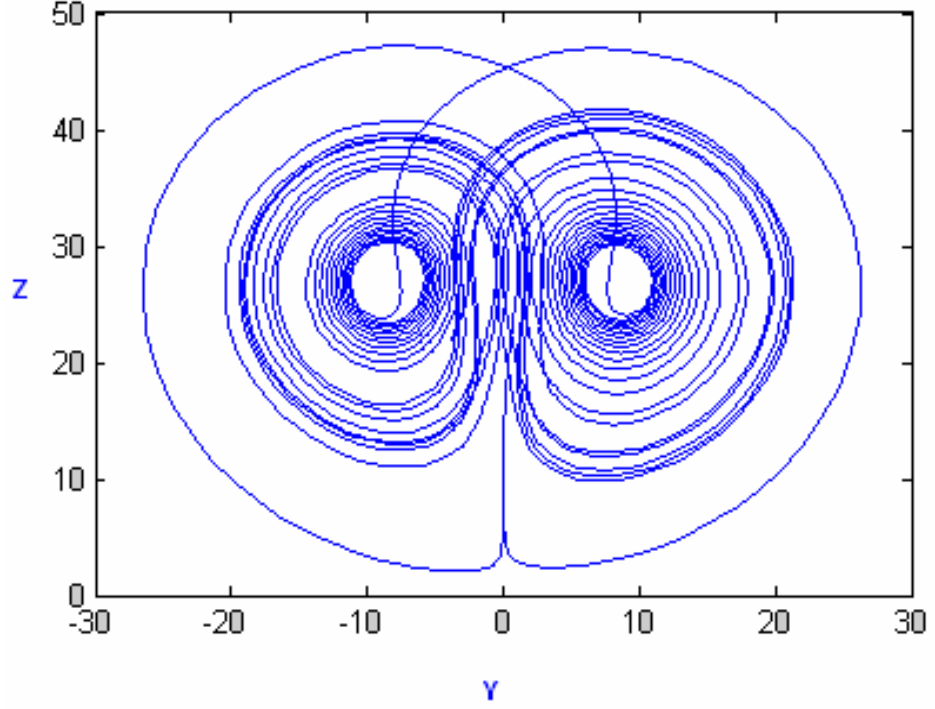
Sistemin karakteristik özelliği, spektrumu geniş bir frekans bölgesine yayılmış periyodik olmayan salınımlar üretmesidir. Bu salınımlar gürültüye benzediği ve tahmini zor bir şekilde başlangıç koşullarına bağlı oldukları için gizli haberleşmede kullanılabilen fark edilmiş ve Lorenz kaotik osilatörü kullanan kripto sistemleri geliştirilmiştir. Burada x , y , z durum değişkenleridir. $\sigma=10$ $r=28$ $b=8/3$ parametreleri ve $X_0=0$, $Y_0=-0,1$, $Z_0=9$ başlangıç şartları için kaotik çözümler elde edilmiştir (İskurt, 2012).



Şekil 2.7: Lorenz sisteminin x-y kaotik çekicileri



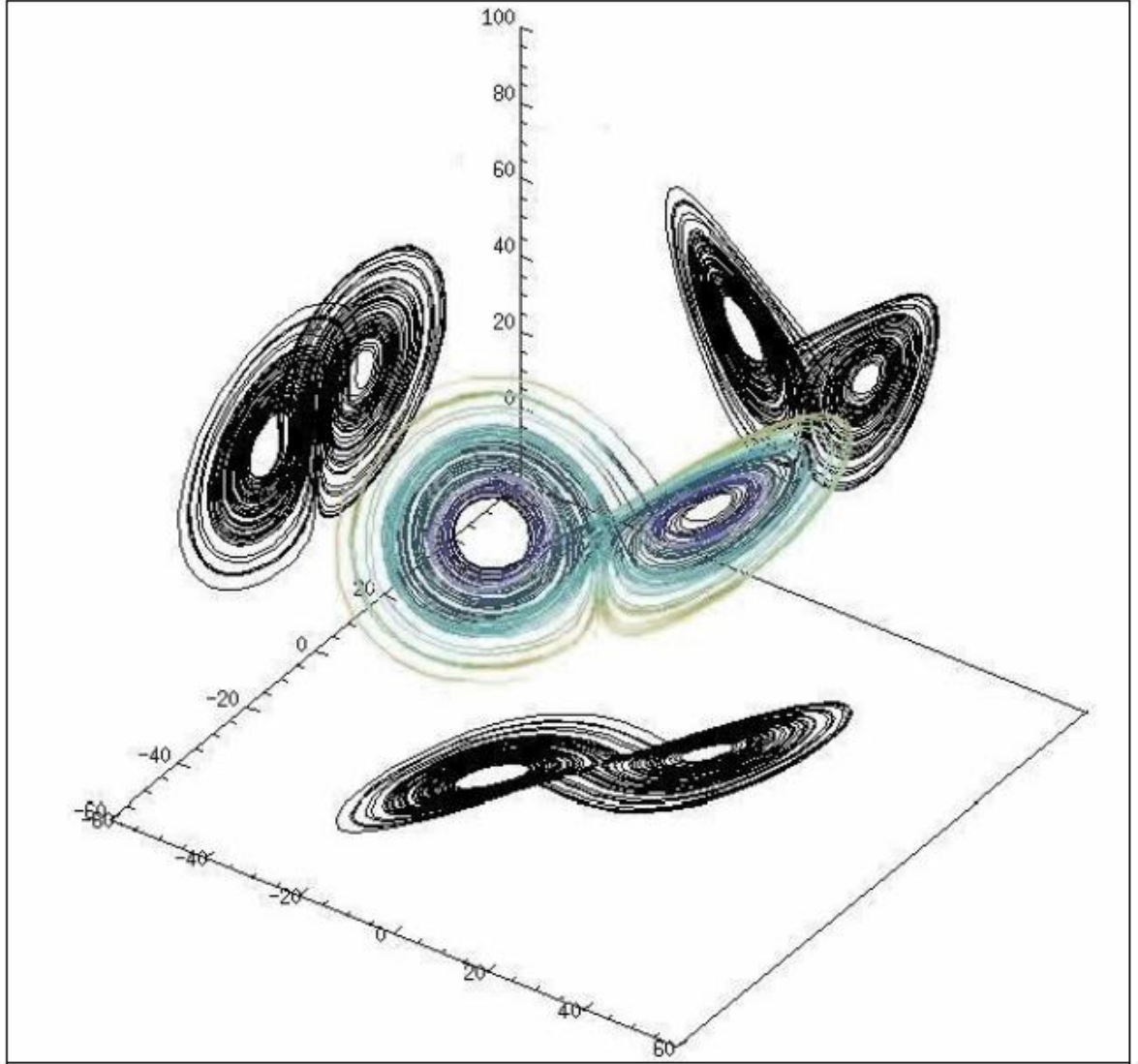
Şekil 2.8: Lorenz sisteminin x-z kaotik çekicileri



Şekil 2.9: Lorenz sisteminin y-z kaotik çekicileri

Literatürde beliren ilk garip çeker, Lorenz'in 1962'de keşfedip 1963'te yayınladığı ve onun soyadıyla anılan Lorenz çekeridir(Şekil 2.10). 2.8 denkleminde görüldüğü gibi Lorenz'in modelinde üç bağımsız değişken vardır ve çekerin faz uzayı üç boyutludur. Burada $\sigma=10$ (Prandtl sayısı), $r=28$ (Rayleigh sayısı), $b=8/3$ alınmıştır(Lorenz, 1963). Görüldüğü üzere parametrelerin belli değerleri için, deterministik sistemlerin uzun dönemde öngörülemez davranışlar sergileyebilmektedir. Farklı çeker çeşitleri için çeker boyutu tanımları ve hesaplama yöntemleri mevcuttur. Örneğin Lorenz çekerinin Hausdorff boyutu 2,06'dır. Bu sistemin Lorenz çekerini üzerindeki hangi noktada bulunacağı tahmin edilememektedir. Ancak buradaki tek kısıtlama sistemin çeker üzerinde kalması olmaktadır ve kendisiyle asla kesişmemektedir. Zaten bu olduğu zaman hareket tarihini tekrarlamaya başlamıştır ve hareket periyodikleşmektedir. Ancak sonlu mekânda kalan noktaların sonsuz derinliğe sahip bir şekil oluşturmuşlardır. Lorenz makalesinde "Her biri bir helezon içeren ve iki güzergâhının birleşmesi de mümkün olmayan iki yüzeyin birbiriyle kaynaşmasını bağdaştırmak çok güçtür," yazmış ve helezonların birleşir gibi görüldüğü bölgede, yüzeylerin bölünmek zorunda kalarak ayrı katmanlar oluşturduğunu fark ettiğini şu sözlerle açıklamıştır: "Her yüzeyin aslında bir çift yüzey olduğunu görüyoruz; böylece birbiriyle birleşir gibi görüldükleri yerde aslında dört yüzey olmaktadır. Bu süreci başka bir devrede sürdürünce aslında sekiz yüzey olduğunu ve bunun böyle devam ettiğini görebiliriz. Sonunda, yüzey sayısının sonsuz bir karmaşıklıkta olduğunu ve her yüzeyin de birbiriyle

birleşen yüzeylerden birine ya da ötekine aşırı derecede yakın olduğu sonucuna varıyoruz" (Gleick, 1995).



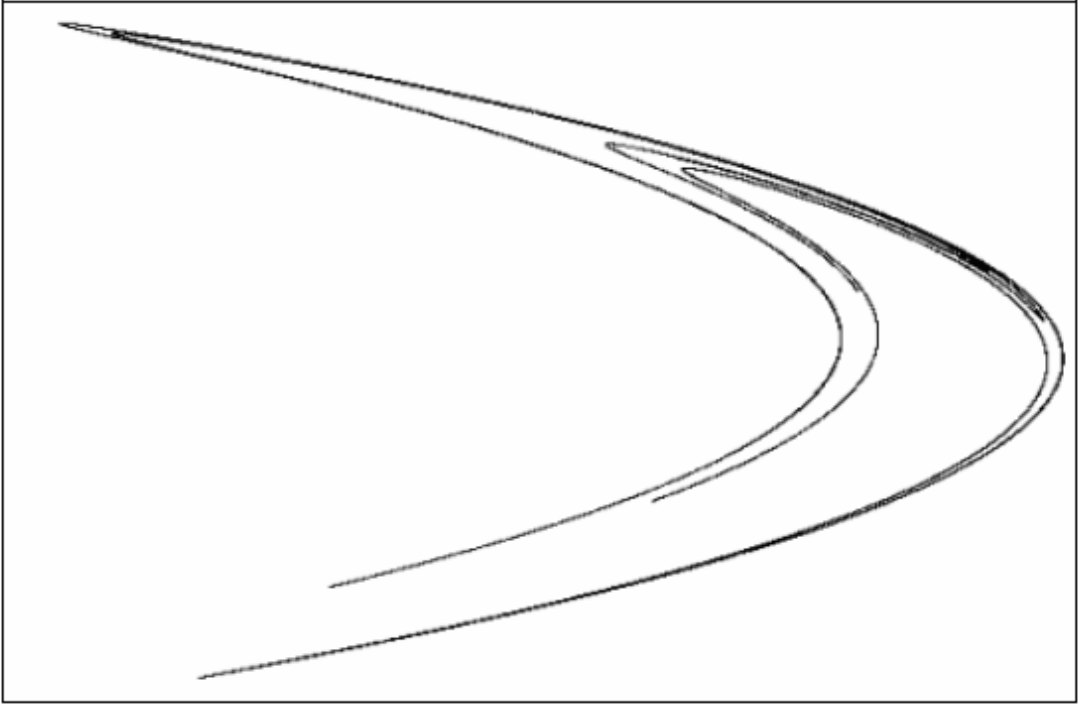
Şekil 2.10: Lorenz Çekeri

Başka bir diğer garip çeker örneği vermek gerekirse, iki boyutlu Hénon haritası için elde edilen çekeri ele alabiliriz:

$$\begin{aligned}x_{n+1}^{(1)} &= A - (x_n^{(1)})^2 + Bx_n^{(2)} \\x_{n+1}^{(2)} &= x_n^{(1)}\end{aligned}$$

2.13

Burada $A=1,4$ ve $B=0,3$ alınmıştır. Böylece Şekil 2.11 oluşmuştur. Hénon Çekeri, bu denklemdeki eşitliklerin yinelenmesiyle elde edilmiş olup, yörüngenin çekere oturana dek geçirdiği başlangıç zaman silindikten sonraki 10^4 ardışık noktanın çizimini göstermektedir. Yatay $x^{(1)}$ eksen, dikey $x^{(2)}$ eksenidir. Sonuç bir çeker resmidir. Çekerin bir bölgesi büyütüldüğünde daha ince yapılar içerdiği görülür. Sayısal hesaplama, çekerin Hausdorff boyutunun 1 ile 2 arasında olup, yaklaşık 1,26 değerinde olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bu bir garip çeker örneğidir.



Şekil 2.11: Hénon Çekeri

Lorenz çekeri ve Hénon çekeri kesirli boyuta sahiptirler ve fraktal geometrilidirler. Fraktal değişik algoritmaların kullanıldığı çeşitli hesaplama yöntemlerini içermektedir ve fraktal boyut sözü genellikle tamsayı olmayan boyut anlamında kullanılmaktadır. Geometrik açıdan bakıldığında boyut sayısı D , bir nesnenin cüssesinin (bulk [ing.]), nesneye ait bir büyüklükle orantılanması

için kullanılan bir üsteldir: cüsse büyüklük D . Cüsse bir hacme, bir kütleyle hatta enformasyon içeriğinin bir ölçüsüne karşılık gelebilir. Büyüklük çizgisel bir uzaklıktır. Dolayısıyla boyutun tanımını çoğunlukla şu biçimde bir eşitlik olur (Theiler, 1990):

$$D = \lim_{\text{büyüklük} \rightarrow 0} \frac{\log(\text{Hacim})}{\log(\text{uzaklık})} \quad 2.14$$

Denklemden küçük büyüklük limiti, koordinat değişimlerinde değişmezliği garantilemek için alınmıştır. Buradaki limit ayrıca boyutun yerel bir nicelik olduğuna ve boyutun her genel tanımının bir tür ortalama gerektireceğini belirtir.

Çekerin boyutu niceliğinin tanımlanmasında farklı metotlar kullanılabilir. Farmer iki genel tip üzerinde durarak bu tanımların özetini sunar (Farmer, 1983): yalnızca metrik özelliklere bağlı olanlar ve tipik bir yörüngenin çekerin farklı bölgelerini ziyaret sıklığına bağlı olanlar. Kapasite boyutu ve Hausdorff boyutu metrik özelliklere bağlı olanlara örnek iken, enformasyon boyutu ve korelasyon boyutu tipik bir yörüngenin çekerin farklı bölgelerini ziyaret sıklığına bağlı olanlara örneklerdir. Ayrıca bunların dışında Liapunov üstellerinden hesaplanan Liapunov boyutu vardır (Kaplan, 1983).

Metrik boyuta örnek olan kapasite boyutu kutu sayma boyutu olarak da bilinir. Faz uzayındaki yörüngeyi kaplamak için gereken N tane kutunun sayılması kavramından türetilir. Bu kavram yörüngenin her kutuyu ziyaret etme sıklığının bilgisinden yoksundur; karmaşıklığın sadece geometrik bir ölçüsüdür (Theiler, 1990). Kapasite boyutu, sayısal uygulaması çok zor olan Hausdorff ölçüsünün basitleştirilmiş gibi de görülebilir. Farmer (1983) çalışmasında $D_K \geq D_H$ olduğunu gösterilmiştir. Ama ilgilenilen pek çok fraktal küme için bu boyutlar eşittir. Moon kapasite boyutunu çeker boyutunun bir ölçüsü olarak kullanmanın iki eleştirisini sunmuştur (Moon, 1992). Birincisi kuramsaldır; çünkü yörüngenin kutu ziyaret sıklığını hesaba katmaz. Diğer eleştiri hesapsaldır; çünkü kutuları sayma süreci çok zaman alır. Kapasite boyutu şöyle tanımlanabilir:

$$D_K = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\log[N(\varepsilon)]}{\log(\varepsilon)} \quad 2.15$$

Diğer bir boyut olan Enformasyon boyutu, kapasite boyutu ölçüsünün, yörüngelerin her bir kaplama kutusunu ziyaret sıklığını hesaba katan bir genelleştirmesidir. Ayrıca boyut, sistemin serbestlik derecelerini sayan bir ölçü olarak algılanabileceğinden, verilen bir doğrulukta bir noktayı belirtmek için kaç bit enformasyon gerektiğinin değerlendirildiği bir tanım kurmak mümkündür. Genel olarak, doğruluğunda D boyutlu birim kutunun konumunu belirtmek için

$$I(\varepsilon) = -D \log_2(\varepsilon) \quad 2.16$$

enformasyon biti gereklidir. Tek bir kutu tanımlamak için gereken ortalama enformasyon için Shannon'un formülü kullanılır(Theiler, 1990):

$$I(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^N \Gamma_i(\varepsilon) \log \Gamma_i(\varepsilon) \quad 2.17$$

Burada Γ_i i.kutudaki olasılık ölçümüdür. Bu ilişki enformasyon boyutu için şu ifadeye götürür:

$$D_I = \lim_{g \rightarrow 0} \frac{-I(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} = \lim_{g \rightarrow 0} \frac{\sum \Gamma_i(\varepsilon) \log \Gamma_i(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad 2.18$$

Sistemdeki öngörülemezliğin bir ölçüsü de Enformasyon 'dur. Bunu kapasite ölçüsüyle bir ilişki kurmak için bu şekilde düşünebiliriz : Γ_i olasılığının tüm kutular için eşit olduğu varsayıldığında $I(\varepsilon) = \log N$ olur, bu da $D_I = D_K$ anlamına gelir. Yani tüm veri noktaları kutular arasında düzgün dağılmışsa, enformasyon boyutu kapasite boyutuna eşit olur. Genel anlamda, $I(\varepsilon) < \log N$ olduğundan $D_I < D_K$ olur (Farmer et al., 1983; Moon, 1992).

Bir başka olasılıksal boyut ise Korelasyon boyutudur. İlkesel olarak Hausdorff boyutuna benzerdir. Ama kutuların yerine sabit yarıçaplı çemberlerle zaman serisini kaplar. Pek çok deneyici tarafından bu ölçü başarıyla kullanılmıştır(Moon, 1992). Şöyle tanımlanır:

$$D_C = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-\log \sum_i G_i^2(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad 2.19$$

Burada G_i iki noktanın korelasyon fonksiyonu olup, bu boyut rasgele bir nokta çiftini bulma olasılığını ölçer. Bu enformasyon boyutundan farklıdır, çünkü enformasyon boyutu verilen bir kutuda yalnızca bir noktayı bulma olasılığı ile ilgilendir. Grassberger (1983) ve Takens (1983) de $\sum_i G_i^2$ için korelasyon integrali $C(\varepsilon, N)$ kullanılmasını önermiştir.

Çeşitli algoritmaların boyut için neden farklı yanıtlar verdiğini anlamak için geliştirilmiş boyut kavramı doğmuştur. Ayrıca düzgün olmayan (nonuniform [ing.]) ölçülü fraktalların daha iyi karakterize edilmesi gereksinimidir. Geliştirilmiş boyut "Renyi boyutu" olarak da bilinir ve öyle tanımlanmaktadır (Balatoni ve Renyi, 1956; Renyi, 1970; Grassberger ve Procaccia, 1983; Hentschel ve Procaccia, 1983):

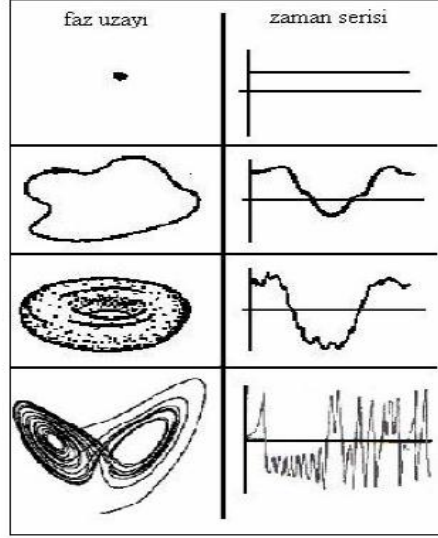
$$D_G = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{-I_G(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad 2.20$$

$$I_G = \frac{1}{1-G} \log \sum_{i=1}^N [\Gamma_i(\varepsilon)]^G \quad 2.21$$

Bu tanımla boyutun ölçüsü, G için varsayılan değere bağlıdır. G = 0 olduğunda $I_G = I_0$ olur ve D_G kapasite boyutuna karşılık gelir. G=1 olduğunda $\gamma \rightarrow 0$ için $D_G = 1 + \gamma$ olarak enformasyon boyutuyla ilişkili bir ifade tanımlamak olasıdır. G=2 olduğunda tanım korelasyon boyutunu temsil eder. Liapunov boyutunu hesaplamak için ise Liapunov üstelleri kullanılır(Kaplan, 1983). Bu üsteller çekerin dinamik özelliklerini hesaba katar. Böylece çekerin fraktal geometrisi ile başlangıç koşullarına hassaslığı arasında önemli bir bağlantı sağlamaktadır. Bu ölçü için bir tanım kurmak amacıyla Liapunov üstelleri çizgesi (spektrumu) azalan sıralamada düşünülür ve tanım öyle verilir(Frederickson et al., 1983):

$$D_L = j + \frac{\sum_{i=1}^j \lambda_i}{|\lambda_{j+1}|}, \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^j \lambda_i > 0 \\ \sum_{i=1}^{j+1} \lambda_i < 0 \end{array} \quad 2.22$$

Ayrıca bir sistemin çekerini bulmak her zaman olanaklı değildir. Çünkü diferansiyel denklemlerin ya da fark denklemlerinin kullanılması her zaman olanaklı değildir. Bundan farklı olarak, sıklıkla sistem değişkenlerinden birinin gözlenmesi sonucu toplanan zaman serisi verisinden yararlanabilir. Çok değişkenli bir sistemin davranışı hakkında, bu değişkenlerden yalnızca birinin kaydı ile bilgi edinilebileceğinin fark edilmesi çok geniş bir araştırma alanı yaratmıştır.



Şekil 2.12: Nokta, Çevrim, Torus ve Garip Çekerlere Karşılık gelen örnek zaman serileri

2.7 Determinizm

Felsefi açıdan konuya yaklaşır ve konuyu tanımlayacak olursak, Newton mekaniğinin yani klasik mekaniğin özü determinizmdir. Determinizme göre, “fiziksel sistem üzerindeki durumlar birbirini etkiler ve bir fiziksel sistemin şimdiki durumu, önceki durumunun sonucudur”. Buna göre her olayı ve hareketi önceki davranışlardan yola çıkarak belirlemek mümkündür. Bu düşünce, çok eskilerden beri yani antik çağın maddeci düşünürlerine kadar geriye götürebiliriz. Bundan yola çıkarak, MS 1500 yıllarında ortaya çıkmaya başlayan ve gittikçe gelişen nedensellik (sebe-sonuç) düşüncesinin ağırlık kazanmasından sonra üç temel yasayı ortaya atan Isaac Newton (1642–1727) ile birlikte artık modern bilim bütünüyle determinizme dayalı kılınmıştır. Ortaya konan bu yasalara göre, süregelen fiziksel sistemlerin süreçlerine bakacak olursak, determinizmi yalnız ileriye değil, sistemin önceki yani geriye doğru da çalışan sağlam bir araç olarak görür. Sonraki süreçte de ortaya konduğu gibi, Newton tarafından açıklanan hareket yasalarına göre, olaylar ve hareketler birbirlerinin sonucudur ve süregelen olay veya hareket de şu andaki olay veya hareketin sonucu olacaktır. Klasik fizik yasalarına göre, 2061 yılında Halley kuyruklu yıldızının dünyayı yeniden ziyaret edeceğini kesinlikle öngörülebilir veya güneş tutulması zamanını önceden hesaplamak ve bu tutulmanın dünyanın neresinden en iyi şekilde görüleceğini hesaplamak determinizmin en büyük zaferlerindedir. Bu fikrin ortaya atılmasıyla modern bilim gelişme göstermiş ve bu ilerleme 400 yıldır etkisini artırarak devam etmiş, günümüz bilimini, teknolojisini ve uygarlığını oluşturmada temel dayanak noktası olmuştur.

Matematiksel açıdan anlaşılması gayet kolay olan Determinizm, başlangıç koşullarının bilinmesiyle, ona uyan biricik analitik çözümü, çözüm uzayından seçebiliriz. Bu seçtiğimiz

çözümüne f dersek ve herhangi bir t anında sistemin o anki durumunu biliyor isek, f fonksiyonunu biliyoruz demektir. Artık istenen her a için $f(t + a)$ ve $f(t - a)$ değerlerini hesaplayabiliriz. Bu olguyu matematiksel açıdan inceleysek çözüm fonksiyonunun grafiği üstünde gerçekleşmektedir. Ancak fiziksel açıdan bakınca söz konusu dinamik sistemin kendi yörüngesi üzerinde belli bir yerden ileriye ya da geriye doğru hareket ettirilebilmesi demektir. Bu da demek oluyor ki, determinizmin uygulanabilmesi için, sistemin o andaki analitik çözümüne ve iyi belirlenmiş başlangıç koşullarına gereksinim vardır. Bu iş çok kolaymış gibi görünse de, gerçekte pek çok sistem için kolay olamamakta hatta imkânsızlaşmaktadır. İşte bu imkânsızlık kaosa yol açabilmektedir.

2.8 Ölçümlemede Belirsizlik

Sistemin durumunu belirlemek için bilinmesi gereken başlangıç koşulları dediğimiz sayıları belirlemek, sistemin durumunu anlamamız için oldukça önemlidir. Ancak deneysel olarak belirlenmesi muhtemel bilimlerde bunun tek yolu gözlem ve ölçüm yapmaktır. Ancak yapılan gözlemler, deneyler, ölçümler gerçek sayısal değerleri veremez; ancak belli bir yaklaşıklıkla, yani belli bir hatayla bulabiliriz. Ölçümler sırasında kaçınılmaz olan alet ve insan hatalarını göz ardı etsek dahi, tam anlamıyla hiç bir alet her zaman gerçek değerleri veremez. Ancak yaklaşık değerler verebilir. Çünkü ne kadar hassas ölçersek ölçelim, gerçel sayıların ondalık temsilleri sonsuz haneli gerektirir. Sonsuz haneli bir ölçüm aleti yapılamayacağı gibi, sonsuz haneli sayılarla işlemler de yapılamaz. Hatta İrrasyonel sayı içeren basit bir toplama işlemini yaparken bile, sonlu haneli yaklaşık bir değerini rasyonel sayıları kullanırız. *Ölçümlemede Belirsizlik (Uncertainty of Measurements[ing])* dediğimiz bu olgu, bir fiziksel sistemin başlangıç koşullarının kesin olarak belirlenemeyeceği anlamına gelir. Bu olgunun determinizm ilkesinde yarattığı olumsuzluğu saptayan ilk kişi Henri Poincaré (1854–1912) 'dir(Karacay, 2004).

2.9 Kuantum Kuramı ve Kaos

20. yüzyıl içerisinde artık Newton Fiziği her soruya cevap verememeye başlamış ve bu nedenle yeni bir fizik arayışı başlamıştı. Bu sırada yapılan çalışmalarda iki yeni teori ortaya çıktı: Kuantum Mekaniği ve Görelilik Kuramı.

Tezin bu kısmında Görelilik Kuramından ziyade, Kuantum Mekaniğini göz önüne alacağız. Çünkü konumuz olan kaos'un olasılığa dayalı yönünün de olması nedeniyle Kuantum Mekaniğinden birkaç cümle ile de olsa bahsetmekte yarar vardır. Atomu oluşturan, Atom altı parçacıkların hareketlerinin bilinmesi, Atomun yapısını bilmemizde önemli rol oynar. Ayrıca atom altı parçacıkların belirli bir andaki konumlarını ve hızları bilinirse, sisteme determinizm

ilkesi uygulanabiliyordur. Fakat hem hızı hem de konumu aynı anda ölçebilme olanağı yoktu; hız bilinirse konum bilinmiyor, konum bilinirse hız bilinmiyordu. Buna açıklayabilmek için “olasılık” kuramı kullanıldı. Böylece atom altı parçacıkların hızları ya da konumları belli olasılıklarla belirlendi. Dönemin en renkli kişilerinden olan ve ünlü bir fizikçi olan Albert Einstein bu görüşe karşı durup “*Tanrının zar attığına inanmam!*” diyecektir. Diğer taraftan olayın çok inandırıcı yönü de mevcuttur. Çünkü yapılan bu tahmin parçacığın biri için değil, milyonlarcası içindir. Örneğin bir parayı atıp *tura* geleceğini tahmin etmek çok zor değildir. Çünkü ya yüzde yüz tutturur ya da yazı geldiği için yüzde yüz yanılmış olursunuz. Ama 1.000.000 milyon para atıp 500.000 tanesinin *tura* geleceğini söylemek çok doğru bir tahmin olmaz. Kuantum Mekaniğinde Olasılığın kullanılışı, determinizmden bir sapıştır. Ancak, Kuantum Fiziği'nin bu derecede görkemli doğuşu bile determinizmin önemini yok edemedi. Ama bir diğer olguyu da beraberinde getirdi. Bahsedilen bu olgu, “*Ölçümleme belirsizlik*” (*Uncertainty of Measurements[ing]*)' dir ve Kuantum Mekaniğiyle gündemin başına oturmuştur. Bütün bunlardan önce, Newton Mekaniğine duyulan güveni sarsan görüşler, 20. Yüzyıl başlarken etkinliğini arttırmıştı. Bunlardan bazıları şunlardı: 1898 yılında Fransız matematikçi *Jacques Hadamard* başlangıç koşulunda bir hata yapıldığında sistemin uzun dönemde öngörülemez olacağını belirtti. 1906 yılında *Pierre Duhem* benzer yargıya vardı. Ünlü Fransız Matematikçisi ve düşünürü Henri Poincare 1900 yılında güneş sisteminin kararlı olup olmadığının kanıtlanamayacağını gösterdi. 1908 yılında *Science et Méthode* adlı ünlü yapıtında konuyu ayrıntılarıyla işlemiştir.

2.10 Kelebek Etkisi

Newton yasaları, söz konusu olan eğer iki gök cisminin hareketiyse, bu cisimlere mükemmel uyum sağlar fakat ikiden çok cisim söz konusu olduğunda analitik çözüm elde edilemez. 20.yüzyıl başlarında ortaya çıkan ve üç cisim problemi diye anılan bu problemin çözümü o dönemde astronomide popüler bir konu oldu. O dönemde Norveç Kralı II. Oscar, yaptığı bir duyuruyla Güneş Sisteminin kararlı olup olmadığını ispatlayana ödül vereceğini ilan etti. Henri Poincare 1900 yılında, güneş sisteminin hareketini belirleyen denklem sisteminin çözümünün başlangıç koşullarına hassas bağımlı olduğunu, ancak başlangıç koşullarının asla doğru olarak saptanamayacağını, dolayısıyla güneş sisteminin kararlı olup olmadığının belirlenemeyeceğini gösterdi. Dolayısıyla bu öngörülemez durum için “kaos” terimini kullanan ilk kişi de Henri Poincare'dir. Böylece Norveç kralının vaat ettiği ödülü, Poincare problemi çözmeden almıştır. Bazen şunu unutmamak gerekir ki, bir problemin çözülemeyeceğini kanıtlamak, bazen problem çözmekten çok daha zor olabilmektedir. Böylece Poincaré'nin yaptığı kanıtın matematiksel açıdan basit açıklamasını şu şekilde yapabiliriz: Eğer dinamik sistemin analitik çözümü varsa, belli bir başlangıç değeri yakınındaki değerler için fonksiyon

(yörünge) değerleri de birbirine yakındır (süreklilik). Determinizm asıl gücünü buradan almaktadır. Bu sistemlerde başlangıç koşulları kesinlikle belirlenemese bile, gerçek başlangıç değerlerine yakın değerlerin alınması sonuçta önemli farklar yaratmaz. Hatta analitik çözüm olmadığı zaman bile, çözüm yerine yerel noktalarda doğrusal yaklaşımlar kullanılabilir ve bu yaklaşımlardan sayısal çözümler elde edilir. Bu sayısal çözümler evreleri oluşturmaktadır ve başlangıç koşulları olarak alınabilir. Bu nedenledir ki, evre uzayı çözüm uzayı yerine geçer. Doğrusal yaklaşımlar, boyut sayısına göre farklı adlarda olabilir. Bunlar teğet doğru, teğet düzlem, hiper düzlem şeklindedir. Çözüm analitik olmadığından, birbirine çok yakın noktadaki teğetler birbirinden çok uzakta olabilir. Başka bir deyişle, analitik çözümlerde ortaya çıkan düzgünlük (süreklilik) koşulları sağlanmadığından, birbirine çok yakın başlangıç noktalarında bile birbirlerinden çok uzakta değerler alabilirler. Bu kısa açıklamadan sonra, konu ile ilgilenen fizikçilerin kaos terimine yükledikleri anlamı, “Başlangıç koşullarına hassas bağımlılık” şeklinde ortaya koyabiliriz. Hatta Fizikçilerin bunu ifade eden güzel bir deyimleri vardır ki bu: “Çin’de bir kelebek kanat çırparsa Teksas’ta kasırga olabilir” ifadesidir. Sanılanın aksine bu sözde hiçbir politik ima olmayıp, yalnızca söylenmek istenen şey, başlangıç koşullarındaki çok küçük değişim sistemin davranışında çok büyük fark yaratabilmesidir.

2.11 Dağılıcı Sistemler ve Kaos

Canlıları oluşturan maddelerin cansızları oluşturan maddeden farkını inceleyen Nobel ödüllü Kimyacı İlya Prigogine (1990), kaos ve karmaşıklık bilimi hakkında yaptığı çalışmalarda, Canlılar birlikte bunlardan farklı olan sistemlerin de, enerji akışını kullanırken enerjinin neden olduğu düzensizlik artışına teslim olmayan sistemlerin kendi kendilerini örgütleyebildiğini ve termodinamik dengeden uzak durumlarda bu doğurgan ve dinamik düzeni koruyabildiklerini fark etmişti. Böylesi sistemlere genel olarak dağılıcı sistemler diyoruz.

Bu konunun daha iyi anlaşılabilmesi için cansız maddeler ile canlılar arasındaki farklara bakalım. Bu farkları hepimiz sözlü olarak ifade edemesek bile aşınayızdır. Yaşamları süresince canlılar sağlıklı olmak için beslenirler, ürerler ve yaşamları boyunca enerji harcayarak, beden bütünlüklerini korurlar. Bunların aksine ise cansız maddeler bu özelliklerin hiç birisine sahip değildir. Cansız maddeler zamanla yıpranırlar ve yok olabilirler hatta makinalarımız enerji kullanmalarına rağmen bu enerjiyi kendilerini yenilemek için kullanamazlar. Başka bir deyişle “otopoietik” (kendi kendini inşa edebilen) yapılar değildirler onlar; kendileri dışında bir işleve hizmet eden “allopoietik” özelliktedirler.

Bu farklılık kesin olmayıp, cansız maddelerde gösterebilmektedir. Kimyacılar bu tip örneklerle çok daha fazla aşınadır. Bazı asidik karışımlar, belli iyonları içeren ortamlarda, bazen saatler ve

günler süren ritimli değişiklikler gösterirler (örneğin nabız atımı gibi periyodik olarak gözlenen hacim değişimleri gibi). Benzer şekilde cansız bileşenlerden oluşmasına rağmen, etrafımızı çeviren atmosferdeki davranışlar da yine böyledir; çok boyutlu bir değişkenler ağı tarafından yönetilen ritmik hareketler görürüz. Ancak bu özellikler gösteren sistemlerin hemen hepsinin ortak özelliği, sürekli devam eden enerji akışıyla birlikte harcadıkları enerjiye karşılık, içyapılarını düzenli tutabilmeleridir. Bu düzeni sağlarken kullandıkları yöntem, harcadıkları enerjinin önemli bir kısmını dışarıya vererek ve dış dünyanın entropisini artırarak yaparlar. Böylece, sistemin dağılma eğiliminin bir ölçüsü olan iç entropiyi dışarıya doğru boşaltma işlevi gibi görerek yapar veya sistemin uzun ömürlü ve kararlı olmasını sağlar. Her iki tür için başka ortak özellik ise, madde türlerinde termodinamik denge dediğimiz durumun görülmemesidir. Sistemi oluşturan bileşenler ve enerji, bu tip sistemlerde oldukça dengesiz bir dağılım gösterir ve aslında sistemi “hayatta” tutan da, işte bu dengeden uzak konumdur. Kısaca özetlemek gerekirse; sahip oldukları enerjilerini bu şekilde kendi varlıklarını idame etmek için kullanan ve entropilerini sürekli düşük tutma özelliğine sahip yapılara “dağılıcı yapılar” denir. Çünkü az önce bahsettiğim gibi, fazla ve yıkıcı entropilerini enerji akışı halinde dış dünyaya vermeleri “dağılıcı” denmesinin nedenidir. Böylece, evrenin entropisini (düzensizliğini) sürekli artırarak kendi entropilerini düşük tutarlar. Bunu durumu fark edip ilk dikkat çeken kişilerden birisi, Erwin Schrödinger’dir.

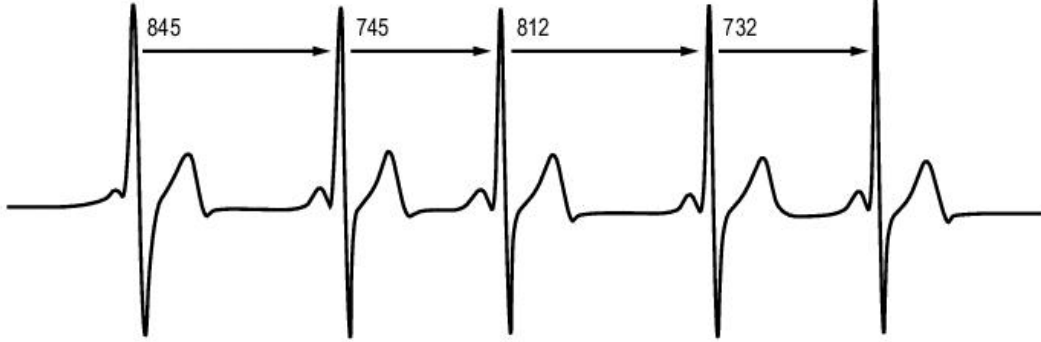
Az önceki kimyasal eriyik örneğinde bahsedildiği gibi dağılıcı sistemler, enerji girdisi sürdüğü sürece, karmaşık etkileşimler gösteren hiyerarşik iç dinamiklerinden şaşırtıcı düzenler doğurabilirler. Açık sistemlerde olduğu gibi aynen dışarıyla enerji ve bilgi alışverişinde bulunan canlılar da dağılıcı sistem özelliği sergilerler. Canlılık, maddenin karmaşık bir düzen oluşturacak şekilde bir araya gelerek, bu birleşmeden tutarlı ve iç dengesini koruyabilen bir organizma çıkmasını sağlar. Günümüzde bu karmaşık sistemin nasıl işlediğine ve kendi kendisini nasıl idame ettirdiğine dair bilgilerimiz çok sınırlıdır. Ancak kaos teorisi, canlı ve cansız sistemlerin özünü anlamak konusunda bize bir çok ipucu veriyor.

3. BÖLÜM

YÖNTEM VE HESAPLAMALAR

3.1 Kalp ve Solunum Sinyallerinin Fizyolojik Değişkenliği

Fizyolojik olarak kalp yaklaşık her saniyede 1 atım yapar. Yani bir kalp periyodu yaklaşık bir saniyedir(1000 ms) ve bu bir saniye içerisinde kalbin gösterdiği mekanik değişiklikler takip eden periyotta da hemen hemen aynıdır. Fakat burada hemen hemen sözünü açmak gerekirse, birbirini takip eden iki kalp periyodu tamamen birbirinin aynısı değildir. Hatta periyot süresinde değişiklik gösterir. Örneğin bir kalp periyodunu zaman serisi olarak yazacak olursak $K_i=845\text{ms}, 745\text{ms}, 812\text{ms}, 732\text{ms}, \dots$ (Şekil 3.1). Bu davranışa Ergodik davranış gösteren sistemler de denir ve K_i =kalp atım periyodu süresidir ve bir kalp atımından onu takip eden ikinci atıma kadar geçen süre, genellikle ms (milisaniye) olarak ifade edilir. Benzer durum solunum sinyalleri için de geçerlidir. Her bir solunum sinyalinin mekanik şekli, bir öncekinde farklıdır. Aynı kalp sinyalinde olduğu gibi periyotları da farklıdır—fizyolojik olarak her bir solunum periyodu yaklaşık olarak 4000 ms sürer.



Şekil 3.1: Kalp periyodunun değişkenliği bir birini takip eden iki "R" dalgası arasındaki mesafenin değişmesi analojik olarak gözlemlenebilir.

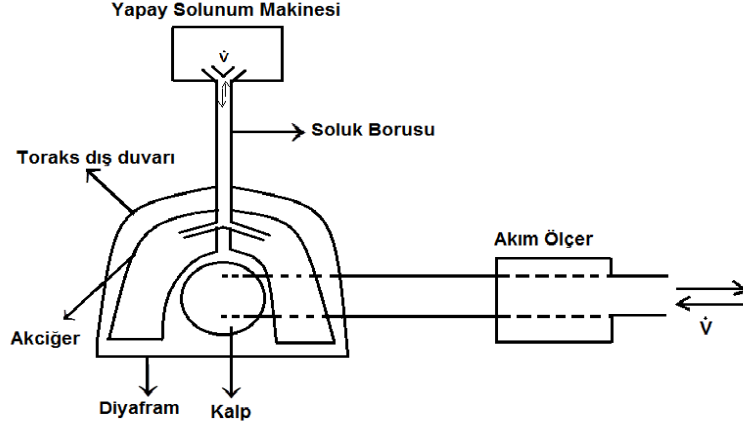
Genel olarak iki kalp atımı arasındaki mesafenin azalması kalp hızının arttığı anlamına gelir ve bu durum taşikardi olarak isimlendirilir. Azalması ise bradikardi olarak isimlendirilir. Taşikardi ve bradikardi vücudun kan ihtiyacının artıp azalmasına göre örneğin koşarken kalp hızının artması, dinlenirken kalp hızının azalması şeklinde karşımıza çıkar. Fakat vücudun kan ihtiyacında (birim

zamanda kalpten pompalanan kan miktarı) değişmeksizin örneğin kişi oturuyorken de kalp hızı değişkenlik gösterir. Burada en önemli etken solunum mekaniğidir ki kalp hızını etkileyen en önemli fizyolojik parametre olarak karşımıza çıkar. Esasen kalp ve solunum arasındaki etkileşim başlıca iki şekilde tanımlanabilir:

- 1) Dolaşım (Kalp) ve solunum (akciğer) sistemleri birçok farklı şekillerde birbirine bağlı ve bağımlı çalışmaktadır. Burada en iyi bilinen ilişki kalp hızının soluk alma (inspirasyon) ve soluk verme (eksprasyon) sırasında değişmesidir. Fizyolojik olarak insprasyon sırasında kalp hızı artar, eksprasyon sırasında kalp hızı azalır.
- 2) Kalp atımlarının olduğu anın solunum periyodu içerisinde belirli zaman aralıklarına denk gelmesi ki buna kalp ve dolaşım sistemlerinin senkronizasyonu denir [ing-cardiorespiratorysynchronization].

Bu tez çalışmasında analiz edilen sinyaller, özel bir hayvan deneyi düzeneği kullanılarak Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji Laboratuvarında 2002-15 numaralı BAP projesi kapsamında Özbek ve ark. tarafından elde edilmiştir. Bu tez çalışmasında, daha önceden Özbek ve ark.(2002-15) tarafından elde edilen sinyallerin kaotik olup olmadığı incelenmiş ve bu amaçla gerekli analizler yapılmıştır. Laboratuvarda bu sinyallerin elde edilmesi için, çalışma grubunca şunlar yapılmıştır:

Wistar cinsi beyaz sıçanlar Na-pentobarbital ile anestezi edilmiştir (60 mg/kg, i.p.). Ardından hayvanların soluk borusu bir cerrahi operasyon ile "y" kanülü aracılığıyla ve yapay solunum makinesine bağlanmıştır. Şekil 3.2 de gösterildiği gibi göğüs kafesi içerisine yerleştirilen 3mm iç çaplı bir tüp yardımı ile hem akciğerin hem de kalbin çalışması sırasında tüp içerisinde oluşan hava akımı zamana göre kayıt edilmiştir. Akciğerlerin insprasyon ve eksprasyon sırasında hacim değişikliği ve eşzamanlı olarak kalbin sistol(kasılma) ve diastol(gevşeme) de oluşturduğu hacim değişikliği tek bir hava akımı sinyali olarak sayısal zaman dizisi şeklinde elde edilmiştir. Bu sinyallere transtorakal kalp-solunum sinyalleri veya torakal pinomokardiyografik sinyaller denebilir.



Şekil 3.2: Kalp-Solunum hava akımı sinyallerinin kaydı için kullanılan deneysel düzenek

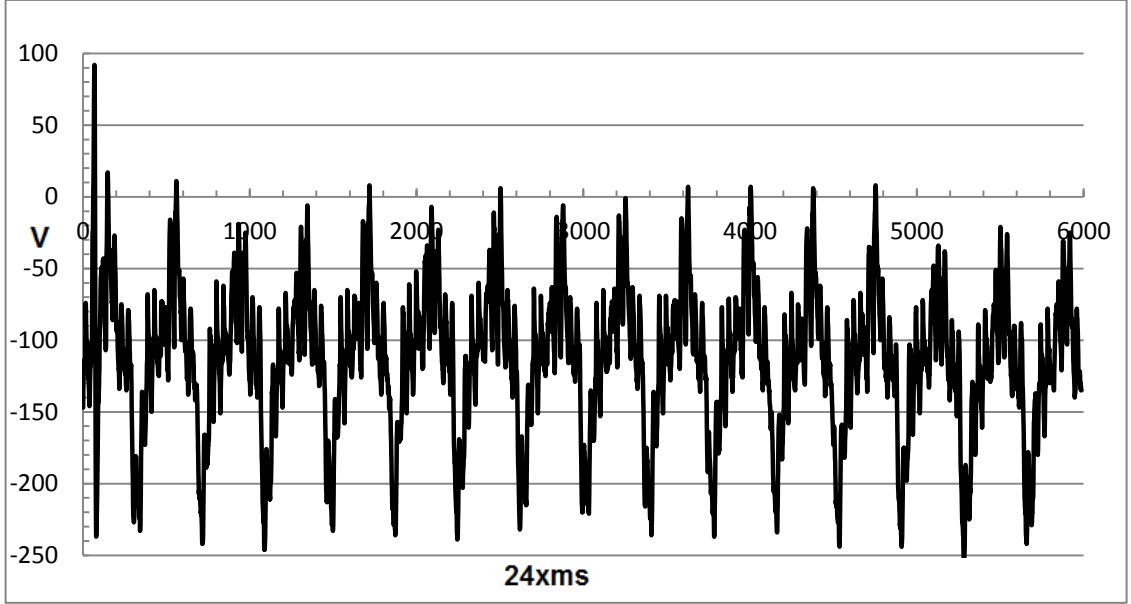
3.1.1 Kayıt Bilgileri

Deney grubunun yapmış olduğu bu çalışmada: Sayısal kayıta kullanılan örnekleme hızı: 250 veri/saniye'dir. Bu amaçla çalışma grubunca, PCL-818L isimli analog dijital çevirici (analog digital converter, Adventech Co. Taiwan) kullanılmıştır. Analizini yapacağımız zaman serisi sinyallerinin birimi birimsiz olarak değerlendirilmiştir. Hava akımı birimi hacim/zaman'dır. Ancak biz bunları Birimsiz olarak kullandık(Özbek, 2002-15).

3.2 Hesaplama Yöntemleri ve Örnekler

Wistar Cinsi sıçanlardan elde edilen kalp-solunum sinyallerinin kararlılığının belirlenmesi amacıyla bir takım hesaplamalar bilgisayar ortamında gerçekleştirilmiştir. Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji Laboratuvarlarında Özbek ve ark.(2002-15)'inca elde edilen farklı sinyal dataları incelenmiştir. Bu Deneyler Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Deney Hayvanları Araştırma Etik Kurulu Başkanlığının 2006/0025 protokol numaralı izni ile gerçekleştirilmiştir. Burada beş farklı Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan bir dizi kalp-solunum sinyalleri ele alınmıştır. Bu datalarda yaklaşık 6000 Kalp-Solunum sinyali okuması mevcuttur(3.,4. ve 5. Örneklerde 5000). İlk olarak Grubun yaptığı çalışmalar sırasında ilk sıçandan elde edilen bu dizideki yaklaşık 6000 okumanın(datanın) analizinin yapılabilmesi için ilk olarak Microsoft Excel programında sinyaller sırasıyla çizdirilmiş ve sinyalin döngüsü grafik üzerinde açıkça belirlenmeye çalışılmıştır. Sonra hesaplamada kullanacağımız programların hesaplaması mümkün olabildiğince veri alınıp döngüleri çizdirilerek ve bu döngüye eğri yerleştirme işlemi yapılmaya çalışılmıştır. Buradaki hesaplamalarımızda ilk 1500 okumayı ele

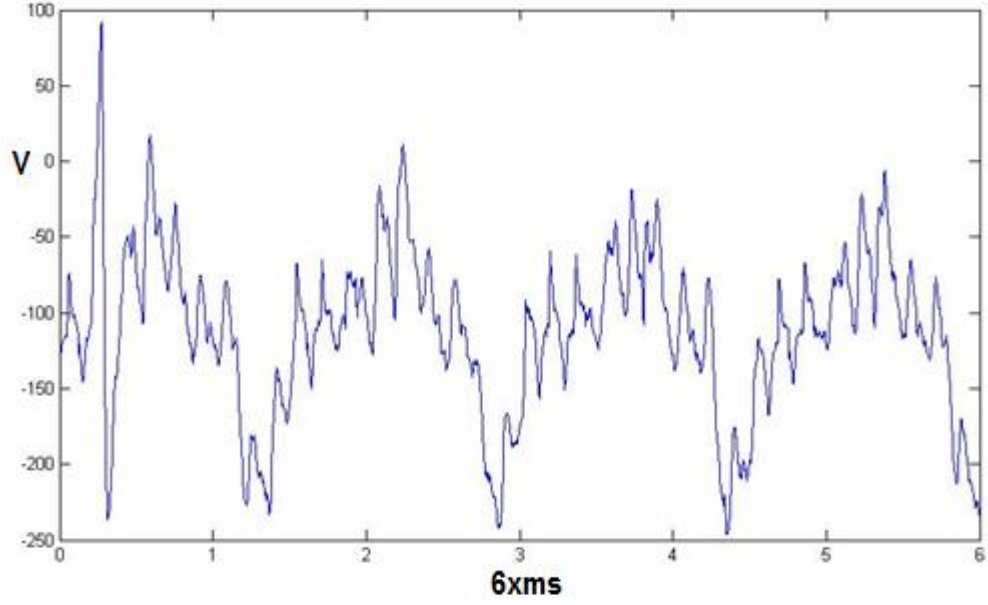
aldık. Eğer tüm veriyi kullansaydık programın hesaplamada yanlışlıklar oluşabilir ve işlemler daha uzun zamanda yapılabilirdi. Burada kullandığımız Matlab programında seçilen döngüden yola çıkarak, programın elde edebildiği en iyi yaklaşık denklem çeşidi belirlenmeye çalışılmıştır. Örneklerimizde incelediğimiz birinci Wistar cinsi beyaz sıçandan elde edilmiş olan 6000 sayım kalp-solunum sinyali okuması için çizilen şekil 3 te de görüldüğü üzere grafikte sinüzoidal bir eğri elde edilmiştir. Bu sinüzoidal eğride görüldüğü üzere düşey eksendeki kalp-solunum hızı 100 ile -250 arasında değişimler göstermektedir.



Şekil 3.3: Birinci Wistar Cinsi sıçandan elde edilen orjinal Kalp-Solunum sinyali

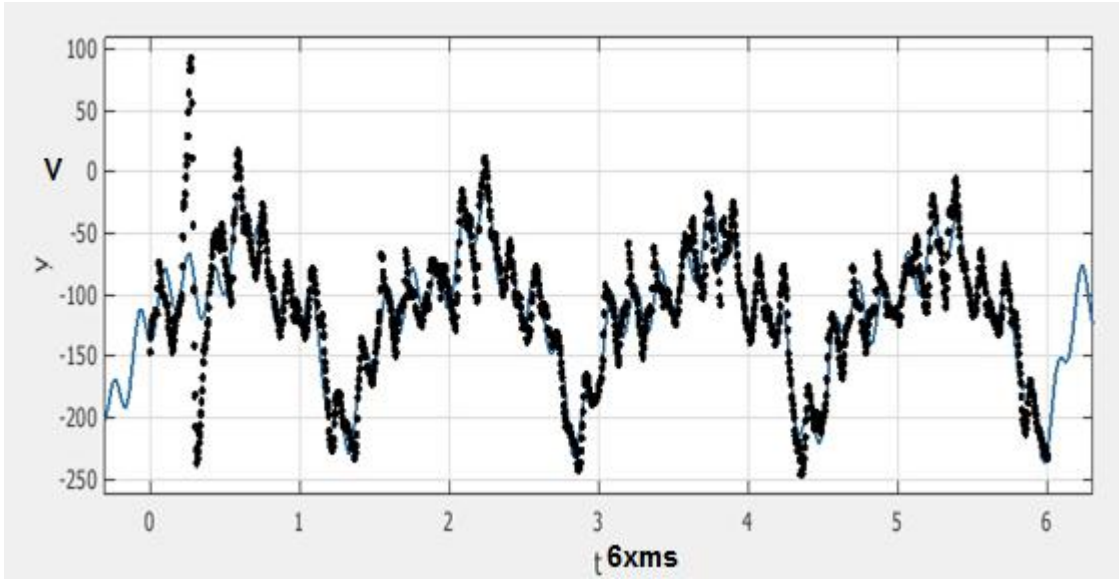
Bundan sonraki süreçte Şekil 3.3'te de görülen Birinci Wistar Cinsi beyaz sıçandan alınmış olan kalp-solunum sinyallerinin kararlılığının belirlenmesi amacıyla elde edilen döngüden yaklaşık, olası denklemi çıkarma çalışmaları yapılmıştır.

Celal Bayar Üniversitesi Fizyoloji Laboratuvarında, 2002-15 BAP projesi kapsamında yapılmış olan bu çalışma, birinci Wistar Cinsi sıçandan alınmış olan kalp-solunum sinyallerinin bir kısmı yukarıda gösterdiğimiz gibidir. Burada kararlılığın belirlenmesi amacıyla verilere göre çizilen grafik şekil 3.4'te de görüldüğü gibidir:



Şekil 3.4: ilk sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi

Çizilen bu grafikten Matlab programı kullanılarak yaklaşık, olası denklemi çıkarma çalışmaları yapılmıştır. Bu amaçla grup tarafından elde edilen 6000 datanın hepsini kullanmaktansa 1500'ünün kullanılması öngörülmüş ve bu datalara uygun eğri bulunmaya çalışılmıştır. Yapılan çalışmada Matlab çizim ve hesaplama programının da hesaplamaya imkân verdiği ölçüde, bu programı kullanarak elde edilen bu sinüzoidal grafiğe uygun denklem çıkartılmıştır. Öncelikle oluşan grafiğe yaklaşık değerde bir eğri yerleştirilmiş ve buradan elde edilen denklem yaklaşık değer oluşturması nedeniyle kullanılmıştır. Bu ifade şekil 3.5 te görülmektedir.



Şekil 3.5: Matlab'da çizilen birinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri

Eğriden elde edilen denklem şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a1*\sin(b1*x+c1) + a2*\sin(b2*x+c2) + a3*\sin(b3*x+c3) + \\
 & a4*\sin(b4*x+c4) + a5*\sin(b5*x+c5) + a6*\sin(b6*x+c6) + \\
 & a7*\sin(b7*x+c7) + a8*\sin(b8*x+c8)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Burada x değeri 0.8101 ve 0.8071 ile normalize edilmiştir. Ayrıca bu denklemde 95% yaklaşık değer ile elde edilen katsayılar ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 a1 &= 178.5 \\
 b1 &= 0.3411 \\
 c1 &= 3.719 \\
 a2 &= 66.57 \\
 b2 &= 0.5971 \\
 c2 &= -0.1277 \\
 a3 &= 55.9 \\
 b3 &= 4.046 \\
 c3 &= -0.754 \\
 a4 &= 23.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_4 &= 37.91 \\
c_4 &= -1.979 \\
a_5 &= 18.91 \\
b_5 &= 12.25 \\
c_5 &= 0.6632 \\
a_6 &= 19.28 \\
b_6 &= 8.09 \\
c_6 &= 0.993 \\
a_7 &= 13.98 \\
b_7 &= 16.01 \\
c_7 &= -2.881 \\
a_8 &= 2.593 \\
b_8 &= 2.615 \\
c_8 &= -4.319
\end{aligned}$$

Bu değerlerin elde edilen denklemlerde yerine yazıldıktan sonra, fonksiyonun türevinin alınıp köklerinin araştırılması işlemi yapılmıştır. Bu işlem Mathematica ve Maple programları kullanılarak gerçekleştirilmeye çalışılmıştır.

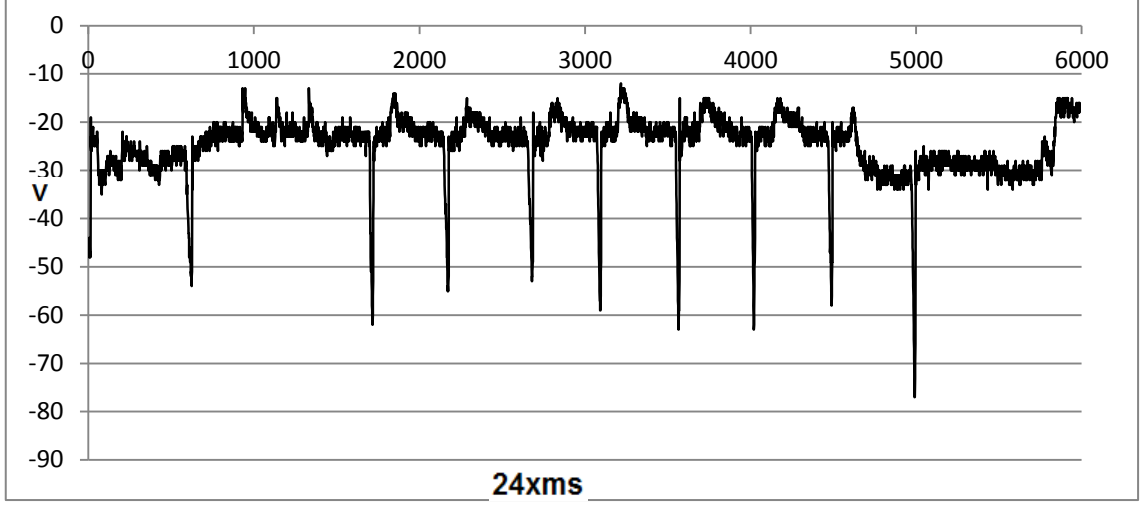
$$\begin{aligned}
f'(x) = & 178.5 \cdot \sin(0.3411 \cdot x + 3.719) + 66.57 \cdot \sin(0.5971 \cdot x + (-0.1277)) + \\
& 55.9 \cdot \sin(4.046 \cdot x + (-0.754)) + 23.4 \cdot \sin(37.91 \cdot x + (-1.979)) + \\
& 18.91 \cdot \sin(12.25 \cdot x + 0.6632) + 19.28 \cdot \sin(8.09 \cdot x + 0.993) + \\
& 13.98 \cdot \sin(16.01 \cdot x + (-2.881)) + 2.593 \cdot \sin(2.615 \cdot x + (-4.319))
\end{aligned}$$

$$\delta_1 = -1211,95$$

$$\delta_2 = -1260,22$$

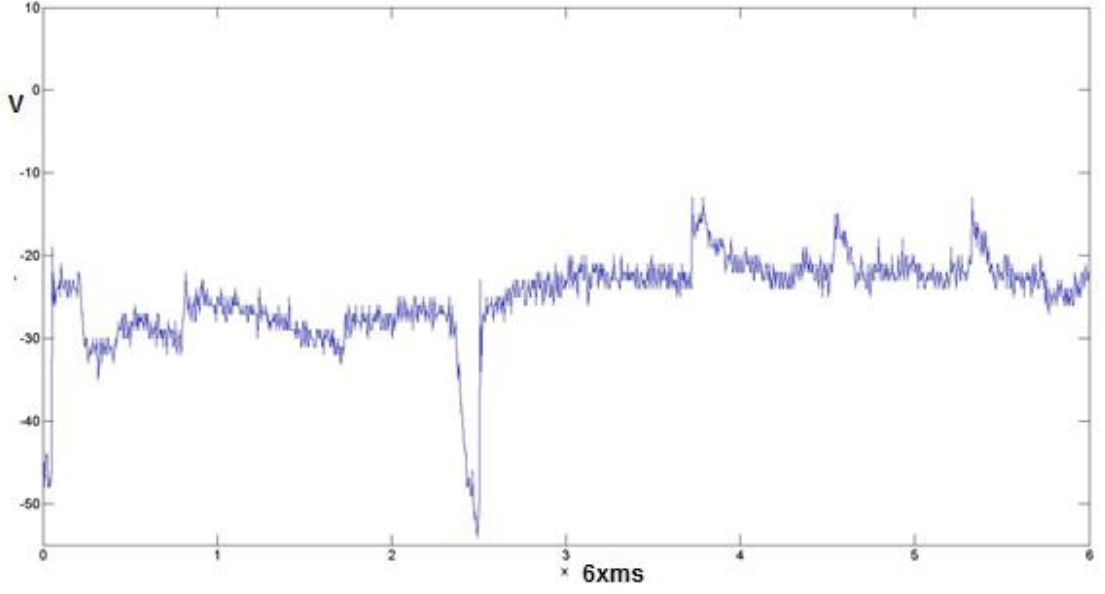
Böylece iki kök bulunmuştur. Görüldüğü gibi kökler negatif değerlidir. Bulunan bu fonksiyonun köklerinin belirlenmesiyle elde edilen sonuçlara göre de fonksiyonun (2.3) denklemine göre kaotik olmadığı ayrıca Teorem 2.1 'de göz önüne alındığında asimptotik kararlı olduğu görülmüştür. İlk sıçan için yapılan bu işlemin ardından bir diğer Kalp-Solunum sinyali dizisinin incelenmiştir. Bu amaçla ikinci bir Wistar cinsi beyaz sıçandan elde edilen sinyallerin ilk

sıçandan elde edilen dizideki sinyallere benzerlik göstermesi açısından ilk 1500 okuma dikkate alınmıştır. Ancak sinyal dizisindeki toplam 6000 data sayımının Microsoft Excel'de çizilen grafiksel gösterimi şu şekildedir (Şekil 3.6):



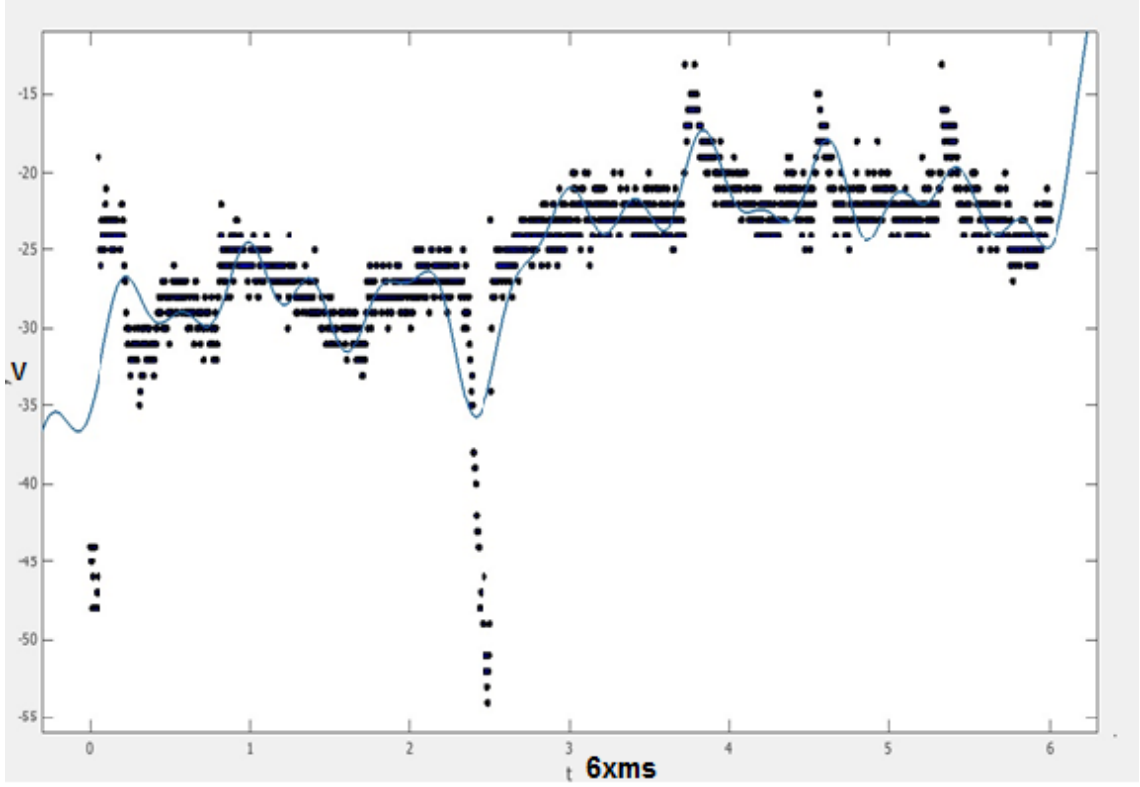
Şekil 3.6: ikinci Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri

İkinci Wistar cinsi sıçandan elde edilmiş olan bu sinyaller dizisindeki tüm sinyalleri incelemekten ziyade, daha detaylı bir inceleme için ilk 1500 Kalp-Solunum Sinyalini incelemek daha yararlı olacaktır. Şekil 3.7 grafiğinde de görüleceği üzere sinyallerdeki değişimler 0-1500 sayım için daha anlaşılabilir.



Şekil 3.7: incelenen ikinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi

Matlab programında incelenen verilerin çizdirilmesinin ardından şimdi bu grafiğe uygun eğri oturtma işlemi yapılmıştır. İlk sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyallerinden farkını ortaya koymak için yapılan bu analizlerde hedef, sinyallerin kararlılık durumlarının incelenmesidir. Eğer kararlı ise bu kalp-solunum sinyallerinin Wistar cinsi beyaz sıçanların fizyolojisinde ne gibi etkilere neden olduğunun açıklanması, deney grubu tarafından alınan bu sinyallerin daha sonraki çalışmalara zemin oluşturması amaçlanmaktadır. Şekil 3.8 de grafiğe oturtulan eğri görülmektedir:



Şekil 3.8: Matlab'da çizilen ikinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri

Şekil 3.8'de grafiğe oturtulan eğrinin denklemi ise şu şekildedir:

$$f(x) = a1*\sin(b1*x+c1) + a2*\sin(b2*x+c2) + a3*\sin(b3*x+c3) + a4*\sin(b4*x+c4) + a5*\sin(b5*x+c5) + a6*\sin(b6*x+c6) + a7*\sin(b7*x+c7) + a8*\sin(b8*x+c8) \quad (3.2)$$

Burada x değeri 0.6506 ve 0.6451 ile normalize edilmiştir. Ayrıca bu denklemde 95% yaklaşık değer ile elde edilen katsayılar ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned} a1 &= 234.4 \\ b1 &= 0.2568 \\ c1 &= -0.9236 \\ a2 &= 165 \\ b2 &= 0.584 \\ c2 &= 1.309 \\ a3 &= 43.61 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 &= 0.9919 \\
c_3 &= 3.251 \\
a_4 &= 1.426 \\
b_4 &= 3.495 \\
c_4 &= -3.653 \\
a_5 &= 2.3 \\
b_5 &= 7.227 \\
c_5 &= -0.5007 \\
a_6 &= 1.392 \\
b_6 &= 15.55 \\
c_6 &= -1.264 \\
a_7 &= 1.361 \\
b_7 &= 5.632 \\
c_7 &= -2.907 \\
a_8 &= 1.14 \\
b_8 &= 10.22 \\
c_8 &= -0.9694
\end{aligned}$$

Bu değerlerin elde edilen denklemlerde yerine yazıldıktan sonra, fonksiyonun türevinin alınıp köklerinin araştırılması işlemi yapılmıştır. Bu işlem Mathematica ve Maple programları kullanarak gerçekleştirilmeye çalışılmıştır.

$$\begin{aligned}
f'(x) &= 234.4 \cdot \sin(0.2568 \cdot x + (-0.9236)) + 165 \cdot \sin(0.584 \cdot x + 1.309) \\
&+ 43.61 \cdot \sin(0.9919 \cdot x + 3.251) + 1.426 \cdot \sin(3.495 \cdot x + (-3.653)) \\
&+ 2.3 \cdot \sin(7.227 \cdot x + (-0.5007)) + 1.392 \cdot \sin(15.55 \cdot x + (-1.264)) \\
&+ 1.361 \cdot \sin(5.632 \cdot x + (-2.907)) + 1.14 \cdot \sin(10.22 \cdot x + (-0.9694))
\end{aligned}$$

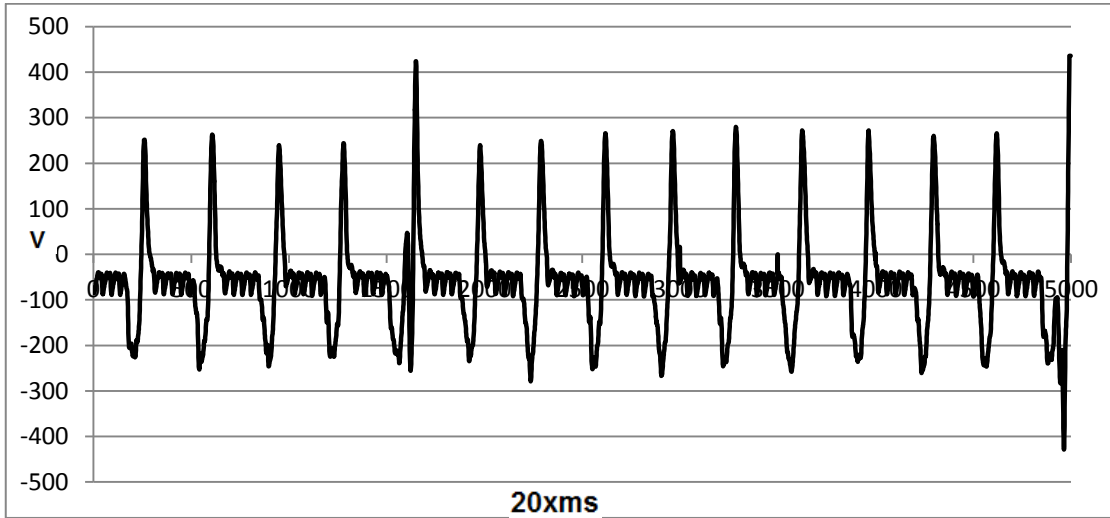
Grafiğe oturtulan eğriden bu şekilde denklem elde edilmiştir. Matlab da elde edilen bu eğrinin çözümü mathematica ve Maple programlarında yapılmaya çalışılmıştır. Bulunan kökler řu şekildedir:

$$\bar{\delta}_1 = -8,99733$$

$$\bar{\delta}_2 = -8,12865$$

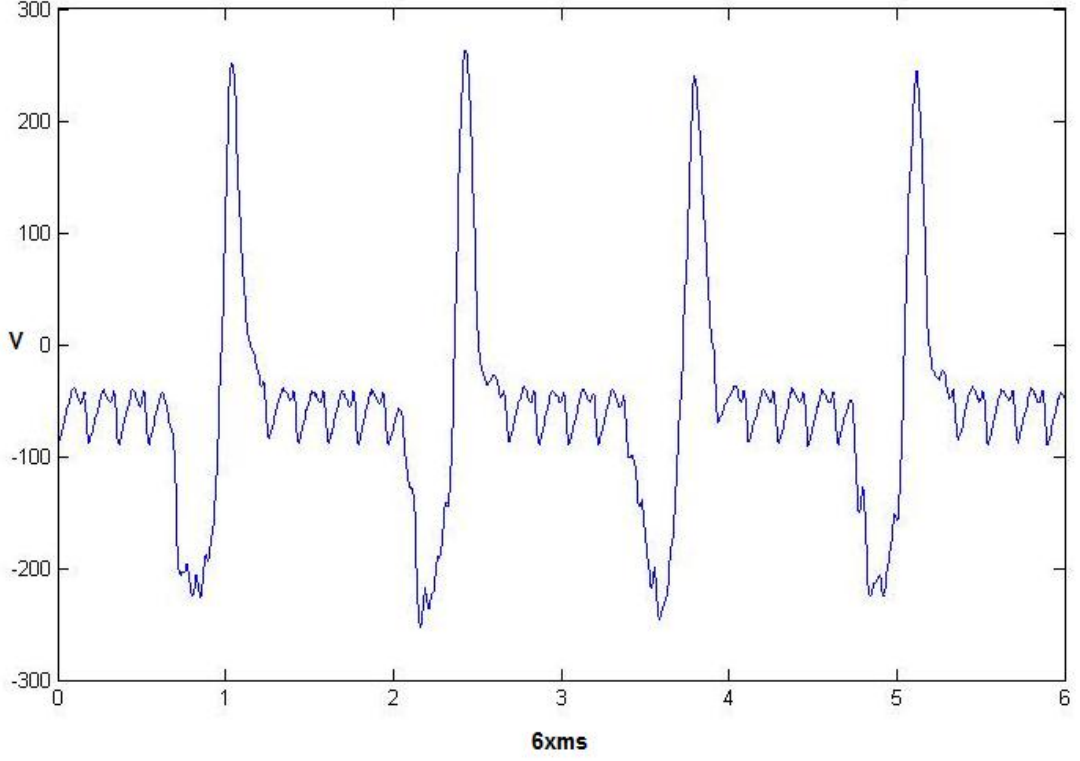
Bu işlemlerin ardından iki kök bulunmuştur. Burada da kökler negatif değerlidir. Bulunan bu fonksiyonun köklerinin belirlenmesiyle elde edilen sonuçlara göre de fonksiyonun (2.3) denklemine göre kaotik olmadığı ayrıca Teorem 2.1 'de göz önüne alındığında asimptotik kararlı olduğu görülmüştür.

Bu incelemenin ardından üçüncü bir Wistar cinsi sıçandan elde edilmiş olan bu sinyaller incelenecektir. Burada hedefimiz örnek sayısını çoğaltarak konunun daha iyi açıklanmasıdır. Üçüncü sıçan için yapılan bu çalışmada, ilk iki sıçan için bulunan kararlılık durumlarını, incelenen üçüncü sıçan türüyle desteklemeye ve genel bir yargı elde etmeye çalışacağız. Bu amaçla üçüncü sıçanın sinyal dizisindeki yaklaşık 5000 sayımın Microsoft Excel'de çizilen grafiksel gösterimi şu şekildedir (Şekil 3.9):



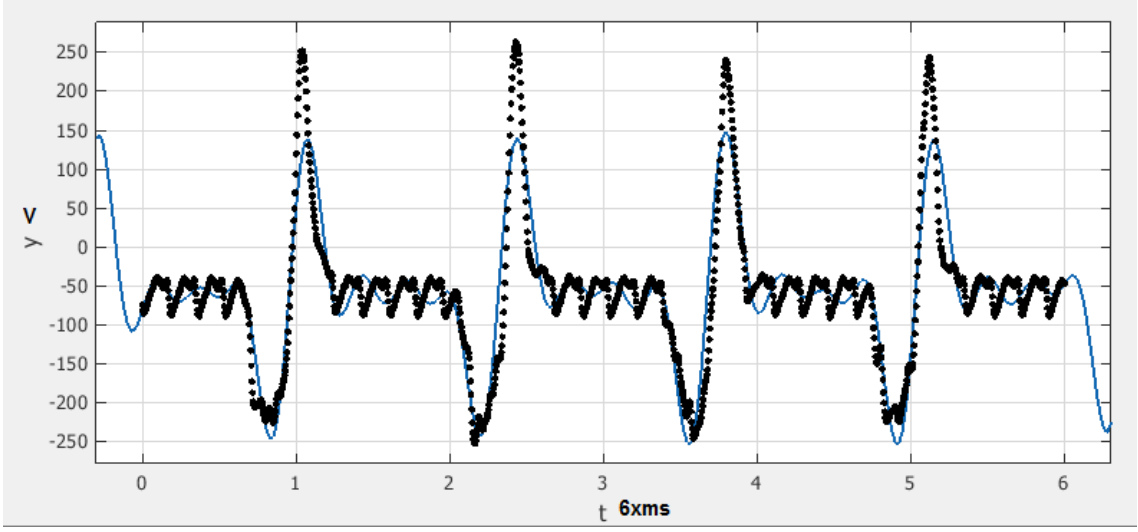
Şekil 3.9: Üçüncü Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri

Üçüncü Wistar cinsi sıçandan elde edilmiş olan bu sinyaller dizisindeki tüm sinyalleri incelemekten ziyade, daha detaylı bir inceleme için ilk 1500 Kalp-Solunum Sinyalini incelemek daha yararlı olacaktır. Şekil 3.10 grafiğinde de görüleceği üzere sinyallerdeki değişimler 0-1500 sayım için daha anlaşılabilir.



Şekil 3.10: incelenen üçüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi

Matlab programında incelenen verilerin çizdirilmesinin ardından şimdi bu grafiğe uygun eğri oturtma işlemi yapılmıştır. İlk iki sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyallerinin ardından üçüncü incelemeyle yapılan bu analizlerde hedef, sinyallerin kararlılık durumlarının bu örnekte de incelenmesidir. Şekil 3.11’de üçüncü sıçandan elde edilen yaklaşık 1500 kalp-solunum sinyalinin Matlab’da çizilmiş grafiğine oturtulmuş uygun eğriyi görebiliriz.



Şekil 3.11: Matlab'da çizilen üçüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a1*\sin(b1*x+c1) + a2*\sin(b2*x+c2) + a3*\sin(b3*x+c3) + \\
 & a4*\sin(b4*x+c4) + a5*\sin(b5*x+c5) + a6*\sin(b6*x+c6) + \\
 & a7*\sin(b7*x+c7) + a8*\sin(b8*x+c8)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Burada x değeri 0.8376 ve 0.835 ile normalize edilmiştir. Ayrıca Bu denklemdede 95% yaklaşık değer ile elde edilen katsayılar ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 a1 &= 4152 \\
 b1 &= 0.3656 \\
 c1 &= 4.184 \\
 a2 &= 74.85 \\
 b2 &= 11.09 \\
 c2 &= -2.496 \\
 a3 &= 69.38 \\
 b3 &= 16.67 \\
 c3 &= -0.7432 \\
 a4 &= 46.14 \\
 b4 &= 5.462 \\
 c4 &= -4.159 \\
 a5 &= 40.36 \\
 b5 &= 22.26 \\
 c5 &= 0.8831
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_6 &= 9.003 \\
b_6 &= 6.245 \\
c_6 &= -0.1621 \\
a_7 &= 4095 \\
b_7 &= 0.3687 \\
c_7 &= 1.037 \\
a_8 &= 7.472 \\
b_8 &= 18.42 \\
c_8 &= -0.5242
\end{aligned}$$

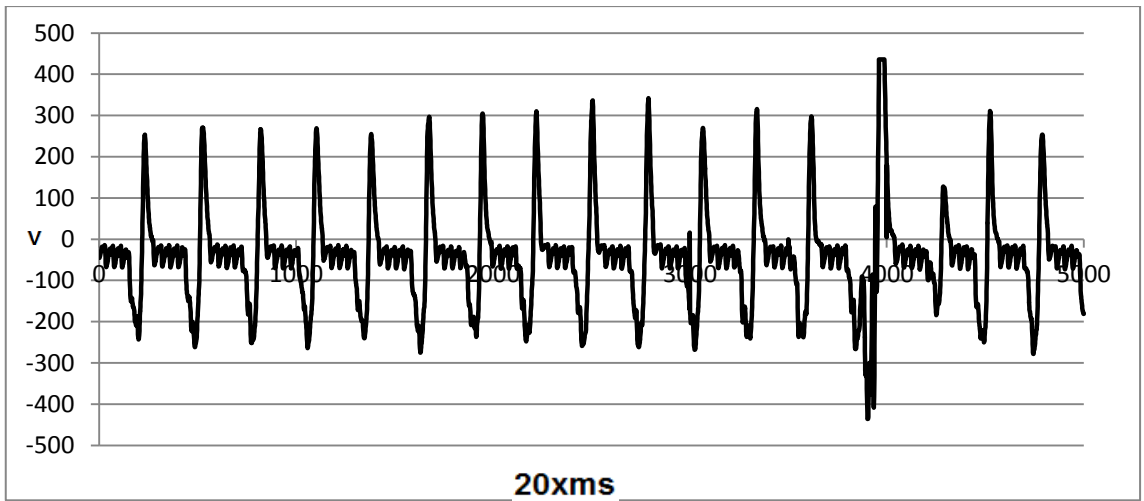
$$\begin{aligned}
f'(x) &= 4152 \cdot \sin(0.3656 \cdot x + 4.184) + 74.85 \cdot \sin(11.09 \cdot x + (-2.496)) + 69.83 \cdot \sin(16.67 \cdot x + (-0.7432)) + \\
& 46.14 \cdot \sin(5.462 \cdot x + (-4.159)) + 40.36 \cdot \sin(22.26 \cdot x + 0.8831) + 9.003 \cdot \sin(6.245 \cdot x + (-0.1621)) + \\
& 4095 \cdot \sin(0.3687 \cdot x + 1.037) + 7.472 \cdot \sin(18.72 \cdot x + (-0.5242))
\end{aligned}$$

$$\delta_1 = 2462,075$$

$$\delta_2 = 2537,028$$

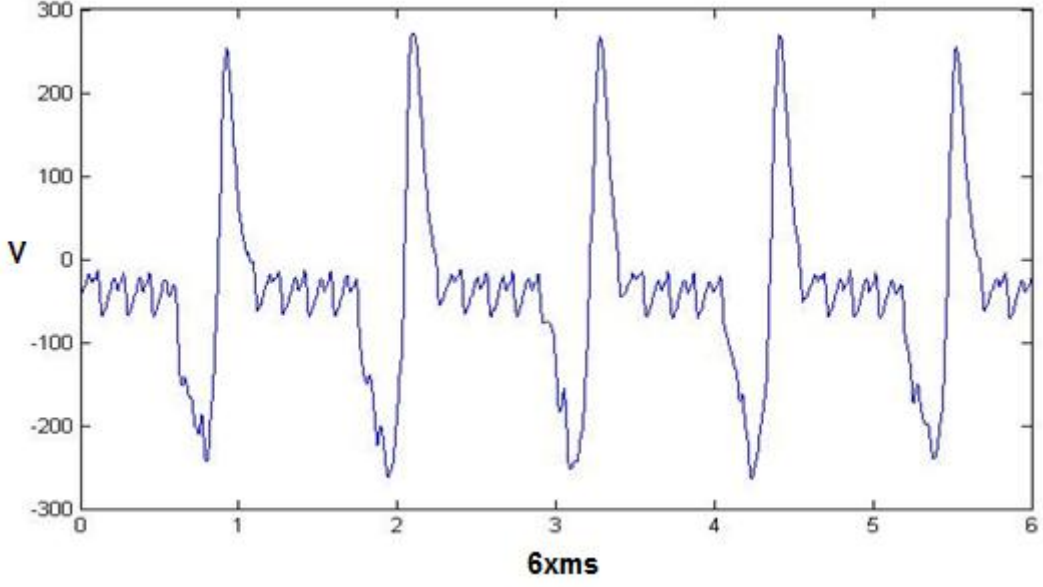
Burada iki kök bulunmuştur. Burada da kökler pozitif değerlidir. Bulunan bu fonksiyonun köklerinin belirlenmesiyle elde edilen sonuçlara göre de fonksiyonun (2.3) denklemine göre kaotik olduğu ayrıca Tanım 2.1'e göre olduğu için bu kökler kararlıdır.

İlk üç örnekte görüldüğü gibi Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan kalp-solunum sinyallerinden elde edilen kökler kararlıdır. Şimdi dördüncü sıçandan alınan kalp-solunum sinyallerini inceleyelim. Öncelikle bu sıçandan elde edilen yaklaşık 5000 kalp-solunum sinyalini Microsoft Excel'de çizdirelim:



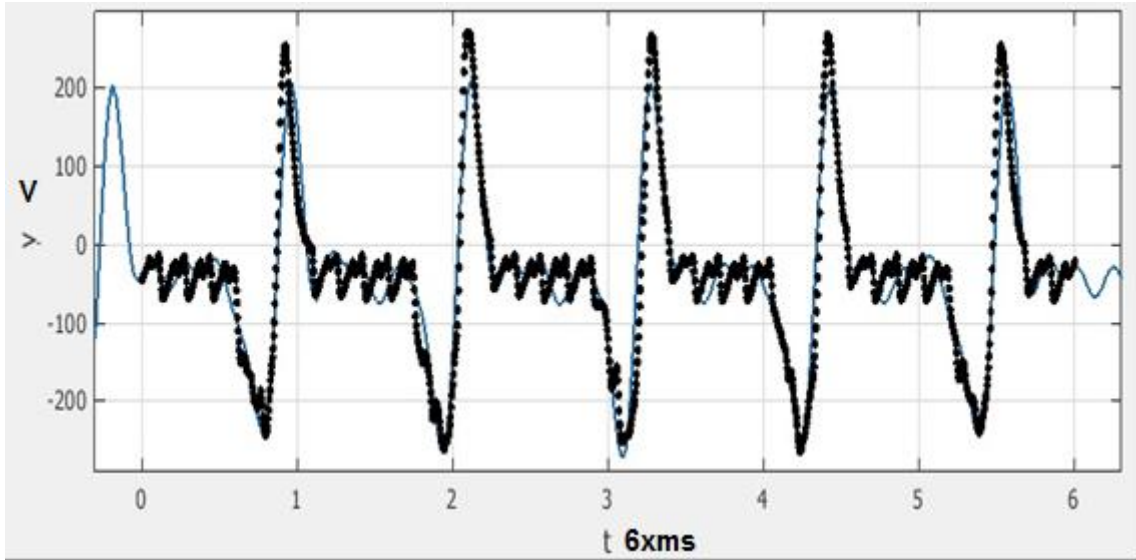
Şekil 3.12: Dördüncü Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri

Dördüncü Wistar cinsi sıçandan elde edilmiş olan bu sinyaller dizisindeki tüm sinyalleri incelemekten ziyade, daha detaylı bir inceleme için ilk 1500 Kalp-Solunum Sinyalini incelemek daha yararlı olacaktır. Şekil 3.13 grafiğinde de görüleceği üzere sinyallerdeki değişimler 0-1500 sayım için daha anlaşılabilir.



Şekil 3.13: incelenen dördüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500 arasındaki detaylı gösterimi

Matlab programında incelenen verilerin çizdirilmesinin ardından şimdi bu grafiğe uygun eğri oturtma işlemi yapılmıştır. Önceki üç sıçandan elde edilen sonuçlardaki kararlılık durumlarının sürekli olup olmadığının incelenmesidir. Şekil 3.14'de üçüncü sıçandan elde edilen yaklaşık 1500 kalp-solunum sinyalinin Matlab'da çizilmiş grafiğine oturtulmuş uygun eğriyi görebiliriz:



Şekil 3.14: Matlab'da çizilen dördüncü sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a1*\sin(b1*x+c1) + a2*\sin(b2*x+c2) + a3*\sin(b3*x+c3) + \\
 & a4*\sin(b4*x+c4) + a5*\sin(b5*x+c5) + a6*\sin(b6*x+c6) + \\
 & a7*\sin(b7*x+c7) + a8*\sin(b8*x+c8)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Burada x değeri 0.894 ve 0.8924 ile normalize edilmiştir. Ayrıca Bu denklemde 95% yaklaşık değer ile elde edilen katsayılar ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 a1 &= 58.51 \\
 b1 &= 0.01115 \\
 c1 &= -2.377 \\
 a2 &= 87.2 \\
 b2 &= 10.91 \\
 c2 &= -3.169 \\
 a3 &= 74.31 \\
 b3 &= 16.38 \\
 c3 &= -1.651 \\
 a4 &= 63.73 \\
 b4 &= 5.463 \\
 c4 &= 1.512 \\
 a5 &= 12.08 \\
 b5 &= 12.12 \\
 c5 &= -2.149 \\
 a6 &= 43.81
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_6 &= 21.84 \\
c_6 &= -0.2857 \\
a_7 &= 16.06 \\
b_7 &= 15.08 \\
c_7 &= 1.1 \\
a_8 &= 27.76 \\
b_8 &= 27.31 \\
c_8 &= 0.7384
\end{aligned}$$

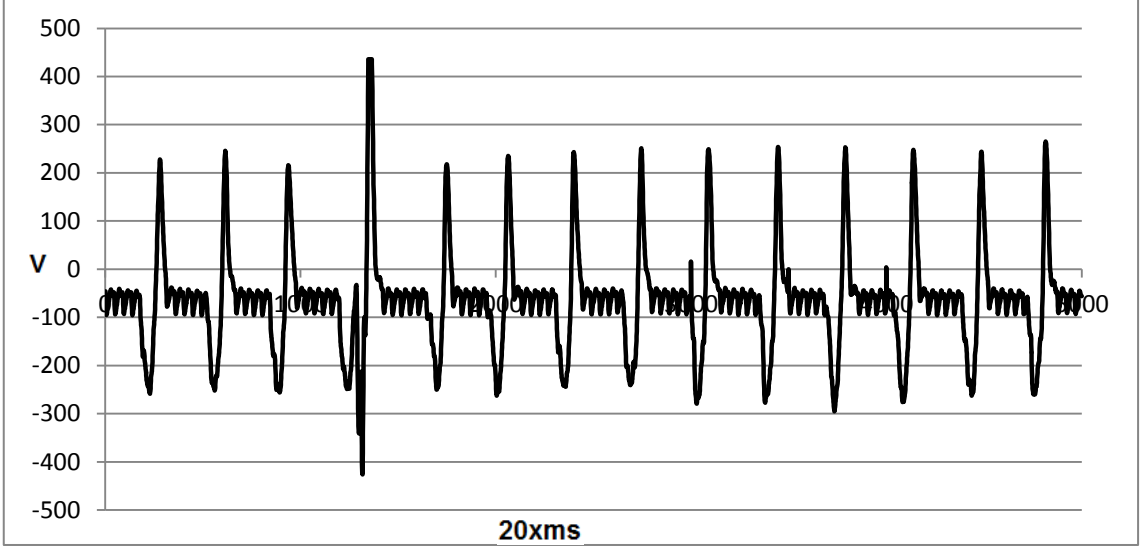
$$\begin{aligned}
f'(x) = & 58.51 \cdot \sin(0.01115 \cdot x + (-2.377)) + 87.2 \cdot \sin(10.91 \cdot x + (-3.169)) + 74.31 \cdot \sin(16.38 \cdot x + (-1.651)) + \\
& 63.73 \cdot \sin(5.463 \cdot x + 1.512) + 12.08 \cdot \sin(12.12 \cdot x + (-2.149)) + 43.81 \cdot \sin(21.84 \cdot x + (-0.2857)) + \\
& 16.06 \cdot \sin(15.08 \cdot x + 1.1) + 27.76 \cdot \sin(27.31 \cdot x + 0.7384)
\end{aligned}$$

$$\delta_1 = 3606,79$$

$$\delta_2 = 3621,794$$

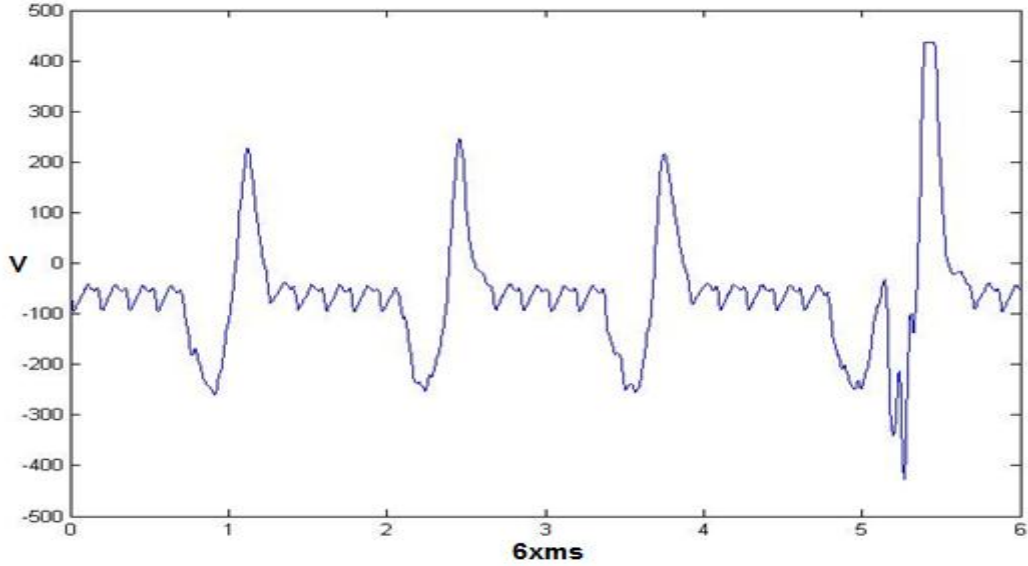
Dördüncü sıçan için incelenen denklemin kökleri de görüldüğü gibi pozitif bulunmuştur. Üçüncü sıçanlardan elde edilen köklere benzer olarak bu köklerin de pozitif olduğu gözlenmiştir. Böylece fonksiyonun (2.3) denklemine göre kaotik olduğu ve ayrıca Teorem 2.1 'de göz önüne alındığında kararlı olduğu görülmüştür.

Son olarak ilk dört örnekte görüldüğü gibi Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan kalp-solunum sinyallerinin kararlılık durum tespiti için, beşinci ve son sıçandan alınan kalp-solunum sinyallerini inceleyelim. Öncelikle bu sıçandan elde edilen yaklaşık 5000 kalp-solunum sinyalini Microsoft Excel'de çizdirelim:



Şekil 3.15: Beşinci Wistar Cinsi sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyalleri

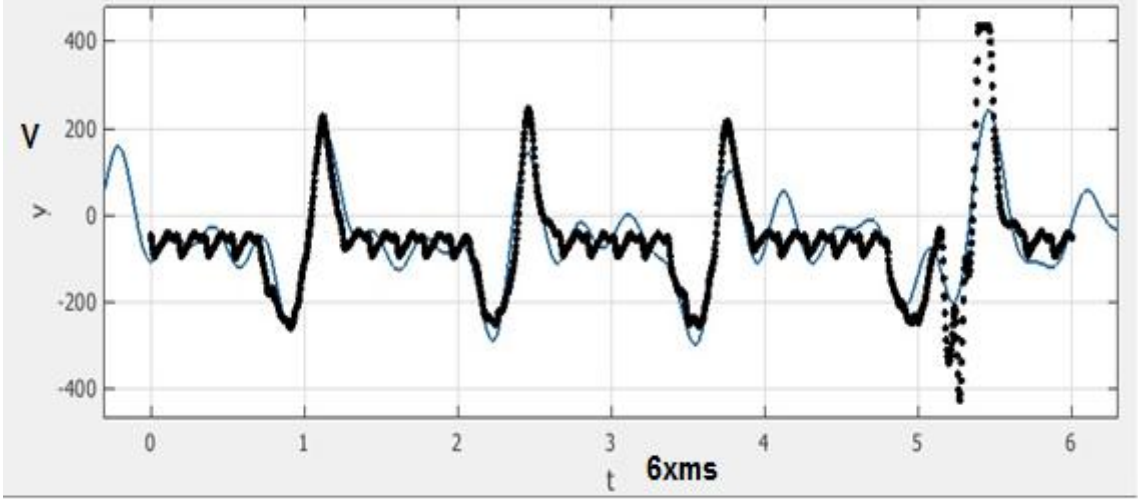
Beşinci Wistar cinsi sıçandan elde edilmiş olan bu sinyaller dizisindeki tüm sinyalleri incelemekten ziyade, daha detaylı bir inceleme için ilk 1500 Kalp-Solunum Sinyalini incelemek daha yararlı olacaktır. Şekil 3.15 grafiğinde de görüleceği üzere sinyallerdeki değişimler 0-1500 sayım için daha anlaşılabilir.



Şekil 3.16: incelenen beşinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin 0-1500

arasındaki detaylı gösterimi

Matlab programında incelenen verilerin çizdirilmesinin ardından şimdi bu grafiğe uygun eğri oturtma işlemi yapılmıştır. Önceki dört sıçandan elde edilen Kalp-Solunum sinyallerinin ardından beşinci örnekteki bu sinyallerin incelenmesiyle yapılan analizlerde hedef, sinyallerin kararlılık durumlarının ortaya konmasıdır. Şekil 3.17'de üçüncü sıçandan elde edilen yaklaşık 1500 kalp-solunum sinyalinin Matlab'da çizilmiş grafiğine oturtulmuş uygun eğriyi görebiliriz:



Şekil 3.17: Matlab'da çizilen beşinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerine uygun eğri

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a1*\sin(b1*x+c1) + a2*\sin(b2*x+c2) + a3*\sin(b3*x+c3) + \\
 & a4*\sin(b4*x+c4) + a5*\sin(b5*x+c5) + a6*\sin(b6*x+c6) + \\
 & a7*\sin(b7*x+c7)
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Burada x değeri 0,7501 ve 0,7467 ile normalize edilmiştir. Ayrıca Bu denklemden 95% yaklaşık değer ile elde edilen katsayılar ise şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
 a1 = & 72.29 \\
 b1 = & 0.3222 \\
 c1 = & -2.489 \\
 a2 = & 67.53 \\
 b2 = & 14.47 \\
 c2 = & -2.269 \\
 a3 = & 66.7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_3 &= 4.373 \\
c_3 &= 2.191 \\
a_4 &= 56.92 \\
b_4 &= 18.89 \\
c_4 &= -0.4006 \\
a_5 &= 41.04 \\
b_5 &= 7.796 \\
c_5 &= -2.649 \\
a_6 &= 72.94 \\
b_6 &= 8.705 \\
c_6 &= -1.609 \\
a_7 &= 49.98 \\
b_7 &= 10.19 \\
c_7 &= 1.443
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f'(x) = & 72.29*\sin(0.3222*x+(-2.489))+67.53*\sin(14.42*x+(-2.269)) + 66.7*\sin(4.373*x+2.191)+ \\
& 56.92*\sin(18.89*x+(-0.4006))+41.04*\sin(7.796*x+(-2.649))+72.94*\sin(8.705*x+(-1.609))+ \\
& 49.98*\sin(10.19*x+1.443)
\end{aligned}$$

$$\delta_1 = -747,644$$

$$\delta_2 = -663,354$$

Böylece son olarak beşinci denkleme ait iki kök bulunmuştur. Görüldüğü gibi kökler negatif değerlidir. Bulunan bu fonksiyonun köklerinin belirlenmesiyle elde edilen sonuçlara göre fonksiyonun, Teorem 2.1 'de göz önüne alındığında asimptotik kararlı olduğu görülmüştür. Bulunan bu fonksiyonun köklerinin belirlenmesiyle elde edilen sonuçlara göre de fonksiyonun (2.3) denklemine göre kaotik olmadığı anlaşılmıştır.

Burada incelenen beş tane Wistar cinsi beyaz sıçanın fizyolojik sistemlerine ait Kalp-Solunum sinyalleri üzerinde yapılan çalışmalara bakıldığında, kardiyovasküler sistem ve bununla ilgili olarak kalp atım ritimleri, kalp hızı değişkenliği, solunum sistemi, dolaşım sistemi,. damar hareketleri ve damarlardaki kan akış hızı ve kan basıncı değişimleri, sinirsel aktiviteler, beyin sinyalleri vb. değişik birçok sistemin sağlıklı ve hastalıklı durumları analizine olanak sağlamıştır. Birinci, ikinci ve beşinci sıçandan elde edilen sinyallerin asimptotik kararlı olduğu görülmüştür. Ancak bunlar kaotik değildir. Üçüncü ve dördüncü sıçandan elde edilen sinyallerin kararlı ve kaotik olduğu görülmüştür. Böylece bu beş sıçandan elde edilen kalp-solunum sinyallerinin

kararlı olması, bu sıçandaki Kardiyovasküler sistem, solunum sistemi ve dolaşım sistemi gibi bazı sistemlerin çalışmasında bir sorun olmadığı sonucunu beraberinde getirmiştir.

Fizyolojik sistemlerde kararlılık analizi ile sağlıklı durum için sistemin çalışmasına ait yorumların gelişmesini sağladığı gibi özellikle hastalıklı durumların tespitini kolaylaştıran önemli sonuçlar üretmektedir. Kaotik analiz ile doğrusal analiz yöntemleri, birbirlerini destekleyecek şekilde birleştirilip sınıflama sistemlerine uygulanarak, medikal teşhis alanında kullanılacak programlar organize edilebilir.

Tablo 3.1: Denklem katsayıları ve değerleri

	1.denklem	2.denklem	3.denklem	4.denklem	5.denklem
a1	178.5	234.4	4152	58.51	72.29
b1	0.3411	0.2568	0.3656	0.01115	0.3222
c1	3.719	-0.9236	4.184	-2.377	-2.489
a2	66.57	165	74.85	87.2	67.53
b2	0.5971	0.584	11.09	10.91	14.47
c2	-0.1277	1.309	-2.496	-3.169	-2.269
a3	55.9	43.61	69.38	74.31	66.7
b3	4.046	0.9919	16.67	16.38	4.373
c3	-0.754	3.251	-0.7432	-1.651	2.191
a4	23.4	1.426	46.14	63.73	56.92
b4	37.91	3.495	5.462	5.463	18.89
c4	-1.979	-3.653	-4.159	1.512	-0.4006
a5	18.91	2.3	40.36	12.08	41.04
b5	12.25	7.227	22.26	12.12	7.796
c5	0.6632	-0.5007	0.8831	-2.149	-2.649
a6	19.28	1.392	9.003	43.81	72.94
b6	8.09	15.55	6.245	21.84	8.705
c6	0.993	-1.264	-0.1621	-0.2857	-1.609
a7	13.98	1.361	4095	16.06	49.98
b7	16.01	5.632	0.3687	15.08	10.19
c7	-2.881	-2.907	1.037	1.1	1.443
a8	2.593	1.14	7.472	27.76	
b8	2.615	10.22	18.42	27.31	
c8	-4.319	-0.9694	-0.5242	0.7384	

Tablo 3.3: denklemlerin kökleri ve değerleri

	1.denklem	2.denklem	3.denklem	4.denklem	5.denklem
δ_1	- 1211,95	-8,99733	2462,075	3606,79	-747,644
δ_2	- 1260,22	-8,12865	2537,028	3621,794	-663,354

4.Bölüm

SONUÇ

Bu tez çalışmasında öncelikle kaos kavramı üzerinde durulmuş ve kaosu ortaya çıkaran sebepler ve kaotik davranış tipleri açıklanmaya çalışılmıştır. Kaos yapısal olarak bir fizik teorisi ya da matematiksel bir tümevarım değil, fiziksel gerçeklik parçalarının bir bütün olarak eğilimini açıklamaya yarayan bir yöntemdir. Örneğin bir sigara dumanının havada yaptığı şekiller tamamen düzensiz ve bağımsız rastlantıların ürünü olarak görülebilir. Ancak bir teorik fizikçi dumanın bu dinamiğinin aslında ortamdaki birçok parametre ve etken ile belirlendiği görüşündedir. Bu girdiler o kadar çoktur ve o kadar değişkendir ki incelemek ve net bir kaniya varmak imkânsızdır. Parametrelerin bu denli değişken olması aslında o parametrelerin de bir çıktı olmasından kaynaklanır. Dumanın hareketine neden olan hafif bir hava akımı aslında odanın başka yerindeki bir sıcaklık değişikliği ve basınç farkının neden olduğu bir harekettir. Ayrıca dumanın dinamiğini etkileyen girdiler birbirlerine bağlı olabilirler ki bu durumu tam anlamıyla içinden çıkılmaz hâle sokar. Bu örnekte, hava akımının yalnızca sıcaklık değişiminden kaynaklandığını farz edelim (ki pratikte bu milyonlarca etkenden biridir). Sıcaklık değişimi ortamda basınç farkı yarattığından hava akımını etkiler. Ancak oluşan hava akımı sıcaklıkta tekrar değişimlere neden olacağından farklı girdilerle tekrar bir fonksiyon oluşturur ve bu değişim sonsuza kadar devam eder. Birçok farklı girdinin sürekli değişerek fiziksel değişimler ve farklı düzenler yaratması ve bu düzenlerin yine kendisini etkilemesi insan zekasının ve günümüzdeki gözlem ve bilimsel tahmin yeteneklerinin çok çok üstünde olmasından dolayı kaos olarak nitelendirilir. Oysa tüm bu değişimlere neden olan fiziksel yasalara ve matematiksel açıklamalara hakimiz. İşte bu noktada karşımıza düzen ve kaosun aslında birbirine ne kadar sıkı sıkıya sarılmış olduğu ortaya çıkar. Fiziksel yasalar ne kadar basit olursa olsun sonuç o kadar rastlantısal ve karmaşa doludur.

Kaos kavramının açıklanmasından sonra bu tez çalışmasında, Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji laboratuvarında, anestezi altında Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan Kalp-Solunum sinyalleri incelenmiştir. Bu deney, Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Deney Hayvanları Araştırma Etik Kurulu Başkanlığının 2006/0025 protokol numaralı izni ile gerçekleştirilmiştir. Solunum canlı organizma için önemli olaylardan birisidir. Bu yol ile bir yandan gaz transportu yapılırken, öte yandan biyolojik oksidasyon sağlanır. Gaz taşınmasında; oksijenden zengin havanın akciğerlere kadar gönderilmesi ve nihayet oksidasyon sonucu ortaya çıkan zararlı gazların (karbondioksit vb.) dışarıya atılması söz konusudur. Bunun için solunum ile alınan hava, belirli yolları (organları) aşarak akciğerlerde alveollere kadar ulaşır. Burada hava ile gelen oksijen kana, kandaki karbondioksit ise havaya geçer. Böylece canlılığın sürekliliği için

gerekli olan oksijen kan yolu ile tüm canlı sistemine taşınabilir. Bu süreç canlı için hayati önem arz etmektedir.

Dolaşım sisteminin çalışması ise kalbin çalışmasıyla alakalıdır. Kalp, göğsün ortasında ucu sola dönük olarak yer alır. Çizgili kaslardan meydana gelmesine rağmen irade dışı çalışır. Kalp, sürekli kasılıp gevşeyerek çalışır. Kalbin kasılmasına sistol, gevşemesine diastol denir. Kalpte her iki kulakçık ve karıncık ile birlikte kasılıp gevşer. Kulakçık ve karıncıkların kasılıp gevşemesi kanın hareketi için itici bir güç oluşturur. Bu kasılıp gevşeme birbirine zıttır. Kulakçıkların her ikisi aynı anda sistol durumundayken karıncıklar diastol durumuna geçer. Kalbin hareketlerini "kalbin iletim sistemi" denilen yapılar sağlar. Kendi içinde meydana gelen uyarıyla ritmik olarak çalışan tek organ kalptir. Böylece kalbin pompaladığı kan tüm vücudu dolaşır ve tekrar kalbe döner. Bu dolaşım sırasında kan vücudun homeostasisinin korunmasında kilit rol oynar. Çünkü vücut için faydalı yapılar kanla taşınabilmektedir.

Celal Bayar Üniversitesi Tıp Fakültesi Fizyoloji laboratuvarında, anestezi altında Wistar cinsi beyaz sıçanlardan alınan Kalp-Solunum sinyalleri, incelenen beş sıçanın göğüs kafesine yerleştirilmiş özel sistemler vasıtasıyla elde edilmiştir. Bu tez çalışmamda analiz edilen/modellenen sinyaller Türk Fizyolojik Bilimler Derneği 27. Ulusal Fizyoloji Kongresinde ilk kez sunulmuştur. Bu sinyalleri elde edebilmek için çalışma grubunca, PCL-818L isimli analog dijital çevirici (analog digital converter, Adventech Co.) kullanılmıştır. Böylece bu beyaz sıçanların her birinden elde edilen yaklaşık 6000 okumanın (veri) bilgisayar ortamında incelenerek grafikleri elde edilmiştir. Bu grafiklerden elde edilen uygun eğriler Matlab programı kullanılarak incelenmiştir. Bu eğrilerin denklemlerinin belirlenmesiyle, Mathematica ve Maple programları yardımı ile bu denklemlerin katsayıları bulunmuştur. Ardından denklemlerin kökleri incelenmiş ve köklerin kararlılık durumlarına bakılmıştır. Bulunan kökler:

Birinci denklem için	:	-1211,95	-1260,22
İkinci denklem için	:	-8,99733	-8,12865
Üçüncü denklem için	:	2462,075	2573,028
Dördüncü denklem için	:	3606,79	3621,795
Beşinci denklem için	:	-747,644	-633,354

Şeklinde bulunmuştur. Yapılan tanımlamalardan yola çıkılarak, elde edilen bu köklere göre birinci, ikinci ve beşinci sıçanın Kalp-Solunum sinyallerinin asimptotik kararlı olduğu tespit edilmiştir. Hesaplanan diğer köklerin ise (üçüncü ve dördüncü) kararlı ve kaotik olduğu görülmüştür.

Burada incelenen beş tane Wistar cinsi beyaz sıçanın fizyolojik sistemlerine ait Kalp-Solunum sinyalleri üzerinde yapılan çalışmalara bakıldığında, kardiyovasküler sistem ve bununla ilgili olarak kalp atım ritimleri, kalp hızı değişkenliği, solunum sistemi, dolaşım sistemi, damar hareketleri ve damarlardaki kan akış hızı ve kan basıncı değişimleri, sinirsel aktiviteler, beyin sinyalleri vb. değişik birçok sistemin sağlıklı ve hastalıklı durumları analizine olanak sağlamıştır. Bu beş sıçandan elde edilen kalp-solunum sinyallerinden üç ve dördüncünün kararlı ve kaotik olması, bu sıçandaki Kardiyovasküler sistem, solunum sistemi ve dolaşım sistemi gibi bazı sistemlerin çalışmasında homeostasinin(iç denge) olduğu sonucunu beraberinde getirmiştir. Fizyolojik sistemlerde kaotikliğin incelenmesi ve kararlılık analizi, sağlıklı durum için sistemin çalışmasına ait yorumların gelişmesini sağladığı gibi özellikle hastalıklı durumların tespitini kolaylaştıran önemli sonuçlar üretmektedir. Kaos analizi ile doğrusal analiz yöntemleri, birbirlerini destekleyecek şekilde birleştirilip sınıflama sistemlerine uygulanarak, medikal teşhis alanında kullanılacak programlar organize edilebilir. Türk Fizyolojik Bilimler Derneği 27. Ulusal Fizyoloji Kongresindeki (2001 İstanbul) sunumda sinyaller sadece analog olarak değerlendirilmiştir. Herhangi bir sayısal model veya analiz önerilmemiş sadece kalbe ait olan hava akımının büyüklüğü ile kalbin her atımda pompaladığı kan hacminin hesaplanabileceği ileri sürülmüştür.

İncelenen sistemlerden örneğin kalp sisteminde, kalpten alınan sinyallerin incelenmesi, kalbin direkt olarak incelenmesinden daha kolaylık ve fayda sağlayan bir yöntem olmaktadır. Böylece kalpten alınan sinyaller vasıtasıyla kalpte herhangi bir sorunun olup olmadığı çok daha kolay ve hızlı bir şekilde anlaşılabilir. Bu yöntem canlının erken teşhis ve tedavi olasılığını arttırmakta ve dolayısıyla canlı sağlığı açısından da son derece önem taşımaktadır. Ayrıca burada incelediğimiz kalp-solunum sinyalleri, bu sinyallerin göğüs kafesinden her ikisinin birlikte elde edilebilmesi olanağı sağlaması açısından da önem taşımaktadır. Bu sinyalleri elde edebilmek için çalışma grubunca, PCL-818L isimli analog dijital çevirici (analog digital converter, Adventech Co.) kullanılmıştır. Böylece hem solunum sisteminde hem de Kardiyovasküler sistemde bir sorunun olup olmayacağı ve birbirleriyle olan etkileşimleri de incelenebilir.

KAYNAKLAR:

- Baker, G.L., Chaotic Dynamics an Introduction, Cambridge University Pres., Cambridge, 1990.
- Balatoni, J. ve Renyi, A., (1956), Publications of the Math. Inst. of the Hungarian Acad. Of Sci. 1, 9. The Selected Papers of A.Renyi, 1, Akademia Budapest 1976, Budapest.
- Benettin, G., L. Galgani, A. Giorgilli, and J. M. Strelcyn, Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems: a method for computing all of them, Meccanica 15 9:15, 9:21 (1980).A.N.
- Canan,S., Hayat,Sinirbilim,İnsan Zihni,Kaos,Karmaşıklık,Düzen,Zuhur,Düşünce,İnanç ve diğer şeyler üzerine,27 Kasım 2010
- Devaney L.R. An introduction to Chaotic Dynamical Systems,2nd edition, Westview Press, 2003
- Hentschel, H.G.E. ve Procaccia, I., (1983), "The Infinite Number of Generalized Dimension of Fractals and Strange Attractors", Physica D, 8: 435-444.
- Farmer, J.D., Ott, E. ve Yorke, J.A., (1983), "The Dimension of Chaotic Attractors", Physica D, 7: 153-180.
- Gleick, J., (1995), Kaos, TÜBİTAK Yayınları , 15, Ankara.
- Grassberger, P. ve Procaccia, I., (1983), "Characterization of Strange Attractors", Phys. Rev.Lett., 50: 346.
- İskurt, F.T.,Elektronik Sistemlerde Kaotik Sinyallerin Aktif Kontrolü,Y.Lisans Tezi,Sakarya Üniversitesi,2012
- Kaplan, J.L. ve Yorke, J.A., (1983), "The Lyapunov Dimension of Strange Attractors",Journal of Differential Equations, 49: 185.
- Karacay,T., Determinizm ve Kaos, Mantık, Matematik ve Felsefe II.Ulusal Sempozyumu Assos, 21-24 Eylül 2004
- Kolmogorov, New Metric Invariant of Transitive Dynamical Systems and Endomorphisms of Lebesgue Spaces, Doklady of Russian Academy of Sciences, (1958), 119, N5, 861-864.
- Köle,C.,Gökpınar,F.,Üstel Dağılıma Uygunluk için Bazı Uyum İyiliği Testlerinin I.Tip Hata ve Güçleri Bakımından Kıyaslanmaları,S.Demirel Üniv.Fen.Bil.Dergisi 318-326,16.3.2012
- Karabacak,Ö.,Anahtarlanmış Doğrusal Sistemlerin Kararlılığının incelenmesi. Y.Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi,2007.
- Sinai, Ya.G., On the Notion of Entropy of a Dynamical System, Doklady of Russian Academy of Sciences, (1959), 124, 768-771.

- Sprott, J.C., Analysis of Chaotic Time Series, Cambridge University Press, Cambridge, (2003)
- Ruelle, D., Rastlant ve Kaos, TÜBİTAK Yayınları , 7, Ankara, (1994)
- Renyi, A., Probability Theory, North Holland, Amsterdam. 1970
- Petreschi, R., Persiano, G. ve Silvestri R., (2003), "Algorithms and Complexity" CIAC 2003, 5th Italian Conference Proceedings, May 2003, Rome.
- Mandelbrot, B.B., (1982), The Fractal Geometry of Nature, W.H. Freeman, New York.
- Moon, F.C., Chaotic and Fractal Dynamics: An Introduction for Applied Scientists and Engineers, John Wiley and Sons, New Jersey.1992
- Strogatz, S.H., Nonlinear Dynamics and Chaos with Application to Physics, Biology, Chemistry and Engineering, Perseus Books Publishing,Massachusetts, A.B.D., 1994.
- Lorenz, E., Transactions of the New York Academy of Sciences, s.409, 1963
- Prigogine, I. "Time, Dynamics and Chaos: Integrating Poincare's 'Non-Integrable Systems'", Center for Studies in Statistical Mechanics and Complex Systems at the University of Texas-Austin, United States Department of Energy-Office of Energy Research, Commission of the European Communities (October 1990).
- Ott, E., (2002), Chaos in Dynamical Systems, Cambridge University Press, Cambridge.
- Özbek, M., Ş. Gök, "Rate Dependent Effects of Dofetilide on Epicardial Monophasic Action Potentials in Isolated Rabbit Heart with Atrial Pacing", Turk. J. Med. Sci. (Tübitak), 32, 475-481 (2002).
- Özbek, M., Zeren,T., Celal Bayar Üniversitesi BAP projesi 2002-15,2002
- Takens, F., (1983), "Invariants Related to Dimension and Entropy", 13.Colóquio Brasileiro de Matemática IMPA, Rio de Janeiro.
- Takens, F., Detecting Strange Attractors in Turbulence , Lecture Notes in Math,
- Rands&Young (Eds.), Springer-Verlag, New York, (1981)
- Theiler, J., "Estimating Fractal Dimension", Journal of Optical Society of America, 7:1055-1073. (1990)
- UYAROĞLU Y., PEHLİVAN, İ. , A New Chaotic Attractor From General Lorenz System, Turk J Elec Eng & Comp Sci, Vol.18, No.2, 2010
- Uzel, S.,Zaman Serisi Analizi Yöntemi Üzerine Bir Uygulama,Y.Lisans Tezi,Yıldız Teknik Üniversitesi,2008
- Yılmaz,D.,N.F. Güler, Kaotik zaman serisinin analizi üzerine bir araştırma, Gazi Üniv. Müh.Mim.Fak. Der.Cilt 21, No 4, 759-779, 2006.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	07.06.1984	
Doğum Yeri	OSMANİYE	
Lise	1999-2003	Mehmet Akif Ersoy Yabancı Dil Ağırlıklı Lise / OSMANİYE
Lisans	2005-2011	Ege Üniversitesi Fen Fakültesi Astronomi Ve Uzay Bilimleri Bölümü / İZMİR