

EGE ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

(DOKTORA TEZİ)

**İNCE VE EĞRİSEL ŞERİT YAPIDAKİ TABAKALI
GEOMETRİDEN İKİ BOYUTLU SAÇINIM
PROBLEMİNİN İNCELENMESİ**

Fadıl KUYUCUOĞLU

Tez Danışmanı: Prof. Dr. İbrahim AVGIN

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Bilim Dalı Kodu: 609.01.00

Sunuş Tarihi: 31/10/2013

Bornova-İZMİR

2013

Fadıl KUYUCUOĞLU tarafından Doktora tezi olarak sunulan “İNCE VE EĞRİSEL ŞERİT YAPIDAKİ TABAKALI GEOMETRİDEN İKİ BOYUTLU SAÇINIM PROBLEMİNİN İNCELENMESİ” başlıklı bu alışma E.Ü. Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği ile E.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Eğitim ve Öğretim Yönergesinin ilgili hükümleri uyarınca tarafımızdan değerlendirilerek savunmaya değer bulunmuş ve 31/10/2013 tarihinde yapılan tez savunma sınavında aday oybirliği/oyçokluğu ile başarılı bulunmuştur.

Jüri Üyeleri:**İmza**

| | | |
|---------------------|-------------------------------------|-------|
| Jüri Başkanı | : Prof. Dr. İbrahim AVGIN | |
| Raportör Üye | : Prof. Dr. Taner OĞUZER | |
| Üye | : Prof. Dr. Ayhan ALTINTAŞ | |
| Üye | : Doç. Dr. Gökalp KAHRAMAN | |
| Üye | : Yard. Doç. Dr. Cem CİVELEK | |

ÖZET

İNCE VE EĞRİSEL ŞERİT YAPIDAKİ TABAKALI GEOMETRİDEN İKİ BOYUTLU SAÇINIM PROBLEMİNİN İNCELENMESİ

KUYUCUOĞLU, Fadıl

Doktora Tezi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. İbrahim AVGIN

Ekim 2013, 71 sayfa

Elektromanyetik saçınım problemi haberleşme ve radar sistemlerinde sıklıkla karşılaşılan bir konudur. Askeri uygulamalarda da hedef olan cisimlerin gizlenmesi ile ilgili çalışmalar yapılmaktadır. Haberleşme sistemlerinde de antenlerin radyasyonu ve radyasyon karakteristiklerini belirlemede saçınım problemleri karşımıza çıkar.

Bu çalışmada konik kesitli, silindirik yapılardan elektromanyetik saçınım problemi incelenmiştir. Elektriksel olarak ince bir geometriyi E polarize kompleks bir kaynak aydınlatmıştır. Elektromanyetik sınır şartları kullanılarak integral denklemleri oluşturulmuştur. Analitik regülarizasyon metodu hesaplama için kullanılmıştır. İlk olarak integral denklemleri ayrık Fourier ortamına aktarılmış, daha sonra bu denklemler Ters Fourier ve Riemann Hilbert Problemi teknikleriyle çözülmüştür. Metodun doğruluğunu kanıtlamak için diğer yaklaşık metotlarla karşılaştırmalar yapılmıştır.

Farklı parametreler kullanılarak radyasyon desenleri, direktivite, bağlı direktivite hatası, akım yoğunlukları, akım hataları grafikleri oluşturulmuştur.

Anahtar Sözcükler: Saçınım, İnce Tabakalı Yapılar, Analitik Regülarizasyon, Riemann-Hilbert Problemi

ABSTRACT**ANALYSIS OF TWO DIMENSIONAL SCATTERING
PROBLEM OF THIN, ARBITRARY-PROFILE LAYERED
GEOMETRY**

KUYUCUOĞLU, Fadıl

PhD in Electrical-Electronics Eng.
Supervisor: Prof. Dr. İbrahim AVGIN
October 2013, 71 pages

Electromagnetic scattering is a popular topic in telecommunications and radar systems. There are also several studies in military applications to prevent targets being detected. In telecommunication applications, it is also used to find radiation characteristics of antennas and signal variation in complex environments.

In this study, scattering from a conic section, cylindrical layer geometry is analysed. Electrically thin geometry is illuminated by an E polarized complex source. Integral equations were constructed using boundary conditions. Analytic regularization method was used for calculation. First, the integral equations are converted into the discrete Fourier transform domain and then they are solved by the Fourier inversion and Riemann Hilbert Problem (RHP) techniques, respectively. Other approximate techniques were also utilized to compare the accuracy of the technique.

Radiation characteristics, directivity, relative directivity error, current densities, error in current densities figures were plotted using various parameters.

Keywords: Scattering, Thin Layers, Analytic Regularization, Riemann-Hilbert Problem

TEŞEKKÜR

Doktora tez alıőmam boyunca yardımlarını esirgemeyen Prof. Dr. Taner OĞUZER ve Prof. Dr. İbrahim AVGIN baőta olmak üzere tüm öğretim üyelerine teşekkür ederim.

Ayrıca, bu süreçte bana maddi manevi destek olan aileme teőekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| ÖZET..... | v |
| ABSTRACT..... | vii |
| TEŞEKKÜR..... | ix |
| ŞEKİLLER DİZİNİ..... | xiv |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ..... | xvii |
| 1. GİRİŞ | 1 |
| 1.1 Tez Ana Hatları | 3 |
| 2.KOMPLEKS KAYNAK NOKTASI TEKNİĞİ | 5 |
| 3.RHP METODUNUN MATEMATİKSEL İFADELERİ..... | 7 |
| 3.1 Kompleks Değişken Teorisinde Riemann-Hilbert Problemi | 8 |
| 3.2 Riemann-Hilbert Problem Tekniği Çözümü..... | 9 |
| 3.3 Kanonik Çift Seri Denklemlerinin Çözümü | 10 |
| 4.İNCE TABAKALAR İÇİN SINIR KOŞULLARI..... | 14 |
| 4.1 Sınır Koşullarının Genel Formu..... | 15 |
| 4.2 Geçirgen Olmayan İnce Yapılarda Sınır Koşulları | 15 |
| 4.3 Geçirgen İnce Yapılarda Sınır Koşulları..... | 17 |
| 5.PROBLEMİN REGÜLARİZE EDİLMİŞ FORMÜLASYONU | 18 |

İÇİNDEKİLER (devam)

| | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 5.1 İntegral Denklemlerinin Çıkarılışı..... | 19 |
| 5.1.1 Birinci integral denkleminin çıkarılışı | 19 |
| 5.1.2 İkinci integral denkleminin çıkarılışı | 26 |
| 5.1.3 Düzgün olmayan durum..... | 33 |
| 5.2 Uzak Alan İfadelerinin Hesaplanması (MAR)..... | 33 |
| 6.PROBLEMİN MOMENT METODUYLA (MOM) | |
| YAKLAŞIK ÇÖZÜMÜ | 36 |
| 6.1 MOM Tanımı..... | 36 |
| 6.1.1 Pals tipi fonksiyonlar | 37 |
| 6.1.2 Üçgen fonksiyonlar..... | 38 |
| 6.1.3 Sinüsel fonksiyonlar | 39 |
| 6.1.4 Global fonksiyonlar | 40 |
| 6.2 Hacimsel Eşlik Teoremi Tanımı..... | 40 |
| 6.3 Dielektrik İnce Silindirik Tabakadan TM Saçınım Probleminin | |
| Çözümü | 41 |
| 6.4 Uzak Alan İfadelerinin Hesaplanması (MOM)..... | 44 |
| 7.SONUÇLAR..... | 46 |

İÇİNDEKİLER (devam)

| | <u>Sayfa</u> |
|---------------------------------|--------------|
| 7.1 Geçirgen Olmayan Durum..... | 47 |
| 7.2 Geçirgen Durum | 55 |
| 8.GENEL SONUÇLAR | 64 |
| 9.ÖNERİLER | 65 |
| KAYNAKLAR DİZİNİ | 66 |
| ÖZGEÇMİŞ | 71 |
| EKLER | |

ŞEKİLLER DİZİNİ

| <u>Şekil</u> | <u>Sayfa</u> |
|--------------|--|
| 3.1 | Kompleks düzlemdeki basit ve kapalı eğri modeli.....8 |
| 4.1 | İnce tabakalı mükemmel iletken.....16 |
| 5.1 | Problemin geometrisi.....18 |
| 5.2 | Basit off-set geometrisi.....19 |
| 6.1 | Pals tipi fonksiyonlar37 |
| 6.2 | Üçgen tip fonksiyonlar38 |
| 6.3 | Üçgen tip fonksiyonların uç noktalarda sıfır olmadığı durumdaki davranışı39 |
| 6.4 | Sinüsel fonksiyonlar39 |
| 6.5 | Dielektrik bölgenin kesit yapısı42 |
| 7.1 | a) Direktivite, b) direktivite hata karşılaştırması (mar ve mom durumları için).....47 |
| 7.2 | a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için mar durumu için karşılaştırılması48 |
| 7.3 | Bağıl hatanın a) elektrik akım yoğunluğu (j) ve b) manyetik akım yoğunluğu (m) için farklı dışmerkezlik değerleri ile mar durumu için değişimi49 |

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

| <u>Şekil</u> | <u>Sayfa</u> |
|---|--------------|
| 7.4 Normalize elektrik alan karşılaştırması a) mar, mom ve pec b) mar ve po, c) iletkenlikleri farklı maddeler için mar çözümü..... | 50 |
| 7.5 Pec ve farklı empedans değerli yüzeyler için değişik dışmerkezlik değerlerinde normalize elektrik alan radyasyon deseni karşılaştırması a) $\epsilon=0.7$, b) $\epsilon=1$ ve c) $\epsilon=1.3$ | 51 |
| 7.6 Pec (katı çizgi), $\epsilon_r=20-3i$ (kesikli çizgi) ile kaplı pec ve $\epsilon_r=3-20i$ (noktalı kesik çizgi) ile kaplı pec durumlarının değişik kalınlıklar için normalize elektrik alan büyüklüklerinin karşılaştırılması a) 0.03λ , b) 0.04λ ve c) 0.05λ | 52 |
| 7.7 Pec (katı çizgi), $\mu_r=20-3i$ (kesikli çizgi) ile kaplı pec ve $\mu_r=3-20i$ (noktalı kesik çizgi) ile kaplı pec durumlarının değişik kalınlıklar için normalize elektrik alan büyüklüklerinin karşılaştırılması a) 0.001λ , b) 0.005λ ve c) 0.01λ | 53 |
| 7.8 a) Pec ve farklı empedanslı yüzeylerin direktivite değerlerinin dışmerkezlik değerine göre değişimi b) direktivite değerinin η değerine göre değişiminin karşılaştırılması..... | 54 |
| 7.9 a) Direktivite, b) direktivite hatasının mar ve mom için karşılaştırması..... | 55 |

ŞEKİLLER DİZİNİ (devam)

| <u>Şekil</u> | <u>Sayfa</u> |
|--|--------------|
| 7.10 a) Direktivite, b) direktivite hatasının mar ve mom için karşılaştırması..... | 56 |
| 7.11 Değişik kalınlıklarda mar ve mom durumları için radyasyon desenlerinin karşılaştırılması (a) $h=0.1\lambda_{\epsilon}$, (b) $h=0.2\lambda_{\epsilon}$, (c) $h=0.45\lambda_{\epsilon}$ | 57 |
| 7.12 Değişik dışmerkezlik değerleri için mar çözümünün radyasyon desenlerinin karşılaştırılması (a) $e=0.7$, (b) $e=1$,(c) $e=1.3$.. | 58 |
| 7.13 a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için mar durumu için karşılaştırılması | 59 |
| 7.14 a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için mar durumu için karşılaştırılması | 60 |
| 7.15 Bağlı hatanın a) elektrik akım yoğunluğu (j) ve b) manyetik akım yoğunluğu (m) için farklı dışmerkezlik değerleri ile mar durumu için değişimi..... | 61 |
| 7.16 a) Elektrik akım yoğunluğu (j) ve b) manyetik akım yoğunluğu (m) değerlerinin büyüklüğünün açığa bağlı değişimi..... | 62 |
| 7.17 Mar ve mom çözümünün radyasyon desenlerinin off-set durum için karşılaştırılması | 63 |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

| <u>Simgeler</u> | <u>Açıklama</u> |
|-----------------|--|
| J | Elektrik akım yoğunluğu |
| M | Manyetik akım yoğunluğu |
| E | Elektrik alan şiddeti |
| H | Manyetik alan şiddeti |
| R_T | Elektik resistivite |
| S_T | Manyetik resistivite |
| W_T | Çapraz resistivite |
| Z | Empedans |
| Y | Admitans |
| e | Dışmerkezlik |
| f | Odak uzaklığı |
| A | Manyetik vektör potansiyel |
| F | Elektrik vektör potansiyel |
| G | Green Fonksiyonu |
| t | Teğet vektörü |
| n | Normal vektörü |
| γ | Normal yön ile radyal yön arasındaki açı |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

| <u>Simgeler</u> | <u>Açıklama</u> |
|-----------------|--------------------------------------|
| r | Radyal uzaklık |
| ϵ | Elektriksel geçirgenlik |
| μ | Manyetik geçirgenlik |
| ξ | Normal yön ile x yönü arasındaki açı |

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)Kısaltmalar

| | |
|------|--------------------------------------|
| SIE | Singular Integral Equation |
| MOM | Method of Moments |
| PEC | Perfect Electric Conductor |
| MAR | Method of Analytical Regularization |
| CSP | Complex Source Point |
| RHP | Riemann-Hilbert Problem |
| WH | Wiener-Hopf |
| SIBC | Surface Impedance Boundary Condition |
| FFT | Fast Fourier Transform |
| TM | Transverse Magnetic |

1 GİRİŞ

Empedans yüzeyli reflektörler, elektromanyetik ve optik uygulamalarda önemli yer almaktadırlar. Mükemmel iletken sınır koşullarının optik dalga boylarında geçerli olmaması, empedans yüzeylerinin modellenmesini gerektirmektedir. Bunu mükemmel olmayan mikro aynaların optik sistemlerdeki kullanımında görmekteyiz. Ayrıca mükemmel iletken olmayan metalin radyasyon performansına etkisinin bulunmasında, mükemmel iletken sınır şartlarının kullanılamaması da modelleme için gerekli diğer bir etkidir. Her iki durumda problem, değiştirilmiş sınır koşulları kullanılarak elektromanyetik sınır değer problemini ile formülize edilebilir.

Literatürde çeşitli tekli ve çift reflektör anten sistemleri çalışılmıştır (Scott, 1990; Bhattacharyya, 1995). Cassegrain, Gregorian ve bunların değişik tipleri, çift reflektör antenlere örnek verilebilir. Bu sistemlerde, reflektör antenin ana çanak kısmı genel olarak elektriksel olarak büyük boyuttadır. Metal kısmın mükemmel iletkeneye yakın olduğu durumlarda dahi, toplam radyasyon performansını arttırmak için kenar bölgesine yakın kısımlar uygun empedans tipindeki malzemeyle kaplanmıştır (Bucci and Franceschetti, 1980). Reflektörün yüzeyini kaplayan metalin düşük iletkenlikli olduğu durumlarda da empedans sınır şartlarını kullanarak model oluşturmak gerekmektedir.

Elektromanyetik saçınım problemlerinin tam dalga modellenmesinde, zaman ortamı sonlu farklar metodu (Hower et al., 1993) ve sonlu elemanlar metodu (Volakis et al., 1994) sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak özellikle büyük reflektörler için geometriyi bölmelemek için çok sayıda bilinmeyene ihtiyaç duyulur. Problemin formülasyonunda kullanılan bir diğer metot ise tekil integral denklemdir (SIE). Bu sayede radyasyon koşulu otomatik olarak sağlanırken, uygun sınır koşulları ile bilinmeyen sayısı azaltılır. Bir diğer yararlı metot ise Moment Metodudur (MoM). Uygun baz ve test fonksiyonlarının kullanıldığı MoM, mükemmel iletken reflektör yüzeylerinin analizinde uygulanabilir (Barclay and Rusch, 1991; Heldring et al., 2004). Empedans tipindeki yüzeyler için MoM'un değiştirilmiş şekli kullanılabilir (Glisson, 1992). Ancak yakınsaklık yine de garanti edilemez ve uzun hesaplama süreleri oluşabilir. Bu nedenle küçük ve orta büyüklükte reflektörler için bu metodun kullanımı daha uygun olmaktadır.

Empedans reflektör problemlerinin asimptotik davranışlarının çözümleri ilgili çalışmalar, empedans yüzeyli iki boyutlu dairesel yüzeylerden saçınım olarak karşımıza çıkmaktadır (Idemen and Büyükaksoy, 1984; Akduman and Büyükaksoy, 1995). Reflektörün kenar bölgesine yakın kısımlarda empedans

yüklemesinin yapılmasıyla daha iyi toplam radyasyon desenleri elde edilmiştir (Bucci et al., 1981). Saçının geometrik teorisi tipindeki hesaplamalar, empedans yarı düzlem problemlerinin kanonik çözümlerinde kullanılmıştır (Tiberio et al. 1985; Volakis 1986). Bu çalışmalarda, kaynak olarak düzlem dalga kullanılırken; empedans yarı düzlem problemleri ile ilgili bazı çalışmalarda genellikle Gausiyen ışınının kaynak olarak kullanıldığı görülmektedir (Umul, 2007). Yapılan geliştirmelerle silindirik, parabolik empedans yüzeylerden saçınım probleminin çözümü, çok yönlü çizgisel kaynak kullanılarak elde edilmiştir (Umul, 2008). Ancak tüm bu empedans yüzeyler için çözümler asimptotik sonuçlardır ve yaklaşık çözümlerdir.

Dikkat çekici nümerik yöntemlerden biri de Analitik regülarizasyon metodudur (MAR). Bu metot, SIE kullanarak çekirdek fonksiyonu daha tekil (genellikle statik) ve artık fonksiyon olmak üzere iki kısma ayırır (Nosich, 1999). En tekil olan kısmın ortogonal fonksiyonları olan global baz fonksiyonları analitik ters almayı mümkün kılar. Bu işlem Riemann Hilbert Problemi (RHP) ve ters Fourier alma prosedürü olabilir. Fonksiyonun artık kısmı ikinci tür Fredholm matris denklemini oluşturur ve nümerik olarak yakınsak çözüme imkan sağlar. Bu teknik çift seriler denkleminin beraber iki boyutlu dairesel ekran çözümünde sunulmuştur (Oğuzer et al., 1995). Benzer bir yaklaşım da iki boyutlu dairesel olmayan reflektör anten sistemleri veya daha karmaşık yakın alan problemlerinde uygulanmıştır (Oğuzer et al., 2001; Boriskina et al. 2007; Oğuzer et al., 2004, Oğuzer, 2001b; Oğuzer and Altıntaş, 2005; Oğuzer and Altıntaş, 2007; Yurchenko et al., 1999). Kompleks kaynak noktası (CSP), antenlerin kaynak kısmı için kullanılmıştır.

Mükemmel iletken olmayan reflektör problemi SIE-MAR tekniği ile çözülebilmektedir. İki boyutlu dairesel, düzgün resistif dağılımlı reflektörün düzlem dalgayla aydınlatıldığı durum çalışılmıştır (Nosich et al.,1996). Ayrıca aynı geometrinin düzgün olmayan resistif dağılımı da CSP kaynak aydınlatması altında modellenmiştir (Nosich et al., 1997). Dairesel olmayan kesitli düzgün ya da düzgün olmayan resistif yüzeyler de yapılan çalışmalardandır (Oğuzer et al., 2009). Bu çalışmada parabolik reflektör analizi CSP aydınlatma durumu düşünülmüştür. Ayrıca benzer problemin düzgün olmayan resistif reflektör yüzeyi için H-polarizasyon durumunda analizi yapılmıştır (Oğuzer et al., 2013)

MAR tekniği çift seriler eşitliği, resistif ya da empedans tipteki düz, periyodik iki boyutlu şerit yapıların nümerik çözümlerinde kullanılmıştır (Zinenko et al., 1998; Zinenko and Nosich, 2006). Bu çalışmalar sayesinde karşılaştırma yapabilmek adına referans sonuçlar sağlanmıştır. Benzer bir MAR yaklaşımı

kullanılarak sonsuz, ince, düz, gümüş, nano yapıdaki şeritlerden ışık saçınım ve soğurum problemi çözülmüştür (Zinenko et al., 2013).

Bu tez çalışmasında, iki boyutlu eğrisel yapıdaki empedans veya dielektrik yüzey kaplı reflektör analizi CSP aydınlatma altında analiz edilmiştir. SIE-MAR teknikleri çift seriler eşitlikleriyle birlikte çözümde kullanılmıştır. İnce tabaka sınır şartları literatürde verildiği şekilde elektrik ve manyetik resistiviteler kullanılarak uygulanmıştır (Bleszynski et al., 1993). Böylece çift seriler eşitlikleri ile iki denklem sistemi elde edilmiştir. İlk denklem Ters Fourier prosedürü ile ikinci de Riemann-Hilbert Problemi (RHP) tekniği ile regülerize edilmiştir. Artık kısımlar ikinci tür Fredholm sistemine uyarlanmıştır. Doğruluk ve yakınsaklık açısından nümerik sonuçlar elde edilmiş ve sonuçların hassasiyeti kontrol altına alınıp doğrulanmıştır. Dairesel profile sahip reflektör durumu için MoM sonuçları da elde edilip karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır. Yapılan bu tez çalışmasının MoM tekniğine göre daha hassas, daha doğru ve daha kısa hesaplama süreleri ile sonuçlar verdiği görülmüştür.

Verilen matematiksel ifadelerde zamana bağlılık $e^{-j\omega t}$ olarak alınmış ama gösterilmemiştir.

1.1 Tez Ana Hatları

İlk bölümde, literatürde yapılan çalışmalar anlatılmıştır.

İkinci bölümde, radyasyon kaynağı olarak kullanılan kompleks kaynak noktasından bahsedilmiştir. Matematiksel ifadeler anlatıldıktan sonra uzak alan ifadeleri belirtilmiştir.

Üçüncü bölümde, Riemann-Hilbert Probleminin temelleri anlatılmıştır. Kanonik çift seri denklemlerin çözümü detaylı olarak açıklanmıştır.

Dördüncü bölümde, integral denklemlerinin oluşturulmasında kullanılan ince tabakalar için sınır koşulları incelenmiştir. Öncelikle en genel haliyle ince tabaka sınır koşulları hakkında bilgi verilmiştir. Ardından geçirgen ya da geçirgen olmayan durumlar için kullanılan koşullar incelenmiştir.

Beşinci bölümde, problemin regülarize edilmiş formülasyonu açıklanmıştır. Problem geometrisi detaylı olarak verilmiştir. Ardından integral denklemlerinin çıkarılışı birinci ve ikinci integral denklemleri için ayrı ayrı anlatılmıştır. Tüm bu formülasyon esnasında yüzeye ait parametrelerin açıya göre değişmediği düşünülerek işlemler yapılmıştır. Açıya göre değişen durumlar için ise yapılan formülasyon düzgün olmayan durum olarak açıklanmıştır.

Altıncı bölümde, karşılaştırma amaçlı kullanılan yaklaşık teknik formülasyonu açıklanmıştır. Kullanılan geometriye uygun olacak şekilde seçilen fonksiyonlar, hacimsel eşlik teoremi, uzak alan ifadeleri bu kısımda belirtilmiştir.

Yedinci bölümde, yapılan nümerik sonuçlar ve karşılaştırmalı analizler incelenmiştir.

Sekizinci bölümde, yapılan analizlerle ilgili yorumlar verilmiştir.

Dokuzuncu bölümde, yapılan analizlerle ilgili gelecekte yapılabilecek çalışmalar ve öneriler verilmiştir.

2 KOMPLEKS KAYNAK NOKTASI TEKNİĞİ

Homojen, sınırlı olmayan ortamda bulunan çizgisel kaynağın bulunduğu pozisyon kompleks ortama aktarıldığında iki boyutta bir hüzme elde edilir. CSP tekniği ile bu şekildeki çizgisel yük kaynağının Green fonksiyonları, direktif ışınların alan çözümlerine dönüştürülmüş olur. Bu sayede tüm saçınım çözümleri, ışın kaynağının olduğu durumlarda alan yanıtını almayı sağlar.

İki boyutta, orijinden (r_0, θ_0) kadar uzaktaki çizgisel yük yoğunluğunu ele alalım. Herhangi bir (r, θ) gözlem noktası için dalga denkleminin çözümü

$$u^{in}(\vec{r}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR) \approx \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \quad kR \gg 1 \quad (2.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $k=\omega/c$ ve $H_0^{(1)}(kR)$ ifadesi de birinci tür Hankel fonksiyonu olarak verilmektedir. R uzaklığı da kaynağın gözlem noktasına olan uzaklığı olup,

$$R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\theta - \theta_0)} \quad (2.2)$$

olarak tanımlanmıştır.

Uzak alan durumunda ($r \gg r_0$), $R = r - r_0 \cos(\theta - \theta_0)$ ifadesi faz terimi, $R \sim r$ ifadesi de genlik olarak alınarak

$$u^{in}(r, \theta) = C \frac{e^{ik(r - r_0 \cos(\theta - \theta_0))}}{\sqrt{kr}} \quad 0 < \theta_0 < \pi \quad (2.3)$$

yazılır. Burada C , kompleks bir sayıyı belirtmektedir.

Kaynak noktasının koordinatları olan (r_0, θ_0) , kompleks koordinatlara (r_s, θ_s) çevrildiğinde

$$\vec{r}_s = \vec{r}_0 + i\vec{b} \quad (2.4)$$

yazılabilir. Kutupsal koordinatlardaki vektörler $\vec{r}_0 = (r_0, \theta_0)$, $\vec{r}_s = (r_s, \theta_s)$ ve $\vec{b} = (b, \beta)$ şeklinde tanımlıdır. b vektör ifadesindeki b parametresi ışının keskinliğini, β ise yönelimi tanımlar. Denklemlerdeki tüm açılar x eksenine göre alınmıştır. r_s ve θ_s değeri de

$$r_s = \sqrt{r_0^2 + 2ir_0b \cos(\beta - \theta_0) - b^2} \quad \text{Re}(r_s) > 0 \quad (2.5)$$

$$\theta_s = \arccos\left(\frac{r_0 \cos(\theta_0) + ib \cos(\beta)}{r_s}\right) \quad (2.6)$$

şeklinde dir. Burada $b > 0$ ve $0 \leq \beta \leq 2\pi$ şartları sağlanmalıdır. r_0, θ_0 ifadelerinde r_s, θ_s eşitlikleri

$$u^{in}(r, \theta) = C \frac{e^{ik(r-r_s \cos(\theta-\theta_s))}}{\sqrt{kr}} \quad r \gg |r_s| \quad (2.7)$$

$$r_s \cos(\theta - \theta_s) = r_s \cos(\theta_s) \cos(\theta) + r_s \sin(\theta_s) \sin(\theta) \quad (2.8)$$

$$r_s \cos(\theta_s) = r_0 \cos(\theta_0) + ib \cos(\beta) \quad (2.9)$$

$$r_s \sin(\theta_s) = r_0 \cos(\theta_0) + ib \sin(\beta) \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} r_s \cos(\theta - \theta_s) &= r_0 \cos(\theta - \theta_0) + ib \cos(\theta - \beta) \\ &= (r_0 \cos \theta_0 + ib \cos \beta) \cos \theta + (r_0 \cos \theta_0 + ib \sin \beta) \sin \theta \end{aligned} \quad (2.11)$$

olarak verilmektedir. Bulunan ifadeler, alan ifadesinde yazılırsa,

$$u^{in}(r, \theta) = C \frac{e^{ik(r-r_0 \cos(\theta-\theta_0))}}{\sqrt{kr}} e^{kb \cos(\theta-\beta)} \quad (2.12)$$

elde edilir. Bu eşitlikte, ilk eksponansiyel ifade çokyönlü silindirik dalgayı ifade ederken, ikinci eksponansiyel ise maksimum değerini $\theta=\beta$, minimum değerini de $\theta=\beta+\pi$ durumunda alan modüle eden ışın hüzmesini gösterir.

Çizgisel kaynaktan yayılan C genlikli ve r_s kompleks pozisyonundaki alan ifadesi,

$$u^{in}(r, \theta) = CH_0^{(1)}(k |\vec{r} - \vec{r}_s|) \quad (2.13)$$

olarak yazılabilir. Hankel fonksiyonlarının toplam teoremine göre seriye açılarak

$$u^{in}(r, \varphi) = C \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(kr_s) H_n^{(1)}(kr) e^{in(\varphi-\theta_s)} \quad r > |\vec{r}_s| \quad (2.14)$$

ifadesine ulaşılır (Oğuzer, 1996).

CSP tekniğinin kullanıldığı formülasyon önümüzdeki kısımlarda incelenecektir. Şimdi ise problemin çözümünce kullanılan RHP metodunun matematiksel altyapısı verilecektir.

3 RHP METODUNUN MATEMATİKSEL İFADELERİ

Riemann-Hilbert Problem (RHP) tekniği, kanonik dalga saçınım ve kırınım problemlerinde analitik çözüme imkan veren kompleks değişken teorisi olarak adlandırılır. Bu teknikle çözülebilen kanonik problemlere bir yönde sonsuz, dairesel silindirlerden düzlem dalga saçınımı örnek verilebilir. Sınırların periyodik olması nedeniyle, tüm problemler çift seriler şeklinde düzenlenerek $e^{in\phi}$ şeklindeki fonksiyonların kümesi olarak yazılır ($n=0, \pm 1, \pm 2$).

Genelleştirilmiş potansiyel teorisi kullanılarak iki boyutlu dalga saçınımı problemleri tekil integral denklemlerine indirgenebilir. Fredholm teorisi bu tarz integral denklemlerinde önemli yer tutar. Bunun yanında Fourier dönüşümü ve kompleks analiz teknikleri integral denklemlerinin çözümünde yer alırlar. Wiener-Hopf (WH) tekniği kullanılan diğer bir metottur. Yarısonsuz, sıfır kalınlıklı tabakalardan saçınım gibi kanonik yapıdaki saçınım problemlerinin tam çözümünde bu metotlar kullanılır. Ayrıca çok sayıda farklı geometriler için de uygun yaklaşık çözümler elde edilebilir. Tüm bu problemler, eşdeğer çift integral denklemleri formunda düzenlenebilen tarzda yapılarıdır.

Riemann-Hilbert Problem yaklaşımının gelişimi 1960'lı yıllardan beri saçınım teorisinde önemli bir adım olarak düşünölmektedir. Bu kısımda Nosich tarafından açıklanan yaklaşım kullanılacaktır (Hashimoto et al., 1993). Yapılan çalışmalarda, genel olarak birleşik rezonant saçıcılarla ilgili olup; RHP yaklaşımı detaylı olarak anlatılmıştır. Bu yaklaşımda, $X(z)$ analitik fonksiyonunun yeniden oluşturulması problemi ele alınmıştır. Kapalı, sonlu ya da sonsuz bir L eğrisinin z ($z=x+iy$) düzlemindeki $X^{\pm}(z_0)$ limit değerlerini kullanarak

$$X^{+}(z_0) - A(z_0)X^{-}(z_0) = B(z_0), \quad z_0 \in L \quad (3.1)$$

şartını sağlayan fonksiyonlar ile teknik uygulanır. Burada $A(z_0)$ ve $B(z_0)$ bilinen katsayı ve RHP serbest terim fonksiyonlarıdır (Oğuzer, 1996).

Bundan sonraki kısımda kompleks değişkenli analitik fonksiyonlar teorisi ve Cauchy tipi integraller ele alınacaktır. Riemann-Hilbert problemi ile ilgili olarak da açık ya da kapalı bir eğri üzerinde tanımlı belirli bir geçiş koşulunu sağlayan analitik fonksiyonun bulunmasından sözedilecektir.

3.1 Kompleks Değişken Teorisinde Riemann-Hilbert Problemi

Kapalı, düzgün bir L eğrisi kompleks düzlemi Q^+ ve Q^- olmak üzere iki bölgeye ayırmış olsun. Burada Q^+ dış kısmı, Q^- iç kısmı belirtsin. $X(z)$ bölgesel bir analitik fonksiyon olmak üzere $X(z) = X^\pm(z)$ şeklinde $z \in Q^\pm$ için tanımlanabilir. $X(z)$ fonksiyonunun sonsuzda sıfırlanıp geçiş şartını sağlayacak olduğu varsayılırsa

$$X^+(z_0) - X^-(z_0) = B(z_0), \quad z_0 \in L \quad (3.2)$$

Cauchy integrali çözümü vermektedir.

$$X(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{B(z_0)}{(z_0 - z)} dz_0 \quad (3.3)$$

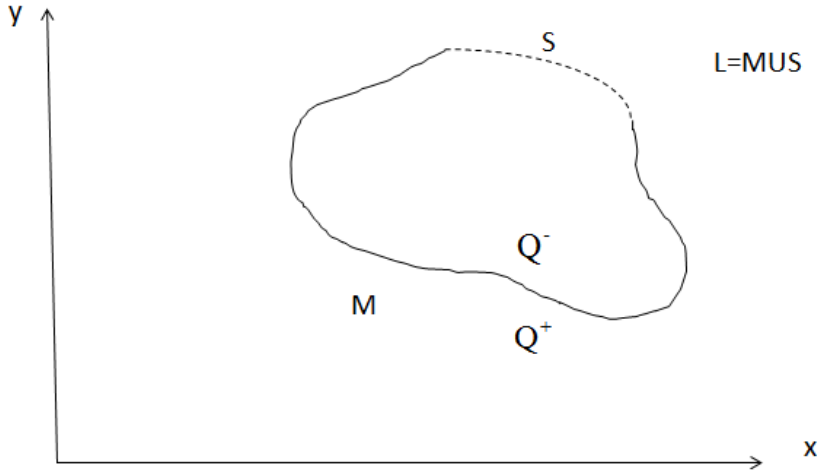
Bu tip integrallerde, Plemelj-Sokhotskii formülleri geçerli olmaktadır.

$$X^\pm(z_0) = X(z_0) \pm \frac{1}{2} B(z_0) \quad (3.4)$$

RHP ise bu tip problemin genelleştirilmiş versiyonudur. Bilinen bir fonksiyon $A(z_0)$ olmak üzere, L eğrisi üzerinde Hölder sürekli fonksiyonu olarak tanımlanacak olursa

$$X^+(z_0) - A(z_0)X^-(z_0) = B(z_0), \quad z_0 \in L \quad (3.5)$$

şartını sağlayan $X(z)$ fonksiyonu da benzer şekilde yazılabilir.



Şekil 3.1 Kompleks düzlemdeki basit ve kapalı eğri modeli

$A(z_0)$ ve $B(z_0)$ katsayılarının süreksiz olduğu durumlarda problem daha genel yapı alır. Ayrıca $X(z)$ fonksiyonunun sonsuzdaki davranışı da değişiklik gösterebilir. Örneğin z değişkenine bağlı bir polinom olarak yazılabilir.

Şekil 3.1'de M ve S kümelerinden oluşan L eğrisi $MUS=L$ şeklinde verilmiştir. $X(z)$ analitik fonksiyonunu bulmak için sınır değer problemi

$$X^+(z_0) + X^-(z_0) = B(z_0), \quad z_0 \in M \quad (3.6)$$

$$X^+(z_0) - X^-(z_0) = 0, \quad z_0 \in S \quad (3.7)$$

şeklinde verildiğini düşünelim. Bu denklem sistemi, tek bir eşitlik olacak şekilde yazılırsa,

$$X^+(z_0) - \tilde{A}X^-(z_0) = \tilde{B}(z_0) \quad (3.8)$$

elde edilir. Denklem (3.8), kapalı eğri L üzerinde geçerlidir. Buradaki süreksiz katsayı ve serbest terim fonksiyonları

$$\tilde{A}(z_0) = \begin{cases} -1, & z_0 \in M \\ +1, & z_0 \in S \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\tilde{B}(z_0) = \begin{cases} B(z_0), & z_0 \in M \\ 0, & z_0 \in S \end{cases} \quad (3.10)$$

şeklinde yazılabilir.

İleriki adımlardaki işlemler için bilinmeyen $X(z)$ fonksiyonunun sonsuzdaki ve $\tilde{A}(z)$ ve $\tilde{B}(z)$ fonksiyonlarının süreksiz olduğu M açık eğrisinin uçlarındaki noktalarındaki davranışının belirlenmesi gerekmektedir. Bu nedenle $X(z)$ fonksiyonunun uç noktalarındaki tekilliğinin $1/2$ mertebesinde ve sonsuzda da sıfır olduğu varsayılmıştır. Bu da dalga saçınımı ve mükemmel iletken sıfır kalınlıklı yarıklı silindireler için tipik davranış tarzıdır. Bununla beraber RHP tekniği, tekilliği 1'den küçük çözümleri yapabilmektedir (Oğuzer, 1996).

3.2 Riemann-Hilbert Problem Tekniği Çözümü

Önceki kısımda yapılan kabullerle, $R(z)$ karakteristik fonksiyonu tanımlansın. $R(z)$ fonksiyonun $X(z)$ ile çarpımı her yerde tekil olmayan fonksiyonlar oluştursun. Örneğin kompleks düzlemde düzenli fonksiyonlar gibi.

$R(z)$ fonksiyonu,

$$R(z) = (z - \alpha_1)^{1/2} (z - \alpha_2)^{1/2} \quad (3.11)$$

şeklinde verilsin. Burada $z = \alpha_{1,2}$ uç noktalar olup, dallanma kesimi α_1 ile α_2 arasında ve M boyunca. $R(z)$ fonksiyonu için limit değerler için ise $z \rightarrow z_0 \in M$ durumunda işaret değişikliği olur.

$$R(z) \rightarrow R^\pm(z_0) = \pm R^+(z_0) \quad (3.12)$$

$Y(z)$ ve $D(z_0)$ fonksiyonları

$$\begin{aligned} Y(z) &= X(z)R(z) \\ D(z_0) &= \tilde{B}(z_0)R^+(z_0) \end{aligned} \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlansın. L kapalı eğrisi üzerinde sürekli katsayı fonksiyonlu RHP

$$Y^+(z_0) - Y^-(z_0) = D(z_0) \quad (3.14)$$

yazılabilir. Karakteristik fonksiyon sonsuzda tek bir basit kutba sahiptir.

Çözüm ise

$$Y(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{D(z_0)}{(z_0 - z)} dz_0 + C \quad (3.15)$$

şeklinindedir. Denklem (3.15), $X(z)$ 'nin fonksiyonu olarak yazılırsa

$$X(z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{1}{R(z)} \int_M \frac{R^+(z_0)B(z_0)}{(z_0 - z)} dz_0 + \frac{C}{R(z)} \quad (3.16)$$

elde edilir. Böylece Denklem (3.6)'da verilen Riemann-Hilbert probleminin tam çözümü elde edilir. Burada $X(z)$, sonsuzda sınırlı davranış gösterip, M eğrisinin uç noktalarında $1/2$ mertebesinde tekilliğe sahiptir (Oğuzer, 1996).

3.3 Kanonik Çift Seri Denklemlerinin Çözümü

Trigometrik çekirdekli, sonsuz katsayısı bulunan x_n ($n=0, \pm 1, \dots$) dizisine ait çift seri denklemlerini düşünelim.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |n| e^{in\varphi} = F(e^{i\varphi}), \quad \varphi \in M (|\varphi| < \theta) \quad (3.17)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\varphi} = 0, \quad \varphi \in S (\theta < |\varphi| < \pi) \quad (3.18)$$

Bu çift seri denklemini, Riemann-Hilbert problemi dönüştürülerek çözülebilir. Denklem (3.18)'deki seriler, terim terim türevlenebilir olarak kabul edilirse, φ değişkenine göre türevlenmiş olarak tekrar yazıldığında

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |n| e^{in\varphi} = F(e^{i\varphi}), \quad \varphi \in M \quad (3.19)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n n e^{in\varphi} = 0, \quad \varphi \in S \quad (3.20)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\varphi} = 0 \quad (3.21)$$

elde edilir. Denklem (3.21), Denklem (3.18)'de $\varphi=\pi$ yazılarak bulunmuştur. Burada amaç türev ifadesindeki sabit terimden kurtulmaktır.

$X^{\pm}(z)$ kompleks değişkenli fonksiyonu $z=re^{i\varphi}$ olacak şekilde tanımlansın.

$$X^+(z) = + \sum_{n=1}^{\infty} x_n n z^n, \quad Q^+ = \{z : |z| < 1\} \quad (3.22)$$

$$X^-(z) = - \sum_{n=-\infty}^{-1} x_n n z^n, \quad Q^- = \{z : |z| > 1\} \quad (3.23)$$

Böylece $|z|=1$ çemberinde tanımlı denklem yazılabilir.

$$X^+(e^{i\varphi}) - AX^-(e^{i\varphi}) = B \quad (3.24)$$

Burada bilinen ancak süreksiz katsayı ve serbest terim fonksiyonları ise

$$A(\varphi) = \begin{cases} -1, & \varphi \in M \\ +1, & \varphi \in S \end{cases} \quad (3.25)$$

$$B(\varphi) = \begin{cases} F(e^{i\varphi}), & \varphi \in M \\ 0, & \varphi \in S \end{cases} \quad (3.26)$$

şeklindedir. Denklem (3.24)'ün tam çözümü için, $X(z)$ bilinmeyen fonksiyonunun sonsuzdaki ve uç noktadaki davranışını sınırlamak gereklidir. $X(z)$, $|z| \rightarrow \infty$ durumunda sıfırlanmalı ve uç noktalarda karekök tekillik olduğu, $z=e^{\pm i\theta}$ düşünülürse, çözüm; Denklem (3.16)'da verildiği gibidir. $X(z)$ fonksiyonunun limit değerleri için Plemelj-Sokhotskii formülleri kullanılarak

$$X^+(t_0) - X^-(t_0) = \frac{Q(t_0)}{i\pi} \int_S \frac{R^+(t)F(t)}{(t-t_0)} dt + 2CQ(t_0) \quad (3.27)$$

yazılabilir. Verilen $Q(t_0)$ fonksiyonu da

$$Q(t_0) = \begin{cases} [R^+(t_0)]^{-1}, & t_0 \in M \\ 0, & t_0 \in S \end{cases} \quad (3.28)$$

şeklindedir.

Denklem (3.22) ve (3.23) 'teki tanım gereği

$$X^+(t_0) - X^-(t_0) = \sum_{(n)} n x_n e^{in\varphi} \quad (3.29)$$

yazılabilir. Denklem (3.29)'da ters Fourier dönüşümü alınarak

$$mx_m = V_m(F, \theta) + 2CR_m(\theta), \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (3.30)$$

elde edilir. Buradaki fonksiyonların açık ifadeleri de integral altında verilmiştir.

$$\begin{aligned} V_m(F, \theta) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q(e^{i\psi_0}) V(F, e^{i\psi_0}) e^{-im\psi_0} d\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_M \frac{V(F, e^{i\psi_0}) e^{-im\psi_0}}{R^+(e^{-\psi_0})} d\psi_0 \\ V(F, e^{i\psi_0}) &= \frac{1}{i\pi} P.V. \int_M \frac{R^+(t) F(t)}{t - e^{i\psi_0}} dt \\ R_m(\cos(\theta)) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Q(e^{i\psi_0}) e^{-im\psi_0} d\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_M \frac{e^{-im\psi_0}}{R^+(e^{i\psi_0})} d\psi_0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Denklem (3.27)'deki sabit terim $m=0$ şartı ile bulunabilir.

$$C = -\frac{V_0}{2R_0} \quad (3.32)$$

Serbest terim fonksiyonunun da Fourier serisine açılımı alınır

$$F(e^{i\psi}) = \sum_{(n)} f_n e^{i\psi n} \quad (3.33)$$

yazılabilir. V_m fonksiyonu ise

$$V_m(F, \theta) = \sum_{(n)} f_n V_m^n \quad (3.34)$$

$$V_m^n = \frac{1}{2\pi} \int_M \frac{v_n(e^{i\psi_0}, \theta)}{R^+(e^{i\psi_0})} e^{-im\psi_0} d\psi_0 \quad (3.35)$$

$$v_n(t_0, \theta) = \frac{1}{i\pi} P.V. \int_M \frac{R^+(t) t^n}{t - t_0} dt$$

şeklindedir. Denklem (3.27) ise

$$x_m m = \sum_{(n)} f_n \tilde{V}_m^n \quad (3.36)$$

$$\tilde{V}_m^n = V_m^n - V_0^n \frac{R_m}{R_0} \quad (3.37)$$

denklemlerine indirgenebilir. x_0 terimi de

$$x_0 = -\sum_{(n)} f_n \sum_{(m \neq 0)} (-1)^m \frac{\tilde{V}_m^n}{m} \quad (3.38)$$

ile bulunabilir. Legendre polinomları cinsinden sonuçlar yeniden yazılabilir.

$$V_m^n(\cos \theta) = \frac{m+1}{2(m-n)} [P_m(\cos \theta)P_{n+1}(\cos \theta) - P_{m+1}(\cos \theta)P_n(\cos \theta)] \quad (3.39)$$

$$R_m(\cos \theta) = \frac{1}{2} P_m(\cos \theta), \tilde{V}_m^n = V_{m-1}^{n-1} \quad (3.40)$$

$$\sum_{m \neq 0} (-1)^m \frac{V_{m-1}^{n-1}(\cos \theta)}{m} = \begin{cases} -1(1/n)V_{n-1}^{-1}(\cos \theta), & n \neq 0 \\ \ln\left(\frac{1+\cos \theta}{2}\right), & n = 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

Böylece kanonik çift seri denklemlerinin çözümü Riemann-Hilbert problemi metoduyla

$$x_m = \sum_{(n)} f_n T_{mn}(\cos \theta) \quad (3.42)$$

bulunabilir. T_{mn} fonksiyonları ayrıca Ek-2 kısmında verilmiştir.

Riemann-Hilbert Problemi ilk olarak kırım teorisi kapsamında tanıtılmıştır (Agronovitch et al., 1962, Oğuzer'den, 1996). Düzlem dalga saçınım problemine uygulanan metot ile çözüme ulaşılmıştır. Ardından çok farklı saçınım problemine çok sayıda yazar tarafından da uygulanmıştır. Diğer problemler uyarlanmasıyla ilgili yaklaşımlara literatürde ulaşmak mümkündür (Oğuzer, 1996).

Riemann-Hilbert probleminin çözümü için gerekli denklemlerin elde edilmesinde sınır koşullarının tanımlı olması gerekir. Bundan sonraki kısımda ince tabaka sınır koşullarında sözedilecek olup matematiksel ifadelere yer verilecektir.

4 İNCE TABAKALAR İÇİN SINIR KOŞULLARI

Günümüzde dielektrik ya da manyetik özellikli ince tabakalardan saçınım ilgi çekici bir konu olmuştur. Bu tip sistemlerden yansıma ya da iletim karakteristikleri frekans seçici yüzeyler, radom ve anten dizaynları, elektromanyetik imza gibi konular için önem taşımaktadırlar (Bleszynski et al., 1993).

İnce tabakalı sistemlerin alan, saçınım ya da yayılım hesaplamalarında, tabakalar elektriksel olarak ince yapılar olarak kabul edildiği durumda daha az yoğun işlemler yapılmaktadır. Bu durumda, problem yüzey integral denklemlerine dönüşmektedir (Bleszynski et al., 1993).

İnce, tabakalı yüzeyler için çeşitli tipte sınır koşulları geliştirilmiştir. Geçirgen olmayan yapılar için (mükemmel iletken yüzeyleri kaplayan ince tabakalar) empedans sınır şartları (Landau and Lifschitz, 1982; Bleszynski'den, 1993) ve kapalı yüzeyler integral denklemleri (Colton and Kress 1983; Bleszynski'den, 1993) çok iyi şekilde tanımlanmıştır. Diğer tip sınır koşulları ve ilgili integral denklemleri, geçirgen yapılara da uygulanmıştır. Bu durumda, yüzeyin kapalı ya da açık olması arasında bir farklılık kalmamış çünkü her iki durum da iletim-sınır koşulları ile belirtilmiştir.

İnce yüzeyler üzerindeki çalışmaların büyük çoğunluğu integral denklemlerinden problemi oluşturan sınır koşullarına ayrılmıştır. İntegral denklemleri ise kapalı yüzey integral alan ifadelerinden türetilebilir. Asimetrik durumlarda ise basit olmayan limitlerin hesabı gerekir. Bu tip problemler ancak özel geometriler için formülize edilebilir (Newman and Schrote, 1984; Bleszynski'den, 1993).

Bu kısımda, yüzeylerinde farklı yansıma özellikleri bulunan iki maddeden oluşan tabakalı yüzey için sıfır-derece sınır şartları verilecektir. Bu tip sınır şartları en genel cebirsel formları ve alan ifadelerinin sadece teğet bileşenlerini içermektedir. Türev terimleri bu ifadelerde yer almamaktadır. Asıl amaç yüzey integral denklemleri elde etmektir (Bleszynski, 1993b; Bleszynski'den, 1993).

Denklemlerdeki sıfır-derece yüzey sınır şartları aslında elektrik ve manyetik teğet yüzey akımlarını kullanan genelleştirilmiş Ohm yasasıdır. Bu akımlar yüzey integral denklemlerinde kullanılıp denklemin bilinmeyenleri olarak yazılır. Bu şekilde elde edilen denklemler, elektrik ya da manyetik alan denklemleri tipinde ancak birbirine bağımlıdır.

Yüzeyler, yapılarına göre iki kısımda incelenebilir.

Geçirgen olmayan Yapılar: İki farklı yüzey empedanslı geometrilerdir. Örneğin mükemmel iletken yüzeyi kaplayan farklı malzemedeki yapılar.

Geçirgen Yapılar: İki farklı yansımaya katsayısı ile modellenmiş yüzeylerdir. Örneğin farklı dielektrik ya da manyetik özellikleri farklı iki malzemenin oluşturduğu yapılar (Bleszynski et al., 1993).

Bu tip yapılara ait sınır koşullarını vermeden önce, genel olarak ince tabaka sınır koşullarının ne olduğunu açıklamak gerekmektedir. Bir sonraki bölümde bu konu açıklanacaktır.

4.1 Sınır Koşullarının Genel Formu

Sınır koşulları, yüzey integral gösterimi kullanılarak Ohm kanunu yardımıyla yazılabilir. Detaylı formülasyon literatürde verilmiştir (Landau and Lifschitz, 1982; Bleszynski'den, 1993).

$$\begin{aligned}\langle \vec{E}_T(\vec{r}) \rangle &= R_T(\vec{r})\vec{J}_T(\vec{r}) + W_T(\vec{r})\hat{n}^+(\vec{r}) \times \vec{M}_T(\vec{r}) \\ \langle \vec{H}_T(\vec{r}) \rangle &= S_T(\vec{r})\vec{M}_T(\vec{r}) + W_T(\vec{r})\hat{n}^+(\vec{r}) \times \vec{J}_T(\vec{r})\end{aligned}\quad (4.1)$$

Burada \vec{E}_T ve \vec{H}_T , teğet elektrik ve manyetik alan bileşenleri; \vec{J}_T ve \vec{M}_T , teğet elektrik ve manyetik yüzey akımları; R_T , S_T ve W_T parametreleri de elektrik, manyetik ve çapraz resistivitelerdir.

Sınır koşullarındaki ortalama alan ve akım bileşenleri tekrar yazılırsa,

$$\begin{aligned}\langle \vec{E}_T(\vec{r}) \rangle &= \frac{1}{2}[\vec{E}_T^+(\vec{r}) + \vec{E}_T^-(\vec{r})] \\ \langle \vec{H}_T(\vec{r}) \rangle &= \frac{1}{2}[\vec{H}_T^+(\vec{r}) + \vec{H}_T^-(\vec{r})]\end{aligned}\quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}\vec{J}_T(\vec{r}) &= \hat{n}^+(\vec{r}) \times [\vec{H}_T^+(\vec{r}) - \vec{H}_T^-(\vec{r})] \\ \vec{M}_T(\vec{r}) &= -\hat{n}^+(\vec{r}) \times [\vec{E}_T^+(\vec{r}) - \vec{E}_T^-(\vec{r})]\end{aligned}\quad (4.3)$$

elde edilir. Burada “+” ve “-“ yüzey üzerindeki yüzleri, \hat{n}^+ vektörü de “-“ yüzden “+” yüze doğru verilen birim normal vektördür.

Bu tanımlamalardan sonra geçirgen ve geçirgen olmayan yapılardan söz etmek gerekmektedir.

4.2 Geçirgen Olmayan İnce Yapılarda Sınır Koşulları

Açık, geçirgen olmayan yüzeyler için empedans sınır koşulları,

$$\vec{E}_T^\pm(\vec{r}) \mp Z^\pm(\vec{r}) \hat{n}(\vec{r}) \times \vec{H}_T^\pm(\vec{r}) = 0 \quad (4.4)$$

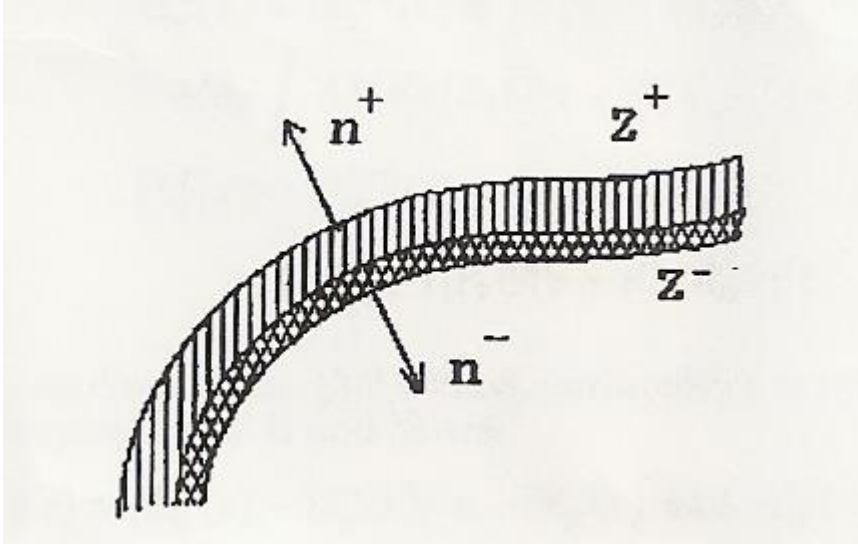
şeklindedir. $Z^+(\vec{r})$ ve $Z^-(\vec{r})$ değerleri farklı değerler alabilirler. Bu empedans değerleri, yansıma katsayılarını belirlerler.

Mükemmel iletken, ince bir plakanın iki dielektrik /manyetik tabaka arasında bulunduğu fiziksel bir sistem için, tabakaların empedans değerleri

$$Z^\pm = -i \sqrt{\frac{\mu^\pm}{\varepsilon^\pm}} \tan(\sqrt{\varepsilon^\pm \mu^\pm / (\varepsilon_0 \mu_0)} k_0 d^\pm) \quad (4.5)$$

ifadesiyle verilmektedir (k_0 serbest uzaydaki dalga vektörü). Burada ε^\pm , μ^\pm ve d^\pm parametreleri sırasıyla + ve - yüzeylere ait elektrik geçirgenlik, manyetik geçirgenlik ve kalınlık değerleridir.

Mükemmel iletken bir yapının ince tabakalarla örtülmüş durumu Şekil 4.1'de verilmiştir (Bleszynski'den 1993).



Şekil 4.1 İnce tabakalı mükemmel iletken

R_T , S_T ve W_T fonksiyonları da,

$$\begin{aligned}
R_T(\bar{r}) &= \frac{1}{Y^+(\bar{r}) + Y^-(\bar{r})} \\
S_T(\bar{r}) &= \frac{1}{Z^+(\bar{r}) + Z^-(\bar{r})} \\
W_T(\bar{r}) &= \frac{1}{2} \frac{Z^+(\bar{r}) - Z^-(\bar{r})}{Z^+(\bar{r}) + Z^-(\bar{r})}, \quad (Z^+(\bar{r}) + Z^-(\bar{r}) \neq 0 \text{ durumunda})
\end{aligned} \tag{4.6}$$

ifadeleriyle verilmektedir. Admitans ve empedanslar cinsinden verilen bu ifadelerde, her bir terim birbirinden bağımsız değildir.

$$4[R_T(\bar{r})S_T(\bar{r}) + W_T^2(\bar{r})] = 1 \tag{4.7}$$

eşitliği sağlanmalıdır (Bleszynski et al., 1993).

4.3 Geçirgen İnce Yapılarda Sınır Koşulları

Fiziksel sistem olarak d kalınlıklı, ε ve μ parametrelili tek tabakalı ince tabakalı yapı için;

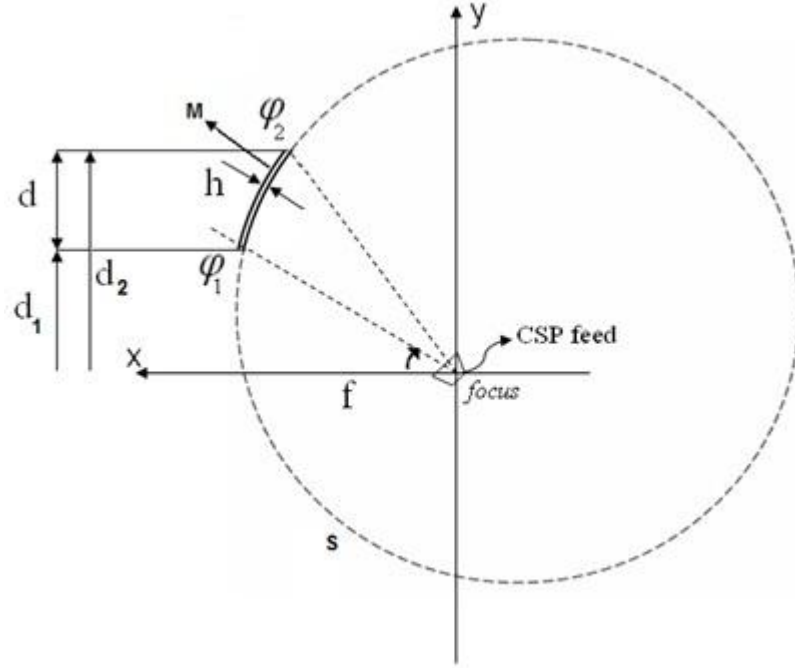
R_T , S_T ve W_T fonksiyonları

$$\begin{aligned}
R_T &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cot\left(\frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon\mu/(\varepsilon_0\mu_0)} k_0 d\right), \\
S_T &= \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cot\left(\frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon\mu/(\varepsilon_0\mu_0)} k_0 d\right), \\
W_T &= 0, \text{ (tek katmanlı yapı)}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

eşitlikleri ile verilir (Bleszynski et al., 1993).

Geçirgen yapılar denildiğinde malzeme parametreleri ε ve μ olan dielektrik/ manyetik tabakalar anlaşılmaktadır. Denklem (4.8) denklemine sağlanması gereken şart $k_0 d \ll 1$ durumudur. Bu katmanın ince yapı olmasının gereğidir.

Bu noktaya kadar ince yapılardaki sınır koşulları anlatılmıştır. Bundan sonraki bölümde problem geometrisi ve matematiksel modelden söz edilecektir.



Şekil 5.2 Basit off-set geometrisi

Şekil 5.2'de, CSP kaynağının yönelimi M bölgesine doğru çizilmiş olup, uç noktalar d_1 ve d_2 ile belirtilmiştir.

Probleme ait geometriler verildikten sonra, problemin matematiksel ifadeleri yazılmalıdır. Bu kısımda integral denklemlerinin çıkarılması ve ardından da elde edilen denklemlerin çözümü incelenecektir.

5.1 İntegral Denklemlerinin Çıkarılması

5.1.1 Birinci integral denkleminin çıkarılması

Elektrik ve manyetik alan bileşenlerinin ifadeleri bulunurken, elektrik ve manyetik akım yoğunlukları, yardımcı potansiyeller ve Green fonksiyonları yazılmalıdır. R_T ve S_T parametreleri sabit olarak alınmış ve geometri boyunca değeri aynı değerdedir.

Öncelikle yardımcı potansiyeller kullanılarak

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} &= -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) + \nabla(-j\omega\mu\epsilon\phi_e) \\ &= -\mu \vec{J} + \nabla(\nabla \cdot \vec{A} - j\omega\mu\epsilon\phi_e)\end{aligned}\quad (5.1)$$

bulunur ($k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$) (Balanis, 2005). \vec{A} vektörünün diverjansı, Denklem (5.1)'i basitleştirmek için

$$\nabla \cdot \vec{A} = j\omega\mu\epsilon\phi_e \quad (5.2)$$

olarak seçilir. Denklem (5.2), Lorentz şartı olarak bilinmektedir. Denklem (5.2), Denklem (5.1)'de yerine yazılır.

$$\nabla^2 \vec{A} + k^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (5.3)$$

Böylece homojen olmayan dalga denkleminin çözümü, \vec{A} 'nın bulunmasını sağlar.

Elektrik ve manyetik alan ifadeleri tekrar yazıldığında

$$\vec{E}_A = -\nabla\phi_e + j\omega\vec{A} = +j\omega\vec{A} + j\frac{1}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) \quad (5.4)$$

$$\vec{H}_A = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu}$$

elde edilir.

Manyetik akım kaynağının oluşturduğu alan ifadelerini bulunması için manyetik akımlar tanımlanmalıdır. Bu manyetik akımlar fiziksel olarak gerçek olmamasına rağmen, eşdeğer akımlar olarak yüzeysel eşlik teoremleri sayesinde karşımıza çıkmaktadır. Homojen bir ortamda harmonik manyetik akım tarafından oluşturulan alanlar ($\vec{J} = 0, \vec{M} \neq 0$), $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ şartını sağlamalıdır. Bu nedenle vektör potansiyel \vec{F} tanımlansın. Bu alandan üretilen \vec{E}_F , \vec{F} vektör potansiyelinin rotasyoneli olarak yazılabilir.

$$\vec{E}_F = -\frac{1}{\epsilon}\nabla \times \vec{F} \quad (5.5)$$

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} + \nabla \nabla \cdot \vec{F} + \nabla(-j\omega\mu\epsilon\phi_m) \quad (5.6)$$

ifadeleri kullanılarak

$$\nabla \cdot \vec{F} = j\omega\mu\epsilon\phi_m \quad (5.7)$$

yardımları ile Denklem (5.6)'e ulaşılır.

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad (5.8)$$

Manyetik alan bileşeni ise aşağıda verilmiştir.

$$\vec{H}_F = j\omega\vec{F} + \frac{j}{\omega\mu\epsilon}\nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \quad (5.9)$$

Green fonksiyonları kullanılarak \vec{A} ve \vec{F} vektörlerine ait üç boyuttaki genel çözümü ise

$$\vec{A} = \mu \int_C \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dl' \quad (5.10)$$

$$\vec{F} = \varepsilon \int_C \vec{J}(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dl'$$

(5.11)

şeklinindedir. Burada integral C=MUS üzerinden alınmaktadır. Toplam alan ifadeleri ise tekrar yazılabilir (Balanis, 2005).

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F = +j\omega\vec{A} + j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \frac{1}{\varepsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (5.12)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} + j\omega\vec{F} + j\frac{1}{\omega\mu\varepsilon} \nabla(\nabla \cdot \vec{F}) \quad (5.13)$$

İki boyutlu problemlerde Green fonksiyonu olarak

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (5.14)$$

alınırsa, bu durumda dışarı yönde ilerleyen dalga için zaman ifadesi $e^{-j\omega t}$ olur. \vec{J} akımının sadece z yönünde olması ama bu yönde değişmediği kabul edilerek $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ alınırsa, \vec{J} akımına bağlı elektrik alan, Green fonksiyonu yardımıyla yazılarak,

$$E_z(J_z) = -\frac{\omega\mu}{4} \int_M J_z(\vec{r}') H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) dl' \quad (5.15)$$

elde edilir. Ayrıca yüzeyin üst ve alt kısmında E_z aynı değerleri almaktadır.

$$E_z^+(J_z) = E_z^-(J_z) \quad (5.16)$$

\vec{M}_t fonksiyonuna bağlı olarak yazılması gereken integral için ise $\nabla \times \vec{F}$ ifadesi bulunmalıdır. Denklem (5.11) tekrar yazılırsa,

$$\vec{F} = \varepsilon \int_M \vec{M}_t(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dl' \quad (5.17)$$

\vec{F} vektörünün rotasyoneli alındığında

$$\nabla \times \vec{F} = \nabla \times \left(\varepsilon \int_M \vec{M}_t(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') dl' \right) = \int_M \nabla \times \left(\vec{M}_t(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') \right) dl' \quad (5.18)$$

elde edilir. Vektör tanımını kullanılarak

$$\nabla \times (\psi \vec{A}) = \psi \nabla \times \vec{A} + \nabla \psi \times \vec{A} \quad (5.19)$$

yazılarak ve $\psi = G(\vec{r}, \vec{r}')$, $\vec{A} = \vec{M}_t(\vec{r}')$ için

$$\nabla \times \vec{M}(\vec{r}') = 0 \quad (5.20)$$

kabulü ile

$$E_z(M_t) = -\int_M \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \vec{M}_t(\vec{r}') dl' \quad (5.21)$$

bulunur. Bu noktada Green fonksiyonun gradyan ifadesini bulmak gerekmektedir.

$$\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') = -\nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \hat{a}'_n - \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial t'} \hat{a}'_t \quad (5.22)$$

eşitliği yardımıyla,

$$\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \times \vec{M}_t(\vec{r}') = \left(-\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \hat{a}'_n - \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial t'} \hat{a}'_t \right) \times \vec{M}_t(\vec{r}') \hat{a}'_t = \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} \vec{M}_t(\vec{r}') \hat{a}'_z \quad (5.23)$$

yazılabilir. Sonuç olarak,

$$\vec{E}_z(\vec{M}_t) = -\int_M \vec{M}_t(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dl' \quad (5.24)$$

denkleme ulaşılır. Böylece Denklem (5.24)'te elde edilen kısım, toplam alanın \vec{M}_t manyetik akımının oluşturduğu katkıdır.

\vec{M}_t akımına bağlı elektrik alan yüzeyin üst ve alt kısımlarında farklı hesaplanmalıdır.

$$E_z^\pm(M_t) = -\int_{M^\pm} \vec{M}_t(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dl' = -\left[\mp \frac{1}{2} \vec{M}_t(\vec{r}') + \int_M \vec{M}_t(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} dl' \right] \quad (5.25)$$

Denklem (5.25)'te, yüzeye dışarıdan yaklaşırken M^+ , içeriden yaklaşırken M^- yüzeyleri belirtilmektedir. Burada, elektrik alanların ortalaması alındığı için, sadece integral ifadesi elektrik alan denkleminde yer almış olur.

Sonuç olarak iki boyutta Green fonksiyonu ifadesi, Denklem (5.15) ve (5.25) kullanılarak toplam elektrik alan ifadesi elde edilir.

$$\begin{aligned} & -\frac{\omega\mu}{4} \int_M J_z(\vec{r}') H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|) dl' \\ & -\frac{i}{4} \int_M M_t(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n'} H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|) dl' + E_z^{in} = R_T J_z \end{aligned} \quad (5.26)$$

Bu noktada $\frac{\partial H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|)}{\partial n'}$ ifadesinin yazılması gerekmektedir. Bu ifadenin bulunması Ek-4 kısmında verilmiştir.

İntegral denklemindeki diferansiyel uzunluklar, Jakobiyen eşdeğeri kullanılarak

$$dl' = (\dot{x}(\varphi')^2 + \dot{y}(\varphi')^2)^{1/2} d\varphi = a\beta(\varphi')d\varphi' \quad (5.27)$$

şeklinde yazılabilir. İntegral denklemindeki her terimi $\beta(\varphi)$ ile çarpılıp ve iki yeni değişken tanımlansın.

$$X(\varphi') = J_z(\vec{r}')\beta(\varphi') \quad (5.28)$$

$$q' = a\beta(\varphi') \quad (5.29)$$

İntegral denklemini tekrar yazılırsa,

$$\begin{aligned} & -\frac{\omega\mu a}{4}\beta(\varphi)\int_M X(\varphi')H_0^{(1)}(kR)d\varphi' \\ & -\frac{ika}{4}\beta(\varphi)\int_M M_t(\varphi')H_1^{(1)}(kR)\left[\frac{-\dot{y}'(x-x')+\dot{x}'(y-y')}{q'R}\right]\beta(\varphi')d\varphi' \\ & +\beta(\varphi)E_z^{in} = R_T X(\varphi) \end{aligned} \quad (5.30)$$

elde edilir. Burada $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ olarak alınmıştır. Daha sonra regülarizasyon yapmak için iki yeni fonksiyon tanımlanır.

$$\begin{aligned} H1(\varphi, \varphi') &= [H_0^{(1)}(kR) - H_0^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|)] \\ H3(\varphi, \varphi') &= \frac{k}{R} H_1^{(1)}(kR)[- \dot{y}'(x-x') + \dot{x}'(y-y')] \\ & - ka \sin(|(\varphi - \varphi')/2|)H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|) \end{aligned} \quad (5.31)$$

Fonksiyonlar yerine yazılıp, düzenleme yapılırsa,

$$\begin{aligned} & -\frac{Z_0ka}{4}\beta(\varphi)\int_C X(\varphi')H1(\varphi, \varphi')d\varphi' \\ & -\frac{Z_0ka}{4}\beta(\varphi)\int_C X(\varphi')H_0^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|)d\varphi' \\ & -\frac{i}{4}\beta(\varphi)\int_C M_t(\varphi')H3(\varphi, \varphi')d\varphi' \\ & -\frac{\beta(\varphi)ika}{4}\int_C M_t(\varphi')\sin(|(\varphi - \varphi')/2|)H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|)d\varphi' \\ & +\beta(\varphi)E_z^{in} = R_T X(\varphi), \quad \varphi \in M \\ & \quad \quad \quad 0 = R_T X(\varphi) \quad \quad \quad \varphi \in S \end{aligned} \quad (5.32)$$

bulunur. Burada Z_0 değeri serbest uzayın empedansı olup

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (5.33)$$

şeklinde hesaplanır.

Daha sonra fonksiyonlar Fourier serisine açılır ve denklem diskritize edilir.

$$\begin{aligned} H1(\varphi, \varphi') &= \sum_p \sum_q h_{pq}^1 e^{ip\varphi} e^{iq\varphi'} \\ H3(\varphi, \varphi') &= \sum_p \sum_q h_{pq}^3 e^{ip\varphi} e^{iq\varphi'} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Öncelikle H1 ve H3 fonksiyonlarına ait ikili Fourier katsayıları yani h_{pq}^1 ve h_{pq}^3 yazılır. Daha sonra Hankel fonksiyonlarının aşağıdaki açılımları kullanılır.

$$\begin{aligned} H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) &= \sum_n J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) e^{in\varphi} e^{-in\varphi'} \\ H_1^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2} &= \sum_n (J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)) e^{in\varphi} e^{-in\varphi'} \end{aligned} \quad (5.35)$$

X ve M_t bilinmeyenleri de Fourier serisine açılarak fonksiyonlar seri olarak ifade edilmiş olur.

$$X(\varphi') = \frac{2}{i\pi Z_0} \sum_n x_n e^{in\varphi'}, M_t(\varphi') = \frac{2}{i\pi} \sum_n m_n e^{in\varphi'} \quad (5.36)$$

Yukarıda verilen ve daha sonra yazılacak toplam ifadelerinde, toplamlar $-\infty$ ile ∞ arasındadır. Ancak terimler yazılırken bu gösterilmemiştir.

Her bir terime ait integrali teker teker alalım.

$$\int_0^{2\pi} X(\varphi') H1(\varphi, \varphi') d\varphi' = \frac{2}{i\pi Z_0} 2\pi \sum_p e^{ip\varphi} \sum_n x_n h_{p(-n)}^1 \quad (5.37)$$

$$\int_0^{2\pi} X(\varphi') H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) d\varphi' = \frac{2}{i\pi Z_0} 2\pi \sum_n x_n J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) e^{in\varphi} \quad (5.38)$$

$$\int_0^{2\pi} M_t(\varphi') H3(\varphi, \varphi') d\varphi' = \frac{2}{i\pi} 2\pi \sum_p e^{ip\varphi} \sum_n m_n h_{p(-n)}^3 \quad (5.39)$$

$$\int_0^{2\pi} M_t(\varphi') ka \sin(|(\varphi - \varphi')/2|) H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|) d\varphi' = \frac{2ka}{i\pi} 2\pi \sum_n m_n (J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)) e^{in\varphi} \quad (5.40)$$

İntegral denklemi seri denklemine dönüşür, bu seri denklemi tekrar yazılır.

$$\begin{aligned} \frac{2}{i\pi Z_0} \sum_m x_m e^{im\varphi} &= \frac{ika \bar{W}(\varphi) \beta(\varphi)}{R_T} \sum_p e^{ip\varphi} \sum_n x_n h_{p(-n)}^1 \\ &+ \frac{ika \bar{W}(\varphi) \beta(\varphi)}{R_T} \sum_n x_n J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) e^{in\varphi} \\ &- \frac{\beta(\varphi) \bar{W}(\varphi)}{R_T} \sum_p e^{ip\varphi} \sum_n m_n h_{p(-n)}^3 \\ &- \frac{\beta(\varphi) ka \bar{W}(\varphi)}{R_T} \sum_n m_n (J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)) e^{in\varphi} \\ &+ \frac{\beta(\varphi) \bar{W}(\varphi)}{R_T} E_Z^{in} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Burada verilen iki yeni fonksiyonun açık halleri

$$\begin{aligned} E_Z^{in}(\varphi) &= H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}_s|) = \sum_n E_n^{in} e^{in\varphi} \\ \bar{W}(\varphi) &= \begin{cases} 1, & \varphi \in M \\ 0, & \varphi \in S \end{cases} \end{aligned} \quad (5.42)$$

şeklindedir. Hankel fonksiyonun içinde r_s ifadesi CSP'ye ait pozisyonu belirtir ve kompleks olarak $\vec{r}_s = (x_0 + ib \cos \beta, y_0 + ib \sin \beta)$ olarak verilir.

Ek-1 kısmında anlatılan Ters Fourier alma yöntemi kullanılarak ve gerekli düzenlemeler yapılırsa ilk integral denklemi seriye açılmış olarak elde edilir.

$$\begin{aligned}
x_m &= \sum_n x_n \underbrace{\left(-\frac{ka}{R_T} \frac{\pi Z_0}{2}\right) \sum_p Q_{pm}^1 h_{p(-n)}^1}_{A_{nm}^1} \\
&+ \sum_n x_n \underbrace{\left(-\frac{ka}{R_T} \frac{\pi Z_0}{2}\right) (J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) Q_{nm}^1)}_{A_{nm}^2} \\
&+ \sum_n m_n \underbrace{\left(-\frac{i}{R_T} \frac{\pi Z_0}{2}\right) \sum_p Q_{pm}^1 h_{p(-n)}^3}_{B_{nm}^3} \\
&+ \sum_n m_n \underbrace{\left(-\frac{ka}{R_T} \frac{i\pi Z_0}{2}\right) ((J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)) Q_{nm}^1)}_{B_{nm}^4} \\
&+ \underbrace{\left(\frac{i\pi Z_0}{2R_T}\right) \sum_n E_n^{in} Q_{nm}^1}_{T_m}
\end{aligned} \tag{5.43}$$

Denklem (5.43)'te verilen Q fonksiyonu da

$$Q_{nm}^1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \beta(\phi) e^{i(n-m)\phi} d\phi \tag{5.44}$$

şeklindedir.

Seriye açılmış denklemi matris formunda yazdığımızda ise

$$x_m = \sum_n x_n \underbrace{[A_{nm}^1 + A_{nm}^2]}_{P_{nm}} + \sum_n m_n \underbrace{[B_{nm}^3 + B_{nm}^4]}_{Q_{nm}} + T_m \tag{5.45}$$

eşitliği bulunur.

5.1.2 İkinci integral denkleminin çıkarılışı

İlk integral denklemi ile ilgili matris denklemi elde edildikten sonra ikinci integral denkleminin de aynı şekilde matris formunda elde edilmesi gerekir. Bunun için ikinci integral denklemine ait sınır şartı yeniden yazılırsa,

$$\frac{1}{2}[H^+ + H^-] = S_T M_t \tag{5.46}$$

elde edilir. Manyetik alanla elektrik alan arasındaki ilişkiden, \vec{J} akımından kaynaklı ifadesi yazılacak olursa,

$$H_t(J_z) = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial n} E_z = \frac{i}{4} \int_M J_z(\vec{r}') \frac{\partial}{\partial n} H_0^{(1)}(k|\vec{r} - \vec{r}'|) dl' \quad (5.47)$$

denklemine ulaşılır. Elektrik alanın, manyetik akımdan kaynaklanan ifadesi de Denklem (5.48)'de verilmiştir.

$$H_t(M_t) = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial n} \int_M \vec{M}_t \frac{\partial G}{\partial n'} dl' \quad (5.48)$$

Denklem (5.47) ile Denklem (5.48) toplandıklarında toplam manyetik alan ifadesine Denklem (5.49)'da ulaşılır.

$$\frac{i}{4} \int_C J_z(r') \frac{\partial}{\partial n} [H_0^{(1)}(kR)] dl' - \frac{1}{4\omega\mu} \int_C M_t(r') \frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} [H_0^{(1)}(kR)] dl' + H_T^{inc} = S_T M_T \quad (5.49)$$

Burada Hankel fonksiyonunun normal yöndeki türev ifadesi de

$$\frac{\partial^2}{\partial n \partial n'} G(kR) + \frac{\partial^2}{\partial l \partial l'} G(kR) = k_0^2 G(kR) \cos(\xi(\vec{r}) - \xi(\vec{r}')) \quad (5.50)$$

şeklinindedir. Burada ξ parametresi, normal ile x yönü arasındaki açıdır.

Hankel fonksiyonunun normal yöndeki türev ifadesi Ek-4 kısmında verilmiştir.

Denlem (5.49)'da, Denklem (5.50) kullanıldığında, Green fonksiyonu üzerindeki türevin, $M_t(r')$ üzerinde olması

$\int_C M_t(r') \frac{\partial(H_0^{(1)}(kR))}{\partial l'} dl' = -\int_C \frac{\partial M_t(r')}{\partial l'} H_0^{(1)}(kR) dl'$ denkleminin yardımıyla sağlanır.

Tüm bu eşitlikler kullanılarak ve her terim $\beta(\varphi)$ ile çarpılarak integral denklemi tekrar yazılır.

$$\begin{aligned}
& \int_c X(\varphi') \left[-\frac{ik}{4} \frac{H_1^{(1)}(kR)}{a\beta(\varphi)R} (-\dot{y}(x-x') + \dot{x}(y-y')) \right] a\beta(\varphi) d\varphi' \\
& - \frac{k_0^2 a}{4\omega\mu} \int_c M_t(\varphi') H_0^{(1)}(kR) \cos(\xi(\bar{r}) - \xi(\bar{r}')) \beta(\varphi') \beta(\varphi) d\varphi' \\
& - \frac{1}{4\omega\mu a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \int_c \frac{\partial}{\partial\varphi'} M_t(\varphi') H_0^{(1)}(kR) d\varphi' + H_T^m \beta(\varphi) \\
& = M_t(\varphi) S_T \beta(\varphi), \quad \varphi \in M \\
& 0 = M_t(\varphi), \quad \varphi \in S
\end{aligned} \tag{5.51}$$

İlk integral denkleminde yapıldığı gibi fonksiyonlar tanımlanır.

$$\begin{aligned}
& \int_c X(\varphi') \frac{i}{4} \underbrace{\left[-\frac{k}{R} H_1^{(1)}(kR) (-\dot{y}(x-x') + \dot{x}(y-y')) + ka \sin(|(\varphi - \varphi')/2|) H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|) \right]}_{RR(\varphi, \varphi')} d\varphi' \\
& - \int_c X(\varphi') \frac{ika}{4} \sin(|(\varphi - \varphi')/2|) H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|) d\varphi' \\
& - \frac{k_0^2 a}{4\omega\mu} \int_c M_t(\varphi') \underbrace{[\beta(\varphi') \beta(\varphi) \cos(\xi(\bar{r}) - \xi(\bar{r}')) H_0^{(1)}(kR) - \beta^2(\varphi) H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2})]}_{SS(\varphi, \varphi')} d\varphi' \\
& - \frac{k_0^2 a}{4\omega\mu} \beta^2(\varphi) \int_c M_t(\varphi') H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) d\varphi' \\
& - \frac{1}{4\omega\mu a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \int_c \frac{\partial M_t(\varphi')}{\partial\varphi'} \underbrace{[H_0^{(1)}(kR) - H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2})]}_{H1(\varphi, \varphi')} d\varphi' \\
& - \frac{1}{4\omega\mu a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \int_c \frac{\partial M_t(\varphi')}{\partial\varphi'} H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) d\varphi' + H_T^m \beta(\varphi) \\
& = M_t(\varphi) S_T \beta(\varphi), \quad \varphi \in M \\
& 0 = M_t(\varphi), \quad \varphi \in S
\end{aligned} \tag{5.52}$$

Yukarıdaki denklemde verilen fonksiyonlar ikili Fourier serisine açılır.

$$\begin{aligned}
RR(\varphi, \varphi') &= \sum_p \sum_q r_{pq} e^{ip\varphi} e^{iq\varphi'} \\
SS(\varphi, \varphi') &= \sum_p \sum_q s_{pq} e^{ip\varphi} e^{iq\varphi'}
\end{aligned} \tag{5.53}$$

Her bir terime ait integrali teker teker alalım.

İlk integral terimi:

$$\int_0^{2\pi} \frac{i}{4} X(\varphi') RR(\varphi, \varphi') d\theta' = \frac{1}{Z_0} \sum_n x_n \sum_p e^{ip\varphi} r_{p(-n)} \quad (5.54)$$

İkinci integral terimi:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} X(\varphi') \frac{ika}{4} \sin(|(\varphi - \varphi')/2|) H_1^{(1)}(2ka \sin |(\varphi - \varphi')/2|) d\varphi' = \\ \frac{ka}{Z_0} \sum_n x_n [J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)] e^{in\varphi} \end{aligned} \quad (5.55)$$

Üçüncü integral terimi:

$$\frac{k^2 a}{4\omega\mu} \int_0^{2\pi} M_t(\varphi') SS(\varphi, \varphi') d\theta' = \frac{-ika}{Z_0} \sum_n m_n \sum_p e^{ip\varphi} s_{p(-n)} \quad (5.56)$$

Dördüncü integral terimi:

$$\begin{aligned} \frac{k_0^2 a}{4\omega\mu} \beta^2(\varphi) \int_0^{2\pi} M_t(\varphi') H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi - \varphi'|}{2}) d\varphi' = \\ \frac{-ika}{Z_0} \sum_u e^{iu\varphi} \sum_n \beta_{(u-n)} m_n J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) \\ (\beta^2(\theta) = \sum_z \beta_z e^{iz\varphi}) \end{aligned} \quad (5.57)$$

Beşinci integral terimi:

$$-\frac{1}{4\omega\mu a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial M_t(\varphi')}{\partial \varphi'} H_1(\varphi, \varphi') d\varphi' = -\frac{i}{kaZ_0} \sum_n m_n n \sum_p p h_{p(-n)}^1 e^{ip\varphi} \quad (5.58)$$

Altıncı integral terimi:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{4\omega\mu a} \frac{\partial}{\partial\varphi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial M_t(\theta')}{\partial\theta'} H_0^{(1)}(2ka \sin \frac{|\varphi-\varphi'|}{2}) d\theta' \\
 & = -\frac{i}{kaZ_0} \sum_n m_n |n|^2 J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) e^{in\varphi}
 \end{aligned} \tag{5.59}$$

Yedinci integral terimi:

$$H_{\tan}^{inc} \beta(\varphi) = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial E_z^{in}}{\partial n} \beta(\varphi) = \sum_n z_n e^{in\varphi} \tag{5.60}$$

Denklem (5.57)'de verilen elektrik alanın türev ifadenin belirtmek gerekmektedir.

$$\frac{\partial E_z^{in}}{\partial n} = -ka \frac{\partial |\vec{r} - \vec{r}_s|}{\partial n} H_1^{(1)}(k |\vec{r} - \vec{r}_s|) \tag{5.61}$$

Sekizinci integral terimi:

$$M_t(\varphi) S_T \beta(\varphi) = \frac{2}{i\pi} S_T \sum_u e^{iu\varphi} \sum_n Q_{u(-n)}^1 m_n \tag{5.62}$$

Tüm terimler tekrar yazılıp gerekli düzenlemeler yapılırsa, kanonik form öncesi denklem elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \sum_n m_n |n| e^{in\varphi} = - \sum_n m_n \underbrace{[i\pi |n|^2 J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) - |n|]}_{\Delta_n} e^{in\varphi} \\
& - i\pi \sum_n m_n n \sum_p p e^{ip\varphi} h_{p(-n)}^{(1)} \\
& + i\pi (ka)^2 \sum_u e^{iu\varphi} \sum_n \beta_{u-n} m_n J_n H_n^{(1)}(ka) \\
& + i\pi (ka)^2 \sum_n m_n \sum_p e^{ip\varphi} s_{p(-n)} \\
& + \pi (ka) \sum_n x_n \sum_p e^{ip\varphi} r_{p(-n)} \\
& - (ka)^2 \pi \sum_n x_n (J_n' H_n^{(1)}(ka) + J_n H_n^{(1)'}(ka)) e^{in\varphi} \\
& + \pi ka Z_0 \sum_n z_n e^{in\varphi} + ika 2Z_0 S_T \sum_n m_n \sum_u Q_{u(-n)}^1 e^{iu\varphi} \quad \varphi \in M \\
& \sum_n m_n e^{in\theta} = 0 \quad \varphi \in S
\end{aligned} \tag{5.63}$$

Ek-2 kısmında verilen kanonik form çözümü kullanılır ve seriler tekrar yazılırsa,

$$\begin{aligned}
m_m &= \sum_n m_n \underbrace{(-\Delta_n \tilde{T}_{mn})}_{C_{nm}^1} + \sum_n m_n \underbrace{(-i\pi n) \sum_p p h_{p(-n)}^1 \tilde{T}_{mp}}_{C_{nm}^2} + \\
& \sum_n m_n \underbrace{J_n(ka) H_n^{(1)}(ka) \sum_u \beta_{u-n} i\pi (ka)^2 \tilde{T}_{mu}}_{C_{nm}^3} \\
& + \sum_n m_n \underbrace{(i(ka)^2 \pi) \sum_p \tilde{T}_{mp} s_{p(-n)}}_{C_{nm}^4} + \\
& \sum_n x_n \underbrace{(-\pi (ka)^2) \tilde{T}_{mn} ((J_n'(ka) H_n^{(1)}(ka) + J_n(ka) H_n^{(1)'}(ka)))}_{D_{nm}^1} \\
& + \sum_n x_n \underbrace{(\pi ka) \sum_p \tilde{T}_{mp} r_{p(-n)}}_{D_{nm}^2} + \sum_n m_n \underbrace{2iZ_0 S_T ka \sum_u \tilde{T}_{mu} Q_{u(-n)}^1}_{C_{nm}^5} + \underbrace{(\pi ka) Z_0 \sum_n \tilde{T}_{mn} z_n}_{E_{nm}}
\end{aligned} \tag{5.64}$$

elde edilmiş olur.

Matris formunda sade şekilde denklemleri tekrar yazalım.

$$m_m = \sum_n m_n \underbrace{[C_{nm}^1 + C_{nm}^2 + C_{nm}^3 + C_{nm}^4 + C_{nm}^5]}_{G_{nm}} + \sum_n x_n \underbrace{[D_{nm}^1 + D_{nm}^2]}_{H_{nm}} + E_m \quad (5.65)$$

İlk integral denklemiyle beraber matris formunda en son haliyle:

$$\begin{bmatrix} x_m \\ m_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{mn}^1 + A_{mn}^2 & B_{mn}^3 + B_{mn}^4 \\ D_{mn}^1 + D_{mn}^2 & C_{mn}^1 + C_{mn}^2 + C_{mn}^3 + C_{mn}^4 + C_{mn}^5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_n \\ m_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_m \\ E_m \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

y_m Z_{mn} y_n P_m

elde edilir. Denklem (5.63)'te, matris denklemini oluşturan her bir A, B, C, D matrisleri ile T ve E vektörlerinin sınırlı olması gerekmektedir.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |A_{mn}^{1,2}|^2 < \infty \quad (5.67)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |B_{mn}^{3,4}|^2 < \infty \quad (5.68)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |D_{mn}^{1,2}|^2 < \infty \quad (5.69)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |C_{mn}^{1,2,3,4,5}|^2 < \infty \quad (5.70)$$

Yukarıda verilen eşitlikler sağlandığında

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |Z_{mn}|^2 < \infty \quad (5.71)$$

sağlanır.

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |T_m|^2 < \infty \quad (5.72)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} |E_m|^2 < \infty \quad (5.73)$$

Matris denkleminin sağ tarafı için de Denklem (5.72) ve (5.73) sağlandığında $\sum_{m=-\infty}^{\infty} |P_m|^2 < \infty$ sağlanır.

Böylece ikinci integral denklemi sonucu oluşan sistem ikinci tür Fredholm yapısındadır. Fredholm teoremi gereği tek ve tam bir çözüm garanti edilir. Kesim sayısı arttıkça da yakınsaklık sağlanır.

Yapılan bu formülasyonda R_T , S_T değerleri sabit düşünülerek işlemler yapılmış ve bilinmeyen değerler bulunmuştur. R_T ve S_T parametrelerinin açığa

göre değiştiği durumda ise birkaç değişiklikle formülasyon tekrar yazılabilir. Bir sonraki kısımda bu konudan söz edilecektir.

5.1.3 Düzgün olmayan durum

İlk integral denkleminde bulunan Q_{nm} fonksiyonu yazılırken, R_T parametresi açığa bağlı durumda iken, integral ifadesinin içinde bulunacak şekilde yeniden tanımlansın.

$$Q_{nm}^1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\beta(\varphi)}{R_T(\varphi)} e^{i(n-m)\varphi} d\varphi \quad (5.74)$$

Bu şekilde verilen Q_{nm} fonksiyonu kullanılarak ilk integral denklemini yine Ters Fourier Dönüşümü kullanılarak matris denklemlerine indirgenir.

İkinci integral denkleminde ise sekizinci terime ait integral alınırken Q_{nm} fonksiyonun hesaplanması sırasında S parametresi integralin içinde bulunur.

$$M_t(\varphi)S_T(\varphi)\beta(\varphi) = \frac{2}{i\pi} \sum_u e^{iu\varphi} \sum_n Q_{u(-n)} m_n \quad (5.75)$$

$$Q_{nm}^1 = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} S_T(\varphi)\beta(\varphi) e^{i(n-m)\varphi} d\varphi \quad (5.76)$$

Yine aynı prosedür kullanılarak ikinci integral denklemini matris formuna getirir. Birinci ve ikinci integral denklemlerinden gelen matris denklemleri ortak çözülür ve sonuca ulaşılır.

Bilinmeyen değerler bulunduktan sonra, uzak alan ifadelerini yazmak gerekmektedir. Bir sonraki bölümde uzak alan ifadelerinin hesaplanması anlatılacaktır.

5.2 Uzak Alan İfadelerinin Hesaplanması (MAR)

MAR metodu sonucunda bulunan elektrik ve manyetik akım yoğunlukları bulunduktan sonra Maxwell denklemleri yardımıyla bu akım

yoğunluklarının oluşturdukları elektrik alan ifadelerine geçiş yapılabilir. Bu şekilde elektrik alan

$$\vec{E} = +j\omega\vec{A} - \frac{1}{\varepsilon}\nabla\times\vec{F} \quad (5.77)$$

şeklinde yazılır. Burada A ve F potansiyelleri de

$$\vec{A} = \mu\int_M J_z(\vec{r}')G(k|\vec{r}-\vec{r}'|)dl' \quad (5.78)$$

$$\vec{F} = \varepsilon\int_M M_t(\vec{r}')G(k|\vec{r}-\vec{r}'|)dl' \quad (5.79)$$

şeklindedir. $\frac{1}{\varepsilon}\nabla\times\vec{F}$ ifadesi yerine;

$$\vec{H} \cong j\omega\vec{F} \quad (5.80)$$

yazılabilir. Manyetik alanın φ yönündeki bileşeni kullanıldığında

$$H_\varphi = -\frac{\omega\varepsilon}{4}\int_M (\hat{a}_\varphi \cdot \hat{t}')M_t(\vec{r}')H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|)dl' \quad (5.81)$$

eşitliği elde edilir. Diferansiyel uzunluk yerine de,

$$dl' = a\beta(\varphi')d\varphi' \quad (5.82)$$

ifadesi yazılır.

Manyetik alanla elektrik alan arasındaki ilişkiden elektrik alana geçilir.

$$\vec{E} = -\eta\hat{a}_r \times \vec{H} \quad (5.83)$$

Tüm bu eşitlikler kullanıldığında toplam elektrik alan ifadesi tekrar yazıldığında

$$E_z^t = -\frac{\omega\mu a}{4}\int_M J_z(\vec{r}')H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|)\beta(\varphi')d\varphi' + \frac{ka}{4}\int_M (\hat{a}_\varphi \cdot \hat{t}')M_{\tan}(\vec{r}')H_0^{(1)}(k|\vec{r}-\vec{r}'|)\beta(\varphi')d\varphi' \quad (5.84)$$

bulunur. Kaynak tarafından oluşturulan alanla beraber uzak alan ifadesine geçiş yapıldığında

$$\begin{aligned}
E_z^t = & -\frac{kZ_0}{4} a \sqrt{\frac{2}{\pi k r i}} e^{i k r} \int_0^{2\pi} X(\varphi') e^{-i k r' \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' \\
& + \frac{k a}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r i}} e^{i k r} \int_0^{2\pi} M_{\tan}(\varphi') \cos(-\varphi + \varphi' - \gamma) e^{-i k r' \cos(\varphi - \varphi')} \beta(\varphi') d\varphi' \\
& + \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r i}} e^{i k r} e^{k b \cos \varphi}
\end{aligned} \tag{5.85}$$

elde edilir. Radyasyon desenini elde etmek için sadece φ parametresine bağlı kısımlar ayrılır ve

$$\begin{aligned}
\Phi(\varphi) = & -\frac{k a}{4} \left\{ Z_0 \int_0^{2\pi} X(\varphi') e^{-i k r' \cos(\varphi - \varphi')} d\varphi' \right. \\
& \left. - \int_0^{2\pi} M_t(\varphi') \cos(-\varphi + \varphi' - \gamma) e^{-i k r' \cos(\varphi - \varphi')} \beta(\varphi') d\varphi' \right\} \\
& + \frac{i}{4} e^{k b \cos(\varphi)}
\end{aligned} \tag{5.86}$$

bulunmuş olur. Burada γ , normal yön ile radyal yön arasındaki açı değeridir.

MAR metoduyla elde edilen sonuçların doğruluğunu anlamak için bir diğer metotla karşılaştırma yapmak gerekmektedir. Bu nedenle Moment Metodu karşılaştırma yapmak için kullanılmıştır. Bir sonraki bölümde Moment metodu incelenecektir.

6 PROBLEMİN MOMENT METODUYLA (MOM) YAKLAŞIK ÇÖZÜMÜ

6.1 MOM Tanımı

Moment metodu, bilinmeyen fonksiyonları, bilinen ancak katsayıları bilinmeyen fonksiyonlar ile ifade edip, integral, diferansiyel ya da integral-diferansiyel denklemlerinin doğrusal denklem sistemlerine indirgenmelerini sağlamaya yarayan bir tekniktir. Böylece katsayılar bulunup bilinmeyen fonksiyonlar elde edilmiş olmaktadır. En genel haliyle bir problem

$$L(f) = g \quad (6.1)$$

verilmiş olsun. Burada L, doğrusal bir operatör; g bilinen bir kaynak, f ise bilinmeyen fonksiyondur. Örneğin L operatörü integral-diferansiyel bir operatör, f fonksiyonu bilinmeyen bir büyüklük (akım, voltaj), g ise bilinen kaynak (gelen alan) olabilmektedir.

Metodu uygulanırken önce f fonksiyonu baz fonksiyonlarına açılır.

$$f = \sum_{n=1}^N a_n f_n \quad (6.2)$$

Burada a_n katsayıları bilinmeyen ağırlık katsayılarıdır. L doğrusal bir operatör olduğundan, Denklem (6.1)'de, (6.2) yazıldığında

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \approx g \quad (6.3)$$

bulunur. Artık kısım ise

$$R = g - \sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \quad (6.4)$$

olarak verilmektedir.

Baz fonksiyonları, problemin tipine göre seçilebilir. Problemin belli bölgesinde tanımlı olan baz fonksiyonları bölgesel, tüm problemi kaplayan ise global baz fonksiyonları olarak adlandırılır.

Bilinmeyen ifade baz fonksiyonlarına açıldıktan sonra, sınır şartları probleme zorlanır. Baz ve test fonksiyonlarının iç çarpım ya da moment ifadeleri

$$\langle f_m, f_n \rangle = \int_{f_m} f_m(\vec{r}) \int_{f_n} f_n(\vec{r}') d\vec{r}' d\vec{r} \quad (6.5)$$

yazıldığında integraller çizgi, yüzey ya da hacimsel olarak hesaplanabilir. Test fonksiyonları Denklem (6.3)'e iç çarpım olarak eşitliğin her iki yanına uygulandığında artık kısım sıfır olacak şekilde yazıldığına

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle f_m, L(f_n) \rangle = \langle f_m, g \rangle \quad (6.6)$$

elde edilir. Böylece $N \times N$ boyutunda $Za=b$ denklemi bulunur. Z ve b matrisleri de

$$z_{mn} = \langle f_m, L(f_n) \rangle \quad (6.7)$$

ve

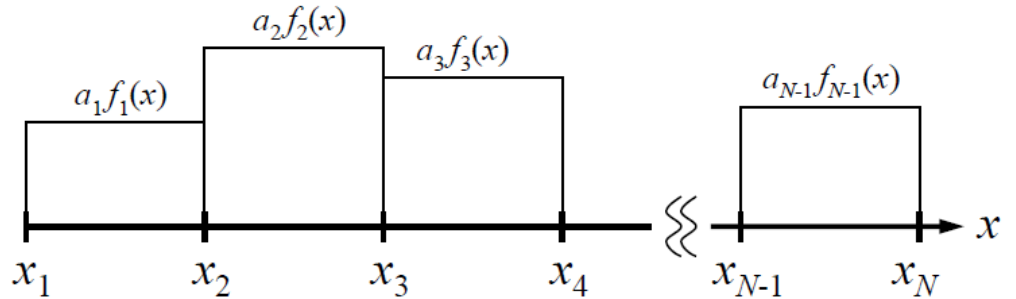
$$b_m = \langle f_m, g \rangle \quad (6.8)$$

şeklindedir. Moment metodunda her baz fonksiyonu birbiriyle Green fonksiyonları ile etkileşir ve matrisi doldurur. Moment metodunda sıkça kullanılan bir yöntem de Galerkin metodudur. Galerkin Metodunda baz ve test fonksiyonları aynı tip fonksiyonlar seçilerek sınır şartları zorlanır.

Çeşitli tipte fonksiyonlar metot uygulanırken kullanılabilir. Karmaşık yapıdaki geometrilere pals tipi fonksiyonlar kullanıldığında çözüm yetersiz kalabilir. Bu kısımda iki boyutlu bölgesel baz fonksiyonlarının tanımları yapılacaktır (Gibson, 2007).

6.1.1 Pals tipi fonksiyonlar

N adet noktadan oluşan bölgede $N-1$ alt segmentte tanımlanan pals tipi fonksiyonlar Şekil 6.1'de görüldüğü gibi davranış sergiler (Gibson'dan 2007).



Şekil 6.1 Pals tipi fonksiyonlar

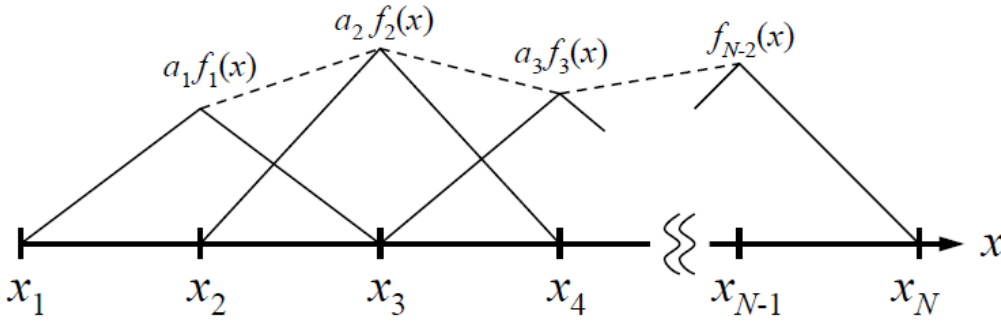
Matematiksel olarak da fonksiyonlar

$$\begin{aligned} f_n(x) &= 1 & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ f_n(x) &= 0 & \text{diğer} \end{aligned} \quad (6.9)$$

şeklinde tanımlıdır. Pals fonksiyonlar basit ve kaba bir yaklaşımla çözüme yakınsarken, matris elemanlarının hesaplanmasını büyük ölçüde kolaylaştırır. Ancak pals fonksiyonlarının türevi impals tipinde olduğundan, türev ifadelerinin olduğu problemlere uygulanamazlar (Gibson, 2007).

6.1.2 Üçgen fonksiyonlar

Pals tipi fonksiyonlar segmentin içinde sabit değer alırken, üçgen tip fonksiyonlar sıfır ile 1 arasında düzgün değişim göstermektedir. N noktalı bir problemde N-1 adet segment ve N-2 adet de üçgen baz fonksiyonu bulunur. Şekil 6.2'de geometrik şekiller görülmektedir (Gibson'dan 2007).



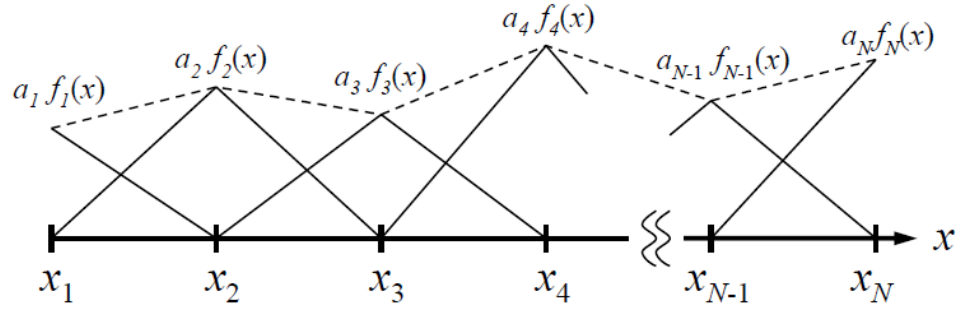
Şekil 6.2 Üçgen tip fonksiyonlar

Segment aralıkları her zaman aynı olmayabilir. Ayrıca komşu bölgelerde üstüste binme durumu olduğundan segmentler arası doğrusal değişim oluşur. Fonksiyonlar matematiksel olarak

$$f_n(x) = \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n \quad (6.10)$$

$$f_n(x) = \frac{x_{n+1} - x}{x_{n+1} - x_n} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (6.11)$$

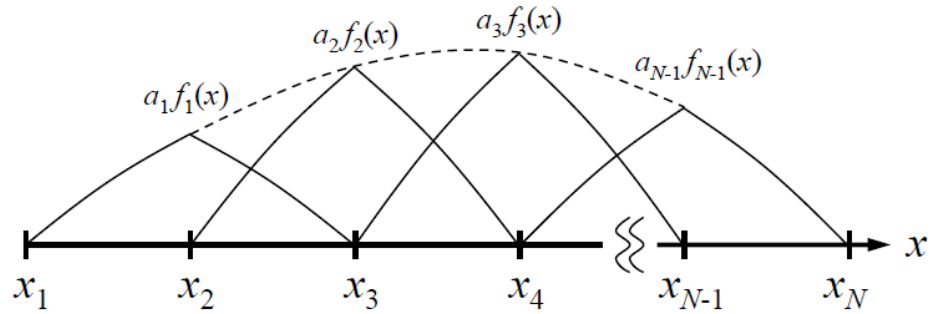
şeklinde yazılabilir. Türevlerin olduğu problemlerde üçgen fonksiyonlar kullanılabilir. Ancak geometrinin uç noktalarında sıfır değeri almayan durumlarda çözüm hatalı olmaktadır. Bu nedenle iki uç noktasına Şekil 6.3'da olduğu gibi yarım üçgenler ilave edilebilir (Gibson'dan 2007).



Şekil 6.3 Üçgen tip fonksiyonların uç noktalarda sıfır olmadığı durumdaki davranışı

6.1.3 Sinüsel fonksiyonlar

Bu tip fonksiyonlar da üçgen tip fonksiyonlar gibi davranmaktadırlar. Tel antenlerin analizinde akımın davranışını belirtmede kullanılabilirler. Fonksiyonlar davranışı Şekil 6.4'te verilmiştir (Gibson'dan 2007).



Şekil 6.4 Sinüsel fonksiyonlar

Matematiksel olarak da

$$f_n(x) = \frac{\sin k(x - x_{n-1})}{\sin k(x_n - x_{n-1})} \quad x_{n-1} \leq x \leq x_n \quad (6.12)$$

$$f_n(x) = \frac{\sin k(x_{n+1} - x)}{\sin k(x_{n+1} - x_n)} \quad x_n \leq x \leq x_{n+1} \quad (6.13)$$

şeklinde verilir (Gibson 2007).

6.1.4 Global fonksiyonlar

Bölgesel baz fonksiyonlarının aksine, global baz fonksiyonları problemin tümünde tanımlıdır. Çözümle ilgili önbilgi bilindiğinde global baz fonksiyonları tercih edilebilir. Çözüm ise polinom, sinüs ya da kosinüs fonksiyonlarının ağırlıklandırılmış toplamı olarak bulunur. Global baz fonksiyonlarının dezavantajı ise herhangi bir şekil için uygulanmasının uygun olmamasıdır. Moment metodunda bölgesel fonksiyonlar daha çok tercih sebebidir.

Moment metodunda yapılacak bölmeleme için geçerli kural dalgaboyu başına en az on nokta seçilmesidir. Genliğin hızlı değiştiği köşe, aralık gibi yerlerde bu sayı daha da arttırılabilir. Yüksek dereceli fonksiyonlar bilinmeyen sayısını düşürebilir. Ancak bu kez formülasyon karmaşıklıklaşır (Gibson, 2007).

Moment Metodu ile yapılan formülasyona geçmeden önce, formülasyonda kullanılan hacimsel eşlik teoremini tanıtmak gereklidir. Bir sonraki kısım hacimsel eşlik teoremi anlatmaktadır.

6.2 Hacimsel Eşlik Teoremi Tanımı

Eşdeğer elektrik ve manyetik akımlar kullanılarak, uzayda bulunan bir engel tarafından saçınan alan ifadeleri yazılabilir.

Teoremi kullanmadan önce J_i ve M_i kaynakları tarafından üretilen E_0 ve H_0 alan ifadeleri Maxwell denklemlerini sağlayacak şekilde yazılır.

$$\nabla \times \vec{E}_0 = -\vec{M}_i - j\omega\mu_0\vec{H}_0 \quad (6.14)$$

$$\nabla \times \vec{H}_0 = \vec{J}_i + j\omega\epsilon_0\vec{E}_0 \quad (6.15)$$

Aynı kaynaklar Maxwell denklemini sağlayacak E ve H alanlarını üretirler.

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{M}_i - j\omega\mu\vec{H} \quad (6.16)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_i + j\omega\epsilon\vec{E} \quad (6.17)$$

Denklem (6.14), Denklem (6.16)'dan ve Denklem (6.16) da Denklem (6.17)'den taraf tarafa çıkarıldığında

$$\nabla \times (\vec{E} - \vec{E}_0) = -j\omega(\mu\vec{H} - \mu_0\vec{H}_0) \quad (6.18)$$

$$\nabla \times (\vec{H} - \vec{H}_0) = j\omega(\epsilon\vec{E} - \epsilon_0\vec{E}_0) \quad (6.19)$$

elde edilir. Saçınan alanlar ise

$$\vec{E}^s = \vec{E} - \vec{E}_0 \Rightarrow \vec{E}_0 = \vec{E} - \vec{E}^s \quad (6.20)$$

$$\vec{H}^s = \vec{H} - \vec{H}_0 \Rightarrow \vec{H}_0 = \vec{H} - \vec{H}^s \quad (6.21)$$

olarak yazılabilir.

Denklem (6.20) ve Denklem (6.21), Denklem (6.18) ve Denklem (6.19)'da yerine yazıldığında

$$\nabla \times \vec{E}^s = -j\omega[\mu\vec{H} - \mu_0(\vec{H} - \vec{H}^s)] = -j\omega(\mu - \mu_0)\vec{H} - j\omega\mu_0\vec{H}^s \quad (6.22)$$

$$\nabla \times \vec{H}^s = j\omega[\varepsilon\vec{E} - \varepsilon_0(\vec{E} - \vec{E}^s)] = j\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E} + j\omega\varepsilon_0\vec{E}^s \quad (6.23)$$

elde edilir. Eşdeğer akımlar tanımlanıp

$$\vec{J}_{eq} = j\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E} \quad (6.24)$$

$$\vec{M}_{eq} = j\omega(\mu - \mu_0)\vec{H} \quad (6.25)$$

Denklem (6.22) ve Denklem (6.23)'te yerine yazıldığında

$$\nabla \times \vec{E}^s = -\vec{M}_{eq} - j\omega\mu_0\vec{H}^s \quad (6.26)$$

$$\nabla \times \vec{H}^s = \vec{J}_{eq} + j\omega\varepsilon_0\vec{E}^s \quad (6.27)$$

elde edilir (Balanis, 2005).

Hacimsel eşlik teoremi kullanılarak saçınım problemi çözülebilir. Bundan sonraki kısımda da problemde bulunan iki boyutlu ince silindirik yapıdan saçınımın Moment Metot formülasyonu verilecektir.

6.3 Dielektrik İnce Silindirik Tabakadan TM Saçınım Probleminin Çözümü

Dielektrik tabakadan TM saçınım, hacimsel integral denklemi yardımıyla analiz edilebilir.

Kullanılan dielektrik maddenin sabit ε_r kompleks permitivite ve μ_0 manyetik geçirgenlik değerine sahip olduğu düşünüldüğünde, eşdeğer polarizasyon akımları

$$\begin{aligned} \vec{J}_{eq} &= j\omega\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}_z \\ \vec{M}_{eq} &= 0 \end{aligned} \quad (6.28)$$

şeklinde dir.

TM polarizasyon durumunda elektrik alan integral denklemi yardımıyla alan ifadesi

$$E_z^{inc} = \frac{J_z}{j\omega\epsilon_0(\epsilon_r - 1)} + j\omega\mu_0 A_z \quad (6.29)$$

eşitliğiyle verilmektedir. A_z (manyetik vektör potansiyel) ifadesi 2 boyutlu problemde Green fonksiyonları yardımıyla tekrar yazılırsa

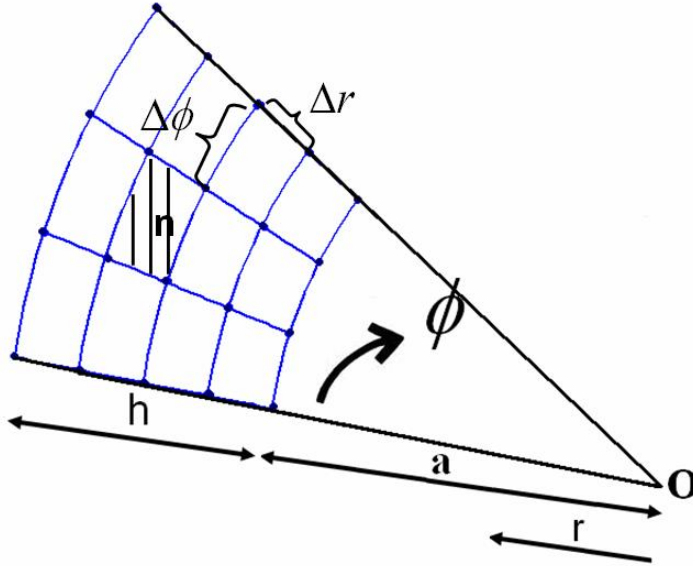
$$A_z = \iint J_z(x, y) \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR) dx' dy' \quad (6.30)$$

$$R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$$

integral formundaki potansiyel bulunur.

Dielektrik tabakanın yüzeyi eğrisel bölgelere bölünüp, her bir bölgedeki bilinmeyen polarizasyon akım yoğunluğu bölgesel pals tipi baz tipi fonksiyonların toplamı şeklinde ifade edilebilir. Bu şekilde yapılarak integral denklemi nümerik olarak çözülebilir.

Şekil 6.5'te ince dielektrik tabakanın bölgelere ayrılmış durumu verilmiştir. Burada, dairesel bir geometrideki yapı düşünülmüştür. R (yarıçap) ve ϕ eksenleri boyunca bölmeleme eşit aralıklarla yapılmış ve formülasyonda kullanılmıştır.



Şekil 6.5 Dielektrik bölgenin kesit yapısı

$$p_n = \begin{cases} 1 & (r, \phi) \in \text{hücre}(n) \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (6.31)$$

Böylece akım yoğunluğu baz fonksiyonları kullanılarak yazılır.

$$J_z(r, \phi) \cong \sum_{n=1}^N j_n p_n(r, \phi) \quad (6.32)$$

Denklem (6.29) tekrar yazılırsa;

$$E_z^{inc} \cong \sum_{n=1}^N j_n \left(\frac{\eta p_n(r, \phi)}{jk(\epsilon_r - 1)} + jk\eta \iint_{\text{hücren}} \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(kR) r' dr' d\phi' \right) \quad (6.33)$$

elde edilir.

Denklem (6.33) kullanılarak NxN boyutlarında matris denklemi oluşturulur.

$$\begin{bmatrix} E_z^{inc}(r_1, \phi_1) \\ E_z^{inc}(r_2, \phi_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ E_z^{inc}(r_N, \phi_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & & Z_{2N} \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ j_N \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Denklem (6.34)'te matris elamanları da

$$\begin{aligned} Z_{mm} &= \frac{k\eta}{4} \iint_{\text{hücren}} H_0^{(2)}(kR_m) r' dr' d\phi' \quad m \neq n \\ Z_{mn} &= \frac{\eta}{jk(\epsilon_r - 1)} + \frac{k\eta}{4} \iint_{\text{hücrem}} H_0^{(2)}(kR_m) r' dr' d\phi' \\ R_m &= \sqrt{(r_m \cos \phi_m - r' \cos \phi')^2 + (r_m \sin \phi_m - r' \sin \phi')^2} \end{aligned} \quad (6.35)$$

ifadeleriyle bulunur (Peterson, 1998).

Formülasyon sırasında gözlem noktasından uzakta iken çift katlı integral yerine kullanılan hücrenin alanıyla Hankel fonksiyonu çarpılıp yaklaşık integral sonucu kullanılmıştır. Bilgisayar kodları da integral almak yerine hücrenin alanı ile fonksiyonun çarpımı bulunarak yazılmıştır.

Tüm bu formülasyon sonunda uzak alan ifadelerinin bulunması da potansiyel fonksiyonları sayesinde yapılır. Bir sonraki kısımda uzak alan ifadelerinin bulunmasıyla ilgili formülasyon verilmektedir.

6.4 Uzak Alan İfadelerinin Hesaplanması (MOM)

Önceki kısımlarda anlatılan metotlar kullanılarak elde edilen akım yoğunluğu bulunduktan sonra uzak alan ifadelerine geçiş yapılmalıdır. Potansiyel fonksiyon

$$A = \mu \int \int_S J_z(\vec{r}') G(k|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' = \mu \int \int_S J_z(\vec{r}') \frac{i}{4} H_0^{(1)}(kR) r' dr' d\phi' \quad (6.36)$$

şeklindedir yazılır. Burada R uzaklığı kaynak noktasından gözlem noktasına olan uzaklıktır.

$$R = r - \hat{a}_r \cdot \vec{r}' \quad (6.37)$$

Kaynak noktası silindirik koordinatlarda r' olarak alınıp R ifadesinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} R &\cong r - (x' \cos \phi + y' \sin \phi) = r - (r' \cos \phi' \cos \phi + r' \sin \phi' \sin \phi) \\ &\cong r - r' \cos(\phi - \phi') \end{aligned} \quad (6.38)$$

elde edilir.

İntegral denkleminde uzak alan bulunurken Hankel fonksiyonunun asimptotik formu kullanılır.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} H_0^{(1)}(kR) \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{i\pi kR}} e^{ikR} \quad (6.39)$$

Bu eşitlik, integral denkleminde yerine yazıldığında

$$A_z = \mu \sqrt{\frac{2}{i\pi kR}} \frac{i}{4} e^{ikR} \int \int J_z(r', \phi') e^{-ikr' \cos(\phi - \phi')} r' dr' d\phi' \quad (6.40)$$

elde edilir.

A potansiyeli, daha sonra E ile A potansiyeli arasındaki

$$E_z^{sc} = j\omega A_z \quad (6.41)$$

eşitlikle de saçınan alan elde edilmiş olur.

Toplam elektrik alan, kompleks kaynak noktasından gelen alan ile J akımından kaynaklı alanın toplamıyla bulunur.

$$E_z^{Tot} = \sqrt{\frac{2}{i\pi kr}} \frac{i}{4} e^{ikr} \left[jkZ_0 \sum_{n=1}^N J_n \int_{\theta - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta + \frac{\Delta\theta}{2}} \int_{r - \frac{\Delta r}{2}}^{r + \frac{\Delta r}{2}} e^{-ikr' \cos(\phi - \phi')} r' dr' d\phi' + e^{-ikr_0 \cos\phi} e^{k_b \cos\phi} \right]$$

(6.42)

İntegralin limitleride yer alan r ve θ değişkenleri tüm hücreler için o hücre elemanına ait yarıçap ve açı değerlerini alırlar. $\Delta\theta$ ve Δr değerleri de iki hücre elemanı arası yarıçap ve açı değerleri arasındaki fark olarak tanımlanır.

Bundan sonraki bölümde elde edilen nümerik sonuçlara yer verilecektir.

7 SONUÇLAR

Yapılan formülasyon kullanılarak radyasyon karakteristikleri elde edilmiş ve formülasyonun doğruluğu kontrol edilmiştir. Karşılaştırma yapmak amacıyla MoM sonuçları da elde edilmiş ve alan ifadeleri hesaplanmıştır. MoM kullanıldığı durumlarda sadece çembersel bir profil için hacimsel eşlik teoremi kullanılarak sonuçlar bulunmuştur. İnce, çembersel tabaka, ince çemberler ile bölmelenmiştir. MoM, çembersel durumda yavaş çalışırken diğer kesit yapılar için daha da yavaş çalışmaktadır.

Radyasyon deseni hesaplandıktan sonra toplam güç

$$P_{rad}(R_T, S_T) = \frac{1}{Z_0 \pi k_0} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi \quad (7.1)$$

ile, direktivite de

$$D(\varphi) = 2\pi \frac{|\Phi(\varphi)|^2}{\int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi} \quad (7.2)$$

denklemleriyle elde edilmiştir.

Formulasyonda kullanılan Fourier katsayıları elde edilirken 2048 noktalı FFT algoritması kullanılmıştır. FFT yaklaşımı ile elektriksel olarak büyük reflektörler makul zamanlarda çözülebilmektedir.

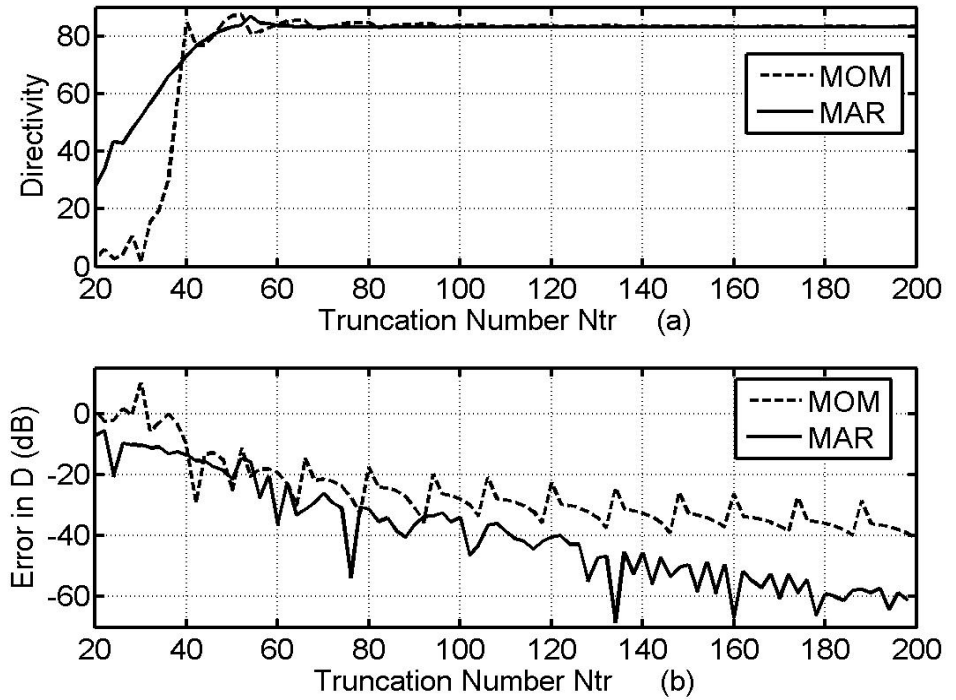
Önce geçirgen olmayan durumlar için elde edilen sonuçlar incelenecektir. Daha sonra geçirgen durum için ulaşılan sonuçlar verilecektir.

7.1 Geçirgen Olmayan Durum

Öncelikle MAR durumu ile MOM durumunun kıyaslaması yapılmıştır. Şekil 7.1'de iletkenliği $\sigma=1.03 \cdot 10^7$ S/m olan maddeden oluşan çembersel kesitli bir geometri, CSP tarafından aydınlatılmıştır. Bu şekilde mükemmel iletkene yakın bir yüksek iletken yüzey kullanılmıştır. Geometri simetrik bir şekilde durmaktadır. Bu iletkenlikli madde için $R_T / Z_0 = (2.6 - 2.6i)10^{-5}$ ve $S_T Z_0 = (4.8 + 4.8i)10^3$ değerleri bulunmuştur.

Şekil 7.1(a)'da direktivite değerinin MAR ve MOM durumları için değişimini göstermektedir. Görüldüğü gibi her iki metot için direktivite değeri, kesim sayısı arttıkça aynı değere yakınsamaktadır.

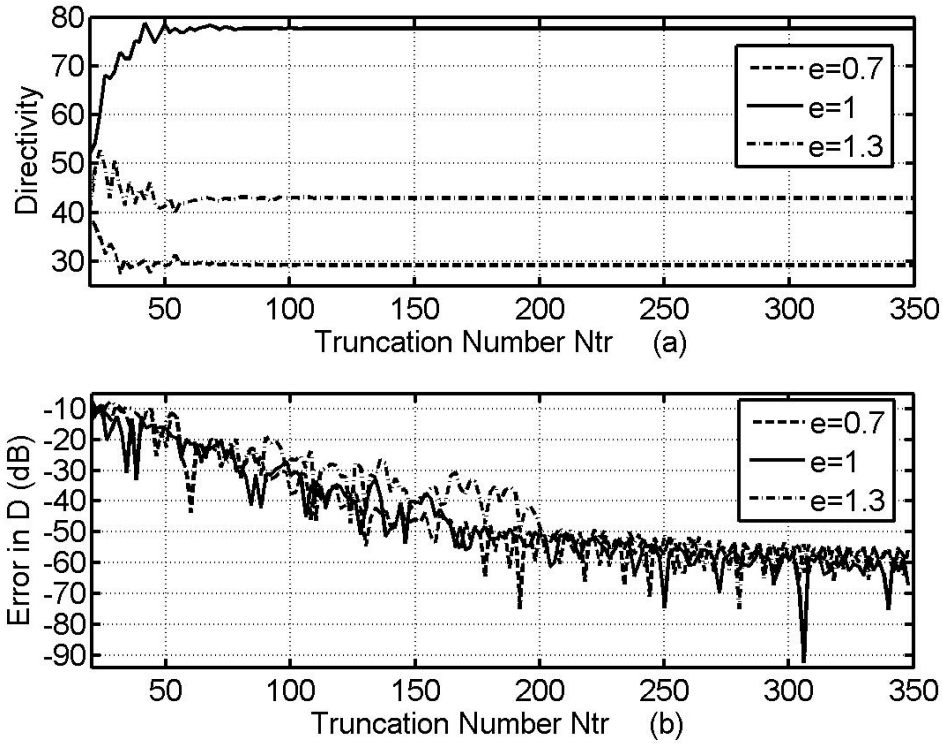
Şekil 7.1(b)'de bağıl direktivite hatasını MAR ve MOM durumları için göstermektedir. Seçilen iletkenlik değeri düşük yüzey empedansı ve buna bağlı olarak ilk integral denklemi kötü koşullanmış olma olsa da, MAR durumundaki yakınsama MOM durumuna göre daha iyi çıkmıştır.



Şekil 7.1 a) Direktivite, b) direktivite hata karşılaştırması (MAR ve MOM durumları için)
($f=20\lambda$, $d=25\lambda$, $kb=5$, $e=0$)

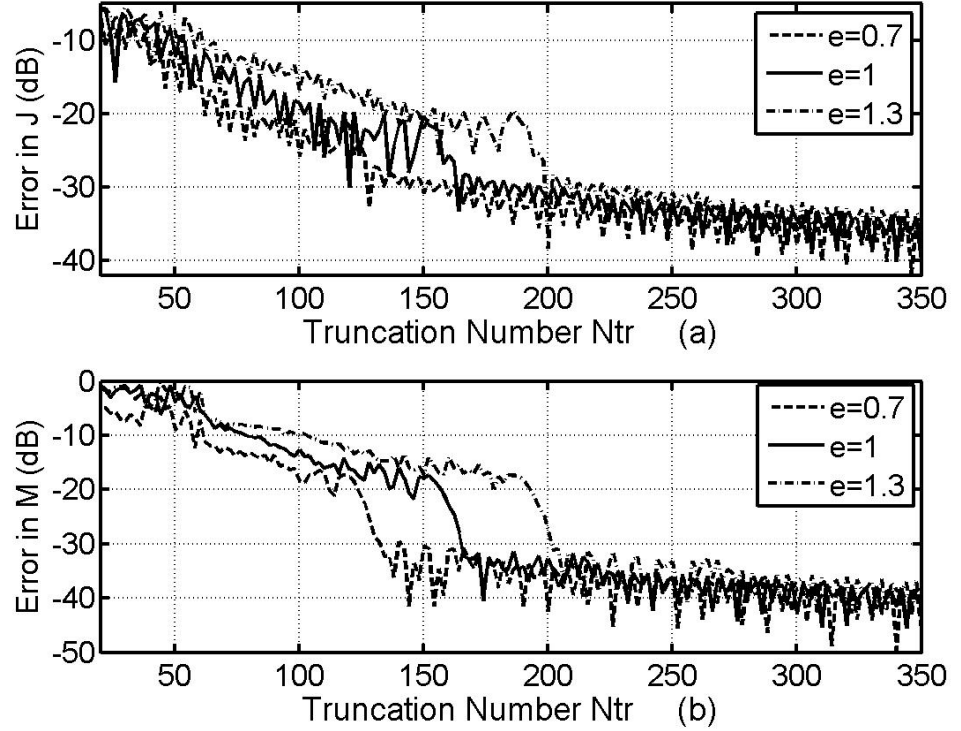
Formülasyonun hassasiyeti ve yakınsaklığı direktivitedeki bağıl hatanın büyüklüğü ile anlaşılabilir. Bu ifade $\Delta D = \left(|D^{N_{tr}+1} - D^{N_{tr}}| \right) \cdot (D^{N_{tr}})^{-1}$ şeklindedir. N_{tr} değeri matris denklem sisteminin kesim olarak tanımlanır.

Şekil 7.2'de direktivite ve direktivite hatasının farklı dışmerkezlik değerleri için kesim sayısına göre değişimi empedans tipindeki yüzey için görülmektedir. Şekil 7.2 (a)'da, parabol için daha büyük direktivite değeri elde edilmiş ve her e değeri için direktivite, kesim sayısı arttıkça yakınsamıştır. Şekil 7.2(b)'de ise aynı değerler için bağıl direktivite hata değişimi kesim sayısına göre verilmiştir. Her durum için kesim sayısı arttıkça yakınsama artmaktadır. Daha büyük kesim sayısı değerleri için daha iyi yakınsama elde edilir.



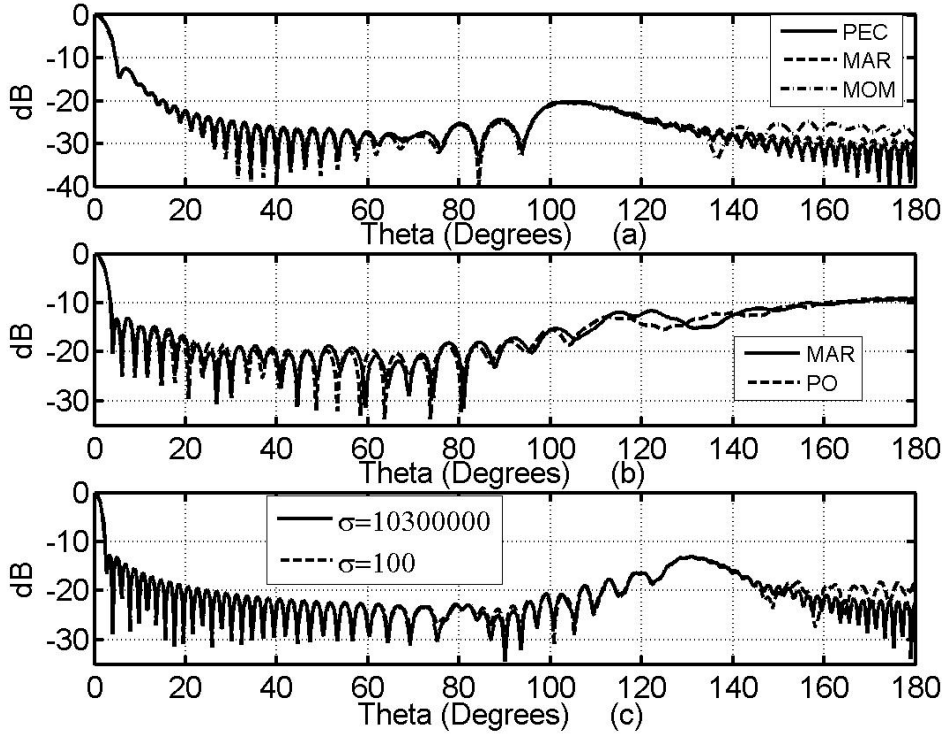
Şekil 7.2 a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için MAR durumu için karşılaştırılması ($Z=-i*0.25Z_0$, $f=10\lambda$, $d=20\lambda$, $kb=5$)

Elektrik akım yoğunluğu (J) ve manyetik akım yoğunluğu (M) bağıl hataları Şekil 7.3(a) ve 7.3(b)'de verilmiştir. J ve M için bağıl hatalar maksimum norm ile ifade edilir ve sırasıyla $\Delta J = \max |x_n^{N_{tr}+1} - x_n^{N_{tr}}| \left(\max |x_n^{N_{tr}}| \right)^{-1}$ ve $\Delta M = \max |m_n^{N_{tr}+1} - m_n^{N_{tr}}| \left(\max |m_n^{N_{tr}}| \right)^{-1}$ ile hesaplanır. Değişik dışmerkezlik değerleri için verilen hata grafiklerinde azalan bir davranış görülmektedir. Dışmerkezlik değeri büyüdükçe, azalma miktarı daha az olmaktadır. Bunun nedeni geometriyi tamamlayan çembersel kısmın elektriksel olarak büyümesidir.



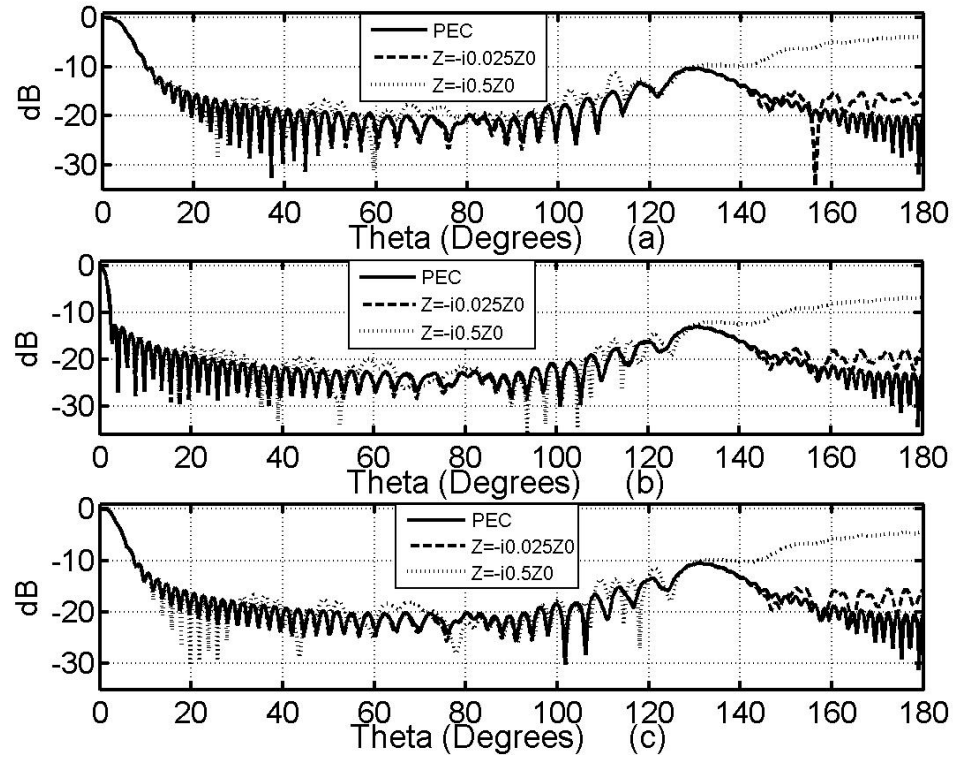
Şekil 7.3 Bağıl hatanın a) elektrik akım yoğunluğu (J) ve b) manyetik akım yoğunluğu (M) için farklı dışmerkezlik değerleri ile MAR durumu için değişimi ($Z=-i*0.25Z_0$, $f=10\lambda$, $d=20\lambda$, $kb=5$)

Şekil 7.4 (a)'da yüksek iletkenliği olan yüzeyin radyasyon deseninin MAR, MOM ve PEC durumları için karşılaştırması verilmiştir. Görüldüğü gibi MAR çözümü PEC çözümü ile neredeyse çakışık çözüm vermiş, MOM çözümü ise arka bölgede sapmıştır. MOM çözümünde bölmeleme sayısı arttıkça bu sapma azalır PEC çözümüne yaklaşır. Ancak bu şekilde verilmemiştir. Burada iletkenliği $\sigma=1.03 \cdot 10^7$ S/m olan madde ve parametrelili geometri kullanılmıştır. Şekil 7.4 (b)'de ise fiziksel optik (PO) çözümü MAR çözümüyle empedans yüzey için karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Empedans tipte yüzey kullanılmıştır. Şekil 7.4(c)'de de iletkenliği birbirlerinden farklı iki madde homojen bir şekilde yüzeyde dağıldığı durum için radyasyon desenleri karşılaştırması verilmiştir. Birbirine yakın desenler gözlenirken, arka bölgede düşük iletkenliği olan madde için yüksek seviyeler elde edilmiştir.



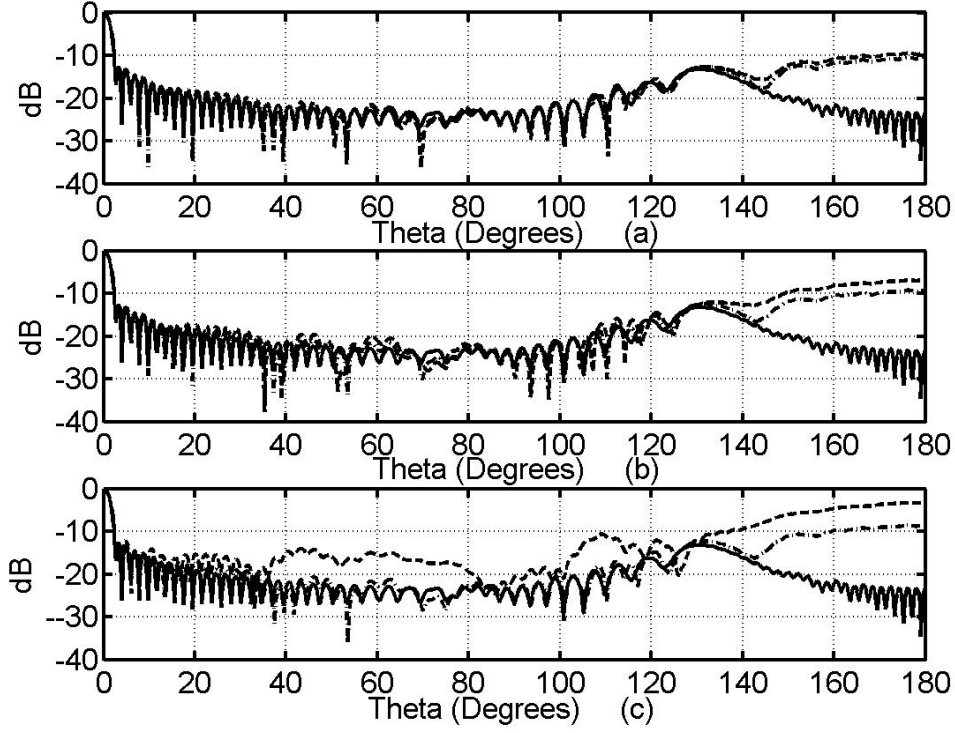
Şekil 7.4 Normalize elektrik alan karşılaştırması a) MAR, MOM ve PEC ($f=20\lambda$, $d=25\lambda$, $e=0$, $kb=5$) b) MAR ve PO ($Z=-i \cdot 0.25 Z_0$, $f=10\lambda$, $d=20\lambda$, $kb=3$, $e=1$) c) İletkenlikleri farklı maddeler için MAR çözümü ($f=20\lambda$, $d=30\lambda$, $kb=5$, $e=1$)

Şekil 7.5'te değişik dışmerkezlik değerleri için farklı yüzey empanası durumlarında radyasyon desenleri verilmiştir. Parabol durumu için en düşük ana ışın genişliği görülmektedir. Yüzey empedansı $-i0.025Z_0$ empedansında $-i0.5Z_0$ empedansına göre PEC durumuna daha yakındır. Özellikle arka bölgede bu değişim daha net görülebilmektedir. Bu tip yüzeyler, fiziksel olarak mükemmel iletkeni kaplayan dielektrik maddeler şeklinde düşünülebilir. Böylece yüzey dalgaları yayılabilir. Yüksek empedanslara çıktıkça yüksek köşe saçınımları oluşur ve böylece radyasyon seviyeleri yükselir.



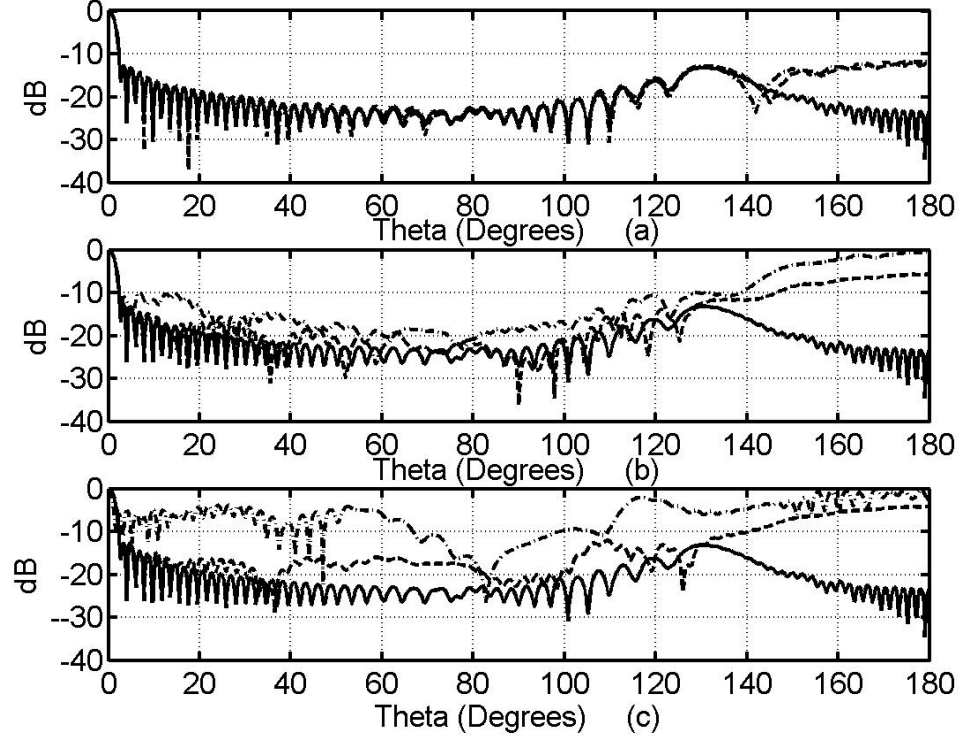
Şekil 7.5 PEC ve farklı empedans değerli yüzeyler için değişik dışmerkezlik değerlerinde normalize elektrik alan radyasyon deseni karşılaştırması a) $e=0.7$, b) $e=1$ ve c) $e=1.3$
($f=20\lambda$, $d=30\lambda$, $kb=5$)

Şekil 7.6'da farklı dielektrik maddelerle kaplı farklı kalınlıklara sahip üç yüzey için PEC ile radyasyon deseni karşılaştırılması verilmiştir. Kalınlık arttıkça PEC durumunda sapma artmıştır. Dielektrik maddenin kompleks kısmı yani kayıp arttıkça radyasyon seviyesi özellikle arka bölgede azalmıştır. Kalınlık arttıkça, $\epsilon_r=20-3i$ bağıl dielektrik sabitli madde için sapma $\epsilon_r=3-20i$ sabitli maddeye göre PEC durumundan daha çok olmuştur.



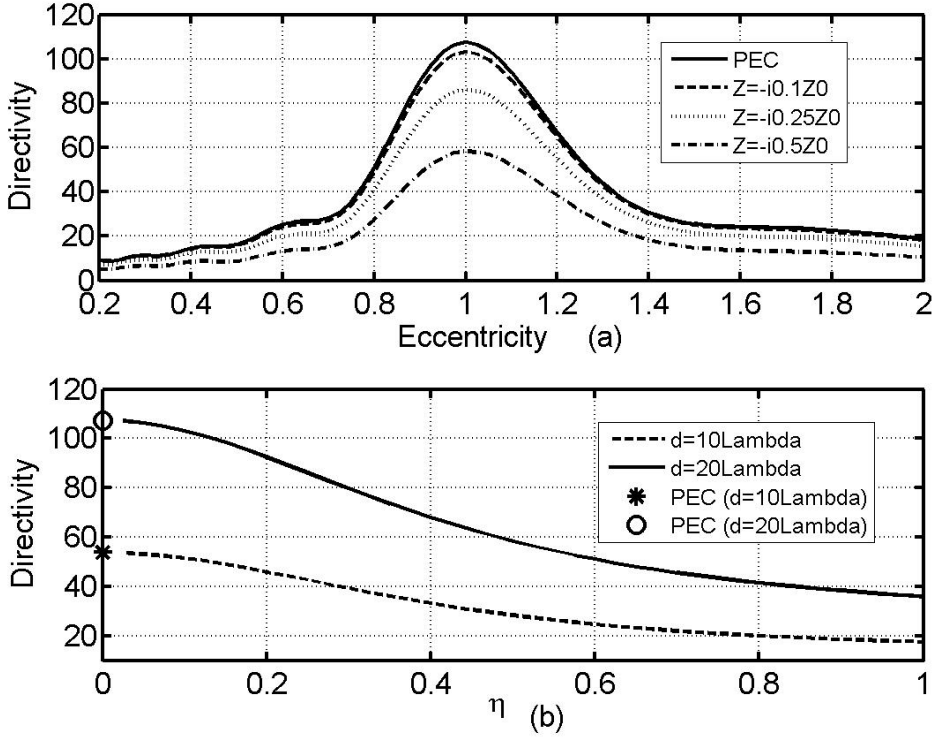
Şekil 7.6 PEC (katı çizgi), $\epsilon_r=20-3i$ (kesikli çizgi) ile kaplı PEC ve $\epsilon_r=3-20i$ (noktalı kesik çizgi) ile kaplı PEC durumlarının değişik kalınlıklar için normalize elektrik alan büyüklüklerinin karşılaştırılması a) 0.03λ , b) 0.04λ ve c) 0.05λ
($f=20\lambda$, $d=30\lambda$, $e=1$ (parabol), $kb=5$)

Şekil 7.7'de de bu kez manyetik madde ile kaplı PEC yüzeyin radyasyon deseni incelenmiştir. Manyetik tipte malzeme için elektrik duruma göre daha küçük kalınlık değerleri kullanılmıştır. Şekil 7.7'ye göre PEC durumundan sapmalar daha belirgindir. Kalınlık arttıkça sapmalar artmaktadır. Malzeme kompleks manyetik geçirgenliğe sahip olduğunda, sanal kısmı büyük olan malzeme için sapmaların daha yüksek olduğu görülmektedir.



Şekil 7.7 PEC (katı çizgi), $\mu_r=20-3i$ (kesikli çizgi) ile kaplı PEC ve $\mu_r=3-20i$ (noktalı kesik çizgi) ile kaplı PEC durumlarının değişik kalınlıklar için normalize elektrik alan büyüklüklerinin karşılaştırılması a) 0.001λ , b) 0.005λ ve c) 0.01λ ($f=20\lambda$, $d=30\lambda$, $e=1$ (parabol), $kb=5$).

Şekil 7.8(a)'da direktivitenin farklı empedans durumlarına göre dışmerkezlik değerine göre değişimi görülmektedir. Görüldüğü gibi parabol durumunda ($e=1$), maksimum direktivite elde edilmiştir. Empedans değeri arttıkça direktivite değeri düşmektedir. Şekil 7.8(b)'de ise direktivitenin η değerine göre değişimi farklı d değerleri için sabit f/d durumunda verilmektedir. Geometriye ait dışmerkezlik $e=1$ alınmıştır. $Z = -i\eta Z_0$ şeklinde tanımlanan yüzey empedansı için $\eta = 0$ olması PEC durumunu ifade eder ve şekilde belirtilmiştir. Görüldüğü gibi grafikler $\eta \rightarrow 0$ iken iki farklı nokta ile belirtilmiş PEC değerlerine yakınsar. Bu iki nokta maksimum direktivite değerlerini gösterir. Eğer η artarsa, direktivite değeri de gittikçe düşer.



Şekil 7.8 a) PEC ve farklı empedanslı yüzeylerin direktivite değerlerinin dışmerkezlik değerine göre değişimi ($f/d=0.5$, $d=20\lambda$, $kb=3$) b) direktivite değerinin η değerine göre değişiminin karşılaştırılması ($f/d=0.5$, $d=20\lambda$, $kb=3$, $e=1$)

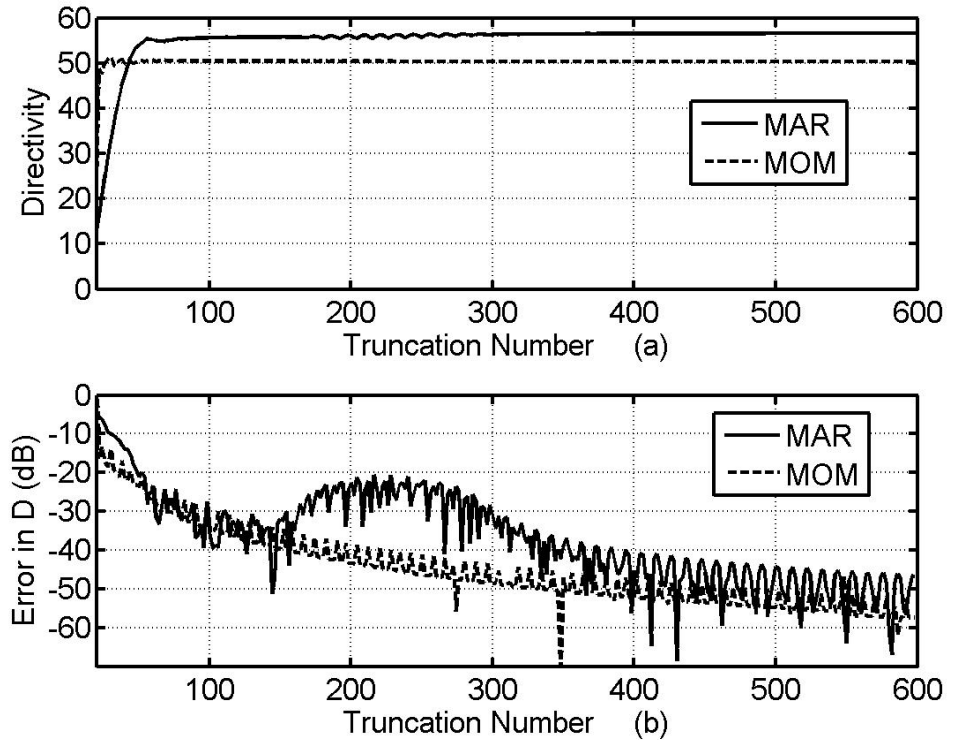
Geçirgen olmayan durumla ilgili sonuçlardan sonra şimdi de geçirgen yapılar için yapılan analizler incelenecektir.

7.2 Geçirgen Durum

Geçirgen yapılarla ilgili incelemelerde bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r=20+2i$ olan madde ele alınmıştır. MOM kıyaslamalarında yine $e=0$ durumu için analizler yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Şekil 7.9(a)'da ise geçirgen durum için dairesel kesitteki yapının MAR ve MOM için karşılaştırmalı olarak verilmektedir. MAR durumundaki direktivite değeri MOM durumuna göre daha yüksek çıkmıştır. Bunun sebebi radyasyon desenlerinde MAR sonucunun daha düşük seviyelerde olması bu nedenle direktive hesaplamasında toplam radyasyonun etkisinin ters orantılı etkisi olarak açıklanabilir.

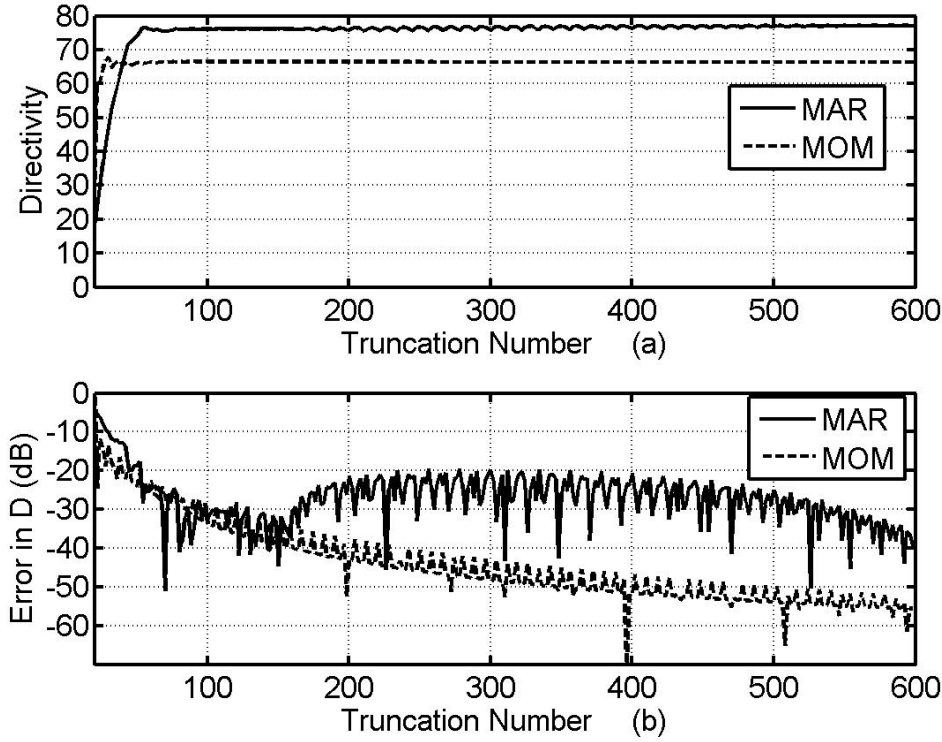
Şekil 7.9(b)'de de direktivite hatası karşılaştırılmıştır. Şekilde görüldüğü gibi başlangıçta MOM durumundaki yakınsama daha hızlı iken, kesim sayısı 600 değerine gittikçe MAR sonucu MOM sonucuna yaklaşmıştır.



Şekil 7.9 a) Direktivite, b) direktivite hatasının MAR ve MOM için karşılaştırması
($f=26\lambda$, $d=15\lambda$, $e=0$ (daire), $kb=5$, $\epsilon_r=20+2i$, $h=0.1\lambda_\epsilon$)

Şekil 7.10 (a)'da MAR ve MOM direktiviteilerinin karşılaştırması bir önceki şekildeki parametrelerle $h=0.2\lambda_e$ kalınlığı için incelenmiştir. Benzer şekilde MAR durumundaki direktivite daha yüksektir. Ayrıca MAR durumunda direktivite küçük dalgalanmalar yapmaktadır.

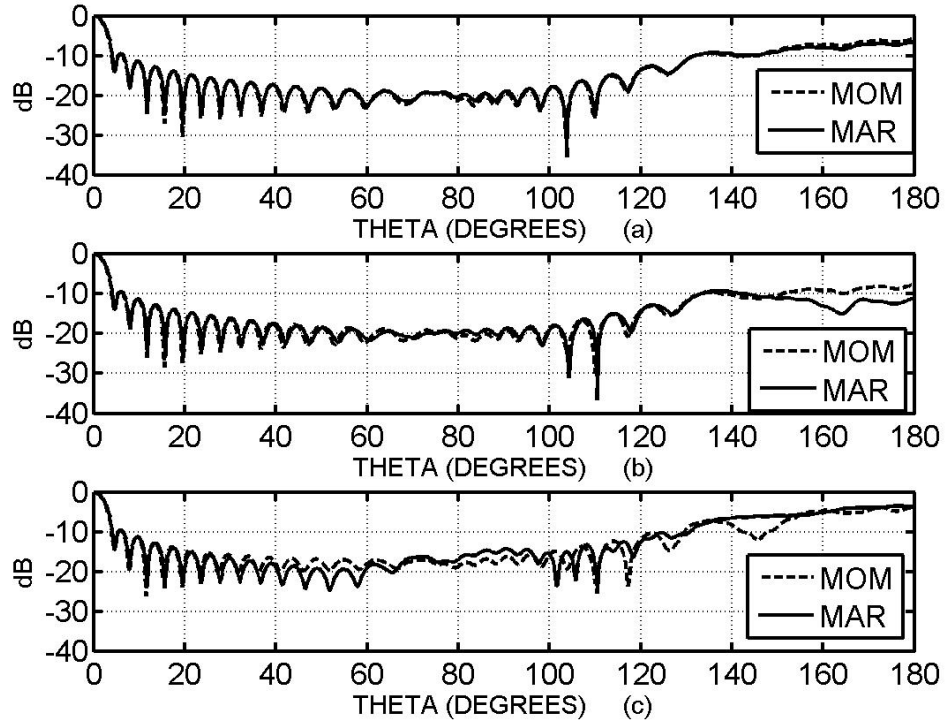
Şekil 7.10 (b)'de de direktivite hatası karşılaştırılmıştır. Şekil 7.9(b)'ye göre MAR durumundaki yakınsama bu kalınlık için daha azdır. MOM durumuna yakınsaması için kesim sayısını daha da arttırmak gerekmektedir.



Şekil 7.10 a) Direktivite, b) direktivite hatasının MAR ve MOM için karşılaştırması
($f=26\lambda$, $d=15\lambda$, $e=0$ (daire), $kb=5$, $\epsilon_r=20+2i$, $h=0.2\lambda_e$)

Şekil 7.9 ve Şekil 7.10 için hesaplama süreleri MOM için oldukça uzundur. MAR için ise bu süre oldukça kısadır. Daha ince kalınlıklar için MAR'ın yakınsaması çok iyi olur ancak bu kez yansıma katsayısından dolayı direktivite değerleri düşer.

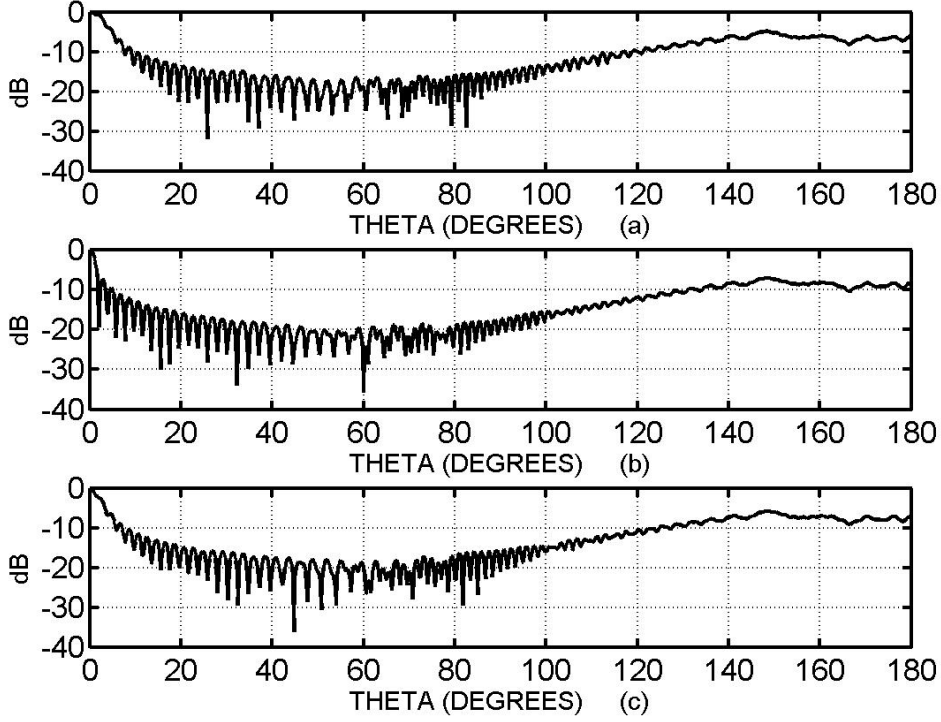
Şekil 7.11'de MAR ve MOM durumları için radyasyon desenlerinin farklı kalınlıklarda karşılaştırılması verilmiştir. Kalınlık $0.1\lambda_\epsilon$ iken her iki desen birbirine çok yakındır. Kalınlık arttıkça sapmalar görülmektedir. $0.2\lambda_\epsilon$ kalınlığında arka bölgede ayrılmalar olmuştur. $0.45\lambda_\epsilon$ kalınlığında ayrışmalar daha belirgindir.



Şekil 7.11 Değişik kalınlıklarda MAR ve MOM durumları için radyasyon desenlerinin karşılaştırılması (a) $h=0.1\lambda_\epsilon$, (b) $h=0.2\lambda_\epsilon$, (c) $h=0.45\lambda_\epsilon$
($f=26\lambda$, $d=15\lambda$, $e=0$ (daire), $kb=5$, $\epsilon_r=20+2i$)

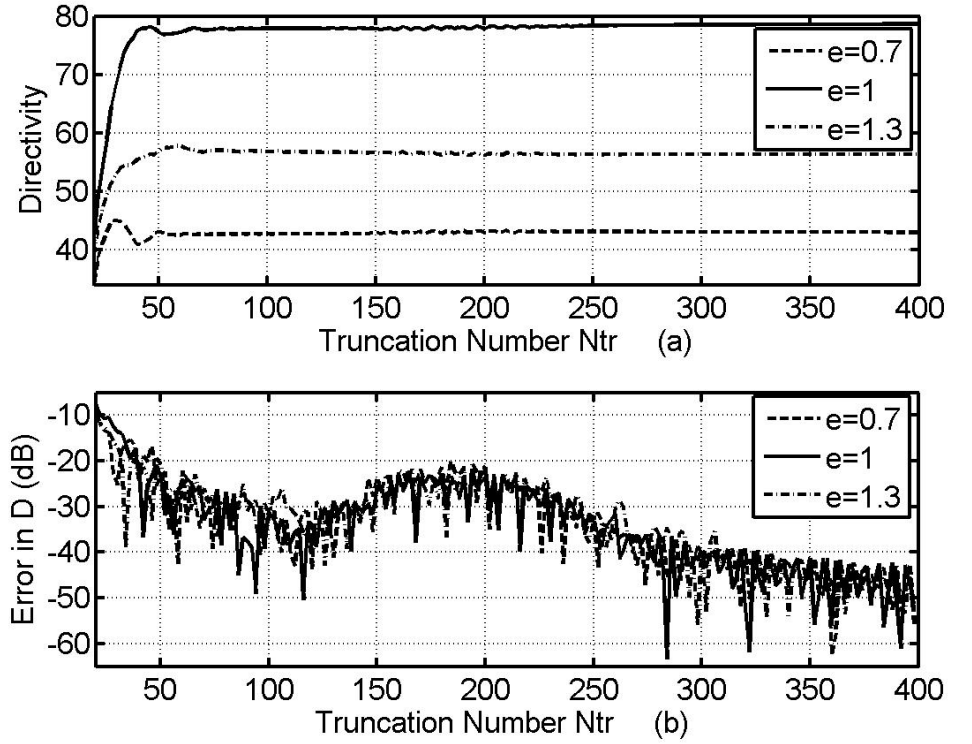
Şekil 7.11'deki desende MAR, MOM durumuna nazaran daha küçük değerler almıştır. Toplam güç bu yüzden küçülmüş ve direktivite değeri MOM'a göre büyümüştür.

Şekil 7.12'de değişik dışmerkezlik değerleri için radyasyon deseni verilmiştir. Beklendiği gibi en küçük hüzmeye genişliği $e=1$ (parabol) olduğu durumda elde edilmiştir. Desenler incelendiğinde makul sonuçlar çıktığı söylenebilir.



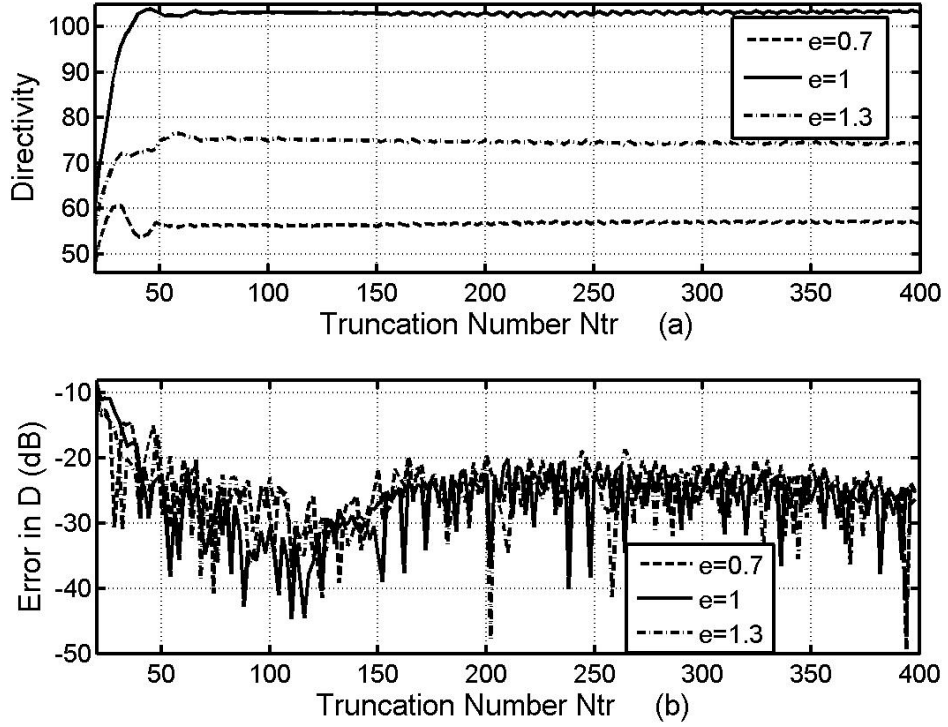
Şekil 7.12 Değişik dışmerkezlik değerleri için MAR çözümünün radyasyon desenlerinin karşılaştırılması (a) $e=0.7$, (b) $e=1$, (c) $e=1.3$
($f=25\lambda$, $d=30\lambda$, $kb=3$, $h=0.1\lambda_e$)

Şekil 7.13'te değişik dışmerkezlik değerlerine ait direktivite ve direktivite hataları verilmektedir. En büyük direktivite değeri $e=1$ (parabol) içindir. Direktivite hatası ise belli bölgelerde artma eğiliminde olsa da kesim sayısı 400 değerine yaklaştıkça azalmaktadır. Her üç dışmerkezlik değerinde de direktivite hatası benzer şekildedir.



Şekil 7.13 a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için MAR durumu için karşılaştırılması ($f=20\lambda$, $d=20\lambda$, $kb=5$, $h=0.1\lambda_e$)

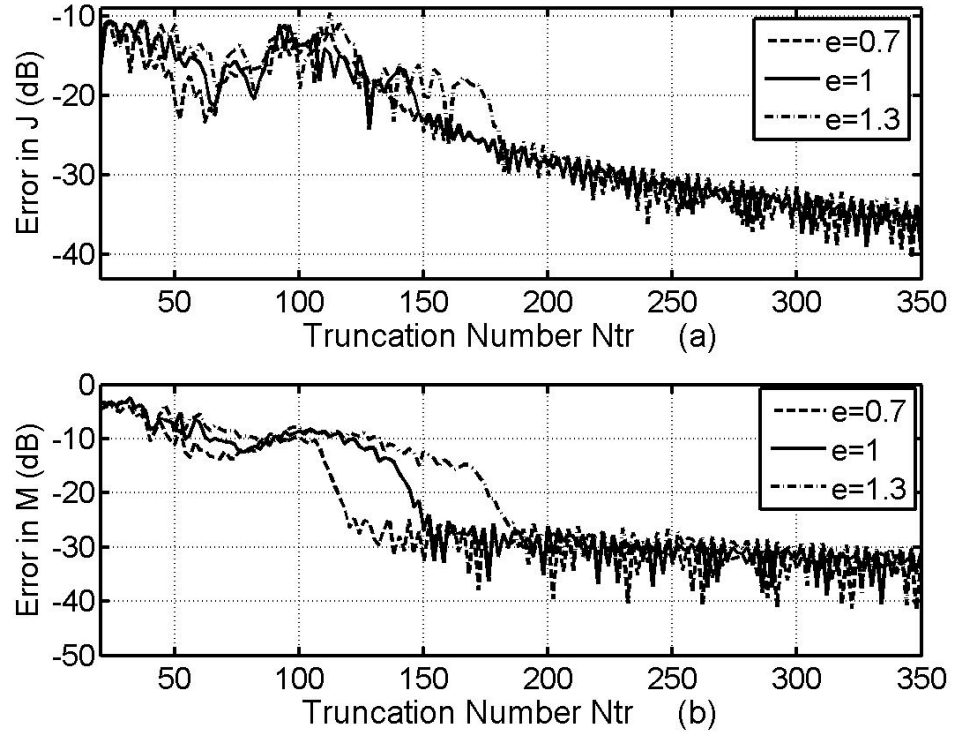
Şekil 7.14'te $h=0.2\lambda_e$ kalınlıktaki profil için değişik dışmerkezlik değerlerine ait direktivite ve direktivite hatası verilmektedir. Şekil 7.13 ile aynı parametreler kullanılmıştır. Yine en büyük direktivite değeri $e=1$ (parabol) içindir. Direktivite değerleri Şekil 7.13(a)'daki değerleri göre daha yüksektir. Bunun sebebi yansıma katsayısının bu kalınlık için daha yüksek olmasıdır. Ancak direktivite hatası Şekil 7.13 (b)'deki duruma göre daha büyük değerlerdedir.



Şekil 7.14 a) Direktivite b) direktivite hata fonksiyonlarının değişik dışmerkezlik değerleri için MAR durumu için karşılaştırılması ($f=20\lambda$, $d=20\lambda$, $kb=5$, $h=0.2\lambda_e$)

Şekil 7.15'te elektrik akım yoğunluğu (J) ve manyetik akım yoğunluğu (M) bağıl hataları verilmiştir. Değişik dışmerkezlik değerleri için verilen hata grafiklerinde azalan bir davranış görülmektedir. Dışmerkezlik değeri büyüdükçe, azalma miktarı daha az olmaktadır. Bunun nedeni geometriyi tamamlayan çembersel kısmın elektriksel olarak büyümesidir.

J akımındaki hatanın, M akımına göre daha büyük çıktığı görülmektedir.

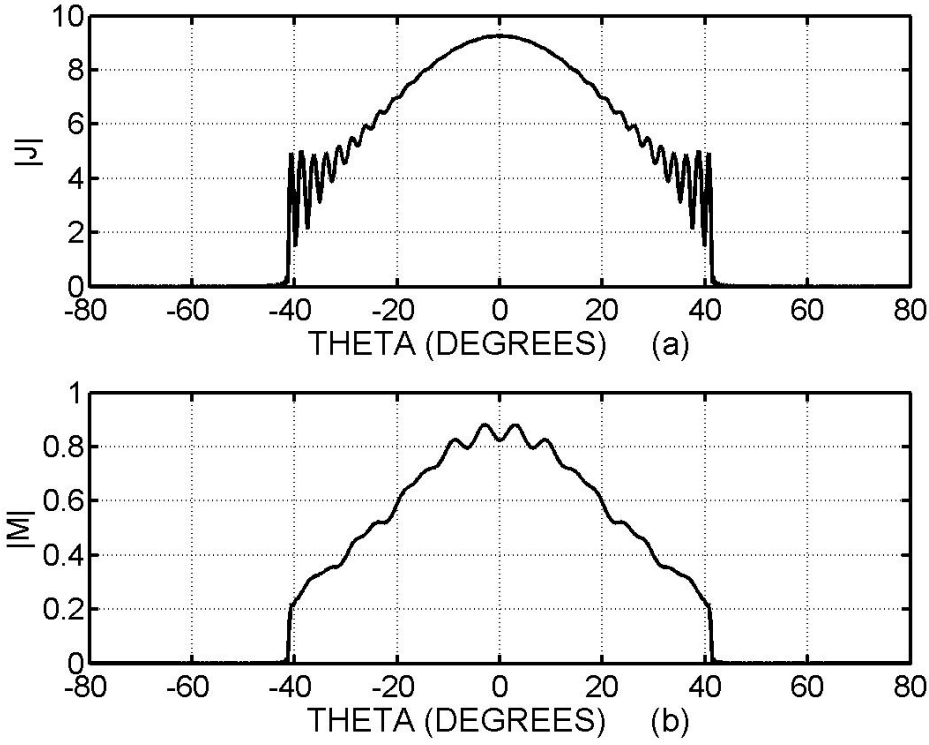


Şekil 7.15 Bağıl hatanın a) elektrik akım yoğunluğu (J) ve b) manyetik akım yoğunluğu (M) için farklı dışmerkezlik değerleri ile MAR durumu için değişimi ($f=10\lambda$, $d=15\lambda$, $kb=5$, $h=0.1\lambda_e$)

Şekil 7.16'da J ve M akım yoğunluklarının büyüklüklerini açıya bağlı değişimi görülmektedir. J ve M akımları $J(\varphi) = \sum_{n=-Ntr}^{Ntr} x_n e^{in\varphi}$ ile

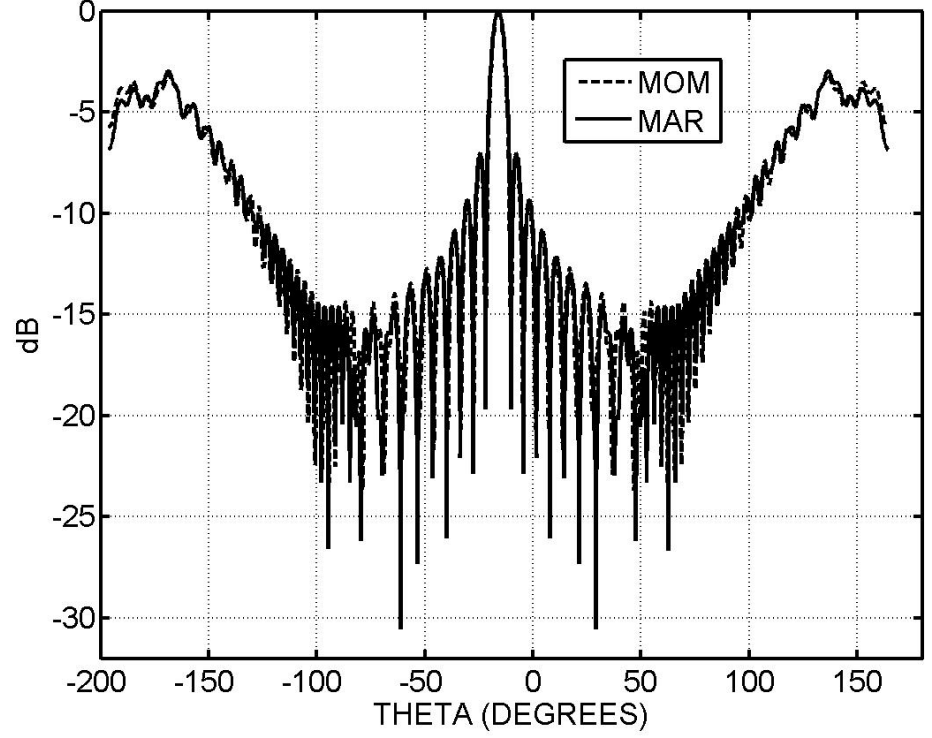
$M(\varphi) = \sum_{n=-Ntr}^{Ntr} m_n e^{in\varphi}$ ifadeleri kullanılarak bulunur. Verilen parametreler için

açıklık 41.11° ve -41.11° derece arasındadır. Simetrik besleme olmasından dolayı akım değerleri de simetrik çıkmıştır. Açıklık değerinin dışında akım değerleri sıfıra düşmektedir.



Şekil 7.16 a) Elektrik akım yoğunluğu (J) ve b) manyetik akım yoğunluğu (M) değerlerinin büyüklüğünün açıya bağlı değişimi ($f=10\lambda$, $d=15\lambda$, $e=1$, $kb=5$, $\epsilon_r=20+2i$, $h=0.1\lambda_e$)

Şekil 7.17'de off-set durum için MAR ve MOM durumları için radyasyon desenleri görülmektedir. Tam ortasından aydınlatılan sistem, yatay eksene göre simetrik olmadığından dolayı desen de simetrik çıkmamıştır. Her iki çözüm birbirlerine yakın sonuçlar vermiştir.



Şekil 7.17 MAR ve MOM çözümünün radyasyon desenlerinin off-set durum için karşılaştırılması ($f=36\lambda$, $d_2=15\lambda$, $d_1=5\lambda$, $kb=3$, $h=0.1\lambda_\epsilon$, $\beta=16.12^\circ$)

Görüldüğü gibi arka bölgede yine MAR çözümü MOM'a göre daha düşük seviyededir.

Elde edilen nümerik sonuçlardan sonra, bu sonuçlarla ilgili genel yorumlar bir sonraki kısımda verilmiştir.

8 GENEL SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında iki boyutlu konik kesitli ince tabakalı yapılar için saçınım problemi incelenmiştir. Seçilen malzemenin tipine göre geçirgen ya da geçirgen olmayan durumlar analiz edilmiştir. Çift seri denklemleri ince tabaka sınır şartı kullanılarak analitik regülarizasyon metodu kullanılarak çözülmüştür. Diğer yaklaşık tekniklere göre daha kesin sonuçlar elde edilmiştir. Geçirgen yapılar için yapılan analizlerde yakınsama geçirgen olmayan yapılara göre daha az olmuştur. Kaynak olarak kompleks kaynak noktası kullanılmıştır. Yapılan karşılaştırmalı analizlerde kullanılan metodun çok iyi sonuçlar verdiği matematiksel olarak ispatlanmıştır.

Problem çözümünde öncelikle integral denklemleri oluşturulmuştur. Kaynak ve sınır değerler kullanılarak elde edilen iki denklem sistemi ile bilinmeyen J ve M akım yoğunlukları elde edilmiştir. Bu akım yoğunlukları elde edildikten sonra radyasyon deseni, direktivite, bağıl direktivite hatası, akım dağılımları, akım hataları analiz edilmiştir. Çözümün doğruluğunu kanıtlamak için diğer yaklaşık çözümler MOM ve PO karşılaştırma amaçlı kullanılmıştır.

Problemin parametreleri seçilirken dikkat edilmesi gereken noktalar vardır.

- İnce yapı şartının sağlanması ve kaynaktan gelen radyasyonun normale yakın olması gereklidir.
- İletken kullanıldığı durumlarda deri kalınlığından büyük bir kalınlık seçmek gereklidir.
- Problemin boyutu küçük iken yakınsama daha kolay iken, problem boyutu arttıkça yakınsama için gerekli kesim sayısı da artmaktadır.
- Geçirgen durumda ince tabakada sonuç daha iyi iken kalınlık arttıkça hassasiyet azalır.

MOM durumunda sonuçların elde edilmesi için çok uzun sürelere ihtiyaç duyulurken, MAR ile çok daha kısa süreler içerisinde daha doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. Dışmerkezlik (e) değeri sıfır olduğunda çok daha az terim kullanılıp FFT alınmadığı için daha da hızlı bir şekilde sonuçlara ulaşılmıştır.

9 ÖNERİLER

Saçınım problemlerini çözümünde yüksek işlem gücü gerekmektedir. bu yüzden kullanılan bilgisayarlarla uzun süreler beklemek zorunluluğu olmuştur. Daha hızlı bilgisayarlar kullanılarak işlemlerin sonuçları daha kısa sürelerde çıkarılabilir.

Düzgün olmayan yani maddenin parametrelerinin şerit üzerinde açığa bağlı değiştiği geometriler için geçirgen ve geçirgen olmayan durumlar için incelenmesi planlanmaktadır. Ayrıca aynı problemin H-polarizasyon durumu ileride yapılacak çalışmalar arasındadır.

KAYNAKLAR DİZİNİ

- Akduman I. and Büyükaksoy A.**, 1995, Asymptotic expressions for the surface currents induced on a cylindrically curved impedance strip, IEEE Transactions on AP, 43: 453-463pp.
- Agronovitch Z. S., Marchenko V. S., and Shestopalov V. P.**, 1962, The diffraction of electromagnetic waves from plane metallic lattices, Sov. Phys. Tech. Phys., 7:277-286pp.
- Balanis C. A.**, 1989, Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, 210-213pp, New York.
- Balanis C. A.**, 2005, Antenna Theory: Analysis and Design, 3rd Edition, Wiley, 133-139pp, New Jersey.
- Barclay M. R. and Rusch W. V. T.**, 1991, Moment-method analysis of large, axially symmetric reflector antennas using entire domain functions, IEEE Transactions on AP, 39: 491- 496pp.
- Bhattacharyya A. K.**, 1995, High-Frequency Electromagnetic Techniques: Recent Advances and Applications, Wiley.
- Bleszynski E., Bleszynski M., and Jaroszewicz T.**, 1993, Surface integral equations for electromagnetic scattering from impenetrable and penetrable sheets, IEEE Transactions on AP, 35:14–25pp.
- Bleszynski E., Bleszynski M., and Jaroszewicz T.**,1993b, Surface integral equations for impenetrable sheets with different face impedances, IEEE International Symposium on Antennas and Propagation, 98-101pp.
- Boriskina S. V., Nosich A.I., and Altintas A.**, 2007, Effect of the imperfect flat earth on the vertically-polarized radiation of a cylindrical reflector antenna, IEEE Transactions on AP vol., 48: 285-292pp.
- Bucci O. M., Massa G. D. and Catello S.**, 1981, Control of reflector antennas performance by rim loading, IEEE Transactions on AP, 29(5): 773-779pp.
- Bucci O. M. and Franceschetti G.**, 1980, Rim loaded reflector antennas, IEEE Transactions on AP ,28: 297-305pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Colton D. and Kress R.**, 1983, Integral Equation Method in Scattering Theory, Wiley.
- Gibson W. C.**, 2007, The Method of Moments in Electromagnetics, CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Glisson A. W.**, 1992, Electromagnetic scattering by arbitrary shaped surfaces with impedance boundary conditions, Radio Science, 27(6):935-943pp.
- Hashimoto M., Idemen M. and Tretyakov O.A.**, 1993, Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory, Science House, pp: 419-469.
- Heldring A., Rius J. M., Ligthart L. P., and Cardama A.**, 2004, Accurate numerical modeling of the TARA reflector system, IEEE Transactions on AP, 52:1758-1766pp.
- Hower G. L., Olsen R. G., Earls J. D., and Scheider J. B.**, 1993, Inaccuracies in numerical calculation of scattering near to natural frequencies, IEEE Transactions on AP, 41: 982-986pp .
- Idemen M. and Büyükkaksoy A.**, 1984, High frequency surface currents induced on a perfectly conducting cylindrical reflector, IEEE Transactions on AP, 32: 501-507pp.
- Karp S. N. and Karal F. C.**, 1965, Generalized Impedance Boundary Conditions with Applications to Surface Wave Structures, J. Brown (ed.), Electromagnetic Wave Theory, Part 1, 479-483pp, New York.
- Landau L. D. and Lifshitz**, 1982, Electrodynamics of Continuous Media, New York, Pergamon Press.
- Newman E. H. and Scrote M. R.** 1978, An open surface integral formulation for electromagnetic scattering by material plates, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, AP, 32:672-678pp.
- Nosich A.I.**, 1999, Method of analytical regularization in the wave-scattering and eigenvalue problems: foundations and review of solutions, IEEE Transactions on AP Magazine, 42: 34-49pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Nosich A. I., Okuno Y. and Shiraishi T.**, 1996, Scattering and absorption of E and H-polarized plane waves by a circularly curved resistive strip, *Radio Science*, 31:1733-1742pp.
- Nosich A. I., Yurchenko V. B. and Altintas A.**, 1997, Numerically exact analysis of a twodimensional variable-resistivity reflector fed by a complex point source, *IEEE Transactions on AP*, 45:1592-1601pp.
- Oğuzer T., Altintas A. and Nosich A.I.**, 1995, Accurate simulation of reflector antennas by the complex source-dual series approach, *IEEE Transactions on AP*, 43: 793-802pp.
- Oğuzer T., Nosich A. I., and Altintas A.**, 2001, E-Polarized beam scattering by an open cylindrical PEC strip having arbitrary conical-section profile, *Microwave Optical Techn. Lett.*, 31: 480-484pp.
- Oğuzer T., Nosich A. I., and Altıntaş A.**, 2004, Analysis of an arbitrary profile cylindrical reflector antenna, H-polarization case, *IEEE Transactions on AP*, 52:3156-3162pp.
- Oğuzer T.**, 2001, Analysis of circular reflector antenna covered by concentric dielectric radome, *IEEE Transactions on AP*, 49: 458-463pp.
- Oğuzer T. and Altıntaş A.**, 2005, Analysis of the 2D nonconcentric reflector antenna-inradome system: E-Polarization case, *J. Electromagnetic Waves Applications*, 19:2093-2111pp.
- Oğuzer T. and Altıntaş, A.**, 2007, Analysis of the nonconcentric reflector antenna in radome system by the iterative reflector antenna and radome interaction, *J. Electromagnetic Waves Applications*, 21: 57-70pp.
- Oğuzer T., Altintas A., and Nosich A. I.**, 2009, Integral equation analysis of an arbitrary profile and varying-resistivity cylindrical reflector illuminated by an E-polarized complex source-point beam, *J. Opt. Soc. Am. A.*, 26:1525-1532pp.
- Oğuzer T., A. Altıntaş and Nosich A. I.**, 2013, Analysis of the elliptic-profile cylindrical reflector with a varying resistivity using the complex source and dual-series approach: H-polarization case”, 2013, *Optical and Quantum Electronics Journal*, 45(8):797-812pp.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Oğuzer T.**, 1996, Analysis of Cylindrical Reflector Antennas in the Presence of Circular Radomes by Complex Source - Dual Series Approach, PhD Thesis, Bilkent University.
- Peterson A. F., Ray, S. L. and Mittra R.**, 1998, Computational Methods in Electromagnetics, IEEE Press, 59-60pp.
- Scott C.**, 1990, Modern Methods of Reflector Antenna Analysis and Design, Artech House.
- Tiberio R., Pelosi G., and Manara G.**, 1985, A uniform GTD formulation for the diffraction by a wedge with impedance faces, IEEE Transactions on AP, 33:867-873pp.
- Umul Y. Z.**, 2007, Scattering of a Gaussian beam by an impedance half-plane, J. Opt. Soc. Am. A., 24:3159-3167pp.
- Umul Y. Z.**, 2008, Scattering of a line source by a cylindrical parabolic impedance surface, J. Opt. Soc. Am. A., 25: 1652-1659pp.
- Volakis J. L., Chatterjee A. and L. C. Kempel**, 1994, Review of the finite-element method for three-dimensional electromagnetic scattering, JOSAA A, 11(4):1422-1433pp.
- Volakis J. L.**, 1986, A uniform geometrical theory of diffraction for an imperfectly conducting half-plane, IEEE Transactions on AP, 34:172-180pp.
- Yuferev S. V. and Ida N.**, 2009, Surface Impedance Boundary Conditions: A Comprehensive Approach, CRC Press, Taylor Francis Group, Boca Raton.
- Yurchenko V. B., Altintas A and Nosich A.I.**, 1999, Numerical optimization of a cylindrical reflector-in-radome antenna system, IEEE Transactions on AP, 47:668-673pp.
- Zinenko T. L., Nosich A. I. and Okuno Y.**, 1998, Plane wave scattering and absorption by resistive-strip and dielectric-strip periodic gratings, IEEE Transactions on AP, 46(10).
- Zinenko T. L., and Nosich A. I.**, 2006, Plane wave scattering and absorption by flat grating of impedance strips, IEEE Transactions on AP, 54(7).

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zinenko T. L., Marciniak M., and Nosich A. I., 2011, Accurate analysis of light scattering and absorption by an infinite flat grating of thin silver nanostrips in free space using the method of analytical regularization, IEEE journal of selected topics in quantum electronics. (in press).

ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad : Fadıl KUYUCUOĞLU

Doğum tarihi : 09/06/1981

Doğum yeri : İzmir (TR)

Adres : 572 Sok. No:54 Eşrefpaşa KONAK İZMİR

Telefon :(+90) 5377636853

E-mail : fadil.kuyucuoglu@ege.edu.tr

Eğitim :

- 2004–2007 Ege Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü (Yüksek Lisans)
- 1999–2003 Ege Üniversitesi Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü (Lisans)
- 1995–1999 İzmir Atatürk Anadolu Lisesi

Çalışmalar :

- Taner OĞUZER, Fadıl KUYUCUOĞLU, İbrahim AVGIN, Ayhan ALTINTAŞ, ANALYSIS OF AN ARBITRARY PROFILE THIN DIELECTRIC CYLINDRICAL REFLECTOR ILLUMINATED BY AN E-POLARIZED COMPLEX SOURCE POINT BEAM, 14th International CONFERENCE ON MMET, August 28-30 August 2012, Kharkiv, Ukraine
- Fadıl KUYUCUOĞLU, Taner OĞUZER, , İbrahim AVGIN, Ayhan ALTINTAŞ, ANALYSIS OF TWO DIMENSIONAL SCATTERING PROBLEM OF THIN, ARBITRARY PROFILE LAYERED GEOMETRY, JEMWA (değerlendirmede)

EKLER

Ek 1 Ters Fourier Dönüşümü

Ek 2 Çift Seri Denkleminin Çözümü

Ek 3 Leontovich Yaklaşımı ile Yüzey Epedansı Sınır Şartları (SIBC)

Ek 4 Teğet Vektör İfadeleri

Ek-1 Ters Fourier Dönüşümü

Bir seri toplamı ile ifade edilen

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\varphi} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{in\varphi}, & \theta < |\varphi| \leq \pi \\ 0, & |\varphi| < \theta \end{cases} \quad (12.1)$$

şeklindeki denklemlerin çözümü Ters Fourier Dönüşümü ile bulunur. Öncelikle eşitliğin her iki yanını $e^{-im\varphi}$ ile çarpılıp 0 ile 2π arasında integral alınır. Sonuç olarak

$$x_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n S_{mm}(\theta), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3.. \quad (12.2)$$

ile çözüm bulunur. Burada S ile verilen fonksiyon

$$S_{mm}(\theta) = \begin{cases} -\frac{\sin \theta(m-n)}{\pi(m-n)}, & m \neq n \\ 1 - \frac{\theta}{\pi}, & m = n \end{cases} \quad (12.3)$$

şeklinde (Zinenko and Nosich, 2006).

Ek-2 Çift Seri Denklemine Çözümü

Bir çift seri denklemi

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n |n| e^{in\varphi} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{in\varphi}, & \theta < |\varphi| \leq \pi \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n e^{in\varphi} = 0, & |\varphi| < \theta \end{cases} \quad (12.4)$$

şeklinde verilsin. Burada eşitliğin sağ tarafındaki f_n katsayıları bilinen ve büyük n değerleri ve $\alpha > 0$ için $O(|n|^{-1+\alpha})$ mertebesinde azalan fonksiyonlar olsun. bu eşitliğin analitik olarak tam çözümü

$$x_m = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n T_{mn}(\theta), \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (12.5)$$

olarak yazılabilir. Buradaki P_n ifadeleri Legendre polinomları, T_{mn} ve q_k fonksiyonları da

$$T_{mn}(\theta) = \begin{cases} \frac{P_{m-1}(u)P_n(u) - P_m(u)P_{n-1}(u)}{2(m-n)}, & m \neq n \\ \frac{1}{2|m|} \sum_{k=0}^{|m|} q_{|m|-k}(u) P_{|m|-k-1}(u), & m = n \neq 0 \\ -\ln \frac{1+u}{2}, & m = n = 0 \end{cases} \quad (12.6)$$

ve

$$q_k(u) = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ -u, & k = 1 \\ P_k(u) - 2uP_{k-1}(u) + P_{k-2}(u), & k = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (12.7)$$

şeklindedir. Fonksiyonlarda bulunan u ifadesi de $u = \cos(\theta)$ olarak verilir (Zinenko and Nosich, 2006).

Ek-3 Leontovich Yaklaşımı ile Yüzey Epedansı Sınır Şartları (SIBC)

SIBC terimini ilk kullanan ve bulan kişi Leontovich olmamasına rağmen, türetilmesini yayınlayan ve limit durumları tartışan kişi olmuştur. SIBC koşulları özet olarak malzemenin kayıp tanjant değerinin büyük olması, deri kalınlığı ve dalgaboyunun küçük olması, malzeme yüzeyinde alanların az değişmesi ya da değişmemesi, yüzeyin düz ya da en küçük eğrilik yarıçapının deri kalınlığına göre büyük olması, malzemenin kalınlığının yansıyan alan olmamasını sağlayacak şekilde kalın olması ve ortamda kaynak olmaması olarak sıralanabilir (Yuferev, 2009).

SIBC yazılırken homojen ortam kabulü olmasına karşın, Leontovich homojen olmayan durumlarda düzeltmelerde bulunmuştur. Ayrıca hatalar ve yapılan uygulamalar Leontovich tarafından incelenmiştir.

Ortamın içerisindeki alan ifadeleri

$$E_x = \sqrt{\frac{\mu_c}{\epsilon_c}} H_y, E_y = -\sqrt{\frac{\mu_c}{\epsilon_c}} E_x \quad (12.8)$$

olarak yazılabilir. Elektrik ve manyetik alanların teğet bileşenleri olduğu ve bu bileşenler arayüzeyde sürekli olduğu sebebiyle kayıplı ortamın dışında da bu alanlar var olmaktadır. Bu yüzden

$$\left. \frac{E_x}{H_y} \right|_{\text{arayüzey}} = \left. \sqrt{\frac{j\omega\mu_c}{\sigma + j\omega\mu_c\epsilon_c}} \right|_{\sigma \gg \omega\epsilon} \approx \frac{1+j}{2} \omega\mu_c\delta \quad (12.9)$$
$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_c\sigma}}$$

ifadesi Leontovich SIBC olarak bilinmektedir.

Denklem (12.9), elektrik (\vec{K}_e) ve manyetik (\vec{K}_m) yüzey akım yoğunlukları cinsinden yazıldığında yazılabilir.

$$\vec{K}_m = Z_c \vec{n} \times \vec{K}_e \quad (12.10)$$

Buradaki akım yoğunlukları da

$$\vec{K}_e = -\vec{n} \times \vec{H}, \vec{K}_m = \vec{n} \times \vec{E} \quad (12.11)$$

şeklindedir (Yuferev, 2009).

Ek-4 Teğet Vektör İfadeleri

Teğet vektörü aşağıdaki gibi tanımlanmış olsun.

$$\hat{t} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} \quad (12.12)$$

Kaynak noktasındaki pozisyon vektörü $\hat{r}' = x(\varphi')\hat{a}_x + y(\varphi')\hat{a}_y$ şeklinde yazılabilir. Bu vektörün türevi alınırsa

$$\dot{\hat{r}}' = \dot{x}(\varphi')\hat{a}_x + \dot{y}(\varphi')\hat{a}_y \quad (12.13)$$

bulunur. Teğet vektörü tekrar yazılırsa,

$$\hat{t} = \frac{\dot{x}(\varphi')\hat{a}_x + \dot{y}(\varphi')\hat{a}_y}{(\dot{x}(\varphi')^2 + \dot{y}(\varphi')^2)^{1/2}} \quad (12.14)$$

elde edilir. Burada teğet noktasındaki birim normal \hat{n}' olarak verilmektedir.

Teğet vektörü, normal ve z yönü birbirine dik olduğundan; normal vektörü aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\hat{n}' = \hat{a}_z \times \hat{a}_t' = \hat{z} \times \frac{\dot{x}(\varphi')\hat{a}_x + \dot{y}(\varphi')\hat{a}_y}{(\dot{x}(\varphi')^2 + \dot{y}(\varphi')^2)^{1/2}} = \frac{\dot{x}(\varphi')\hat{a}_y - \dot{y}(\varphi')\hat{a}_x}{(\dot{x}(\varphi')^2 + \dot{y}(\varphi')^2)^{1/2}} \quad (12.15)$$

$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'}$ ifadesi, gradyan kullanılarak, $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ alınarak

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} = \nabla' G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \hat{n}' = \left(\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial x'} \hat{a}_x + \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial y'} \hat{a}_y \right) \cdot \hat{n}' \quad (12.16)$$

şeklinde yazılabilir. Green fonksiyonunun R değişkenine göre türevi

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial R} = -\frac{i}{4} k H_1^{(1)}(kR) \quad (12.17)$$

olarak bulunur. x' ve y' değişkenlerine göre türevler ise

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{\partial x'} &= \frac{\partial ((x-x')^2 + (y-y')^2)^{1/2}}{\partial x'} = \\ \frac{\partial ((x-x')^2 + (y-y')^2)^{1/2}}{\partial x'} &= \frac{-(x-x')}{((x-x')^2 + (y-y')^2)^{1/2}} = \frac{-(x-x')}{R} \end{aligned} \quad (12.18)$$

ve

$$\frac{\partial R}{\partial y'} = -\frac{(y-y')}{R} \quad (12.19)$$

şeklindedir.

Sonuç olarak $\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'}$ ifadesi

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n'} = -\frac{ik}{4} H_1^{(1)}(kR) \left[\frac{\dot{y}(\varphi')(x-x') - \dot{x}(\varphi')(x-x')}{R} \right] \frac{1}{(\dot{x}(\varphi')^2 + \dot{y}(\varphi')^2)^{1/2}}$$

(12.20)

olarak elde edilir.

$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n}$ ifadesi ise

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} = \nabla G(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \hat{a}_n; \hat{a}_n = \frac{\dot{x}\hat{a}_y - \dot{y}\hat{a}_x}{\sqrt{[\dot{x}(\varphi)]^2 + [\dot{y}(\varphi)]^2}} \quad (12.21)$$

$$\nabla G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{ik}{4} H_1^{(1)}(kR) \left[\frac{(x-x')\hat{a}_x + (y-y')\hat{a}_y}{R} \right] \quad (12.22)$$

$$\frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} = -\frac{ik}{4} H_1^{(1)}(kR) \left[\frac{-\dot{y}'(x-x') + (y-y')\dot{x}'}{qR} \right] \quad (12.23)$$

$$q = \sqrt{[\dot{x}(\varphi)]^2 + [\dot{y}(\varphi)]^2}$$

şeklinde bulunur.