

UYDU YÖNELİM DENETİMİ

SATELLITE ATTITUDE CONTROL

AKIN YILMAZ

Prof. Dr. HÜSEYİN DEMİRCİOĞLU

Tez Danışmanı

Hacettepe Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim - Öğretim ve Sınav Yönetmeliğinin

ELEKTRİK ve ELEKTRONİK Mühendisliği Anabilim Dalı İçin Öngördüğü

YÜKSEK LİSANS TEZİ

olarak hazırlanmıştır.

2013

AKIN YILMAZ'ın hazırladığı "**Uydu Yönelim Denetimi**" adlı bu çalışma aşağıdaki jüri tarafından **ELEKTRİK ve ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Başkan

(Prof. Dr. Alper Uraz)

Danışman

(Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu)

Üye

(Prof. Dr. A. Salim Kayhan)

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Derya Altunay)

Üye

(Yrd. Doç. Dr. Yakup Özkazanç)

Bu tez Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tarafından **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak onaylanmıştır.

Prof. Dr. Fatma SEVİN DÜZ
Fen Bilimleri Enstitü Müd'ürü

Başta çok sevdiğim eşim olmak üzere tüm aileme ve sevdiklerime

ETİK

Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada

- tez içindeki bütün bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- görsel, işitsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçları bilimsel ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- başkalarının eserlerinden yararlanması durumunda ilgili eserlere bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunduğumu,
- atıfta bulunduğum eserlerin tümünü kaynak olarak gösterdiğimi,
- kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapmadığımı,
- ve bu tezin herhangi bir bölümünü bu üniversite veya başka bir üniversitede başka bir tez çalışması olarak sunmadığımı

beyan ederim.

10 / 06 / 2013

ÖZ

UYDU YÖNELİM DENETİMİ

AKIN YILMAZ

Yüksek Lisans, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu

Haziran 2013, 103 Sayfa

Bu tez çalışmasında, uzay ortamında katı bir cisim gibi davrandığı varsayılan uyduların yönelim denetimi problemi ele alınmıştır. Yönelim kuaterniyonlar kullanılarak ifade edilmiş ve kuaterniyonları esas alan denetim yöntemleri ile yönelim denetimi sağlanmıştır. Büyük açısal manevraların söz konusu olduğu durumlar ve uyduların doğrusal olmayan yapıları göz önünde bulundurulduğunda, yönelim denetimi doğrusal olmayan denetim yöntemleri kullanılarak gerçekleştirilmektedir. Kuaterniyon geribeslemeli denetim, PD+ denetim, kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim ve kayan kipli denetim bu tez çalışmasında uydu yönelim denetimi için kullanılan, doğrusal olmayan denetim yöntemleridir. Bu yöntemler, Alçak İrtifa Dünya Yörünge uydusu olan ESEO (*European Student Earth Orbiter*) uydusunun teknik parametreleri kullanılarak, uydu yöneliminin denetlenmesi kapsamında ele alınmıştır. Yönelim denetimi duruk konumdan duruk konuma geçme ve istenilen yönelimin gürültüsüz ve gürültülü ortamlarda takip edilmesi durumları için ele alınmıştır. Denetim yöntemlerinin iyi sonuçlar verdiği benzetim yoluyla gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Yönelim denetimi, kuaterniyon geribeslemeli denetim, PD+ denetim, kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim, kayan kipli denetim

ABSTRACT

SATELLITE ATTITUDE CONTROL

AKIN YILMAZ

Master of Science, Department of Electrical and Electronics
Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu

June 2013, 103 Pages

In this work, attitude control problem of satellites which are assumed to be as rigid bodies is addressed. Satellite attitude is represented in terms of quaternions. Due to the nonlinear nature of satellites and in the case of large angular maneuvers, attitude control is achieved via nonlinear controllers. Quaternion feedback controller, PD+ controller, quaternion based backstepping controller and sliding mode controller are used for attitude control in this work. These controllers, which are all nonlinear in nature, are used to control the attitude of ESEO (*European Student Earth Orbiter*) satellite which is a Low Earth Orbit (LEO) satellite. It is commanded for satellite to maneuver as rest-to-rest and to track desired attitude in the presence and absence of noise. By a simulation study, it is shown that the controllers used in this work perform well.

Keywords: Attitude control, quaternion feedback controller, PD+ controller, quaternion based backstepping controller, sliding mode controller

TEŞEKKÜR

Tez süresince tecrübesi, tavsiyeleri, yönlendirmeleri, yapıcı eleştirileri ve özverisi ile tezin ortaya çıkmasında çok önemli katkıları bulunan tez danışmanım Prof. Dr. Hüseyin Demircioğlu'na çok teşekkür ederim.

Ayrıca yüksek lisans eğitimi süresince hep yanımda olan ve bana hep destek veren sevgili eşime çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

KABUL ve ONAY SAYFASI	i
ATIF SAYFASI	ii
ETİK	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	viii
TABLO LİSTESİ	ix
ŞEKİL LİSTESİ	x
1 GİRİŞ	1
2 UYDULARIN MATEMATİKSEL MODELİ	6
2.1 Referans Koordinat Sistemleri	6
2.2 Yörünge ve Yörünge Parametreleri	8
2.3 Döndürme Matrisi	12
2.3.1 Referans Çerçevesi Arasındaki Dönüşümler	15
2.4 Görelî Devînim	19
2.4.1 Devînen Koordinat Çerçevesi	20
2.4.2 Açîsal Hız	21
2.5 Yönelîm Gösterîmi	25
2.5.1 Euler Açîları	25

2.5.2	Euler Teoremi	26
2.5.3	Euler Parametreleri - Kuaterniyonlar	28
2.6	Türevsel Kinematik Denklemler	30
2.6.1	Yön Kosinüs Matrisi İçin Kinematik Türevsel Denklem	30
2.6.2	Euler Açıları İçin Kinematik Türevsel Denklem	32
2.6.3	Kuaterniyonlar İçin Kinematik Türevsel Denklem	33
2.7	Katı Cisim Dinamiği	34
2.8	Uyduya Etkiyen Bozanetken Torkları	36
3	UYDULARDA YÖNELİM DENETİMİ	40
3.1	Giriş	40
3.2	Hata Kinematikleri ve Dinamikleri	41
3.3	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim	43
3.4	PD+ Denetim	44
3.5	Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim	46
3.6	Kayan Kipli Denetim	51
4	BENZETİM ÇALIŞMASI	55
4.1	Giriş	55
4.2	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim	61
4.3	PD+ Denetim	69
4.4	Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim	77
4.5	Kayan Kipli Denetim	85
4.6	Benzetim Sonuçlarının İrdelenmesi	95
5	SONUÇ	97
	KAYNAKLAR	102
	ÖZGEÇMİŞ	103

TABLO LİSTESİ

4.1	ESEO Uydusunun Teknik Parametreleri	56
4.2	Benzetimlerde kullanılan başlangıç değerleri ve istenilen değerler . . .	57
4.3	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim hata başarımları sonuçları	63
4.4	PD+ Denetim hata başarımları sonuçları	71
4.5	Kuaterniyon Geriadımlı Denetim hata başarımları sonuçları	79
4.6	Kayan Kipli Denetim hata başarımları sonuçları	87
4.7	Kullanılan Denetim Yöntemlerinde Seçilen Denetim Parametreleri İçin Elde Edilen Başarımları Sonuçlarının Birlikte Gösterimi	95
4.8	Kullanılan Denetim Yöntemlerinin Açısal Hız Takip Hata Başarımları Sonuç- ları	96

ŞEKİL LİSTESİ

1.1	Dünya Yörüngeleri	2
2.1	İlkbahar Ekinoksu ve DME Koordinat Sistemi	7
2.2	Cisim, Yörünge ve DME çerçeveleri	8
2.3	(a) - Yörünge Parametreleri; (b) - Gerçek anomali θ ile dışmerkezli anomali ψ arasındaki geometrik ilişki	11
2.4	Yörünge ve Yörünge Parametreleri	11
2.5	x_1, y_2 ve z_3 eksenlerinde sırasıyla ϕ, θ ve ψ kadar döndürme	13
2.6	İvmelenmeyen ve devinen referans çerçeveleri	20
2.7	Tek eksendeki açısal hız	22
2.8	Özeksen etrafında ϕ açısı kadar döndürme. x_b, y_b, z_b : Cisim Çerçevesi eksenleri. x_i, y_i, z_i : Dünya Merkezli Eylemsizlik Referans Çerçevesinin eksenleri	27
2.9	Özeksen	29
2.10	Katı cismin açısal devinimi	34
2.11	Uydulara etkiyen bozan etken torklarının irtifaya bağlı değişimi	37
4.1	ESEO Uydusunun Bir Görünümü	56
4.2	Denetim sisteminin takip etmesini beklediğimiz kuaterniyonlar ve açısal hızlar	57
4.3	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim için parametre bazında başarımların incelemesi	64
4.4	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 0.1, c = 0.5$)	65
4.5	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 1, c = 1.5$)	65
4.6	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 3, c = 1.5$)	66
4.7	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 3, c = 5$)	66

4.8	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1, c = 1.5$ için yönelim takip sonuçları	67
4.9	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1, c = 1.5$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	67
4.10	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1, c = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları	68
4.11	Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1, c = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	68
4.12	PD+ Denetim için parametre bazında başarımlı inceleme	72
4.13	PD+ Denetim: $k_p = 0.5, k_d = 0.5$	73
4.14	PD+ Denetim: $k_p = 1, k_d = 4$	73
4.15	PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$	74
4.16	PD+ Denetim: $k_p = 5, k_d = 1.5$	74
4.17	PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için yönelim takip sonuçları	75
4.18	PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	75
4.19	PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları	76
4.20	PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	76
4.21	Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim için parametre bazında başarımlı inceleme	80
4.22	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 0.1, k_2 = 0.5$	81
4.23	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 4, k_2 = 0.5$	81
4.24	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$	82
4.25	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 3$	82
4.26	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için yönelim takip sonuçları	83
4.27	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	83
4.28	Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları	84

4.29 Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	84
4.30 Kayan Kipli Denetim için parametre bazında başarımlı incelemesi . . .	88
4.31 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.1, d = 10^{-3}$	90
4.32 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-3}$	90
4.33 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-2}$	91
4.34 Kayan kipli denetim: $k = 1, p = 0.8, d = 10^{-3}$	91
4.35 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-3}$ için yönelim takip sonuçları	92
4.36 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-3}$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	92
4.37 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları	93
4.38 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	93
4.39 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 2*10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları	94
4.40 Kayan kipli denetim: $k = 0.5, p = 0.8, d = 2*10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)	94

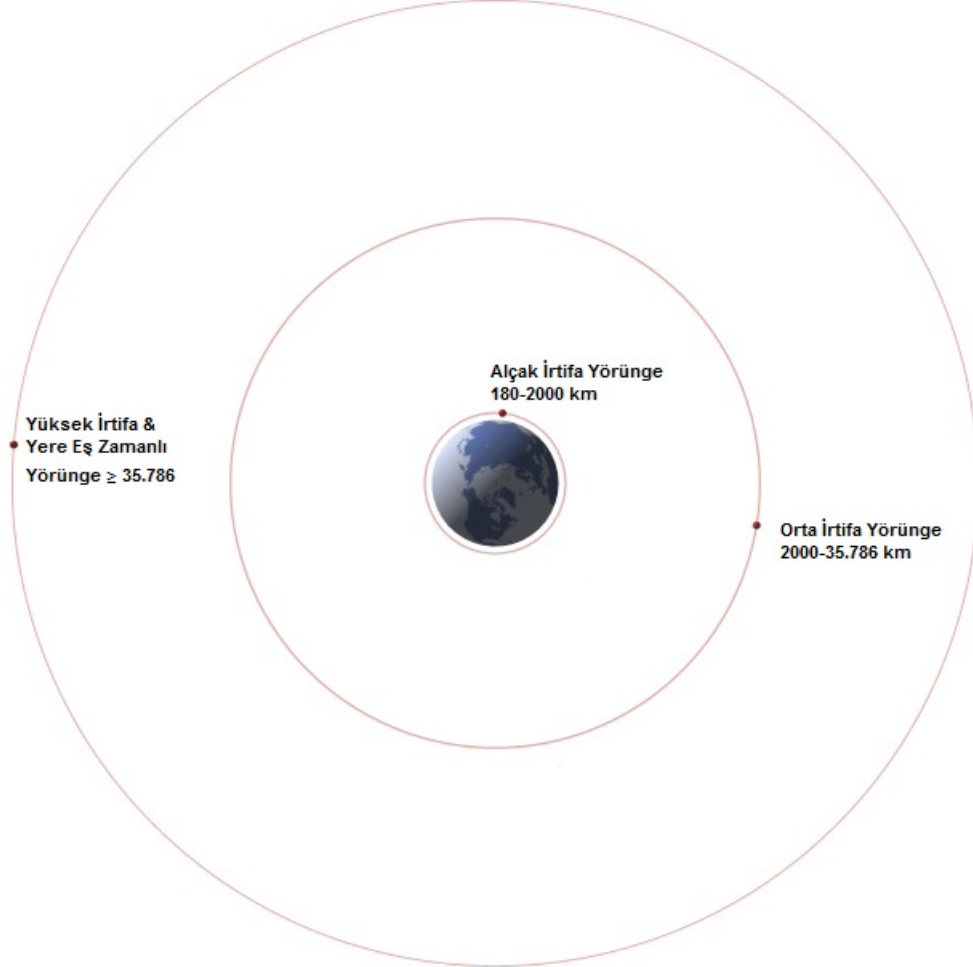
1. GİRİŞ

Uyduların uzaydaki devinimi ve yönelimi, döndüğü yörüngeye bağlı olarak ifade edilmektedir. Uydular, görev tanımlarına göre farklı irtifadaki yörüngelerde dönmektedirler. Bu yörüngeler ve kullanım amaçları aşağıda verilmiş ve Şekil 1.1'de gösterilmiştir [1].

- **Alçak İrtifa Dünya Yörüngesi** (*Low Earth Orbit - LEO*): Bu yörüngede dönen uyduların irtifası 180 ile 2000 km arasında değişmektedir. Bilimsel çalışmalar kapsamında uzaya gönderilen uydular genellikle alçak irtifa yörüngede dönen uydulardır.
- **Orta İrtifa Dünya Yörüngesi** (*Medium Earth Orbit*): 2000 ile 35.786 km (Dünya'nın merkezinden 42.164 km) arasındaki irtifaya sahip yörüngelerde dönen uydular Orta İrtifa Dünya Yörünge uyduları olarak adlandırılırlar. Yöngüdümlü (navigation) uyduları ve özellikle bir yeri gözlemek için görevlendirilmiş uydular bu irtifalardaki yörüngelerde dönerler.
- **Yere Eş Zamanlı Yörünge** (*Geosynchronous Orbit*): Yere eş zamanlı yörüngede dönen uydular Dünya'nın yüzeyinden 35.786 km uzaktadır. Uydunun bu irtifadaki yörünge periyodu Dünya'nın kendi eksenini etrafındaki dönme periyoduna eşittir (23 saat 56 dakika ve 4 saniye). Bu yörüngelerin düzlemleri ile Dünya'nın ekvator düzlemi arasındaki eğim düşüktür. Yere eş zamanlı yörüngede dönen bir uydu Dünya üzerinde sabit bir boylamda durmaktadır ve her gün aynı zamanda aynı noktadan geçer. Yer durağan yörünge (geostationary) ise yer eş zamanlı yörünge için özel bir biçimdir. Bu yörüngede dışmerkezlik (eccentricity) sıfırdır, yani dairesel bir yörüngedir ve aynı zamanda eğim de (inclination) sıfırdır. Yer durağan yörüngede dönen bir uydu yeryüzünden bakıldığında hareket etmiyormuş gibi görünür. Aynı yüzey alanı için sabit bir görüş imkanı sağlamaktadır, bu sebepten özellikle hava tahminlerinde kullanılan uydular bu

yörüngede dönerler. Aynı zamanda haberleşme uyduları da genellikle yer durağan yörüngede dönmektedirler.

- **Yüksek İrtifa Dünya Yörüngesi** (*High Earth Orbit*): Dünya yüzeyinden olan mesafesi 35.786 km'den daha yüksek olan yörüngeler yüksek irtifa yörünge olarak adlandırılırlar. Bu yörüngede dönen uydular genellikle güneş hareketlerini izlemek için kullanılırlar.



Şekil 1.1: Dünya Yörüngeleri

Yörünge'nin irtifası ya da uydunun Dünya ile arasındaki mesafe, uydunun Dünya etrafında ne kadar hızla döndüğünü belirlemektedir. Uydular Dünya'ya yaklaştıklarında yerçekiminin uydu üstündeki etkisi artar ve bu da uydunun yörüngedeki hızını artırır. Örneğin, NASA'nın 705 km irtifada dönen Aqua isimli uydusu, Dünya etrafındaki dönüşünü 99 dakikada tamamlamaktadır. Ancak hava tahminleri için kullanılan ve Dünya yüzeyine yaklaşık 36000 km mesafede dönen bir uydu, Dünya etrafındaki dönüşünü 23 saat 56 dakika ve 4 saniyede tamamlar.

Uzayda kontrol edilmeyen bir cisim, örneğin bir asteroit, çevresel harici güçlerin (güneş basıncı, yerçekimsel ve manyetik torklar vb.) etkisi ile bütün eksenleri etrafında kontrolsüz bir şekilde yuvarlanarak hareket edecektir. Ancak uzay araçları için bu şekilde gerçekleşen kontrolsüz devinim kabul edilemez. Çünkü bir uzay aracının, görevinin içeriğine bağlı olarak uzaydaki konumunun istenildiği gibi olması ve üzerindeki yararlı yüklerin (payload) ise istenilen yönlere yönelmesi gerekmektedir. Örneğin; güneş panelleri güç elde etmek için güneşe doğru, antenler iletişim için Dünya istasyonuna doğru ve bilimsel ölçümler yapan kısım ise hedeflerine doğru yönlendirilmelidirler. Sonuç olarak, uzay aracının görevini sorunsuz bir şekilde yapabilmesi için yöneliminin denetlenmesi gerekmektedir.

Yönelim denetimi, bir uzay aracının eksenlerinin belirli bir referans çerçeveye göre yönelmesi (orientation) ile ilgilenir. Uzay aracının herhangi bir andaki yönelimi, yunuslama (pitch), sendeleme (roll) ve sapma (yaw) açıları ile tanımlanır ve cisim koordinat eksenleri ile referans çerçevesinin koordinat eksenleri arasındaki açısal sapma olarak ölçülür. Katı bir cismin yönelimi farklı şekillerde gösterilebilmektedir [2]. Farklı gösterim yöntemlerinin farklı getirileri ve götürüleri bulunmaktadır. Geleneksel gösterim olan üç parametrelili, yani Euler açıları (yunuslama, sendeleme ve sapma) kullanılarak gerçekleştirilen yönelim gösterimi, büyük açısal manevralar için tekillik sorununu beraberinde getirmektedir [2], [3], [4]. Ancak dört parametrelili, yani kuaterniyonlar kullanılarak ifade edilen yönelim, tekillikler içermemektedir ve daha iyi sayısal özellikler sağlamaktadır [3], [5]. Tekillik sorunu ile karşılaşmamak için kuaterniyonların yönelim gösteriminde kullanılması, verilen fiziksel yönelimin matematiksel gösteriminin tek olmamasına sebep olmaktadır [3], [6], [7]. Yani verilen bir fiziksel yönelimin kuaterniyonlar cinsinden iki farklı matematiksel gösterimi vardır. Bu durum, uydunun istenilen yönetime ulaşması için istenmeyen ve gerekli olmayan döndürme hareketinin olmasına sebep olabilmektedir [6].

Yönelim denetim sistemi, uzay aracının cisim eksenlerini denetleyerek, yunuslama, sendeleme ve sapma açılarındaki hataların belirlenen sınırlar içinde olmasını sağlar. Kısacası yönelim denetimi, uzay aracının eksenlerini döndürme işleminden sorum-

ludur. Yönelim denetimi, yönelim kararlılığı denetimi ve yönelim manevra denetimi olmak üzere iki farklı olguyu içermektedir. Yönelim kararlılığı denetimi uzay aracının mevcut yönlenmesinin korunması, yönelim manevra denetimi ise uzay aracının bir yönelimden başka bir yönelime yönlenmesini sağlama işlemidir.

Uydularda yönelim denetimi, üzerinde son elli yıldır yaygın olarak çalışılan bir konudur. Uydu modelinin doğrusal olmayan yapısı ile birlikte çevresel bozan etkenler ve uydu parametrelerindeki belirsizlikler uydu yöneliminin denetimini zorlaştırmaktadır. Yukarıda bahsedildiği üzere uydular farklı irtifalardaki yörüngelerde dönmektedirler. Farklı irtifalar, bozan etkenlerin etkisinde ve çeşitliliğinde farklılıklara sebep olmaktadır [2], [4]. Genel olarak bu bozan etkenler; güneş basıncı, manyetik torklar, yerçekimi torku, sürüklenme torku ve uydunun, denetim sisteminin ürettiği torklar haricinde ürettiği bozan etken torklarıdır. Uydu tarafından üretilen bu bozan etken torkları çevresel etkenlerden kaynaklanan torklardan çok daha küçüktür. Ancak bu çevresel kaynaklı olmayan torkların çok yüksek duyarlılık isteyen sistemler için hesaba katılması gerekmektedir. Uydunun Dünya yüzeyinden olan uzaklığına göre uyduya etkileyen çevresel bozan etkenlerin etkisi değişiklik göstermektedir. Örneğin, Alçak İrtifa Dünya Yörüngesi'nde dönen bir uyduya etkileyen yerçekimsel tork, bozan etken olarak hesaba katılması gerekirken, orta ya da yüksek irtifada dönen bir uydu için bu bozan etken hesaba katılmayacak kadar düşük olmaktadır. Bütün bunların yanında, uydu parametrelerindeki belirsizlikler, özellikle eylemsizlik matrisinin (*inertia matrix*) tam olarak bilinmemesi, yönelim denetimini etkileyen başka bir unsur olarak gerçek hayatta karşımıza çıkmaktadır.

Uyduların, uzaydaki görevleri kapsamında hızlı ve büyük açısal manevralar yapmaları beklenebilir. Bu manevralar, uydunun açısal hız terimlerinin karşılıklı bağlaşımdan dolayı doğrusal olmayan katı cisim dinamikleri ile karakterize edilir. Dolayısıyla geleneksel doğrusal denetim yöntemleri, özellikle büyük açısal manevralar göz önünde bulundurulduğunda uydu yönelim denetimi için uygun değildirler [4], [5], [8], [9]. Bu sebepten uydularda yönelim denetimi genellikle doğrusal olmayan denetim yöntemleri ile gerçekleştirilmektedir. Literatürde, yönelim takip denetiminde, robot kollarının takip denetiminde kullanılan yöntemlerden yararlanılmıştır [10], [11].

Robot denetim literatüründe önemli bir yer tutan PD+ denetim [12], [13], uzay araçlarının yönelim denetiminde de kullanılmıştır [3], [14], [15], [16]. Lyapunov kararlılık teorisini kullanan kuaterniyon geribeslemeli denetimin, uzay araçlarının yönelim denetimine uygulamaları ise [17], [18], [19], [20] ve [21]'de gerçekleştirilmiştir. Tümlev alıcı geriadım kavramı [22]'de tanıtılmış ve kuaterniyon geribeslemesi ile beraber kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim yöntemini oluşturmuştur. [23]'de ise bu denetim yönteminin uydu yönelim denetimindeki uygulaması verilmiştir. Uyduların yönelim denetiminde kullanılan bir başka doğrusal olmayan denetim yöntemi ise kayan kipli denetimdir [24], [25], [26], [27]. Özellikle uydu gibi doğrusal olmayan sistemlerdeki parametrik belirsizlikler ve bozan etkenler göz önünde bulundurulduğunda, kayan kipli denetim gürbüz yapısı sayesinde etkin bir denetim sağlamaktadır.

Bu tez çalışmasında, Alçak İrtifa Dünya Yörüngesi uydularının yönelim denetim sistemlerinin kuramsal altyapısı incelenmiş, tasarımı ve analizi gerçekleştirilmiştir. Uyduların doğrusal olmayan matematiksel modeli elde edilmiş ve yönelim denetimi, doğrusal olmayan denetim yöntemlerinin uygulanmasıyla sağlanmıştır. Bu yöntemler, Avrupa Uzay Ajansı (European Space Agency - ESA) tarafından desteklenip geliştirilen bir Alçak İrtifa Dünya Yörünge uydusu olan ESEO'nun (European Student Earth Orbiter) yönelim denetimi için kullanılmıştır.

Tez çalışmasının yapısı şu şekildedir: İkinci bölümde, uyduların matematiksel modeli kinematik ve dinamik denklemler cinsinden elde edilmiştir. Üçüncü bölümde çalışma kapsamında ele alınan denetim yöntemleri olan Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim, PD+ Denetim, Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim ve Kayan Kipli Denetim yöntemleri anlatılmıştır. Dördüncü bölümde, üçüncü bölümde anlatılan denetim yöntemlerinin ESEO uydu parametreleri kullanılarak benzetimleri yapılmış ve sonuçları karşılaştırılmıştır. Beşinci bölüm ise sonuç kısmını içermektedir.

2. UYDULARIN MATEMATİKSEL MODELİ

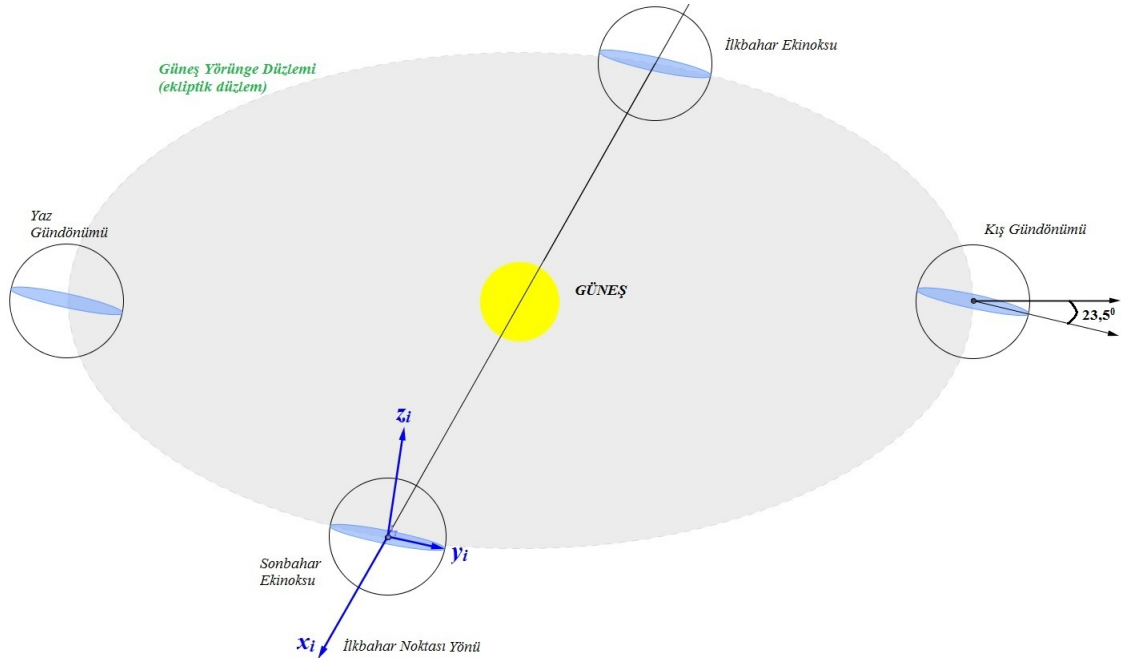
2.1. Referans Koordinat Sistemleri

Uydunun dönme hareketini tanımlamak ve analiz etmek için dönme hareketi ile ilişkili bazı referans çerçeveleri ya da koordinat sistemleri tanımlamak gerekmektedir. Bunlar *Dünya Merkezli Eylemsizlik Çerçevesi (DME)*, *Yörünge Çerçevesi* ve *Cisim Çerçevesi*'dir ve sırasıyla aşağıda tanımlanmıştır.

Dünya Merkezli Eylemsizlik Çerçevesi (DME): Dünya Merkezli Eylemsizlik çerçevesi (*Earth Centered Inertial (ECI) Frame*), dönmeyen ve uzayda sabit olduğu varsayılan bir referans çerçevesidir. Yani Newton kanunlarının geçerli olduğu *ivmelenmeyen* bir referans çerçevesidir. *Şekil 2.1*'de görüldüğü gibi DME koordinat çerçevesinin başnoktası (origin) dünyanın merkezine yerleştirilmiştir ve eksenleri x_i , y_i ve z_i olarak tanımlanır. Bu eksenler *Şekil 2.1*'de gösterilmiştir ve aşağıdaki gibi tanımlanırlar.

- x_i eksen: Dünya'nın *Güneş yörünge düzlemi (ekliptik)* ile Dünya'nın *ekvator düzlemi* bir doğru boyunca kesişir. DME çerçevesinin x_i eksen bu doğru ile çakışmaktadır ve yönü Dünya'nın merkezinden *ilkbahar noktasına* (vernal equinox) doğrudur.
- z_i eksen: Bu eksen Dünya'nın dönme eksenidir, Kuzey kutbuna doğrudur ve ekvatora diktir.
- y_i eksen: Bu eksen ekvator düzleminde ve sağ-el Kartezyen koordinat sistemini tamamlar.

DME referans çerçevesi I ile simgelenir.



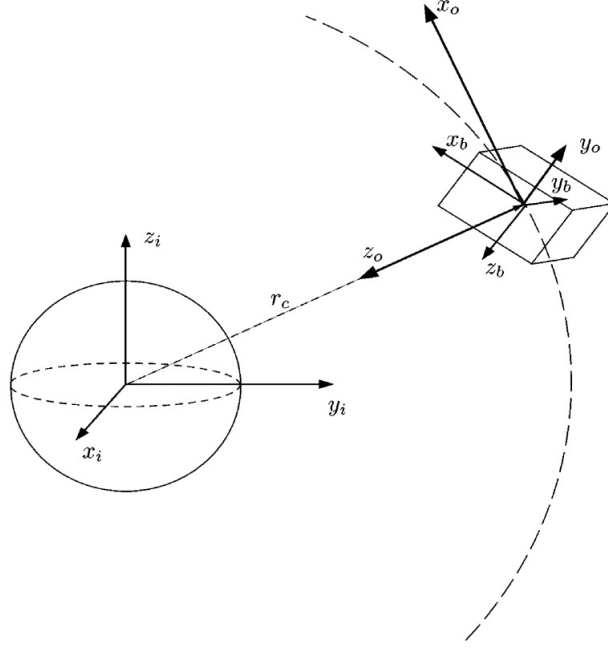
Şekil 2.1: İlkbahar Ekinoksu ve DME Koordinat Sistemi

Yörünge Çerçevesi: Yörünge çerçevesi (*Orbit Frame*) uydunun kütle merkezine yerleştirilen x_o , y_o ve z_o eksenleri ile tanımlanır. Şekil 2.2'de görüldüğü gibi,

- x_o eksen: Yörünge'nin gezinmesini işaret eder ve yörünge'nin merkezine doğru olan vektöre diktir.
- z_o eksen: Dünya'nın merkezini işaret eder.
- y_o eksen: Sağ-el Kartezyen koordinat sistemini tamamlar ve yörünge düzlemine diktir.

Yörünge çerçevesi DME çerçevesine göre ω_0 açısal hızı ile döner. Bu açısal hız yörünge'nin yapısına ve irtifasına göre değişmektedir. Yörünge çerçevesi O ile simgelenir.

Cisim Çerçevesi: Cisim çerçevesi (*Body Frame*) yörünge çerçevesi gibi uydunun kütle merkezinde konumlanır. Ancak cisim çerçevesi uydunun gövdesine sabitlenmiştir. Yani uydu ile beraber hareket eden ve dönen bir çerçevedir. Bu çerçeve Şekil 2.2'de gösterildiği gibi x_b , y_b ve z_b eksenleri ile tanımlanır. x_b , y_b ve z_b eksenlerindeki dönme, sırasıyla *sendeleme (roll)*, *yunuslama (pitch)* ve *sapma (yaw)* olarak tanımlanır. Cisim çerçevesi B ile simgelenir.



Şekil 2.2: Cisim, Yörünge ve DME çerçeveleri

2.2. Yörünge ve Yörünge Parametreleri

Dünya etrafında dönen bir uydu için *eylemsiz* yani *ivmelenmeyen* bir koordinat sistemi tanımlanması gerekmektedir. Bu eylemsiz koordinat sisteminin (yermerkezli sistem) başnoktası Dünya'nın kütle merkezidir ve x eksenini *ilkbahar ekinoksuna* (vernal equinox) doğrudur.

Yermerkezli koordinat sistemini tanımladıktan sonra, yörüngede dönen bir cismin uzaydaki pozisyonunu belirlemek için altı parametreye daha ihtiyaç vardır [4] [28]. Bu parametreler;

- a : Yarı büyük eksen (*semimajor axis*) olarak adlandırılır. Şekil 2.3.a'da görüldüğü üzere elipsin (yörünge) eksenlerinden uzun olanını ifade etmektedir.
- e : Dışmerkezlik (*eccentricity*) olarak adlandırılır ve aşağıdaki formülle hesaplanır. Dışmerkezlik elipsin şeklini ifade eden bir kavramdır.

$$e = \frac{r_a - r_b}{r_a + r_b} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{c}{a} \quad (2.1)$$

$$a = \frac{r_a + r_b}{2}$$

- M : Ortalama anomali (*mean anomaly*) olarak adlandırılır. Bu parametre, uydunun yerberiye (*perigee*) göre yörüngenin neresinde olduğunu ifade eder. Yani yörüngede hareket eden bir cismin zaman ve konumunu ilişkilendiren bir parametredir. Ortalama anomaliyi incelemeyen önce gerçek ve dışmerkezli anomali ifadelerini tanımlamak gerekmektedir. Yörüngenin gerçek ve dışmerkezli anomalilerini ifade etmek için Şekil 2.3.b'den yararlanacağız. Gerçek ve dışmerkezli anomaliler sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanır.

Gerçek Anomali (*true anomaly*): θ ile ifade edilir ve yerberiyi gösteren eksen ile Dünya'nın merkezinden uyduya doğru olan uzaklık vektörü r arasındaki açıdır. Dünya merkezinden uyduya olan mesafe r 'nin gerçek anomali cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir [4].

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (2.2)$$

Dışmerkezli Anomali (*eccentric anomaly*): ψ ile ifade edilir. Dışmerkezli anomaliyi tanımlamak için yarıçapı a olan yardımcı çember çizilir ve dışmerkezli anomali ψ Şekil 2.3.b'deki gibi tanımlanır. Dünya merkezinden uyduya olan mesafe r 'nin dışmerkezli anomali cinsinden ifadesi aşağıdaki gibidir [4].

$$r = a(1 - e \cos \psi) \quad (2.3)$$

Denklemler 2.2 ile Denklem 2.3'ü kullanarak gerçek ve dışmerkezli anomaliyi aşağıdaki gibi ilişkilendirebiliriz.

$$\cos \theta = \frac{\cos \psi - e}{1 - e \cos \psi} \quad (2.4)$$

Ortalama anomalinin dışmerkezli anomali ve yerberiden geçilen zaman cinsinden ifadeleri aşağıdaki gibidir. Ortalama anomalinin zaman cinsinden ifadesindeki n , ortalama devinimi (*mean motion*), t_p ise uydunun yerberiden geçtiği andaki zamanı ifade eder; $\mu = GM$ ise Dünyanın yerçekimsel parametresi olarak bilinir. Burada G evrensel yerçekimi sabitini, M ise dünyanın kütlesini ifade eder.

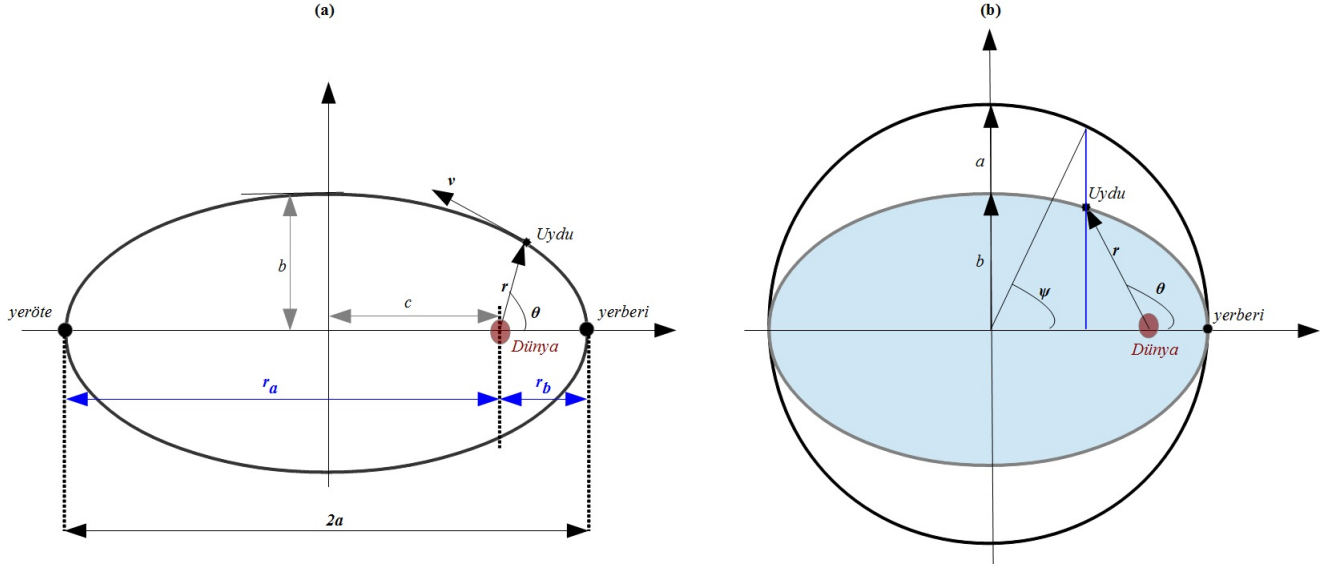
$$M = \psi - e \sin \psi$$

$$M = n(t - t_p) = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}(t - t_p) \quad (2.5)$$

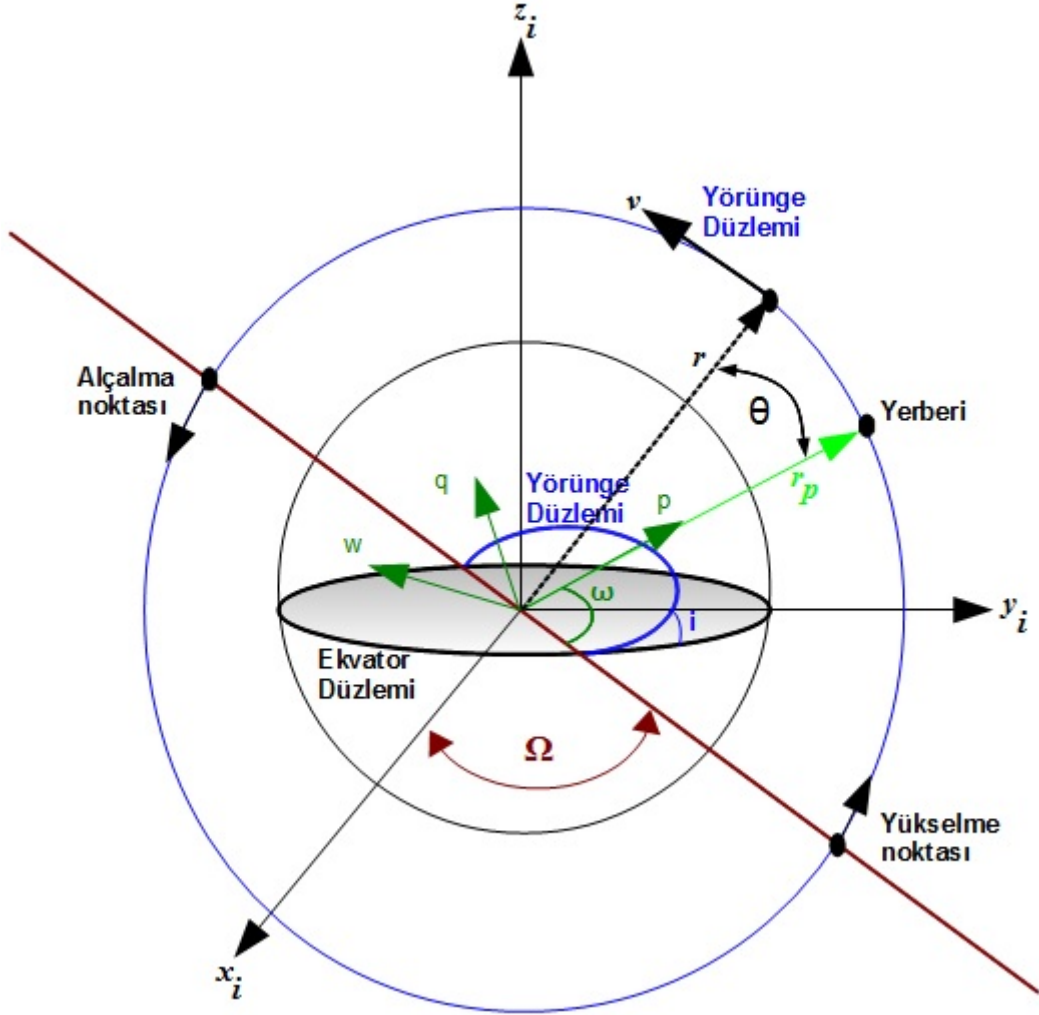
- i : Uydunun Dünya etrafındaki yörünge düzlemi ile Dünya'nın ekvator düzlemi arasındaki eğimi (*inclination*) ifade eder.
- Ω : İlkbahar ekinoksunun doğu açısını ifade eder. Uydunun yörünge düzlemi ile Dünya'nın ekvator düzleminin kesiştiği doğrunun x_i eksenini ile arasındaki açıdır (*right ascension of the ascending node*).
- ω : Yerberi (*perigee*) argümanı olarak tanımlanır. *Yerberi*, uydu yörüngesinin Dünya'ya en yakın olduğu noktadır. ω , uydunun yörünge düzlemi ile Dünya'nın ekvator düzleminin kesiştiği doğru ile yörünge merkezinin yerberiyeye doğru olan p eksenini arasındaki açıdır.

Şekil 2.4'de yörünge parametrelerinin geometrik gösterimi yer almaktadır. Burada p , q ve w yörünge koordinatlarıdır. p eksenini, yörünge merkezinin yerberiyeye doğrudur. w eksenini, yörünge momentum eksenini doğrultusundadır ($\mathbf{h} = \mathbf{r} \times \mathbf{v}$) ve q eksenini ise $q = w \times p$ eşitliğini sağlar.

Yukarıda tanımlanan altı parametre (a , e , M , i , Ω ve ω), Kepler yörüngesinde hareket eden bir cismin uzaydaki konumunu tanımlamak için yeterli olmaktadır. Bu parametreler klasik yörünge parametreleri olarak bilinirler.



Şekil 2.3: (a) - Yörünge Parametreleri; (b) - Gerçek anomali θ ile dışmerkezli anomali ψ arasındaki geometrik ilişki



Şekil 2.4: Yörünge ve Yörünge Parametreleri

2.3. Döndürme Matrisi

Döndürme matrisi (*Rotation Matrix*) iki referans çerçeve arasındaki dönel ilişkiyi belirler. Bir başka deyişle, bir koordinat çerçevesinde gösterilen bir vektörün diğer koordinat çerçevesine dönüşümünü sağlar. Döndürme matrisi *Yön Kosinüs Matrisi* (Direction Cosine Matrix) olarak da adlandırılır. Döndürme matrisi aynı zamanda ilişkili olduğu iki koordinat çerçevesi arasında karşılıklı yönelimi ifade eder ve elemanları iki çerçeve eksenleri arasındaki açıların kosinüs değerleridir. A çerçevesinden B çerçevesine döndürme matrisi \mathbf{R}_A^B olarak tanımlanır ve A çerçevesindeki \mathbf{v} vektörünün B çerçevesindeki karşılığı,

$$\mathbf{v}^B = \mathbf{R}_A^B \mathbf{v}^A \quad (2.6)$$

biçiminde tanımlanır. Şekil 2.5'de, x_1 , y_1 ve z_1 eksenlerinin sırasıyla ϕ , θ ve ψ kadar döndürülerek x_f , y_f ve z_f eksenlerinin elde edilmesi gösterilmiştir. Birinci (x_1 etrafında), ikinci (y_2 etrafında) ve üçüncü (z_3 etrafında) döndürme işlemlerinin sonucunda hesaplanan döndürme matrisleri aşağıdaki gibidir.

- x_1 ekseninde ϕ açısı kadar döndürme sonucu elde edilen \mathbf{R}_ϕ döndürme matrisi;

$$\mathbf{R}_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

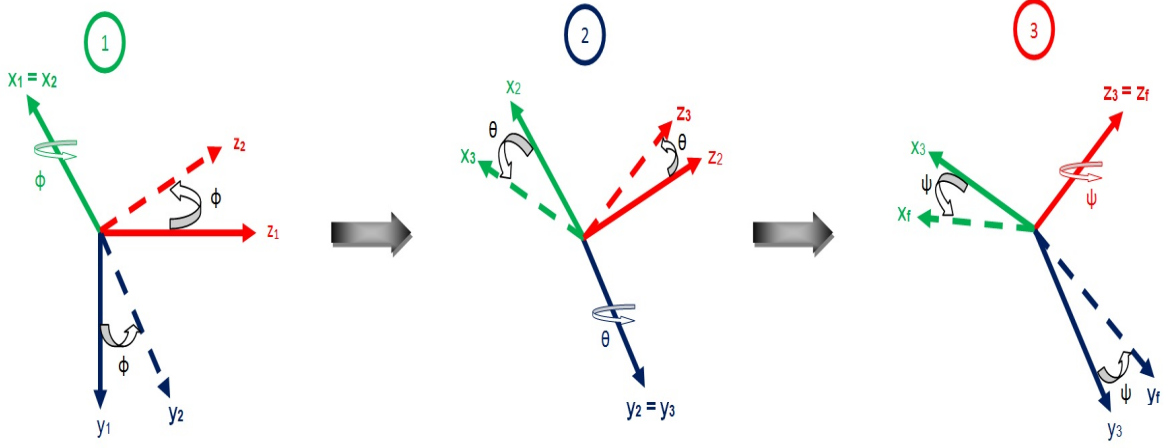
- y_2 ekseninde θ açısı kadar döndürme sonucu elde edilen \mathbf{R}_θ döndürme matrisi;

$$\mathbf{R}_\theta = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

- z_3 ekseninde ψ açısı kadar döndürme sonucu elde edilen \mathbf{R}_ψ döndürme matrisi;

$$\mathbf{R}_\psi = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\phi \rightarrow \theta \rightarrow \psi$ döndürme sırası sonucu ortaya çıkan A çerçevesinden B çerçevesine döndürme matrisi $\mathbf{R}_A^B = \mathbf{R}_{\psi\theta\phi}$ Denklem 2.7'deki gibidir.



Şekil 2.5: x_1 , y_2 ve z_3 eksenlerinde sırasıyla ϕ , θ ve ψ kadar döndürme

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\psi\theta\phi} &= \mathbf{R}_{\psi}\mathbf{R}_{\theta}\mathbf{R}_{\phi} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.7) \end{aligned}$$

Döndürme matrisleri \mathbf{R}_{ψ} , \mathbf{R}_{θ} ve \mathbf{R}_{ϕ} 'nin çarpımları sonucu meydana gelen döndürme matrisi $\mathbf{R}_{\psi\theta\phi}$, Denklem 2.8'de verilmiştir. Gösterimi sadeleştirmek için \sin yerine s , \cos yerine c kısaltmaları kullanılmıştır. Denklem 2.9'da \hat{x}_f , \hat{y}_f , \hat{z}_f ile \hat{x}_1 , \hat{y}_1 , \hat{z}_1 eksenlere karşılık gelen birim vektörleri ifade etmektedir.

$$\mathbf{R}_{\psi\theta\phi} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi + s\psi c\phi & -c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ -s\psi c\theta & -s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi + c\psi s\phi \\ s\theta & -c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_f \\ \hat{y}_f \\ \hat{z}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi + s\psi c\phi & -c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ -s\psi c\theta & -s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi + c\psi s\phi \\ s\theta & -c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \\ \hat{z}_1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Farklı döndürme sıralamalarına karşılık gelen 11 farklı döndürme matrisi daha tanım-

lanabilmektedir [4]. Örneğin $\psi \rightarrow \theta \rightarrow \phi$ döndürme sıralamasına karşılık gelen döndürme matrisi,

$$\mathbf{R}_{\phi\theta\psi} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

biçimindedir.

Döndürme Matrisinin Özellikleri

Uydu yöneliminin kinematik denklemleri ile işlem yaparken döndürme matrisinin bazı özelliklerinden yararlanır. Üç boyutlu bir döndürme matrisinin $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ özellikleri aşağıdaki gibidir.

- Döndürme matrisi *dikgen* (orthogonal) bir matristir. Yani döndürme matrisinin devriği (transpose) tersine eşittir

$$\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^{-1}$$

Yukarıdaki eşitlik $\mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{R} \mathbf{R}^T = \mathbf{I}$ sonucunu doğurmaktadır.

- Döndürme matrisinin *belirteni* (determinat) bire eşittir.

$$\det \mathbf{R} = 1$$

- Herhangi bir ekseninde α açısı kadar döndürme sonucu oluşan bir döndürme matrisinin izi (*trace*), özdeğerlerinin toplamına eşittir. $\lambda_{1,2,3}$ döndürme matrisinin özdeğerleridir.

$$\text{trace}(\mathbf{R}) = 1 + 2 \cos(\alpha) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

2.3.1. Referans Çerçeveleri Arasındaki Dönüşümler

Bu bölümde referans çerçeveleri arası dönüşümler ve ilgili döndürme matrislerinden bahsedilecektir. Dönüşümün yapılacağı çerçeveler; Dünya-Merkezli Yörünge ile DME Çerçevesi, DME ile Yörünge çerçevesi ve Yörünge ile Cisim çerçevesi arasında olmaktadır.

Dünya-Merkezli Yörünge ile DME Çerçevesi Arası Dönüşüm

Bu dönüşümün amacı yörüngeyi, eylemsiz çerçevedeki (DME) Kartezyen koordinatlarını bulmaktır. Bunun için Şekil 2.4'de tanımlanan yörünge parametreleri olan Ω , ω ve i ' den yararlanır. Dönüşüm, Şekil 2.4'de tanımlanan yörünge eksenleri \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{w} ile x_i , y_i , z_i eksenleri arasında gerçekleşmektedir. Denklem 2.11, dönüşüm sonucu elde edilen döndürme matrisini göstermektedir. Bu denklemde $\mathbf{R}_{z,(\Omega)}$, z eksenini etrafında Ω açısı kadar döndürmeyi, $\mathbf{R}_{x,(i)}$, x eksenini etrafında i açısı kadar döndürmeyi ve $\mathbf{R}_{z,(\omega)}$, z eksenini etrafında ω açısı kadar döndürmeyi ifade eder. $\hat{\mathbf{p}}$, $\hat{\mathbf{q}}$ ve $\hat{\mathbf{w}}$ sırasıyla \mathbf{p} , \mathbf{q} , \mathbf{w} eksenlerine ait birim vektörleri, $\hat{\mathbf{x}}_i$, $\hat{\mathbf{y}}_i$ ve $\hat{\mathbf{z}}_i$ ise sırasıyla x_i , y_i , z_i eksenlerine ait birim vektörleri ifade eder.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}} \\ \hat{\mathbf{q}} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} &= \mathbf{R}_{z,(\omega)} \mathbf{R}_{x,(i)} \mathbf{R}_{z,(\Omega)} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) & 0 \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix} &= (\mathbf{R}_{z,(\omega)}\mathbf{R}_{x,(i)}\mathbf{R}_{z,(\Omega)})^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}} \\ \hat{\mathbf{q}} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{z,(-\Omega)}\mathbf{R}_{x,(-i)}\mathbf{R}_{z,(-\omega)} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}} \\ \hat{\mathbf{q}} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & -\sin(\Omega) & 0 \\ \sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega) & -\sin(\omega) & 0 \\ \sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{p}} \\ \hat{\mathbf{q}} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.12}$$

DME Çerçevesi ile Yörünge Çerçevesi Arası Dönüşüm

Uydunun yörünge çerçevesi ile DME çerçevesi arası dönüşüm, yörünge çerçevesinin DME çerçevesine göre hızı olan ω_0 ' a bağlıdır. Şekil 2.3'de ifade edilen θ açısı, eylemsiz çerçevenin merkezinden bakıldığında, uydunun yörüngede yerberi noktasından açısal olarak ne kadar uzakta olduğunu ifade etmektedir. Bu açının zamana bağlı değişimi ile yörünge hızı arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\theta = \omega_0 t \tag{2.13}$$

Bu denklemde kullanılan t , uydunun yerberi noktasından en son geçtiği andan itibaren geçen süreyi ifade etmektedir. Bu açı ifadesi ve Denklem 2.11 ile beraber, yörünge çerçevesi ile eylemsiz çerçeve arasındaki dönüşüm aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{r}} \\ \hat{\mathbf{s}} \\ \hat{\mathbf{w}} \end{bmatrix} &= \mathbf{R}_{z,(\omega+\theta)}\mathbf{R}_{x,(i)}\mathbf{R}_{z,(\Omega)} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&\quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix} &= (\mathbf{R}_{z,(\omega+\theta)} \mathbf{R}_{x,(i)} \mathbf{R}_{z,(\Omega)})^{-1} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{s} \\ \hat{w} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{z,(-\Omega)} \mathbf{R}_{x,(-i)} \mathbf{R}_{z,(-\omega-\theta)} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{s} \\ \hat{w} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & -\sin(\Omega) & 0 \\ \sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & -\sin(i) \\ 0 & \sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{s} \\ \hat{w} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & -\sin(\omega + \theta) & 0 \\ \sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{s} \\ \hat{w} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Yukarıda verilen dönüşüm denkleminde \hat{r} , Dünya'nın merkezinden uydunun merkezine doğru olan uzaklığı ifade eden r vektörü (dairesel yörünge için r =yarıçap vektörü) doğrultusundaki birim vektörü, \hat{w} ise yörünge momentum eksenine doğrultusundaki birim vektörü, \hat{s} ise sağ el kuralını tamamlayacak olan eksene ait birim vektörü ifade etmektedir. Bu dönüşümde kullanılan yörünge eksenlerinin merkezi, eylemsiz çerçevenin eksenlerinin merkezi ile çakışmıştır. Dolayısıyla cisim merkezli yörünge eksenini ile eylemsiz çerçeve DME arasındaki dönüşümü tanımlamak için bir adım daha gereklidir. Cisim merkezli yörünge çerçevesi göz önünde bulundurulduğunda, z_o ekseninin yönü, uzaklık vektörü olan r vektörünün tersi yönündedir. Dolayısıyla, son olarak cisim merkezli yörünge çerçevesini elde etmek için yörünge çerçevesi \hat{s} birim vektörüne ait eksen etrafında π kadar döndürülürse dönüşüm tamamlanmış olur. Bu dönüşüm aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \hat{x}_o \\ \hat{y}_o \\ \hat{z}_o \end{bmatrix} &= \mathbf{R}_{s,\pi} \begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi) & \sin(\pi) \\ 0 & -\sin(\pi) & \cos(\pi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_o \\ \hat{y}_o \\ \hat{z}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{s} \\ -\hat{w} \\ -\hat{r} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$\mathbf{R}_{z,(\omega+\theta)}\mathbf{R}_{x,(i)}\mathbf{R}_{z,(\Omega)}$ döndürme matrisi ile x_i , y_i ve z_i eksenlerinin oluşturduğu koordinat sisteminden r , s ve w eksenlerinin oluşturduğu koordinat sistemine dönüşüm sağlanmaktadır. *Denklem 2.17*'de görüldüğü üzere x_0 eksenine s eksenine, y_0 eksenine $-w$ eksenine ve z_0 eksenine ise $-r$ eksenine karşılık gelmektedir. Eylemsiz çerçeve DME'den cisim merkezli yörünge çerçevesine dönüşümü tamamlamadan önce (s ekseninde π kadar döndürmeden önce) $\{r, s, w\}$ sıralamasından $\{s, w, r\}$ sıralamasına geçiş yapılması gerekmektedir. Bu geçiş aşağıdaki gibi sağlanabilir.

$$\begin{bmatrix} \hat{s} \\ \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ \hat{s} \\ \hat{w} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Yukarıdaki geçiş, *Denklem 2.14* ve *Denklem 2.16*, eylemsiz çerçeve ile cisim merkezli yörünge çerçevesi arası dönüşümü tamamlamaktadır. Bu dönüşüm aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_o \\ \hat{y}_o \\ \hat{z}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_i \\ \hat{y}_i \\ \hat{z}_i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Eylemsiz çerçeve DME ile cisim merkezli yörünge çerçevesi arası dönüşümü tanımlayan döndürme matrisi \mathbf{R}_I^O aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mathbf{R}_I^O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\omega + \theta) & \sin(\omega + \theta) & 0 \\ -\sin(\omega + \theta) & \cos(\omega + \theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Yörünge Çerçevesi ile Cisim Çerçevesi Arası Dönüşüm

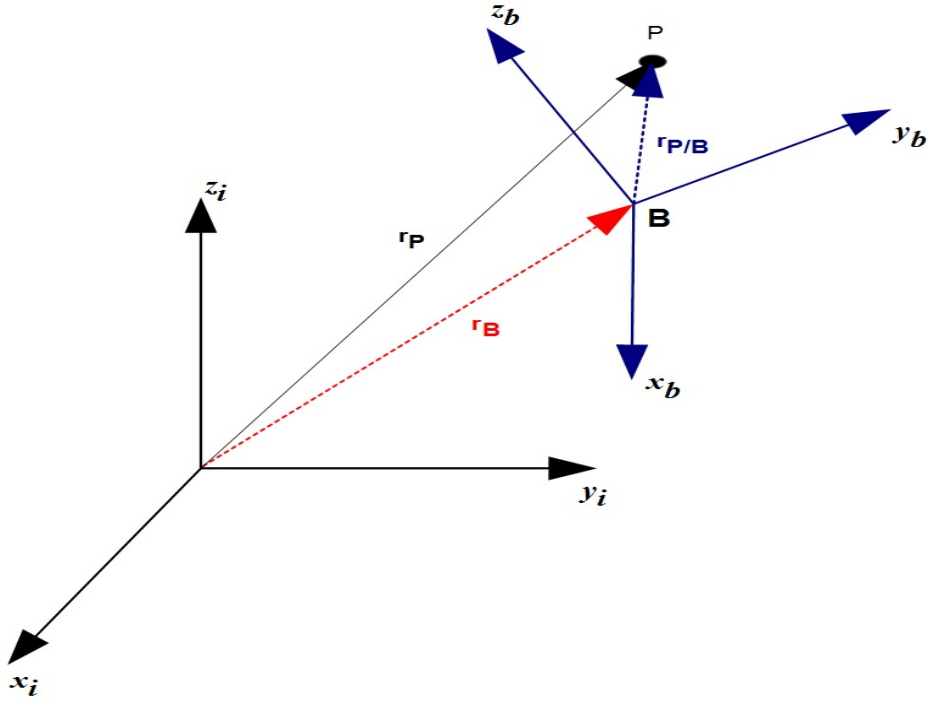
Cisim ve Yörünge çerçevesi arası dönüşüm ve bu dönüşüm sonucu elde edilen döndürme matrisi bu tezde en çok kullanılacak olan dönüşüm ve döndürme matrisidir. *Uydunun yönelimi* cisim çerçevesi ile yörünge çerçevesi arası dönüşüm sonucu elde edilen döndürme matrisi ile tanımlanır. Cisim çerçevesinden yörünge çerçevesine gerçekleştirilen dönüşüm sonucu elde edilen döndürme matrisi *Denklem 2.21*'de verilmiştir. Döndürme matrisi denklemindeki η ve ϵ Euler parametrelerini ifade etmektedir. Bu dönüşüm ile ilgili daha ayrıntılı açıklamalar Bölüm 2.5'de yapılacaktır.

$$\mathbf{R}_B^O = \mathbf{I} + 2\eta\mathbf{S}(\epsilon) + 2\mathbf{S}(\epsilon)^2 \quad (2.21)$$

2.4. Görelî Devinim

Bu bölümde referans çerçevelerinin birbirlerine göre devinimleri incelenecek ve görelî devinim (*relative motion*) denklemlerinin çıkarımı yapılacaktır. Eğer bir devinim, ivmelenmeyen bir çerçeveden gözlemleniyorsa hız ve ivmelenme ile ilgili ifadeler basit formlarda olmaktadır. Devinimi genellikle devinen çerçeveden gözlemlenmek daha avantajlı hatta bir nevi gereklidir [29]. İvmelenmeyen bir çerçeve ile ivmelenen bir çerçeve arasındaki ana fark vektörlerin türevlerini hesaplarken ortaya çıkmaktadır. Vektörlerin türevleri aşağıdaki gibi iki bölüme ayrılmaktadır;

- **Yerel türevler:** Devinen referans çerçevesine göre hesaplanan türevleri ifade eder.



Şekil 2.6: İvmelenmeyen ve devinen referans çerçeveleri

- **Bütünsel Türevler:** İvmelenmeyen referans çerçevesine göre hesaplanan türevleri ifade eder.

Bu bölümde ilk olarak devinen referans çerçevelerinden yani görelî çerçevelerden, daha sonra açısal hızdan ve son olarak bir vektörün devinen ve ivmelenmeyen referans çerçevelerine göre türevinden bahsedilecektir.

2.4.1. Devinen Koordinat Çerçevesleri

Şekil 2.6'da x_i, y_i ve z_i ivmelenmeyen referans çerçevesinin koordinat eksenlerini, x_b, y_b ve z_b ise devinen referans çerçevesinin koordinat eksenlerini ifade eder. $\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i$ ve $\hat{x}_b, \hat{y}_b, \hat{z}_b$ ise bu eksenlere karşılık gelen birim vektörlerdir. r_P , P noktasının ivmelenmeyen referans çerçevesinin merkezine olan uzaklığını, $r_{P/B}$ P noktasının görelî referans çerçevesinin merkezine olan uzaklığını ve r_B görelî çerçevenin ivmelenmeyen referans çerçevesinin merkezine olan uzaklığını ifade eder. r_P Denklem 2.22'deki gibi ifade edilir.

$$\mathbf{r}_P = \mathbf{r}_B + \mathbf{r}_{P/B} \quad (2.22)$$

İvmelenmeyen çerçeve ile cisim çerçevesinin başnoktalarının çakışık olduğunu varsayalım. Bu durumda $\mathbf{r}_B = 0$ olur ve $\mathbf{r} = \mathbf{r}_P = \mathbf{r}_{P/B}$ 'dir. \mathbf{r} vektörünün ivmelenmeyen çerçevedeki ve cisim çerçevesindeki ifadesi aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\mathbf{r} = r_{x,i}\hat{\mathbf{x}}_i + r_{y,i}\hat{\mathbf{y}}_i + r_{z,i}\hat{\mathbf{z}}_i \quad (2.23)$$

$$\mathbf{r} = r_{x,b}\hat{\mathbf{x}}_b + r_{y,b}\hat{\mathbf{y}}_b + r_{z,b}\hat{\mathbf{z}}_b$$

Farklı çerçevelerden gözlemlenen hız vektörlerinin ilişkisini görebilmek için yukarıda tanımlanan \mathbf{r} vektörünün her iki referans çerçevesinde zamana göre türevini almak gerekmektedir. *Denklem 2.24* hız vektörünün ivmelenmeyen çerçeve bileşenleri cinsinden ifadesini, *Denklem 2.25* ise devinen çerçeve bileşenleri cinsinden ifadesini vermektedir. *Denklem 2.25*'deki ilk üç ifade görelî çerçeveden gözlemlenen hız bileşenlerini, son üç ifade ise koordinat eksenlerinin ya da koordinat eksenlerine ait birim vektörlerin zamana göre değişimini ifade eder. Son üç ifade görelî çerçevenin deviniminden kaynaklanmaktadır.

$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt}\mathbf{r} = \dot{r}_{x,i}\hat{\mathbf{x}}_i + \dot{r}_{y,i}\hat{\mathbf{y}}_i + \dot{r}_{z,i}\hat{\mathbf{z}}_i \quad (2.24)$$

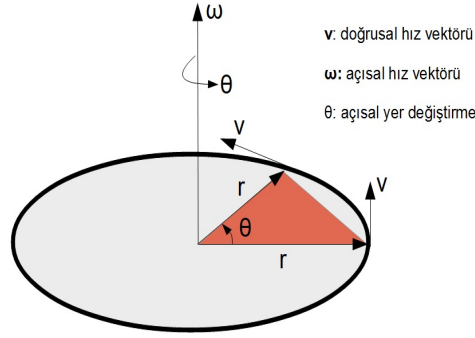
$$\mathbf{v} = \frac{d}{dt}\mathbf{r} = \dot{r}_{x,b}\hat{\mathbf{x}}_b + \dot{r}_{y,b}\hat{\mathbf{y}}_b + \dot{r}_{z,b}\hat{\mathbf{z}}_b + r_{x,b}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_b + r_{y,b}\dot{\hat{\mathbf{y}}}_b + r_{z,b}\dot{\hat{\mathbf{z}}}_b \quad (2.25)$$

Denklem 2.25'de görelî çerçevede hesaplanan türev *yerel türevi* ifade eder. Yerel türevle birlikte, görelî çerçevenin devinimine bağlı olan terimler *bütünsel türevi* ifade eder. Bütünsel türev ivmelenmeyen çerçevede ölçülür.

2.4.2. Açısal Hız

Açısal hız, açısal yer değiştirmenin zamana bağlı değişimi ifade etmektedir. Aynı zamanda bir cismin döndürüldüğü eksenin dönme hızını ifade eden vektörel bir büyüklüktür. Açısal hız vektörünün *yönü*, döndürülen düzleme dik olacak şekilde sağ el kuralı ile belirlenir.

Şekil 2.7’de tek bir eksendeki döndürme işlemi gösterilmiştir. Bu döndürme sonucu elde edilen açısal hız *Denklem 2.26*’daki gibidir. Burada θ açısal yer değiştirmeyi ifade eder ve θ ’nın zamana göre türevi bu eksendeki açısal hızı verir.



Şekil 2.7: Tek eksendeki açısal hız

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.26)$$

Uydu kinematiklerini incelerken açısal hız bakımından iki önemli etmen söz konusudur. Bu etmenler;

- Cisim çerçevesinin yörünge çerçevesine göre hızı ${}_B\omega_B^O$,
- Cisim çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre hızı ${}_B\omega_B^I$ ’dir.

Yukarıdaki açısal hız ifadelerinin sol tarafındaki altsimge B , bu açısal hızların cisim çerçevesinde ifade edildiğini belirtmektedir. Cisim çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre cisim çerçevesindeki hızını hesaplarken, yörünge çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre cisim çerçevesindeki açısal hızı ${}_B\omega_O^I$ da hesaba katılır. ${}_B\omega_O^I$ *Denklem 2.27*’deki gibi hesaplanır. Burada ${}_O\omega_O^I$ yörünge çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre yörünge çerçevesindeki açısal hızını, \mathbf{R}_O^B ise yörünge çerçevesinden cisim çerçevesine döndürme matrisini belirtmektedir. Bu açısal hız yörünge çerçevesinin irtifasına bağlıdır ve *Denklem 2.28*’deki gibi hesaplanır. *Denklem 2.28*’deki μ Dünya’nın standart *yerçekimsel* parametresini, r ise Dünya’nın merkezinden uyduya olan mesafeyi ifade eder.

$${}_B\boldsymbol{\omega}_O^I = \mathbf{R}_O^B({}_O\boldsymbol{\omega}_O^I) \quad (2.27)$$

$${}_O\boldsymbol{\omega}_O^I = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\mathbf{r}^3}} \quad (2.28)$$

Bu bilgiler eşliğinde ${}_B\boldsymbol{\omega}_B^I$ Denklem 2.29'daki gibi olmaktadır.

$${}_B\boldsymbol{\omega}_B^I = {}_B\boldsymbol{\omega}_B^O + {}_B\boldsymbol{\omega}_O^I \quad (2.29)$$

Cisim çerçevesinin yörünge çerçevesine göre olan hız vektörü ${}_B\boldsymbol{\omega}_B^O$, devinen uydunun yörünge çerçevesine göre olan Euler açılarını hesaplamada yardımcı olur. Şöyle ki, Denklem 2.8'deki 1-2-3 sıralaması ile gerçekleştirilen dönüşüm sonucu ortaya çıkan döndürme matrisi $\mathbf{R}_{\psi\theta\phi}$ 'yi göz önünde bulunduralım. Bu dönüşüm sonucu uydunun eksenlerinde elde edilen türevsel ifadeler aşağıdaki gibidir.

- x_B ekseninde ϕ kadar döndürme sonucu elde edilen türevsel ifade $\frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi}$ 'dir.
- y_B ekseninde θ kadar döndürme sonucu elde edilen türevsel ifade $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ 'dir.
- z_B ekseninde ψ kadar döndürme sonucu elde edilen türevsel ifade $\frac{d\psi}{dt} = \dot{\psi}$ 'dir.

Dönüşüm sonucu uydu eksenlerinde elde edilen türevsel ifadeler ile uydunun eksenlerini döndürme sırasını göz önünde bulundurduğumuz zaman uydunun açısal hız bileşenleri ω_x, ω_y ve ω_z Denklem 2.30'daki gibi olmaktadır [4].

$${}_B\boldsymbol{\omega}_B^O = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\psi}\mathbf{R}_{\theta}\mathbf{R}_{\phi} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\psi}\mathbf{R}_{\theta} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\psi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{R}_\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{R}_\phi \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

olduğundan *Denklem 2.30*, aşağıdaki gibi sadeleştirilebilir.

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\psi \mathbf{R}_\theta \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_\psi \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Bu denklemden,

$$\begin{aligned} \omega_x &= \cos(\psi) \cos(\theta) \dot{\phi} + \sin(\psi) \dot{\theta} \\ \omega_y &= -\sin(\psi) \cos(\theta) \dot{\phi} + \cos(\psi) \dot{\theta} \\ \omega_z &= \sin(\theta) \dot{\phi} + \dot{\psi} \end{aligned} \quad (2.33)$$

elde edilir. *Denklem 2.32*, $\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$ ve $\dot{\psi}$ türevsel ifadeleri için de çözümlenebilir. Euler açılarının zamana göre türevi, *Denklem 2.34*'deki gibi Euler açıları ve cismin açısal hız bileşenleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \frac{\omega_x \cos(\psi) - \omega_y \sin(\psi)}{\cos(\theta)} \\ \dot{\theta} &= \omega_x \sin(\psi) + \omega_y \cos(\psi) \\ \dot{\psi} &= \omega_z - (\omega_x \cos(\psi) - \omega_y \sin(\psi)) \tan(\theta) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Euler açıları ve açısal hız vektörünün bileşenleri arasında *Denklem 2.33* ve *Denklem 2.34* ile verilen ilişkiler farklı döndürme sıraları için farklı olmaktadır [4], [5].

Bir Vektörün Zamana Göre Değişimi

Bu kısımda eylemsiz çerçeveden gözlemlenen bir vektörün zamana göre değişimi incelenecek ve bunun sonucu olarak *taşıma* teoreminden bahsedilecektir [29]. Şekil

2.6'daki $\mathbf{r}_{P/B}$ vektörü devinen çerçeveden gözlemlenmektedir. Bu vektörün zamana göre türevini alacak olursak *Denklem 2.25*'deki ifadeyi elde ederiz. Bu denklemdeki ilk üç ifade $\mathbf{r}_{P/B}$ vektörünün devinen çerçevedeki zamana göre değişimini (*yerel türev*) verir ve bu türev işlemi *Denklem 2.35*'deki gibi dışarı çıkarılarak ifade edilebilir.

$$\left(\frac{d\mathbf{r}_{P/B}}{dt}\right)_B = \dot{r}_{x,b}\hat{\mathbf{x}}_b + \dot{r}_{y,b}\hat{\mathbf{y}}_b + \dot{r}_{z,b}\hat{\mathbf{z}}_b \quad (2.35)$$

Denklem 2.25'deki son üç terim ise görelî çerçevenin dönüşünden kaynaklanır. Bu dönüş, görelî çerçevenin açısal hızına bağlı olduğu için *Denklem 2.36*'daki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} r_{x,b}\dot{\hat{\mathbf{x}}}_b + r_{y,b}\dot{\hat{\mathbf{y}}}_b + r_{z,b}\dot{\hat{\mathbf{z}}}_b &= r_{x,b}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{x}}_b) + r_{y,b}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{y}}_b) + r_{z,b}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{z}}_b) \\ &= {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \mathbf{r}_{P/B} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Denklem 2.35 ile *Denklem 2.36* birlikte, eylemsiz çerçeveden gözlemlenen $\mathbf{r}_{P/B}$ vektörünün zamana göre değişimini verir. Bu ilişki *taşıma teoremi* olarak adlandırılır ve *Denklem 2.37*'deki gibi ifade edilir. Bu teorem şunu ifade eder; bir vektörün eylemsiz çerçeveye göre türevi, aynı vektörün devinen çerçevedeki türevi ile devinen çerçevenin eylemsiz çerçeveye göre devinen çerçevedeki açısal hızının (${}_B\boldsymbol{\omega}_B^I$), bu vektör ($\mathbf{r}_{P/B}$) ile vektörel çarpımıyla toplanması sonucu elde edilir. Yani, bir vektörün zamana göre değişimi farklı çerçevelerden bakıldığında farklı büyüklüktedir.

$$\left(\frac{d\mathbf{r}_{P/B}}{dt}\right)_I = \left(\frac{d\mathbf{r}_{P/B}}{dt}\right)_B + {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \mathbf{r}_{P/B} \quad (2.37)$$

2.5. Yönelim Gösterimi

2.5.1. Euler Açıları

Katı bir cisim istenilen duruşa *cisim eksenli* döndürme ile yönlendirebiliriz. Bu yönlendirme, cisim merkezli referans çerçevesinin üç eksen etrafında art arda döndürülmesiyle gerçekleşir. Birinci döndürme herhangi bir eksen etrafındadır. İkinci döndürme ilk döndürmede kullanılmayan bir eksen etrafındadır ve sonuncu döndürme ikinci

döndürmede kullanılmayan bir eksen etrafında gerçekleşir. *Şekil 2.5*'deki örnekte döndürme eksenleri olarak sırasıyla x , y ve z eksenleri seçilmiştir. $\phi \rightarrow \theta \rightarrow \psi$ sıralamasıyla döndürme sonucu ortaya çıkan döndürme matrisi *Denklem 2.8*'deki gibidir. Bu şekilde gerçekleştirilen farklı sıradaki art arda döndürme işlemleri için 12 farklı Euler açı kümesi ve dolayısıyla 12 farklı döndürme matrisi vardır.

Euler açılarının (*Euler Angles*) döndürme sırası uygulamalara göre değişiklik göstermektedir. Seçilen farklı döndürme sıralaması daha iyi bir fiziksel gösterim elde etmek içindir. En sık kullanılan Euler açı döndürme sıralamalarından birisi 3-1-3 (z - x - z)' dir. Bu döndürme sıralamasında; *ilk olarak* z ekseninde ψ_1 kadar, *ikinci olarak* x ekseninde ϕ kadar ve *üçüncü olarak* tekrar z ekseninde ψ_2 kadar döndürme işlemi gerçekleştirilir. *Denklem 2.38*, 3-1-3 döndürme sıralaması ile elde edilen döndürme matrisini göstermektedir.

$$\mathbf{R}_{\psi_2\phi\psi_1} = \begin{bmatrix} c\psi_1c\psi_2 - s\psi_1c\phi s\psi_2 & s\psi_1c\psi_2 + c\psi_1c\phi s\psi_2 & s\phi s\psi_2 \\ -c\psi_1s\psi_2 - s\psi_1c\phi c\psi_2 & -s\psi_1s\psi_2 + c\psi_1c\phi c\psi_2 & s\phi c\psi_2 \\ s\psi_1s\phi & -c\psi_1s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Verilen Euler açıları tek bir yönelimi ifade ederler. Ancak verilen bir yönelim bilgisi için tek bir Euler açı kümesi yoktur ve bu yönelim birden fazla Euler açı kümesi ile ifade edilebilir.

2.5.2. Euler Teoremi

Katı bir cismin üç tane dönel serbestlik derecesi (3-DOF) vardır. Bundan yola çıkarak bir koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine dönüşüm yaparken üç döndürme işlemi yapmanın yeterli olabileceği *Bölüm 2.3* ve *Bölüm 2.5.1*'de bahsedilmiştir. *Euler'in teoremine* göre, bir koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine geçiş yapmak için *belirli bir eksen*de **tek** bir döndürme işlemi yapmak yeterli olacaktır. Bu teorem *Euler'in Özeksen Döndürme Teoremi* (Euler Eigenaxis Rotation Theorem) olarak da adlandırılır [5].

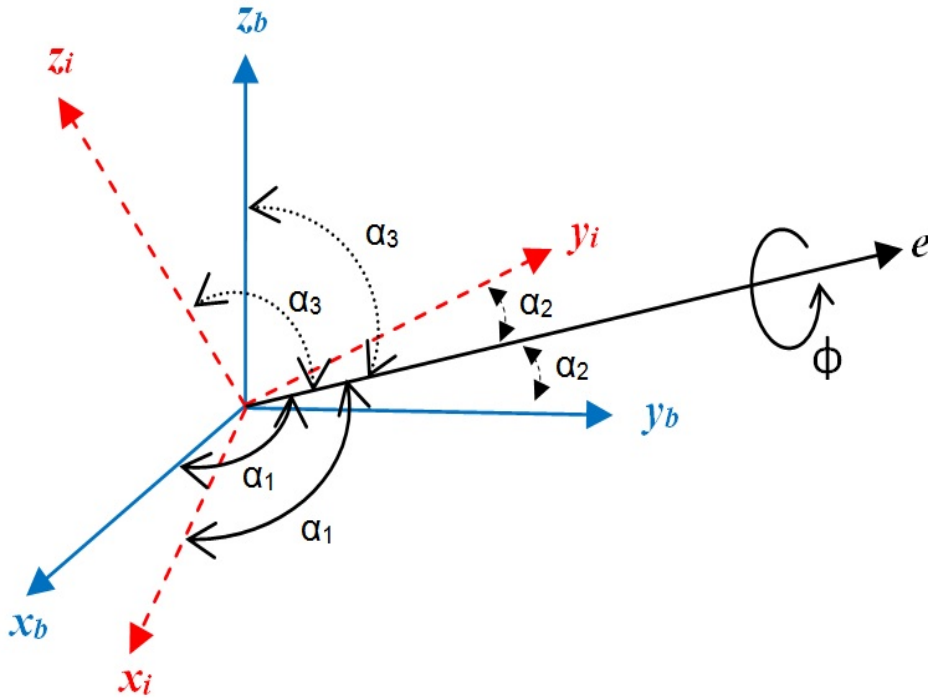
Tek ekseninde yapılan döndürme işleminde, döndürmenin yapıldığı eksenin (*özeksen, ana-eksen*) koordinatları eylemsiz ve cisim çerçevesine göre değişmeden kalır [5]. Bu döndürme işlemi Şekil 2.8'de görülmektedir.

Seçilen özeksen; döndürme matrisinin özdeğeri bir olan özvektörüne karşılık gelir ve *Denklem 2.39*'deki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned} e &= e_1 \hat{x}_b + e_2 \hat{y}_b + e_3 \hat{z}_b \\ &= e_1 \hat{x}_i + e_2 \hat{y}_i + e_3 \hat{z}_i \end{aligned} \quad (2.39)$$

Özvektör normalize edilen bir vektör olduğu için özvektörün elemanları aşağıdaki ilişkiyi sağlamaktadır.

$$e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = 1$$



Şekil 2.8: Özeksen etrafında ϕ açısı kadar döndürme. x_b, y_b, z_b : Cisim Çerçevesi eksenleri. x_i, y_i, z_i : Dünya Merkezli Eylemsizlik Referans Çerçevesinin eksenleri

Özeksen etrafında ϕ açısı kadar döndürme işlemi sonucunda ortaya çıkan döndürme matrisi (yön kosinüs matrisi) *Denklem 2.40*'da verilmiştir. Burada e özvektörü yani

döndürmenin yapılacağı özeksen, \mathbf{I} ise birim matrisi ifade etmektedir. Herhangi bir ekseninde döndürme işlemi gerçekleştirildiği zaman, ortaya çıkan döndürme matrisinin izi (trace) *Denklem 2.42*'deki gibidir. Bunu *Denklem 2.7*'deki döndürme matrislerinde (\mathbf{R}_ϕ , \mathbf{R}_ψ ve \mathbf{R}_θ) görebiliriz. Özeksen etrafında gerçekleştirilen döndürme işlemi sonucunda da bir tane döndürme matrisi vardır ve bu matrisin izi bu eşitliği sağlar [5]. *Denklem 2.40*'daki \mathbf{R}_ϕ matrisi, B çerçevesinden I çerçevesine dönüşümü sağlayan matrisi göstermektedir.

$$\mathbf{R}_\phi = \cos(\phi)\mathbf{I} + (1 - \cos(\phi))\mathbf{e}\mathbf{e}^T + \sin(\phi)\mathbf{E} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\text{tr}[\mathbf{R}_\phi] = 1 + 2 \cos(\phi), \quad (\phi : \text{döndürme açısı}) \quad (2.42)$$

Bu bölümde bir koordinat sisteminden başka bir koordinat sistemine dönüşüm Euler teoremi kullanılarak gerçekleştirildi ve dönüşümü yaparken dört parametre kullanıldı. Bu parametreler şunlardır;

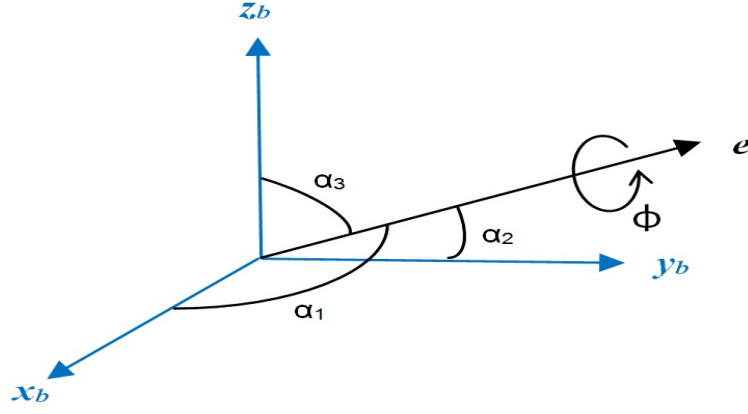
- Özeksen ile ilişkili olan *yön kosinüsleri*, $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix}^T$,
- Döndürme açısı ϕ .

Dönüşümün *dört parametreyle* tanımlanması, kinematik denklemlerin elde edilmesinde kolaylık sağlamaktadır.

2.5.3. Euler Parametreleri - Kuaterniyonlar

Euler parametreleri Euler teoreminden esinlenilerek tanımlanmışlardır. Bu parametreler özeksenin *yön kosinüsleri* ve *döndürme açısı* ile karakterize edilir. Özeksen *Şekil 2.9*'da gösterildiği gibi kendi yön kosinüsleri e_1 , e_2 ve e_3 ile tanımlanır. α_1 , α_2 ve α_3 açıları özeksenin cisim koordinat eksenleri ile arasındaki açılardır.

$$e_1 = \cos(\alpha_1), \quad e_2 = \cos(\alpha_2), \quad e_3 = \cos(\alpha_3) \quad (2.43)$$



Şekil 2.9: Özeksen

Euler parametreleri dört parametre olarak tanımlanır. Bu parametreler q_1 , q_2 , q_3 ve q_4 'tür ve *Denklem 2.44*'deki gibi ifade edilirler.

$$\begin{aligned}
 q_1 &= e_1 \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_2 &= e_2 \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_3 &= e_3 \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 q_4 &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Denklem 2.44'de görüldüğü gibi Euler parametrelerinin karelerinin toplamı bire eşittir.

$$q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \tag{2.45}$$

Euler parametreleri kuaterniyonlar (*Quaternions*) olarak da adlandırılırlar ve bu çalışmada kuaterniyonlar için aşağıda verilen vektörel gösterim kullanılacaktır.

$$\begin{aligned}
 \eta &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \\
 \epsilon &= \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 \end{bmatrix}^T \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \begin{bmatrix} \epsilon_1 & \epsilon_2 & \epsilon_3 \end{bmatrix}^T \\
 \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} \eta & \epsilon^T \end{bmatrix}^T
 \end{aligned} \tag{2.46}$$

Denklem 2.40'daki döndürme matrisi kuaterniyonlar cinsinden de ifade edilebilir. Kuaterniyonlar ile ifade edilen döndürme matrisi *Denklem 2.47*'deki gibidir. Burada; $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ birim matrisi, $\mathbf{S}(\cdot) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ eksi bakışimli (skew-symmetric) vektör çarpım işlecini ifade eder. Örneğin; \mathbf{a} ve \mathbf{b} vektörlerinin vektörel çarpımı, eksi bakışimli işleç cinsinden ifadesi $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{S}(\mathbf{a})\mathbf{b}$ biçimindedir.

$$\mathbf{R}(\eta, \boldsymbol{\epsilon}) = \mathbf{I} + 2\eta\mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}) + 2\mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon})^2 \quad (2.47)$$

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}) = \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon_3 & \epsilon_2 \\ \epsilon_3 & 0 & -\epsilon_1 \\ -\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

2.6. Türevsel Kinematik Denklemler

Önceki bölümlerde katı bir cismin (ya da referans çerçevesinin) yönelimi *yön kosinüs matrisi*, *Euler açıları* ve *kuaterniyonlar* açısından incelendi. Bu bölümde iki referans çerçevesi arasındaki yönelimin zamana bağlı olması durumundaki kinematikler incelenecektir. İki referans çerçevesinin zamana bağlı ilişkisi *kinematik türevsel denklemler* olarak tanımlanır. Kinematik türevsel denklemlerin çıkarımı yön kosinüs matrisleri, Euler açıları ve kuaterniyonlar cinsinden yapılacak ve bu yapılırken *Bölüm 2.4.2*'de açıklanan açısal hız tanımından yararlanılacaktır.

2.6.1. Yön Kosinüs Matrisi İçin Kinematik Türevsel Denklem

Şekil 2.2'de görüldüğü gibi *cisim çerçevesi DME çerçevesi* etrafında hareket etmektedir. Cisim çerçevesinin DME çerçevesine göre cisim çerçevesindeki açısal hız vektörü $\boldsymbol{\omega} \equiv {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I$ olarak gösterilir ve cisim çerçevesinin koordinat eksenleri cinsinden ifadesi aşağıda verilmiştir.

$$\boldsymbol{\omega} = {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I = \omega_{x,i}\hat{\mathbf{x}}_b + \omega_{y,i}\hat{\mathbf{y}}_b + \omega_{z,i}\hat{\mathbf{z}}_b \quad (2.49)$$

Cisim çerçevesinden DME çerçevesine olan dönüşümü ifade eden döndürme matrisi

\mathbf{R}_B^I olarak tanımlanır. Cisim çerçevesi ile DME çerçevesi arası dönüşüm,

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_i \\ \hat{\mathbf{y}}_i \\ \hat{\mathbf{z}}_i \end{bmatrix} = \mathbf{R}_B^I \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_b \\ \hat{\mathbf{y}}_b \\ \hat{\mathbf{z}}_b \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

şeklinde tanımlanır. *Denklem 2.50*'deki ifadenin DME çerçevesinde türevi alınırsa,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_B^I \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_b \\ \hat{\mathbf{y}}_b \\ \hat{\mathbf{z}}_b \end{bmatrix} + \mathbf{R}_B^I \begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_b \\ \dot{\hat{\mathbf{y}}}_b \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}_b \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

elde edilir. Aşağıda verilen ifade kullanılarak,

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_b \\ \dot{\hat{\mathbf{y}}}_b \\ \dot{\hat{\mathbf{z}}}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{x}}_b \\ {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{y}}_b \\ {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \hat{\mathbf{z}}_b \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Denklem 2.51,

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \dot{\mathbf{R}}_B^I \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_b \\ \hat{\mathbf{y}}_b \\ \hat{\mathbf{z}}_b \end{bmatrix} - \mathbf{R}_B^I \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z,I} & \omega_{y,I} \\ \omega_{z,I} & 0 & -\omega_{x,I} \\ -\omega_{y,I} & \omega_{x,I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_b \\ \hat{\mathbf{y}}_b \\ \hat{\mathbf{z}}_b \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

biçiminde yazılabilir. *Denklem 2.53*'den

$$\dot{\mathbf{R}}_B^I = \mathbf{R}_B^I \mathbf{S}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^I) \quad (2.54)$$

elde edilir. *Denklem 2.54* döndürme matrisi cinsinden kinematik denklemleri ifade etmektedir. *Denklem 2.54*'deki türevsel ifade aynı zamanda cisim çerçevesinden yörünge çerçevesine olan döndürme matrisi \mathbf{R}_B^O için de geçerlidir ve *Denklem 2.55*'deki gibi ifade edilir.

$$\dot{\mathbf{R}}_B^O = \mathbf{R}_B^O \mathbf{S}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^O) \quad (2.55)$$

2.6.2. Euler Açılı İçin Kinematik Türevsel Denklem

Cisim çerçevesinin yörünge çerçevesine göre yönelimi Euler açılarının zamana bağlı ifadesi kullanılarak ifade edilebilir. *Bölüm 2.4.2*'de 1-2-3 sıralaması için bu ifadeler verilmişti (*Denklem 2.32*). Genellikle tercih edilen 3-1-3 ($\mathbf{R}_{\psi_1} \rightarrow \mathbf{R}_\phi \rightarrow \mathbf{R}_{\psi_2}$) sıralamalı döndürme için elde edilen türevsel ifadeler ise aşağıda verilmiştir. Daha önce de bahsedildiği gibi 12 farklı döndürme sırası için aşağıdakilere benzer 12 farklı ifade elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \omega_{x,O} \\ \omega_{y,O} \\ \omega_{z,O} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{\psi_2} \mathbf{R}_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{\psi_2} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$= \begin{bmatrix} \sin(\phi) \sin(\psi_2) & \cos(\psi_2) & 0 \\ \sin(\phi) \cos(\psi_2) & -\sin(\psi_2) & 0 \\ \cos(\phi) & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi}_1 \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sin(\phi)} \begin{bmatrix} \sin(\psi_2) & \cos(\psi_2) & 0 \\ \cos(\psi_2) \sin(\phi) & -\sin(\psi_2) \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\psi_2) \cos(\phi) & -\cos(\psi_2) \cos(\phi) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x,O} \\ \omega_{y,O} \\ \omega_{z,O} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$${}_B\boldsymbol{\omega}_B^O = \begin{bmatrix} \omega_{x,O} & \omega_{y,O} & \omega_{z,O} \end{bmatrix}^T$$

Denklem 2.56'daki ifade $\phi = \pi$ için *tekil* olmaktadır. Böyle bir matematiksel tekillik probleminin önüne geçmek için farklı Euler açı kümeleri seçilebilir. Ancak bu problem bütün Euler açı kümelerinin doğasında vardır.

2.6.3. Kuaterniyonlar İçin Kinematik Türevsel Denklem

Kuaterniyonlar cinsinden kinematik türevsel denklemleri elde etmek için öncelikle *Denklem 2.47*'yi ele alalım. Bu denklemdeki döndürme matrisi ifadesi açık bir şekilde yazılacak olursa *Denklem 2.58*'deki ifade elde edilir.

$$\mathbf{R}_B^O(\eta, \epsilon) = \mathbf{I} + 2\eta\mathbf{S}(\epsilon) + 2\mathbf{S}(\epsilon)^2$$

$$\mathbf{R}_B^O(\eta, \epsilon) = \begin{bmatrix} \eta^2 + \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 - \epsilon_3^2 & 2(\epsilon_1\epsilon_2 + \eta\epsilon_3) & 2(\epsilon_1\epsilon_3 - \eta\epsilon_2) \\ 2(\epsilon_1\epsilon_2 - \eta\epsilon_3) & \eta^2 - \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2 - \epsilon_3^2 & 2(\epsilon_2\epsilon_3 + \eta\epsilon_1) \\ 2(\epsilon_1\epsilon_3 + \eta\epsilon_2) & 2(\epsilon_2\epsilon_3 - \eta\epsilon_1) & \eta^2 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Denklem 2.58, *Denklem 2.55*'de kullanılarak kuaterniyonlar için kinematik türevsel denklemler aşağıdaki gibi elde edilebilir [5].

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\mathbf{E}(\mathbf{q})_B\boldsymbol{\omega}_B^O \quad (2.59)$$

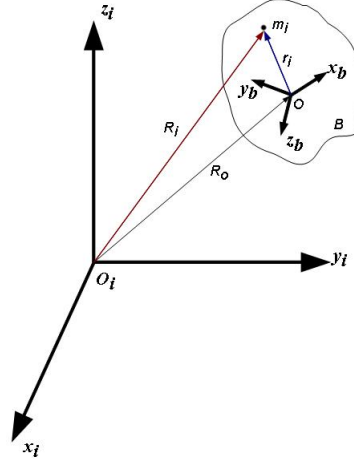
$$\mathbf{E}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\epsilon}^T \\ \eta\mathbf{I} + \mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}) \end{bmatrix} \in \Re^{4 \times 3} \quad (2.60)$$

Kuaterniyonların doğasında geometrik tekillikler yoktur ve gerçek zamanlı hesaplamalar için daha uygun bir yöntemdir. Çünkü kuaterniyonlar cinsinden ifade edilen kinematik türevsel denklemler çarpımlardan oluşur ve trigonometrik ilişkiler içermez. Bu sebeplerden dolayı, genellikle uydu yönelimiyle ilgili kinematik türevsel denklemlerin kuaterniyonlar cinsinden ifadesi kullanılmaktadır.

2.7. Katı Cisim Dinamiği

Bu bölümde katı bir cismin dönel devinimi incelenecek ve uydunun dinamik modeli çıkartılacaktır. Bu çıkarımlar yapılırken uydunun kütle merkezi etrafında *katı cisim* (rigid body) gibi davrandığı varsayılmıştır.

Şekil 2.10'daki m_i parçacığının eylemsiz çerçevedeki açısal momentumu *Denklem 2.61*'deki gibi tanımlanır. Bu denklemde $m_i \dot{\mathbf{R}}_i = m_i \mathbf{v}_i$, m_i parçacığının doğrusal momentumunu, \mathbf{R}_i bu parçacığın eylemsiz çerçeveye göre konum vektörünü ve \mathbf{r}_i bu parçacığın cisim çerçevesine göre konum vektörünü ifade eder. $\dot{\mathbf{R}}_i$ ise konum vektörü \mathbf{R}_i 'nin eylemsiz çerçeveye göre türevini ifade etmektedir. $\dot{\mathbf{R}}_i$ bundan sonraki ifadelerde ${}_I \dot{\mathbf{R}}_i$ ile gösterilecektir.



Şekil 2.10: Katı cismin açısal devinimi

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{r}_i \times m_i \dot{\mathbf{R}}_i \quad (2.61)$$

Şekil 2.10'da görüldüğü gibi \mathbf{R}_i konum vektörü \mathbf{R}_o ile \mathbf{r}_i 'nin toplamına eşittir.

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_o + \mathbf{r}_i \quad (2.62)$$

Denklem 2.62'deki denklemin eylemsiz çerçevede türevi alınacak olursa *Denklem 2.63* elde edilir. *Denklem 2.63*'de verilen ikinci eşitlikteki ifade *Bölüm 2.4.2*'de açıklanan ve *Denklem 2.37*'de gösterilen *taşıma teoreminin* bir sonucudur.

$$\begin{aligned}
{}_I\dot{\mathbf{R}}_i &= {}_I\dot{\mathbf{R}}_o + {}_I\dot{\mathbf{r}}_i \\
&= {}_I\dot{\mathbf{R}}_o + {}_B\dot{\mathbf{r}}_i + {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \mathbf{r}_i
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Yukarıda elde edilen $\dot{\mathbf{R}}_i$ ifadesini *Denklem 2.61*'de yerine koyarsak m_i parçacığı için elde edilen açısal momentum vektörü aşağıdaki gibi elde edilir (${}_B\dot{\mathbf{r}}_i = 0$).

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{r}_i \times m_i({}_I\dot{\mathbf{R}}_o + {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \mathbf{r}_i) \tag{2.64}$$

Bütün cismin açısal momentumunu hesaplamak için bütün kütle parçacıklarının momentum bileşenlerinin toplanması gerekmektedir. Açısal devinim kütle merkezinde gerçekleşmektedir ve bu $\sum_{m_i} m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{0}$ sonucunu doğurur. Bu bilgiler eşliğinde toplam açısal momentum *Denklem 2.65*'deki gibi olur [4]. Bu denklemde \mathbf{J} *eylemsizlik matrisini* ifade eder.

$$\begin{aligned}
\mathbf{h} &= \mathbf{J}_B \boldsymbol{\omega}_B^I \\
\mathbf{h} &= \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{xx} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_{yy} & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix}, \quad {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.65}$$

Eylemsizliğin Ana Eksenleri: *Denklem 2.65*'de elde edilen açısal moment ifadesindeki eylemsizlik matrisi, eylemsizliklerin çarpımını içermektedir. Dolayısıyla açısal momentum ifadesindeki karmaşıklığı arttırmaktadır. Bu durumun önüne geçmek için cisim çerçevesinin eksenlerini eylemsizlik çarpımlarını yok edecek şekilde seçebiliriz. Böylece uydu yönelim denetimini tasarlamak daha kolay olacaktır.

Eylemsizliğin ana eksenlerini belirlerken edinilmesi gereken amaç eylemsizlik matrisini köşegen yapıya dönüştürmektir. Köşegen yapıya dönüştürmek için eylemsizlik matrisi üzerinde *Denklem 2.66*'daki gibi bir dönüşüm yapılır ve yeni eylemsizlik mat-

risi \mathbf{J}' köşegen yapıdadır [4]. Bu denklemdeki \mathbf{R} matrisi, eski cisim çerçevesinden yeni cisim çerçevesine dönüşümü sağlayan matristir ve sütun vektörleri eski eylemsizlik matrisinin özvektörlerinden oluşur.

$$\mathbf{J}' = \mathbf{R}\mathbf{J}\mathbf{R}^T \quad (2.66)$$

Euler'in Moment Denklemi

Bir cisme etkiyen moment, cismin açısal momentumunun zamana göre türevine eşittir [4]. Bu bilgi doğrultusunda, *Denklem 2.37*'de anlatılan taşıma teoremi açısal momentum vektörü için uygulanırsa *Denklem 2.67* elde edilir. Bu eşitlik *Euler'in moment denklemi* olarak adlandırılır. \mathbf{M} cisme etkiyen momentlerin toplamını ifade eder.

$$\mathbf{M} = \mathbf{T} = \dot{\mathbf{h}}_I = \dot{\mathbf{h}}_B + {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times \mathbf{h} \quad (2.67)$$

Bu denklemde, *Denklem 2.65*'de verilen açısal momentum ifadesi yerine konulursa,

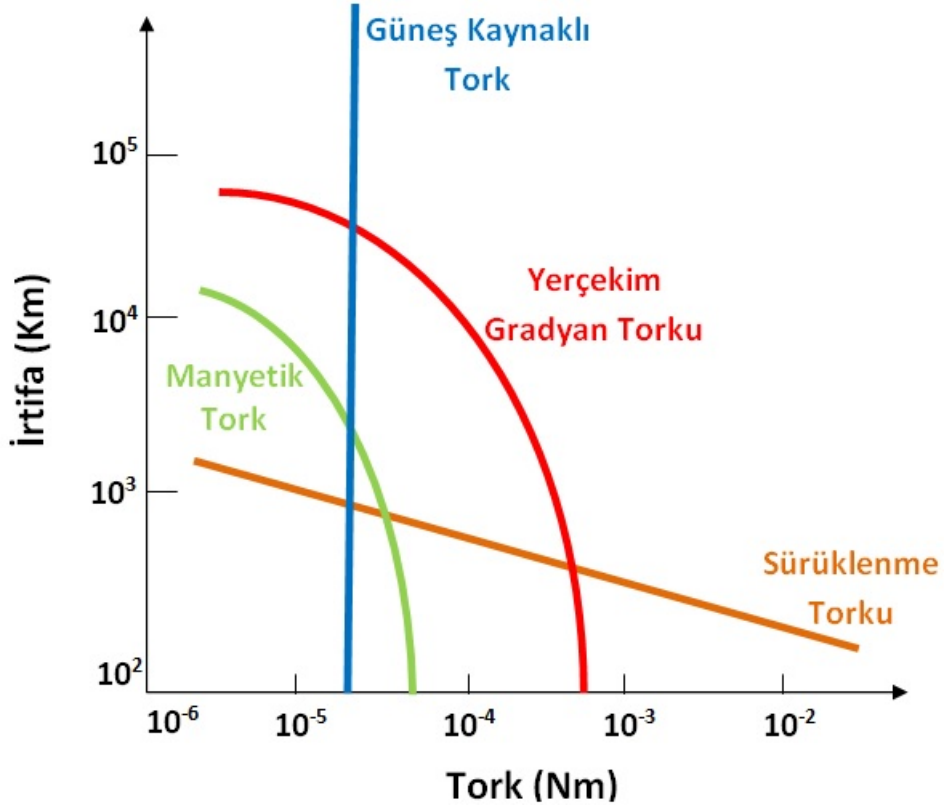
$$\mathbf{J}({}_B\dot{\boldsymbol{\omega}}_B^I) + {}_B\boldsymbol{\omega}_B^I \times (\mathbf{J}({}_B\boldsymbol{\omega}_B^I)) = \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B \quad (2.68)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemde $\boldsymbol{\tau}_D^B$ cisme etkiyen toplam bozan etken torkunu, $\boldsymbol{\tau}_A^B$ ise cisme etkiyen eyleyici (actuator) torkunu ifade etmektedir ($\mathbf{M} = \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B$). Cisme etkiyen toplam torkun (moment) bozan etken torku $\boldsymbol{\tau}_D^B$ ile eyleyici torku $\boldsymbol{\tau}_A^B$ 'den oluştuğu varsayılmıştır.

2.8. Uyduya Etkiyen Bozanetken Torkları

Dünya yörüngesinde dönen bir uyduya etkiyen dört farklı çevresel tork vardır. Bu torklar *sürüklenme torku* (drag torque), *yerçekimsel tork* (gravitational torque), *manyetik tork* (magnetic-torque) ve *güneş kaynaklı torktur* (solar torque). Uyduya etkiyen bu torklar uydunun irtifasına bağlıdır. Uyduya etkiyen bozan etken torklarının irtifaya bağlı aldığı değerler *Şekil 2.11*'de verilmiştir ve açıklamaları aşağıda bulunmaktadır.

Güneş Kaynaklı Tork: Güneşten gelen ışık taneciği (photon) uydunun yüzeyine



Şekil 2.11: Uydulara etkiyen bozan etken torklarının irtifaya bağlı değişimi

çarparsa ufak bir momentum değiş tokuşu olur ve uydunun yüzeyine bir kuvvet uygulanır. Güneş kaynaklı bozanetken torku uydunun yörünge irtifasına bağlıdır. Özellikle 1000 km'nin üstünde dönen uydular için baskın bir harici tork olmaktadır. Bu tork daha çok yerle eşzamanlı yörüngede (geosynchronous orbit) dönen uydular için harici bir tork olarak hesaba katılır [2].

Manyetik Tork: Dünya ve diğer birçok gezegen manyetik alana sahiptir ve bu manyetik alan uyduya etkiyen bir tork üretir. Manyetik tork 500 km ile 35000 km irtifa aralığında dönen uydular için harici bozanetken torku olarak hesaba katılır [2].

Sürüklenme torku: Aerodinamik sürüklenme, düşük irtifada dönen uyduların hızlarında azalmaya sebep olan bir tork kaynağıdır. Aerodinamik sürüklenme torkunun 500 km'den daha düşük irtifada dönen uydular için dikkate alınması gerekmektedir.

Yerçekim Gradyan Torku: Bu harici tork, 500 km ile 35000 km irtifa aralığında dönen uydular için dikkate alınması gereken bir bozanetken torkudur ve uydunun

dönel devinim denklemlerinde yer alır. Bu tezde, uydu devinim denklemlerinde harici bozantken olarak Yerçekim Gradyan Torku dikkate alınmıştır.

Yerçekim gradyan torku, cisim çerçevesinde

$$\boldsymbol{\tau}_g^B = 3 \frac{\mu}{R_0^3} \mathbf{c}_3 \times \mathbf{J} \mathbf{c}_3 \quad (2.69)$$

biçiminde ifade edilebilir [4]. *Denklem 2.69*'da μ Dünya'nın yerçekim parametresini, R_0 Dünya merkezinden uydunun ağırlık merkezine olan mesafeyi, \mathbf{J} uydunun eylemsizlik matrisini, \mathbf{c}_3 ise yörünge çerçevesinden cisim çerçevesine dönüşümü sağlayan döndürme matrisinin üçüncü sütununu ifade etmektedir. Dönüşüm matrisi \mathbf{R}_O^B , 3-2-1 (z-y-x) sıralaması ile yapılan döndürme işlemleri sonucu elde edilen döndürme matrisidir. Dolayısıyla \mathbf{c}_3 sütun vektörü, bu sıralama sonucu elde edilen döndürme matrisinin üçüncü sütun vektörüdür.

$$\mathbf{R}_O^B = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix}^T \quad (2.71)$$

Eğer cisim eksenleri ana eksen olarak seçilirse eylemsizlik matrisi köşegen yapıda olur ve *Denklem 2.69* aşağıdaki gibi sadeleşir.

$$\boldsymbol{\tau}_g^B = 3\omega_0^2 \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy})c_{23}c_{33} \\ (J_{xx} - J_{zz})c_{13}c_{33} \\ (J_{yy} - J_{xx})c_{13}c_{23} \end{bmatrix} = 3\omega_0^2 \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy})(\cos(\theta))^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \\ (J_{zz} - J_{xx}) \sin(\theta) \cos(\theta) \cos(\phi) \\ (J_{xx} - J_{yy}) \sin(\theta) \cos(\theta) \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Yukarıdaki denklemde $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{R_0^3}}$, cisim yörüngesinin açısal hızını ifade etmektedir. Yukarıda verilen yerçekim gradyan torkun kuaterniyonlar cinsinden ifadesi ise aşağıdaki gibidir.

$$\boldsymbol{\tau}_g^B = 3\omega_0^2 \begin{bmatrix} (J_{zz} - J_{yy})2(\epsilon_2\epsilon_3 - \eta\epsilon_1)(\eta^2 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \\ (J_{xx} - J_{zz})2(\epsilon_1\epsilon_3 + \eta\epsilon_2)(\eta^2 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2 + \epsilon_3^2) \\ (J_{yy} - J_{xx})2(\epsilon_1\epsilon_3 + \eta\epsilon_2)2(\epsilon_2\epsilon_3 - \eta\epsilon_1) \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

Bu harici torkların matematiksel ifadeleri ile ilgili açıklamalar [2]'de daha ayrıntılı verilmiştir.

3. UYDULARDA YÖNELİM DENETİMİ

3.1. Giriş

Uydularda yönelim denetimi için, genel olarak tüm doğrusal olmayan sistemlerde olduğu gibi, iki temel yaklaşım söz konusudur. Bunlar:

- Uydu kinematik ve dinamik denklemlerini küçük açı değişiklikleri için doğrusallaştırarak, elde edilen doğrusal modeller üzerinden doğrusal denetim sistemleri tasarlamak,
- Doğrusal olmayan kinematik ve dinamik denklemler üzerinden doğrusal olmayan denetim sistemleri tasarlamak

biçiminde ifade edilebilir. Bu tez çalışmasında doğrusal olmayan modellere dayanarak tasarlanmış bazı denetim sistemleri ele alınmış, incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Bu yöntemler şunlardır:

- Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim (*Quaternion Feedback Control*),
- PD+ Denetim (*PD+ Control*),
- Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim (*Quaternion-Based Backstepping*),
- Kayan Kipli Denetim (*Siling Mode Control*)

Uydularda yönelim, Euler açıları, döndürme matrisi ve kuaterniyonlar gibi farklı şekillerde ifade edilebilmektedir. Bu tez çalışmasında kuaterniyonları esas alan denetim yöntemleri seçilmiştir. Kuaterniyonlar, hesaplamalarda sağladığı kolaylıklardan dolayı döndürme matrisinden ve Euler açılarından daha avantajlıdır. Ayrıca, Euler açılarında olduğu gibi fiziksel tekillik içermezler. Kuaterniyon cebri, döndürme işlemi içeren denklemlerin işlenmesinde birçok matematiksel kolaylık sunmaktadır [30].

Örneğin, arka arkaya gerçekleştirilen döndürme işlemleri kuaterniyon çarpımları kullanılarak döndürme matrislerine göre çok daha basit olarak gerçekleştirilebilir. Ayrıca, kuaterniyonlar uydunun yönelimini bütünsel (global) olarak ifade ederler. Kuaterniyon gösteriminin tek dezavantajı ise aynı yönelime karşılık gelen iki farklı kuaterniyon (+q ve -q) gösteriminin olmasıdır. Bu durum, küçük açısal manevralar ile ulaşılabilecek denge noktasına daha büyük açısal manevralar ile ulaşılmasına ve dolayısıyla daha fazla denetim çabasına ihtiyaç duyulmasına sebep olabilir. Bu olumsuzluğa rağmen yukarıda bahsedilen avantajlardan dolayı yönelim gösteriminde kuaterniyonlar tercih edilmektedir. *Bölüm 3.2*'de kuaterniyonlar cinsinden hata kinematik ve dinamik denklemleri verilmekte, sonraki bölümlerde ise yukarıda bahsedilen denetim yöntemleri sırasıyla ele alınmaktadır. Denetleyici tasarımı yaparken cisim eksenleri x_b , y_b ve z_b 'deki açısal hız bileşenlerinin ölçüldüğü varsayılmıştır.

3.2. Hata Kinematikleri ve Dinamikleri

Kuaterniyonlar bir vektör uzayı oluşturmazlar. Bu sebepten dolayı çıkarma işlemi uygulayarak yönelim hatasını elde edemeyiz. Yönelim hatası, kuaterniyonlar için tanımlanan cebirsel işlemlerin özelliklerinden yararlanarak elde edilir. Bunun için öncelikle iki kuaterniyon çarpımını tanımlamak gerekmektedir. q_1 ve q_2 iki kuaterniyon olmak üzere, bu kuaterniyonlar üzerinde çarpım işlemi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\begin{aligned} q_1 \otimes q_2 &= \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \eta_2 \\ \epsilon_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \eta_1 \eta_2 - \epsilon_1^T \epsilon_2 \\ \eta_2 \epsilon_1 + \eta_1 \epsilon_2 + \mathbf{S}(\epsilon_1) \epsilon_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Verilen bir kuaterniyon vektörü $q = \begin{bmatrix} \eta & \epsilon^T \end{bmatrix}^T$ için tersi $\bar{q} = \begin{bmatrix} \eta & -\epsilon^T \end{bmatrix}^T$ olarak tanımlanır. Bir kuaterniyon vektörünün tersi ile çarpımı,

$$q \otimes \bar{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

olur. $q_d = \begin{bmatrix} \eta_d & \epsilon_d^T \end{bmatrix}^T$ istenilen yönelime karşılık gelen kuaterniyon vektörü olsun.

Bu durumda *Denklem 3.3* ile tanımlanan hata kuaterniyon vektörü *Denklem 3.4*'deki gibi olur.

$$\mathbf{q}_e = \bar{\mathbf{q}}_d \otimes \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \eta_d \\ -\epsilon_d \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \eta \\ \epsilon \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} \eta_e \\ \epsilon_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_d \eta + \epsilon_d^T \epsilon \\ \eta_d \epsilon - \eta \epsilon_d - \mathbf{S}(\epsilon_d) \epsilon \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Yukarıdaki denklemde $\bar{\mathbf{q}}_d$, istenilen yönelim olan \mathbf{q}_d 'nin tersini göstermektedir.

Denklem 2.59'da kuaterniyonlar için tanımlanan kinematik türevsel denklem, hata kuaterniyonları için de geçerlidir. Hata kuaterniyonlarının kinematik türevsel ifadesi aşağıdaki gibidir,

$$\dot{\mathbf{q}}_e = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\mathbf{q}_e) \boldsymbol{\omega}_e \quad (3.5)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{q}_e) = \mathbf{E}_e = \begin{bmatrix} -\epsilon_e^T \\ \eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\epsilon_e) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

veya bu denklemler,

$$\dot{\eta}_e = -\frac{1}{2} \epsilon_e^T \boldsymbol{\omega}_e \quad (3.7)$$

$$\dot{\epsilon}_e = \frac{1}{2} \left[\eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\epsilon_e) \right] \boldsymbol{\omega}_e \quad (3.8)$$

biçiminde ifade edilebilir. Yukarıdaki denklemlerde, $\boldsymbol{\omega}_e$, cisim çerçevesi ile istenilen çerçeve arasındaki açısal hız hatasını ifade eder ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\boldsymbol{\omega}_e = {}_B \boldsymbol{\omega}_B^I - {}_B \boldsymbol{\omega}_D^I \quad (3.9)$$

Gösterim kolaylığı açısından bundan sonra cisim çerçevesinde ifade edilen istenilen

açısal hızın eylemsiz çerçeveye göre ifadesi ${}_B\omega_D^I$ yerine ω_d ($\omega_d = {}_B\omega_D^I$) ve cisim çerçevesinde ifade edilen cisim çerçevesinin açısal hızının eylemsiz çerçeveye göre ifadesi ${}_B\omega_B^I$ yerine ω ($\omega = {}_B\omega_B^I$) kullanılacaktır.

Denklem 3.9'da tanımlanan açısal hız hatasından yola çıkarak, açısal hız hata dinamikleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_e &= \frac{d}{dt}(\omega_e) = \frac{d}{dt}(\omega - \omega_d) \\ &= \dot{\omega} - \dot{\omega}_d\end{aligned}\quad (3.10)$$

Yukarıdaki eşitliğin her iki tarafını eylemsizlik matrisi \mathbf{J} ile çarpar ve *Denklem 2.68*'de tanımlanan Eluler'in moment denklemini göz önünde bulundurursak açısal hız hata dinamik denklemini aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\mathbf{J}\dot{\omega}_e &= \mathbf{J}\dot{\omega} - \mathbf{J}\dot{\omega}_d \\ &= -\omega \times (\mathbf{J}\omega) + \tau_D^B + \tau_A^B - \mathbf{J}\dot{\omega}_d\end{aligned}\quad (3.11)$$

Tez çalışması kapsamında ele alınan ve bundan sonraki alt bölümlerde anlatılacak olan denetim yöntemlerinin hepsi *Denklem 3.7*, *3.8* ve *3.11* ile tanımlanan hata ifadelerini esas almaktadır.

3.3. Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim

Kuaterniyon geribeslemeli doğrusal denetleyici yapısı aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [5].

$$\boxed{\tau_A^B = -\mathbf{K}\epsilon_e - \mathbf{C}\omega_e}\quad (3.12)$$

Daha önce de bahsedildiği üzere $+q$ ve $-q$ aynı fiziksel yönelimi ifade etmektedir. Örneğin, eğer istenilen kuaterniyon yönelim vektörü $q_d = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ise denet-

leyici *Denklem* 3.12'deki gibidir. Eğer istenilen kuaterniyon yönelim vektörü $\mathbf{q}_d = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ise denetleyici aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\tau_A^B = +\mathbf{K}\epsilon_e - \mathbf{C}\omega_e$$

Eğer \mathbf{K} ve \mathbf{C} kazanç matrisleri aşağıdaki gibi seçilirse uydunun doğrusal olmayan kapalı döngü sistemi bütünsel sonuçlar olarak kararlı olmaktadır [5].

1. Denetleyici:

$$\mathbf{K} = k\mathbf{I}, \quad \mathbf{C} = c\mathbf{I} \quad (3.13)$$

2. Denetleyici:

$$\mathbf{K} = \frac{k}{\eta^3}\mathbf{I}, \quad \mathbf{C} = c\mathbf{I} \quad (3.14)$$

3. Denetleyici:

$$\mathbf{K} = k\text{sign}(\eta)\mathbf{I}, \quad \mathbf{C} = c\mathbf{I}, \quad \text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Kazanç matrislerinde kullanılan k ve c pozitif skalar sabitlerdir. \mathbf{I} ise 3×3 'lük birim matrisi, $\text{sign}(\cdot)$ işaret işlevini (*signum function*) ifade eder. Dikkat edilirse 2. ve 3. denetleyicide \mathbf{K} kazancının işareti η 'nın işaretine bağlı olarak değiştiğinden, $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ve $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ denge noktasına uydu daha kısa açısal manevra ile erişir.

3.4. PD+ Denetim

PD+ denetim ilk olarak robot kollarının denetiminde ele alınmış olup [12], [13], daha sonraları uydularda yönelim denetimi için de kullanılmıştır [3], [15], [16]. Bu çalışmada, yönelim denetiminde kullanılan PD+ denetleyici,

$$\tau_A^B = \mathbf{J}\dot{\omega}_d + \omega \times (\mathbf{J}\omega) - \tau_D^B - k_p \mathbf{E}_e^T \mathbf{z} - k_d \omega_e \quad (3.16)$$

denklemleri ile verilmektedir. Bu denklemlerde $k_p > 0$, $k_d > 0$, \mathbf{E}_e Denklem 3.6 ile verilmiş ve \mathbf{z} durum değişkeni ise

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \eta_e - 1 \\ \epsilon_e \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

biçiminde tanımlanmıştır. PD+ denetleyici kapalı döngü yönelim sistemini kararlı kılar. Bunu göstermek için aşağıda verilen Lyapunov işlevini kullanabiliriz.

$$V = k_p \mathbf{z}^T \mathbf{z} + \frac{1}{2} \omega_e^T \mathbf{J} \omega_e \geq 0 \quad (3.18)$$

Lyapunov işlevinin türevi alınır

$$\begin{aligned} \dot{V} &= k_p 2\mathbf{z}^T \dot{\mathbf{z}} + \omega_e^T \mathbf{J} \dot{\omega}_e \\ &= k_p 2\mathbf{z}^T \begin{bmatrix} \dot{\eta}_e \\ \dot{\epsilon}_e \end{bmatrix} + \omega_e^T \mathbf{J} \dot{\omega}_e \end{aligned} \quad (3.19)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemde $\dot{\eta}_e$ (Denklem 3.7), $\dot{\epsilon}_e$ (Denklem 3.8) ve $\mathbf{J}\dot{\omega}_e$ (Denklem 3.11) yerine konulursa,

$$\dot{V} = k_p \mathbf{z}^T \underbrace{\begin{bmatrix} -\epsilon_e^T \\ \eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\epsilon_e) \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_e} \omega_e + \omega_e^T (-\omega \times (\mathbf{J}\omega) + \tau_D^B + \tau_A^B - \mathbf{J}\dot{\omega}_d) \quad (3.20)$$

olur. Yukarıdaki denklemde Denklem 3.16 ile tanımlanan denetim kuralı yerine konulursa,

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= k_p \mathbf{z}^T \mathbf{E}_e \boldsymbol{\omega}_e - k_p \boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{E}_e^T \mathbf{z} - k_d \boldsymbol{\omega}_e^T \boldsymbol{\omega}_e \\
&= -k_d \boldsymbol{\omega}_e^T \boldsymbol{\omega}_e \leq 0
\end{aligned} \tag{3.21}$$

elde edilir. Yukarıdaki sonuca göre, önerilen denetim yönteminin kapalı döngü sistemini kararlı kıldığı görülmektedir. Kapalı döngü sistemin sonuçur kararlı olduğu da gösterilebilir [15], ancak daha ayrıntılı bir analiz gerektirdiği için burada verilmemiştir.

3.5. Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim

Tümlev alıcı geriadımlı yöntemi 1980'lerin sonlarına doğru ileri sürülmüştür. Bu yöntem [22] ve [31]'de ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. [32]'de ise uzay araçlarının yunuslama eksenlerinin doğrusal olmayan uyarlanı denetiminde kullanılmıştır.

Bu çalışmada kullanılacak olan *kuaterniyon tabanlı geriadımlı* denetleyici [23]'e dayanmaktadır ve aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$\tau_A^B = -\mathbf{G}(\mathbf{q}_e) \mathbf{z}_1 - \mathbf{K}_2 \mathbf{z}_2 + \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\omega}}_d + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J} \boldsymbol{\omega}) - \tau_D^B + \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 \tag{3.22}$$

\mathbf{K}_2 geribesleme kazanç matrisidir ve $\mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_2^T > \mathbf{0}$ eşitliğini sağlar.

Geriadımlı yaklaşımında ilk olarak *Denklem 3.5*'de tanımlanan hata kuaterniyonlarının zamana göre değişimi denetlenir. Bunun için bir geriadım durum değişkeni seçilmelidir. Bu değişken aşağıdaki gibi seçilmiştir. \mathbf{z}_1 değişkeninde kullanılan η_e ve ϵ_e *Denklem 3.4*'de verilmiştir.

$$\mathbf{z}_1 = \begin{bmatrix} 1 - |\eta_e| \\ \epsilon_e \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

İstenilen gezinenin kusursuz bir şekilde izlenebilmesi *Denklem 3.24* ile ifade edilebilir. Bu ifadenin sağlanması durumunda $\mathbf{z}_1 = \mathbf{0}$ olur.

$$\mathbf{q}(t) = \pm \mathbf{q}_d(t) \Leftrightarrow \mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} \pm 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Geriadımlı yaklaşımda aşığıdaki gibi sanal bir denetim girişı tanımlanır. Bu denklemde α_1 kararlılaştıran işlev olarak tanımlanır, \mathbf{z}_2 ise yeni durum değışkenidir.

$$\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{z}_2 \quad (3.25)$$

\mathbf{z}_1 değışkinin zamana göre türevi aşığıdaki gibidir.

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \begin{bmatrix} -\text{sign}(\eta_e)\dot{\eta}_e \\ \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Denklem 3.5'deki hata kuaterniyonlarının kinematik türevsel ifadesini *Denklem 3.26*'da yerine koyarsak \mathbf{z}_1 geriadım değışkeninin zamana göre değışimi aşığıdaki gibi olmaktadır.

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e^T \\ \eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}_e) \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e^T \\ \eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}_e) \end{bmatrix} (\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{z}_2) \quad (3.27)$$

Bu denklem ,

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)(\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{z}_2) \quad (3.28)$$

biçiminde yazılabilir. Burada,

$$\mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) = \begin{bmatrix} \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e^T \\ \eta_e \mathbf{I} + \mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}_e) \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

olarak tanımlanmıştır. Dikkate edilirse,

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 = \begin{bmatrix} \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e^T \\ \eta_e\mathbf{I} + \mathbf{S}(\boldsymbol{\epsilon}_e) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 - |\eta_e| \\ \boldsymbol{\epsilon}_e \end{bmatrix} = \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e \quad (3.30)$$

olduğu görülmektedir. Bu denklemde,

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 = \mathbf{0} \Leftrightarrow \text{sign}(\eta_e)\boldsymbol{\epsilon}_e = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

elde edilir. $\eta_e = 0$ olduğu durumlarda, tekilliğin önüne geçmek için işaret işlevi (*signum function*) aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

Denklem 3.22 ile verilen denetim girişinin kapalı döngü sistemini kararlı kıldığını göstermek için

$$V_1 = \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_1 \quad (3.32)$$

biçiminde bir Lyapunov işlevi seçelim. Bu işlevin türevini alırsak,

$$\dot{V}_1 = 2\mathbf{z}_1^T \dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)(\boldsymbol{\alpha}_1 + \mathbf{z}_2) \quad (3.33)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemde, $\boldsymbol{\alpha}_1$ kararlılaştırıcı işlev olarak adlandırılır ve

$$\boldsymbol{\alpha}_1 = -\mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 \quad (3.34)$$

şeklinde seçilir. Bu denklemde \mathbf{K}_1 geribesleme kazanç matrisidir ve $\mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_1^T > 0$ eşitliğini sağlar. Kararlılaştırıcı işlev $\boldsymbol{\alpha}_1$ 'i *Denklem 3.33*'de yerine koyarsak aşağıdaki ifadeyi elde ederiz.

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) \mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e) \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) \mathbf{z}_2 \quad (3.35)$$

Dikkat edilirse, $\mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) \mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)$ bakışimli yarı kesin artı bir matristir. Elde edilen bu eşitliklerden sonra \mathbf{z}_1 geriadım değişkeninin *Denklem 3.27*'deki türevsel ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) (\alpha_1 + \mathbf{z}_2) = -\frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) \mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e) \mathbf{z}_1 + \frac{1}{2} \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e) \mathbf{z}_2 \quad (3.36)$$

Denetleyici tasarımının ikinci adımında \mathbf{z}_2 geriadım durum değişkeninin dinamik denklemi tanımlanır. Bu dinamik denklem, *Denklem 3.25*'in türevi alınarak elde edilir ve aşağıdaki gibidir.

$$\dot{\mathbf{z}}_2 = \dot{\boldsymbol{\omega}}_e - \dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 \quad (3.37)$$

İkinci geriadım değişkeni için elde edilen dinamik denklemi eylemsizlik matrisi \mathbf{J} ile çarpar ve *Denklem 3.11*'deki açısal hız hata dinamik denklemini kullanırsak *Denklem 3.38* elde edilir.

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{\mathbf{z}}_2 &= \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_e - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 \\ &= -\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1 \end{aligned} \quad (3.38)$$

İkinci Lyapunov işlevi aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T \mathbf{J} \mathbf{z}_2 \quad (3.39)$$

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{z}_2^T \mathbf{J} \dot{\mathbf{z}}_2 \quad (3.40)$$

Yukarıdaki Lyapunov işlevinin türevindeki $\mathbf{J}\dot{\mathbf{z}}_2$ ifadesinin yerine *Denklem 3.38*'deki

karşılığını yazacak olursak aşağıdaki türevsel ifade elde edilir.

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \mathbf{z}_2^T [-\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\alpha}}_1] \quad (3.41)$$

Eyleyici (*actuator*) torku *Denklem 3.22*'deki gibi seçilir ve yukarıdaki denklemde yerine konursa, \mathbf{z}_2 durum değişkeni ile tanımlanan Lyapunov işlevinin türevi,

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \mathbf{z}_2^T [-\mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 - \mathbf{K}_2\mathbf{z}_2] \\ &= \underbrace{-\mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)\mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_2^T \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2^T \mathbf{K}_2\mathbf{z}_2}_{\dot{V}_1} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\dot{V}_2 = -\mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)\mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2^T \mathbf{K}_2\mathbf{z}_2 \leq 0 \quad (3.43)$$

olarak elde edilir. Yukarıdaki denklemde görüldüğü üzere ikinci Lyapunov işlevi V_2 'nin türevi sifıra eşit ya da küçük çıkmıştır. *Denklem 3.43* aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$\dot{V}_2 = -W(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) \leq 0 \quad (3.44)$$

Burada,

$$W(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) = \mathbf{z}_1^T \mathbf{G}^T(\mathbf{q}_e)\mathbf{K}_1 \mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2^T \mathbf{K}_2\mathbf{z}_2 \quad (3.45)$$

şeklinde tanımlanmıştır. *Denklem 3.31* ve kuarterniyonların sağlaması gereken kısıt $\boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon} + \eta^2 = 1$ gözönüne alındığında $W(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) > 0$ ve $W(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = 0$ olduğu görülebilir. Buradan $W(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2)$ işlevinin kesin artı olduğu görülmektedir. Sonuç olarak önerilen denetim yasası kapalı döngü sistemini sonuçur kararlı kılmaktadır. Yani $t \rightarrow \infty$ için $\boldsymbol{\epsilon}_e \rightarrow \mathbf{0}$, $\eta \rightarrow \pm 1$ ve $\boldsymbol{\omega}_e \rightarrow \mathbf{0}$ olur [23].

3.6. Kayan Kipli Denetim

Kayan kipli denetim belirsizlik içeren sistemlerin denetiminde etkin olarak kullanılan bir denetim yöntemidir. Özellikle parametre değişiklikleri ve bozan etkenlere karşı gürbüz bir yapısı vardır [33], [34], [35]. Kayan kipli denetim bir çok farklı alana uygulanmış ve başarılı sonuçlar alınmıştır. Bu alanlardan biri de uydularda yönelim denetimidir [36], [37], [38]. Aşağıda, kaynak [25] esas alınarak, uydularda kayan kipli yönelim denetimi anlatılmıştır.

Kayan kipli denetim iki aşamada ele alınabilir:

- Erişim evresi
- Kayma evresi

Erişim evresinde sistem gezinmelerinin kayma manifolduna ($s = 0$) erişimi sağlanır. Kayma evresinde ise gezinmeler manifold üzerinden kayarak istenilen denge noktasına ulaşır.

Önerilen denetleyici yasası aşağıdaki gibidir.

$$\tau_A^B = \omega \times (J\omega) - \tau_D^B + J\dot{\omega}_d - JK\dot{\epsilon}_e - JD\text{sign}(s) - JP_s \quad (3.46)$$

Kayma değişkenini,

$$s = \omega_e + K\epsilon_e \quad (3.47)$$

biçiminde tanımlayalım. Burada $K = K^T > 0$ ayar parametresidir. Kayma değişkeni s 'nin türevi alınır ve eylemsizlik matrisi J ile çarpılırsa,

$$J\dot{s} = J\dot{\omega}_e + JK\dot{\epsilon}_e \quad (3.48)$$

elde edilir. Bu denklemde, *Denklem 3.11* ile verilen $J\omega_e$ yerine konulursa,

$$\mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} = -\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + \mathbf{J}\mathbf{K}\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e \quad (3.49)$$

olur. Sistem gezingelerini kayma manifolduna eriştirecek ve oradan istenilen dengeye ulaşmasını sağlayacak bir denetleyici seşmek için iki Lyapunov işlevi tanımlamak gerekmektedir. Birinci Lyapunov işlevini,

$$V_1 = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T\mathbf{s} > 0, \quad \forall \mathbf{s} \neq \mathbf{0} \quad (3.50)$$

biçiminde tanımlayalım. Bu durumda V_1 'in zamana göre türevi,

$$\dot{V}_1 = \mathbf{s}^T\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^T\mathbf{J}^{-1}\mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} \quad (3.51)$$

$$= \mathbf{s}^T\mathbf{J}^{-1}(-\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \boldsymbol{\tau}_D^B + \boldsymbol{\tau}_A^B - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}_d + \mathbf{J}\mathbf{K}\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_e)$$

şeklinde elde edilir. Yukarıdaki denklemdeki doğrusal olmayan terimleri ortadan kaldıracak şekilde bir denetleyici değişkeni $\boldsymbol{\tau}_A^B$ seçilmelidir. Bu denetleyici değişkeni *Denklem 3.46*'da tanımlandığı gibi seçilirse \dot{V}_1 ,

$$\dot{V}_1 = -\mathbf{s}^T\mathbf{D}\mathit{sign}(\mathbf{s}) - \mathbf{s}^T\mathbf{P}\mathbf{s} < 0, \quad \forall \mathbf{s} \neq \mathbf{0} \quad (3.52)$$

olarak elde edilir. Bu denklemde \mathbf{D} ve \mathbf{P} ayar parametreleridir ve kesin artı matrislerdir. $\mathit{sign}(\mathbf{s})$ ise sign işlecinin \mathbf{s} vektorunun herbir elemanına uygulanması ile elde edilen vektördür. Görüldüğü zere V_1 'in türevi kesin eksidir. Bu, \mathbf{s} ile tanımlanan sistemin sonuşur kararlı olduğunu ve gezingelerin kayma manifolduna erişeceğini gösterir [25]. Sistem gezingelerinin kayma manifolduna eriştikten sonra istenilen denge noktasına ulaşacağını göstermek zere ikinci Lyapunov işlevini,

$$V_2 = 2(1 - \eta_e) \quad (3.53)$$

biçiminde tanımlayalım. V_2 'nin zamana göre türevi aşağıdaki gibidir ve $\dot{\eta}_e$ yerine Denklem 3.7'deki karşılığı yazılmıştır.

$$\dot{V}_2 = -2\dot{\eta}_e = \epsilon_e^T \omega_e \quad (3.54)$$

Kayma manifoldunda olduğumuzu düşünürsek, yani $s = 0 \rightarrow \omega_e = -\mathbf{K}\epsilon_e$ olduğunda V_2 'nin türevi aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\dot{V}_2 = -\epsilon_e^T \mathbf{K} \epsilon_e < 0$$

Yukarıdaki denklemlerden görüldüğü üzere V_2 kesin artı ve \dot{V}_2 kesin eksidir. Bu durumda hata kuaterniyon vektörü aşağıdaki gibi olur.

$$\mathbf{q}_e = \begin{bmatrix} \eta_e & \epsilon_e \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \pm 1 & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$\epsilon_e = 0$ olduğu için açısal hız hatası da aşağıdaki denkleme göre sifıra yakınsayacaktır.

$$\omega_e = -\mathbf{K}\epsilon_e = \mathbf{0}$$

Tanımlanan bu denetleyiciye göre sistemin denge noktasının sonuşur olarak kararlı olduğu söylenebilir [25].

Kuaterniyon geribeslemeli denetim hariç, yukarıda verilen üç denetim yönteminde de bozan etkenler (τ_D^B) denetim girişinde yer almaktadır. Yani bozan etkenlerin etkisinin bilindiği ya da ölçülebildiği varsayılmıştır.

Bozan etkenlerin bilinmediği durumlarda denetim girişinden bu terim çıkarılır. Bu durumda, bozucu etkenlerin sınırlı olduğu varsayımıyla kapalı döngü sistemlerin kararlı olduğunu göstermek mümkündür. Ancak bu sonuşur bir kararlılık değildir.

Hata sinyallerinin sifıra değil de sifır merkezli bir küre içine yakınsadığı gösterilebilir. Bu kürenin yarıçapı denetim girişinde kullanılan kazanç değerlerini yüksek seçerek küçültülebilir [15], [23]. Bu durum ayrıntılı bir analiz gerektirdiği için burada yer verilmemiştir. Ancak benzetimlerde bu durum ele alınmıştır.

4. BENZETİM ÇALIŞMASI

4.1. Giriş

Bu bölümde, *Bölüm 3*'de anlatılan denetim yöntemleri MATLAB ortamında benzetim yoluyla denenmiş ve karşılaştırılmıştır. Benzetimler, ESEO (European Student Earth Orbiter) uydusunun teknik parametreleri kullanılarak yapılmıştır. ESEO uydusu, Avrupa Uzay Ajansı (European Space Agency (ESA)) tarafından desteklenen bir proje kapsamında, 12 Avrupa ülkesinden öğrencilerin katılımı ve işbirliği ile yapılmaktadır. ESEO, Avrupa Uzay Ajansı Uydu Programı kapsamında gerçekleştirilen ikinci mikro uydu projesidir ve 2014 yılında uzaya fırlatılması planlanmaktadır. Beklenen görev yaşam süresi altı aydır. Bu projenin öncelikli hedefi ise öğrencilerin uzay projelerinde bilgi, beceri ve deneyim kazanmalarını sağlamaktır [39].

ESEO uydusunun görev tanımları,

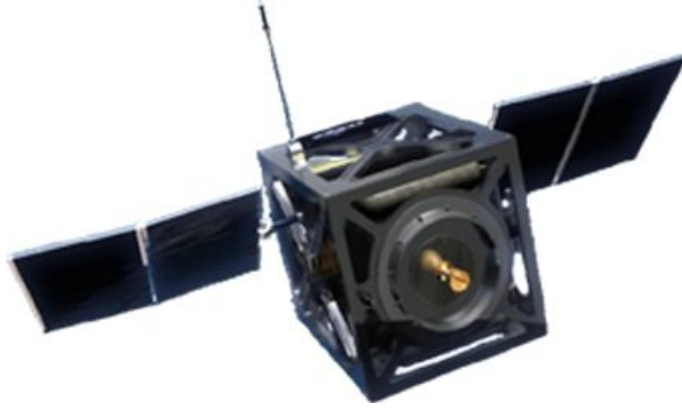
- Dünya'nın fotoğrafını çekmek,
- Alçak Dünya Yörüngesindeki (LEO) radyasyon seviyesini ölçmek,
- Gelecekte yapılacak olan ESA projeleri için deneyim kazanmak (Örneğin; ESMO (European Student Moon Orbiter) uydusu) olarak sıralanabilir.

ESEO uydusunun teknik parametreleri *Tablo 4.1*'de yer almaktadır. *Şekil 4.1*'de ise ESEO uydusuna ait bir fotoğraf görülmektedir.

Benzetim çalışmalarında iki farklı durum ele alınmıştır; ilk olarak uydu belirli bir duruk yönelimden başka bir duruk yönelime (rest-to-rest) getirilmiştir. İkinci durumda ise uydunun belli bir referans yönelim sinyalini (referans kuaterniyonları) takip etmesi istenmiştir.

ESEO	
Ağırlık	120 kg
Boyut	60 × 60 × 80 cm ³
Eylemsizlik Matrisi	$\begin{bmatrix} 4.350 & 0 & 0 \\ 0 & 4.3370 & 0 \\ 0 & 0 & 3.6640 \end{bmatrix} \text{ kgm}^2$
Yörünge Tipi	Dairesel, Alçak İrtifa Dünya Yörüngesi (Low Earth Orbit - LEO)
Yörünge İrtifası	≈ 600 km

Tablo 4.1: ESEO Uydusunun Teknik Parametreleri



Şekil 4.1: ESEO Uydusunun Bir Görünümü

İlk durum için başlangıçta uydunun cisim çerçevesi ile yörünge çerçevesinin çakıştığı varsayılmıştır. Bu durumda uydunun yönelimi Euler açıları cinsinden $\Theta = \begin{bmatrix} 0^0 & 0^0 & 0^0 \end{bmatrix}^T$, a karşılık gelmektedir. Uydu bu yönelimden Euler açıları $\Theta_d = \begin{bmatrix} -75^0 & -175^0 & 70^0 \end{bmatrix}^T$ olan yönelime getirilmiştir. İlk ve istenilen yönelimlerin kuaterniyonlar cinsinden karşılığı ise $\mathbf{q}_i = \pm \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ ve $\mathbf{q}_d = \pm \begin{bmatrix} -0.3772 & -0.4329 & 0.6645 & 0.4783 \end{bmatrix}^T$ vektörleridir. Görüldüğü üzere istenilen manevra oldukça büyük açı değişiklikleri gerektirmektedir.

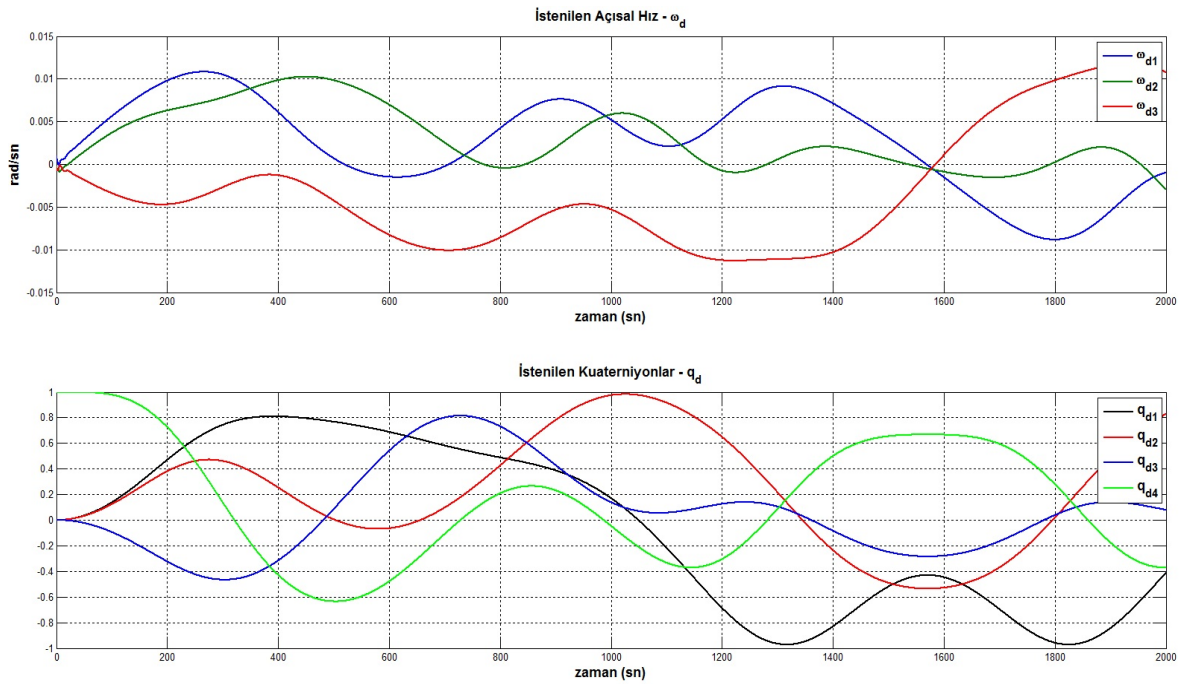
İkinci durumda, başlangıçta uydunun belirli bir açısal hıza ve buna karşılık gelen belirli bir yönelime sahip olduğu, istenilen cisim çerçevesinin başlangıç konumunun ise yörünge çerçevesi ile çakıştığı varsayılmıştır. Bu başlangıç koşullarından itibaren uydunun Tablo 4.2 ve Şekil 4.2'de verilen *istenilen açısal hız vektörünü* ve buna karşılık gelen *istenilen kuaterniyonları* takip etmesi beklenmektedir. Tablo 4.2'de de verildiği

gibi, istenilen açısal hızın ifadesi genelde yörünge çerçevesinde (${}_O\omega_D^O$) verilir. Yani ${}_O\omega_D^O$, istenilen açısal hızın yörünge çerçevesine göre yörünge çerçevesindeki ifadesidir. Bu durumda istenilen açısal hızın eylemsiz çerçeveye göre cisim çerçevesindeki ifadesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} {}_B\omega_D^I &= \mathbf{R}_O^B({}_O\omega_O^I) + \mathbf{R}_O^B({}_O\omega_D^O) \\ &= {}_B\omega_O^I + {}_B\omega_D^O \end{aligned} \quad (4.1)$$

	Başlangıç Değerleri	İstenilen Değerler
Kuaterniyonlar	$q_i = \begin{bmatrix} -0.3772 \\ -0.4329 \\ 0.6645 \\ 0.4783 \end{bmatrix}$	$q_{d_i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
Açısal Hız	$\omega_i = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.3 \\ 0.2 \end{bmatrix}$	${}_O\omega_D^O = 0.003 * \begin{bmatrix} 3.2 \sin(0.006\pi t) \\ 2.2 \sin(0.008\pi t) \\ -3.2 \sin(0.004\pi t) \end{bmatrix}$

Tablo 4.2: Benzetimlerde kullanılan başlangıç değerleri ve istenilen değerler



Şekil 4.2: Denetim sisteminin takip etmesini beklediğimiz kuaterniyonlar ve açısal hızlar

Yukarıda denklemde ${}_B\boldsymbol{\omega}_O^I$, yörünge çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre açısız hızının cisim çerçevesindeki ifadesini, ${}_B\boldsymbol{\omega}_D^O$ ise istenilen cisim çerçevesinin yörünge çerçevesine göre açısız hızının cisim çerçevesindeki ifadesini göstermektedir. Şekil 4.2'de verilen, uydunun takip etmesini istediğimiz çerçevenin açısız hızı, istenilen cisim çerçevesinin eylemsiz çerçeveye göre açısız hızının cisim çerçevesindeki ifadesi olan ${}_B\boldsymbol{\omega}_D^I(\boldsymbol{\omega}_d)$ 'dir. Yukarıda verilen iki açısız hız ifadesinin toplamı ile birlikte istenilen çerçevenin eylemsiz çerçeveye göre açısız hızının cisim çerçevesindeki ifadesi elde edilir. Daha önce de bahsedildiği gibi gösterim kolaylığı açısından ${}_B\boldsymbol{\omega}_D^I$, $\boldsymbol{\omega}_d$ olarak kullanılmaktadır. Tablo 4.2'de verilen açısız hız ve istenilen kuaterniyonlar ile ilgili ilk koşullar göz önünde bulundurulduğu zaman, uydunun $t = 0$ anında belirli bir yönelime sahip olduğu görülmektedir. Bunun sonucu olarak başlangıçta elde edilen döndürme matrisi \mathbf{R}_O^B birim matrise eşit olmayacaktır. $t = 0$ anında, istenilen çerçevenin eylemsiz çerçeveye göre açısız hızının cisim çerçevesindeki ifadesi,

$$\begin{aligned}
{}_B\boldsymbol{\omega}_D^I &= \mathbf{R}_O^B({}_O\boldsymbol{\omega}_O^I) + \mathbf{R}_O^B({}_O\boldsymbol{\omega}_D^O) \\
&= \mathbf{R}_O^B({}_O\boldsymbol{\omega}_O^I) \\
&= \mathbf{R}_O^B \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 & 0 \end{bmatrix}^T
\end{aligned} \tag{4.2}$$

biçiminde elde edilir. Tablo 4.2'de verilen \mathbf{q}_{d_i} istenilen kuaterniyon vektörünün ilk değerini göstermektedir. Yani başlangıçta, takip edilmesi istenilen cisim çerçevesi, yörünge çerçevesi ile çakışmaktadır.

Denetim yöntemlerinin başarımlarının incelenmesinde ve karşılaştırılmasında aşağıdaki adımlar takip edilmiştir;

- İlk olarak uydunun belirli bir duruk konumdan başka bir duruk konuma getirildiği (basamak tepkisi) durum için denetim yöntemlerinin başarımlarını incelenmiş, her bir denetleyici için belirli ölçütlere göre en iyi başarımları veren denetleyici parametreleri belirlenmiştir.
- Daha sonra belirlenen parametreler kullanılarak denetim yöntemlerinin takip

başarımları incelenmiş ve karşılaştırılmıştır. Yapılan benzetimlerde bozan etkenler de dikkate alınmıştır. Bozan etkenler gerçek duruma uygun olarak sınırlandırılmış ve denetim yasalarından bozan etken torkları çıkartılmıştır. Yani denetim yöntemlerinin başarımları bozan etkenlerin bilinmediği ancak var olduğu durumda incelenmiştir.

Başarım ölçütleri olarak aşağıdaki tümlevsel işlevler tanımlanmıştır.

$$J_{\epsilon_e} = \int_{t_0}^{t_f} \epsilon_e^T \epsilon_e dt \quad (4.3)$$

$$J_{\omega_e} = \int_{t_0}^{t_f} \omega_e^T \omega_e dt \quad (4.4)$$

$$J_{\tau_a} = \int_{t_0}^{t_f} \tau_a^T \tau_a dt \quad (4.5)$$

J_{ϵ_e} tümlevsel yönelim hatasını, J_{ω_e} tümlevsel açısal hız hatasını ve J_{τ_a} ise uygulanan torkun tümlevsel işlevini ifade etmektedir. Denetleyici parametreleri bu başarımlar ölçütlerine göre değerlendirilmiştir. Her bir denetim yasası için J_{τ_a} , kısıtlayıcı başarımlar ölçütü olarak seçilmiştir. Kısıtlayıcı başarımlar ölçütünün seçilmesinin amacı ise denetim yasalarını eşit şartlarda karşılaştırabilmek ve üretilecek torkların gerçek hayatta tepki tekerleri, iticiler vb. tarafından üretilebilecek tork sınırlarını aşmasını engellemektir. Her bir denetim yasası için J_{τ_a} 'yı yaklaşık 2 seviyelerinde tutan denetleyici parametreleri, gürültülü ve istenilen açısal hızın takip edildiği durumların benzetiminde kullanılmak üzere belirlenmiştir. Bu tez çalışmasında kullanılan denetim yasalarının grafiksel olarak benzetim sonuçları, dört farklı denetleyici parametresi için (ör: dört farklı k_p ve k_d) verilmiştir. Bu benzetim sonuçları elde edilirken, farklı parametrelerin denetim başarımları üzerindeki etkilerinin rahat gözlemlenebiliyor olması dikkate alınmıştır.

Benzetimlerde dinamik denklemlerin türevsel çözümü için ODE45 kullanılmış, bağıl ve mutlak hata hoşgörü aralığı 10^{-6} , maksimum adım aralığı ise 10^{-1} olarak seçilmiştir. Benzetim süreleri, duruk konumdan duruk konuma geçen yönelim için 80 saniye, istenilen yönelimin takip edilmesi durumu için ise 2000 saniyedir.

Benzetim sonuçlarında elde edilen şekillerdeki grafiklerin dizilimi aşağıdaki gibidir.

- Sol Üst: Uydunun kuaterniyonlar cinsinden yöneliminin zamana göre değişimi,
- Sağ Üst: Uydunun hata kuaterniyonlarının zamana göre değişimi,
- Sol Alt: Uydunun açısal hızının zamana göre değişimi,
- Sağ Alt: Uyduya etkiyen torqların zamana göre değişimi.

İstenilen açısal hızın takip edildiği durumda, yukarıdaki şekil diziliminde kuaterniyonların (q_1, q_2, q_3, q_4) zamana göre değişiminin olduğu grafikte (sol üst), ek olarak istenilen kuaterniyonların $(q_{d1}, q_{d2}, q_{d3}, q_{d4})$ zamana göre değişimi de bulunmaktadır.

Sisteme, ortalaması $10^{-3}Nm$ ve varyansı $10^{-4}Nm$ olan beyaz gürültü eklenmiştir. Sisteme eklenen gürültünün genliği yerçekimi torku, sürüklenme torku, manyetik tork ve güneş kaynaklı torqlar göz önünde bulundurularak seçilmiştir. Benzetimlerde kullanılan ESEO uydusunun parametreleri doğrultusunda, bilinen ve hesaplanabilen bozan etkenler ve bilinmeyen çevresel etkenler göz önünde bulundurulduğunda, uyduya etkiyen bozan etken torqları sisteme beyaz gürültü olarak verilmiş, ortalaması ve varyansı yukarıda bahsedildiği gibi seçilmiştir.

4.2. Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim

Bu alt bölümde, *Bölüm 3.3*'de bahsedilen kuaterniyon geribeslemeli denetim yönteminin benzetim sonuçları verilmektedir. Kuaterniyon geribeslemeli denetim *Denklemler 3.12*'deki gibi tanımlanmıştır ve aşağıda tekrar verilmiştir.

$$\tau_A^B = -\mathbf{K}\mathbf{q}_e - \mathbf{C}\omega_e$$

Bölüm 3.3'de \mathbf{K} ve \mathbf{C} kazanç matrislerinin seçimi üç farklı şekilde yapılmıştır. Benzetimlerde \mathbf{K} ve \mathbf{C} 'nin farklı seçimlerinin önemli bir farklılık göstermediği görülmüş ve sadelik adına sadece \mathbf{K} ve \mathbf{C} 'nin *Bölüm 3.3*'de verilen birinci seçimi kullanılmıştır.

$$\mathbf{K} = k\mathbf{I}, \quad \mathbf{C} = c\mathbf{I}$$

Benzetimlerde öncelikle k ve c parametrelerinin denetim başarımı üzerindeki etkileri incelenmiştir. Bu amaçla ilk durum, yani uydunun belirli bir duruk yönelimden başka bir duruk yönetime getirildiği durum (basamak tepkisi) ele alınmıştır. $k = 0.1$, $c = 0.5$ değerleri için elde edilen benzetim sonuçları *Şekil 4.4*'de verilmiştir. Bu denetim parametreleriyle elde edilen sistem tepkisi, *Şekil 4.4.a*'da görüldüğü üzere yavaştır. Yani istenilen yönetime ulaşmak için gerekli olan süre yaklaşık 70 saniye civarındadır. *Şekil 4.4.c*'de verilen uydunun açısal hızının zamana bağlı değişimini inceleyecek olursak, denetim yasası tarafından üretilen tork değerlerinin (*Şekil 4.4.d*) düşük olmasından dolayı uydunun açısal hız genlik değerleri düşüktür. Bu da uydunun yönetime tepkisinin yavaş olmasına sebep olmaktadır. *Şekil 4.5*'de ise her iki denetleç parametresinin artırılması sonucu elde edilen benzetim sonucu görülmektedir. Özellikle c 'nin artışı ($0.5 \rightarrow 1.5$) sistemin tepkisini hızlandırmıştır. *Şekil 4.5* ve *4.6*'da verilen benzetim sonuçlarında, sabit c değeri için artan k değerinin sistem üzerindeki etkisini görmekteyiz. Artan k değeri, sistemin tepki süresinde önemli bir değişikliğe sebep olmamış, ancak sistem tepkisini daha salınımlı bir hale getirmiştir. *Şekil 4.5.a* ve *4.6.a*'da sistemin istenilen yönetime yaklaşık olarak 30 saniyede ulaştığı görülmektedir. k 'daki artış, sistem tepkisindeki salınımı arttırmakla beraber denetim yasasının uyguladığı torkun ve buna bağlı olarak açısal hızın artmasına sebep olmuştur. Bun-

ların sonucu olarak tüketilen enerjide önemli bir artış meydana gelmiştir (*Şekil 4.5.d* ve *Şekil 4.6.d*). *Şekil 4.6* ve *4.7* sabit k parametresine karşılık artan c parametresinin sistem üzerindeki etkisini göstermektedirler. c parametresinin artması sonucu sistem istenilen yönelime daha hızlı ve daha az salınımlı bir şekilde ulaşmıştır. Sistemin durulma süresi $c = 5$ için 15 saniyeye kadar düşmüştür. Aynı zamanda denetim sistemi tarafından üretilen maksimum tork değerlerinde çok fazla bir değişiklik olmamıştır. *Şekil 4.6.c* ve *Şekil 4.7.c* incelendiği zaman, c parametresinin artışı, uydunun açısal hız tepkisinin daha düşük genlikte ve daha az salınımlı olmasını, dolayısıyla da sistemin daha az enerji tüketmesini sağlamıştır.

Farklı denetleç parametreleri için elde edilen sonuçlar *Tablo 4.3*'te sunulmuştur. Bu parametrelerin sistemin tepkisi üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için *Şekil 4.3* verilmiştir. *Şekil 4.3.a*'da $k = 1$ değerine karşılık artan c değerinin, *Şekil 4.3.b*'de ise $c = 1.5$ değerine karşılık artan k değerinin başarımlı ölçütleri üzerindeki etkisi görülmektedir. Artan c değerinin üretilen tork değerlerini ve buna paralel olarak açısal hız hatasını azalttığı, yönelim hata başarımlı ise yaklaşık $c = 1.2$ seviyelerine gelene kadar azalttığı, ancak 1.2'den daha büyük değerler için arttırdığı görülmektedir. k değerinin artışının ise üretilen tork değerlerini büyük oranda arttırdığı, ancak buna karşılık açısal hız hata ve yönelim hata başarımlı ölçütlerini aynı oranda azaltmadığı görülmektedir.

Tablo 4.3 incelendiğinde J_{τ_a} 'yı 2 civarında tutan, yani tork kısıtlarının sağlandığı, buna karşılık yönelim hatasının en az olduğu parametre değerlerinin $k = 1$ ve $c = 1.5$ olduğu görülmektedir. Bu parametre değerleri denetim yönteminin takip başarımlı incelenmesinde kullanılmıştır. *Şekil 4.8*'de gürültüsüz, *Şekil 4.10*'da ise gürültülü duruma karşılık gelen benzetim sonuçları görülmektedir. *Şekil 4.9* ve *Şekil 4.11*'de ise geçici tepkilerin daha iyi görülebilmesi için karşılık gelen benzetimlerin ilk 100 saniyesi verilmiştir.

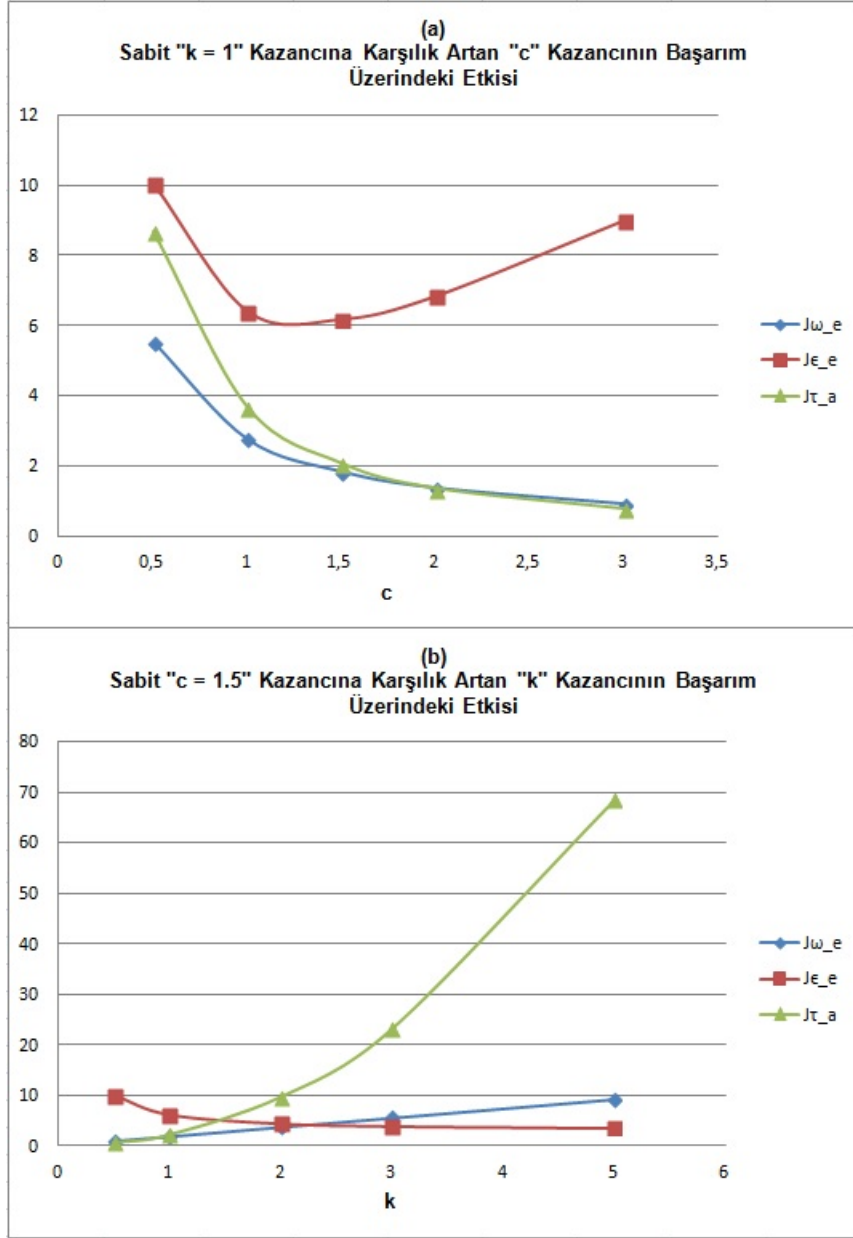
Şekil 4.8 ve *Şekil 4.9*'de gürültüsüz durumda denetim başarımlı oldukça iyi olduğu, ilk 30 saniye içerisinde kalıcı duruma ulaşıldığı ve istenilen yönelimin hemen hemen hatasız takip edildiği görülmektedir. Bu sağlanırken tork değerlerinin istenilen kısıtlar

içerisinde kaldığı görülmektedir.

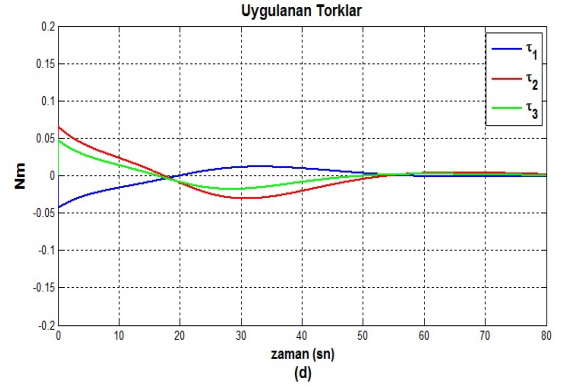
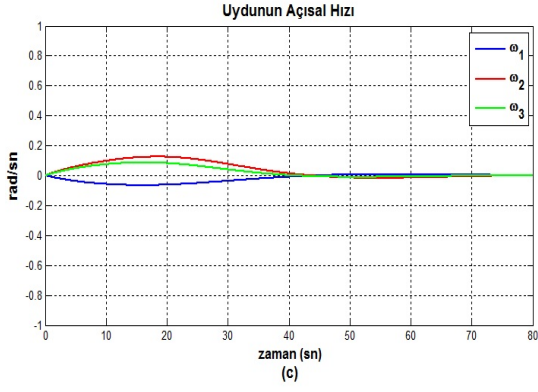
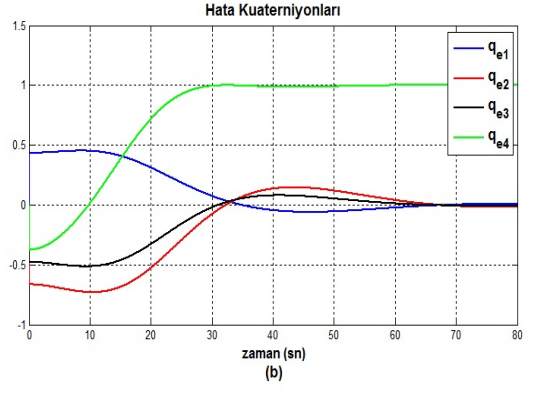
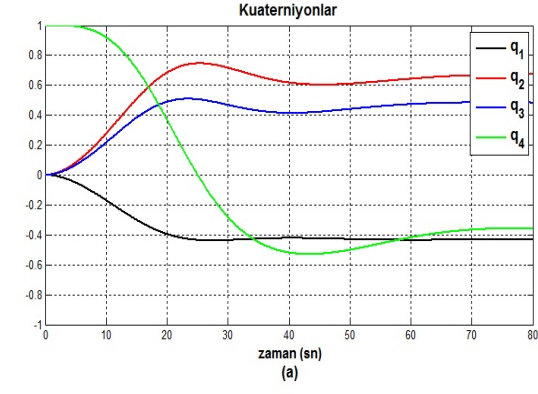
Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'den, gürültülü durumda da denetim başarımının iyi olduğu, yine ilk 30 saniye içerisinde kalıcı duruma ulaşıldığı ve istenilen yönelimin takip edildiği görülmektedir. Tork değerleri istenilen kısıtları sağlamaktadır. Gürültünün etkisini azaltmak için tork değerlerinin daha etkin olduğu görülmektedir. Gürültünün etkisi açısal hız için elde edilen benzetim sonuçlarına da yansımıştır. Yapılan benzetimde gürültünün bilinmediği varsayılmış ve denetim yasası tarafından üretilen tork değerlerinin hesaplanmasında dikkate alınmamıştır.

Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim İçin Hata Başarımı				
k	c	J_{ω_e}	J_{ϵ_e}	J_{τ_a}
0.1	0.5	0.5582	19.7930	0.0605
0.5	0.5	2.7751	10.8797	2.0352
0.5	1	1.3867	8.6749	0.7956
0.5	1.5	0.9257	9.9969	0.4378
1	0.5	5.5326	10.0656	8.6985
1	1	2.7556	6.4046	3.6618
1	1.5	1.8332	6.1769	2.0585
1	2	1.3727	6.8395	1.3459
1	3	0.9127	9.0029	0.7570
2	0.5	11.0848	9.7604	36.3145
2	1	5.5208	5.4311	16.2495
2	1.5	3.6742	4.4470	9.5656
2	2	2.7524	4.3333	6.3647
2	3	1.8318	4.9951	3.5132
3	0.5	16.6451	9.6881	83.1106
3	1	8.2882	5.1524	38.1740
3	1.5	5.5159	3.9319	23.0732
3	2	4.1327	3.5633	15.6423
3	3	2.7512	3.7091	8.7165
3	5	1.6474	5.0431	4.2468
5	0.5	27.7906	9.6451	234.3531
5	1	13.8273	4.9605	110.3957
5	1.5	9.2020	3.5620	68.5906
5	2	6.8946	2.9984	47.6630
5	3	4.5905	2.7319	27.3010
5	5	2.7502	3.2607	13.1219
5	10	1.3715	5.7069	5.8007

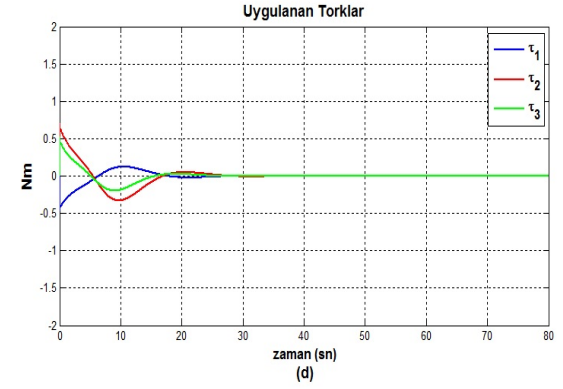
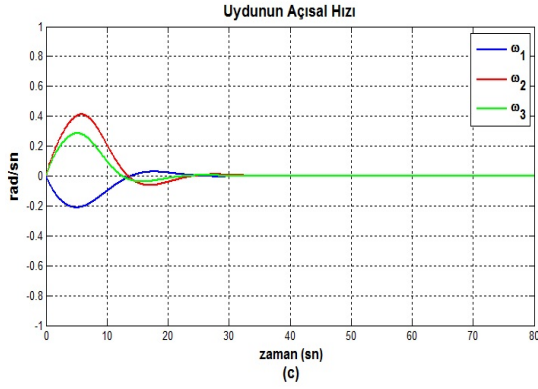
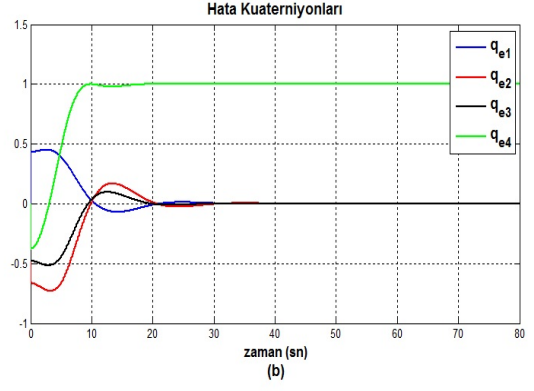
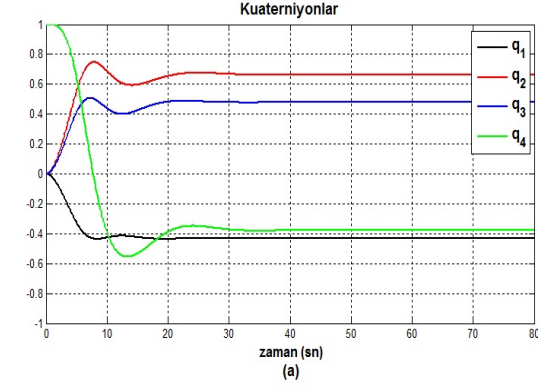
Tablo 4.3: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim hata başarım sonuçları



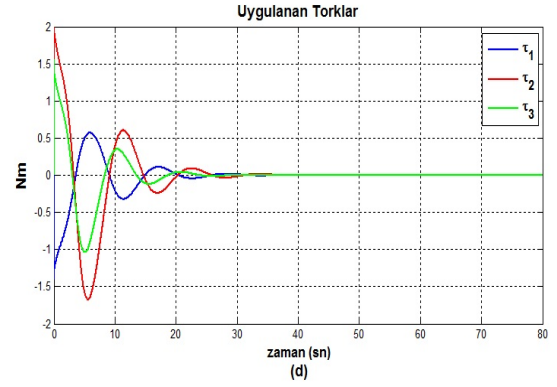
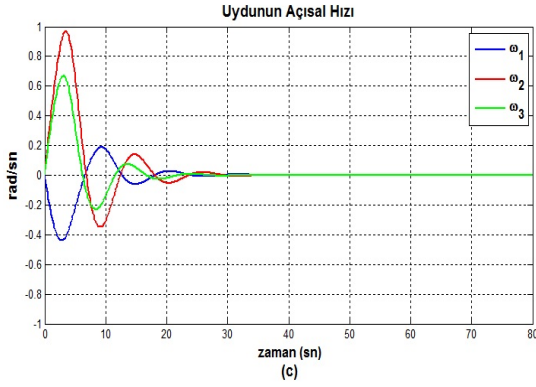
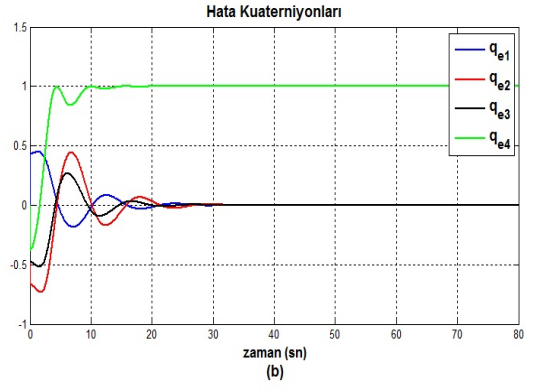
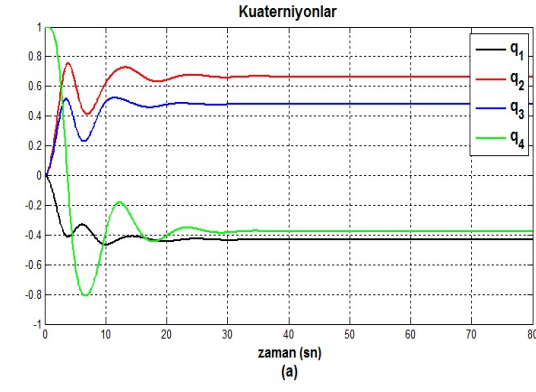
Şekil 4.3: Kuateniyon Geribeslemeli Denetim için parametre bazında başarımların incelenmesi



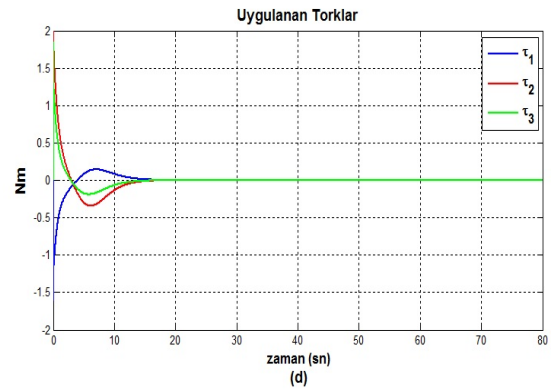
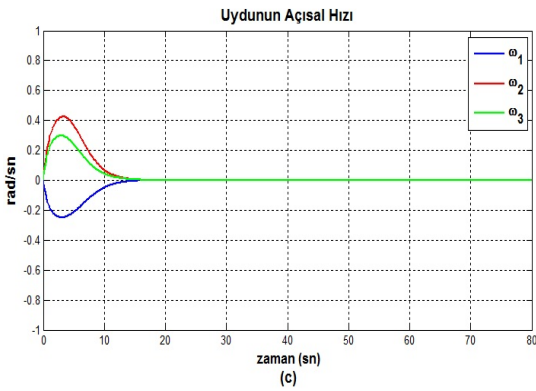
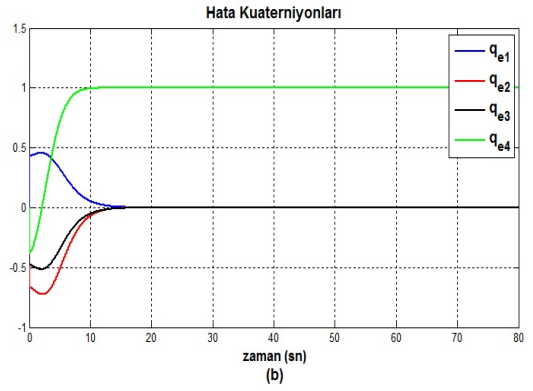
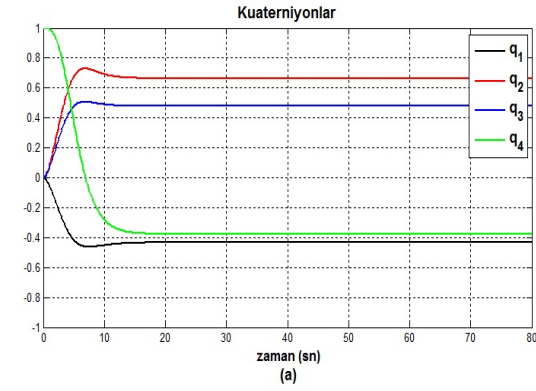
Şekil 4.4: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 0.1, c = 0.5$)



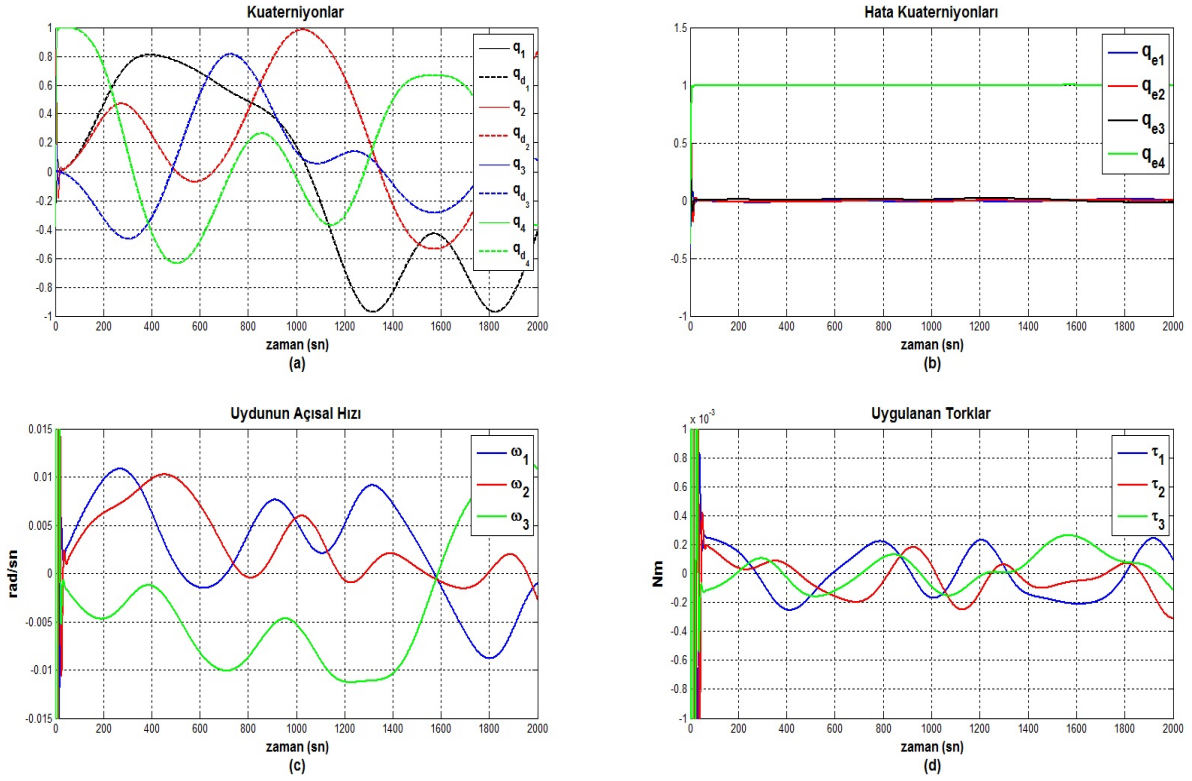
Şekil 4.5: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 1, c = 1.5$)



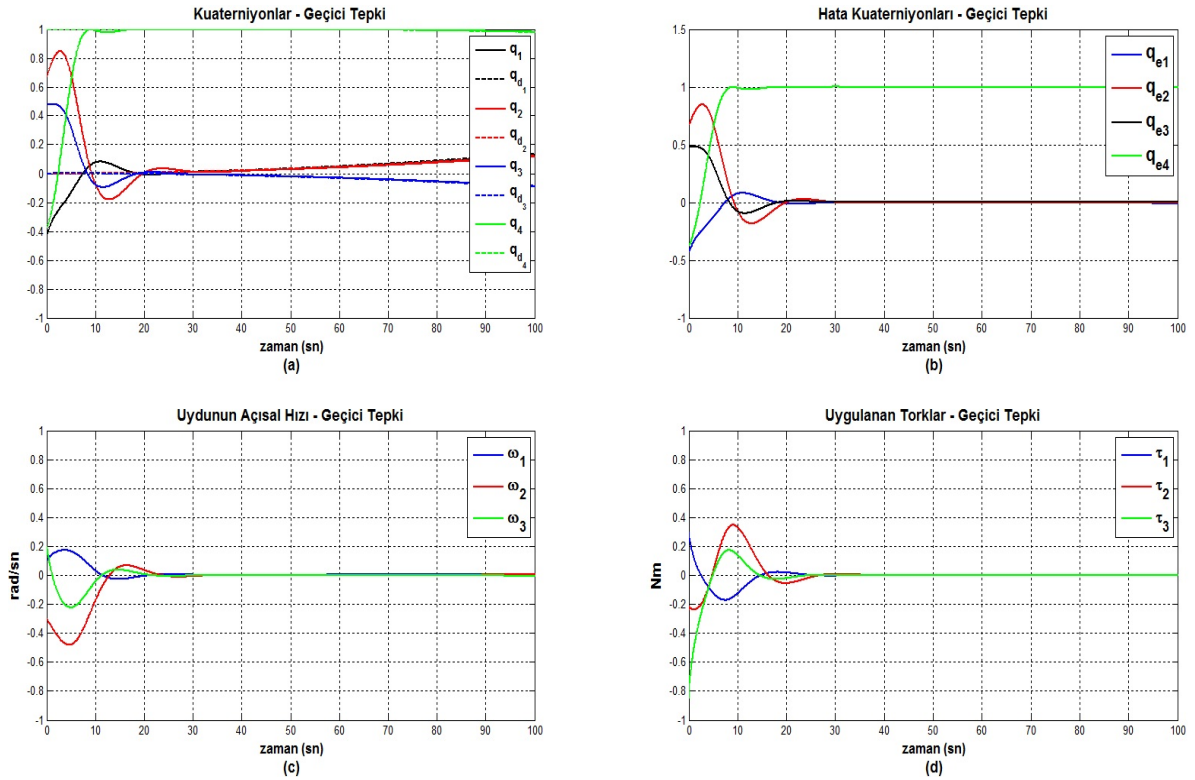
Şekil 4.6: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 3, c = 1.5$)



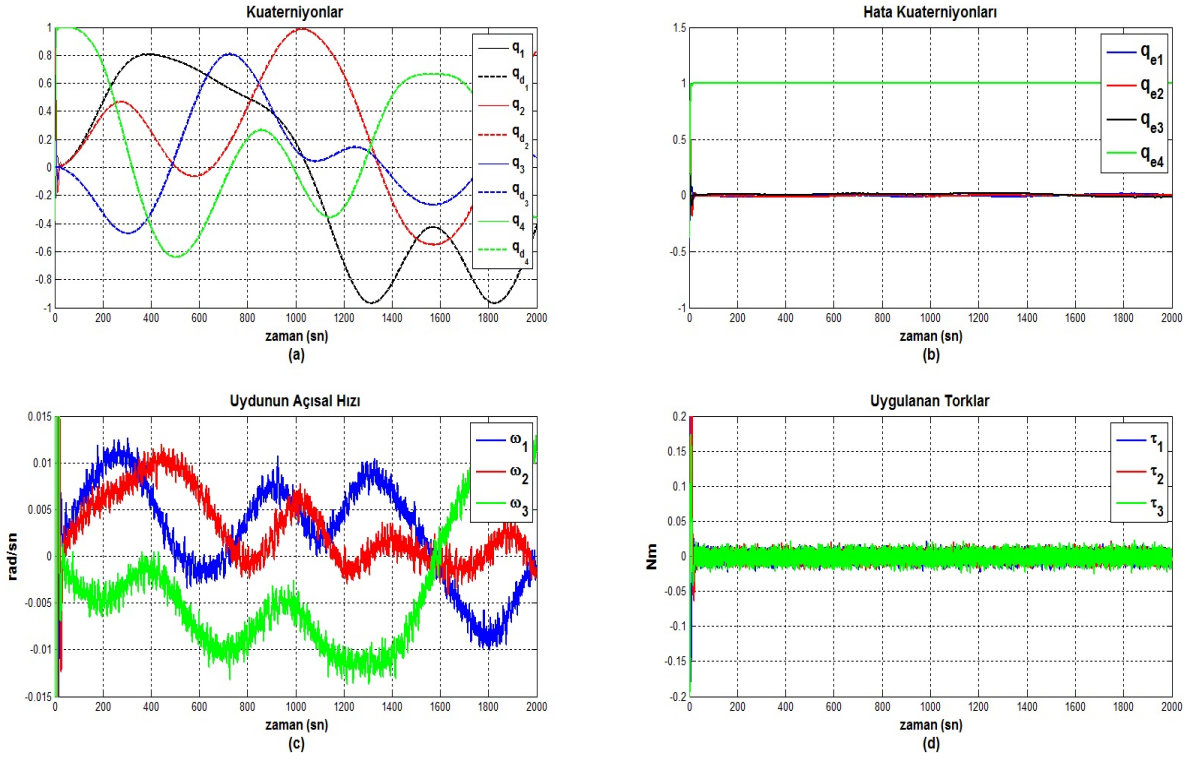
Şekil 4.7: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim ($k = 3, c = 5$)



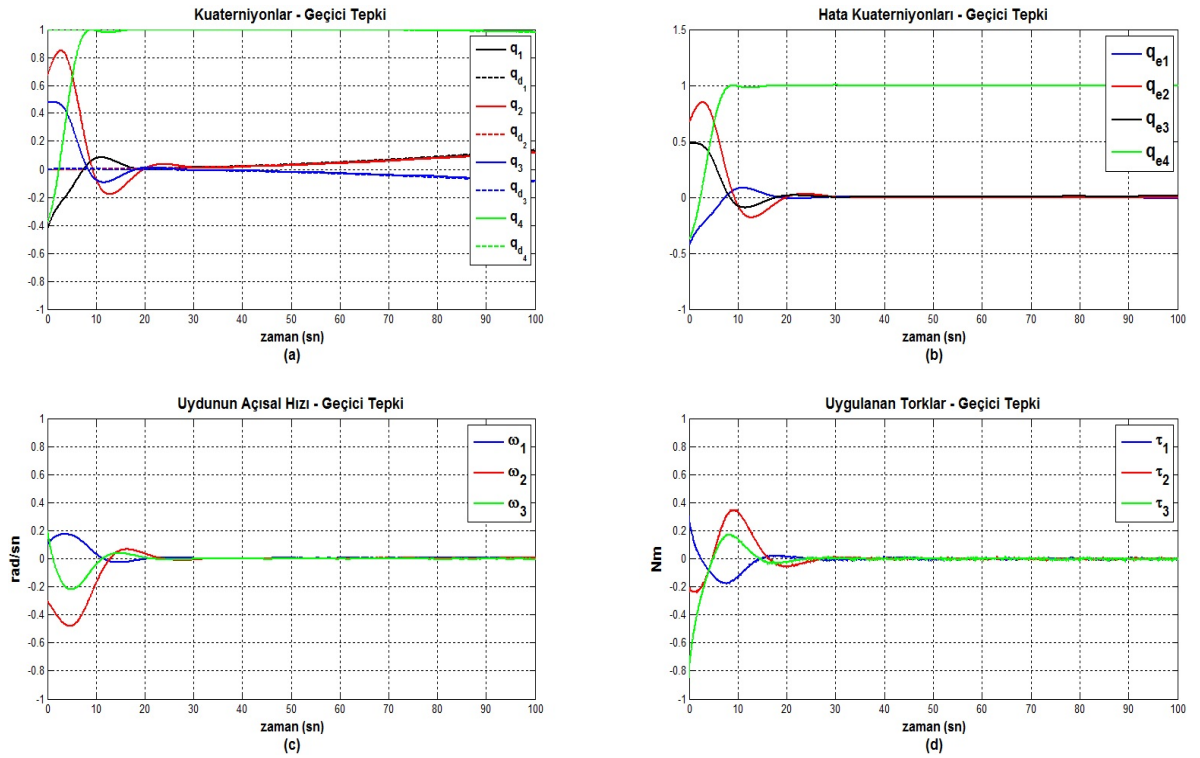
Şekil 4.8: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1$, $c = 1.5$ için yönelim takip sonuçları



Şekil 4.9: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1$, $c = 1.5$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)



Şekil 4.10: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1$, $c = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları



Şekil 4.11: Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim: $k = 1$, $c = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)

4.3. PD+ Denetim

Bu alt bölümde, *Bölüm 3.4*'te bahsedilen PD+ denetim yönteminin başarımı incelenmiş, benzetim sonuçları verilmiştir. PD+ denetim *Denklemler 3.16*'daki gibi tanımlanmış ve aşağıda tekrar verilmiştir.

$$\tau_A^B = \mathbf{J}\dot{\omega}_d + \omega \times (\mathbf{J}\omega) - \tau_D^B - k_p \mathbf{E}_e^T \mathbf{z}_1 - k_d \omega_e$$

$$k_p > 0, k_d > 0$$

PD+ denetim yöntemindeki parametrelerin denetim başarımı üzerindeki etkileri uydu yönelim denetiminin basamak tepkisine (duruk konumdan duruk konuma geçerken) verdiği cevap doğrultusunda incelenmiştir. Bu kapsamda farklı k_p ve k_d denetleyici parametreleri ele alınmış ve benzetimleri yapılmıştır. Farklı k_p ve k_d değerleri için sistemin hata başarımı *Tablo 4.4*'te verilmiştir.

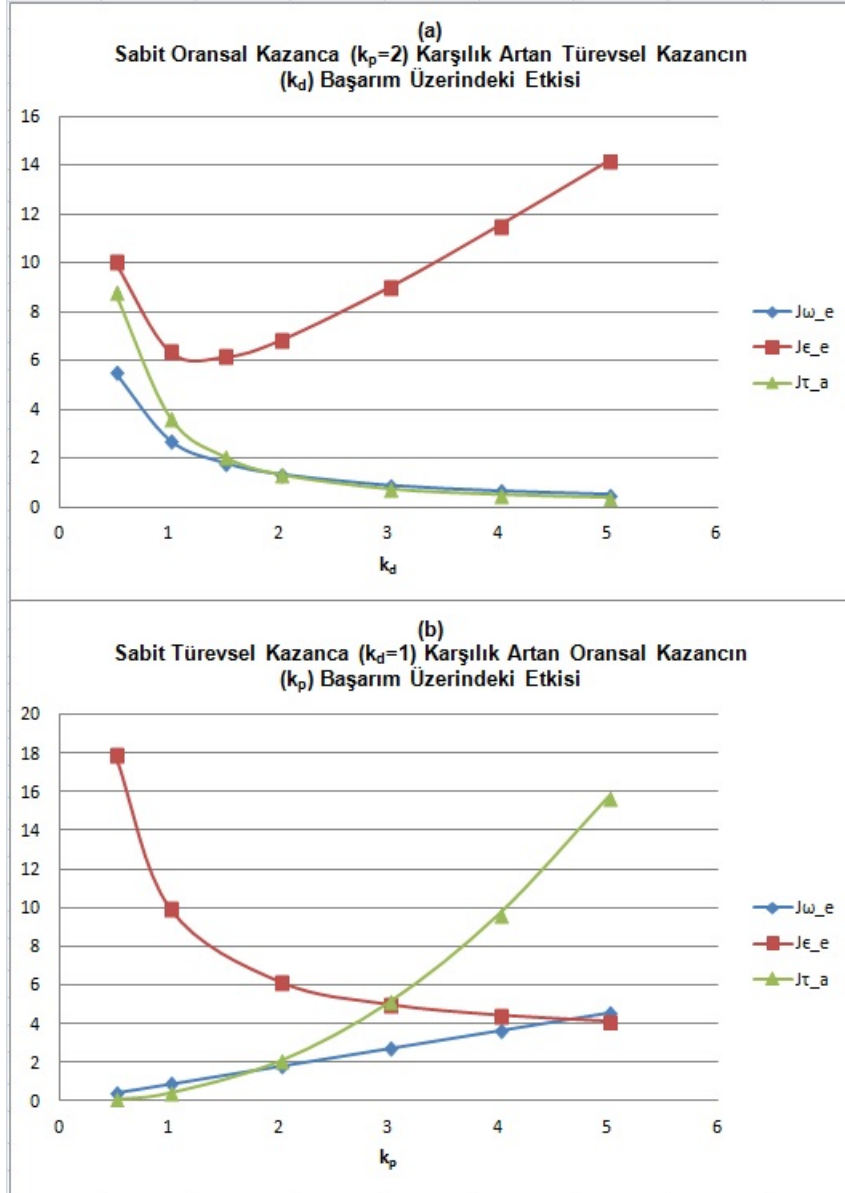
Şekil 4.13, $k_p = 0.5$ ve $k_d = 0.5$ kazanç değerleri için elde edilen benzetim sonucunu göstermektedir. Benzetim sonucundan görüldüğü üzere sistemin tepkisi bu kazanç değerleri için yavaştır. İstenilen yönelime ulaşmak için gerekli olan süre 70 saniyenin biraz üzerindedir. Buna paralel olarak sistemin tepkisinin salınımlı olduğu da görülmektedir. *Şekil 4.14*'de ise $k_p = 1$ ve $k_d = 4$ kazanç değerleri için yönelim denetim sisteminin benzetim sonuçları bulunmaktadır. Bu kazanç değerlerinin, yani artan türevsel kazanç k_d 'nin sistemin tepkisini yavaşlattığı ve denetim sisteminin ürettiği torku azalttığı görülmektedir. Ayrıca, artan k_d sistemin tepkisindeki salınımları azalmıştır. *Şekil 4.15* ve *Şekil 4.16*, sabit k_d değeri için artan oransal kazanç k_p 'nin etkisini göstermektedir. k_p kazanç değerinin k_d kazanç değerinden büyük olduğu durumlarda sistemin tepki hızında önemli bir değişiklik olmamıştır. Sistem her iki durumda da yaklaşık olarak 30. saniyede kalıcı duruma ulaşmıştır. Ancak sabit türevsel kazanç için artan oransal kazanç sistemdeki salınımları ve denetim sisteminin ürettiği torkları arttırmıştır. Salınımların artması sistemin durulma süresinin artmasına sebep olmamaktadır. Artan oransal kazanç özellikle, denetim sisteminin ürettiği torku, dolayısıyla sistemin enerji tüketimini de arttırmaktadır.

Farklı denetleç parametreleri için elde edilen sonuçlar *Tablo 4.4*'te sunulmuştur. Bu parametrelerin sistemin tepkisi üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için *Şekil 4.12* verilmiştir. *Şekil 4.12.a*'da $k_p = 2$ değerine karşılık artan k_d değerinin, *Şekil 4.12.b*'de ise $k_d = 1.5$ değerine karşılık artan k_p değerinin başarımlar ölçütleri üzerindeki etkisi görülmektedir. Artan türevsel kazanç k_d 'nin üretilen tork değerlerini düşürdüğü ve sistemin tepkisini yavaşlattığı, buna karşılık yönelim hata başarımlar ölçütünü $k_d \approx 1$ değerlerine kadar düşürdüğü, ancak $k_d > 1$ 'den sonra arttırdığı görülmektedir. Oransal kazanç k_p 'nin artışı ise üretilen tork değerlerini daha etkin hale getirmiş ve sistemi hızlandırarak açısal hız hata başarımlar ölçütünü arttırmış, $k_p \approx 2$ 'ye kadar yönelim hata başarımlar ölçütünün büyük oranda azalmasına sebep olmuştur. $k_p > 2$ için yönelim başarımlarında önemli bir değişiklik gözlemlenmemektedir.

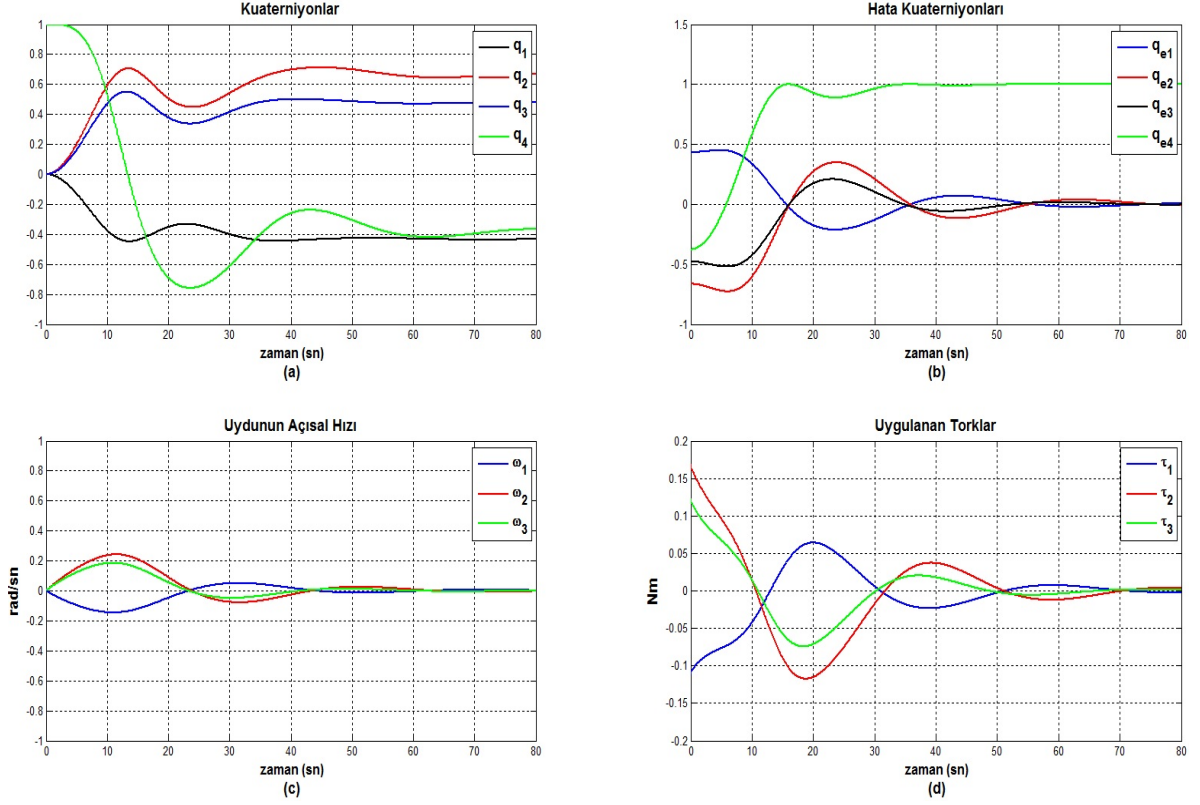
PD+ denetim yasası için J_{τ_a} performans ölçütünü iki seviyelerinde tutan ve buna karşılık gelen en iyi yönelim hata performansını (J_{ϵ_e}) sağlayan denetleyici parametreleri *Tablo 4.4*'de görüldüğü üzere $k_p = 2$ ve $k_d = 1.5$ olmaktadır. Bu denetleyici parametreleri, sistemin gürültüsüz ve gürültülü ortamdaki açısal hız takip başarımlarını incelemek için kullanılmıştır. *Şekil 4.17* ve *Şekil 4.18* gürültüsüz ortam için elde edilen benzetim sonuçlarını göstermektedir. *Şekil 4.18.b*'de verilen hata kuaterniyonlarının geçici tepkisi göz önünde bulundurulduğunda, uydunun istenilen yönelime yaklaşık 30 saniye sonra ulaştığı görülmektedir. *Şekil 4.17*'de ise uydunun benzetim süresince istenilen açısal hızı ve yönelimi takip ettiği görülmektedir. *Şekil 4.19* ve *Şekil 4.20*, 4. Bölüm'de tanımlanan özelliklerdeki gürültünün sisteme eklenmesi sonucunda elde edilen takip başarımlarını göstermektedirler. *Şekil 4.19.c* ve *4.19.d*'de sisteme eklenen gürültünün, uydunun açısal hızı ve denetim sisteminin uyduladığı tork üzerindeki etkisi görülmektedir. *Şekil 4.20.b*'de verilen hata kuaterniyonlarının geçici tepkisi incelendiğinde, uydunun istenilen yönelime ulaşması için gerekli olan sürenin çok fazla değişmediğini ve *Şekil 4.18.b*'deki sonuca yakın olduğunu görmekteyiz. Sonuç olarak denetim sisteminin takip başarımlarının gürültülü ortamda da iyi olduğu söylenebilir.

PD+ Denetim İçin Hata Başarımı				
k_p	k_d	J_{ω_e}	J_{ϵ_e}	J_{τ_a}
0.5	0.5	1.3767	12.7679	0.4612
0.5	1	0.6838	13.6440	0.1671
0.5	1.5	0.4534	17.9852	0.0930
0.5	2	0.3384	23.0302	0.0637
1	0.5	2.7619	10.8391	2.0552
1	1	1.3744	8.6369	0.7954
1	1.5	0.9134	9.9681	0.4344
1	2	0.6832	12.1409	0.2871
1	3	0.4532	17.1831	0.1693
1	4	0.3383	22.4980	0.1213
2	0.5	5.5356	10.0365	8.8092
2	1	2.7563	6.3856	3.6927
2	1.5	1.8335	6.1604	2.0656
2	2	1.3729	6.8276	1.3458
2	3	0.9128	8.9976	0.7553
2	4	0.6829	11.5197	0.5229
2	5	0.5450	14.1538	0.4039
3	0.5	8.3121	9.8137	20.3658
3	1	4.1390	5.7212	8.8908
3	1.5	2.7540	4.9846	5.1075
3	2	2.0628	5.1326	3.3504
3	3	1.3724	6.3086	1.8481
3	4	1.0275	7.8804	1.2508
3	5	0.8206	9.5820	0.9507
4	0.5	11.0909	9.7175	36.7523
4	1	5.5223	5.4164	16.4367
4	1.5	3.6748	4.4333	9.6387
4	2	2.7528	4.3209	6.3884
4	3	1.8320	4.9873	3.5126
4	4	1.3721	6.0739	2.3440
4	5	1.0962	7.3039	1.7590
5	0.5	13.8711	9.6686	57.9927
5	1	6.9059	5.2454	26.3507
5	1.5	4.5957	4.1199	15.6960
5	2	3.4430	3.8529	10.5086
5	3	2.2918	4.2094	5.7954
5	4	1.7167	4.9993	3.8349
5	5	1.3719	5.9427	2.8498

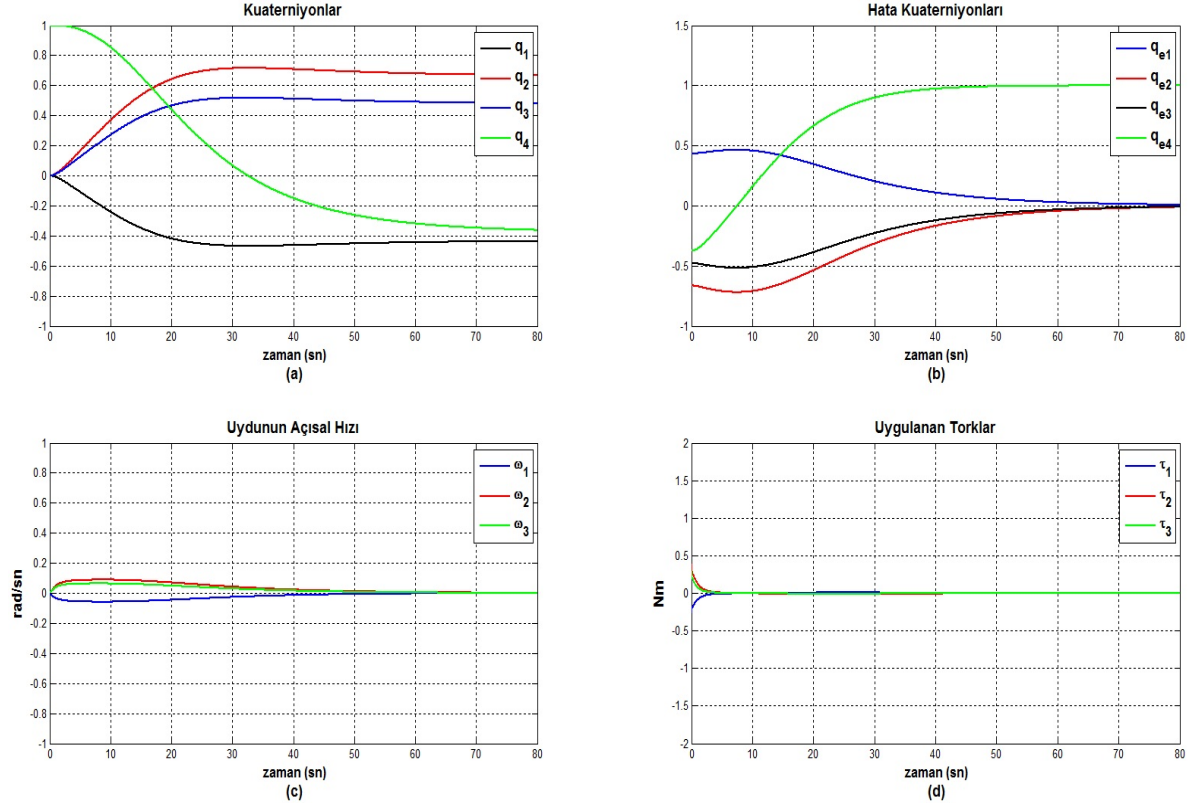
Tablo 4.4: PD+ Denetim hata başarım sonuçları



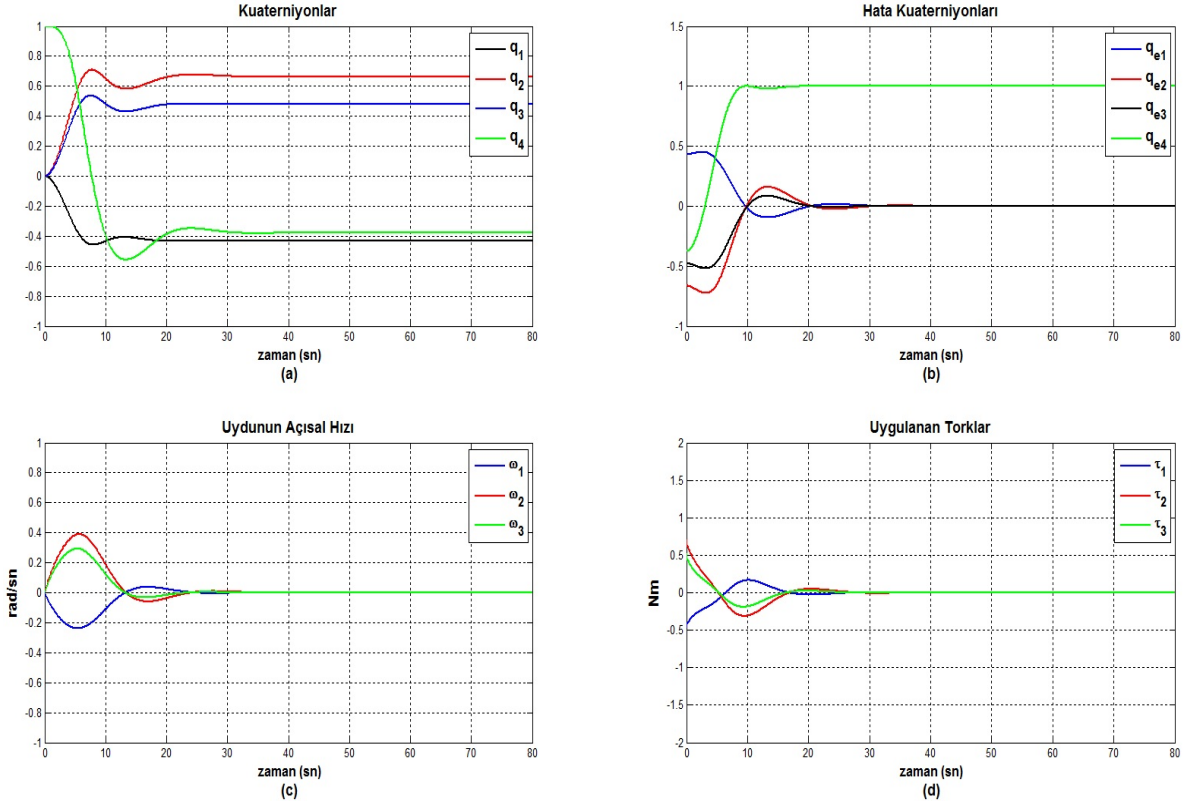
Şekil 4.12: PD+ Denetim için parametre bazında başarımların incelemesi



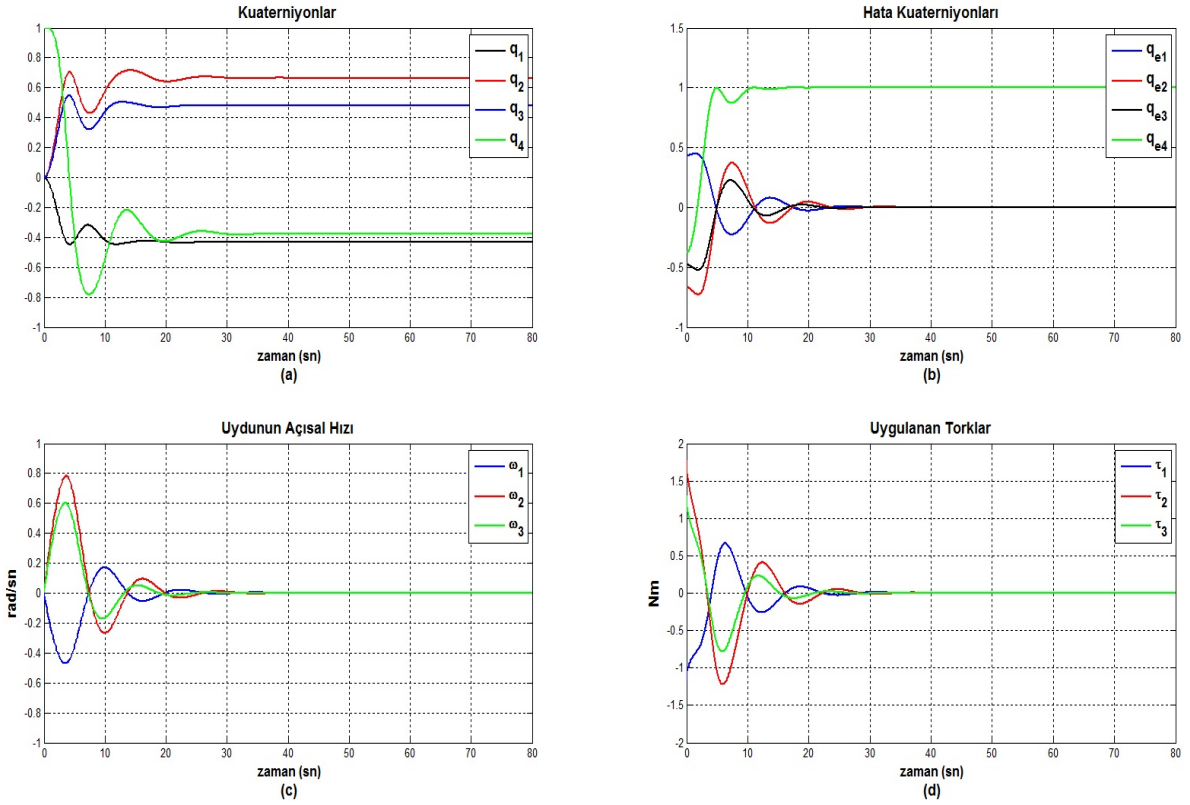
Şekil 4.13: PD+ Denetim: $k_p = 0.5$, $k_d = 0.5$



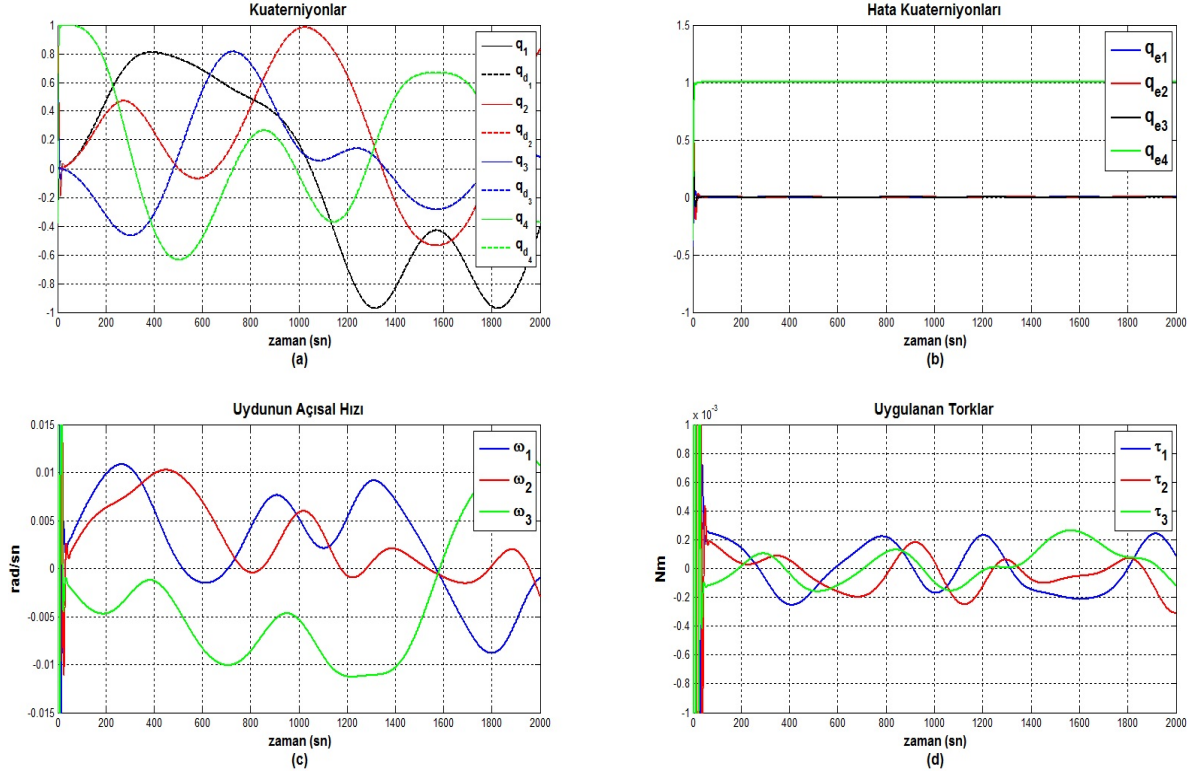
Şekil 4.14: PD+ Denetim: $k_p = 1$, $k_d = 4$



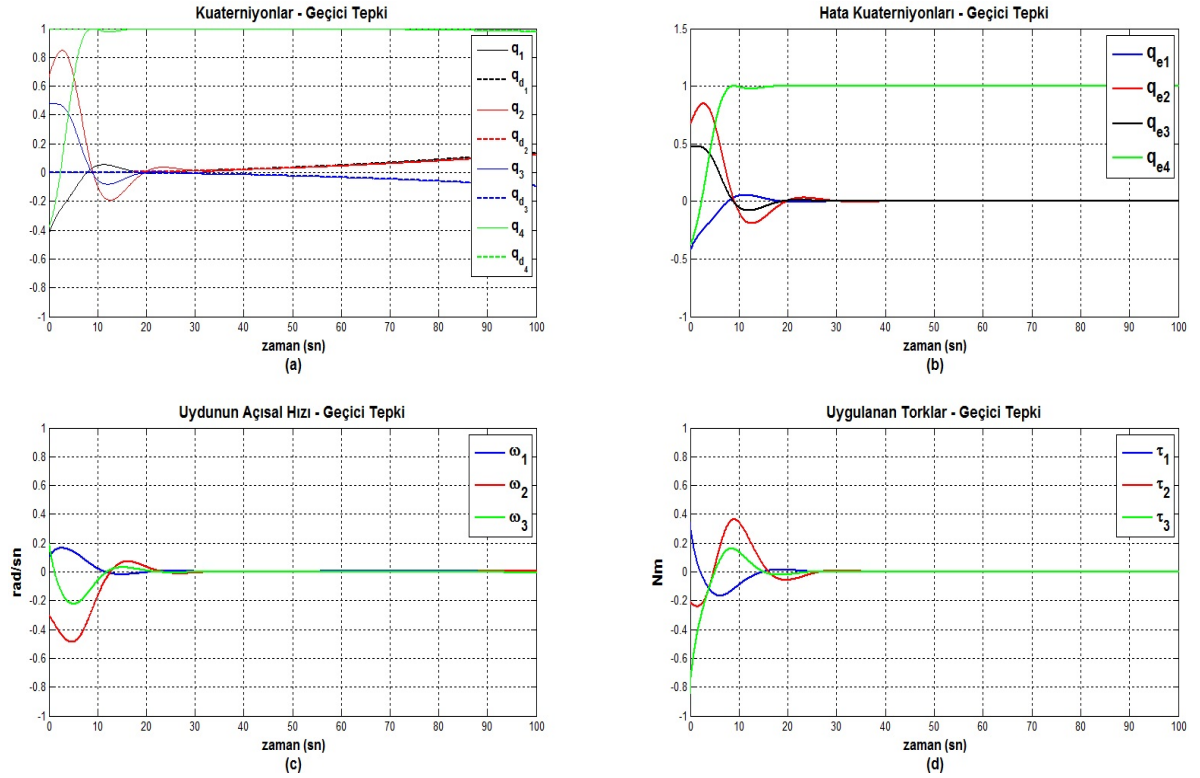
Şekil 4.15: PD+ Denetim: $k_p = 2$, $k_d = 1.5$



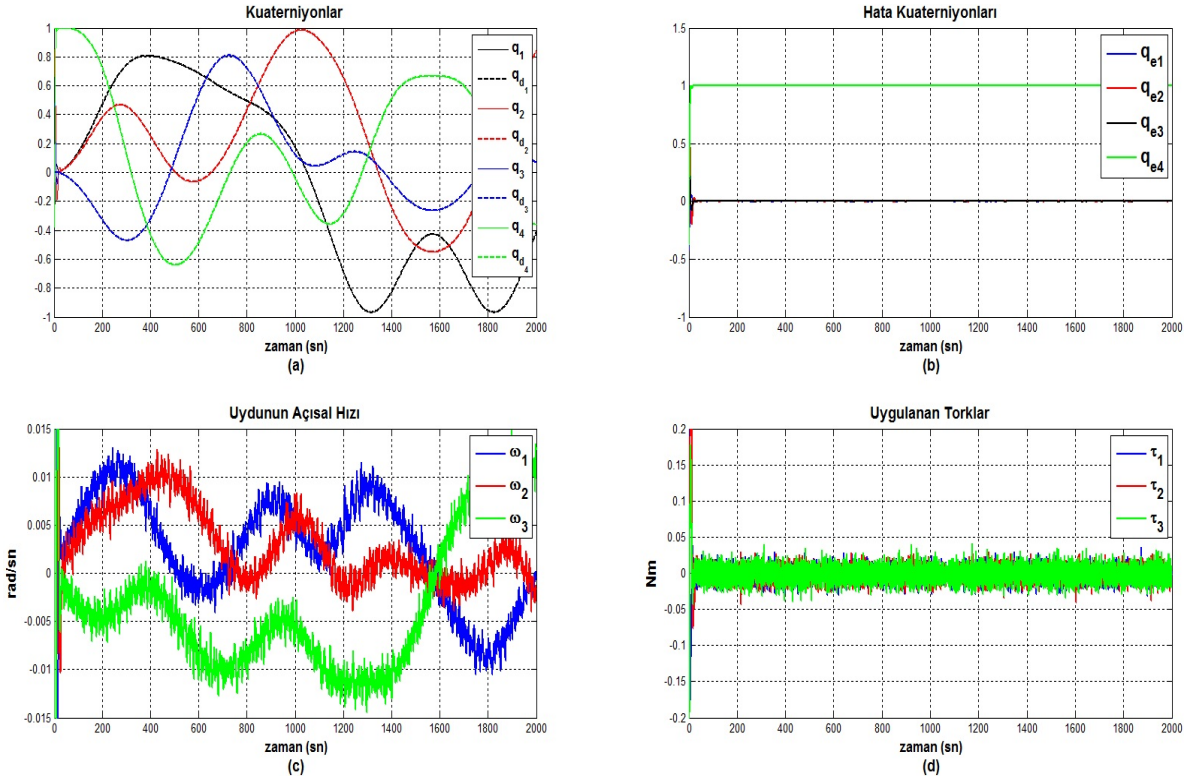
Şekil 4.16: PD+ Denetim: $k_p = 5$, $k_d = 1.5$



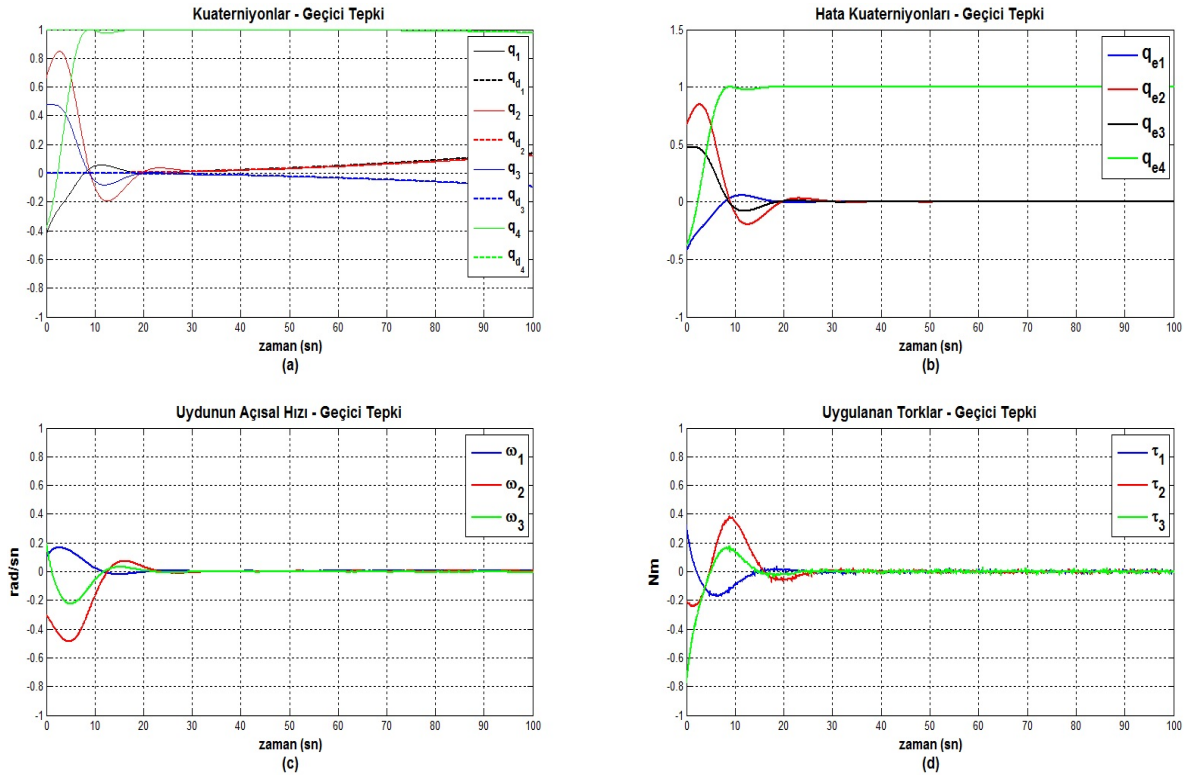
Şekil 4.17: PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için yönelim takip sonuçları



Şekil 4.18: PD+ Denetim: $k_p = 2, k_d = 1.5$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)



Şekil 4.19: PD+ Denetim: $k_p = 2$, $k_d = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları



Şekil 4.20: PD+ Denetim: $k_p = 2$, $k_d = 1.5$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)

4.4. Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim

Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetimi *Bölüm 3.5*'te anlatılmış ve denetim yasası aşağıdaki gibi elde edilmişti. Bu bölümde ise kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetiminin başarımı, farklı denetleyici parametreleri kullanılarak duruk konumdan duruk konuma geçen yönelim durumu ve istenilen açısal hızın takip edilmesi durumu için incelenmiştir.

$$\tau_A^B = -\mathbf{G}(\mathbf{q}_e)\mathbf{z}_1 - \mathbf{K}_2\mathbf{z}_2 + \mathbf{J}\dot{\omega}_d + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) - \tau_D^B + \mathbf{J}\dot{\alpha}_1$$

$$\mathbf{K}_1 = k_1\mathbf{I}, \quad \mathbf{K}_2 = k_2\mathbf{I}$$

Tablo 4.5, denetleyici parametreleri k_1 ve k_2 'nin farklı değerlerine karşılık gelen denetim başarımlarını göstermektedir. \mathbf{K}_1 ve \mathbf{K}_2 kazanç matrisleri birim matrisler cinsinden ifade edildiği için, önerilen denetim yönteminin başarımı incelenirken bu kazanç matrisleri, birim matrisin çarpanları olan skalar değişkenler k_1 ve k_2 'ye indirgenmiştir. *Tablo 4.5*'deki başarımlar bu skalar değişkenlerin farklı değerlerine göre verilmiştir. Elde edilen bu sonuçlar denetim sisteminin basamak tepkisine verdiği cevaplardan elde edilmiştir.

Şekil 4.22'de $k_1 = 0.1$ ve $k_2 = 0.5$ kazanç değerleri için elde edilen benzetim sonuçları verilmiştir. Kapalı döngü sisteminin tepkisi incelendiğinde, sistemin tepkisinin bu kazanç değerleri için yavaş olduğu görülmektedir. Uydu yaklaşık olarak 60 saniye sonra istenilen yönetime ulaşmıştır. *Şekil 4.22*'de verilen benzetim sonucunu incelediğimizde denetim sisteminin istenilen yönetime salınımlı bir tepki sonucu ulaştığı görülmektedir. *Şekil 4.23*, k_2 sabit iken k_1 kazanç değeri 0.1'den 4'e çıkarıldığında elde edilen benzetim sonucunu vermektedir. Sonuç incelenecek olursa, sistemin tepkisinin hızlandığı (durulma süresi ≈ 30 saniye) ve neredeyse hiç salınım yapmadan istenilen yönetime ulaşıldığı görülmektedir. Başlangıçta üretilen tork değerleri iki kattan biraz daha fazla artmasına rağmen, toplamda harcanan enerji açısından önemli bir artış olmamıştır. Bu sonuç *Tablo 4.5*'de görülmektedir. *Şekil 4.24* ve *Şekil 4.25*'i incelediğimizde k_2 kazanç değerindeki artış, sistemin tepkisini hızlandırır

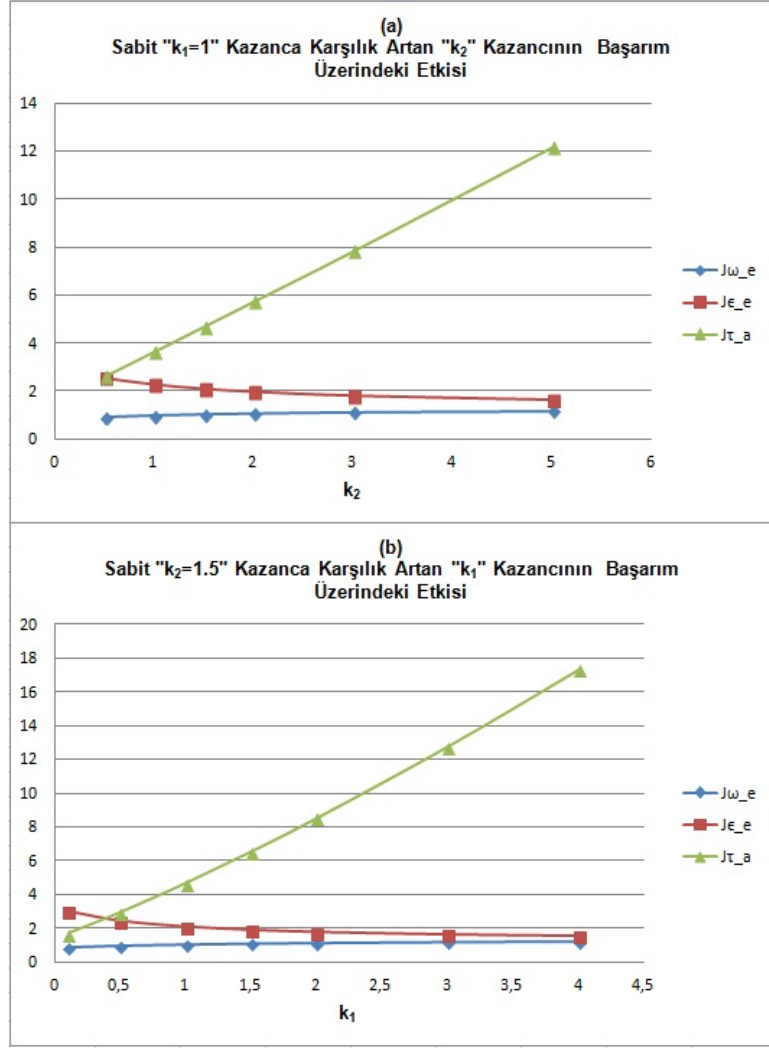
miş (durulma süresi < 10 saniye) ve yönelim hata başarımını gösteren tümlevsel işlev hatasının (J_{e_e}) azalmasına sebep olmuştur. Her iki şekilde de sistemin tepkisinin salınımsız olduğu görülmektedir. Bu sonuçtan yola çıkarak sistemin tepkisinin salınımlı olmasına düşük k_1 kazanç değerinin sebep olduğunu söyleyebiliriz. Ancak Şekil 4.24.d ve Şekil 4.25.d'yi karşılaştırdığımız zaman büyük k_2 değerinin, başlangıçta denetim sisteminin yüksek değerlerde tork üretmesine sebep olduğu görülmektedir. Bu da Tablo 4.5'ten de görüldüğü üzere, denetim sisteminin daha fazla enerji tüketmesine neden olmaktadır. Şekil 4.24.c ve Şekil 4.25.c'de verilen uydunun açısal hız sonuçları incelendiğinde, üretilen tork değerlerindeki artışa rağmen, uydunun açısal hızının genliğinin ulaştığı maksimum değer 0.5 seviyelerindedir. Yani üretilen tork değerlerindeki artış oranı, açısal hızdaki artış oranından daha büyüktür.

Farklı denetleç parametrelerinin denetim sistemi başarımları ölçütleri üzerindeki etkisini daha iyi gözlemleyebilmek için Tablo 4.5 kullanılarak elde edilen sonuçlar Şekil 4.21' de sunulmuştur. Şekil 4.21.a'da $k_1 = 1$ için artan k_2 kazancının etkisi, Şekil 4.21.b'de ise $k_2 = 1.5$ için artan k_1 kazancının etkisi görülmektedir. Sonuçlar incelendiği zaman, her iki durumda da, yani sadece k_1 kazancının arttığı ve sadece k_2 kazancının arttığı durumlarda, üretilen torkun etkisi bu kazanç değerlerinin artması sonucu artmış, ancak bu artışın yönelim hata başarımında ve açısal hız hata başarımında önemli değişikliklere sebep olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.5 incelendiğinde, J_{τ_a} başarımları ölçütünü 2 seviyelerinde tutan ve buna karşılık en iyi yönelim hata başarımını (J_{e_e}) sağlayan denetim parametreleri $k_1 = 1.5$ ve $k_2 = 0.3$ olduğu görülmektedir. Bu parametre değerleri için gürültülü ve gürültüsüz ortamda denetim yönteminin takip başarımını incelemek üzere yapılan benzetim sonuçları Şekil 4.26 ve Şekil 4.28'de görülmektedir. Geçici tepkinin daha iyi görülebilmesi için karşılık gelen benzetimlerin ilk 100 saniyesi de Şekil 4.27 ve Şekil 4.29'da verilmiştir. Denetim sisteminin gürültülü ve gürültüsüz durumda başarımının oldukça iyi olduğu benzetim sonuçlarından görülmektedir. Yaklaşık 20 saniye civarında sistem kalıcı duruma ulaşmakta ve istenilen yönelimi hatasız takip etmektedir. Gürültünün etkisi açısal hız ve tork değerlerine yansımıştır.

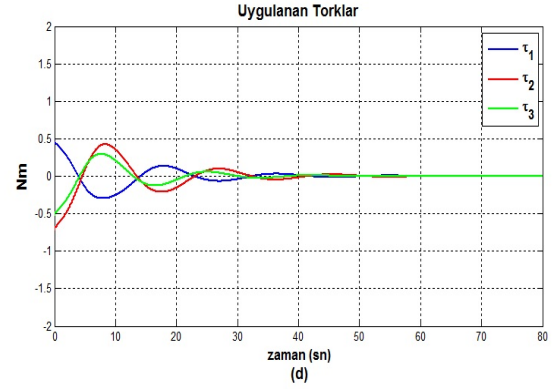
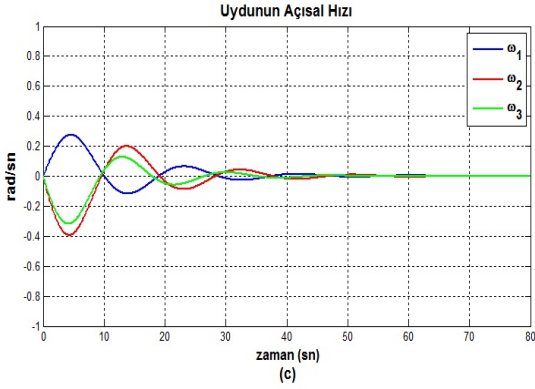
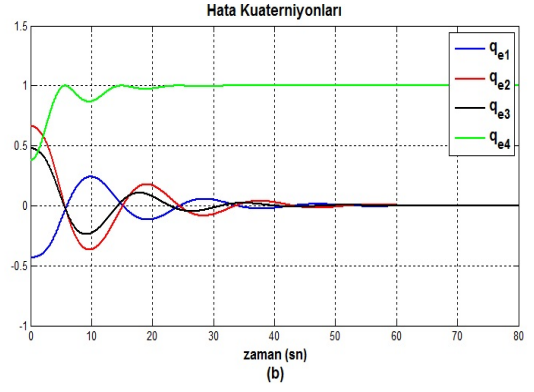
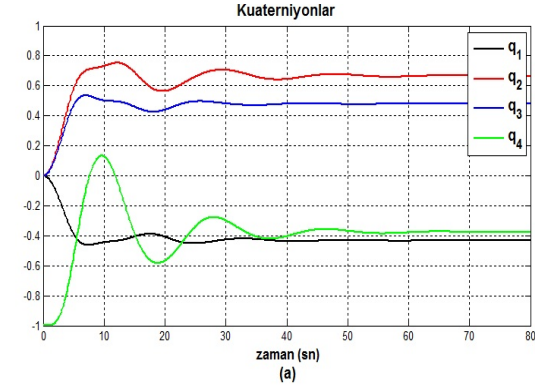
Kuaterniyon Tabanlı Geri Adım Denetimi İçin Hata Başarımı				
k_1	k_2	J_{ω_e}	J_{ϵ_e}	J_{τ_a}
0.1	0.5	1.9293	4.1193	3.7769
0.1	1	1.1747	3.1440	2.2988
0.1	1.5	0.8654	3.0233	1.6963
0.1	2	0.6968	3.1502	1.3790
0.1	3	0.5178	3.6182	1.0676
0.1	5	0.3670	4.6287	0.8585
0.5	0.5	1.1584	2.7825	2.7251
0.5	1	1.0276	2.5533	2.8115
0.5	1.5	0.9486	2.4505	2.9510
0.5	2	0.8955	2.4006	3.1204
0.5	3	0.8288	2.3637	3.5151
0.5	5	0.7615	2.3613	4.4527
1	0.5	0.8927	2.5532	2.6079
1	1	0.9649	2.2794	3.6450
1	1.5	1.0143	2.0999	4.6862
1	2	1.0500	1.9730	5.7287
1	3	1.0977	1.8052	7.8237
1	5	1.1484	1.6270	12.1465
1.5	0.3	0.6966	2.8369	2.0679
1.5	0.5	0.7774	2.5670	2.7345
1.5	1	0.9387	2.1489	4.5665
1.5	1.5	1.0595	1.9032	6.5601
1.5	2	1.1534	1.7385	8.6613
1.5	3	1.2900	1.5283	13.0870
1.5	5	1.4530	1.3094	22.6261
2	0.5	0.7123	2.6287	2.9383
2	1	0.9255	2.0729	5.5405
2	1.5	1.0932	1.7770	8.5450
2	2	1.2290	1.5890	11.8405
2	3	1.4358	1.3591	19.0626
2	5	1.6997	1.1277	35.3396
3	0.5	0.6407	2.7620	3.4391
3	1	0.9143	1.9881	7.6022
3	1.5	1.1413	1.6240	12.7930
3	2	1.3340	1.4085	18.7898
3	3	1.6448	1.1596	32.6727
3	5	2.0772	0.9227	66.1608
4	0.5	0.6021	2.8723	4.0020
4	1	0.9106	1.9419	9.7915
4	1.5	1.1748	1.5346	17.3682
4	2	1.4051	1.3028	26.4119
4	3	1.7896	1.0444	48.1013
4	5	2.3550	0.8076	103.0422

Tablo 4.5: Kuaterniyon Geriadımlı Denetim hata başarımları

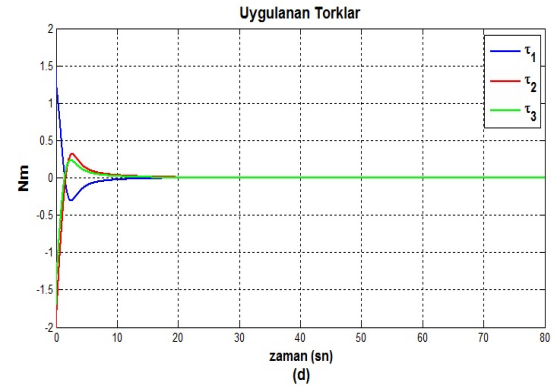
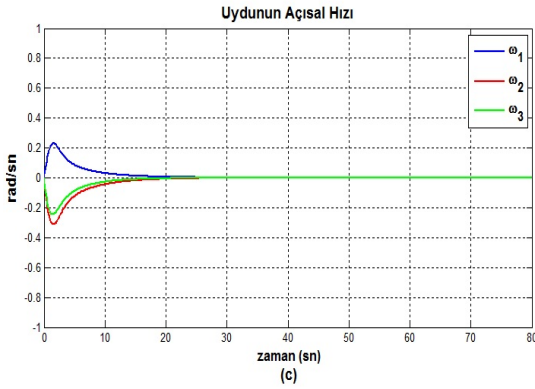
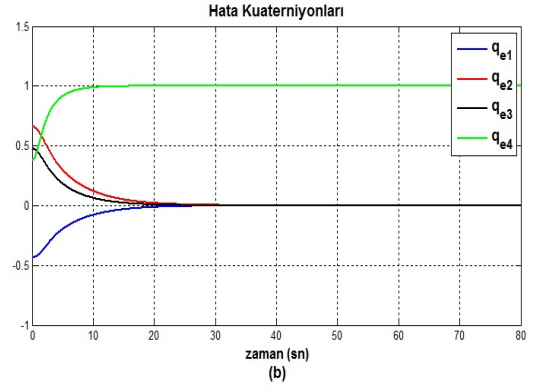
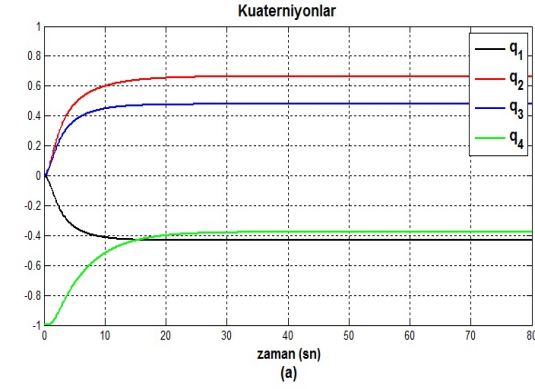


Şekil 4.21: Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim için parametre bazında başarımların incelemesi

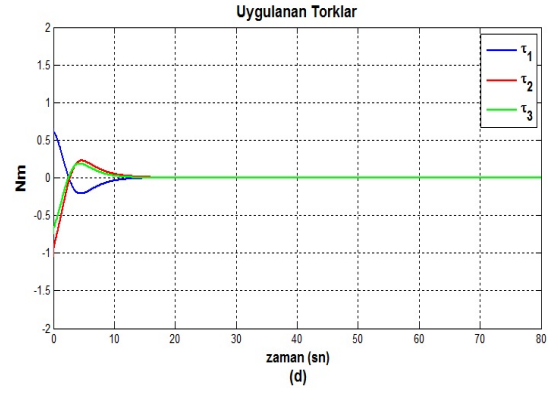
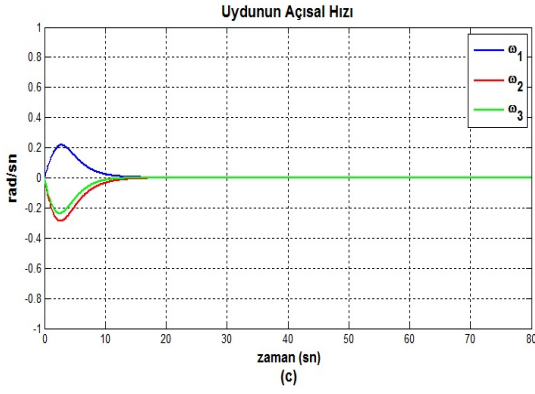
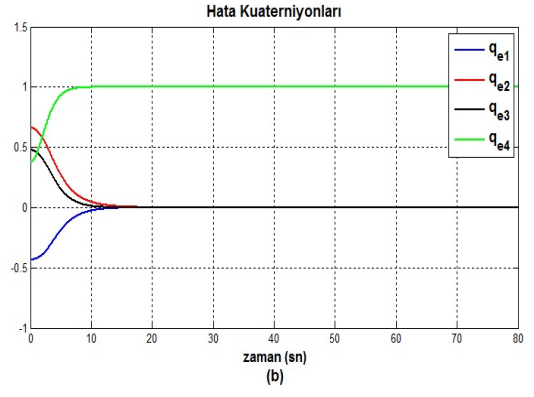
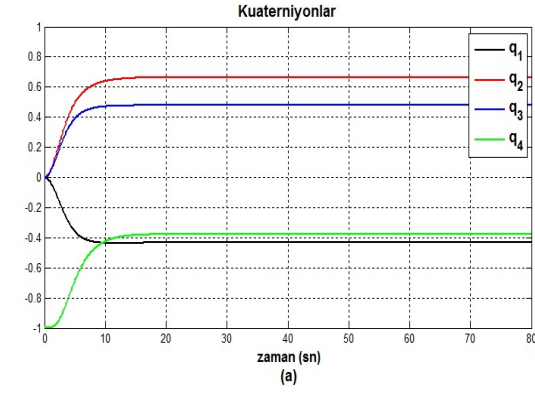
Şekil 4.27.d ve Şekil 4.29.d'de sonuçları verilen denetim sisteminin ürettiği tork değerleri, aynı k_1 ve k_2 kazanç değerleri için, duruk konumdan duruk konuma geçen yönelim durumunda, denetim sisteminin ürettiği tork değerlerinden (Şekil 4.24.d) daha büyüktür. Bu durumun sebebi ise Denklem 3.22'de verilen denetim yönteminin formülünde görülmektedir. Bu denetim yasasına göre kapalı döngü sistemine etkiyen tork sadece K_1 ve K_2 kazanç matrislerine bağlı değildir. Denklem 3.22 ile verilen denetim yasasının ilk terimi olan $G(q_e)z_1$ 'e de bağlıdır. Burada $G(q_e)$ durum bağımlı kazanç matrisidir. Yani kuaterniyon hatasının artması sonucu geribesleme kazancı da artacaktır. İstenilen açısal hızın takip edilmesi durumu için elde edilen torkların yüksek çıkmasının sebebi başlangıçta kuaterniyon hatasının büyük olmasıdır.



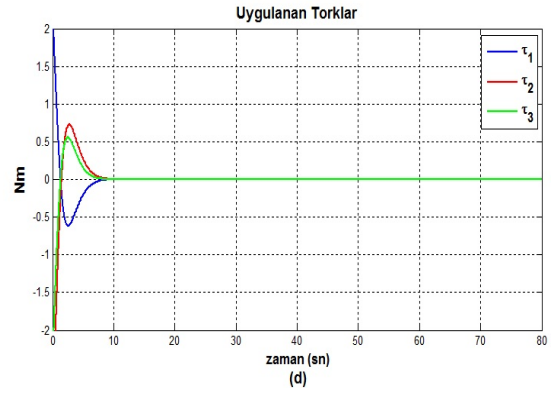
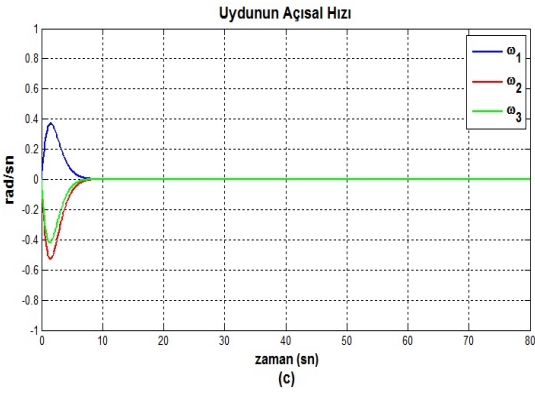
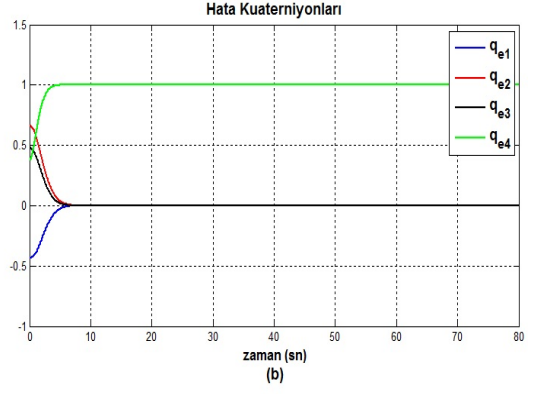
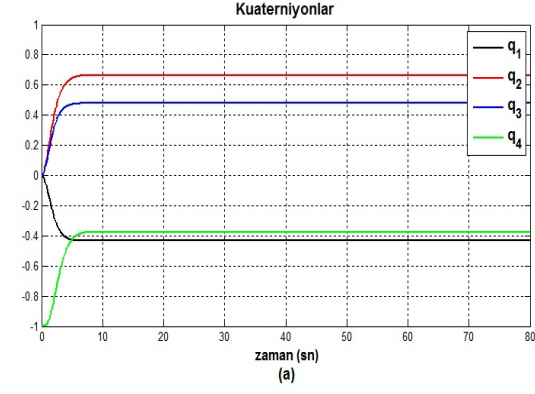
Şekil 4.22: Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 0.1$, $k_2 = 0.5$



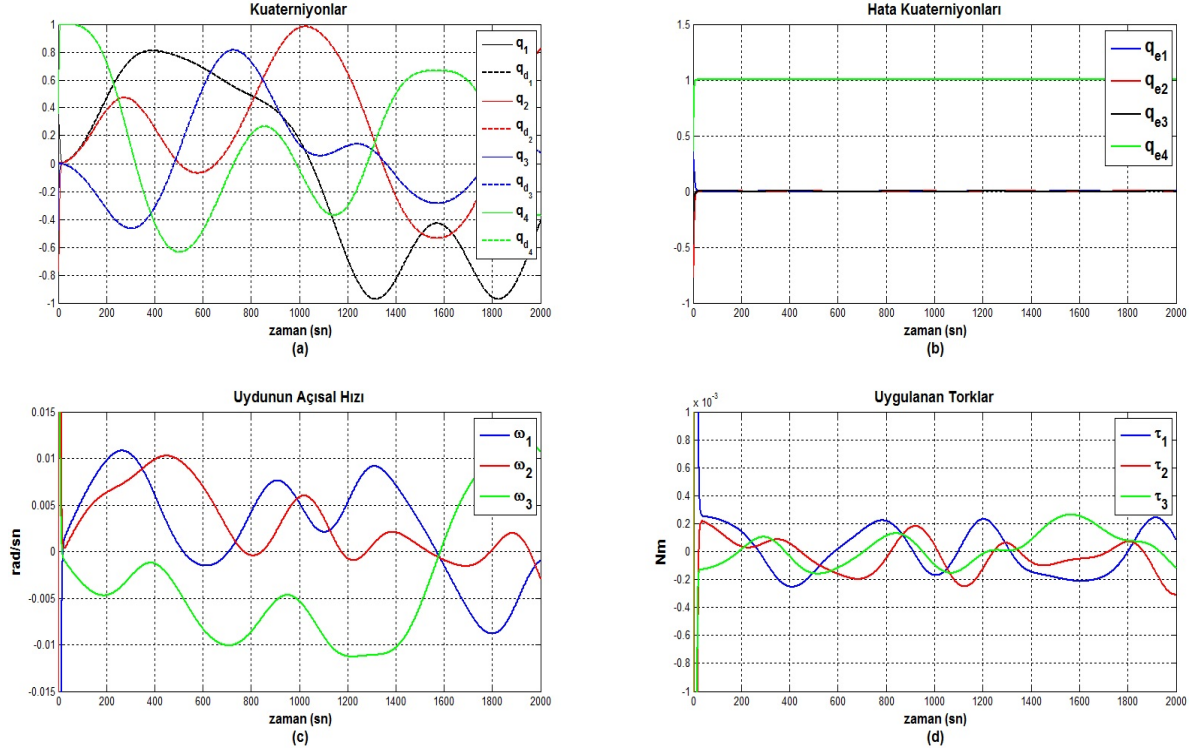
Şekil 4.23: Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 4$, $k_2 = 0.5$



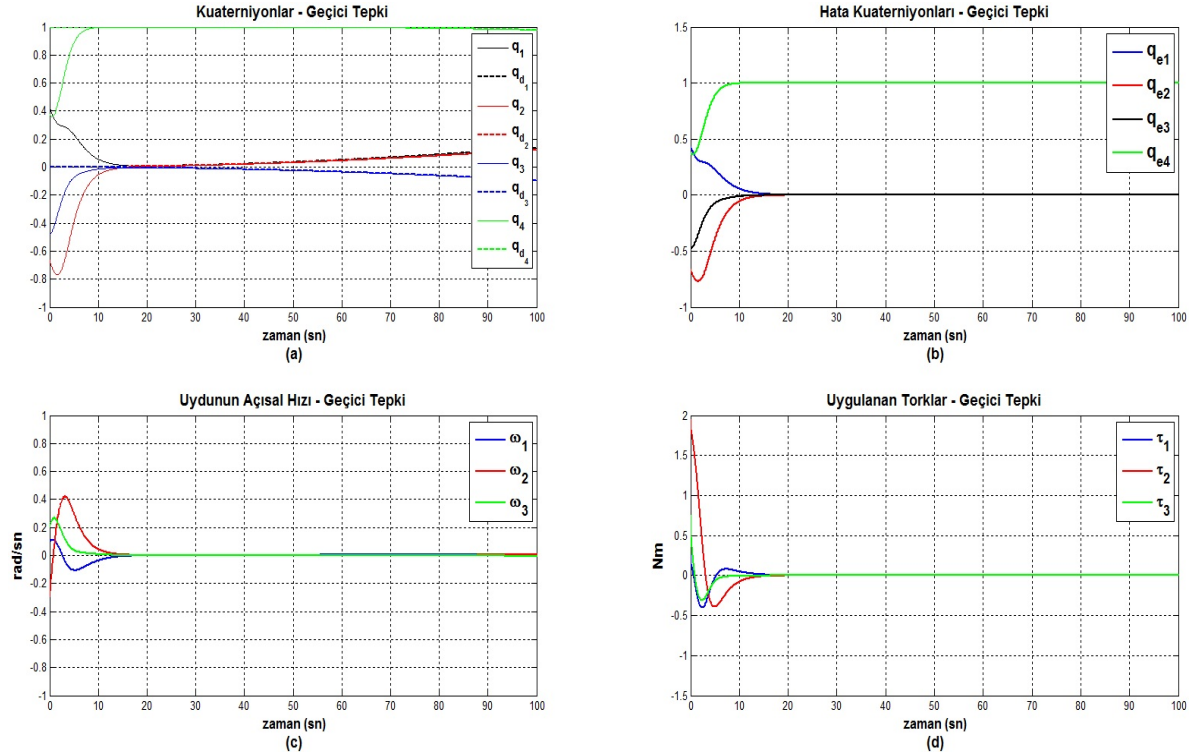
Şekil 4.24: Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5$, $k_2 = 0.3$



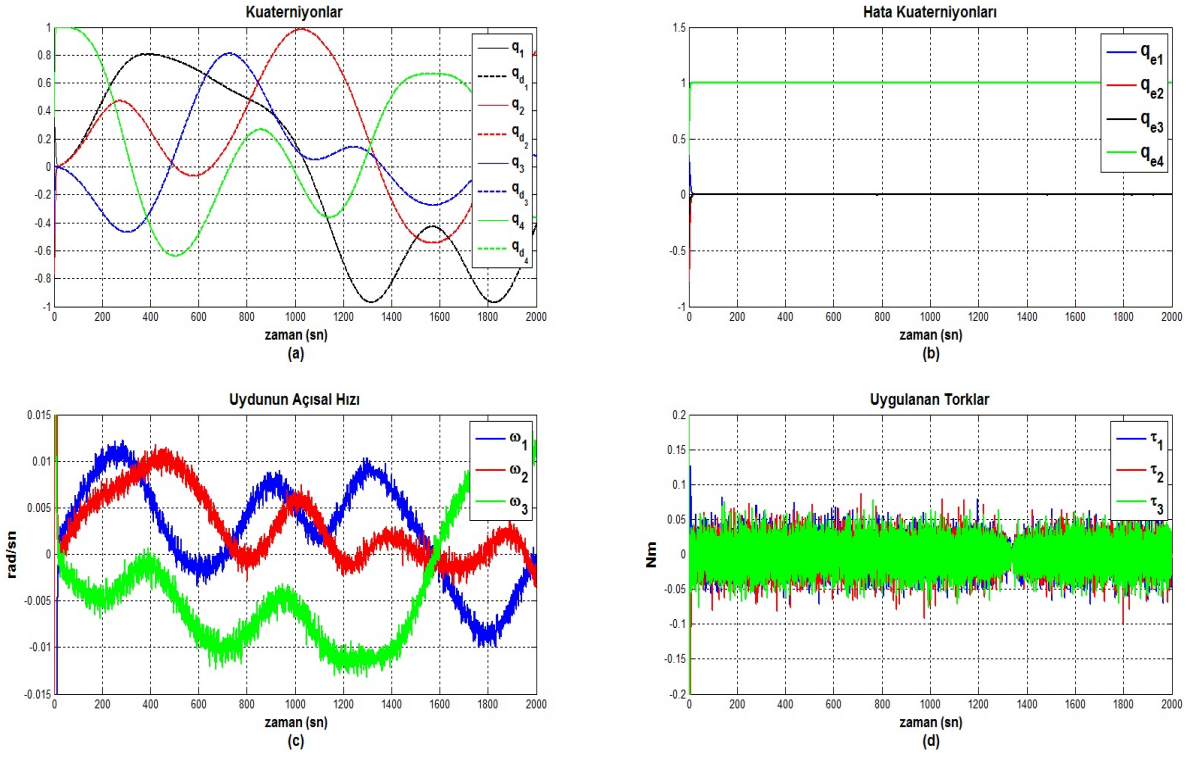
Şekil 4.25: Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim: $k_1 = 1.5$, $k_2 = 3$



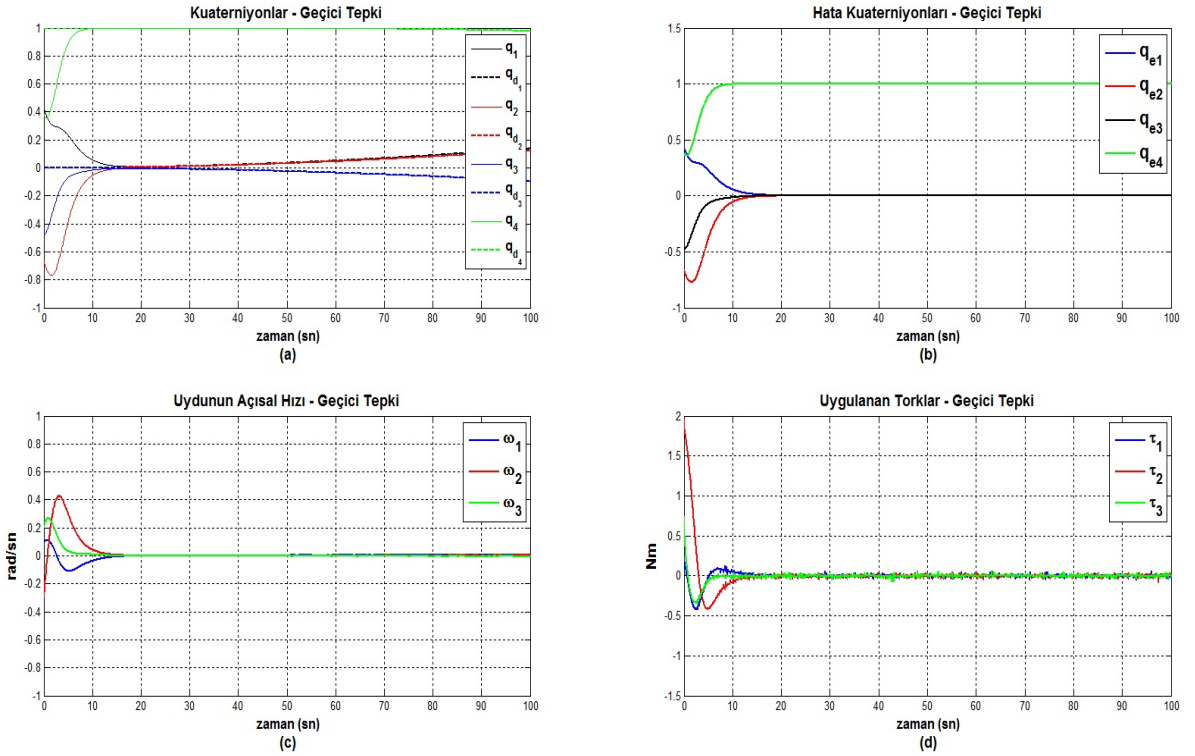
Şekil 4.26: Kuaterniyon tabanlı geriadımli denetim: $k_1 = 1.5$, $k_2 = 0.3$ için yönelim takip sonuçları



Şekil 4.27: Kuaterniyon tabanlı geriadımli denetim: $k_1 = 1.5$, $k_2 = 0.3$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)



Şekil 4.28: Kuaterniyon tabanlı geriadımli denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları



Şekil 4.29: Kuaterniyon tabanlı geriadımli denetim: $k_1 = 1.5, k_2 = 0.3$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)

4.5. Kayan Kipli Denetim

Bu bölümde son olarak ele alacağımız denetim yöntemi kayan kipli denetimdir. Kayan kipli denetim yasası *Bölüm 3.6* ve *Denklem 3.46*'te tanımlanmış ve aşağıda tekrar verilmiştir.

$$\tau_A^B = \omega \times (\mathbf{J}\omega) - \tau_D^B + \mathbf{J}\dot{\omega}_d - \mathbf{JK}\dot{\epsilon}_e - \mathbf{JD}sign(s) - \mathbf{JP}s$$

$$\mathbf{K} = k\mathbf{I}, \quad \mathbf{P} = p\mathbf{I}, \quad \mathbf{D} = d\mathbf{I}$$

Kazanç matrisleri \mathbf{K} , \mathbf{P} ve \mathbf{D} 'nin birim matris cinsinden ifade edilmesinden dolayı, önerilen denetim yönteminin başarımı incelenirken bu kazanç matrisleri k , p ve d skalar değişkenlerine indirgenmiştir. *Tablo 4.6* verilen başarımlar tablosundaki kazanç değerleri bu skalar değişkenlere karşılık gelmektedir. Bu tablo, k , p ve d 'nin farklı değerleri için kayan kipli denetim sisteminin başarımlarını göstermektedir.

Şekil 4.31, $k = 0.5$, $p = 0.1$ ve $d = 10^{-3}$ için duruk konumdan duruk konuma geçen yönelim sonucunda elde edilen benzetim sonuçlarını içermektedir. Denetim sisteminin bu kazanç değerleri için tepkisinin yavaş olduğu görülmektedir. *Şekil 4.31.b*'de hata kuaterniyonlarının (q_1, q_2, q_3) sıfıra ulaşması için geçen süre yaklaşık 40 saniyedir. Yani istenilen yönelime 40 saniye sonra ulaşılmıştır. k ve d kazanç değerleri sabit tutulup, p kazanç değerinin artması sonucu denetim sisteminin tepkisinin hızlandığı *Şekil 4.32*'de görülmektedir. Uydu istenilen yönelime yaklaşık 30 saniyede ulaşmıştır. Artan p , denetim sisteminin ürettiği tork değerlerini de arttırmıştır (*Şekil 4.32.d*). *Şekil 4.33*'de elde edilen benzetim sonuçları, k ve p 'nin sabit tutulup d 'nin 10^{-3} 'den 10^{-2} 'ye artırılması ile elde edilmiştir. *Tablo 4.6*'da da görüldüğü üzere d 'nin artışı yönelim hata ve açısal hız hata başarımlarını önemli ölçüde etkilememiştir. Ancak benzetim sonuçlarında anahtarlamamanın etkisi artan d parametresiyle daha iyi gözlemlenmektedir (*Şekil 4.33.d*). *Şekil 4.34*'de ise p ve d sabit tutulmuş ve artan k 'nin denetim sisteminin tepkisi üzerindeki etkisi incelenmiştir. *Şekil 4.32* ile *Şekil 4.34* karşılaştırıldığında, artan k 'ya bağlı olarak sistemin tepki hızının arttığı

ve durulma süresinin yaklaşık 20 saniyeye kadar düştüğü görülmektedir. Sistemin tepkisinin hızlanmasının sebebi, üretilen torkun genliğindeki artıştır. Bu durum denetim sisteminin daha fazla enerji harcayarak istenilen yönelime daha kısa sürede ulaşması anlamına gelmektedir.

Farklı denetleç parametrelerinin denetim sistemi başarımlarını ölçütleri üzerindeki etkisini daha iyi gözlemleyebilmek için *Tablo 4.6* kullanılarak elde edilen sonuçlar *Şekil 4.30'* da sunulmuştur. *Şekil 4.30.a'*da $k = 0.5$ için artan p kazancının etkisi, *Şekil 4.30.b'*de ise $p = 0.5$ için artan k kazancının etkisi görülmektedir. d parametresi her iki durum için de 10^{-3} 'e eşittir. Sonuçlar incelendiğinde, p kazancının 0.5 değerine kadar olan artışı yönelim hata başarımlarını önemli ölçüde azaltmıştır. p 'nin bütün değerleri için açısal hız hata başarımlarında çok fazla değişiklik gözlemlenmemiştir. Aynı zamanda üretilen tork değerlerinin etkinliği artmıştır. *Şekil 4.30.b'*de görüldüğü üzere, k kazancının 0.5 değerine kadar artırılması sonucunda tork etkisi artmış, bu da yönelim hata başarımlarında önemli bir iyileşmenin olmasına sebep olmuştur. Ancak bu değerden sonra yönelim hata başarımlarında önemli bir değişiklik olmamıştır. Üretilen tork, k 'nin artması sonucu etkinliğini arttırmış, ancak bu artış açısal hız takip başarımlarında önemli değişikliklere sebep olmamıştır. Genel olarak küçük kazanç değerleri için (p ve k) yönelim hata başarımlarının iyi olmadığı ve üretilen torkların etkin olmadığı söylenebilir.

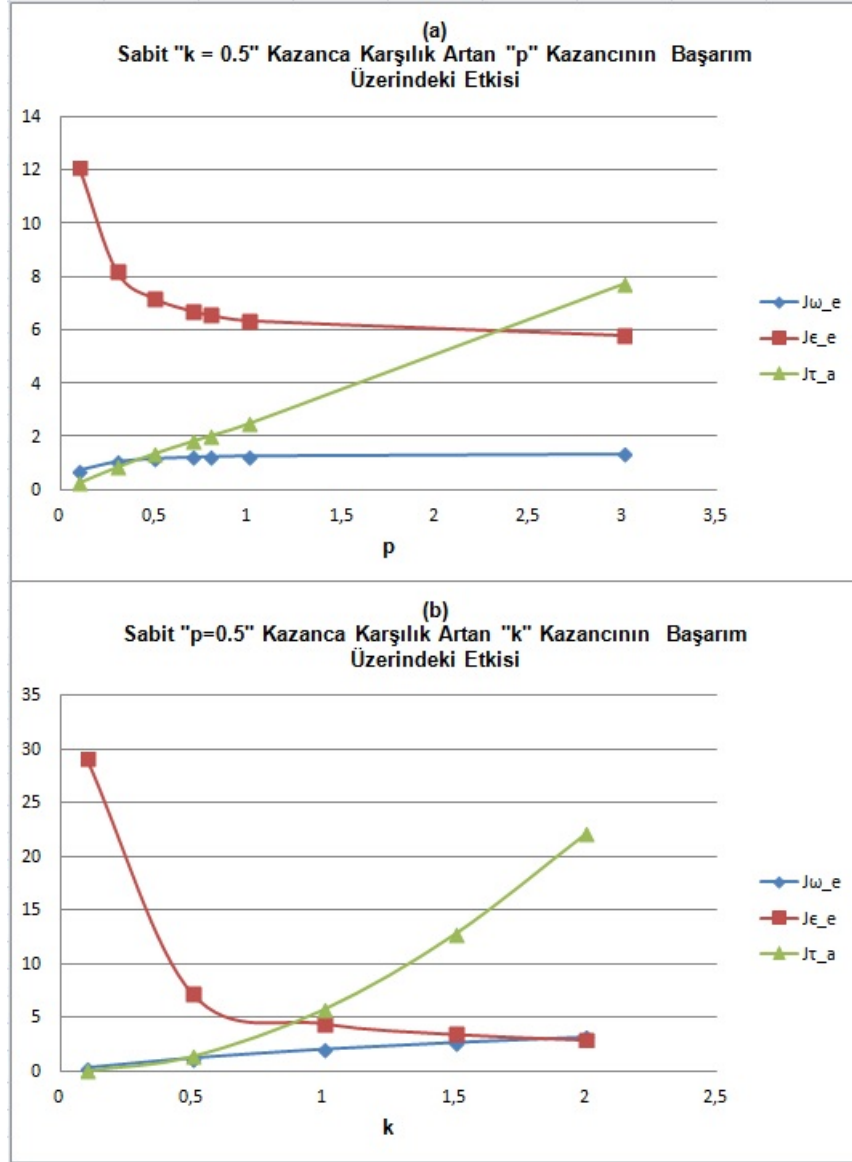
Kayan kipli denetim yasası için J_{τ_a} başarımlarını ölçütünü iki seviyelerinde tutan ve buna karşılık gelen en iyi yönelim hata performansını (J_{ϵ_e}) sağlayan denetleyici parametreleri *Tablo 4.6'*de görüldüğü üzere $k = 0.5$, $p = 0.8$ ve $d = 10^{-3}$ olmaktadır. Bu denetleyici parametreleri kullanılarak, gürültüsüz ve gürültülü ortamlardaki açısal hız takip başarımlarını incelenmiş ve benzetim sonuçları *Şekil 4.35* ve *Şekil 4.37'*de verilmiştir. Geçici tepkilerin daha iyi görülebilmesi için benzetimlerin ilk 100 saniyesi de *Şekil 4.36* ve *Şekil 4.38'*de sunulmuştur.

İlk olarak gürültüsüz ortamdaki benzetim sonuçlarını inceleyecek olursak, *Şekil 4.35'* de görüldüğü üzere, uydu istenilen açısal hızı ve buna bağlı olarak istenilen yönelimi benzetim süresince başarılı bir şekilde takip etmiştir. *Şekil 4.36'*da verilen denetim

sisteminin geçici tepkisine bakıldığında, uydunun yaklaşık 30 saniye sonra istenilen yönelime ulaştığı ve bu andan itibaren istenilen yönelimi takip ettiği görülmektedir. Denetim sisteminin ürettiği ve Şekil 4.35.d'de verilen tork değerlerinde çatırdama

Kayan Kipli Denetim İçin Hata Başarımı					
k	p	d	J_{ω_e}	J_{ϵ_e}	J_{τ_a}
0.1	0.1	10^{-3}	0.2436	33.2257	0.0174
0.1	0.3	10^{-3}	0.2581	29.8637	0.0336
0.1	0.5	10^{-3}	0.2621	28.9946	0.0488
0.1	1	10^{-3}	0.2655	28.2802	0.0874
0.1	3	10^{-3}	0.2679	27.7727	0.2922
0.5	0.1	10^{-3}	0.7265	12.0738	0.2831
0.5	0.3	10^{-3}	1.0507	8.1738	0.8654
0.5	0.5	10^{-3}	1.1654	7.1649	1.3725
0.5	0.7	10^{-3}	1.2222	6.6985	1.8310
0.5	0.8	10^{-3}	1.2405	6.5503	2.0506
0.5	1	10^{-3}	1.2670	6.3414	2.4891
0.5	3	10^{-3}	1.3369	5.7845	7.7107
0.5	0.1	10^{-2}	0.9202	9.9707	0.8001
0.5	0.3	10^{-2}	1.1316	7.6338	1.4320
0.5	0.4	10^{-2}	1.1777	7.1934	1.6962
0.5	0.5	10^{-2}	1.2091	6.9041	1.9440
0.5	0.7	10^{-2}	1.2491	6.5445	2.3749
0.5	0.8	10^{-2}	1.2624	6.4266	2.6029
0.5	1	10^{-2}	1.2828	6.2563	3.0377
0.5	3	10^{-2}	1.3392	5.7731	8.2919
1	0.1	10^{-3}	1.0195	8.6030	0.9887
1	0.3	10^{-3}	1.6832	5.2186	3.3857
1	0.5	10^{-3}	1.9949	4.3468	5.7294
1	0.8	10^{-3}	2.2370	3.7895	8.9710
1	1	10^{-3}	2.3304	3.5920	11.0197
1	3	10^{-3}	2.6077	3.0355	33.1783
1.5	0.1	10^{-3}	1.2233	7.2933	2.0684
1.5	0.3	10^{-3}	2.1357	4.1252	7.3093
1.5	0.5	10^{-3}	2.6228	3.3472	12.7512
1.5	0.8	10^{-3}	3.0419	2.8445	20.6240
1.5	1	10^{-3}	3.2183	2.6613	25.6893
1.5	3	10^{-3}	3.8020	2.1209	78.5764
2	0.1	10^{-3}	1.3866	6.5977	3.5135
2	0.3	10^{-3}	2.4879	3.5424	12.4632
2	0.5	10^{-3}	3.1254	2.8199	22.1170
2	0.8	10^{-3}	3.7147	2.3527	36.5599
2	1	10^{-3}	3.9771	2.1817	46.0627
2	3	10^{-3}	4.9250	1.6629	145.0223

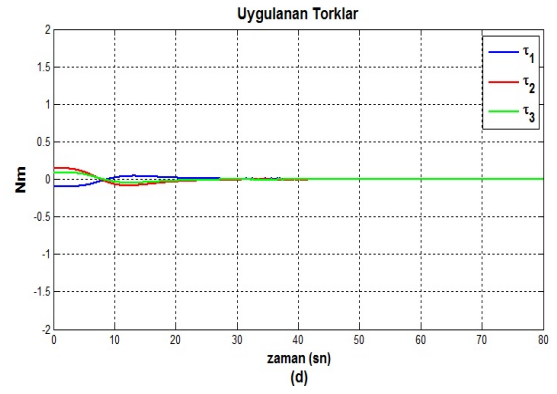
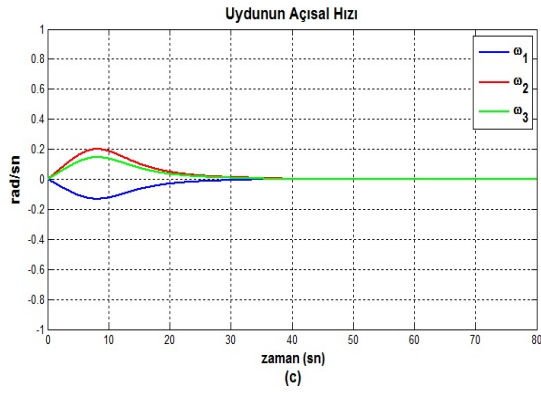
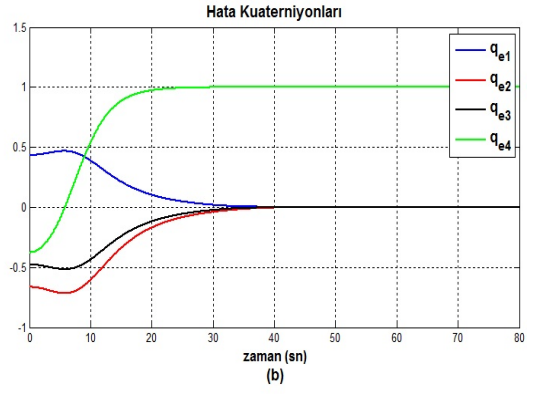
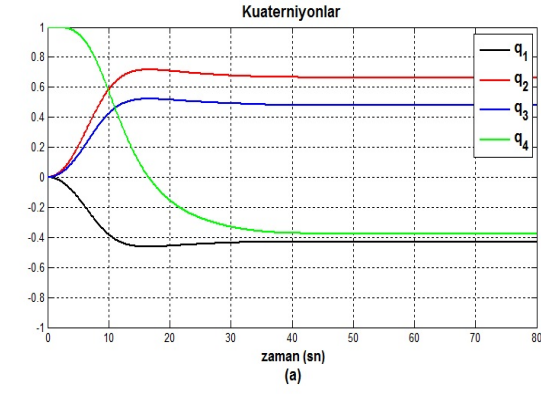
Tablo 4.6: Kayan Kipli Denetim hata başarım sonuçları



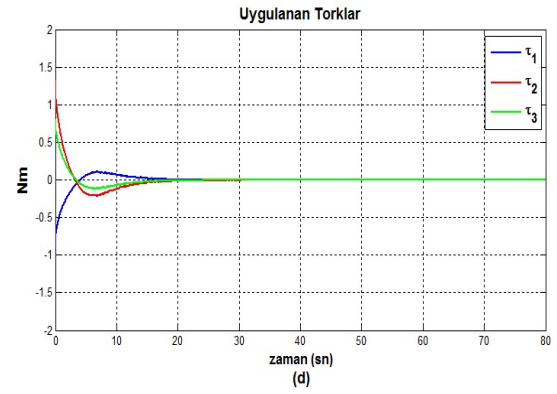
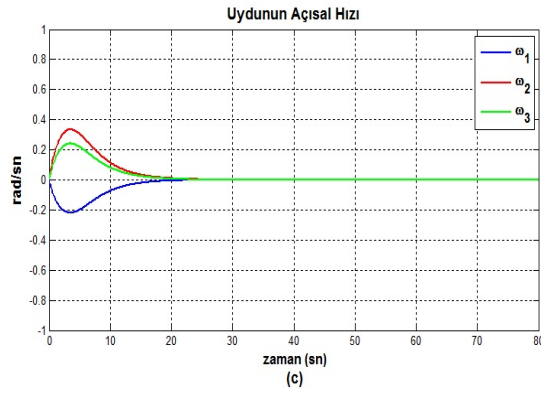
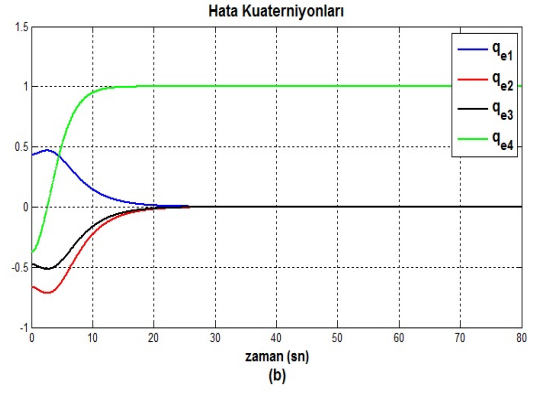
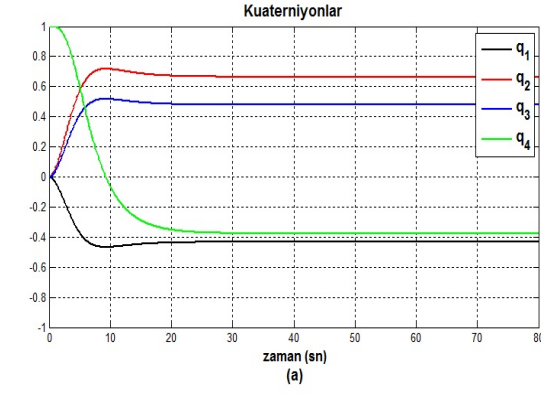
Şekil 4.30: Kayan Kipli Denetim için parametre bazında başarımların incelenmesi

etkisi açıkça görülmektedir. Kayan kipli denetim yöntemi gürültüsüz ortamda, uydunun istenilen yönelimi sorunsuz bir şekilde takip etmesini sağlamıştır. Şekil 4.37'deki gürültülü ortam için elde edilen kalıcı tepki incelendiğinde, gürültünün etkisi Şekil 4.37.c'deki uydunun açısal hız bileşenlerinde ve Şekil 4.37.d'deki üretilen tork bileşenlerinde görülmektedir. Sisteme eklenen gürültü, kayan kipli denetim yönteminin çatırdama etkisini arttırmasına neden olmuş ve bu sayede uydunun yöneliminin bozan etkenlerden olabildiğince az etkilenmesini sağlamıştır. Çatırdamanın bozan etkenler üzerindeki etkisini daha iyi görebilmek için d parametresi $2 * 10^{-3}$ değerine yükseltilmiş ve bunun sonucunda elde edilen benzetim sonuçları Şekil 4.39'da sunulmuştur. Sonuçlar incelendiğinde artan d parametresi sistemin tepki süresinde her-

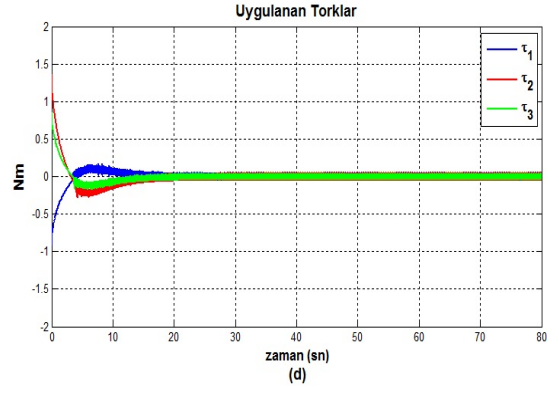
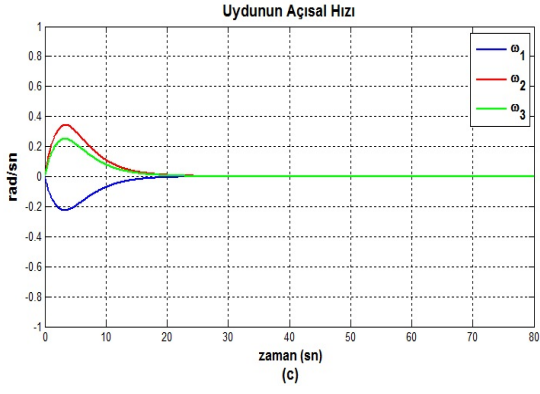
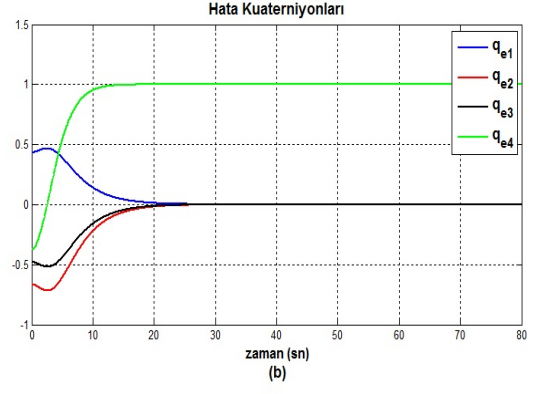
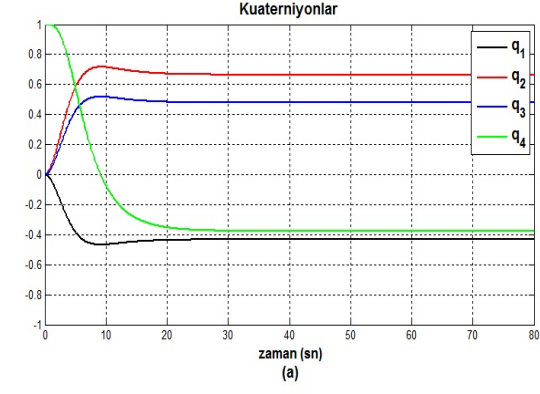
hangi bir değişikliğe sebep olmamıştır. Ancak *Şekil 4.39.c* göz önünde bulundurulursa gürültünün sistem üzerindeki etkisi *Şekil 4.37.c*'ye göre daha azdır. Bu da çatırdamanın bozan etkenler üzerindeki olumlu etkisini göstermektedir. Gürültüsüz ve gürültülü durumda denetim başarımı hemen hemen aynıdır. Uydunun gürültülü ortamda, kayan kipli denetim yöntemi ile istenilen yönelimi sorunsuz bir biçimde takip ettiğini söyleyebiliriz. Bozan etkenlere karşı gürbüz bir yapıya sahip olduğu bilinen kayan kipli denetim yöntemi, özellikle gürültülü ortam başarımı ile diğer denetim yöntemlerinden ayrılmaktadır.



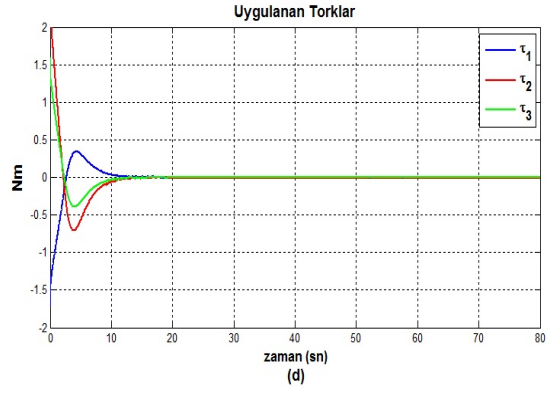
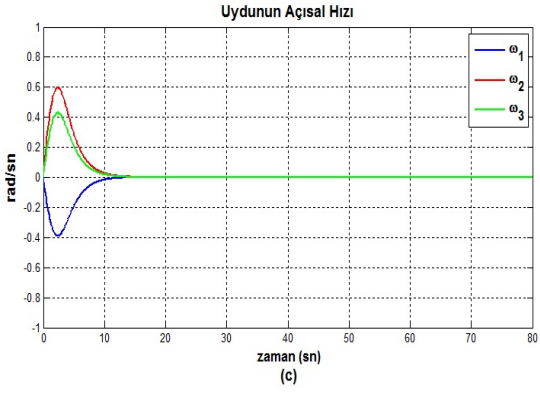
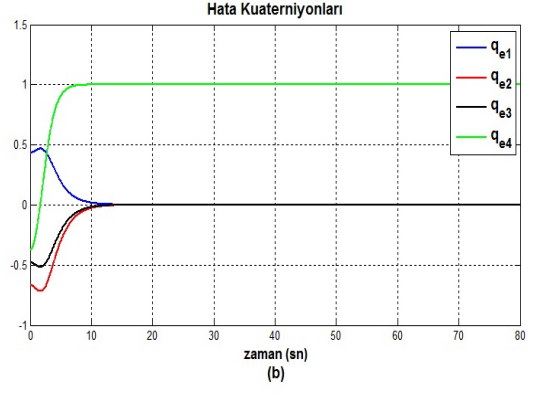
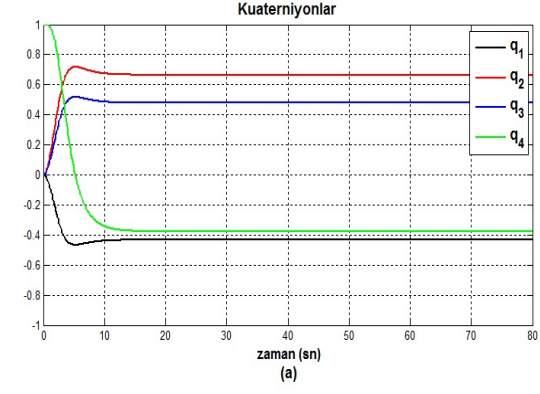
Şekil 4.31: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.1$, $d = 10^{-3}$



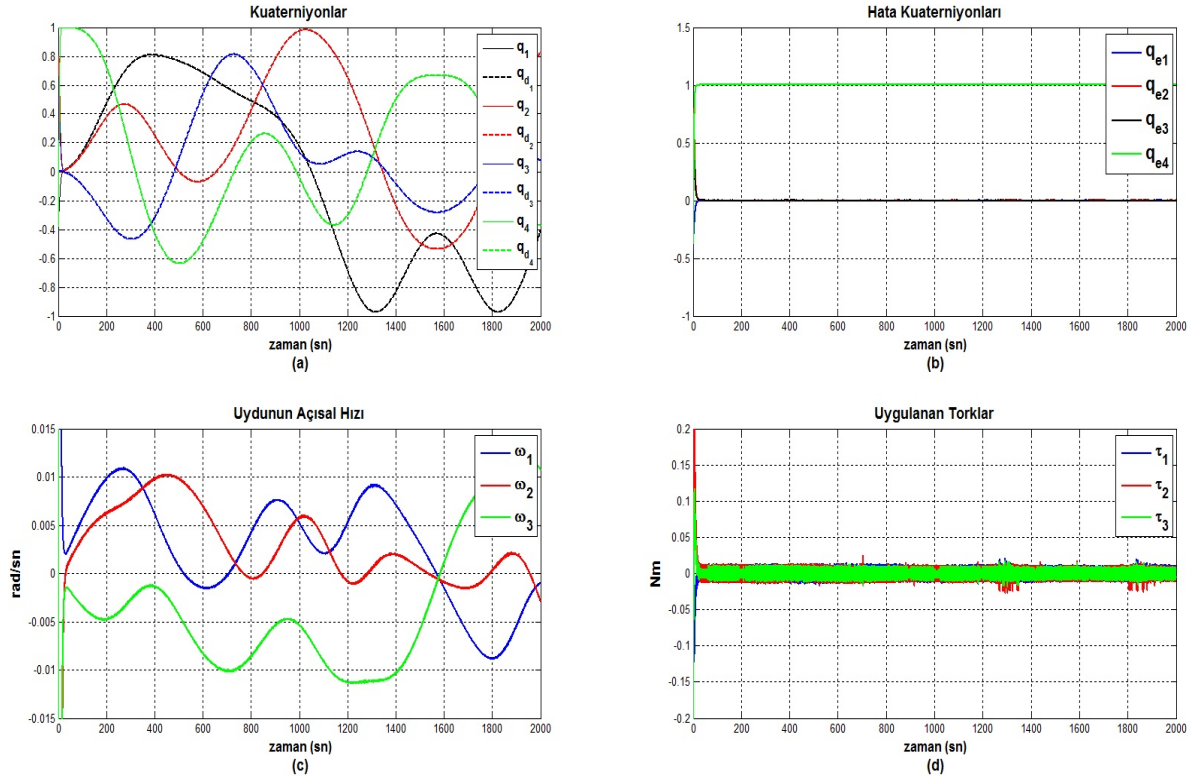
Şekil 4.32: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$



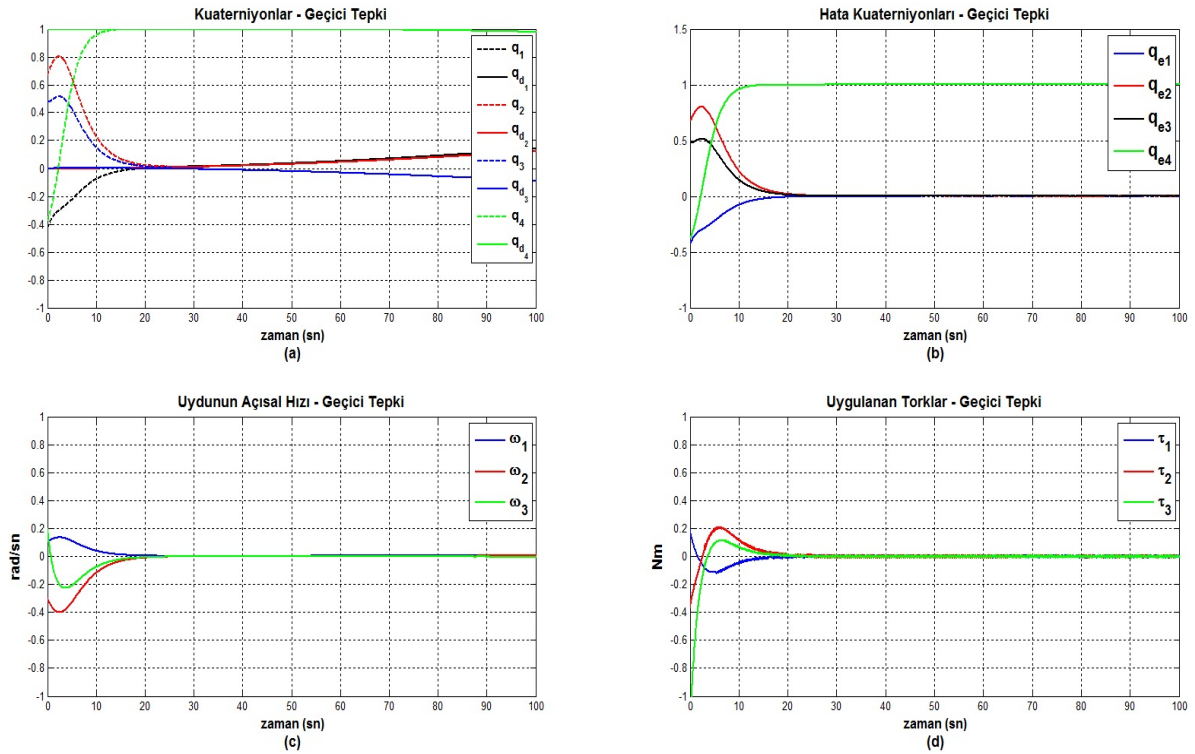
Şekil 4.33: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-2}$



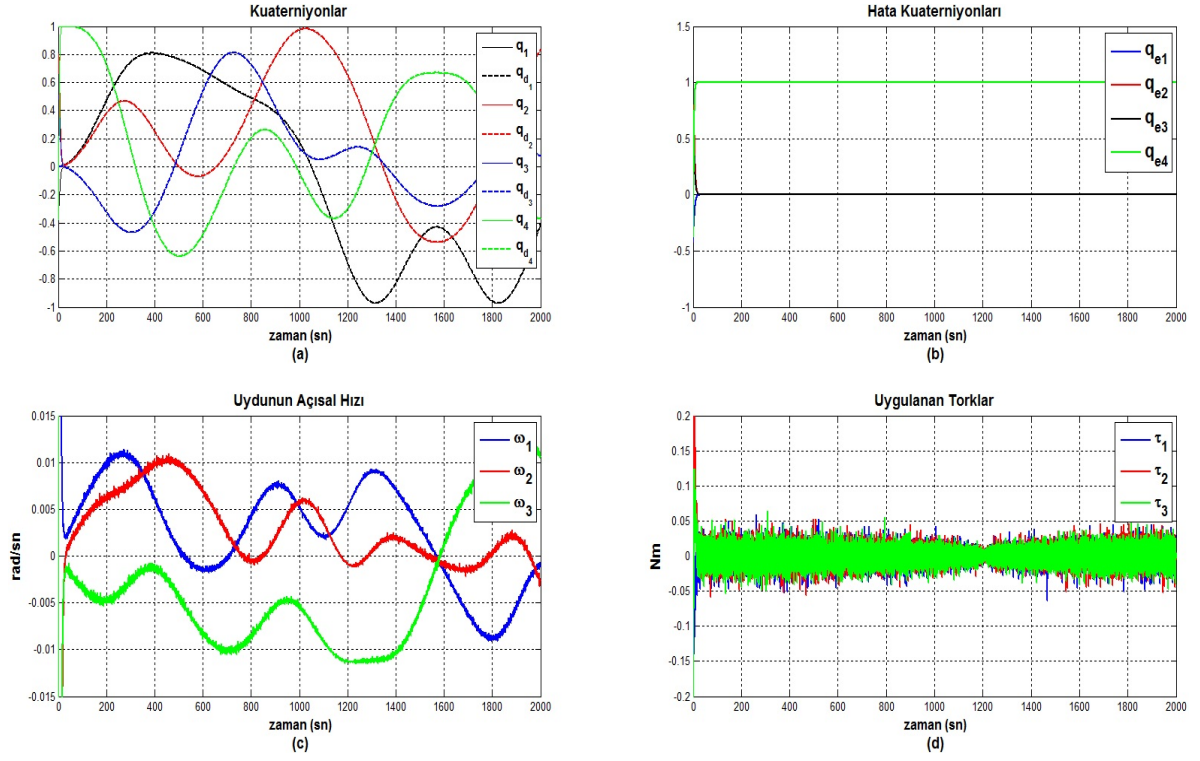
Şekil 4.34: Kayan kipli denetim: $k = 1$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$



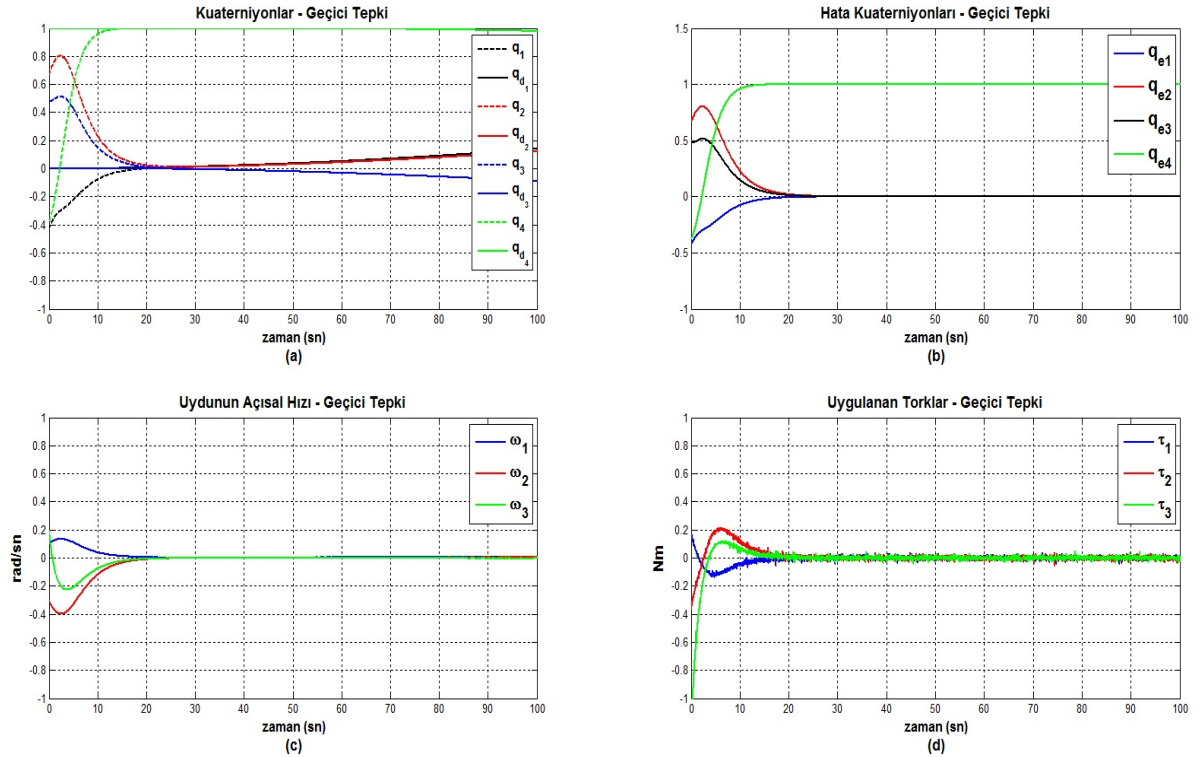
Şekil 4.35: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$ için yönelim takip sonuçları



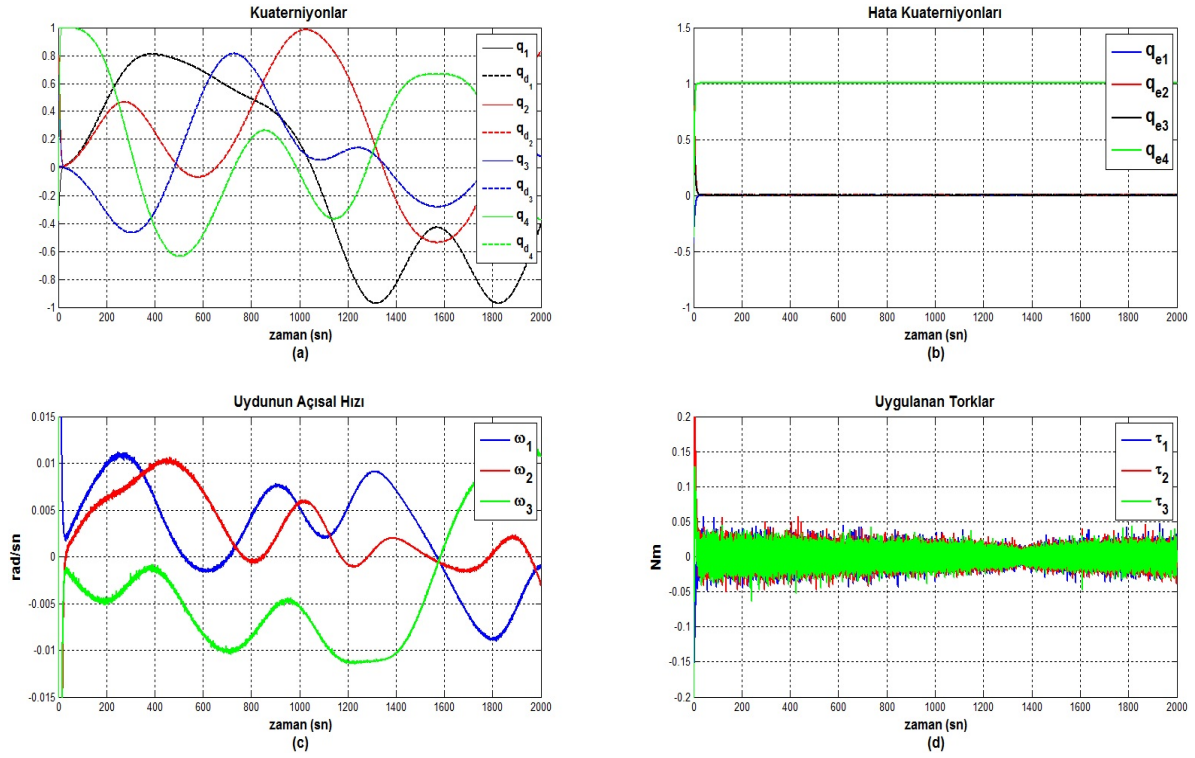
Şekil 4.36: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$ için yönelim takip sonuçları (geçici tepki)



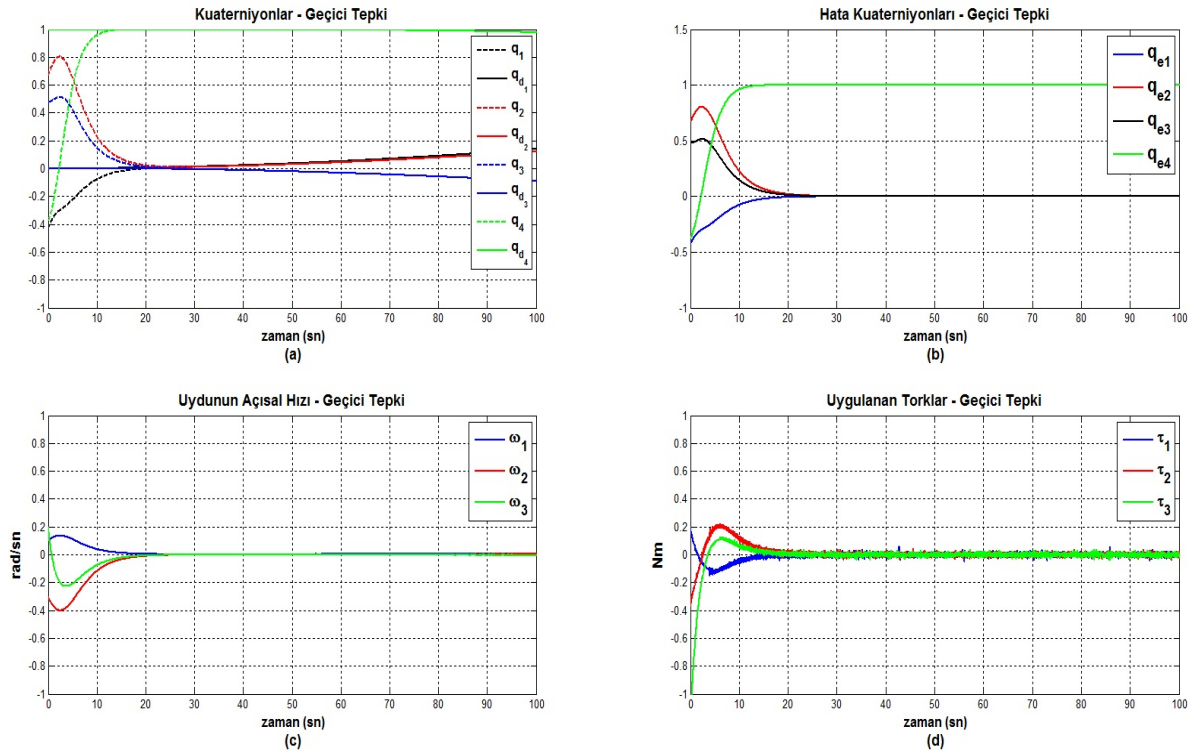
Şekil 4.37: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları



Şekil 4.38: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)



Şekil 4.39: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 2 * 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları



Şekil 4.40: Kayan kipli denetim: $k = 0.5$, $p = 0.8$, $d = 2 * 10^{-3}$ için gürültü olduğunda yönelim takip sonuçları (geçici tepki)

4.6. Benzetim Sonuçlarının İrdelenmesi

Bu bölümde dört farklı denetim yöntemi için uydu yönelim denetimi sisteminin basamak tepkisi, istenilen yönelimin takip edilmesi durumu ve sınırlandırılmış gürültünün var olduğu durum için benzetimleri yapılmış ve başarımlar incelenmiştir. *Tablo 4.3, 4.4, 4.5, 4.6*'da verilen başarımlar doğrultusunda seçilen denetim parametrelerine karşılık gelen başarımlar karşılaştırma kolaylığı açısından *Tablo 4.7*'de bir arada verilmiştir. Bu tablo incelendiği zaman, kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim yönteminin aynı enerjiyi harcayarak daha iyi yönelim hata ve açısal hız hata başarımları elde ettiği görülmektedir. PD+ denetim ve kuaterniyon geribeslemeli denetim yöntemleri oldukça yakın sonuçlar vermiştir. Bu iki yöntem yönelim hata başarımları açısından kayan kipli denetim yönteminden az da olsa daha iyi sonuç vermiştir. Ancak açısal hız hata başarımları göz önünde bulundurulursa kayan kipli denetim yönteminin daha iyi sonuç verdiği görülmektedir. Seçilen denetim parametreleri için elde edilen benzetim sonuçları incelendiğinde en hızlı sistem tepkisini kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim yöntemi vermiştir. Bu süre yaklaşık 15 saniyedir. Kuaterniyon geribeslemeli denetim ve PD+ denetim yöntemleri için sistemin durulma süresi yaklaşık 30 saniye, kayan kipli denetim yöntemi için ise 20 saniyedir.

	J_{ω_e}	J_{ϵ_e}	J_{τ_e}
Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim	1.8332	6.1769	2.0585
PD+ Denetim	1.8335	6.1604	2.0656
Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim	0.6966	2.8386	2.0679
Kayan Kipli Denetim	1.2405	6.5503	2.0506

Tablo 4.7: Kullanılan Denetim Yöntemlerinde Seçilen Denetim Parametreleri İçin Elde Edilen Başarımların Birlikte Gösterimi

Tablo 4.8'de bütün denetim yöntemleri için, yönelim takibine karşılık gelen başarımlar ölçütleri verilmiştir. Bu tabloyu incelediğimizde kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim hariç, diğer denetim yöntemlerinin gürültüsüz ortamdaki başarımları tork başarımlarını aşmayacak şekilde benzer sonuçlar vermiştir. Kuaterniyon tabanlı geriadımlı denetim yönteminde diğerlerinden farklı bir sonuç elde edilmesinin sebebi *Bölüm 4.4*'de açıklandığı üzere, denetim yönteminde K_1 ve K_2 kazanç matrislerinin dışında, üretilen torku etkileyen durum bağımlı kazanç matrisinin olmasıdır. Denetim yöntemlerinin gürültülü ortamda yönelim takip başarımları incelendiği zaman (*Şekil 4.10.c*,

4.19.c, 4.28.c, 4.37.c) en iyi sonucu bozan etkenlere karşı daha gürbüz olduğu bilinen kayan kipli denetim yöntemi vermiştir. Şekil 4.39 ve Şekil 4.40'de, kayan kipli denetim yönteminin d parametresi $2 * 10^{-3}$ değerine yükseltildikten sonra elde edilen benzetim sonuçları verilmiştir. Şekil 4.39.c'yi incelediğimiz zaman d parametresi, gürültünün sistem üzerindeki, özellikle de açısal hız üzerindeki etkisini gözle görülür bir şekilde azaltmıştır. Bu sonuçla, kayan kipli denetim yönteminin çevresel bozan etkenlere karşı gürbüz bir yapı sergilediği benzetim yoluyla denenmiş ve görülmüştür. Tablo 4.8'de, gürültüsüz ve gürültülü ortamda dört denetim yöntemi için elde edilen yönelim takip başarımları sonuçları verilmiştir. Üretilen torkun tümlevesel işlevi J_{τ_a} göz önünde bulundurulduğu zaman en iyi açısal hız hata başarımlarını (J_{ω_e}) kayan kipli denetim yöntemi elde etmiştir. En iyi yönelim hata başarımlarını (J_{ϵ_e}) ise diğer denetim yöntemlerinden çok farklı olmamakla birlikte PD+ denetim yöntemi elde etmiştir. Tablo 4.8 incelendiği zaman açısal hız hata başarımları ölçütü J_{ω_e} 'nin gürültüsüz ve gürültülü ortamda elde edilen değerlerinin bütün denetim yöntemleri için farklı olmadığı görülmektedir. Bunun sebebi, açısal hız hatasının daha çok takip hatasından kaynaklanmasıdır.

Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim			
	<i>Gürültüsüz</i>	<i>Gürültülü</i>	
J_{ω_e}	2.2769	2.2794	
J_{ϵ_e}	6.0602	6.5372	
J_{τ_a}	1.8234	1.8777	
PD+ Denetim			
	<i>Gürültüsüz</i>	<i>Gürültülü</i>	
J_{ω_e}	2.2742	2.2861	
J_{ϵ_e}	5.4747	5.9341	
J_{τ_a}	1.8646	1.9780	
Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim			
	<i>Gürültüsüz</i>	<i>Gürültülü</i>	
J_{ω_e}	1.1005	1.1168	
J_{ϵ_e}	3.5687	3.5603	
J_{τ_a}	5.3684	5.8706	
Kayan Kipli Denetim			
	<i>Gürültüsüz</i>	<i>Gürültülü</i>	
		$d = 10^{-3}$	$d = 2 * 10^{-3}$
J_{ω_e}	1.5768	1.5752	1.5784
J_{ϵ_e}	6.1786	6.1955	6.1732
J_{τ_a}	1.7032	1.8560	2.1581

Tablo 4.8: Kullanılan Denetim Yöntemlerinin Açısal Hız Takip Hata Başarımları Sonuçları

5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında uydu yönelim denetimi problemi hem kuramsal hem de benzetim sonuçlarıyla ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Öncelikle kuramsal altyapı verilmiş, daha sonra ise dört farklı doğrusal olmayan denetim yöntemi kullanılarak uydu yönelim denetimi gerçekleştirilmiştir.

Yönelim gösterimi için farklı yöntemler bulunmaktadır. Euler açıları, kuaterniyonlar ve yön kosinüs (döndürme) matrisleri uydunun yönelimini ifade etmek için kullanılan yöntemlerdir. Her yöntemin farklı getiri ve götürüleri bulunmaktadır. Üç parametrelili yönelim gösterimi Euler açılarını içermektedir. Euler açılarının getirisi, verilen sendeleme, yunuslama ve sapma açıları için tek bir yönelimin tanımlanıyor olmasıdır. Ancak verilen bir yönelim için tek bir Euler açı kümesi bulunmamaktadır ve büyük açısal manveralar için tekillik problemi vardır. Yön kosinüs matrisleri kullanılarak gösterilen bir yönelim tek ve bütünsel olarak ifade edilebilmektedir. Bununla birlikte Euler açıları ile elde edilen yön kosinüs matrisinin dokuz elemanı da birçok trigonometrik işlev içermekte ve hesaplamalar açısından fazladan yük getirmektedir. Kuaterniyonlar hesaplamalarda sağladığı kolaylıktan ve tekillik problemi içermemesinden dolayı çoğunlukla yönelim gösteriminde tercih edilmektedir. Bu gösterimin götürüsü, bir yönelimin iki farklı kuaterniyon vektörü (q ve $-q$) ile ifade edilebilir olmasıdır. Yön kosinüs matrisleri kullanılarak ifade edilen bir yönelim için bu matrisin dokuz parametresinde bilinmesi gerekmektedir. Ancak kuaterniyonlar kullanıldığı zaman bilinmesi gereken parametre sayısı dördür.

Tez çalışması kapsamında Alçak İrtifa Dünya Yörünge uyduları ele alınmış, bu kapsamda ESEO uydusunun teknik verilerinden yararlanılarak benzetimler gerçekleştirilmiştir. Yönelim denetimi, doğrusal olmayan denetim yöntemleri olan Kuaterniyon Geribeslemeli Denetim, PD+ Denetim, Kuaterniyon Tabanlı Geriadımlı Denetim ve

Kayan Kipli Denetim kullanılarak sağlanmıştır. Doğrusal olmayan denetim yöntemlerinin kullanılmasının amacı, büyük açısız manevralar olduğu durumlarda doğrusal denetim yöntemlerinin gerekli yönelim başarımını sağlayamamasındandır. Bir başka deyişle doğrusallaştırma işlemi küçük açı değişimleri için yapılmaktadır. Benzetimlerde kullanılan yönelim denetim yöntemlerinden büyük açısız manevralar için yönelim denetimini sağlaması beklenmiştir. Benzetim sonuçları gürültüsüz ve gürültülü ortamlar için elde edilmiştir. İlk olarak benzetim sonuçları gürültüsüz ya da gürültünün bulunduğu durumda ele alınmış ve her bir denetim yöntemi için, denetim yöntemi parametrelerinin basamak tepkisi doğrultusunda kapalı döngü sistemini nasıl etkilediği incelenmiştir. Daha sonra ise gerekli tork başarım kısıtını sağlayan ($J_{\tau_a} \approx 2$) denetleç parametreleri seçilerek denetim yöntemlerinin gürültüsüz ve gürültülü ortamdaki takip başarımı incelenmiştir.

Genel olarak, benzetim yoluyla irdelenen bütün denetim yöntemleri basamak tepkisi (duruk yönelimden duruk yönetime geçiş) ve yönelim takip başarımı açısından oldukça iyi sonuçlar vermekle beraber, basamak tepkisi için en iyi sonucu kuaterniyon tabanlı geridaimlı denetim yöntemi vermiştir (Tablo 4.7). Tork kısıtları göz önünde bulundurulduğunda, gürültüsüz ve gürültülü ortamdaki yönelim takip başarımı için en iyi sonuç kayan kipli denetim yöntemi ile elde edilmiştir.

İlk olarak ele alınan kuaterniyon geribeslemeli denetim yöntemi basit yapısı ile ön plana çıkmaktadır. Bu basit yapısına rağmen iyi sonuçlar elde edilmiştir. İkinci olarak PD+ denetim yöntemi incelenmiştir. Bu yöntem ile elde edilen başarım sonuçları, kuaterniyon geribeslemeli denetim yöntemi ile elde edilen başarım sonuçlarına yakındır. PD+ denetim yönelim takip başarımı kapsamında, kuaterniyon geribeslemeli denetim yöntemine göre daha iyi sonuçlar verdiği görülmektedir (Tablo 4.8). Basamak tepkisi dikkate alındığında en iyi sonucu yukarıda da bahsedildiği üzere kuaterniyon tabanlı geridaimlı denetim yöntemi vermiştir. Bu yöntemin yönelim takip başarımı incelendiğinde, Bölüm 4.4'de bahsedilen yapısı gereği, denetleç parametrelerinde bir değişiklik olmamasına karşın üretilen tork değerleri diğer yöntemlerden daha fazladır ve bunun sonucunda tork kısıtı aşılmaktadır (Tablo 4.8). Bu sebepten dolayı yönelim takip durumunda diğer yöntemlerden daha iyi sonuç vermiştir. Bu dene-

tim yöntemi gerçek uygulamalarda kullanılırken bu durum göz önünde bulundurulmalıdır. Çünkü tork üreten cihazlar doygunluğa (saturation) ulaşabilirler. Son olarak ele alınan denetim yöntemi olan kayan kipli denetim ile hem basamak tepkisi başarımı hem de yönelim takip başarımı ile tatmin edici sonuçlar elde edilmiştir. Özellikle gürültülü ortam başarımı açısından oldukça gürbüz bir yapıya sahip olduğu görülmektedir. Kayan kipli denetimin doğası gereği, adım aralığının diğer yöntemlere göre çok daha küçük seçilmesi, bu denetim sisteminin olumsuz bir yönü olarak görülebilir.

Uydularda yönelim bilgisini ölçmek uydu yönelim denetim sistemine fazladan maliyet getirmektedir. Maliyetin sınırlı olduğu uydu projelerinde yönelimi direk ölçmek yerine, özyineli en küçük süzgeç (recursive least squares filter) ya da Kalman süzgeci gibi kestirim yöntemleri ile yönelimi belirleme yaklaşımı kullanılmaktadır. Bundan sonra yapılacak çalışmalar, bu tez çalışması kapsamında ele alınan denetim yöntemlerinin, yönelimin yukarıda bahsedilen kestirim yöntemleriyle belirlendiği durumda başarımlarının karşılaştırılması olabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Nasa. <http://earthobservatory.nasa.gov/Features/OrbitsCatalog/>.
- [2] Charles D. Brown. *Elements Of Spacecraft Design*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2002.
- [3] J. T.-Y. Wen and K. K. Delgado. The attitude control problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 10, pp. 1148-1162, 1991.
- [4] Marcel J. Sidi. *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*. Cambridge University Press, 1998.
- [5] Bong Wie. *Space Vehicle Dynamics and Control*. Amer Inst of Aeronautics, 1998.
- [6] S. P. Bhat and D. S. Bernstein. A topological obstruction to continuous global stabilization of rotational motion and unwinding phenomenon. *Systems and Control*, vol. 39, no. 1, pp. 63-70, 2000.
- [7] J. C. K. Chou. Quaternion kinematic and dynamic differential equations. *IEEE Transactions On Robotics And Automation*, vol. 8, no. 1, pp. 53-64, 1992.
- [8] N. A. Chaturvedi and A. K. Sanyal. Rigid-body attitude control. *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 31, no. 3, pp. 30-51, 2011.
- [9] B. Wie and P. M. Barba. Quaternion feedback for spacecraft large angle maneuvers. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 8, no. 3, pp. 360-365, 1985.
- [10] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, and H. Sira-Ramirez. *Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems: Mechanical, Electrical and Electomechanical Applications*. Series Communications and Control Engineering, London: Springer Verlag, 1998.
- [11] R. Kelly, V. Santibanez, and A. Loria. Control of robot manipulators in joint space. *Series Advanced textbooks in control engineering*, London: Springer Verlag.
- [12] B. Paden and R. Panja. Globally asymptotically stable pd+ controller for robot manipulators. *International Journal of Control*, vol. 47, no.6, pp.1697-712, 1988.
- [13] J. J.-E. Slotine and W. Li. On the adaptive control of robot manipulators. *International Journal of Robotics Research*, vol. 6, pp.49-59, 1987.

- [14] R. Kristiansen. Dynamic synchronization of spacecraft - modelling and coordinated control of leader-follower spacecraft formations. *PhD thesis, Department of Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway*, 2008.
- [15] R. Schlanbusch, A. Loria, R. Kristiansen, and P. J. Nicklasson. PD+ attitude control of rigid bodies with improved performance. *49th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 7069-7074, 2010.
- [16] R. Schlanbusch, A. Loria, R. Kristiansen, and P. J. Nicklasson. PD+ based output feedback attitude control of rigid bodies. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 8, pp. 2146-2152, 2011.
- [17] B. Wie, H. Weiss, and A. Arapostathis. Quaternion feedback regulator for spacecraft eigenaxis rotations. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 375-380, 1989.
- [18] A.G. Kelkar S. M. Joshi and J. T.-Y.Wen. Roboust attitude stabilization of spacecraft using nonlinear quaternion feedback. *IEEE Trans. Autom. Control*, vol.40, no.10, pp.1800-1803, 1995.
- [19] H.B. Jensen and R. Wisniewski. Quaternion feedback control for rigid-body spacecraft. *Proc. AIAA Guidance, Navigation Control Conf., Montreal, QC, Canada*, 2001.
- [20] M. Topland and J. T. Gravdahl. Nonlinear attitude control of microsatellite eseo. *International Astronautical Congression*, 2004.
- [21] J. Antonsen and P.J. Nicklasson R. Kristiansen. Attitude control for eseo satellite. *International Astronautical Congression*, 2005.
- [22] T. I. Fossen. Marine control systems. *Trondheim, Norway: Marine Cybernetics*, 2002.
- [23] R. Kristiansen, P. J. Nicklasson, and J. T. Gravdahl. Satellite attitude control by quaternion-based backstepping. *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 17 no. 1, pp. 227-232, 2009.
- [24] Y. P. Chen and S.C. Lo. Sliding-mode controller design for spacecraft attitude tracking maneuvers. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 4, pp. 1328-1333, 1993.
- [25] U. Jorgensen and J.T. Gravdahl. Observer based sliding mode attitude control - theoretical and experimental results. *Modeling, Identification and Control*, vol. 32, no. 3, pp. 113-121, 2011.
- [26] D. Gao and J. Lv. Sliding mode control for a satellite attitude tracking system. *IEEE 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*, pp. 1-4, 2008.
- [27] E. Abdulhamitbilal and E. M. Jafarov. Performances comparison of linear and sliding mode attitude controllers for flexible spacecraft with reaction wheels. *IEEE International Workshop on Variable Structure Systems*, pp. 351-358, 2006.

- [28] Vladimir A. and Chobotov. *Orbital Mechanics*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2002.
- [29] Haim Baruh. *Analytical Dynamics*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 1998.
- [30] J. C. K. Chou. Quaternion kinematic and dynamic differential equations. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 1, pp. 53-64, 1992.
- [31] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: Wiley, 1995.
- [32] S. N. Singh and W. Yim. Nonlinear adaptive backstepping design for spacecraft attitude control using solar radiation pressure. *IEEE Conf. Decision Control*, vol. 2, pp.1239-1244, 2002.
- [33] Vadim I. Utkin, Jurgen Guldner, and Jingxin Shi. *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. Taylor and Francis, 1999.
- [34] Vadim I. Utkin and Hao-Chi Chang. Sliding mode control on electromechanical systems. *Mathematical Problems in Engineering*, vol.8, no. 4, pp. 451-473, 2002.
- [35] Vadim I. Utkin. *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*. Imported Publications, 1978.
- [36] J. H. McDuffie and Y. B. Shtessel. Smooth sliding mode control for spacecraft attitude tracking maneuvers. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol.18, no 6, pp. 1345-1349, 1995.
- [37] J. H. McDuffie and Y. B. Shtessel. A decoupled sliding mode controller and observer for satellite attitude control. *Proceedings of the American Control Conference*, vol. 1, pp. 564-565, 1997.
- [38] C. Pukdeboon and A. S. I. Zinober. Optimal sliding mode controllers for attitude tracking of spacecraft. *IEEE International Conference on Control Applications*, pp. 1708-1713, 2009.
- [39] ESA. ESEO. http://www.esa.int/Education/ESEO_mission.

ÖZGEÇMİŞ

Kimlik Bilgileri

Adı Soyadı : Akın Yılmaz

Doğum Yeri : Erzurum

Medeni Hali : Evli

E-posta : aknylmz@gmail.com

Adresi : Konutkent-2 Sitesi, Çayyolu, Yenimahalle/ANKARA

Eğitim

Lise : Çankaya Atatürk Lisesi, Sıhhiye

Lisans : Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Başkent Üniversitesi

Yüksek Lisans : Elektrik ve Elektronik Mühendisliği, Hacettepe Üniversitesi

Doktora : -

Yabancı Dil ve Düzeyi

İngilizce, İyi

İş Deneyimi

Karel Elektronik A.Ş., Yazılım Mühendisi, 2010 - Halen
Başkent Üniversitesi, Araştırma Görevlisi, 2009 - 2010

Deneyim Alanları

Denetim Sistemleri, Gömülü Yazılım

Tezden Üretilmiş Projeler ve Bütçesi

-

Tezden Üretilmiş Yayınlar

-

Tezden Üretilmiş Tebliğ ve/veya Poster Sunumu ile Katıldığı Toplantılar

-