



T.C.

NIĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI



İKİ PARÇALI UZAYA GÖMÜLÜ ÜÇ BOYUTLU CİSİMLERE İLİŞKİN
TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN BORN YAKLAŞIMI TABANLI
VE KONTRAST KAYNAK TABANLI YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ

RIZA ERHAN AKDOĞAN

Haziran 2020

T.C.
NİĞDE ÖMER HALİSDEMİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

İKİ PARÇALI UZAYA GÖMÜLÜ ÜÇ BOYUTLU CİSİMLERE İLİŞKİN
TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN BORN YAKLAŞIMI TABANLI
VE KONTRAST KAYNAK TABANLI YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ

RIZA ERHAN AKDOĞAN

Yüksek Lisans Tezi

Danışman

Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU

Haziran 2020

Rıza Erhan AKDOĞAN tarafından **Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU** danışmanlığında hazırlanan **“İKİ PARÇALI UZAYA GÖMÜLÜ ÜÇ BOYUTLU CİSİMLERE İLİŞKİN TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN BORN YAKLAŞIMI TABANLI VE KONTRAST KAYNAK TABANLI YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ”** adlı bu çalışma jürimiz tarafından Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Elektrik Elektronik Mühendisliği** Anabilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Adnan GÖRÜR, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Üye : Prof. Dr. Ömer Galip SARAÇOĞLU, Erciyes Üniversitesi

Üye : Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU, Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

ONAY:

Bu tez, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca belirlenmiş olan yukarıdaki jüri üyeleri tarafından/...../20.... tarihinde uygun görülmüş ve Enstitü Yönetim Kurulu’nun/...../20.... tarih ve sayılı kararıyla kabul edilmiştir.

...../...../20...

Prof. Dr. Murat BARUT

MÜDÜR

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin bilimsel ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Rıza Erhan AKDOĞAN

ÖZET

İKİ PARÇALI UZAYA GÖMÜLÜ ÜÇ BOYUTLU CİSİMLERE İLİŞKİN TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN BORN YAKLAŞIMI TABANLI VE KONTRAST KAYNAK TABANLI YÖNTEMLERLE ÇÖZÜMÜ

AKDOĞAN, Rıza Erhan

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Yasemin Altuncu

Haziran 2020, 86 sayfa

Yapılan tez çalışmasında iki parçalı uzaya gömülü üç boyutlu cisimlerin elektromanyetik ve geometrik özelliklerinin belirlenmesine yönelik ters elektromanyetik saçılma problemi ele alınmıştır. Problemin çözümü için, Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler olan DBIM, VBIM, bunların alt uzay tabanlı versiyonları olan SDBIM ve SVBIM ile kontrast kaynak tabanlı yöntemler olan CSI ve bunun genişletilmiş versiyonu olan ECSI yöntemleri ayrı ayrı uygulanmış ve performans açısından karşılaştırılmıştır. SDBIM ve SVBIM yöntemlerinin tabaklı ortamlara gömülü ve üç boyutlu cisimlere ilişkin ters saçılma problemlerine uygulanmasını içeren bir çalışma literatürde mevcut değildir. Ayrıca ele alınan Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerin çözüm algoritmalarına en iyi uyum (best fit) olarak adlandırılan ve tez çalışmasında geliştirilen bir iyileştirme önerilmiştir. Sunulan sayısal sonuçlar ile önerilen iyileştirmenin katkısı ortaya koyulmuştur. Farklı geometrik ve dielektrik senaryolar için sayısal sonuçlar verilerek yöntemlerin yeniden yapılandırma (reconstruction) başarıları karşılaştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: saçılma, düz saçılma problemi, ters saçılma problemi, BIM, DBIM, VBIM, Best Fit DBIM (BFDBIM), Best Fit VBIM (BFVBIM), Subspace based VBIM, Subspace based DBIM, CSI, ECSI

SUMMARY

SOLUTION OF INVERSE SCATTERING PROBLEMS RELATED TO THREE DIMENSIONAL OBJECTS BURIED INTO TWO HALF-SPACE MEDIA VIA BORN APPROXIMATION AND CONTRAST SOURCE BASED METHODS

AKDOĞAN, Rıza Erhan

Niğde Ömer Halisdemir University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Electrical and Electronics Engineering

Supervisor : Associate Professor. Yasemin Altuncu

June 2020, 86 pages

In the thesis study, the problem of inverse electromagnetic scattering to determine the dielectric and geometric properties of three-dimensional objects embedded in two-part space media has been discussed. For the solution of the problem, Born approach-based methods DBIM, VBIM, their subspace-based versions SDBIM and SVBIM, and contrast source-based methods CSI and its extended version, ECSI methods have been applied separately and compared in terms of their performance. A study involving the application of SDBIM and SVBIM methods to inverse scattering problems embedded in stratified media and three dimensional objects has not been found in the literature. In addition a developer, called best-fit, that provides an improvement in Born-based algorithms has also been proposed in this study. The numerical results presented and the contribution of the proposed improvement have been revealed. Numerical results are given for different geometric and dielectric scenarios, and the reconstruction successes of the proposed methods are compared.

Keywords: Scattering, direct scattering problem, inverse scattering problem, BIM, DBIM, VBIM, Best Fit DBIM (BFDBIM), Best Fit VBIM (BFVBIM), Subspace based VBIM, Subspace based DBIM, CSI, ECSI

ÖNSÖZ

Tez çalışması süresince bilgi birikimi ve tecrübesiyle hem teknik konularda hem de ilgili kaynaklara yönlendirme konusunda tavsiyeleriyle hiçbir desteğini esirgemeyen Doç. Dr. Yasemin ALTUNCU'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümü'ndeki kıymetli bazı bilim insanlarının bu tez süresince manevi destekleri oldu; kendilerine teşekkür ederim: Prof. Dr. Adnan GÖRÜR, Arş. Gör. Tülün DURUKAN, Arş. Gör. Engin DOĞAN.

Son olarak maddi ve manevi her zaman yanımda olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
SİMGE VE KISALTMALAR	xi
BÖLÜM I GİRİŞ	1
BÖLÜM II DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ	7
2.1 Elektrik Alan İntegral Denklemi	7
2.2 Zemin Uzayı Alanı	12
2.3 Diyadik Green Fonksiyonu	15
2.3.1 Zemin uzayı Green fonksiyonun türetilmesi	16
2.4 Elektrik alan integral denkleminin moment yöntemi (MoM) ile çözümü	31
BÖLÜM III ELEKTROMANYETİK TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ	35
3.1 Born Yaklaşımı Tabanlı Yöntemler	38
3.1.1 Bozulmuş born iteratif yöntem (DBIM)	41
3.1.2 Varyasyonel born iteratif yöntem (VBIM)	44
3.1.3 Best fit (BF) algoritmasının DBIM ve VBIM için uygulanması	45
3.1.3.1 En iyi bozulmuş born iteratif yöntem (BFDBIM)	47
3.1.3.2 En iyi varyasyonel born iteratif yöntem (BFVBIM)	48
3.1.4 Altuzay optimizasyon yönteminin DBIM ve VBIM uygulaması	48
3.1.4.1 Alt uzay tabanlı bozulmuş born iteratif yöntemi (SDBIM)	49
3.1.4.2 Alt uzay tabanlı varyasyonel born iteratif yöntem (SVBIM)	51
3.2 Kontrast Kaynak Tabanlı Yöntemler	52
3.2.1 Kontrast kaynak inversiyon yöntemi (CSI)	53
3.2.2 Genişletilmiş kontrast kaynak inversiyonu yöntemi (ECSI)	57
BÖLÜM IV SAYISAL SONUÇLAR	61
BÖLÜM V SONUÇLAR	75
KAYNAKLAR	78
ÖZGEÇMİŞ	84
TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER	85

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerin simülasyon süreleri	63
Çizelge 4.2. Kontrast kaynak tabanlı yöntemlerin simülasyon süreleri	64
Çizelge 4.3. SVBIM ve ECSI yönteminin simülasyon süreleri.....	67
Çizelge 4.4. BFDBIM ve ECSI yönteminin simülasyon süreleri	69
Çizelge 4.5. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden VBIM, SDBIM ve kontrast kaynak tabanlı yöntemlerden CSI'a ait simülasyon süreleri	71



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Düz saçılma problem geometrisi	8
Şekil 2.2. Yarı uzay probleminde gelen alan	12
Şekil 2.3. Yarı uzay probleminde yansıyan alan (a) ve iletilen alan (b) tanımlanması ..	14
Şekil 2.4. α kutuplu bir noktasal kaynağın yarı uzay sınırından yansıması ve iletilmesi	17
Şekil 2.5. Ayırıklaştırılmış gömülü cisim geometrisi	32
Şekil 3.1. Ters saçılma problem geometrisi.....	36
Şekil 3.2. Gözlem noktalarının konumlarına göre problem geometrileri; gözlem noktaları cisim ile aynı uzayda (a) ve gözlem noktaları cisim ile farklı uzayda (b)	46
Şekil 3.3. Yeniden yapılandırma bölgesi aydınlatılmasında kullanılan gelen elektrik alanın sayısı ve geliş açısına göre problem geometrileri; az sayıda ve dar açı ile gelen alan geometrisi (a) ve çok sayıda ve geniş açı ile gelen alan geometrisi (b)	46
Şekil 4.1. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisi.....	62
Şekil 4.2. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) DBIM (a), BFDBIM (b), SDBIM (c), VBIM (d), BFVBIM (e) ve SVBIM (f) gösterimi.....	62
Şekil 4.3. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu (2B) $z=-0.7$ m de dilimlenmiş DBIM (a), BFDBIM (b), SDBIM (c), VBIM (d), BFVBIM (e) ve SVBIM (f) gösterimi	63
Şekil 4.4. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	64
Şekil 4.5. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.7$ m de dilimlenmiş CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	64
Şekil 4.6. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisi	65
Şekil 4.7. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde yüksek kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	66

Şekil 4.8. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde yüksek kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	66
Şekil 4.9. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde düşük kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	66
Şekil 4.10. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde düşük kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi...	67
Şekil 4.11. Kompleks parametreye ve farklı dielektrik katsayısına sahip iki küp problem geometrisi	68
Şekil 4.12. Kompleks parametreye sahip iki küp problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) BFDBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi	69
Şekil 4.13. Kompleks parametreye sahip iki küp problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu (2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş BFDBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	69
Şekil 4.14. Kompleks parametreye ve farklı dielektrik katsayısına sahip iki küp problem geometrisi.....	70
Şekil 4.15. Kompleks parametreye sahip altı silindir problem geometrisinde öz iletkenlik değerinin üç boyutlu (3B) VBIM (a), SDBIM (b) ve CSI (c) gösterimi	71
Şekil 4.16. Kompleks parametreye sahip altı silindir problem geometrisinde öz iletkenlik değerinin iki boyutlu (2B) VBIM (a), SDBIM (b) ve CSI (c) gösterimi	71
Şekil 4.17. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata DBIM (a) ve VBIM (b) gösterimi.....	72
Şekil 4.18. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata BFDBIM (a) ve BFVBIM (b) gösterimi.....	73
Şekil 4.19. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata SDBIM (a) ve SVBIM (b) gösterimi	73
Şekil 4.20. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi.....	74

SİMGE VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklama
E	Toplam elektrik alan $\frac{V}{m}$
E^b	Zemin uzayı elektrik alanı $\frac{V}{m}$
E^s	Saçılan elektrik alan $\frac{V}{m}$
E^i	Yarı uzayda üst uzayda gelen elektrik alan $\frac{V}{m}$
E^r	Yarı uzayda yansıyan elektrik alan $\frac{V}{m}$
E^t	Yarı uzayda iletilen elektrik alan $\frac{V}{m}$
δE^s	Fark saçılan elektrik alan $\frac{V}{m}$
ε	Uzayın elektriksel geçirgenliği $\frac{F}{m}$
ε_r	Uzayın bağıl elektriksel geçirgenlik sabiti
σ	İletkenlik $\frac{S}{m}$
μ	Uzayın manyetik geçirgenliği $\frac{H}{m}$
μ_r	Uzayın bağıl manyetik geçirgenlik sabiti
ω	Açısal frekans $\frac{rad}{sn}$
k	Kompleks dalga sayısı
$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$	Skaler Green fonksiyonu
$\bar{\bar{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$	Diyadik Green fonksiyonu
$\bar{\bar{G}}_s$	Yeniden yapılandırma bölgesi ve gözlem noktaları arası diyadik Green fonksiyonu
$\bar{\bar{G}}_D$	Yeniden yapılandırma bölgesi ve yeniden yapılandırma bölgesi arası diyadik Green fonksiyonu
χ	Cisim fonksiyonu
$\delta\chi$	Fark cisim fonksiyonu
J	Akım yoğunluğu

δJ	Fark akım yoğunluğu
D	Yer deęiřtirme vektörü
A	Vektör potansiyeli
Φ	Skaler potansiyeli
I	Birim matris
r	Konum vektörü
Γ	Yansıma katsayısı
τ	İletim katsayısı
δ	Dirac delta fonksiyonu
$\hat{\rho}$	Kompleks kutuplu TM kutubu
$\hat{s}$	Kompleks kutuplu TE kutubu
F	Maliyet fonksiyonu
F_D	Veri denklemi hata fonksiyonu
$\ \cdot\ $	İlgili bölgesdeki L_2 normu
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	İlgili bölgesdeki iç çarpım fonksiyonu
d_n	Kontrast güncelleme yönü
$v_{j,n}$	j kaynağına ait güncelleme yönü
$g_{j,n}$	maliyet fonksiyonun kontrast kaynağına göre değişimi
$\rho_{j,n}$	Veri denklemi hata fonksiyonu
$r_{j,n}$	Durum denklemi hata fonksiyonu

Kısaltmalar

BA	Born Yaklaşıklığı (Born Approximation)
RA	Rythov Yaklaşıklığı (Rythov Approximation)
CG	Eşlenik Gradyan (Conjugate Gradient)
MCG	Modifiye Eşlenik Gradyan (Modified Conjugate Gradient)
PCG	Önceden Kořullanmıř CG (Preconditioned Conjugate Gradient)
BIM	Born İteratif Yöntemi (Born Iterative Method)
DBIM	Bozulmuş Born İteratif Yöntem (Distorted Born Iterative Method)
VBIM	Varyasyonel Born İteratif Yöntem (Variational Born Iterative Method)

SOM	Alt Uzay Optimizasyon Yöntemi (Subspace Optimization Method)
PV	Ana değer (Principle Value-PV)
CSI	Kontrast Kaynak İncersiyonu (Contrast Source Inversion)
ECSI	Genişletilmiş Kontrast Kaynak İncersiyonu (Extended Contrast Source Inversion)
BOA	Gömülü Cisim Yaklaşımı (Buried Object Approximation)
SVD	Tekil Değer Ayrıştırması (Singular Value Decomposition)
TE	Enine Elektrik Alan (Transverse Electric)
TM	Enine Manyetik Alan (Transverse Magnetic)
FEM	Sonlu Eleman Yöntemi (Finite Element Method)
MoM	Moment Yöntemi (Method of Moment)
FDTD	Zamanda Sonlu farklar (Finite Difference Time Domain)
EFIE	Elektrik Alan İntegral Denklemi (Electric Field Integral Equation)
MPIE	Potansiyel İntegral Denklemi (Mixed Potential Integral Equation)
DE	Veri Denklemi (Data Equation)
SE	Durum Denklemi (State Equation)

BÖLÜM I

GİRİŞ

Elektromanyetik saçılma, atomik fizikten medikal görüntülemeye, yer bilimlerinden uzaktan algılamaya pek çok farklı disiplinde uygulamaya sahip disiplinler arası bir araştırma alanıdır. Zamana göre harmonik bir elektromanyetik dalga, reel değerli dielektrik geçirgenlik ve manyetik geçirgenlik katsayısı ile karakterize edilen homojen, kayıpsız, izotropik bir ortamda zayıflamaksızın sonsuza kadar yayılır. Fakat dielektrik veya manyetik parametreleri farklı bir nesne veya bölge ile karşılaşır, dalganın yayılım biçimi değişir ve dalga saçılır. Saçılma teorisinin nihai amacı, elektromanyetik dalga yayılımındaki bu değişimi nicel olarak analiz etmektir (Kristensson, 2016).

Elektromanyetik saçılma problemleri düz ve ters saçılma problemleri olmak üzere iki kategoriye ayrılır. Düz saçılma problemleri, elektromanyetik özellikleri belirli olan bir ortamda bulunan, elektromanyetik özelliklerinin yanısıra geometrik özellikleri de bilinen saçıcıların elektromanyetik dalga yayılımı üzerindeki etkilerini inceler. Buna karşın bir ters saçılma problemi, bilinen bir elektromanyetik dalga kaynağı ile aydınlatılan bir bölgede bulunan cisimlerden saçılan alan verisini kullanarak bu cisimlerin elektromanyetik ve geometrik özelliklerinin tespit edilmesini amaçlar. Bir ters saçılma probleminin zorluk derecesi, saçıcı özelliklerinin yanısıra saçıcının bulunduğu ortamın özellikleri ile de doğrudan ilişkilidir. Örneğin kayıpsız, homojen ve doğrusal bir ortamda bulunan zayıf saçıcılığa sahip bir cismin özelliklerini tespit etmek ile homojen olmayan örneğin, tabakalı bir ortamda yer alan bir cismin özelliklerini tespit etmek arasında problemin zorluk derecesi bakımından dramatik bir fark vardır. Birinci problemde özellikleri belirlenmeye çalışılan saçıcının etrafında dolanılarak her yönden aydınlatılabilme ve saçılan alanların her yönden ölçülebilme imkânı varken ikinci problemde hem uyarma hem de ölçüm yalnızca üst tabakada yapılabilmektedir. Böyle bir durumda ölçüm verilerindeki yetersizlik veya küçük hatalar ters problemin çözümünde belirsizlik ve büyük hatalara yol açabilmektedir. Bu tür problemler kötü kurulmuş (ill-posed) problemler olarak adlandırılır ve ters saçılma problemleri çoğunlukla bu sınıfa girerler. Bir problemin iyi kurulmuş (well-posed) olması için,

1. probleme ait çözümün var olması,
2. çözümün tek olması,

3.çözümün giriş değişkenlerine bağlı olması

şartlarının sağlanması gerekir (Hadamard, 1923). Ters saçılma problemleri yapısı gereği doğrusal değildir ve birden fazla çözümü olabilir. Bu problemler Born Yaklaşımı (Born Approximation-BA) ve Rythov yaklaşımı (Rythov Approximation-RA) yaklaşımı gibi yöntemler ile doğrusal hale getirilebilir. Born Yaklaşımı düşük frekanslarda iyi sonuç verirken RA yüksek frekanslarda daha iyi sonuçlar vermektedir (Zaipin ve Yerong, 1998). Bu yaklaşık çözümler Born İteratif Yöntemi (Born Iterative Method - BIM), Bozulmuş Born İteratif Yöntemi (Distorted Born Iterative Method - DBIM) ve Varyasyonel Born İteratif Yöntemi (Variational Born Iterative Method – VBIM) gibi ters saçılma algoritmalarının ortaya çıkmasına zemin hazırlamıştır.

BIM cisim ile içinde bulunduğu ortam arasındaki kontrastın az olduğu bir başka deyişle saçıcılığın düşük olduğu durumlarda iyi sonuç vermektedir. Chew ve Wang (1990) yaptıkları çalışmada DBIM'i tanıtmışlar ve bu yöntemin BIM'e göre daha hızlı yakınsamasına rağmen gürültülü senaryoda BIM'in daha iyi sonuç verdiğini ortaya koymuşlardır. Li ve arkadaşları, DBIM ve BIM'i tabakalı ortamda gömülü üç boyutlu cisim geometrisi için uygulamışlardır (Li vd., 2004).

Altuncu, 2008'de engebeli ara yüzeyli yarı uzaya gömülü cisimlere ilişkin ters saçılma problemi DBIM kullanılarak çözmüştür. Bu çalışmada ara yüzeyin engebeli olmasının çözüme etkisi gömülü cisim yaklaşımı (Buried Object Approach - BOA) adı verilen bir yaklaşımla hesaba katılmıştır. BOA yaklaşımı ara yüzeyin düzgün olmayan engebeli kısımlarının her birinin bulunduğu yarı uzaya gömülü cisimler olduğu varsayımına dayanmaktadır (Altuncu vd., 2007; Altuncu vd., 2007; Yıldız vd., 2008). Bir başka çalışmada DBIM, çoklu frekans tekniği kullanılarak analiz edilmiş ve Mikrodalga Görüntüleme Tekniği (Microwave Imaging - MWI) adıyla öne sürülmüştür.

DBIM, BIM'in eksik kaldığı noktalar için öne sürülmüş olsa da işlem yükü fazladır. Feng ve Zaiping işlem yükünü azaltan varyasyonel prensiplere dayanan VBIM yöntemini geliştirmişlerdir (Feng ve Zaiping, 2000). Aynı yıl bir başka çalışmada DBIM ve VBIM yöntemlerinin birlikte kullanıldığı hibrit bir yöntem öne sürülmüştür. Bu çalışmada hızlı yakınsama özelliği ile ilk iterasyonlarda DBIM diğer iterasyonlarda VBIM yöntemi kullanılmıştır (Zaiping vd., 2000). Düzgün olmayan ara yüzeye sahip ters saçılma probleminde VBIM için uygulanmıştır (Durukan vd., 2018).

BIM, DBIM ve VBIM'e göre saçılan alan verisindeki gürültünün yüksek olması durumlarında daha iyi sonuç vermektedir. Alt Uzay Optimizasyon Yöntemi (Subspace Optimization Method - SOM) Chen tarafından 2009 yılında Sinyal Alt Uzay Yöntemi (Signal-Subspace Method) olarak Çoklu Sinyal Sınıflandırması (Multiple Signal Classification - MUSIC) tabanlı yöntemde uygulanmıştır. Bu çalışmada dönüştürme (mapping) operatörü olarak tanımlanan diyadik Green fonksiyonu Tekil Değer Ayırıştırması (Singular Value Decomposition - SVD) ile alt uzaylarına çözümlenir ve bu alt uzaylarda diyadik Green fonksiyonunun tekil değerler matrisi elde edilir. Elde edilen bu tekil değerler indüklenmiş akım yoğunluğunun çözüm uzayları olarak kullanılır. Her iterasyonda belirli miktarda alt uzay çözümünden akım yoğunluğu güncellenir. İlgili çalışmada yöntemin 10dB beyaz Gausiyen gürültüye (white Gaussian noise) kadar, hızlı yakınsadığı ve yeniden yapılandırılması zor olan şekiller için verimli sonuç verdiği gözlemlenmiştir (Chen, 2009). Aynı yıl Pan ve arkadaşları TE dalga ile aydınlatılmış iki boyutlu problem için SOM uygulamış ve Chen'nin çalışmasında elde edilen sonuçlarını destekleyen sonuçlar elde etmişlerdir (Pan vd., 2009). Başka bir çalışmada dönüştürme operatörünün tekil değerlerinin seçilmesinde kullanılan L sayısının belirlenmesi üzerine çalışma gerçekleştirilmiştir. Bu parametrenin seçiminin sonucun yakınsaklık durumunu etkilediğini ve uygun bir değer seçilmesi gerektiğini ortaya koymuşlardır (Ye ve Chen, 2009). Bu çalışmadan bir yıl sonra Zhong ve arkadaşları SOM çalışmasını üç boyutlu cisime ait ters saçılma problemi için kullanmışlar ve L parametresinin önemine vurgu yapmışlardır (Zhong vd., 2010). SOM uygulamasını Chen ve arkadaşları Çarpımsal Regüleli (Multicaptive Regularized) SOM (MR-SOM) yöntemi ile yeniden yapılandırma bölgesi içerisinde var olan cisimlere ait sınırların bulunabileceğini göstermişlerdir (Chen vd., 2015). SOM yöntemi 2017 yılında Ye ve Chen tarafından DBIM için ve 2019 yılında Liu ve Nie tarafından VBIM için uyarlanmıştır. Bu iki çalışma ile alt uzay yaklaşımının born tabanlı yöntemlere de uygulanabileceği gösterilmiştir (Ye ve Chen, 2017; Liu ve Nie, 2019).

Kontrast Kaynak İnversiyonu (Contrast Source Inversion - CSI) yönteminde de alt uzay tabanlı yöntemlere benzer şekilde indüklenmiş akım yoğunluğu bulunur. CSI yönteminde indüklenmiş akım yoğunluğu kontrast kaynak olarak adlandırılır ve SOM'da olduğu gibi öncelikle akım yoğunluğunun güncellenmesi yapılır ve daha sonra cisim fonksiyonu elde edilir. Bu yöntem 1997 yılında Van den Berg tarafından öne sürülmüştür (Berg, 1997). Bu yöntemde, cisim fonksiyonu ile toplam alanın çarpımına eşit olan kontrast kaynak ve

cisim fonksiyonunun kendisi eşlenik gradyan (Conjugate-Gradyan-CG) yöntemi kullanılarak her iterasyonda güncellenmektedir. Bu çalışmada tek frekans kullanılmıştır (Berg ve Kleinman, 1997). CSI yönteminin tek frekansta göstermiş olduğu başarıyı bu çalışmadan bir yıl sonra Haak ve Berg çoklu frekans değeri için denemişler ve aynı başarıyı gösterdiğini ortaya koymuşlardır (Haak vd., 1998). Van den Berg ve arkadaşları, klasik CSI'dan farklı olarak Önkoşullu Eşlenik Gradyan (Preconditioned Conjugate Gradient-PCG) kullanarak gömülü cisim için genişletilmiş CSI (Extended Contrast Source Inversion-ECSI) uygulayıp başarılı bir sonuç elde etmişlerdir. (Berg vd., 1999). Berg ve Abubakar CSI'da regularizasyon ve çarpımsal sınırlama (Multicaptive Constraint-MC) konuları üzerine çalışmalar gerçekleştirmişler. Bu çalışmalara ek olarak sınır koruma (Edge Preserving-EP) yöntemlerini uygulamışlar. Bu çalışma ile cisimlere ait sınırların CSI ile bulunabileceğini göstermişler (Berg ve Abubakar, 2001). Çoklu frekans için yapılan bir çalışmada Zakaria ve Vetri tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada Fresnel Enstitüsüne ait Myster verisi kullanılmış olup Helmholtz denkleminin ayrıştırılması Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method - FEM) ile yapılmış olup adını FEM-CSI olarak tanımlamışlardır (Zakaria vd., 2012). Yan ve arkadaşları CSI yöntemini boş uzayda bulunan kübik cisim için gerçekleştirmişler. Bu çalışmada alıcı ve verici konumları cismin üst uzay tarafında yüzeysel olarak düzenlenmiş olup CSI yöntemi Değiştirilmiş Eşlenik Gradyan (Modified Conjugate Gradient - MCG) yöntemine benzer bir yöntem olduğunun vurgusu yapılmıştır (Yan vd., 2015). CSI, 2016 yılında Wang ve arkadaşları tarafından DBIM ile kıyaslanmıştır. CSI'da DBIM de olduğu gibi başlangıç yaklaşımı kullanılmayıp başarılı sonuçlar elde edildiği vurgulanmıştır (Wang vd., 2016).

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde daha çok iki boyutlu problemlerin çözümüne rastlanmaktadır (Caorsi, 1993; Li vd.,2009; Zheng vd., 2016). Ayrıca yarı uzay ve tabakalı geometriye sahip saçılma problemlerinde düzgün ara yüzeye sahip problemler tercih edilmektedir. Fakat gerçek hayat problemlerine yakın çalışmalar üç boyutlu cisimlere ait saçılma problemleridir. Hava-deniz yarı uzay problemi göz önüne alındığında ara yüzeyin düzgün olmadığı görülmektedir. Tabakalı ortamları ayıran ara yüzeylerin düzgün olmaması problemi hem teorik hem de işlem yükü bakımından karmaşık hale getirmektedir. Bu nedenle, az sayıda çalışma (Jandhyala vd., 1998; Altuncu, 2015, Durukan, 2018) dışında çoğunlukla ara yüzeyin düzgün olduğu problemler ele alınmıştır.

Elektromanyetik saçılma problemleri kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerini içerir. Kısmi diferansiyel denklemlerin çözümlerinde Moment Yöntemi (Method of Moment - MoM), Zamanda Sonlu Farklar (Finite Difference Time Domain - FDTD), sonlu eleman yöntemi (Finite Element Method-FEM) kullanılır. FDTD ile üç boyutlu cisim modellemesi, birçok malzemenin frekans bağımlı parametrelerin oluşturulması, saçılan alanlar ve anten paternleri analizleri yapılır (Kunz ve Luebbers, 1993). Saçılma problemlerinde gömülü cisim problemlerinde FDTD kullanılarak çözüm yapılmıştır (Kuang ve Jin, 2005; Li vd., 2005; Chungang vd., 2016). FEM ile elektromanyetik problemlerin frekans domaininde analizleri, keyfi şekiller ve kompleks yapıya sahip cisimlere ait saçılma problemlerinde kullanılmıştır (Volakis vd., 1998). Ayrıca FEM uygulamalarında hibrit versiyonları sonlu eleman sınır integrali (finite element boundary integral), sonlu eleman mod eşleştirme (finite element mode matching) vb. uygulamaları yapılmıştır. MoM ise Harrington (1968) tarafından öne sürülmüştür. MoM uygulamasında yarı uzay problemleri veya tabakalı problemlerin kompleks geometrisi küçük hacimlere bölünür. Bu küçük hacimlerin etkileri ayrı ayrı hesaplanır ve her bir hacmin etkisinin süperpozisyonuyla toplam sonuç hesaplanır. MoM yöntemini sınırlandıran noktalardan biri dalga boyuna bağlılığıdır. Harrington (1968) çalışmasında ardışık hacimlerin merkezleri arasındaki mesafe dalga boyunun onda birinden küçük olması gerektiğini vurgulanmıştır. Bu durum hesaplama maliyetine sebep olmaktadır.

Kompleks geometriye sahip yarı uzay veya tabakalı uzayda gömülü üç boyutlu cisimlere ait saçılan alan problemlerinin analizinde genel olarak MoM tercih edilmektedir (Rao vd., 1982; Cui vd., 2001). Üç boyutlu problemlerde karma potansiyel elektrik alan denklemi (Mixed Potential Integral Equation - MPIE) ve elektrik alan integral denklemleri (Electric Field Integral Equation - EFIE) kullanılarak hesap yapılmaktadır. MPIE potansiyel denklemlerine ait Green fonksiyonunu ve EFIE potansiyel denklemlerine ait Green fonksiyonunun türevlerini içermektedir (Altuncu, 2012). EFIE yarı uzayda veya tabakalı problemlerde gömülü homojen veya homojen olmayan cisim problemlerinde MoM kullanımı etkin sonuç verdiği görülmüştür (Gibson, 2008).

Bu tez çalışmasında yarı uzayda gömülü üç boyutlu cisimlere ait ters saçılma problemleri konu alınmıştır. Yarı uzayda gömülü üç boyutlu cisim geometrisi gerçek cisimlere ait ters saçılma problemine yakın çalışma alanlarından biridir. Bu probleme ait ters saçılma problemi analiz edilebilmesi için saçılan alan verisine ihtiyaç vardır. Saçılan alan verisi

sentetik olarak düz problemin analizi ile gerçekleştirilmiştir. Bölüm II’de yarı uzay geometrisinde herhangi bir cisim yok iken yarı uzay probleminde üst uzayda konumlandırılmış bir elektromanyetik kaynağın yarı uzayda oluşturacağı zemin alanı tanımlanmıştır. Yarı uzay geometrisi için sayısal yöntemlerden MoM tercih edilmiştir. MoM ile küçük hacimlere bölünen cisim/cisimlerin elektromanyetik dalga tarafından aydınlatıldığında küçük hacimlerde oluşan değişimler skaler Green ve diyadik Green fonksiyonuyla hesaplanmıştır. Skaler Green ve diyadik Green fonksiyonları spektral formda hesaplanmıştır. Bu hesaplamalardan sonra MoM yönteminin açıklamasına yer verilmiştir. Bölüm III’te ters saçılma probleminden DBIM, VBIM, Best Fit DBIM (BFDBIM), Best Fit VBIM (BFVBIM), Alt uzay tabanlı DBIM (Subspace based DBIM), Alt uzay tabanlı VBIM (Subspace based VBIM), CSI ve ECSI yöntemlerinin anlatımlarına yer verilmiştir. BFDBIM ve BFVBIM klasik DBIM ve VBIM’in yeniden yapılandırma bölgesi birden fazla açıyla aydınlatılması durumunda uygulanmaktadır. BFDBIM ve BFVBIM, her ara yüzeye geliş açısına ait aydınlatma kaynağının belirlenen hata değerine göre en iyi sonucunun kayıt edilmesi ve bu sonuçların ortalamasının alınmasıyla yeniden yapılandırma bölgesinin elektriksel özelliklerinin elde edildiği bir yöntemdir. Bu yöntemler VBIM ve DBIM’in ters problemin uygulanmasında tarafımdan farklı bir bakış açısı sunulmuştur. Bölüm IV’te bir önceki bölümde çalışması yapılmış ters problemlere ait yöntemlerin performans karşılaştırmaları yapılmıştır. Son olarak Bölüm V’te ters saçılma problemi yöntemlerinin sonuçlarının karşılaştırılması yapılmıştır. Bu tez kapsamında hem düz saçılma problemi hem de ters saçılma problemi için elde edilen sayısal formüller için harmonik zaman faktörü $e^{-j\omega t}$ olarak kabul edilmiştir. Bu formüllerde vektör ifadeler kalın (Bold) yazılmış olup Diyadik form ifadesi üstünde iki çizgi ile tanımlanmıştır.

BÖLÜM II

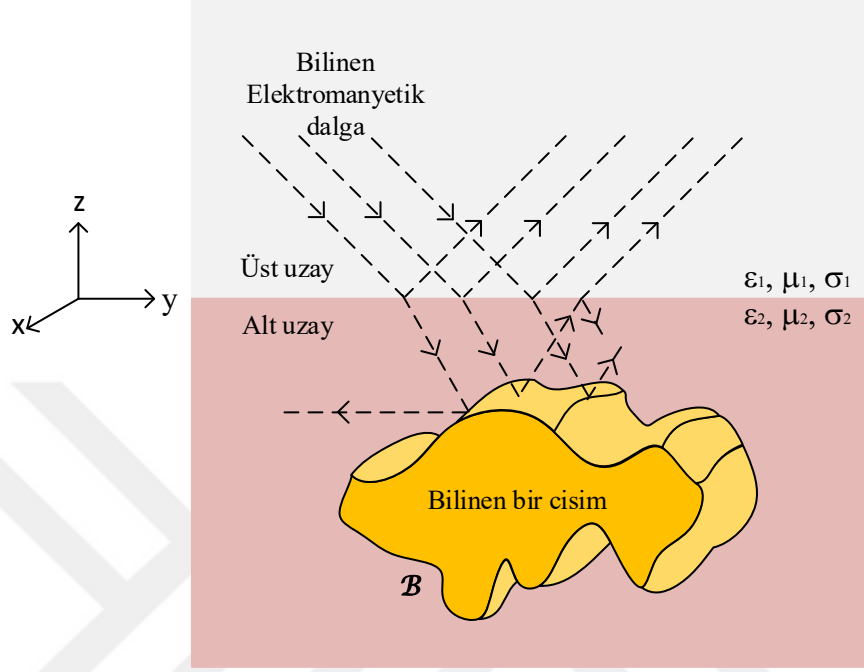
DÜZ SAÇILMA PROBLEMİ

Tabakalı ortamlara gömülü cisimlere ilişkin elektromanyetik saçılma problemleri, askeri alanda yer altına gömülü mayınların ve tünellerin tespiti, arkeolojide tarihi eser ve kalıntıların tespiti, yerbilimleri alanında yer altı kaynaklarının ve fay hatlarının tespiti ve tıpta insan vücudunun iç yapısının incelenmesi ve tümörlerin tespiti gibi örnekleri çoğaltılabilecek ve gerçek hayatta doğrudan karşılığı bulunan farklı disiplinde pek çok uygulama alanına sahiptir. Burada sözü edilen uygulamalar birer ters elektromanyetik saçılma problemi oluştursa da bunlara ilişkin düz saçılma problemlerinin analizi, problemlerin doğasının daha iyi anlaşılabilmesi ve ters problem çözümü için uygun frekans, uyarma biçimi ve algoritma seçimi gibi pek çok konuda yol gösterici olması bakımından büyük önem arz etmektedir. Kaldı ki, ters saçılma algoritmaları çoğunlukla iteratiftir ve her iterasyon adımı düz saçılma probleminin çözümünü gerektirir. Daha kesin bir ifadeyle düz problemin çözümü, buna karşılık gelen ters saçılma problemi çözebilmek için bir ön koşuldur ve düz saçılma probleminin çözümünü anlamadan ters saçılma probleminin çözümünü anlamak mümkün değildir.

2.1 Elektrik Alan İntegral Denklemi

Bu tez çalışmasında ele alınan problem, iki parçalı uzayın alt yarı uzayına gömülü üç boyutlu cisimlerin geometrik ve elektromanyetik özelliklerinin üst yarı uzaydan yapılan uyarma ve ölçümlerle tespit edilmesi problemidir. İki parçalı uzay, düzlemsel bir arayüzle birbirinden ayrılan, elektriksel parametreleri farklı dielektrik malzemelerle dolu iki yarı sonsuz uzaydan ibarettir. Problemin geometrisi Şekil 1.1'deki gibidir. Burada uzay, $z = 0$ düzlemi ile dielektrik özellikleri birbirinden farklı iki yarı sonsuz uzaya ayrılmış durumdadır. Üst yarı uzay bağıl dielektrik sabiti ϵ_{r1} , iletkenlik katsayısı σ_1 olan, alt yarı uzayın ise bağıl dielektrik sabiti ϵ_{r2} , iletkenlik katsayısı σ_2 olan manyetik olmayan malzemelerle doludur. Yani her iki ortamın bağıl manyetik geçirgenlikleri $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ şeklindedir. Alt yarı-uzaya bağıl dielektrik sabiti ve iletkenlik katsayısı sırasıyla $\epsilon_{rc}(\mathbf{r})$ ve $\sigma_c(\mathbf{r})$ şeklinde elektromanyetik parametreleri noktadan noktaya değişebilen üç boyutlu manyetik olmayan bir cisim yerleştirilmiştir. Bu cisim, şekil üzerinde $\mathcal{B}$ ile gösterilmiş olup $\mathbf{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ üç boyutlu uzaydaki

herhangi bir noktaya ait yer vektörüdür. Anlatım kolaylığı açısından burada tek bir gömülü cisimden bahsedilmektedir. Ancak belirtilmelidir ki, tezde sunulan yöntemler açısından cismin birden fazla olmasının bir mahsuru yoktur.



Şekil 2.1. Düz saçılma problem geometrisi

Bu senaryoda ele alınan problem, bu cisimden saçılan dalgaya ilişkin elektrik ve manyetik alanların belirlenmesidir. Bu amaç doğrultusunda, geometrinin üst yarı uzayda uyarılan düzlem dalga ile aydınlatıldığı varsayılmıştır. $\mathbf{r}(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ noktasındaki toplam elektrik alan, tezin bundan sonraki kısmında zemin uzayı alanı olarak adlandırılacak olan ve gömülü cisim olmadığı durumdaki elektrik alanı temsil eden $\mathbf{E}^b$ ile cisimden saçılan alanı temsil eden $\mathbf{E}^s$ 'nin toplamından oluşur.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

Toplam alan ve zemin uzayı alanı homojen Helmholtz denklemini sağlamak zorundadır.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) + k_b^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.3)$$

Bu ifadelerde görülen k_b^2 zemin uzayındaki dalga sayısının karesi olup ω açısal frekans ve $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} [F/m]$ boş uzayın dielektrik sabiti olmak üzere,

$$k_b^2 = \begin{cases} k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 & , \quad z > 0 \text{ (üst yarı uzayda)} \\ k_2^2 = \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 & , \quad z < 0 \text{ (alt yarı uzayda)} \end{cases} \quad (2.4)$$

ile tanımlanır. (2.2) denkleminde görülen $k^2(\mathbf{r})$ ise daha genel bir ifade olup gömülü cismin de içinde varolduğu Şekil 2.1'deki orijinal geometride herhangi bir $\mathbf{r}(x, y, z)$ noktasındaki dalga sayısının karesidir ve

$$k^2(\mathbf{r}) = \begin{cases} \omega^2 \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 \mu_0 & , \quad z > 0 \\ \omega^2 \varepsilon_{r2} \varepsilon_0 \mu_0 & , \quad z < 0, \mathbf{r} \notin \mathcal{B} \\ \omega^2 \varepsilon_{rc}(\mathbf{r}) \varepsilon_0 \mu_0 + \sigma_c(\mathbf{r}) \mu_0 & , \quad z < 0, \mathbf{r} \in \mathcal{B} \end{cases} \quad (2.5)$$

ile tanımlanır. (2.2) denkleminde $k_b^2 \mathbf{E}$ terimi eklenip çıkartılırsa eşitlik değişmeyecektir.

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2(\mathbf{r}) \mathbf{E} + k_b^2 \mathbf{E} - k_b^2 \mathbf{E} = 0 \quad (2.6)$$

Bu denklem, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^b + \mathbf{E}^s$ olduğu göz önüne alınarak düzenlenirse,

$$\nabla^2 \mathbf{E}^b + \nabla^2 \mathbf{E}^s + k^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}^b + k^2(\mathbf{r}) \mathbf{E}^s + k_b^2 \mathbf{E}^b + k_b^2 \mathbf{E}^s - k_b^2 \mathbf{E}^b - k_b^2 \mathbf{E}^s = 0 \quad (2.7)$$

elde edilir. Burada (2.3) denklemi kullanılırsa saçılan alan için

$$\nabla^2 \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) + k_b^2 \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -k_b^2 \left(\frac{k^2(\mathbf{r}) - k_b^2}{k_b^2} \right) \mathbf{E} \quad (2.8)$$

biçimindeki dalga denklemi türetilmiş olur. Eşitliğin sağ tarafında görülen parantez içindeki ifadenin $\mathbf{r} \notin \mathcal{B}$ durumunda, yani gömülü cismin dışındaki noktalarda $k(\mathbf{r}) = k_b$ olması nedeniyle sıfır olacağı açıktır. Bu sebeple bu terime cisim fonksiyonu adı verilir ve açık ifadesi,

$$\chi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, & \mathbf{r} \notin \mathcal{B} \\ \left(\frac{k^2(\mathbf{r})}{k_b^2} - 1 \right), & \mathbf{r} \in \mathcal{B} \end{cases} \quad (2.9)$$

ile tanımlanır. Ele alınan düz saçılma probleminin amacı (2.8)'de verilen dalga denkleminin çözümünden saçılan alanın belirlenmesi ve buna bağlı olarak (2.1)'den toplam alanın belirlenmesidir.

Yapılan çalışmada, ikinci dereceden homojen olmayan bir diferansiyel denklem formunda olan saçılan alan dalga denklemi, iki parçalı uzaya ait diyadik Green fonksiyonu kullanılarak ikinci tip bir Fredholm integral denklemine dönüştürülmüştür. Analitik olarak çözümü varolmayan bu integral denklem moment yöntemi kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. (2.8) denkleminde eşitliğin sağında yer alan kaynak terimi yerine birim noktasal kaynak koyulduğunda elde edilen çözüm Green fonksiyonunu verecektir. Buna göre, Green fonksiyonu noktasal kaynağın oluşturduğu elektrik alanıdır. Üç boyutlu problemler söz konusu olduğunda Green fonksiyonları diyadik formda yani tensör formunda olurlar. Diyadik form, keyfi kutuplu bir kaynağın oluşturduğu tüm alan bileşenlerini yazmanın en uygun ve pratik yoludur. Diyadik Green fonksiyonunu elde etmek için (2.8) denkleminde eşitliğin sağ tarafında,

$$\nabla^2 \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_b^2 \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \bar{\bar{\mathbf{I}}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.10)$$

vektör nokta kaynak kullanılır. Vektör nokta kaynak, rastgele bir $\hat{a}$ yönünde kutuplu elektrik dipoldür. Burada $\bar{\bar{\mathbf{G}}} = G_{xx}\hat{x}\hat{x} + G_{xy}\hat{x}\hat{y} + G_{xz}\hat{x}\hat{z} + G_{yx}\hat{y}\hat{x} + G_{yy}\hat{y}\hat{y} + G_{yz}\hat{y}\hat{z} + G_{zx}\hat{z}\hat{x} + G_{zy}\hat{z}\hat{y} + G_{zz}\hat{z}\hat{z}$ formunda olup elektrik alan diyadik Green fonksiyonudur. $\bar{\bar{\mathbf{I}}}$ birim diyadik veya birim tensör olarak adlandırılır ve $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ dirac delta fonksiyonu olup

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \begin{cases} \infty & ; \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}' \\ 0 & ; \quad \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \end{cases} \quad (2.11)$$

şeklinde tanımlanır. (2.8) denklemi $\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ ile çarpılır, (2.10) denklemi de $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ ile çarpılır ve bu iki denklem taraf tarafa çıkartılırsa,

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla^2 \mathbf{E}^s - \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \nabla^2 \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_b^2 \chi(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.12)$$

eşitliği elde edilir. Eşitliğin her iki tarafının $(-\infty + \infty)$ aralığında integralini alınırsa

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla^2 \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) - \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \nabla^2 \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] d\mathbf{r} \\ = - \int_{-\infty}^{\infty} [\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_b^2 \chi(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r})] d\mathbf{r} + \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.13)$$

sonucuna ulaşılır. Bu eşitliğin sol tarafı radyasyon koşulu nedeniyle sıfıra gidecektir. Bunun sonucunda saçılan alan için

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}') = k_b^2 \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.14)$$

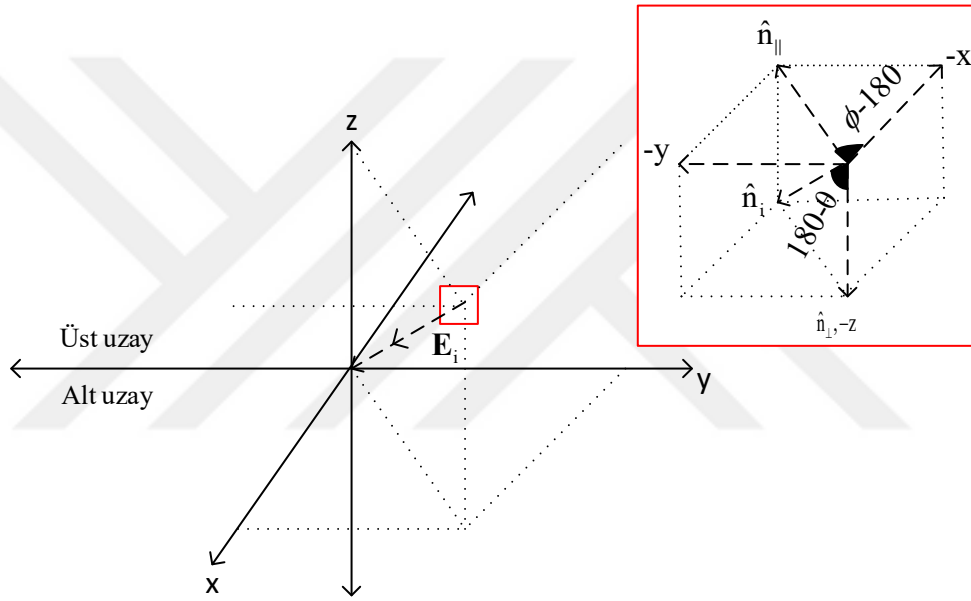
biçiminde diyadik Green fonksiyonunu içeren bir integral denklem elde edilir. Daha önce de ifade edildiği gibi $\chi(\mathbf{r})$ cisim dışında sıfırdır, dolayısıyla cisim dışında kalan noktlardan integrale herhangi bir katkı olmayacaktır. Ayrıca, Green fonksiyonunun resiprok olmasından dolayı $(\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}))$ (2.13) integrali,

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = k_b^2 \int_{\mathcal{B}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.15)$$

olacak şekilde yeniden yazılabilir. Bu ikinci tip bir Fredholm integral denklemdir ve probleme ait Green fonksiyonu ve $\mathcal{B}$ gömülü cisminin içindeki elektrik alan biliniyorsa herhangi bir $\mathbf{r}$ noktasında bu cisimden saçılan alanı verir. (2.15)'te verilen integral denklemin analitik çözümü mümkün olmayıp ancak sayısal teknikler kullanılarak yaklaşık bir çözüm elde edilebilir. Bu integral denklemin çözümü önceliklikli olarak integralin içinde yer alan zemin uzayı alanı ve dyadik Green fonksiyonunun bilinmesi gerektirdiğinden ilerleyen bölümde bunların türetilmesinden bahsedilecektir. Bölüm 2.4'te ise (2.15)'teki integral denklemin tez çalışmasında uygulanan moment yöntemi kullanılarak elde edilen sayısal çözümünden bahsedilmiştir.

2.2 Zemin Uzayı Alanı

Zemin uzayı saçıcı cismin içinde bulunduğu ortamdır yani probleme ait Şekil 2.1 ile verilen geometride gömülü cisim haricindeki herşeydir. Bu problemde zemin uzayı bir düzlem ara yüzey ile birbirinden ayrılan farklı elektriksel özelliklere sahip olan iki parçalı uzaydır. Zemin uzayı alanı olarak tanımlanan $\mathbf{E}^b(\mathbf{r})$ ise üst yarı uzaydan uyarılan elektromanyetik dalgalar nedeniyle bu uzayın herhangi bir $\mathbf{r}$ noktasında oluşacak toplam elektrik alanıdır. Yapılan tez çalışmasında geometrinin Şekil 2.3’de görüldüğü gibi düzlem dalga ile aydınlatıldığı varsayılmıştır.



Şekil 2.2. Yarı uzay probleminde gelen alan

Bu durumda toplam elektrik alan, üst yarı uzayda gelen ve yansıyan terimlerin toplamından oluşurken, alt yarı-uzayda yalnızca iletilen dalgaya ait elektrik alandan ibaret olacaktır.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^r(\mathbf{r}) & z > 0 \\ \mathbf{E}^t(\mathbf{r}) & z < 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Burada $\mathbf{E}^i$ gelen dalgaya, $\mathbf{E}^r$ yansıyan dalgaya, $\mathbf{E}^t$ ise iletilen dalgaya ait elektrik alanları temsil etmektedir. Karışık kutuplu bir dalga TE ve TM kutuplu bileşenlerin toplamı olarak ifade edilebilir. Yansıyan ve iletilen elektrik alanları bulmak için TE ve TM

kutuplu bileşenlere ait Fresnel yansıma ve iletim katsayılarının ayrı ayrı belirlenmesini gerekir.

$\hat{s}_i$ elektrik alanın TE-kutuplu bileşeni yönündeki, $\hat{p}_i$ TM-kutuplu bileşeni yönündeki ve $\hat{n}_i$ dalganın geliş yönündeki birim vektörler olmak üzere bir orthonormal sistem oluştururlar. Şekil 2.2’de gösterildiği gibi üst yarı-uzayda uyarılan düzlem dalga $\hat{n}_i$ doğrultusunda arayüzeye ($z = 0$ düzlemi) çarpmaktadır. Genel halde karışık kutuplu gelen dalganın elektrik alanı aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\mathbf{E}_i = (\hat{p}_i E_i^{TM} + \hat{s}_i E_i^{TE}) e^{-ik_1 \hat{n}_i \cdot \mathbf{r}} \quad (2.17)$$

burada θ dalganın geliş doğrultusunun z-ekseni ile yaptığı açı olmak üzere TE ve TM kutuplu bileşenlerin genlikleri

$$E^{TE} = |\mathbf{E}^i| \sin \theta \quad (2.18)$$

$$E^{TM} = |\mathbf{E}^i| \cos \theta \quad (2.19)$$

ile tanımlanır. Ortonormal sistem oluşturan $\hat{n}_i$, $\hat{s}_i$ ve $\hat{p}_i$ birim vektörlerinin Kartezyen koordinat bileşenleri cinsinden ifadeleri ve bunlar arasındaki bağıntılar,

$$\hat{n}_i = (-\hat{x} \cos \phi_i - \hat{y} \sin \phi_i) \sin \theta_i - \hat{z} \cos \theta_i \quad (2.20)$$

$$\hat{s}_i = \frac{\hat{z} \times \hat{n}_i}{|\hat{z} \times \hat{n}_i|} = [-\hat{y} \cos \phi_i + \hat{x} \sin \phi_i] \quad (2.21)$$

$$\hat{p}_i = \hat{s}_i \times \hat{n}_i = [-\hat{z} \sin \theta_i + (\hat{x} \cos \phi_i + \hat{y} \sin \phi_i) \cos \theta_i] \quad (2.22)$$

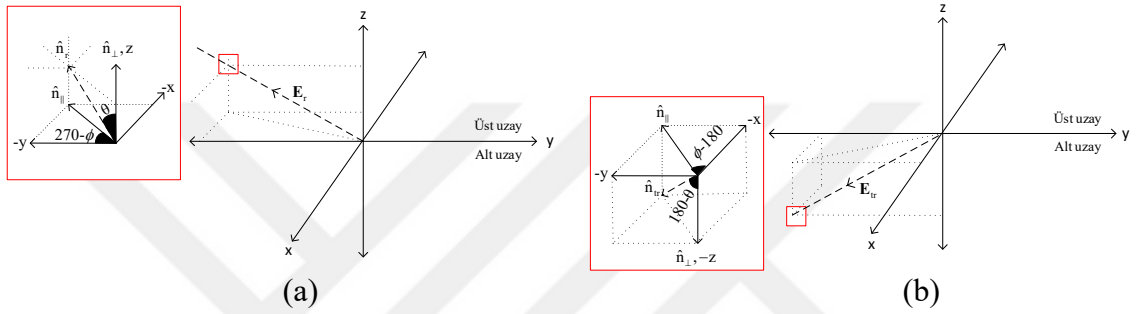
biçimindedir. Bunlar (2.17) da kullanılırsa gelen dalgaya ait elektrik alanın Kartezyen koordinat sistemindeki bileşenleri (2.23), (2.24) ve (2.25)’deki gibi elde edilir.

$$E_x^i = [\sin \phi_i E_i^{TE} + \cos \phi_i \cos \theta_i E_i^{TM}] e^{ik_1((-\hat{x} \cos \phi_i - \hat{y} \sin \phi_i) \sin \theta_i - \hat{z} \cos \theta_i)} \quad (2.23)$$

$$E_y^i = \left[[-\cos \phi_i E_i^{TE} + \sin \phi_i \cos \theta_i E_i^{TM}] \right] e^{ik_1((-\hat{x} \cos \phi_i - \hat{y} \sin \phi_i) \sin \theta_i - \hat{z} \cos \theta_i)} \quad (2.24)$$

$$E_z^i = [-\sin \phi_i E_i^{TM}] e^{ik_1((-\hat{x} \cos \phi_i - \hat{y} \sin \phi_i) \sin \theta_i - \hat{z} \cos \theta_i)} \quad (2.25)$$

Gelen dalga karışık kutuplu olduğundan yansıyan ve iletilen dalgalar da karışık kutuplu olacaktır. Gelen dalga için yapılan tanımlamalara benzer şekilde, yansıyan ve iletilen dalgalar için sırasıyla yansıyan ve iletilen dalgalara ait elektrik alanların TE-kutuplu bileşenleri, TM-kutuplu bileşenleri ve ilerleme yönlerindeki birim vektörleri $\hat{s}_r, \hat{p}_r, \hat{n}_r$ ve $\hat{s}_t, \hat{p}_t, \hat{n}_t$ ile gösterilebilir ve bunlar da kendi içlerinde ortonormal sistem oluştururlar. Bunlara ilişkin geometriler Şekil 2.3a ve 2.3b’de verilmiştir. Yansıyan ve iletilen dalgalar için TE ve TM kutuplu elektrik alan bileşenlerinin genlikleri sınır koşulları kullanılarak elde edilen yansıma ve iletim katsayıları yardımıyla aşağıdaki gibi türetilirler,



Şekil 2.3. Yarı uzay probleminde yansıyan alan (a) ve iletilen alan (b) tanımlanması

$$\mathbf{E}^r = (\hat{p}_r \Gamma^{TM} E_i^{TM} + \hat{s}_r \Gamma^{TE} E_i^{TE}) e^{-ik_1 \hat{n}_r r} \quad (2.26)$$

$$E_x^r = \left[\sin \phi_r \Gamma^{TE} E_i^{TE} + \cos \phi_r \cos \theta_r \Gamma^{TM} E_i^{TM} \right] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_r - \hat{y} \sin \phi_r) \sin \theta_r + \hat{z} \cos \theta_r)} \quad (2.27)$$

$$E_y^r = \left[-\cos \phi_r \Gamma^{TE} E_i^{TE} + \sin \phi_r \cos \theta_r \Gamma^{TM} E_i^{TM} \right] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_r - \hat{y} \sin \phi_r) \sin \theta_r + \hat{z} \cos \theta_r)} \quad (2.28)$$

$$E_z^r = [-\sin \phi_r \Gamma^{TM} E_i^{TM}] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_r - \hat{y} \sin \phi_r) \sin \theta_r + \hat{z} \cos \theta_r)} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{E}^t = (\hat{p}_t \tau^{TM} E_i^{TM} + \hat{s}_t \tau^{TE} E_i^{TE}) e^{-ik_1 \hat{n}_t r} \quad (2.30)$$

$$E_x^t = \left[\sin \phi_t \tau^{TE} E_i^{TE} + \cos \phi_t \cos \theta_t \tau^{TM} E_i^{TM} \right] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_t - \hat{y} \sin \phi_t) \sin \theta_t - \hat{z} \cos \theta_t)} \quad (2.31)$$

$$E_y^t = \left[-\cos \phi_t \tau^{TE} E_i^{TE} + \sin \phi_t \cos \theta_t \tau^{TM} E_i^{TM} \right] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_t - \hat{y} \sin \phi_t) \sin \theta_t - \hat{z} \cos \theta_t)} \quad (2.32)$$

$$E_z^t = [-\sin \phi_t \tau^{TM} E_i^{TM}] e^{ik_1 ((-\hat{x} \cos \phi_t - \hat{y} \sin \phi_t) \sin \theta_t - \hat{z} \cos \theta_t)} \quad (2.33)$$

Burada Γ^{TM} , TM dalga için tanımlanmış yansıma katsayısı ve Γ^{TE} , TE dalga için tanımlanmış Fresnel yansıma katsayısıdır. Bu katsayılar, arayüzey üzerinde geçerli sınır

koşulları kullanılarak elde edilen denklemlerden $\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}}$ ve $\eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}$ üst ve alt yarı-

uzay öz empedans değerleri, θ_i geliş açısı ve θ_t iletim açısı cinsinden aşağıdaki gibi elde edilirler (Cheng, 1983).

$$\Gamma^{TM} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \quad (2.34)$$

$$\Gamma^{TE} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (2.35)$$

Burada τ^{TM} , TM dalga için tanımlanmış iletim katsayısı ve τ^{TE} , TE dalga için tanımlanmış iletim katsayısıdır. Bu iki sabit aşağıdaki gibi tanımlanır (Cheng, 1983).

$$\tau^{TM} = (1 + \Gamma^{TM}) \times (\cos \theta_i / \cos \theta_t) \quad (2.36)$$

$$\tau^{TE} = 1 + \Gamma^{TE} \quad (2.37)$$

2.3 Diyakik Green Fonksiyonu

Elektromanyetikte pekçok problemin çözümü Maxwell denklemleri ve uygun sınır koşulları kullanılarak türetilen ikinci dereceden homojen olmayan bir doğrusal kısmi diferansiyel denklemin çözümü olarak elde edilir. Green fonksiyon tekniğinde ilk olarak bu kısmi diferansiyel denklemin çözümü, uyarma fonksiyonu olarak birim kaynak (darbe, Dirac delta) kullanılarak elde edilir. Elde edilen çözüm Green fonksiyonu olarak adlandırılır. Gerçek uyarma fonksiyonuna çözüm, farklı konumlarda Dirac delta kaynağı ile darbe cevabı çözümlerinin (Green fonksiyonu) süperpozisyonu olarak yazılır ve limit durumunda bir integrale dönüşür. Başka bir ifade ile kaynak delta fonksiyonlarının toplamı olduğundan çözüm de doğrusallık nedeniyle Green fonksiyonlarının toplamıdır. Mühendislik terminolojisinde, Green fonksiyon bir sistemin darbe cevabından başka bir şey değildir; sistem teorisinde ise bu daha çok transfer fonksiyonu olarak bilinir (Balanis, 1989).

Elektromanyetikte Green fonksiyonu, noktasal kaynak tarafından oluşturulan alan dağılımıdır. Noktasal kaynak elektrik yük kaynağı şeklinde skalar veya akım kaynağı şeklinde vektörel bir büyüklük olabilir. Noktasal kaynaklar tarafından oluşturulan alan ise elektrik alan, manyetik alan, skalar potansiyel veya vektörel potansiyel olabilir (Kinayman ve Aksun, 2004). Eğer, bir elektrik akım kaynağı sebebiyle oluşan elektrik

alana ait diferansiyel denklem çözümü ile ilgileniliyorsa hesaplanacak Green fonksiyonu elektrik alan Green fonksiyonu olacaktır. Bu tez çalışmasında kullanılacak olan da elektrik alan Green fonksiyonu olduğundan burada yalnızca bunun hesabına yer verilecektir. Diyardik form, herhangi bir yöndeki akım kaynağı tarafından oluşturulan elektrik alanın tüm bileşenlerini tanımlamak için en elverişli gösterimdir.

Elektromanyetik alanların kaynağı vektör formunda olan elektrik akımlarıdır. Sistemin girişi olan uyarma akımları ve çıkışı olan alan büyüklükleri vektörel olduğundan sistemin darbe cevabı diyardik formda olur.

Tez çalışmasında ele alınan probleme ilişkin dyadik Green fonksiyonu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, gömülü cismin içinde bulunduğu zemin uzayında bir $\mathbf{r}'$ noktasındaki noktasal kaynağın $\mathbf{r}$ noktasında oluşturacağı elektrik alandır. Bir sonraki bölümde Green fonksiyonun türetilmesi detaylı bir biçimde anlatılmıştır.

2.3.1 Zemin uzayı Green fonksiyonun türetilmesi

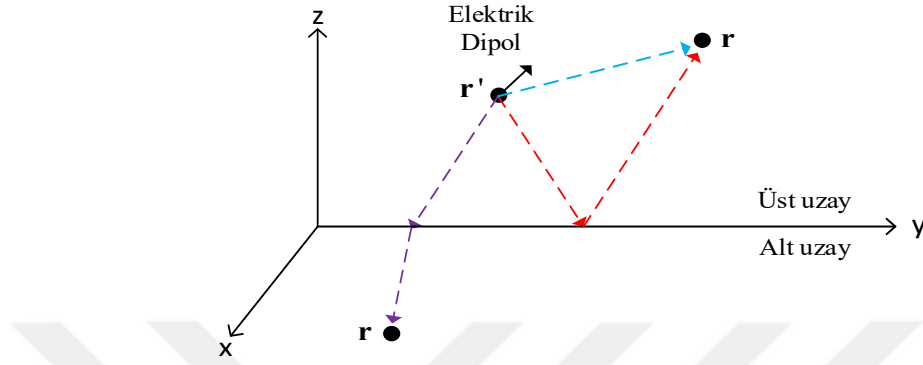
Düzlemsel ara yüzle birbirinden ayrılan iki yarı sonsuz uzaydan ibaret olan zemin uzayına ait diyardik Green fonksiyonu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, aslında sözü edilen bu uzaydaki $\mathbf{r}'$ noktasına yerleştirilmiş rastgele yönelimli bir elektrik dipolün $\mathbf{r}$ noktasında oluşturacağı toplam elektrik alandan başka bir şey değildir. Buna göre, Green fonksiyonunun bir önceki bölümde türetilen zemin uzayı alanından tek farkı orada uyarma kaynağı olarak düzlem dalga kullanılırken burada noktasal kaynak kullanılmasıdır. Matematiksel olarak elektrik alan ile Green fonksiyonu arasında ileride daha açık bir şekilde anlaşılacağı üzere,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.38)$$

bağıntısı vardır. Dolayısıyla $\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 'yi bulmak için $\mathbf{r}'$ noktasındaki noktasal kaynağın $\mathbf{r}$ noktasında oluşturacağı elektrik alanı bulmak gerekli ve yeterlidir.

Şimdi Şekil 2.4'ü gözönüne alalım. Burada üst yarı uzayda $\mathbf{r}'$ noktasına yerleştirilmiş $\hat{\alpha}$ yönünde kutuplanmış bir elektrik dipol görülmektedir. Bu elektrik dipol kaynağı nedeniyle $\mathbf{r}$ noktasında oluşacak elektrik alan, eğer ki $\mathbf{r}$ üst yarı uzayda ise birincisi direk

gelen, ikincisi ise arayüzeye çarpıp yansıyan olmak üzere iki terimin toplamından oluşacaktır. $\mathbf{r}$ noktası alt yarı uzayda olduğunda ise arayüzeyden kırılarak ikinci ortama geçen iletilen terimden ibaret olacaktır. Genel olarak iki parçalı uzaya ait diyadik Green fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir,



Şekil 2.4. $\hat{\alpha}$ kutuplu bir noktasal kaynağın yarı uzay sınırından yansıması ve iletilmesi

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}} = \begin{cases} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{D11} + \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{R12} & , z' > 0 \text{ ve } z > 0 \\ \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{T12} & , z' > 0 \text{ ve } z < 0 \\ \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{T21} & , z' < 0 \text{ ve } z > 0 \\ \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{D22} + \bar{\bar{\mathbf{G}}}^{R21} & , z' < 0 \text{ ve } z < 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

Bu ifadede $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^D$ 'ler direk terimleri, $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^R$ 'ler arayüzeyden yansıyan terimleri, $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^T$ 'ler ise diğer ortama iletilen terimleri göstermektedir. Yansıyan ve iletilen terimler tıpkı zemin uzayı alanının hesabında olduğu gibi arayüzeyde sağlanması gerekli sınır koşulları kullanılarak elde edilen yansıma ve iletim katsayılarının direk terimle çarpımlarını gerektirir. Bu sebeple yapılan tez çalışmasında öncelikli olarak, uzayın homojen olduğu kabul edilerek direk terime ait diyadik Green fonksiyonu bulunmuştur. Bulunan bu Green fonksiyonu gelen elektrik alan gibi kabul edilerek yansıyan ve iletilen terimler elde edilmiştir. Bu nedenle aşağıda ilk olarak homojen uzay diyadik Green fonksiyonundan bahsedilecektir.

Parametreleri ϵ ve μ olan sınırsız homojen bir uzayda elektrik alan Green fonksiyonunun türetilmesi, en uygun şekilde zamanda harmonik vektör potansiyeli $\mathbf{A}$ ve skaler potansiyel ϕ kullanılarak yapılabilir. Potansiyeller cinsinden, elektrik ve manyetik alanlar (2.40)'daki gibi ifade edilir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla\phi(\mathbf{r}) + j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (2.40)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (2.41)$$

Lorentz şartı altında vektör potansiyel $\mathbf{A}$ için

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (2.42)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem, vektör potansiyel $\mathbf{A}$ için homojen olmayan Helmholtz denklemdir ve $\mathbf{A}$ 'nın her bir skaler bileşeni A_k için ($k = x, y, z$) homojen olmayan skaler Helmholtz denklemini sağlar. Benzer şekilde skaler potansiyel ϕ için

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) + k^2 \phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon} \quad (2.43)$$

denklemini elde edilir. Böylece vektör potansiyelin üç skaler bileşeni ve skaler potansiyel için olmak üzere dört adet

$$\nabla^2 f(\mathbf{r}) + k^2 f(\mathbf{r}) = -s(\mathbf{r}) \quad (2.44)$$

formunda skaler Helmholtz denklemini elde edilmiş olur.

Yukarıdaki Helmholtz denkleminde kaynak olarak birim noktasal kaynak kullanılırsa yani $s(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ ise elde edilen çözüm skalar Green fonksiyonu $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ olacaktır.

$$(\nabla^2 + k^2)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.45)$$

denkleminin radyasyon koşulunu sağlayan tek fiziksel çözümü,

$$g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.46)$$

olarak elde edilir. Skalar Green fonksiyonu belirlendikten sonra kaynak hacmi üzerinde alınan aşağıdaki integraller aracılığıyla, herhangi bir $\mathbf{J}$ akım dağılımı için vektör potansiyel (2.47)'deki gibi belirlenir.

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mu \int_V g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' \quad (2.47)$$

Buradaki akım yoğunluğu $\mathbf{J}$, $\hat{\alpha}$ kutuplu bir elektrik dipol için

$$\mathbf{J} = \hat{\alpha} l l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.48)$$

şeklinde tanımlanır. Homojen uzayda herhangi bir yönde kutuplu olmuş bir akım dağılımı yalnızca aynı yönde vektör potansiyel bileşeni oluşturur. Örneğin, x yönündeki bir akım kaynağı yalnızca vektör potansiyelin x bileşenini oluşturur. Ancak elektrik ve manyetik alanlar için durum farklıdır. x yönündeki bir akım kaynağı, elektrik ve manyetik alanların x, y ve z bileşenlerinin üçünü de indükler. Dolayısıyla elektrik ve manyetik alanlar için Green fonksiyonu kaynağın tüm bileşenleri ile alanların tüm bileşenlerinin birbirleriyle ilişkisini içermelidir veya bir başka ifadeyle tensör formunda olmalıdır. Bu türden bir Green fonksiyonu diyadik Green fonksiyonu olarak ifade edilir.

Diyadik Green fonksiyonunu belirlemek için ilk olarak homojen uzayda elektrik alan için dalga denklemini yazalım,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (2.49)$$

$\mathbf{J}$ 'nin herbir bileşeni için ilgili Green fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\nabla \times \nabla \times G_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2 G_k(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{k}, \quad k = x, y, z \quad (2.50)$$

Tüm yönler için elektrik alan Green fonksiyonunun genel formu,

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k^2 \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \bar{\bar{\mathbf{I}}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.51)$$

Burada $\bar{\bar{\mathbf{I}}} = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}$ şeklinde tanımlı olup birim dyad veya birim tensör olarak adlandırılır. $\bar{\bar{\mathbf{G}}}$ tensörünün ilk sütunu, x yönündeki noktasal kaynaklar, ikinci sütun y yönündeki noktasal kaynaklar ve üçüncü sütun ise z yönündeki noktasal kaynaklar ile ilgilidir. Dolayısıyla dyadic Green fonksiyonu üç vektörel Green fonksiyonunu yazmak

için en kompakt notasyondur. Vektör potansiyele benzer şekilde $\bar{\bar{\mathbf{G}}}$ belirlendikten sonra (2.49) denkleminin bir özel çözümü

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega\mu \int_{V'} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' \quad (2.52)$$

olarak elde edilir. (2.49) denkleminde Lorentz şartı,

$$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = i\omega\mu\epsilon\phi(\mathbf{r}) \quad (2.53)$$

kullanılırsa elektrik alan için

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = i\omega \left[\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right] \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (2.54)$$

denklemini elde edilir. Aynı şekilde diyadik Green fonksiyonu ise skaler Green fonksiyonundan aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left[\bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right] g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.55)$$

Buraya kadar bahsedilen Green fonksiyonu homojen uzayda skalar Green fonksiyonu ve buna bağlı olarak elde edilen diyadik Green fonksiyonudur yani (2.39) denkleminde görülen $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^D$ terimleridir. Tez çalışmasında ele alınan iki parçalı uzaya ait Green fonksiyonunu elde edebilmek için (2.39)'daki yansıyan $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^R$ ve iletilen $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^T$ terimlerinin hesaplanması gerektirmektedir. Bu terimleri belirlemek amacıyla Weyl özdeşliği kullanılarak skalar Green fonksiyonu düzlem dalgaların toplamı cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilmiştir. Weyl özdeşliği küresel dalgaların düzlem dalgalar cinsinden açılımıdır ki bu da küresel dalgaların düzlem ara yüzeylerden yansıma ve iletimini tanımlamakta önemli bir role sahiptir.

$$\frac{e^{-ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_z} e^{i(k_x(x-x') + k_y(y-y') + k_z(z-z'))} dk_x dk_y \quad (2.56)$$

Bir sonraki bölümde elektrik dipolün farklı kutupları için iki parçalı uzaya ait diyardik Green fonksiyonu bileşenleri elde edilecektir. Ayrıca belirtilmelidir ki, dipolün farklı kutupları için uyarılan elektrik ve manyetik alanların dik bileşenleri hesaplandıktan sonra, teğet (enine) bileşenler dik bileşenler aracılığıyla aşağıdaki prosedür izlenerek bulunabilir. Şekil 2.1’de verilen geometriye göre alanların dik bileşenleri elektrik alanın $\hat{z}$ bileşenidir.

Elektrik alan, manyetik alan ve ∇ operatörü ifadelerini dik ve teğet bileşenlerin toplamı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \hat{z}E_z \quad (2.57)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_t + \hat{z}H_z \quad (2.58)$$

$$\nabla = \nabla_t + \left(\hat{z} \frac{d}{dz} \right) \quad (2.59)$$

(2.57), (2.58) ve (2.59) de belirtilen $\mathbf{E}_t$, $\mathbf{H}_t$ ve ∇_t teğet bileşenleri belirtir. Teğet bileşenlerini bulmak için elektrik alan ve manyetik alan Maxwell denklemlerinde yerine yazılır.

$$\left(\nabla_t + \hat{z} \frac{d}{dz} \right) \times (\mathbf{E}_t + \hat{z}E_z) = i\omega\mu(\mathbf{H}_t + \hat{z}H_z) \quad (2.60)$$

$$\left(\nabla_t + \hat{z} \frac{d}{dz} \right) \times (\mathbf{H}_t + \hat{z}H_z) = -i\omega\epsilon(\mathbf{E}_t + \hat{z}E_z) \quad (2.61)$$

Elektrik alan ve manyetik alanın teğet bileşenleri her bir denklemde yalnız bırakılır.

$$\mathbf{H}_t = \frac{\left(\nabla_t \times \hat{z}E_z + \hat{z} \frac{d}{dz} \times \mathbf{E}_t \right)}{i\omega\mu} \quad (2.62)$$

$$\mathbf{E}_t = \frac{\left(\nabla_t \times \hat{z}H_z + \hat{z} \frac{d}{dz} \times \mathbf{H}_t \right)}{-i\omega\epsilon} \quad (2.63)$$

Böylece iki bilinmeyenli iki adet denklem bulunmaktadır. (2.62) eşitliği (2.63)’de yerine yazılırsa elektrik alanın teğet bileşenleri aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\mathbf{E}_t = \hat{x} \frac{1}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{d^2 E_z}{d_x d_z} + i\omega\mu \frac{dH_z}{d_y} \right] + \hat{y} \frac{1}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{d^2 E_z}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_z}{d_x} \right] \quad (2.64)$$

Problem geometrisine göre teğet bileşenler (2.65) ve (2.66) da verilmiştir.

$$E_x = \frac{1}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{d^2 E_z}{d_x d_z} + i\omega\mu \frac{dH_z}{d_y} \right] \quad (2.65)$$

$$E_y = \frac{1}{k^2 - k_z^2} \left[\frac{d^2 E_z}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_z}{d_x} \right] \quad (2.66)$$

Elektrik dipolün (noktasal kaynak) oluşturduğu elektrik alanlar belirlendikten sonra ilgili Green Fonksiyonu bileşenleri (2.38) denkleminde elde edilir. Elektrik dipolün x, y ve z yönünde olma durumlarının herbiri için elektrik alanın tüm bileşenleri uyarılacaktır. Yarı uzayda her bir dipol yönüne göre oluşan alanları hesaplamak için öncelikli olarak boş uzaydaki elektrik ve manyetik alan ifadeleri hesaplanır. Boş uzayda elektrik ve manyetik alan ifadeleri elde edildikten sonra yarı uzayda sınır şartları uygulanarak yarı uzaya ait diyadik Green fonksiyonları hesaplanır.

Aşağıda farklı dipol kutuplanmaları için Green fonksiyonu tüm bileşenlerinin hesabı verilmiştir.

Dikey dipol: $\hat{\alpha} = \hat{z}$

Şekil 2.1’de verilen problem geometrisine göre dikey dipol tanımlanabilmesi için (2.48)’de $\hat{\alpha}$ yerine dik bileşen birim vektörü $\hat{z}$ yazılır. Dik birim vektörü yerine $\hat{z}$ yazdığımızda hem akım yoğunluğu $\mathbf{J}$ hem de vektör potansiyeli $\mathbf{A}$ ’nın sadece dik bileşeni elde edilir.

$$\mathbf{J} = \hat{z} I l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.67)$$

$$\mathbf{A} = \hat{z} I l \mu g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.68)$$

Dikey dipole ait vektör potansiyeli (2.54) de yerine yazarak elektrik alan ifadesini ve (2.41) da yerine yazılarak manyetik alan ifadesi elde edilir.

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} = \hat{z} \Rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \hat{x}E_{xz} + \hat{y}E_{yz} + \hat{z}E_{zz} \\ &= i\omega\mu \left[\hat{x} \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dx dz} + \hat{y} \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dy dz} + \hat{z} \left(1 + \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dz^2} \right) \right] Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}\end{aligned}\quad (2.69)$$

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} = \hat{z} \Rightarrow \mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \hat{x}H_{xz} + \hat{y}H_{yz} + \hat{z}H_{zz} \\ &= \hat{x} \frac{d}{dy} \left(Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) - \hat{y} \frac{d}{dx} \left(Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right)\end{aligned}\quad (2.70)$$

Elektrik alan ve manyetik alan ifadelerini bütün bileşenleri elde edilir. Teğet bileşenler dik bileşenlerinden elde edilebilir olduğu için sadece dik bileşenler hesaplanmıştır.

$$E_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\omega\mu \left(1 + \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dz^2} \right) Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.71)$$

$$H_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0 \quad (2.72)$$

Weyl özdeşliği kullanılarak (2.56) denklemindeki elektrik alan düzlem dalgaların toplamı cinsinden,

$$E_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-\omega\mu Il}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{1}{k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.73)$$

olarak yazılabilir. Elde edilen ifadeler boş uzayda dikey dipolün boş uzayın herhangi bir noktasında meydana getirdiği elektrik ve manyetik alan ifadeleridir. Yarı uzay probeminde çalışıldığı için yarı uzaya ait elektrik ve manyetik alanın dik bileşenleri elde edilir. Yarı uzayda elde edilen dik bileşenler ile elektrik ve manyetik alanın teğet bileşenleri elde edilir.

Yarı uzay problem geometrisi Şekil 2.1 de olduğu gibi iki uzaydan oluşur. Bu uzaylar üst uzay ve alt uzay olarak tanımlanır. Yarı uzay problemlerinde yarı uzayın aydınlatılması sadece üst uzaydan gerçekleştirilir. Boş uzayda elde ettiğimiz elektrik ve manyetik alan ifadeleri üst uzaydaymış gibi işlem yapılır. Problem geometrisi Şekil 2.1'e göre ara yüzey $z = 0$ düzlemi yani $(x - y)$ düzlemdir. Alt uzay ise araştırma uzayı olarak tanımlayabiliriz.

Yarı uzay probleminde üst uzaya konumlandırılmış kaynak her iki uzayda da alan oluşturabilir. Üst uzayda oluşan dik bileşenlere sınır şartları uygulandığında üst uzay ve alt uzaydaki toplam alan bulunabilir. Üst uzayda kaynaktan dolayı meydana gelen elektrik alan, manyetik alan ve ara yüzeyden yansımaya uğramış elektrik alan, manyetik alan ifadeleri bulunur. Alt uzayda ise kırılmaya uğrayarak alt uzaya geçiş yapan elektrik alan ve manyetik alan ifadeleri bulunur. Hem elektrik alan bileşeni hem de manyetik alan bileşenine sahip olan elektromanyetik dalga kompleks kutuba sahiptir. Kompleks kutuba sahip elektromanyetik dalgalar TE ve TM bileşenleri ayrı ayrı işlemlere tabi tutup vektörel olarak toplam işlemini ile toplam elektrik alanı hesaplarız.

Boş uzayda elde edilen (2.73)'deki elektrik alan ve (2.72)'deki manyetik alana ilişkin sınır şartları uygulandığında üst uzayda elektrik ve manyetik alan bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{1zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-Il(k_x^2 + k_y^2)}{8\pi^2 \omega \epsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \frac{1}{(e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} e^{ik_{1z}(z+z')})} dk_x dk_y \quad (2.74)$$

$$H_{1zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0 \quad (2.75)$$

Boş uzayda elde edilen elektrik alan (2.73) ve manyetik alan (2.72) sınır şartları uygulandığında alt uzayda elektrik alan ve manyetik alan bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{2zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\tau_{12}^{TM} \frac{-\omega \mu l}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{1}{k_{1z}}}{e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z}} \right] dk_x dk_y \quad (2.76)$$

$$H_{2zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0 \quad (2.77)$$

Bu tez kapsamında elektrik alan Green fonksiyonları ile çalışıldığı için sadece elektrik alanın teğet bileşenleri hesaplanacaktır. Elektrik alanların teğet bileşenleri (2.74)-(2.77) denklemlerinin (2.65) ve (2.66) yerine yazılması ile bulunur.

$$E_{1xz} = \left(\frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{1zz}}{d_x d_z} + i\omega \mu \frac{dH_{1zz}}{d_y} \right] \quad (2.78)$$

$$E_{1xz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-illk_x}{8\pi^2\omega\epsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \left[\left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.79)$$

$$E_{1yz} = \left(\frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{1zz}}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_{1zz}}{d_x} \right] \quad (2.80)$$

$$E_{1yz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-illk_y}{8\pi^2\omega\epsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \left[\left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.81)$$

$$E_{2xz} = \left(\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{2zz}}{d_x d_z} + i\omega\mu \frac{dH_{2zz}}{d_y} \right] \quad (2.82)$$

$$E_{2xz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \tau_{12}^{TM} \frac{-\omega\mu ll}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{k_x k_{2z}}{k_{1z}} \right] \left[e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.83)$$

$$E_{2yz} = \left(\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{2zz}}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_{2zz}}{d_x} \right] \quad (2.84)$$

$$E_{2yz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \tau_{12}^{TM} \frac{-\omega\mu ll}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{k_y k_{2z}}{k_{1z}} \right] \left[e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.85)$$

Her iki yarı uzay için elde edilen elektrik alan ifadeleri (2.38)'de yerine konularak nokta kaynak için dikey dipole ait diyardik Green fonksiyonunun bileşenleri elde edilir. Aynı zamanda Green fonksiyonu noktasal kaynak olduğu için kaynağın şiddet katsayısı $ll = 1$ olarak tanımlanır.

$$G_{1xz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-k_x}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \left[\left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.86)$$

$$G_{1yz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-k_y}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \left[\left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.87)$$

$$G_{1zz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{i(k_x^2 + k_y^2)}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \left[\left(e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.88)$$

Üst uzayda yapılan işlemleri aynısı alt uzaydaki elektrik alan Green fonksiyonları için de uygulanır.

$$G_{2xz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \tau_{12}^{TM} \frac{i}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{k_x k_{2z}}{k_{1z}} \right] dk_x dk_y \quad (2.89)$$

$$G_{2yz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \tau_{12}^{TM} \frac{i}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{k_y k_{2z}}{k_{1z}} \right] dk_x dk_y \quad (2.90)$$

$$G_{2zz} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tau_{12}^{TM} \frac{i}{8\pi^2 k_1^2} (k_1^2 - k_{2z}^2) \frac{1}{k_{1z}} \right] dk_x dk_y \quad (2.91)$$

Dik dipolün yarı uzayda herhangi bir noktada oluşturduğu elektrik alan için diyadik Green fonksiyonları elde edilmiştir.

Yatay dipol: $\hat{\alpha} = \hat{x}$

Homojen uzayda $\hat{x}$ yönünde kutuplanmış bir elektrik dipol nedeniyle oluşacak akım yoğunluğu $\mathbf{J}$ ve vektör potansiyeli $\mathbf{A}$ 'nın sadece x –bileşeni olacaktır.

$$\mathbf{J} = \hat{x} I l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.92)$$

$$\mathbf{A} = \hat{x} I l \mu \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (2.93)$$

Yatay dipole ait vektör potansiyel (2.54)' de yerine yazılarak elektrik alan ve (2.41) da yerine yazılarak manyetik alan ifadeleri elde edilir.

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} = \hat{x} \Rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \hat{x} E_{xx} + \hat{y} E_{yx} + \hat{z} E_{zx} \\ &= i\omega\mu \left[\hat{x} \left(1 + \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dx^2} \right) + \hat{y} \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dx dy} + \hat{z} \frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dx dz} \right] I l \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \end{aligned} \quad (2.94)$$

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} = \hat{x} \Rightarrow \mathbf{H}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \hat{x} H_{xx} + \hat{y} H_{yx} + \hat{z} H_{zx} \\ &= \hat{y} \frac{d}{dz} \left(I l \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) - \hat{z} \frac{d}{dy} \left(I l \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) \end{aligned} \quad (2.95)$$

(2.64)'e göre teğet bileşenler dik bileşenler vasıtasıyla elde edilebilir. Dolayısıyla dik bileşenlerin elde edilmesi yeterlidir.

$$E_{zx} = i\omega\mu \left[\frac{1}{k^2} \frac{d^2}{dx dz} \right] Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.96)$$

$$H_{zx} - \frac{d}{dy} \left(Il \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) \quad (2.97)$$

Bu denklemlerde Weyl özdeşliği kullanılarak,

$$E_{zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-illk_x}{8\pi^2 \omega \varepsilon k_z} (\pm ik_z) e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_z|z-z'|} dk_x dk_y \quad (2.98)$$

$$H_{zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Ilk_y}{8\pi^2 k_z} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_z|z-z'|} dk_x dk_y \quad (2.99)$$

elde edilir. Boş uzayda elde edilen (2.98)'daki elektrik alan ve (2.99)'daki manyetik alana sınır şartları uygulandığında üst uzayda elektrik ve manyetik alan bileşenleri,

$$E_{1zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-illk_x}{8\pi^2 \omega \varepsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ \left. \left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} (\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.100)$$

$$H_{1zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{Ilk_y}{8\pi^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ \left. \left(e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TE} e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \right] dk_x dk_y \quad (2.101)$$

şeklinde alt uzayda elektrik alan ve manyetik alan bileşenleri ise

$$E_{2zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tau_{12}^{TM} \frac{-\omega\mu ll k_{2z} k_x}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} \right. \\ \left. e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.102)$$

$$H_{2zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tau_{12}^{TE} \frac{Il}{8\pi^2} \frac{k_y}{k_{1z}} \right. \\ \left. e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.103)$$

şekilinde elde edilir. Bu denklemler (2.65) ve (2.66) de yerine yazılarak elektrik alanın teğet bileşenleri,

$$E_{1xx} = \left(\frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{1zx}}{d_x d_z} + i\omega\mu \frac{dH_{1zx}}{d_y} \right] \quad (2.104)$$

$$E_{1xx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \left[\left[\frac{Ilk_x^2}{8\pi^2 \omega \varepsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \right. \\ \left. \left[(-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM}(\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right] \right] \\ \left. + \left[\frac{-\omega\mu Ilk_y^2}{8\pi^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \right] dk_x dk_y \quad (2.105)$$

$$E_{1yx} = \left(\frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{1zx}}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_{1zx}}{d_x} \right] \quad (2.106)$$

$$E_{1yx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \left[\left[\frac{Ilk_x k_y}{8\pi^2 \omega \varepsilon_1 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \right. \\ \left. \left[(-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM}(\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right] \right] \\ \left. + \left[\frac{\omega\mu Ilk_y k_x}{8\pi^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \right] dk_x dk_y \quad (2.107)$$

olarak bulunur. Alt uzaydaki elektrik alanın teğet bileşenleri elde etmek için üst uzayda yapılan işlemleri aynısı alt uzaya ait denklemler için uygulanır.

$$E_{2xx} = \left(\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{2zx}}{d_x d_z} + i\omega\mu \frac{dH_{2zx}}{d_y} \right] \quad (2.108)$$

$$E_{2xx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\left[\frac{\tau_{12}^{TM} - \omega\mu Il \frac{k_{2z}^2 k_x^2}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}}}{e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z}} \right] \right. \\ \left. + \left[\frac{-\omega\mu \tau_{12}^{TE} Il \frac{k_y^2}{8\pi^2 k_{1z}}}{e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z}} \right] \right] dk_x dk_y \quad (2.109)$$

$$E_{2yx} = \left(\frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \right) \left[\frac{d^2 E_{2zx}}{d_y d_z} - i\omega\mu \frac{dH_{2zx}}{d_x} \right] \quad (2.110)$$

$$E_{2yx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{\tau_{12}^{TM} - \omega \mu l l}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_{2z}^2 k_x k_y}{k_{1z}} \right] \\ & + \left[\frac{\omega \mu \tau_{12}^{TE}}{8\pi^2} \frac{l l}{k_{1z}} \frac{k_y k_x}{k_{1z}} \right] \end{aligned} \right] e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} dk_x dk_y \quad (2.111)$$

Her iki yarı uzay için elde edilen elektrik alan ifadeleri dikey dipolde yapılarına benzer şekilde diyadik Green bileşenleri elde edilir.

$$G_{1xx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{-ik_x^2}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ & \left. \left((-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} (\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right) \right] \\ & + \left[\frac{ik_y^2}{8\pi^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ & \left. \left((e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TE} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right) \right] \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.112)$$

$$G_{1yx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{-ik_x k_y}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ & \left. \left((-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} (\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right) \right] \\ & + \left[\frac{-ik_y k_x}{8\pi^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ & \left. \left((e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TE} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right) \right] \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.113)$$

$$G_{1zx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\begin{aligned} & \frac{-k_x}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \\ & \left((\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM} (\pm ik_{1z}) e^{ik_{1z}(z+z')} \right) \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.114)$$

Alt uzaydaki elektrik alan Green fonksiyonları,

$$G_{2xx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{\tau_{12}^{TM}}{8\pi^2 k_1^2} \frac{i}{k_{1z}} \frac{k_{2z}^2 k_x^2}{k_{1z}} \right] \\ & \left((e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z}) \right) \end{aligned} \right] \\ + \left[\begin{aligned} & \frac{\tau_{12}^{TE}}{8\pi^2} \frac{i}{k_{1z}} \frac{k_y^2}{k_{1z}} \\ & \left((e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z}) \right) \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.115)$$

$$G_{2yx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\tau_{12}^{TM} \frac{i}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_{2z}^2 k_x k_y}{k_{1z}} \right] \\ & + \left[\tau_{12}^{TE} \frac{-i}{8\pi^2} \frac{k_y k_x}{k_{1z}} \right] \end{aligned} \right] e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} dk_x dk_y \quad (2.116)$$

$$G_{2zx} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tau_{12}^{TM} \frac{i}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_{2z} k_x}{k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \right] dk_x dk_y \quad (2.117)$$

elde edilmiştir. $\hat{x}$ yönünde kutuplu olmuş elektrik dipolün yarı uzayda herhangi bir noktada oluşturduğu elektrik alanlar ve bunlara bağlı olarak diyadik Green fonksiyonları elde edilmiştir.

Yatay dipol: $\hat{\alpha} = \hat{y}$

$\hat{y}$ yönünde kutuplu elektrik dipol için Green fonksiyonu bileşenlerini bulmak için, $\hat{x}$ yönünde kutuplu elektrik dipol için elde edilen ifadelerde x görülen yere y , y görülen yere de x yazmak yeterlidir. Durumda Green fonksiyonunun ilgili bileşenleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G_{1xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{-ik_x k_y}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \\ & \left[(-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM}(\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right] \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.118)$$

$$G_{1yy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_1^2 - k_{1z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\frac{-ik_y^2}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right] \\ & \left[(-k_{1z}^2 e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM}(\pm ik_{1z}) ik_{1z} e^{ik_{1z}(z+z')}) \right] \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.119)$$

$$G_{1zy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-k_y}{8\pi^2 k_1^2 k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y')} \right. \\ \left. + (\pm i k_{1z} e^{ik_{1z}|z-z'|} + \Gamma_{12}^{TM}(\pm i k_{1z}) e^{ik_{1z}(z+z')}) \right] dk_x dk_y \quad (2.120)$$

Yatay dipol $\hat{y}$ 'nin alt uzay için elektrik alana bağlı elektrik alan Green fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$G_{2xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\tau_{12}^{TM} \frac{-i}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_x k_y k_{2z}^2}{k_{1z}} \right] \\ & e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \\ & + \left[\tau_{12}^{TE} \frac{-i}{8\pi^2} \frac{k_x k_y}{k_{1z}} \right] \\ & e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.121)$$

$$G_{2yy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_2^2 - k_{2z}^2} \left[\begin{aligned} & \left[\tau_{12}^{TM} \frac{-i}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_y^2 k_{2z}^2}{k_{1z}} \right] \\ & e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \\ & + \left[\tau_{12}^{TE} \frac{-i}{8\pi^2} \frac{k_y k_{2z}}{k_{1z}} \right] \\ & e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} \end{aligned} \right] dk_x dk_y \quad (2.122)$$

$$G_{2zy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau_{12}^{TM} \frac{-i}{8\pi^2 k_1^2} \frac{k_{2z} k_y}{k_{1z}} e^{ik_x(x-x') + ik_y(y-y') + ik_{1z}z' - ik_{2z}z} dk_x dk_y \quad (2.123)$$

2.4 Elektrik alan integral denkleminin moment yöntemi (MoM) ile çözümü

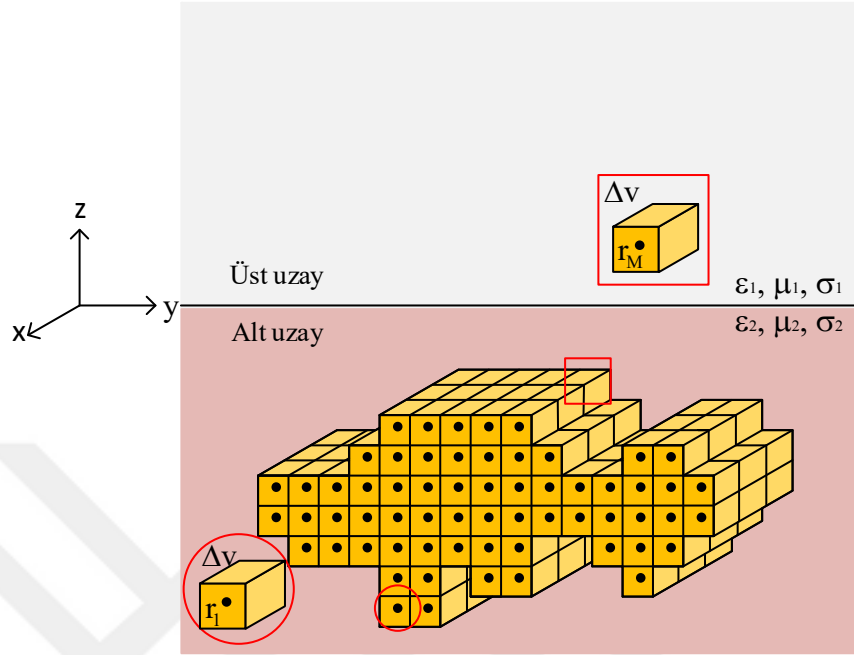
(2.15) denklemi (2.1)'de kullanılırsa toplam elektrik alan,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) + k_2^2 \int_{\mathcal{B}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.123)$$

şeklinde ifade elde edilir. Eşitliğin sağ tarafındaki saçılan alan integrali eşitiliğin sol tarafına alınırsa $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$, $\mathbf{r}' \in \mathcal{B}$ alanını bulmak için kullanılacak olan

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_2^2 \int_{\mathcal{B}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) , \quad \mathbf{r}' \in \mathcal{B} \quad (2.124)$$

integral denklemine ulaşılır. Bu denklemden iç alanların bulunması için gömülü cisim $\mathcal{B}$ 'nin Şekil 2.2'deki gibi N tane küçük hücreye bölündüğünü varsayalım.



Şekil 2.5. Ayrıklaştırılmış gömülü cisim geometrisi

Bu durumda, V_j , j . hücrenin hacmini göstermek üzere yukarıda verilen integral denklem aşağıdaki gibi ayrıklaştırılabilir,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_2^2 \sum_{j=1}^N \int_{V_j} \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) , \quad \mathbf{r}' \in \mathcal{B} \quad (2.125)$$

Hücreler, hücrenin hacmi boyunca elektrik alan ve cisim fonksiyonu sabit kabul edilebilecek kadar küçük olmalıdır. Öyle ki $\mathbf{r}_j(x_j, y_j, z_j)$ j . hücrenin merkez noktasını göstermek üzere V_j boyunca alınan yukarıdaki integrallerde elektrik alan ve cisim fonksiyonu hücrenin merkez noktasındaki değerine eşit olarak kabul edilip integralin dışına çıkartılabilir. Böylece (2.122) denklemi aşağıdaki gibi indirgenir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_2^2 \sum_{j=1}^N \left[\int_{V_j} \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right] \chi(\mathbf{r}_j) \mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) , \quad \mathbf{r}_j \in \mathcal{B} \quad (2.126)$$

Bu denklemde gözlem noktaları cismin iç noktaları seçilirse herhangi i . bir gözlem noktası $\mathbf{r}_j$ için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_j) - k_2^2 \sum_{j=1}^N \left[\int_{V_j} \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' \right] \chi(\mathbf{r}_j) \mathbf{E}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}_i), \quad \mathbf{r}_j \in \mathcal{B}, \mathbf{r}_i \in \mathcal{B} \quad (2.127)$$

Burada, $i = 1, 2, \dots, N$ ve $j = 1, 2, \dots, N$ olduğuna dikkat edilmelidir. Elektrik alanın herhangi bir kartezyen bileşeni E_k , $k = x, y, z$

$$E_k(\mathbf{r}_i) - k_2^2 \sum_{j=1}^N \left[\int_{V_i} [G_{kx}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') \quad G_{ky}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') \quad G_{kz}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}')] d\mathbf{r}' \right] \chi(\mathbf{r}_j) \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_j) \\ E_y(\mathbf{r}_j) \\ E_z(\mathbf{r}_j) \end{bmatrix} = E_k^b(\mathbf{r}_i) \quad (2.128)$$

olarak yazılabilir. Sonuç olarak (2.125) denkleminden kartezyen bileşenlerden her biri için N tane N bilinmeyenli denklem olmak üzere toplamda $3N$ tane $3N$ bilinmeyenli denklemden oluşan bir doğrusal denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi aşağıdaki gibi matris formda yazılabilir.

$$[\bar{\mathbf{I}}_{3N \times 3N} - \bar{\mathbf{K}}_{3N \times 3N}] \bar{\mathbf{E}}_{3N \times 1} = \bar{\mathbf{E}}_{3N \times 1}^b \quad (2.129)$$

(2.22)'de $[\bar{\mathbf{I}}_{3N \times 3N} - \bar{\mathbf{K}}_{3N \times 3N}]$ matrisinin tersi alınıp $\bar{\mathbf{E}}_{3N \times 1}^b$ ile çarpılarak iç alanlar yani (2.15) - (2.21) denklemlerinde görülen $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$, $\mathbf{r}' \in \mathcal{B}$ bulunur. (2.121) kullanılarak yarı uzayda herhangi bir noktada saçılan alan değeri bulunur. $[\bar{\mathbf{I}}_{3N \times 3N} - \bar{\mathbf{K}}_{3N \times 3N}]$ matris elemanlarının açık ifadeleri Green fonksiyonları anlatıldıktan sonra verilecektir.

Gözlem noktaları cismin iç noktaları olarak alındığında Green fonksiyonun direkt terimlerinde $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ durumunda tekillikler meydana gelmekte ve Green fonksiyonuna ait spektral integraller ıraksamaktadır. Bu noktalarda ana değer (Principal Value - PV) yöntemi kullanılarak (Gao vd., 2005, Van, 1961) bu integraller analitik olarak hesaplanmıştır. Sonuç olarak, (2.126) denklemindeki $\bar{\mathbf{K}}$ matrisinin herhangi bir elemanı K_{kq} ,

$$K_{kq} = \begin{cases} k_2^2 G_{kq}^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}_j) \Delta v + k_2^2 \chi(\mathbf{r}_j) \left(\frac{2}{3k_1^2} (1 - ik_1 a) e^{ik_1 a} - \frac{3}{2} \right), & i = j, k = q \\ k_2^2 G_{kq}^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}_j) \Delta v, & i = j, k \neq q \\ k_2^2 G_{kq}^D(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}_j) \Delta v, & i \neq j \end{cases} \quad (2.130)$$

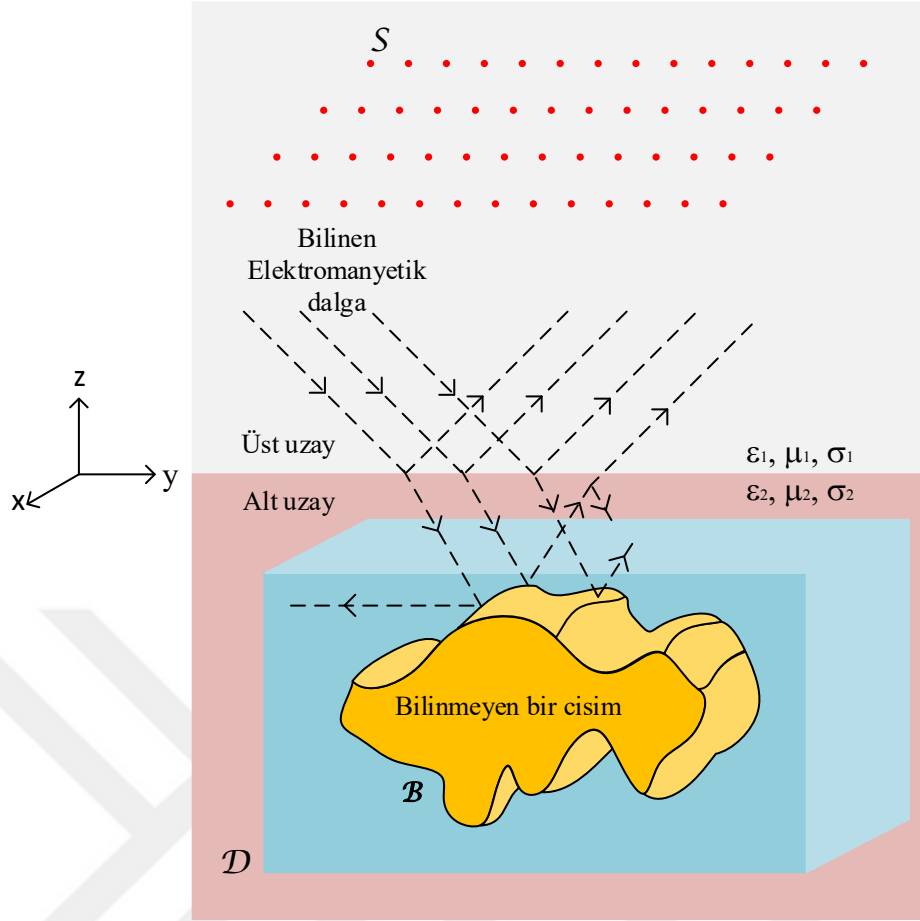
şeklinde elde edilir. Burada $k = x, y, z$ ve $q = x, y, z$ 'dir. a , Δv hacmine sahip kübik hücreler ile aynı hacme sahip küresel hücrenin yarıçapı olup $a = \left(\frac{3\Delta v}{4\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$, den bulunur.

BÖLÜM III

ELEKTROMANYETİK TERS SAÇILMA PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

Bir elektromanyetik ters saçılma problemi, yanına yaklaşamayan cisimlerin çeşitli özelliklerinin elektromanyetik dalgalar kullanılarak tespit edilme problemidir. Genel olarak bir ters saçılma probleminin çözümü veri denklemi olarak adlandırılan saçılan alan integral denklemi ile durum denklemi olarak adlandırılan toplam alan integral denkleminin bilinmeyen cisim fonksiyonunu bulmak için birlikte çözümünü gerektirir (Chen, 2018). Her iki denklemde de bilinmeyen değerler cisim fonksiyonu ve cisim fonksiyonuna bağlı toplam elektrik alan ifadeleridir. Veri denkleminde kullanılan saçılan elektrik alan verisi ölçüm bölgesinde ölçülen elektrik alan verisidir. Özellikleri belirlenmeye çalışılan cismin içinde yer aldığı ortamın özellikleri çözümün zorluk derecesi ve uygulanan ters saçılma algoritmalarının başarısı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Örneğin homojen bir ortamda yer alan, homojen bir cismi belirlemek nispeten kolay ve sonuçlar oldukça tatmin edici ise de tabakalı ortamda yer alan homojen olmayan cisimleri belirlemek hem teorik hem de hesaplama açısından oldukça zordur ve doğal olarak yeniden yapılandırma başarısı da daha düşüktür. Düz saçılma problemleri iyi kurulmuş (well-posed) problemler iken ters saçılma problemlerinin kötü kurulmuş (ill-posed) problemler olmasıdır (Colton ve Kress, 1992). Kötü kurulmuş olma özelliği eldeki saçılan alan verisini sağlayan birden fazla çözümünün mümkün olabilmesinden kaynaklanmaktadır.

Ele alınan ters elektromanyetik saçılma probleminin geometrisi Şekil 3.1’de verilmiştir. Geometrisi Şekil 2.1’de verilen düz saçılma probleminde cismin özellikleri bilinmekte ve saçılan alan belirlenmeye çalışılmaktaydı. Burada ise saçılan alan bilinmekte ve cismin özellikleri belirlenmeye çalışılmaktadır. Bir ters saçılma probleminin çözümünde, ilgilenilen bir bölge içinde bulunan cisimler tespit edilmeye çalışılır. Aslında yapılan işlem yeniden yapılandırma bölgesi olarak adlandırılan bu bölgedeki kompleks dielektrik sabitinin dağılımını belirlemektir. Böylece cismin dielektrik özelliklerinin yanı sıra geometrik özellikleri de belirlenebilmektedir.



Şekil 3.1. Ters saçılma problem geometrisi

Yeniden yapılandırma bölgesinde ϵ_{rc} , σ_c , μ_0 ile karakterize edilen bir cismin olduğunu fakat bu cisim hakkında hiçbir bilgiye sahip olunmadığını varsayalım. Bir ters elektromanyetik saçılma problemin çözümünde izlenen yol, ilgilenilen bir bölgeyi bir elektromanyetik dalga kaynağı ile aydınlatmak ve ölçüm bölgesi olarak adlandırılan bir bölgede elektromanyetik alanları ölçerek elde edilen veriler aracılığıyla bu bölge hakkında bilgi sahibi olmaktır. Ters saçılma problemlerinin çözümünde kullanılan algoritmalar çoğunlukla iteratiftir ve çoğunlukla başlangıç değeri olarak ilgilenilen bölgenin, bulunduğu ortam (burada alt yarı uzay) ile aynı dielektrik özelliklere sahip olduğu varsayılır. Aslında bir ters saçılma algoritmasının amacı yeterince iterasyon adımı sonunda yeniden yapılandırma bölgesinin elektriksel parametreler bakımından yeniden yapılandırılmasıdır. Şekil 3.1 üzerinde yeniden yapılandırma bölgesi $\mathcal{D}$ ile ölçüm bölgesi ise $\mathcal{S}$ ile gösterilmiştir. Geometri, Bölüm II’de tanımlanan düzlem dalga ile aydınlatılmış ve elektromanyetik alanlar düzlemsel bir bölgeye yerleştirilen alıcılar vasıtasıyla ölçülmüştür. Kısaca söylenecek olursa buradaki ters problemin çözümünde $\mathcal{S}$

bölgesindeki verileri kullanarak $\mathcal{D}$ bölgesinin elektromanyetik parametreler bakımından yeniden yapılandırılması amaçlanmaktadır.

Burada ele alınan ters elektromanyetik saçılma probleminin çözümünde kullanılan başlıca iki denklemden birincisi veri veya cisim denklemi olarak saçılan elektrik alan integral denklemi,

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{S}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.1)$$

ikincisi ise durum veya bölge denklemi olarak adlandırılan toplam alan integral denklemdir.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}) + k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{S}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.2)$$

(3.2) denkleminin Bölüm 2.4'de verilen (2.123) denkleminde farklı olduğu, orada integralin bilinen cismin hacmi üzerinden alındığı, burada ise yeniden yapılandırma bölgesinin hacmi üzerinden alındığına dikkat edilmelidir. Burada amaç, bu iki denklemi kullanarak $\mathcal{D}$ bölgesindeki cisim fonksiyonu χ 'yı belirlemektir.

Yapılan tez çalışmasında farklı ters saçılma algoritmaları kullanılarak bunların yeniden yapılandırma performansları karşılaştırılmış, çalışma bölgeleri, avantaj ve dezavantajları değerlendirilmiştir. Ters saçılma problemlerinin çözümünde yaygın olarak kullanılan ve yeniden yapılandırma başarısı yüksek yöntemlerden ikisi DBIM ve CSI'dır. Bu iki yöntem temeline dayalı değiştirilmiş ve geliştirilmiş pek çok yöntem de türetilmiştir. Burada ilk olarak Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler başlığı altında DBIM, VBIM ve bu iki yöntemin alt uzay tabanlı versiyonları olan SDBIM ve SVBIM yöntemleri incelenmiştir. Yine bu kapsamda yapılan tez çalışmasında geliştirilen bir algoritma olan Best Fit DBIM ve Best Fit VBIM algoritmaları verilmiştir. Sonrasında ise kontrast kaynak tabanlı yöntemler başlığı altında CSI yöntemi ve ECSI yöntemleri incelenmiştir. Bölüm IV'te bahsedilen bu yöntemler kullanılarak elde edilen yeniden yapılandırma sonuçları karşılaştırılarak sonuçları yorumlanmıştır.

3.1 Born Yaklaşımı Tabanlı Yöntemler

Veri denkleminde bilinmeyen cisim fonksiyonu ile toplam elektrik alan doğrusal olmayan bir şekilde birbirlerine bağlıdır. Dolayısıyla veri denklemi doğrusal olmayan (nonlinear) bir integral denklemdir. Born Yaklaşımı kullanılarak veri denklemi doğrusal hale getirilir. Born Yaklaşımı, cismin dielektrik sabitinin bulunduğu uzayın dielektrik sabitine yakın bir değere sahip olması durumunda yani cismin zayıf saçıcı olması durumunda kullanılan bir yaklaşımdır. Gömülü cismin zayıf saçıcılığa sahip olması durumunda (3.1) denkleminde saçılan alan ihmal edilerek $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ yerine $\mathbf{E}^b(\mathbf{r}')$ yazılabilir. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerde Born Yaklaşımı ile elde edilen cisim fonksiyonu χ iteratif yöntemlerde ilk değer olarak kullanılır.

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \approx k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') [\chi(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}^b(\mathbf{r}')] d\mathbf{r}' , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{S}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.3)$$

Böylece veri denklemi doğrusallaştırılmış olur ve denklemde tek bilinmeyen cisim fonksiyonu $\chi(\mathbf{r}')$ dır. $\mathcal{D}$ bölgesinin P tane kübik hücreye bölünür ve (3.3) denklemini ayrık formda aşağıdaki gibi yazılır.

$$\bar{\mathbf{E}}^s = \bar{\bar{\mathbf{G}}} \bar{\mathbf{E}}^b \bar{\chi} \quad (3.4)$$

burada T transpozu belirtmek üzere,

$$\bar{\mathbf{E}}^s = [\mathbf{E}_1^s, \mathbf{E}_2^s, \dots, \mathbf{E}_M^s]^T \quad (3.5)$$

$$\bar{\mathbf{E}}^b = [\mathbf{E}_1^b, \mathbf{E}_2^b, \dots, \mathbf{E}_P^b]^T \quad (3.6)$$

ve

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}} = k_2^2 \begin{bmatrix} \bar{\bar{\mathbf{G}}}_{1,1} & \dots & \bar{\bar{\mathbf{G}}}_{1,P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\bar{\mathbf{G}}}_{M,1} & \dots & \bar{\bar{\mathbf{G}}}_{M,P} \end{bmatrix} \Delta_v \quad (3.7)$$

biçimindedir. (3.5) - (3.7) denklemlerinde

$$\bar{\mathbf{E}}_i^s = \bar{\mathbf{E}}^s(\mathbf{r}_i) , \quad i = 1, 2, \dots, M , \quad \mathbf{r}_i \in \mathcal{S} \quad (3.8)$$

$$\bar{\mathbf{E}}_j^b = \bar{\mathbf{E}}^b(\mathbf{r}_j) , \quad j = 1, 2, \dots, P , \quad \mathbf{r}_j \in \mathcal{D} \quad (3.9)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}}_{i,j} = \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) , i = 1, 2, \dots, M, \quad j = 1, 2, \dots, P \quad \mathbf{r}_i \in \mathcal{S}, \mathbf{r}_j \in \mathcal{D} \quad (3.10)$$

şeklindedir. Burada dikkat edilmelidir ki $\bar{\bar{\mathbf{G}}}_{i,j} = \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ elemanlarının her bir aslında,

$$\bar{\bar{\mathbf{G}}}_{i,j} = \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \begin{bmatrix} G_{xx}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{xy}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{xz}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \\ G_{yx}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{yy}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{yz}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \\ G_{zx}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{zy}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) & G_{zz}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

formunda 3×3 boyutlu matrislerdir. Dolayısıyla $\bar{\bar{\mathbf{G}}}$ matrisi $3M \times 3P$ boyutlu bir matris olacaktır. Kübik hücrelerin hacimleri birbirine eşit olacak şekilde Δ_v alınmıştır. (3.4) denklemi, bilinmeyen $\bar{\chi}$ 'yi bulmak için daha da kompakt formda,

$$\bar{\mathbf{E}}^s = \mathbf{A}\bar{\chi} \quad (3.12)$$

biçiminde yazılabilir. Şekil 3.1'e göre veri denklemini yeniden yapılandırma bölgesindeki küplerin merkezi koordinatlarına ve iki boyutlu gözlem noktalarında bulunan alıcıların koordinatlarına göre temsili olarak yazılabilir. Şekil 3.1'e göre $\mathcal{S}$ bölgesinde M adet alıcı anten olduğunu ve yeniden yapılandırma bölgesinin P adet küpe bölünür. Bu durumda $i = 1, 2, \dots, M , j = 1, 2, \dots, P$ olmak üzere,

$$[\mathbf{E}^s]_{3M \times 1} = \begin{bmatrix} [E_x^s]_{M \times 1} \\ [E_y^s]_{M \times 1} \\ [E_z^s]_{M \times 1} \end{bmatrix}_{3M \times 1} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & [\mathbf{A}]_{3M \times 1} \\ &= \left[k_2^2 \begin{bmatrix} [G_{xx}]_{M \times P} & [G_{xy}]_{M \times P} & [G_{xz}]_{M \times P} \\ [G_{yx}]_{M \times P} & [G_{yy}]_{M \times P} & [G_{yz}]_{M \times P} \\ [G_{zx}]_{M \times P} & [G_{zy}]_{M \times P} & [G_{zz}]_{M \times P} \end{bmatrix}_{3M \times 3P} \begin{bmatrix} [E_x^b]_{P \times 1} \\ [E_y^b]_{P \times 1} \\ [E_z^b]_{P \times 1} \end{bmatrix}_{3P \times 1} \Delta_v \right]_{3M \times 1} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$[\chi]_{3P \times 1} = \begin{bmatrix} [\chi_x]_{P \times 1} \\ [\chi_y]_{P \times 1} \\ [\chi_z]_{P \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

dir. Her bir koordinat noktasına göre veri denklemi yazılır. Saçılan elektrik alan $\mathbf{E}_n^s$, boyutu $3M \times 1$, diyadik Green fonksiyonu $\bar{\mathbf{G}}$, boyutu $3M \times 3P$, cisim fonksiyonu χ boyutu $3P \times 1$, yeniden yapılandırma bölgesindeki elektrik alan $\mathbf{E}^b$ boyutu $3M \times 1$ ve Δ_V boyutu 1×1 dir. $\mathbf{A}$ matrisi hesaplanırken Elektrik alan matrisinin transpozu alınarak diyadik Green fonksiyonu matrisi ile nokta çarpım işlemi uygulanır. Aksi durumda cisim fonksiyonunun hesaplanmasında boyut uyumsuzluğu meydana gelir. Bu durumda $\mathbf{E}^b$ matrisinin transpozu alınarak diyadik Green fonksiyonu ile nokta çarpım işlemi uygulanır.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} [G_{xx}E_x^b]_{M \times P} & [G_{xy}E_y^b]_{M \times P} & [G_{xz}E_z^b]_{M \times P} \\ [G_{yx}E_x^b]_{M \times P} & [G_{yy}E_y^b]_{M \times P} & [G_{yz}E_z^b]_{M \times P} \\ [G_{zx}E_x^b]_{M \times P} & [G_{zy}E_y^b]_{M \times P} & [G_{zz}E_z^b]_{M \times P} \end{bmatrix}_{3M \times 3P} \quad (3.16)$$

Cisim fonksiyonu elde edilebilmesi için (3.12)'de eşitliğin her iki tarafı $\mathbf{A}$ matrisinin tersi ile çarpılarak çözüm elde edilir. Bu durumda $\mathbf{A}$ matrisinin tersi alınabilir olmalıdır. Yani $\mathbf{A}$ matrisinin durum numarası (condition number) uygun seviyede olmalıdır. Fakat üç boyutlu bir ters saçılma probleminin çözülmesi durum numarasının uygun seviyede olma ihtimalini azaltmaktadır. Bu durumda $\mathbf{A}$ matrisinin tersi alındığında eşitlikte tekilliğe sebep olabilir. Hem bu tekil durumu ortadan kaldırmak hem de uygun yaklaşık bir çözüm elde edebilmek için regularizasyon yöntemleri uygulanır. Bu tez kapsamında regularizasyon yöntemi olarak Tikhonov Regularizasyonu kullanılmaktadır. Tikhonov Regularizasyonu, en küçük kareler (Least Square-LS) formunda doğru cisim fonksiyonu χ 'yı tahmin etmek için kullanılır.

$$f = \|\mathbf{A}\chi - \mathbf{E}^s\|^2 + \alpha\|\chi\|^2 \quad (3.17)$$

(3.18)'de α regularizasyon parametresi olarak tanımlanır ve tekilliğe sebep olmayacak kadar küçük pozitif bir sayıdır. Bu maliyet fonksiyonunu χ 'ya göre minimum yapan değer, bu maliyet fonksiyonunun türevinin sıfıra eşit olması durumunda bulunabilir.

$$\frac{\partial f}{\partial \chi} = (\mathbf{A}\chi - \mathbf{E}^s)^H (\mathbf{A}\chi - \mathbf{E}^s) + \alpha(\chi)^H (\chi) \quad (3.18)$$

Bu işlem sonucunda cisim fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\chi = (\mathbf{A}^H \mathbf{A} + \alpha I)^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{E}^s \quad (3.19)$$

Aşağıda sırasıyla Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden DBIM, VBIM, BFDBIM, BFBIM, SDBIM ve SVBIM yöntemleri anlatılmıştır.

3.1.1 Bozulmuş born iteratif yöntem (DBIM)

DBIM, iterasyon başlanıgıcında Born Yaklaşımı ile elde edilen cisim fonksiyonunu kullanır. Sonrasında gözlem noktalarında bulunduğu düşünölen noktasal kaynağın yeniden yapılandırma bölgesinde oluşturduğu iç alanlar hesaplanır. Gözlem noktasındaki noktasal kaynağın yeniden yapılandırma bölgesinde oluşturduğu iç alanların hesaplanması diyadik Green fonksiyonunun hesaplanması anlamına gelmektedir. Dolayısıyla her iterasyonda diyadik Green fonksiyonu yenilenmesi anlamına gelmektedir. Born Yaklaşımıyla elde edilen cisim fonksiyonu ve güncellenmiş cisim fonksiyonu kullanılarak düz problemin çözümü yapılır.

DBIM’de ilk olarak ölçüm bölgesinde elde edilen saçılan alan verisi ile veri denkleminde Born Yaklaşımı $\mathbf{E}(\mathbf{r}') \approx \mathbf{E}^b(\mathbf{r}')$ uygulanır.

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) \approx k_2^2 \int_S \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}^b(\mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad \mathbf{r} \in \mathcal{S}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.20)$$

Burada cisim fonksiyonu $\chi(\mathbf{r}')$, (3.19)’dan elde edilir. Oluşan iç alanları hesaplamak için durum denklemleri kullanılır. Durum denklemindeki cisim fonksiyonunun başlangıç değeri (3.20)’de kullanılır.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}') - k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = \mathbf{E}^b(\mathbf{r}') \quad (3.21)$$

(3.21) denkleminin ayrıklaştırılmış formu,

$$\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{r}') = \left(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \bar{\chi}(\mathbf{r}') \right)^{-1} \bar{\mathbf{E}}^b(\mathbf{r}') \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{D}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.22)$$

şeklindedir. Toplam elektrik alanı bulmak için DBIM’de hedeflenen gözlem noktasına konumlandırılmış noktasal kaynağın yeniden yapılandırma bölgesinde meydana getirdiği iç alanlar hesaplanır. Gözlem noktası $\mathbf{r}$ konumundaki noktasal kaynağın yeniden yapılandırma bölgesi $\mathbf{r}'$ konumunda’de meydana getirdiği iç alanları (3.22) denklemiyle hesaplanır.

$$\bar{\mathbf{G}}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\bar{\mathbf{I}} - \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \bar{\chi}(\mathbf{r}') \right)^{-1} \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{D}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.23)$$

Elde edilen cisim fonksiyonu ve (3.23) ‘de hesaplanmış diyadik Green fonksiyonu kullanılarak saçılan elektrik alan

$$\mathbf{E}^{s'}(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\mathbf{G}}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \bar{\chi}(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3.24)$$

denkleminde hesaplanır. Yeni saçılan alan sayısal olarak ifadesi (3.24)’deki gibidir. Bu hesaplanmış olan saçılan alan verisi $\mathbf{E}^{s'}(\mathbf{r})$ ile ölçülen saçılan alan verisi $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ arasındaki fark hesaplanır.

$$\partial \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) - \mathbf{E}^{s'}(\mathbf{r}) \quad (3.25)$$

Hesaplanan bu fark ile veri denklemi kullanılarak fark cisim fonksiyonu hesaplanır.

$$\partial \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\mathbf{G}}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3.26)$$

(3.26) ile elde edilen fark cisim fonksiyonu Born Yaklaşımı ile elde edilen cisim fonksiyonuna eklenerek cisim fonksiyonu güncellenmiş olur.

$$\chi_{n+1}(\mathbf{r}') = \chi_n(\mathbf{r}') + \partial \chi(\mathbf{r}') \quad (3.27)$$

Güncellenmiş cisim fonksiyonu elde edilir. İterasyon, yeterli hata toleransı ε veya belirlenmiş iterasyon sağlanana kadar devam eder.

$$Hata = \sum_{n=1}^N \frac{\mathbf{E}_n^s - \mathbf{E}_{n-1}^s}{\mathbf{E}_n^s} \leq \varepsilon \quad (3.28)$$

DBIM'in işlem adımları aşağıdaki gibidir.

DBIM algoritması,

1. Born Yaklaşımı altında (3.20) denkleminde cisim fonksiyonu bulunur. Elde edilen bu cisim fonksiyonu değeri, cisim fonksiyonunun başlangıç değeri olarak kabul edilir.
2. Adım 1'de elde edilen cisim fonksiyonunun (3.22) denkleminde kullanılmasıyla yeniden yapılandırma bölgesindeki iç alanlar yeniden hesaplanarak güncellenir.
3. Adım 1'de elde edilen cisim fonksiyonunun (3.23) denkleminde kullanılmasıyla diyadik Green fonksiyonu yeniden hesaplanarak güncellenir.
4. Adım 1'de bulunan cisim fonksiyonu ile Adım 2 ve Adım 3'te elde edilen güncellenmiş iç alanlar ve Green fonksiyonu kullanılarak gözlem noktalarındaki saçılan elektrik alan hesaplanır.
5. Ölçülen saçılan elektrik alan (gerçek saçılan alan verisi) ile Adım 4'te hesaplanmış saçılan elektrik alan arasındaki fark hesaplanır.
6. Fark saçılan elektrik alana göre elde edilen fark cisim fonksiyonu (3.26) denkleminde bulunur.
7. (3.27) denkleminde olduğu gibi elde edilen fark cisim fonksiyonu başlangıçta elde edilen cisim fonksiyonuna eklenerek güncellenir.
8. Yeterince yakınsama sağlandığında veya belirtilen iterasyon sayısı sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata toleransı sağlanmıyor ise Adım 1'e tekrar dönülür ve Adım 1'de χ_n cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu χ_{n+1} konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.

3.1.2 Varyasyonel born iteratif yöntem (VBIM)

Yukarıda bahsedildiği gibi DBIM yönteminde diyadik Green fonksiyonu her iterasyon adımıda güncellenmektedir. Bu da işlem yükünü artırarak her iterasyonun daha uzun sürede tamamlanmasına sebep olmaktadır. Her iterasyonda diyadik Green fonksiyonunun güncellenmediği, Born Yaklaşımı yapılarak doğrusal olmayan ters problem doğrusallaştırıldığı ve temeli varyasyonel prensiplere dayanan Varyasyonel Born İteratif yöntem öne sürülmüştür (Zaiping, 2000).

VBIM’de, DBIM’de olduğu gibi ilk olarak ölçüm bölgesinde elde edilen saçılan elektrik alan verisinden Born Yaklaşımı altında cisim fonksiyonu elde edilir. Bu cisim fonksiyonu kullanılarak yeniden yapılandırma bölgesindeki iç alanlar hesaplanır. Elde edilen cisim fonksiyonu ve güncellenen toplam elektrik alan kullanılarak gözlem noktalarında saçılan elektrik alan,

$$\mathbf{E}^{s'}(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_S \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}^b(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3.29)$$

denkleminde hesaplanır. Gerçek (ölçülen) saçılan ile karışmaması için hesaplanan saçılan alan $\mathbf{E}^{s'}$ ile gösterilmiştir. Bu yöntemde, DBIM’den farklı olarak diyadik Green fonksiyonu güncellenmemektedir. Yöntemin bir sonraki basamağında, (3.29)’de hesaplanan saçılan elektrik alan $\mathbf{E}^{s'}(\mathbf{r})$ ile ölçülen saçılan alan verisi $\mathbf{E}^s(\mathbf{r})$ arasındaki fark saçılan alan,

$$\partial \mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_D \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}', \mathbf{r}') \partial \chi(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (3.30)$$

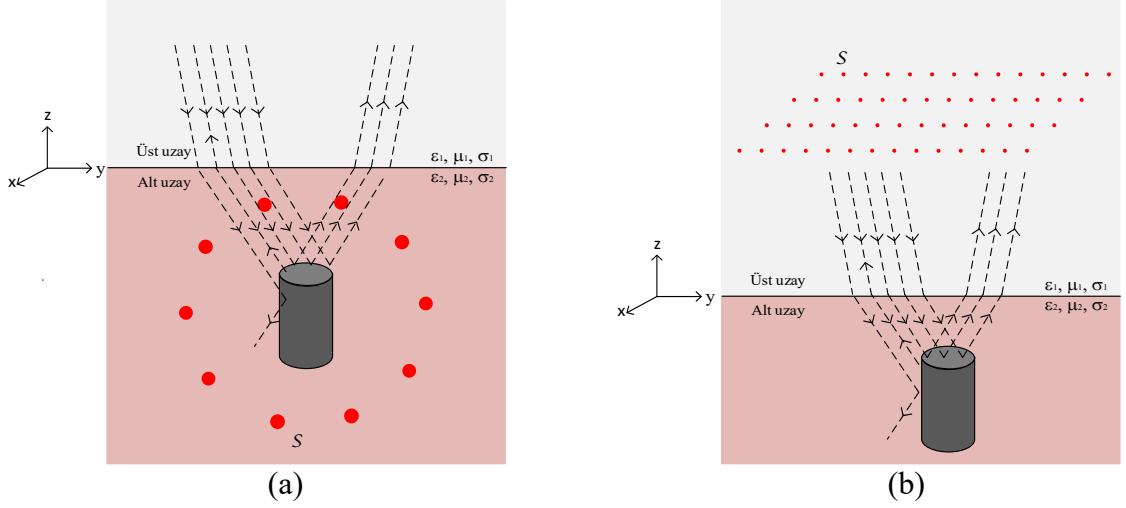
denkleminde kullanılarak fark cisim fonksiyonu $\partial \chi$ hesaplanır ve (2.27) denkleminde olduğu gibi bir önceki iterasyondaki cisim fonksiyonuna eklenerek yeni cisim fonksiyonu elde edilir. İterasyon, yeterli hata toleransı ε veya belirlenmiş iterasyon sağlanana kadar devam eder. VBIM algoritması aşağıdaki gibidir.

VBIM algoritması:

1. Born Yaklaşımı altında (3.20) denkleminde cisim fonksiyonu bulunur. Elde edilen bu cisim fonksiyonu değeri, cisim fonksiyonunun başlangıç değeri olarak kabul edilir.
2. Adım 1’de elde edilen cisim fonksiyonunun (3.22) denkleminde kullanılmasıyla yeniden yapılandırma bölgesindeki iç alanlar yeniden hesaplanarak güncellenir.
3. Adım 1’de bulunan cisim fonksiyonu ile Adım 2’de elde edilen güncellenmiş iç alanlar ve Green fonksiyonu kullanılarak gözlem noktalarındaki saçılan elektrik alan hesaplanır.
4. Ölçülen saçılan elektrik alan ile Adım 3’te hesaplanmış saçılan elektrik alan arasındaki fark hesaplanır.
5. Ölçülen saçılan elektrik alan (gerçek saçılan alan verisi) ile Adım 4’te hesaplanmış saçılan elektrik alan arasındaki fark hesaplanır.
6. Fark saçılan elektrik alana göre elde edilen fark cisim fonksiyonu (3.30) denkleminde bulunur.
7. (3.27) denkleminde olduğu gibi elde edilen fark cisim fonksiyonu başlangıçta elde edilen cisim fonksiyonu eklenerek güncellenir.
8. Yeterince yakınsama sağlandığında veya belirtilen iterasyon sayısı sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata toleransı sağlanmıyor ise Adım 1’e tekrar dönülür ve Adım 1’de χ_n cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu χ_{n+1} konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.

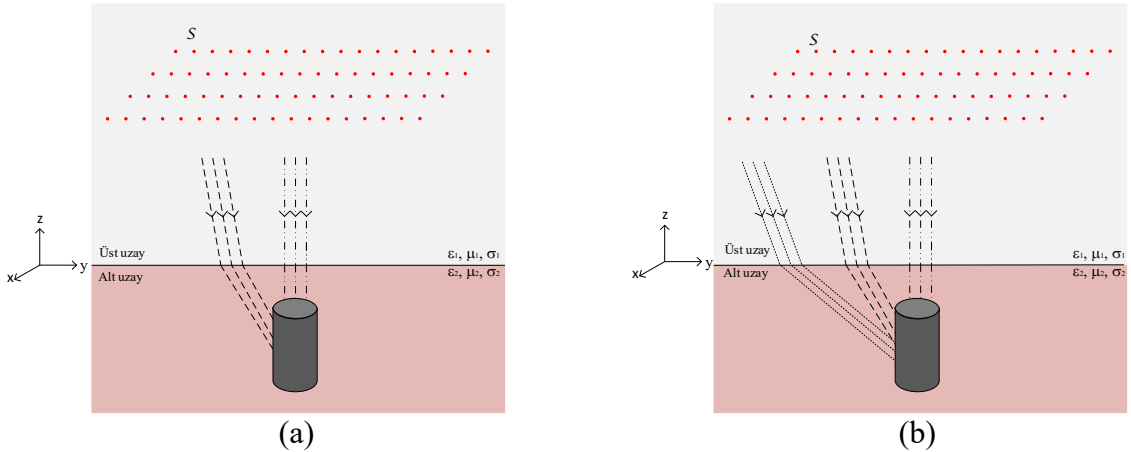
3.1.3 Best fit (BF) algoritmasının DBIM ve VBIM için uygulanması

Bu tez kapsamında düz saçılma probleminde sentetik olarak üretilen saçılan elektrik alan verisi cismin birden farklı açıda aydınlatılması ile gerçekleştirilmektedir. Cisim aydınlatılırken verici antenlerin ve alıcı antenlerin konumu önemlidir. Verici ve alıcı antenler ne kadar çok olursa ve cismin çevresine küresel olarak eşit aralıklarla dağıtılsa o kadar verimli saçılan alan verisi elde edilir.



Şekil 3.2. Gözlem noktalarının konumlarına göre problem geometrileri; gözlem noktaları cisim ile aynı uzayda (a) ve gözlem noktaları cisim ile farklı uzayda (b)

Şekil 3.2.a.'da görüldüğü üzere alıcı anten ve yarı uzayda gömülü cisim alt uzaydadır. Bu durumda verimli sonuçlar elde edilebilir. Fakat yarı uzay probleminin geometrisi gereği cismin aydınlatılması ve alıcıların konumlandırılması Şekil 3.2.b. deki gibi farklı uzayda olmak durumundadır. Problem geometrisi cismin aydınlatılmasını ve ters saçılma analizi zorlaştırmaktadır. Bu nedenle cismin aydınlatılması birden fazla geliş açısı ile üst uzaydan yapılır. Gözlem noktalarında her geliş açısıyla ilgili saçılan elektrik alan verileri elde edilir. Bu seferde dalganın ara yüzeye geliş açısı önem kazanmaktadır.



Şekil 3.3. Yeniden yapılandırma bölgesi aydınlatılmasında kullanılan gelen elektrik alanının sayısı ve geliş açısına göre problem geometrileri; az sayıda ve dar açı ile gelen alan geometrisi (a) ve çok sayıda ve geniş açı ile gelen alan geometrisi (b)

Şekil 3.3.a.'da dik bir silindir gömülü haldedir ve silindirin ara yüzey normaline farklı geliş açılarıyla aydınlatıldığı gösterilmektedir. Şekil 3.3.b.'de kesikli çizgiler farklı açılar ile gelen düzgün düzlem dalgayı temsil etmektedir. Her kesikli çizginin, cismi uzay boyunca aydınlattığı kabul edilmektedir. Silindir, ara yüzeye dik gelen açılarla daha güçlü saçılan alan üretecektir. Fakat silindirin yapısı gereği silindirin arka kısımları üst kısımlara göre daha zayıf saçılan alan oluşturacaktır. Çünkü dalga cismin içinde zayıflamaya uğrayacak ve daha zayıf bir şekilde aydınlatılmış olacaktır. Silindirin daha iyi aydınlatılması için ara yüzey normaline göre geliş açısı büyüdüğü takdirde silindirin arka kısımları da güçlü saçılan alan oluşturabilecektir.

Ters saçılma probleminde, her geliş açısına ait saçılan elektrik alan verisi DBIM ve VBIM için algoritmalar tek tek uygulanır. Bütün açılar için ortak bir hata fonksiyonu belirlenir. Bu hata fonksiyonunun belirlenmiş olan hatanın altına düşmesi veya eşit olması beklenir. Bu durumda aydınlatma geliş açısına göre iyi sonuç veren açı olumlu katkı yaparken, geliş açısına göre kötü sonuç veren açı olumsuz katkı yapacaktır. Bu tez çalışmasında bir geliş açısı hata değerine ulaşırken diğer bir açıya sahip hata değerine beklenen hata koşuluna ulaşmadığı görülmektedir. Buradan her geliş açısının belirlenen hata değerine farklı iterasyonlarda ulaştığı sonucu çıkarılabilir. Bu çalışmada her geliş açısının kendi iterasyon sayısına sahip olması durumu ön görülmüştür. İterasyon sayısının durma koşulu her geliş açısı için ayrı ayrı hata koşuluna ulaşılması durumu olacaktır. Bu durum her geliş açısı için en iyi sonucun elde edildiği durumdur. Bu algoritma her geliş açısına ait en iyi işlem sonucunu aldığından DBIM için BFDBIM ve VBIM için BFVBIM algoritmaları elde edilmiştir.

Hem BFDBIM hem de BFVBIM algoritmaları yeniden yapılandırma bölgesinin üst uzaydan Ψ adet farklı geliş açısı ile aydınlatıldığı kabul edilir ve geliş açıları $\psi = 1, 2, \dots, \Psi$ ile tanımlanmıştır.

3.1.3.1 En iyi bozulmuş born iteratif yöntem (BFDBIM)

BFDBIM algoritması:

1. İlgili ψ geliş açısına ait ölçülen saçılan alan verisi bulunur.
2. DBIM algoritması (1-6) uygulanır.

3. Yeterince yakınsama sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata koşulu sağlanmıyor ise adım 2'ye tekrar dönülür ve adım 2'de $\chi_{n,\psi}$ cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu $\chi_{n+1,\psi}$ konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.
4. İlgili ψ açısı için hata koşulu sağlanıyor ise cisim fonksiyonu ilgili açının en iyi sonucu olarak hafızaya kayıt edilir. Sıradaki açı için adım 1'e tekrar dönülür.
5. Elde edilen cisim fonksiyonlarının ortalama değeri alınır ve cisim fonksiyonu belirlenmiş olur.

3.1.3.2 En iyi varyasyonel born iteratif yöntem (BFVBIM)

BFVBIM algoritması:

1. İlgili ψ geliş açısına ait ölçülen saçılan alan verisi bulunur.
2. VBIM algoritması (1-6) uygulanır.
3. Yeterince yakınsama sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata koşulu sağlanmıyor ise adım 2'ye tekrar dönülür ve adım 2'de $\chi_{n,\psi}$ cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu $\chi_{n+1,\psi}$ konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.
4. İlgili ψ açısı için hata toleransı sağlanıyor ise cisim fonksiyonu ilgili açının en iyi sonucu olarak hafızaya kayıt edilir. Sıradaki açı için adım 1'e tekrar dönülür.
5. Elde edilen cisim fonksiyonlarının ortalama değeri alınır ve cisim fonksiyonu belirlenmiş olur.

3.1.4 Altuzay optimizasyon yönteminin DBIM ve VBIM uygulaması

Alt uzay optimizasyon yönteminin temeli, gözlem noktaları ile yeniden yapılandırma bölgesi arasında tanımlı Green fonksiyonunun tekil değer ayrıştırması (Singular Value Decomposition-SVD) uygulanarak alt uzaylarına ayrıştırılması prensibine dayanmaktadır. Yeniden yapılandırma bölgesinde indüklenmiş akımı alt uzaylarına ayırarak çözüm elde etmek ile Green fonksiyonunun alt uzaylarına ayırarak çözüm elde etmek aynı anlama gelmektedir. Green fonksiyonunun alt uzayları aracılığıyla indüklenmiş akım yoğunluğu bulunur. Alt uzay optimizasyon yöntemini (SOM) yöntemini Ye ve Chen (2017) DBIM için, Liu ve Nie (2019) VBIM için uygulamıştır.

3.1.4.1 Alt uzay tabanlı bozulmuş born iteratif yöntemi (SDBIM)

SDBIM uygulanırken DBIM’de olduğu gibi ilk iterasyon da cisim fonksiyonu veri denkleminde Born Yaklaşımı uygulanılarak elde edilir. Fakat SDBIM için önemli olan yeniden yapılandırma bölgesinde indüklenen akım yoğunluğunun güncellenmesidir. Alt uzay optimizasyon yöntemlerinde indüklenen akım yoğunluğunun iki kısımdan oluştuğu varsayılır. Deterministik kısım olarak adlandırılan birinci kısım gözlem noktasında oluşan saçılan alandan sorumlu iken deterministik olmayan ikinci kısım ise saçılan alan verisindeki gürültüden sorumludur. Yöntemin temeli, deterministik olmayan kısmı ayırarak çözüme dahil etmemeye dayanmaktadır. Alt uzay tabanlı optimizasyon yöntemlerinde diyadik Green fonksiyonu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ tekil değer ayrıştırma (SVD) uygulanarak alt uzaylarına ayrılır. Burada yeniden yapılandırma bölgesi ile gözlem noktaları arasındaki diyadik Green fonksiyonu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ ile ifade edilmektedir (Chen, 2018).

$$svd(\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s) = \bar{\bar{\mathbf{U}}}\bar{\bar{\Sigma}}\bar{\bar{\mathbf{V}}}^H = \sum_{m=1}^M \mathbf{u}_m \sigma_m \mathbf{v}_m^H \quad (3.31)$$

Burada $\bar{\bar{\mathbf{U}}}$ matrisi ortonormal sol öz değer matrisi olup her bir sütunu $\mathbf{u}$ ’lardan oluşur. Sol öz değer vektörü boyutu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ operatörünün satır sayısına göre belirlenir ve $3M \times 3M$ dir. Burada $\bar{\bar{\mathbf{V}}}$ matrisi ortonormal sağ öz değer matrisi olup her bir sütunu $\mathbf{v}$ ’lerden oluşur. Sağ öz değer vektör boyutu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ operatörünün sütun sayısına göre belirlenir ve $3P \times 3P$ dir. Tekil değer vektör boyutu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ operatörünün satır ve sütun sayısına göre belirlenir ve $3M \times 3P$ dir. Burada tekil değer matrisi $\bar{\bar{\Sigma}}$ köşegen elemanları σ_m ’lerden oluşur ve büyüktен küçüğe doğru sıralanır. Bu sıralamayı $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_M$ olarak tanımlanır. $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s = \mathbf{u}_m \sigma_m \mathbf{v}_m^H$ olarak veri denkleminde yerine yazılıp matris işlemleriyle $\mathbf{J}$ değeri elde edilir.

Ters saçılma problemi Born Yaklaşımıyla elde edilen cisim fonksiyonu (3.22)’te yerine yazılarak toplam elektrik alan bulunur. DBIM’de uygulandığı gibi gözlem noktalarındaki noktasal kaynağın yeniden yapılandırma bölgesinde oluşturduğu iç alanlar incelenerek diyadik Green fonksiyonu güncellenir. Bu aşamada DBIM’den farklı olarak akım yoğunluğu $\mathbf{J}$ hesaplanır.

$$\mathbf{J} = \mathbf{v}_m \cdot \frac{\mathbf{u}_m^H \cdot \mathbf{E}^s}{\sigma_m} = \mathbf{V} \cdot \alpha \quad (3.32)$$

Alt uzay optimizasyon yöntemlerinde akım yoğunluğunun deterministik ve deterministik olmayan kısımları elde edilir ve SDBIM’de deterministik kısım göz önünde bulundurularak işleme devam edilir. Ye ve Chen (2017), bu işlemi yaparken fark saçılan alanı göz önünde bulundurarak fark akım yoğunluğunu elde etmektedir.

$$\delta \mathbf{J}^{det} = \sum_{m=1}^{L_0} \mathbf{v}_m \cdot \frac{\mathbf{u}_m^H \cdot \delta \mathbf{E}^s}{\sigma_m} = \sum_{m=1}^{L_0} \mathbf{v}_m \cdot \frac{\mathbf{u}_m^H \cdot (\mathbf{E}^s - \bar{\mathbf{G}}^s \chi \mathbf{E}^D - \bar{\mathbf{G}}^{s'} \delta \chi \mathbf{E}')}{\sigma_m} \quad (3.33)$$

Fark saçılan elektrik alana göre fark akım yoğunluğu deterministik kısmı hesaplandıktan sonra doğrudan yeniden yapılandırma bölgesindeki toplam elektrik alana eklenerek toplam elektrik alan güncellenir.

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}^b + \bar{\mathbf{G}}^{s'} \cdot \delta \mathbf{J}^{det} \quad (3.34)$$

Maliyet fonksiyonunun minimizasyonu ile fark cisim fonksiyonu elde edilir.

$$f(\delta \chi) = \sum_{m=1}^M \left\| \mathbf{E}^s - \bar{\mathbf{G}}^s \chi \mathbf{E}^D - \bar{\mathbf{G}}^{s'} \delta \chi \mathbf{E}' \right\|^2 + \gamma \|\delta \chi\|^2 \quad (3.35)$$

Bu fark ile elde edilen fark cisim fonksiyonu kontrast kaynağına göre elde edilen cisim fonksiyonuna eklenerek cisim fonksiyonu güncellenmiş olur.

$$\chi_{n+1} = \chi_n + \partial \chi \quad (3.36)$$

Güncellenmiş bu cisim fonksiyonu ile yeterli hata koşulu veya belirlenmiş iterasyon sağlanana kadar iterasyon devam eder. SDBIM işlem adımları aşağıda verilmiştir.

SDBIM algoritması:

1. DBIM algoritması (1-3) uygulanır.
2. Diyadik Green fonksiyonuna (3.31)’deki gibi SVD uygulanır.

3. (3.33)'de kontrast kaynağın deterministik kısmı Adım 1'de bulunan fark saçılan alan verisine göre bulunur.
4. Adım 3'de bulunan fark saçılan alan (3.34) yerine yazılarak toplam elektrik alan bulunur.
5. (3.35)'de verilen maliyet fonksiyonunun minimizasyonu ile fark cisim fonksiyonu bulunup Adım 1'de bulunan cisim fonksiyonuna eklenerek güncellenir.
6. Yeterince yakınsama sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata koşulu sağlanmıyor ise adım 1'e tekrar dönülür ve adım 1'de $\chi_{n,\psi}$ cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu $\chi_{n+1,\psi}$ konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.

3.1.4.2 Alt uzay tabanlı varyasyonel born iteratif yöntem (SVBIM)

SVBIM'de, VBIM'de olduğu gibi ilk olarak ölçüm bölgesinde elde edilen saçılan elektrik alan verisi kullanılarak Born Yaklaşımı yapılır ve iterasyonun başlangıç cisim fonksiyon değeri elde edilir. SDBIM'de olduğu gibi akım yoğunluğunun deterministik kısmı hesaplanır. Deterministik olmayan kısmı göz ardı edilebilecek kadar küçük saçılan alana, bir başka ifadeyle saçılan alan verisinde gürültüye sebep olur. SDBIM'de olduğu gibi (3.31) akım yoğunluğu hesaplanır. Liu ve Nie (2019) bu işlemi yaparken fark saçılan alanı göz önünde bulundurarak fark akım yoğunluğunu elde etmektedir.

$$\delta \mathbf{J}^{det} = \sum_{m=1}^{L_0} \mathbf{v}_m \cdot \frac{\mathbf{u}_m^H \cdot \delta \mathbf{E}^s}{\sigma_m} = \sum_{m=1}^{L_0} \mathbf{v}_m \cdot \frac{\mathbf{u}_m^H \cdot (\mathbf{E}^s - \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \delta \chi \mathbf{E}^b)}{\sigma_m} \quad (3.37)$$

SDBIM'de (3.34)'de olduğu gibi fark saçılan elektrik alana göre fark akım yoğunluğu deterministik kısmı hesaplandıktan sonra doğrudan yeniden yapılandırma bölgesindeki toplam alana eklenerek güncellenir.

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}^b + \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \cdot \delta \mathbf{J}^{det} \quad (3.38)$$

(3.39)'da verilen maliyet fonksiyonunun minimizasyonu ile fark cisim fonksiyonu hesaplanır.

$$f(\delta\chi) = \sum_{m=1}^M \frac{\|\mathbf{E}^s - \bar{\mathbf{G}}^s \chi \mathbf{E}^b\|^2}{\|\mathbf{E}^s\|^2} + \frac{\|\delta\chi \mathbf{E}\|^2}{\|\delta\mathbf{J}^{mjr}\|^2} \quad (3.39)$$

Elde edilen fark cisim fonksiyonu Born Yaklaşımı ile elde edilen cisim fonksiyonuna eklenerek cisim fonksiyonu güncellenmiş olur. Güncellenmiş olan bu cisim fonksiyonu ile yeterli hata koşulu veya belirlenmiş iterasyon sağlanana kadar iterasyon devam eder. SVBIM algoritması aşağıdaki gibidir.

SVBIM algoritması:

1. Diyadik Green fonksiyonuna (3.31)'deki gibi SVD uygulanır.
2. VBIM algoritması (1-3) uygulanır.
3. Adım 2'de bulunan fark saçılan alan (3.38) 'de yerine yazılarak toplam elektrik alan bulunur.
4. (3.39)'da verilen hata fonksiyonunun minimizasyonu ile fark cisim fonksiyonu bulunup Adım 2'de bulunan cisim fonksiyonuna eklenerek güncellenir.
5. Yeterince yakınsama sağlanana kadar iterasyon devam eder. Eğer hata toleransı sağlanmıyor ise adım 2'e tekrar dönülür ve adım 2'de $\chi_{n,\psi}$ cisim fonksiyonu yerine güncellenmiş cisim fonksiyonu $\chi_{n+1,\psi}$ konularak bir sonraki iterasyon için adımlar tekrarlanır.

SDBIM ve SVBIM'de akım yoğunluğu $\mathbf{J}$ güncellenmesi üzerine dayalıdır. Akım yoğunluğu, cisim fonksiyonu ve toplam elektrik alanın çarpılmasıyla elde edilir. SDBIM ve SVBIM'de olduğu gibi CSI'da ilk güncellenen ifade akım yoğunluğu $\mathbf{J}$ 'dir. Daha sonra cisim fonksiyonun güncellenmesi gerçekleştirilir. Sonuç olarak CSI ve Alt uzay tabanlı DBIM ve VBIM benzer algoritmalara sahip yöntemlerdir.

3.2 Kontrast Kaynak Tabanlı Yöntemler

Bu bölümde kontrast kaynak inversiyonu (CSI) ve bunun genişletilmiş versiyonu olan genişletilmiş kontrast kaynak inversiyonu (ECSI) yöntemleri anlatılacaktır. Her iterasyon adımında düz saçılma probleminin çözümünü gerektiren Born Yaklaşımı tabanlı iteratif yöntemlerin aksine kontrast kaynak tabanlı bu yöntemler böyle bir hesaplama gerektirmedikinden işlem yükü bakımından Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlere göre daha

avantajlıdır. CSI ve ECSI yöntemlerinde veri denklemi ve durum denkleminin normalize hatalarından oluşan maliyet fonksiyonun minimizasyonu yapılmaktadır. Bu minimizasyon işleminde öncelikli olarak, yeniden yapılandırma bölgesindeki $\mathbf{J} = \chi \mathbf{E}$ güncellenir. Yeniden yapılandırma bölgesindeki cisim fonksiyonu ve toplam elektrik alanının çarpımına eşit olan $\mathbf{J}$ dağılımı bu yöntemde kontrast kaynak olarak adlandırılır. Daha sonra cisim fonksiyonu χ güncellenir.

3.2.1 Kontrast kaynak inversiyon yöntemi (CSI)

Yeniden yapılandırma bölgesi ardışık olarak farklı geliş açılarında düzlem dalga ile aydınlatılmaktadır. ψ geliş açısını göstermek üzere herhangi bir ψ açısı için (2.1)'de verilen veri denklemi,

$$\mathbf{E}_\psi^s(\mathbf{r}) = k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi_\psi(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_\psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{S}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.40)$$

olarak ve (2.15)'de verilen durum denklemi,

$$\mathbf{E}_\psi(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_\psi^b(\mathbf{r}) + k_2^2 \int_{\mathcal{D}} \bar{\bar{\mathbf{G}}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \chi_\psi(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}_\psi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad , \quad \mathbf{r} \in \mathcal{D}, \mathbf{r}' \in \mathcal{D} \quad (3.41)$$

olarak yazılabilir. Bu iki denklemin sembolik formları,

$$\mathbf{E}_\psi = \mathbf{E}^b + \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \chi_\psi \mathbf{E}_\psi \quad (3.42)$$

$$\mathbf{E}_\psi^s = \bar{\bar{\mathbf{G}}}^S \chi_\psi \mathbf{E}_\psi \quad (3.43)$$

biçimindedir. Bu ifadelerde Green fonksiyonuna eklenen S ve D üsleri sırasıyla Green fonksiyonunun gözlem noktası-yeniden yapılandırma bölgesi ve yeniden yapılandırma bölgesi-yeniden yapılandırma bölgesi arasında tanımlı olduğunu göstermektedir. Kontrast kaynak sembolik formda,

$$\mathbf{J}_\psi = \chi_\psi \mathbf{E}_\psi \quad (3.44)$$

biçiminde yazılır. Durum denkleminin her iki tarafı cisim fonksiyonu ile çarpılıp veri denklemi ve durum denklemi (3.44) göz önüne alınarak yazıldığında kontrast kaynak cinsinden integral denklemler elde edilir (Berg ve Kleinman, 1997).

$$\chi \mathbf{E}_{\psi}^i = \mathbf{J}_{\psi} - \chi_{\psi} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{J}_{\psi} \quad (3.45)$$

$$\mathbf{E}_{\psi}^s = \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{J}_{\psi} \quad (3.46)$$

Veri denkleminin $L_2(S)$ normunun normalize hatası ve durum denkleminin $L_2(D)$ normunun normalize hatalarının toplamından oluşan maliyet fonksiyonu,

$$F = \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s - \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{J}_{\psi}\|_s^2}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\sum_{\psi} \|\chi \mathbf{E}_{\psi}^i - \mathbf{J}_{\psi} + \chi_{\psi} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{J}_{\psi}\|_D^2}{\sum_{\psi} \|\chi \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \quad (3.47)$$

olarak tanımlanır. Burada birinci terim veri denklemindeki normalize hatayı, ikinci terim ise durum denklemindeki normalize hatayı göstermektedir. Maliyet fonksiyonunda bilinmeyen iki parametre vardır. Bunlardan biri cisim fonksiyonu χ_{ψ} diğeri ise kontrast kaynağı $\mathbf{J}_{\psi}$ dir. CSI'da bu iki bilinmeyen ifadelerden önce $\mathbf{J}_{\psi}$, sonra χ_{ψ} güncellenerek cisim fonksiyonu elde edilir.

$$\boldsymbol{\rho}_{\psi,n} = \mathbf{E}_{\psi,n}^s - \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{J}_{\psi,n} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{r}_{\psi,n} = \mathbf{E}_{\psi,n}^i - \mathbf{J}_{\psi,n} + \chi_{\psi,n} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{J}_{\psi,n} = \chi_{\psi,n} \mathbf{E}_{\psi,n} - \mathbf{J}_{\psi,n} \quad (3.49)$$

Burada $\mathbf{J}_{\psi,n-1}$ ve $\chi_{\psi,n-1}$ bilindiğini düşünülür ve $\mathbf{J}_{\psi,n}$ aşağıdaki bağıntıya göre güncellenir.

$$\mathbf{J}_{\psi,n} = \mathbf{J}_{\psi,n-1} + \alpha_{\psi,n} \mathbf{v}_{\psi,n} \quad (3.50)$$

Görüldüğü üzere kontrast kaynağın güncellenmesinde iki araştırma yönü vardır. Bunlardan ilki $\alpha_{\psi,n}$ konumun fonksiyonu olup güncelleme yönünü belirtmektedir. Diğeri ise $\mathbf{v}_{\psi,n}$ Polak-Ribiere eşlenik gradyan yönünü belirtir.

$$n = 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{\psi,0} = 0 \quad (3.51)$$

$$n \neq 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{\psi,0} = \mathbf{g}_{\psi,n} + \frac{\langle \mathbf{g}_{\psi,n}, \mathbf{g}_{\psi,n} - \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D}{\langle \mathbf{g}_{\psi,n-1}, \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D} \mathbf{v}_{\psi,n} \quad (3.52)$$

Polak-Ribiere eşlenik gradyan yönü belirlenirken kullanılan $\mathbf{g}_{\psi,n}$ maliyet fonksiyonunun $\mathbf{J}_{\psi,n}$ 'ye göre Frechet türevi olarak tanımlanır. Ayrıca $\langle -, - \rangle_D$, $L_2(D)$ de alınmış iç çarpımlar işaretidir.

$$\mathbf{g}_{\psi,n} = \frac{\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{p}_{\psi,n-1}}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} - \frac{\mathbf{r}_{\psi,n-1} - \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s (\bar{\chi}_{\psi,n-1} \mathbf{r}_{\psi,n-1})}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \quad (3.53)$$

Burada tanımlı olan diyardik Green fonksiyonu $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$, $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ diyardik Green matrisinin adjointi olarak tanımlanır. Ayrıca $\bar{\chi}_{\psi,n-1}$ ifadesindeki üst çizgi ise kompleks eşleniği göstermektedir.

Kontrast kaynağını güncellemek için bilinmeyen $\alpha_{j,n}$ fonksiyonunu tanımlamak gerekir. Bu işlemi de hata fonksiyonunda tanımlı olan güncelleme denklemlerini yerine yazılırsa,

$$F = \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{p}_{\psi,n-1} - \alpha_{\psi,n} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{v}_{\psi,n}\|_s^2}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{r}_{\psi,n-1} - \alpha_{\psi,n} (\mathbf{v}_{\psi,n} - \chi_{\psi,n-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{v}_{\psi,n})\|_D^2}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \quad (3.54)$$

bilinmeyen $\alpha_{\psi,n}$ katsayısı belirlenmiş olur.

$$\alpha_{\psi,n} = \left[\left(\frac{\langle \mathbf{p}_{\psi,n-1}, \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{v}_{\psi,n} \rangle_s}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\langle \mathbf{r}_{\psi,n-1}, \mathbf{v}_{\psi,n} - \chi_{\psi,n-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{v}_{\psi,n} \rangle_D}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \right) \right. \\ \left. \left(\frac{\|\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{v}_{\psi,n}\|_s^2}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\|\mathbf{v}_{\psi,n} - \chi_{\psi,n-1} \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D \mathbf{v}_{\psi,n}\|_D^2}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \right) \right] \quad (3.55)$$

Bu katsayının da belirlenmesiyle bilinmeyen $\mathbf{J}_\psi$ belirlenebilir. Dolayısıyla bilinmeyen cisim fonksiyonu χ_ψ 'nin bulunması istenir. Bilinmeyen cisim fonksiyonunun belirlenmesinde normalize durum denklemindeki hatanın $L_2(D)$ normunun minimizasyonu yapılarak elde edilir.

$$F_D = \frac{\sum_\psi \|\chi_\psi \mathbf{E}_{\psi,n} - \mathbf{J}_{\psi,n}\|_D^2}{\sum_\psi \|\chi_\psi \mathbf{E}_{\psi,n}\|_D^2} \quad (3.56)$$

Kohn ve McKenney (1990), bu fonksiyonun minimizasyonunu elde etmiş ve cisim fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlamışlardır.

$$\chi_n^r = \left\{ \frac{\sum_\psi \left(\frac{\text{Re}(\mathbf{J}_{\psi,n} \mathbf{E}_{\psi,n})}{|\mathbf{E}_{\psi,n}|} \right)^2}{\sum_\psi |\chi_\psi \mathbf{E}_{\psi,n}|^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.57)$$

$$\chi_n^{im} = \left\{ \frac{\sum_\psi \left(\frac{\text{Im}(\mathbf{J}_{\psi,n} \mathbf{E}_{\psi,n})}{|\mathbf{E}_{\psi,n}|} \right)^2}{\sum_\psi \eta_\psi^2 |\chi_\psi \mathbf{E}_{\psi,n}|^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.58)$$

Kontrast kaynak inversiyonu yöntemi, kontrast kaynağın başlangıç değeri olmadan uygulanamaktadır. $\mathbf{J}_{\psi,n}$ sıfır olduğunda maliyet fonksiyonu (3.54) tanımsız ve (3.57) ve (3.58)'e göre χ_ψ sıfır olur. Dolayısıyla kontrast kaynak başlangıç değeri (3.59)'deki gibi alınmıştır (Haak ve Berg, 1998).

$$\mathbf{J}_{\psi,0} = \frac{\|\bar{\mathbf{G}}^s \mathbf{E}_\psi^s\|_D^2}{\|\bar{\mathbf{G}}^s \bar{\mathbf{G}}^{s*} \mathbf{E}_\psi^s\|_D^2} \bar{\mathbf{G}}^{s*} \mathbf{E}_\psi^s \quad (3.59)$$

CSI işlem adımları aşağıda verilmiştir.

CSI algoritması:

1. Kontrast kaynak $\mathbf{J}$ 'nin başlangıç değeri (3.59)'e göre hesaplanır.
2. Cisim fonksiyonu χ 'in başlangıç değeri (3.57), (3.58)'e göre hesaplanır.
3. Maliyet fonksiyonun Frechet türevi $\mathbf{g}_{\psi,n}$ (3.53)'daki gibi hesaplanır.
4. (3.51) ve (3.52) göz önünde bulundurularak Polak-Ribiere eşlenik gradyan yönü $\mathbf{v}$ hesaplanır.
5. Güncelleme yönü α hesaplanır.
6. Adım 4 ve adım 5'te hesaplanan değerler (3.50) yerine yazılarak kontrast kaynak $\mathbf{J}$ güncellenir.
7. Güncellenen kontrast kaynağı kullanılarak veri denklemi (3.44)'den cisim fonksiyonu χ güncellenir.
8. Eğer belirlenmiş iterasyon sayısına veya yeterli hata koşuluna ulaşılmış ise iterasyon bitirilir. Koşullar sağlanmamış ise Adım 3'e dönülerek iterasyon adımları tekrarlanır.

3.2.2 Genişletilmiş kontrast kaynak inversiyonu yöntemi (ECSI)

Berg ve arkadaşları (1999) yılında değiştirilmiş gradyan yöntemini baz alarak bir çalışma gerçekleştirdiler. Ters saçılmada bilinmeyen parametreler kontrast kaynağı ve cisim fonksiyonunu her iterasyonda güncellediler. Bu güncellemeyi gradyan tabanlı yöntemler ile uygulayarak maliyet fonksiyonunu belirlemişlerdir. Maliyet fonksiyonu durum denklemi ve veri denkleminin normalize kombinasyonundan oluşmaktadır. Bu hata fonksiyonu CSI yönteminin devamı niteliğindedir. Dolayısıyla Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden farklılığı CSI'daki gibi tanımlanır. ECSI'da kontrast kaynağı CSI'da (3.45) ve (3.46)'daki gibi tanımlanır. Veri denklemi ve durum denklemi hataları (3.48) ve (3.49)'daki gibidir. Bu hata fonksiyonları maliyet fonksiyonunu tanımlamak için kullanılır. Bu hata fonksiyonunu oluştururken veri denkleminin $L_2(S)$ normunun normalize hatası ve durum denkleminin $L_2(D)$ normunun normalize hatası maliyet fonksiyonunda tanımlanır.

$$F = \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s - \bar{\mathbf{G}}^s \mathbf{J}_{\psi}\|_s^2}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\sum_{\psi} \|\chi \mathbf{E}_{\psi}^i - \mathbf{J}_{\psi} + \chi_{\psi} \bar{\mathbf{G}}^D \mathbf{J}_{\psi}\|_D^2}{\sum_{\psi} \|\chi \mathbf{E}_{\psi}^i\|_D^2} \quad (3.60)$$

$\mathbf{J}_{\psi,n}$ (3.50)'deki bağıntıya göre güncellenir. Kontrast kaynağının güncellenmesi CSI'dan farklı olarak iterasyon güncelleme yönü bağımsız bir parametre olduğu kabul edilerek Re ve $\sum$ ifadeleri eklenmiştir.

$$n = 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{\psi,0} = 0 \quad (3.61)$$

$$n \neq 0 \Rightarrow \mathbf{v}_{\psi,0} = \mathbf{g}_{\psi,n} + \frac{Re \sum_{\psi} \langle \mathbf{g}_{\psi,n}, \mathbf{g}_{\psi,n} - \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D}{\sum_{\psi} \langle \mathbf{g}_{\psi,n-1}, \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D} \mathbf{v}_{\psi,n-1} \quad (3.62)$$

Polak-Ribiere eşlenik gradyan yönü belirlenirken kullanılan $\mathbf{g}_{\psi,n}$ CSI'dakine benzer şekilde türetilmiştir. CSI'dan farklı olarak (3.53)'ü normalizasyon terimlerini kullanarak tanımlanır.

$$\eta_s = \frac{1}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} \quad (3.63)$$

$$\eta_D = \frac{1}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^i\|_s^2} \quad (3.64)$$

(3.63) ve (3.64) normalizasyon terimleri olarak tanımlanır ve $\mathbf{g}$ ve $\alpha_{\psi,n}$ formülasyonunda kullanılır.

$$\mathbf{g}_{\psi,n} = -\eta_s \bar{\bar{\mathbf{G}}}^s \mathbf{p}_{\psi,n-1} - \eta_D \left(\mathbf{r}_{\psi,n-1} - \bar{\bar{\mathbf{G}}}^D (\bar{\chi}_{\psi,n-1} \mathbf{r}_{\psi,n-1}) \right) \quad (3.65)$$

Burada $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$, $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^s$ diyadik Green matrisinin adjointi olup $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^D$, $\bar{\bar{\mathbf{G}}}^D$ diyadik Green matrisinin adjointidir. $\bar{\chi}_{\psi,n-1}$ ifadesindeki üst çizgi ise kompleks eşleniği göstermektedir.

Kontrast kaynağını güncellemek için bilinmeyen $\alpha_{j,n}$ fonksiyonunun tanımlamak gerekir. Bu işlemi de (3.60)'de tanımlı maliyet fonksiyonunda güncelleme denklemlerini yerine yazılır.

$$F = \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{p}_{\psi,n-1} - \alpha_{\psi,n} \bar{\mathbf{G}}^s \mathbf{v}_{\psi,n}\|_s^2}{\sum_{\psi} \|\mathbf{E}_{\psi}^s\|_s^2} + \frac{\sum_{\psi} \|\mathbf{r}_{\psi,n-1} - \alpha_{\psi,n} (\mathbf{v}_{\psi,n} - \chi_{\psi,n-1} \bar{\mathbf{G}}^D \mathbf{v}_{\psi,n})\|_D^2}{\sum_{\psi} \|\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi}^t\|_D^2} \quad (3.66)$$

(3.66)'da tanımlı maliyet fonksiyonunun minimizasyonu ile $\alpha_{\psi,n}$ katsayısı belirlenir.

$$\alpha_{\psi,n} = \left[\left(\frac{Re \sum_{\psi} \langle \mathbf{g}_{\psi,n}, \mathbf{v}_{\psi,n} \rangle_s}{\eta_s \sum_{\psi} \|\mathbf{G}^s \mathbf{v}_{\psi,n}\|_s^2 + \eta_D \sum_{\psi} \|\mathbf{v}_{\psi,n} - \chi_{\psi,n-1} \mathbf{G}^D \mathbf{v}_{\psi,n}\|_D^2} \right) \right] \quad (3.67)$$

$\alpha_{\psi,n}$ ve $\mathbf{v}_{\psi,n}$ (3.50)'de yerine yazılarak kontrast kaynak güncellenir. Cisim fonksiyonu χ CSI'dan farklı olarak ECSI'da çizgi minimizasyonu yapılarak bulunur.

$$\chi_n = \chi_{n-1} + \alpha_n \mathbf{d}_n \quad (3.67)$$

Burada $\mathbf{d}_n$ güncelleme yönü olarak tanımlanır.

$$n = 0 \Rightarrow \mathbf{d}_0 = 0 \quad (3.68)$$

$$n \neq 0 \Rightarrow \mathbf{d}_n = \mathbf{g}_{\psi,n} + \frac{Re \sum_{\psi} \langle \mathbf{g}_{\psi,n}, \mathbf{g}_{\psi,n} - \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D}{\sum_{\psi} \langle \mathbf{g}_{\psi,n-1}, \mathbf{g}_{\psi,n-1} \rangle_D} \mathbf{d}_{n-1} \quad (3.69)$$

Burada $\mathbf{g}$ sabiti aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\mathbf{g}_{\psi,n} = -\eta_D \frac{Re \sum_{\psi} (\chi_{\psi,n-1} \mathbf{E}_{\psi,n}^t - \mathbf{J}_{\psi,n})}{\sum_{\psi} |\mathbf{E}_{\psi,n}^t|^2} \quad (3.70)$$

CSI'da olduğu gibi α parametresi maliyet fonksiyonunun ikinci teriminin minimizasyonu ile elde edilir.

$$a = Re \sum_{\psi} \|\mathbf{d}_n \mathbf{E}_{\psi,n}^t\|_D^2 \quad (3.71)$$

$$A = Re \sum_{\psi} \|\mathbf{d}_n \mathbf{E}_{\psi,n}^i\|_D^2 \quad (3.72)$$

$$b = Re \sum_{\psi} \langle \chi_{n-1} \mathbf{E}_{\psi,n}^t - \mathbf{J}_{\psi,n}, \mathbf{d}_n \mathbf{E}_{\psi,n}^t \rangle_D \quad (3.73)$$

$$B = Re \sum_{\psi} \langle \chi_{n-1} \mathbf{E}_{\psi,n}^i, \mathbf{d}_n \mathbf{E}_{\psi,n}^i \rangle_D \quad (3.74)$$

$$c = Re \sum_{\psi} \|\chi_{n-1} \mathbf{E}_{\psi,n}^t - \mathbf{J}_{\psi,n}\|_D^2 \quad (3.75)$$

$$C = Re \sum_{\psi} \|\chi_{n-1} \mathbf{E}_{\psi,n}^i\|_D^2 \quad (3.76)$$

$$\alpha_n = \frac{-(aC - Ac) + \sqrt{(aC - Ac)^2 - 4(aB - Ab)(bC - Bc)}}{2(aB - Ab)} \quad (3.77)$$

Burada α_n ve $\mathbf{d}_n$ (3.67)'de yerine yazılarak cisim fonksiyonu güncellenir. ECSI ve CSI kontrast kaynağı ve cisim fonksiyonunun başlangıç değerini aynı denklemler ile hesaplar. ECSI algoritması aşağıdaki gibidir.

ECSI algoritması:

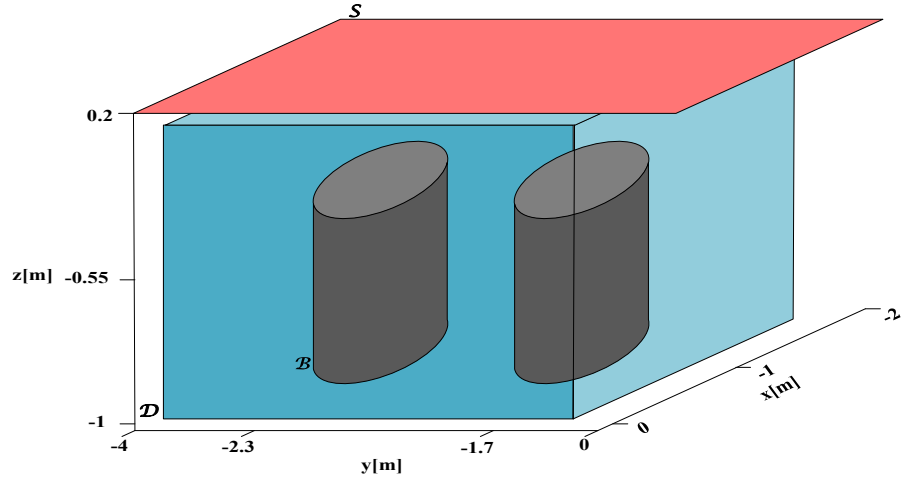
1. CSI algoritması (1-5) uygulanır.
2. (3.60)'da maliyet fonksiyonunun kontrast akım yoğunluğuna göre Frechet türev alınarak $\mathbf{g}$ hesaplanır.
3. Güncelleme yönü $\mathbf{d}$ (3.68) ve (3.69)'a göre belirlenir.
4. (3.77)'e göz önünde bulundurularak güncelleme yönü sabiti α hesaplanır.
5. Adım 3 de Adım 4 de hesaplanan değerler (3.67)'de yerine yazılarak cisim fonksiyonu χ güncellenir.
6. Eğer belirlenmiş iterasyon sayısına veya yeterli hata koşulu sağlanıyorsa iterasyon bitirilir. Koşullar sağlanmamış ise Adım 1'e dönülerek başlangıç $\mathbf{J}$ ve χ değerleri yerine güncellenmiş $\mathbf{J}$ ve χ değerler kullanılarak iterasyon adımları tekrarlanır.

BÖLÜM IV

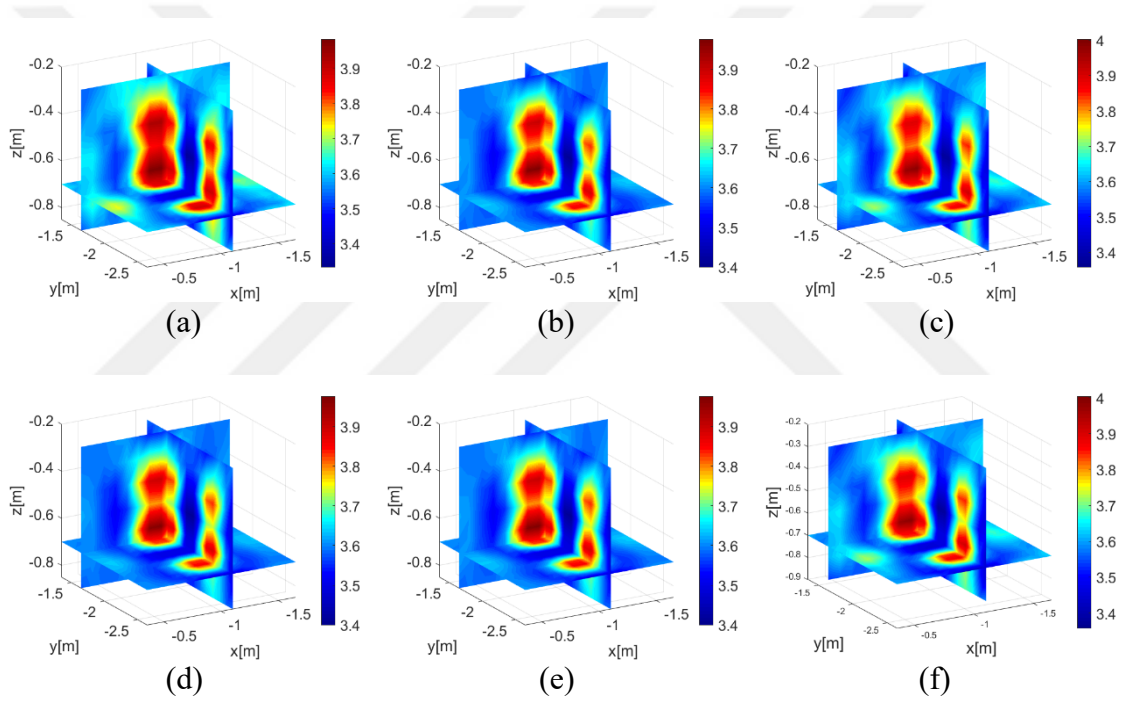
SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde bir önceki bölümde anlatılan ters saçılma algoritmaları kullanılarak elde edilen yeniden yapılandırma sonuçları verilmiş ve yöntemler performans açısından birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Yöntemlere ait yazılımlar MATLAB yazılım programında yazılmış olup yöntemlerin performans karşılaştırmaları Intel(R) Core(TM) i7-9750H CPU @2.6 Ghz işlemciye ve 16 GB RAM'e sahip dizüstü bilgisayar kullanılarak yapılmıştır. Sunulan tüm örneklerde üst yarı uzayın boş uzay olduğu ve çalışma frekansının 300 MHz olduğu varsayılmıştır. Yeniden yapılandırma bölgesi 100 farklı geliş açısında düzlem dalga ile aydınlatılmış ve saçılan alanlar arayüzeyden 0.2 m yukarıda, 200 farklı noktada, ardışık iki nokta arası 0.1m olacak şekilde düzlemsel bir bölgede ölçülmüştür. Ölçüm verileri düz problem çözümünden elde edilen sentetik verilerdir.

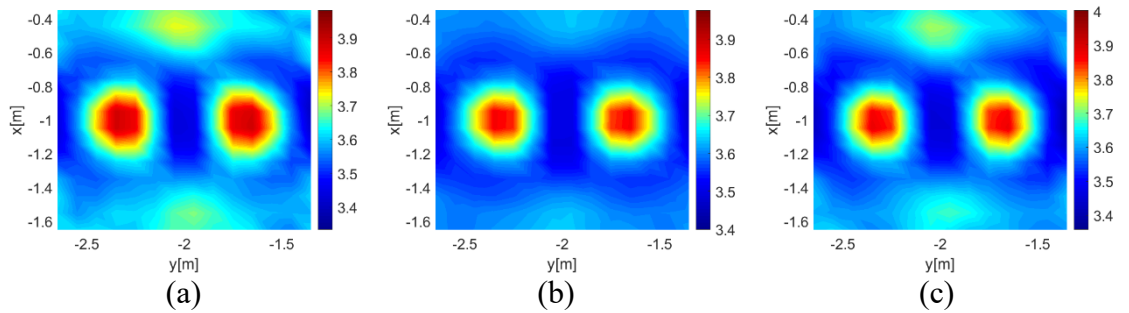
İlk örnekte, Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerin yeniden yapılandırma performansları birbiriyle karşılaştırılmıştır. Bu amaçla Şekil 4.1'deki geometri göz önüne alınmıştır. Burada, dielektrik sabiti $\epsilon_2 = 3.6\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} S/m$ olan alt yarı uzayda dielektrik sabiti $\epsilon_c = 4.5\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ olan, yükseklikleri 0.7 m ve yarıçapları 0.2 m iki silindirik cisim gömülü durumdadır. Silindirik cisimlerin merkez noktaları $(-1, -1.7, -0.55)$ ve $(-1, -2.3, -0.55)$ 'dir. Bu problemde merkezi $(-1, -2, -0.55)$ olan $1.4m \times 1.4m \times 0.7 m$ bir bölge yeniden yapılandırma bölgesi olarak kullanılmıştır. Şekil 4.2'de Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlere ait üç boyutlu sonuçları verilmiştir. Şekil 4.3'de $z=-0.7 m$ de dilimlenmiş gösterimi verilmiştir.

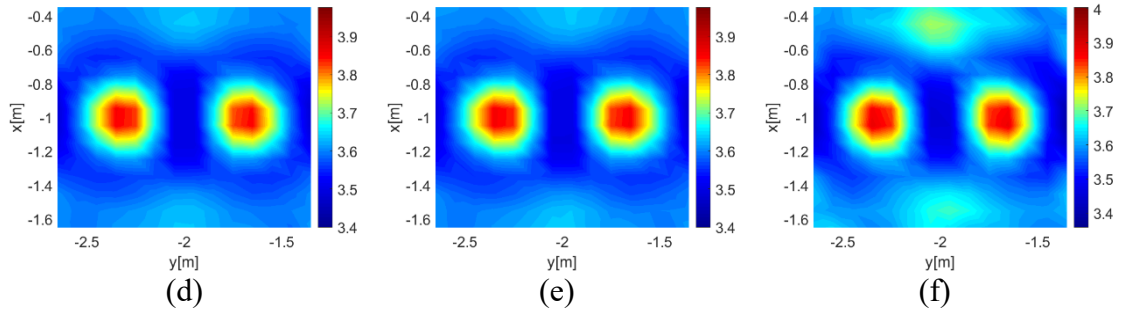


Şekil 4.1. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisi



Şekil 4.2. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) DBIM (a), BFDBIM (b), SDBIM (c), VBIM (d), BFVBIM (e) ve SVBIM (f) gösterimi





Şekil 4.3. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu (2B) $z=-0.7$ m de dilimlenmiş DBIM (a), BFDBIM (b), SDBIM (c), VBIM (d), BFVBIM (e) ve SVBIM (f) gösterimi

Bu sonuçlara göre SDBIM ve SVBIM; VBIM, DBIM, BFDBIM ve BFVBIM'e göre sayısal değer olarak gerçek değere daha yakın sonuçlar verdiği görülmektedir. Alt uzay tabanlı yöntemlerde indüklenmiş akım yoğunluğunun etkisi de dikkate alındığından sayısal değer olarak daha iyi sonuçlar elde edilmektedir. Cisimlerin şekillerinin belirlenmesinde BFDBIM ve BFVBIM daha iyi sonuçlar vermektedir. Bu örnekte simülasyon süreleri Çizelge 4.1'deki gibidir.

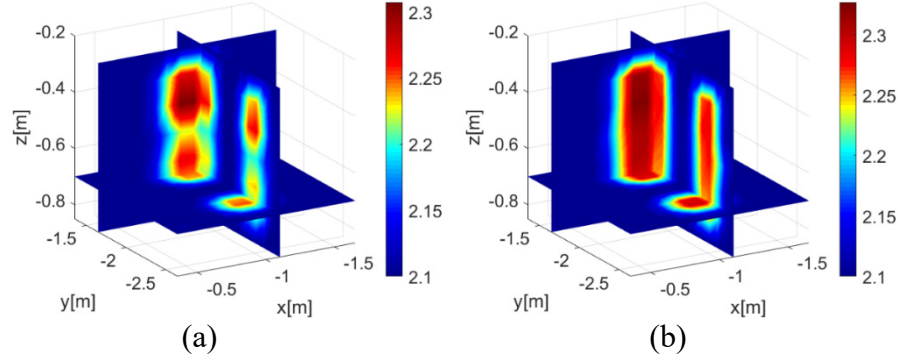
Çizelge 4.1. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerin simülasyon süreleri

	DBIM	BFDBIM	SDBIM	VBIM	BFVBIM	SVBIM
İterasyon süresi (1 İterasyon)	5.8 sn	5.9 sn	14 sn	2.1 sn	2.2 sn	2.3 sn
Bir açış süresi (10 iterasyon)	60 sn	90 -175 sn	145 sn	23 sn	39 -245 sn	25 sn

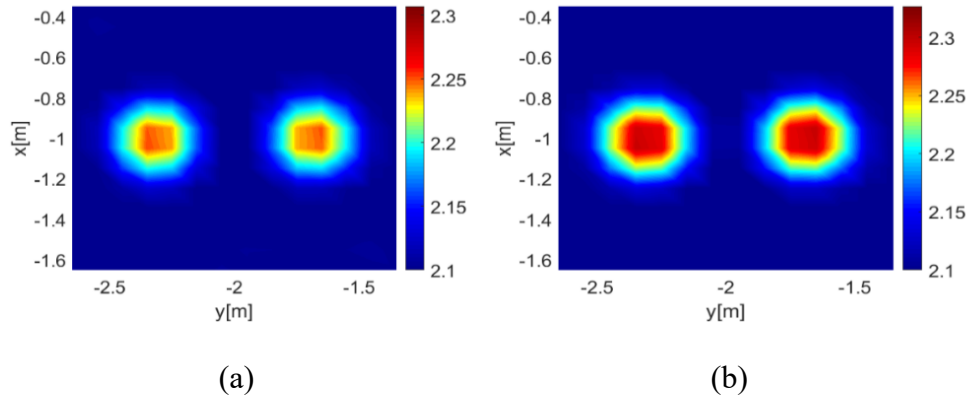
Çizelge 4.1'deki sonuçlara göre VBIM en kısa sürede sonuç vermiştir. BFDBIM ve BFVBIM'de her bir açının kendi iterasyon sayısı olduğu için en kısa süre ve en uzun süre verilmiştir. Hem işlem süresinin kısa olması hemde sayısal değerlerin gerçek değere yakınsaması bakımından SVBIM algoritması etkin sonuç vermiştir.

İkinci örnekte, kontrast kaynak tabanlı yöntemlerin yeniden yapılandırma performansları birbiriyle karşılaştırılmasıdır. Bu örnekte de yine Şekil 4.1'deki geometri göz önüne alınmıştır. Fakat burada ilk örnekten farklı olarak alt yarı uzayın dielektrik sabiti $\epsilon_2 =$

$2.1\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} \frac{S}{m}$, gömülü cismin dielektrik sabiti $\epsilon_c = 2.4\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ dir.



Şekil 4.4. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi



Şekil 4.5. Kompleks parametreye sahip iki silindir problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.7$ m de dilimlenmiş CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi

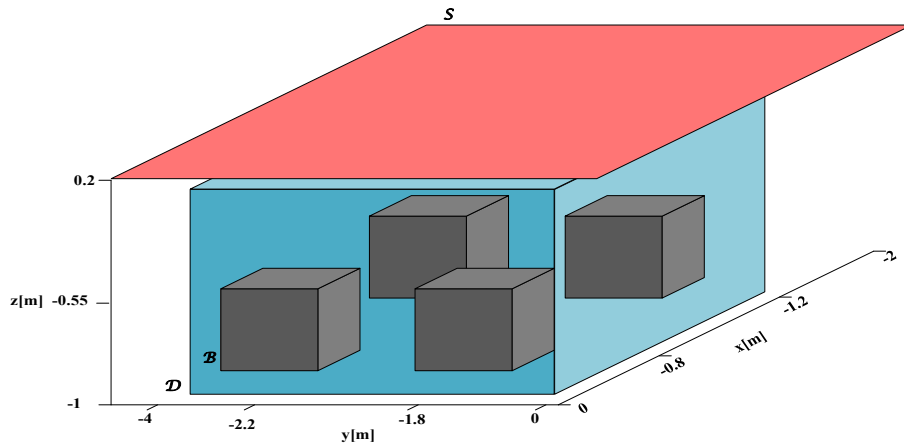
Kontrast kaynak tabanlı yöntemler CSI ve ECSI sayısal değer olarak yaklaşık benzer sonuçlar vermektedirler. Bu örnekte simülasyon süreleri Çizelge 4.2’deki gibidir.

Çizelge 4.2. Kontrast kaynak tabanlı yöntemlerin simülasyon süreleri

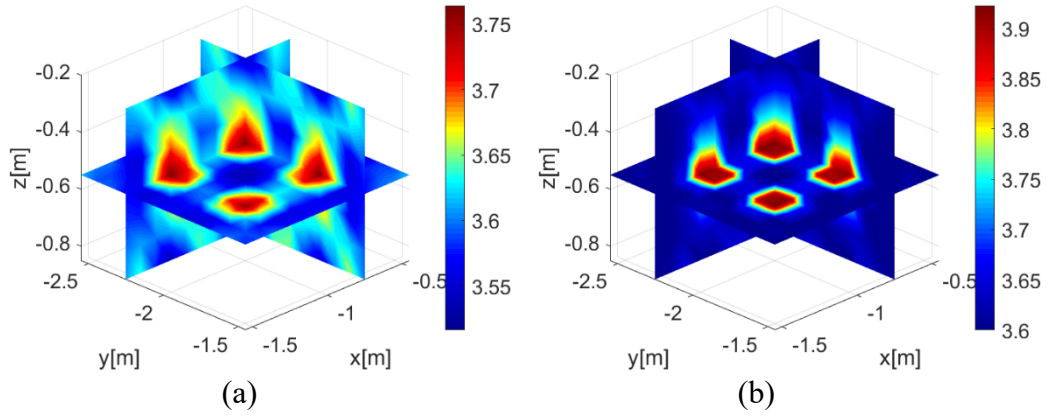
	CSI	ECSI
Bir iterasyon süresi	0.62 sn	0.63 sn
Simülasyon süresi	1241 sn (2000 iterasyon)	6767 sn (10663 iterasyon)

Çizelge 4.2'deki sonuçlara göre her iki yöntem bir iterasyonu yaklaşık aynı sürede tamamlamaktadır. CSI yönteminde iterasyon sayısı arttıkça sayısal değer olarak gerçek değere yakınsaması durmaktadır. İterasyon sayısı artmasına rağmen hata değeri azalmamaktadır. E-CSI'da ise hata oranı azalmasına rağmen belirli bir iterasyondan sonra hata değerindeki değişim az olmaktadır.

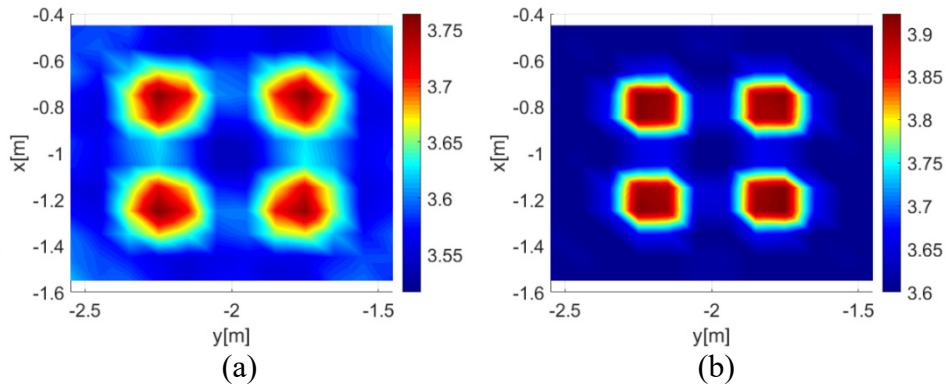
Üçüncü örnekte, bir önceki bölümde bahsedilen Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler ile kontrast yaklaşımı tabanlı yöntemlerin yeniden yapılandırma performansları düşük kontrast ve yüksek kontrast senaryoları için birbiriyle karşılaştırılmıştır. Bu amaçla Şekil 4.6'daki geometri göz önüne alınmıştır. Burada yüksek kontrastlı senaryo için dielektrik sabiti $\epsilon_2 = 3.6\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} S/m$ olan alt yarı uzaya dielektrik sabiti $\epsilon_c = 4.5\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ olan ve düşük kontrastlı senaryo için dielektrik sabiti $\epsilon_2 = 2.1\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} S/m$ olan alt yarı uzaya dielektrik sabiti $\epsilon_c = 2.4\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ olan her bir ayrıtı $0.2 m$ dört küp cisim gömülü durumdadır. Cisimlerin merkez noktaları $(-1.2, -1.8, -0.55)$, $(-1.2, -2.2, -0.55)$, $(-0.8, -1.8, -0.55)$ ve $(-0.8, -2.2, -0.55)$ 'dir. Bu problemde merkezi $(-1, -2, -0.55)$ olan $1.2m \times 1.2m \times 0.7 m$ bir bölge yeniden yapılandırma bölgesi olarak kullanılmıştır. Yüksek kontrast senaryosunda Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden SVBIM ve kontrast kaynak tabanlı yöntemlerden ECSI yönteminin üç boyutlu sonuçları Şekil 4.7'de ve Şekil 4.8'de $z=-0.55$ m de dilimlenmiş gösterimi verilmiştir. Aynı yöntemlerin düşük kontrast senaryosu için üç boyutlu sonuçları Şekil 4.9'da ve Şekil 4.10'da $z=-0.55$ m de dilimlenmiş gösterimi verilmiştir.



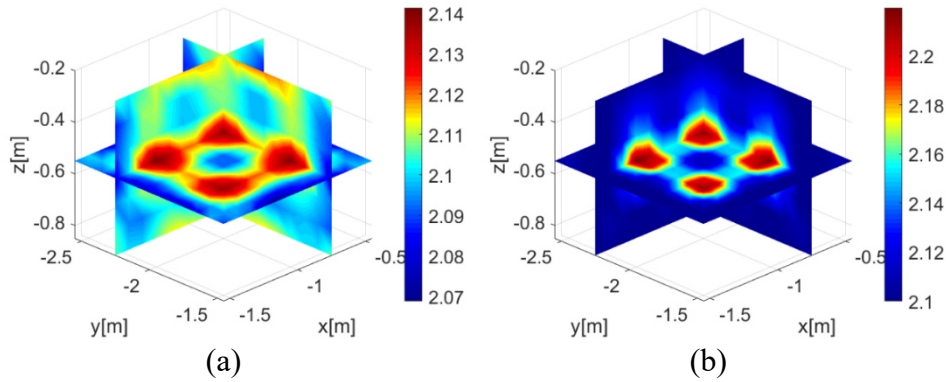
Şekil 4.6. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisi



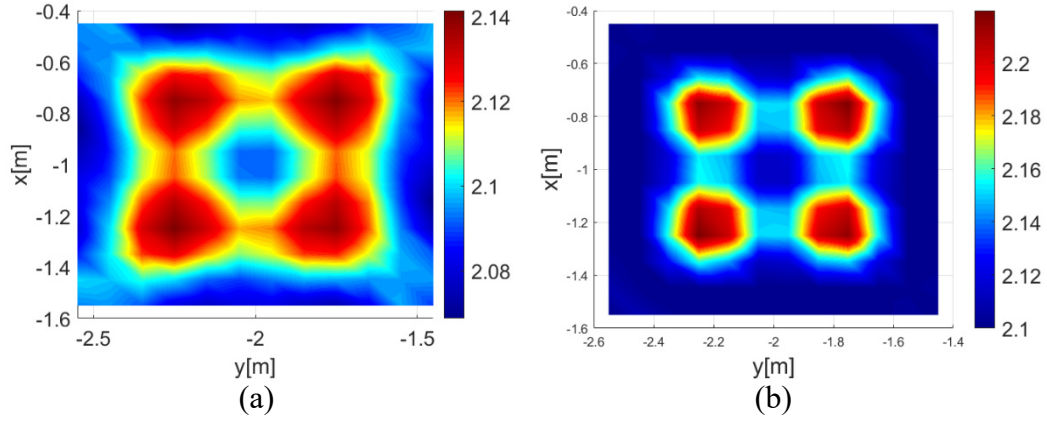
Şekil 4.7. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde yüksek kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi



Şekil 4.8. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde yüksek kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi



Şekil 4.9. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde düşük kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi



Şekil 4.10. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde düşük kontrast senaryosu için dielektrik sabitinin iki boyutlu(2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş SVBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi

Üçüncü örnekte düşük kontrastlı senaryoda Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden SVBIM ve kontrast kaynak tabanlı yöntemlerden ECSI yaklaşık olarak benzer sonuçlar vermektedir. ECSI, SVBIM'e göre sayısal değer olarak gerçek değere daha yakın sonuç vermiştir. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerde Born Yaklaşımı uygulandığı için yüksek kontrastlı senaryoda ECSI, hem cisimlerin şekillerinin belirlenmesi hem de sayısal değer olarak daha iyi sonuç vermektedir. Yüksek kontrastlı senaryoda ECSI cisimlerin köşelerini daha iyi bulduğu görülmüştür. Bu örnekte simülasyon süreleri Çizelge 4.3'deki gibidir.

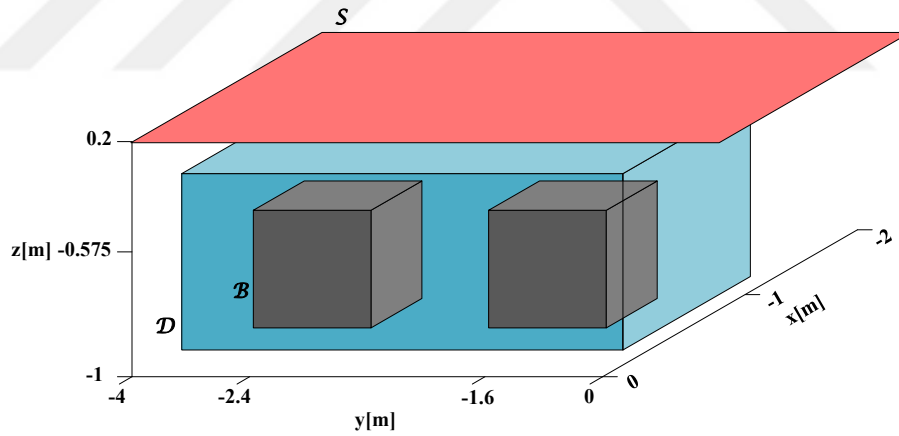
Çizelge 4.3. SVBIM ve ECSI yönteminin simülasyon süreleri

	SVBIM (Yüksek Kontrast)	SVBIM (Düşük Kontrast)	ECSI (Yüksek Kontrast)	ECSI (Düşük Kontrast)
Bir iterasyon süresi	1.13 sn	1.1 sn	0.36 sn	0.36 sn
Simülasyon süresi	1274 sn (10 iterasyon)	1281 sn (10 iterasyon)	6274 sn (17133 iterasyon)	4613 sn (12482 iterasyon)

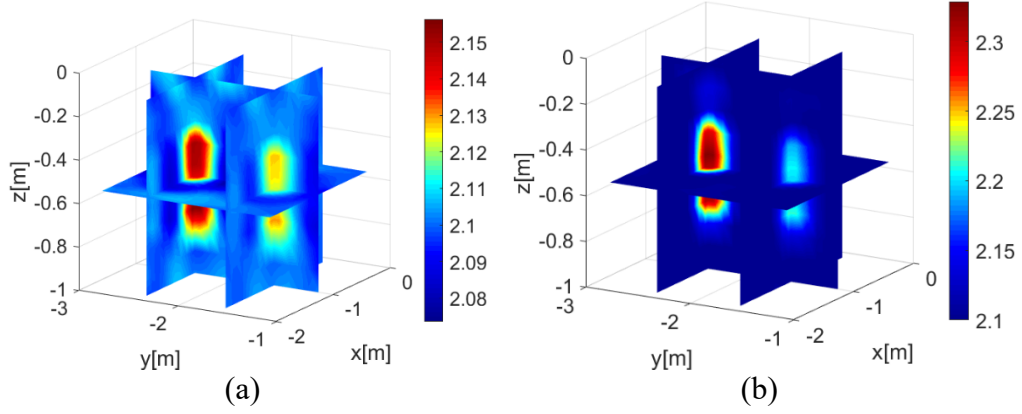
Çizelge 4.3'deki sonuçlara göre ECSI yöntemi bir iterasyonu daha kısa sürede tamamlamıştır. ECSI yöntemi uygulanırken SVBIM de uygulanan düz problemin

çözülmesi vb. işlemler yapılmamaktadır. ECSI da çizgi izleme optimizasyonu kullanıldığı için işlem basamakları daha kısa sürede tamamlanmaktadır.

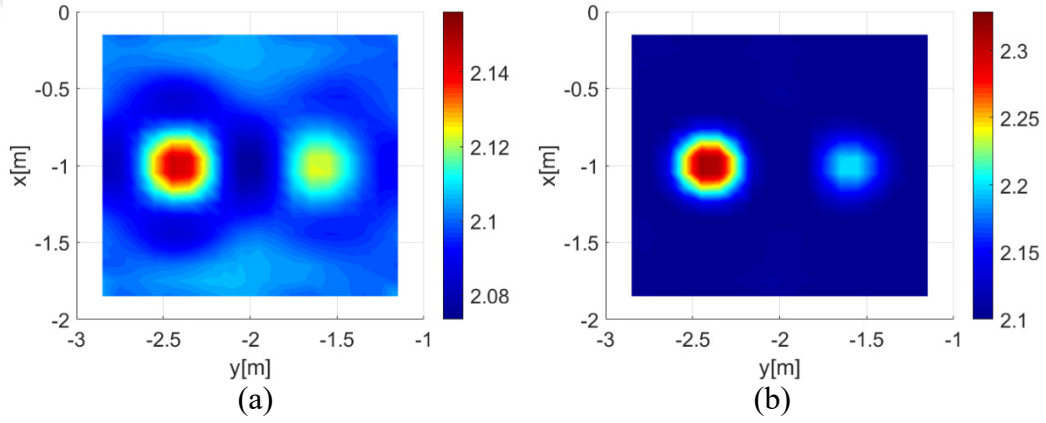
Dördüncü örnekte, bir önceki bölümde bahsedilen Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler ile kontrast yaklaşımı tabanlı yöntemlerin yeniden yapılandırma bölgesindeki performanslarının birbiriyle karşılaştırılmıştır. Bu örnekte yeniden yapılandırma bölgesinde farklı dielektrik sabit değerlerine sahip iki küp bulunmaktadır. Bu amaçla Şekil 4.11'deki geometri göz önüne alınmıştır. Burada dielektrik sabiti $\epsilon_2 = 2.1\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} S/m$ olan alt yarı uzaya dielektrik sabitleri $\epsilon_{c1} = 2.3\epsilon_0$ ve $\epsilon_{c2} = 2.5\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ olan her bir ayrıtı $0.4 m$ iki küp cisim gömülü durumdadır. Cisimlerin merkez noktaları $(-1, -1.6, -0.575)$ ve $(-1, -2.4, -0.575)$ 'dir. Bu problemde merkezi $(-1, -2, -0.55)$ olan $1.8m \times 1.8m \times 1m$ bir bölge yeniden yapılandırma bölgesi olarak kullanılmıştır. Dördüncü örneğe ait üç boyutlu sonuçlar Şekil 4.12'de ve Şekil 4.13'de $z=-0.55 m$ de dilimlenmiş gösterimi verilmiştir.



Şekil 4.11. Kompleks parametreye ve farklı di elektrik katsayısına sahip iki küp problem geometrisi



Şekil 4.12. Kompleks parametreye sahip iki küp problem geometrisinde dielektrik sabitinin üç boyutlu (3B) BFDBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi



Şekil 4.13. Kompleks parametreye sahip iki küp problem geometrisinde dielektrik sabitinin iki boyutlu (2B) $z=-0.55$ m de dilimlenmiş BFDBIM (a) ve ECSI (b) gösterimi

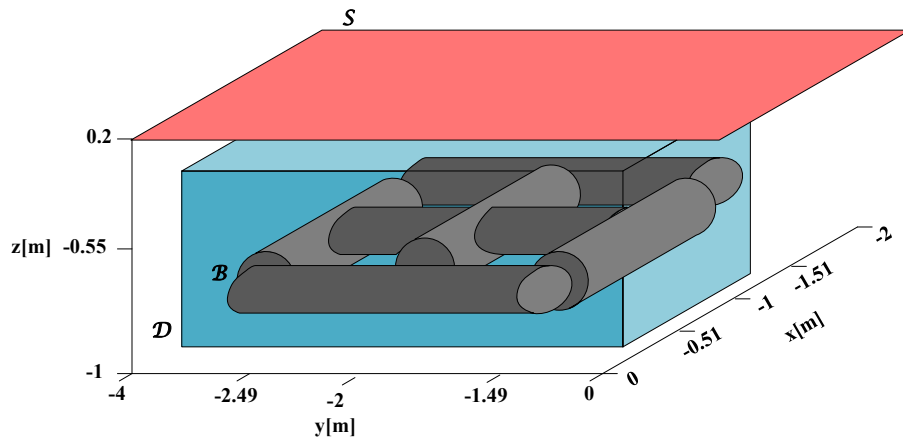
BFDBIM ve ECSI yöntemi, cisimlerin şekillerinin bulunmasında yaklaşık olarak benzer performans göstermişlerdir. Üçüncü örnekte düşük kontrastlı senaryodaki sonuçları doğrular şekilde cisimlerin köşe noktaları tam olarak tespit edilememiştir. Dielektrik sabiti sayısal değer olarak ECSI yönteminin daha yakın sonuç verdiği görülmüştür. Bu örnekte simülasyon süreleri Çizelge 4.4'deki gibidir.

Çizelge 4.4. BFDBIM ve ECSI yönteminin simülasyon süreleri

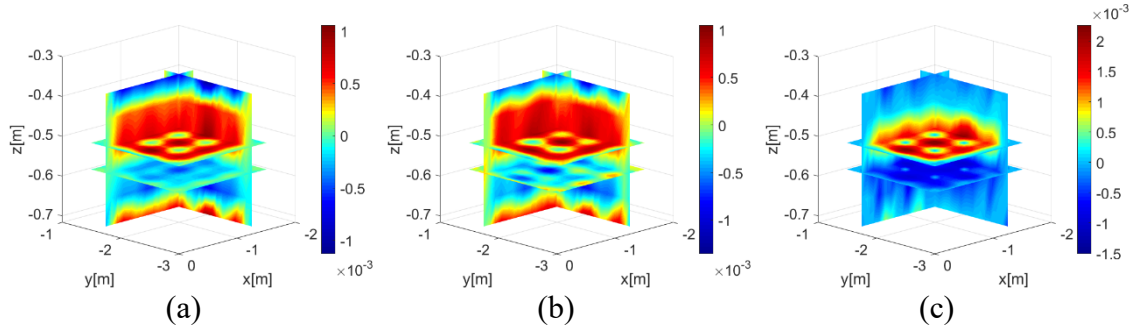
	BFDBIM	ECSI
Bir iterasyon süresi	66.4 sn	2.44 sn

Çizelge 4.4’deki verilere göre kontrast yaklaşımı tabanlı yöntem daha kısa sürede bir iterasyonu tamamlamaktadır. Ayrıca bu örnekteki ECSI yönteminin bir iterasyon süresi üçüncü örnekteki bir iterasyon süresi kıyaslandığında büyük bir fark olduğu görülmektedir. Bu örnekte farklı dielektrik yapısına sahip iki cisim olduğu için daha fazla ayırıklaştırma bölmesi ile işlem yapılmıştır. Daha fazla bölme bulunduğu için simülasyon süresinin daha uzun süre olduğu görülmektedir.

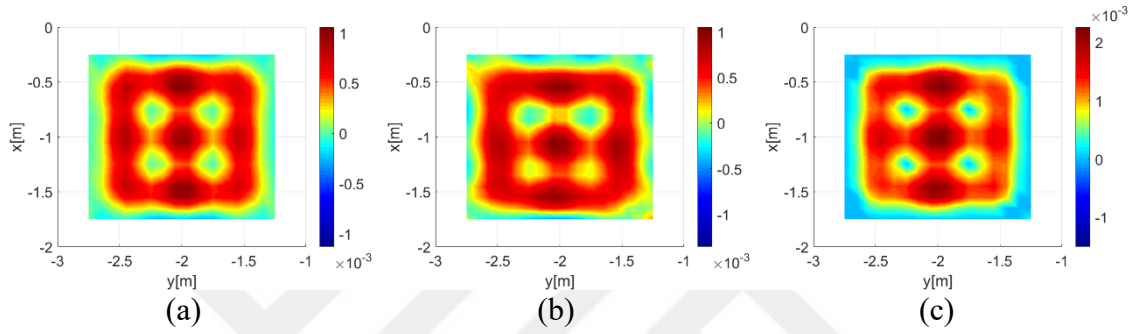
Beşinci örnekte, bir önceki bölümde bahsedilen Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler ile kontrast yaklaşımı tabanlı yöntemlerin yeniden yapılandırma performansları birbiriyle karşılaştırılmıştır. Bu amaçla Şekil 4.14’deki geometride dielektrik sabiti $\epsilon_2 = 2.1\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_2 = 10^{-6} S/m$ olan alt yarı uzaya dielektrik sabiti $\epsilon_c = 2.4\epsilon_0$, öz iletkenlik katsayısı $\sigma_c = 10^{-3} S/m$ olan, altı silindirik cisim gömülü durumdadır. Üç silindirik cisimin yüksekliği $\hat{x}$ doğrultusunda $1.22m$ olmak üzere yarıçapı $0.2m$ dir. Diğer üç silindirik cisimin yüksekliği $\hat{y}$ doğrultusunda $0.94m$ olmak üzere yarıçapı $0.2m$ dir. Cisimlerin merkez noktaları $(-1, -1.51, -0.55)$, $(-1, -2, -0.55)$, $(-1, -2.49, -0.55)$, $(-0.51, -2, -0.55)$, $(-1, -2, -0.55)$ ve $(-1.51, -2, -0.55)$ ’dir. $(-1.49, -2, -0.55)$, $(-1, -2, -0.55)$ ve $(-1.51, -2, -0.55)$ noktaları silindirlerin kesişim noktaları olup bu bölgelerde cisim yoğunluğu daha fazladır. Bu problemde merkezi $(-1, -2, -0.55)$ olan $1.6m \times 1.6m \times 0.35m$ boyutlarındaki bir bölge yeniden yapılandırma bölgesi olarak kullanılmıştır. Altı silindir bulunan problem geometrisine ait üç boyutlu sonuçlar Şekil 4.15’de ve Şekil 4.13’de $z=-0.55$ m de dilimlenmiş gösterimi verilmiştir.



Şekil 4.14. Kompleks parametreye ve farklı dielektrik katsayısına sahip iki küp problem geometrisi



Şekil 4.15. Kompleks parametreye sahip altı silindir problem geometrisinde öz iletkenlik değerinin üç boyutlu (3B) VBIM (a), SDBIM (b) ve CSI (c) gösterimi



Şekil 4.16. Kompleks parametreye sahip altı silindir problem geometrisinde öz iletkenlik değerinin iki boyutlu (2B) VBIM (a), SDBIM (b) ve CSI (c) gösterimi

VBIM ve SDBIM, CSI'ya göre iletkenlik sayısal değerini gerçek değere göre daha yakın belirlemiştir. Üç yöntemde de cisminlerin şekilleri yaklaşık olarak belirlemiştir. Cisimlerin kesişim noktalarında yoğunluğun daha fazla olduğu noktalarda sayısal değer gerçek değere daha çok yakınsamıştır. Üç boyutlu gösterimde cismin üst yüzeyi ile alt yüzeyinden dilimlenmiş görüntüler verilmiş olup sayısal değer olarak simetrik bir yapıya sahiptir. Bu durum düzgün düzlem dalganın geliş açısının yeterince farklı açıda seçilmediği için ortaya çıkmıştır. Bu örnekte simülasyon süreleri Çizelge 4.5'deki gibidir.

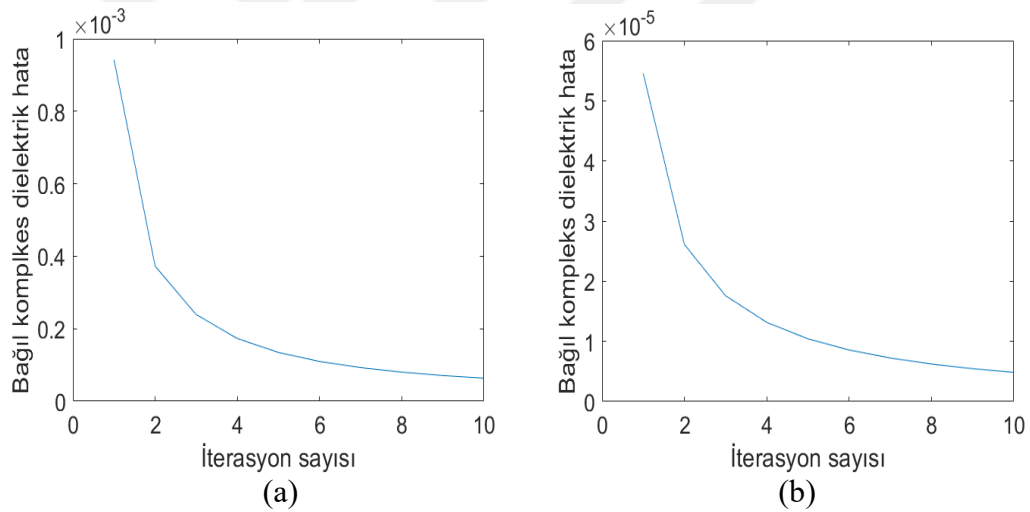
Çizelge 4.5. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden VBIM, SDBIM ve kontrast kaynak tabanlı yöntemlerden CSI'a ait simülasyon süreleri

	VBIM	SDBIM	CSI
İterasyon süresi (1 İterasyon)	2.9 sn	19 sn	0.71 sn
Simülasyon süresi	3113 (10 iterasyon)	9670 sn (10 iterasyon)	714 sn (1000 iterasyon)

Çizelge 4.5’deki sonuçlara göre kontrast kaynak yaklaşımı tabanlı yöntemler daha kısa sürede sonuç vermiştir. Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler ise iletkenlik değerinin gerçek sayısal değerini tespit etmişlerdir.

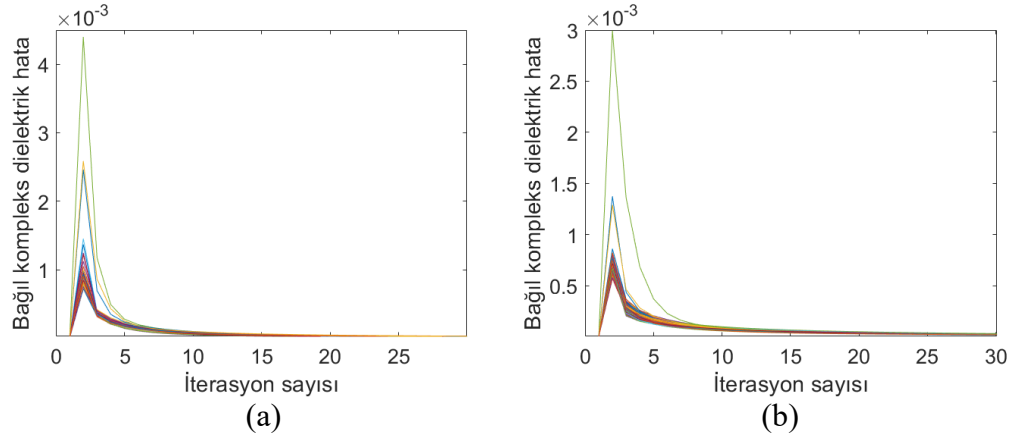
Altıncı örnekte Şekil 4.6 da verilmiş problem geometrisinde Born Yaklaşımı yöntemlerin ve kontrast kaynak tabanlı yöntemlerin bağıl hata karşılaştırılması yapılmıştır. Bağıl hata değeri hesaplanırken her bir iterasyonda kompleks dielektrik sabitte meydana gelen normalize değişim incelenmiştir. Bağıl kompleks dielektrik sabitindeki hata n iterasyon sayısı olmak üzere aşağıda düzenlenmiştir.

$$\text{Bağıl kompleks dielektrik hata} = \sqrt{\frac{\|\varepsilon_D^n - \varepsilon_D^{n-1}\|^2}{\|\varepsilon_D^n\|^2}} \quad (4.1)$$



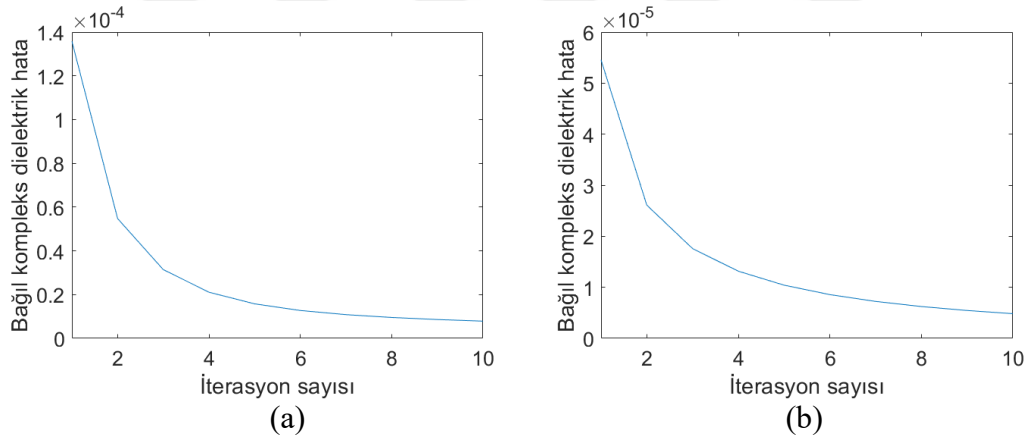
Şekil 4.17. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata DBIM (a) ve VBİM (b) gösterimi

DBIM, VBİM’e göre daha hızlı yakınsadığı görülmüştür. DBIM de diyadik Green fonksiyonu güncellendiği için VBİM, DBİM’e göre daha hızlı sonuç vermiştir.



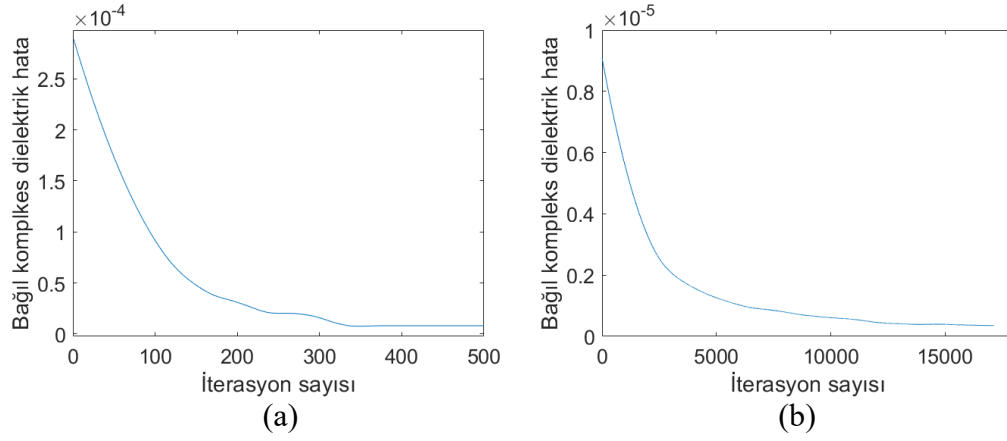
Şekil 4.18. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata BFDBIM (a) ve BFVBIM (b) gösterimi

Şekil 4.18'deki grafiklerde bulunan eğriler farklı geliş açısına ait bağıl kompleks dielektrik hatayı göstermektedir. Algoritma yapısı gereği başlangıç bağıl hata değeri sıfırdır. Her geliş açısı için farklı iterasyon değerinde algoritmalar sonlandırılmıştır. Her açı için bağıl hata değeri farklı hızlarda yakınsamıştır.



Şekil 4.19. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata SDBIM (a) ve SVBIM (b) gösterimi

SVBIM bağıl hata değeri gerçek değere daha yakın değerden başlamıştır. VBIM de olduğu gibi SVBIM sayısal değeri daha iyi yakınsama göstermiştir.



Şekil 4.20. Kompleks parametreye sahip dört küp problem geometrisinde bağıl hata CSI (a) ve ECSI (b) gösterimi

CSI yöntemi ECSI'ya göre daha hızlı yakınsamıştır. Bağıl hata sayısal değeri CSI yönteminde belirli bir iterasyon sayısında sabit bir değere ulaşmıştır. ECSI yöntemi ise iterasyon sayısı arttıkça gerçek değere yakınsamaya devam etmiştir. Dolayısıyla ECSI yöntemi daha yavaş olmasına karşın gerçek sayısal değere daha iyi yakınsamıştır.

BÖLÜM V

SONUÇLAR

Yapılan tez çalışmasında iki parçalı uzayda gömülü üç boyutlu dielektrik cisimlere ilişkin ters saçılma problemi ele alınmıştır. Ters elektromanyetik saçılma problemlerinde yaygın olarak kullanılan iteratif-Born tabanlı yöntemler ile kontrast kaynak tabanlı yöntemler kullanılmış ve gömülü cismin yeniden yapılandırma performansları MATLAB yazılım programı kullanılarak karşılaştırılmıştır. Gömülü cisimlerin üç boyutlu olması ve içinde bulunduğu ortamın tabakalı olması bakımından ele alınan problem, yer altı görüntülenmesi, vücut iç görüntülenmesi gibi gerçek hayat problemleri ile uyumludur. Dolayısıyla, yere nüfuz eden radar uygulaması, mikrodalga tomografi gibi uygulama alanlarında kullanılmak üzere geliştirilen cihazların yazılımlarında kullanılabilme kapasitesi vardır.

Bir ters elektromanyetik saçılma probleminin çözümü öncelikle yeniden yapılandırma bölgesi olarak adlandırılan içinde ne olduğu ile ilgilenilen bölgeyi bir elektromanyetik dalga kaynağı ile aydınlatmak ve ölçüm bölgesi olarak adlandırılan bir bölgede ise elektromanyetik alanları ölçmekle başlar. Aslında yapılan işlem, ilgilenilen bölgenin elektromanyetik dalga yayılımına nasıl bir etki yaptığını ortaya çıkartmaktır. Başka bir ifadeyle ilgilenilen bölgede mevcut cisimlerden saçılan alanları belirlemektir. Yapılan tez çalışmasında ölçüm verileri düz problem çözümünden sentetik olarak üretilmiştir. Sentetik veri kullanmak gerçek bir problemi modellememesi açısından bir handikap gibi görünse de yarı uzaya ait parametreleri istediğimiz senaryoya göre belirleme imkânı sağlaması bakımından bir avantaj sağlamaktadır. Böylece, uygulanan ters saçılma algoritmaların performanslarını ve çalışma bölgelerini daha kapsamlı analiz etme imkanı doğmaktadır. Elde edilen saçılan alan verisine gürültü eklenerek gerçek verilerde olması muhtemel ölçüm hataları ve çevresel etkenlere yaklaşılabılır.

Düz problem çözümünden elde edilen veriler saçılan alan verisi olarak ters saçılma algoritmalarında kullanılmıştır. Bu tez kapsamında DBIM, VBIM, BFDBIM, BFVBIM, SDBIM, SVBIM, CSI ve ECSI yöntemleri yarı uzaya gömülü üç boyutlu cismin rekonstrüksiyonu (yeniden yapılandırma) için kullanılmıştır. Bu yöntemlerden DBIM yöntemi pekçok ters saçılma problemine uygulanmış Born Yaklaşımı tabanlı bir

yöntemdir. Yöntem kontrastı ortalama cisimlerin yeniden yapılandırmasında başarılı sonuçlar vermekle birlikte her iterasyon adımıda zemin alanına ait Green fonksiyonun yeniden hesaplanmasını gerektirmesi yöntemin en büyük dezavantajıdır. Buna karşın son yıllarda yaygın olarak kullanılan ve yine Born Yaklaşımı tabanlı bir yöntem olan VBIM her iterasyonda Green fonksiyonun hesaplamayı gerektirmeksizin yeniden yapılandırma başarısı DBIM'e yakındır. Yapılan tez çalışmasında en iyi uyum adı verilen bir geliştirme önerilmiş, DBIM ve VBIM'e uygulanmış ve yeniden yapılandırma sonuçlarında bir miktar iyileşme elde edilmiştir. Geliştirilmiş algoritmalar BFDBIM ve BFVBIM adı verilmiştir. Her ne kadar BFDBIM ve BFVBIM algoritmaları DBIM ve VBIM algoritmalarına göre daha uzun sürede tamamlansada hesaplama süresinden ziyade, cisim geometrisinin ve dielektrik sabit değerinin kritik öneme sahip olduğu uygulamalar için tercih edilebilir. Yine bildiğimiz kadarıyla ilk olarak bu tez çalışmasında DBIM ve VBIM'in alt uzay tabanlı versiyonları olan SDBIM ve SVBIM yöntemleri üç boyutlu gömülü cisim problemlerine uygulanmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

CSI yöntemi performans bakımından sıklıkla DBIM ile karşılaştırılan yöntemlerdendir. Burada hem CSI hem de onun genelleştirilmiş versiyonu olan ECSI yöntemleride ele alınan ters saçılma problemine uygulanmıştır. Bu yöntemler gradyan tabanlı olup durum ve veri denklemlerinin normalize hata terimlerinin kombinasyonu ile oluşan hata fonksiyonunun minimizasyonu ile iterasyon işlemlerini gerçekleştirmektedir.

Farklı sayısal örnekler üzerinde yukarıda sözü edilen ters saçılma algoritmalarının performansları karşılaştırılmıştır. Yeniden yapılandırma bölgesine ait dielektrik sabitinin sayısal değerinin tespit edilmesinde en başarılı yeniden yapılandırma sonuçları CSI ve ECSI yöntemleri ile elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre düşük kontrastlı senaryoda cisim/cisimlerin şekillerinin bulunmasında Born Yaklaşımı tabanlı yöntemler ile kontrast kaynak tabanlı yöntemler benzer sonuçlar vermiştir. Bu senaryoda DBIM, VBIM, BFVBIM, ve BFDBIM cisim/cisimlerin şekillerini daha iyi bulmuşlardır. Burada BFDBIM ve BFVBIM ile VBIM ve DBIM sonuçları incelendiğinde benzer sonuçlar elde edildiği görülmektedir. SVBIM ve SDBIM yeniden yapılandırma bölgesi ile gözlem noktaları arasındaki diyadik Green fonksiyonunun alt uzaylarını kullanmaktadır. Diyadik Green fonksiyonu alt uzaylarının bir kısmı sonuca olumlu katkı yaparken diğer bir kısmıda olumsuz katkı yapmaktadır. Bu durumda uygun L regularizasyon parametresi ile alt uzay sayısı belirlenmelidir. Belirlenen bu katkı indüklenmiş akımların etkileridir.

SDBIM ve SVBIM bu katkılarıda göz önünde bulundurmaktadır. Dolayısıyla SDBIM ve SVBIM Born Yaklaşımı tabanlı yöntemlerden daha iyi derecede sonuçlar verdiği görülmüştür.



KAYNAKLAR

Altuncu, Y., Yapar, A. and Akduman, İ., “On the scattering of electromagnetic waves by bodies buried in a half-space with locally rough interface”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 44, 1435-1443, 2006.

Altuncu, Y., Akduman, İ. and Yapar, A., “Detecting and Locating Dielectric Objects Buried Under a Rough Interface”, *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.* 4, 251-255, 2007.

Altuncu, Y., Akleman, F., Semerci, O. and Ozlem, C., “Imaging of dielectric objects buried under a rough surface via distorted born iterative method”, *J. Phys.: Conf. Ser.* 135, 2008.

Altuncu, Y., “A Numerical Method for Electromagnetic Scattering by 3-D Dielectric Objects Buried Under 2-D Locally Rough Surfaces”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 63, 3634-3643, 2015.

Balanis, C., “Advanced Engineering Electromagnetics”, *John Wiley & Sons*, 1989.

Berg, P. M. and Kleinman, R. E., “A contrast source inversion method”, *Inverse Problems* 13, 1607-1620, 1997.

Berg, P. M., Broekhoven, A. L. and Abubakar, A., “Extended contrast source inversion”, *Inverse Problems* 15, 1325-1344, 1999.

Berg, P. M. and Abubakar, A., “Contrast Source Inversion Method: State of Art”, *PIER* 34, 189-218, 2001.

Caorsi, S., Gragnani, G. L. and Pastorino, M., “Numerical electromagnetic inverse-scattering solutions for two-dimensional infinite dielectric cylinders buried in a lossy half-space”, *IEEE Trans. Microwave Theory Techn.* 41, 352-357, 1993.

Chen, X., “Application of signal-subspace and optimization methods in reconstructing extended scatterers”, *J. Opt. Soc. Am. A*, 26, 2009.

Chen, X., Xu, K., Shen, F., Ran, L. and Zhong, Y., “Subspace-based optimization method coupled with multiplicative regularization for edge-preserving inversion”, *2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*, Canada, 898-899, 2015.

Chen, Y., Wen, P., Han, F., Liu, N., Liu, H. and Liu, Q. H., “Three-Dimensional Reconstruction of Objects Embedded in Spherically Layered Media Using Variational Born Iterative Method”, *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.* 14, 1037-1041, 2017.

Chen, X., Computational Methods for Electromagnetic Inverse Scattering, *John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd*, 2018.

Cheng D. K., Field and Wave Electromagnetics, *Pearson Education Asia Limited and Tsinghua University Press*, 2, 2006.

Chew, W. C. and Wang, Y. M., “Reconstruction of two-dimensional permittivity distribution using the distorted Born iterative method”, *IEEE Trans. Med. Imaging* 9, 218-225, 1990.

Chungang, J., Lixin, G. and Wei, L., “Parallel FDTD method for EM scattering from a rough surface with a target”, *2016 11th International Symposium on Antennas, Propagation and EM Theory (ISAPE)*, China, 569-572, 2016.

Colton, D. and Kress R., Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory, 2nd ed., *New York: Springer-Verlag*, Berlin, Germany, 1998.

Cui, T. J., Chew, W. C., Aydinler, A. A. and Chen, S., “Inverse scattering of two-dimensional dielectric objects buried in a lossy earth using the distorted Born iterative method”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 39, 339-346, 2001.

Cui, T. J. and Chew, W. C., “Diffraction tomographic algorithm for the detection of three-dimensional objects buried in a lossy half-space”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 50, 42-49, 2002.

Durukan, T., Akdoğan, R. E. ve Altuncu, Y., “Varyasyonel Born İteratif Yöntemi ile gömülü silindirik cisimlerin tespit edilmesi”, *2018 ELECO 2018 Elektrik-Elektronik Ve Biyomedikal Mühendisliği Konferansı*, 414-418, Bursa, 2018.

Durukan, T., Engebeli arayüzeye sahip tabakalı ortamlara gömülü cisimlerin görüntülenmesi (Yüksek lisans), *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Niğde, s.1-12, 2018.

Gao, G., Torres-Verdin, C. and Habashy, T. M., “Analytical Techniques to Evaluate the Integrals of 3D and 2D Spatial Dyadic Green’s Functions”, *PIER* 52, 47-80, 2005.

Gibson, W. C., The Method of Moments in Electromagnetics, *LLC Chapman & Hall/CRC Taylor & Francis Group*, 2008.

Haak, K. F. I., Berg, P. M. and Kleinman, R. E., “Contrast source inversion method using multi-frequency data”, *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1998 Digest. Antennas: Gateways to the Global Network. Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (Cat. No.98CH36194)*, USA, 2, 1998.

Hadamard, J., Lectures on Cauchy’s Problem in Linear Partial Differential Equations, *Yale University Press*, New Haven, 1923.

Harrington, R. G., Field Computation by Moment Methods, Donald G. D., *Institute of Electrical and Electronics Engineers Press*, New York., 1993.

Jandhyala, V., Michielssen, E., Balasubramaniam, S. and Chew, W. C., “A combined steepest descent-fast multipole algorithm for the fast analysis of three-dimensional scattering by rough surfaces”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 36, 738-748, 1998.

Kinayman, N. and Aksun M. I., Modern Microwave Circuits, *Artech House*, 2005.

Kohn, R. V. and McKenney, A., “Numerical implementation of a variational method for electrical impedance tomography”, *Inverse Problems* 6, 389-414, 1990.

Kristensson, G., ”Scattering of Electromagnetic Waves by Obstacles”, *Scitech*, 2016.

Kuang, L. and Jin, Y. Q., “Implementation of the Periodic Boundary Condition in FDTD Algorithm for Scattering from Randomly Rough Surface”, *2005 Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings*, China, 4, 1-3, 2005.

Kunz K.S. and Luebbers R.J., Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics, *CRC Press LLC*, 1993.

Li, F., Liu, Q. H. and Song, L. P., “Three-Dimensional Reconstruction of Objects Buried in Layered Media Using Born and Distorted Born Iterative Methods”, *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.* 1, 107-111, 2004.

Li, L., Zheng, H. and Li, F., “Two-Dimensional Contrast Source Inversion Method With Phaseless Data: TM Case”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 47, 1719-1736, 2009.

Li, X., Taflove, A. and Backman, V., “Modified FDTD near-to-far-field transformation for improved backscattering calculation of strongly forward-scattering objects”, *Antennas Wirel. Propag. Lett.* 4, 35-38, 2005.

Liu, Z. and Nie, Z., “Subspace-Based Variational Born Iterative Method for Solving Inverse Scattering Problems”, *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.* 16, 1017-1020, 2019.

Pan, L., Chen, X. and Yeo, S. P., “Application of the Subspace-based Optimization Method in the framework of the Method of Moments: Transverse electric case”, *2009 Asia Pacific Microwave Conference*, Singapore, 980-983, 2009.

Rao, S., Wilton, D. and Glisson, A., “Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 30, 409-418, 1982.

Van Bladel, J., “Some remarks on Green’s dyadic for infinite space”, *IRE Trans. Antennas Propag.* 9, 563-566, 1961.

Volakis, J.L., Chatterjee A. and Kempell, L. C., Finite Element Method for Electromagnetics, Donald G. D., *Institute of Electrical and Electronics Engineers Press*, New York., 1998.

Wang, S. C., Zhang, J., Xu, B. Q. and Tong, M. S., “Microwave imaging for dispersive dielectric objects by contrast source inversion method”, *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, USA, 861-862, 2016.

Yan, S. C., Yang, C. X., Zhao, P., Zhao, X. Z. and Tong, M. S., “Reconstruction of dielectric objects by contrast source inversion method under a limited observation”, *2015 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation & USNC/URSI National Radio Science Meeting*, CANADA, 528-529, 2015.

Ye, X. and Chen, X., “The role of regularization parameter of subspace-based optimization method in solving inverse scattering problems”, *2009 Asia Pacific Microwave Conference*, Singapore, 1549-1552, 2009.

Ye, X. and Chen, X., “Subspace-Based Distorted-Born Iterative Method for Solving Inverse Scattering Problems”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 65, 7224-7232, 2017.

Yildiz, S., Altuncu, Y., Yapar, A. and Akduman, İ., “On the Scattering of Electromagnetic Waves by Periodic Rough Dielectric Surfaces: A BOA Solution”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing* 46, 2599-2606, 2008.

Zaiping, N., Feng, Y., Yanwen, Z., and Yerong, Z., “Variational Born iteration method and its applications to hybrid inversion”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 38, 1709-1715, 2000.

Zakaria, A., Jeffrey, I., and LoVetri, J., “Full-Vectorial Parallel Finite-Element Contrast Source Inversion Method”, *PIER*, 142, 463-483, 2013.

Zheng, H., Li, E., and Wang, C., “Modification of enhanced distorted Born iterative method for the 2D inverse problem”, *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 10, 1036-1042, 2016.

Zhong, Y., Chen, X., and Agarwal, K., “An Improved Subspace-Based Optimization Method and Its Implementation in Solving Three-Dimensional Inverse Problems”, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 48, 3763-3769, 2010.



ÖZGEÇMİŞ

Rıza Erhan AKDOĞAN 15.03.1989 tarihinde Elazığ'da doğdu. İlköğrenimini Ankara'da, ortaöğrenimini Niğde'de ve lise öğretimini Ankara'da tamamladı. 2007 yılında girdiği Mersin Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümü'nden Mayıs 2013 ayında mezun oldu. 2015-16 yılları arasında yedek subay olarak askerlik görevini yerine getirdi. Askerlik göreviyle birlikte yüksek gerilim işletme sorumlusu olarak görev yaptı. 2016 yılında Ankara Ayken Elektrik Enerji Mühendislik İnş. Ltd. Şti.'de Mühendis olarak görev yaptı. 2017 eğitim ve öğretim döneminde yüksek lisans öğrenimine başladı. 2018 yılında Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Elektrik Elektronik Mühendisliği bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak atandı. O tarihten beri yine aynı bölümde araştırma görevlisi olarak çalışmakta ve yüksek lisans öğrenimine devam etmektedir.

TEZ ÇALIŞMASINDAN ÜRETİLEN ESERLER

Akdoğan, R. E. and Altuncu, Y., “Reconstruction of 3D Objects Buried Under Into Half-Space by Using Variational Born Iterative Method”, *2019 23rd International Conference on Applied Electromagnetics and Communications (ICECOM)*, Dubrovnik, Croatia, 2019.



