



GİRESUN
ÜNİVERSİTESİ



FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KAPULA İLE KÜRESEL BORSA İNDEKSLERİ
ARASINDAKİ BAĞIMLILIĞIN ARAŞTIRILMASI**

**MATEMATİK
ANA BİLİM DALI
Yüksek Lisans Tezi**

**Merve AKŞEN
20152110017
Temmuz 2018**

GİRESUN

**T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KAPULA İLE KÜRESEL BORSA İNDEKSLERİ
ARASINDAKİ
BAĞIMLILIĞIN ARAŞTIRILMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Merve AKŞEN

Enstitü Anabilim Dalı : Matematik

Tez Danışmanı : Dr.Öğr.Üyesi MURAT GÜL

Temmuz 2018

T.C.
GİRESUN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KAPULA İLE KÜRESEL BORSA İNDEKSLERİ
ARASINDAKİ
BAĞIMLILIĞIN ARAŞTIRILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Merve AKŞEN

Enstitü Anabilim Dalı : Matematik

Bu tez 11/07/2018 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği ile kabul edilmiştir.

Dr.Öğr.Üyesi Mehmet KORKMAZ

Jüri Başkanı



Doç.Dr.İmdat İŞCAN

Üye



Dr.Öğr.Üyesi Murat GÜL

Üye



Doç.Dr. Bahadır KOZ

Enstitü Müdürü

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Merve AKŞEN

../../2018



TEŞEKKÜR

Yüksek lisansım boyunca sürekli gelişmemde ve tezimin şekillenmesinde emeğini ve bilgisini benden esirgemeyen danışmanım Dr. Öğr.Üyesi Murat GÜL'e, bana her zaman destek olan hocalarıma, anneme, hayatında bana değer veren ve değer verdiğim benim için özel olan herkese teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR	I
İÇİNDEKİLER	II
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	IV
ŞEKİLLER LİSTESİ	V
TABLolar LİSTESİ	VI
ÖZET	VII
SUMMARY	VIII

BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
1.1. Önceki Çalışmalar.....	5

BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	14
2.1. Borsa Nedir?.....	14
2.2. Borsa Nasıl Çalışır?.....	15
2.3. Borsa Türleri.....	15
2.3.1. Menkul Kıymetler Borsası.....	15
2.3.2. Vadeli İşlemler ve Opsiyon Borsası	16
2.3.3. Altın Borsası	17
2.3.4. Ticari Mal Borsası.....	18
2.4. Dünyada Borsa'nın Tarihi Gelişimi.....	18
2.5. Borsanın Önemi.....	19
2.6. Küresel Borsalar.	20
2.6.1. SP-500 Borsası.	20
2.6.2. FTSE-100 Borsası.	21
2.6.3. NASDAQ Borsası.	21
2.6.4. NİKKEİ Borsası.	21

BÖLÜM 3. MATERYAL VE YÖNTEM	23
3.1. Kapulalar	23

3.2. Kapulaların Kullanıldığı Alanlar.....	24
3.3. Kapulaların Tanımı ve Matematiksel Özellikleri.....	25
3.3.1. Sklar Teoremi.....	25
3.4. Arşimedyen Kapulaları	26
3.4.1. Arşimedyen Kapulların Özellikleri	27
3.4.2. Bazı Arşimedyen Kapulalar	28
3.5. Bağımlılık Kavramları	32
3.5.1. Doğrusal(Lineer) Korelasyon.....	33
3.5.2. Tam(Mükemmel) Bağımlılık	34
3.5.3. Uyumluluk.....	35
3.5.4. Kendal'in τ 'su ve Spearman'ın ρ 'su.....	38
3.5.5. Kuyruk Bağımlılığı.....	41
 BÖLÜM 4. UYGULAMA.....	 43
 BÖLÜM 5. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	 55
 KAYNAKLAR	 57
EKLER	67
ÖZGEÇMİŞ	75

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

C	: Kapula
$D_k(x)$	: Debye fonksiyonu
$\varphi(t)$	: Kapulanın üretici fonksiyonu
$\rho(X, Y)$	: X ve Y arasındaki korelasyon
M	: Fréchet-Hoeffding üst sınır kapulası
W	: Fréchet -Hoeffding alt sınır kapulası
Π	: Çarpım kapulası
τ	: Kendall'ın To'su
ρ	: Spearman'ın Ro'su
AMH	: Ali-Mikhail-Haq Kapula Ailesi
BOVESPA	: São Paulo Borsası
BIST	: Borsa İstanbul
NYSE	: New York Stock Exchange
VIOP	: Vadeli İşlem ve Opsiyon Borsası

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil 2.1. Çalışmada kullanılan küresel borsalar	20
Şekil 3.1. Farklı marjinal dağılımlara sahip değişkenler için bağımlılık yapısı	25
Şekil 3.2. Bazı kapula ailelerinin grafikleri	31
Şekil 3.3. İki değişken için Frechet-Hoeffding sınırları ve Bağımsızlık Kapulası.	35
Şekil 3.4. Kuyruk bağımlılıklarına göre bağımlılık yapısı.....	42
Şekil 4.1. Borsa indekslerinin kapanış değerlerine göre grafikleri.	44
Şekil 4.2. Borsa indeksleri arasındaki saçılım grafikleri.....	44

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. Bazı Arşimedyen kapula ailelerine ilişkin fonksiyonlar ve üreticiler.....	28
Tablo 3.2. Bazı kapula ailelerine ilişkin parametre aralıkları ve ilişki katsayıları	40
Tablo 4.1. Temmuz 2014-Kasım 2015 tarihleri arasındaki 340 verinin betimleyici istatistikleri	43
Tablo 4.2. Borsa indeksleri arasındaki bağımlılık ölçüsü (Kendall's τ)	45
Tablo 4.3. Borsa indeksleri arasındaki bağımlılık ölçüsü (Spearman's ρ)	45
Tablo 4.4. Nikkei ve Nasdaq indekslerine ilişkin gözlenen frekanslar	47
Tablo 4.5. Plackett kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar	47
Tablo 4.6. Gumbel Hougaard kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar	48
Tablo 4.7. Clayton kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar	48
Tablo 4.8. Frank kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar	49
Tablo 4.9. Nikkei&Nasdaq borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	50
Tablo 4.10. Nikkei&Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	51
Tablo 4.11. Sp500&Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	51
Tablo 4.12. Nasdaq&Sp500 borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	52
Tablo 4.13. Nasdaq&Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	53
Tablo 4.14. Nikkei&Sp500 borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi	53

KAPULA İLE KÜRESEL BORSA İNDEKSLERİ ARASINDAKİ BAĞIMLILIĞIN ARAŞTIRILMASI

ÖZET

Bu tez uluslararası borsalar arasındaki bağımlılığı nispeten yeni fakat hızla gelişen bir yaklaşım olan kapulaları kullanarak incelemektedir; bu da hem bağımlılık yapısının hem de bağımlılığın derecesini incelememize olanak sağlamaktadır. Kapulanın önemi marjinal dağılımın biçimine bakmadan, rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapılarını modellemesi ve yakalamasıdır. Korelasyon ölçüleri bağımlılığın derecesini yansıtır ancak bağımlılığın yapısını ve şeklini yansıtmaz. Kapulaların diğer bir üstünlüğü, geleneksel çok değişkenli dağılımlar aynı marjinal dağılıma sahip rastgele değişkenler için kullanılırlar ancak değişkenler farklı marjinal dağılımlara sahip olabilirler. Kapulaların kullanımı sayesinde bu problem çözülebilir. Kapula modelleri aynı dağılım ailesine ait olmayan ve heterojen olan marjinal dağılımlara dayalı olarak çok değişkenli dağılımlara izin verirler. Böylelikle araştırmacı sadece mevcut çok değişkenli dağılımları göz önünde bulundurmaktan kurtulur. Artık günümüzde kapulalar çok değişkenli dağılımları oluşturmak için temel bir araçtır.

Genel olarak finansal zaman serileri normal dağılıma uymazlar, çoğunlukla leptokurtik dağılıma ve şişman kuyruğa sahip oldukları bilinmektedir. Bu durumda çoğu parametrik testlerin normallik varsayımı sağlanmamış olur ve bağımlılık için lineer korelasyonu kullanmak uygun olmaz. Bu yüzden marjinal dağılımının biçiminden etkilenmeyen ve doğrusal olmayan bağımlılığı ölçmemize izin veren kapulaları kullandık. Bu çalışmanın amacı kapulaların avantajlarını kullanarak, dünyada en çok işlem hacmine sahip FTSE-100 , S&P-500, Nasdaq, Nikkei-225 gibi küresel borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı kapula ile araştırmak ve indeksler arasındaki bağımlılığı uygun kapula ile modellemektir.

Anahtar kelimeler: Kapula, borsa, bağımlılık

INVESTIGATION OF DEPENDENCE AMONG GLOBAL STOCK EXCHANGES VIA COPULA

SUMMARY

This thesis examines the dependence among international stock exchanges by using copulas that is relatively new but rapidly evolving approach, which allows us to examine both the structure of dependence and the degree of dependence. The importance of this approach is modeling and capturing dependencies among random variables, regardless of the form of the marginal distribution. Correlation measures reflect the degree of dependence but not the structure and shape of dependence. Another advantage of the copulas is that conventional multivariate distributions are used for random variables with the same marginal distribution. However, since many variables may have different marginal distributions, this causes a problem for applications. This problem can be solved through the use of copulas. Copula models allow for multivariate distributions based on marginal distributions that have not same distribution family and is heterogeneous. Thus, the researcher get rid of taking into account only the present multivariate distributions. Nowadays, copulas are a basic tool for constructing multivariate distributions.

In general, financial time series do not fit the normal distribution, which is known to have mostly leptokurtic distribution and fat tail. In this case, the assumption of normality is not provided for most parametric tests and it is not appropriate to use linear correlation for dependence. Therefore, we used the copulas, which are not affected by the forms of the marginal distribution and allow us to measure non-linear dependence. The aim of this study is to investigate the dependence among the global stock exchange indices such as FTSE-100, S&P-500, Nasdaq, and Nikkei-225, which have the largest trading volume in the world, and to model the dependence among the indices with the appropriate copula, using the advantages of copulas

Keywords: Copula, stock exchange, dependence

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Finansal piyasalar arasındaki bağımlılık, hem ekonomistler hem de yatırımcılar için her zaman önemli bir konu olmuştur. Bu konu uluslararası portföy çeşitlendirmesi ve piyasa entegrasyonu üzerindeki etkileri nedeniyle literatürde büyük ilgi çekmiştir.

Uluslararası borsalar arasındaki karşılıklı bağımlılık, ülkeler genelinde risk yönetimini güçlü bir şekilde etkilemektedir. Borsalar arasındaki karşılıklı bağımlılık, uluslararası portföylerin ortak dağılımı ve çeşitlendirilmesi ile uluslararası portföylerin ortak riskleri ve genel getirileri üzerinde etkilidir. Bu nedenle, küresel yatırımcıların uluslararası piyasalardaki bağımlılık derecesini ve yapısını anlamaları ve ölçmeleri çok önemlidir.

Bulaşma genellikle, özellikle kriz dönemlerinde ülkeler arasında iletilen şoklar veya yayılma etkileri olarak anlaşılmaktadır. Bir kriz sırasında “korelasyonun bozulmasına” yol açarak önemli bir korelasyon değişimi olacağını ima eder. (Peng ve Ng, 2012).

Son çalışmalar ise hisse senedi piyasalarında bulaşıcılığı kanıtlamıştır (Ane ve Labidi 2006 ; Jondeau ve Rockinger,2006; Bekaert ve ark.,2005; Poon ve ark., 2004; Longin ve Solnik , 2001; Forbes ve Rigobon ,2002).

Finansal piyasalar arasındaki bağımlılığı incelemek için üç yaklaşım kullanılmıştır: ortak dağılım yaklaşımı, koşullu korelasyon yaklaşımı ve kapula yaklaşımı. Ortak dağılım yaklaşımı genellikle ortak bir Gauss dağılımı ile sınırlıdır ve bağımlılığı ölçmek için korelasyon katsayısı kullanılır. Bununla birlikte, doğrusal korelasyon bağımlılığın yapısına dair bilgi vermez ve sadece birçok varlık getirisi için geçerli olmayan eliptik marjinal dağılımlara uygulanabilir. Dolayısıyla, oldukça sınırlı bir bağımlılık ölçüsüdür.

İkinci yaklaşım, koşullu korelasyonları kullanmaktır. Bu yaklaşım, koşullu bilgiyi dikkate alarak korelasyonları ölçer. Ancak Forbes ve Rigobon (2002). koşullu

korelasyonların farklı koşullar altında dramatik olarak değişebileceğini ve sonuçların genellikle yanıltıcı ve yorumlanması zor olduğunu göstermektedir.

Üçüncü yaklaşım, bir kapula modeli, doğrudan ve esnek bir bağımlılık ölçüsüdür. Özellikle bağımlılık gücünü değil aynı zamanda bağımlılık yapısını da ölçer ve piyasalar aşırı uç noktalarda, yani aşırı bağımlılık olduğunda bağımlılığı yakalayabilir. Ayrıca, herhangi bir dağılım için uygulanabilir ve doğrusal olmayan bağımlılığı yakalayabilir. Bu yönleri ile kapula yaklaşımı piyasalar arasındaki birlikte hareketliliği(co-movement) esnek bir şekilde ele almak için en önemli yeni bir araç haline gelmiştir.

Çok değişkenli dağılımların geleneksel gösterimleri tüm rastgele değişkenlerin aynı marjinal dağılıma sahip olduğunu varsayar. Bu gösterimlerde, değişkenler arasındaki bağımlılık yapıları lineer korelasyon katsayı ile ifade edilmektedir. Özellikle yatırım araçlarının bağımlılık yapıları için bu yaklaşımın yetersiz kaldığı durumlar olabilmektedir. Kapula fonksiyonları sayesinde varlık getirileri arasında lineer olmayan bağımlılıklar, kalın kuyruk ve hatta normal olmayan etkiler modellenenebilir. Kapula, marjinallerin formlarına bakılmaksızın bağımlılık yapılarını yakalayabildiğinden bağımlılık yapısının modellenmesinde oldukça kullanışlıdır.

Kapula tabanlı çok değişkenli modeller, araştırmacıya ortak bir dağılım oluşturacak şekilde marjinal dağılımları bağlayan bağımlılık yapısından ayrı olarak herhangi bir marjinal dağılıma göre çok değişkenli dağılımların modellenmesini sağlar. Bu özellik çok değişkenli dağılımların belirlenmesinde ve tahmin edilmesinde önemli ölçüde büyük bir esneklik sağlar, böylelikle araştırmacı sadece mevcut çok değişkenli dağılımları göz önünde bulundurmaktan kurtulur.

Kapulalar, doğrusal ve doğrusal olmayan bağımlılık, simetrik ve asimetrik bağımlılık, kuyruk bağımlılığı dahil olmak üzere rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını çalışmak için çok kullanışlı aygıtlardır. Bilindiği gibi, lineer korelasyon katsayısı gibi geleneksel bağımlılık ölçümleri, değişkenler arasındaki ilişki doğrusal olmadıkça ve ortak dağılımı normal olmadıkça uygun değildir.

Marjinal dağılımlar keyfi olarak alındıkları için , birçok pratik duruma ve veri setine kapulalar uygulanabilir. Bu, özellikle normal dağılmayan yüksek frekanslı veri

kümelerindeki varlık getirileri arasındaki bağımlılığı modellemeye çalışırken yararlıdır. Ayrıca, kapula kavramı, kapulanın kendisi ilgili ekzojen değişkenler üzerinde koşullandırıldığı koşullu kapulaya genişletilebilir. Bu şekilde, statik bağımlılık ile birlikte, zamana bağlı değişkenlik veya dinamik bağımlılık incelenebilir. Bu sebeplerden ötürü, son zamanlarda kapula modelleri ekonomi ve finans alanında yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bağımlılık yapısını analiz ederken kapula fonksiyonlarını kullandığımızda çeşitli avantajlar vardır. İlk olarak, kapulalar, tek değişkenli marjinal dağılımlar ile çok değişkenli dağılımlar oluşturmamıza izin verir. İkincisi artan ve sürekli dönüşümler altında değişmezdir. Bu özellik dönüşümlerin ekonomide ve finansda yaygın olarak kullanılmasından dolayı oldukça faydalıdır. Örneğin Kapulalar, değişkenlerin logaritmik dönüşümüne göre değişmezdir. Bu özellik lineer dönüşümler altında değişmez olan doğrusal korelasyon katsayısında yoktur. (Naifar, 2012). Üçüncüsü rastgele değişkenler arasında bağımlılık yapısı hakkında tam bir bilgi vermesidir. Dördüncüsü lineer korelasyonun tersine kapulalar rastgele değişkenlerin marjinal dağılımlarının eliptik bir dağılım olmasına gerek duymaz. Beşincisi, kapula fonksiyonu bize kuyruğa bağımlılık derecesini ve bağımlılık yapısını sağlayabilir. Kapulaların faydalı bir özelliği olarak ortak dağılımın kuyruklarındaki bağımlılığı analitik olarak ölçebilmesidir. Kuyruk bağımlılığı, uç ortak hareketleri ve hisse senedi piyasalarında aynı anda büyük bir kayıp potansiyeli olduğunu göstermektedir. Ayrıca, kuyruk bağımlılığı finansal kriz dönemlerinde sistematik risk için uygun bir ölçüdür ve yatırımcıların ve piyasa katılımcılarının eşzamanlı uç kayıp olasılığını ölçmelerine olanak tanır. Bir kapula, kuyruk bağımlılığındaki artışları yakalayabilir, örneğin, çok değişkenli normallığe dayanan bir model, kuyruk bağımsızlığını dayatan bir model iken, finansal çöküş dönemlerinde pazarların birlikte çökme olasılığının daha yüksek olduğunu yansıtabilir.

Kapulalar rastgele değişkenlerin doğrusal olmayan artan dönüşümleri altında değişmezdir. Bu özelliğe sahip Kendall'ın τ 'su ve Spearman'ın ρ 'su gibi birkaç bağımlılık ölçüsü vardır ve doğrusal korelasyona uygun bir alternatif sunarlar. Bu bağımlılık ölçüleri sıra korelasyonu veya uyum ölçüleri olarak adlandırılır ve rastgele

değişkenler arasındaki doğrusal olmayan bağımlılığı yakalarlar. Ancak doğrusal korelasyon değişkenler arasındaki doğrusal olmayan bağımlılığı yakalayamaz.

Öte yandan varlık getirilerinin aralarındaki bağımlılık yapısı doğrusallığın dışında bir formda olduğu durumlarda bu bağımlılığı lineer korelasyon katsayısı gibi tek bir istatistiki parametre ile ifade etme olanağı bulunmamaktadır. Kapulalar, bağımlılık formlarının modellenmesinde son dönemlerde sıklıkla pek çok farklı alanda kullanılmaktadır (Nelsen, 2006).

Korelasyon ölçüleri bağımlılığın derecesini yansıtır ancak bağımlılığın yapısını, şeklini yansıtmaz. Bu anlamda kapulalar iki veya daha fazla (yüksek boyutlarda) rastgele değişken arasındaki bağımlılığın derecesini ve bağımlılığın yapısını ortaya çıkarır.

Kapula yaklaşımının uygulamasının en büyük avantajı dağılım fonksiyonunu bilmeden esnek bir şekilde modellenbilmesidir.

Bu çalışmanın amacı Dünya borsaları arasında önemli bir yere sahip olan NASDAQ (ABD) borsası, S&P-500(ABD), NIKKEI (Japonya) ile FTSE-100(İngiltere) arasındaki indekslerin kapula ile modellenmesine çalışıldı.

Tezin kısımları şu şekilde yapılandırılmıştır. İkinci bölümde kaynak araştırması, üçüncü bölümde Kapulalar , dördüncü bölümde uygulama, beşinci bölümde tartışma ve sonuç kısımları verilmiştir.

İstatistik literatüründe 50 yılı aşkın bir süredir iyi bilinmesine rağmen, istatistiksel modellemede Kapula teorisinin uygulamaları daha yeni bir fenomendir. Bugün, kapulalar ile ilgili hızlıca büyüyen bir literatür vardır. Bu literatürü incelemek amacıyla bir sonraki bölümde önceki çalışmalara yer verildi.

1.1.Önceki Çalışmalar

Literatürde bugüne kadar kapula teorisi ve uygulaması ile ilgili birçok eser ve araştırma ortaya çıkmıştır.

Nelsen (2006) ve Joe (1997)'in kitapları, istatistiksel temellere vurgu yaparak, detaylı ve açık bir şekilde bağımlılığı modelleme ve kapula teorisine ilişkin iki temel ders kitabıdır. Örneğin; Nelsen (2006) kapulaların genel anlamda matematiksel özelliklerini ve türetimlerini anlatmaktadır. Aynı kaynakta kapula kullanılarak belli bir bağımlılık derecesinde üretilen çok değişkenli dağılımların simülasyon algoritmaları da derlenmiştir.

McNeil ve ark. (2005) ve Denuit ve ark. (2005)'in kitapları risk yönetimi bağlamında kapula yöntemlerine bir bakış içermektedir. Cherubini ve ark., (2004), konvolüsyon için kapula temelli yeni sonuçlarla birlikte Cherubini ve ark. (2012)'de güncellenen matematiksel finanstaki yöntemleri kullanarak kapulaları ele almışlardır.

Choros ve ark. (2010), hem bağımsız aynı dağılımlı rastgele değişkenler , hem de zaman serileri için kapulaların parametrik ve parametrik olmayan tahmin metotlarının bir incelemesini sunmuşlardır. Genest ve ark. (1995), kapulalar için semiparametrik tahmin yönteminin bir açıklamasını sundular.

Patton (2011), ekonomi alanında kestirim için kapula tabanlı yöntemleri inceledi. Bu bölümde belli alanlarda kapulaların nasıl uygulandığı üzerine bir inceleme yapıldı.

Risk Yönetimi

Ekonomi ve finasta kapulaların ilk uygulama alanlarından biri risk yönetimi olmuştur. Risk yöneticilerinin Riske Maruz Değer (RMD) ve büyük kayıpların olasılığını tahmin etmek için tasarlanan diğer ölçümler üzerine odaklanması, risk kaynakları arasındaki bağımlılığın esnek modellenmesi için bir ihtiyaca yol açmıştır. Bağımlılık yapılarının risk hesaplamalarında son derece önemli olduğu finans literatüründe kapula uygulamalarına gittikçe artan oranlarda rastlanabilmektedir (Cherubini ve ark., 2004).

Rosenberg ve Schuermann (2006), “bütünleşik” risk yönetimi sorunlarını ele almak için kapulaları kullandılar; çalışmalarında piyasa, kredi ve operasyonel riskleri birlikte değerlendirdiler. McNeil ve ark. (2005) ve Alexander (2008), kapulalar ile risk yönetimini inceleyen önemli kaynaklar sağlamışlardır.

Türev Sözleşmeleri

Türev sözleşmeleri rutin olarak birden fazla risk kaynağını içerdiğinden, kapulaların bir başka uygulaması kredi türevlerinin (örneğin, kredi risk primi ve teminatlı borç yükümlülükleri) fiyatlandırılmasıdır. Ayrıca temerrüt (ödeyememe) riskine yönelik uygulamalar için Schönbucher ve Schubert (2001), Giesecke (2004), Hofert ve Scherer (2011) kaynaklarına bakılabilir. Kapulaların diğer türev piyasalarındaki uygulamaları arasında Cherubini ve ark. (2004), Rosenberg (2003), Bennett ve Kennedy (2004), Van den Goorbergh ve ark. (2005), Salmon ve Schleicher (2006), Grégoire ve ark. (2008) ve Taylor ve Wang (2010)’ın çalışmaları yer alır.

Portföy karar problemleri

Bir portföy karar probleminin en genel haliyle göz önünde bulundurarak, yatırımcının beklenen faydasını en üst düzeye çıkaracak portföy ağırlıklarının bulunmasını gerektirir ve bu nedenle, dikkate alınan varlıklar için çok değişkenli bir dağılımını gerektirir. Portföy problemlerinde kapula uygulamaları, zamana bağlı kapulaları kullanarak iki değişkenli bir hisse senedi portföyü problemini düşünen Patton (2004) ; Dört adet hisse senedi piyasası faktörünü kullanarak portföy kararları oluşturan Christoffersen ve Langlois (2011); İki ülkedeki hisse senedi ve tahvilleri içeren portföy kararlarını inceleyen Garcia ve Tsafack (2011)’in çalışmaları kapulalardan faydalanarak yapılmıştır.

Zamana bağlı kapula modelleri

Ekonometri literatürü, ekonomik zaman serilerinin koşullu oynaklığının (volatility) zamanla değiştiğine ve koşullu kapulanın, zaman içerisinde değişime imkan veren modellerin düşüncesini motive ettiğine dair çok sayıda kanıt içermektedir. Literatürde bugüne kadar çeşitli modeller önerilmiştir. Jondeau ve Rockinger (2006), Ausin ve Lopes (2010) ve Creal ve ark. (2013), ARCH modeline benzer şekilde, kapula

biçiminin sabit olduğu ancak geçikmenin bir fonksiyonu olarak kapula parametrelerinin zamanla değişmesine izin veren zamana bağlı kapula modellerini düşündüler. Ayrıca, “Stokastik kapula” modelleri, “Stokastik oynaklık” modelleri adı altında Hafner ve Manner (2012)’in çalışmasına bakılabilir.

Hamilton’da (1989) olduğu gibi rejim değiştirme modelleri, koşullu kapulaya, kapulaların biçiminin zaman içinde değişmesine izin verir ve Rodriguez (2007), Okimoto (2008), Cholle ve ark. (2009), Markwat ve ark. (2009), Garcia ve Tsafack (2011)’in çalışmalarında bu özellik uygulanmıştır. Ayrıca zamana bağlı kapula modellerine odaklanmış başka bir çalışma için Manner ve Reznikova (2012)’e bakılabilir.

Yüksek boyutlu kapula uygulamaları

Yakın zamandaki çalışmalar, daha yüksek boyutlu kapulaların uygulamalarının nasıl ele alınacağına odaklandı. Kapulalarda iki değişkenli ve düşük boyutlu ($d < 10$) uygulamalar hâlâ yaygın olmasına rağmen, birçok araştırmacı, bundan daha büyük boyutları yaklaşık yüz değişkene kadar düşünmektedir. Örneğin, Daul ve ark. (2003), “gruplandırılmış t” adlı bir kapula önerdi ve bu kapulanın 100 değişkene kadar uygulamalarda kullanılabileceğini gösterdi.

Hofert ve Scherer (2011) ve Hering ve ark. (2010), 125 şirket üzerinde kredi temerrüt takası modellemesi için iç içe (nested) Arşimeden kapulasını ele aldılar. Smith ve ark. (2012), 15 değişkene kadar olan grupları modellemek için bir çarpık (skew) t-kapulayı kullandılar.

Çok değişkenli “asma (vine)” kapulalar (veya çiftli kapula inşası), daha yüksek boyutlu bir kapula oluşturmak için iki değişkenli kapulaların sırayla uygulanması ile oluşturulmuştur (Aas ve ark., 2009; Heinen ve Valdesogo, 2009; Min ve Czado, 2010). Oh ve Patton (2011), yüksek boyutlu bir kapula oluşturmak için kullanılan faktör kapulaları, 100 günlük hisse senedi getirisi topluluğuna uygulamışlardır.

Yukarıdaki sınıflandırmanın dışında yapılan diğer çalışmalar ise şu şekildedir.

Rodriguez (2007), finansal bulaşmayı incelemek için geçiş parametrelili kapulalar ile bağımlılığı modelledi. Asya krizi sırasında beş Doğu Asya hisse senedi endeksinin ve Meksika krizi sırasında dört Latin Amerika hisse senedi endeksinin günlük getirilerinden yararlanarak, kriz dönemlerinde değişen bağımlılığın kanıtını gösterdi. Ayrıca Simetri ve kuyruk bağımsızlığı Latin Amerika örneğini anlatırken, artan kuyruk bağımlılığı ve asimetri Asya ülkelerini karakterize ettiği sonucuna ulaştı.

Dearden ve ark., (2008) ve Bonhomme ve Robin (2009), kazanç verilerinin bir panelindeki dinamikleri modellemek için kapulaları kullandılar. Lee ve Long (2009), çok değişkenli bir GARCH modelinin (ilişkisiz) kalıntıları modellemek için kapulaları kullandılar.

Dudley ve Nimalendran (2011) ve Kang ve ark., (2010), hedge fonlar ve diğer varlıklar arasındaki bağımlılığı incelemek için kapulalara başvurdular.

Basher ve ark., (2014), Yükselen hidrokarbon gelirlerinin desteğiyle, altı KİK (Körfez İşbirliği Konseyi) ülkelerinin (Bahreyn, Kuvet, Uman, Katar, Suudi Arabistan, Abu Dhabi-BAE and Dubai-BAE) borsalarının entegrasyonunu incelediler. Bu çalışmada, kapula modellerini kullanılarak 2004-2013 dönemi boyunca yedi KİK hisse senedi piyasasında getirilerin iki değişkenli dağılımının bağımlılık modellerini ortaya koydular. Kapula modellerinden elde edilen sonuçlara göre 21 çift hisse senedi piyasası getirileri arasındaki koşullu bağımlılık, alt kuyruk bağımlılığının üst kuyruk bağımlılığından önemli ölçüde daha büyük olması nedeniyle kesinlikle simetrik olmadığını gösterdiler. Ayrıca, Abu Dabi ve Dubai'nin hisse senedi piyasaları, farklı sermaye piyasası çiftleri arasında asimetrik bağımlılığın ana kaynağı olarak ortaya çıktığını ifade ettiler.

Kenourgios ve ark., (2011), çalışmalarında, çok değişkenli doğrusal olmayan asimetrik bir çerçevede finansal bulaşıcılığı araştırdılar. Bu düzenlemede, son beş finansal kriz sırasında, dört yükselen hisse senedi piyasasına ait olan Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin (BRIC) ülkeleri ile iki gelişmiş piyasa olan ABD ve İngiltere'den hisse senedi endeksleri üzerinden haftalık getiri kullanarak, çok değişkenli rejim geçişli (multivariate regime switching) kapula modelini önerdiler. Ampirik kanıtlar, incelenen finansal krizlerin her biri için kriz ülkesinden diğer ülkelere bulaşıcı bir

etkiyi doğrulamaktadır. Sonuçlar ayrıca, gelişmekte olan BRIC piyasalarının finansal olarak bulaşmaya daha yatkın olduğunu, sektöre özgü krizlerin ülkeye özgü krizlerden daha büyük bir etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur. Bir başka sonuç ise bir krize karşı verilen politika tepkilerinin, ülkeler arasında yayılmayı önleme olasılığının düşük olduğunu ve uluslararası çeşitliliğe odaklanan bir yatırım stratejisinin, kriz dönemlerinde pratikte işe yaramadığını belirtmişlerdir.

Sukcharoen ve ark., (2014), 1982 ve 2007 yılları arasında çeşitli ülkelerin petrol fiyatı ve borsa endeksi arasındaki ilişkiyi incelediler. Petrol ve doğal gaz şirketlerini, borsa endekslerinden hariç tutarak, açık doğrudan bağlantıyı ortadan kaldırdılar. Kapula yöntemini, hisse senedi getirileri ile petrol fiyatı getirileri arasındaki genel bağımlılığı modellemek için kullandılar. Çalışmanın bulguları, çoğu durumda petrol fiyatları ile hisse senedi endeksleri arasında zayıf bir bağımlılık olduğunu ve önceki çalışmalardan elde edilen sonuçlarla tutarlı olduğunu gösterdiler. Ancak petrol fiyat serileriyle nispeten güçlü bir bağımlılığa sahip olan büyük petrol tüketen ve üreten ülkelerin (ABD ve Kanada), hisse senedi endeks getirileri ile bağımlılık açısından istisnalar oluşturduklarını belirtirler. 1999 yılında Euro'nun piyasaya girişi ile, petrol fiyatları ile hisse senedi getirileri arasındaki bağımlılığı önemli ölçüde değiştirdiğini ifade ettiler.

Bartram ve ark., (2007), 1994–2003 döneminde, euronun yürürlüğe girmesi ile 17 Avrupa borsası arasındaki bağımlılığın etkisini araştırmak için zamana bağlı bir kapula modeli kullanmışlardır. Sonuçlar, Euro bölgesinde, sadece Fransa, Almanya, İtalya, Hollanda ve İspanya gibi büyük sermaye piyasaları için ortak para biriminin piyasaya sürülmesinden sonra piyasa bağımlılığının arttığını göstermektedir. Ayrıca, İngiltere ve İsveç'in sermaye piyasasının birlikte hareketinde bir artış sergilediği görülmüştür.

Aloui ve ark., (2011), Brezilya, Rusya, Hindistan, Çin (BRIC) ve ABD'den günlük getiri verilerini kullanarak, BRIC piyasalarının ve ABD pazarlarının her biri arasında zamana bağlı bağımlılık olduğunu gösterdiler. ancak bağımlılık, bitmiş ürün/ihracat odaklı piyasalara göre emtia piyasalarında daha güçlüdür. Ayrıca, hem düşüş piyasalarında hem de yükseliş piyasalarında tüm piyasa çiftleri için yüksek bağımlılık gözlemlenmiştir.

Boubaker ve Sghaier (2013), Mali getiri ile portföy optimizasyonu arasındaki bağımlılık yapısına uzun dönemin etkisini incelediler. En iyi kapula'yı seçmek için, uyum iyiliği testlerinin yanısıra, uygun olan kapula yoğunluğu ile dalgacıkların tahmin ettiği düzleştirilmiş kapula yoğunluğunun görsel karşılaştırmasına dayalı bir grafiksel yöntem kullandılar. Ampirik sonuçlar ile uzun dönemin bağımlılık yapısını etkilediğini gösterdi. İkincisi, bu bağımlılık yapısının optimal portföy üzerindeki etkisini analiz ettiler. Bağımlılık yapısının kapula parametresi ile modellendiği varsayılarak Koşullu Riske Maruziyet oranını en aza indiren yeni bir yaklaşım önerdi. Ampirik sonuçlar, yeni yaklaşımın, bağımlılık yapısının doğrusal korelasyon katsayısı ile temsil edildiği geleneksel varyansı en aza indirgeyen yaklaşımı geride bıraktığını gösterdi.

Nguyen ve Bhatti (2012), Gelişmekte olan ülkelerde, petrol fiyatları ile birlikte hareketine (co-movement) bağımlılıklarından dolayı , petrol fiyatları ile hisse senedi piyasaları arasındaki ilişkiyi incelediler. Çalışmalarında Chi ve K-grafikleri ve Kapula yöntemlerini kullanarak, Çin ve Vietnam hisse senedi piyasası ile petrol fiyatları arasındaki ilişkiyi anlamaya çalıştılar. Uluslararası petrol fiyatları ile Vietnam borsasının arasında sol kuyruk bağımlılığının, Çin borsasının ise herhangi bir kuyruk bağımlılığı göstermediğini ifade ettiler. Bu bulguların petrol fiyatları ile hisse senedi piyasaları arasındaki davranışa yeni bir bakış açısı getirerek, politika yapıcılar, yatırımcılar ve bu iki piyasa ile ilgilenen risk yöneticileri için anlamlı sonuçlar doğuracağını ifade ettiler.

Abbara ve Zevallos (2014) Latin Amerika (Brezilya,Meksika ve Arjantin), Avrupa (İngiltere ve Almanya) ,Asya (Japonya ve Singapur) ve A.B.D'nin önemli borsaları arasında 06 Ekim 1995 ve 19 Nisan 2013 tarihlerinde bulaşma ve bağımlılığın varlığını değerlendirdiler. İki değişkenli analizler borsalar arasında bulaşmanın yanında asimetrik bağımlılık olduğunu gösterdi.

Razak ve İsmail (2014), Borsa gelirlerinin leptokurtik dağılıma sahip olma eğilimde olduğunu böylece bağımlılığın ölçüsü için lineer korelasyon kullanmak uygun olmayacağını ifade ettiler. Asya-Pasifik borsalarının gelirleri arasındaki bağımlılık yapısını Kapula ile modellediler. Kapulanın, borsa gelirleri arasındaki bağımlılığı göstermek için bir alternatif olarak kullanılabileceğini açıkladılar.

Joe (1990), Journal of Multivariate Analysis dergisinde yayınlanan “Çok Değişkenli Uyumluluk Ölçüleri” isimli makalede; çok değişkenli uyumluluk ölçüsünün tanım ve temel özellikleri verilmiş, Kendall’ın τ ’su, Spearman’ın ρ ’su ve Blomqvist’in β ’sının çok değişkenli durum için tanımını yapmıştır.

Genest ve Rivest (1993), American Statistical Association dergisinde yayınlanan “İki değişkenli Arşimedyen kapulalarda istatistiksel sonuç çıkarımın yöntemleri” isimli makalede; Arşimedyen kapulalarda aile parametresi için parametrik olmayan bir sonuç çıkarım yöntemi önermişlerdir. Bu yöntem daha sonra çok değişkenli Arşimedyen kapulalar için de genişletilerek genelleştirilmiştir. Yöntem Kendall’ın τ ’su uyumluluk ölçüsü ve lamda fonksiyonu üzerine kurulmuştur. Çalışmada çok değişkenli bir veri kümesi üzerinde (Petrol numunelerindeki ağır metal miktarları) ikişerli olarak belirli kapula aileleri için aile parametreleri, lamda fonksiyonu ve lamda fonksiyonunun güven aralığı tahmin edilmiştir. Çalışmada ayrıca tahmin edicilerin istatistiksel özellikleri üzerinde açıklamalar yapılmıştır.

Barbe ve ark., (1996), Journal of Multivariate Analysis dergisinde yayınlanan “Kendall süreci üzerine” isimli makalede; Kendall dağılım fonksiyonundan yapay örneklemden hareketle deneysel Kendall dağılım sürecinin limit dağılımının Gauss sürecine zayıf yakınsadığını ispatlamışlardır. Bu ispat için birisi Sklar teoremine özdeş olan iki varsayım kullanmışlardır.

Nelsen (1996, 2002), “Çok Değişkenli Birlikteliğin Parametrik Olmayan Ölçüleri” ve “Uyumluluk ve Kapulalar: Bir Araştırma” isimli makalelerinde; Joe’nun uyumluluk ölçüleri tanımlarını vermiş, bu tanımlarda verilen çok değişkenli uyumluluk ölçülerini ortalama ortant bağımlılığı kavramı üzerinden yeniden yorumlayarak kapulalar cinsinden formüllerini ve bazı özelliklerini elde etmiştir. Çalışmalarda ayrıca ikişerli bağımsızlık ve karşılıklı tam bağımsızlık kavramları da kapula örnekleri ile açıklanmıştır.

Özbakış (2006), Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Bölümünde yaptığı “Bazı Kapula Tahmin Yöntemleri ve Bir Uygulama” isimli Yüksek Lisans tezinde; bazı kapula tahmin yöntemleri hakkında bilgi vermiş, uygulama olarak

İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ile BOVESPA (São Paulo Borsası) arasındaki bağımlılık yapısı kapula tahmin yöntemiyle incelemiştir.

Yaprakçı (2007), Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Teorik İstatistik Anabilim Dalında yaptığı "Kapulalar Teorisinin Finansta Uygulamaları" isimli Yüksek Lisans tezinde; kapula fonksiyonlarının bağımlılık ölçümlerindeki üstünlüklerini tartışmış, finans alanında bir uygulama yapmıştır.

Dimitrova ve ark.,(2008), Computational Statistics and Data Analysis dergisinde yayınlanan, "Çok değişkenli Arşimedyen Kapulalarda GeD Spline Tahmin Edicisi" isimli makalesinde; Arşimedyen kapulalarda, Kendall dağılımına dayalı olarak aile parametresi için bir tahmin edici önermişlerdir. Yazarlar yöntemlerini, Kendall dağılımı üzerinde keyfi sayıda kırılma noktası seçip, bu noktalar üzerinden doğrusal olmayan regresyon modelinin doğrusal yaklaşımla çözümü olarak özetlemişlerdir. Yöntemlerini Genest vd. (2011)'nin tahmin yöntemleri ile simülasyon verileri üzerinden karşılaştırmışlardır.

McNeil ve ark., (2009), The Annals of Statistics dergisinde yayınladığı "Çok Değişkenli Arşimedyen Kapulalar, d – Monoton Fonksiyonlar ve l_1 – Norm Simetrik Dağılımlar" isimli çalışmada; Arşimedyen bir kapulaya sahip bir rastgele değişken vektörünün, simpleks vektör ile radyal değişkenin çarpımı olarak yazılabileceğini göstermiştir. Daha sonra Williamson d – dönüşümü yardımıyla Arşimedyen kapula üreticisi ile radyal dağılım arasındaki bağıntı elde edilmiştir. Çalışmada ayrıca Kendall dağılımı ile üretici fonksiyon ve radyal değişken arasındaki bağıntılar verilmiştir.

Okhrin ve ark., (2009), "Economic Risk" tarafından desteklenen, "Hiyerarşik Arşimedyen Kapulaların Özellikleri" isimli çalışmada; hiyerarşik Arşimedyen kapulaların özelliklerini analiz etmişlerdir. Ayrıca çalışmada çok değişkenli bağımlılık ölçüleri ve ekstrem değerli kapulalar analiz edilmiştir. Bu çalışmada kuyruk bağımlılıklarına özel önem verilmiş ve çok sayıda hiyerarşik Arşimedyen kapula için kuyruk bağımlılık endeksleri türetilmiştir

Michiels ve Schepper (2010). "Dönüşümler Vasıtasıyla Uygun Arşimedyen Kapulalar Nasıl Geliştirilir." İsimli makalede; Arşimedyen kapula üretici fonksiyonunun bileşke

yöntemi ile yeni üreticiler elde edilmesini ve özel olarak uyumluluk ölçülerini koruyan dönüşümleri anlatmıştır.

Taylor (2010), *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* dergisinde yayınlanan “Kapulalar ve Kapulaların Marjinaleri İçin Çok Değişkenli Uyumluluk Ölçüleri” isimli makalesinde; çok değişkenli uyumluluk ölçülerinin sağlaması gereken aksiyomların bir derlemesini yapmıştır. Bu aksiyomları; monotonluk, süreklilik, değişkenlerin permütasyonlarına davranış ve değişkenlerin monoton dönüşümlerine göre davranış olmak üzere dört başlık altında incelemiştir. Aksiyomları hem rastgele değişkenler cinsinden hem de bu değişkenlerin kapulaları cinsinden ifade etmiştir. Çalışmanın devamında Kendall, Spearman, Gini ve Blomqvist uyumluluk ölçülerinin çok değişkenli durumdaki özelliklerini açıklamıştır.

Genest ve ark., (2011a), “Çok değişkenli Arşimedyen kapula modellerinde istatistiksel sonuç çıkarımı” isimli makalede; çok değişkenli Arşimedyen kapulalar için sıra istatistiği tabanlı yeni tahminciler önerilmektedir. Yaklaşım, Arşimedyen kapulaların simpleks dağılım ve radyal değişken temsiline dayanmaktadır. Elde edilen tahmin edicilerin limit özellikleri incelenerek büyük örneklem özellikleri ortaya konmuştur. Ayrıca çalışmada kapulanın olasılık integral dönüşümü olan Kendall dağılımı ile ilgili önemli bulgular elde edilmiştir. Bu bulgular arasında, Arşimedyen kapula ile onun Kendall dağılımı arasında birebir ilişki olduğu sonucu da vardır. Bu birebir ilişki 2 ve 3 boyutlu durum için ispatlanmış, daha yüksek boyutlar için ispata yardımcı bilgiler verilerek bırakılmıştır. Çalışma Λ fonksiyonunun tahmin edicisi üzerinde bir simülasyon çalışması içermektedir.

Genest ve ark., (2011b), “Çok değişkenli kapula modellerinde Kendall’ın r ’sunun yığın biçimlerinin radyal değişkene dayalı ifadesi verilmiş, ayrıca uygulamada yaygın kullanılan Arşimedyen kapula aileleri için bu uyumluluk ölçüsünün yığın biçimleri elde edilmiştir. Çalışmada uyumluluk ölçüsünün çok değişkenli genellemesi tanımına dayalı olarak iki ayrı tahmin edicisi de verilmiştir.

BÖLÜM 2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

2.1. Borsa Nedir?

Hisse senedi, tahvil, emtia (ticari mal), yatırım fonları, döviz ve bunların türevleri gibi menkul kıymet statüsünde değerlendirilen, alım satım konu olan araçların devlet kontrolünde belli kurallar çerçevesinde yatırımcılar tarafından alınıp satıldığı piyasaya borsa denilir (Ceylan ve Korkmaz, 2008; 434).

Borsa; yatırım araçları içerisinde ekonomiyi etkileyen faktörlerden anlık etkilendiğinden dolayı yüksek riskli yatırım aracıdır. Riskin artmasıyla birlikte kayıp ve kazançların artması sebebiyle portföy güvenliği açısından risk azaltıcı unsurları yatırımcılar kullanmalıdırlar. Yatırımcılar bu riski düşürmek için analiz yöntemleri, menkul türev araçları ve çeşitli yatırım stratejileri uygulamaktadırlar.

Borsa sözcüğü İtalyanca'dan Türkçe'ye geçmiştir. Türkler'in Batı ile ticaretinin ilkin İtalya, özellikle de Venedik ile gelişmesi nedeniyle Türkçe'ye İtalyanca'dan geçmiştir.(Bulutoğlu,2003)

Bazı tüccarların ve özellikle sarraflarla değerli kâğıt ve tahvil alışverişiyle uğraşanların alım satım ve değişim amacıyla devlet denetimi altında iş yaptıkları yer.(Url:1,2016)

Değerli evrakların (menkul kıymetlerin) ticaretinin yapıldığı kurumsal piyasalardır. Genelde, bu değerli evrakların hisse senetleri olmaktadır. Bir piyasadır, çünkü, menkul kıymetlerin ticaretinin yapıldığı yerlerdir. Kurumsaldır, çünkü kendine özgü kuralları ve standartları vardır. Borsalar sadece hisse senetlerinin değil, başka tür emtilerin ve ensrutumanların da ticaretinin yapıldığı yerlerdir.

Borsanın 3 Temel Amacı Vardır :

1- Şirketlerde ve dolayısıyla ekonomiye halka açılmalar yolu ile kaynak sağlayabilmek.

2- Tasarruf sahiplerinin güvenilir ve şeffaf bir biçimde yatırımlarını değerlendirebilmesi.

3- Hisse senetlerini alıp-satmak isteyenlerin buluşabileceği bir ortam (Url:2.2016).

2.2. Borsa nasıl çalışır?

Borsa, kişiler ve firmalar açısından, paralarını arttırmak için en önemli araçlardan biridir. Borsa sayesinde şirketler kendi hisse senetlerini satarak ek sermaye elde edebilirler. Ayrıca borsa içinde işlem yapmanın likiditesinin yüksek olmasından dolayı yatırımcılar kolay ve hızlı bir şekilde menkul kıymetlerini satabilmektedirler. Bu durum, gayrimenkul alım-satımı gibi likiditesi az olan yatırım araçlarına göre borsayı daha çekici kılmaktadır.

2.3. Borsa türleri

Borsalar genel olarak işlem konularına göre menkul kıymetler borsası, vadeli işlemler borsası, altın borsası, opsiyon borsası ve ticari mal borsası olarak sınıflandırılır. Menkul kıymetler borsası, vadeli işlemler ve opsiyon borsası, altın borsası ve ticari mal borsası olmak üzere dört kısımdan oluşmaktadır.

2.3.1. Menkul Kıymetler Borsası

Menkul kıymetler borsası genellikle hisse senetlerinin alınıp satıldığı yer olarak bilinir. Finansmana ihtiyacı olan şirketler ile birincil veya ikincil piyasadan bu fonu sağlayan yatırımcıların kazanç elde etme alanı olarak faaliyetini sürdürmektedir. İkincil piyasa işlemlerini sağlaması, birincil piyasaya olan ilgiyi arttırdığı gibi uzun vadeli yatırımların teşvikini de yapmaktadır.

Çeşitli finansal nedenlerle menkul kıymet statüsündeki alım satım konu olan araçların belirli kurallar çerçevesinde aracılar ile belirli bir merkezden belirli bir ücret

(komisyon) kesilip alım satım işlemlerinin gerçekleştirildiği finansal platformdur (Çapanoğlu, 1993).

“Menkul kıymetler borsası, hisse senedi ve tahvillerin, borsaya üye olan kişiler arasında alım satımının gerçekleştiği yerdir... Bu piyasanın temel kurumları; kişiler, özel ve kamusal kurumlar, bankalar, sigorta şirketleri, sosyal güvenlik kurumları, hazine ve merkez bankasıdır (Eğilmez ve Kumcu,2004).

Türkiye’de 1986 yılında kurulan İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Nisan 2013’de adını değiştirilerek Borsa İstanbul olmuştur. Menkul kıymetler borsası zamanla risk azaltıcı unsur olan türev ürünlerin piyasaya sunulmasıyla hacimlerde artışlar meydana getirmiştir. Borsadaki çeşitliliğin artmasıyla birlikte hacimlerde de artış gözlemlenmektedir. Son yıllarda finansal araç çeşitliliğinin artmasıyla birlikte borsanın işleme açık kaldığı saatler de uzatılarak etkinlik arttırılmıştır.

2.3.2. Vadeli İşlemler ve Opsiyon Borsası

Vadeli İşlemler Borsası; Gelecek tarihli bir malın teslimatı veya finansal aracın nakit uzlaşma yoluyla bugünden alım satımının yapıldığı, kaldıraç oranlarının uygulandığı belirli kurallar çerçevesinde spot piyasadan daha riskli borsa çeşididir (Url:3, 2016).

Vadeli İşlemler Borsası (Viop) riskten kaçınmak için kurulan bir borsa olmasına karşın, kaldıraçlı işlemlerin sık sık kullanılması aşırı riskli bir borsa olmasına neden olmuştur. Viop; tarım ürünlerinin doğa şartlarından oluşabilecek risklerine karşı korunma amaçlı kurulmuştur. Yakın zamanda kapsamı genişletilerek Borsa İstanbul’un en büyük 30 şirketinin veya dolar gibi finansal araçların kaldıraçlı işlemlerine başlanmıştır. En önemli özelliği ise; alış ve satış yönünde pozisyon açılabilmesidir.

VIOP’ta işlem gören vadeli işlem sözleşmeleri aşağıda verilmiştir:

- Pay Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Endeks Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Döviz Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Kıymetli Madenler Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Emtia Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Enerji Vadeli İşlem Sözleşmeleri
- Yabancı Endeksler Vadeli İşlem Sözleşmeleri

VIOP'ta işlem gören opsiyon sözleşmeleri aşağıda verilmiştir:

- Pay Opsiyon Sözleşmeleri
- Pay Endeks Opsiyon Sözleşmeleri
- Dolar/TL Opsiyon Sözleşmeleri

(Url:4.2017).

Vadeli İşlem ve Opsiyon borsalarının ekonomilerde; risklerin yönetilmesi, spekülasyon ve arbitraj yoluyla kazançlar elde edilebilmesi, spot piyasalarda fiyat dalgalanmalarının durgunlaştırılmasına katkı sağlama, kaldıraç etkisi ve düşük işlem maliyetleri ile bilgilerin hızla fiyatlara yansması sonucu spot piyasalara öncülük etmesi gibi işlevler vardır. Türkiye de bu fırsatlardan yararlanmak için, 4 Şubat 2005 de İzmir ilinde kurulan Vadeli İşlem ve Opsiyon Borsası'nda (VIOP) İstanbul Menkul Kıymetler Borsası'ndaki (İMKB) hisse senetleri 30 endeksi üzerine futures işlemlerin yapılmasına başlanmıştır (Özen, 2008).

2.3.3. Altın Borsası

İstanbul Altın Borsası Türkiye'deki mevcut altın potansiyelini, kurulacak yeni bir yapı ile üretken yatırımlara dönüştürerek ekonomik kalkınmaya kaynak oluşturmada tamamlayıcı güç haline getirmek üzere 1995 yılında kurulmuştur.

Türkiye'de altın piyasasında 26 Temmuz 1995 tarihinde önemli bir adım atılmış ve İstanbul Altın Borsasının kuruluşu gerçekleşmiştir. İstanbul Altın Borsası kuruluşunun ardından merkez bankası tekelinde olan altın ithal etme yetkisi Merkez Bankasından alınarak diğer yetkili piyasa katılımcılarına verilmiş, böylece altının serbest piyasa koşullarında, organize olmuş bir borsada alım satım imkânına kavuşmuştur. Başka açıdan bakılacak olursa, daha önce saklama ve yatırım koruma aracı olarak görülen altın, İstanbul Altın Borsası'nın kurulmasıyla birlikte altın külçe haliyle ortaya konularak bir yatırım aracına bürünmüştür. Son yıllarda ise külçe bazında fiziksellikten uzak alım satımlar bankalar aracılığı ile yapılmaktadır (Vural, 2003).

İstanbul Altın Borsası'nda standart, standart dışı, cevherden üretim altın, gümüş ve platin üzerine spot işlemlerin yapıldığı Kıymetli Madenler Piyasası ile ödünç ve sertifika işlemlerinin yapıldığı Kıymetli Madenler Ödünç Piyasası bulunmaktadır.

2.3.4. Ticari Mal Borsası

Tarım ve hayvancılık ürünlerinin arz ve talebe göre fiyatının oluşturulduğu, ürünlerin fiziksel olarak toplanmasıyla, fiyatların ise ilan edilmesiyle çalışan borsaya ticari mal borsası denmektedir. Fiyatların belirlenmesiyle fiziki alım satımlar gerçekleşmektedir (Url:5, 2016).

En önemlisi tarımsal ürünler olmak üzere insanların yaşamlarını sürdürebilmesi için gerekli temel ihtiyaç maddelerinin fiyatlarının belirlendiği kendi kuralları olan ticaret borsaları; mal, hizmet ve üretim faktörlerinin alıcı satıcılarının bir araya getirilmesiyle iktisadî kararların alınmasına imkân veren platform olarak tanımlanabilen “piyasa” kavramının gündelik hayattaki en yaygın/ somut örnekleridir (Doğan, 2010).

2.4. Dünyada Borsa'nın Tarihi Gelişimi

Roma ve Finike yazıtlarından M.Ö 14. yüzyılda 1200-1500 yılları arasında yaşayan insanların yaşadıkları yerde pazarlar kurup alım satım yaparak borsanın dünyadaki ilk temellerini atmışlardır (Url:6, 2015).

M.Ö 5. Yy'da Roma'dan geçen Tibre nehrinin kıyılarında Roma Krallarından Bosarium'un adı altında kurulan pazarda Collegium Marcatorum adını taşıyan bir müessese oluşturmuştur. Mahalle tüccarların, toptancıların ve aracılarn alım satım yapmak üzere karşı karşıya geldikleri bu müessesenin oluşmasıyla birlikte bugün işlem gören borsanın temelleri atılmıştır (Url:7, 2015).

11. yüzyıldan beri var olduğu bilinen borsanın ilk ortaya çıkış tarihi kesin olarak bilinemesi de, resmi olarak kuruluşunun 1700'lü yılların sonuna doğru olduğu tahmin edilmektedir. New York Stock Exchange (NYSE) olarak da bilinen Amerikan borsası, 24 büyük tüccarın bir araya gelmesiyle, 1792'de kurulmuştur. Borsa İstanbul (BIST) olarak bilinen Türkiye borsası ise konjektürel gelişmeler sonucu, hisse senetlerinin ticaretinin düzenlenmesi ve standartlaştırılması amacıyla 1986 yılında İstanbul'da faaliyete geçmiştir. İlk zamanlarda az sayıda şirket, düşük işlem hacmi ve Türk ekonomisine endeksli hareket eden BIST, günümüzde Hisse Senetleri Piyasası'nda 330'dan fazla şirketin hisse senedi, Tahvil ve Bono Piyasası'nda ise devlet tahvili ve hazine bonolarının yoğun olarak işlem gördüğü bir borsa haline gelmiştir (Url:8,2017).

2.5. Borsanın Önemi

Borsanın en önemli özelliklerinden birisi diğer menkullere göre likiditesi en bol yatırım aracı olmasıdır. Paraya çevrilmesi kolay ve zahmetsiz olduğundan dolayı sermaye akınları tarafından yatırıma için cazip bulunur (Bahadır,2008).

Borsada fiyat oluşumları şirket hisselerinin sepet gibi düşünüldüğünde ekonominin genel yönünün belirlenmesi için barometre görevi görür. Ekonominin gidişatı hakkında karar vermede en etkili yatırım araçlarından birisi olması para ve sermaye piyasaları içerisinde en riskli yapı olarak nitelendirilir (Dağlı, 2000).

Borsa diğer yatırım araçlarına göre oldukça riskli olması sebebiyle yatırımcılar kar ya da zarar edebilmektedirler. Borsa yatırımcıları riskten korunmak ve yüksek kazanç sağlamak amacıyla temel ve teknik analiz yapmaktadırlar. Her ne kadar analiz yapılsa da borsanın ekonomik ve siyasi olaylardan etkilenen yapısı ve en kırılgan yatırım aracı olması borsa yatırımcılarına artı risk olarak eklenebilir (Bahadır, 2008).

Borsa’da analistlerin yaptıkları bütün tahminler normal şartlar altında değerlendirmeye alınır, şartların değişmesi durumunda analizler geçersiz sayılmaktadır. Bu yüzden şartları baştan tahmin etmek daha etkili olacaktır. Borsa’nın genel olarak ekonominin bütününi ifade etmesi ne derece önemli bir yapı olduğunu göstermektedir. Hepsinden önemlisi atıl fonların ekonomiye karışmasıyla şirketlerin kurumsallaşması da sağlanarak sağlıklı bir ekonomik büyümeye imkan vermektedir.

2.6. Küresel Borsalar



Şekil 2.1. Çalışmada kullanılan küresel borsalar

2.6.1. SP-500 Borsası

Standart and Poor's 500 endeksi, Amerika'da faaliyet gösteren değeri en yüksek 500 şirketin hisse senetlerinden oluşmaktadır. S&P 500 endeksini oluşturan şirketler; sermaye, likidite, pazar payı, karlılık gibi kriterlere göre sektörlerinin en güçlü şirketlerinden seçilir. Amazon, Bank of America, Facebook, Johnson & Johnson, Southwest Airlines ve Xerox gibi şirketlerin hisselerini temsil eden S&P 500 endeksi, ABD hisse senedi piyasasının yaklaşık yüzde 75'ini temsil etmektedir. Endeks ilk etapta Amerikan ekonomisinin performansını ölçmek amacıyla oluşturulmuşsa da ilerleyen zamanda Forex piyasasının en gözde endeksleri arasına girmiştir. Forex piyasasının S&P 500 endeksinde yapılan işlemlerde kâr veya zarar dolar üzerinden ödenmektedir (Url:9.2018).

2.6.2 FTSE-100 Borsası

FTSE-100 endeksi ise , İngiltere'de faaliyet gösteren piyasa değeri en yüksek 100 şirketin hisse senedini oluşturmaktadır. Aviva, BP, HSBC, Rolls-Royce, Vodafone, Marks&Spencer gibi şirketlerin hisselerini temsil eden FTSE-100 endeksi İngiltere hisse senedi piyasasının %81'ini oluşturur (Url:10,2018).

2.6.3 NASDAQ Borsası

Amerikan'ın en büyük üç borsasından biri olan Nasdaq Borsası'nda (National Association of Securities Dealers Automated Quotations) işlem gören piyasa değeri en yüksek 100 hisse senedinden oluşmaktadır. Nasdaq 100 Endeksi'nde finans ve yatırım şirketleri hariç teknoloji, ilaç, gelişmekte olan şirketlerin hisseleri yer almaktadır. Nasdaq100 Endeksi teknoloji endeksi olarak da kabul edilmektedir. Endeks, Amazon, Comcast, Cisco, eBay, Google, Marriott, Viacom, Oracle, Apple gibi dünyaca tanınmış teknoloji şirketlerinin hisselerinin de performansını ölçmek açısından önemli bir göstergedir. Nasdaq 100 Endeksinde yapılan işlemlerde kar veya zarar Dolar üzerinden ödenmektedir. NASDAQ 100 ile NASDAQ borsasında listelenen tüm hisseleri endeksleyen NASDAQ Composite Endeksini karıştırmamaya dikkat edilmelidir. Ayrıca Nasdaq 100 endeksi teknoloji ağırlıklı olması nedeniyle çok hızlı hareket etmektedir.

Nasdaq100 endeksi, son on yıl içinde 2008 yılında 1017 Dolar ile tarihi en düşük seviyeyi 2015 Nisan ayında ise 4554 Dolar ile tarihi en yüksek seviyeyi kaydetmiştir (Url:11,2018).

2.6.4 NIKKEI Borsası

Nikkei 225 Endeksi, Asya'nın en büyük borsalarından Tokyo Borsası'nın en fazla işlem hacmine sahip 225 hissesinden oluşmaktadır. 1950 yılında hesaplanmaya başlayan Endeks'te Toyota, Bridgestone, Kikoman ve Panasonic gibi çeşitli sektörlerden hisseler yer almaktadır. Nikkei Endeksi, Dow gibi fiyat ağırlıklıdır. Fiyatı yüksek olan hisse endekste daha fazla ağırlığa sahiptir dolayısıyla büyük şirketler endeksin hareketinde daha etkili olur. Japonya ekonomisinin ağırlıklı olarak ABD'ye yapılan ihracata dayalı olması nedeniyle Nikkei. ABD piyasalarının ve endekslerinin

hareketlerini izler. Dow yükselirse, Nikkei de genelde sonraki gün onu takip eder. Bu nedenle, günün doğru saatinde işlem yapmak çok önemlidir. Forex piyasasının önemli ticaret merkezlerinden olan Asya Borsasının endeksi Nikkei'de kar ve zarar ödemeleri Yen üzerinden yapılmaktadır (Url:12.2018).

BÖLÜM 3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1.Kapulalar

Bu bölümde kapulaların matematiksel ve istatistiksel özellikleri incelenmiştir.

Kapulalar, tek değişkenli marjinalleri $[0, 1]$ aralığı üzerinde düzgün (tekdüze) dağılıma sahip ve çok değişkenli dağılımları kendi tek değişkenli marjinallerine bağlayan fonksiyonlardır.

Çok değişkenli dağılımlarda dağılıma konu olan değişkenler arasındaki bağımlılık yapısının daha iyi anlaşılması amacıyla son yıllarda istatistik literatüründe “kapula” kavramı kullanılmaktadır. Hatta yine Schweizer’e göre, bağımlılık ciddi olarak dikkate alındığında, kapulalar doğal olarak işin içine girmekte ve bu gerçeğin bilinmesi büyük oranda İstatistik’le uğraşanlara kalmaktadır. Dolayısıyla her İstatistik kitabı kapulalarla ilgili bir kesim veya bir bölüm içerdiğinde, kapulalar olgunluk çağına ulaşacaktır (Schweizer, 2007).

Nelsen tarafından yapılan tanıma göre kapula; “çok değişkenli dağılım fonksiyonlarını kendi tek boyutlu marjinal dağılım fonksiyonlarına bağlayan fonksiyondur. Alternatif olarak kapulalar, tek boyutlu marjinalleri $(0,1)$ aralığı üzerinde düzgün dağılmış olan çok boyutlu dağılım fonksiyonlarıdır.” (Nelsen,2006).

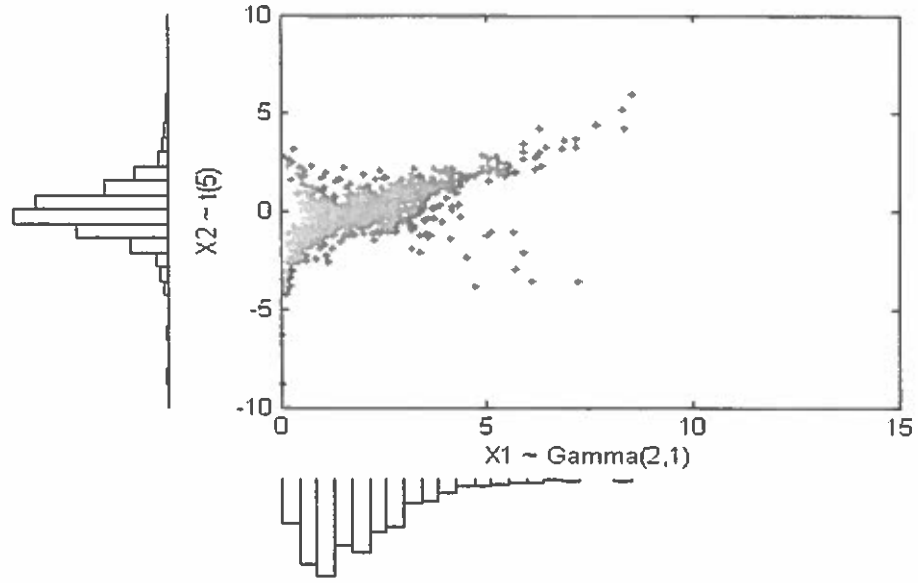
Kapula kelimesi 1959 yılında Sklar tarafından kullanılmış, 1981 yılında Schweizer ve Wolff tarafından rastgele değişkenler arasındaki bağımlılıkla ilgili ilk doküman yayınlanmıştır. 1990 yılında kapula Joe ve Nelson tarafından güçlendirilmiş, 1990 sonrasında ise akademik literatürde kapulaların nasıl kullanılacağı eklenmiştir (Hua, 2009).

Uygulamada bir çok kapula modelleri bulunmaktadır. Arşimedyan Kapula, Gaussian (normal) Kapula, Frank Kapula, Clayton Kapula, Gumbel Kapula, Joe-Clayton Kapula, Student t Kapula bunlardan bazılarıdır.

Kapula yönteminin temelinde yatan en önemli özellik, normal dağılıma sahip olup olmadığı bilinmeyen veya dağılımı hakkında net bir fikir vermeyen veri seti için çok boyutlu bir model kurarak bağımlılık yapısını modelleyebilmesidir. Böylece verileri modellerken kullanılan diğer istatistiksel yöntemlerin varsayımlarının sağlanmadığı durumlarda kapula yöntemi ile değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını ortaya koyarak tahmin edebilmesidir.

3.2. Kapulaların Kullanıldığı Alanlar

1. Çok değişkenli bağımlılık mekanizmalarının araştırılmasında,
2. Yeni çok değişkenli dağılımların elde edilmesinde,
3. Stokastik modellemede,
4. Yeni parametrik olmayan bağımlılık ölçülerini geliştirmede,
5. Çok değişkenli dağılım ailelerinin temsilinde,
6. Markov süreçlerine yeni yaklaşımlarda kullanılmaktadır.
7. Bağımlılık gerektiren simülasyon çalışmalarında veri üretimi



Şekil 3.1. Farklı marjinal dağılımlara sahip değişkenler için bağımlılık yapısı

Şekil 3.1’de Gamma ve t dağılımı gibi farklı marjinallere sahip değişkenler için kapulaları kullanarak 1000 adet bağımlı değer üretilmiştir.

3.3. Kapulaların Tanımı ve Matematiksel Özellikleri

$C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$, fonksiyonu aşağıdaki özellikleri sağladığında kapula adını alır:

1. $C(0,v) = C(u,0) = 0$; $u,v \in [0,1]$;
2. $C(1,v) = v, C(u,1) = u$; $u,v \in [0,1]$;
3. $a_1 \leq a_2, b_1 \leq b_2$ ve $a_1, a_2, b_1, b_2 \in [0,1]$ iken, $C(a_1, b_1) + C(a_2, b_2) - C(a_1, b_2) - C(a_2, b_1) \geq 0$ ’dır.

3.3.1.Sklar Teoremi

Teorem 3.1. Sklar teoremi kapulalar teorisinin yapı taşıdır. Bu teorem, çok boyutlu dağılım fonksiyonlarının tek değişkenli marjinalleri ile aralarındaki ilişkide kapulaların ne işe yaradığını açıklar (Nelsen,2006).

Sürekli marjinal dağılım fonksiyonları $F_1, F_2, \dots, F_n$ ile verilen bir n -boyutlu dağılım fonksiyonu F için tek bir $C: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$ kapulası vardır ve $x_i \in \mathbb{R}, i=1,2,\dots,n$ için

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer $F_1, F_2, \dots, F_n$ sürekli değilse $C, \text{Ran } F_1 \times \text{Ran } F_2 \times \dots \times \text{Ran } F_n$ üzerinde tek türlü tanımlanmıştır. Tersine, eğer C bir kapula ve $F_1, F_2, \dots, F_n$ dağılım fonksiyonlarıysa, o zaman Eşitlik 3.1'de tanımlanan F fonksiyonu, marjinalleri $F_1, F_2, \dots, F_n$ olan bir ortak dağılım fonksiyonudur (Nelsen,2006).

Bu teorem kapulalar için hem bir yapı planı, hem de çok değişkenli dağılımların parametrelendirilmesini sağlar. Gerçekten $F_1, F_2, \dots, F_n$ marjinalleri ile verilen çok değişkenli bir F fonksiyonu için $u_i \in [0,1], i=1,2,\dots,n$ olmak üzere,

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2), \dots, F_n^{-1}(u_n)) \quad (3.2)$$

fonksiyonu otomatik olarak bir kapuladır (Nelsen,2006 ; Malevergne ve Sornette,2003).

3.4. Arşimedyen kapulaları

Pratikte, Arşimedyen kapulaların sınıfı sıklıkla kullanılır, çünkü bu kapulaların kullanımı basit ve kapalı form ifadeleri vardır. Kapulaların en önemli sınıflarından biri Arşimedyen kapulalardır. İlk defa ‘‘Arşimedyen’’ terimi 1965’te Ling’in makalesinde kullanılmıştır. Birçok kapula ailesi Arşimedyen kapulasıdır (Genest ve Rivest, 1993). Birçok kapula fonksiyonu Sklar Teoremi kullanılarak oluşturulmalarına karşın Arşimedyen kapulaları kendi üretici fonksiyonları ile elde edilir. Arşimedyen kapulalarının uygulama alanları, elde edilmelerinin kolay olması ve birçok kapula ailesinin bu sınıfa dahil olmasından dolayı oldukça geniştir (Genest ve Mackay, 1986).

Arşimedyen kapula dağılımları en sık kullanılan kapula dağılımlarıdır. Bu kadar sık kullanılmasının nedenlerinden ilki bu aileye ait kapulaların oluşturulması ve inşa edilmesinin kolay olmasıdır. Bu sınıfa ait çok çeşitli kapula ailelerinin bulunması ve bu

sınıfa ait kapulaların birçok faydalı özelliklerinin olması, Arşimedyen kapulaların, çok değişkenli bir kapulayı tek değişkenli bir fonksiyona (üretici fonksiyona) indirgemesine olanak sağlaması, Arşimedyen kapulaların çok çeşitli bağımlılık yapılarını yansıtabildiklerinden dolayı, Arşimedyen kapulaların uygulama alanlarını oldukça genişletmektedir (Juri ve ark., 2002 ; Hennessy ve ark., 2002).

3.4.1.Arşimedyen kapulaların özellikleri

Arşimedyen yaklaşımı, çok değişkenli bir kapulanın, basit tek değişkenli bir fonksiyona indirgenmesine izin verir. Basitlik olması açısından, iki değişkenli bir kapula düşünelim. $\varphi : [0,1] \rightarrow [0,\infty)$, sürekli, kesin azalan, konveks ve $\varphi(1) = 0$ olacak şekilde bir fonksiyon olsun. φ 'nin ters fonksiyonu için φ^{-1} 'i kullanalım. Bir Arşimedyen kapulayı

$$C(u,v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad u,v \in [0,1] \text{ için} \quad (3.3)$$

biçiminde yazabiliriz ve φ 'yi C kapulasının üreticisi (toplumsal üreticisi) olarak adlandırırız. Dolayısıyla bir üretici bir Arşimedyen kapula belirler. Bir üretici bir Arşimedyen kapulayı tamamıyla belirler. Arşimedyen kapulalar ilk defa 1986 yılında Genest ve MacKay tarafından çalışılmıştır.

Üreticilerin Özellikleri

Yukarıda bahsettiğimiz kapulaların üreticisi kavramının özelliklerini matematiksel olarak ifade edelim.

1. $\varphi(1) = 0$;
2. her $t \in (0,1)$ için $\varphi'(t) < 0$ 'dır. Yani φ , azalan bir fonksiyondur.
3. her $t \in (0,1)$ için $\varphi''(t) \geq 0$ 'dır. Yani φ , konveks (dışbükey) bir fonksiyondur.

Teorem 3.2. C, üreticisi φ olan bir Arşimedyen kapula olsun. O zaman aşağıdaki özellikler gerçekleşir:

1. C simetriktir; yani $C(u,v) = C(v,u)$ (her $u,v \in I$);
2. C birleşmelidir; yani $C(C(u,v),w) = C(u,C(v,w))$ (her $u,v,w \in I$);
3. Eğer $c > 0$ herhangi bir sabitse, $c \varphi$ de C 'nin üreticisidir.

3.4.2. Bazı Arşimedyen Kapulalar

Birçok kapula fonksiyonu vardır. Arşimedyen kapula ailesinden en çok kullanılan bazı kapulalar Ali-Mikhail-Haq, Clayton, Frank ve Gumbel Hougaard' dır. Bu kapula aileleri ve bunların üreticilerine ilişkin eşitlikler Tablo 3.1'de görülmektedir (Frees ve Valdez, 1998).

Aşağıdaki çizelgede bazı Arşimedyen kapula aileleri ve bunların üreticilerine ilişkin bazı eşitlikler verilmiştir.

Tablo 3.1.Bazı Arşimedyen kapula ailelerine ilişkin fonksiyonlar ve üreticiler (Frees ve Valdez, 1998).

Aileler	Kapulanın Genel Formu $C(u,v)$	Üreticiler $\varphi(t)$
Ali- Mikail- Haq	$uv[1 - \theta(1-u)(1-v)]^{-1}$	$\ln \frac{1 - \theta(1-t)}{t}$
Clayton	$[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-\frac{1}{\theta}}$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$
Frank	$-\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right]$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$
Gumbel - Hougaard	$\exp \left\{ - \left[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$(-\ln t)^{\theta}$

Ali-Mikhail-Haq Kapula Ailesi (AMH)

X ve Y tesadüfi değişkenleri için Gumbel' in iki değişkenli lojistik dağılımı

$$H(X, Y) = (1 + e^{-X} + e^{-Y})^{-1} \text{ şeklindedir.}$$

$H(X, Y)$ ortak dağılım fonksiyonu, uygulamalarda yararlı bir parametrenin kısıtlanmasından oluşan hatadan dolayı sıkıntı çeker. Ali, Mikhail ve Haq ortak dağılım fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlayarak doğrulamışlardır.

$$H_{\theta}(X, Y) = [1 + e^{-X} + e^{-Y} + (1 - \theta)e^{-X-Y}]^{-1} \quad \theta \in [-1, 1] \text{ için}$$

Olasılık dönüştürmeleri ve matematiksel yöntemler kullanılarak, AMH kapula elde edilir. Üretici fonksiyonu dikkate alınarak

$$\phi(t) = \ln \frac{1 - \theta(1 - t)}{t}$$

ve (3.3)' den AMH kapula,

$$C_{\theta}(u, v) = uv[1 - \theta(1 - u)(1 - v)]^{-1} \quad (3.4)$$

şeklinde tanımlanır.

$[-1, 1]$ aralığında değer alan θ parametresi pozitif ve negatif bağımlılığa izin verir. $\theta = 0$ iken, yani $\lim_{\theta \rightarrow 0} C_{\theta}(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık kapulasına eşit olur (Kumar, 2010).

Clayton Kapula Ailesi

Clayton kapula ailesi asimetrik bir Arşimedyen kapuladır. Alt kuyruk, üst kuyruktan daha büyük bağımlılık gösterir. Clayton kapula aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$C_{\theta}(u, v) = \max\left([u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-1/\theta}, 0\right) \quad (3.5)$$

Üretici fonksiyonu,

$$\varphi(t) = \frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1) \text{ dir.}$$

$[-1, \infty) - \{0\}$ aralığında değer alan θ parametresinin artmasıyla gözlemler arasındaki bağımlılık artar. $\theta \rightarrow 0$ iken, yani $\lim_{n \rightarrow \infty} C_\theta(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık kapulasını ve $\theta \rightarrow \infty$ iken mükemmel bağımlılığı işaret eder (Arnold, 2006).

Frank Kapula Ailesi

Frank kapula ailesi simetrik bir Arşimedyen kapuladır. Frank kapula aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$C_\theta(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right] \quad (3.6)$$

Üretici fonksiyonu,

$$\varphi(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$$

$\theta \rightarrow 0$ iken, yani $\lim_{n \rightarrow \infty} C_\theta(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık kapulasına ve $\theta \rightarrow \infty$ iken, Fréchet-Hoeffding üst sınırına eşit olur. Frank kapula ailesi, diğer bazı kapulalardan farklı olarak marjinaler arasında negatif bağımlılığa izin vermesi ve bağımlılığın kuyrukların ikisinde de olmasından dolayı uygulamalarda daha çok tercih edilmektedir (Trivedi ve Zimmer, 2005).

Gumbel Hougaard Kapula Ailesi

Gumbel Hougaard kapula ailesi asimetric bir Arşimedyen kapuladır. Bu kapula ailesi üst kuyruk bağımlılık gösterir. Gumbel Hougaard kapula aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$C_\theta(u, v) = \exp \left\{ - \left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta \right]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad (3.7)$$

Üretici fonksiyonu,

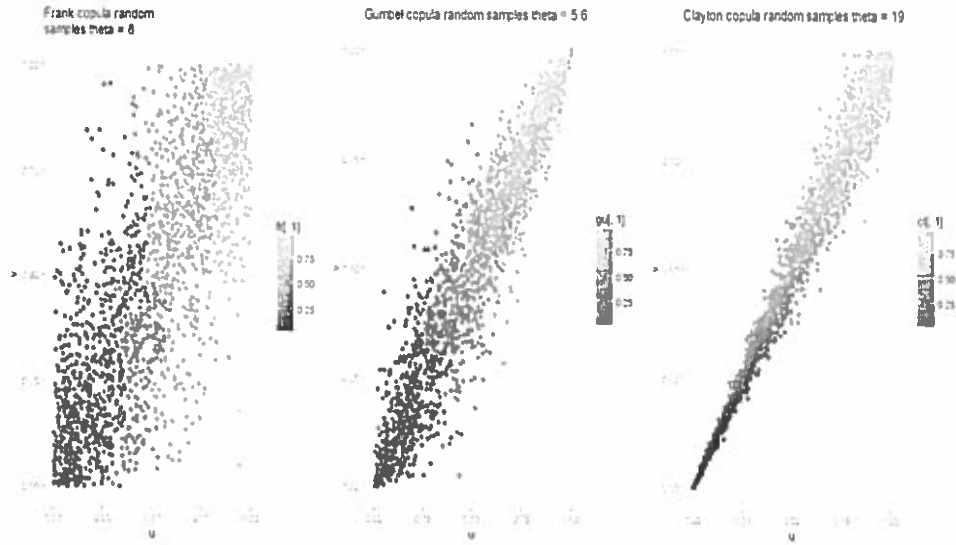
$$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta \text{ dir.}$$

Clayton kapula ailesinde olduğu gibi θ parametresinin artmasıyla gözlemler arasındaki bağımlılık artar. $\theta \rightarrow 1^+$ iken, yani $\lim_{\theta \rightarrow 1^+} C_\theta(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık kapulasına eşit olur ve $\theta \rightarrow \infty$ iken, mükemmel bağımlılık gösterir (Joe, 1997).

Plackett Kapula Ailesi

$$C_\theta(u, v) = \frac{[1 + (\theta - 1)(u + v)] - \sqrt{[1 + (\theta - 1)(u + v)]^2 - 4uv\theta(\theta - 1)}}{2(\theta - 1)}, \theta > 0 \quad (3.8)$$

$\theta \rightarrow 1$ iken, yani $\lim_{\theta \rightarrow 1} C_\theta(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık kapulasına ulaşılır (Nelsen, 2006).



Şekil 3.2. Bazı kapula ailelerinin grafikleri

Şekil 3.2’de Frank kapulasından $\theta=8$ parametresine göre, Gumbel kapulasından $\theta=5,5$ parametresine göre ve Clayton kapulasından $\theta=19$ parametresine göre 2000 tane rastgele örnek çekilerek oluşturulmuş grafikler yer almaktadır.

3.5. BAĞIMLILIK KAVRAMLARI

Bilimsel çalışmalarda genellikle araştırılan olayların bağımlılığı ya da aynı kapsamlı olayın farklı oluşumları arasındaki tutarlı bağımlılığıdır. Bu bağımlılıklar sonucunda yasalar ya da teoremler ortaya konarak bilimin ilerlemesi sağlanmaktadır. Bu nedenle bağımlılık yapıları ile sıklıkla ilgilenilmektedir. Olaylar ve dolayısıyla rasgele değişkenler arasındaki ilişkileri ve bağımlılıkları keşfetmek amacıyla yaygın olarak yararlanılan birliktelik ölçüleri bazen yanlış kullanılmaktadır. Bu yanlışlıklar genelde verilerin sağlaması gereken varsayımları sağlamamasından kaynaklanır. Kapula fonksiyonları rasgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını gösterdiğinden, bağımlılık ölçüleri kapula yardımıyla ifade edilebilir. Dolayısıyla, kapulanın çok değişkenli bir dağılımın bağımlılık yapısını ve uygunsa, yani doğru seçilmişse, verilerin bağımlılık yapısını gösterdiği düşünülebilir. Ayrıca, kapula fonksiyonları ölçekten bağımsız bağımlılık ölçülerini çalışmanın bir yolu ve çok değişkenli dağılım ailelerini inşa etmede bir başlangıç noktası olması nedeni ile yaygın olarak yararlanılan bağımlılık ölçüsü olarak da düşünülebilir. Bunun yanı sıra, kapulalar kesin artan dönüşümler altında değişmezler ve ortak dağılım fonksiyonu özelliklerini sağladığından bağımlılık yapıları incelenirken kullanılabilir.

Bağımlılık, birliktelik ve uyumluluk kavramları istatistik literatüründe en çok araştırılan kavramlardandır. Arşimedyen kapulalarda aile parametresi ile Kendall'ın τ 'su uyumluluk ölçüsü arasındaki istatistiksel sonuç çıkarımını kolaylaştıran bağıntılardan dolayı, Kendall'ın τ 'su uyumluluk ölçüsü üzerinde geniş açıklama yapılmaktadır. Hattâ bazı kaynaklar Arşimedyen kapulalarda aile parametresini marjinaler arasındaki bağımlılığı ölçen parametre olarak da isimlendirmektedir (Trivedi ve Zimmer,2005).

Rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapıları, olasılık ve istatistiğin çalışma alanlarında oldukça önemli yere sahip bir çalışma konusudur. Değişkenler arasındaki bağımlılık yapılarını ölçen farklı ölçümler vardır.

Kapulanın özelliği gereği, rastgele değişkenlerin kesin artan doğrusal dönüşümlerinden etkilenmezler. Doğrusal korelasyon (Pearson korelasyon katsayısı) pratikte bir bağımlılık ölçüsü olarak sıklıkla kullanılır. Bununla birlikte doğrusal

korelasyon, değişkenler arasında her zaman doğrusal bir ilişki beklenemeyeceğinden oldukça yanıltıcı olabilir ve kanonik(doğal) bağımlılık ölçüsü olarak kullanılamayacaktır. Bir sonraki bölümde doğrusal korelasyonun temel özelliklerine değinildi ve diğer bazı bağımlılık ölçülerinden bahsedildi.

3.5.1. Doğrusal(Lineer) Korelasyon

Tanım 3.1. $(X, Y)^T$ bileşenleri sıfırdan farklı sonlu varyanslara sahip bir rastgele değişkenler vektörü olsun. $(X, Y)^T$ vektörü için doğrusal korelasyon

$$\rho(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \quad (3.9)$$

biçiminde tanımlanır. Burada $Cov(X, Y) = E(X, Y) - E(X)E(Y)$, $(X, Y)^T$ vektörünün kovaryansı ve $Var(X)$ ve $Var(Y)$, X ve Y değişkenlerinin varyanslarıdır.

Doğrusal korelasyon, doğrusal bağımlılığın ölçüsüdür. Mükemmel (tam) doğrusal bağımlılık durumunda $Y = aX + b$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ için hemen hemen kesin olarak $|\rho(X, Y)| = 1$ elde ederiz. Aksi takdirde $-1 < \rho(X, Y) < 1$ olur. Aynı zamanda doğrusal korelasyon $\rho(\alpha X + \beta, \gamma Y + \delta) = \text{sign}(\alpha \gamma) \rho(X, Y)$, özelliğine de sahiptir ($\alpha, \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \beta, \delta \in \mathbb{R}$ için). Dolayısıyla doğrusal korelasyon, doğrusal dönüşümlerden etkilenmez. Doğrusal korelasyon, doğrusal işlemlerle kolaylıkla elde edilebilir. A, B $m \times n$ boyutlu matrisler, $a, b \in \mathbb{R}^m$ ve X, Y rastgele n -vektörler ve $Cov(AX + a, BY + b) = A Cov(X, Y)B^T$ olsun. Buradan $\alpha \in \mathbb{R}^n$ için $Var(\alpha^T X) = \alpha^T Cov(X) \alpha$, olur; burada $Cov(X) = Cov(X, X)$ 'dir. Dolayısıyla doğrusal kombinasyonun varyansı tamamen bileşenler arasındaki kovaryanslarla belirlenir. Bu özellik portföy teorisinde çok önemlidir (Embrechts ve ark, 2001).

Doğrusal korelasyon popüler (yaygın kullanılan), ancak genelde yanlış anlaşılan bir bağımlılık ölçüsüdür. Doğrusal korelasyon, eliptik dağılımlarda bağımlılığın doğal sayısal ölçüsü olarak uygun olabilir. Bununla birlikte, çoğu rastgele değişkenin birleşik dağılımını eliptik değildir ve doğrusal korelasyon kullanımı böyle durumlarda yanıltıcı olabilir (Embrechts ve ark, 2001).

3.5.2. Tam (Mükemmel) Bağımlılık

Her n - kapula C için Fréchet-Hoeffding eşitsizliği

$$W^n(u_1, \dots, u_n) \leq C(u_1, \dots, u_n) \leq M^n(u_1, \dots, u_n) \quad (3.10)$$

vardır. $n = 2$ için alt ve üst sınırların kendileri birer kapuladır ve W, M sırasıyla $(U, 1-U)^T$ ve $(U, U)^T$ rastgele değişkenlerinin iki değişkenli dağılım fonksiyonlarıdır; burada $U \sim U(0,1)$ 'dir ($U, [0,1]$ 'de tekdüze dağılır). Bu durumda, W tam negatif bağımlılığı ve M 'de tam pozitif bağımlılığı belirtir.

Tanım 3.2. *Birleşik Dağılım Fonksiyonları için Fréchet-Hoeffding Sınırları:* $[0,1]^n$ de değer alan M^n, Π^n ve W^n fonksiyonlarını düşünelim:

$$M^n(u) = \min(u_1, \dots, u_n),$$

$$\Pi^n(u) = u_1 \dots u_n,$$

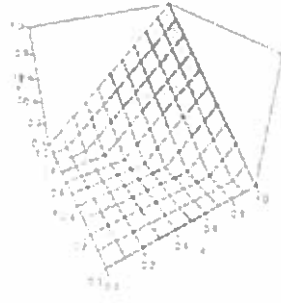
$$W^n(u) = \max(u_1 + \dots + u_n - n + 1, 0).$$

M^n ve Π^n fonksiyonları her $n \geq 2$ için birer n -kapuladır. Bununla birlikte W^n herhangi bir $n \geq 3$ için bir kapula değildir. Ancak W^n fonksiyonuna istenildiği kadar yaklaşılabilen bir kapula bulunabilir (Nelsen, 2006).

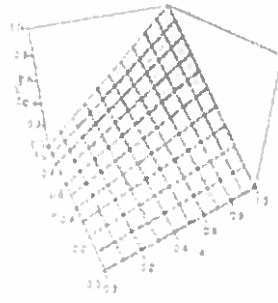
Teorem 3.3. Eğer C herhangi bir n -kapula ise $[0, 1]^n$ 'deki her bir u için $W^n(u) \leq C(u) \leq M^n(u)$ eşitsizliği doğrudur.

Teorem 3.4. Herhangi bir $n > 2$ ve $[0, 1]^n$ 'de herhangi bir u için bir n -kapula vardır ve $C(u) = W^n(u)$ şeklindedir.

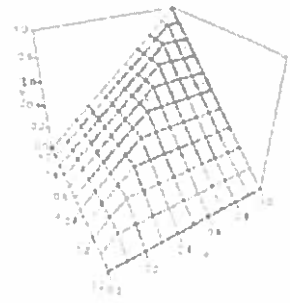
Teorem 3.5. $(X, Y)^T$, W veya M kapulalarından birine sahip olsun. Bu durumda $(X, Y) = d(\alpha(Z), \beta(Z))$ olacak şekilde $\alpha, \beta : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ iki tane monoton fonksiyonu ve bir Z rastgele değişkeni vardır; burada kapulanın W olması durumunda α artan ve β azalan fonksiyonlar ve kapulanın M olması durumunda α ve β artan fonksiyonlardır. Bu sonucun tersi de doğrudur (Embrechts ve ark. 2001).



Alt Sınır W



Bağımsızlık



Üst Sınır M

Şekil 3.3. İki değişken için Fréchet–Hoeffding sınırları ve Bağımsızlık kapulası

Şekil 3.3’de solda Fréchet–Hoeffding alt sınırı, ortada bağımsızlık kapulası , sağda ise Fréchet–Hoeffding üst sınırı gösterilmiştir.

3.5.3. Uyumluluk

$(x, y)^T$ ve $(\tilde{x}, \tilde{y})^T$, $(X, Y)^T$ sürekli rastgele değişkenlerinin iki gözlemi olsun. Eğer $(x - \tilde{x})(y - \tilde{y}) > 0$ ise $(x, y)^T$ ile $(\tilde{x}, \tilde{y})^T$ uyumludur, $(x - \tilde{x})(y - \tilde{y}) < 0$ ise $(x, y)^T$ ve $(\tilde{x}, \tilde{y})^T$ uyumsuzdur, denir.

İzleyen teorem Nelsen (2006)’da bulunabilir. Bu bölümdeki birçok sonuç bu teoremin doğrudan bir sonucudur.

Teorem 3.6. $(X, Y)^T$ ve $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ ortak dağılım fonksiyonları sırasıyla H ile $\tilde{H}$ ve marjinalleri F, G olan sürekli rastgele değişkenlerin bağımsız vektörleri olsun. C ve $\tilde{C}$ sırasıyla $(X, Y)^T$ ve $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ vektörlerinin kapulaları olsun; yani, $H(x, y) = C(F(x), G(y))$ ve $\tilde{H}(x, y) = \tilde{C}(F(x), G(y))$ yazabilir olalım. $Q, (X, Y)^T$ ve $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ vektörlerinin uyum ve uyumsuzluk olasılıkları arasındaki farkı belirtsin; yani, $Q = P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\} - P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) < 0\}$ olsun. O zaman $Q = Q(C, \tilde{C}) = 4 \iint_{[0,1]^2} \tilde{C}(u, v) dC(u, v) - 1$ ’dir.

İspat: Rastgele değişkenlerin hepsinin sürekli olmasından dolayı

$$P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) < 0\} = 1 - P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\}$$

olur ve böylece

$$Q = 2P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\} - 1$$

elde edilir. Ancak

$$P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\} = P\{X > \tilde{X}, Y > \tilde{Y}\} + P\{X < \tilde{X}, Y < \tilde{Y}\}$$

olduğundan ve bu olasılıklar $(X, Y)^T$ ve $(\tilde{X}, \tilde{Y})^T$ vektörlerinin dağılımlarının biri üzerinden integral alınarak bulunabilir. Dolayısıyla

$$\begin{aligned} P\{X > \tilde{X}, Y > \tilde{Y}\} &= P\{X < \tilde{X}, Y < \tilde{Y}\} \\ &= \iint_{R^2} P\{\tilde{X} < x, \tilde{Y} < y\} dC(F(x), G(y)) \\ &= \iint_{R^2} \tilde{C}(F(x), G(y)) dC(F(x), G(y)) \end{aligned}$$

olur. Bu integralden $u = F(x)$ ve $v = G(y)$ dönüşümleri ile

$$P\{X > \tilde{X}, Y > \tilde{Y}\} = \iint_{[0,1]^2} \tilde{C}(u, v) dC(u, v)$$

elde edilir. Benzer şekilde

$$\begin{aligned} P\{X < \tilde{X}, Y < \tilde{Y}\} &= \iint_{R^2} P\{\tilde{X} > x, \tilde{Y} > y\} dC(F(x), G(y)) \\ &= \iint_{R^2} \{1 - F(x) - G(y) + \tilde{C}(F(x), G(y))\} dC(F(x), G(y)) \\ &= \iint_{[0,1]^2} \{1 - u - v + \tilde{C}(u, v)\} dC(u, v) \end{aligned}$$

bulunur. Öte yandan C 'nin her biri $U(0, 1)$ dağılmış U ve V rastgele değişkenlerinden oluşmuş $(U, V)^T$ vektörünün ortak dağılım fonksiyonu olduğundan $E(U) = E(V) = 1/2$ 'dir ve dolayısıyla

$$P\{X < \tilde{X}, Y < \tilde{Y}\} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \iint_{[0,1]^2} \tilde{C}(u, v) dC(u, v) = \iint_{[0,1]^2} \tilde{C}(u, v) dC(u, v)$$

ya da

$$P\{(X - \tilde{X})(Y - \tilde{Y}) > 0\} = 2 \iint_{[0,1]^2} \tilde{C}(u, v) dC(u, v)$$

bulunur. Bu sonucu verir.

Sonuç 3.1. C , $\tilde{C}$ ve Q Teorem 3.6'teki gibi tanımlansın.

1. Q simetriktir: $Q(C, \tilde{C}) = Q(\tilde{C}, C)$.
2. Q azalmayandır: Eğer $C \pi C'$ ise ve $Q(C, \tilde{C}) \leq Q(C', \tilde{C})$ 'dir.
3. Q ' da yer alan kapulalar sağkalım kapulaları ile değiştirilebilir: yani, $Q(C, \tilde{C}) = Q(\hat{C}, \hat{\tilde{C}})$ 'dir.

Aşağıdaki teorem bir bağımlılık ölçüsünün temel özelliklerini verir.

Teorem 3.7. Kapulası C olan iki X ve Y sürekli rastgele değişkeni arasındaki R - değerli bir κ bağımlılık ölçüsü aşağıdaki özellikleri sağlarsa, uyumluluk ölçüsü adını alır:

1. κ her sürekli rastgele X, Y değişken çifti için tanımlanabilir.
2. $-1 \leq \kappa_{X,Y} \leq 1$, $\kappa_{X,X} = 1$ ve $\kappa_{X,-X} = -1$
3. $\kappa_{X,Y} = \kappa_{Y,X}$
4. Eğer X ve Y bağımsız ise, $\kappa_{X,Y} = \kappa_{\Pi} = 0$
5. $\kappa_{-X,Y} = \kappa_{X,-Y} = -\kappa_{X,Y}$
6. Eğer C ve $\tilde{C}$, $C \pi \tilde{C}$ olacak şekilde birer kapula ise $\kappa_C \leq \kappa_{\tilde{C}}$

7. Eğer $\{(X_n, Y_n)\}$, C_n kapulasına sahip sürekli rastgele değişkenlerin bir dizisi ve $\{C_n\}$, C' 'ye yakınsıyorsa $\lim_{n \rightarrow \infty} \kappa_{f, g}^{(n)} = \kappa_{f, g}$.

Sürekli rastgele değişkenler X ve Y 'nin uyum ölçüsü olan κ için Teorem 3.5'in sonucu olarak eğer Y , X 'in hemen hemen her yerde artan bir fonksiyonu ise $\kappa_{X,Y} = \kappa_{Y,X} = 1$ 'dir. Eğer Y , X 'in hemen hemen her yerde azalan bir fonksiyonu ise $\kappa_{X,Y} = \kappa_{Y,X} = -1$ 'dir. Ek olarak α ve β , sırasıyla $\text{Ran } X$ ve $\text{Ran } Y$ 'de hemen hemen her yerde kesin olarak artan fonksiyonlar ise $\kappa_{\alpha(X), \beta(Y)} = \kappa_{X,Y}$ olur (Embrechts ve ark, 2001).

3.5.4. Kendall'in τ 'su ve Spearman'ın ρ 'su

Bağımlılığı daha derinlemesine incelemek için bağımlılık ölçülerine ihtiyacımız vardır. Buradaki bağımlılık ölçülerinden kastımız ilişki ölçüleridir. Bölüm 4.4.1'de bahsedildiği gibi en çok bilinen ve kullanılan ilişki ölçüsü doğrusal korelasyonudur (Pearson'un korelasyonu(ρ)). Fakat Pearson'un korelasyon katsayısı doğrusallık ve normal dağılım varsayımlarına dayanır. Ayrıca gerçek marjinaler arasındaki ve tekdüze marjinaler arasındaki Pearson korelasyon katsayısı farklılık gösterebilirken Kendall'in τ 'su ve Spearman'ın sıra korelasyonu gibi parametrik olmayan yöntemlerle hesaplanan ilişki katsayıları, hem böyle bir farklılık göstermeyerek ortaya bir ikilem çıkarmazlar, hem de lineerlik ve normal dağılım gibi varsayımlara gerek duymayarak daha robust (sağlam) bir yapı sergilerler. Bundan dolayı, kapula aileleri söz konusu iken, gerçek marjinaler arasında ve tekdüze marjinaler arasında farklı korelasyonlar sergileyerek ortaya bir ikilem çıkaran, doğrusallık ve normal dağılım gibi katı varsayımlara dayanarak robustluk özelliğini bir ölçüde yitiren Pearson'un korelasyonu yerine Kendall'in τ 'su kullanılmaktadır. Teorik olarak uygulanabilirliği daha kuvvetli olduğundan, çalışmalarda daha ziyade Kendall'in τ 'su kullanılmıştır. Marjinalerin ilgili varsayımları sağlaması halinde

$$\rho_{\eta} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \tau_{\eta}\right) \quad (3.11)$$

eşitliğinden uygulamalarda doğrusal korelasyon tahmin edilerek Gaussian kapula ailesi denenebilir.

Kendall'in τ 'su ve doğrusal korelasyon bilinen yöntemlerle tahmin edilebileceği gibi kapula aileleri üzerinden de tahmin edilebilir. Bu işlem aşağıdaki izleyen iki eşitlik ile gerçekleştirilebilir:

$$\begin{aligned}\rho(X_1, X_2) &= 12E\left\{\left(F_1(X_1) - \frac{1}{2}\right)\left(F_2(X_2) - \frac{1}{2}\right)\right\} \\ &= 12 \iint \{C(u, v) - uv\} du dv\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$\tau(X_1, X_2) = \text{Prob}\{(X_1 - X_1^*)(X_2 - X_2^*) > 0\} - \text{Prob}\{(X_1 - X_1^*)(X_2 - X_2^*) < 0\}$$

$$\tau(X_1, X_2) = 4 \iint C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (3.13)$$

Ayrıca Kendall'in τ 'su, ikinci bölümde bahsettiğimiz "üretici" kavramından yararlanılarak da tahmin edilebilir. Bu tahmine ilişkin eşitlik aşağıda verilmiştir.

$$\tau_\theta = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt \quad (3.14)$$

Spearman ρ 'sunu aşağıdaki eşitlikle hesaplanabilir.

$$\rho_{X,Y} = 12 \iint C(u, v) du dv - 3 \quad (3.15)$$

Aşağıdaki çizelgede çeşitli Arşimedyen ve Arşimedyen olmayan ailelere ilişkin parametrelerle ilişki katsayıları arasındaki matematiksel bağıntılar verilmiştir:

Tablo 3.2. Bazı kapula ailelerine ilişkin parametre aralıkları ve ilişki katsayıları (Frees ve Valdez, 1998).

Aileler	Parametre Aralığı	Kendall'in τ 'su	Spearman'ın ρ 'su
Ali-Mikail Haq	$-1 \leq \theta \leq 1$	$\left(\frac{3\theta-2}{\theta}\right) - \frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{\theta}\right)^2 \ln(1-\theta)$	—
Clayton	$\theta \geq 0$	$\frac{\theta}{\theta+2}$	—
Farlie- Gumbel- Morgestern	$-1 \leq \theta \leq 1$	$\frac{2}{9}\theta$	$\frac{1}{3}\theta$
Frank	$\theta \neq 0$	$1 - \frac{4}{\theta}[D_1(-\theta) - 1]$	$1 - \frac{12}{\theta}[D_2(-\theta) - D_1(-\theta)]$
Gumbel- Hougaard	$\theta \geq 1$	$1 - \theta^{-1}$	—
Normal (Gaussian)	$-1 \leq \theta \leq 1$	$\frac{2}{\pi} \arcsin(\theta)$	$\frac{6}{\pi} \arcsin\left(\frac{\theta}{2}\right)$
Plackett	$\theta \geq 0$	—	$\frac{(\theta+1)}{(\theta-1)} - \frac{2\theta \ln \theta}{(\theta-1)^2}$

Not: Bu çizelgedeki D_1 ve D_2 Debye fonksiyonu olarak adlandırılır ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilir:

$$D_k(x) = \frac{k}{x} \int_0^x \frac{t^k}{e^t - 1} dt \quad (3.16)$$

Yukarıdaki eşitlik, $k=1, 2$ için geçerlidir (1). Negatif parametrelili Debye fonksiyonunu hesaplamak için

$$D_k(-x) = D_k(x) + \frac{kx}{k+1} \quad (3.17)$$

eşitliği kullanılır.

3.5.5. Kuyruk Bağımlılığı

Kapulaların faydalı diğer bir özelliği ortak dağılımın kuyruk bağımlılığını ölçmesidir. Kuyruk bağımlılığı, ortak dağılımın kuyruğunda olan iki rastgele değişken arasındaki aşırı(extreme)birlikte hareketi tanımlar.

Gaus, Frank, Plackett gibi kapulalar alt ve üst kuyruk bağımlılık katsayıları sıfır olduğundan kuyruk bağımlılığına sahip değildirler ancak bu katsayılar eşit olduklarından simetrik kapulalar olarak kabul edilirler. Clayton, Gumbel gibi kapulalar alt veya üst kuyruk bağımlılığına sahiptirler ve asimetrik kapulalar olarak adlandırılırlar.t-kapula ve simetrik Joe-Clayton gibi kapulalar aynı anda üst ve alt kuyruk bağımlılığına sahip olduğundan hem simetrik hemde asimetrik kapulalar olarak bilinirler (Borovkova, 2011).

Kuyruk bağımlılığı iki değişkenli dağılımın alt ve üst kuyruklardaki bağımlılığın derecesini açıklar. Kapulalar marjinal dağılımlara gerek duymadan kuyruk bağımlılığını ölçer.

$$\lambda_L = \lim_{u \rightarrow 0} P[F_Y(y) < u | F_X(x) < u] = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u,u)}{u} \quad (3.18)$$

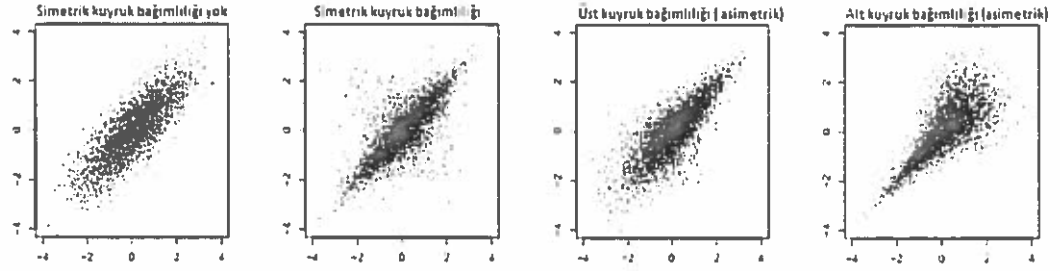
λ_L ile gösterilen alt kuyruk bağımlılığı katsayısı Y değişkeni çok düşük değer aldığı anda, X değişkeninin çok düşük değer aldığı koşullu bir olasılıktır.

$$\lambda_U = \lim_{u \rightarrow 1} P[F_Y(y) \geq u | F_X(x) \geq u] = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1-2u+C(u,u)}{1-u} \quad (3.19)$$

λ_U ile gösterilen üst kuyruk bağımlılığı katsayısı Y değişkeni çok büyük değer aldığı anda, X değişkeninin çok büyük değer aldığı koşullu bir olasılıktır.

λ_U ve $\lambda_L \in [0,1]$. Eğer λ_L veya λ_U pozitif ise X ve Y değişkenleri , sırasıyla alt(sol) veya üst(sağ) kuyruk bağımlıdır. Eğer $\lambda_L > 0$ ise büyük kayıpların aynı anda olma eğilimi vardır. $\lambda_U > 0$ büyük kazançların aynı anda olma eğilimi vardır (Joe, 2014; Nelson,2006).

$\lambda_L = 0$ ve $\lambda_U = 0$ olursa X ve Y değişkenlerinin kuyrukları bağımsızdır. Eğer $\lambda_U = \lambda_L$ ise X ve Y değişkenlerinin simetrik kuyruk bağımlılığı olduğu kabul edilir. Aksi durumunda ($\lambda_U \neq \lambda_L$) bağımlılık yapısı asimetrik.



Şekil 3.4. Kuyruk bağımlılıklarına göre bağımlılık yapısı

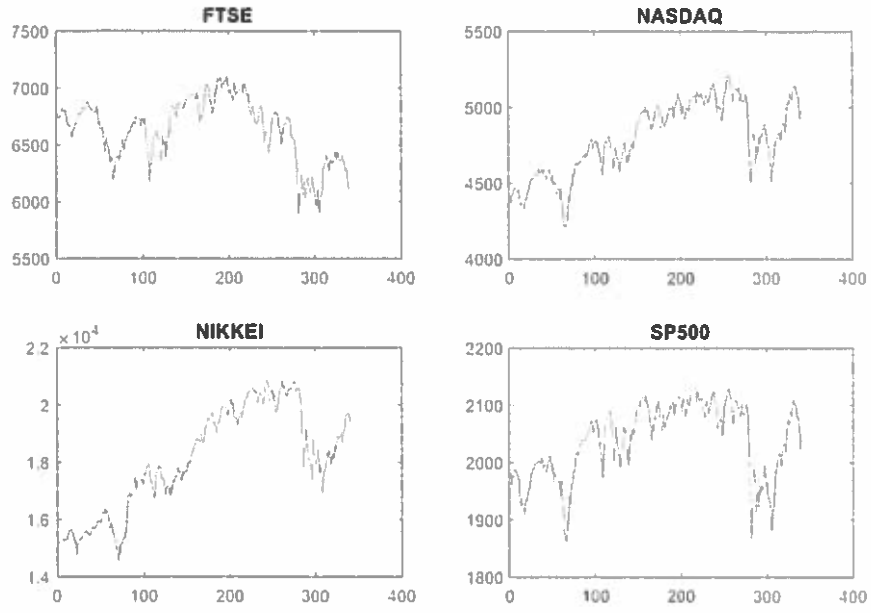
BÖLÜM 4. UYGULAMA

Dünya üzerinde en çok işlem gören 4 hisse senedi borsası üzerinde gerçekleştirilen çalışma Temmuz 2014- Kasım 2015 tarihleri arasındaki NIKKEI(Japonya), FTSE(İngiltere), NASDAQ(ABD), SP500(ABD) borsalarının arasındaki 340 veri döneme ilişkindir. 4 dünya borsasına ilişkin betimleyici istatistikler Tablo 4.1 verilmiştir.

Tablo 4.1. Borsalara göre Temmuz 2014- Kasım 2015 tarihleri arasındaki 340 verinin betimleyici istatistikleri

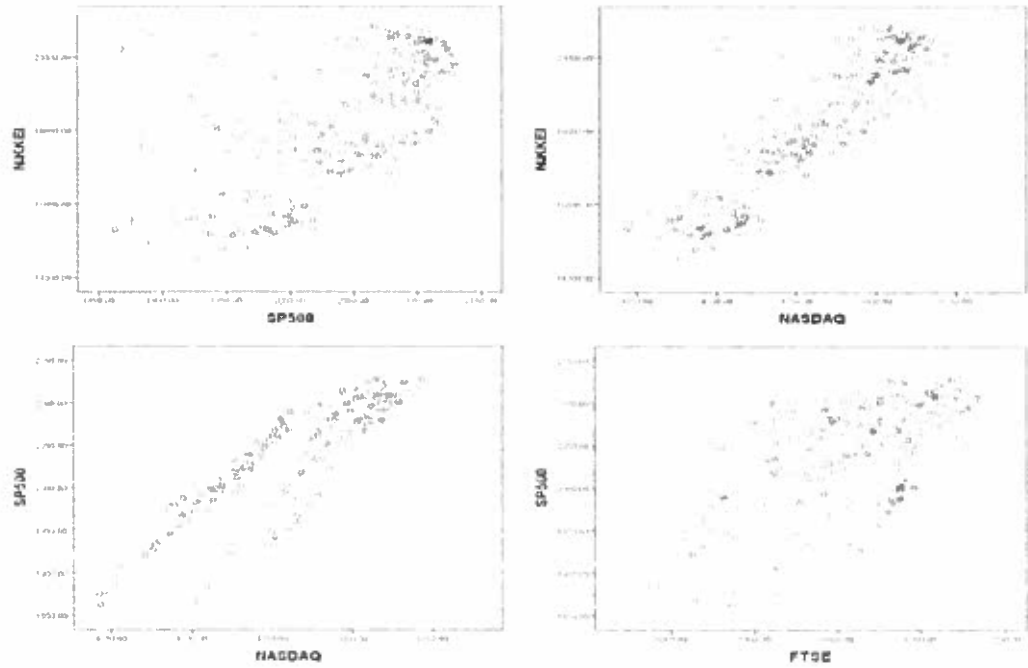
N=340	Ort.	Med.	S.Sapma	Çarp	Bask.	Min.	Max.
NIKKEI	18082,29	18082,80	1801,97	-0,197	-1,192	14533	20868
FTSE	6638,27	6688,85	272,36	-0,587	-0,338	5898,90	7104
NASDAQ	4796,93	4803,47	239,43	-0,330	-0,897	4213,66	5218,86
SP500	2037,53	2053,30	64,48	-0,595	-0,579	1862,49	2130,82

Tablo 4.1’de Nikkei, FTSE, Nasdaq, SP500 borsalarının betimleyici istatistiklerini göstermektedir. Tüm borsaların çarpıklık katsayıları ve basıklık katsayılarının negatif olduğundan sola çarpık ve fazla sivri olmadıkları anlaşılmaktadır. En fazla değişim Nikkei borsasında gözükmekte iken en az değişim SP500 borsasında gözükümüştür.



Şekil 4.1. Borsa indekslerinin kapanış değerlerine göre grafikleri

Şekil 4.1, NIKKEI, FTSE, SP500 VE NASDAQ borsalarının Temmuz 2014 ile Kasım 2015 tarihleri arasında kapanış işlem değerlerine göre grafiklerini göstermektedir.



Şekil 4.2. Borsa indeksleri arasındaki saçılım grafikleri

Şekil 4.2’de NIKKEI-SP500 ; NIKKEI-NASDAQ; SP500-NASDAQ; SP500-FTSE Borsaları arasındaki saçılım grafikleri verilmiştir. Bu grafiklerden borsaların farklı bağımlılık yapılarına sahip oldukları anlaşılmaktadır.

Kapulalar ile bağımlılık ölçüleri arasındaki ilişki bilindiğinden Tablo 4.2 ve Tablo 4.3 hazırlanmıştır.

Tablo 4.2. Borsa indeksleri arasındaki bağımlılık ölçüsü (Kendall's τ)

Kendall's τ	NIKKEI	FTSE	NASDAQ	SP-500
NIKKEI	1.000	0.101	0.715	0.506
FTSE	0.101	1.000	0.200	0.421
NASDAQ	0.715	0.200	1.000	0.712
SP-500	0.506	0.421	0.712	1.000

Tablo 4.3. Borsa indeksleri arasındaki bağımlılık ölçüsü (Spearman's ρ)

Spearman's ρ	NIKKEI	FTSE	NASDAQ	SP-500
NIKKEI	1.000	0.171	0.888	0.703
FTSE	0.171	1.000	0.289	0.588
NASDAQ	0.888	0.289	1.000	0.881
SP-500	0.703	0.588	0.881	1.000

Tablo 4.2 ve Tablo 4.3’de küresel borsalar arasındaki parametrik olmayan bağımlılık ölçülerinin (Kendall's τ ve Spearman's ρ) değerleri verilmiştir. Bu tablolardan Nikkei ile Nasdaq arasında, Nikkei ile SP-500 arasında, FTSE ile SP-500 arasında, Nasdaq ile SP500 arasında pozitif yönde güçlü ilişki olduğu görülmektedir.

Kapula Tahmin Yöntemi

Tahmin yöntemi, parametrik olmayan, gözlenen frekanslar ile teorik frekanslar arasındaki farklara dayanan ve $sd=(I-1)(J-1)-p-(q-1)$ serbestlik derecesi ile Ki-Kare testine dayanır. Burada p tahmin edilen parametre sayısını, q birleştirilen hücre sayısını, I satır sayısını ve J ise sütun sayısını gösterir. Bu yolla elde edilen veri kümesinin hangi kapula ailesine uygun olduğu saptanabilir.

İki değişkenin gözlenen frekanslarının 4×4 'lük çapraz tablosunu göstermektedir. Bu iki değişken için hücre sınırları $j=1,2,3,4$ için yaklaşık olarak $[340*j/4]$ sıra sayısına sahip sıra istatistiklerine karşı gelen değerler olarak alınmıştır. Daha açık bir şekilde ifade edilecek olursa, Nikkei endeks değerlerine bakıldığında 85. birim için 16,796 ; 170.birim için 18,070 ; 255.birim için 19,698 değeri bulunmuştur.

SPSS paket programında Compute seçeneği kullanılarak ve $Nikkei \leq 16,796$ değerleri için "1" kodu, $16,796 < Nikkei \leq 18,070$ için "2" kodu, $18,070 < Nikkei \leq 19,698$ için "3" kodu ve $Nikkei > 19,698$ için "4" kodu kullanılarak sıra istatistik değerleri atanmıştır.

Benzer işlemler Nasdaq için gerçekleştirildiğinde 85. birim için 4,605, 170. birim için 4,801 ve 255. birim için 5,009 değeri bulunmuş ve $Nasdaq \leq 4,605$ değerleri için "1" kodu, $4,605 < Nasdaq \leq 4,801$ için "2" kodu, $4,801 < Nasdaq \leq 5,009$ için "3" kodu ve $Nasdaq > 5,009$ için "4" kodu kullanılarak sıra istatistik değerleri atanmıştır. Daha sonra Tabloda Nikkei-Nasdaq kodlarına karşılık gelen çapraz tablo oluşturulmuştur.

İlişki katsayıları kullanılarak veri kümesine en uygun kapula ailesi ve parametresi tahmin edilmeye çalışılmıştır.

H_0 : Nikkei ve Nasdaq indeksleri arasındaki bağımlılık Plackett kapula ailesine uyuyor.

H_1 : Nikkei ve Nasdaq indeksleri arasındaki bağımlılık Plackett kapula ailesine uymuyor.

Tablo 4.4. Nikkei ve Nasdaq indekslerine ilişkin gözlenen frekanslar

		NASDAQ				Toplam
		1,00	2,00	3,00	4,00	
NIKKEI	1,00	77	8	0	0	85
	2,00	6	65	14	0	85
	3,00	0	10	54	21	85
	4,00	2	2	17	64	85
Toplam		85	85	85	85	340

Elimizdeki veri kümesine ait Spearman'ın ρ 'su 0,888 , Kendall'in τ 'su da 0,715 olarak tahmin edilmiştir. Bundan sonraki çalışmamız, bu bağımlılık yapısını Spearman'ın ρ 'su ve Kendall'in τ 'suna dayanan yöntemler ile en iyi tahmin edecek kapula ailesini bulmak ve bu kapulanın parametresini tahmin etmek olacaktır. Bunu gerçekleştirmek için çeşitli kapula ailelerini ele alacak ve bizim verilerimize en uygun düşen aileyi bulmaya çalışacağız.

Tablo 4.5 Plackett kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar

		NASDAQ				Toplam
		1,00	2,00	3,00	4,00	
NIKKEI	1,00	68	14	2	1	85
	2,00	14	54	15	2	85
	3,00	2	15	54	14	85
	4,00	1	2	14	68	85
Toplam		85	85	85	85	340

Tablo 4.4.'deki Nikkei ve Nasdaq endeksinden elde edilen gözlenen frekanslar ile Tablo 4.5.'deki $\theta=57$ için Plackett kapula ailesinden elde edilen beklenen frekanslar arasındaki ki-kare değeri 11.06 bulunmuştur. Böylece; 7 serbestlik derecesinde 0,05 anlamlılık düzeyinde ki-kare tablo değeri 14,07 olduğundan, veri kümesinin Plackett kapula ailesine uyduğunu söyleyen H_0 hipotezi istatistiksel olarak reddedilemez. Nikkei ve Nasdaq endekleri arasındaki bağımlılık yapısının Plackett kapula ailesine uygun olduğu sonucu çıkarılabilir.

Tablo 4.6 Gumbel Hougaard kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar

		NASDAQ				Toplam
		1,00	2,00	3,00	4,00	
NIKKEI	1,00	63	19	3	0	85
	2,00	19	45	20	1	85
	3,00	3	20	49	14	86
	4,00	0	1	14	69	84
Toplam		85	85	86	84	340

Tablo 4.4.'deki Nikkei ve Nasdaq endeksinden elde edilen gözlenen frekanslar ile Tablo 4.6.'deki $\theta=3.508772$ için Gumbel-Hougaard kapula ailesinden elde edilen beklenen frekanslar arasındaki ki-kare değeri 21,77 bulunmuştur. Böylece; 7 serbestlik derecesinde 0,05 anlamlılık düzeyinde ki-kare tablo değeri 14,07 olduğundan, veri kümesinin Gumbel Hougaard kapula ailesine uyduğunu söyleyen H_0 hipotezi istatistiksel olarak reddedilir. Nikkei ve Nasdaq endekleri arasındaki bağımlılık yapısının Gumbel Hougaard kapula ailesine uygun olmadığı sonucu çıkarılabilir.

Tablo 4.7 Clayton kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar

		NASDAQ				Toplam
		1,00	2,00	3,00	4,00	
NIKKEI	1,00	75	10	0	0	85
	2,00	10	54	18	3	85
	3,00	0	18	43	24	85
	4,00	0	3	24	58	85
Toplam		84	85	85	85	340

Tablo 4.4.'deki Nikkei ve Nasdaq endeksinden elde edilen gözlenen frekanslar ile Tablo 4.7.'deki $\theta = 5.01754$ için Clayton kapula ailesinden elde edilen beklenen frekanslar arasındaki ki-kare değeri 0,8697 bulunmuştur. Böylece; 7 serbestlik derecesinde 0,05 anlamlılık düzeyinde ki-kare tablo değeri 14,07 olduğundan, veri kümesinin Clayton kapula ailesine uyduğunu söyleyen H_0 hipotezi

istatistiksel olarak kabul edilir. Nikkei ve Nasdaq endekleri arasındaki bağımlılık yapısının Clayton kapula ailesine uygun olduğu sonucu çıkarılabilir.

Tablo 4.8 Frank kapula ailesine ilişkin beklenen frekanslar

	NASDAQ				Toplam
	1,00	2,00	3,00	4,00	
1,00	67	17	1	0	85
2,00	17	49	18	1	85
3,00	1	18	49	17	85
4,00	0	1	17	67	85
Toplam	85	85	85	85	340

Tablo 4.4.'deki Nikkei ve Nasdaq endeksinden elde edilen gözlenen frekanslar ile Tablo 4.8.'deki $\theta = 12.1$ için Frank kapula ailesinden elde edilen beklenen frekanslar arasındaki ki-kare değeri 11,44 bulunmuştur. Böylece; 7 serbestlik derecesinde 0,05 anlamlılık düzeyinde ki-kare tablo değeri 14,07 olduğundan, veri kümesinin Frank kapula ailesine uyduğunu söyleyen H_0 hipotezi istatistiksel olarak kabul edilir. Nikkei ve Nasdaq endekleri arasındaki bağımlılık yapısının Frank kapula ailesine uygun olduğu sonucu çıkarılabilir. Burada en küçük Ki-kare değeri Clayton kapula ailesine ait olduğundan, Nikkei ve Nasdaq endeksleri arasındaki bağımlılık yapısının Clayton kapula ailesine daha uygun olduğu sonucu çıkarılabilir.

Temmuz 2014-Kasım 2015 tarihleri arasında Ftse(İngiltere), Nikkei(Japonya), Nasdaq(ABD), Sp500(ABD) borsaların ikili bağımlılıkları Kapula fonksiyonları aracılığıyla incelenmiştir.

Tablo 4.9.Nikkei & Nasdaq borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,715 0,888	Clayton	5,02	0,8697	Ho kabul
	Frank	12,14	13,66	Ho kabul
	Gumbel-Hougaard	3,51	21,77	Ho red
	Plackett	57	11,06	Ho kabul

Yukardaki yaptığımız işlemleri daha açık olması amacıyla Tablo 3.6 'daki gibi özetlenmiştir. Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,715 , Spearman'ın ρ 'su da 0,888 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan en küçük Ki-Kare değerine göre Clayton Kapula ailesi, Nikkei ile Nasdaq arasındaki bağımlılığı daha iyi modellemiştir.

Tablo 4.10. Nikkei & Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,101	Clayton	0,22	108,33	Ho red
	Frank	0,92	96,98	Ho red
0,171	Gumbel-Hougaard	1,11	95,26	Ho red
	Plackett	1,87	95,96	Ho red

Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,101 , Spearman'ın ρ 'su da 0,171 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan Ki-Kare değerlerine göre hiçbir kapula ailesi Nikkei ile Ftse arasındaki bağımlılığı modelleyememiştir.

Tablo 4.11. Sp500 & Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,421	Clayton	1,45	48,46	Ho red
	Frank	4,46	23,81	Ho red

0,588	Gumbel-Hougaard	1,73	13,64	Ho kabul
	Plackett	7,36	24,37	Ho red

Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,421 , Spearman'ın ρ 'su da 0,588 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan en küçük Ki-Kare değerlerine göre Gumbel Hougaard kapula ailesi Sp500 ile Ftse arasındaki bağımlılığı daha iyi modellemiştir.

Tablo 4.12. Nasdaq & Sp500 borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,712	Clayton	4,94	20,09	Ho red
	Frank	11,99	1,29	Ho kabul
0,881	Gumbel-Hougaard	3,47	1,11	Ho kabul
	Plackett	52	2,10	Ho kabul

Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,712 , Spearman'ın ρ 'su da 0,881 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan en küçük Ki-Kare değerlerine göre Gumbel Hougaard kapula ailesi Sp500 ile Ftse arasındaki bağımlılığı daha iyi modellemiştir.

Tablo 4.13. Nasdaq & Ftse borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,200	Clayton	0,50	83,02	Ho red
	Frank	1,87	67,66	Ho red
0,289	Gumbel-Hougaard	1,25	70,80	Ho red
	Plackett	2,44	61,82	Ho red

Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,200 , Spearman'ın ρ 'su da 0,289 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan Ki-Kare değerlerine göre hiçbir kapula ailesi Nasdaq ile Ftse arasındaki bağımlılığı modelleyememiştir.

Tablo 4.14. Nikkei & Sp500 borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı modelleyen kapula ailesinin seçimi

Kendall & Spearman	Kapula Ailesi	θ	Hesaplanan Ki kare	Ho kabul/red
0,506	Clayton	2,05	34,39	Ho red
	Frank	5,85	22,41	Ho red

0,703	Gumbel-Hougaard	2,02	30,78	Ho red
	Plackett	12,14	25,85	Ho red

Veri kümesine ait Kendall'ın τ 'su 0,506 , Spearman'ın ρ 'su da 0,703 olarak tahmin edilmiştir. Hesaplanan Ki-Kare değerlerine göre hiçbir kapula ailesi Nikkei ile Sp500 arasındaki bağımlılığı modelleyememiştir.

BÖLÜM 5.TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Dünyada en çok işlem hacmine sahip FTSE-100 , S&P-500, Nasdaq, Nikkei-225 gibi borsa indeksleri arasındaki bağımlılığı kapula ile araştırdık. Piyasa özelliklerine göre şekillenen bağımlılık yapıları da farklı kapula formlarının kullanılmasını gerektirmektedir. Analiz sonuçlarına göre Nikkei ile Ftse ; Nasdaq ile Ftse ; Nikkei ile S&P-500 arasındaki bağımlılık incelenen kapula ailelerine göre modellenemedi. Bu yüzden bu borsa indeksleri arasındaki bağımlılık için diğer kapula ailelerini kullanmak gerekir.

Nikkei ile Nasdaq arasındaki bağımlılık Clayton kapula ailesi ile ($K_i \text{ kare}=0,8697$; $\theta=5,02$) , S&P-500 ile Ftse arasındaki bağımlılık Gumbel Hougaard ile ($K_i \text{ kare}=13,64$; $\theta=1,73$) , Nasdaq ile S&P-500 arasındaki bağımlılık Gumbel Hougaard $K_i \text{ kare}=1,11$; $\theta=3,47$) kapula ailesi ile modellenenebilir. Clayton ve Gumbel kapulaların asimetric bağımlılığı ifade etmesinden dolayı, Nikke ile Nasdaq , S&P-500 ile Ftse , Nasdaq ile S&P-500 arasındaki bağımlılığın asimetric bir yapıda olduğu sonucuna ulaşıldı.

Çalışma sonunda birbirine coğrafi olarak yakın olan borsalar arasındaki bağımlılığın daha yüksek olduğunu gördük. Örneğin; NIKKEI (Japonya) indeksinin , NASDAQ (ABD) ve SP-500 (ABD) borsalarına daha fazla bağımlı ($\rho_{Nikkei,Nasdaq}=0,888$; $\rho_{Nikkei,SP500} = 0,703$) olduğu bulundu. Bu sonuç, NIKKEI'de bir sorun olduğunda, ABD'deki borsa indeksleri için ortak bir çarpışma olasılığının yüksek olacağını göstermektedir. Böylece portföy yöneticileri bu ortak hareketlere daha fazla dikkat etmelidir. Bu sonuç, yatırım stratejisi olarak portföy çeşitlendirmesini coğrafi olarak birbirine yakın borsalara yapmamamız gerektiğini ifade etmektedir.

Bununla birlikte, uluslararası finansal piyasalar genellikle asimetric bağımlılık yapıları sergilerler. Finansal piyasalarda asimetric etkenleri göz ardı etmek, alt kuyruk riskinin daha az tahmin edilmesinden ötürü uygun olmayan bir portföy çeşitliliğine yol

açacaktır. Bu nedenle, asimetrik bağımlılığı yakalayan bir kapula modeli uluslararası portföy risk yönetimi için kullanılabilir.

Küresel borsa indekslerini kullanarak, portföylerini finansal piyasalarda çeşitlendirmek isteyen yatırımcılar için, bu piyasaların ortak aşağı yönlü riskini göz ardı etmenin, elde ettikleri portföylerin riskini değerlendirmedeki hataları artıracağını akıllarında tutmalıdırlar. Ortak riskleri düşünmek isteyen uluslararası yatırımcılar için bulgularımız, hem küresel yatırım risk yönetimi hem de uluslararası varlık fiyatlandırmasında kullanılabilir.

Bu uygulama gelişmekte olan diğer borsa indekslerine (Doğu ve Orta Avrupa, Asya, Latin Amerika) uygulayarak daha fazla araştırma yapılabilir. Elde edilen ampirik bulgular sayesinde küresel yatırımcılar, gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin borsa indekslerinin bağımlılık kalıpları hakkında önemli bilgiler sağlayabilirler. Ek olarak, bu bulgular portföy çeşitlendirme ve ondan olası kazançlar sağlamak için kullanılabilir.

İlerideki çalışmalarda kapulalar, borsa indeksleri arasında daha gerçekçi bağımlılığı yakalamada ve bağımlı veriler ile çalışılmak istendiğinde, bağımlılığı yansıtan verileri üretmede kullanılabilir.

Bu çalışma ikiden fazla (daha yüksek boyutlarda) borsa indeksi arasındaki bağımlılık ve asimetrik bağımlılığı bulmak için genişletilebilir.

Karışım kapulası birden fazla kapuladan oluşturulduğu için tek boyutlu kapuladan daha esnek bir yapıya sahiptir. Bu yüzden borsa indeksleri arasındaki bağımlılık karışım kapulası ile incelenebilir. Özellikle finansal krizlerin tetiklediği borsa indekslerinin bağımlılık yapılarındaki rejim kaymaları kapulalar kullanılarak incelenebilir. Kapulalar ile çok değişkenli dağılımlar elde edilebildiğinden, riske maruz değer hesabında kullanılan ortak dağılım bulunabilir. Böylelikle bu çalışmada bulunan kapula modelleri kullanılarak borsa indekslerinin riski hesaplanabilir.

KAYNAKLAR

- Aas, K., Czado, C., Frigessi, A., Bakken, H. 2009. Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance Math. Econom.* 44,182–198.
- Abbara O., Zevallos, M. 2014. Assessing stock market dependence and contagion. *Quantitative Finance*, 14(9), 1627-1641.
- Alexander, C. 2008. *Market Risk Analysis, Volume III*, Wiley, London.
- Aloui R., Aïssa M.S.B., Nguyen, D.C. 2011. Global financial crisis, extreme interdependences, and contagion effects: The role of economic structure, *Journal of Banking & Finance*, vol. 35, issue 1, 130-141.
- Ane, T., Labidi, C. 2006. Spillover effects and conditional dependence. *International Review of Economics and Finance*. 15, 417-442.
- Arnold, H.2006. Dependence Modelling Via The Copula Method, Vacation Student Project, CSIRO Mathematical and Information Sciences Macquarie University, 1-33.
- Ausin, M.C. Lopes, H.F.2010.Time-varying joint distribution through copulas, *Comput. Statist. Data Anal.* 54, 2383–2399.
- Bahadır, İ. 2008. Bayes Teoremi ve Yapay Sinir Ağları Modelleriyle Borsa Gelecek Tahmini Uygulaması. TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü. Bilgisayar Mühendisliği ABD, Yüksek Lisans Tezi.
- Barbe F., Genest C., Ghoudi K. and Remillard B. 1996. On Kendall's Process. *Journal of Multivariate Analysis*, 58, 197-229.
- Bartram, S.M., Taylor, S. J., Wang, H.2007.The Euro and European financial market dependence *Journal of Banking & Finance*, Elsevier, vol. 31(5), pages 1461-1481.

Basher, S.A., Nechi, S., Zhu, H. 2014. Dependence patterns across Gulf Arab stock markets: A copula approach, *Journal of Multinational Financial Management*, Vol: 25–26, July 2014, Pages 30-50.

Bekaert, G., Harvey, C. R., Ng, A. 2005. Market integration and contagion. *Journal of Business*, 78, 39-69.

Bennett, M.N., Kennedy, J.E. 2004. Quanto pricing with copulas. *J. Derivatives* 12, 26–45.

Bonhomme, S., Robin, J.M. 2009. Assessing the equalizing force of mobility using short panels. *Rev. Econom. Stud.* 76 , 63–92

Borovkova, S.2011.Risk management with tail copulas for emerging market portfolios. *International Journal of Economics and Finance Studies*.3(1), 48-61

Boubaker H., Sghaier, N.2013.Portfolio optimization in the presence of dependent financial returns with long memory: A copula based approach, *Journal of Banking Finance* 37,361–377.

Bulutoğlu, K. 2003. Tepeden Dibe Borsalar, Yapı Kredi Yayınları,34.

Ceylan, A. Korkmaz, T. 2008. İşletmelerde Finansal Yönetim. 10. Ekin Yayınları, 9-521,

Cherubini, U., Gobbi, F., Mulinacci, S., Romagnoli, S. 2012. *Dynamic Copula Methods in Finance*, Wiley, England.

Cherubini, U., Luciano, E., Vecchiato, W. 2004. *Copula Methods in Finance*, Wiley, England.

Chollete, L., Heinen A., Valdesogo A.2009. Modeling international financial returns with a multivariate regime-switching copula, *J. Finan. Econ.* 7, 437–48

Choros, B., Ibragimov, R., Permiakova, E. 2010. Copula estimation, *Workshop on Copula Theory and its Applications*. Springer. Berlin.

Christoffersen, P., Langlois, H. 2011. The joint dynamics of equity market factors, Working Paper, Rotman School of Management, University of Toronto, Canada.

Creal, D., Koopman, S.J., Lucas, A. 2013. Generalized autoregressive score models with applications, *J. Appl. Econometrics*, 28, 777-795.

Çapanoğlu, M. B. 1993. Türkiye ve dış ülkelerde sermaye piyasası özelleştirme uygulamaları ve genel olarak menkul kıymet borsaları, Beta Yayınları, 128-130.

Dağlı, H. 2000. Hisse Senedi Piyasa Endeksleri ve Türkiye. Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 3(4):175-190.

Daul, S., Giorgi, E.D., Lindskog, F., McNeil, A.J. 2003. The grouped t-copula with an application to credit risk, *J. Risk* 16, 73–76.

Dearden, L., Fitzsimons, E., Goodman, A., Kaplan, G. 2008. Higher education funding reforms in England: the distributional effects and the shifting balance of costs, *Econom. J.* 118 ,100–125.

Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M., Kaas, R. 2005. Actuarial Theory for Dependent Risks: Measures, Orders and Models, Wiley, England.

Dimitrova, D. S., Vladimir, K. K. and Spiridon I. P. 2008. GeD spline estimation of multivariate Archimedean copulas. *Computational Statistics and Data Analysis*. 52, 3570–3582.

Doğan, B. B. 2010. Ticaret Borsacılığının Dünyada Ve Türkiye’deki Gelişim Süreçlerine Genel Bir Bakış. Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 24(1): 43.

Dudley, E., Nimalendran, M. 2011. Margins and hedge fund contagion, *J. Finan. Quant. Anal.* 46 ,1227–1257.

Eğilmez, M. Kumcu, E. 2004. Ekonomi Politikası: Teori ve Türkiye Uygulaması, Remzi Yayınları, İstanbul, 224

Embrechts, P., Lindskog, F., McNail, A. 2001. Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management, Department of Mathematics ETHZ CH-8092 Zurich, 1-37.

Forbes, K. J., & Rigobon, R. 2002. No contagion, only interdependence: Measuring stock market co-movements. *Journal of Finance*, 57, 2223-2261.

Frees, E. W., Valdez, E. A. 1998. Understanding Relationships Using Copulas. *North American Actuarial Journal*, 2(1): 1-25.

Garcia, R., Tsafack, G. 2011. Dependence structure and extreme comovements in international equity and bond markets. *J. Bank. Financ.* 35 ,1954–1970.

Genest C. and Rivest L-P. 1993. Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas. *Journal of American Statistical Association*, Vol 88 (423), 1034-1043.

Genest C., Neslehova, J., Ghorbal, N. B. 2011b. Estimators Based on Kendall's Tau in Multivariate Copula Models. *Aust. N. Z. J. Stat*, 53(2), 157-177.

Genest, C., Ghouli, K., Rivest, L.P. 1995. A semiparametric estimation procedure of dependence parameters in multivariate families of distributions, *Biometrika* 82 ,543–552.

Genest, C., Neslehova, J., Ziegel, J. 2011a. Inference in Multivariate Archimedean Copula Models *Test*, 20, 223-256.

Genest. C., Mackay, J. 1986. Copules Archimediennes et familles de lois bidimensionnelles dont les marges sont donne es. *Canad. J. Statist.* 14 :145-159

Giesecke. K. 2004. Correlated default with incomplete information, *J. Bank. Financ.* 28 ,1521–1545.

Grégoire, V., Genest, C., Gendron, M. 2008. Using copulas to model price dependence in energy markets, *Energy Risk* 5 , 58–64.

- Hafner, C.M., Manner, H. 2012. Dynamic stochastic copula models: estimation, inference and applications, *J. Appl. Econometrics* 27, 269–295.
- Hamilton, J.D. 1989. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle, *Econometrica* 57, 357–384.
- Heinen, A., Valdesogo, A. 2009. Asymmetric CAPM dependence for large dimensions: the canonical vine autoregressive model, Discussion Paper 29–69, Center for Operations Research and Econometrics, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium.
- Hennessy, D.A., Lapan, D.E. 2002. The use of Archimedean copulas to model portfolio allocations. *Math Finance*, 12(2):143-155.
- Hering, C., Hofert, M., Mai, J.F., Scherer M. 2010. Constructing hierarchical Archimedean copulas with Lévy subordinators, *J. Multivariate Anal.* 101, 1428–1433.
- Hofert, M., Scherer, M. 2011. CDO pricing with nested Archimedean copulas, *Quant. Finance* 11, 775–787
- Hua, L. 2009. A Brief Introduction to Copulas, University Of British Columbia.
- Joe, H. 1990. Multivariate concordance. *Journal of Multivariate Analysis.* 35, 12-30.
- Joe, H. 1997. *Multivariate Models and Dependence Concepts*, Chapman & Hall, London.
- Joe, H. 2014. *Dependence Modeling with Copulas*, CRC Monographs on Statistics & Applied Probability.
- Jondeau, É., Rockinger, M. 2006. The copula-GARCH model of conditional dependencies: an international stock market application. *J. Internat. Money. Finance* 25, 827–853.
- Juri, A., Wüthrich, M.V. 2002. Copula convergence theorems for tail events. *Insurance Math. Econ.*, 30(3):405-420 .

Kang, B.U., In, F., Kim, G., Kim, Y.S. 2010. A longer look at the asymmetric dependence between hedge funds and the equity market, *J. Finan. Quant. Anal.* 45, 763–789.

Kenourgios, D., Samitas, A., Paltalidis, N. 2011. Financial crises and stock market contagion in a multivariate time-varying asymmetric framework, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money* 21(1), 92-106.

Kumar, P. 2010. Probability Distributions and Estimation of Ali-Mikhail-Haq Copula. Pranesh, *Applied Mathematical Sciences*, 4(14): 657-666

Lee, T.H., Long, X. 2009. Copula-based multivariate GARCH model with uncorrelated dependent standardized returns, *J. Econometrics* 150, 207–218.

Longin, F., Solnik, B. 2001. Extreme correlation of international equity market. *Journal of Finance*, 56, 649-676.

Malevergne, Y., Sornette, D. 2003. Testing the Gaussian Copula Hypothesis for Financial Assets Dependencies. *Quantitative Finance*, 14:231-250.

Manner H., Reznikova O. 2012. A survey on time-varying copulas: specification, simulations and estimation, *Econometric Rev*, 31(6): 654-687.

Markwat, T.D., Kole, E., Van Dijk, D.J.C. 2009. Time variation in asset return dependence: strength or structure?, Working Paper, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, The Netherlands.

McNeil, A. J., Neslehova, J. 2009. Multivariate Archimedean Copulas, D-Monotone Functions and ℓ_1 -Norm Symmetric Distributions. *The Annals of Statistics*, 37, 3059-3097.

McNeil, A.J., Frey, R., Embrechts, P. 2005. *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*, Princeton University Press, Princeton, NJ.

Michiels F., Schepper, A. D. 2010. How to Improve the Fit of Archimedean Copulas by Means of Transforms. *Statistical Papers*, 53(2), 345-355

Min, A., Czado, C. 2010. Bayesian inference for multivariate copulas using pair-copula constructions, *J. Financ. Econ.* 8 .450–480.

Naifar, N. 2012. Modeling the dependence structure between default risk premium, equity return volatility and the jump risk: Evidence from a financial crisis. *Economic Modelling*, 21, 119-131.

Nelsen, R.B. 1996. Nonparametric Measures of Multivariate Association. in: *Distributions with Given Marginals and Related Topics*, IMS Lecture Notes Monograph Series, 28, 223-232.

Nelsen, R.B. 2002. Concordance and copulas: a survey, in: *Distributions with Given Marginals and Statistical Modelling*, Cuadras, C. M., Fortiana, J. And Rodríguez Lallena, J. A. (eds.), Kluwer Acad. Publ., 169-177, Dordrecht.

Nelsen, R.B. 2006. *An Introduction to Copulas*, Second Edition, Springer Series in Statistics , New York.

Nguyen C.C., Bhatti, M.I. 2012. Copula model dependency between oil prices and stock markets: Evidence from China and Vietnam, *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 22(4), 758-773.

Oh, D.H., Patton, A.J. 2011. Modelling dependence in high dimensions with factor copulas, Working Paper, Duke University, Durham, NC.

Okhrin, O., Okhrin, Y. and Schmid, W. 2009. Properties of Hierarchical Archimedean Copulas. SFB 649 Discussion Paper, 32 s., Berlin.

Okimoto, T. 2008. New evidence of asymmetric dependence structure in international equity markets, *J. Finan. Quant. Anal.* 43, 787–815.

Özbakış, Y. G. 2006. Bazı Kopula Tahmin Yöntemleri ve Bir Uygulama. Yüksek lisans tezi(basılmamış). Gazi Üniversitesi, 83s, Ankara.

Özen, E. 2008. İzmir Vadeli İşlem Ve Opsiyon Borsası'nda Hisse Senedine Dayalı Futures İşlemlerin Spot Piyasa Etkinliğine Katkısı: İmkb 30 Endeksi İçin Bir Uygulama. Afyonkarahisar Kocatepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme ABD, Doktora Tezi.

Patton, A.J. 2004. On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation, *J. Financ. Econ.* 2 , 130–168.

Patton, A.J. 2011. Copula methods for forecasting multivariate time series. *Handbook of Economic Forecasting*, Vol. 2, Elsevier, Oxford.

Peng, Y., Ng, W.L. 2012. Analysing financial contagion and asymmetric market dependence with volatility indices via copulas. *Annals of Finance*, 8(1), 49-74.

Poon, S. H., Rockinger, M., Tawn, J. 2004. Extreme value dependence in financial markets: Diagnostics, models, and financial implications. *Review of Financial Studies*, 17, 581-610.

Razak R.A., Ismail, N. 2014. Dependence Values of Asia Pacific Stock Markets, *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematical Sciences*, 969-974, Malaysia.

Rodriguez, C. 2007. Measuring financial contagion: a copula approach, *J. Empirical Finance* 14, 401–423

Rosenberg, J.V. 2003. Nonparametric pricing of multivariate contingent claims, *J. Derivatives*, 10 , 9–26.

Rosenberg, J.V., Schuermann, T. 2006. A general approach to integrated risk management with skewed, fat-tailed risks, *J. Financ. Econ.* 79, 569–614.

Salmon, M., Schleicher, C. 2006. Pricing multivariate currency options with copulas. *Copulas: From Theory to Application in Finance*, Risk Books. London.

Schönbucher, P., Schubert, D. 2001. Copula dependent default risk in intensity models, Working Paper, Universität Bonn, Germany.

Schweizer, B. 2007. Introduction to copulas. Journal of Hydrologic Engineering, 12 (4): 346 .

Smith, M.S., Gan, Q., Kohn, R.J.2012. Modeling dependence using skew t copulas: Bayesian inference and applications, J. Appl. Econometrics 27,500–522.

Sukcharoen, K., Zohrabyan, T., Leatham, D., Wu, X. 2014. Interdependence of oil prices and stock market indices: A copula approach, Energy Economics, Elsevier, vol. 44(C), pages 331-339.

Taylor, M. D., 2010. Multivariate Measures of Concordance for Copulas and their Marginals. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 59(4), 789-806.

Taylor, S.J., Wang, Y. 2010. Option prices and risk-neutral densities for currency cross-rates, J. Futures Markets 30, 324–360.

Trivedi, P. K., Zimmer, D. M. 2005. Copula Modeling: An Introduction for Practitioners. Foundations and Trends in Econometrics, 1(1): 1-115.

Url:1-<http://tdkterim.gov.tr/bts/?kategori=verilst&kelime=borsa&ayn=tam> (erişim tarihi:01.12.2016)

Url:2-<http://www.imkb.gov.tr/> (erişim tarihi 13.01.2016)

Url:3-<http://www.spk.gov.tr/displayfile.aspx?action=displayfile&pageid=77&fn=77.pdf> (erişim tarihi 01.03.2016)

Url:4-<http://www.borsaistanbul.com/sss/vadeli-islem-ve-opsiyon-piyasasi-viop> (erişim tarihi 05.11.2017)

Url:5-<http://www.muglaticaretborsasi.org.tr/index.php?mod=sayfa&sid=10>(erişim tarihi 26.02.2016)

Url:6-https://www.ankaratb.org.tr/solmenu_goster.php?ld=12(erişim tarihi 22.10.2015)

Url:7-<https://www.stb.org.tr/> (erişim tarihi 22.10.2015)

Url:8-<http://tr.wikipedia.org/wiki/Borsa> (erişim tarihi 12.05.2017)

Url:9-<https://www.gcmforex.com/yatirim-araclari/borsa-endeksleri/nikkei-225/> (erişim tarihi 03.05.2018).

Url:10-<https://www.gcmforex.com/yatirim-araclari/borsa-endeksleri/ftse-100/>(erişim tarihi 03.05.2018).

Url:11-<https://www.gcmforex.com/yatirim-araclari/borsa-endeksleri/sp-500/>(erişim tarihi 03.05.2018).

Url:12-<https://www.gcmforex.com/yatirim-araclari/borsa-endeksleri/nasdaq-100/>(erişim tarihi 03.05.2018).

Van den Goorbergh, R., Genest, C., Werker, B.J.M. 2005. Multivariate option pricing using dynamic copula models, *Insurance Math. Econom*, 37, 101–114.

Vural, M.G.2003. Altın Piyasası ve Altın Fiyatlarını Etkileyen Faktörler. Uzmanlık Yeterlilik Tezi.s:63-64.

Yaprakçı, G., 2007. Kopulalar Teorisinin Finansta Uygulamaları. Yüksek lisans tezi(basılmamış). Ege Üniversitesi, 88s, İzmir.

EKLER

EK-1

Sıra	NİKKEI-225		NASDAQ		SP-500		FTSE	
	Date	Close	Date	Close	Date	Close	Date	Close
1	Nov 16, 2015	19,393.69	Nov 16, 2015	4,984.62	Nov 16, 2015	2,053.19	16 Nov 2015	6,146.40
2	Nov 13, 2015	19,596.91	Nov 13, 2015	4,927.88	Nov 13, 2015	2,023.04	13 Nov 2015	6,118.30
3	Nov 12, 2015	19,697.77	Nov 12, 2015	5,005.08	Nov 12, 2015	2,045.97	12 Nov 2015	6,178.70
4	Nov 11, 2015	19,691.39	Nov 11, 2015	5,067.02	Nov 11, 2015	2,075.00	11 Nov 2015	6,297.20
5	Nov 10, 2015	19,671.26	Nov 10, 2015	5,083.24	Nov 10, 2015	2,081.72	10 Nov 2015	6,275.30
6	Nov 9, 2015	19,642.74	Nov 9, 2015	5,095.30	Nov 9, 2015	2,078.58	9 Nov 2015	6,295.20
7	Nov 6, 2015	19,265.60	Nov 6, 2015	5,147.12	Nov 6, 2015	2,099.20	6 Nov 2015	6,353.80
8	Nov 5, 2015	19,116.41	Nov 5, 2015	5,127.74	Nov 5, 2015	2,099.93	5 Nov 2015	6,364.90
9	Nov 4, 2015	18,926.91	Nov 4, 2015	5,142.48	Nov 4, 2015	2,102.31	4 Nov 2015	6,412.90
10	Nov 2, 2015	18,683.24	Nov 3, 2015	5,145.13	Nov 3, 2015	2,109.79	3 Nov 2015	6,383.60
11	Oct 30, 2015	19,083.10	Nov 2, 2015	5,053.75	Nov 2, 2015	2,104.05	2 Nov 2015	6,361.80
12	Oct 29, 2015	18,935.71	Oct 30, 2015	5,053.75	Oct 30, 2015	2,079.36	30 Oct 2015	6,361.10
13	Oct 28, 2015	18,903.02	Oct 29, 2015	5,074.27	Oct 29, 2015	2,089.41	29 Oct 2015	6,395.80
14	Oct 27, 2015	18,777.04	Oct 28, 2015	5,095.69	Oct 28, 2015	2,090.35	28 Oct 2015	6,437.80
15	Oct 26, 2015	18,947.12	Oct 27, 2015	5,030.15	Oct 27, 2015	2,065.89	27 Oct 2015	6,365.30
16	Oct 23, 2015	18,825.30	Oct 26, 2015	5,034.70	Oct 26, 2015	2,071.18	26 Oct 2015	6,417.00
17	Oct 22, 2015	18,435.87	Oct 23, 2015	5,031.86	Oct 23, 2015	2,075.15	23 Oct 2015	6,444.10
18	Oct 21, 2015	18,554.28	Oct 22, 2015	4,920.05	Oct 22, 2015	2,052.51	22 Oct 2015	6,376.30
19	Oct 20, 2015	18,207.15	Oct 21, 2015	4,840.12	Oct 21, 2015	2,018.94	21 Oct 2015	6,348.40
20	Oct 19, 2015	18,131.23	Oct 20, 2015	4,880.97	Oct 20, 2015	2,030.77	20 Oct 2015	6,345.10
21	Oct 16, 2015	18,291.80	Oct 19, 2015	4,905.47	Oct 19, 2015	2,033.66	19 Oct 2015	6,352.30
22	Oct 15, 2015	18,096.90	Oct 16, 2015	4,886.69	Oct 16, 2015	2,033.11	16 Oct 2015	6,378.00
23	Oct 14, 2015	17,891.00	Oct 15, 2015	4,870.10	Oct 15, 2015	2,023.86	15 Oct 2015	6,338.70
24	Oct 13, 2015	18,234.74	Oct 14, 2015	4,782.85	Oct 14, 2015	1,994.24	14 Oct 2015	6,269.60
25	Oct 9, 2015	18,438.67	Oct 13, 2015	4,796.61	Oct 13, 2015	2,003.69	13 Oct 2015	6,342.30
26	Oct 8, 2015	18,141.17	Oct 12, 2015	4,838.64	Oct 12, 2015	2,017.46	12 Oct 2015	6,371.20
27	Oct 7, 2015	18,322.98	Oct 9, 2015	4,830.47	Oct 9, 2015	2,014.89	9 Oct 2015	6,416.20
28	Oct 6, 2015	18,186.10	Oct 8, 2015	4,810.79	Oct 8, 2015	2,013.43	8 Oct 2015	6,374.80
29	Oct 5, 2015	18,005.49	Oct 7, 2015	4,791.15	Oct 7, 2015	1,995.83	7 Oct 2015	6,336.40
30	Oct 2, 2015	17,725.13	Oct 6, 2015	4,748.36	Oct 6, 2015	1,979.92	6 Oct 2015	6,326.20
31	Oct 1, 2015	17,722.42	Oct 5, 2015	4,781.26	Oct 5, 2015	1,987.05	5 Oct 2015	6,298.90
32	Sep 30, 2015	17,388.15	Oct 2, 2015	4,707.78	Oct 2, 2015	1,951.36	2 Oct 2015	6,130.00
33	Sep 29, 2015	16,930.84	Oct 1, 2015	4,627.08	Oct 1, 2015	1,923.82	1 Oct 2015	6,072.50
34	Sep 28, 2015	17,645.11	Sep 30, 2015	4,620.16	Sep 30, 2015	1,920.03	30 Sep 2015	6,061.60
35	Sep 25, 2015	17,880.51	Sep 29, 2015	4,517.32	Sep 29, 2015	1,884.09	29 Sep 2015	5,909.20
36	Sep 24, 2015	17,571.83	Sep 28, 2015	4,543.97	Sep 28, 2015	1,881.77	28 Sep 2015	5,958.90
37	Sep 18, 2015	18,070.21	Sep 25, 2015	4,686.50	Sep 25, 2015	1,931.34	25 Sep 2015	6,109.00
38	Sep 17, 2015	18,432.27	Sep 24, 2015	4,734.48	Sep 24, 2015	1,932.24	24 Sep 2015	5,961.50
39	Sep 16, 2015	18,171.60	Sep 23, 2015	4,752.74	Sep 23, 2015	1,938.76	23 Sep 2015	6,032.20
40	Sep 15, 2015	18,026.48	Sep 22, 2015	4,756.72	Sep 22, 2015	1,942.74	22 Sep 2015	5,935.80
41	Sep 14, 2015	17,965.70	Sep 21, 2015	4,828.95	Sep 21, 2015	1,966.97	21 Sep 2015	6,108.70
42	Sep 11, 2015	18,264.22	Sep 18, 2015	4,827.23	Sep 18, 2015	1,958.08	18 Sep 2015	6,104.10
43	Sep 10, 2015	18,299.62	Sep 17, 2015	4,893.95	Sep 17, 2015	1,990.20	17 Sep 2015	6,187.00
44	Sep 9, 2015	18,770.51	Sep 16, 2015	4,889.24	Sep 16, 2015	1,995.31	16 Sep 2015	6,229.20

45	Sep 8, 2015	17,427.08	Sep 15, 2015	4,860.52	Sep 15, 2015	1,978.09	15 Sep 2015	6,137.60
46	Sep 7, 2015	17,860.47	Sep 14, 2015	4,805.76	Sep 14, 2015	1,953.03	14 Sep 2015	6,084.60
47	Sep 4, 2015	17,792.16	Sep 11, 2015	4,822.34	Sep 11, 2015	1,961.05	11 Sep 2015	6,117.80
48	Sep 3, 2015	18,182.39	Sep 10, 2015	4,796.25	Sep 10, 2015	1,952.29	10 Sep 2015	6,155.80
49	Sep 2, 2015	18,095.40	Sep 9, 2015	4,756.53	Sep 9, 2015	1,942.04	9 Sep 2015	6,229.00
50	Sep 1, 2015	18,165.69	Sep 8, 2015	4,811.93	Sep 8, 2015	1,969.41	8 Sep 2015	6,146.10
51	Aug 31, 2015	18,890.48	Sep 4, 2015	4,683.92	Sep 4, 2015	1,921.22	7 Sep 2015	6,074.50
52	Aug 28, 2015	19,136.32	Sep 3, 2015	4,733.50	Sep 3, 2015	1,951.13	4 Sep 2015	6,042.90
53	Aug 27, 2015	18,574.44	Sep 2, 2015	4,749.98	Sep 2, 2015	1,948.86	3 Sep 2015	6,194.10
54	Aug 26, 2015	18,376.83	Sep 1, 2015	4,636.10	Sep 1, 2015	1,913.85	2 Sep 2015	6,083.30
55	Aug 25, 2015	17,806.70	Aug 31, 2015	4,776.51	Aug 31, 2015	1,972.18	1 Sep 2015	6,058.50
56	Aug 24, 2015	18,540.68	Aug 28, 2015	4,828.32	Aug 28, 2015	1,988.87	28 Aug 2015	6,247.90
57	Aug 21, 2015	19,435.83	Aug 27, 2015	4,812.71	Aug 27, 2015	1,987.66	27 Aug 2015	6,192.00
58	Aug 20, 2015	20,033.52	Aug 26, 2015	4,697.54	Aug 26, 2015	1,940.51	26 Aug 2015	5,979.20
59	Aug 19, 2015	20,222.63	Aug 25, 2015	4,506.49	Aug 25, 2015	1,867.61	25 Aug 2015	6,081.30
60	Aug 18, 2015	20,554.47	Aug 24, 2015	4,526.25	Aug 24, 2015	1,893.21	24 Aug 2015	5,898.90
61	Aug 17, 2015	20,620.26	Aug 21, 2015	4,706.04	Aug 21, 2015	1,970.89	21 Aug 2015	6,187.70
62	Aug 14, 2015	20,519.45	Aug 20, 2015	4,877.49	Aug 20, 2015	2,035.73	20 Aug 2015	6,367.90
63	Aug 13, 2015	20,595.55	Aug 19, 2015	5,019.05	Aug 19, 2015	2,079.61	19 Aug 2015	6,403.50
64	Aug 12, 2015	20,392.77	Aug 18, 2015	5,059.35	Aug 18, 2015	2,096.92	18 Aug 2015	6,526.30
65	Aug 11, 2015	20,720.75	Aug 17, 2015	5,091.70	Aug 17, 2015	2,102.44	17 Aug 2015	6,550.30
66	Aug 10, 2015	20,808.69	Aug 14, 2015	5,048.24	Aug 14, 2015	2,091.54	14 Aug 2015	6,550.70
67	Aug 7, 2015	20,724.56	Aug 13, 2015	5,033.56	Aug 13, 2015	2,083.39	13 Aug 2015	6,568.30
68	Aug 6, 2015	20,664.44	Aug 12, 2015	5,044.39	Aug 12, 2015	2,086.05	12 Aug 2015	6,571.20
69	Aug 5, 2015	20,614.06	Aug 11, 2015	5,036.79	Aug 11, 2015	2,084.07	11 Aug 2015	6,664.50
70	Aug 4, 2015	20,520.36	Aug 10, 2015	5,101.80	Aug 10, 2015	2,104.18	10 Aug 2015	6,736.20
71	Aug 3, 2015	20,548.11	Aug 7, 2015	5,043.54	Aug 7, 2015	2,077.57	7 Aug 2015	6,718.50
72	Jul 31, 2015	20,585.24	Aug 6, 2015	5,056.44	Aug 6, 2015	2,083.56	6 Aug 2015	6,747.10
73	Jul 30, 2015	20,522.83	Aug 5, 2015	5,139.94	Aug 5, 2015	2,099.84	5 Aug 2015	6,752.40
74	Jul 29, 2015	20,302.91	Aug 4, 2015	5,105.55	Aug 4, 2015	2,093.32	4 Aug 2015	6,686.60
75	Jul 28, 2015	20,328.89	Aug 3, 2015	5,115.38	Aug 3, 2015	2,098.04	3 Aug 2015	6,688.60
76	Jul 27, 2015	20,350.10	Jul 31, 2015	5,128.28	Jul 31, 2015	2,103.84	31 Jul 2015	6,696.30
77	Jul 24, 2015	20,544.53	Jul 30, 2015	5,128.79	Jul 30, 2015	2,108.63	30 Jul 2015	6,668.90
78	Jul 23, 2015	20,683.95	Jul 29, 2015	5,111.73	Jul 29, 2015	2,108.57	29 Jul 2015	6,631.00
79	Jul 22, 2015	20,593.67	Jul 28, 2015	5,089.21	Jul 28, 2015	2,093.25	28 Jul 2015	6,555.30
80	Jul 21, 2015	20,841.97	Jul 27, 2015	5,039.78	Jul 27, 2015	2,067.64	27 Jul 2015	6,505.10
81	Jul 17, 2015	20,650.92	Jul 24, 2015	5,088.63	Jul 24, 2015	2,079.65	24 Jul 2015	6,579.80
82	Jul 16, 2015	20,600.12	Jul 23, 2015	5,146.41	Jul 23, 2015	2,102.15	23 Jul 2015	6,655.00
83	Jul 15, 2015	20,463.33	Jul 22, 2015	5,171.77	Jul 22, 2015	2,114.15	22 Jul 2015	6,667.30
84	Jul 14, 2015	20,385.33	Jul 21, 2015	5,208.12	Jul 21, 2015	2,119.21	21 Jul 2015	6,769.10
85	Jul 13, 2015	20,089.77	Jul 20, 2015	5,218.86	Jul 20, 2015	2,128.28	20 Jul 2015	6,788.70
86	Jul 10, 2015	19,779.83	Jul 17, 2015	5,210.14	Jul 17, 2015	2,126.64	17 Jul 2015	6,775.10
87	Jul 9, 2015	19,855.50	Jul 16, 2015	5,163.18	Jul 16, 2015	2,124.29	16 Jul 2015	6,796.50
88	Jul 8, 2015	19,737.64	Jul 15, 2015	5,098.94	Jul 15, 2015	2,107.40	15 Jul 2015	6,753.80
89	Jul 7, 2015	20,376.59	Jul 14, 2015	5,104.89	Jul 14, 2015	2,108.95	14 Jul 2015	6,753.80
90	Jul 6, 2015	20,112.12	Jul 13, 2015	5,071.51	Jul 13, 2015	2,099.60	13 Jul 2015	6,738.00

91	Jul 3, 2015	20,539.79	Jul 10, 2015	4,997.70	Jul 10, 2015	2,076.62	10 Jul 2015	6,673.40
92	Jul 2, 2015	20,522.50	Jul 9, 2015	4,922.40	Jul 9, 2015	2,051.31	9 Jul 2015	6,581.60
93	Jul 1, 2015	20,329.32	Jul 8, 2015	4,909.76	Jul 8, 2015	2,046.68	8 Jul 2015	6,490.70
94	Jun 30, 2015	20,235.73	Jul 7, 2015	4,997.46	Jul 7, 2015	2,081.34	7 Jul 2015	6,432.20
95	Jun 29, 2015	20,109.95	Jul 6, 2015	4,991.94	Jul 6, 2015	2,068.76	6 Jul 2015	6,535.70
96	Jun 26, 2015	20,706.15	Jul 2, 2015	5,009.21	Jul 2, 2015	2,076.78	3 Jul 2015	6,585.80
97	Jun 25, 2015	20,771.40	Jul 1, 2015	5,013.12	Jul 1, 2015	2,077.42	2 Jul 2015	6,630.50
98	Jun 24, 2015	20,868.03	Jun 30, 2015	4,986.87	Jun 30, 2015	2,063.11	1 Jul 2015	6,608.60
99	Jun 23, 2015	20,809.42	Jun 29, 2015	4,958.47	Jun 29, 2015	2,057.64	30 Jun 2015	6,521.00
100	Jun 22, 2015	20,428.19	Jun 26, 2015	5,080.51	Jun 26, 2015	2,101.61	29 Jun 2015	6,620.50
101	Jun 19, 2015	20,174.24	Jun 25, 2015	5,112.19	Jun 25, 2015	2,102.31	26 Jun 2015	6,753.70
102	Jun 18, 2015	19,990.82	Jun 24, 2015	5,122.41	Jun 24, 2015	2,108.58	25 Jun 2015	6,807.80
103	Jun 17, 2015	20,219.27	Jun 23, 2015	5,160.09	Jun 23, 2015	2,124.20	24 Jun 2015	6,844.80
104	Jun 16, 2015	20,257.94	Jun 22, 2015	5,153.97	Jun 22, 2015	2,122.85	23 Jun 2015	6,834.90
105	Jun 15, 2015	20,387.79	Jun 19, 2015	5,117.00	Jun 19, 2015	2,109.99	22 Jun 2015	6,825.70
106	Jun 12, 2015	20,407.08	Jun 18, 2015	5,132.95	Jun 18, 2015	2,121.24	19 Jun 2015	6,710.50
107	Jun 11, 2015	20,382.97	Jun 17, 2015	5,064.88	Jun 17, 2015	2,100.44	18 Jun 2015	6,707.90
108	Jun 10, 2015	20,046.36	Jun 16, 2015	5,055.55	Jun 16, 2015	2,096.29	17 Jun 2015	6,680.60
109	Jun 9, 2015	20,096.30	Jun 15, 2015	5,029.97	Jun 15, 2015	2,084.43	16 Jun 2015	6,710.10
110	Jun 8, 2015	20,457.19	Jun 12, 2015	5,051.10	Jun 12, 2015	2,094.11	15 Jun 2015	6,710.50
111	Jun 5, 2015	20,460.90	Jun 11, 2015	5,082.51	Jun 11, 2015	2,108.86	12 Jun 2015	6,784.90
112	Jun 4, 2015	20,488.19	Jun 10, 2015	5,076.69	Jun 10, 2015	2,105.20	11 Jun 2015	6,846.70
113	Jun 3, 2015	20,473.51	Jun 9, 2015	5,013.87	Jun 9, 2015	2,080.15	10 Jun 2015	6,830.30

114	Jun 2, 2015	20,543.19	Jun 8, 2015	5,021.63	Jun 8, 2015	2,079.28	9 Jun 2015	6,753.80
115	Jun 1, 2015	20,569.87	Jun 5, 2015	5,068.46	Jun 5, 2015	2,092.83	8 Jun 2015	6,790.00
116	May 29, 2015	20,563.15	Jun 4, 2015	5,059.12	Jun 4, 2015	2,095.84	5 Jun 2015	6,804.60
117	May 28, 2015	20,551.46	Jun 3, 2015	5,099.23	Jun 3, 2015	2,114.07	4 Jun 2015	6,859.20
118	May 27, 2015	20,472.58	Jun 2, 2015	5,076.52	Jun 2, 2015	2,109.60	3 Jun 2015	6,950.50
119	May 26, 2015	20,437.48	Jun 1, 2015	5,082.93	Jun 1, 2015	2,111.73	2 Jun 2015	6,928.30
120	May 25, 2015	20,413.77	May 29, 2015	5,070.03	May 29, 2015	2,107.39	1 Jun 2015	6,953.60
121	May 22, 2015	20,264.41	May 28, 2015	5,097.98	May 28, 2015	2,120.79	29 May 15	6,984.40
122	May 21, 2015	20,202.87	May 27, 2015	5,106.59	May 27, 2015	2,123.48	28 May 15	7,040.90
123	May 20, 2015	20,196.56	May 26, 2015	5,032.75	May 26, 2015	2,104.20	27 May 15	7,033.30
124	May 19, 2015	20,026.38	May 22, 2015	5,089.36	May 22, 2015	2,126.06	26 May 15	6,949.00
125	May 18, 2015	19,890.27	May 21, 2015	5,090.79	May 21, 2015	2,130.82	22 May 15	7,031.70
126	May 15, 2015	19,732.92	May 20, 2015	5,071.74	May 20, 2015	2,125.85	21 May 15	7,013.50
127	May 14, 2015	19,570.24	May 19, 2015	5,070.03	May 19, 2015	2,127.83	20 May 15	7,007.30
128	May 13, 2015	19,764.72	May 18, 2015	5,078.44	May 18, 2015	2,129.20	19 May 15	6,995.10
129	May 12, 2015	19,624.84	May 15, 2015	5,048.29	May 15, 2015	2,122.73	18 May 15	6,968.90
130	May 11, 2015	19,620.91	May 14, 2015	5,050.80	May 14, 2015	2,121.10	15 May 15	6,960.50
131	May 8, 2015	19,379.19	May 13, 2015	4,981.69	May 13, 2015	2,098.48	14 May 15	6,973.00
132	May 7, 2015	19,291.99	May 12, 2015	4,976.19	May 12, 2015	2,099.12	13 May 15	6,949.60
133	May 6, 2015	19,531.63	May 11, 2015	4,993.57	May 11, 2015	2,105.33	12 May 15	6,933.80
134	May 5, 2015	19,531.63	May 8, 2015	5,003.55	May 8, 2015	2,116.10	11 May 15	7,029.90
135	May 1, 2015	19,531.63	May 7, 2015	4,945.54	May 7, 2015	2,088.00	8 May 15	7,046.80
136	Apr 30, 2015	19,520.01	May 6, 2015	4,919.64	May 6, 2015	2,080.15	7 May 15	6,887.00

137	Apr 28, 2015	20,058.95	May 5, 2015	4,939.33	May 5, 2015	2,089.46	6 May 15	6,933.70
138	Apr 27, 2015	19,983.32	May 4, 2015	5,016.93	May 4, 2015	2,114.49	5 May 15	6,927.60
139	Apr 24, 2015	20,020.04	May 1, 2015	5,005.39	May 1, 2015	2,108.29	1 May 15	6,986.00
140	Apr 23, 2015	20,187.65	Apr 30, 2015	4,941.42	Apr 30, 2015	2,085.51	30 Apr 2015	6,960.60
141	Apr 22, 2015	20,133.90	Apr 29, 2015	5,023.64	Apr 29, 2015	2,106.85	29 Apr 2015	6,946.30
142	Apr 21, 2015	19,909.09	Apr 28, 2015	5,055.42	Apr 28, 2015	2,114.76	28 Apr 2015	7,030.50
143	Apr 20, 2015	19,634.49	Apr 27, 2015	5,060.25	Apr 27, 2015	2,108.92	27 Apr 2015	7,104.00
144	Apr 17, 2015	19,652.88	Apr 24, 2015	5,092.08	Apr 24, 2015	2,117.69	24 Apr 2015	7,070.70
145	Apr 16, 2015	19,885.77	Apr 23, 2015	5,056.06	Apr 23, 2015	2,112.93	23 Apr 2015	7,053.70
146	Apr 15, 2015	19,869.76	Apr 22, 2015	5,035.17	Apr 22, 2015	2,107.96	22 Apr 2015	7,028.20
147	Apr 14, 2015	19,908.68	Apr 21, 2015	5,014.10	Apr 21, 2015	2,097.29	21 Apr 2015	7,062.90
148	Apr 13, 2015	19,905.46	Apr 20, 2015	4,994.60	Apr 20, 2015	2,100.40	20 Apr 2015	7,052.10
149	Apr 10, 2015	19,907.63	Apr 17, 2015	4,931.81	Apr 17, 2015	2,081.18	17 Apr 2015	6,994.60
150	Apr 9, 2015	19,937.72	Apr 16, 2015	5,007.79	Apr 16, 2015	2,104.99	16 Apr 2015	7,060.50
151	Apr 8, 2015	19,789.81	Apr 15, 2015	5,011.02	Apr 15, 2015	2,106.63	15 Apr 2015	7,096.80
152	Apr 7, 2015	19,640.54	Apr 14, 2015	4,977.29	Apr 14, 2015	2,095.84	14 Apr 2015	7,075.30
153	Apr 6, 2015	19,397.98	Apr 13, 2015	4,988.25	Apr 13, 2015	2,092.43	13 Apr 2015	7,064.30
154	Apr 3, 2015	19,435.08	Apr 10, 2015	4,995.98	Apr 10, 2015	2,102.06	10 Apr 2015	7,089.80
155	Apr 2, 2015	19,312.79	Apr 9, 2015	4,974.56	Apr 9, 2015	2,091.18	9 Apr 2015	7,015.40
156	Apr 1, 2015	19,034.84	Apr 8, 2015	4,950.82	Apr 8, 2015	2,081.90	8 Apr 2015	6,937.40
157	Mar 31, 2015	19,206.99	Apr 7, 2015	4,910.23	Apr 7, 2015	2,076.33	7 Apr 2015	6,961.80
158	Mar 30, 2015	19,411.40	Apr 6, 2015	4,917.32	Apr 6, 2015	2,080.62	2 Apr 2015	6,833.50
159	Mar 27, 2015	19,285.63	Apr 2, 2015	4,886.94	Apr 2, 2015	2,066.96	1 Apr 2015	6,809.50

160	Mar 26, 2015	19,471.12	Apr 1, 2015	4,880.23	Apr 1, 2015	2,059.69	31 Mar 15	6,773.00
161	Mar 25, 2015	19,746.20	Mar 31, 2015	4,900.88	Mar 31, 2015	2,067.89	30 Mar 15	6,891.40
162	Mar 24, 2015	19,713.45	Mar 30, 2015	4,947.44	Mar 30, 2015	2,086.24	27 Mar.15	6,855.00
163	Mar 23, 2015	19,560.22	Mar 27, 2015	4,891.22	Mar 27, 2015	2,061.02	26 Mar.15	6,895.30
164	Mar 20, 2015	19,560.22	Mar 26, 2015	4,863.36	Mar 26, 2015	2,056.15	25 Mar.15	6,991.00
165	Mar 19, 2015	19,476.56	Mar 25, 2015	4,876.52	Mar 25, 2015	2,061.05	24 Mar.15	7,019.70
166	Mar 18, 2015	19,544.48	Mar 24, 2015	4,994.73	Mar 24, 2015	2,091.50	23 Mar.15	7,037.70
167	Mar 17, 2015	19,437.00	Mar 23, 2015	5,010.97	Mar 23, 2015	2,104.42	20 Mar.15	7,022.50
168	Mar 16, 2015	19,246.06	Mar 20, 2015	5,026.42	Mar 20, 2015	2,108.10	19 Mar.15	6,962.30
169	Mar 13, 2015	19,254.25	Mar 19, 2015	4,992.38	Mar 19, 2015	2,089.27	18 Mar.15	6,945.20
170	Mar 12, 2015	18,991.11	Mar 18, 2015	4,982.83	Mar 18, 2015	2,099.50	17 Mar.15	6,837.60
171	Mar 11, 2015	18,723.52	Mar 17, 2015	4,937.43	Mar 17, 2015	2,074.28	16 Mar.15	6,804.10
172	Mar 10, 2015	18,665.11	Mar 16, 2015	4,929.51	Mar 16, 2015	2,081.19	13 Mar.15	6,740.60
173	Mar 9, 2015	18,790.55	Mar 13, 2015	4,871.76	Mar 13, 2015	2,053.40	12 Mar.15	6,761.10
174	Mar 6, 2015	18,971.00	Mar 12, 2015	4,893.29	Mar 12, 2015	2,065.95	11 Mar.15	6,721.50
175	Mar 5, 2015	18,751.84	Mar 11, 2015	4,849.94	Mar 11, 2015	2,040.24	10 Mar.15	6,702.80
176	Mar 4, 2015	18,703.60	Mar 10, 2015	4,859.79	Mar 10, 2015	2,044.16	9 Mar.15	6,876.50
177	Mar 3, 2015	18,815.16	Mar 9, 2015	4,942.44	Mar 9, 2015	2,079.43	6 Mar.15	6,911.80
178	Mar 2, 2015	18,826.88	Mar 6, 2015	4,927.37	Mar 6, 2015	2,071.26	5 Mar 15	6,961.10
179	Feb 27, 2015	18,797.94	Mar 5, 2015	4,982.81	Mar 5, 2015	2,101.04	4 Mar.15	6,919.20
180	Feb 26, 2015	18,785.79	Mar 4, 2015	4,967.14	Mar 4, 2015	2,098.53	3 Mar 15	6,889.10
181	Feb 25, 2015	18,585.20	Mar 3, 2015	4,979.90	Mar 3, 2015	2,107.78	2 Mar 15	6,940.60

182	Feb 24, 2015	18,603.48	Mar 2, 2015	5,008.10	Mar 2, 2015	2,117.39	27 Feb 2015	6,946.70
183	Feb 23, 2015	18,466.92	Feb 27, 2015	4,963.53	Feb 27, 2015	2,104.50	26 Feb 2015	6,949.70
184	Feb 20, 2015	18,332.30	Feb 26, 2015	4,987.89	Feb 26, 2015	2,110.74	25 Feb 2015	6,935.40
185	Feb 19, 2015	18,264.79	Feb 25, 2015	4,967.14	Feb 25, 2015	2,113.86	24 Feb 2015	6,949.60
186	Feb 18, 2015	18,199.17	Feb 24, 2015	4,968.12	Feb 24, 2015	2,115.48	23 Feb 2015	6,912.20
187	Feb 17, 2015	17,987.09	Feb 23, 2015	4,960.97	Feb 23, 2015	2,109.66	20 Feb 2015	6,915.20
188	Feb 16, 2015	18,004.77	Feb 20, 2015	4,955.97	Feb 20, 2015	2,110.30	19 Feb 2015	6,888.90
189	Feb 13, 2015	17,913.36	Feb 19, 2015	4,924.70	Feb 19, 2015	2,097.45	18 Feb 2015	6,898.10
190	Feb 12, 2015	17,979.72	Feb 18, 2015	4,906.36	Feb 18, 2015	2,099.68	17 Feb 2015	6,898.10
191	Feb 11, 2015	17,652.68	Feb 17, 2015	4,899.27	Feb 17, 2015	2,100.34	16 Feb 2015	6,857.10
192	Feb 10, 2015	17,652.68	Feb 13, 2015	4,893.84	Feb 13, 2015	2,096.99	13 Feb 2015	6,873.50
193	Feb 9, 2015	17,711.93	Feb 12, 2015	4,857.61	Feb 12, 2015	2,088.48	12 Feb 2015	6,828.10
194	Feb 6, 2015	17,648.50	Feb 11, 2015	4,801.18	Feb 11, 2015	2,068.53	11 Feb 2015	6,818.20
195	Feb 5, 2015	17,504.62	Feb 10, 2015	4,787.64	Feb 10, 2015	2,068.59	10 Feb 2015	6,829.10
196	Feb 4, 2015	17,678.74	Feb 9, 2015	4,726.01	Feb 9, 2015	2,046.74	9 Feb 2015	6,837.20
197	Feb 3, 2015	17,335.85	Feb 6, 2015	4,744.40	Feb 6, 2015	2,055.47	6 Feb 2015	6,853.40
198	Feb 2, 2015	17,558.04	Feb 5, 2015	4,765.10	Feb 5, 2015	2,062.52	5 Feb 2015	6,865.90
199	Jan 30, 2015	17,674.39	Feb 4, 2015	4,716.70	Feb 4, 2015	2,041.51	4 Feb 2015	6,860.00
200	Jan 29, 2015	17,606.22	Feb 3, 2015	4,727.74	Feb 3, 2015	2,050.03	3 Feb 2015	6,871.80
201	Jan 28, 2015	17,795.73	Feb 2, 2015	4,676.69	Feb 2, 2015	2,020.85	2 Feb 2015	6,782.60
202	Jan 27, 2015	17,768.30	Jan 30, 2015	4,635.24	Jan 30, 2015	1,994.99	30 Jan 2015	6,749.40
203	Jan 26, 2015	17,468.52	Jan 29, 2015	4,683.41	Jan 29, 2015	2,021.25	29 Jan 2015	6,810.60

204	Jan 23, 2015	17,511.75	Jan 28, 2015	4,637.99	Jan 28, 2015	2,002.16	28 Jan 2015	6,825.90
205	Jan 22, 2015	17,329.02	Jan 27, 2015	4,681.50	Jan 27, 2015	2,029.55	27 Jan 2015	6,811.60
206	Jan 21, 2015	17,280.48	Jan 26, 2015	4,771.76	Jan 26, 2015	2,057.09	26 Jan 2015	6,852.40
207	Jan 20, 2015	17,366.30	Jan 23, 2015	4,757.88	Jan 23, 2015	2,051.82	23 Jan 2015	6,832.80
208	Jan 19, 2015	17,014.29	Jan 22, 2015	4,750.40	Jan 22, 2015	2,063.15	22 Jan 2015	6,796.60
209	Jan 16, 2015	16,864.16	Jan 21, 2015	4,667.42	Jan 21, 2015	2,032.12	21 Jan 2015	6,728.00
210	Jan 15, 2015	17,108.70	Jan 20, 2015	4,654.85	Jan 20, 2015	2,022.55	20 Jan 2015	6,620.10
211	Jan 14, 2015	16,795.96	Jan 16, 2015	4,634.38	Jan 16, 2015	2,019.42	19 Jan 2015	6,585.50
212	Jan 13, 2015	17,087.71	Jan 15, 2015	4,570.82	Jan 15, 2015	1,992.67	16 Jan 2015	6,550.30
213	Jan 9, 2015	17,197.73	Jan 14, 2015	4,639.32	Jan 14, 2015	2,011.27	15 Jan 2015	6,498.80
214	Jan 8, 2015	17,167.10	Jan 13, 2015	4,661.50	Jan 13, 2015	2,023.03	14 Jan 2015	6,388.50
215	Jan 7, 2015	16,885.33	Jan 12, 2015	4,664.71	Jan 12, 2015	2,028.26	13 Jan 2015	6,542.20
216	Jan 6, 2015	16,883.19	Jan 9, 2015	4,704.07	Jan 9, 2015	2,044.81	12 Jan 2015	6,501.40
217	Jan 5, 2015	17,408.71	Jan 8, 2015	4,736.19	Jan 8, 2015	2,062.14	9 Jan 2015	6,501.10
218	Jan 2, 2015	17,450.77	Jan 7, 2015	4,650.47	Jan 7, 2015	2,025.90	8 Jan 2015	6,570.00
219	Dec 31, 2014	17,450.77	Jan 6, 2015	4,592.74	Jan 6, 2015	2,002.61	7 Jan 2015	6,419.80
220	Dec 30, 2014	17,450.77	Jan 5, 2015	4,652.57	Jan 5, 2015	2,020.58	6 Jan 2015	6,366.50
221	Dec 29, 2014	17,729.84	Jan 2, 2015	4,726.81	Jan 2, 2015	2,058.20	5 Jan 2015	6,417.20
222	Dec 26, 2014	17,818.96	Dec 31, 2014	4,736.05	Dec 31, 2014	2,058.90	2 Jan 2015	6,547.80
223	Dec 25, 2014	17,808.75	Dec 30, 2014	4,777.44	Dec 30, 2014	2,080.35	31 Dec 2014	6,566.10
224	Dec 24, 2014	17,854.23	Dec 29, 2014	4,806.91	Dec 29, 2014	2,090.57	30 Dec 2014	6,547.00
225	Dec 22, 2014	17,635.14	Dec 26, 2014	4,806.86	Dec 26, 2014	2,088.77	29 Dec 2014	6,633.50
226	Dec 19, 2014	17,621.40	Dec 24, 2014	4,773.47	Dec 24, 2014	2,081.88	24 Dec 2014	6,609.90

227	Dec 18, 2014	17,210.05	Dec 23, 2014	4,765.42	Dec 23, 2014	2,082.17	23 Dec 2014	6,598.20
228	Dec 17, 2014	16,819.73	Dec 22, 2014	4,781.42	Dec 22, 2014	2,078.54	22 Dec 2014	6,576.70
229	Dec 16, 2014	16,755.32	Dec 19, 2014	4,765.38	Dec 19, 2014	2,070.65	19 Dec 2014	6,545.30
230	Dec 15, 2014	17,099.40	Dec 18, 2014	4,748.40	Dec 18, 2014	2,061.23	18 Dec 2014	6,466.00
231	Dec 12, 2014	17,371.58	Dec 17, 2014	4,644.31	Dec 17, 2014	2,012.89	17 Dec 2014	6,336.50
232	Dec 11, 2014	17,257.40	Dec 16, 2014	4,547.83	Dec 16, 2014	1,972.74	16 Dec 2014	6,331.80
233	Dec 10, 2014	17,412.58	Dec 15, 2014	4,605.16	Dec 15, 2014	1,989.63	15 Dec 2014	6,182.70
234	Dec 9, 2014	17,813.38	Dec 12, 2014	4,653.60	Dec 12, 2014	2,002.33	12 Dec 2014	6,300.60
235	Dec 8, 2014	17,935.64	Dec 11, 2014	4,708.16	Dec 11, 2014	2,035.33	11 Dec 2014	6,461.70
236	Dec 5, 2014	17,920.45	Dec 10, 2014	4,684.02	Dec 10, 2014	2,026.14	10 Dec 2014	6,500.00
237	Dec 4, 2014	17,887.21	Dec 9, 2014	4,766.47	Dec 9, 2014	2,059.82	9 Dec 2014	6,529.50
238	Dec 3, 2014	17,720.43	Dec 8, 2014	4,740.69	Dec 8, 2014	2,060.31	8 Dec 2014	6,672.20
239	Dec 2, 2014	17,663.22	Dec 5, 2014	4,780.76	Dec 5, 2014	2,075.37	5 Dec 2014	6,742.80
240	Dec 1, 2014	17,590.10	Dec 4, 2014	4,769.44	Dec 4, 2014	2,071.92	4 Dec 2014	6,679.40
241	Nov 28, 2014	17,459.85	Dec 3, 2014	4,774.47	Dec 3, 2014	2,074.33	3 Dec 2014	6,716.60
242	Nov 27, 2014	17,248.50	Dec 2, 2014	4,755.81	Dec 2, 2014	2,066.55	2 Dec 2014	6,742.10
243	Nov 26, 2014	17,383.58	Dec 1, 2014	4,727.35	Dec 1, 2014	2,053.44	1 Dec 2014	6,656.40
244	Nov 25, 2014	17,407.62	Nov 28, 2014	4,791.63	Nov 28, 2014	2,067.56	28 Nov 2014	6,722.60
245	Nov 24, 2014	17,357.51	Nov 26, 2014	4,787.32	Nov 26, 2014	2,072.83	27 Nov 2014	6,723.40
246	Nov 21, 2014	17,357.51	Nov 25, 2014	4,758.25	Nov 25, 2014	2,067.03	26 Nov 2014	6,729.20
247	Nov 20, 2014	17,300.86	Nov 24, 2014	4,754.89	Nov 24, 2014	2,069.41	25 Nov 2014	6,731.10
248	Nov 19, 2014	17,288.75	Nov 21, 2014	4,712.97	Nov 21, 2014	2,063.50	24 Nov 2014	6,729.80
249	Nov 18, 2014	17,344.06	Nov 20, 2014	4,701.87	Nov 20, 2014	2,052.75	21 Nov 2014	6,750.80
250	Nov 17, 2014	16,973.80	Nov 19, 2014	4,675.71	Nov 19, 2014	2,048.72	20 Nov 2014	6,678.90

251	Nov 14, 2014	17,490.83	Nov 18, 2014	4,702.44	Nov 18, 2014	2,051.80	19 Nov 2014	6,696.60
252	Nov 13, 2014	17,392.79	Nov 17, 2014	4,671.00	Nov 17, 2014	2,041.32	18 Nov 2014	6,709.10
253	Nov 12, 2014	17,197.05	Nov 14, 2014	4,688.54	Nov 14, 2014	2,039.82	17 Nov 2014	6,672.00
254	Nov 11, 2014	17,124.11	Nov 13, 2014	4,680.14	Nov 13, 2014	2,039.33	14 Nov 2014	6,654.40
255	Nov 10, 2014	16,780.53	Nov 12, 2014	4,675.14	Nov 12, 2014	2,038.25	13 Nov 2014	6,635.50
256	Nov 7, 2014	16,880.38	Nov 11, 2014	4,660.56	Nov 11, 2014	2,039.68	12 Nov 2014	6,611.00
257	Nov 6, 2014	16,792.48	Nov 10, 2014	4,651.62	Nov 10, 2014	2,038.26	11 Nov 2014	6,627.40
258	Nov 5, 2014	16,937.32	Nov 7, 2014	4,632.53	Nov 7, 2014	2,031.92	10 Nov 2014	6,611.30
259	Nov 4, 2014	16,862.47	Nov 6, 2014	4,638.47	Nov 6, 2014	2,031.21	7 Nov 2014	6,567.20
260	Oct 31, 2014	16,413.76	Nov 5, 2014	4,620.72	Nov 5, 2014	2,023.57	6 Nov 2014	6,551.20
261	Oct 30, 2014	15,658.20	Nov 4, 2014	4,623.64	Nov 4, 2014	2,012.10	5 Nov 2014	6,539.10
262	Oct 29, 2014	15,553.91	Nov 3, 2014	4,638.91	Nov 3, 2014	2,017.81	4 Nov 2014	6,454.00
263	Oct 28, 2014	15,329.91	Oct 31, 2014	4,630.74	Oct 31, 2014	2,018.05	3 Nov 2014	6,488.00
264	Oct 27, 2014	15,388.72	Oct 30, 2014	4,566.14	Oct 30, 2014	1,994.65	31 Oct 2014	6,546.50
265	Oct 24, 2014	15,291.64	Oct 29, 2014	4,549.23	Oct 29, 2014	1,982.30	30 Oct 2014	6,463.60
266	Oct 23, 2014	15,138.96	Oct 28, 2014	4,564.29	Oct 28, 2014	1,985.05	29 Oct 2014	6,453.90
267	Oct 22, 2014	15,195.77	Oct 27, 2014	4,485.93	Oct 27, 2014	1,961.63	28 Oct 2014	6,402.20
268	Oct 21, 2014	14,804.28	Oct 24, 2014	4,483.72	Oct 24, 2014	1,964.58	27 Oct 2014	6,363.50
269	Oct 20, 2014	15,111.23	Oct 23, 2014	4,452.79	Oct 23, 2014	1,950.82	24 Oct 2014	6,388.70
270	Oct 17, 2014	14,532.51	Oct 22, 2014	4,382.85	Oct 22, 2014	1,927.11	23 Oct 2014	6,419.20
271	Oct 16, 2014	14,738.38	Oct 21, 2014	4,419.48	Oct 21, 2014	1,941.28	22 Oct 2014	6,399.70
272	Oct 15, 2014	15,073.52	Oct 20, 2014	4,316.07	Oct 20, 2014	1,904.01	21 Oct 2014	6,372.30
273	Oct 14, 2014	14,936.51	Oct 17, 2014	4,258.44	Oct 17, 2014	1,886.76	20 Oct 2014	6,267.10

274	Oct 13, 2014	15,300 55	Oct 16, 2014	4 217 39	Oct 16, 2014	1,862 76	17 Oct 2014	6,310 30
275	Oct 10, 2014	15,300 55	Oct 15, 2014	4,215 32	Oct 15, 2014	1,862 49	16 Oct 2014	6,195 90
276	Oct 9, 2014	15,478 93	Oct 14, 2014	4,227 17	Oct 14, 2014	1,877 70	15 Oct 2014	6,211 60
277	Oct 8, 2014	15,595 98	Oct 13, 2014	4,213 66	Oct 13, 2014	1,874 74	14 Oct 2014	6,392 70
278	Oct 7, 2014	15,783 83	Oct 10, 2014	4,276 24	Oct 10, 2014	1,906 13	13 Oct 2014	6,366 20
279	Oct 6, 2014	15,890 95	Oct 9, 2014	4,378 34	Oct 9, 2014	1,928 21	10 Oct 2014	6,340 00
280	Oct 3, 2014	15,708 65	Oct 8, 2014	4,468 59	Oct 8, 2014	1,968 89	9 Oct 2014	6,431 90
281	Oct 2, 2014	15,661 99	Oct 7, 2014	4,385 20	Oct 7, 2014	1,935 10	8 Oct 2014	6,482 20
282	Oct 1, 2014	16,082 25	Oct 6, 2014	4,454 80	Oct 6, 2014	1,964 82	7 Oct 2014	6,495 60
283	Sep 30, 2014	16,173 52	Oct 3, 2014	4,475 62	Oct 3, 2014	1,967 90	6 Oct 2014	6,563 70
284	Sep 29, 2014	16,310 64	Oct 2, 2014	4,430 20	Oct 2, 2014	1,946 17	3 Oct 2014	6,527 90
285	Sep 26, 2014	16,229 86	Oct 1, 2014	4,422 09	Oct 1, 2014	1,946 16	2 Oct 2014	6,446 40
286	Sep 25, 2014	16,374 14	Sep 30, 2014	4,493 39	Sep 30, 2014	1,972 29	1 Oct 2014	6,557 50
287	Sep 24, 2014	16,167 45	Sep 29, 2014	4 505 85	Sep 29, 2014	1,977 80	30 Sep 2014	6,622 70
288	Sep 22, 2014	16,205 90	Sep 26, 2014	4 512 19	Sep 26, 2014	1,982 85	29 Sep 2014	6,646 60
289	Sep 19, 2014	16,321 17	Sep 25, 2014	4,466 75	Sep 25, 2014	1,965 99	26 Sep 2014	6,649 40
290	Sep 18, 2014	16,067 57	Sep 24, 2014	4 555 22	Sep 24, 2014	1,998 30	25 Sep 2014	6,639 70
291	Sep 17, 2014	15,888 67	Sep 23, 2014	4 508 69	Sep 23, 2014	1,982 77	24 Sep 2014	6,706 30
292	Sep 16, 2014	15,911 53	Sep 22, 2014	4 527 69	Sep 22, 2014	1,994 29	23 Sep 2014	6,676 10
293	Sep 15, 2014	15,948 29	Sep 19, 2014	4 579 79	Sep 19, 2014	2,010 40	22 Sep 2014	6,773 60
294	Sep 12, 2014	15,948 29	Sep 18, 2014	4 593 43	Sep 18, 2014	2,011 36	19 Sep 2014	6,837 90
295	Sep 11, 2014	15,909 20	Sep 17, 2014	4 562 19	Sep 17, 2014	2,001 57	18 Sep 2014	6,819 30
296	Sep 10, 2014	15,788 78	Sep 16, 2014	4 552 76	Sep 16, 2014	1,998 98	17 Sep 2014	6,780 90

297	Sep 9, 2014	15,749 15	Sep 15, 2014	4 518 90	Sep 15, 2014	1,984 13	16 Sep 2014	6,792 20
298	Sep 8, 2014	15,705 11	Sep 12, 2014	4 567 60	Sep 12, 2014	1,985 54	15 Sep 2014	6,804 20
299	Sep 5, 2014	15,668 68	Sep 11, 2014	4 591 81	Sep 11, 2014	1,997 45	12 Sep 2014	6,807 00
300	Sep 4, 2014	15,676 18	Sep 10, 2014	4 586 52	Sep 10, 2014	1,995 69	11 Sep 2014	6,799 60
301	Sep 3, 2014	15,728 35	Sep 9, 2014	4 552 29	Sep 9, 2014	1,988 44	10 Sep 2014	6,830 10
302	Sep 2, 2014	15,668 60	Sep 8, 2014	4 592 29	Sep 8, 2014	2,001 54	9 Sep 2014	6,829 00
303	Sep 1, 2014	15,476 60	Sep 5, 2014	4 582 90	Sep 5, 2014	2,007 71	8 Sep 2014	6,834 80
304	Aug 29, 2014	15,424 59	Sep 4, 2014	4 562 29	Sep 4, 2014	1,997 65	5 Sep 2014	6,855 10
305	Aug 28, 2014	15,459 86	Sep 3, 2014	4 572 56	Sep 3, 2014	2,000 72	4 Sep 2014	6,878 00
306	Aug 27, 2014	15,534 82	Sep 2, 2014	4 598 19	Sep 2, 2014	2,002 28	3 Sep 2014	6,873 60
307	Aug 26, 2014	15,521 22	Aug 29, 2014	4 580 27	Aug 29, 2014	2,003 37	2 Sep 2014	6,829 20
308	Aug 25, 2014	15,613 25	Aug 28, 2014	4 557 70	Aug 28, 2014	1,996 74	1 Sep 2014	6 825 30
309	Aug 22, 2014	15,539 19	Aug 27, 2014	4 569 62	Aug 27, 2014	2,000 12	29 Aug 2014	6,819 80
310	Aug 21, 2014	15,586 20	Aug 26, 2014	4 570 64	Aug 26, 2014	2,000 02	28 Aug 2014	6,805 80
311	Aug 20, 2014	15,454 45	Aug 25, 2014	4,557 35	Aug 25, 2014	1,997 92	27 Aug 2014	6,830 70
312	Aug 19, 2014	15,449 79	Aug 22, 2014	4,538 55	Aug 22, 2014	1,988 40	26 Aug 2014	6,822 80
313	Aug 18, 2014	15,322 60	Aug 21, 2014	4,532 10	Aug 21, 2014	1,992 37	22 Aug 2014	6,775 30
314	Aug 15, 2014	15,318 34	Aug 20, 2014	4,526 48	Aug 20, 2014	1,986 51	21 Aug 2014	6,777 70
315	Aug 14, 2014	15,314 57	Aug 19, 2014	4,527 51	Aug 19, 2014	1,981 60	20 Aug 2014	6,755 50
316	Aug 13, 2014	15,213 63	Aug 18, 2014	4,508 31	Aug 18, 2014	1,971 74	19 Aug 2014	6,779 30
317	Aug 12, 2014	15,161 31	Aug 15, 2014	4,464 93	Aug 15, 2014	1,955 06	18 Aug 2014	6,741 30
318	Aug 11, 2014	15,130 52	Aug 14, 2014	4,453 00	Aug 14, 2014	1,955 18	15 Aug 2014	6,689 10
319	Aug 8, 2014	14,778 37	Aug 13, 2014	4,434 13	Aug 13, 2014	1,946 72	14 Aug 2014	6,685 30

320	Aug 7, 2014	15,232.37	Aug 12, 2014	4,389.25	Aug 12, 2014	1,933.75	13 Aug 2014	6,656.70
321	Aug 6, 2014	15,159.79	Aug 11, 2014	4,401.33	Aug 11, 2014	1,936.92	12 Aug 2014	6,632.40
322	Aug 5, 2014	15,320.31	Aug 8, 2014	4,370.90	Aug 8, 2014	1,931.59	11 Aug 2014	6,632.80
323	Aug 4, 2014	15,474.50	Aug 7, 2014	4,334.97	Aug 7, 2014	1,909.57	8 Aug 2014	6,567.40
324	Aug 1, 2014	15,523.11	Aug 6, 2014	4,355.05	Aug 6, 2014	1,920.24	7 Aug 2014	6,597.40
325	Jul 31, 2014	15,620.77	Aug 5, 2014	4,352.84	Aug 5, 2014	1,920.21	6 Aug 2014	6,636.20
326	Jul 30, 2014	15,646.23	Aug 4, 2014	4,383.89	Aug 4, 2014	1,938.99	5 Aug 2014	6,682.50
327	Jul 29, 2014	15,618.07	Aug 1, 2014	4,352.64	Aug 1, 2014	1,925.15	4 Aug 2014	6,677.50
328	Jul 28, 2014	15,529.40	Jul 31, 2014	4,369.77	Jul 31, 2014	1,930.67	1 Aug 2014	6,679.20
329	Jul 25, 2014	15,457.87	Jul 30, 2014	4,462.90	Jul 30, 2014	1,970.07	31 Jul 2014	6,730.10
330	Jul 24, 2014	15,284.42	Jul 29, 2014	4,442.70	Jul 29, 2014	1,969.95	30 Jul 2014	6,773.40
331	Jul 23, 2014	15,328.56	Jul 28, 2014	4,444.91	Jul 28, 2014	1,978.91	29 Jul 2014	6,807.80
332	Jul 22, 2014	15,343.28	Jul 25, 2014	4,449.56	Jul 25, 2014	1,978.34	28 Jul 2014	6,788.10
333	Jul 21, 2014	15,215.71	Jul 24, 2014	4,472.11	Jul 24, 2014	1,987.98	25 Jul 2014	6,791.60
334	Jul 18, 2014	15,215.71	Jul 23, 2014	4,473.70	Jul 23, 2014	1,987.01	24 Jul 2014	6,821.50
335	Jul 17, 2014	15,370.26	Jul 22, 2014	4,456.02	Jul 22, 2014	1,983.53	23 Jul 2014	6,798.20
336	Jul 16, 2014	15,379.30	Jul 21, 2014	4,424.70	Jul 21, 2014	1,973.63	22 Jul 2014	6,795.30
337	Jul 15, 2014	15,395.16	Jul 18, 2014	4,432.15	Jul 18, 2014	1,978.22	21 Jul 2014	6,728.40
338	Jul 14, 2014	15,296.82	Jul 17, 2014	4,363.45	Jul 17, 2014	1,958.12	18 Jul 2014	6,749.50
339	Jul 11, 2014	15,164.04	Jul 16, 2014	4,425.97	Jul 16, 2014	1,981.57	17 Jul 2014	6,738.30
340	Jul 10, 2014	15,216.47	Jul 15, 2014	4,416.39	Jul 15, 2014	1,973.28	16 Jul 2014	6,784.70

ÖZGEÇMİŞ

1993 yılında Giresun’da doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Giresun’da tamamladı. 2010 yılında Giresun Atatürk Lisesi’nden mezun oldu. 2010 yılında başladığı Giresun Üniversitesi İstatistik Bölümü’nü 2014 yılında bitirdi. 2015 yılında Giresun Üniversitesi Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Halen Giresun İl Özel İdaresinde memur olarak görev yapmaktadır.