

1. GİRİŞ

Nükleer fizik için önemli bir nicelik olan seviye yoğunluğu ile ilgili veriler; enerji seviyeleri yoğunluğu parametresi, enerji seviyeleri aralığı genellikle çekirdek uyarılma enerjisinin nötron bağlanma enerjisine yakın değerleri için hesaplanmakta olup, s- dalga nötron rezonans verileri olarak adlandırılır. Farklı uyarılma enerjilerinde çekirdek seviyeleri yoğunluğunun öğrenilmesi, çekirdeklerdeki $(\alpha, \alpha'), (\alpha, p), (p, \alpha), (p, n), (n, p), (n, n')$ ve (n, γ) reaksiyonlarının ve Fisyon-Füzyon reaksiyonlarının açıklanmasında, birleşik çekirdeklerde reaksiyon mekanizmasının nasıl gerçekleştiğinin anlaşılmasında, yüksek uyarılma enerjilerinde meydana gelen rezonansların özelliklerinin belirlenmesinde, yüksek bağlanma enerjisine sahip reaksiyonlarda nükleer bozunmanın karakteristiklerinin tayin edilmesinde, reaktör fiziğinde istatistiksel hesaplamaların yapılmasında, astrofizikte ve ağır iyon çarpışmalarının incelemesinde ve nükleer fiziğin medikal uygulamalarında önemli bir rol oynar.

Nükleer seviye yoğunluğunun yukarıda saymış olduğumuz durumlardaki çalışma mekanizmasını ise şu şekilde açıklayabiliriz: Nükleer enerji seviyeleri düşük uyarılma enerjilerinde iyi bir dereceye kadar sayılırken, uyarılma enerjisi yükseldikçe enerji seviyeleri arasındaki mesafe kısalır ve enerji seviyelerinin belirlenmesi zorlaşır. Böyle bir durumda ele alınan iki enerji seviyesi arasındaki deneysel enerji ayırma gücü ΔE herhangi bir son durumun anlaşılmasına veya bu son durumun spin, parite, moment ve izospin gibi kuantum durumlarının belirlenmesinde yeterli değildir (Feshbach, 1992). Uyarılma enerjisi yüksek olan durumlarda enerji seviyeleri birbirine oldukça yakın olduğundan bu ΔE enerji aralığında ne kadar enerji seviyesi olduğu tam olarak belirlenemez. Bu yüzden, böyle durumlarda enerji seviyeleri birbirinden ayırt edilmesi mümkün olmaz. Bunun yerine iki enerji seviyesi arasındaki enerji seviyeleri sürekli olarak ele alınır ve sürekli bir spektruma benzetilerek bir fonksiyon yardımıyla tanımlanır.

Yukarıda tanımlanan şekilde bir fonksiyon ilk olarak 1936 yılında Bethe tarafından tanımlanmıştır (Bethe, 1936). Düşük uyarılma enerjilerinde nötron rezonanslarının sayısına bağlı olan deneysel verilerin değerlendirilmesi; çekirdek için kaba bir model olan, birbirleri ile etkileşmeyen parçacıkların oluşturduğu kabul edilen Fermi-gaz modeline dayandırılarak elde edilen Bethe teorisine dayanır. Bethe, çekirdek enerjilerinin seviye yoğunluğunu birbirleri ile etkileşmeyen parçacıkların oluşturduğu Fermi-gaz sisteminin ortalama enerjisi ile entropisi arasındaki termodinamik ilişkileri kullanarak hesapladı. Bu model özellikle ana kabuklardan uzak çekirdeklerin seviye yoğunluklarını hesaplamada başarılıdır. Bunun yanında bu modeldeki başlıca iki eksiklik, çekirdek içerisindeki etkileşmelerin dahil edilmemesi ve parite oranının güvenilir olmamasıdır. Daha sonraları bu eksiklikleri gidermek için, modele çekirdek içerisindeki çiftlenme etkileri dahil edilmiş ve uyarılma enerjisi Δ -çiftlenme enerji parametresi kullanılarak

kaydırılmıştır (Newton,1956, Cameron, 1958 ve Erba et al, 1961). Bu da konvensiyonel Fermi-gaz model olarak adlandırılmıştır. Gilbert ve Cameron çekirdek içerisindeki çiftlenme etkilerinin yanı sıra kabuk etkilerini de hesaba dâhil etmişlerdir (Gilbert et al, 1965). Burada, seviye yoğunluğu uyarılma enerjisinin yaklaşık olarak ilk 10 MeV' lik kısmında sabit sıcaklık modeli ile daha yüksek enerjilerde ise kaydırılmış Fermi-gaz modeli ile tanımlanmıştır. Uyarılmış çekirdeklerin seviye yoğunluğu üzerinde çiftlenme etkileri ve çekirdekte artık etkileşmelerden dolayı oluşan kolektif etkiler Ignatyuk ve arkadaşları tarafından hesaba dâhil edilmiştir (Ignatyuk et al, 1979). Rohr, seviye yoğunluğu hesabı için Gilbert-Cameron (GC) ile benzer bir yöntemi kullanmış ve kolektif etkilerin hesaba dâhil edilmesinin gerekliliğini tartışmıştır (Rohr, 1984). Çekirdekteki çiftlenme ve kabuk etkilerinin yanısıra kolektif etkilerin de dahil edildiği hesaplama Iljinov ve arkadaşları tarafından yapılmış (Iljinov et al, 1992) ve bu hesap farklı iki parametre seti (Myers-Swiadecki,1966, ve Cameron,1970) için çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlar deneysel verilerle karşılaştırılarak üstünlükleri tartışılmıştır. Çekirdek içerisindeki artık etkileşmeler ise Monte-Carlo kabuk modeli kullanılarak hesaba katılmıştır (Ormand,1997). Tüm bu çalışmalar istatistiksel bir teori olan Fermi-gaz modeline dayandırılarak elde edilmiş ve makroskobik olarak ele alınmıştır.

Nükleer seviye yoğunluğunun daha net verilerini elde etmek için mikroskobik modellere başvurulmuş ve bunun için de süper iletkenliği açıklamak için ortaya atılan süper akım teorisinin yapılan deneysel araştırmalar sonucunda çekirdeğe de uygulanabileceği fikri oluşmuştur. Nitekim Bogolyugov'un (Bogolyugow, 1957) yapmış olduğu çalışmaları temel alarak Barden, Cooper ve Schrieffer (BCS) süper akım modelini çekirdeğe uygulamışlardır (Barden et al, 1957). Taban durumundaki çekirdeklerin çiftlenme etkilerini Decowski ve arkadaşları çok iyi bir şekilde açıklamışlardır (Decowski et al, 1968). Mikroskobik modellerde nükleer seviye yoğunluğunun ve uyarılmış çekirdeklerin diğer istatistiksel özelliklerinin daha iyi bir tanımı tek-parçacık seviyelerinin daha gerçekçi setlerinin kullanıldığı hesaplamalar ile elde edilebilir. Böyle hesaplamalar Ignatyuk tarafından tartışılmıştır (Ignatyuk, 1983). Daha sonra Behkami ve Kargar tek-parçacık enerjilerinin farklı setlerini kullanarak seviye yoğunluğu hesabı yapmışlar ve elde ettikleri sonuçların deneysel verilerle uyumunu tartışmışlar. Ayrıca, BCS teorisini kullanarak, tek-parçacıklı sistemler için uygun bir hesaplama metodu geliştirmişlerdir (Behkami et al, 1992). Mikroskobik modeller yardımıyla nükleer seviye yoğunluğu hesaplamaları, farklı potansiyellerden elde edilen daha gerçekçi tek-parçacık enerjileri için devam etmiştir (Gorily, 1996).

Makroskobik veya mikroskobik olarak ele alınan tüm bu çalışmalarda çekirdek içerisindeki nükleonlar arasındaki etkileşmeler ve diğer katkılar açıklanmaya çalışılmıştır. Seviye yoğunluğu hesaplamalarında bütün çekirdek bölgelerinde geniş bir enerji spektrumu için istenilen sonuçlara ulaşılamaması bu nicelik üzerinde yapılan çalışmaları daha cazip bir hale getirmiştir. Biz de bu çalışmada yaklaşık olarak 70 yıldır kullanılan Bethe formülü yerine, Non-

extensive istatistik yardımıyla elde edilen yeni bir analitik formülü kullanacağız. Bu formül Fermi-gaz modeli kullanılarak ve Non-extensifliğin bir ölçüsü olan q -parametresine bağlı olarak elde edilmiştir. Bu yeni istatistik yardımıyla yapılan hesaplamalar diğerlerinden farklı olarak entropinin toplanabilir olmadığı kabulüne dayandırılarak yapılmıştır. Nükleer seviye yoğunluğu hesaplamalarında ilk defa kullanılacak olan bu formülün henüz parametre analizi yapılmamakla beraber daha önce GC ve Rohr tarafından elde edilen parametreler kullanılarak seviye yoğunluğu hesabı yaptık. Elde edilen sonuçlar deneysel verilerle ve Bethe teorisinden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu yeni formül ile elde edilen sonuçların özellikle deforme ve ağır çekirdek bölgelerinde daha iyi sonuçlar vermesi beklenmektedir. Günümüze kadar çalışılmış olan Bethe teorisi ve geliştirilen modellerden bazıları Bölüm 2' de verilmektedir. Non-extensif istatistik ve elde edilen yeni formül Bölüm 3' de gösterilmiştir. Bölüm 4' de ise elde edilen sonuçlar ve bu sonuçların deneysel ve diğer çalışmaların sonuçları ile karşılaştırılması gösterilmiştir. Son olarak da Ek A' da Fermi-gaz modeline dayandırılarak elde edilen seviye yoğunluğu hesabının açık ifadeleri bulunmaktadır.

2. TEORİ

2.1 Nükleer Seviye Yoğunluğunun İstatistiksel Olarak Hesaplanması

2.1.1 Bethe Fermi-Gaz Modeli Seviye yoğunluğu

Fermi-Gaz modeline göre, çekirdek içerisindeki parçacıkların nükleer bir kutu içerisinde birbirleri ile etkileşmeden serbestçe dolaştıkları ve kutunun hacmine homojen olarak dağıldıkları kabul edilir. Buna göre ortalama bir tek parçacık potansiyelinde serbest olarak hareket eden N tane nötron ve Z tane protondan meydana gelen bir sistemi düşünelim. Nötronlar için tek parçacık enerji seviyeleri, a_s enerjisine, n_s meydana gelme olasılığına, m_{1s} manyetik kuantum sayısına sahiptirler. Benzer bir şekilde, protonlar için tek parçacık enerji seviyeleri, b_s, z_s, m_{2s} kuantum durumlarına sahiptirler. Sistemin tek bir durumu hareketin dört sabiti tarafından tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned} N &= \sum n_s & Z &= \sum z_s \\ E &= \sum n_s a_s + \sum z_s b_s & M &= \sum n_s m_{1s} + \sum z_s m_{2s} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Grand partiyon fonksiyonu

$$\begin{aligned} e^{\Omega} &= e^{-\beta\phi} \\ &= \sum_{N'Z'M'E'} \exp[\beta(\mu_1 N' + \mu_2 Z' + \mu_3 M' - E')] \\ &= \sum_{N'Z'M'} \int dE' P(E' N' Z' M') \exp[\beta(\mu_1 N' + \mu_2 Z' + \mu_3 M' - E')] \end{aligned} \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada, $P(ENZM)$ seviye yoğunluğudur ve yukarıda ifade edilen grand partiyon fonksiyonun peş peşe ters Laplace dönüşümleri alınarak ve semer noktası yaklaşılığı kullanılarak aşağıdaki ifadeye ulaşılır.

$$P(ENZM) = \frac{\exp(\Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E)}{(2\pi)^2 \sqrt{(\det |\Omega|)}}. \quad (2.3)$$

Burada $\det|\Omega|$ (4×4) bir determinanttır. Eksponansiyel terimin iç kısmı ve hareketin sabitleri aşağıdaki gibi tanımlanır ve tüm bu sabitlerin ve seviye yoğunluğunun elde edilme yöntemleri Ek A' da geniş bir şekilde verilmiştir.

$$N = \mu_1 g_1, \quad Z = \mu_2 g_2, \quad M = \mu_3 \langle m^2 \rangle g, \quad (2.4)$$

$$E = U_0 + \frac{1}{2} \mu_3^2 \langle m^2 \rangle g + \frac{\pi^2 g}{6\beta^2}, \quad (2.5)$$

$$\Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E = \pi^2 g / 3\beta.$$

Ayrıca;

$$\det|\Omega| = \frac{\pi^2 g_1 g_2 g^2 \langle m^2 \rangle}{3\beta^6}, \quad (2.6)$$

biçiminde ifade edilir. Tüm bu ifadeler denklem (2.3)'de gösterilen seviye yoğunluğu ifadesinde yerine yazıldığında

$$P(ENMZ) = \frac{\exp(\pi^2 g / 3\beta)}{(2\pi)^2 \left[(\pi^2 g_1 g_2 g^2 \langle m^2 \rangle) / (3\beta^6) \right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.7)$$

sonucuna ulaşılır. Daha sonra M manyetik momentinin dahil edildiği seviye yoğunluğu ifadesi,

$$\begin{aligned} P(ENMZ) &= \frac{\exp(2\sqrt{aU} - M^2 / 2g \langle m^2 \rangle T)}{(2\pi)^2 \left[(\pi^2 g^4 \langle m^2 \rangle T^6) / 12 \right]^{\frac{1}{2}}}, \\ \omega(U) &\equiv \sum_M P(UNMZ) \cong \int_{-\infty}^{\infty} dM P(ENMZ) \\ &= \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{(2\pi)^{3/2} \left[(\pi^2 g^3 T^5) / 12 \right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilir. Bu formülde çekirdek içerisindeki çiftlenme etkileri ve kabuk etkileri hesaba dahil edilmiştir. Çekirdek içerisindeki çiftlenme etkileri $\Delta = \Delta_N + \Delta_P$ şeklinde gösterilmektedir.

Çekirdek içerisindeki nükleonların spinlerine bağlı olarak meydana gelen etkilerde hesaba dahil edilecek olursa seviye yoğunluğu ifadesi;

$$\rho(U, J) = \omega(U) \cdot \frac{(2J+1)}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} \exp\left[-\left(J + \frac{1}{2}\right)^2 / (2\sigma^2)\right], \quad (2.9)$$

şeklinde verilir. Bu ifade, tam olarak dolu bir durumun yukarıdaki U enerjisinde belli bir J açısal momentumuna sahip seviyelerin yoğunluğudur ve kaydırılmış Fermi-gaz modeli olarak bilinir. Böylece tüm spinlerin dahil olduğu gözlenebilir seviye yoğunluğu,

$$\rho(U) = \sum_J \rho(U, J) = \frac{1}{12\sqrt{2}\sigma} \cdot \frac{\exp[2\sqrt{a(U-\Delta)}]}{a^{1/4}(U-\Delta)^{5/4}}, \quad (2.10)$$

biçiminde elde edilir. Burada U uyarılma enerjisi, a seviye yoğunluğu parametresi ve σ spin-dağılım parametresi ve Δ enerji kayma parametresidir.

2.2 Modeller

Denklem(2.10)'dan da anlaşılacağı üzere seviye yoğunluğu ifadesi üç değişik parametreye bağlıdır. Bu parametreler elde edilmek suretiyle seviye yoğunluğu hesaplanabilir. Bunun için de farklı modeller geliştirilmiş ve bunların bir kısmı aşağıda verilmiştir.

- Makroskobik Modeller
 - i-) Gilbert-Cameron Model
 - ii-) Rohr Modeli
 - iii-) Iljinov Modeli
- Mikroskobik Modeller
 - i-) Süper Akım Teorisi Decowski Modeli
 - ii-) Süper Akım Teorisi Gorily Modeli
- Kombinasyonel Model

2.2.1 Makroskobik Modeller

2.2.1.1 Gilbert-Cameron Modeli

U uyarılma enerjisinde, tüm J spinlerinin dahil edildiği çekirdeklerin enerji seviyeleri yoğunluğu Bethe formülüne benzer olarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\rho(U) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}(U - \Delta)^{5/4}} \exp(2\sqrt{a(U - \Delta)}) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}. \quad (2.11)$$

Burada, a seviye yoğunluğu parametresi ve σ spin dağılım parametresidir. Bu parametreler aşağıdaki gibi verilir.

$$\sigma^2 = 0.0888(aU)^{\frac{1}{2}} A^{\frac{2}{3}}. \quad (2.12)$$

S toplam kabuk etkilerinin de dahil edildiği a seviye yoğunluğu parametresi küresel ve deforme çekirdekler için

$$a = A(0.00917S + 0.142) \quad (2.13)$$

$$a = A(0.00917S + 0.120),$$

şeklinde tanımlanmıştır. Nükleer sıcaklık ise

$$\frac{1}{\tau} = \frac{d}{dU} \log \rho = \sqrt{\frac{a}{U^*}} - \frac{3}{2U^*}, \quad (2.14)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu formül E^* enerjisinden daha büyük enerjiler için geçerlidir. Burada

$$U^* = 2.5 + 150 / A, \quad (2.15)$$

$$E^* = U^* + P(Z) + P(N),$$

şeklinde verilmektedir.

E^* enerjisinden aşağıdaki durumlarda seviye yoğunluğu

$$\rho_1(E) = (1/T) \exp[(E - E_0)/T]. \quad (2.16)$$

ile verilir ve tanımlanan bu nicelik sabit sıcaklık modelini ifade eder. T ve E_0 parametreleri , $E = E^*$ da ρ ve ρ_1 in fit edilmesi ile elde edilmiştir.

$$T = \tau(U^*), \quad (2.17)$$

$$\rho_1 = (1/T) \exp[(E^* - E_0)/T] = \rho(U^*),$$

böylece;

$$E_0 = E^* - (T \log T \rho(U^*)), \quad (2.18)$$

şeklinde verilir (Gilbert-Cameron, 1965).

2.2.1.2 Rohr Modeli

Nükleer seviye yoğunluğu, $U = E_B + E_{\max} / 2$ uyarılma enerjisinde, J spini ile Bethe teorisi kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\rho(U, J) = \frac{(2J+1) \exp\{2[a(U - \Delta)]^{1/2} - J(J+1)/2\sigma^2\}}{24 \cdot 2^{1/2} \cdot a^{1/4} \cdot \sigma^3 \cdot (U - \Delta)^{5/4}}. \quad (2.19)$$

Burada E_B bağlanma enerjisini ve $E_{\max}$ seviye boşluğunu tanımlamada kullanılan rezonansların en yüksek enerjisidir. Bu ifadedeki parametreler spin dağılım parametresi,

$$\sigma = (0.145aTA^{2/3})^{1/2}, \quad (2.20)$$

Şeklinde tanımlanmaktadır. Nükleer sıcaklık ise

$$T = [(U - \Delta) / a]^{1/2}, \quad (2.21)$$

biçiminde verilir. Δ -çiftlenme enerjisi Gilbert-Cameron derlemesinden alınmıştır (Gilbert-Cameron, 1965).

Fermi- gaz modeline göre, a seviye yoğunluğu parametresi $g = 6a / \pi^2$ biçiminde Fermi yüzey enerjisindeki tek parçacık durumları ile orantılıdır ve kütle ile de orantılı olması beklenir. a seviye yoğunluğu parametresi, faklı kütle bölgelerinde farklı olarak tanımlanmıştır.

$$a = 0.071 A + VAR$$

VAR=1.64	$A \leq 38$	
VAR=3.74	$38 < A \leq 69$	(2.22)
VAR=6.78	$69 < A \leq 94$	
VAR=8.65	$94 < A < 170$	
$a = 0.108 A + 2.4$	$A \geq 170$	

Buradaki adıma benzer yapı bağımsız parçacık modeli ile açıklanabilir (Rohr, 1984). Bu modelde bileşik çekirdeğin reaksiyon mekanizmasının oluşturulması çekirdekdeki iki nükleonun birbirini izleyen çarpışmaları olarak bilinir (Weiskopf, 1961).

2.2.1.3 Iljinov Modeli

Rotasyonel ve vibrasyonel durumlar arasındaki seçim için adyabatik yaklaşımda, nükleer seviye yoğunluğu;

$$\rho(U) = K_{rot} K_{vib} \rho_{int}(U), \quad (2.23)$$

olarak tanımlanmıştır (Ignatyuk, 1983, Bjornholm et al, 1974).

Burada K_{rot} ve K_{vib} , $\rho_{int}(U)$ içindeki kolektif olmayan rotasyonel ve vibrasyonel katsayı sabitleridir. Bu niceliği tayin etmek için Fermi-gaz ifadesi sıkça kullanılır (Ignatyuk, 1983, Ericson, 1960 ve Huizenga et al, 1972)[].

$$\rho_{\text{int}}(U) = \frac{1}{12} \sqrt{\pi} a^{-1/4} (U - \Delta)^{-5/4} \exp \left[2\sqrt{a(U - \Delta)} \right]. \quad (2.24)$$

Burada a seviye yoğunluğu parametresidir, Δ çiftlenme enerji parametresidir ve

$$\Delta = \chi \frac{11}{\sqrt{A}}, \quad (2.25)$$

şeklinde verilir.

$$\chi = \begin{cases} 0 & \text{tek} - \text{tek} \\ 1 & \text{tek} - \text{çift} \\ 2 & \text{çift} - \text{çift} \end{cases}$$

değerlerine sahiptir.

Ericson' nun yarı- deneysel yaklaşımı (Ericson, 1960), uyarılma enerjisi ve nükleer kütle formülündeki kabuk etkilerini ve seviye yoğunluğu parametresine bağlılığını tanımlayan aşağıdaki denklemi ele alır.

$$a(U, Z, N) = \tilde{a}(A) [1 + E_{\text{kabuk}}(Z, N) \theta(U - \Delta) / (U - \Delta)], \quad (2.26)$$

Burada

$$\tilde{a}(A) = \alpha A + \beta A^{2/3} b_s \quad (2.27)$$

yüksek uyarılma enerjisindeki seviye yoğunluğu parametresinin asimptotik Fermi-gaz değeridir.

E_{kabuk} kabuk düzeltmelerini temsil eder ve formu daha sonraki bölümlerde verilmiştir. β bir sabit ve b_s eşit hacimli kürenin birim yüzeyinin yüzey alanıdır. Çekirdeğin taban durumu için $b_s \approx 1$ ' dir. Seviye yoğunluğu parametresinin enerji aralığını tayin eden $\theta(U)$ fonksiyonun şekli kabuk modelini esas alan nümerik mikroskobik hesaplama yaklaşımıyla bulunmuştur.

$$\theta(U) = 1 - \exp(-\gamma U). \quad (2.28)$$

Tüm çekirdekler için γ parametresinin evrensel bir sabit olduğu varsayılır (Ignatyuk et al, 1975). Karşıt olarak bazı araştırmacılar, bu parametre asimptotik seviye yoğunluğu parametresine bağlı olduğu için A ' ya da $A^{1/3}$ ile bağlı olduğunu varsaymışlardır (Schmidt et al, 1982):

$$\gamma = \hat{a} / \varepsilon A^{4/3}. \quad (2.29)$$

Burada ε fenomenolojik bir parametredir. Seviye yoğunluğu kolektif etkilerden kuvvetlice etkilenir. Seviye yoğunluğunun kolektif katsayısı bilhassa deforme çekirdek durumunda büyüktür. Seviye yoğunluğunun rotasyonel artış katsayısı aşağıdaki gibi verilir (Ignatyuk, 1983 ve Bjornholm et al, 1974):

$$K_{rot} = \begin{cases} 1 & \text{küresel çekirdekler için} \\ I_{\perp} T & \text{deforme çekirdekler için} \end{cases}. \quad (2.30)$$

Burada $T = [(U - \Delta) / a]^{1/2}$ olup nükleer sıcaklıktır. $I_{\perp} = I^{rig} F(\beta_2, \beta_4)$ dikey eylemsizlik momentidir. $I^{rig} = 0,4mR^2$ katı-cisim eylemsizlik momentidir. m ve R çekirdeğin kütle ve yarıçaplarıdır.

$$F(\beta_2, \beta_4) = \left\{ 1 + \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \beta_2 + \left(\frac{45}{28\pi} \right) \beta_2^2 + \left(\frac{15}{7\sqrt{5}\pi} \right) \beta_2 \beta_4 \right\}. \quad (2.31)$$

β_2 ve β_4 parametreleri, çekirdeğin kuadrupol ve oktapol deformasyonlarıdır (Hagelund et al, 1977).

Rotasyonel katkılardan vibrasyonel katkı sıvı damlası modeli yaklaşımı ile aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Ignatyuk, 1983):

$$K_{vib} \approx \exp \left(0.0555 A^{2/3} T^{4/3} \right). \quad (2.32)$$

$U \approx B_n$ enerjisinde deforme çekirdeğin seviye yoğunluğunun rotasyonel katkısı $K_{rot} \approx (10 - 10^2)$, vibrasyonel katkısı $K_{vib} \approx 3$ 'dan oldukça büyüktür.

Seviye yoğunluğu parametresi $U \approx B_n$ de kabuk etkileriyle kuvvetli olarak etkilenir. Ampirik kabuk düzeltmeleri,

$$E_{kabuk}(A, Z, \beta) = E_{exp}(A, Z) - E_{LD}(A, Z, \beta_0), \quad (2.33)$$

ile verilir. Burada $E_{LD}(A, Z, \beta_0)$, β_0 nükleer denge durumu deformasyonuna bağlı kütle formülünün sıvı damlası kısmıdır.

Bu çalışmada hesaplamalar nükleer kütle formülündeki deneysel kabuk düzeltmelerinin iki takımı yapılmıştır. Birincisi Myers-Swiatecki' nin(Myers-Swiatecki, 1966), ikincisi Cameron'un (Cameron et al, 1970) kullanmış oldukları sabitlerdir.

Yukarıda analitik ifadelerini verdiğimiz bu çalışmanın hesaplamalarını $K_{rot} = K_{vib} = 1$ olduğu durum için aşağıda çizelge 2.1' de gösterilen sabitleri kullanarak yapılmıştır (Iljinov et al, 1992).

Çizelge 2.1: Seviye yoğunluğu hesabında kullanılan MS ve C parametre değerleri

α	β	γ	Kabuk düzeltmeleri
0.114	0.098	0.051	MS
0.111	0.107	$\gamma = \tilde{a} / 0.46A^{4/3}$	
0.072	0.257	0.059	C
0.077	0.229	$\gamma = \tilde{a} / 0.037A^{4/3}$	

Yukarıdaki modeller incelendiğinde aşağıdaki eksikliklerinin olduğu gözlemlenmiştir:

- ★ GC ve Rohr Modellerinde çekirdek içerisindeki kolektif etkiler(rotasyonel ve vibrasyonel) hesaba katılmamıştır.
- ★ Bu iki model a -seviye yoğunluğu parametresinin enerjiye olan bağıllığını incelememiştirler.
- ★ Tüm modellerde çekirdek içerisindeki ikili ve üçlü etkileşimler hesaba dahil edilmemiştir.

2.2.1.4 Seviye Yoğunluğu Parametresinin Elde Edilme Sistematiikleri

Literatürde seviye yoğunluğunu elde etmek için farklı sistematiikler geliştirilmiştir. Genel olarak seviye yoğunluğu bilinmeyen iki parametreden birinin sabit tutulup diğerinin fit edilmesi ile elde edilir. İlk olarak, Braga-Marcazzan ve Milazzo-Colli (BMMC) (Braga-Marcazzan ve Milazzo-Colli, 1968), Δ çiftlenme parametresini sabit tutmuşlar ve Gilbert-Cameron (GC) derlemesinden almışlardır. a -seviye yoğunluğu parametresini ise fit ederek elde etmişlerdir. Bu şekilde elde edilen seviye yoğunluğu değerleri 20 MeV' de güvenilir sonuçlar vermiştir. Benzer şekilde, GC(Gilbert-Cameron, 1965) ve Rohr (Rohr, 1984) bu iki parametreden Δ çiftlenme parametresini sabit tutmuşlar ve GC' nun elde ettiği değerleri kullanmışlardır. a -seviye yoğunluğu parametresini ise $a = \alpha A + C$ şeklindeki bir fonksiyon yardımıyla fit ederek elde etmişlerdir. Burada A kütle numarasını α ve C fit sabitlerini gösterir. Rohr değişik kütle bölgeleri için bu seviye yoğunluğu parametresini denklem (2.22)' deki gibi tanımlamıştır. GC ise küresel ve deforme çekirdek bölgeleri için bu seviye yoğunluğu parametresini denklem (2.12)' deki gibi ifade etmişlerdir. Çekirdekdeki kabuk etkileri de $S = S_p + S_N$ biçiminde gösterilir. Bu iki derleme arasındaki temel fark şu şekilde ifade edilebilir; GC çekirdek içerisindeki etkileri ayrı ayrı hesaba dâhil etmişken, Rohr kabuk etkilerini a -seviye yoğunluğu parametresinin içinde hesaba dahil etmiştir.

İkinci olarak, Δ çiftlenme enerji parametresi çekirdeğin sıvı damlası modeli kullanılarak elde edilir. Bu modele göre çekirdekdeki nükleonların bağlanma enerjileri

$$B(N, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A}, \quad (2.34)$$

şeklinde ifade edilir. Burada a_v, a_s, a_c ve a_a fit sabitleridir. Bu sabitlerin Myers-Swiatecki (Myers-Swiatecki, 1966) ve Grimes (Grimes et al, 2000) tarafından elde edilen ve Tablo2' de gösterilen değerleri kullanılarak teorik bağlanma enerjisi hesaplanır ve bu hesaplanan değer deneysel bağlanma enerjisinden çıkarılarak Δ çiftlenme enerji parametresi elde edilir. Daha sonra a -seviye yoğunluğu parametresi fit edilerek elde edilir.

Çizelge2. 2 : Bağlanma enerjisi fit sabitlerinin değerleri.

	Myers-Swiatecki (MeV)	Grimes (MeV)
a_v	15.56	15.598
a_s	17.23	17.97
a_c	0.697	$0.8176 - (0.6457) A^{1/3}$
a_a	23.285	24.1

Grimes Δ çiftlenme parametresinin iki farklı setini tanımlamıştır. Buna göre Set A değerleri

$$\Delta = BE_{deneyse} - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \quad \text{ve} \quad a = 0.086A + 1.18 \quad \text{olarak ve}$$

Set B değerlerini ise

$$\Delta = BE_{deneyse} - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A} - 2.7 + 0.025A \quad \text{ve}$$

$a = 0.086A + 0.23$ şeklinde ifade etmiştir.

Üçüncü olarak, tartışılan sistematiklerin ciddi eksikliklerinden biri, a -seviye yoğunluğu parametresinin enerjiye bağılılığının ifade edilmemesidir. Nükleer seviye yoğunluklarının tutarlı mikroskobik hesaplamalarının tümünün sonuçları yüksek uyarılma enerjilerinde kabuk etkisinin ani bir sönümünü gösterir (Ignatyuk et al, 1970, Ramamuthy et al, 1970, Gorily, 1996). Kabuk etkilerinin ani sönümünün hesaba dahil edilmesi için, a -seviye yoğunluğu parametresinin enerjiye bağılı olması gerekir. Bu şekilde bir formül ilk defa Ignatyuk et al tarafından (Ignatyuk et al, 1975),

$$a(U, Z, A) = \tilde{a}(A) \left[1 + \frac{\Delta}{U} (1 - e^{-\gamma U}) \right], \quad (2.35)$$

biçiminde tanımlanmıştır. Burada $\tilde{a}$ yüksek uyarılma enerjilerinde $a(U)$ ' ya dönüşen asimptotik seviye yoğunluğu parametresi, Δ çiftlenme(kabuk düzeltme) enerji parametresi ve γ sönüm parametresidir. Bu şekilde benzer formüle dayandırılarak sistematikler önerilmiştir ve bu uygun seviye yoğunluğu parametreleri arasındaki farklılıklar esas itibarıyla farklı kabuk düzeltmelerinden kaynaklanmaktadır (Ignatyuk et al, 1975, Kataria et al, 1980, Mengoni et al, 1994, Ignatyuk, 1992). Asimptotik ve sönüm parametreleri için kullanılan yarı klasik formül

$$\tilde{a} = \alpha A + \beta A^{2/3}, \quad \gamma = \gamma_0 / A^{1/3}, \quad (2.36)$$

şeklindedir. Myers-Swiatecki (Myers anad Swiatecki, 1966) çiftlenme enerjileri kullanıldığında $\alpha, \beta, ve \gamma_0$ katsayıları a -parametresinin fit edilmesiyle aşağıdaki gibi elde edilirler.

$$\alpha = 0.0959 \pm 0.0005, \quad \beta = 0.1468 \pm 0.0035 \text{ ve } \gamma_0 = 0.325 \pm 0.015.$$

Asimptotik seviye yoğunluğu için diğer bir kütle bağımlı formül ise Moller-Nix' in (Moller-Nix et al, 1995) çiftlenme enerjileri kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\tilde{a} = \alpha A + \beta A^2, \quad \gamma = \gamma_0 / A^{1/3}. \quad (2.37)$$

α, β ve γ_0 değerleri

$$\alpha = 0.1125 \pm 0.0005, \quad \beta = (1.22 \pm 0.11)10^{-4}$$

$$\gamma_0 = 0.325 \pm 0.015$$

olarak elde edilmiştir (Ignatyuk et al, RIPL-2 Handbook-2005).

2.2 Mikroskobik Modeller

2.2.1 Süper-Akışkan Teorisi Decowski Modeli

Süper akışkanlık, bazı maddelerin normal özelliklerinin aksine düşük sıcaklıklarda direncinin sıfır olmasıdır. Süper iletken bir metalde elektronlar çiftler oluşturarak süper iletken banda geçerler. Bu görüşten hareketle çekirdek içerisindeki nükleonların da çiftler oluşturarak süper iletken banda geçebileceği düşünülmüştür. Süper iletken metallerde elektronların süper iletken banda geçebilmeleri için aralarında fonon alışverişi yapmaları gerekirken, çekirdek içerisinde mevcut olan kuvvetli etkileşmelerden dolayı nükleonların süper iletken banda çıkmaları için herhangi bir alışverişe ihtiyaçları yoktur. Bardeen, Cooper ve Schrieffer (Bardeen et al, 1957) süper akım modelini çekirdeğe uygulamışlar ve etkileşmenin izotropik faz uzayında bir V etkileşmesine sahip zıt spinli fermiyonlar arasında meydana geldiğini kabul etmişler ve bu etkileşmeyi

$$\langle \bar{\nu} \nu | V | \bar{\nu}_1 \nu_1 \rangle = -G, \quad (2.38)$$

biçiminde ifade etmişlerdir. Burada G , zıt spinli parçacıkların $|\bar{\nu} \nu\rangle$ çiftlenme durumlarından bağımsızdır. Bu etkileşmeyi tanımlayan Hamiltoniyen

$$\boxed{H} = \sum_k \varepsilon_k (b_{k^+}^+ b_{k^+} + b_{k^-}^+ b_{k^-}) - G \sum_{kk'} b_{k^+}^+ b_{k'^+} b_{k'^-} b_{k^+}, \quad (2.39)$$

şeklinde yazılır. Burada $b_{k^\pm}^+$ ve $b_{k^\pm}$ zıt spinli parçacıkların yaratma ve yok etme operatörleridir ve ε_k etkileşmeyen fermiyonların enerji durumunu ifade eder.

Sano ve Yamasaki'ye göre (Sano et al, 1963), çiftlenme etkilerinin dahil edildiği bir fermiyon sisteminin toplam durumları

$$Z = Tr e^{-\beta H_0}, \quad (2.40)$$

formülü ile gösterilir. Burada

$$H_0 = \sum_k (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + \frac{\Delta^2}{G} + \sum_{ks} E_k \alpha_{ks}^+ \alpha_{ks}, \quad (2.41)$$

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}.$$

biçimindedir. s indisi, toplamın spin izdüşümünün hem pozitif hem de negatif değerleri üzerinden alınacağı anlamına gelir. α_{ks}^+ ve α_{ks} sırasıyla ks durumundaki kuazi-parçacıkların yaratma ve yok etme operatörleridir. $\beta = 1/T$ sistemin sıcaklığı ile ilişkili bir niceliktir. λ parametresi yaklaşık olarak, etkileşmeyen parçacıklardan oluşan bir sistemin Fermi enerjisidir. Bu nicelik kimyasal potansiyel olarak da bilinir. Δ çiftlenme enerji parametresidir.

Denklem (2.40), β , λ ve Δ nicelikleri

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{tgh(\beta E_k / 2)}{E_k}, \quad (2.42)$$

ifadesi tarafından birbirleri ile ilişkilendirildiği zaman sistemin toplam durumları için güzel bir yaklaşıklık gösterir ve bu yaklaşıklık Bogolyubov ve arkadaşlarının(Bogolyubov et al,1957) sisteminden daha büyük ve daha iyidir.

Denklem (2.41), (2.40)' de yerine yazılır ve her iki tarafın logaritması alınırsa

$$\ln Z = -\beta \sum_k (\varepsilon_k - \lambda - E_k) + 2 \sum_k \ln[1 + \exp(-\beta E_k)] - \beta \frac{\Delta^2}{G} \quad (2.43)$$

ifadesine ulaşılır. Z biliniirse, semer noktası metodu (Gilbert-Cameron, 1965) kullanılarak tüm manyetik kuantum durumlarının nükleer seviye yoğunluğu hesaplanabilir.

$$\rho = \frac{\exp S}{(2\pi)^{\frac{1}{2}\eta} \sqrt{\det \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \mu_i \partial \mu_j} \right)_{\mu_0}}}, \quad (2.44)$$

Sistemin termodinamik özellikleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$E = \sum_k \varepsilon_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh(\beta E_k / 2) \right) - \frac{\Delta^2}{G}, \quad (2.45)$$

$$N = \sum_k \left(1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{E_k} \tanh(\beta E_k / 2) \right), \quad (2.46)$$

$$S = 2 \sum_k \ln[1 + \exp(-\beta E_k)] + 2\beta \sum_k \frac{E_k}{1 + \exp(\beta E_k)}. \quad (2.47)$$

Burada E, N ve S tek bir tür parçacığın enerjisi, parçacık sayısı ve entropisini ifade eder. Sistemin toplam enerjisini ve entropisi, sırasıyla, $E = E_p + E_n$ ve $S = S_p + S_n$ şeklinde gösterilir. Seviye yoğunluğu ifadesindeki determinant ifadesi de;

$$\det \left(\frac{\partial^2 S}{\partial \mu_i \partial \mu_j} \right) = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \mu_p^2} \det |A_n| + \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \mu_n^2} \det |A_p|, \quad (2.48)$$

şeklinde gösterilir. Burada μ_p ve μ_n Lagranjyen çarpanlarıdır.

Süper akışkanlık etkisinin görüldüğü sıcaklık olan T_c kritik sıcaklığında Δ sıfır olur ve BCS eşitlikleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{tgh(\beta_c(\epsilon_k - \lambda)/2)}{\epsilon_k - \lambda},$$

$$N = \sum_k [1 - tgh(\beta_c(\epsilon_k - \lambda)/2)], \quad T_c = \frac{1}{\beta_c}. \quad (2.49)$$

Seviye yoğunluğunu hesaplamak için çekirdekdeki nötron ve protonların etkileşme sabiti olan G 'nin tanımlanması gerekir. Bu sabit, belirli bir tür nükleonun tek ve çift kütle farklarından çiftlenme kayma parametresi ile ilişkilendirilerek Lang'ın (Lang ,1963) çalışmasına benzer olarak tanımlanmıştır. Çekirdekdeki nötron ve proton seviyelerinin spin dağılım parametresi ise

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left(\sum_k^{(n)} \frac{m_k^2}{\cosh^2(\beta E_k/2)} + \sum_k^{(p)} \frac{m_k^2}{\cosh^2(\beta E_k/2)} \right), \quad (2.50)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, m_k k tek parçacık durumunun j_k spini ile ilişkili olan manyetik kuantum sayısıdır. Yukarıda tanımlanan niceliklerle ilgili daha geniş bilgi için Decowski ve arkadaşlarının yapmış olduğu çalışmaya bakabilirsiniz (Decowski et al, 1968).

Yukarıda genel formülasyonu verilen süper akışkan teorisi ile nükleer seviye yoğunluğu hesabı, tek-çift kütle farklılıklarından G değeri elde edildikten sonra $\left(\det \left(\partial^2 S / \partial \mu_i \partial \mu_j \right) \right)^{1/2}$, $\Delta_n, \lambda_n, \Delta_p, \lambda_p, E_n, E_p$ ve σ^2 ifadeleri sırasıyla (2.42), (2.45),(2.46),(2.47) ve (2.50) numaralı denklemler yardımıyla hesaplanır. Seviye yoğunluğu ise (2.44) numaralı denklem ile bulunur. Δ ve λ değerleri BCS eşitliklerinin birlikte çözülmesi ile elde edilir. Verilen sıcaklığa uygun uyarılma enerjisi de

$$U(T) = U_n(T) + U_p(T) = [E_n(T) - E_n(o)] + [E_p(T) - E_p(o)] \quad (2.51)$$

şeklinde verilmektedir.

Bu teori yardımıyla sadece çift-çift çekirdekler için değil, tek kütleli veya tek-tek çekirdekler için de uygun bir hesaplama sistematiği Behkami ve Kargar (Behkami ve Kargar,

1992) tarafından önerilmiştir. Bu yazarlar bu model ile seviye yoğunluğunu üç aşamada hesaplamışlardır. İlk olarak, $T = 0$ 'da belirli sayıda $N(P)$ ve bilinen bir $\Delta_n(\Delta_p)$ değeri için denklem(2.46) yardımıyla bir $\lambda_n(\lambda_p)$ değeri elde edilir. Bu elde edilen denklem (2.42)' de yerine yazılarak bir $G_n(G_p)$ değeri bulunur. İkinci olarak da $T = T_c$ olduğu durumda $\Delta = 0$ olur ve denklem (2.48)' deki BCS eşitliklerinde, $G_n(G_p)$ değerleri için ilk adımda bulunan değerler kullanılarak, bir kritik sıcaklık ve potansiyel değeri elde edilir. Son olarak da $T < T_c$ için BCS eşitlikleri birlikte çözülerek her sıcaklık için $\lambda(T)$ ve $\Delta(T)$ değerleri elde edilir. Bu değerler elde edildikten sonra S entropisi hesaplanır ve daha sonra durum yoğunluğu ve seviye yoğunluğu hesabı;

$$\omega(N, E) = \frac{\exp(S)}{2\pi|D|^{1/2}}, \quad (2.52)$$

$$\rho(N, Z, U) = \frac{\omega(N, Z, U)}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}}, \quad (2.53)$$

ifadeleri yardımıyla yapılır. Burada D determinantı Moretto tarafından bulunmuştur (Moretto,1972).

Tek parçacıklı bir sistem için çiftlenme etkisi önemlidir ve hesaplamalar dahil edilmelidir. Çiftlenme etkisi iki farklı yöntemle hesaba dahil edilir. Birincisi, Δ çiftlenme enerji parametresi %20-50 arasında değişir. Δ 'daki bu değişim parçacıkların oluşma olasılıklarında değişime yol açar. Δ 'daki uygun bir azalmadan sonra, tek parçacıklı sistem çift parçacıklı bir sistem gibi davranır. İkincisi, nükleer çiftlenme için taban durumun ayarlanması ile elde edilir. Burada istatistiksel fonksiyonlar en yakın çift-çift komşu çekirdek için hesaplanmıştır ve daha sonra enerji skalası bir kuasi parçacık üretmek için gerekli olan enerjiye eşit bir enerjiden çıkarılmıştır. Behkami ve Kargar Δ 'daki uygun azalmayı

$$\Delta^{tek} = \Delta^{çift} - \frac{1}{(\Delta^{çift})^2} \left(\sum_{k \neq k'} \frac{1}{E_k^3} \right)^{-1}, \quad (2.54)$$

olarak tanımlamışlar ve tek kütleli ve tek-tek çekirdekler için de seviye yoğunluğu hesabı yapmışlardır.

Süper akım teorisi ile seviye yoğunluğu hesaplamak için geliştirilen bir diğer sistematik Ignatyuk ve Capote tarafından yapılmıştır(Ignatyuk ve Capote, 2005). Tek kütleli ve tek-tek çekirdekler için yukarıda anlatılan ikinci metodu kullanmışlardır.

2.2.2 Mikroskobik Seviye Yoğunluğu Goriely Hesabı

İstatistiksel partiyon fonksiyonu yaklaşımı dahilinde nükleer seviye yoğunluğu Goriely ve Demetriou tarafından (Goriely ve Demetriou, 2001) Hartree-Fock BCS (HFBSC) modeli ile daha gerçekçi bir tek-parçacık enerji seviye şemasına ve çiftlenme kuvvetine dayandırılmıştır. U uyarılma enerjisinde, J spinine sahip bir çekirdeğin seviye yoğunluğu ifadesi;

$$\rho(U, J) = [1 - f_{dam}(U)] \rho_{sph}(U, J) + f_{dam}(U) \rho_{def}(U, J), \quad (2.55)$$

İle verilir. Burada sönüm fonksiyonu

$$f_{dam}(U) = \frac{1}{1 + e^{(U - E_{def})/du}} \left[1 - \frac{1}{1 + e^{(\beta - \beta^*)/d\beta}} \right] \quad (2.56)$$

şeklinde tanımlanır. Burada deformasyon enerjisi $E_{def} = E_{sph} - E_{eq}$, MSk7 Skyrme kuvveti ile HF+BCS metodu içinde tanımlanmıştır. E_{eq} denge deformasyonundaki enerji ve E_{sph} küresel konfigürasyon enerjisidir. Parametreler ise $du = 2.5 \text{ MeV}$, $\beta^* = 0.15$ ve $d\beta = 0.01$ olarak tanımlanmıştır.

Seviye yoğunluğunun spine bağımlılığı küresel ve deforme durumlar için, sırasıyla

$$\rho_{kür}(U, J) = \frac{2J+1}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-\frac{J(J+1)}{2\sigma^2}} \omega(U), \quad (2.57)$$

$$\rho_{def}(U, J) = \frac{1}{2} \sum_{k=-J}^J \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-[J(J+1)/(2\sigma_{\perp}^2) + \frac{K^2}{2}(1/\sigma^2 - 1/\sigma_{\perp}^2)]} \omega(U), \quad (2.58)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada $\omega(U)$ durum yoğunluğu

$$\omega(N, E) = \frac{e^{S(U)}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{D(U)}}, \quad (2.59)$$

ile gösterilir. Buradaki $D(U)$ determinantı Moretto tarafından bulunmuştur (Moretto, 1972). Bu niceliğin daha düşük sıcaklıklardaki bir tanımı

$$\frac{1}{\omega(U)} = (2\pi)^{3/2} \left(\frac{\sqrt{D(U)}}{e^{S(U)}} + \frac{1}{\omega_0(T)} \right) \quad (2.60)$$

şeklinde verilir. Burada

$$\omega_0(T) = \frac{(2\pi)^2 e (a_n + a_p)^2}{12 \cdot 2\sqrt{a_n a_p}} e^{4a_n a_p T^2}, \quad (2.61)$$

dir. Seviye yoğunluğu parametresi $a_{n,p}(T) = S_{n,p}(T)/(2T)$ ile ifade edilir. S entropisi ve U uyarılma enerjisinin T sıcaklığına bağlılığı $\mathcal{E}_{n,p}^k$ çift dejenere tek parçacık seviyelerine (tek nükleonlar için çiftlenme (Δ) etkili) ait toplamdan elde edilmiştir. Sistemin termodinamik ifadeleri ve BCS eşitlikleri bir önceki bölümde gösterilmiştir. Buna göre sistemin entropisi denklem(2.47) , enerjisi(2.45), parçacık sayısı (2.46) ve BCS ifadesi (2.43) ' deki gibi gösterilir.

Eksenel simetrik deforme çekirdekler için paralel spin dağılım parametresi denklem (2.50) ile gösterilir. Dik spin dağılım parametresi ise;

$$\sigma_{\perp}^2(t) = \sum_{n,p} \frac{I_{n,p}^{rig}}{\hbar^2} \left[1 - g \left(\frac{\delta \hbar \omega_0}{2\Delta_{n,p}} \right) \right] T \left(1 + \frac{1}{3} \delta \right), \quad (2.62)$$

$$g(x) = \frac{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}{x\sqrt{1+x^2}}, \quad (2.63)$$

şeklinde tanımlanır. Eylemsizlik momentinin katı-cisim değeri

$$\frac{I_{n,p}^{rig}}{\hbar^2} = \frac{2}{5} \frac{mR^2}{\hbar^2} N_{n,p}, \quad (2.64)$$

ve

$$\hbar \omega_0 = 41 A^{-1/3},$$

ile verilir. $\epsilon_{\Lambda} = \hbar \omega_0$ eşik enerjisine kadar olan $\mathcal{E}_{n,p}^k$ tek parçacık enerjileri, G çiftlenme kuvveti, β_2, β_4 deformasyon parametreleri ve R nükleer yarıçapı gibi tüm bu nükleer yapı özellikleri, Msk7 Skyrme kuvvetine dayandırılmış HF + BCS modeli yardımıyla tanımlanmıştır.

Bu mikroskobik model;

- ★ Tek kütleli ve tek-tek kütleli çekirdekler için blokaj etkisini ve yeniden normalize olmuş kuvvet ile (sabit G yaklaşıklığı) BCS çiftlenmesini,
- ★ Spin-dağılım parametresi üzerinde mikroskobik kabuk ve çiftlenme etkisi ile Gausyen türü spin bağlılığını,
- ★ Deformasyon etkilerini,

- i) tek- parçacık spektrumundaki
- ii) her bir temel durumun en üstündeki rotasyonel bandın kollektif katkısını
- iii) artan uyarılma enerjilerinde deformasyon etkilerinin ortadan kalkmasını
- iv) hafif deforme çekirdeklerin düzgün tanımını
- ★ Çok düşük enerjilerdeki nükleer seviye yoğunluğunun geliştirilmiş tanımını,
- ★ Küresel taban durumu tanımına dayandırılan yüksek enerjilerdeki nükleer seviye yoğunluğunun tanımını,
- ★ Deneysel nötron s-dalga seviyelerini ve düşük durumlu seviyelerin kümülatif sayısı üzerinde nükleer seviye yoğunluğunun yeniden düzenlemesini,

içerir.

2.3 Kombinasyonel Model

Nükleer seviye yoğunluğunu hesaplamak için kullanılan bu modelde, parçacıkların her seviyeye yerleşme olasılıkları ve enerjileri ayrı ayrı hesaplanır. Bu mikroskobik modelin hesaplamaları Hilaire ve arkadaşları tarafından tanımlanmıştır (Hilaire et al, 1998, Hilaire et al, 2001). Bununla birlikte bu metotta son zamanlarda, daha güvenilir bir yöntemle çiftlenme ilişkileri hesaba katılmıştır (Hilaire ve Goriely, 2006).

2.3.1 Temel Durum Yoğunluğu

Tek parçacık seviye şemaları nötronlar için $\mathcal{E}_1^v < \mathcal{E}_2^v < \dots < \mathcal{E}_n^v$ ve protonlar için $\mathcal{E}_1^\pi < \mathcal{E}_2^\pi < \dots < \mathcal{E}_n^\pi$ olan iki dizi ile N nötronlu ve Z protonlu aksel simetrik bir çekirdek, Hilaire ve arkadaşları tarafından (Hilaire et al, 2001) gösterilmiştir. Her bir i tek durumu M_j açısal momentumu, P_i paritesi ve çiftlenme etkileşme matrisinin köşegen elemanlarına uygun Δ_i enerji kayması ile karakterize edilmektedir. Proton (veya nötron) Fermi seviyesinin proton (veya nötron) tek parçacık seviye şemasında en son dolu seviyeye karşılık geldiğini kabul edelim. Tek parçacık-tek boşluk durumları,

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_i^1 &= \mathcal{E}_{Z+i}^\pi - \mathcal{E}_Z^\pi \\ M_i^1 &= 2M_{Z+i}^\pi \\ P_i^1 &= P_{Z+i}^\pi \\ \Delta_i^1 &= \Delta_{Z+i}^\pi \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, I_1 \quad (2.65)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_i^2 &= \mathcal{E}_{Z+i}^\pi - \mathcal{E}_{Z-i+1}^\pi \\ M_i^2 &= -2M_{Z-i+1}^\pi \\ P_i^2 &= P_{Z-i+1}^\pi \\ \Delta_i^2 &= \Delta_{Z-i+1}^\pi \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, I_2 \quad (2.66)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_i^3 &= \mathcal{E}_{N+i}^v - \mathcal{E}_N^v \\ M_i^3 &= 2M_{N+i}^v \\ P_i^3 &= P_{N+i}^v \\ \Delta_i^3 &= \Delta_{N+i}^v \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, I_3 \quad (2.67)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_i^4 &= \mathcal{E}_N^v - \mathcal{E}_{N-i+1}^v \\ M_i^4 &= -2M_{N-i+1}^v \\ P_i^4 &= P_{N-i+1}^v \\ \Delta_i^4 &= \Delta_{N-i+1}^v \end{aligned} \right\} \quad i = 1, \dots, I_4 \quad (2.68)$$

sırasıyla, proton parçacıkları, proton boşlukları, nötron parçacıkları ve nötron boşlukları için ilk kez tanımlanmıştır. Denklem(2.64)-(2.67)'de tanımlanan boşlukların spin izdüşümünün tanımında görülen eksi işareti (m_i^2 veya m_i^4) bir parçacık boşluk uyarılması düşünüldüğünde hesaba dahil edilmesi uygun olur. $I_1, \dots, I_4$ tek-parçacık tek boşluk durumlarının her bir dizi için ayrı durumların sayısını gösterir. Başlangıçta, Denklem(2.64)-(2.67) 'nin Δ_i^k değerleri dahil edilmemiştir ve Z üretim fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, y, z) = \prod_{k=1}^4 \prod_{i=1}^{I_k} \left(1 + x_k P_i^k y^{\mathcal{E}_i^k} z^{M_i^k} \right). \quad (2.69)$$

Z üretim fonksiyonu x_k, y ve z 'nin kuvvet serilerine açılırsa.

$$Z(x_1, x_2, x_3, x_4, y, z) = \sum_N \sum_U \sum_M \sum_{P=-1, +1} C_N(U, M, P) y^U z^M x_1^{N_1} x_2^{N_2} x_3^{N_3} x_4^{N_4}, \quad (2.70)$$

Burada N olası tamsayı kombinasyonlarının (N_1, N_2, N_3) tümünü gösterir ve $C_N(U, M, P)$ katsayısı bir U uyarılma enerjisine, bir M spin izdüşümüne ve bir P paritesine sahip olan N_1 proton boşlukları, N_2 proton parçacıkları, N_3 nötron boşlukları ve N_4 nötron parçacıkları ile

parçacık-boşluk uyarılmalarının sayısıdır. $V_k(d, r, s, t, u)$ matris elemanı her bir k değeri için aşağıdaki çarpan ile direkt olarak hesaplanır.

$$\prod_{i=1}^{I_k} (1 + x_k P_i^k y^{\epsilon_i^k} z^{M_i^k}) \quad (2.71)$$

Denklem(2.70) x_k, y ve z nin kuvvet serilerine açılırsa, V_k 'nin ilk d değişkeni x_k 'nin kuvvet serileri ile, ikinci değişken r , y 'nin kuvvet serleri ile, üçüncü değişken s, z 'nin kuvvet serleri ile ilişkilidir ve t değişkeni paritenin izini engeller.

Son değişken u (1 yada 2 olduğunda) şimdilik üretim fonksiyonunda mevcut olmayan çiftlenme etkilerini hesaplamak için kullanılmıştır. $V_k(d, r, s, t, l) \neq 0$ olduğu durumda çiftlenme olmadığından bozulma olur. Bu durumda denklem(2.70)' da kullanılan enerji ifadesi

$$\mu_i^k = \frac{\sqrt{(\epsilon_i^k)^2 + (\Delta_i^k)^2}}{\epsilon_0} \quad (2.72)$$

ile gösterilir. Sonucun gelişmeye katkısı $V_k(d', r', s', t', 2)$ matris elemanında mevcuttur. Burada,

$$d' = d + 1, \quad r' = r + 1, \quad s' = s + m_i^k \quad \text{ve} \quad t' = t \times \pi_i^k$$

şeklinde gösterilir. Bu kural sadece çiftlenme etkileri boşluk uyarılmalarından meydana geldiği zaman hesaba katıldığı anlamına gelen $k=1$ ve $k=3$ için uygulanmıştır. Böyle bir kural basitçe ilk nükleon çiftleri bozulduğu zaman hesaba katılan çiftlenmeyi açıklamakta ve bir çiftin bozulduğunda uygun çiftlenme ilişkilerinin kaybolduğu kabul eder.

3. Non-Ekstensif İstatistik

Klasik istatistik mekanikte, birbiri ile etkileşmeyen iki sistemin toplam entropisi bu iki sistemin entropilerinin ayrı ayrı toplamı ile bulunur. Bu Boltzman-Gibss istatistiği ile ifade edilir. Şayet bu iki sistemin entropisi toplanabilir değilse yani Boltzman-Gibss istatistiğine uymuyorsa, bu durumda sistemin toplam entropisi Non-ekstensif istatistik yardımıyla bulunabilir. Non-ekstensif istatistik temelinde toplanabilir olmayan sistemlerin entropi tanımı ilk olarak Tsallis tarafından ortaya atılmıştır (Tsallis, 1988). Bu bölümde Tsallis termostatistiğini ve bu istatistik yardımıyla tanımlanan seviye yoğunluğu ifadesinin yeni bir tanımını vereceğiz.

3.1 Tsallis Termostatistiği

Yukarıda da ifade edildiği gibi entropinin toplanabilirliği ilkesine uyan sistemleri iyi bir şekilde açıklayan Boltzman-Gibbs istatistiği, toplanabilir olmayan (nonekstensif) sistemleri açıklayamamıştır.

$$S_1 \equiv S_q = -k_B \sum_{i=1}^W p_i \log p_i \quad (3.1)$$

Bu istatistik uzun menzil etkileşmelerine sahip, uzun menzil hafızanın olduğu ve multifraktal yapıya sahip sistemlerde istenilen sonucu vermemiştir. Bu şekildeki nonekstensif sistemleri açıklayacak olan entropi tanımı ilk defa 1988 yılında Tsallis tarafından ortaya atılmıştır (Tsallis, 1988).

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q-1} \quad (3.2)$$

Burada, k pozitif bir sayı, q reel bir sayı olan entropik indeks, W toplam konfigürasyon sayısı ve p_i sistemin i. mikrohale bulunma olasılığıdır. q entropik indeksine sistemin nonekstensifliğinin bir ölçüsü olarak bakılabilir. $q \rightarrow 1$ limit durumunda Tsallis entropisi denklem (3.1)'de tanımlanan Boltzmann-Gibbs entropisine indirgenir.

Tsallis termostatistiği genelleştirilmiş bir istatistik teoridir ve bu teorelin formalizmini ortaya koyan özellikler şu şekilde sıralanabilir:

- ★ Her keyfi $\{p_i\}$ kümesi ve q parametresinin her değeri için $S_q \geq 0$ 'dır.
- ★ Her i değeri için $p_i = 1/W$ olduğunda (eşolasılık) , S_q , $q > 0$ için maksimum , $q < 0$ için minimum değerini alır.
- ★ Sistemin termodinamik kararlılığını (Ramshaw, 1995) garanti edecek şekilde, tüm $\{p_i\}$ 'ler için $q > 0$ iken S_q konkav , $q < 0$ iken konvektir.
- ★ H teoremi : Bazı genel koşullar altında (Mariz, 1992) $\frac{\partial S_q}{\partial t}$, $q > 0$ için pozitif , $q = 0$ için sıfır ve $q < 0$ için negatif olur. Burada t zamandır.
- ★ A ve B birbirinden bağımsız iki sistem olmak üzere $(p_{ij}^{A \cup B} = p_i^A p_j^B)$, S_q aşağıdaki toplanabilirlik kuralına uyar. (Curado et al, 1991).

$$\frac{S_q^{A \cup B}}{k} = \frac{S_q^A}{k} + \frac{S_q^B}{k} + (1-q) \frac{S_q^A}{k} \frac{S_q^B}{k} \quad (3.3)$$

Bu bağintıda ;

$S_q^{A \cup B} < S_q^A + S_q^B, (q > 1)$ ise S_q alt toplanabilirdir.

$S_q^{A \cup B} > S_q^A + S_q^B, (q < 1)$ ise S_q süper toplanabilirdir.

$S_q^{A \cup B} = S_q^A + S_q^B, (q = 1)$ ise S_q toplanabilirdir (yani ekstensiftir).

Alt toplanabilirlik: tüm sistemin entropisinin sistemi oluşturan parçacıkların entropilerinin toplamından küçük olduğunu;

Süper toplanabilirlik: tüm sistemin entropisinin sistemi oluşturan parçacıkların entropilerinin toplamından büyük olduğunu gösterir. Bu durumda q entropi indisine sistemin nonekstensifliğinin bir ölçüsü olarak bakabiliriz.

S_q entropisi ;

$$\sum_{i=1}^W p_i = 1 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^W p_i \varepsilon_i = U_q^{(1)} \quad (3.6)$$

$$\sum_{i=1}^W p_i^q \varepsilon_i = U_q^{(2)} \quad (3.7)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^W p_i^q \varepsilon_i}{\sum_{i=1}^W p_i^q} = U_q^{(3)} \quad (3.8)$$

bağ koşulları altında optimum yapıldığında elde edilen dağılım fonksiyonu;

$$p_i^{(3)} = \frac{\left[1 - (1-q)\beta(\varepsilon_i - U_q^{(3)}) / \sum_{j=1}^W (p_j^{(3)})^q \right]^{\frac{1}{1-q}}}{f_q^{(3)}} \quad (3.9)$$

burada $f_q^{(3)}$ ifadesi entropik indisi içeren ve sistemin enerjisi için 3. seçim kullanılarak ortaya çıkarılmış sistemin partisyon fonksiyonudur.

$$f_q^{(3)} = \sum_{i=1}^W \left[1 - (1-q)\beta(\varepsilon_i - U_q^{(3)}) / \sum_{j=1}^W (p_j^{(3)})^q \right]^{\frac{1}{1-q}} \quad (3.10)$$

İlk iki seçim son yıllarda birçok farklı sisteme uygulanmıştır (Curado et al, 1991). Örneğin ortalama enerji için ilk seçim düzensiz Levy süperpozisyonu gibi düzensiz sistemlerin seri matematik zorluklarını ele almak için uygundur. İkinci seçimi ilk olarak (Tsallis, 1988) hesapladı ve ondan sonra yoğun olarak çalışıldı ve kullanıldı. İlk iki seçimin dezavantajı olasılık teorisine uymamasıdır. Yani ilk iki seçim ayrı ayrı kullanılarak ve 1. bağ koşulu kullanılarak elde edilen dağılım fonksiyonu olasılık teorisine göre olması gereken normalizasyon şartını sağlamaz. Fakat 3. seçim en iyi yaklaşımdır ve kullanılması ile elde edilen (3.8) numaralı denklemdaki dağılım fonksiyonu 1'e normalize edilmiştir. Bu seçim en iyi yaklaşım olarak yaygın olarak fiziksel sistemleri tanımlamada kullanılır ve Tsallis-Mendes-Plastino seçimi olarak adlandırılır. (Tsallis et al, 2000). Bu seçim kullanılarak herhangi bir gözlenebilirliğin normalize olmuş q' ya bağlı beklenen değeri;

$$A_q = \frac{\sum_{i=1}^W p_i^q A_i}{\sum_{i=1}^W p_i^q} = \langle A_i \rangle_q \quad (3.11)$$

burada;

A ; Hamiltonyen ile komüte olan herhangi bir gözlenebilir niceliği gösterir. Bu beklenen değer $q = 1$ 'de konvansiyonel beklenirliğe indirgenir. Yukarıda bahsedildiği gibi (3.11) denklemi bunu gösterir.

Bugüne kadar Tsallis termostatistiği birkaç durum ve termostatistiğin bazı kavramlarına başarıyla uygulanmıştır. Dinamik sistemler, uzun menzil etkileşimlerinin var olduğu sistemler, magnetik sistemler, düzensiz difüzyon bunların bazıları olarak verilebilir. (Tsallis, 1988., Curado et al, 1991., Tsallis et al, 2000., Martinez, 2000).

Son zamanlarda da Tsallis termostatistiği termolümünesans ışımaları ve sıvı kristal sistemlerine uygulanmıştır. (Kayacan, 2004., Kayacan et al, 2004, Afşar et al, 2006).

3.2 Nonekstensif İstatistik Yardımıyla Seviye Yoğunluğunun Hesaplanması

Nonekstensif istatistik temelinde grand partisyon fonksiyonu $q < 1$ durumu için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Prato,1995) :

$$Z_q = \Gamma(1+\alpha) \frac{i}{2\pi} \oint_C d\xi (-\xi)^{-\alpha-1} e^{-\xi} Z_1(-\beta(1-q)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3). \quad (3.12)$$

Burada,

$\Gamma(1+\alpha)$ Gamma fonksiyonudur ve $\alpha = \frac{1}{1-q}$ olarak tanımlanmıştır.

$$Z_1(-\beta(1-q)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = \iiint \int dN dZ dM dE \times \rho_1(E, N, Z, M, \xi) \times e^{\beta(1-q)[E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M] \xi}, \quad (3.13)$$

şeklinde verilir.

(3.13) numaralı denklem (3.12) numaralı denklemde yerine yerleştirilecek olursa partisyon fonksiyonu ifademiz,

$$Z_q = \iiint \int dN dZ dM dE [\Gamma(1+\alpha) \frac{i}{2\pi} \oint_C d\xi (-\xi)^{-\alpha-1} \rho_1(E, N, Z, M, \xi) \times e^{-[1-\beta(1-q)(E-\mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]\xi}], \quad (3.14)$$

şeklini alır. Daha sonra bir önceki bölümde tanımladığımız partiyon fonksiyonunun sürekli formunu,

$$Z_q = \sum_{E, N, Z, M} [1 - \beta(1-q)(E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]^\alpha = \iiint \int dN dZ dM dE \times \rho_q(E, N, Z, M) [1 - \beta(1-q)(E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]^\alpha \quad (3.15)$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan (3.14) ve (3.15) numaralı denklemler karşılaştırıldığında seviye yoğunluğu ifadesi,

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{\Gamma(1+\alpha)}{\eta_-^\alpha} \frac{i}{2\pi} \oint_C d\xi (-\xi)^{-\alpha-1} \rho_1(E, N, Z, M, \xi) e^{-\eta_- \xi} \quad (3.16)$$

biçiminde ifade edilir. Burada,

$$\eta_- = 1 - \beta(1-q)[E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M]$$

$$\rho_1(E, N, Z, M, \xi) = A e^{-b/\xi} (-\xi)^3 \quad (3.17)$$

ve

$$A = \frac{1}{(2\pi)^2 \left[\frac{\pi^2 g_1 g_2 g^2 < m^2 >}{3\beta^6 (1-q)^6} \right]^{1/2}}, \quad b = \frac{\pi^2 g}{3\beta(1-q)},$$

şeklinde ifade edilirler. A ve b ifadelerinin elde edilmeleri ile ilgili daha geniş bilgi için Gilbert-Cameron' un çalışmasına bakınız (Gilbert-Cameron, 1965).

(3.17) numaralı denklem (3.16) numaralı denklemde yerine yazılacak olursa

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A \Gamma(1+\alpha)}{\eta_-^\alpha} \frac{i}{2\pi} \oint_C d\xi (-\xi)^{-\alpha+2} e^{-\frac{b}{\xi} - \eta_- \xi}, \quad (3.18)$$

ifadesine ulaşılır.

Daha sonra

$$t = -\eta\xi \quad \text{ise} \quad dt = -\eta d\xi \quad \text{ve} \quad \gamma_q = b\eta \quad , \quad (3.19)$$

dönüşümü yapılırsa ifademiz,

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A\Gamma(1+\alpha)}{\eta_-^3} \frac{i}{2\pi} \oint_C dt t^{-\alpha+2} e^{t+\frac{\gamma_q}{t}} , \quad (3.20)$$

şeklini alır. Bu ifadedeki integral kısmı Wright fonksiyonu cinsinden aşağıdaki gibi yazılır.

$$W(1, \alpha-2; b\eta_-) = \frac{i}{2\pi} \oint_C dt t^{-\alpha+2} e^{t+\frac{\gamma_q}{t}} . \quad (3.21)$$

Bu Wright fonksiyonun Bessel fonksiyonları cinsinden ifadesi

$$W(1, \nu+1; \frac{z^2}{4}) = \left(\frac{z}{2}\right)^{-\nu} I_\nu(z), \quad (3.22)$$

şeklinde verilmektedir. Böylece seviye yoğunluğu ifademizi

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A\Gamma(1+\alpha)}{\eta_-^3} (b\eta_-)^{-\frac{\alpha-3}{2}} I_{\alpha-3}(2\sqrt{b\eta_-}), \quad (3.23)$$

şeklinde elde ederiz. Burada,

$$b\eta_- = \left(\frac{2\sqrt{aU}}{1-q} - 2a(U - U_0) \right) + \frac{M^2}{2g < m^2 >} \left[4a - \frac{1}{1-q} \sqrt{\frac{a}{U}} \right] \quad (3.24)$$

ve

$$\eta_- = 1 - (1-q) \left\{ \beta \left[(U + U_0) + \frac{M^2}{2g < m^2 >} \right] - 2\sqrt{aU} \right\} \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir.

Benzer şekilde $q > 1$ durumu için seviye yoğunluğunu hesaplayabiliriz. Bu durum için Grand partiyon fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Prato,1995) :

$$Z_q = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha-1} e^{-\xi} Z_1(\beta(q-1)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3) \quad (3.26)$$

Burada,

$$Z_1(\beta(q-1)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = \iiint \int dN dZ dM dE \times \rho_1(E, N, Z, M, \xi) \times e^{\beta(q-1)[E-\mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M]\xi} \quad (3.27)$$

şeklinde verilir.

(3.27) numaralı denklem (3.26) numaralı denklemde yerine yerleştirilecek olursa partisyon fonksiyonu,

$$Z_q = \iiint \int dN dZ dM dE \left[\frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha-1} \rho_1(E, N, Z, M, \xi) \times e^{-[1-\beta(q-1)(E-\mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]\xi} \right] \quad (3.28)$$

şeklini alır. Daha sonra bir önceki bölümde tanımladığımız partisyon fonksiyonunun sürekli formunu,

$$Z_q = \sum_{E, N, Z, M} [1 - \beta(1-q)(E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]^\alpha \quad (3.29)$$

$$= \iiint \int dN dZ dM dE \times \rho_q(E, N, Z, M) [1 - \beta(q-1)(E - \mu_1 N - \mu_2 Z - \mu_3 M)]^\alpha$$

şeklinde yazabiliriz. Buradan (3.28) ve (3.29) numaralı denklemler karşılaştırıldığında seviye yoğunluğu ifadesi,

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{1}{\eta^\alpha \Gamma(-\alpha)} \int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha-1} \rho_1(E, N, Z, M, \xi) e^{-\eta \cdot \xi} \quad (3.30)$$

şeklinde elde edilir.

Burada $\rho_1(E, N, Z, M)$ için

$$\rho_1(E, N, Z, M, \xi) = A' e^{-b'\xi} \xi^3 \quad (3.31)$$

$$A' = \frac{1}{(2\pi)^2 \left[\frac{\pi^2 g_1 g_2 g^2 < m^2 >}{3\beta^6 (q-1)^6} \right]^{1/2}}, \quad b' = \frac{\pi^2 g}{3\beta(q-1)},$$

ifadeleri kullanılır. Böylece,

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A'}{\eta_-^\alpha \Gamma(-\alpha)} \int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha+2} e^{-\frac{b'}{\xi} - \eta_- \xi}, \quad (3.32)$$

ifadesine ulaşılır. $q > 1$ durumu için,

$$\oint_c d\xi (-\xi)^{-\alpha-1} e^{-\xi} Z_1(-\beta(1-q)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3) = -2i \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right) \int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha-1} e^{-\xi} Z_1(-\beta(1-q)\xi, \mu_1, \mu_2, \mu_3), \quad (3.33)$$

eşitliği tanımlanmaktadır (Curilef, 1996). Bu eşitlik yardımıyla

$$\int_0^\infty d\xi \xi^{-\alpha+2} e^{-\frac{b'}{\xi} + \eta_- \xi} = \frac{1}{-2i \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)} \oint_c d\xi (-\xi)^{-\alpha+2} e^{-\frac{b'}{\xi} + \eta_- \xi}, \quad (3.34)$$

İfadesi elde edilir. Bu ifade denklem (3.30)'da yerine yazılacak olursa

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A}{\eta_-^\alpha \Gamma(-\alpha)} \frac{i}{2 \sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)} \oint_c d\xi (-\xi)^{-\alpha+2} e^{-\frac{b'}{\xi} + \eta_- \xi}, \quad (3.35)$$

İfadesine ulaşılır. Daha sonra denklem(3.19)'deki dönüşümler yapılırsa

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A\pi}{\eta_-^\alpha \Gamma(-\alpha)} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)} \frac{i}{2\pi} \oint_c dt t^{-\alpha+2} e^{\frac{\gamma_q}{t} - t}, \quad (3.36)$$

denklemini elde edilir. (3.21) ve (3.22) denklemleri kullanılarak

$$\rho_q(E, N, Z, M) = \frac{A\pi}{\eta_-^3 \Gamma(-\alpha)} \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{q-1}\right)} (b\eta_-)^{-\alpha+3} I_{\alpha-3}\left(2\sqrt{b\eta_-}\right) \quad (3.37)$$

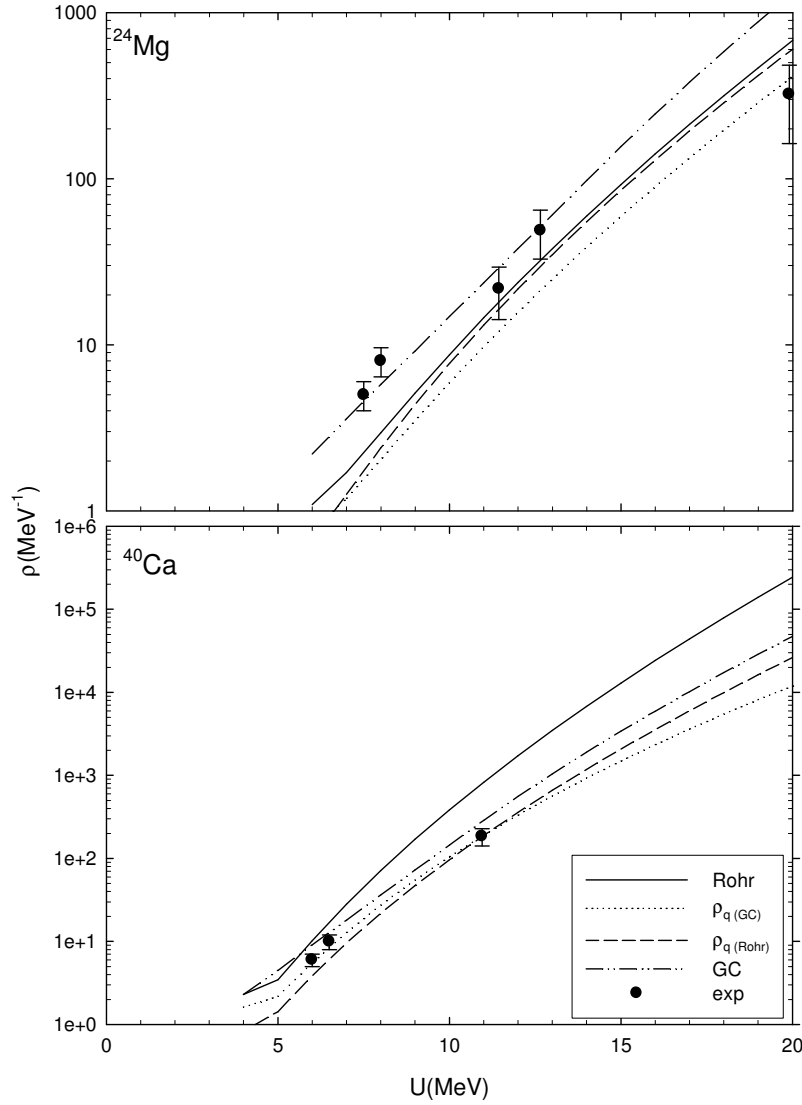
şeklinde elde ederiz. Burada $b\eta_-$ ve η_- sırasıyla, denklem (3.24) ve (3.25)' deki gibi tanımlanmıştır.

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, seviye yoğunluğu hesabında günümüze kadar yoğun bir şekilde çalışılmış ve çalışılmaya devam eden Bethe formülünün yerine, nonekstensif istatistik kullanılarak elde edilen ve bu hesaplamalarda ilk defa kullanılacak olan analitik bir formül yardımıyla elde ettiğimiz sonuçları Rohr ve GC tarafından Bethe formülü kullanılarak elde edilen sonuçlarla ve deneysel değerler ile karşılaştırdık. Nonekstensifliğin bir ölçüsü olan q parametresinin ($q < 1$) durumu için elde ettiğimiz denklem (3.23) kullanılarak Rohr ve GC'un parametre setleriyle seviye yoğunluğu hesabı yaptık. Ayrıca, farklı ağırlıktaki çekirdekler için seviye yoğunluğunun q parametresine bağlı olarak değişimi inceledik.

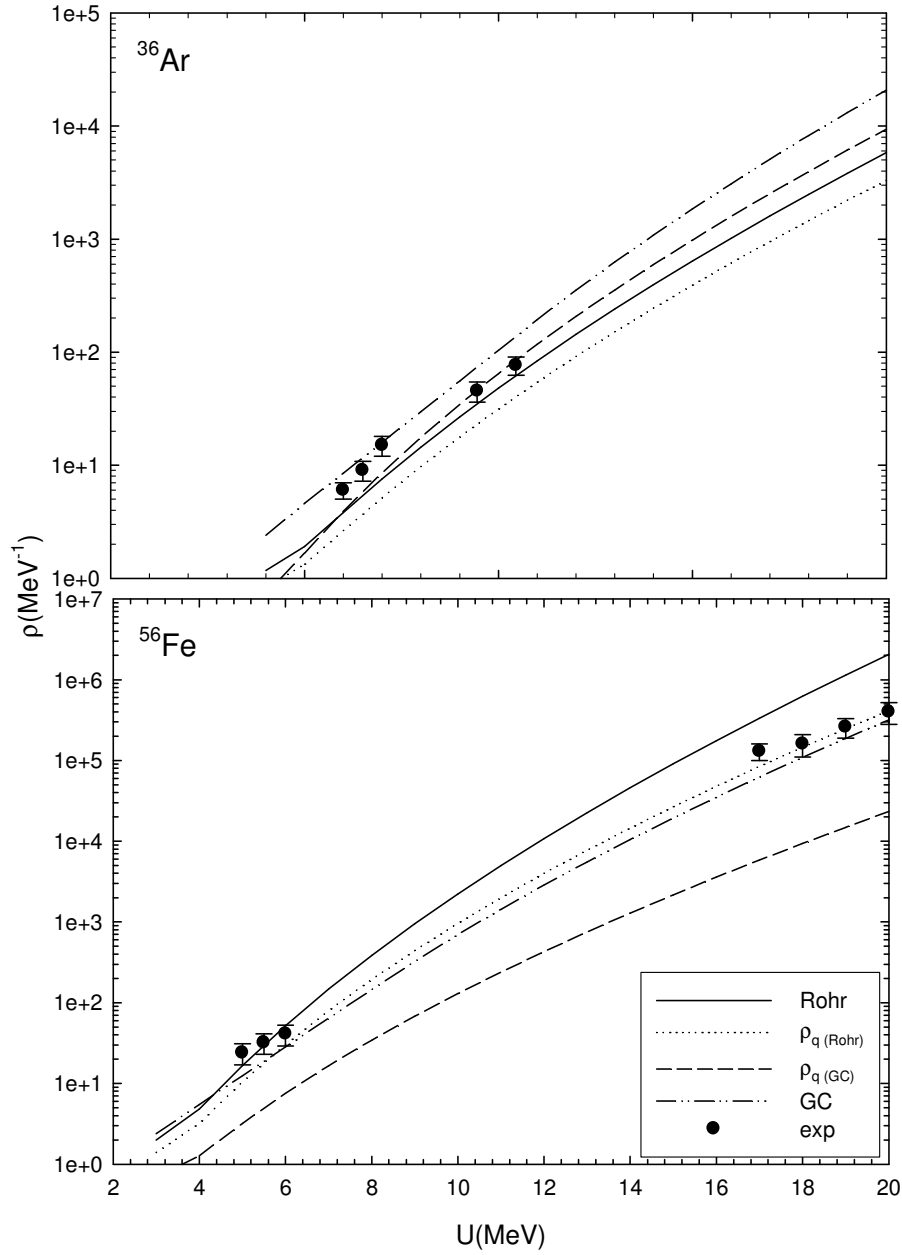
4.1. Seviye Yoğunluğu Verilerinin Birbirleriyle ve Deneysel Verilerle Karşılaştırılması

Nükleer seviye yoğunluğu hesaplamalarında çekirdeklerin deforme ve küresel olması önemlidir. Literatürde deforme çekirdek bölgeleri $150 < A < 190$ ve $A > 230$ arasındaki bölgelerdir. Bu bölgelerin dışında kalan hafif çekirdeklerden dokuz tanesi için hesaplama yaptık. Yeni formül ile hesaplamalar genellikle $q = 0.999$ değeri için yapılmıştır ve q 'nin farklı değerler aldığı çekirdekler ayrıca belirtilmiştir. Bunlar (şekil 4.1)-(şekil 4.5) 'de gösterilmektedirler. Bu şekiller incelendiğinde çift-çift çekirdeklerde çiftlenme enerji parametresinin düşük enerjilerdeki etkisi hemen göze çarpmaktadır. Bilindiği üzere nükleer seviye yoğunluğu düşük enerjilerde Δ çiftlenme enerji parametresine duyarlı iken, yüksek enerjilere doğru gidildikçe a seviye yoğunluğu parametresine daha duyarlıdır. Şekil 4.1' de gösterilen çekirdeklerden ^{24}Mg için elde edilen sonuçlar birbirleri ile karşılaştırıldığında, yeni formül kullanılarak GC parametreleri ile elde ettiğimiz sonuçlar (ρ_q^{GC}) Rohr'un elde ettiği sonuçlarla (ρ^R) hemen hemen aynı çıkmıştır. GC'un elde ettiği sonuçlardan (ρ^{GC}) ise küçük çıkmıştır. Yeni formül ile Rohr'un parametrelerini kullanarak elde ettiğimiz diğer sonuçtan (ρ_q^R) ise daha yüksek çıkmıştır. Deneysel verilerle uyumu özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde daha iyidir. ρ_q^R değerleri özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde deney ile güzel bir uyum sağlamıştır. ^{40}Ca çekirdeğinde ise özel bir durum söz konusudur. Bu çekirdek sihirli sayıda nötron ve proton'a sahip çekirdektir.

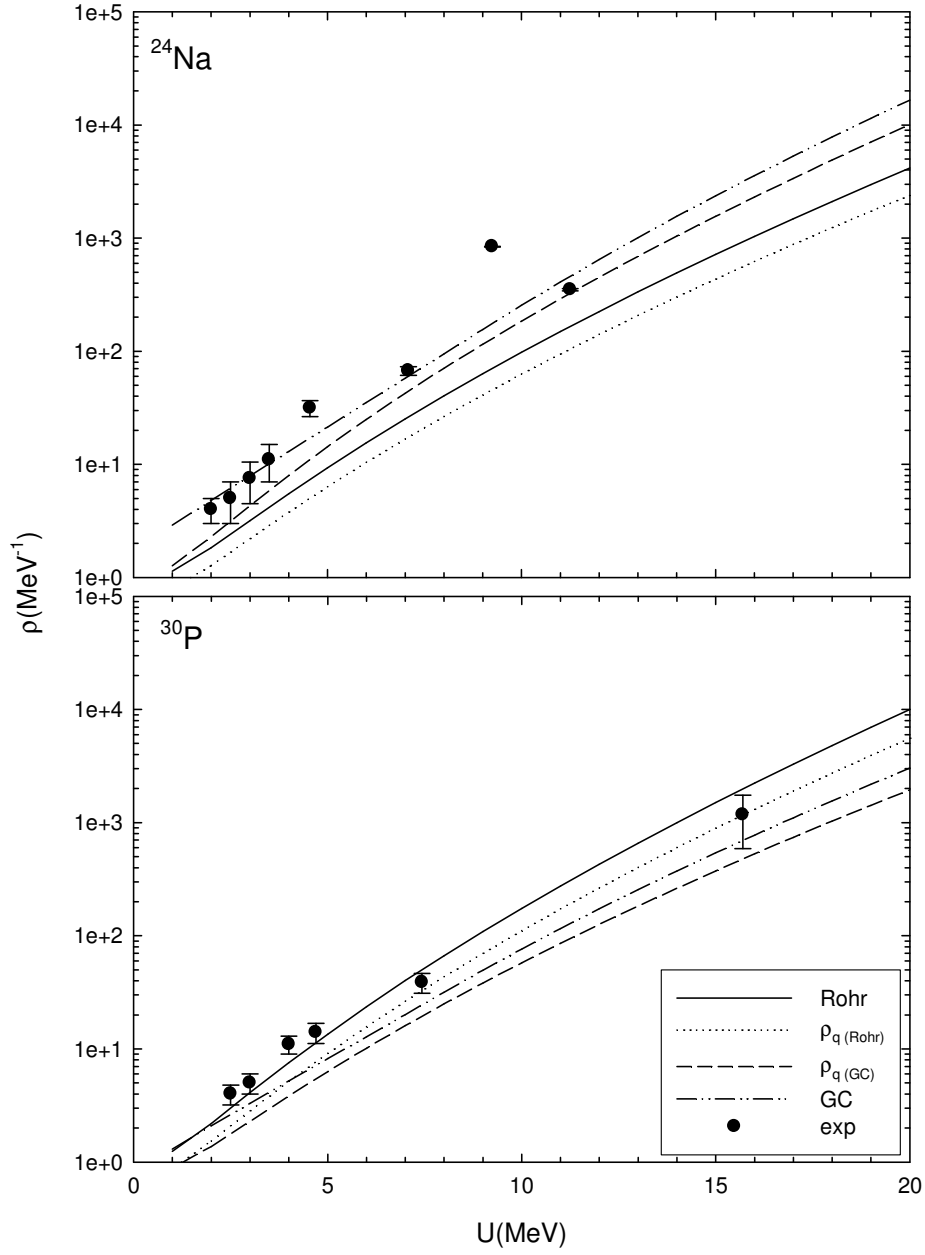


Şekil 4.1 ^{24}Mg ve ^{40}Ca çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Düz çizgi Rohr'un elde etmiş olduğu seviye yoğunluğu değerlerini, noktali çizgi Rohr'un parametre seti kullanılarak yeni formül ile elde edilen değerleri, kesikli çizgi GC'un parametre seti kullanılarak yeni formül ile elde edilen değerleri, kesikli noktali çizgi GC'un elde etmiş olduğu değerleri ve siyah nokta deneysel değerleri gösterir. Bu hesaplamalarda ^{24}Mg çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ hesaplaması $q = 0.999$ değeri için $\rho_q(\text{GC})$ ise $q = 0.997$ ve ^{40}Ca çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ $q = 0.991$ değeri için $\rho_q(\text{GC})$ ise $q = 0.999$ değeri için yapılmıştır.

Bu yüzden, ^{24}Mg çekirdeğinden farklı bir dağılım sergilemiştir. Sihirli sayıya sahip çekirdeklerde tüm kabuklar tamamen doludur. Bundan dolayı, böyle çekirdeklerde çiftlenme etkisi ortadan kaybolur. Şekilde yeni formül kullanılarak iki ayrı parametre seti için elde edilen sonuçların (ρ_q^R ve ρ_q^{GC}) deneysel verilerle tüm bölgelerde diğer sonuçlardan daha iyi bir uyum sağladığı görülmektedir. Şekil 4.2.'de gösterilen çift-çift parçacığa sahip diğer çekirdekler incelendiğinde benzer davranışın sergilendiğini söyleyebiliriz. ^{36}Ar çekirdeği için yeni formül kullanılarak elde edilen ρ_q^{GC} değerlerinin deneysel verilerle uyumu diğer elde edilen sonuçların uyumundan çok daha iyidir. ^{56}Fe çekirdeğini incelediğimizde, ρ_q^R sonuçlarının düşük ve yüksek enerjilerde deney ile diğer hesaplamalardan çok daha iyi örtüştüğünü görüyoruz. Burada farklı olarak $q = 0.997$ olarak alınmıştır. Bu da seviye yoğunluğunun özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde nonekstensifliğin bir ölçüsü olan q parametresine bağlı olabileceğini işaret etmektedir. Şekil 4.3'de gösterilen tek-tek parçacığa sahip çekirdeklerden ^{24}Na için elde edilen sonuçlardan ρ^{GC} değerleri deneysel verilerle iyi bir uyum içerisindedir. Yeni formül ile elde ettiğimiz ρ_q^{GC} sonuçlarının özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde deney ile daha uyumlu olduğunu söyleyebiliriz. Tek-tek çekirdeklerde çiftlenme enerji parametresinin etkisi yoktur. Bu yüzden seviye yoğunluğu, α -seviye yoğunluğu parametresine daha fazla bağlıdır. ^{30}P çekirdeği için elde edilen sonuçlar incelendiğinde ρ_q^R ve ρ^R değerlerinin deneysel verilerle iyi bir uyum içerisinde olduğunu görürüz. Yalnız ρ_q^R değerlerinin yüksek uyarılma enerjilerinde deney ile daha iyi bir uyum sergilediğini söylemek yerinde olacaktır, bu beklenen bir durumdur. Çünkü seviye yoğunluğu hesaplamalarında kullanılan bu formülün kullanılan istatistikten dolayı yüksek uyarılma enerjilerinde daha iyi sonuçlar vermesi beklenmektedir. Şekil 4.4.'de gösterilen tek sayıda nötron ve proton'a sahip ^{24}Al ve ^{34}Cl çekirdekleri incelendiğinde özellikle ^{34}Cl çekirdeğinde düşük enerjilerde deneysel verilerle uyum iyidir. ^{24}Al çekirdeği için düşük enerjilerde ρ^{GC} değerleri deneyle iyi bir uyum sergilemektedir. Yeni formül ile elde ettiğimiz sonuçlar yüksek uyarılma enerjilerinde nispeten daha iyi sonuçlar vermiştir.

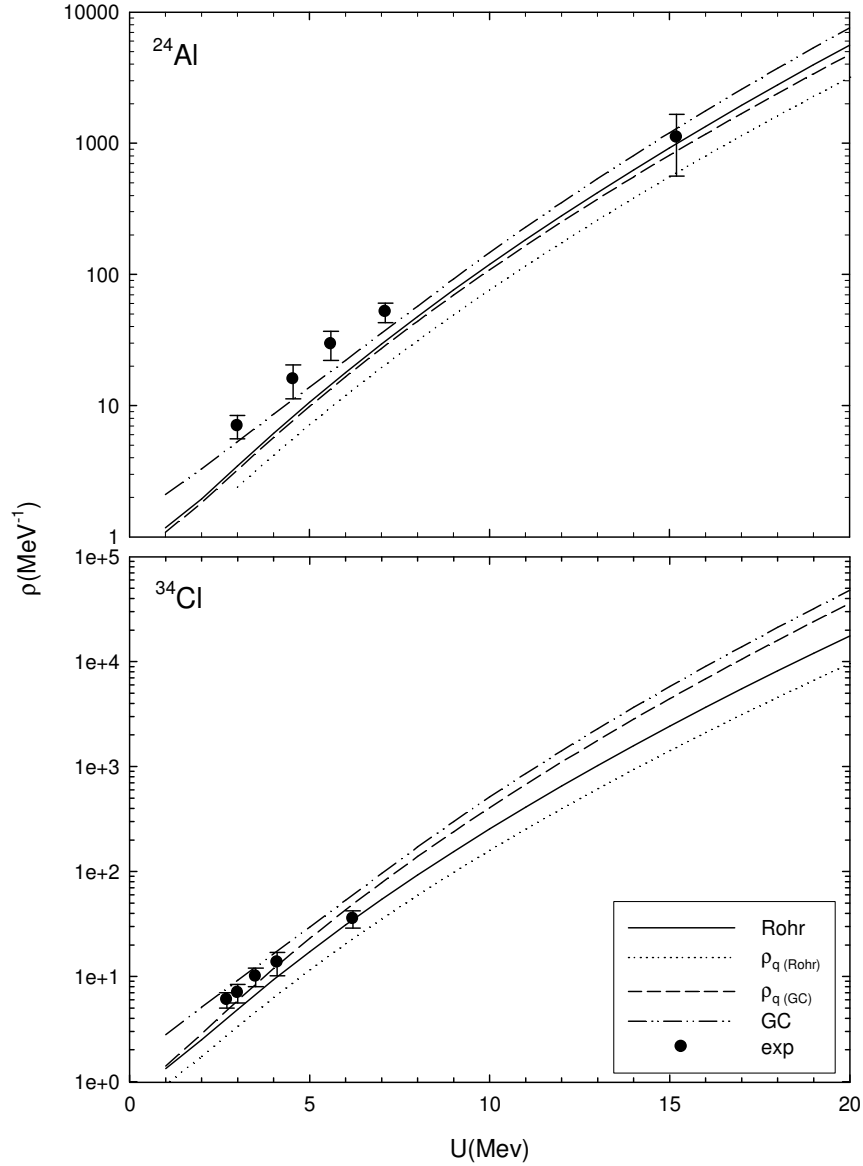


Şekil 4.2 ^{36}Ar ve ^{56}Fe çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Bu hesaplamalarda ^{36}Ar çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ hesaplaması $q = 0.999$ değeri ve ^{56}Fe çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ $q = 0.997$ değeri için, $\rho_q(\text{GC})$ ise $q = 0.9999$ değeri için yapılmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.



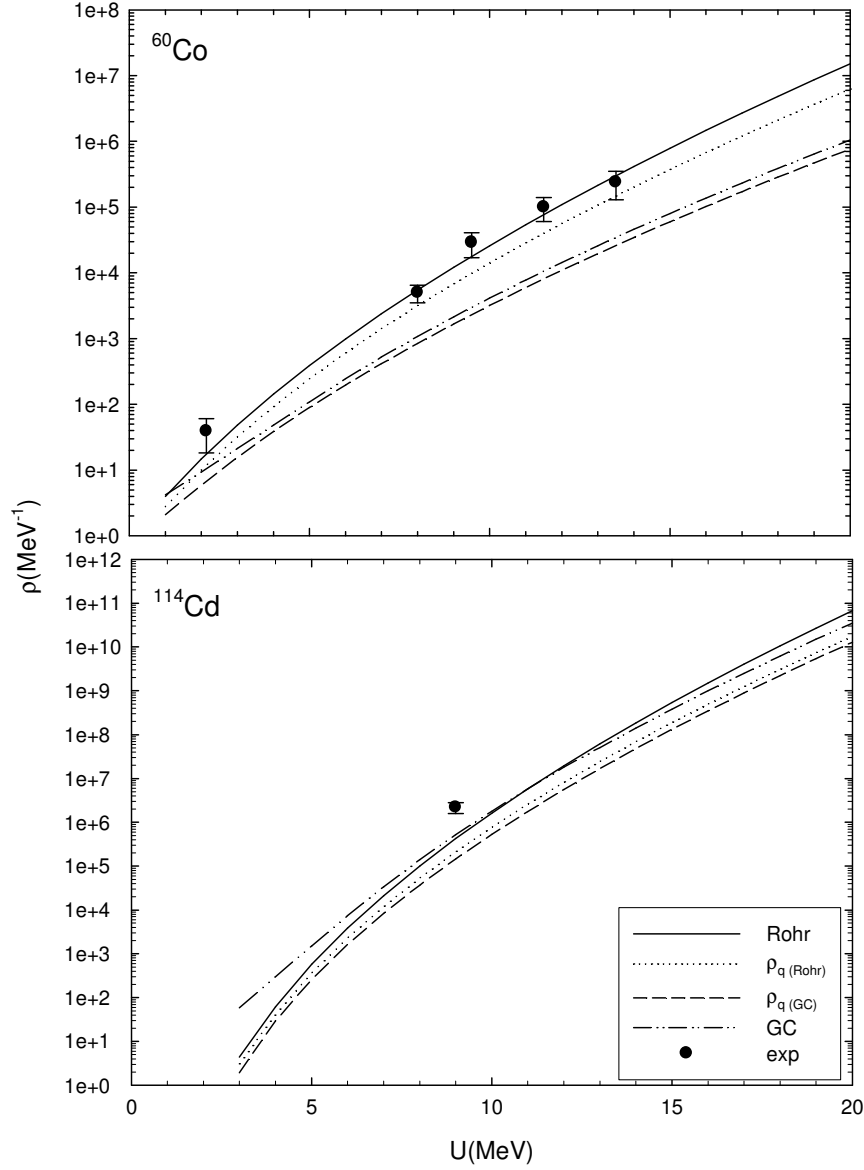
Şekil 4.3 ^{24}Na ve ^{30}P çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Burada her iki çekirdek için de $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ ifadeleri $q = 0.999$ değerinde hesaplanmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

Hafif çekirdekler için özellikle $20 < A \leq 41$ bölgesinde seviye yoğunluğunun uyarılma enerjisi ile değişimi Grimes tarafından incelenmiş ve bu niceliğin makroskobik ve mikroskobik olarak yapılan hesaplamaların bir karşılaştırması yapılmıştır (Grimes et al, 2000).



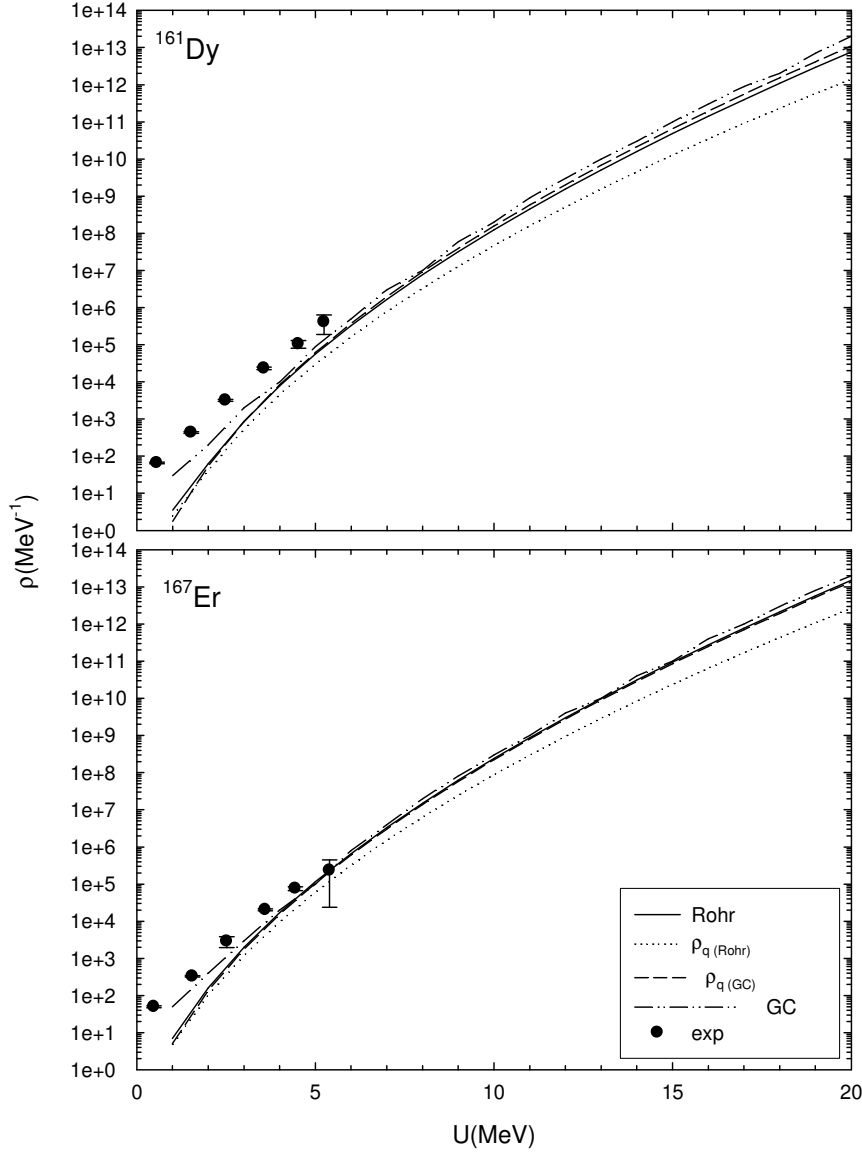
Şekil 4.4 ^{24}Al ve ^{34}Cl çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Burada her iki çekirdek için de $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ ifadeleri $q = 0.999$ değerinde hesaplanmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

Şekil 4.5' de diğer çekirdeklere nispeten daha ağır olan ^{60}Co ve ^{114}Cd çekirdekleri için elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. ^{60}Co çekirdeğinde Rohr' un yaptığı çalışmanın sonuçları ile Rohr'un parametreleri kullanılarak elde edilen ρ_q^R sonuçları deneysel verilerle çok iyi bir uyum göstermiştir. Diğer sonuçlar deneysel verilerden daha düşük çıkmıştır.



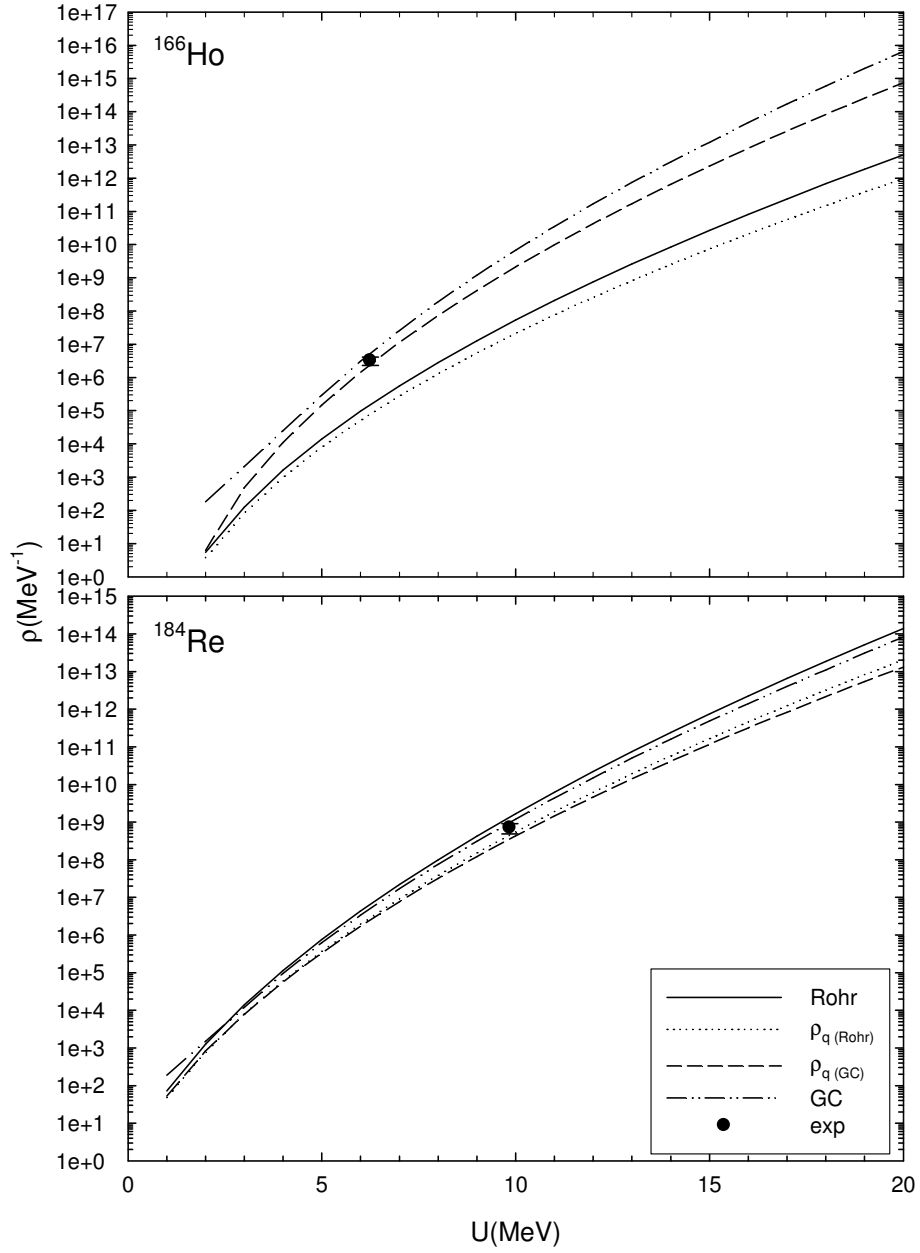
Şekil 4.5 ^{60}Co ve ^{114}Cd çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Burada her iki çekirdek için de $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ ifadeleri $q = 0.999$ değerinde hesaplanmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

^{114}Cd çekirdeği diğer çekirdeklerden daha ağır bir çekirdektir bu yüzden yeni formül ile elde ettiğimiz sonuçlar diğer modellerden elde ettiğimiz sonuçlardan daha düşük çıkmıştır. Çünkü yeni formülden elde edilen sonuçlar özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde q parametresine çok daha fazla bağlıdır.

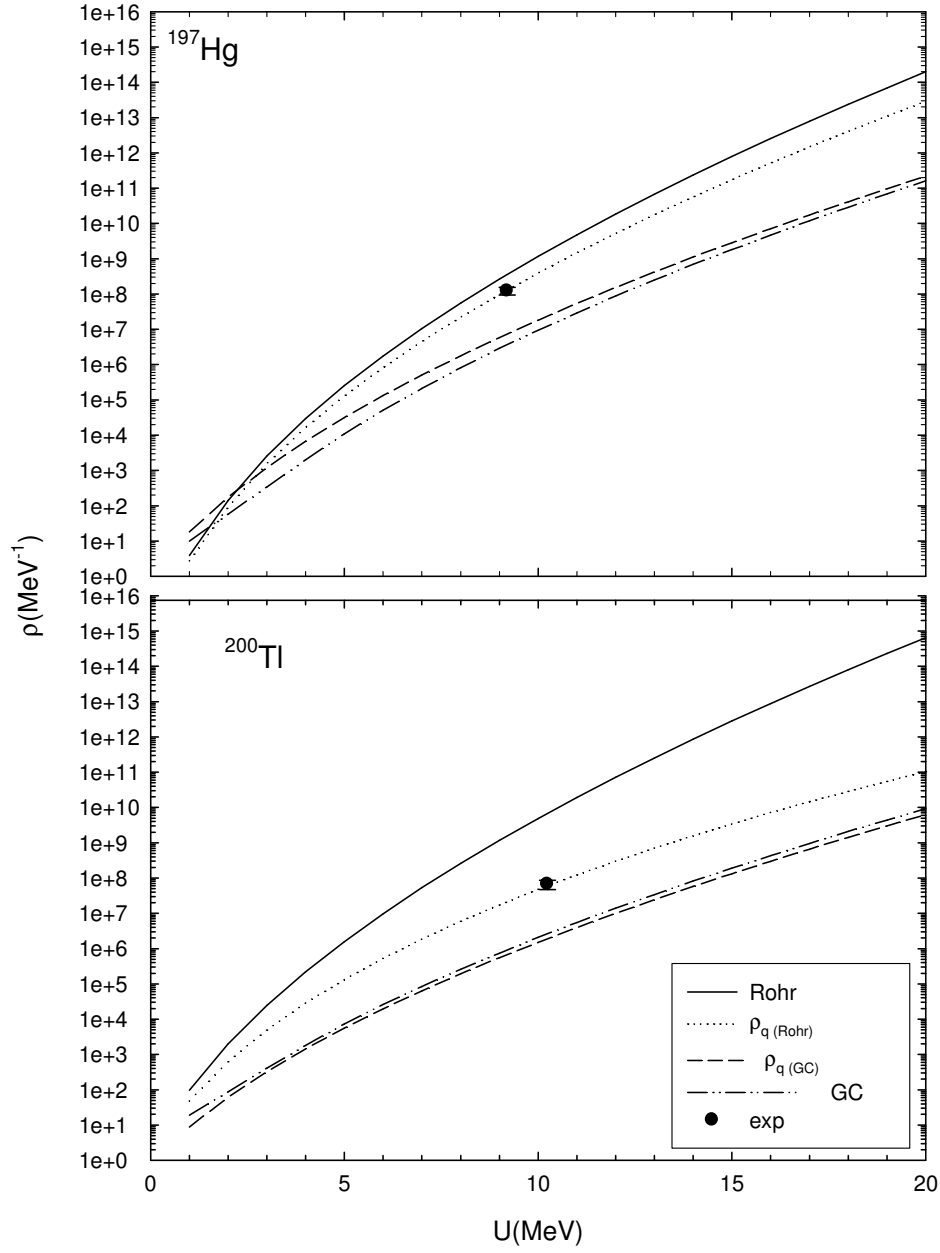


Şekil 4.6 ^{161}Dy ve ^{167}Er çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Burada her iki çekirdek için de $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ ifadeleri $q = 0.9999$ değerinde hesaplanmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

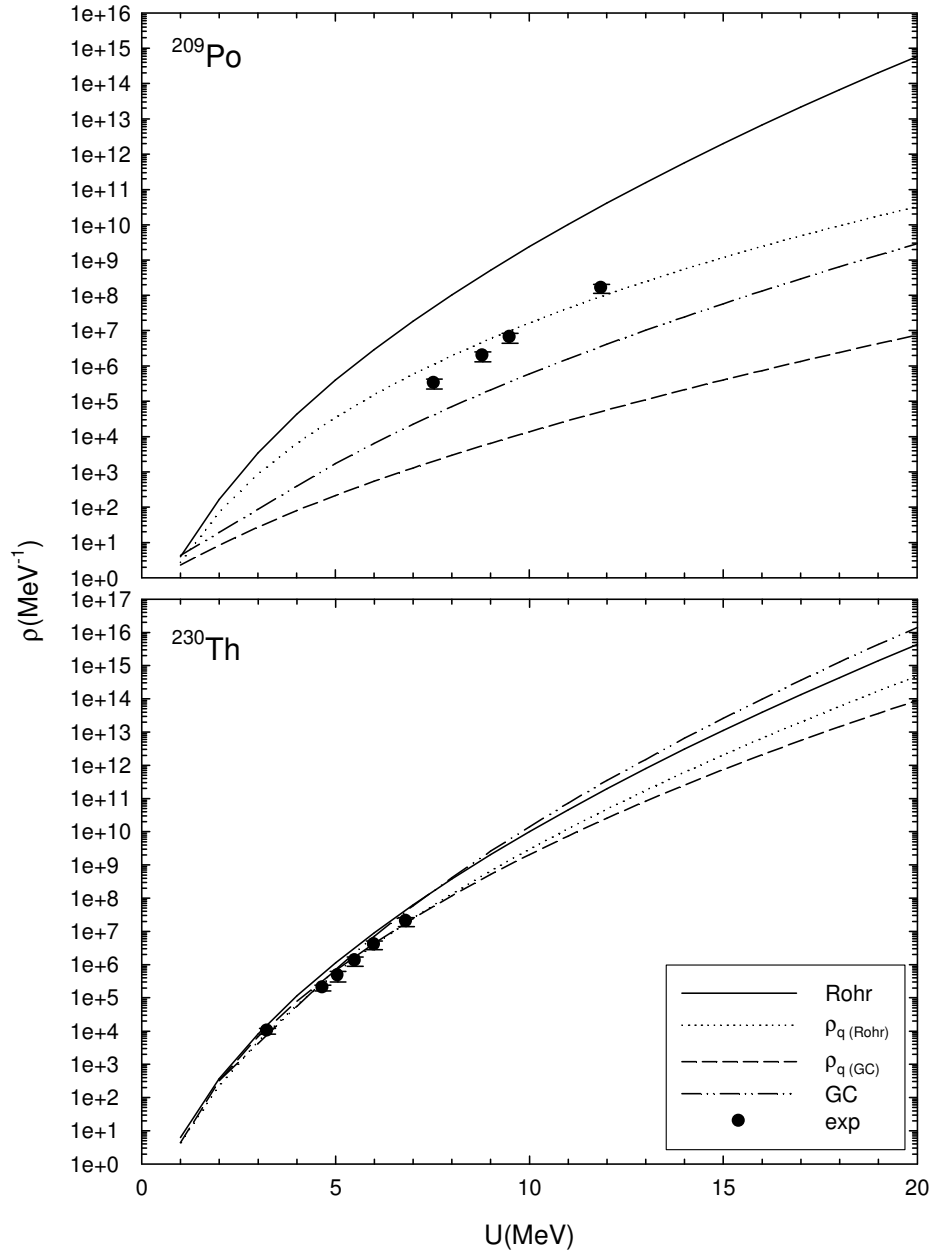
Deforme olarak kabul edilen ^{161}Dy ve ^{167}Er çekirdekleri için elde edilen sonuçlar Şekil 4.6' da gösterilmektedir. Her iki çekirdek içinde sonuçlar hemen hemen aynıdır ve düşük uyarılma enerjilerde tüm modeller ile elde edilen sonuçlar birbirlerine yakın çıkmıştır. Bu hesaplamalardan GC'un elde etmiş olduğu sonuçların deneysel verilerle olan uyumu diğerlerine nazaran daha iyidir. Her iki çekirdek için de elde edilen deneysel veriler yeterli olmadığından yüksek uyarılma enerjilerinde modellerin deney ile uyumu tam olarak belirlenememiştir. Şekil 4.7.'de aynı bölgede bulunan ^{166}Ho ve ^{184}Re çekirdekleri için elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Bu çekirdeklerden ^{184}Re incelendiğinde yeni formül ile elde edilen sonuçlar deneysel verilerle diğerlerinin uyumuna göre çok daha iyi bir uyum sergilemişlerdir. Bu bölgelerde deformasyon etkisi önemli bir rol oynar. Deforme çekirdekler için bu etki kolektif etkilerden rotasyonel olanıdır. Kolektif etkiler çekirdekler için çok karmaşık bir yapıya sahiptirler. Bu etkiler, küresel simetrisi bozulan çekirdeklerin yeni oluşan simetrisine bağlı olarak tanımlanan parametreler yardımıyla hesaba dahil edilmiştir. Deformasyon etkileri özellikle yüksek enerjilerde seviye yoğunluğunun içe doğru bükülmesini yani azalmasını sağlar. Seviye yoğunluğu hesaplamalarında ilk defa kullandığımız yeni formül ile elde ettiğimiz sonuçlar bize deformasyon etkisinin, q parametresi yardımıyla hesaba dahil edilebileceğini göstermektedir. Deforme olmayan ağır çekirdekler için elde edilmiş olan sonuçlar Şekil 4.8 ve 4.9'da gösterilmektedir. Bu sonuçlar incelendiğinde özellikle Rohr'un parametre setlerinin kullanıldığı yeni formül ile elde edilen seviye yoğunluğu değerlerinin deneysel veri ile çok iyi bir uyum sağladığı göze çarpmaktadır. Bu parametreler ile yapılan yeni hesaplamada nonekstensiliğin bir ölçüsü olan q parametresi ^{200}Tl çekirdeği için $q = 0.994$ ve ^{209}Po için de $q = 0.993$ olarak alınmıştır. GC'un parametre setlerinin kullanıldığı yeni formül hesaplamaları deneysel veriden ve diğer hesaplamalardan daha düşük çıkmıştır. Deforme bölge ile küresel bölge sınırında bulunan ^{230}Th çekirdeği için elde edilen yeni formül sonuçları deneysel verilerle çok iyi bir uyum sağlamıştır. GC'un parametre setlerinin kullanıldığı ρ_q^{GC} değerleri için $q = 0.997$ olarak alınmıştır. Buradan deforme olmayan ağır çekirdeklerde elde edilen bu sonuçlar bu çekirdeklerin özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde toplanabilir bir entropiye sahip olmadığını göstermektedir.



Şekil 4.7 ^{166}Ho ve ^{184}Re çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Burada her iki çekirdek için de $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ ifadeleri $q = 0.9999$ değerinde hesaplanmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.



Şekil 4.8 ^{197}Hg ve ^{200}Tl çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Bu hesaplamalarda ^{197}Hg çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ ve $\rho_q(\text{GC})$ hesaplaması $q = 0.999$ değeri ve ^{200}Tl çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ $q = 0.994$ değeri için $\rho_q(\text{GC})$ ise $q = 0.9999$ değeri için yapılmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

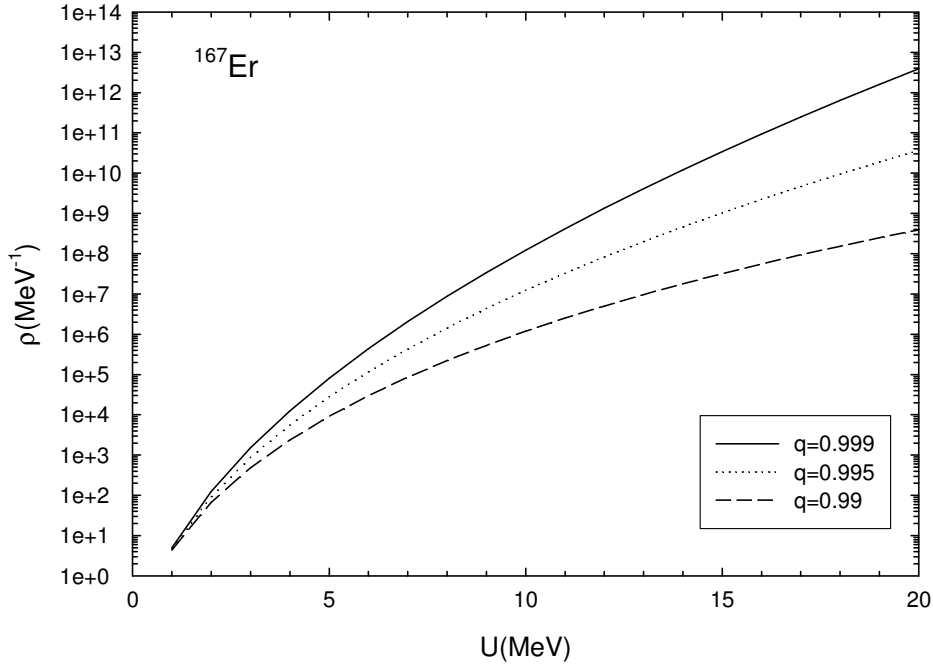


Şekil 4.9 ^{209}Po ve ^{230}Th çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen seviye yoğunluğu değerleri. Bu hesaplamalarda ^{209}Po çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ $q = 0.993$ ve $\rho_q(\text{GC})$ $q = 0.9999$ ve ^{230}Th çekirdeğinde $\rho_q(\text{Rohr})$ $q = 0.999$ değeri için $\rho_q(\text{GC})$ ise $q = 0.997$ değeri için yapılmıştır. Gösterim şekil 4.1 ile aynı.

4.2. Nükleer Seviye Yoğunluğunun q -Parametresine Bağlı Değişimi

Bir önceki bölümde farklı çekirdek bölgeleri için yapmış olduğumuz hesaplamaları ve bunların birbirleri ile ve deneysel verilerle olan uyumunu inceledik. Burada, özellikle deforme ve ağır çekirdekler için seviye yoğunluğunun nonekstensifliğin bir ölçüsü olan q -parametresine olan bağımlılığı incelenmiştir. Ayrıca hafif bir çekirdekte seviye yoğunluğuna olan etkisi de araştırılmıştır.

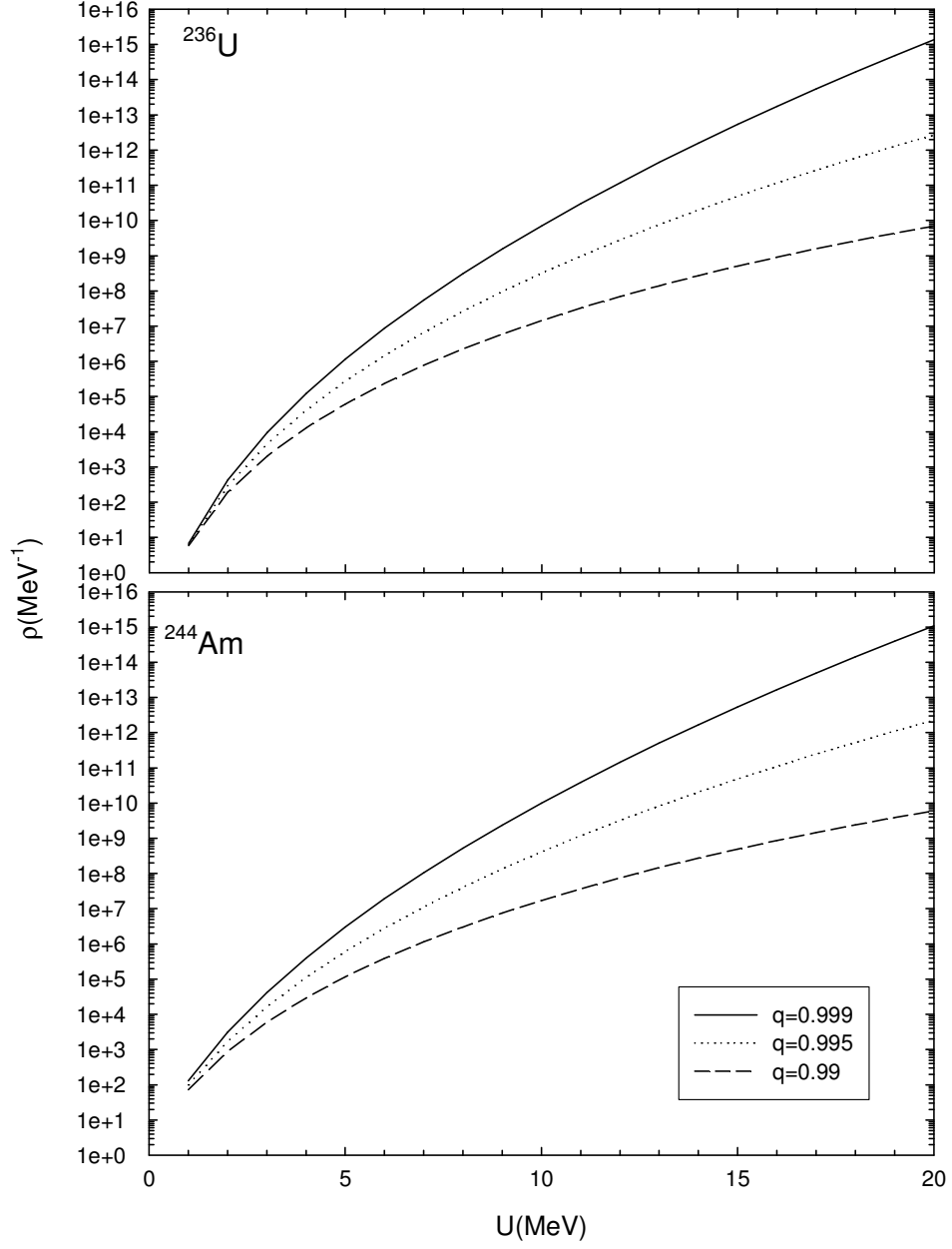
Şekil 4.10 'da gösterilen ^{167}Er çekirdeği için elde edilen seviye yoğunluğu değerlerinin q -parametresine olan bağımlılığı incelendiğinde özellikle yüksek uyarılma enerjilerinde seviye yoğunluğunun q -parametresi ile değişiminin daha fazla olduğu görülmektedir.



Şekil 4.10 ^{167}Er çekirdeği için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen ve q -parametresine bağlı olarak değişen seviye yoğunluğu değerleri.

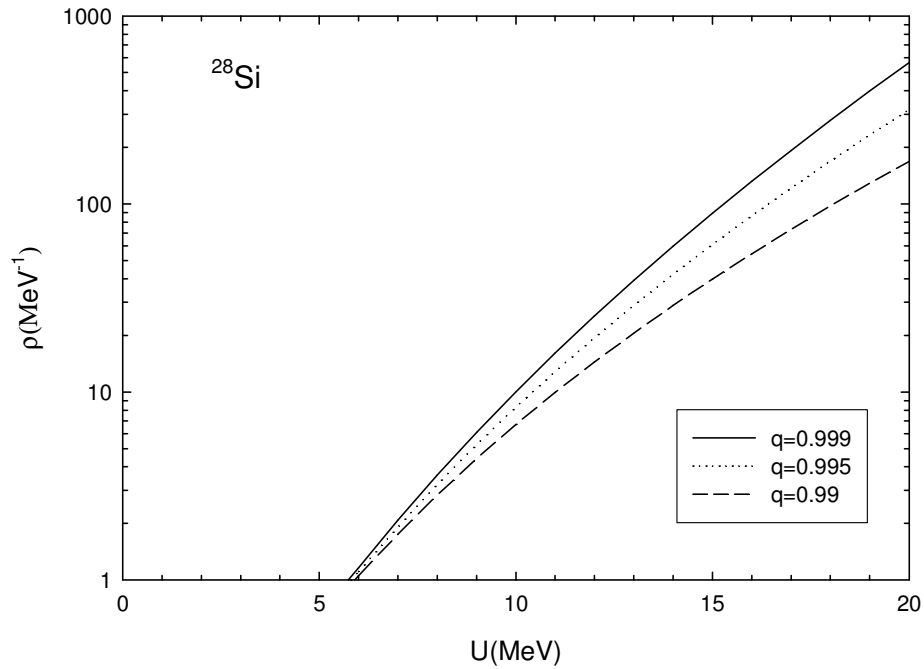
Deforme ve ağır çekirdeklerden olan ^{236}U ve ^{244}Am için elde edilen sonuçlar ise şekil 4.11' de gösterilmiştir. Her iki çekirdek incelendiğinde artan enerji ile seviye yoğunluğunun q parametresine olan bağımlılığının giderek arttığı gözlenmektedir. Özellikle yüksek enerjilerde q -parametresinin etkisi daha belirginleşmektedir. Bu da bu türdeki çekirdekler için istenilen bir sonuçtur. Çünkü daha önce de ifade ettiğimiz gibi özellikle deforme çekirdeklerde kolektif etkiler

oldukça önemlidir ve yüksek enerjilerde sergilenen böyle bir davranış ile, kolektif etkiler hesaba dahil edilebilir. Bu tespit seviye yoğunluğu hesaplamaları için önemlidir.



Şekil 4.11 ^{236}U ve ^{244}Am çekirdekleri için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen ve q - parametresine bağlı olarak değişen seviye yoğunluğu değerleri.

Ayrıca şekil 4.12’ de hafif bir çekirdek olan ^{28}Si çekirdeği için de q -parametresinin değişimi incelendi. Bu türdeki hafif bir çekirdek için q -parametresinin etkisi ağır ve deforme çekirdeklerdeki gibi yüksek uyarılma enerjilerinde daha belirginleşmektedir. Bu şekilde bir etki yüksek uyarılma enerjilerinde deney ile olan uyumun daha iyi olması sağlar.



Şekil 4.12 ^{28}Si çekirdeği için U uyarılma enerjisine bağlı olarak çizilen ve q -parametresine bağlı olarak değişen seviye yoğunluğu değerleri.

Sonuç olarak elde edilen sonuçlar kullandığımız formüldeki parametre değerleri tam değerler olmamasına rağmen tüm kütle bölgeleri için tatmin edici sonuçların elde edilebileceğini göstermektedir. Bu tür hesaplamalarda ilk defa kullanılan bu yeni formül ile diğerleri arasındaki en önemli fark entropinin toplanabilir olmamasıdır. Bulduğumuz sonuçları incelediğimizde çekirdek içerisindeki nükleonların hareketlerinin ekstensif olmadığını söyleyebiliriz. Kuşkusuz bu yeni bakış açısı karmaşık bir yapıya sahip olan çekirdeğin bugüne kadar tam olarak belirlenemeyen özelliklerinin tanımlanmasında önemli bir dönüm noktası olabilir. Bu yeni formül ile daha güvenilir sonuçların elde edilmesi sisteme spin ve parite dağılımlarının dahil edilmesine ve parametre analizlerinin yapılmasına bağlıdır.

KAYNAKLAR:

- [1] H. Feshbach, Theoretical Nuclear Physics, p.260, (1992)
- [2] H. Bethe, Phys. Rev. 52, 332 (1937).
- [3] T.D. Newton, Can. J. Phys. 34, 804 (1956).
- [4] A.G.W. Cameron, J. Phys. 36, 1040 (1958).
- [5] E.Erba, U. Facchini and E.Saeta-Menichella, Nuovo Cimento 22, 1237 (1961).
- [6] A. Gilbert ve A.A.G.W. Cameron, Can. J. Phys 43, 1446 (1965).
- [7] A.V. Ignatyuk, K.K.Istekov, G.N.Smirenkin, Sov. J. Nucl. Phys. **29**, 450 (1979).
- [8] G.Rohr, Z. Phys. A 318, 299 (1984).
- [9] W.D.Myers ve W.J.Swiatecki, Nucl. Phys. 81, 1 (1966).
- [10] A. S. Iljinov, M. V. Mebel, N. Bianchi, E. De Sanctis, C. Guaraldo, V. Lucherini, V. Muccifora, E. Polli, A. R. Reolon, P. Rossi, Nuc. Phys. A 543, 517-557 (1992).
- [11] W.E. Ormand, Phys. Rev. C 56, R167 (1997).
- [12] N.N. Bogoljubov, D. N. Zuberev and J. A. Tchernikev, Dokl. Adak. Nauk SSSR 117, 788 (1957).
- [13] J. Barden,L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108, 1175 (1957).
- [14] P. Decowski, W. Grochulski, A. Marcinkowski, K. Siwek and Z. Wilhelmi, Nucl. Phys. A 110,129 (1968).
- [15] A.V. Ignatyuk, The statistical properties of the excited atomic nuclei (Energoatomizdat, Moscow,1983).
- [16] A. N. Behkami , Z. Kargar, J. Phys. G: Nucl. Phys. 18, 1023 (1992).
- [17] S .Goriely, Nucl. Phys. A 605, (1996) 28.
- [18] V. F. Weiskopf, Phys. Today 14, 18 (1961).
- [19] T. Ericson, Adv. Phys. 9, 425 (1960).
- [20] J. R . Huizenga and L. G. Moretto, An. Rev. Nucl. Sci. 22, 472 (1972).
- [21] A. V. Ignatyuk, G. N. Smirenkin and A. S. Tishin, Yad. Fiz. 21, 485 (1975).
- [22] K. H. Schmidt, H. Delagrange, J. P. Dufour, N. Corjan and A. Fleury, Z. Phys. A308, 215 (1982).
- [23] S. Bjornholm, A. Bohr, H.R. Mottelson, Proc. of the Symp. on physics and chemistry of fission, vol. 1, 367 (IAEA, Vienna, 1974).
- [24] M. Hagelund and A. S. Jensen, Phys. Scr. 15, 225 (1977).
- [25] J. W. Trunan, A. G. W. Cameron and E. Hilf, Proc. Int. Conf. on the properties of nuclei, Leisin, vol. 1, 275 (1970).
- [26] G.Braga-Marcazzan ve L. Milazzo-Colli, Energ. Nucl. (Milan) 15, 186 (1968).
- [27] Po-Lin Huang, S.M. Grimes ve T.N.Massey, Phys. Rev. C 62, 024002 (2000).

- [28] A.V. Ignatyuk, V.S. Stavisskin, A.S. Tishin, Nuclear Data for Reactors, IAEA, Vienna (1970).
- [29] V.S. Ramamurthy, S.S. Kapoor, S.K. Kataria, Phys. Rev. Lett. 25, 386 (1970)
- [30] S.K. Kataria, V.S. Ramamurthy, Nucl. Phys. A 349, 10 (1980).
- [31] A.Mengoni, Y. Nakajima, J. Nucl. Sci. Technol 31, 151 (1994).
- [32] A.V.Ignatyuk, In Nuclear Data Evaluation Methodology, C.Dunford (Ed), World Scientific, Singapore, 411 (1992).
- [33] P. Moller, J.R. Nix, W.D. Myers, W.J. Swiatecki, Nucl. Data Tables 59, 185 (1995).
- [34] A.V.Ignatyuk ve R. Capote, RIPL-2 Handbook, Nuclear Level Density, Syf. 85 (2005).
- [35] M. Sano and S. Yamasaki, Prog.Theor. Phys. 29, 397 (1963).
- [36] D. W. Lang, Nucl. Phys. 42, 353 (1963).
- [37] L.G. Moretto, Nucl. Phys. A 185 (1972) 145.
- [38] P. Demetriou, S. Goriely Nuclear Physics A 695 (2001) 95–108
- [39] S. Hilaire, J.P. Delaroche, A.J. Koning, Nucl. Phys. A 632, 417(1998).
- [40] S. Hilaire, J.P. Delaroche, M. Girod, Eur. Phys. J. A 12 ,169(2001).
- [41] S. Hilaire ve S. Goriely, Nuclear Physics A 779 ,63–81 (2006).
- [42] T. Døssing, A.S. Jensen, Nucl. Phys. A 222 (1974) 493.
- [43] [Reference input parameter library, IAEA-Tecdoc, 2005, in press, also available at <http://www-nds.iaea.org/ripl2>.
- [44] O.T. Grudzevich, A.V. Ignatyuk, V.I. Plyaskin, A.V. Zelenetsky, in: Proceedings of the International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, Mito, JAERI, 1988, p. 187.
- [45] C. Tsallis., J. Stat. Phys. 52,479 (1988).
- [46] J.D. Ramshaw, Thermodynamic stability conditions for the Tsallis and Reyni entropies, Phys. Lett. A, 175:171(1995)
- [47] A.M. Mariz, On the irreversible nature of the Tsallis and Reyni entropies, Phys. Lett. A, 165:409 (1992).
- [48] E.M.F. Curado, C. Tsallis., J. Phys. A24, L69 (1991).
- [49] C. Tsallis, R.S. Mendes and A.R. Plastino., Physica A, 534 (2000).
- [50] S. Martinez, F. Nicholas, F. Penini, A. Plastino, Physica A, 489 (2000).
- [51] O. Kayacan, Chemical Physics, 297, 1 (2004).
- [52] O. Kayacan, N. Can, Physica A, 331, 538 (2004).
- [53] O. Afsar and O.Kayacan, Phys.Scr. 6, 525 (2006).
- [54] D. Prato, Phys. Lett. A 203, 165 (1995).
- [55] S. Curilef, Z. Phys. B 100, 433 (1996).

Ek A: Fermi-gaz Modeli İle Seviye Yoğunluğunun Hesaplanması

Klasik istatistik temelinde Grand partisyon fonksiyonu

$$\begin{aligned}
 e^{\Omega} &= e^{-\beta\phi} \\
 &= \sum_{N'Z'M'E'} \exp[\beta(\mu_1 N' + \mu_2 Z' + \mu_3 M' - E')] \\
 &= \sum_{N'Z'M'} \int dE' P(E' N' Z' M') \exp[\beta(\mu_1 N' + \mu_2 Z' + \mu_3 M' - E')]
 \end{aligned} \tag{E.1}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada, $P(ENZM)$ seviye yoğunluğudur.

$$e^{\Omega} = \sum_{n_s Z_s} \exp \beta \left[\sum_s n_s (\mu_1 + \mu_3 m_{1s} - a_s) + \sum_s Z_s (\mu_2 + \mu_3 m_{2s} - b_s) \right] \tag{E.2}$$

$$\Omega = \sum_s \log \{1 + \exp[\beta(\mu_1 + \mu_3 m_{1s} - a_s)]\} + \sum_s \log \{1 + \exp[\beta(\mu_2 + \mu_3 m_{2s} - a_s)]\}.$$

Denklem (E2) den,

$$\begin{aligned}
 P(ENZM) &= \left(\frac{1}{2\pi i} \right)^4 \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} d\beta \int_{\gamma_3-i\infty}^{\gamma_3+i\infty} d\alpha_3 \int_{\gamma_2-i\infty}^{\gamma_2+i\infty} d\alpha_2 \int_{\gamma_1-i\infty}^{\gamma_1+i\infty} d\alpha_1 \\
 &\quad \times \exp(\Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E),
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

şeklinde ters Laplace dönüşümü ile elde edilir.

Burada,

$$\beta\mu_i = \alpha_i, \quad i = 1, 2, 3$$

şeklinde verilmektedir.

Buradan, hareketin sabitleri en keskin iniş yöntemi yardımıyla tanımlanır. Bu yöntemle göre,

$$f(\beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \Omega(\beta, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E.$$

şeklinde tanımlanır. Semer noktası şartları,

$$\partial f / \partial \alpha_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad \partial f / \partial \beta = 0,$$

olarak verilmiştir. Bu durumda,

$$N = \partial\Omega / \partial\alpha_1, \quad Z = \partial\Omega / \partial\alpha_2, \quad M = \partial\Omega / \partial\alpha_3, \quad E = -\partial\Omega / \partial\beta \quad (\text{E.4})$$

ve

$$P(ENZM) = \frac{\exp(\Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E)}{(2\pi)^2 \sqrt{(\det|\Omega|)}} \quad (\text{E.5})$$

ifadeleri elde edilir. Burada $\det|\Omega|$ (4×4) bir determinant olup aşağıdaki gibi tanımlanmıştır

$$\det|\Omega| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1^2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2^2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3^2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3 \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3 \partial \beta} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta^2} \end{vmatrix} \quad (\text{E.6})$$

Ω ve türevlerinin hesaplanması için (E2)' de verilen kesikli durum $\mathcal{E}$ enerjisi üzerinden sürekli hale dönüştürülür. Bu amaç için girilen tek parçacık seviye yoğunlukları nötronlar ve protonlar için sırasıyla $g_1(\mathcal{E}, m_1)$ ve $g_2(\mathcal{E}, m_2)$ şeklinde ifade edilir. Böylece,

$$\begin{aligned} \Omega &= \sum_{m1} \int_0^\infty d\mathcal{E} g_1(\mathcal{E}, m_1) \log[1 + \exp(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \mathcal{E})] \\ &\quad + \sum_{m2} \int_0^\infty d\mathcal{E} g_2(\mathcal{E}, m_2) \log[1 + \exp(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \mathcal{E})] \\ &= \Omega_1 + \Omega_2 \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

ifadesi elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \beta \sum_{m1} \left[\int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} du \int_0^u g_1(\mathcal{E}, m_1) d\mathcal{E} \right] \\ &\quad + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum_{m1} g_1(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \frac{7\pi^4}{360\beta^3} \sum_{m1} \frac{d^2}{d\mathcal{E}^2} g_1(\mathcal{E}, m_1) \Big|_{\mathcal{E}=\mu_1 + \mu_3 m_1} + \dots \end{aligned} \quad (\text{E.8})$$

biçiminde verilir.

$g_1(\varepsilon, m_1)$ ifadesi $\varepsilon = \mu_1$ etrafında ikinci türevine kadar Taylor serisine açılırsa:

$$g_1(\varepsilon, m_1) \cong g_1(\mu_1, m_1) + (\varepsilon - \mu)g_1'(\mu_1, m_1) + \frac{1}{2}(\varepsilon - \mu_1)^2, g_1''(\mu_1, m_1), \quad (E.9)$$

olur. Burada,

$$g_1^{(v)}(\mu_1, m_1) = \left(d^v / d\varepsilon^v g_1(\varepsilon, m_1) \right) \Big|_{\varepsilon=\mu_1}.$$

olarak tanımlanmıştır.

(a_s, m_{1s}) ve $(a_s, -m_{1s})$ tek parçacık durumları, bir dış alanın yokluğunda

$$g_1(\varepsilon, m_1) = g_1(\varepsilon, -m_1)$$

şeklinde dejenere olur. Denklem (E.8)'in ilk terimi,

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & \beta \sum_{m_1} \int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} d\varepsilon [\mu_1 + \mu_3 m_1 - \varepsilon] g_1(\varepsilon, m_1) \\ & + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum_{m_1} g_1(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \frac{7\pi^4}{360\beta^3} \sum_{m_1} \frac{d^2}{d\varepsilon^2} g_1(\varepsilon, m_1) \Big|_{\varepsilon=\mu_1 + \mu_3 m_1} + \dots \end{aligned} \quad (E.10)$$

şeklinde ifade edilir. Böylece,

$$\begin{aligned} \Omega_1 = & \beta \left[\frac{\mu_1^2}{2} \sum g_1(\mu_1, m_1) - \frac{\mu_1^3}{3} \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \frac{\mu_1^4}{8} \sum g_1''(\mu_1, m_1) + \dots \right] \\ & + \beta \left[\frac{\mu_3^2}{2} \sum g_1(\mu_1, m_1) m_1^2 + \frac{\mu_3^4}{24} \sum g_1''(\mu_1, m_1) m_1^2 + \dots \right] \\ & + \frac{\pi^2}{6\beta} \left[\sum g_1(\mu_1, m_1) + \frac{\mu_3^2}{2} \sum g_1''(\mu_1, m_1) m_1^2 + \dots \right] \\ & + \frac{7\pi^4}{360\beta^3} \left[\sum g_1''(\mu_1, m_1) + \dots \right] \end{aligned} \quad (E.11)$$

olarak elde edilir. Burada indislerde 1 yerine 2 yerleştirilirse Ω_2 için de benzer bir ifade elde edilir. N , Z 'yi bulmak için, ya denklem (E.7)'nin ya da (E.11)'in türevi alınır. Bu durumda,

$$N = \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_1} = \frac{\partial \Omega_1}{\partial \alpha_1} = \sum_{m_1} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{g_1(\varepsilon, m_1)}{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]}.$$

$$N = \sum_{m_1} \int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} d\epsilon g_1(\epsilon, m_1) + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum g_1'(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1). \quad (E.12)$$

şeklinde gösterilir. Denklem (E9) kullanılarak,

$$\begin{aligned} N = & \mu_1 \sum g_1(\mu_1, m_1) - \frac{\mu_1^2}{2} \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \frac{\mu_1^3}{6} \sum g_1''(\mu_1, m_1) + \frac{\mu_3^2}{2} \sum g_1'(\mu_1, m_1) m_1^2 \\ & + \frac{\pi}{6\beta} \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \dots \end{aligned} \quad (E.13)$$

sonucuna ulaşılır.

Benzer şekilde, hareketin sabitlerinden olan Z, M ve E ifadeleri aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} Z = \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_2} = \frac{\partial \Omega_2}{\partial \alpha_2} &= \sum_{m_2} \int_0^\infty d\epsilon \frac{g_2(\epsilon, m_2)}{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \epsilon)]} \\ &= \sum_{m_2} \int_0^{\mu_2 + \mu_3 m_2} d\epsilon g_2(\epsilon, m_2) + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum g_2'(\mu_2 + \mu_3 m_2, m_2), \end{aligned} \quad (E.14)$$

$$\begin{aligned} Z = & \mu_2 \sum g_2(\mu_2, m_2) - \frac{\mu_2^2}{2} \sum g_2'(\mu_2, m_2) + \frac{\mu_2^3}{6} \sum g_2''(\mu_2, m_2) + \frac{\mu_3^2}{2} \sum g_2'(\mu_2, m_2) m_2^2 \\ & + \frac{\pi}{6\beta} \sum g_2'(\mu_2, m_2) + \dots \end{aligned} \quad (E.15)$$

$$\begin{aligned} M = \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_3} &= \sum_{m_1} \int_0^\infty d\epsilon \frac{m_1 g_1(\epsilon, m_1)}{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \epsilon)]} \\ &+ \sum_{m_2} \int_0^\infty d\epsilon \frac{m_2 g_2(\epsilon, m_2)}{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \epsilon)]} \\ &= \sum_{m_1} m_1 \int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} d\epsilon g_1(\epsilon, m_1) + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum g_1'(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) \\ &= \sum_{m_2} m_1 \int_0^{\mu_2 + \mu_3 m_2} d\epsilon g_2(\epsilon, m_2) + \frac{\pi^2}{6\beta} \sum g_2'(\mu_2 + \mu_3 m_2, m_2) + \dots \end{aligned} \quad (E.16)$$

$$\begin{aligned}
M = & \mu_3 [\sum m_1^2 g_1(\mu_1, m_1) + \sum m_2^4 g_2(\mu_2, m_2)] \\
& + \frac{\mu_3^3}{6} [\sum m_1^4 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^4 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
& + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \mu_3 [\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)] + \dots,
\end{aligned} \tag{E.17}$$

$$\begin{aligned}
E = & -\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = \sum_{m_1} \int_0^\infty \frac{\varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) d\varepsilon}{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]} \\
& + \sum_{m_2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon g_2(\varepsilon, m_2) d\varepsilon}{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)]} \\
= & \sum_{m_1} \left[\int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} \varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) d\varepsilon + \frac{\pi^2}{6\beta} \frac{d}{d\varepsilon} [\varepsilon g_1(\varepsilon, m_1)]_{\varepsilon=\mu_1 + \mu_3 m_1} \right. \\
& \left. + \frac{7\pi^4}{360\beta^4} \frac{d^3}{d\varepsilon^3} [\varepsilon g_1(\varepsilon, m_1)]_{\varepsilon=\mu_1 + \mu_3 m_1} \right] + \dots
\end{aligned} \tag{E.18}$$

$$\begin{aligned}
= & -\frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = \sum_{m_1} \int_0^{\mu_1} \varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) d\varepsilon + \sum_{m_1} \int_0^{\mu_1 + \mu_3 m_1} \varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) d\varepsilon \\
& + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \sum (\mu_1 + \mu_3 m_1) g_1'(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \sum g_1(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) \\
& + \frac{7\pi^4}{120\beta^4} \sum g_1''(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \dots
\end{aligned}$$

İlk terim, tam olarak dolu olan dejenere durumun enerjisi U_0 dir. $U = E - U_0$ olarak tanımlanır.

$$\begin{aligned}
U = & \frac{\pi^2}{2} \left[\sum m_1^2 g_1(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^2}{2} \left[\mu_1 \sum m_1^2 g_1'(\mu_1, m_1) + \mu_2 \sum m_2^2 g_2'(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^4}{8} \left[\sum m_1^4 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^4 g_2''(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \left[\sum g_1(\mu_1, m_1) + \sum g_2(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^2}{6\beta^2} \left[\mu_1 \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \mu_2 \sum g_2'(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^2}{4\beta^2} \mu_3^2 \left[\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{7\pi^4}{120\beta^4} \left[\sum g_1''(\mu_1, m_1) + \sum g_2''(\mu_2, m_2) \right]
\end{aligned} \tag{E.19}$$

(E.10), (E.12), (E.14), (E.16), ve (E.18) numaralı denklemler beraber kullanıldığında (E.6)' da gösterilen eksponansiyel ifadenin içindeki terim aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E \\
& = \frac{\pi^2}{3\beta} \left[\sum_{m_1} g_1(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \sum_{m_2} g_2(\mu_2 + \mu_3 m_2, m_2) \right] \\
& + \frac{7\pi^4}{90\beta^3} \left[\sum_{m_1} g_1''(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \sum_{m_2} g_2''(\mu_2 + \mu_3 m_2, m_2) \right]
\end{aligned} \tag{E.20}$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{\pi^2}{3\beta} \left[\sum g_1(\mu_1, m_1) + \sum g_2(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{\pi^2}{6\beta} \mu_3^2 \left[\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2) \right] \\
& + \frac{7\pi^4}{90\beta^3} \left[\sum g_1''(\mu_1, m_1) + \sum g_2''(\mu_2, m_2) \right] + \dots
\end{aligned} \tag{E.21}$$

Determinantın bileşenlerini tanımlamak için Ω 'nın ikinci türevi alınır. Buna göre,

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1^2} = \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial \alpha_1^2} = \sum_{m_1} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{g_1(\varepsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]\}^2}.$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1^2} = \frac{1}{\beta} \sum g_1(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \sum g_1''(\mu_1 + \mu_3 m_1, m_1) + \dots$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1^2} = \frac{\sum g_1(\mu_1, m_1)}{\beta} + \frac{\mu_3^2}{2\beta} \sum g_1''(\mu_2, m_1) m_1^2 + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \sum g_1''(\mu_1, m_1) + \dots \quad (\text{E.22})$$

ifadesine ulaşılır.

Benzer şekilde determinantın diğer bileşenleri için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2^2} = \frac{\sum g_2(\mu_2, m_2)}{\beta} + \frac{\mu_3^2}{2\beta} \sum g_2''(\mu_2, m_2) m_2^2 + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \sum g_2''(\mu_2, m_2), \quad (\text{E.23})$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = 0, \quad (\text{E.24})$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} = \sum_{m_1} \int_0^\infty \frac{m_1 g_1(\epsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \epsilon)]}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \epsilon)]\}}$$

$$= \frac{\mu_3}{\beta} \sum m_1^2 g_1'(\mu_1, m_1) + \dots, \quad (\text{E.25})$$

$$\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} = \frac{\mu_3}{\beta} \sum m_2^2 g_2'(\mu_2, m_2) + \dots, \quad (\text{E.26})$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} &= - \sum_{m_1} \int_0^\infty \frac{\varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]\}^2} d\varepsilon \\
- \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} &= \frac{\mu_1}{\beta} \sum g_1(\mu_1, m_1) + \frac{\mu_3^2}{\beta} \sum g_1'(\mu_1, m_1) m_1^2 + \frac{\mu_1 \mu_3^2}{2\beta} \sum g_1''(\mu_1, m_1) m_1^2 \\
&\quad + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \mu_1 \sum g_1''(\mu_1, m_1) + \frac{\pi^2}{3\beta^3} \mu_1 \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \dots,
\end{aligned} \tag{E.27}$$

$$\begin{aligned}
- \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} &= \frac{\mu_2}{\beta} \sum g_2(\mu_2, m_2) + \frac{\mu_3^2}{\beta} \sum g_2'(\mu_2, m_2) m_2^2 + \frac{\mu_2 \mu_3^2}{2\beta} \sum g_2''(\mu_2, m_2) m_2^2 \\
&\quad + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \mu_2 \sum g_2''(\mu_2, m_2) + \frac{\pi^2}{6\beta^3} \mu_2 \sum g_2'(\mu_2, m_2) + \dots,
\end{aligned} \tag{E.28}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3^2} &= \sum m_1^2 \int_0^\infty \frac{g_1(\varepsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)] d\varepsilon}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
&\quad + \sum m_2^2 \int_0^\infty \frac{g_2(\varepsilon, m_2) \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)] d\varepsilon}{\{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
&= \frac{\sum m_1^2 g_1(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2(\mu_2, m_2)}{\beta} \\
&\quad + \frac{\mu_3^2}{2\beta} [\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\pi^2}{6\beta} [\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)] + \dots,
\end{aligned} \tag{E.29}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3 \partial \beta} &= \sum m_1 \int_0^\infty \frac{\varepsilon g_1(\varepsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)] d\varepsilon}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
&\quad + \sum m_2 \int_0^\infty \frac{\varepsilon g_2(\varepsilon, m_2) \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)] d\varepsilon}{\{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
&= \frac{\mu_3}{\beta} [\sum m_1^2 g_1(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\mu_3}{\beta} [\mu_1 \sum m_1^2 g_1'(\mu_1, m_1) + \mu_2 \sum m_2^2 g_2'(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\mu_3^3}{2\beta} [\sum m_1^4 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^4 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\pi^2}{2\beta^3} \mu_3 [\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)]
\end{aligned} \tag{E.30}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta^2} &= \sum_{m_1} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 g_1(\varepsilon, m_1) \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]}{\{1 + \exp[-(\alpha_1 + \alpha_3 m_1 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
&\quad + \sum_{m_2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 g_2(\varepsilon, m_2) \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)]}{\{1 + \exp[-(\alpha_2 + \alpha_3 m_2 - \beta \varepsilon)]\}^2} \\
\frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta^2} &= \frac{1}{\beta} [\mu_1^2 \sum g_1(\mu_1, m_1) + \mu_2^2 \sum g_2(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\mu_3^2}{\beta} [\sum m_1^2 g_1(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{2\mu_3^2}{\beta} [\mu_1^2 \sum m_1^2 g_1'(\mu_1, m_1) + \mu_2^2 \sum m_2^2 g_2'(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\mu_3^2}{2\beta} [\mu_1^2 \sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \mu_2^2 \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\mu_3^4}{2\beta} [\sum m_1^4 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^4 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\pi^2}{3\beta^3} [\sum g_1(\mu_1, m_1) + \sum g_2(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{2\pi^2}{3\beta^3} [\mu_1 \sum g_1'(\mu_1, m_1) + \mu_2 \sum g_2'(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\pi^2}{6\beta^3} [\mu_1^2 \sum g_1''(\mu_1, m_1) + \mu_2^2 \sum g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{\pi^2 \mu_3^2}{\beta^3} [\sum m_1^2 g_1''(\mu_1, m_1) + \sum m_2^2 g_2''(\mu_2, m_2)] \\
&\quad + \frac{7\pi^4}{30\beta^5} [\sum g_1''(\mu_1, m_1) + \sum g_2''(\mu_2, m_2)] + \dots
\end{aligned} \tag{E.31}$$

ε ile ilişkili $g_1(\varepsilon, m_1)$ ve $g_2(\varepsilon, m_2)$ nin tüm türevlerinin sıfır olduğu durumda,

$$\begin{aligned}
g_1 &= \sum g_1(\varepsilon, m_1), & g_2 &= \sum g_2(\varepsilon, m_2), & g &= g_1 + g_2 \\
\langle m^2 \rangle g &= \sum m_1^2 g_1(\varepsilon, m_1) + \sum m_2^2 g_2(\varepsilon, m_2).
\end{aligned} \tag{E.32}$$

ifadeleri tanımlanır.

Böylece, (E.13), (E.15), (E.17), (E.19), ve (E.21) numaralı denklemler yardımıyla

$$N = \mu_1 g_1, \quad Z = \mu_2 g_2, \quad M = \mu_3 \langle m^2 \rangle g, \quad (\text{E.33})$$

$$E = U_0 + \frac{1}{2} \mu_3^2 \langle m^2 \rangle g + \frac{\pi^2 g}{6\beta^2}, \quad (\text{E.34})$$

$$\Omega - \alpha_1 N - \alpha_2 Z - \alpha_3 M + \beta E = \pi^2 g / 3\beta$$

ve

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1^2} &= \frac{g_1}{\beta}, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2^2} = \frac{g_2}{\beta}, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_3} = \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_3} = 0, \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3^2} &= \frac{\langle m^2 \rangle g}{\beta}, \end{aligned} \quad (\text{E.35})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_1 \partial \beta} &= \frac{-\mu_1 g_1}{\beta}, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_2 \partial \beta} = \frac{-\mu_2 g_2}{\beta}, \quad \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_3 \partial \beta} = -\mu_3 \frac{\langle m \rangle g}{\beta}, \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta^2} &= \frac{\mu_1^2 g_1 + \mu_2^2 g_2 + \mu_3^2 \langle m^2 \rangle g}{\beta} + \frac{\pi^2}{3\beta^3} g. \end{aligned}$$

sonuçlarına ulaşılır. Bulunan bu terimler determinanatta yerine yazılacak olursa

$$\det|\Omega| = \begin{vmatrix} \frac{g_1}{\beta} & 0 & 0 & \frac{-\mu_1 g_1}{\beta} \\ 0 & \frac{g_2}{\beta} & 0 & \frac{-\mu_2 g_2}{\beta} \\ 0 & 0 & \frac{g \langle m^2 \rangle}{\beta} & \frac{-\mu_3 \langle m^2 \rangle g}{\beta} \\ \frac{-\mu_1 g_1}{\beta} & \frac{-\mu_2 g_2}{\beta} & \frac{-\mu_3 \langle m^2 \rangle g}{\beta} & \frac{\mu_1^2 g_1 + \mu_2^2 g_2 + \mu_3^2 \langle m^2 \rangle g}{\beta} + \frac{\pi^2}{3\beta^3} g \end{vmatrix}$$

ifadesine ulaşılır. Daha sonra gerekli işlemler yapılırsa

$$\det|\Omega| = \frac{\pi^2 g_1 g_2 g^2 \langle m^2 \rangle}{3\beta^6} \quad (\text{E.36})$$

sonucu elde edilir.

Daha sonra (E5), (E.34), ve (E.35) denklemleri yardımıyla seviye yoğunluğu ifadesi,

$$P(ENMZ) = \frac{\exp(\pi^2 g / 3\beta)}{(2\pi)^2 \left[(\pi^2 g_1 g_2 g^2 \langle m^2 \rangle) / (3\beta^6) \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (E.37)$$

biçiminde elde edilir.

Denklem (E.33) den

$$U = \frac{M^2}{2\langle m^2 \rangle g} + \frac{\pi^2 g}{6\beta^2},$$

$$\frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{a}} \sqrt{U - \frac{M^2}{2\langle m^2 \rangle g}}$$

ifadelerine ulaşılır. Burada,

$$a = \frac{\pi^2 g}{6}$$

şeklinde gösterilir ve seviye yoğunluğu parametresini ifade eder.

$P(ENZM)$ hesaplamak için toplam ifadesinde bulunan terimler integraller yardımıyla hesaplanır. Bu durum sadece, U , g^{-1} tek parçacık seviye boşluğundan büyük olduğu durumda geçerlidir.

Sonuç olarak,

$$\frac{1}{\beta} \cong \sqrt{\frac{U}{a}} \left(1 - \frac{M^2}{4\langle m^2 \rangle g U} \right). \quad (E.38)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (E.36)'nın eksponansiyel terimi dışında, yukarıda ifade edilen sebepten dolayı (E.37) numaralı denkleminin sadece ilk terimini kullanılır. Daha iyi bir yaklaşıklık yapılır ve $4g_1 g_2 = g^2$ seti tanımlanırsa (bu $g_1 = g_2$ olarak alındığı durumda gerçekleşir).

$$t = \frac{1}{\beta} \cong \sqrt{\frac{U}{a}}. \quad (E.39)$$

sonucuna ulaşılır. Daha sonra,

$$P(ENMZ) = \frac{\exp(2\sqrt{aU} - M^2 / 2g\langle m^2 \rangle t)}{(2\pi)^2 \left[(\pi^2 g^4 \langle m^2 \rangle t^6) / 12 \right]^{\frac{1}{2}}},$$

$$\begin{aligned}
\omega(U) &\equiv \sum_M P(UNMZ) \cong \int_{-\infty}^{\infty} dM P(ENMZ) \\
&= \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{(2\pi)^{3/2} [(\pi^2 g^3 t^5)/12]^{1/2}}, \\
&= \frac{\sqrt{\pi}}{12} \frac{\exp(2\sqrt{aU})}{a^{1/4} U^{5/4}}.
\end{aligned} \tag{E.40}$$

sonucu elde edilir. Bu bütün M seviyelerinin dahil edildiği seviye yoğunluğu ifadesidir.

ÖZGEÇMİŞ

Ramazan ATICI, 10 Mart 1980 yılında Erzincan'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Erzincan'da tamamladı. Daha sonra 1996–1998 yılları arasında Atatürk Üniversitesi Erzincan Meslek Yüksek Okulu elektrik programından mezun oldu. Lisans eğitimini 2000–2004 yılları arasında Celal Bayar Üniversitesinde tamamladı. 2004–2005 öğretim yılında Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Nükleer Fizik Bilim Alanı'nda yüksek lisans eğitime başladı. Ramazan ATICI, 2005 yılında Yrd. Doç. Dr. Halil BABACAN' ın yürütmekte olduğu “Nükleer Seviye Yoğunluklarının non-ekstensif istatistik yardımıyla tüm kütle bölgeleri için incelenmesi” konulu Tübitak Bilim Projesi'nde yardımcı araştırmacı olarak çalışmaya başladı. Proje kapsamındaki çalışmaları halen devam etmektedir.