ÇOK BOYUTLU EŞLEŞMİŞ ÇİFTLER ARASINDAKİ FARKIN SINAMASINDA PERMÜTASYON YÖNTEMİNİN BİR DEĞERLENDİRMESİ

Burak ŞİMŞEK

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İSTATİSTİK

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEMMUZ 2007
ANKARA

Burak ŞİMŞEK tarafından hazırlanan ÇOK BOYUTLU EŞLEŞMİŞ ÇİFTLER ARASINDAKİ FARKIN SINAMASINDA PERMÜTASYON YÖNTEMİNİN BİR DEĞERLENDİRİLMESİ adlı bu tezin Yüksek Lisans olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Mustafa Y. ATA
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Semra ERBAŞ

Üye : Prof. Dr. Hamza GAMGAM

Üye : Prof. Dr. Müslim EKNİ

Üye : Prof. Dr. Fikri ÖZTÜRK

Üye : Yrd. Doç. Dr. Mustafa Y. ATA

Tarih : 10/07/2007

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Burak ŞİMŞEK

ÇOK BOYUTLU EŞLEŞMİŞ ÇİFTLER ARASINDAKİ FARKIN SINAMASINDA PERMÜTASYON YÖNTEMİNİN BİR DEĞERLENDİRMESİ

(Yüksek Lisans Tezi)

Burak ŞİMŞEK

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Temmuz 2007

ÖZET

Dağılımı bilinmeyen bir yığından rasgele seçilen tek bir örnekten başka, yeni bir örnek seçme yada örnek çapını büyütememe, araştırmacıların gerçek uygulamalarda sık karşılaştıkları bir durumdur. Böyle bir tek örneğe ilişkin bireylerin belirli denence yapılarında olası tüm sıralamaları yapılabilirse, dağılımdan bağımsız örnek istatistikleri ve sınama karar kuralları, istatistiksel denence sınamanın temel mantığı çerçevesinde araştırmacı tarafından tanımlanabilir. Permütasyon sınama yöntemi olarak adlandırılan bu yaklaşım da, bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişmeyle günümüzde yeniden canlanan kuramsal temeli eski istatistiksel yöntemlerinden birisidir.Bu çalışmada, Permütasyon sınama yöntemi ile ilgili temel bilgiler ve örnekler verildikten sonra, uygulamada sıkça karşılaşılan çok boyutlu indirgenmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığını belirlemeye yönelik yapıdaki denence sınamalarında permütasyon sınama yönteminin başarısı sanal ortamda gerçekleştirilen Monte Carlo bir deneyle gösterilmiştir.

Bilim kodu : 205.1.066
Anahtar Kelimeler : Eşleşmiş Çiftler, Permütasyon Sınama Yöntemi, Hotelling T2 Yöntemi, Monte Carlo Yöntemi
Sayfa Adedi : 62
Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. M. Yavuz ATA

AN EVALUATION OF THE PERMUTATION METHOD IN TESTING THE DIFFERENCE BETWEEN MULTIVARIATE MATCHED PAIRS

(M. Sc. Thesis)

Burak ŞİMŞEK

GAZİ UNIVERSITY

INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

July 2007

ABSTRACT

The impossibility of sampling a new sample or increasing the sample size of a single sample randomly sampled from a population with an unknown distribution is a frequent case faced with by researches in real applications. In certain structures of hypothesis, if all the possible permutations of the units of such a sample can be attained, the distribution free sample statistics and the decision rules of testing can be attained, the distribution free sample statistics and the decision rules of testing can be defined by the researcher within the framework of the fundamental logic of statistical hypothesis testing. This approach too, which is called as a permutation testing method, is one of the statistical testing techniques with a theoretical base established in the past with come to life a new with the rapid development in the computer technology.

In this work, after giving the fundamental information and the examples, the performance of the permutation method in the structure of a hypothesis testing which aims at determine the significance of difference between the multidimensional matched pairs has been

presented by a Monte Carlo experiment realized in the virtual environment.

Science Code : 205.1.066
Key Words :Matched Pairs, Permutation Test, Hotelling T2 Method, Monte Carlo Method
Page Number : 62
Adviser : Yrd. Doç. Dr. M. Yavuz ATA

TEŞEKKÜR

Yazar, bu çalışmanın gerçekleşmesinde katkılarından dolayı, aşağıda adı geçen kişilere içtenlikle teşekkür eder.

Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa Y. ATA, tez çalışmasının gerçekleştirilmesi için gerekli ortamı hazırlamış ve çok değerli katkılarda bulunmuştur.

Sayın Öğr. Gör. Dr. Selahattin ERGEÇ, çalışma süresince tez çalışmasının gerçekleştirilmesinde çok değerli katkılarda bulunmuştur.

Sayın Araştırma Görevlisi Fikri GÖKPINAR çalışmanın başında ilgili konunun kavranmasında çok değerli katkılarda bulunmuştur.

Sayın Serdar Tombul çalışmanın şekillenmesinde katkıda bulunmuştur.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Sayfa

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge **Sayfa**

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil **Sayfa**

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada bazı simgeler ve kısaltmalar açıklamalarıyla birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	**Açıklama**
D	Tüm olası yeni düzenlemelerin sayısı
$\bar{\mathbf{f}}$	Eşleşmiş çiftler ortalama fark istatistiği
H	Yığın ortalamaları için k örnekli denence sınama istatistiği
K	k sıralı örnek için Pitman istatistiği
L	Yığın ortalamaları için iki örnekli denence sınama istatistiği
$\mathbf{p}_{tek}$	Tek yönlü sınamada p oranı
$\mathbf{p}_{çift}$	Çift yönlü sınamada p oranı
ykörö,x i ⊢ $_{örö}$	Yerine koyarak örnekten rasgele örnek ortalamasının standart hatası
t	Eşleşmiş çiftler için Student t sınama istatistiği
u	Fisher'in kesin sınamasında uç değer karşılaştırması istatistiği
$\mathbf{v}_n$	Yığın ortalaması için tek örnekli denence sınama istatistiği
$\bar{\mathbf{x}}^{i}_{ykörö}$	i. yerine koyarak örnekten rasgele örneğin ortalaması
$\bar{\mathbf{x}}^{u}_{ykörö}$	u tane yerine koyarak örnekten rasgele örnek ortalamasının ortalaması
δ	Aly' nin sınama istatistiği
F	Eşleşmiş çiftlerde beklenen değer fark parametresi

Kısaltmalar	Açıklama
ykörö	Yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme

1. GİRİŞ

Denence sınamalarında parametrik yöntemlerin kullanılabilmesi için, gerekli varsayımlardan biri olan, yığının normal dağılmış olması varsayımının, diğer bazı ek varsayımlarla birlikte sağlanıyor olması gerekir. Normallik varsayımı sağlanmıyor olsa bile, *merkezi limit kuramı* gereğince, örnek çapı yeteri kadar büyük ise istatistiklerin örnekleme dağılımları normal dağılıma yakınsayacağından parametrik yöntemler kullanılabilir [1].

Denence sınamada parametrik yöntemlerin kullanılamadığı durumlarda ise *parametrik olmayan yöntemlerin* kullanılacağı açıktır. Bu çalışmada irdelenecek olan *permütasyon sınama yöntemi* de parametrik olmayan bir sınama yöntemdir. Uygulamada, yığından defalarca örnek çekmenin çok maliyetli hatta olanaksız olduğu durumlarda, yığına ilişkin bir çıkarım için tek bilgi kaynağı, oluşturulan eldeki tek bir örnek olabilir. Böyle bir durumda izlenebilecek mantıksal bir yol, *yeniden örnekleme* olarak adlandırılan, eldeki örnekten yeni örnekler oluşturmaktır. Bu genel yaklaşım, eldeki örnekten *yerine koyarak rasgele örneklem* yada söz konusu denenecenin yapısına bağlı olarak oluşturulabilecek eldeki örnek birimlerinden yeni *düzenlemeler* oluşturma biçiminde uygulanabilir. Eldeki tek örneğin yeni düzenlemelerine göre araştırmacı tarafından tanımlanan sınama istatistiklerinin, yığının dağılımından bağımsız kritik değerlerinin hesaplandığı bu yöntemin ilk örneklerinden biri, R. A. Fisher tarafından verilmiştir [2,3]. Denence sınamada araştırmacıya etkin ve güvenilebilir sonuçlar vermesine karşın, permütasyon sınama yöntemi uygulanabilirlik yapısı gereği gelişmiş bilgisayar teknolojisine gereksinim duymaktadır. Dolayısıyla istatistiksel denence sınamasında kullanılması yirminci yüzyılın başlarında önerilmesine karşın, bilgisayar teknolojisinin gelişimi sonucu hesaplama güçlüğünün ortadan kalkması ile permütasyon sınama yöntemi son yıllarda yaygınlık kazanmıştır [4,5].

Permütasyon sınama yöntemi ile yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaları araştırma düzeyi bakımından iki gurupta toplamak mümkündür. Bazı çalışmalarda permütasyon sınama yönteminin gücü, birtakım denence yapıları çerçevesinde elde edilmiş ve yöntemin etkinliği geleneksel yöntemlerinki ile karşılaştırılmıştır. Diğer çalışmalarda ise permütasyon sınama yöntemi, araştırmacı tarafından ilgi konusu olan çeşitli denence yapılarında, alternatif bir uygulama niteliği taşımıştır. Aşağıda permütasyon sınama yöntemi ile ilgili bazı çalışmalar sunulmuştur. Verilen bu örnek çalışmalar permütasyon sınama yönteminin uygulanabilirlik alanının ne kadar geniş olduğunu gösterir niteliktedir.

Blair R. C. ve diğerleri, *çok değişkenli bağımsız ve eşleşmiş veri yapılarına ilişkin denence sınamalarında*, Hemmelmann C. ve diğerleri , *çok boyutlu Elektro-Ensefalografi verilerinin* konum parametrelerine ait denencelerin sınanmasında, permütasyon sınama yöntemi kullanılmış ve yöntemin geleneksel yaklaşımlara göre gücü karşılaştırılmıştır [6,7]. Routledge R. D., *değişke çözümlemesinde* permütasyon sınama yöntemi *F sınama yöntemi* ile karşılaştırılmıştır [8]. Neuhaus G. ve Zhu L., *çok boyutlu konumlandırma problemi* (ağır ve hafif kuyruklu dağılımlarda), *permütasyon* sınama yöntemi ile ele alınmış ve yöntemin gücü değerlendirilmiştir [9]. Antoch J. ve Huskova M., *değişim noktası çözümlemesinde* permütasyon sınama yönteminin diğer bazı geleneksel yöntemlere göre karşılaştırmaları yapılmıştır [10]. Ludbrook J. ve Dudley H. , *biyomedikal araştırmalarda*, permütasyon sınama yönteminin geleneksel *t* ve F sınamalarına göre üstünlüğü ortaya konmuş ve belirli veri kümeleri kullanılarak yöntemlerin istatistiksel değerlendirmeleri sunulmuştur [11].

Anderson M. J. ve Robinson J., *doğrusal regresyon modelleri* için, kısmi regresyon katsayılarının denence sınamalarında, Borkowf C. B., *çift yönlü tutarlılık çizelgelerinde*, etkin bir sınıflandırılmış veri üretme algoritması elde edilerek ortalama parametrelerinin keyfi oranları için sınıflandırılmış verilere ait denecelerin sınamasında, Rose K. A. ve Smith E. P., *uyum iyiliği* *modelinin* istatistiksel bir değerlendirmesinde, Jung B. C ve diğerleri, *iki yönlü değişke çözümlemesinde* (hem ana etkilerin hem de etkileşimlerin sınandığı bir tasarım için), Luger R., *hem doğrusal hem de iç içe olmayan regresyon modellerine* ait önsav sınamalarında, Yamada T. ve Sugiyama T., önerilen sınama istatistikleri çerçevesinde, *kanonik birilişki çözümlemesinde* permütasyon sınama yöntemi kullanılmıştır [12-17]. Robinson J., *Eğer noktası yaklaşımlarında*, permütasyon sınama yöntemi ile yığın parametrelerine ait güven aralıkları elde edilmiştir [18].

Bu çalışmada, permütasyon sınama yöntemi basitten karmaşığa doğru, yığın(lar)ın beklenen değerine ilişkin geleneksel bazı denence sınamaları çerçevesinde ele alınacaktır. Daha sonra sanal deney ortamında, *çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınamasında* permütasyon sınama yönteminin bir değerlendirmesi sunulacaktır.

2. PERMÜTASYON SINAMA YÖNTEMİ

Bu başlıkta, permütasyon sınama yöntemine ilişkin temel tanımlar verilecek, konum parametrelerine ilişkin bazı denence yapıları için permütasyon sınama yönteminin nasıl uygulandığı gösterilecek ve yöntemin bu bölümde ele alınacak olan denence yapılarında uygulanılabilmesi için gerekli olan varsayımları ele alınacaktır.

Permütasyon sınama yöntemine başvurulmasının önemli nedenlerinden biri, (başka bazı sınama yöntemlerinde de olduğu gibi) yığına ait elde yalnızca bir örneğin bulunması durumunda denence_sınamasının gerçekleştirilebilmesi ve doğru sonuç çıkarımlarının yapılabilmesidir. Permütasyon sınama yöntemi ile yapılan sınamanın gücü, diğer alternatif yaklaşımlarınki kadar ya da daha yüksek olma özelliğine sahiptir. Yöntemin tercih edilmesindeki bir diğer önemli sebep ise, yöntemin uygulanabilirlik alanının çok geniş olmasıdır. Permütasyon sınama yöntemi sürekli, sıralı, sınıflandırılmış veri gurupları gibi farklı yapıda verilere uygulanabilir. Bunun yanında dağılımdan bağımsızlık söz konusu olduğu için permütasyon sınama yönteminin uygulanacağı örneğe ait yığın normal, yarı normal veya normal olmayacak biçimde dağılabilir. Anlaşılacağı üzere permütasyon sınama yöntemi neredeyse tüm parametrik ve parametrik olmayan sınama yapıları için uygulanabilir [19]. Permütasyon sınama yönteminin uygulanabilmesi için sağlanması gereken en önemli ve temel koşul, gözlemlerin birbirleri ile yer değiştirebilir olmasıdır. (Gözlemlerin birbirleri ile yer değiştirilebilir olması durumuna çalışmanın devam eden bölümlerinde ayrıntılı olarak değinilecektir.) Aksi halde sınama istatistiğine ait permütasyon dağılımı oluşturulamayacağından, permütasyon sınama yöntemi uygulanamaz.

Bir permütasyon sınama yönteminin uygulanması sırasında aşağıdaki adımlar izlenir:

1. Problem ele alınarak, sınanacak yokluk denencesi ve karşıt denence belirlenir.

2. Denenceyi sınamak için uygun olan bir sınama istatistiği araştırmacı tarafından tanımlanır.

3. Eldeki örnek için sınama istatistiği hesaplanır.

4. Eldeki örnek birimleri kullanılarak, söz konusu denencenin yapısına göre, karşılaşılabilecek tüm durumlar yeniden oluşturulur ve tüm bu durumlar için sınama istatistiği yeniden hesaplanarak sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı elde edilir.

5. Sınama istatistiğinin permütasyon dağılımından faydalanılarak denence sınaması için karar alınır. Eldeki örnekten hesaplanan sınama istatistiği, permütasyon dağılımındaki sınama istatistiklerinin değerleri içerisinde yokluk denencesini reddettirecek *uç* bir değer ise yokluk denencesi reddedilir. Karar verme süreci aşağıda detaylı olarak ele alınmıştır.

Permütasyon yöntemi ile denence sınamasında karar verme süreci, geleneksel yöntemler ile benzerlik gösterir. Fakat bu yöntem ile karar vermede, eldeki tek örneğin geldiği yığının dağılımı bilinmediğinden, araştırmacı tarafından seçilmiş olan sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı esas alınır. Belirli bir α anlamlılık düzeyinde, sonuç çıkarımı için kullanılacak olan p değeri Eş. 2.1 ile tanımlanmıştır.

$$p = \frac{\text{Uçlardaki Düzenlemelerin Sayısı}}{\text{Tüm Olası Düzenlemelerin Sayısı}} \qquad (2.1)$$

Tek yönlü sınamada, $p \leq \alpha$; çift yönlü sınamada ise, $p \leq \alpha / 2$ olduğunda yokluk denencesi %100(1-α) güvenle reddedilir

2.1. Tek Yığına İlişkin Denence Sınamaları

Tek yığın sınamalarında ele alınan gözlemler bağımsız ve simetrik bir dağılımdan geliyorlarsa permütasyon sınama yöntemi kullanılarak yapılan denence sınamasında tam bir anlamlılık düzeyi gerçekleştirilebilir.

μ^*, *X* yığının değerlerinin ortalaması olan μ_X' in iddia edilen bir değeri olmak üzere,

$$\begin{aligned} &H_0 : \mu_X = \mu^* \\ &H_1^a : \mu_X < \mu^* \\ &H_1^b : \mu_X > \mu^* \\ &H_1^c : \mu_X \neq \mu^* \end{aligned} \tag{2.2}$$

denencesinin sınanması amacı ile X yığınından rasgele seçilen *n* birimlik bir örneğe ilişkin birimler,

$$\{x_i : i = 1(1)n\} \tag{2.3}$$

olsun.

Örneğin geldiği yığının dağılımı simetrik ise, yokluk denencesinin doğruluğu altında, gözlemlerin ortalamadan pozitif ve negatif sapmalarının eşit sayıda olması beklenir. O zaman, örnek birim değerlerinin, yokluk denencesinde iddia edilen ortalama değerinden sapmaları,

$$a_i = x_i - \mu^*,\ i{=}1(1)n \tag{2.4}$$

olmak üzere,

$$v_i = \begin{cases} T_i = T_{i-1} + a_i,\ a_i < 0 \\ T_i = T_{i-1},\ a_i \geq 0 \end{cases},\quad T_0{=}0;\ i{=}1(1)n. \tag{2.5}$$

biçiminde tanımlanacak negatif sapmaların toplamı, araştırmacı tarafından söz konusu denencenin sınanmasında sınama istatistiği olarak belirlenebilir. Ortalamadan sapma değerlerinin pozitif ve negatif olmak üzere 2 durumu söz konusu olduğundan, eldeki örnek, $D = 2^n$ sayıdaki, olası örneklerden biridir. Uygun sınama istatistiğinin araştırmacı tarafından belirlenmesinden sonra, verilen bu bilgiler ile konum parametreleri için tek yığına ait bir denence sınaması gerçekleştirilebilir.

Konum parametreleri için tek yığın denence sınamasını, tüm permütasyonları da açıkça sergileyebilmek için, 5 gözlem birimini içeren bir örnek üzerinde, tüm ayrıntılarıyla açıklamak yararlı olacaktır [19].

Çizelge 2.1'de verilen, *n*=5 birimden oluşan örnek gözlem değerleri ve bu değerlere ilişkin sapma değerlerine göre,

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_X = 440 \\ H_1 &: \mu_X > 440 \end{aligned} \qquad (2.6)$$

ifade edilen yokluk denencesi karşıt denenceye karşı sınanacaktır.

Çizelge 2.1. Örnek birimleri ve ortalamadan sapma değerleri.

Birim No.	Sıcaklık, *x*	Sapma
1	431	-9
2	450	+10
3	431	-9
4	453	+13
5	481	+41

Örnekte 5 birey ve ortalamadan sapma değerlerinin pozitif ve negatif olmak üzere 2 durumu söz konusu olduğundan, bu örnekten oluşturulabilecek tüm olası düzenlemelerin sayısı, $D = 2^5 = 32$ olur. Çizelge 2.2'de örnek birimlerinin tüm olası düzenlemeleri ve her düzenlemeye ilişkin sınama istatistiği değerleri verilmiştir.

Çizelge 2.2. Sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı

Düzenleme no	Düzenleme					Sınama istatistiği değerleri
1	9	10	9	13	41	0
2	-9	10	9	13	41	-9
3	9	-10	9	13	41	-10
4	9	10	-9	13	41	-9
5	9	10	9	-13	41	-13
6	9	10	9	13	-41	-41
7	-9	-10	9	13	41	-19
8*	-9	10	-9	13	41	-18
9	-9	10	9	-13	41	-22
10	-9	10	9	13	-41	-50
11	9	-10	-9	13	41	-19
12	9	-10	9	-13	41	-23
13	9	-10	9	13	-41	-51
14	9	10	-9	-13	41	-22
15	9	10	-9	13	-41	-50
16	9	10	9	-13	-41	-54
17	-9	-10	-9	13	41	-28
18	-9	-10	9	-13	41	-32
19	-9	-10	9	13	-41	-54
20	-9	10	-9	-13	41	-31
21	-9	10	-9	13	-41	-59
22	-9	10	9	-13	-41	-63
23	9	-10	-9	-13	41	-32
24	9	-10	-9	13	-41	-60
25	9	-10	9	-13	-41	-64
26	9	10	-9	-13	-41	-63
27	-9	-10	-9	-13	41	-41
28	9	-10	-9	-13	-41	-73
29	-9	10	-9	-13	-41	-72
30	-9	-10	9	-13	-41	-73
31	-9	-10	-9	13	-41	-69
32	-9	-10	-9	-13	-41	-82

Eldeki örnekte, sınama istatistiğinin değeri, 2 negatif sapmanın toplamı olan $(-9)+(-9)=-18$ olur. Sınama istatistiğinin Çizelge 2.2 ile verilmiş olan permütasyon dağılımına bakıldığında, tüm düzenlemelerin 6 tanesinde sınama istatistiğinin değeri, eldeki örneğinki kadar ve ondan daha büyük değerdedir. Yığının beklenen değerinin 440'dan daha fazla olduğunu söyleyen karşıt denenceye göre, yokluk denencesinin reddedilebilmesi için, sınama istatistiğinin -18 değerini veya bu değerden büyük değerler aldığı düzenlemelerin sayısının tüm düzenlemelerin sayısına oranı olan *p*, $\frac{6}{32}=0,1875$ değerini almıştır. Örneğin, $\alpha=0,05$ olarak benimsenirse, 0,1875>0,05 olduğundan yokluk denencesi kabul edilir.

2.2. Çok Yığına İlişkin Beklenen Değer Karşılaştırmaları

Konum parametreleri bakımından çok yığına ilişkin denence sınamalarının permütasyon sınama yöntemi ile gerçekleştirilebilmesi için öncelikle gözlemlerin birbirleri ile yer değiştirebilir olup olmadığının bilinmesi gerekmektedir. Örneğin, yığın ortalamalarının aynı olduğu yönündeki yokluk denencesinin permütasyon sınama yöntemi ile sınanabilmesi için, karşılaştırılması istenen yığınların değişkelerinin aynı olması gerekir. *Behrens-Fisher* sorunu olarak bilinen yığın değişkelerinin eşit olmaması durumunda, bir yığından gelen örnek birimleri diğer bir yığından gelen örnek birimleri ile yer değiştirebilir olma özelliğini kaybeder. Dolayısıyla, yokluk denencesinin doğruluğu altında permütasyon dağılımı oluşturulamaz. Bu sebepten dolayı çok yığına ilişkin denence sınamaları permütasyon sınama yöntemi ile sınanmadan önce, yığın değişkelerinin aynı olduğu yolundaki denence sınanmalıdır. Bu çalışmada ölçek parametrelerine ait denence sınamalarının permütasyon sınama yöntemi ile gerçekleştirilmesinden kapsamlı olarak bahsedilmeyeceği için bu konu ek bir başlık altında incelenmeyecektir. Fakat konunun ilerleyişi doğrultusunda, değişke karşılaştırmalarına ait temel birtakım bilgilerin verilmesi ve permütasyon sınama yöntemi ile değişke karşılaştırmalarının basit bir uygulama ile yapılması yararlı olacaktır.

Her yığından elde tek örnek varken, yığın değişkelerinin eşit olduğu yönündeki yokluk denencesi, yığın ortalamalarının eşit olduğu varsayımı sağlanıyor ise yada yığın ortalamaları biliniyor fakat birbirlerinden farklı ise bazı dönüşümlerin yapılması ile, bir yığından gelen örnek birimlerinin diğer bir yığından gelen örnek birimleri ile yer değiştirebilir olma koşulu sağlanarak sınanabilir.

Değişke karşılaştırmalarında gerçek gözlem değerleri yerine, bu gözlemlerin, sıra istatistiklerinden farkları alınarak elde edilen değerler kullanılırsa, permütasyon sınama yöntemi, bahsedilmiş olan durumlardan bağımsız olarak uygulanabilir. Bu durumdan hareketle bir sınama istatistiği geliştirilmiştir. Bu sınama istatistiği kullanılarak, permütasyon sınama yöntemi ile, ortalamaların eşitliği varsayımının sağlanıyor olması gerekmeksizin iki örnekli değişke karşılaştırması yapılabilir.

$$H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \tag{2.7}$$

denencesinin sınanması amacı ile X ve Y yığınlarından rasgele seçilen *n*' er birimlik iki örneğe ilişkin birimler,

$$\begin{aligned} &\{x_i : i = 1(1)n\} \\ &\{y_i : i = 1(1)n\} \end{aligned} \tag{2.8}$$

olsun.

İlk ve ikinci örneğe ait sıra istatistikleri, sırasıyla $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \ldots \leq X_{(n)}$ ve $Y_{(1)} \leq Y_{(2)} \leq \ldots \leq Y_{(n)}$ olur. Geliştirilen sınama istatistiği,

$$z_{ji}=\begin{cases}X_{(i+1)}-X_{(i)}, & j=1\\ Y_{(i+1)}-Y_{(i)}, & j=2\end{cases} \tag{2.9}$$

(j yığın indisi) olmak üzere,

$$\delta=\sum_{i=1}^{n-1} i(n-i)z_{1i} \tag{2.10}$$

biçimindedir [20].

Eş. 2.10 ile verilmiş olan sınama istatistiği kullanılarak gerçekleştirilen, iki yığının değişke karşılaştırılmasına ait bir uygulama, permütasyon yöntemi ile değişke karşılaştırılmasının tam olarak aydınlatılabilmesi için uygun olacaktır. Yapılacak olan uygulamada yığın değişkelerinin aynı olduğu yönündeki yokluk denencesi, birinci yığının değişkesinin ikinci yığınınkinden büyük olduğu yönündeki karşıt denenceye karşı sınanacaktır. Değişke karşılaştırmasının yapılabilmesi için Çizelge 2.3' de verilmiş olan $n=5$ çaplı varsayımsal örnek değerleri kullanılmıştır. Sıra istatistik değerleri ve elde edilen z_{ji} değerleri de yine Çizelge 2.3 ile verilmiştir.

Çizelge 2.3. İlk ve ikinci yığına ait örnek birim değerleri, sıra istatistik değerleri ve z_{ji} değerleri

Birim No.	Birinci yığın			İkinci yığın		
	Örnek birimleri, X	Sıra istatistiği değerleri, $X_{(i)}$	z_{1i}	Örnek birimleri, Y	Sıra istatistiği değerleri, $Y_{(i)}$	z_{2i}
1	103	101	2	138	133	1
2	101	103	3	135	134	1
3	109	106	2.5	136	135	1
4	108.5	108.5	0.5	134	136	2
5	106	109		133	138	

Sınama istatistiğinin eldeki örnekten hesaplanan değeri $\delta = \sum_{i=1}^{5-1} i*(n-i)*z_{1i} = 1*(5-1)*2+2*(5-2)*3+3*(5-3)*2.5+4*(5-4)*0.5 = 43$ olur. Her biri 4 elemana sahip z_{1i} ve z_{2i} değerleri $2^4 = 16$ farklı biçimde oluşabilirdi. Dolayısı ile 16 yeni düzenleme mevcuttur. Mevcut tüm yeni düzenlemeler ve bu düzenlemelerden elde edilen sınama istatistiği değerleri Çizelge 2.4 ile verilmiştir. Denencenin yapısına bakıldığında, eldeki örnekten hesaplanan sınama istatistiği değeri kadar yada bu değerden daha büyük olan sınama istatistiği değerlerinin uç değerler kümesini meydana getireceği görülür. Sınama istatistiğinin permütasyon dağılımına bakıldığında ise yalnızca 3 değerin verilen örnekten hesaplanan sınama istatistiğinin değeri kadar yada ondan büyük olduğu görülmüştür. Böylelikle p, $\frac{3}{16} = 0.1875$ değerini alır. 0.01 anlamlılık düzeyinde, yığın değişkelerinin eşit olduğu yönündeki yokluk denencesi kabul edilir.

Çizelge 2.4. Sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı işlemleri

Düzenleme no	z_{1i}				z_{2i}				Sınama istatistiği, δ değerleri
1	2	3	2.5	0.5	1	1	1	2	43
2	1	3	2.5	0.5	2	1	1	2	39
3	2	1	2.5	0.5	1	3	1	1	31
4	2	3	1	0.5	1	1	2.5	2	34
5	2	3	2.5	2	1	1	1	0.5	49
6	1	1	2.5	0.5	2	3	1	2	27
7	1	3	1	0.5	2	1	2.5	2	30
8	1	3	2.5	2	2	1	1	0.5	45
9	2	1	1	0.5	1	3	2.5	2	22
10	2	1	2.5	2	1	3	1	0.5	37
11	2	3	1	2	1	1	2.5	0.5	40
12	1	1	1	0.5	2	3	2.5	0.5	18
13	1	1	2.5	2	2	3	1	0.5	33
14	1	3	1	2	2	1	2.5	0.5	36
15	2	1	1	2	1	3	2.5	0.5	28
16	1	1	1	2	2	3	2.5	0.5	24

Özet olarak, permütasyon sınama yöntemi ile konum parametrelerine ait denence sınamaları gerçekleştirilmeden önce örneklerin geldikleri yığınların değişkelerinin aynı olduğundan emin olunmalıdır. Uygulamada sıklıkla değişkeler bilinmeyeceğinden, ilk olarak değişkelerin eşit olduğu yönündeki denence sınanmalıdır. Eğer sınama sonucunda yığın değişkelerinin aynı olduğu yönündeki denence reddediliyorsa permütasyon sınama yöntemi konum parametreleri ile ilgili denence sınamalarında kullanılamayacağından bu yöntem yerine, "*yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme yöntemi*" ne başvurulması uygun düşer. Bu yöntem bölüm 2.3 ile ele alınmıştır.

2.2.1. İki yığına ilişkin beklenen değer karşılaştırmaları

İki yığına ait konum parametrelerinin permütasyon sınama yöntemi ile karşılaştırılmasının yapılabilmesi için, verilen iki örneğin geldikleri yığınların değişkelerinin aynı olmasının gerekliliğinden bahsedilmişti. *X* ve *Y* değişkeleri aynı olan iki yığın ve elde *X* ve *Y* yığınlarına ait iki örnek Eş. 2.8 ile verildiği gibi olsun.

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y \tag{2.11}$$

yokluk denecesinin,

$$\begin{aligned} &H_1^a : \mu_X \neq \mu_Y \\ &H_1^b : \mu_X < \mu_Y \\ &H_1^c : \mu_X > \mu_Y \end{aligned} \tag{2.12}$$

karşıt denencelerine karşı sınanmasında,

$$L = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{2.13}$$

sınama istatistiği kullanılabilir [19].

Yöntemin uygulanması sırasında, yeni düzenlemeler oluşturulurken, hangi örnek değerinin hangi yığından geldiği bilinmiyormuş gibi düşünülür ve meydana gelebilecek tüm durumlar üzerinden sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı oluşturulur.

İki yığına ilişkin beklenen değer karşılaştırmalarının permütasyon sınama yöntemi ile gerçekleştirilmesinin daha rahat anlaşılabilmesi için aşağıdaki gibi bir sayısal örnek verilebilir.

Bir şirketler gurubu yapılan bir müşteri memnuniyeti iyileştirme programının mağazalara gelen müşteri sayısı üzerinde anlamlı bir etkisi olup olmayacağını saptamak üzere bir araştırma yapmak istemiştir. Başka bir ifade ile müşteri memnuniyeti iyileştirme programının mağazaya gelen ortalama müşteri sayısını değiştirmeyeceği yönündeki yokluk denencesi müşteri iyileştirme programının mağazaya gelen ortalama müşteri sayısını arttıracağı yönündeki karşıt denenceye karşı sınanacaktır. Bu araştırmayı gerçekleştirmek üzere, seçilen 6 mağazadan 3 tanesinde bu yeni hizmet programı kullanmış ve kalan 3 tanesinde ise eski yapı korunmuştur. Belli bir zaman sonunda mağazalara gelen müşteri sayıları yeni program uygulanan mağazalarda 126, 134, 130 ve uygulanmayan mağazalarda 55, 62, 48 değerlerini almıştır.

Bu altı gözlem, işlem gurubu 126, 134, 130 ve kontrol gurubu 55, 62, 48 değerlerinden oluşmak üzere iki gurup altında incelenir ve hangi gözlemin hangi guruba ait olduğu bilinmese ve bu gözlemler üçerli olarak rasgele bu iki guruba dağıtıldıklarında, $D = \binom{6}{3} = 20$ mevcut durumla karşılaşılır. Karşılaşılabilecek tüm mevcut durumlar veya başka bir ifadeyle tüm mevcut yeni düzenlemeler Çizelge 2.5 ile verildiği gibidir. Bilindiği gibi sınama istatistiği işlem gurubundaki gözlemlerin toplamı olarak alınmıştır. Sınama istatistiğinin işlem gurubundaki gözlemlerin toplamı olarak seçilmesindeki sebep araştırmacıya işlem kolaylığı sağlamasıdır. Şayet sınama istatistiği işlem gurubundaki gözlemlerin ortalaması olarak alınsaydı, araştırmacı her yeni düzenleme için bir fazla işlem daha yapmak zorunda kalacaktı ki bu durum toplamda yirmi ek işlemin daha yapılması anlamını taşır. Ele alınan problemde örmek çapı daha fazla olsaydı, bu durum araştırmacıya çok daha fazla ek işlem yükü getirecekti.

Yokluk denencesi doğru ise, çok büyük bir sıklıkla işlem gurubunun elemanları toplamının kontrol gurubu elemanları toplamı ile aynı olması beklenir. Aksi halde işlem gurubu elemanları toplamı kontrol gurubu elemanları toplamından büyük olacaktır. Eldeki örnekten hesaplanan sınama istatistiği 390 (L = 126 + 134 + 130 = 390) değerini almıştır. Mevcut tüm yeni düzenlemeler içerisinde 390 değeri tekdir ve bu değer kadar veya bu değeri aşan başka bir değer bulunmamaktadır. *p*, 1/20 = 0.05 değerini alır. Dolayısı ile $0,05 < \alpha$ olacak şekilde alınacak bir anlamlılık düzeyinde müşteri iyileştirme programının mağazalara gelecek müşteri sayısını değiştirmeyeceği yönündeki yokluk denencesi reddedilir.

Çizelge 2.5. Kontrol ve işlem guruplarına ait tüm mevcut düzenlemeler ve sınama istatistik değerleri

Düzenleme numaraları	Birinci gurup, X			İkinci gurup, Y			Sınama istatistiği, L
1	126	134	130	55	62	48	390
2	55	134	130	126	62	48	319
3	126	55	130	134	62	48	311
4	126	134	55	130	62	48	315
5	62	134	130	55	126	48	326
6	126	62	130	55	134	48	318
7	126	134	62	55	130	48	322
8	48	134	130	55	62	126	312
9	126	48	130	55	62	134	304
10	126	134	48	55	62	130	308
11	55	62	130	126	134	48	247
12	55	134	62	126	130	48	251
13	126	55	62	134	130	48	243
14	55	48	130	126	62	134	233
15	55	134	48	126	62	130	237
16	126	55	48	134	62	130	229
17	62	48	130	55	126	134	240
18	62	134	48	55	126	130	244
19	126	62	48	55	134	130	236
20	55	62	48	126	134	130	165

2.2.2. İkiden fazla yığının beklenen değerlerinin karşılaştırılması

$\left\{A_i \sim (\mu_i, \sigma^2), i = 1(1)k\right\}$ yığınlarının her birinden seçilen n_i çaplı örneklerin birimleri $\left\{a_{i,j}, i = 1(1)k, j = 1(1)n_i\right\}$ olsun.

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k \\ H_1 &: \mu_1 < \mu_2 < \ldots < \mu_k \end{aligned} \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned} H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k \\ H_1 &: \exists\ \mu_i \neq \mu_l \quad i \neq l \qquad i,l = 1(1)k \end{aligned} \tag{2.15}$$

biçiminde iki farklı denence yapısı incelenmek istensin.

Eş.2.14 ile verilen, k yığına ait ortalamalar eşittir yönündeki yokluk denencesinin, k yığına ait ortalamalar sıralıdır yönündeki karşıt denencesine karşı sınanması için,

$$K = \sum_{i=1}^{k} f(i) c_i \tag{2.16}$$

sınama istatistiği geliştirilmiştir [19].

Eş. 2.16 ile verilen $f(i)$ monoton artan bir fonksiyondur. $f(i)$ monoton artan fonksiyonu araştırmacı tarafından, gözlemler arasındaki ilişkinin yapısına göre belirlenmelidir. Bilinen en basit monoton artan fonksiyon $f(i) = i$ biçimindedir. c_i ise,

$$c_i = \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \tag{2.17}$$

biçiminde tanımlanır [19].

Eş.2.15 ile ifade edilen denence yapısının permütasyon yöntemi ile sınanabilmesi için kullanılabilecek bir ise

$$H = \sum_{i=1}^{k} n_i (a_{i.})^2 \tag{2.18}$$

biçiminde tanımlanabilir [19].

Oluşturulabilecek tüm mümkün durumların sayısı , $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ olmak üzere, n birimden k tane alt birim kümesi kaç farklı biçimde oluşturulabilir sorusunun cevabıdır. Ve tüm mümkün durumların sayısı,

$$D = \frac{n!}{\prod_{i=1}^{k} n_i\,!} \tag{2.19}$$

biçiminde ifade edilebilir.

Mutasyonu arttırdığı bilinen bir bileşimin belli dozları için, kromozom anormalliklerinin incelendiği bir araştırmada, bileşimin belli dozlarına maruz kalan hayvanların hücrelerinde meydana gelen bozulmaları belirleyebileceği düşünülen bir maddenin ölçüm değerleri Çizelge 2.6 ile verilmiştir [22].

Çizelge 2.6. Guruplara göre örnek birimleri [22]

i	Doz	Hayvan sayısı, n_i	25 hücre için ölçüm değeri, a_{ij}					$f(doz)$	c_i	$f(doz) * c_i$
1	0	4	0	1	1	2	-	$\log(0+1)$	4	0
2	5	5	0	1	2	3	5	$\log(5+1)$	11	8,5597
3	20	4	3	5	7	7	-	$\log(20+1)$	22	29,0888
4	80	5	6	7	8	9	9	$\log(80+1)$	39	74,4309

İlgili araştırmada, verilen 4 örneğe ait yığınların ortalamalarının eşit olduğu yönündeki yokluk denencesi, bu yığınların ortalamalarının sıralı olduğu yönündeki karşıt denenceye karşı sınanmak istenmiştir. Sınamayı gerçekleştirmek üzere, kullanılacak olan monoton artan fonksiyon,

$$f(doz) = \log(doz+1) \tag{2.20}$$

olarak alınmıştır.

Çizelge 2.6 ile verilen örnek değerlerinden oluşturulabilecek tüm mümkün düzenlemelerin sayısı, 18 birimlik örneğin 4, 5, 4 ve 5 alt örnek çaplı olarak, kaç farklı biçimde alt guruplara ayrılabileceği sorusunun yanıtı olan, $\frac{18!}{4!*5!*4!*5!} = 771891120$ olarak hesaplanmıştır.

Eldeki örnekten alınan gözlemler kullanılarak hesaplanan sınama istatistiği, $0+11*\log(6)+22*\log(21)+39*\log(81) = 112{,}0794$ değerini alır. Tüm mümkün yeni düzenlemelerin içinde, bu değer kadar veya bu değerden daha büyük olan değerlerin sayısının, tüm mümkün durumların sayısına oranı olan p değerine bakılarak, belirli bir anlamlılık düzeyinde sınama sonuçlandırılabilir. Fakat verilen örnekten elde edilebilecek yeni düzenlemelerin sayısı çok fazla olduğundan permütasyon dağılımının burada verilmesi olanaksızdır. Yine mümkün durum sayısının en küçük çaplı örnekte bile çok fazla olmasından dolayı Eş.2.15 ile verilen denencenin sınanmasına ait bir örneğe yer verilmemiştir.

Yokluk denencesinin karşıt denenceye karşı sınanmasında, sınama istatistiğinin permütasyon dağılımı oluşturulurken dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta vardır. p değeri hesaplanırken bir takım sorunlarla karşılaşılabilir. Bir yeni düzenleme, aynı türdeki gözlemlerin yer değiştirmesi ile birden fazla defa meydana gelebilir.

Çizelge 2.6 ile verilmiş olan örneğe ait bir yeniden düzenleme Çizelge 2.7 ile verildiği gibi üç farklı şekilde ortaya çıkmıştır. Yeni düzenlemelerdeki farklılıkların saptanabilmesi için yeri değiştirilen değerlerin yanına “*” ve “#” işaretleri konmuştur. Elde edilen bir yeni düzenlemeye ait üç farklı durum Çizelge 2.7 de gösterilmiştir.

Çizelge 2.7. Bir yeni düzenleme için oluşan farklı durumlar

Durumlar	Değerler			
	Gurup1	Gurup2	Gurup3	Gurup4
Eldeki örnek	0, 1*, 1#, 2	0, 1, 2, 3, 5	3, 5, 7, 7	6, 7, 8, 9, 9
Yeni düzenleme	0, 0, 1, 2	1, 1, 2, 3, 5	3, 5, 7, 7	6, 7, 8, 9, 9
Birinci durum	0, 0, 1, 2	1*, 1#, 2, 3, 5	3, 5, 7, 7	6, 7, 8, 9, 9
İkinci durum	0, 0, 1*, 2	1, 1#, 2, 3, 5	3, 5, 7, 7	6, 7, 8, 9, 9
Üçüncü durum	0, 0, 1#, 2	1, 1*, 2, 3, 5	3, 5, 7, 7	6, 7, 8, 9, 9

p değerinin saptanmasında bu tarz bir durum göz önüne alınmalıdır. Fakat Monte Carlo örnekleme yöntemi ile böyle bir sorun kendiliğinden ortadan kalkacaktır.

2.3. Yerine Koyarak Örnekten Rasgele Örnekleme Yöntemi

ykörö yönteminde, mevcut *n* çaplı bir örnekten yerine konularak yine *n* çaplı *u* sayıda alt örnek alınır ve bu yeni alt örneklerin her biri üzerinden sınama istatistiği hesaplanır. Böylece sınama istatistiğine ilişkin *yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme dağılımı* oluşturulmuş olur. *ykörö* yönteminin temel mantığı parametreye ilişkin güven aralığı esasına dayanır. Bir istatistiğe ilişkin yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme dağılımı, o istatistiğin örnekleme dağılımı ile türdeşsel olarak benzerlik göstermekle birlikte beklenen değerinin sayısal değeri eldeki örnekten hesaplanan istatistiğin değeriyle aynıdır. Dolayısıyla ykörö yaklaşımı, eldeki örnekten hesaplanan istatistiğin asıl yığındaki beklenen değerinden farklı olması durumunda yanlı sonuçlar verebilir.

Burada Eş.2.3 ile verilen yığın ortalamasına ilişkin, tek yığına ait bir denence sınanacağından ykörö güven aralığı elde edilecek parametre, yığın ortalaması μ olacaktır. Kullanılan istatistiğin ykörö dağılımının yaklaşık olarak normal ve örnek istatistiğinin sapmasının küçük olması durumunda, *yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme t güven aralığı* Eş.2.3 ile verilmiş olan denence yapısının sınanmasında kullanılabilir [23-25].

Eldeki *n* çaplı tek örnekten ykörö yöntemi ile elde edilen herhangi bir *i.* örnek x_i ‘ nin ortalamasına ykörö örnek ortalaması denir ve,

$$\overline{x}^{i}_{ykörö} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \tag{2.21}$$

biçiminde ifade edilebilir.

Bir istatistiğin ykörö dağılımının standart sapmasına, o istatistiğin *yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme standart hatası* denir. ykörö örnek ortalamasının standart hatası,

$$\overline{x}^{u}_{ykörö} = \frac{1}{u}\sum_{i=1}^{u} \overline{x}^{i}_{ykörö} = \frac{1}{un}\sum_{i=1}^{u}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \tag{2.22}$$

olmak üzere,

$$S_{ykörö,\overline{x}^{i}_{ykörö}} = \sqrt{\frac{1}{u-1}\sum_{i=1}^{u}(\overline{x}^{i}_{ykörö} - \overline{x}^{u}_{ykörö})^2} \tag{2.23}$$

biçimindedir.

(n-1) serbestlik derecesi ve α anlamlılık düzeyinde, yığın ortalaması için oluşturulan ykörö *t güven aralığı,*

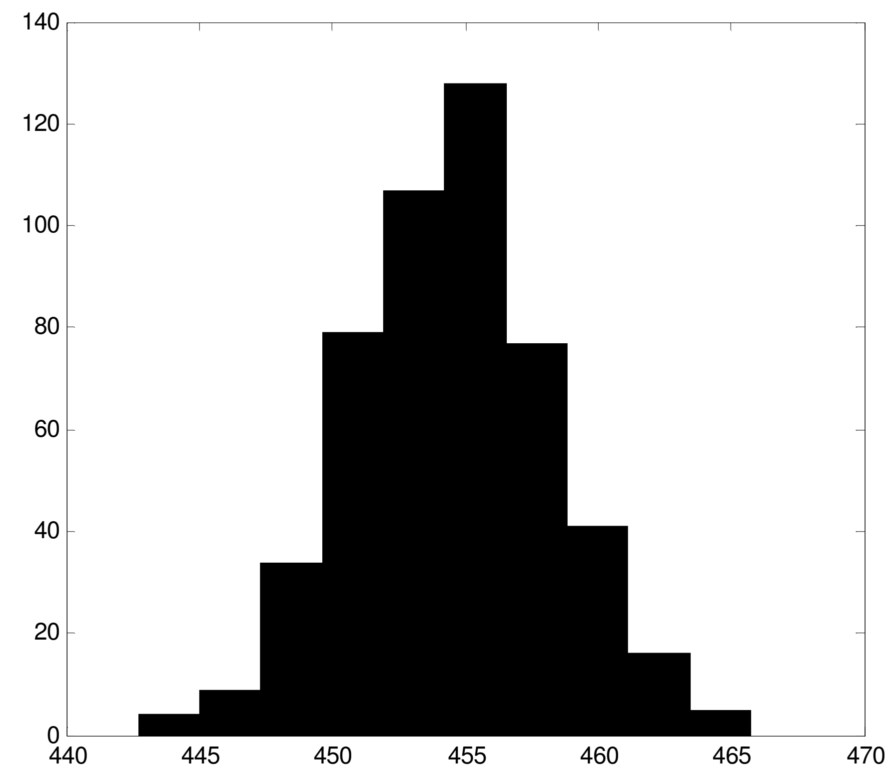
$$\overline{x}^{u}_{ykörö} \pm t_{(n-1),\alpha/2} * S_{ykörö,\overline{x}^{i}_{ykörö}} \tag{2.24}$$

biçiminde tanımlanır [23].

Bir uygulama için, süreç sıcaklığı ortalama değerinin 440 derece olduğu yönündeki yokluk denencesini, süreç ortalama sıcaklığının 440 dereceden büyük olduğu yönündeki karşıt denencesine karşı sınamak üzere, n=20 birimlik örnek sıcaklık değerleri, 431, 450, 431, 453, 481, 449, 441, 476, 460, 482, 472, 465, 421, 452, 451, 430, 458, 446, 466, 476 alınmıştır [19].

Sınamanın gerçekleştirilmesi için EK-1 ile verilen yordam ile 20 birimlik örnekten yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme yöntemiyle, seçilen 500 örnekten Eş. 2.22 ‘deki örnek ortalama değeri hesaplanarak, ykörö dağılımı elde edilmiştir.

Elde edilen ykörö dağılımında yeniden örneklemelerin ortalaması 454.447 olarak hesaplanmıştır. Verilen asıl örneğin ortalaması ise 454.550 değerini almıştır. Dikkat edilmesi gereken bir önemli durum ise ykörö standart hata değeridir. Bu değer 3.786 olarak hesaplanmıştır. 50000 yeniden rasgele örnekleme yapıldığında ise ykörö standart hatası 3.897 olarak hesaplanmıştır. Verilen asıl örneğin standart hatası ise 4.015' dir. Görüldüğü gibi verilen asıl örnekten hesaplanan standart hata ile ykörö standart hata değerleri birbirine oldukça yakındır. ykörö’ e ait dağılım grafiği ise Şekil 2.1. ile gösterilmiştir.



Şekil 2.1. ykörö' e ait dağılım (sıklık) grafiği

ykörö 'e ait dağılım grafiği incelendiğinde ykörö dağılımının yaklaşık olarak normal olduğu görülmektedir.

$n-1=20-1=19$ serbestlik derecesi ve 0.05 anlamlılık düzeyinde, 500 ykörö kullanılarak elde edilen ykörö t güven aralığının alt ve üst sınırları sırası ile, $(454.447 \pm 3.786 * 2.093)$ 446.523 ve 462.371 değerlerini almıştır. Bu durumda 0.05 anlamlılık düzeyinde yığın ortalamasının 440 olduğu yönündeki yokluk denencesi reddedilir.

Örnek çapı ne kadar büyük ise, ele alınan örnek yığını o kadar iyi temsil eder. Dolayısı ile ykörö yönteminde olabildiğince büyük çaplı, yığını iyi temsil eden bir örnek kullanılmalıdır [23].

2.4. Fisher' in Kesin Sınama Yöntemi

Bağımsızlık sınamalarında amaç, sınıflama ölçme düzeyinde ölçülen değişkenler arasında ilişki olup olmadığının belirlenmesidir. Bu tür sınamalarda, sınıflama düzeyinde ölçülen değişkenlerin birbirinden bağımsız olduğu yönündeki yokluk denencesi sınanır. Örneğin iki boyutlu bir bağımsızlık sınamasında, iki değişken arasında bir ilişki varsa değişkenlerden birinin değerinin bilinmesi, diğer değişkenin değerinin tahmin edilmesinde kolaylık sağlayacaktır. İki boyutlu sınıflanmış veriler için oluşturulabilecek bir çapraz tablonun genel yapısı, Çizelge 2.7 ile verildiği gibidir.

Çizelge 2.7. Her boyutta iki düzey olmak üzere, iki boyutlu sınıflandırılmış (kategorik) veri için çapraz tablo yapısı

İkinci değişkenin düzeyleri	Birinci değişkenin düzeyleri		
	B1	B2	Toplam
A1	s_{11}	s_{12}	$s_{1.}$
A2	s_{21}	s_{22}	$s_{2.}$
Toplam	$s_{.1}$	$s_{.2}$	$s_{..}$

Çizelge 2.7' de verilmiş olan (2×2) boyutlu çapraz tablo için serbestlik derecesi 1 olur. Bağımlılık sınamalarında serbestlik derecesi 1 iken, beklenen gözlem sıklık değerleri çok küçük olduğunda ki kare yaklaşımı yanlış sonuçlar verebilir. Bu durumda, bağımlılık sınamalarında Fisher' in kesin sınama yöntemini kullanmak uygun olur.

Sırasıyla toplam frekanslar olan $s_{1.}$, $s_{2.}$, $s_{.1}$, $s_{.2}$ değerlerinin sabit olmaları koşulu altında, tüm mümkün durumların (oluşturulabilecek tüm mümkün çapraz tabloların) sayısı olan *D*,

$$D = \sum_{s_{11}=0}^{s_{1.}} \binom{s_{.1}}{s_{11}} \binom{s_{.2}}{s_{1.} - s_{11}} = \binom{s_{..}}{s_{1.}} \tag{2.25}$$

biçimindedir.

Eş.2.25 ile ifade edilmiş olan mümkün durum sayısı hipergeometrik dağılımından elde edilmiştir. N elemandan, N_1 tanesi A ve N_2 tanesi B türünden olmak üzere, verilen iki türlü elemanlar kümesi için X, yerine koymaksızın, rasgele seçilen n_1 elemanın A türünden seçilmesi durumunu ifade ediyorsa, X hipergeometrik bir değişkendir. $N_1+N_2=N$ ve $n_1+n_2=n$ olmak üzere, bu durumun meydana gelmesi olasılığı,

$$p(X = x) = \frac{\binom{N_1}{n_1}\binom{N_2}{n_2}}{\binom{N}{n}} \tag{2.26}$$

biçimindedir.

(2×2) boyutlu bir çapraz tabloda birinci ve ikinci değişkenin birinci düzeyinde $s_{11} = x$ elemanın bulunması olasılığı olan $p(s_{11} = x)$, Eş. 2.27 ile tanımlanmıştır [2].

$$p(s_{11} = x) = \frac{\binom{s_{.1}}{x}\binom{s_{.2}}{s_{1.} - x}}{\binom{s_{..}}{x}} \tag{2.27}$$

Fisher' in kesin sınama yönteminin zayıf tarafı, çift taraflı denence sınamalarında kendini gösterir. Bunun sebebi, elde edilen yeni düzenlemelerin simetrik biçimde dağılmamasıdır. Simetriklik sağlanamadığından, örneğin permütasyon dağılımının sağ tarafında tespit edilmiş olan bir tablonun, dağılımın sol tarafında bulunan karşıtı saptanamaz. Yeni düzenlemelerin, permütasyon dağılımı üzerindeki uç değer karşılaştırmalarının yapılabilmesi,

$$u = (s_{11} - \frac{s_{1.}s_{.1}}{s_{..}})^2 \qquad (2.28)$$

istatistiği ile mümkündür [19].

Konu ile ilgili sayısal bir örnek aşağıdaki gibi verilebilir.

Gençlerin, cinsiyetlerine bağlı olarak spor yapıp yapmama durumlarının incelendiği bir araştırma yapılmış olduğu farz edilsin. Spor yapmanın cinsiyetten bağımsız olduğu yönündeki yokluk denencesi, bayanların erkeklere oranla daha çok spor yaptığı yönündeki karşıt denenceye karşı sınanmak istensin. Bu denence sağ taraflı karşıt denence olarak da ifade edilebilir. Dolayısı ile erkeklerin bayanlara oranla daha çok spor yaptığı yönündeki karşıt denence sol taraflı denence olarak ifade edilebilir. Yapıldığı farz edilen araştırmada elde edilen örnek değerler tablosu Çizelge 2.8 ile verildiği gibi olsun.

Çizelge 2.8. Cinsiyetlerine göre spor yapan ve yapmayan gençlerin sayıları

	Spor yapıyor	Spor yapmıyor	Toplam
Erkek	1	11	12
Bayan	9	3	12
Toplam	10	14	24

Çizelge 2.8 ile verilmiş olan tabloda, 12 erkek ve 12 bayan olmak üzere toplam 24 ayrı birey bulunmaktadır. Verilmiş olan tabloda, bireylerin her biri birbirinden farklı olduğundan 24 birey içerisinden, spor yapan 1 ve spor

yapmayan 11 erkek, $\binom{10}{1} * \binom{14}{11} = 3640$ farklı şekilde seçilebilir. Başka bir ifade ile Çizelge 2.8 ile verilmiş olan gözlemler, her bir satır ve sütun değeri aynı kalmak koşuluyla 3640 şekilde elde edilebilir. Yeni düzenlemeler oluşturulurken bu durum dikkate alınmalıdır.

Verilen örnek değerleri ile oluşturulabilecek tüm mümkün çapraz tabloların sayısı $D = \binom{s_{..}}{s_{11}} = \binom{24}{12} = 2704156$ kadardır.

Verilmiş olan örnekten elde edilebilecek tüm mümkün yeni çapraz tablo biçimleri, her bir çapraz tablo biçiminden oluşturulabilecek mümkün düzenleme sayıları ve tablolar için hesaplanan karşılaştırma istatistikleri Çizelge 2.9 ile verilmiştir.

Çizelge 2.9. Elde edilebilecek tüm tablo biçimleri, mümkün düzenleme sayıları ve karşılaştırma istatistiğinin değerleri

Tablo biçim numarası	Tablo biçimi		Mümkün düzenleme sayısı	Karşılaştırma istatistiği, u değerleri
1	0	12	$\binom{10}{0}*\binom{14}{12}=91$	25
	10	2		
2	1	11	$\binom{10}{1}*\binom{14}{11}=3640$	16
	9	3		
3	2	10	$\binom{10}{2}*\binom{14}{10}=45045$	9
	8	4		
4	3	9	$\binom{10}{3}*\binom{14}{9}=240240$	4
	7	5		
5	4	8	$\binom{10}{4}*\binom{14}{8}=630630$	1
	6	6		
6	5	7	$\binom{10}{5}*\binom{14}{7}=864864$	0
	5	7		
7	6	6	$\binom{10}{6}*\binom{14}{6}=630630$	1
	4	8		
8	7	5	$\binom{10}{7}*\binom{14}{5}=240240$	4
	3	9		
9	8	4	$\binom{10}{8}*\binom{14}{4}=45045$	9
	2	10		
10	9	3	$\binom{10}{9}*\binom{14}{3}=3640$	16
	1	11		
11	10	2	$\binom{10}{10}*\binom{14}{2}=91$	25
	0	12		

Sınamanın yapısına göre, verilmiş olan asıl tablo kadar yada bu tablodan daha uç olan çapraz tabloların sayısı ise $\binom{10}{1}*\binom{14}{11}+\binom{10}{0}*\binom{14}{12}=3731$ olur. Verilen asıl tablo kadar yada bu tablodan daha uç olan tabloların sayısının, tüm mümkün tabloların sayısına oranı olan *p*, $\frac{3731}{2704156}=0.0014$ değerini almıştır. Dolayısıyla 0.01 anlamlılık düzeyinde p < 0.01 olduğundan, cinsiyetle gençlerin spor yapıp yapmamaları arasında ilişki yoktur yönündeki yokluk denencesi reddedilir.

Verilen örnekte iddia edilen karşıt denence, gençlerin spor yapıp yapmama durumları cinsiyetten bağımsız değildir biçiminde olursa, sınamayı gerçekleştirmek için *çift taraflı p* değerine ihtiyaç duyulur. Burada, Eş.2.28 ile bahsedilmiş olan karşılaştırma istatistiğinin değerleri kullanılır. Yeni düzenlemelere ait tablo biçimlerine bakıldığında, verilen asıl örnek kadar ve bu örnekten daha uç olan sol taraflı tablolar biçimleri 1 ve 2 tablo biçim numarasına sahip olan tablolardır. Bu iki tablodan elde edilebilecek yeni düzenlemelerin toplamı 3640+91=3731 olur. Asıl örneğin karşılaştırma istatistiği 16 olarak hesaplanmıştır. Dağılımın sağ tarafına bakıldığında verilen tablo kadar *uç* olan tablo, 16 karşılaştırma istatistiği değeri ile 10 tablo biçimi numaralı tablodur. 10 tablo biçimi numaralı tablo kadar ve ondan daha *uç* değer alan sağ taraflı elde edilebilecek tabloların sayısı ise yine 3640+91=3731 olur. Buradan, *çift taraflı p*, $\frac{3731+3731}{2704156}=0{,}0028$ olarak hesaplanır. 0.01 anlamlılık düzeyinde $p=0.0028<\frac{0{,}05}{2}$ olduğundan gençlerin spor yapıp yapmama durumları cinsiyetten bağımsız değildir yönündeki karşıt denence kabul edilir.

Fisher’ in Kesin Sınama Yöntemi ile tek ve çift yönlü denencelerin sınanmasında gerekli olan *p* değerlerini hesaplayan yordam EK-2 de verilmiştir.

Örnek için bilgisayar ortamında hesaplatılan p değerleri Çizelge 2.10 ile verilmiştir.

Çizelge 2.10. Fisher' in kesin sınaması p değerleri

Karşıt Denence yapısı	p değeri
Sol taraflı denence	0,9999
Sağ taraflı denence	0,0014
Çift taraflı denence	0,0028

2.5. Eşleşmiş Çiftler

Eşleşmiş çiftler istatistiksel analiz yöntemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Örneğin tıpta, tedavi öncesi ve sonrasında hastaların kanlarındaki bir yada birden çok maddenin değerleri baz alınarak, yapılan tedavinin istatistiksel olarak anlamlı bir etkisi olup olmadığı araştırılmak istenilebilir. Bu örnek için her bir gözlem çiftinin elemanları sırasıyla, hastanın kanındaki bir maddenin tedavi öncesinde ve sonrasında ölçülen değeridir [26].

Bu başlıkta eşleşmiş çiftlere ait verilerle konum parametreleri için tek ve çok değişkenli yapıdaki denence sınamalarının permütasyon sınama yöntemi ile nasıl sınanacağından ve geleneksel bazı denence sınama yöntemlerine göre permütasyon sınama yönteminin üstün yanlarından bahsedilecektir.

2.5.1. Tek değişkenli eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılık sınaması

X ve Y yığınlarından alınan n çaplı örnek birimleri Eş. 2.8' de verildiği gibi olsun.

$$F = E(Y) - E(X) \tag{2.29}$$

biçiminde tanımlanan, iki yığının beklenen değeri farkı, sıfıra eşit olursa gözlem çiftlerine ait ortalamalar birbirlerine eşit olacaktır. Dolayısı ile iki eş arasındaki farkın anlamlılık sınaması için kullanılacak olan denence yapısı ,

$$\begin{aligned} &H_o : F = 0 \\ &H_1^a : F \neq 0 \\ &H_1^b : F < 0 \\ &H_1^c : F > 0 \end{aligned} \tag{2.30}$$

biçimindedir.

Eş.2.30 ile ifade edilmiş olan denence sınamasında kullanılacak klasik bir yöntem *eşleşmiş çiftler için t testi* yöntemidir. Sınama istatistiği,

$$f_i = y_i - x_i \tag{2.31}$$

ve,

$$\begin{aligned} &\overline{f} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i \\ &S_f = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(f_i - \overline{f})^2} \\ &S_{\overline{f}} = \sqrt{\frac{1}{n}S_f^2} \end{aligned} \tag{2.32}$$

olmak üzere,

$$t = \frac{\overline{f}}{S_{\overline{f}}} \tag{2.33}$$

biçiminde ifade edilebilir [27].

Eş.2.30 ile ifade edilmiş olan denence yapısı için karar kuralı Çizelge 2.11 ile verilmiştir.

Çizelge 2.11. Eşleşmiş çiftler *t* testi için karar

Karşıt Denence	Karar
$H_1 : F \neq 0$	$\lvert t \rvert > t_{n-1,\alpha/2}$ ise H_0 reddedilir
$H_1 : F < 0$	$t < -t_{n-1,\alpha}$ ise H_0 reddedilir
$H_1 : F > 0$	$t > t_{n-1,\alpha}$ ise H_0 reddedilir

Eş.2.30 ile verilen yokluk denencesinin doğruluğu altında, bağımsız gözlemlerden oluşan X ve Y yığınlarının dağılımı normal ise, t istatistiği Student'in t dağılımına sahiptir. Dolayısı ile sınamanın bu yolla gerçekleştirilebilmesi için bu bilgiye dayanılarak ilk planda normallik varsayımının sağlanmış olması beklenir. Fakat X ve Y normal dağılmasa bile merkezi limit kuramı gereğince, büyük örnek çaplarında t istatistiği standart normal dağılıma yakınsamaktadır [27].

Eş.2.30 ile verilen yokluk denencesinin, $\overline{f}$ istatistiğinin permütasyon dağılımından faydalanarak sınanmasını önerilmiştir [27] . Tüm mümkün yeni düzenlemelerin sayısı olan D, her gözlem çiftinde iki mümkün durum ve n gözlem çifti olduğundan, 2^n kadardır. Tüm mümkün durumlar elde edildikten sonra denencenin yapısına bağlı olarak p değeri hesaplanır ve belirlenen bir anlamlılık düzeyinde sınama sonuçlandırılır. Dikkat edilmesi gereken önemli bir husus, f_i değerlerinin bilinmeyen F parametresi etrafında simetrik olarak dağıldığıdır. Bu durum tam olarak anlamlılık düzeyinin saptanabilmesine olanak sağladığı gibi, çift yönlü denence sınamalarında da araştırmacıya kolaylık sağlayacaktır. Yapılmış olan çalışmalara göre, $n \geq 12$ ve $\dfrac{enbüyük\lvert f_i \rvert}{\sum_{i=1}^{n} f_i^2}$

değeri $\frac{3}{n}$ değerinden çok büyük değilse, permütasyon sınama yöntemi ile yapılan sınamadan elde edilen *p* değeri ile eşleşmiş çiftler *t* sınaması ile elde edilen *p* değeri birbirine çok yakın olur [27].

Konunun daha iyi anlaşılabilmesi için Çizelge 2.12 ile verilen örnek değerleri kullanılarak, Eş.2.30 ile verilen denence sınaması bahsedilen iki yöntem ile gerçekleştirilecektir [27].

Çizelge 2.12. Gözlem çiftleri ve fark değerleri

Çift no	x_i	y_i	$f_i = y_i - x_i$
1	114	122	8
2	103	108	5
3	95	89	-6
4	111	112	1
5	86	85	-1
6	100	97	-3
7	104	106	2
8	91	105	14
9	79	88	9
10	112	115	3
11	63	70	7
12	94	100	6

Çizelge 2.12 ile verilen 12 eşleşmiş gözlem çifti için $\overline{f} = 3.75$, $S_{\overline{f}} = 1.61$ olarak hesaplanmıştır. *t* istatistiği ise $\frac{3.75}{1.61} = 2.33$ değerini almıştır. Eş.2.30 ile verilen yokluk denencesi c tipindeki karşıt denenceye karşı 0.05 anlamlılık düzeyinde sınanmak istenirse, $2.33 > t_{11,0.025} = 2.201$ olduğundan yokluk denencesi reddedilir.

Aynı tipteki sınama, permütasyon sınama yöntemi ile yapılmak istenirse, $D = 2^{12} = 4096$ mümkün durum içerisinde eldeki veriden hesaplanmış olan $\overline{f} = 3.75$ değerinden daha uç değer alan permütasyonlar bulunmalıdır. Çok fazla sayıda mümkün düzenleme olduğu için permütasyon dağılımının elle elde edilmesi çok zaman alacaktır. Bu sebeple EK-3'deki yordamla tüm permütasyon dağılımı elde edilmiş ve uç değer alan permütasyonların sayısı 190 olarak bulunmuştur. Permütasyon sınama yöntemi ile $p \; \frac{190}{4096} = 0.0464$ olarak hesaplanmıştır. 0.05 anlamlılık düzeyinde yokluk denencesi reddedilir. Eşleşmiş çiftler t testi ile elde edilen p değeri ise 0.0400 değerini alır. 12 gözlem çifti olmasına karşın permütasyon sınama yönteminin eşleşmiş çiftler t testi ile bu kadar yakın sonuçlar vermesi permütasyon sınama yönteminin güvenilir bir yöntem olduğunu onaylar bir örnek niteliğindedir.

2.5.2. Çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılık sınaması

Bu başlıkta çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlı olup olmadığının permütasyon sınama yöntemi ile nasıl sınanabileceği ve ne gibi durumlarda bu yönteme başvurulması gerektiğinden bahsedilecektir.

Çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılık sınanması, tek değişkenli eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınanması durumunun genişletilmiş bir biçimidir.

k değişken sayısı olmak üzere, çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınanmasında kullanılan denence yapısı,

$$\mathbf{0}_{kx1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

ve

$$\mathbf{F}_{kx1} = \begin{bmatrix} E(X_1 - Y_1) \\ E(X_2 - Y_2) \\ . \\ . \\ . \\ E(X_k - Y_k) \end{bmatrix} \tag{2.35}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} &H_0 : \mathbf{F} = \mathbf{0} \\ &H_1^a : \mathbf{F} > \mathbf{0} \\ &H_1^b : \mathbf{F} < \mathbf{0} \\ &H_1^c : \mathbf{F} \neq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.36}$$

biçimindedir.

F yöneyinin sıfır yöneyine eşit olduğu yönündeki yokluk denencesi, yapılan bir işlemin eşler arasında herhangi bir farka neden olmadığı anlamını taşır.

x dizeyi k değişkenli **X** yığınından ve y dizeyi de k değişkenli **Y** yığınından alınmış n çaplı örnekler olmak üzere ve elde her yığından alınmış tek bir örnek olduğu varsayımı altında Eş.2.36 ile verilen denence yapısının permütasyon sınama yöntemi ile sınanması için geliştirilmiş olan sınama istatistikleri,

$$\begin{aligned} &t_{toplam} = \sum_{i=1}^{k} t_i \\ &t_{|toplam|} = \sum_{i=1}^{k} |t_i| \\ &t_{enb} = t_{(k)},\ \ |t_{(1)}| < |t_{(2)}| < ... < |t_{(k)}| \end{aligned} \tag{2.37}$$

biçiminde verilebilir [6].

Eş.2.37 ile verilmiş olan t_i i. eşleşmiş çift için Eş.2.33 ile ifade edilmiş olan t sınama istatistiğidir. Verilen üç sınama istatistiğinin her birinin bir diğerine göre birtakım üstünlükleri söz konusudur. t_{toplam} sınama istatistiği işlemin tüm değişkenler üzerindeki genel etkilerini ölçmede etkilidir [6]. $t_{|toplam|}$ sınama istatistiği sadece çift taraflı denence sınamasında kullanılmaktadır [6]. t_{enb} sınama istatistiği ise işlemin belirli değişken alt kümeleri üzerindeki etkilerini belirlemede daha duyarlıdır [6].

Eş.2.37 ile verilen sınama istatistikleri eldeki eşleşmiş çiftlere ait permütasyonlardan hesaplanan t istatistiklerinden faydalanılarak elde edildiği için, eldeki veriden elde edilecek tüm mümkün düzenlemelerin sayısı $D = 2^n$ olur.

Bir uygulama yapmak için $k = 2$ ve $n = 3$ olmak üzere Çizelge 2.13 ile verilmiş olan yapay gözlem değerleri kullanılmıştır [7] .

Çizelge 2.13. $k=2$ ve $n=3$ olmak üzere eşleşmiş çiftler için mümkün düzenlemeler

Düzenleme no	Çift no	Çift 1 x_1	Çift 1 y_1	Çift 2 x_2	Çift 2 y_2	t_1	t_2	t_{toplam}	$t_{\lvert toplam \rvert}$	t_{enb}
1	1	8	5	6	2	3.4641	5.1962	8.6603	8.6603	5.1962
	2	4	3	3	1					
	3	6	4	7	4					
2	1	5	8	2	6	0	0.1525	0.1525	0.1525	0.1525
	2	4	3	3	1					
	3	6	4	7	4					
3	1	5	8	2	6	-0.4588	-0.4804	-0.9392	0.9392	-0.4804
	2	3	4	1	3					
	3	6	4	7	4					
4	1	5	8	2	6	-3.4641	-5.1962	-8.6603	8.6603	-5.1962
	2	3	4	1	3					
	3	4	6	4	7					
5	1	5	8	2	6	-1.1094	-0.8980	-2.0074	2.0074	-1.1094
	2	4	3	3	1					
	3	4	6	4	7					
6	1	5	8	6	2	1.1094	0.8980	2.0074	2.0074	1.1094
	2	3	4	1	3					
	3	6	4	7	4					
7	1	8	5	6	2	0	-0.1525	-0.1525	0.1525	-0.1525
	2	3	4	1	3					
	3	4	6	4	7					
8	1	8	5	6	2	0.4588	0.4804	0.9684	0.9684	0.4804
	2	4	3	3	1					
	3	4	6	4	7					

Çizelge 2.13 ile verilmiş olan permütasyon dağılımına bakıldığında, eldeki veriden hesaplanan t_{toplam}, $t_{\lvert toplam \rvert}$ ve t_{enb} sınama istatistiklerinin sırası ile 8.6603, 8.6603 ve 5.1962 değerlerini aldıkları görülmektedir. İşlemin gözlem çiftleri arasında bir farka yol açmadığı yönündeki yokluk denencesi, işlemin gözlem çiftleri arasında pozitif yönlü bir etkiye yol açtığı yönündeki karşıt

denenceye karşı sınanmak istenirse, t_{toplam} ve t_{enb} istatistikleri için p değerleri aynı olup (1/8 = 0.125) 0.125 olarak hesaplandığından 0.05 anlamlılık düzeyinde, her iki sınama istatistiğinin de permütasyon dağılımına bakılarak yokluk denencesinin kabulü biçiminde bir karara varılır.

Belirtilen yokluk denencesi, çift yönlü bir karşıt denenceye karşı sınanmak istenirse t_{toplam}, $t_{|toplam|}$ ve t_{enb} sınama istatistiklerin permütasyon dağılımına bakarak elde edilmiş olan p değerlerinin hepsi aynıdır ve (2/8 = 0.25) 0.25 değerini alır. t_{toplam} ve t_{enb} istatistikleri için çift yönlü denence sınamasında p değerleri hesaplanırken uç gözlemlerin sayısı, eldeki veriden hesaplanan sınama istatistiğine mutlak değerce eşit yada sınama istatistiğinden mutlak değerce daha büyük olan sınama istatistiklerinin sayısı olarak alınır. Örneğin eldeki veriden hesaplanan t_{enb} sınama istatistiği 5.1962 olarak hesaplanmış, t_{enb} sınama istatistiğinin permütasyon dağılımına bakıldığında sadece 4. yeni düzenlemenin bu değere mutlak değerce eşit olduğu görülmüştür. Eldeki veriden hesaplanan t_{enb} istatistiğinden mutlak değerce daha büyük olan başka bir değer yoktur. Dolayısı ile uç gözlemlerin sayısı 2 olur.

Çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınamasında kullanılan geleneksel bir yöntem Hotelling' in T^2 yöntemidir. Fakat bu yöntemin uygulanabilir olması için normallik varsayımının sağlanması gereklidir. Sadece örnek çapı yeterince büyük olduğunda Merkezi Limit Teoremi gereğince bu varsayım ihmal edilebilir. Ayrıca $k > n$ olduğunda bir diğer ifade ile değişken sayısı örnek çapından büyük olduğunda Hotelling' in T^2 yöntemi uygulanamaz. Diğer bir önemli durum ise tek taraflı denencelerin sınanmasında Hotelling' in T^2 yöntemi ile doğrudan sonuca ulaşılamamasıdır. Fakat aksine, ifade edilen tüm bu durumlar için permütasyon sınama yöntemi uygulanabilir ve bu yöntem araştırmacıya güvenilir sonuçlar verir [6].

3. PERMÜTASYON SINAMA YÖNTEMİDE İKİ FARKLI YAKLAŞIMIN BİR BENZETİM UYGULAMASI

Permütasyon sınama yönteminin uygulanmasında üç farklı yaklaşım tercih edilebilir. Yaklaşımların birbirlerinden farkı, eldeki örnekten elde edilen yeni düzenlemelerin (yeniden örneklemelerin) hangilerinin kullanıldığı ile ilgilidir. İlk yaklaşımda mevcut tüm yeni düzenlemeler ele alınarak denence sınaması yapılır. Diğer bir yaklaşımda, verilen denencenin yapısına göre sadece eldeki örnekten daha uç olan yeni düzenlemeler ele alınır ve sınama gerçekleştirilir. Son yaklaşımda ise, permütasyon sınamasında Monte Carlo yöntemi kullanılır. Örnek çapının, dolayısıyla yeni düzenlemelerin az olduğu durumlarda tüm mümkün durumlar ele alınarak permütasyon sınamasını gerçekleştirmek araştırmacı için zor değildir. Aksine örnek çapı büyük ise yeniden düzenlemelerin hesaplanması oldukça zaman alıcı ve karmaşıktır. Örneğin, tek değişkenli iki yığının ortalamaları karşılaştırılırken eldeki veriye ait örnek çapı 10 değerinden 30 değerine çıkartıldığında, mevcut permütasyonların sayısı 252' den 155.117.520 değerine çıkar. Fakat unutulmamalıdır ki örnek çapı az ise örneğin yığını temsil etme gücü zayıf olacaktır. Böyle durumlarda permütasyon sınama yöntemi yanıltıcı sonuçlar doğurabilir. Yığından çekilen örneğin çapı büyükse Monte Carlo yönteminin kullanılması araştırmacıya kolaylıklar sağlar.

Bu ana başlık altında, sanal bir deney ortamı oluşturularak, çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılık sınaması, permütasyon sınama yönteminin uygulanılabilir iki yaklaşımı kullanılarak sınanacak ve değerlendirilecektir. Bu iki yaklaşım, tüm mümkün düzenlemelerin ele alınması durumu ve Monte Carlo yaklaşımı olacaktır. Eldeki örnekten daha uç yeni düzenlemelerin alınmasıyla sınamanın gerçekleştirilmesi uygulamada aslında tüm permütasyon dağılımının elde edilmesini gerekli kıldığı için bu üçüncü yaklaşım değerlendirilmeye alınmamıştır.

3.1. Sanal Deneyin Tasarımı

k değişkenli, Normal dağılıma sahip bir **X** yığınına ait ortalama yöneyi;

$$\boldsymbol{\mu}_1 = \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ . \\ . \\ . \\ \mu_{1k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ a+1 \\ . \\ . \\ . \\ a+(k-1) \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

ve yine *k* değişkenli Normal dağılıma sahip **Y** yığınına ait ortalama yöneyi;

$$\boldsymbol{\mu}_2 = \begin{bmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ . \\ . \\ . \\ \mu_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ b+1 \\ . \\ . \\ . \\ b+(k-1) \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

ve her iki yığına ilişkin değişke bideğişke dizeyi de;

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & . . . & \sigma_{1k} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & . . . & \sigma_{2k} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ \sigma_{k1} & \sigma_{k2} & . . . & \sigma_{kk}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & d & . . . & d \\ d & (c+0.5) & . . . & d \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ d & d & . . . & (c+0.5(k-1)) \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

olmak üzere, Eş.2.36 ile verilen denenceleri permütasyon sınama yöntemi ile sınamak için, k=15, n=14, a=2, b=4, c=2 ve d=1.75 olmak üzere Matlab ortamında yukarıda belirtilen $\mathbf{X} \sim N_k(\boldsymbol{\mu}_1,\Sigma)$ ve $\mathbf{Y} \sim N_k(\boldsymbol{\mu}_2,\Sigma)$ yığınlarından örnekler çekilerek **X** ve **Y** yığınlarına ait aynı indisli değişkenlerin sanal gözlemleri birbirleri ile eşleştirilmişmiş ve sanal gözlem çiftleri bu şekilde oluşturulmuştur. Sanal gözlem değerleri üretilirken *k* değerinin *n* (örnek çapı) değerinden büyük olacak biçimde belirlenmesindeki sebep daha öncede bahsedildiği gibi Hotelling T^2 yöntemi ile ele alınamayacak bir yapının oluşturulmak istenmesindendir. Bununla birlikte eşleşmiş sanal gözlem çiftleri aynı ortalamaya sahip olmayan normal dağılımdan gelecek şekilde üretilmiştir. Her bir (x_i, y_i) eşleşmiş örnek çifti için $E(X_i - Y_i)$ 'ler ortalaması 2 olan normal dağılıma sahiptir. Tasarım bu şekilde oluşturularak işlemin gözlem çiftleri üzerindeki etkisi sabit tutulmuştur.

Yapılan bu tasarım ile, gerçekleştirilecek olan sınamada yokluk denencesinin kuvvetli bir biçimde reddedilmesi beklenir. Çünkü örneklerin ait oldukları yığınların ortalaması farklıdır. Ayrıca sanal ortamda gözlemlerin birbirleri ile yer değiştirebilir olmasını mümkün kılacak olan türdeş değişke varsayımı sağlanmıştır. Fakat *k, n*, *a*, *b*, *c* ve *d* değerlerinin belirlenmesinde bahsedilen durumların dışında özel bir sebep yoktur. Bu değerler bahsedilen yapının korunması suretiyle farklı biçimde de belirlenebilirdi. Örneğin k=16, n=15, a=5, b=6, c=3 ve d=2 alınabilirdi.

Bu bilgiler dahilinde, bilgisayar ortamında üretilen eşleşmiş çiftlere ait sanal gözlem değerleri Çizelge 3.1 ile verilmiştir.

Çizelge 3.1. Eşleşmiş sanal gözlem değerleri

Örnek no	x_1	y_1	x_2	y_2	x_3	y_3	x_4	y_4	x_5	y_5
1	1.3883	3.1072	2.3305	5.4269	1.7177	5.5583	2.7737	6.8602	5.7029	7.1425
2	-0.3555	0.7117	1.0511	1.4375	2.6447	1.6490	4.9957	5.4828	2.6394	5.5547
3	2.1772	2.2582	4.2051	3.4833	3.9158	5.0560	4.2258	5.1681	6.2181	6.1090
4	2.4068	5.4929	3.4143	5.5357	5.1912	7.1263	6.1959	7.9481	6.4500	6.5461
5	0.3786	3.8399	1.4872	5.4376	3.5318	5.6613	3.9782	5.2002	4.6998	6.2237
6	3.6842	4.5363	3.6544	5.2220	6.1368	7.9342	5.1194	5.3023	6.7990	8.7905
7	3.6817	5.3353	4.7613	6.6410	7.0741	9.4951	3.7290	7.5704	9.1774	7.5222
8	1.9468	1.0013	1.6383	3.0337	4.4530	2.9020	4.6699	4.8374	2.8495	4.9443
9	2.4629	3.0883	4.1081	4.1252	5.9825	5.3081	4.3403	5.4537	7.2853	5.6864
10	2.2470	3.0040	4.8141	5.0036	3.1444	4.3639	6.2528	4.3735	7.8564	5.2521
11	1.7360	2.5601	2.0881	6.0130	3.5916	6.0640	5.3121	7.8283	6.7968	5.8884
12	3.0264	3.7425	4.7426	5.2911	4.9021	3.0742	8.3989	5.5738	8.1426	6.8575
13	1.1680	6.1510	3.5062	6.8706	1.6396	9.0591	5.1375	9.0047	5.4490	10.2874
14	5.0875	3.9456	4.1329	5.8512	6.6539	6.4162	6.4970	7.1854	9.3605	8.0070
Örnek no	x_6	y_6	x_7	y_7	x_8	y_8	x_9	y_9	x_{10}	y_{10}
1	7.1144	10.3114	7.5820	6.9980	6.5904	9.2025	12.2336	9.9448	7.3289	7.0121
2	4.6750	5.5608	6.5263	10.2097	6.5829	8.6960	8.2057	8.6764	11.1458	11.1292
3	6.6059	4.9183	6.3666	8.9755	6.8134	9.6096	7.5344	10.3632	11.0353	11.6627
4	7.0181	9.9857	7.1346	8.9145	5.1156	15.5300	10.2281	13.5892	9.8893	12.7185
5	3.1966	8.8432	8.5751	10.8669	9.6002	10.2281	6.3622	13.9638	11.4341	11.3674
6	7.8648	9.9736	9.0024	12.7929	9.2150	15.8983	8.3846	13.9791	12.6399	11.3316
7	8.7838	11.2002	10.3080	9.7444	11.2621	15.2972	11.0924	9.7636	10.4410	14.2192
8	7.1126	8.6186	7.7641	7.7957	9.0688	4.7305	11.6147	10.8957	13.6292	11.3137
9	10.1113	7.1276	7.6047	8.7600	9.7714	6.7004	10.9992	12.5998	12.3759	11.2206
10	6.9566	8.4051	7.4976	6.8455	7.5129	8.7759	11.7985	12.1989	14.7243	10.8021
11	7.7899	8.3530	8.5948	11.5486	6.9468	10.0886	7.3124	14.1801	13.1973	12.4359
12	9.6570	7.4577	7.6173	9.3697	9.5616	10.4146	10.3131	12.0810	10.7414	12.0303
13	7.9869	14.6596	8.8969	13.1825	6.1820	14.8800	8.8945	12.8782	7.5795	13.1363
14	7.6910	8.7389	11.3438	8.8405	9.2601	9.6874	9.7384	11.7524	13.0453	15.9063
Örnek no	x_{11}	y_{11}	x_{12}	y_{12}	x_{13}	y_{13}	x_{14}	y_{14}	x_{15}	y_{15}
1	10.4057	14.3083	11.7932	13.3092	13.4830	12.8254	16.0610	17.2782	12.0927	19.5023
2	8.1867	14.0753	10.0476	10.9455	16.0963	12.0216	18.6768	9.6595	13.6585	15.6873
3	13.1635	11.2585	12.8427	17.3074	16.5987	17.1872	11.5205	16.1010	19.2474	18.3347
4	15.7251	12.4018	17.0651	16.1345	10.4363	22.9238	12.6745	19.8367	13.2845	17.6912
5	9.4333	15.6475	10.2047	12.1996	12.4473	16.3460	16.3594	15.1105	16.4060	20.0743
6	11.1806	14.7548	10.8398	12.9398	13.3224	15.9392	14.9918	14.9754	15.3661	19.2885
7	13.0028	13.5713	15.6974	20.4869	12.9993	19.1323	12.9232	17.9068	18.9791	21.0800
8	13.2785	11.2902	10.5882	17.1814	10.6230	12.3492	15.5092	11.7986	12.7134	12.6763
9	10.7747	8.2815	13.7986	17.7942	15.4415	19.6050	19.7918	15.8004	17.0203	21.1488
10	9.7574	15.3884	11.9628	10.8907	13.3714	17.6650	17.2890	16.6519	11.0284	18.1100
11	11.4684	11.2418	14.0360	13.9500	13.9047	12.3626	19.8908	20.0011	14.5070	12.2621
12	13.0639	11.8128	15.5501	13.8926	14.3091	13.6764	17.5420	16.8080	18.4940	18.6186
13	12.4860	19.2994	11.8925	18.0061	12.2042	21.6561	19.2383	17.9128	14.5605	23.7657
14	12.8237	12.0170	10.2021	13.6938	17.0180	17.0319	16.2087	21.3480	21.4378	19.8660

3.1.1. Tüm permütasyonların ele alınması yaklaşımı ile sınamanın gerçekleştirilmesi

Çizelge 3.1 ile verilmiş olan eşleşmiş sanal gözlem değerlerinin hangi dağılımdan geldiğinin bilinmediği ve eldeki tek mevcut verinin Çizelge 3.1 ile verilmiş olan gözlem değerleri olduğu varsayımı altında, Eş.2.36 ile verilen denence yapıları permütasyon sınama yöntemi ile, mevcut tüm yeni düzenlemeler kullanılarak sınanmıştır. Denenceyi sınamak üzere Eş.2.37 ile verilmiş olan sınama istatistikleri içerisinden t_{toplam} sınama istatistiği sınamanın gerçekleştirilmesinde kullanılmıştır. $D = 2^n = 2^{14} = 16384$ mümkün yeni düzenleme için denence yapıları ve permütasyon sınama yöntemi ile elde edilen p değerleri ve $\alpha = 0.01$ anlamlılık düzeyinde sınama sonuçları Çizelge 3.2 ile verilmiştir.

Çizelge 3.2. Eşleşmiş çiftler için karşıt denenceler, permütasyon sınamasında elde edilen p değerleri ve sınama sonuçları

Karşıt denence	p değeri	Karar
$H_1 : \mathbf{F} < \vec{0}$	4.2725x10^{-4}	4.2725x10^{-4} < 0.01, H_0 reddedilir.
$H_1 : \mathbf{F} \neq \vec{0}$	8.5449x10^{-4}	8.5449x10^{-4} $< \frac{0.01}{2} = 0.005$, H_0 reddedilir.

Permütasyon sınama yöntemi ile, Çizelge 3.2 ile verilen tek ve çift yönlü denence yapılarının mevcut tüm yeni düzenlemeler ele alınarak sınanması sonucunda, her iki denence yapısı için yokluk denencesi kuvvetli bir biçimde reddedilmiştir. Sınama sonuçlarına göre x_i' ler, y_i' lere göre ortalaması faklı veya daha küçük bir yığından çekilmiştir denir. Permütasyon sınamasının gerçekleştirilmesi için yazılmış olan Matlab alt yordamı Ek-4 ile verilmiştir.

3.1.2. Monte Carlo yaklaşım

Permütasyon sınama yönteminde Monte Carlo yaklaşımını kullanmak, tüm mevcut yeni düzenlemeler içerisinden rasgele seçilmiş *m* yeni düzenlemeyi ele alarak, sınamayı gerçekleştirmek anlamını taşır. Eğer *m* yeteri kadar büyük alınırsa Monte Carlo yaklaşımı ile elde edilmiş olan *p* değeri kesin permütasyon sınaması ile elde edilen *p* değerine oldukça yakın olur.

Bölüm 2.5.2'de ifade edilmiş olan denence yapılarının Monte Carlo yaklaşımı ile sınanmasında kullanılacak matematiksel model tek yönlü denence sınaması için,

$$m = 250, 500, 1000, 2000, 3000, 4000$$
$$t_{toplam} = \sum_{i=1}^{k} t_i$$
$$v_i = \begin{cases} 1, & t_{toplam,i} \le t_{toplam,eldekiveri} \\ 0, & t_{toplam,i} > t_{toplam,eldekiveri} \end{cases}, \quad i = 1(1)m \tag{3.4}$$
$$p_{tek} = \frac{\sum_{i=1}^{m} v_i}{m}$$

ve çift yönlü denence sınaması için,

$$m = 250, 500, 1000, 2000, 3000, 4000$$
$$t_{|toplam|} = \sum_{i=1}^{k} |t_i|$$
$$z_i = \begin{cases} 1, & |t_{toplam,i}| \ge |t_{toplam,eldekiveri}| \\ 0, & |t_{toplam,i}| < |t_{toplam,eldekiveri}| \end{cases}, \quad i = 1(1)m \tag{3.5}$$
$$p_{çift} = \frac{\sum_{i=1}^{m} z_i}{m}$$

biçimindedir.

Çizelge 3.3. Farklı m değerlerinde tek ve çift yönlü sınama için Monte Carlo yaklaşımı ile elde edilen p değerleri

m	MCp_{tek}	$MCp_{çift}$
250	0.0040	0.0040
500	0.0020	0.0020
1000	$1.0000x10^{-3}$	$1.0000x10^{-3}$
2000	$5.0000x10^{-4}$	$5.0000x10^{-4}$
3000	$3.3333x10^{-4}$	$6.6667x10^{-4}$
4000	$5.0000x10^{-4}$	$7.5000x10^{-4}$

Çizelge 3.3 ile verilen Monte Carlo p değerlerine bakıldığında, tek yönlü denence sınamasında $m = 2000$ almak kesin permütasyon sınamasında elde edilen p değerine çok yakın Monte Carlo p değeri elde etmek için yeterli olmuştur. Çift taraflı denence sınamasında ise, $m = 4000$ olduğunda, Monte Carlo yaklaşımından elde edilen p değeri ile kesin permütasyon sınaması ile elde edilen p değeri birbirine oldukça yakındır. Monte Carlo p değerlerini elde edebilmek için yazılmış olan Matlab altyordamı EK-5 ile verilmiştir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Hemen her denence yapısının sınanmasında kullanılabilen permütasyon sınama yöntemi tıbbi, askeri ve benzeri birçok alanda araştırmacıya güvenilir sonuçlar vermektedir. Güçlü bilgisayar sistemlerinin gelişmesiyle de bu yöntem seçilen bir veya daha çok sınama istatistiği için uygulanması ve sonuçlanması kolay bir yaklaşım haline gelmiştir.

Elde yığına ait yeterince örnek varken ve örneğe ait eldeki veriler uygun parametrik yöntemlerin uygulanabilmesi için gerekli olan varsayımları sağlıyorsa, elbette ki denence sınamasında permütasyon sınama yöntemi yerine parametrik yaklaşımları uygulamak doğru olacaktır. Fakat gerçek verilere bakıldığında, birçok veri varsayımsal olarak parametrik yaklaşımların uygulanabilmesi için uygun değildir. Merkezi limit kuramını geçerli kılacak örnek çapını elde etmek de çok maliyetli yahut olanaksız olabilir. Bahsedilen tüm bu durumlar için permütasyon sınama yöntemini uygulamak yerindedir.

Yüksek bilgisayar teknolojisinin varlığına rağmen, permütasyon sınama yönteminin zayıf bir tarafı, sınamanın gerçekleştirilmesi sırasında bilgisayar başında harcanan zamandır. Eldeki mevcut veriden, sınama istatistiğinin permütasyon dağılımını el yordamı ile elde etmek, örnek çapı çok küçük olsa bile olanaksız olabilir. Fakat yeni düzenlemelerin bilgisayar tarafından da elde edilmesi yine uzun zaman kayıplarına yol açmaktadır. Bu çalışmada tasarlanmış olan sanal deneyde permütasyon sınaması ile kesin p değerlerinin elde edilmesi için 16384 yeni düzenleme, gelişmiş bir bilgisayar kullanılarak 16 saatlik bir zaman diliminde elde edilmiştir. Tasarımın yapısına göre, örneğin k=20 alınsaydı, 1048576 yeni düzenlemenin elde edilmesi araştırmacının günlerine mal olabilirdi. Fakat permütasyon sınamasını gerçekleştirmede Monte Carlo yaklaşımını kullanmak araştırmacıya hatırı sayılır zaman tasarrufu sağlamasının yanı sıra, eğer bu yaklaşım etkin bir biçimde tasarlanırsa, Monte Carlo yaklaşımı ile elde edilen p değerleri tüm mümkün yeni düzenlemelerin kullanılmasıyla elde edilen p değerleri ile hemen hemen aynı olacaktır. Öyle ki, yapılmış olan çalışmada da Monte Carlo yaklaşımı ile elde edilen p değerleri, kesin permütasyon sınamasından elde edilen p değerlerine oldukça yakındır. Yapılan Monte Carlo tasarımı ile, tek yönlü denence sınamasında 16384 yerine 2000 yeni düzenlemenin kullanılması yeterli olmuş ve bilgisayar başında tüketilen zaman dilimi 16 saatten 2 saate indirgenmiştir. Çift yönlü denence sınamasında ise 4000 yeni düzenleme kullanılarak harcanan zaman dilimi 16 saatten 4 saate indirgenmiştir. Dolayısı ile permütasyon sınama yöntemi ile denence sınamada Monte Carlo yaklaşımı ile sonuca varmak, gereksiz zaman kaybını ortadan kaldıracaktır.

Gerçekleştirilen sanal deney tasarlanırken belirli sınırlamalara gidilmiştir. İşlemin her bir gözlem çiftine etkisi sabit tutulmuştur. Fakat gerçekte bu durum aynı biçimde gerçekleşmeyebilir. İşlem bazı gözlem çiftlerini fazlaca etkilerken bazılarına ise hiçbir etkide bile bulunmayabilir. Ayrıca $i, j = 1(1)k$ ve $i \neq j$ olmak üzere $(x_i - y_i)$ ile $(x_j - y_j)$' lerin oluşturduğu değişke bideğişke dizeyi gerçekte, tasarlanmış olan sanal deneydeki gibi olmayabilir. Tüm bu durumlar dikkate alınmalıdır.

Permütasyon sınama yöntemi, belirtilen sınırlamalar çerçevesinde hazırlanmış olan sanal deney ortamında oldukça başarılı sonuçlar vermiştir.

KAYNAKLAR

1. Clarke, G. M., Cooke, D., “A Basic Course In Statistics 2nd ed.”, ***Edward Arnold***, Great Britain, 260 (1983).

2. Kullback, S., “Fisher’s Exact Test”, ***Encyclopedia of Statistical Sciences***, 3: 118-120 (1982)

3. Fisher R. A., “The logic inductive inference”, ***Journal of The Royal Statistical Society***, 98: 39-54 (1935)

4. Good, P. I., “Permutation Tests 2nd ed.”, ***Springer***, New York, 1, 8, 31-33, 36-37, 45-47, 94-97 (2000)

5. Nichols, T. E., Holmes, A. P., “Nonparametric Permutation Tests For Functional Neuroimaging: A Premier With Examples”, ***Human Brain Mapping***, 15: 2 (2001)

6. Blair, R.C., Higgins, J.J., Karniski, W., Kromrey, J.D., “A Study of Multivariate Tests Which May Replace Hotelling’s T^2 Tests in Prescribed Circumstances”, ***Multivariate Behavioral Research***, 29: 141-163 (1994)

7. Hemmelmann, C., Horn, M., Reiterer S., Schack, B., Süsse, T., Weiss, S., “Multivariate tests for the evalution of high-dimensional EEG data”, ***Journal Of Neuroscience Methods***, 139: 111-120 (2004)

8. Routledge, R. D., “P-values from permutation and F-tests”, ***Computational Statistics & Data Analysis***, 24: 379-386 (1997)

9. Neuhaus, G., Zhu L., “Permutation Tests for Multivariate Location Problems”, ***Journal of Multivariate Analysis***, 69: 167-192 (1999)

10. Antoch, J. ,Huskova M. , “Permutation tests in change point analysis”, ***Statistics & Probability Letters***, 53: 37-46 (2001)

11. Ludbrook, J., Dudley H., “Why Permutation Tests Are Superior to t and F Tests in Biomedical Research”, ***The American Statistician***, 52: 127-132 (1998)

12. Anderson, M. J., Robinson J., “Permutation Tests For Linear Models”, ***Australian New Zealand Journal Of Statistics*** , 43: 75-88 (2001)

13. Borkowf, C. B., “An Efficient Algorithm For Generating Two-Way Contingency Tables With Fixed Marginal Totals And Arbitrary Mean Proportions, With Applications To Permutation Tests”, ***Computational Statistics & Data Analysis***, 44: 431-449 (2004)

14. Rose, K. A., Smith E. P. , "Statistical assessment of model goodness-of-fit using permutation tests", ***Ecological Modelling***, 106: 129-139 (1998)

15. Jung, C. B., Jhun, M., Song, S. H., "A new random permutation test in ANOVA models", ***Statistical Papers***, 48: 47-62 (2006)

16. Luger, R., "Exact permutation tests for non-nested non-linear regression models", ***Journal Of Econometrics***, 133: 513-529 (2006)

17. Yamada, T., Sugiyama, T., "On the permutation test in canonical correlation analysis", ***Computational Statistics & Data Analysis***, 50: 2111-2123 (2006)

18. Robinson, J., "Saddlepoint Approximation for Permutation Tests and Confidence Intervals", ***Journal of the Royal Statistical Society***, 44: 91-101 (1982)

19. Good, P. I., "Resampling Methods 2nd ed.", ***Birkhauser***, Boston, 23–26, 40–45, 47,54, 78,104–107, 205–207 (2001).

20. Ally, E., "Simple tests for dispersive ordering.", ***Stat. Prob Ltr***, 9: 323-325 (1990)

21. Pitman, E., "Significance tests which may be applied to samplesfrom any population.", ***Journal of the Royal Statistical Society***, 4: 119-130, 225-232 (1937)

22. Frank, D ., Trzos R. J. , Good P., "Evaluating drug-induced chromosome alternations.", ***Mutation Res.***, 56: 311-317: (1978)

23. Heterberg, T., Monaghan, S., Moore, D. S., Clipson, A., Epstein, R., "Bootstrap Methods And Permutation Tests", Introduction To The Practice Of Statistics 5th Ed., ***W. H. Freeman***, New York, 2-42 (2005)

24. Desu, M. M., Raghavarao, D., "Nonparametric Statistical Methods for Complete and Censored Data", ***Chapman & Hall/Crc***, New York, 354-356 (2004)

25. Devore, J., Farnum, N., "Applied Statistics for Engineers and Scientists 2nd ed.", ***Thomson***, Australia, 334-338 (2005).

26. Fisher, R. A., "The Design Of Experiments", ***Oliver and Boyd***, London, 31-47 (1953)

27. Moses L. E., "Matched Pairs t Tests", ***Encyclopedia of Statistical Sciences***, 5:287-293 (1982)

EKLER

EK-1 Tek yığına ait beklenen değer sınaması için yerine koyarak örnekten rasgele örnekleme yönteminde kullanılan yordam

```
A = [431 450 431 453 481 449 441 476 460 482 472 465 421 452 451 430
458 446 466 476]
B=500;
ortA=mean(A)
ssapmaA= std(A)
shataA=ssapmaA/sqrt(20)
bootstat=bootstrp(B,'mean',A);
scatterplot(bootstat)
YKOOmerkez= mean(bootstat)
toplam=0;
for i=1:B
   toplam=toplam+sum((bootstat(i)-(1/B)*sum(bootstat))^2);
end
toplam
shataYKOO=sqrt((1/(B-1))*toplam)
```

EK-2 Her boyutunda iki düzey olmak üzere, iki boyutlu bir çapraz tabloda Fisher'in Kesin Sınama Yöntemi için kullanılan yordam

```
x=1
m=10
n=14
t=12
psoll=0;
psaggg=0;
orjinaltablo=[x (t-x) ; (m-x) n-(t-x)]
mumkuntablosayisi=nchoosek(m+n,t);
sagkuyruk=0;
solkuyruk=0;
orjinaltablokadaruc=0;
istorjinal=(x-t*m/(m+n))^2;
for i=0 : (t-x)
if lt(m,x+i)
i=t-x;
else
sag = [(x+i) (t-x-i) ; (m-x-i) (n-(t-x)+i)];
sagkuyruk=sagkuyruk+nchoosek(m,x+i)*nchoosek(n,(t-x-i));
istsag(i+1)=((x+i)-t*m/(m+n))^2;
pdegersag(i+1)=(nchoosek(m,x+i)*nchoosek(n,t-x-i))/mumkuntablosayisi;
end
end
for i=0: x
if lt(n-t+x-i,0)
i=x;
else
sol = [(x-i) (t-x+i) ; (m-x+i) (n-(t-x)-i)]
istsol(i+1)=((x-i)-t*m/(m+n))^2;
pdegersol(i+1)=(nchoosek(m,x-i)*nchoosek(n,t-x+i))/mumkuntablosayisi;
end
end
for i=1 : length(pdegersol)-1
duzpsol(i)=pdegersol(length(pdegersol)+1-i);
pdeger(i)=duzpsol(i);
end
for i=1 : length(pdegersag)
pdeger(length(duzpsol)+i)=pdegersag(i);
end
sl=length(istsol);
sg=length(istsag);
slsg=sl+sg-1;
for i=1 : sl-1
duz(i)=istsol(sl+1-i);
```

EK-2 (Devam) Her boyutunda iki düzey olmak üzere, iki boyutlu bir çapraz tabloda Fisher'in Kesin Sınama Yöntemi için kullanılan yordam

```
end
sd=length(duz);
for i=1 : sd
ist(i)=duz(i);
end
for i=1:sg
ist(sd+i)=istsag(i);
end
si=length(ist);
orjinaltablokonum=length(istsol);
orjinaltablokadaruc=nchoosek(m,x)*nchoosek(n,t-x);
solkuyruk=mumkuntablosayisi-sagkuyruk+orjinaltablokadaruc;
tekPsag=sagkuyruk/mumkuntablosayisi
tekPsol=solkuyruk/mumkuntablosayisi
for i=1 : si
siralama(i)=i;
end
merkez=median(siralama);
if orjinaltablokonum==merkez
pcift=1;
end
if orjinaltablokonum>merkez
for i=1 : orjinaltablokonum-1
if istorjinal<=ist(i)
psoll=psoll+pdeger(i);
end
end
pcift=tekPsag+psoll;
end
if orjinaltablokonum<merkez
for i=1: (si-orjinaltablokonum)
if istorjinal<=ist(orjinaltablokonum+i)
psaggg=psaggg+pdeger(orjinaltablokonum+i);
end
end
pcift=tekPsol+psaggg;
end
mumkuntablosayisi;
sagkuyruk;
solkuyruk;
ist;
istorjinal;
pdeger;
```

EK-3 Eşleşmiş çiftlerde tüm mümkün yeni düzenlemelerin elde edilmesi için kullanılan yordam

```
pcift
ORJ=[114 122 ; 103 108 ; 95 89 ; 111 112 ; 86 85 ; 100 97 ; 104 106 ; 91
105 ; 79 88 ; 112 115 ; 63 70 ; 94 100]
m=12;
n=1000000;
mumkunduzenleme=2^m
K=ORJ;
a=0;
sayi=0;
for i1=1 : n
if i1>m
i1=n;
else
a=a+1;
K=ORJ;
K(i1,1)=ORJ(i1,2);
K(i1,2)=ORJ(i1,1);
L(:,:,a)=K;
for i2=i1+1 : n
if i2>m
i2=n;
else
a=a+1;
K(i2,1)=ORJ(i2,2);
K(i2,2)=ORJ(i2,1);
L(:,:,a)=K;
for i3=i2+1 : n
if i3>m
i3=n;
else
a=a+1;
K(i3,1)=ORJ(i3,2);
K(i3,2)=ORJ(i3,1);
L(:,:,a)=K;
K(i3,:)=ORJ(i3,:);
for i4=i3+1 : n
if i4>m
i4=n;
else
a=a+1;
K(i3,:)=L(i3,:,a-1);
K(i4,1)=ORJ(i4,2);
K(i4,2)=ORJ(i4,1);
L(:,:,a)=K;
```

EK-3 (Devam) Eşleşmiş çiftlerde tüm mümkün yeni düzenlemelerin elde edilmesi için kullanılan yordam

```
K(i4,:)=ORJ(i4,:);
for i5=i4+1 :n
if i5>m
i5=n;
else
a=a+1;
K(i4,:)=L(i4,:,a-1);
K(i5,1)=ORJ(i5,2);
K(i5,2)=ORJ(i5,1);
L(:,:,a)=K;
K(i5,:)=ORJ(i5,:);
for i6=i5+1 : n
if i6>m
i6=n;
else
a=a+1;
K(i5,:)=L(i5,:,a-1);
K(i6,1)=ORJ(i6,2);
K(i6,2)=ORJ(i6,1);
L(:,:,a)=K;
K(i6,:)=ORJ(i6,:);
for i7=i6+1 : n
if i7>m
i7=n;
else
a=a+1;
K(i6,:)=L(i6,:,a-1);
K(i7,1)=ORJ(i7,2);
K(i7,2)=ORJ(i7,1);
L(:,:,a)=K;
K(i7,:)=ORJ(i7,:);
for i8=i7+1 : n
if i8>m
i8=n;
else
a=a+1;
K(i7,:)=L(i7,:,a-1);
K(i8,1)=ORJ(i8,2);
K(i8,2)=ORJ(i8,1);
L(:,:,a)=K;
K(i8,:)=ORJ(i8,:);
for i9=i8+1 : n
if i9>m
```

EK-3 (Devam) Eşleşmiş çiftlerde tüm mümkün yeni düzenlemelerin elde edilmesi için kullanılan yordam

```
i9=n;
else
a=a+1;
K(i8,:)=L(i8,:,a-1);
K(i9,1)=ORJ(i9,2);
K(i9,2)=ORJ(i9,1);
L(:,:,a)=K;
K(i9,:)=ORJ(i9,:);
for i10=i9+1 : n
if i10>m
i10=n;
else
a=a+1;
K(i9,:)=L(i9,:,a-1);
K(i10,1)=ORJ(i10,2);
K(i10,2)=ORJ(i10,1);
L(:,:,a)=K;
K(i10,:)=ORJ(i10,:);
for i11=i10+1 : n
if i11>m
i11=n;
else
a=a+1;
K(i10,:)=L(i10,:,a-1);
K(i11,1)=ORJ(i11,2);
K(i11,2)=ORJ(i11,1);
L(:,:,a)=K;
K(i11,:)=ORJ(i11,:);
for i12=i11+1 : n
if i12>m
i12=n;
else
a=a+1;
K(i11,:)=L(i11,:,a-1);
K(i12,1)=ORJ(i12,2);
K(i12,2)=ORJ(i12,1);
L(:,:,a)=K;
K(i12,:)=ORJ(i12,:);
for i13=i12+1 : n
if i13>m
i13=n;
else
a=a+1;
K(i12,:)=L(i12,:,a-1);
```

EK-3 (Devam) Eşleşmiş çiftlerde tüm mümkün yeni düzenlemelerin elde edilmesi için kullanılan yordam

```
K(i13,1)=ORJ(i13,2);
K(i13,2)=ORJ(i13,1);
L(:,:,a)=K;
K(i13,:)=ORJ(i13,:);
for i14=i13+1 : n
if i14>m
i14=n;
else
a=a+1;
K(i13,:)=L(i13,:,a-1);
K(i14,1)=ORJ(i14,2);
K(i14,2)=ORJ(i14,1);
L(:,:,a)=K;
K(i14,:)=ORJ(i14,:);
for i15=i14+1 : n
if i15>m
i15=n;
else
a=a+1;
K(i14,:)=L(i14,:,a-1);
K(i15,1)=ORJ(i15,2);
K(i15,2)=ORJ(i15,1);
L(:,:,a)=K;
K(i15,:)=ORJ(i15,:);
end
end
K(i14,:)=ORJ(i14,:);
end
end
K(i13,:)=ORJ(i13,:);
end
end
K(i12,:)=ORJ(i12,:);
end
end
K(i11,:)=ORJ(i11,:);
end
end
K(i10,:)=ORJ(i10,:);
end
end
K(i9,:)=ORJ(i9,:);
end
```

EK-3 (Devam) Eşleşmiş çiftlerde tüm mümkün yeni düzenlemelerin elde edilmesi için kullanılan yordam

```
end
K(i8,:)=ORJ(i8,:);
end
end
K(i7,:)=ORJ(i7,:);
end
end
K(i6,:)=ORJ(i6,:);
end
end
K(i5,:)=ORJ(i5,:);
end
end
K(i4,:)=ORJ(i4,:);
end
end
K(i3,:)=ORJ(i3,:);
end
end
K(i2,:)=ORJ(i2,:);
end
end
end
end
L(:,:,a+1)=ORJ;
```

EK-4 Çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınanmasında kesin *p* değerlerinin hesaplanmasında kullanılan alt yordam

```
load tdata1 t
t1=t;
load tdata2 t
t2=t;
load tdata3 t
t3=t;
load tdata4 t
t4=t;
load tdata5 t
t5=t;
load tdata6 t
t6=t;
load tdata7 t
t7=t;
load tdata8 t
t8=t;
load tdata9 t
t9=t;
load tdata10 t
t10=t;
load tdata11 t
t11=t;
load tdata12 t
t12=t;
load tdata13 t
t13=t;
load tdata14 t
t14=t;
load tdata15 t
t15=t;
v=0; z=0; q=0; s=0;
ttoplam=t1+t2+t3+t4+t5+t6+t7+t8+t9+t10+t11+t12+t13+t14+t15;
x=16384;
for i=1:x
if abs(ttoplam(i))>=abs(ttoplam(x))
v=v+1;
end
if ttoplam(i)<=ttoplam(x)
z=z+1;
end
end
pcift=v/x
ptek=z/x
```

EK-5 Çok boyutlu eşleşmiş çiftler arasındaki farkın anlamlılığının sınanmasında Monte Carlo *p* değerlerinin hesaplanmasında kullanılan yordam

```
load tdata1 t
t1=t;
load tdata2 t
t2=t;
load tdata3 t
t3=t;
load tdata4 t
t4=t;
load tdata5 t
t5=t;
load tdata6 t
t6=t;
load tdata7 t
t7=t;
load tdata8 t
t8=t;
load tdata9 t
t9=t;
load tdata10 t
t10=t;
load tdata11 t
t11=t;
load tdata12 t
t12=t;
load tdata13 t
t13=t;
load tdata14 t
t14=t;
load tdata15 t
t15=t;
ttoplam=t1+t2+t3+t4+t5+t6+t7+t8+t9+t10+t11+t12+t13+t14+t15;
m=1000;
R=randsample(ttoplam,m);
for i=1 :m
if R(i)<=ttoplam(x)
q=q+1;
end
if abs(R(i))>=abs(ttoplam(x))
s=s+1;
end
end
pMCtek=q/m
pMCcift=s/m
```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı	: ŞİMŞEK, Burak
Uyruğu	: T.C.
Doğum tarihi ve yeri	: 05.11.1983 Ankara
Medeni hali	: Bekar
Telefon	: 0 (312) 418 58 29
e-mail	: burakk_simsekk@yahoo.com

Eğitim

Derece	**Eğitim Birimi**	**Mezuniyet tarihi**
Lisans	Gazi Üniversitesi/ İstatistik Bölümü	2004
Lise	Kocatepe Mimar Kemal Lisesi	1999

Yabancı Dil

İngilizce

Hobiler

Masa tenisi, Bilgisayar teknolojileri, Sinema