

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ KULLANILARAK DENETLEYİCİ
TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mahmut CENGİZ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Furkan Nur DENİZ

ŞUBAT 2024

T.C
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ KULLANILARAK DENETLEYİCİ
TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mahmut CENGİZ
(36203615046)

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Furkan Nur DENİZ

ŞUBAT 2024

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ

Bu tez çalıőmasının her aşamasında beni yönlendiren, benden yardım, öneri, bilgi, tecrübe ve desteklerini esirgemeyen değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Furkan Nur DENİZ'e; eğitim hayatım boyunca bilgi ve deneyimlerinden faydalandığım diğer tüm hocalarıma ve de hayatım boyunca olduğu gibi bu çalışma sürecinde de bana her türlü desteği veren kıymetli aileme teőekkürlerimi sunarım.



ONUR SÖZÜ

Yüksek lisans tezi olarak sunduğum “**Kesirli Bulanık Çıkarım Sistemi Kullanılarak Denetleyici Tasarımı**” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığına ve yararlandığım bütün kaynakların hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Mahmut CENGİZ



İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR VE ÖNSÖZ	i
ONUR SÖZÜ.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	vi
SEMBOLLER VE KISALTMALAR.....	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. BULANIK MANTIĞIN TEMELLERİ VE ÇIKARIM SİSTEMİ.....	5
2.1 Bulanık Kümeler	5
2.2 Bulanık Kümeler İle İlgili Temel Kavramlar.....	6
2.2.1 Yükseklik	6
2.2.2 Destek küme.....	6
2.2.3 Bulanık tekil	6
2.2.4 α - kesim.....	7
2.2.5 Konveks bulanık küme	8
2.3 Bulanık Kümelerin Özellikleri.....	8
2.4 Bulanık Kümelerde Temel İşlemler	9
2.5 Bulanık Sayılar	9
2.5.1 Üçgen bulanık sayı	10
2.5.2 Yamuk bulanık sayısı	11
2.5.3 Gauss bulanık sayısı	12
2.6 Aralıklarda Aritmetik İşlemler	13
2.6.1 α - kesim aralığı üzerinde aritmetik işlemler	14
2.6.2 Bulanık sayılarda α - kesime dayalı aritmetik işlemler	14
2.7 Bulanık Bağıntı	16
2.7.1 Kartezyen çarpım.....	16
2.7.2 Bulanık bağıntıda işlemler	16
2.7.3 Bulanık bağıntının kompozisyonu.....	17
2.8 Bileşimsel Çıkarım Kuralı	17
2.9 Zadeh'in Genişleme İlkesi	18
2.10 Bulanık Kural	20
2.11 Bulanık Akıl Yürütme	21
2.12 Mamdani Çıkarım Sistemi	23
2.12.1 Bulanıklaştırma	24
2.12.2 Durulaştırma.....	24
2.12.2.1 Ağırlık merkezi yöntemi ile durulaştırma	25
2.12.2.2 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma.....	25
2.12.2.3 Ortalama-maksimum üyelik yöntemi ile durulaştırma	26
3. KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ.....	27
4. KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ KULLANILARAK	
DENETLEYİCİ TASARIMI: UYGULAMA ÖRNEKLERİ	35
4.1 Örnek 1	35
4.2 Örnek 2	40
4.2.1 Yüksek dereceli bir sistem ve PID denetleyici	41
4.2.2 FFIS ve Genetik algoritma kullanılarak FLC'nin performans iyileştirilmesi.....	41
5. SONUÇ.....	49

KAYNAKLAR	51
ÖZGEÇMİŞ	55



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1: Üyelik fonksiyonların özellikleri	37
Çizelge 4.2: Bulanık kurallar.	37
Çizelge 4.3: Kural tablosu.....	43
Çizelge 4.4: Optimizasyon için seçilen ayar parametreleri	44
Çizelge 4.5: IAE, ITAE kriterlerine göre optimizasyon sonucu elde edilen K_1 ve K_2 katsayıları.....	45
Çizelge 4.6: FLC, IAFLC VE ITAFLC'nin performans karşılaştırması	45
Çizelge 4.7: PID, ITAFLC ve FFISFLC'nin performans karşılaştırması	46



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1: 10'a yakın reel sayılar içeren bulanık \tilde{A} kümesi.....	6
Şekil 2.2: Tekil bulanık küme	7
Şekil 2.3: Üyelik fonksiyonunun α -kesimi	7
Şekil 2.4: Bulanık kümenin konveksliği a) konveks küme b) konveks olmayan küme	8
Şekil 2.5: Üçgen bulanık sayısı.....	10
Şekil 2.6: Örnek 5 için üçgensel bulanık sayının α -kesimi	11
Şekil 2.7: Yamuk bulanık sayısı.....	12
Şekil 2.8: Gauss bulanık sayısı.....	12
Şekil 2.9: Bulanık sayıların α -kesim aralığına dayalı toplama işlemi.....	15
Şekil 2.10: Genişleme ilkesinin algoritması	19
Şekil 2.11: Çıkarım sistemi.....	23
Şekil 2.12: Mamdani çıkarım sistemi.....	24
Şekil 2.13: Ağırlık merkezi yöntemi	25
Şekil 2.14: Ağırlıklı ortalama yöntemi	26
Şekil 2.15: Ortalama-maksimum üyelik yöntemi	26
Şekil 3.1: Tipik bir trapezoidal üyelik fonksiyonu.....	27
Şekil 3.2: [b c] aralığına yatay yaklaşım	28
Şekil 3.3: a, b, c kesirli üyelik fonksiyonları, b, d, f kesirli yatay üyelik fonksiyonları.....	29
Şekil 3.4: Üyelik fonksiyonunu yatay üyelik fonksiyonuna dönüştürme kuralı.....	31
Şekil 3.5: Denklem 3.12'deki yatay üyelik fonksiyonunun hesaplanması için üçgen üyelik fonksiyonu.	31
Şekil 3.6: Bulanık kural çıkarım sonucu a) Tipik FIS b) FFIS	32
Şekil 3.7: Mamdani yöntemine göre FIS ile FFIS'in karşılaştırılması	33
Şekil 3.8: Çeşitli dinamik kesirli indislerin uygulaması.....	34
Şekil 4.1: FFIS'li kapalı çevrim kontrol sistemi.	36
Şekil 4.2: FIS için üçgen üyelik fonksiyonları: a) hata girişi, b) hatanın değişimi, c) kontrol çıkışı	38
Şekil 4.3: Mamdani yöntemine göre FIS ve FFIS'inin $SET1$, $SET2$, $SET3$ ve $SET4$ kesirli indisleri ile karşılaştırılması: a) birim basamak cevabı, b) hata işareti, c) kontrol işareti	39
Şekil 4.4: $\gamma_{eşdeğer FIS}=0$, $\gamma_{SET1}=0.17$, $\gamma_{SET2}=0.26$ ve $\gamma_{SET3}=0.30$ için birim basamak cevapları.....	40
Şekil 4.5: Tipik bir geri besleme kontrol sistemi	41
Şekil 4.6: FLC ile kapalı döngü kontrol sistemi.	42
Şekil 4.7: FIS için üyelik fonksiyonları: a) hata girişi, b) hatanın değişimi, c) kontrol çıkışı	42
Şekil 4.8: Performans kriterlerini kullanan FLC simülasyon blok diyagramı	43
Şekil 4.9: Genetik algoritma ile optimizasyon sürecinin akış şeması	44
Şekil 4.10: FLC, IAEFLC ve ITAEFLC'nin birim basamak cevapları	45
Şekil 4.11: PID, ITAEFLC ve FFISFLC'nin birim basamak cevapları	46
Şekil 4.12: FFIS için SET 2'nin birim basamak cevabı.	47
Şekil 4.13: SET3 ve SET4 için birim basamak cevapları.....	48

SEMBOLLER VE KISALTMALAR

ITAE	: Zaman ağırlıklı hata karelerinin toplamı
IAE	: Mutlak hatanın toplamı
FLC	: Bulanık Mantık Denetleyici
FIS	: Bulanık Çıkarım Sistemi
FFIS	: Kesirli Bulanık Çıkarım Sistemi
CRI	: Bileşimsel Çıkarım Kuralı
FCRI	: Kesirli Bileşimsel Çıkarım Kuralı
PID	: Oransal-İntegral-Türevsel
MP	: Modus Ponens
GMP	: Genelleştirilmiş Modus Pones
\tilde{A}	: Bulanık küme
\tilde{A}'	: \tilde{A} bulanık kümesinden farklı
μ	: Üyelik fonksiyonu
\tilde{A}_a	: Bulanık kümenin a -kesimi
\cup	: Birleşim
\cap	: Kesişim
\in	: Eleman
R	: Reel sayılar
\tilde{R}	: Bulanık kural
L_a	: Armatür endüktans
J_m	: Rotor ataleti
R_a	: Armatür direnci
B_m	: Viskoz sürtünme
K_T	: Tork sabiti
K_b	: Geri emk sabiti
V_a	: Armatür voltajı
W	: Açısal hız
γ	: Kırılma indisi
α^*	: Alfa form
β^*	: Beta form
$I_{\mathcal{H}}$: Yatay çeviri kuralı

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ KULLANILARAK DENETLEYİCİ TASARIMI

MAHMUT CENGİZ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

55+IX sayfa

2024

Danışman: Doç. Dr. Furkan Nur DENİZ

Bulanık akıl yürütme yöntemleri, belirsizlik içeren problemlerin çözümüne odaklanan yaklaşımlar olarak ifade edilebilir. Günümüzde bulanık mantık yürütme yöntemlerinin daha etkili hale getirilmesine yönelik artan bir ilgi bulunmaktadır. Daha önce yapılan bir çalışmada, fraksiyonel akıl yürütme temel alınarak kesirli indislerin uygun şekilde ayarlanmasıyla bulanık mantık uygulamalarının performansını artırabileceğini ileri süren bir yöntem olan kesirli bulanık çıkarım sistemi (FFIS) önerilmiştir. Bu tezde yapılan çalışmalarda FFIS kullanarak iki farklı sistem için denetleyiciler tasarlanmış, giriş ve çıkış değişkenlerinin evrensel küme aralıkları iki farklı yöntemle ayarlanan Mamdani Bulanık Çıkarım Sistemi (FIS) ile kıyaslamaları yapılmıştır. Birinci çalışmada deneme yöntemi ile ayarlanan Mamdani FIS kullanılarak doğru akım (DC) motorunun pozisyon kontrolü gerçekleştirilmiştir. Daha sonra mevcut Mamdani FIS, farklı kesirli indisler ile oluşturulan FFIS kullanılarak elde edilen sonuçlar ile kıyaslanmıştır. İkinci çalışmada Genetik algoritma (GA) optimizasyon yöntemi ile ayarlanan Mamdani FIS ile klasik yöntemlerle kontrolün zor olduğu düşünülen yüksek dereceli bir sistem için kontrol uygulaması gerçekleştirilmiştir. GA ile ayarlanan Mamdani FIS, uygun kesirli indisler seçilerek oluşturulmuş; FFIS ile değiştirilerek kontrol sonuçları kıyaslanmıştır. FFIS kullanılarak yapılan kontrol uygulamalarında Mamdani FIS tabanlı kontrol uygulamalarına göre daha başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kesirli bulanık çıkarım sistemi, FFIS, kesirli üyelik fonksiyonları, bulanık mantık, genetik algoritma

ABSTRACT

Master Thesis

CONTROLLER DESIGN USING FRACTIONAL FUZZY INFERENCE SYSTEM

MAHMUT CENGİZ

Inonu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Electrical and Electronic Engineering
55+IX page

2024

Supervisor: Assoc. Prof. Furkan Nur DENİZ

Fuzzy reasoning methods can be expressed as approaches that focus on solving problems involving uncertainty. Nowadays, there is an increasing interest in making fuzzy reasoning methods more effective. In a previous study, Fractional Fuzzy Inference System (FFIS) was proposed as a method based on fractional reasoning, suggesting that it can increase the performance of fuzzy logic applications by appropriately adjusting fractional indices. In the studies carried out in this thesis, controllers were designed for two different systems using FFIS and comparisons were made with the Mamdani Fuzzy Inference System (FIS), where the universal cluster ranges of the input and output variables were adjusted by two different methods. In the first study, position control of the Direct Current (DC) motor was carried out using Mamdani FIS, which was adjusted by trial method. Then, the existing Mamdani FIS was changed to the FFIS obtained using different fractional indices and the control results were compared. In the second study, a control application was carried out with Mamdani FIS adjusted by the Genetic algorithm (GA) optimization method for a high-order system that is thought to be difficult to control with classical methods. Then, the Mamdani FIS adjusted with GA was replaced with the FFIS created by selecting appropriate fractional indices and the control results were compared. As a result, the control applications using the FFIS have achieved more successful results than the Mamdani FIS-based control applications.

Keywords: Fractional fuzzy inference system, FFIS, fractional membership functions, fuzzy reasoning, genetic algorithm.

1. GİRİŞ

Zamana bağılı olarak değişen her Őey dinamik olarak adlandırılır. Zamanla değişen durumları olan sistemlere ise dinamik sistem adı verilir. Bu sistemlerin davranışlarının matematiksel modellemesinde çoğunlukla diferansiyel denklemler kullanılır. Ancak, bazen dinamik sistemler diferansiyel denklemlerle tam olarak tanımlanamayabilir. Bu, dinamik sistemlerin karmaşıklığı ve gerçek zamanlı uygulamalardaki belirsizliklerden kaynaklı ortaya çıkabilecek bir durumdur [1].

Çoğu kontrol sistemlerinde kontrol edilmesi istenen gerçek sistemin tam bir matematiksel modeli gerekebilir. Bu durum karmaşık matematiksel modelleme ve parametre belirsizliği içeren sistemlerin kontrolü için kontrol algoritmalarının geliştirilmesini zorlaştır. Bu zorlukla başa çıkmak ve beklenmeyen değişikliklere karşı belirli bir performans seviyesinin korunmasını sağlamak amacıyla bu tür süreçlerin kontrolünde uzman deneyimine ve uzman bilgisini dahil eden yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır [1].

Akıllı kontrol yöntemleri; karmaşık, doğrusal olmayan ve zaman içinde değişen sistemlerin kontrolünde, matematiksel veya model tabanlı tanım yerine, kontrol sistemleri tasarımında insan deneyimi ve bilgisinin kontrol çıktısına dahil edilmesine imkan veren bir yapıya sahiptir. Akıllı kontrole dair yapay zeka, modern uyarlanabilir kontrol, optimal kontrol, sinir ağları ve bulanık mantık gibi yöntemlerden bahsedilebilir [1].

Bulanık mantık, 1965 yılında Prof. Lotfi A. Zadeh [2] tarafından bulanık kümelerin tanıtılmasından sonra kontrol [3], karar alma [4], sınıflandırma [5], robotik [6], örüntü tanıma [7] gibi çeşitli alanlarda ve uygulamalarda başarıyla kullanılmıştır. Bulanık kümeler klasik küme teorisinin bir genellemesidir. Klasik küme, matematiksel bir fonksiyon aracılığıyla tanımlanır ve bu fonksiyon sadece ikili değerleri (0 ve 1) kabul eder. Bu zellik, öğelerin klasik kümeye ya tamamen ait olduğunu (1) ya da hiç ait olmadığını (0) açıkça ifade eder. Diğer taraftan bulanık küme ise her öğenin kümeye aidiyet durumunu belirlemek için kullanılan bir üyelik fonksiyonu aracılığıyla ifade edilir; bu fonksiyon, her bir öğenin kümeye ne kadar katıldığını 0 ile 1 arasında değişen bir üyelik derecesiyle belirlenmesine olanak sağlar [8].

Bulanık bir küme, sadece üyelik fonksiyonlarıyla değil aynı zamanda sözel bir terimle de ilişkilendirilir [9]. Bu, sözel değişken olarak adlandırılır ve Lotfi Zadeh [10] tarafından 1973'te bir makalede ortaya atılmıştır. Bu değişkenler, karmaşık veya net olmayan olguları karakterize ederken standart niceliksel terimlerin yetersiz kaldığı durumlarda kullanılır. Sözel değişkenler, bir dizi değerler olarak [11], günlük hayatta sıkça karşılaşılan "çok soğuk", "çok sıcak" gibi kavramların spesifik sıcaklık aralıklarını bilmeksizin ele alınabilmesine olanak tanır [12]. Bu sayede insan algısı, sistemli bir biçimde kontrol sistemlerine dahil edilebilir [1].

Bulanık mantık denetleyicileri (FLC), insan operatörünün sistem dinamikleri ve iç parametre değişimleri hakkında önceden bilgi sahibi olmadan sistemin giriş ve çıkışına göre belirlediği kontrol stratejisini, sözel değişkenler aracılığıyla ifade ederek istenen kontrol eylemlerini elde etmesine olanak tanır [13]. Çeşitli yöntemlere göre geliştirilmiş FLC'ler olmakla birlikte temelde yaklaşık bulanık akıl yürütme yöntemine dayanır [14].

Belirsiz verilerden çıkarım yapabilmek için Zadeh [15-17], yaklaşık akıl yürütme kavramını tanıtmıştır. Modus Ponens'in (MP) genelleştirilmiş bir formu olan Genelleştirilmiş Modus Ponens (GMP), yaklaşık akıl yürütmenin temelini oluşturur [18]. GMP ile bulanık sonuçların çıkarımı, Bileşimsel Çıkarım Kuralı (CRI) kullanılarak gerçekleştirilir [19].

Temelde bulanık akıl yürütme sistemi, girdi gözlemini dikkate alarak sonuç üreten bulanık çıkarım sistemi olarak tanımlanabilir. Bu mekanizma; sözel değişkenleri, bulanık kuralları ve bulanık çıkarım yöntemini içerir. Bulanık çıkarım kuralları, belirli bir fiziksel sistemin girdi ve çıktı değişkenleri arasındaki ilişkileri belirlemek için bir dizi kural içerir. Bu kurallara dayanarak herhangi bir yeni giriş verisine yanıt olarak yaklaşık bir akıl yürütme süreci uygulanması için bileşimsel çıkarım kuralı kullanılır [14].

Zadeh, bileşimsel çıkarım kuralını [10] tanıttıktan sonra bulanık akıl yürütmeye yönelik Mamdani [20,21], Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [22], bulanık doğruluk değeri (FTV) temelli akıl yürütme [23], üçlü çıkarım prensibi (TIP) [24], beşli çıkarım prensibi (QIP) [25], kanıt akıl yürütme [26], benzerliğe dayalı bulanık akıl yürütme [27-29], doğrusal revizyon [30,31], monotonik olmayan bulanık akıl yürütme [32], dinamik bulanık akıl yürütme [33], en küçük ortak kat (LCM) [34], telafi edici bulanık akıl yürütme (CFR) [35], enterpolasyon [36,37], bulanık üyelik fonksiyonlarının hareketine dayalı bulanık akıl yürütme [38], optimal bulanık akıl yürütme (OFR) [39,40] yöntemleri gibi daha bir çok yöntem önerilmiştir. Genel

olarak bulanık kontrol uygulamalarında yaygın olarak tercih edilen yöntemlerden ikisi olan, üzerine inşa edilen Mamdani ve bileşimsel çıkarım kuralını genelleştiren TSK (Takagi-Sugeno-Kang) yöntemleridir [41-43].

Bu yöntemlerden yaygın olarak kullanılan Mamdani bulanık mantık akıl yürütme yöntemi [20,21], uzman bilgisine göre oluşturulmuş bir dizi sözel kontrol kuralını kullanarak bir buhar makinesini kontrol etmek için önerilmiştir. Mamdani çıkarımı CRI işlemi için minimum operatörü kullanılır. Tetiklenen her bir kuralın sonucundaki bulanık küme elemanlarının üyeliklerinin alabileceği en büyük değer, kesin girdilerin ilgili kuralın öncül kısmındaki bulanık kümelerle ait üyelik derecelerinin (doğruluk dereceleri) minimum değerine göre belirlenir [44].

Diğer bir yöntem olan Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [22] çıkarımı, giriş uzayını bulanık bölgelere bölmek ve her bir bölgedeki sistemi basit bir matematiksel modelle ifade etme üzerine kurulmuştur. Bu yöntemde genel bulanık model, birbirine bağlı alt sistemlerin kombinasyonu olarak düşünülür. TSK, sadece öncül kısmında bulanık kümeler kullanır ve bulanık dinamik modellere uygundur. Bu model, az sayıda kural kullanarak doğrusal olmayan sistemleri tanımlama avantajına sahiptir. TSK modelinin çıktısı, girdilere bağlı fonksiyon olarak ifade edilebilmektedir [44].

Bu yöntemlere ek olarak yakın zamanda Mazandarani ve Li [45] tarafından yapılan bir çalışmada, Kesirli Bulanık Çıkarım Sistemi (FFIS) adı verilen yeni bir FIS tanıtılmıştır. FFIS'teki çıkarım kuralı, Kesirli Bileşimsel Çıkarım Kuralı (FCRI) olarak adlandırılan fraksiyonel akıl yürütme mekanizmasına dayalı işlemler gerçekleştirir. FCRI, bileşimsel çıkarım kuralının genelleştirilmiş bir formudur. FCRI, [0, 1] aralığındaki kesirli dereceleri temel alan bir yaklaşıma dayanır. FFIS'in tanımlanması için gerekli olan sıra kavramı, kesirli indislerle tanımlanan ve kesirli derecenin uygulanması için bir araç olarak kullanılan bir dizi indis içerir [42,45,46].

Tipik FIS'lerin aksine, örneğin Mamdani FIS, FFIS dikey üyelik fonksiyonuna ek olarak kesirli yatay üyelik fonksiyonunu da kullanır. Kesirli yatay üyelik fonksiyonu, kesirli indisler ile dikey üyelik fonksiyonu arasında bir ilişki kurarak kural tabanı tarafından üretilen çıktı bilgi hacminin daha hassas kontrolünü sağlar. Bu sayede FFIS kullanıldığında FIS'ten daha iyi sonuçlar elde edilebilir [45]. Kesirli yatay üyelik fonksiyonu kesirli indisler kullanılarak oluşturulur. Kesirli indisler sabit veya dinamik tiplerde olabilir ve 0 ile 1 arasında değerler alabilir. Kesirli indisler 1 değerine sahip olduğunda FFIS'in davranışı tipik

FIS ile aynıdır. Yani kesirli indisler bir olduğunda önerilen sistemin Mamdani FIS'ten hiçbir farkı yoktur. Bu durumda Tipik FIS'ler, birinci dereceden iken FFIS kesirli derecedendir. Dolayısıyla tipik FIS'teki akıl yürütme mekanizması birinci dereceden iken, FFIS'te kesirli derecedendir. Tipik FIS, FFIS'in özel bir durumudur. FFIS konusunda dikkat edilmesi gereken önemli nokta, bulanık sistemin genel yapısında herhangi bir değişiklik yapılmadan kural tabanı sonucunda elde edilen üyelik fonksiyonuna, kesirli yatay üyelik fonksiyonunun eklenmesidir. Diğer bir ifadeyle tipik FIS ile tasarlanmış bir denetleyiciye FFIS uygulanabilir [42,45,46].

Bu tez çalışmasında, öncelikle bir DC motor kontrolü için Mamdani FIS kullanılmış, daha sonra aynı kontrol problemi için kesirli bulanık çıkarım sistemi (FFIS) kullanılarak elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve tartışılmıştır. Daha sonra klasik yöntemler ile kontrolü zor olan yüksek dereceli bir sistem için genetik algoritma tabanlı Mamdani FIS ve FFIS kullanılarak bulanık mantık denetleyici (FLC) tasarlanmıştır. Mamdani tipi FLC'nin oluşturulma aşamasında üyelik fonksiyonların aralığı genetik algoritma kullanılarak belirlenmiş ve elde edilen FLC'den faydalanılarak FFIS tabanlı FLC oluşturulmuştur. Tasarlanan FLC'ler ile daha önce önerilen bir PID denetleyicinin simülasyon ortamında performansları test edilmiştir. Elde edilen sonuçlarda Mamdani tipi FLC'nin PID'ye kıyasla daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. FFIS'in kullanılmasıyla Mamdani tipi FIS'in performansının iyileştirilebileceği gösterilmiştir.

Çalışmanın geri kalan kısmı şu şekilde devam etmektedir: İkinci bölümde bulanık akıl yürütmenin temel tanımlarına yer verilmiş olup Mamdani yöntemi burada tanıtılmıştır, üçüncü bölümde kesirli bulanık çıkarım sistemine ait genel tanımlara yer verilmiştir, dördüncü bölümde ise FFIS çıkarım yöntemi ayrıntılı bir şekilde anlatılmıştır, son olarak bölüm 5'te tez çalışması neticesinde elde edilen sonuçlar verilmiş ve gelecek çalışmalar hakkında tavsiyelerde bulunulmuştur.

2. BULANIK MANTIĞIN TEMELLERİ VE ÇIKARIM SİSTEMİ

2.1 Bulanık Kümeler

Bulanık kümenin tanımı, klasik küme tanımının bir genişlemesi olarak kabul edilebilir. Klasik küme tanımında karakteristik fonksiyon sadece 0 veya 1 değerlerini alabilirken bulanık küme tanımında bu fonksiyon 0 ile 1 arasındaki herhangi bir değeri alabilir. Bu, klasik bir kümenin ötesinde belirsizlik ve kesinlik arasında bir geçiş sağlar [47].

X evrensel kümesindeki bir A bulanık kümesi, X evrensel kümesinde bulunan her bir x elemanını $[0, 1]$ aralığında bir gerçek sayı ile ilişkilendiren bir üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$ ile karakterize edilir ve her x elemanının $\mu_{\tilde{A}}(x)$ değerleri üyelik derecesini temsil eder. A bulanık kümesi, \tilde{A} ile gösterilmek üzere şu şekilde tanımlanır [48]:

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\} \quad (2.1)$$

X evrensel kümesinde bulunan bir bulanık \tilde{A} kümesi ayrık ve sonlu olduğunda [47]

$$\tilde{A} = \{\mu_{\tilde{A}}(x_1)/x_1 + \mu_{\tilde{A}}(x_2)/x_2 + \dots\} = \sum_i \mu_{\tilde{A}}(x_i)/x_i \quad (2.2)$$

olacak şekilde ifade edilir. Sürekli ve sonsuz olduğunda ise

$$\tilde{A} = \int \mu_{\tilde{A}}(x)/x \quad (2.3)$$

şeklinde yazılır. Gösterimlerdeki “+”, “ Σ ” ve “ \int ” işaretleri bütün $\mu_{\tilde{A}}(x)/x$ in birleşimini ifade eder [47].

Bulanık kümenin elde edilmesini gösteren iki tane örnek aşağıda verilmiştir:

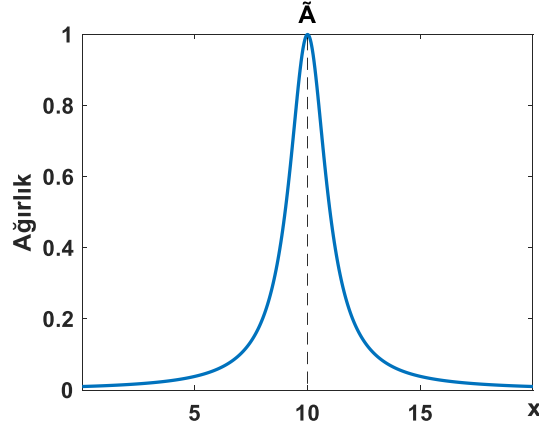
Örnek 1: X evrensel kümesindeki bulanık küme $\tilde{A} = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ olsun ve elemanların üyelik dereceleri sırasıyla 0.2, 0.4, 0.3, 1, 0.6 olmak üzere bulanık küme aşağıdaki gibi yazılır.

$$\tilde{A} = \{0.2/x_1 + 0.4/x_2 + 0.3/x_3 + 1/x_4 + 0.6/x_5\} \quad (2.4)$$

Örnek 2: \tilde{A} bulanık kümesi 10'a yakın reel sayılar içeren bir küme olsun ve üyelik derecesi $\mu_{\tilde{A}}(x) = (1 + (x - 10)^2)^{-1}$ olmak üzere denklem 2.5'teki gibi yazılabilir [49].

$$\tilde{A} = \int \frac{1}{1+(x-10)^2}/x \quad (2.5)$$

Örnek 2’de üyelik derecelerine göre elde edilen bulanık küme grafiksel olarak Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1 : 10’a yakın reel sayılar içeren bulanık \tilde{A} kümesi [49].

2.2 Bulanık Kümeler İle İlgili Temel Kavramlar

2.2.1 Yükseklik

Bir üyelik fonksiyonun yüksekliği $h(\tilde{A})$ aşağıdaki gibi ifade edilir [50].

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.6)$$

burada *sup*, İngilizce “supremum” kelimesinin kısaltmasıdır ve üyelik fonksiyonun üst sınırını (ya da X evrensel kümesi sonlu olduğunda maksimum sınır) belirtir [51]. Eğer $h(\tilde{A}) = 1$ ise üyelik fonksiyonu “normal”, değil ise “normalaltı” olarak adlandırılır [50].

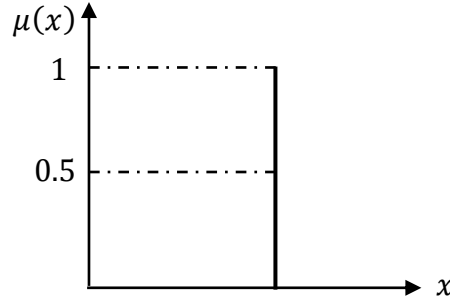
2.2.2 Destek küme

Bir bulanık \tilde{A} kümesinin desteği, üyelik derecesi sıfırdan büyük olan elemanların tümünü içeren kümedir ve şu şekilde tanımlanır [48]:

$$\text{destek}(\tilde{A}) = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0 \text{ ve } x \in X\} \quad (2.7)$$

2.2.3 Bulanık tekil

Desteği, X evrensel kümesinde tek bir nokta $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ olan bir bulanık kümeye tekil denir. Şekil 2.2’de tekil bulanık küme gösterilmiştir.



Şekil 2.2 : Tekil bulanık küme.

2.2.4 α - kesim

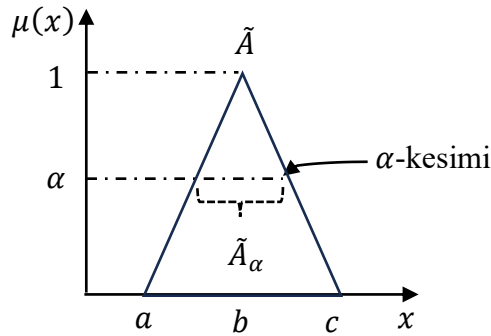
X evrensel kümesinin \tilde{A} bulanık alt kümesindeki α -kesimi, $\alpha \in [0,1]$, \tilde{A} 'daki üyelik derecelerinden büyük veya ona eşit olan X 'teki değerler kümesidir [48]. \tilde{A} bulanık alt kümesindeki α -kesime dahil edilen değerler kesin kümedir. \tilde{A} bulanık alt kümesindeki α -kesim \tilde{A}_α olarak gösterilmek üzere şu şekilde tanımlanır [52]:

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \} \quad (2.8)$$

Eğer üyelik dereceleri, $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere α 'dan büyük ise “güçlü α -kesim” denir ve şu şekilde tanımlanır [52]:

$$\tilde{A}_{\alpha+} = \{x \in X: \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \} \quad (2.9)$$

Şekil 2.3'te \tilde{A} bulanık kümesinin α -kesimi şekilsel olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.3 : Üyelik fonksiyonunun α -kesimi [48].

α - kesim ve güçlü α -kesim ile ilgili bir örnek aşağıda verilmiştir.

Örnek 3: X evrensel kümesindeki bulanık küme olan $\tilde{A} = \{0.2/x_1, 0.3/x_2, 0.5/x_3, 0.7/x_4, 1/x_5\}$ şeklinde tanımlansın. Bulanık küme \tilde{A} 'nın α - kesim ve güçlü α -kesimi $\alpha=0.5$ için aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\tilde{A}_{0.5} = \{0.5/x_3, 0.7/x_4, 1/x_5\} \quad \alpha\text{- kesim} \quad (2.10)$$

$$\tilde{A}_{0.5+} = \{0.7/x_4, 1/x_5\} \quad \text{güçlü } \alpha\text{-kesimi} \quad (2.11)$$

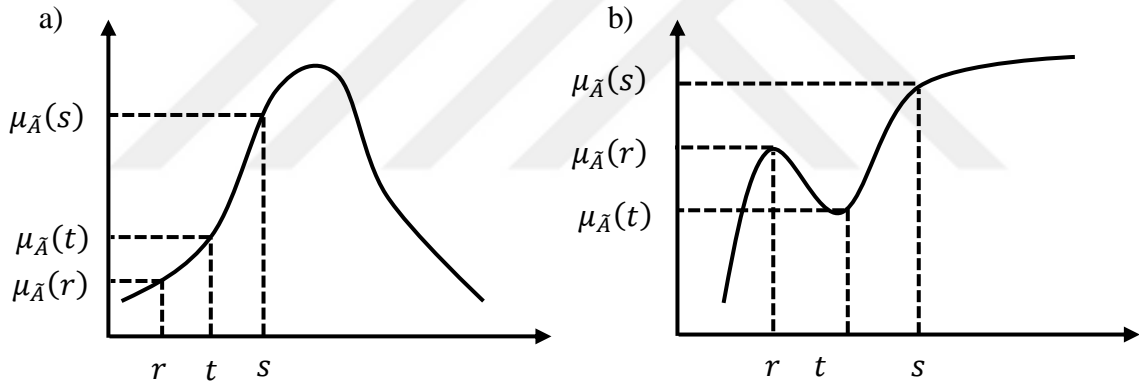
2.2.5 Konveks bulanık küme

Konveks bir bulanık küme, üyelik değerleri evrendeki elemanlar için artan değerlerle kesinlikle monoton olarak artan ve ardından kesinlikle monoton olarak azalan bir üyelik fonksiyonu ile tanımlanır [52].

X evrensel kümesindeki bulanık \tilde{A} kümesi, $t = \lambda r + (1 - \lambda)s$ ve $\lambda \in [0, 1]$ olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}}(t) \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(r), \mu_{\tilde{A}}(s)] \quad (2.12)$$

şartını sağlıyorsa konveks bir kümedir denir. Bir bulanık kümenin konveksliği bulanık α -kesim ile de anlaşılabilir. Bulanık kümenin tüm α -kesim kümeleri konveks ise bu bulanık küme konvekstir denir. Bulanık kümenin konveksliği ile ilgili durumlar Şekil 2.4'te gösterilmiştir.



Şekil 2.4 : Bulanık kümenin konveksliği a) konveks küme b) konveks olmayan küme [52].

2.3 Bulanık Kümelerin Özellikleri

Bulanık kümelerin kesin kümelerin genişlemesi olduğu göz önüne alındığında, klasik kümenin özellikleri aynı zamanda bulanık kümelerin özellikleri için de geçerlidir. \tilde{A} , \tilde{B} ve \tilde{C} X evrensel kümesinin bulanık kümeleri olmak üzere bulanık küme özelliklerinin bazıları aşağıdaki gibidir [52]:

a) **Değişme:** $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}$ ve $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A}$

b) **Birleşme:** $\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap \tilde{C}$ ve $\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup \tilde{C}$

c) **Dağılıma:** $\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C})$ ve $\tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C})$

d) **Denk güçlülük:** $\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}$ ve $\tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A}$

e) **De Morgan:** $\overline{(\tilde{A} \cup \tilde{B})} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$ ve $\overline{(\tilde{A} \cap \tilde{B})} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$

2.4 Bulanık Kümelerde Temel İşlemler

\tilde{A} ve \tilde{B} iki bulanık küme olmak üzere temel küme işlemleri üyelik fonksiyonları bakımından aşağıdaki gibi verilmiştir:

a) **Birleşim İşlemi**

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = \max[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in X \quad (2.13)$$

b) **Kesişim İşlemi**

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = \min[\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)] \quad \forall x \in X \quad (2.14)$$

c) **Tümleyen İşlemi**

$$\mu_{\sim \tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.15)$$

Bulanık kümelerdeki temel işlemlerin bir uygulaması aşağıdaki örnekte verilmiştir:

Örnek 4: X evrensel kümesindeki iki bulanık küme $\tilde{A} = \{0.2/x_1, 0.7/x_2, 0.6/x_3, 0.9/x_4\}$ ve $\tilde{B} = \{0.4/x_1, 0.6/x_2, 0.7/x_3, 0.8/x_4\}$ olmak üzere

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = \{0.4/x_1, 0.7/x_2, 0.7/x_3, 0.9/x_4\} \\ \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) &= \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = \{0.2/x_1, 0.6/x_2, 0.6/x_3, 0.8/x_4\} \\ \mu_{\sim \tilde{A}}(x) &= 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) = \{0.8/x_1, 0.3/x_2, 0.4/x_3, 0.1/x_4\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

sonuçları elde edilir.

2.5 Bulanık Sayılar

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlanan bir bulanık kümenin bir bulanık sayı olarak kabul edilebilmesi için bu bulanık kümenin aşağıda belirtilen özelliklere sahip olması gerekmektedir [52]:

- Üyelik fonksiyonunun hem normal hem de konveks (dışbükey) olma niteliklerini içermelidir.

- Üyelik fonksiyonunun desteği gerçek sayılar ekseninin bir parçası olmalıdır.
- α -kesim kümesi herhangi bir $\alpha \in [0,1]$ için kapalı aralıkta olmalıdır.

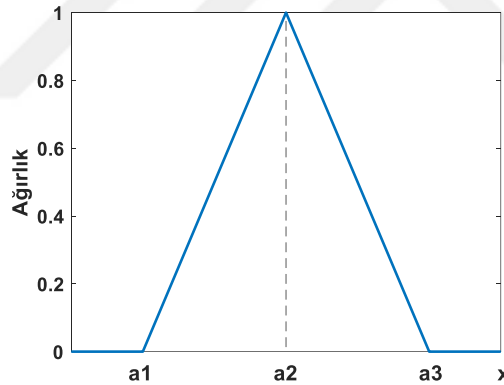
Bulanık sayıları temsil etmek için genellikle üçgen, yamuk ve Gauss üyelik fonksiyonları tercih edilir. Ancak, bu seçim belirli bir prosedüre dayanmaz; uygulamaya özgüdür. Üçgen, yamuk ve Gauss bulanık sayı temsilleriyle ilgili temel özellikler, aşağıda alt başlıklar halinde sunulmuştur.

2.5.1 Üçgen bulanık sayı

Üçgen bulanık sayısı $\tilde{A}(a_1, a_2, a_3)$ ve $a_1 < a_2 < a_3$ olmak üzere üç noktadan oluşur. Üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır [52]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1} \right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \left(\frac{a_3-x}{a_3-a_2} \right), & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.17)$$

Şekil 2.5'te üçgen bulanık sayısının grafiksel temsili verilmiştir.



Şekil 2.5 : Üçgen bulanık sayısı.

Üçgen bulanık sayısının α -kesim aralığını hesaplamak için aşağıdaki denklemler kullanılır [52]:

$$\frac{a_1^{(\alpha)} - a_1}{a_2 - a_1} = \alpha, \quad \frac{a_3 - a_3^{(\alpha)}}{a_3 - a_2} = \alpha \quad (2.18)$$

burada $a_1^{(\alpha)}$ yalnız bırakılırsa denklem aşağıdaki gibi olur:

$$a_1^{(\alpha)} = (a_2 - a_1)\alpha + a_1, \quad a_3^{(\alpha)} = -(a_3 - a_2)\alpha + a_3 \quad (2.19)$$

Bu durumda \tilde{A}_α sınırları denklem 2.20'deki gibi gösterilir:

$$\tilde{A}_\alpha[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_3 - a_2)\alpha + a_3] \quad (2.20)$$

Aşağıda üçgen bulanık sayısının α -kesim aralığını hesaplamaya dair bir örnek verilmiştir.

Örnek 5: Üçgen bulanık sayısı şu şekil tanımlansın:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x+6}{5}\right), & -6 \leq x \leq -1 \\ \left(\frac{2-x}{3}\right), & -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.21)$$

O halde α -kesim aralığı

$$\frac{x+6}{5} = \alpha \Rightarrow x = 5\alpha - 6$$

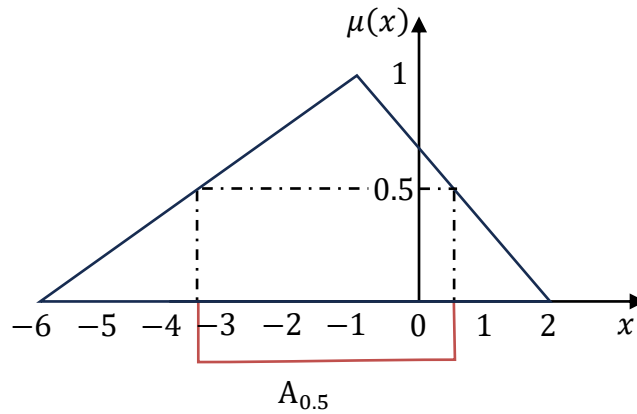
$$\frac{2-x}{3} = \alpha \Rightarrow x = 2 - 3\alpha \quad (2.22)$$

$$\tilde{A}_\alpha[a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [5\alpha - 6, 2 - 3\alpha]$$

olarak elde edilir. $\alpha = 0.5$ olması durumunda

$$\tilde{A}_\alpha[a_1^{(0.5)}, a_3^{(0.5)}] = [-3.5, 0.5] \quad (2.23)$$

elde edilir. Üçgen bulanık sayısını α -kesim aralığı Şekil 2.6'da gösterilmiştir.



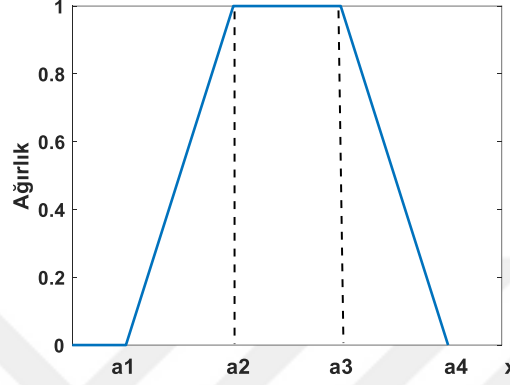
Şekil 2.6 : Örnek 5 için üçgensel bulanık sayısının α -kesimi [52].

2.5.2 Yamuk bulanık sayısı

Yamuk bulanık sayısı $\tilde{A}(a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ olmak üzere dört noktadan oluşur. Üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır [52]:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x-a_1}{a_2-a_1}\right), & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1, & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \left(\frac{a_4-x}{a_4-a_3}\right), & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.24)$$

Şekil 2.7’de yamuk bulanık sayısı grafiksel olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.7 : Yamuk bulanık sayısı.

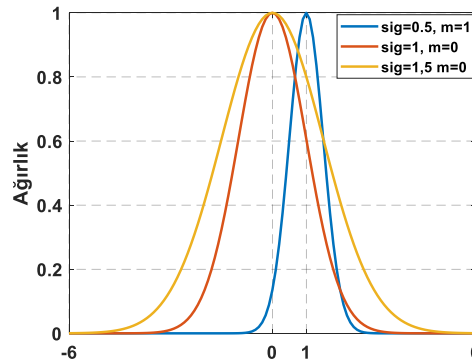
Yamuk bulanık sayısının α -kesim aralığı denklem 2.25’teki gibi hesaplanır.

$$\tilde{A}_\alpha = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1, -(a_4 - a_3)\alpha + a_4] \quad (2.25)$$

2.5.3 Gauss bulanık sayısı

Gauss bulanık sayısının üyelik fonksiyonu denklem 2.26’daki gibi tanımlanır. Şekil 2.8’de çeşitli σ (standart sapma) ve m (ortalama) değerleri için elde edilen farklı Gauss üyelik fonksiyonları gösterilmiştir [52].

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2} \quad (2.26)$$



Şekil 2.8 : Gauss bulanık sayısı.

2.6 Aralıklarda Aritmetik İşlemler

Toplama (+), çıkarma (-), çarpma (•) ve bölme (/) aritmetik işlemlerinden herhangi birisi “*” sembolü ile gösterilmek üzere kapalı aralıkta aritmetik işlemlerin genel özelliği aşağıdaki gibidir:

$$[a, b] * [c, d] = [f * g, a \leq f \leq b, c \leq g \leq d] \quad (2.27)$$

burada $0 \in [c, d]$ için $[a, b]/[c, d]$ bölme işlemi tanımlı değildir.

a) Toplama İşlemi

$$[a, b] + [c, d] = [a + c, b + d] \quad (2.28)$$

b) Çıkarma İşlemi

$$[a, b] - [c, d] = [a - d, b - c] \quad (2.29)$$

c) Çarpma İşlemi

$$[a, b] \cdot [c, d] = [\min(ac, ad, bc, bd), \max(ac, ad, bc, bd)], \quad 0 \notin [c, d] \quad (2.30)$$

d) Bölme İşlemi

$$\frac{[a, b]}{[c, d]} = \left[\min\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right), \max\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d}\right) \right], \quad 0 \notin [c, d] \quad (2.31)$$

e) Ters Aralık

$$[a, b]^{-1} = \left[\min\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right), \max\left(\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right) \right] \quad (2.32)$$

Aralıklarda yapılan aritmetik işlemlere dair örnekler aşağıda verilmiştir:

Örnek 6: $\tilde{A} = [1, 4]$, $\tilde{B} = [-4, 8]$ olsun. Aritmetik işlemler aşağıdaki gibi hesaplanır:

a) Toplama

$$[1, 4] + [-4, 8] = [-3, 12] \quad (2.33)$$

b) Çıkarma

$$[1, 4] - [-4, 8] = [-7, 8] \quad (2.34)$$

c) Çarpma

$$[1, 4] \cdot [-4, 8] = \quad (2.35)$$

$$[\min(1 \cdot (-4), 1 \cdot 8, 4 \cdot (-4), 4 \cdot 8), \max(1 \cdot (-4), 1 \cdot 8, 4 \cdot (-4), 4 \cdot 8)] = [-16, 32]$$

d) Bölme

$$\frac{[1,4]}{[-4,8]} = \left[\min\left(\frac{1}{-4}, \frac{1}{8}, \frac{4}{-4}, \frac{4}{8}\right), \max\left(\frac{1}{-4}, \frac{1}{8}, \frac{4}{-4}, \frac{4}{8}\right) \right] = [-1, 0.5] \quad (2.36)$$

e) Ters Aralık

$$[1, 4]^{-1} = \left[\min\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{4}\right), \max\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{4}\right) \right] = \left[\frac{1}{4}, 1\right] \quad (2.37)$$

2.6.1 α - kesim aralığı üzerinde aritmetik işlemler

\tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayılarının α - kesim aralığı $\forall \alpha \in [0, 1]$ için [52]

$$\tilde{A}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}], \quad a_1, a_2, a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \in R \quad (2.38)$$

$$\tilde{B}_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}], \quad a_1, a_2, a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \in R \quad (2.39)$$

olsun. \tilde{A}_α ve \tilde{B}_α arasındaki toplama ve çıkarma işlemleri denklem 2.40 ve 2.41’de verilmiştir:

$$[a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}] \quad \forall \alpha \in [0, 1] \quad (2.40)$$

$$[a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}] \quad \forall \alpha \in [0, 1] \quad (2.41)$$

Çarpma ve bölme işlemleri sırasıyla denklem 2.35 ve 2.36’ya göre hesaplanabilir.

2.6.2 Bulanık sayılarda α - kesime dayalı aritmetik işlemler

Gerçek sayılar R üzerinde bir bulanık sayı olan $\tilde{A} * \tilde{B}$ nin α -kesimi şu şekilde yazılır [52]:

$$(\tilde{A} * \tilde{B})_\alpha = \tilde{A}_\alpha * \tilde{B}_\alpha \quad (2.42)$$

$(A * B)_\alpha$ her $\alpha \in [0, 1]$ için bulanık sayıdır. Örnek olması açısından toplama işlemi gösterilmiştir:

Örnek 7: \tilde{A} ve \tilde{B} üçgensel bulanık sayı olmak üzere aşağıdaki gibi verilsin.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x+6}{5}\right), & -6 \leq x \leq -1 \\ \left(\frac{2-x}{3}\right), & -1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.43)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \left(\frac{y+3}{7}\right), & -3 \leq y \leq 4 \\ \left(\frac{12-y}{8}\right), & 4 \leq y \leq 12 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.44)$$

Bulanık kümeleri α -kesim aralıkları aşağıdaki gibi olur:

$$\tilde{A}(x)_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] = [5\alpha - 6, 2 - 3\alpha] \quad (2.45)$$

$$\tilde{B}(y)_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] = [7\alpha - 3, 12 - 8\alpha] \quad (2.46)$$

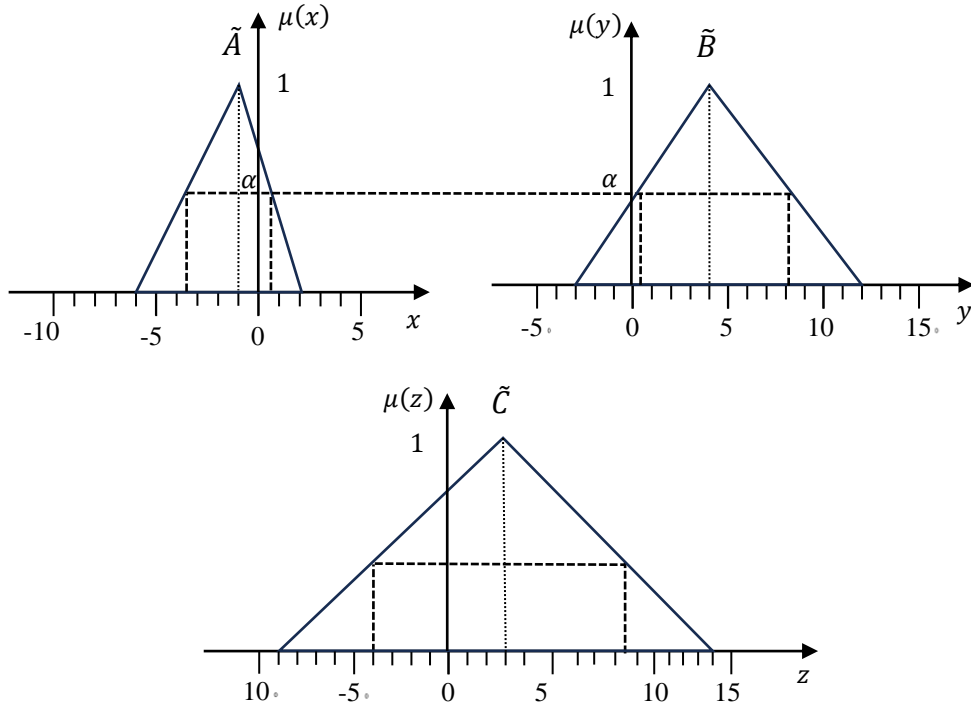
bulanık sayıların α -kesim aralıkları toplanırsa

$$\tilde{C}(z)_\alpha = \tilde{A}(x)_\alpha + \tilde{B}(y)_\alpha = [12\alpha - 9, 14 - 11\alpha] \quad (2.47)$$

elde edilir. Bu durumda $\tilde{C}(z)$ üyelik fonksiyonu denklem 2.48'deki gibi ifade edilir:

$$\mu_{\tilde{C}}(z) = \begin{cases} \left(\frac{z+9}{12}\right), & -9 \leq z \leq 3 \\ \left(\frac{14-z}{11}\right), & 3 \leq z \leq 14 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.48)$$

Şekil 2.9'da \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık sayıların toplamından elde edilen \tilde{C} bulanık sayısı gösterilmiştir:



Şekil 2.9 : Bulanık sayıların α -kesim aralığına dayalı toplama işlemi [52].

2.7 Bulanık Bağntı

Birden fazla bulanık kümenin elemanları arasındaki bağntının var olma düzeyi, bulanık bağntı \tilde{R} ile gösterilmektedir. Bulanık kümelerin elemanları arasındaki bağntının belirli bir üyelik derecesine sahip olması, kesin bir varlık durumundan ziyade belirsizliği ifade eder. Elemanlar arasındaki bu tür belirsiz bağntılara bulanık bağntılar denir [13].

2.7.1 Kartezyen çarpım

Kartezyen çarpım, iki veya daha fazla bulanık kümenin arasındaki bağntıyı tanımlama yöntemi olarak düşünülebilir. Diyelim ki \tilde{A} ve \tilde{B} sırasıyla X ve Y evrensel kümelerinde bulunan bulanık kümeler olsun; o zaman \tilde{A} ve \tilde{B} bulanık kümeleri arasındaki kartezyen çarpımı, tam bir kartezyen uzayında bulunan bulanık bir \tilde{R} bağntısı ile ilişkilendirilir. Kartezyen çarpım, iki vektörün çapraz çarpımı ile aynı şekilde uygulanır ve dolayısıyla \tilde{R} bağntısı matris formunda ifade edilir [47].

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \tilde{R} \subset X \times Y \quad (2.49)$$

burada bulanık bağntı \tilde{R} 'nin üyelik fonksiyonu aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{A} \times \tilde{B}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (2.50)$$

Örnek 8: $\tilde{A} = \{0.9/x_1 + 0.7/x_2 + 0.5/x_3\}$ ve $\tilde{B} = \{0.3/y_1 + 0.8/y_2\}$ iki bulanık küme olmak üzere bulanık bağntı,

$$\tilde{R} = \tilde{A} \times \tilde{B} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \{0.9,0.3\} \\ \{0.7,0.3\} \\ \{0.5,0.3\} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \{0.9,0.8\} \\ \{0.7,0.8\} \\ \{0.5,0.8\} \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{matrix} & y_1 & y_2 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.3 & 0.8 \\ 0.3 & 0.7 \\ 0.3 & 0.5 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (2.51)$$

olarak bulunur.

2.7.2 Bulanık bağntıda işlemler

Bulanık kümelerdeki işlem operatörleri bulanık bağntıda da kullanılabilir. $X \times Y$ evreninde tanımlanan \tilde{R}_1 ve \tilde{R}_2 iki bulanık bağntının birleşim ve kesişim işlemleri üyelik fonksiyonları açısından aşağıdaki gibi ifade edilir [13]:

a) Kesişim işlemi

$$\mu_{\tilde{R}_3}(x, y) = \mu_{\tilde{R}_1}(x, y) \wedge \mu_{\tilde{R}_2}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(x, y)) \quad (2.52)$$

b) Birleşim işlemi

$$\mu_{\tilde{R}_3}(x, y) = \mu_{\tilde{R}_1}(x, y) \vee \mu_{\tilde{R}_2}(x, y) = \max(\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(x, y)) \quad (2.53)$$

2.7.3 Bulanık bağıntının kompozisyonu

$\tilde{R}, \tilde{S}, \tilde{T}$ bulanık bağıntıları sırasıyla $X \times Y, Y \times Z, X \times Z$ Kartezyen uzayı üzerinde bulanık bağıntı olmak üzere, bulanık max-min kompozisyonu şu şekilde tanımlanır [47]:

$$\tilde{T} = \tilde{R} \circ \tilde{S} \quad (\text{küme-teorik gösterimi}) \quad (2.54)$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x, z) = \bigvee_{y \in Y} (\mu_{\tilde{R}}(x, y) \wedge \mu_{\tilde{S}}(y, z)) \quad (\text{üyelik fonksiyon-teorik gösterimi}) \quad (2.55)$$

burada “ \circ ” kompozisyon operatörü olup max-min işlemi gerçekleştirilir. Bulanık bağıntı kompozisyon işleminde değişme özelliği yoktur.

$$\tilde{R} \circ \tilde{S} \neq \tilde{S} \circ \tilde{R} \quad (2.56)$$

Örnek 9: $\tilde{R} = \tilde{A} \times \tilde{B} = \begin{matrix} y_1 & y_2 \\ x_1 & [0.6 & 0.3] \\ x_2 & [0.2 & 0.2] \end{matrix}, \tilde{S} = \tilde{B} \times \tilde{C} = \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ y_1 & [0.4 & 0.7 & 0.6] \\ y_2 & [0.3 & 0.3 & 0.1] \end{matrix}$ iki bulanık

ilişki olmak üzere max-min kompozisyonu $\tilde{T} = \tilde{R} \circ \tilde{S}$,

$$\mu_{\tilde{T}}(x_1, z_1) = \max[\min(0.6, 0.4), \min(0.3, 0.3)] = 0.4$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x_1, z_2) = \max[\min(0.6, 0.7), \min(0.3, 0.3)] = 0.6$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x_1, z_3) = \max[\min(0.6, 0.6), \min(0.3, 0.1)] = 0.6 \quad (2.57)$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x_2, z_1) = \max[\min(0.2, 0.4), \min(0.2, 0.3)] = 0.2$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x_2, z_2) = \max[\min(0.2, 0.7), \min(0.2, 0.3)] = 0.2$$

$$\mu_{\tilde{T}}(x_2, z_3) = \max[\min(0.2, 0.6), \min(0.2, 0.1)] = 0.2$$

$$\tilde{T} = \begin{matrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ x_1 & [0.4 & 0.6 & 0.6] \\ x_2 & [0.2 & 0.2 & 0.2] \end{matrix} \quad (2.58)$$

olarak elde edilir.

2.8 Bileşimsel Çıkarım Kuralı

\tilde{R} bağıntısının bilinmesi durumunda X evrensel kümesinde bulunan \tilde{A} bulanık kümesi ile Y evrensel kümesinde ki \tilde{B} bulanık kümesi bulunabilir. \tilde{B} bulanık kümesi aşağıdaki gibi gösterilir [48].

$$\tilde{B} = \tilde{A} \circ \tilde{R} \quad (2.59)$$

Aşağıda bileşimsel çıkarım kuralı ile ilgili bir örnek verilmiştir:

Örnek 10: $\tilde{A} = \{0.8/1 + 0.3/2 + 0.2/3\}$ ve $\tilde{R} = \tilde{A} \times \tilde{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.7 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}$ olarak

verilsin. O halde \tilde{B} bulanık kümesi,

$$\tilde{B} = \tilde{A} \circ \tilde{R} = \left[\frac{0.8}{1} + \frac{0.3}{2} + \frac{0.2}{3} \right] \circ \begin{bmatrix} 1 & 0.7 & 0.2 \\ 0.7 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \{0.8, 1\} & \{0.8, 0.7\} & \{0.8, 0.2\} \\ \{0.3, 0.7\} & \{0.3, 0.5\} & \{0.3, 0.1\} \\ \{0.2, 0.5\} & \{0.2, 0.3\} & \{0.2, 0.1\} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

olarak elde edilir. İlk olarak satır bazında min işlemi gerçekleştirilir.

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.7 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Sonra sütun bazında max işlemi gerçekleştirilir.

$$\tilde{B} = [0.8 \ 0.7 \ 0.2] \quad (2.63)$$

2.9 Zadeh'in Genişleme İlkesi

Zadeh [15] tarafından 1975 yılında ortaya atılan “genişleme ilkesi”, bulanık küme teorisinin temel kavramlarından biridir ve kesin matematiksel fonksiyonların bulanık bir alana taşınması için bir yöntem sunar. Bu ilkeye göre X evreninde tanımlanan bir bulanık \tilde{A} alt kümesi, bir “ f ” matematik fonksiyonu aracılığıyla başka bir Y evreni üzerine bulanık \tilde{B} alt kümesi olarak eşlenebilir [13]. Bulanık kümeler, aynı zamanda bulanık sayılar olarak değerlendirilebilirler. Dolayısıyla bulanık sayılarla aritmetik işlemler için genişleme ilkesi kullanılabilir [52].

X evreni, $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ evrenlerinin kartezyen çarpımı, $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ bu evrenlerin bulanık alt kümesi ve $f(x)$, \tilde{A} bulanık kümesini Y evrenine bulanık \tilde{B} kümesi olarak eşlenmesinde kullanılan matematiksel fonksiyon olsun, burada Y evrenin elemanları $y = f(x_1, x_2, \dots, x_r)$ dir. Bulanık \tilde{B} kümesi aşağıdaki gibi ifade edilir [53]:

$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y) \mid y = f(x_1, x_2, \dots, x_r), x_1, x_2, \dots, x_r \in X\} \quad (2.64)$$

burada

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \max_{x_1, x_2, \dots, x_n \in f^{-1}(y)} \min\{\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)\}, & \text{eğer } f^{-1}(y) \neq \phi \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (2.65)$$

burada max operatörü ayırık değerli fonksiyon için kullanılır.

Eğer $n = 1$ ise bulanık \tilde{B} aşağıdaki gibi tanımlanır [54]:

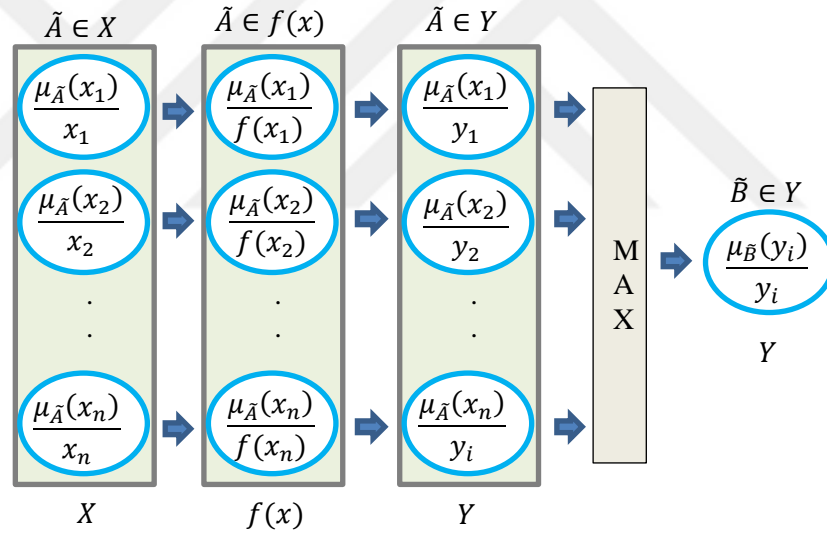
$$\tilde{B} = \{(y, \mu_{\tilde{B}}(y)) \mid y = f(x), x \in X\} \quad (2.66)$$

burada

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \max_{x \in f^{-1}(y)} \mu_{\tilde{A}}(x), & \text{eğer } f^{-1}(y) \neq \phi \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (2.67)$$

olacak şekildedir.

Genişleme ilkesinin algoritması Şekil 2.10'da gösterilmiştir.



Şekil 2.10 : Genişleme ilkesinin algoritması [13].

Zadeh'in genişleme ilkesi ile ilgili örnekler aşağıda verilmiştir.

Örnek 11: \tilde{A} bulanık kümesi $\tilde{A} = 0.5/(-2) + 0.7/(-1) + 0.6/0 + 0.4/1$ olarak tanımlansın ve eşleme fonksiyonu $f(x) = x^2 + 2$ olarak verilsin. Bulanık \tilde{B} şu şekilde bulunur:

\tilde{A} bulanık kümesinin elemanları $(-2, -1, 0, 1)$ fonksiyonda yerine konulduğunda \tilde{B} bulanık kümesinin elemanları $(2, 3, 6)$ olarak bulunur. \tilde{B} bulanık kümesinin elemanlarının üyelik değeri

$$\mu_{\tilde{B}}(2) = \max_{2 \in f^{-1}(y)} \{0.6\} = 0.6$$

$$\mu_{\tilde{B}}(3) = \max_{3 \in f^{-1}(y)} \{0.4, 0.7\} = 0.7 \quad (2.68)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(6) = \max_{6 \in f^{-1}(y)} \{0.5\} = 0.5$$

olarak bulunur. O halde $\tilde{B} = 0.6/2 + 0.7/3 + 0.5/6$ dir.

Örnek 12: $\tilde{A}_1 = 0.8/(-1) + 0.4/0 + 0.3/1$ ve $\tilde{A}_2 = 0.5/(-1) + 0.6/0 + 1/1$ şeklinde iki bulanık küme tanımlansın ve $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ olmak üzere bulanık \tilde{B} kümesi, iki bulanık küme arasında kartezyen çarpım yapılırsa

$$\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 = \{(-1, -1), (-1, 0), (-1, 1), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (1, -1), (1, 0), (1, 1)\} \quad (2.69)$$

olarak elde edilir. Kartezyen çarpımdan elde edilen sıralı çift elemanlar fonksiyonda yerine konulduğunda \tilde{B} bulanık kümesinin elemanları (0,1,2) olarak elde edilir. \tilde{B} bulanık kümesinin elemanlarının üyelik değerleri:

$$\mu_{\tilde{B}}(0) = \max_{(0,0) \in f^{-1}(y)} \min\{0.4, 0.6\} = 0.4 \quad (2.70)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(1) = \max_{\substack{(-1,0), (0,-1) \\ (0,1), (1,0)} \in f^{-1}(y)} \{\min(0.8, 0.6), \min(0.4, 0.5), \min(0.4, 1), \min(0.3, 0.6)\} = 0.6 \quad (2.71)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(2) = \max_{\substack{(-1,-1), (-1,1) \\ (1,-1), (1,1)} \in f^{-1}(y)} \{\min(0.8, 0.5), \min(0.8, 1), \min(0.3, 0.5), \min(0.3, 1)\} = 0.8 \quad (2.72)$$

olarak bulunur. O halde $\tilde{B} = 0.4/0 + 0.6/1 + 0.8/2$ olacak şekilde elde edilir.

2.10 Bulanık Kural

Bulanık kural, eğer-o zaman kural yapısına sözel değişkenlerin dahil edildiği kuraldır. Eğer ifadesinden sonra girdi parametresinden oluşan öncül gelirken O zaman ifadesinden sonra çıktı parametresinden oluşan sonuç gelmektedir. Sonuç, öncüllerin tetiklenmesi durumunda gerçekleşir. Örneğin tek girişli tek çıkışlı bulanık sistem için bulanık kural şu şekilde yazılır [48]:

$$\text{Kural: Eğer } x \tilde{A}_1 \text{ ise O zaman } y \tilde{B}_1 \text{ dir} \quad (2.73)$$

burada \tilde{A}_1 ve \tilde{B}_1 sırasıyla X ve Y evrensel kümelerinde bulunan bulanık kümeler, x ve y ise giriş ve çıkış değişkenleridir. Matematiksel ifadesi olarak [48]

$$\tilde{R}: \text{Eğer } \tilde{A}_1 \text{ O zaman } \tilde{B}_1 \text{ (ya da } \tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{B}_1) \quad (2.74)$$

şeklinde yazılır; burada $(\tilde{A}_1 \rightarrow \tilde{B}_1)$ ifadesi, \tilde{A} 'dan \tilde{B} 'ye bulanık bir çıkarımdır [13].

Kuralda ifade edilen sonucun elde edilebilmesi için kuralların öncül kısımlarındaki bulanık kümelerin bulanık ilişkiler aracılığıyla işlenmesi gerekir. Bu durumda $\tilde{R}: \text{Eğer } \tilde{A}_1 \text{ O zaman } \tilde{B}_1$ [13]

$$\tilde{R} = \tilde{A}_1 \times \tilde{B}_1 \Rightarrow \mu_{\tilde{R}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{B}_1}(y)) \quad (2.75)$$

olarak yazılır. Ayrıca 2.76'daki gibi kurallar da oluşturulabilir.

$$\tilde{R}: \text{Eğer } \tilde{A}_1 \text{ O zaman } \tilde{B}_1 \text{ Değilse } \tilde{C}_1 \Rightarrow \tilde{A}_1 \times \tilde{B}_1 + \overline{\tilde{A}_1} \times \tilde{C}_1 \quad (2.76)$$

burada “+” işareti birleşim (max) ve “ \times ” işareti kesişim (min) operatörlerini temsil eder. Kural tabanı genellikle birden fazla kural içerir ve kuralların birleştirilmesi gerekir. Bu durumda toplam kural aşağıdaki gibi yazılır [13]:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 &= \tilde{A}_1 \times \tilde{B}_1 \Rightarrow \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{B}_1}(y)) \\ \tilde{R}_2 &= \tilde{A}_2 \times \tilde{B}_2 \Rightarrow \min(\mu_{\tilde{A}_2}(x), \mu_{\tilde{B}_2}(y)) \\ &\cdot \quad \cdot \\ &\cdot \quad \cdot \\ \tilde{R}_n &= \tilde{A}_n \times \tilde{B}_n \Rightarrow \min(\mu_{\tilde{A}_n}(x), \mu_{\tilde{B}_n}(y)) \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$\tilde{R}_T = \tilde{R}_1 \cup \tilde{R}_2 \cup \dots \cup \tilde{R}_n \Rightarrow \max \left[\min(\mu_{\tilde{A}_1}(x), \mu_{\tilde{B}_1}(y)), \dots, \min(\mu_{\tilde{A}_n}(x), \mu_{\tilde{B}_n}(y)) \right]$$

burada “ \cup ” işareti maksimumu ifade eder.

2.11 Bulanık Akıl Yürütme

Bulanık akıl yürütme, eğer-o zaman bulanık kuralına dayalı olarak bulanık bir girdi verisine karşılık bulanık bir sonuç üreten çıkarım sistemi olarak düşünülebilir. Bulanık akıl yürütmenin kullanılabilmesi için bulanık çıkarım sistemi kullanılır. Şekil 2.11’de gösterilen bulanık çıkarım sistemi eğer-o zaman bulanık kuralına dayalı olarak bulanık bir girdi verisine karşılık bir bulanık sonuç üretir [13]. Bulanık kuralın işleyişi, giriş verilerini belirli bir kurala tabi tutarak çıktığı elde etme sürecini içerir. Bu süreç, bulanık mantık sistemlerinde kullanılan bir çıkarım mekanizması aracılığıyla gerçekleşir. Bu çıkarım mekanizmasının

temelinde Zadeh'in [10,17,55] Genişletilmiş Modus Ponens (GMP) ve çıkarımın bileşimsel kuralı yöntemi bulunmaktadır.

Bulanık çıkarım sistemlerinin temelini oluşturan Genelleştirilmiş Modus Ponens, bulanık mantıkta kritik bir çıkarım kuralıdır. GMP'ye göre elde edilen sonuç, verilerin mevcut bilgiyle ne kadar uyumlu olduğuna bağlıdır. Bu bağlamda, sonucun varlığı verilerin doğruluğuna dayanmaktadır. Eğer veriler doğrudur bu durumda bir sonuç ortaya çıkarılır. Genelleştirilmiş modus ponens için çıkarım şeması aşağıdaki gibidir [13]:

Veri : $x \tilde{A}$ dir

Bilgi : $x \tilde{A}$ ise O zaman $y \tilde{B}$ dir (2.78)

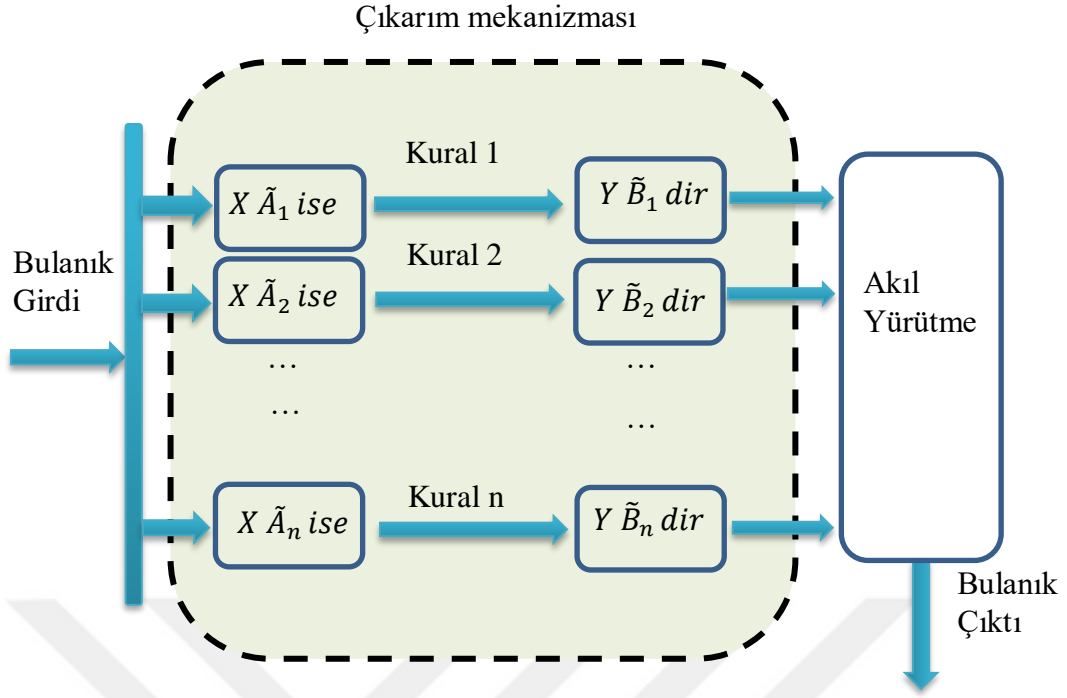
Sonuç : $y \tilde{B}$ dir

Şemaya göre sonucun y 'nin \tilde{B} olabilmesi, veri " $x \tilde{A}$ ", bilgideki " $x \tilde{A}$ " ile aynı olması durumunda mümkündür. Eğer farklı ise y ile \tilde{B} arasında bağlantı kurulamaz. Bulanık mantık kontrol uygulamalarında veri " $x \tilde{A}$ ", bilgideki " $x \tilde{A}$ " dan farklıdır [13]. Dolayısıyla sadece genelleştirilmiş modus ponens kullanarak farklı verilerden sonuçlar elde etmede yeterli değildir. Bu tür bir çıkarımdan anlamlı çıkarımlar yapabilmek için öncüllerdeki değişikliklerin ve bunların sonuçları hakkında önceden bilgiler bulunması gerekir [49,56]. Farklı verilerden sonuçlar elde etmek için bileşimsel kural çıkarımı kullanılır. Bileşimsel çıkarım kuralı, bilgi tabanında önceden depolanmış verilerin çıkarılması için kullanılır. Daha önce bahsedildiği üzere, \tilde{R} bağıntısı ve X evrenindeki bulanık \tilde{A} kümesi bilindiği sürece Y evrensel kümesindeki bulanık \tilde{B} kümesi bulunabilir. Bileşimsel çıkarım kuralının kullanılmasıyla birlikte genelleştirilmiş modus ponens çıkarım şeması aşağıdaki gibi yazılır [13]:

Veri : $x \tilde{A}'$ dir

Bilgi : $x \tilde{A}$ ise O zaman $y \tilde{B}$ dir (2.79)

Sonuç : $y \tilde{B}'$ dir



Şekil 2.11'deki çıkarım mekanizması, tetiklenen kurallardan bileşimsel çıkarım kuralına göre bir çıktı üretir. Akıl yürütme biriminde ise üretilen kural çıktıları tek bir bulanık çıktı elde etmek için birleştirilir [13].

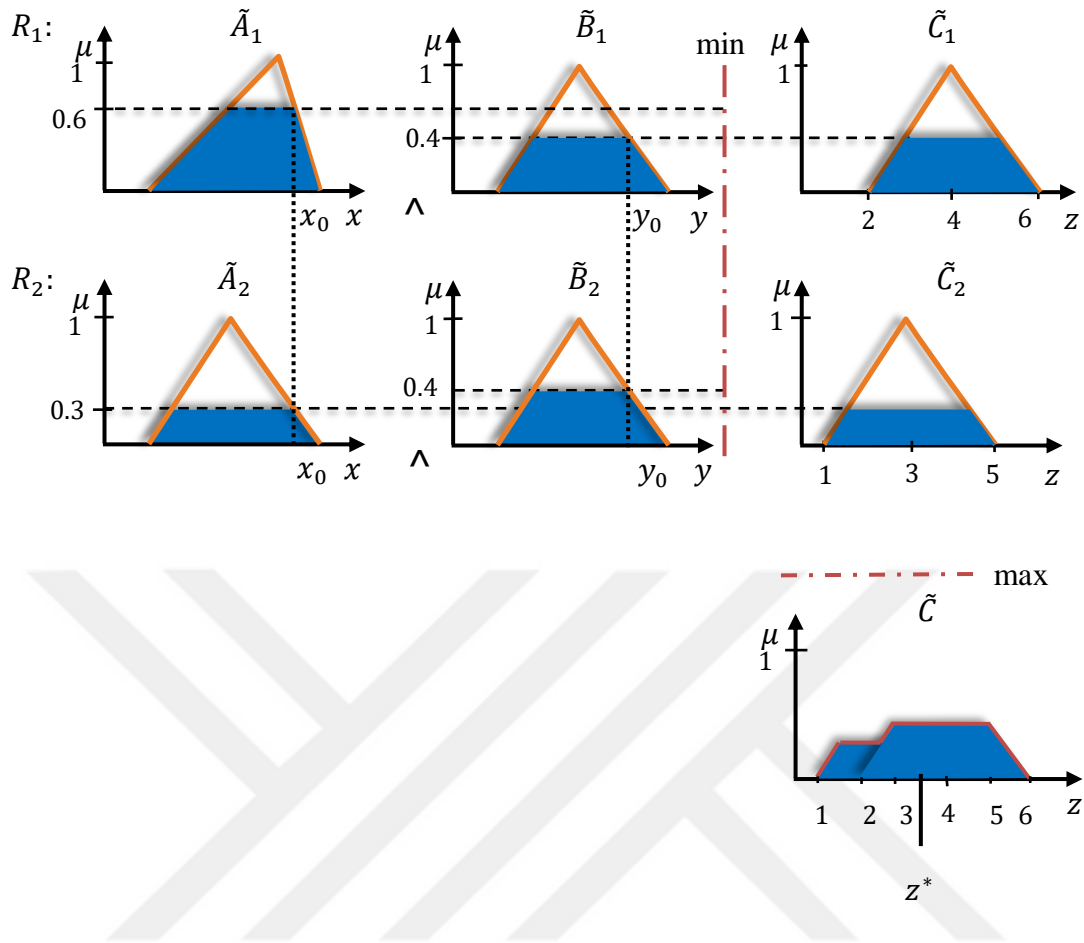
2.12 Mamdani Çıkarım Sistemi

Mamdani bulanık çıkarım sisteminde kesin giriş ve kesin çıktı kullanılır. Bu nedenle bulanıklaştırıcı ve durulaştırıcı adı verilen iki yeni bölüm dahil edilir. Mamdani yöntemi her bir kuralın öncül bulanık kümeleri minimum mantıksal operatörü ile bağlanarak bireysel kural sonuçlarının maksimumu alınarak birleştirilir. Bu işlem max-min işlemine karşılık gelir. Mamdani çıkarımı için kullanılan iki girişli tek çıkışlı kural

$$\tilde{R} : \text{Eğer } x \tilde{A} \text{ ve } y \tilde{B} \text{ ise } \mathbf{O} \text{ zaman } z \tilde{C} \text{ dir} \quad (2.80)$$

olarak ifade edilir.

Mamdani tip çıkarım sisteminin şekilsel gösterimi Şekil 2.12'de verilmiştir.



Şekil 2.12 : Mamdani çıkarım sistemi.

2.12.1 Bulanıklaştırma

Bu işlem sırasında kesin değer olan girdi değişkeni bulanık değere dönüştürülür. Dönüştürme işlemindeki temel amaç, üyelik fonksiyonu (üçgen, yamuk, vb.) aracılığıyla giriş değerinin yer aldığı bulanık küme ve bu kümedeki üyelik derecesi belirlenerek giriş değerinin sözel değişkenle eşleştirilmesidir [57].

2.12.2 Durulaştırma

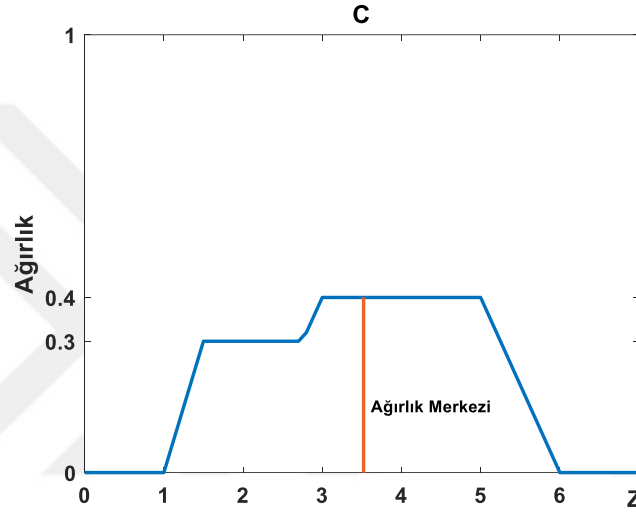
Bulanıklaştırma işleminin tam tersi olan durulaştırma, matematiksel olarak bir bulanık kümenin kesin bir değere dönüştürülmesini ifade eder. Kesin çıktı değerleri, farklı hesaplama teknikleri kullanıldığı için değişebilir. Bu sebeple bir uygulamanın istenilen performans hedefine ulaşmasında seçilen durulaştırma yöntemi büyük öneme sahiptir. Belirli bir uygulama için hangi durulaştırma yönteminin seçilmesi gerektiğine dair standart bir kural yoktur [48].

2.12.2.1 Ağırlık merkezi yöntemi ile durulaştırma

Yaygın olarak kullanılan bir yöntem olmakla beraber alan merkezi olarak da bilinmektedir. Bu yöntemde birleştirilmiş üyelik fonksiyonunun altında kalan alanın ağırlık merkezi hesaplanmaktadır. Matematiksel olarak denklem 2.81'deki gibi ifade edilir [52]:

$$z^* = \frac{\int \mu_{\bar{C}}(z) \cdot z dz}{\int \mu_{\bar{C}}(z) dz} \quad (2.81)$$

burada \int matematiksel integrali gösterir. Ağırlık merkezi yönteminin uygulanması Şekil 2.13'te gösterilmiştir.



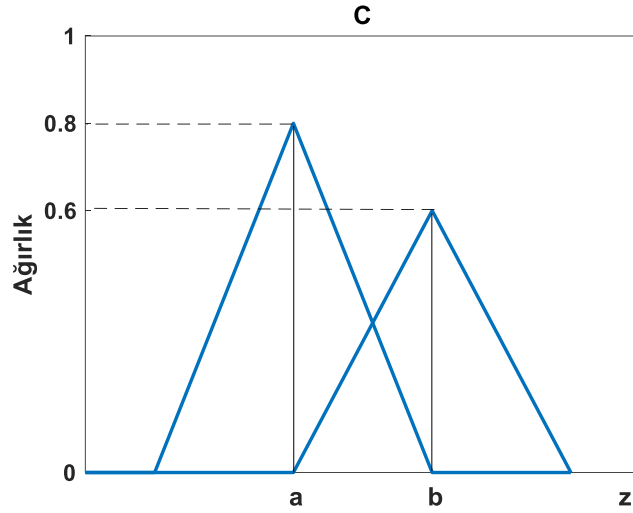
Şekil 2.13 : Ağırlık merkezi yöntemi.

2.12.2.2 Ağırlıklı ortalama yöntemi ile durulaştırma

Bu yöntem daha çok simetrik üyelik fonksiyonları için kullanılır. Bu yöntemde her bir çıktı üyelik fonksiyonunun en büyük üyelik değeri dikkate alınarak hesaplama yapılır. Durulaştırılmış değer z^* , aşağıdaki gibi ifade edilir [52]:

$$z^* = \frac{\sum \mu_{\bar{C}}(\bar{z}) \cdot \bar{z}}{\sum \mu_{\bar{C}}(\bar{z})} \quad (2.82)$$

burada \sum cebirsel toplamı, \bar{z} ise her bir bulanık kural çıktısındaki simetrik üyelik fonksiyonun ağırlık merkezini (ortalama) ifade etmektedir [47]. Şekil 2.14'te iki çıktı üyelik fonksiyonu için ağırlıklı ortalama yöntemi gösterilmekte olup a ve b değerleri denklem 2.82'deki \bar{z} 'yi ifade etmektedir.



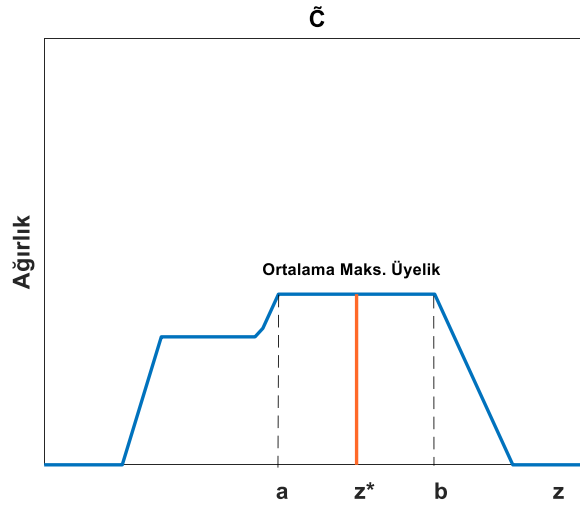
Şekil 2.14 : Ağırlıklı ortalama yöntemi.

2.12.2.3 Ortalama-maksimum üyelik yöntemi ile durulaştırma

Maksimumların ortası yöntemi olarak da bilinen bu yöntemde, maksimum üyelik değerine sahip birden fazla bulanık küme elemanı dahil olduğu durumlarda maksimumların ortalaması alınarak durulaştırılmış çıktı üretilir. Durulaştırılmış z^* aşağıdaki aşağıdaki gibi ifade edilir [52]:

$$z^* = \frac{a+b}{2} \quad (2.83)$$

burada a ve b bulanık kümenin elemanları olup Şekil 2.15'te tanımlandığı gibidir.

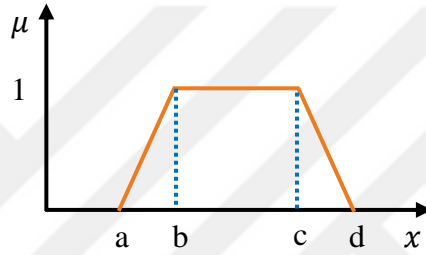


Şekil 2.15 : Ortalama-maksimum üyelik yöntemi.

3. KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ

Kesirli bulanık çıkarım sisteminde (FFIS) kesirli yatay üyelik fonksiyonu kullanılmaktadır. Kesirli yatay üyelik fonksiyonu 2015 yılında Piegat [58] tarafından tanımlanan Yatay Üyelik Fonksiyonu (HMF) fikrine dayanmaktadır. HMF'ler göreceli-mesafe-ölçümü (RDM) adı verilen değişkenler ile oluşturulur. Bu fonksiyon, Zadeh'in genişleme ilkesine başvurmadan $y = f(x_1, \dots, x_n)$ şeklindeki matematik formüllere kesin değerler ile birlikte bulanık değişken değerlerini eklemeyi mümkün kılar [58].

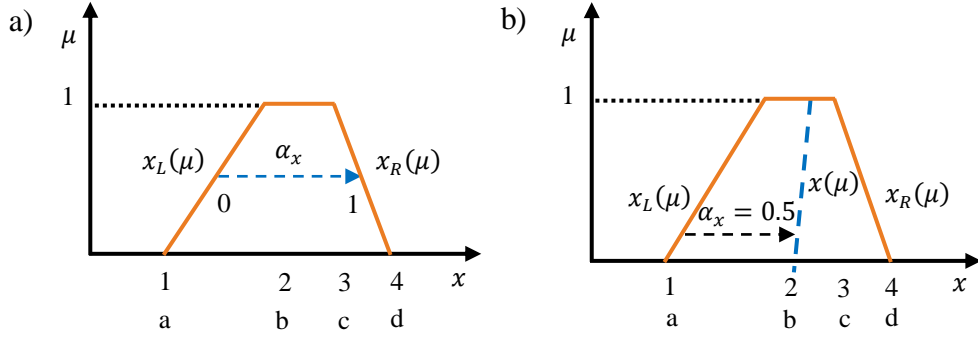
Tipik bir trapezoidal üyelik fonksiyonu Şekil 3.1'de gösterilmiş ve denklem 3.1'de tanımlanmıştır.



Şekil 3.1 : Tipik bir trapezoidal üyelik fonksiyonu [58].

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)}{(b-a)}, & \text{eğer } x \in [a, b) \\ 1, & \text{eğer } x \in [b, c) \\ \frac{(d-x)}{(d-c)}, & \text{eğer } x \in [c, d) \\ 0, & \text{aksi takdirde} \end{cases} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1'de dikey üyelik derecesi $\mu(x)$, x 'in her bir değerine karşılık gelen bir değer alır. Ancak, μ değerine karşılık iki x değeri vardır. Bu durumda x 'e bir yön atanabilirse μ değerine karşılık gelen x değeri belirlenebilir. Bunun için sol sınırı temsil eden $x : x_L(\mu)$, sağ sınırı temsil eden $x : x_R(\mu)$ ve göreceli-mesafe-ölçümü (RDM) anlamına gelen α_x , $\alpha_x \in [0, 1]$, değişkenleri tanımlanır. Bu değişkenler Şekil 3.2'deki üyelik fonksiyonunda gösterilmektedir [58]:



Şekil 3.2 : [b c] aralığına yatay yaklaşım [58].

Şekil 3.2’de $\alpha_x = 0$ değeri için üyelik fonksiyonunun sol sınırı x_L , $\alpha_x = 1$ değeri için üyelik fonksiyonunun sağ sınırı x_R ’dir. x_L ile x_R arasında α_x , kesirli değerler alır. Yatay yönde x_L ve x_R aşağıdaki eşitliklerdeki gibi ifade edilir [58]:

$$x_L = a + (b - a)\mu \quad (3.2)$$

$$x_R = d - (d - c)\mu \quad (3.3)$$

Şekil 3.2b’de gösterilen $x(\mu)$ (geçiş segmenti) aşağıdaki denklemle ifade edilir [58]:

$$x = x_L + (x_R - x_L)\alpha_x, \quad \alpha_x \in [0,1] \quad (3.4)$$

Denklem 3.4, Mazandarani ve Li tarafından aşağıdaki gibi ifade edilmiştir [45]:

$$A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A) = \underline{A}^\mu + (\bar{A}^\mu - \underline{A}^\mu)\alpha_A \quad \alpha_A \in [0,1] \quad (3.5)$$

burada \tilde{A} bir bulanık kümeyi, $A_{\mathcal{H}}: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [a, b]$ olmak üzere $A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A) = x(\mu)$ yatay üyelik fonksiyonunu, $\mu \in [0,1]$ ise x ’in $\tilde{A}(x)$ kümesindeki üyelik derecesini, $\alpha_A \in [0, 1]$ yatay indisi, \underline{A}^μ ve \bar{A}^μ sırasıyla $\tilde{A}(x)$ bulanık kümesinin sol ve sağ sınır noktalarını ifade etmektedir. Yatay üyelik fonksiyonu $A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A)$ başka bir şekilde $\mathcal{H}(\tilde{A}) \triangleq A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A)$ olarak ifade edilir. Buna ek olarak, yatay üyelik fonksiyonu yatay indis β ’ye göre (sağdan sola doğru yönelim), aşağıdaki gibi ifade edilir [45]:

$$\mathcal{H}(\tilde{A}) \triangleq A_{\mathcal{H}}(\mu, \beta_A) = \bar{A}^\mu - (\bar{A}^\mu - \underline{A}^\mu)\beta_A \quad \beta_A \in [0,1] \quad (3.6)$$

Evrensel kümede bulunan bulanık küme \tilde{A} ’nın üyelik seviyesi

$$\mathcal{H}^{-1}(A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A)) = [\tilde{A}]^\mu = \left[\inf_{\gamma \geq \mu} \min_{\alpha_A \in [0,1]} A_{\mathcal{H}}(\gamma, \alpha_A), \sup_{\gamma \geq \mu} \max_{\alpha_A \in [0,1]} A_{\mathcal{H}}(\gamma, \alpha_A) \right] \quad (3.7)$$

şeklinde belirlenir, burada *inf* İngilizce “infimum” kelimesinin kısaltmasıdır ve alt sınırın en büyüğünü ifade eder.

Bulanık \tilde{A} kümesinin $A_{\mathcal{H}}: [0,1] \times [0, \alpha_A^*] \rightarrow [c, d] \subseteq [a, b]$ olmak üzere kesirli yatay üyelik fonksiyonu $A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A) = x$ şeklinde ifade edilir, burada $x \in [c, d]$, $\mu \in [0,1]$ üyelik derecesidir, $\alpha_A \in [0, \alpha_A^*]$ yatay indis ve $\alpha_A^* \in [0,1]$ kesirli indistir. Ayrıca, kesirli indis α_A^* sahip bulanık \tilde{A} kümesi kesirli üyelik fonksiyonu olarak adlandırılır ve \tilde{A}_{α^*} şeklinde gösterilir. Kesirli üyelik fonksiyonu \tilde{A}_{α^*} üyelik seviyesi aşağıdaki ifadeye göre belirlenir [45].

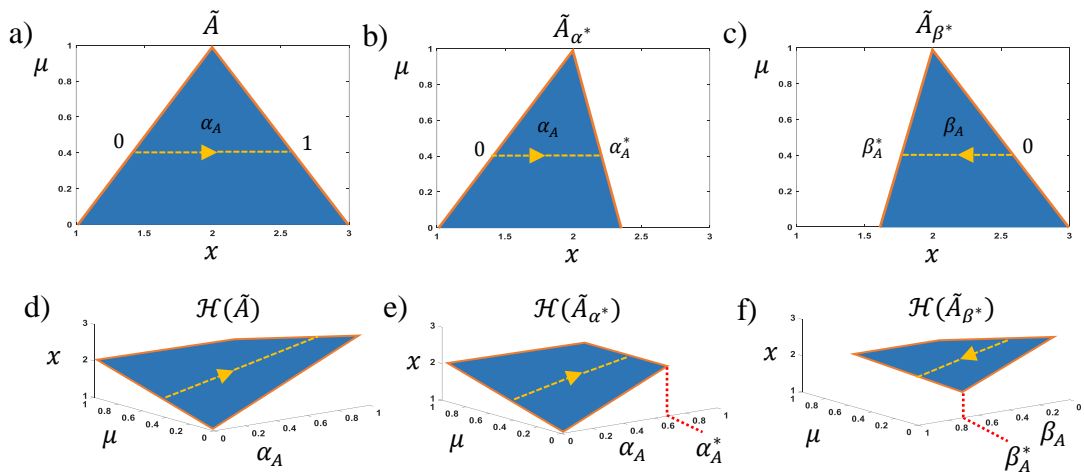
$$\mathcal{H}^{-1}(A_{\mathcal{H}}(\mu, \alpha_A)) = [\tilde{A}_{\alpha^*}]^{\mu} = \left[\inf_{\gamma \geq \mu} \min_{\alpha_A \in [0, \alpha_A^*]} A_{\mathcal{H}}(\gamma, \alpha_A), \sup_{\gamma \geq \mu} \max_{\alpha_A \in [0, \alpha_A^*]} A_{\mathcal{H}}(\gamma, \alpha_A) \right] \quad (3.8)$$

burada γ geleneksel FIS ve FFIS arasındaki davranış benzerliğini gösteren kırılma indisidir. Kırılma indisi aşağıdaki gibi hesaplanır [45].

$$\gamma = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^p \alpha_i^*}{N} + \frac{\sum_{j=1}^q \beta_j^*}{N} \right) \quad (3.9)$$

burada $\gamma \in [0,1]$ kırılma indisi, p ve q sırasıyla α^* ve β^* formunda olan sonuç kısmı kesirli üyelik fonksiyonlarının sayısı, N kesirli bulanık çıkarım sisteminde çıktı için oluşturulan üyelik fonksiyonlarının sayısı, α_i^* ve β_j^* kesirli indis değerleridir. Tüm α_i^* ve β_j^* değerlerinin bire eşit olması durumunda $\gamma = 0$ için FFIS geleneksel FIS gibi davranır. Kırılma indisi bölüm 4, örnek 1’de uygulamalı olarak anlatılmıştır.

Şekil 3.3’te bulanık \tilde{A} kümesinin yatay üyelik fonksiyonunu ve kesirli üyelik fonksiyonlarını göstermektedir.



Şekil 3.3 : a, b, c kesirli üyelik fonksiyonları, d, e, f kesirli yatay üyelik fonksiyonları [45,59].

Kesirli bulanık çıkarım sistemi (FFIS), bulanık kural tabanındaki kuralların sonuç kısmında oluşturulan üyelik fonksiyonlarının ilgili kısımlarının kesirli yatay üyelik fonksiyonları ile değiştirilmesi ile oluşturulan bir çıkarım sistemidir. Kesirli bulanık çıkarım sistemi için Mamdani bulanık çıkarım sistemi kullanılır.

Mamdani FIS'te (tipik FIS) çıkarım sorgusu aşağıdaki gibidir.

$x \ x_0$ dır

\tilde{R} : Eğer $x \ \tilde{A}$ ise O zaman $y \ \tilde{B}$ dir

$y \ \tilde{B}'$ dir

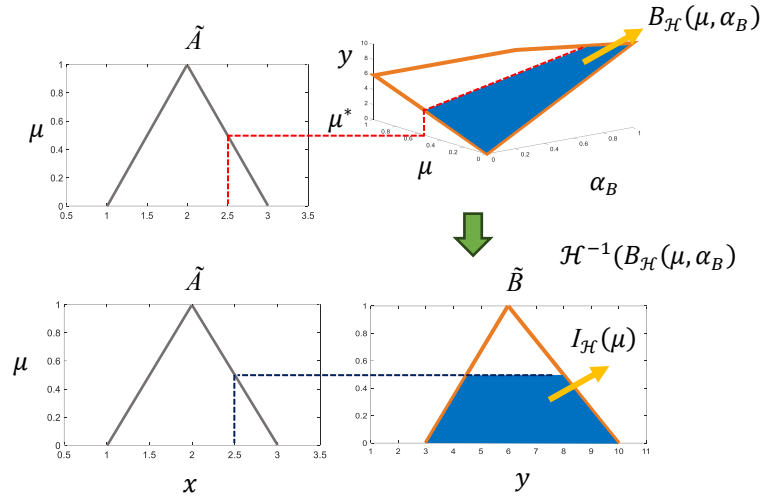
(3.10)

burada \tilde{A} ve \tilde{B} , x ve y değişkenlerinin sözel değerlerini içeren bulanık kümelerdir ve bulanık eğer-o zaman kuralı \tilde{R} , x ve y arasındaki bağıntıyı açıklar. FIS çıktısını (\tilde{B}') bileşimsel çıkarım kuralı uygulamasıyla belirlemek için bulanık eğer-o zaman kuralı \tilde{R} 'nin bulanık bir ilişkiye çevrilmesi (dönüştürme) gereklidir. Çevirme işlemi, bölüm 1'de anlatıldığı gibi X ve Y üzerindeki bulanık kümelerin kartezyen çarpımı ile gerçekleştirilir. Bu durumu aşağıdaki gibi ifade edilebilir [42].

$$\tilde{R}: \text{Eğer } x \ \tilde{A} \text{ ise O zaman } y \ \tilde{B} \text{ dir} \xrightarrow{\text{çeviri}} (X, Y) \text{ is } \tilde{A} \times \tilde{B} \quad (3.11)$$

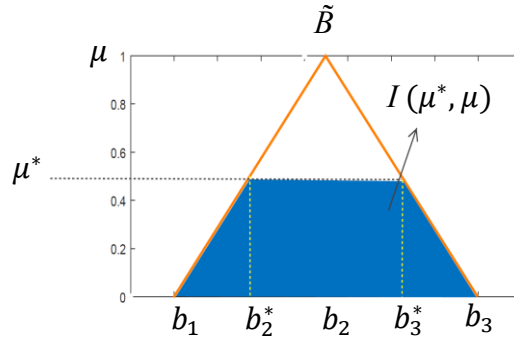
Yukarıdaki ifade de çeviri operatörü I ile gösterilmek üzere bulanık kural \tilde{R} , $I(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y)) = \tilde{A}(x) \wedge \tilde{B}(y)$ olarak çevrilir, burada $x \in X$, $y \in Y$, ve “ \wedge ” minimum operatörü belirtir. Bileşimsel çıkarım kuralına göre, denklem 3.10'daki çıkarım sorgusunun “ $x \ x_0$ ” gibi bir net girdisi olması durumunda cevap üyelik fonksiyonu \tilde{B}' , öncül kısmın doğruluk derecesini ($\mu^* = \tilde{A}(x_0)$) ile sonuç kısmının üyelik fonksiyonunun birleştirilmesinden çıkarılabilir. Sonuç kısmının üyelik fonksiyonu $\tilde{B}'(y) = I(\mu^*, \tilde{B}(y)) = \mu^* \wedge \tilde{B}(y)$ olarak bulunur. Ayrıca $\tilde{B}'(y) = I(\mu^*, \mu) = \mu^* \wedge \mu$ şeklinde de gösterilebilir, burada $\mu = \tilde{B}(y)$.

Bir bulanık kuralın çevirisi $I(\mu^*, \mu) = \mu^* \wedge \mu$, yatay çeviri kuralı olarak adlandırılan $I_{\mathcal{H}}$ yatay çeviri operatörü aracılığıyla yatay üyelik fonksiyonları kullanılarak da temsil edilebilir. Bu durum $\mu^* = \tilde{A}(x_0)$ ve $\mu = \tilde{B}(y)$ olmak üzere $I_{\mathcal{H}}(\mu') \triangleq \mathcal{H}^{-1}(B_{\mathcal{H}}(\mu', \alpha_B)) = \tilde{B}'$ şeklinde yazılabilir, burada $\mu' = \mu$, $0 \leq \mu \leq \mu^*$. Şekil 3.4 net bir girdi ve minimum operatörü dikkate alınması ile bulanık \tilde{R} kuralı için yatay çeviri kuralını göstermektedir.



Şekil 3.4 : Üyelik fonksiyonunu yatay üyelik fonksiyonuna dönüştürme kuralı [45,59].

Burada dikkat edilmesi gereken nokta $I_{\mathcal{H}}(\mu') = I(\mu^*, \mu) = \mu^* \wedge \mu$ şeklinde olduğudur. Bu eşitliği açıklamak için Şekil 3.4'teki gibi bulanık kuralın sonuç kısmındaki $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ bulanık sayılarından oluşan \tilde{B} üçgen üyelik fonksiyonunu ele alalım. Şekil 3.5'te \tilde{B} üçgen üyelik fonksiyonu μ^* (öncül kısmının x_0 kesin değerinin üyelik derecesi) tarafından kırılmıştır. Bu durumda kırılmış olan $\tilde{B}^* = (b_1, b_2^*, b_3^*, b_3)$, yamuk üyelik fonksiyonu olur, burada $b_2^* = b_1 + (b_2 - b_1)\mu^*$, $b_3^* = b_3 - (b_3 - b_2)\mu^*$ olacak şekilde hesaplanır. Bu işlemin $I(\mu^*, \mu) = \tilde{B}^*$ olarak gerçekleştiği görülmektedir.



Şekil 3.5 : Denklem 3.12'deki yatay üyelik fonksiyonunun hesaplanması için üçgen üyelik fonksiyonu [45,59].

Bu durumda \tilde{B}^* nin yatay üyelik fonksiyonu

$$\mathcal{H}(\tilde{B}^*) = b_1 + (b_2 - b_1)\mu + (b_3 - b_1)(1 - \mu)\alpha_B \quad (3.12)$$

olarak hesaplanır. Burada $0 \leq \mu \leq \mu^*$ şeklinde olur. Böylece $\mathcal{H}(\tilde{B}^*) = \mathcal{H}(I(\mu^*, \mu)) = B_{\mathcal{H}}(\mu', \alpha_B)$ olur.

Tipik bulanık çıkarım sistemindeki kural tabanının birden fazla kuraldan ve iki öncülden oluşması durumunda öncüllerin kesin girdileri x_{01}, x_{02} ve $i = 1, \dots, n$ olmak üzere i . kural aşağıdaki gibi yazılır:

$$\tilde{R}_i: \text{Eğer } x_1 \tilde{A}_i^1 \text{ ise ve } x_2 \tilde{A}_i^2 \text{ ise O zaman } y \tilde{B}_i \text{ dir} \quad (3.13)$$

O halde bulanık çıkarım sistemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\tilde{B} \triangleq \bigvee_i^n \mu_i^* \wedge \mu_i \quad (3.14)$$

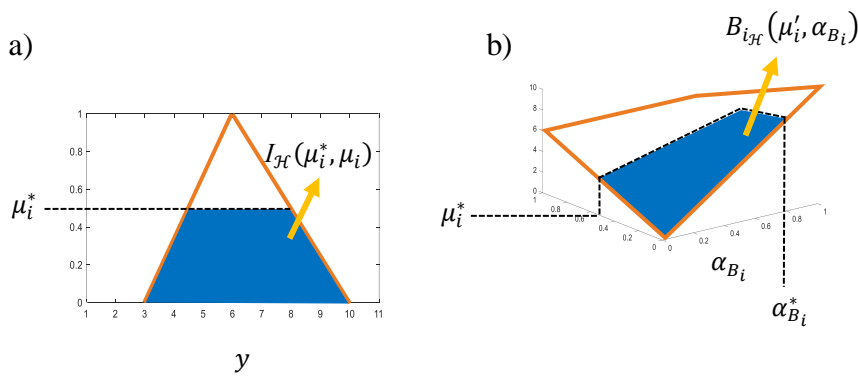
burada “ \vee ” birleşme operatörü, $\mu_i^* = \tilde{A}_i^1(x_{01}) \wedge \tilde{A}_i^2(x_{02})$ ve $\mu_i = \tilde{B}_i(y)$ olacak şekildedir.

Tipik bulanık çıkarım sistemine eşit olan yatay bulanık çıkarım sistemi $j = 1, \dots, m$ olmak üzere x_{0j} kesin girdi için aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\tilde{B} \triangleq \bigvee_i^n I_{\mathcal{H}}(\mu_i') = \bigvee_i^n \mathcal{H}^{-1} \left(B_{i_{\mathcal{H}}}(\mu_i', \alpha_{B_i}) \right) \quad (3.15)$$

burada $\mu_i' = \mu_i$, $\mu_i^* = \bigwedge_j^m \tilde{A}_i^j(x_{0j})$, $0 \leq \mu_i \leq \mu_i^*$ ve $B_{i_{\mathcal{H}}}(\mu_i', \alpha_{B_i})$ ve i . kuralın sonuç kısmının sözel değeri olan \tilde{B} 'nin yatay üyelik fonksiyonudur.

Tipik bulanık çıkarım sisteminde kural tabanının işlenmesi, öncül kısmının doğruluk derecesi ile sonuç bölümünün üyelik fonksiyonunun birleştirilmesine (çevirilme işlemi) dayanır. Kesirli FIS'te yatay üyelik fonksiyonlarına dayalı bir yaklaşım vardır. Denklem 3.15'te $B_{i_{\mathcal{H}}}(\mu_i', \alpha_{B_i})$ yatay üyelik fonksiyonuna kesirli indislerin ($\alpha_{B_i}^*$) dahil edilmesi, kural tabanının işlenmesinde sadece doğruluk derecesine dayanmanın ötesine geçilmesine olanak tanır.



Şekil 3.6 : Bulanık kural çıkarım sonucu a) Tipik FIS b) FFIS [45].

Şekil 3.6, i 'inci bulanık kuralın öncül kısmının doğruluk derecesi ve sonuç kısmına ait iki farklı durumu göstermektedir. Şekil 3.6a, sonuç üyelik fonksiyonunun sadece μ_i^*

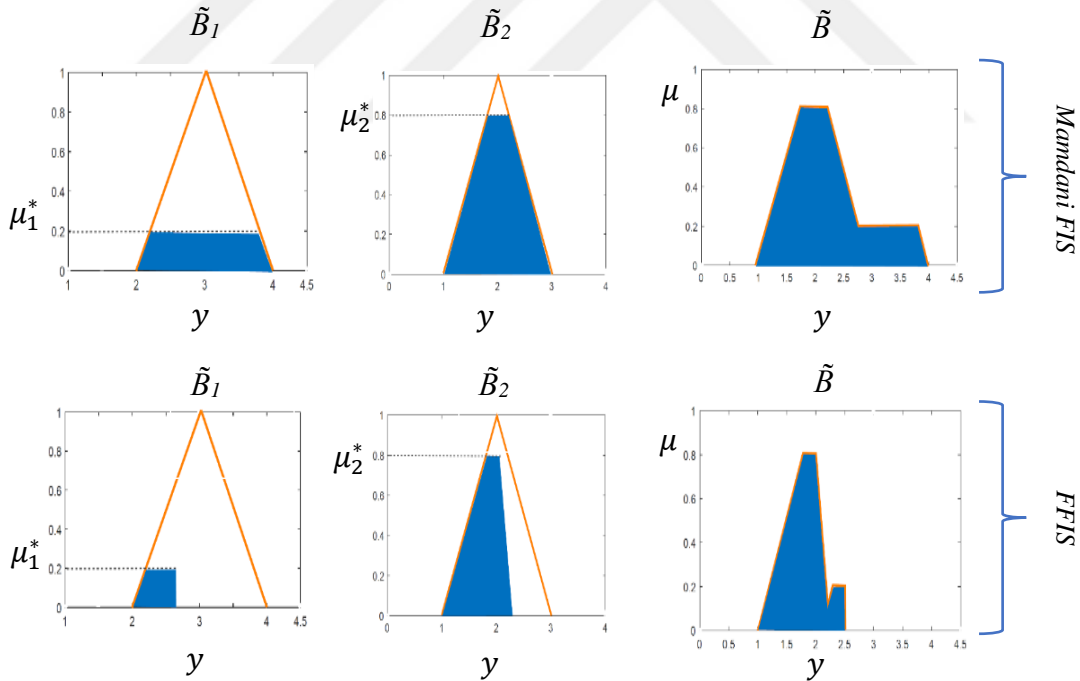
tarafından kırılmış şeklini göstermektedir. Şekil 3.6b, yatay üyelik fonksiyonunu sunan sonuç kısmıdır ve sadece μ_i^* değil, aynı zamanda kesirli indis $\alpha_{\beta_i}^*$ tarafından kırılmış şekli göstermektedir.

Sonuç olarak kural tabanındaki kuralların sonuç kısmındaki üyelik fonksiyonlarına karşılık gelen yatay üyelik fonksiyonların kesirli indisler $\alpha_{\beta_i}^* \in [0,1]$ tarafından yapılandırılması ile oluşturulan bulanık çıkarım sistemi, kesirli bulanık çıkarım sistemi olarak adlandırılmakta ve aşağıdaki gibi ifade edilmektedir [45]:

$$\tilde{B} \triangleq V_i^n \mathcal{H}^{-1} \left(B_{i_{\mathcal{H}}}(\mu_i', \alpha_{\beta_i}) \right) \quad (3.16)$$

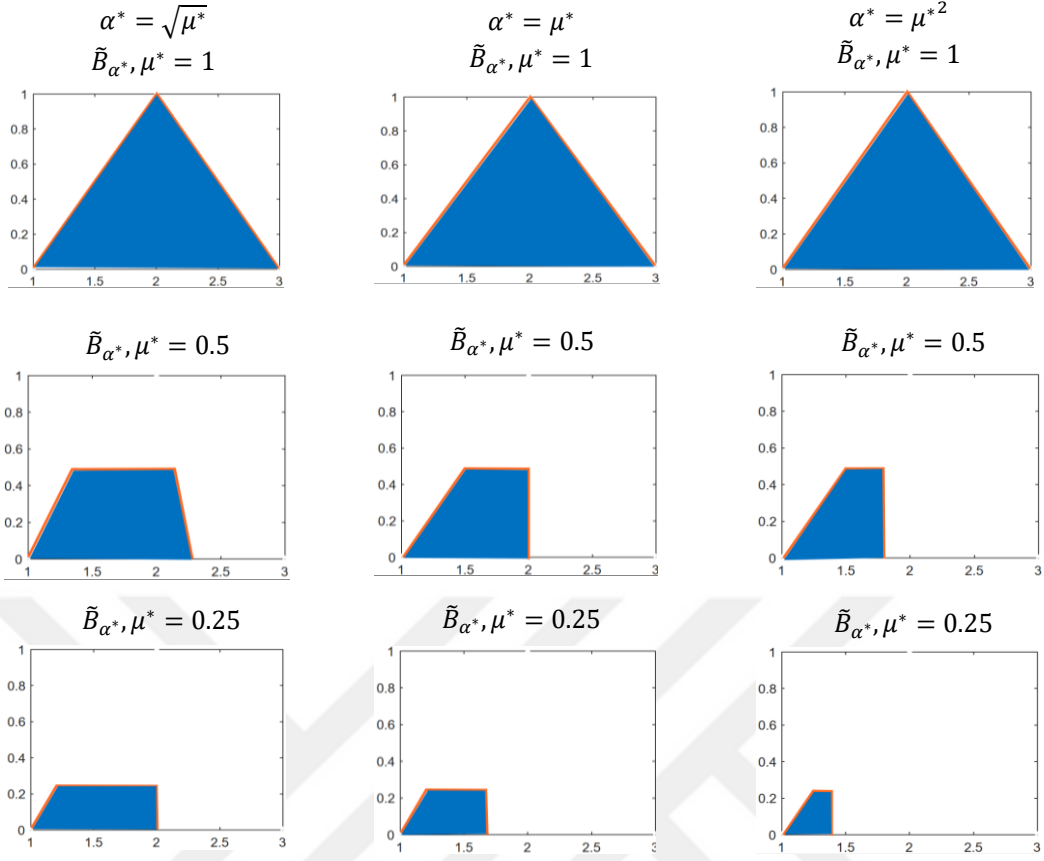
burada $\mu_i' = \mu_i$, $0 \leq \mu_i \leq \mu_i^*$ ve $0 \leq \alpha_{\beta_i} \leq \alpha_{\beta_i}^*$ olarak ele alınmaktadır.

Şekil 3.7’de, Mamdani FIS ve kesirli FIS’in karşılaştırması gösterilmiştir. Bu şekilde, Mamdani FIS’te çıkış üyelik fonksiyonundaki bilgi hacminin sadece öncül kısmındaki üyelik derecesine bağlı olduğu, FFIS’te ise öncül kısmındaki üyelik derecesi ile birlikte kesirli indislere bağlı olduğu açıkça görülmektedir.



Şekil 3.7 : Mamdani yöntemine göre FIS ile FFIS'in karşılaştırılması [45,59].

Ayrıca $f: [0,1] \rightarrow [0,1]$ olmak üzere kesirli indisler üyelik derecesinin bir fonksiyonu $\alpha_{\beta}^* \triangleq f(\mu^*)$ olabilir. Bu durumda kesirli indislere dinamik kesirli indisler denir. Bu durum Şekil 3.8’de gösterilmiştir:



Şekil 3.8 : Çeşitli dinamik kesirli indislerin uygulanması [45].

4. KESİRLİ BULANIK ÇIKARIM SİSTEMİ KULLANILARAK DENETLEYİCİ TASARIMI: UYGULAMA ÖRNEKLERİ

Bu bölümde daha önce ayrıntıları ile anlatılan kesirli bulanık çıkarım sisteminin kullanılması ile iki farklı sistem için denetleyici tasarımı yapılan uygulama örnekleri ele alınmıştır.

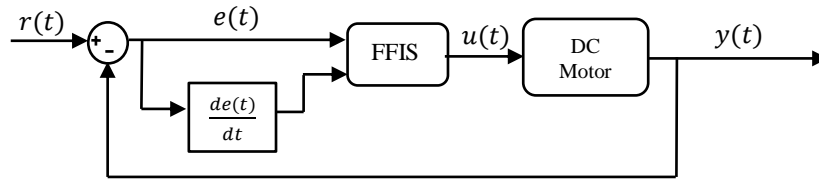
Birinci uygulama örneğinde öncelikle Mamdani FIS ile [59]'da verilen bulanık kurallar kullanılarak bir DC motor için bulanık mantık denetleyici tasarlanmış, birim basamak cevapları ve kontrol sinyalleri elde edilmiştir. Daha sonra DC motorun konumu, farklı kesirli indis setleri seçilerek oluşturulan FFIS kullanılarak kontrol edilmeye çalışılmıştır. Sonuç olarak Mamdani FIS ve FFIS kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları; birim basamak cevapları, hata sinyalleri ve kontrol sinyalleri açısından karşılaştırılmıştır. Ayrıca çıkarım sisteminin davranışını karakterize eden kırılma indisi değerleri, her bir kesirli indis seti için hesaplanmış ve bunların geleneksel FIS ile ilişkileri üzerinde durulmuştur.

İkinci uygulama örneğinde ise yüksek dereceli bir sistem için genetik algoritma tabanlı Mamdani FIS ve FFIS kullanılarak bulanık mantık denetleyici (FLC) tasarlanmıştır. Tasarlanan bulanık mantık denetleyici ile daha önce yapılan bir çalışmada önerilen PID denetleyici [62] karşılaştırılarak performans değerlendirmeleri yapılmıştır. Çalışma kapsamında genetik algoritma, bulanık mantık denetleyicisinin giriş ve çıkışı için belirlenen evrensel küme aralıklarını optimize etmek amacı ile kullanılmıştır. Bu süreçte, en uygun üyelik fonksiyon aralıklarını belirlemek amacıyla IAE (mutlak hatanın toplamı) ve ITAE (zaman ağırlıklı hata karelerinin toplamı) performans kriterleri kullanılarak amaç fonksiyonları oluşturulmuştur. Bunlara ek olarak kesirli indislerin uygun belirlenmemesi durumunda FFIS'in kontrol performansının nasıl değişeceği tartışılmış ve çeşitli önerilerde bulunulmuştur.

4.1 Örnek 1

Bu uygulama örneğinde öncelikle FIS kullanılarak bulanık mantık denetleyici tasarlanmış ve daha sonra FFIS'in kullanılması ile geliştirilen denetleyicinin kullanılması ile elde edilen sonuçlar iyileştirmiş ve daha tatmin edici sonuçların elde edilebileceği gösterilmiştir. Bu nedenle daha önce yapılan bir çalışmada [60] FIS kullanılarak kontrol edilen bir DC motor sistemi ele alınmıştır.

Şekil 4.1, bir DC motor ve bir kesirli bulanık denetleyici içeren bir kapalı çevrim kontrol sistemini göstermektedir.



Şekil 4.1 : FFIS’li kapalı çevrim kontrol sistemi.

Çıkışta hızı ölçülen bir DC motorun transfer fonksiyonu şu şekilde verilmiştir [60] :

$$\frac{W(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a \cdot J_m \cdot s^2 + (R_a \cdot J_m + L_a \cdot B_m) \cdot s + (R_a \cdot B_m + K_b \cdot K_T)} \quad (4.1)$$

burada $W \left(\frac{\text{rad}}{s} \right)$ açısal hız, V_a (V) armatür voltajı, $K_T \left(\frac{\text{Nm}}{\text{A}} \right)$ tork sabiti, $K_b \left(\frac{\text{Vs}}{\text{rad}} \right)$ geri emf sabiti, R_a (Ω) ve L sırasıyla armatür direnci ve endüktans, J_m (kgm^2) rotor ataleti ve $B_m \left(\frac{\text{Nms}}{\text{rad}} \right)$ viskoz sürtünme katsayısıdır.

Konumun türevi $s\theta(s) = W(s)$ olacak şekilde hızı verdiği için, çıkışında konumu ölçülen DC motorun transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{K_T}{L_a \cdot J_m \cdot s^3 + (R_a \cdot J_m + L_a \cdot B_m) \cdot s^2 + (R_a \cdot B_m + K_b \cdot K_T) \cdot s} \quad (4.2)$$

burada θ (rad) açısal konumu temsil eder.

3.70 kW, 240 V, 1750 rpm’lik DC motorun $R_a = 11.2\Omega$, $L_a = 0.1215\text{H}$, $J_m = 0.02215 \text{kgm}^2$, $B_m = 0.002953 \text{Nms/rad}$, $K_T = 1.28 \text{Nm/A}$ ve $K_b = 1.28 \text{Vs/rad}$ parametreleri için konum gerilim transfer fonksiyonu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{1.28}{0.002691s^3 + 0.2484s^2 + 1.671s} \quad (4.3)$$

FFIS’te iteratif işlemleri gerçekleştirmek için, DC motorun konum-gerilim transfer fonksiyonu z-dönüşümü kullanılarak ayrık formda ele alınır. Sürekli zamanlı transfer fonksiyonu $G(s)$ ’nin ayrık zamanlı transfer fonksiyonu $G(z)$, Matlab’da $Ts = 0.001s$ örnekleme süresi ile sıfırıncı dereceden tutma yöntemi kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$G(z) = \frac{7.747e-8z^2 + 3.029e-07z + 7.398e-08}{z^3 - 2.911z^2 + 2.823z - 0.9118} \quad (4.4)$$

Ayrık zamanlı transfer fonksiyonu $G(z)$ için fark denklemi aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$y(k) = 2.911y(k-1) - 2.823y(k-2) + 0.9118y(k-3) + 7.747e-8u(k-1) + 3.029e-07u(k-2) + 7.398e-08u(k-3) \quad (4.5)$$

burada $u(.)$ ayrık kontrol sinyalini ve $r(k)$ birim basamak sinyalini temsil etmektedir. Kapalı çevrim kontrol sistemindeki hata sinyali ise $e(k) = r(k) - y(k)$ olacak şekilde hesaplanır. Hata sinyalinin değişimi ise $de(k) = e(k) - e(k-1)$ olacak şekilde hesaplanır.

Başlangıçta kesirli bulanık çıkarım sistemini kullanmak için FIS'in oluşturulması gerekmektedir. Bunun için Şekil 4.1'de verilen kapalı döngü kontrol sisteminde görüldüğü gibi hata ve hatanın değişimi FIS'e giriş değişkenleri olarak verilmiştir. FIS, Çizelge 4.1'de karakteristik özellikleri verilen üyelik fonksiyonları ve Çizelge 4.2'de verilen kural tabloları kullanılarak oluşturulmuştur [60]. Bu çalışmada Mamdani FIS için üçgen üyelik fonksiyonları, minimum operatörü ve ağırlık merkezi yöntemi ile durulaştırma tercih edilmiştir. Mamdani FIS'in giriş ve çıkış üyelik fonksiyonları Şekil 4.2'de verilmiştir.

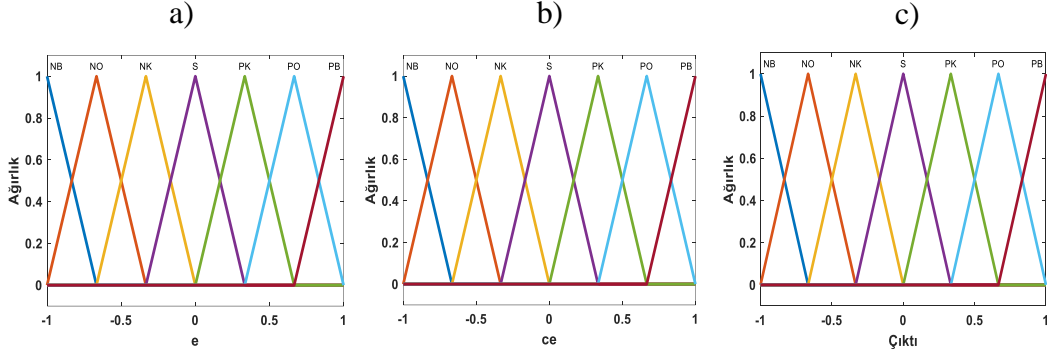
Çizelge 4.1: Üyelik fonksiyonların özellikleri [60].

Sözel değişken	Notasyon	Tip	Aralık
Negatif Büyük	NB	trimf	[-1 -1 -0.6667]
Negatif Orta	NO	trimf	[-1 -0.6667 -0.3334]
Negatif Küçük	NK	trimf	[-0.6667 -0.3334 0]
Sıfır	S	trimf	[-0.3334 0 0.3334]
Pozitif Küçük	PK	trimf	[0 0.3334 0.6667]
Positif Orta	PO	trimf	[0.3334 0.6667 1]
Pozitif Büyük	PB	trimf	[0.6667 1 1]

Çizelge 4.2 : Bulanık kurallar [60].

e ce	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NB	NB	NO	NK	S
NM	NB	NB	NB	NO	NK	S	PK
MS	NB	NB	NO	NK	S	PK	PO
Z	NB	NO	NK	S	PK	PO	PB
PS	NO	NK	S	PK	PO	PB	PB
PM	NK	S	PK	PO	PB	PB	PB
PB	S	PK	PO	PB	PB	PB	PB

Çizelge 4.2'de e hatayı ve de hatanın değişimini göstermektedir.



Şekil 4.2: FIS için üçgen üyelik fonksiyonları: a) hata girişi, b) hatanın değişimi, c) kontrol çıkışı.

Mamdani FIS oluşturulduktan sonra α ve β formları dikkate alınarak kesirli indisler belirlenir. Bu çalışmada Şekil 4.1’de verilen kapalı döngü kontrol sistemi göz önünde bulundurularak DC motorun konumunu kontrol etmek için farklı kesirli sabit indisler seçilerek FFIS kullanılmıştır. Yedi adet üyelik fonksiyonu olduğu için α ve β formlarında yedi adet kesirli indis seçilmiştir. α ve β formları ve kesirli indisler deneme yöntemi ile aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

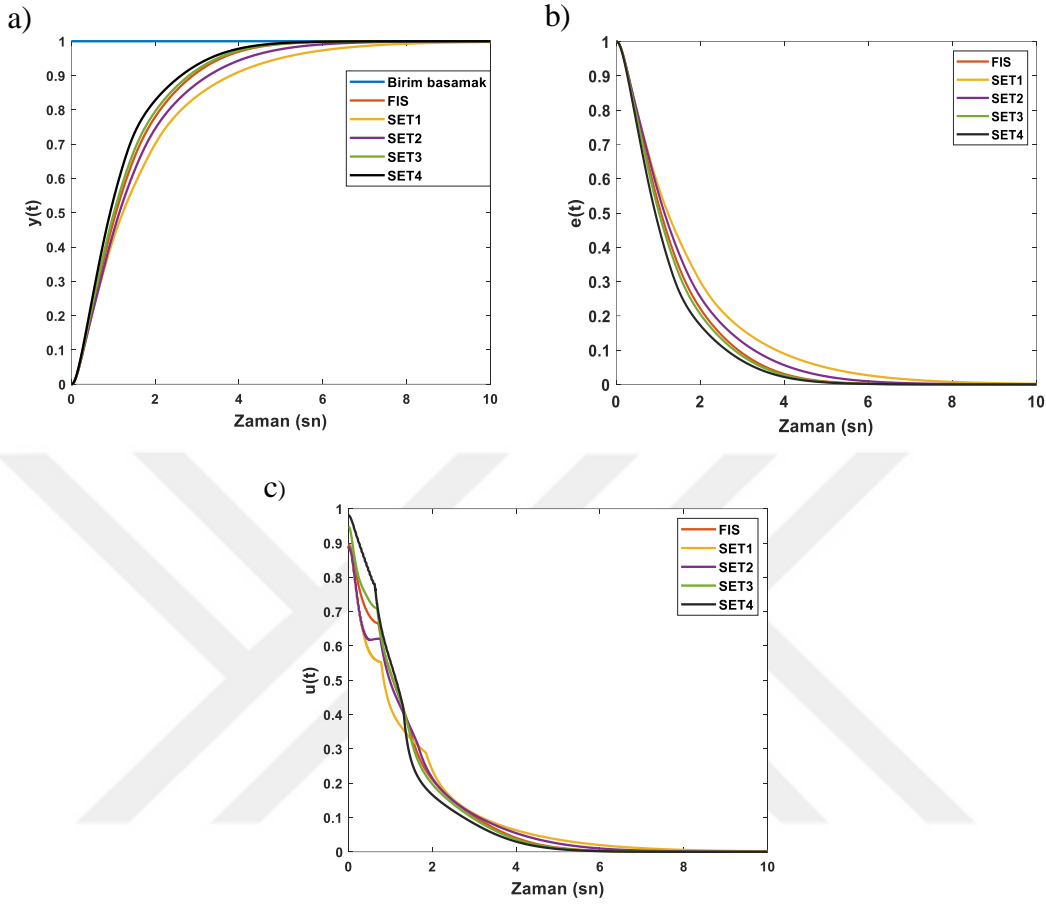
$$\begin{aligned}
 SET1 &= \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.8, ' \alpha ', 0.5, ' \alpha ', 0.1, ' \alpha '\} \\
 SET2 &= \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.9, ' \alpha ', 0.8, ' \alpha ', 0.1, ' \alpha '\} \\
 SET3 &= \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.92, ' \beta ', 0.8, ' \beta ', 0.5, ' \beta '\} \\
 SET4 &= \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.6, ' \beta ', 0.3, ' \beta ', 0.2, ' \beta '\}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Denklem 4.5 için FFIS paket programı [61] kullanılarak kesirli indisler ve FIS’in bilgilerini kullanan hesaplama algoritması çalıştırılır. Kapalı çevrim kontrol sisteminde hata ve hatanın değişim hesaplanarak kontrol işareti (FFIS’in çıkışı) elde edilir.

Denklem 3.9 (Bölüm 3) kullanılarak kesirli indis setlerinin kırılma indis değerleri $\gamma_{SET1} = 0.23$, $\gamma_{SET2} = 0.17$, $\gamma_{SET3} = 0.11$ ve $\gamma_{SET4} = 0.27$ olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.3’te $SET1$, $SET2$, $SET3$ ve $SET4$ olarak verilen kesirli indislere göre FFIS uygulaması için birim basamak cevapları, hata ve kontrol işaretlerini içeren sonuçları göstermektedir.

Şekil 4.3a, FFIS ve Mamdani FIS yönteminin birim basamak cevaplarını karşılaştırmaktadır. Şekil 4.3, kırılma indisi $\gamma_{SET3} = 0.11$ olan $SET3$ ’ün Mamdani FIS yöntemine daha benzer özelliklere sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Şekil 4.3b’de Mamdani FIS yöntemi ve FFIS kullanılarak elde edilen hata işaretlerini göstermektedir.

Şekil 4.3c’de kontrol sinyalleri (Mamdani FIS yönteminin ve FFIS’in çıktıları) gösterilmektedir.



Şekil 4.3 : Mamdani yöntemine göre FIS ve FFIS’in $SET1$, $SET2$, $SET3$ ve $SET4$ kesirli indisleri ile karşılaştırılması: a) birim basamak cevabı, b) hata işareti, c) kontrol işareti.

FFIS’in performansının kesirli indislere bağlı olarak farklılık gösterdiğine dikkat edilmelidir. Şekil 4.3a, kırılma indisi $\gamma_{SET4} = 0.27$ olan $SET4$ kesirli indisleri için birim basamak tepkisinin oturma süresinin daha hızlı olduğunu göstermektedir. Farklı kesir indisleri veya kırılma indisleri için daha iyi sonuçlar elde edilebilir. FFIS’in Mamdani FIS’ten daha etkili bir şekilde kullanılabileceği sonucuna varılabilir.

Ayrıca kırılma indisinin etkisini göstermek amacıyla DC motorun konumunu farklı setlerle kontrol etmek için FFIS uygulanmış ve FFIS’te tüm kesirli indisler bire eşitlenerek, yani kırılma indisi değeri sıfıra eşitlenerek FFIS ile eşdeğer Mamdani FIS elde edilmiştir.

Şekil 4.4, aşağıda verilen farklı kesirli indis setleri için DC motor konum kontrol sisteminin adım yanıtlarını göstermektedir.

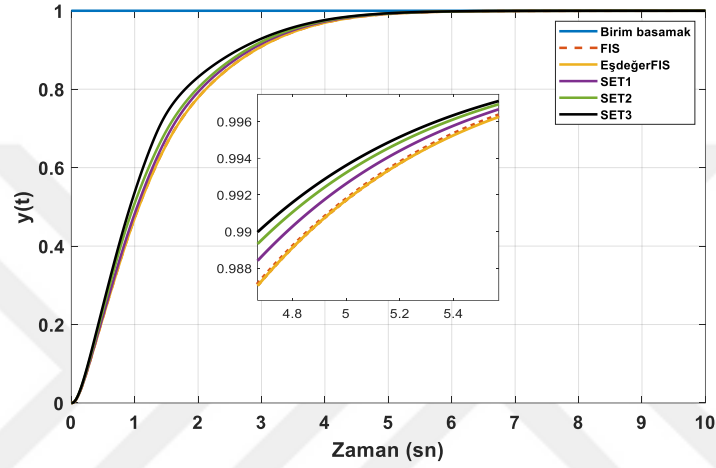
$$Eşdeğer FIS = \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta '\}$$

$$SET1 = \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.9, ' \beta ', 0.6, ' \beta ', 0.3, ' \beta '\} \quad (4.7)$$

$$SET2 = \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.7, ' \beta ', 0.4, ' \beta ', 0.1, ' \beta '\}$$

$$SET3 = \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \alpha ', 0.5, ' \beta ', 0.3, ' \beta ', 0.1, ' \beta '\}$$

Bu kesirli indis setleri için hesaplanan kırılma indis değerleri $\gamma_{eşdeğer FIS} = 0$, $\gamma_{SET1} = 0.17$, $\gamma_{SET2} = 0.26$ and $\gamma_{SET3} = 0.30$ 'dur.



Şekil 4.4 : $\gamma_{eşdeğer FIS} = 0$, $\gamma_{SET1} = 0.17$, $\gamma_{SET2} = 0.26$ ve $\gamma_{SET3} = 0.30$ için birim basamak cevapları.

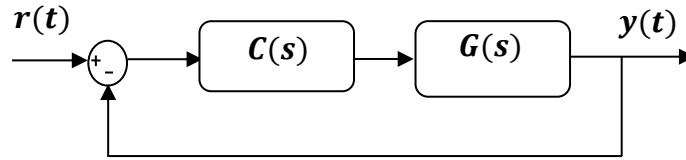
Ayrıca Mamdani FIS'i ile elde edilen birim basamak cevabı Şekil 4.4'te kesikli çizgi ile gösterilmiştir. Şekil 4.4, FFIS ile elde edilen eşdeğer FIS sonucunun, $\gamma_{FIS} = 0$ olduğunda Mamdani FIS ile elde edilen sonuca eşdeğer olduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca kırılma indisi değerleri ayarlanarak istenen adım yanıtlarının elde edilebileceğini de göstermektedir. Bu sonuçlardan yola çıkarak bulanık kontrol sistemlerinde kırılma indisinin tasarım kriteri olarak kullanılabileceği sonucuna varılabilir.

4.2 Örnek 2

Bu uygulama örneğinde, Mamdani FIS ve FFIS kullanılarak tasarlanan genetik algoritma tabanlı bulanık mantık denetleyicileri ve bir PID denetleyicinin kullanılması ile yüksek dereceli bir sistemin kontrolü gerçekleştirilmiş ve sistemlerin performans karşılaştırmaları yapılmıştır. Çalışmada genetik algoritma, FLC'nin giriş ve çıkışı için oluşturulan evrensel küme aralıklarını ayarlamak için kullanılmıştır.

4.2.1 Yüksek dereceli bir sistem ve PID denetleyici

Şekil 4.5'te tipik bir geri beslemeli kontrol sistemi gösterilmektedir. $C(s)$ denetleyiciyi temsil ederken $G(s)$, kontrol edilen sistemi temsil etmektedir. Bu çalışmada $G(s)$, daha önceki bir çalışmada kullanılan yüksek dereceli bir sistem olarak ele alınmıştır [62].



Şekil 4.5 : Tipik bir geri besleme kontrol sistemi.

Yüksek dereceli sistem $G(s)$ 'nin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$G(s) = \frac{10}{s^3 + 6s^2 + 8s} \quad (4.8)$$

Bu örnekte FFIS kullanılarak tasarlanan bir bulanık mantık denetleyicinin performansı, bir PID denetleyici ve tipik bir bulanık denetleyici ile karşılaştırılmıştır. Performans karşılaştırmasını gerçekleştirmek için yüksek dereceli sistemin kontrolünde daha önceki bir çalışmada [62] önerilen bir PID denetleyicisi kullanılmıştır. PID denetleyicinin transfer fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$C(s) = 2.88 + \frac{2.594}{s} + 0.797s \quad (4.9)$$

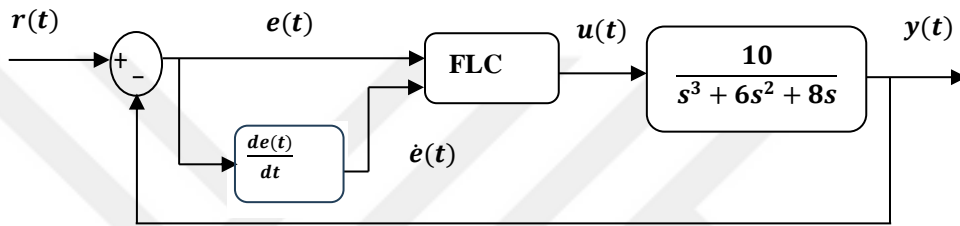
Yüksek dereceli sistemi kontrol etmek için PID denetleyicinin katsayıları Ziegler Nichols frekans cevabı kullanılarak ayarlanmıştır [62]. Buna göre oransal kazanç $K_p=2.88$, integral kazancı $K_i=2.594$ ve türev kazancı $K_D=0.277$ olarak belirlenmiştir [62]. Denklem 4.9'da verilen PID denetleyici bir sonraki bölümde yüksek dereceli sistemin birim basamak cevaplarını karşılaştırmak için kullanılmıştır.

4.2.2 FFIS ve Genetik algoritma kullanılarak FLC'nin performans iyileştirilmesi

Bu bölümde yüksek dereceli sistemin kontrolü için genetik algoritma kullanılarak tipik bir bulanık çıkarım sistemine dayalı bir bulanık mantık denetleyicisi tasarlanmıştır. Ardından FIS kullanılarak tasarlanan FLC, kesirli bulanık çıkarım sistemi kullanılarak yeniden tasarlanmıştır. Daha sonra tasarlanan bulanık mantık denetleyicileri birbiri ile ve daha önce bahsedilen PID denetleyicisi ile karşılaştırılmıştır.

Genetik algoritmanın (GA) işleyiş prensibi, Darwin'in en uygun olanın hayatta kalma teorisine dayanmaktadır [63]. GA; kromozomlar, genler, popülasyon seti, uygunluk, uygunluk fonksiyonları, üreme, mutasyon ve seçilim gibi unsurları içermektedir [63]. Bu algoritmalar, çözümleri temsil eden kromozomlardan oluşan bir popülasyonla başlar. Bu çözümler, daha iyi olma olasılığına karşılık yeni bir popülasyon oluşturmak için kullanılır. Aynı zamanda çözümler, uygunluklarına göre seçilir. Bu süreç belirli koşullar sağlanana kadar tekrarlanır [63].

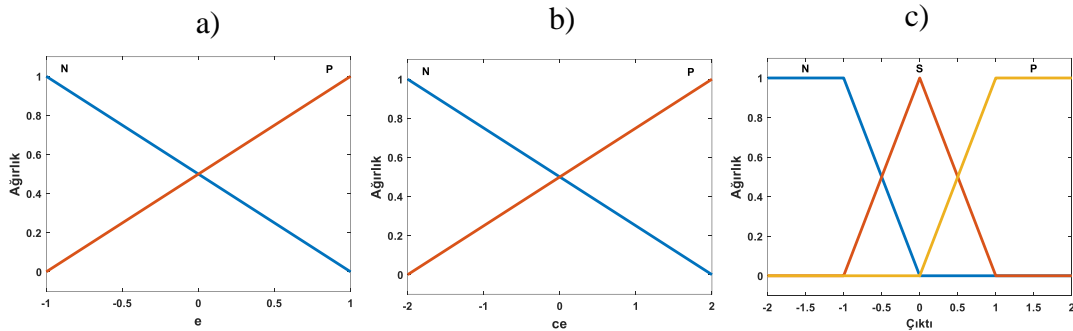
Şekil 4.6, tipik bir bulanık mantık denetleyici kapalı döngü kontrol sistemini göstermektedir.



Şekil 4.6 : FLC ile kapalı döngü kontrol sistemi.

Şekil 4.6'da $r(t)$ giriş referans sinyali, $e(t)$ hata değeri, $\dot{e}(t)$ hatadaki değişim, $u(t)$ kontrol sinyali ve $y(t)$ çıkış sinyalidir.

İlk olarak kesirli bulanık çıkarım sistemini kullanmak için tipik FLC tasarlanmalıdır. Bunun için, Şekil 4.6'da verilen FLC'nin giriş değişkenleri hata ($e(t)$) ve hatanın değişimi ($\dot{e}(t)$) kullanılır. FLC'nin genetik algoritma ile optimizasyon öncesi üyelik fonksiyonları Şekil 4.7'de gösterilmiştir [62].



Şekil 4.7 : FIS için üyelik fonksiyonları: a) hata girişi, b) hatanın değişimi, c) kontrol çıkışı.

FLC tasarımında çıkarım yöntemi olarak Mamdani yöntemi ve bulanıklaştırma işlemi için ağırlık merkezi yöntemi ile durulaştırma seçilmiştir. FLC'nin dört kuraldan oluşan kural

tabanı Çizelge 4.3'te verilmiştir, burada N, S, P sözel etiketleri sırasıyla negatif, sıfır ve pozitif anlamına gelmektedir.

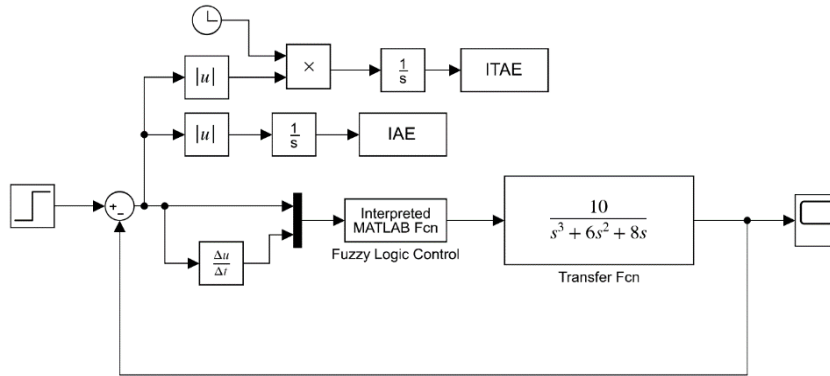
Çizelge 4.3 : Kural tablosu.

ce	N	P
e		
N	N	S
P	S	P

Daha sonra, FLC'nin giriş ve çıkış evrensel küme aralık çarpan katsayı değerleri genetik algoritma kullanılarak optimize edilmiştir. Optimizasyon işlemi sırasında uygunluk fonksiyonlarını belirlemek için IAE (mutlak hatanın toplamı) ve ITAE (zaman ağırlıklı hata karelerinin toplamı) performans kriterleri kullanılmıştır. Bu performans kriterleri denklem 4.10 ve 4.11'de verilmiştir. Şekil 4.8'de optimizasyon için kullanılan kapalı döngü kontrol sisteminin simülasyon blok diyagramı verilmiştir.

$$IAE = \int_0^T |e(t)|dt \quad (4.10)$$

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)|dt \quad (4.11)$$



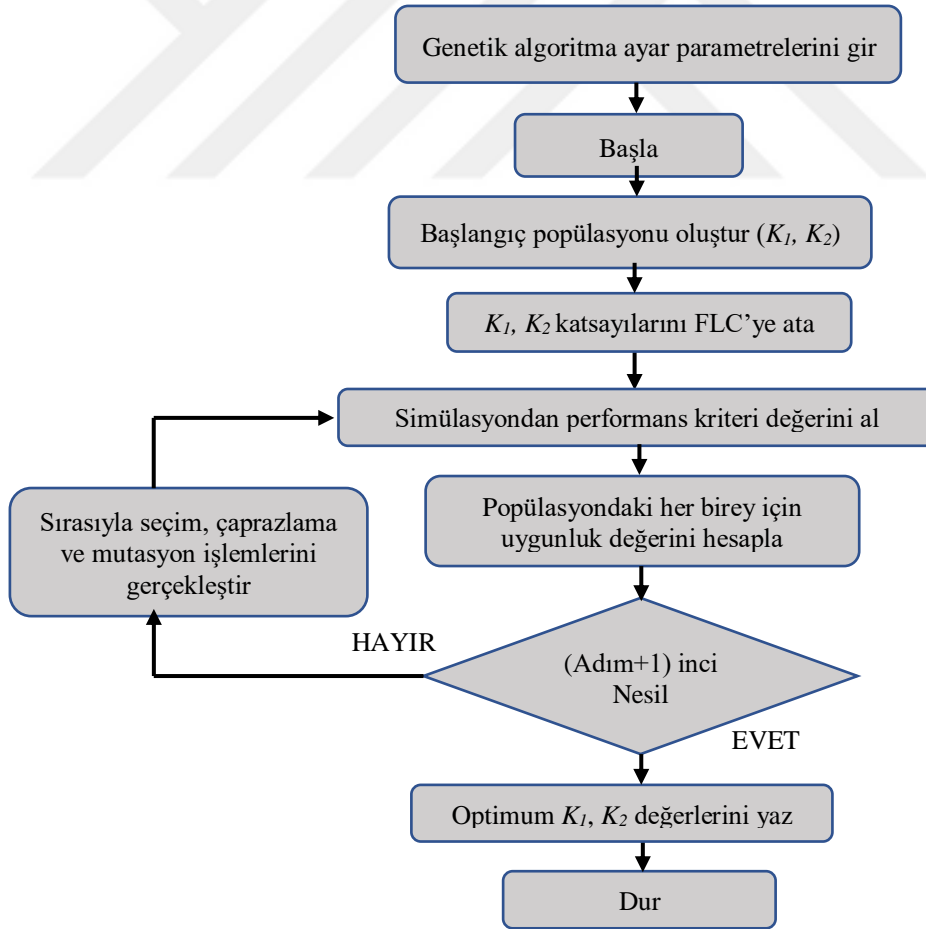
Şekil 4.8 : Performans kriterlerini kullanan FLC simülasyon blok diyagramı.

Optimizasyon işlemi için Matlab Optimizasyon Araç Kutusu kullanılmıştır. Bu işlem sırasında ayarlanması gereken parametre sayısı, alt limit (AL) ve üst limit (ÜL) değerleri belirlenmiştir. Ayrıca genetik algoritmanın nasıl çalışacağını belirleyen ayar parametreleri seçenekler kısmında tanımlanmıştır. Bu parametreler Çizelge 4.4'te verilmiştir.

Çizelge 4.4 : Optimizasyon için seçilen ayar parametreleri

AL	[1 1]
ÜL	[10 10]
Popülasyon Büyüklüğü	50
Maksimum Nesil	20
Çaprazlama Olasılığı	0.8
Seçim Yöntemi	Stokastik üniform

Simülasyon modelinde Genetik algoritmanın kullanılacağı ve FLC modeli için performans kriterlerini hesaplayan bir fonksiyon yazılmıştır. Optimizasyon programı çalıştırıldığında bu fonksiyon genetik algoritma tarafından üretilen başlangıç değerlerini alır, simülasyon modelini yükler, FLC'nin parametrelerini ayarlar, modeli çalıştırır, çıkış verilerini alır ve performans kriterlerini hesaplar. Genetik algoritma daha sonra bu değerleri kullanarak parametreleri optimize eder. FLC evrensel küme aralık çarpanı katsayılarının genetik algoritma ile optimize edilmesi süreci Şekil 4.9'da verilen akış şemasına göre gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4.9 : Genetik algoritma ile optimizasyon sürecinin akış şeması.

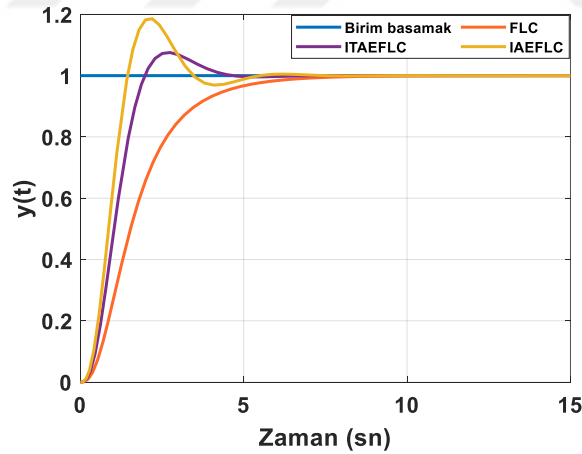
Optimum değer 20. nesil sonunda elde edilmiş olup performans kriterlerine göre optimizasyon sonucunda elde edilen evrensel kümeye ait aralık çarpan katsayıları Çizelge 4.5'te verilmiştir.

Çizelge 4.5 : IAE, ITAE kriterlerine göre optimizasyon sonucu elde edilen K_1 ve K_2 katsayıları.

Performans Kriterleri	Katsayılar	
	K_1	K_2
IAEFLC	1.120	5.935
ITAEFLC	1.113	4.257

Çizelge 4.5'te K_1 , hata $e(t)$ evrensel küme aralık çarpan katsayısıdır. K_2 , hatanın değişimi $\dot{e}(t)$ ve çıktı $u(t)$ evrensel küme aralık çarpan katsayısıdır.

Şekil 4.10'da optimize edilmemiş FLC, IAE kriteri ile optimize edilmiş FLC (IAEFLC olarak gösterilmiştir) ve ITAE kriteri ile optimize edilmiş FLC'nin (ITAEFLC olarak gösterilmiştir) birim basamak cevapları gösterilmektedir. Ayrıca, Çizelge 4.6'da yükselme süresi, yerleşme süresi, aşım yüzdesi ve hata değerleri de karşılaştırılarak verilmiştir.



Şekil 4.10 : FLC, IAEFLC ve ITAEFLC'nin birim basamak cevapları.

Çizelge 4.6 : FLC, IAEFLC VE ITAEFLC'nin performans karşılaştırması

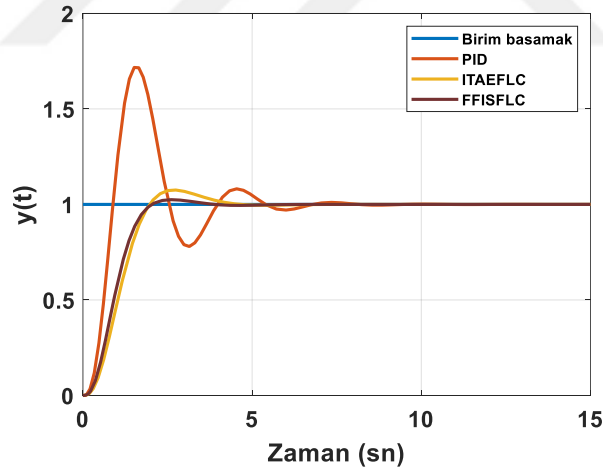
	Yükselme Zamanı (sn)	Oturma Zamanı (sn)	Yüzde Aşım (%)	Hata (e)
FLC	2.9062	5.7119	0	3.1455e-05
IAEFLC	0.9052	4.7096	18.5673	1.7819e-06
ITAEFLC	1.2126	3.9455	7.5335	8.5739e-08

Çizelge 4.6 incelendiğinde ITAE kriterinin IAE kriterine kıyasla oturma zamanı ve yüzde aşım açısından daha optimal sonuçlar sağladığı görülmektedir. Bu noktadan itibaren ITAE kriterine dayalı olarak geliştirilen bulanık mantık denetleyicinin geliştirilmesi ya da iyileştirilmesi için kesirli bulanık çıkarım sistemi kullanılacaktır. Kesirli bulanık çıkarım sistemini tasarım sürecine dahil etmek için Mazandarani tarafından Matlab ortamında geliştirilmiş program kullanılmıştır [61].

İlk olarak α ve β formları dikkate alınarak FFIS için kesirli indisler belirlenir. FLC'nin çıkış değişkeninde üç üyelik fonksiyonu olduğu için üç kesirli indis kullanılmıştır. Kesir indislerin en iyi değerleri deneme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Çalışma kapsamında kullanılan FFIS'e özgü kesir indisleri SET1'de verilmiştir.

$$SET\ 1 = \{0.2107, '\alpha', 0.008, '\alpha', 0.27269, '\beta'\} \quad (4.12)$$

Şekil 4.11'de yukarıda bahsedilen PID denetleyici, FLC (ITAEFLC) ve iyileştirilmiş FLC olarak ifade edebileceğimiz FFISFLC kullanılması ile elde edilen sistem birim basamak cevapları verilmiştir. Ayrıca PID, FLC (ITAEFLC) ve FFISFLC'nin zaman cevabı parametreleri Çizelge 4.7'de verilmiştir.



Şekil 4.11 : PID, ITAEFLC ve FFISFLC'nin birim basamak cevapları.

Çizelge 4.7 : PID, ITAEFLC ve FFISFLC'nin performans karşılaştırması

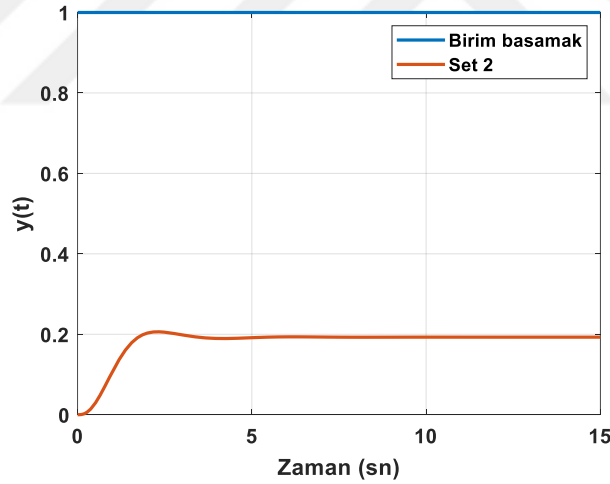
	Yükselme Zamanı (sn)	Oturma Zamanı (sn)	Yüzde Aşım %	Hata (e)
PID	0.5244	6.3318	71.6915	9.9764e-06
ITAEFLC	1.2126	3.9455	7.5335	8.5739e-08
FFISFLC	1.1728	2.9957	2.4883	7.2193e-08

Şekil 4.11 incelendiğinde ITAE kriterine göre optimize edilmiş Mamdani FIS’li FLC’nin, denklem 4.9’daki PID denetleyiciden daha iyi sonuçlar verdiği ve optimize edilmiş FLC’ye FFIS uygulandığında daha da iyi sonuçlar elde edilebildiği görülmektedir. Ayrıca Çizelge 4.7’deki performans karşılaştırması sonuçlarına göre, FFIS’in kullanılması ile birim basamak cevabında, yerleşme süresi ve aşım yüzdesi açısından önemli ölçüde iyileşme sağlandığı görülmektedir. FFIS’in bu başarısı, Mamdani FIS’ten elde edilen bilgi uzayını (veya hacmini) kesirli indisler kullanarak daha etkin bir şekilde hesaba katması şeklinde yorumlanabilir.

Kesirli yatay çerçevelerin düzenlenmesinde kullanılan kesirli indisler birden farklı olması durumunda α ve β formalarının doğru seçim yapılması oldukça önemlidir. Aksi takdirde istenilen sistem performansı sağlanamayabilir. Örneğin, denklem 4.12’deki β indisi yerine α indisi olarak aşağıdaki gibi alınması durumunda

$$\mathbf{SET\ 2} = \{0.2107, ' \alpha ', 0.008, ' \alpha ', 0.27269, ' \alpha ' \} \quad (4.13)$$

SET 2 için birim basamak cevabı Şekil 4.12’de gösterilmektedir.

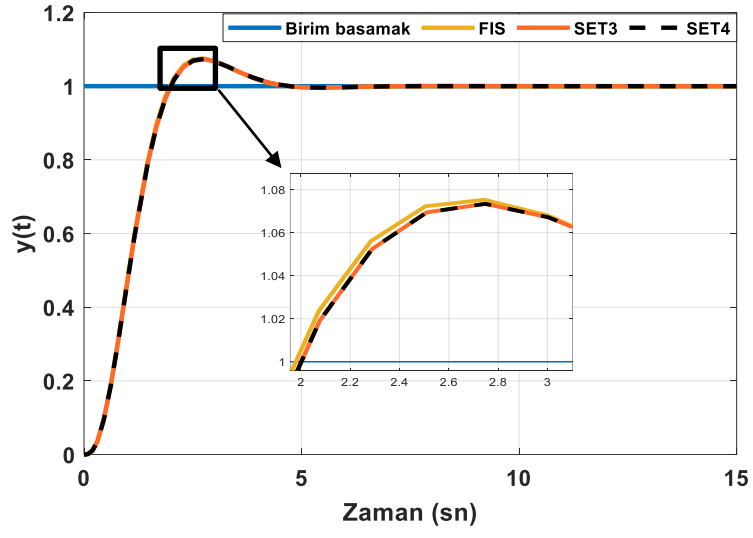


Şekil 4.12 : FFIS için SET 2'nin birim basamak cevabı.

Kesirli indisler denklem 4.14'teki gibi olduğunda FFIS ve Mamdani FIS aynıdır, bu durumda α ve β indislerinin herhangi bir etkisi yoktur. Şekil 4.13, bu durum için birim basamak cevaplarını göstermektedir.

$$\mathbf{SET\ 3} = \{1, ' \beta ', 1, ' \beta ', 1, ' \beta ' \} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{SET\ 4} = \{1, ' \alpha ', 1, ' \alpha ', 1, ' \alpha ' \}$$



Şekil 4.13 : SET 3 ve SET 4 için birim basamak cevapları.

5. SONUÇ

Bu tez çalışmasında öncelikle bazı bulanık akıl yürütme yöntemlerinden kısaca bahsedilmiş, ardından bulanık akıl yürütme ve kesirli bulanık çıkarım sistemi hakkında teorik bilgiler sunularak benzetim uygulamalarına geçilmiştir. Kesirli bulanık çıkarım sistemi kullanılarak transfer fonksiyonları bilinen sistemlerin kontrolü üzerine iki farklı benzetim çalışması gerçekleştirilmiştir.

Birinci çalışmada kesirli bulanık çıkarım sisteminin uygulanabilirliğini ve etkinliğini göstermek için bir DC motor konum kontrol uygulaması sunulmuştur. Farklı kesirli indis kümeleri için FFIS ile elde edilen sonuçlar, Mamdani FIS ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. FFIS’de kırılma indisinin ayarlanmasıyla daha hızlı birim basamak cevaplarının elde edilebileceği gösterilmiştir. Ayrıca FFIS’in kırılma indisinin sıfıra yakın değeriyle Mamdani FIS gibi davranabildiği gözlemlenmiştir.

İkinci çalışmada yüksek dereceli bir sistemin olduğu kapalı çevrim bir kontrol sistemi için FFIS ile bir bulanık mantık denetleyici tasarlanmıştır. FFIS ile tasarlanan bulanık mantık denetleyici kullanılarak elde edilen sistem birim basamak cevabının, Mamdani FIS ile tasarlanan bir bulanık mantık denetleyicisi ve bir PID denetleyicisinin birim basamak cevaplarına göre daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu çalışma için öncelikle Mamdani FIS ile tasarlanan bulanık mantık denetleyicinin performansının iyileştirilmesi için evrensel küme aralığı optimize edilmiştir. Evrensel küme aralık katsayılarını optimize etmek için IAE, ITAE kriterlerine dayalı genetik algoritma kullanılmıştır. Daha sonra ITAE kriteri kullanılarak gerçekleştirilen optimizasyon sonucuna göre tasarlanan bulanık mantık denetleyicinin performansının daha iyi olduğu tespit edilmiş ve bu doğrultuda FFIS uygulamasında kullanılmak üzere ITAE kriterine göre tasarlanan Mamdani FIS tercih edilmiştir. Tasarım sürecinin sonunda elde edilen birim basamak cevaplarının karşılaştırılması ile FFIS kullanılarak tasarlanan bulanık mantık denetleyicinin performansının daha da iyileştiği gözlemlenmiştir.

Genel olarak bu tez çalışmasında kontrol uygulamalarında kesirli bulanık çıkarım sistemi kullanımının Mamdani FIS tabanlı kontrol uygulamalarına göre daha iyi sonuçlar elde etme potansiyeli gözlemlenmiştir. Yapılan benzetim çalışmalarının sonucunda FFIS’in hassas kontrol sağlama kabiliyeti sayesinde daha etkili bir performans sergilemesiyle öne çıktığını göstermektedir. Sonuç olarak FFIS, daha önce geleneksel FIS'in uygulandığı

bulanık kontrol sistemleri için daha etkili ve kabul edilebilir sonuçlar sağlama potansiyeline sahiptir.

Gelecek çalışmalarda ele alınabilecek konular için bazı öneriler aşağıda verilmiştir.

- Kesirli bulanık çıkarım sisteminde kullanılan sabit ve dinamik kesirli indisler genetik algoritma kullanılarak ayarlanabilir.
- Bu çalışmada üçgen ve yamuk üyelik fonksiyonları kullanılarak bulanık mantık kontrol uygulamaları geliştirilmiştir ancak çeşitli diğer üyelik fonksiyonlar ile kullanılacak şekilde FFIS geliştirilebilir.
- FFIS, çok girişli-tek çıkışlı sistemlerde uygulanabilmektedir. Çok girişli-çok çıkışlı sistemler için geliştirilebilir.
- FPGA kartı üzerinde gerçek zamanlı kontrol uygulamaları gerçekleştirilebilir.
- Mevcut durumda FFIS “.m” dosyası aracılığıyla uygulanmaktadır. Ancak gelecekte bu işlemi kolaylaştırmak adına bir Matlab araç kutusu oluşturulabilir.
- PID denetleyici tasarımında K_p , K_i , K_d parametrelerin ayarlanmasında FFIS kullanılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] **Siddique, N.** (2014). *Intelligent Control: A Hybrid Approach Based on Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms*. Springer Cham.
- [2] **Zadeh, L. A.** (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353.
- [3] **Wang, H. O., Tanaka, K., & Griffin, M. F.** (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems Template*, 4(1), 14–23.
- [4] **Kilinceci, O., & Onal, S. A.** (2011). Fuzzy AHP approach for supplier selection in a washing machine company. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 9656–9664
- [5] **Korytkowski, M., Rutkowski, L., & Scherer, R.** (2016). Fast image classification by boosting fuzzy classifiers. *Information Sciences*, 327, 175–182.
- [6] **Wang, W. J., Chou, H. G., Chen, Y. J., & Lu, R. C.** (2017). Fuzzy control strategy for a hexapod robot walking on an incline. *International Journal of Fuzzy Systems*, 19(6), 1703–1717.
- [7] **Bezdek, J. C., Keller, J., Krisnapuram, R., & Pal, N. R.** (2005). *Fuzzy models and algorithms for pattern recognition and image processing*. Springer.
- [8] **Sanchez-Roger, M., Oliver-Alfonso, M. D., & Sanchís-Pedregosa, C.** (2019). Fuzzy logic and its uses in finance: A systematic review exploring its potential to deal with banking crises. In *Mathematics* 7(11), 1091.
- [9] **Yen, J.** (1999). Fuzzy logic - a modern perspective. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 11(1), 153–165.
- [10] **Zadeh, L. A.** (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3(1), 28–44.
- [11] **Peckol, J. K.** (2021). *Introduction to Fuzzy Logic*. John Wiley & Sons.
- [12] **Antão, R., Mota, A., Escadas, R., José, M., & Machado, T.** (2017). *Type-2 Fuzzy Logic Uncertain Systems' Modeling and Control With contributions by*. Springer.
- [13] **Altas, I. H.** (2017). *Fuzzy logic control in energy systems with design applications in MATLAB /Simulink*.
- [14] **Li, F., Shang, C., Li, Y., Yang, J., & Shen, Q.** (2021). Approximate reasoning with fuzzy rule interpolation: background and recent advances. *Artificial Intelligence Review*, 54(6), 4543–4590.
- [15] **Zadeh, L. A.** (1975b). The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I. *Information Sciences*, 8(3), 199–249
- [16] **Zadeh, L. A.** (1975c). The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-II. *Information Sciences*, 8(4), 301–357.
- [17] **Zadeh, L. A.** (1975d). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-III. *Information Sciences*, 9(1), 43–80.

- [18] **Kacem, S. B. H., Borgi, A., & Ghedira, K.** (2008). Generalized Modus Ponens based on linguistic modifiers in a symbolic multi-valued framework. *Proceedings of the 38th International Symposium on Multiple-Valued Logic*, 150–155.
- [19] **Celikyilmaz, A., & Türksen, I. B.** (2009). *Modeling Uncertainty with Fuzzy Logic: With Recent Theory and Applications*. Springer-Verlag
- [20] **Mamdani, E. H.** (1974). Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 121(12), 1585–1588.
- [21] **Mamdani, E. H., & Assilian, S.** (1975). An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. *IEEE Transactions on Computers*, 7(1), 1–13.
- [22] **Sugeno, M.** (1985). An introductory survey of fuzzy control. *Information Sciences*, 36(1–2), 59–83
- [23] **Baldwin, J. F.** (1979). A new approach to approximate reasoning using a fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, 2(4), 309–325.
- [24] **Wang, G. J.** (1999). On the logic foundation of fuzzy reasoning. *Information Sciences*, 117(1–2), 47–88.
- [25] **Zhou, B., Xu, G., & Li, S.** (2015). The Quintuple Implication Principle of fuzzy reasoning. *Information Sciences*, 297, 202–215.
- [26] **Guan, J. W., & Bell, D. A.** (1997). Approximate Reasoning and Evidence Theory. *Information Sciences*, 96(3–4), 207–235.
- [27] **Turksen, I. B., & Zhong, Z.** (1988). An Approximate Analogical Reasoning Approach Based on Similarity Measures. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 18(6), 1049–1056.
- [28] **Turksen, I. B., & Zhong, Z.** (1990). An approximate analogical reasoning schema based on similarity measures and interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 34(3), 323–346.
- [29] **Raha, S., Hossain, A., & Ghosh, S.** (2008). Similarity based approximate reasoning: fuzzy control. *Journal of Applied Logic*, 6(1), 47–71.
- [30] **Ding, L., Shen, Z., & Mukaidono, M.** (1989). A New Method for Approximate Reasoning. *The Nineteenth International Symposium on Multiple-Valued Logic*.
- [31] **Shen, Z., Ding, L., Lui, H. C., Wang, P.-Z., & Mubidono, M.** (1992). Revision principle for approximate reasoning (based on semantic revising method). *Proceedings of the 22nd International Symposium on Multiple-Valued Logic*, 467–473.
- [32] **Castro, J. L., Trillas, E., & Zurita, J. M.** (1998). Non-monotonic fuzzy reasoning. *Fuzzy Sets and Systems*, 94(2), 217–225.
- [33] **Maeda, H., Asaoka, S., & Murakami, S.** (1996). Dynamical fuzzy reasoning and its application to system modeling. *Fuzzy Sets and Systems*, 80(1), 101–109.
- [34] **Son, I. M., Kwak, S. I., & Choe, M. O.** (n.d.). *Fuzzy Approximate Reasoning Method based on Least Common Multiple and Its Property Analysis*. Lcm, 1–18.

- [35] Kwak, S. I., Ryu, U. S., Kim, G. J., & Jo, M. H. (2019). A fuzzy reasoning method based on compensating operation and its application to fuzzy systems. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 16(3), 17–34.
- [36] Hirota, K. (1993). Approximate Reasoning by Linear Rule Interpolation and General Approximation. *International Journal of Approximate Reasoning*, 9(3), 197–225.
- [37] Kóczy, L. T., & Hirota, K. (1997). Size Reduction by Interpolation in Fuzzy Rule Bases. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 27(1), 14–25.
- [38] Ho, C., Li, J., & Gwak, S. (2010). Research of a new fuzzy reasoning method by moving of fuzzy membership functions. *Proceedings - 2010 International Symposium on Intelligence Information Processing and Trusted Computing, IPTC 2010*, 4, 297–300.
- [39] Cai, K. Y., & Zhang, L. (2008). Fuzzy reasoning as a control problem. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(3), 600–614.
- [40] Zhang, L., & Cai, K. Y. (2004). Optimal fuzzy reasoning and its robustness analysis. *International Journal of Intelligent Systems*, 19(11), 1033–1049.
- [41] Tomlin, L., Anderson, D. T., Wagner, C., Havens, T. C., & Keller, J. M. (2016). Fuzzy Integral for Rule Aggregation in Fuzzy Inference Systems. In *Springer International Publishing*, 78–90.
- [42] Mazandarani, M., & Jianfei, P. (2023). The Q-Fractionalism Reasoning Learning Method. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 1–15.
- [43] Deng, G., & Jiang, Y. (2014). Fuzzy reasoning method by optimizing the similarity of truth-tables. *Information Sciences*, 288, 290–313.
- [44] Jin, S., Shen, Q., & Peng, J. (2019). Backward Fuzzy Rule Interpolation. In *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. Springer Singapore.
- [45] Mazandarani, M., & Li, X. (2020). Fractional Fuzzy Inference System: The New Generation of Fuzzy Inference Systems. *IEEE Access*, 8, 126066–126082.
- [46] Mazandarani, M., & Xiu, L. (2022). Interval type-2 fractional fuzzy inference systems: Towards an evolution in fuzzy inference systems. *Expert Systems with Applications*, 189, 115947.
- [47] Ross, T. J. (2010). *Fuzzy logic with engineering applications*. John Wiley.
- [48] Siddique, N., & Adeli, H. (2013). *Computational intelligence: synergies of fuzzy logic, neural networks, and evolutionary computing*. John Wiley & Sons.
- [49] Zimmermann, H. J. (2001). Fuzzy Set Theory—and Its Applications. In *Fuzzy Set Theory—and Its Applications*. Springer Science & Business Media.
- [50] Jager, R. (1995). *Fuzzy logic in control*.
- [51] Hanss, M. (2005). *Applied Fuzzy Arithmetic An Introduction with Engineering Applications*. Springer-Verlag.
- [52] Hooda, D. S., & Raich, V. (2017). *Fuzzy logic models and fuzzy control: An introduction*. Alpha Science International.

- [53] **Reznik, L.** (1997). *Fuzzy Controllers*. Oxford.
- [54] **Chakraverty, S., Sahoo, D. M., & Mahato, N. R.** (2019). *Concepts of Soft Computing: Fuzzy and ANN with Programming*. Springer.
- [55] **Zadeh, L. A.** (1975a). Calculus of fuzzy restrictions. *Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes*, 1–39.
- [56] **Dubois, D., & Prade, H.** (1984). Fuzzy logics and the generalized modus ponens revisited. *Cybernetics and Systems*, 15(3–4), 293–331.
- [57] **Bai, Y., Zhuang, H., & Wang editors, D.** (2006). *Advanced Fuzzy Logic Technologies in Industrial Applications*. Springer.
- [58] **Piegat, A., & Landowski, M.** (2015). Horizontal Membership Function and Examples of its Applications. *International Journal of Fuzzy Systems*, 17(1), 22–30.
- [59] **Cengiz, M., & Deniz, F. N.** (2022). Position Control of DC Motor Using Fractional Fuzzy Inference System (FFIS). *14th International Conference On Engineering & Natural Sciences*, 628–639.
- [60] **Namazov, M., & Basturk, O.** (2010). DC Motor Position Control Using Fuzzy Proportional-Derivative Controllers With Different Defuzzification Methods. *TJFS: Turkish Journal of Fuzzy Systems*, 1(1), 36–54.
- [61] **Mazandarani, M.** (2022). *Fractional Fuzzy Inference Systems (FFISs): MATLAB function* (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/84195-fractional-fuzzy-inference-systems-ffiss-matlab-function>). MATLAB Central File Exchange.
- [62] **Vaishnav, S. R., & Khan, Z. J.** (2007). Design and Performance of PID and Fuzzy Logic Controller with Smaller Rule Set for Higher Order System. *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*.
- [63] **Malhotra, R., Singh, N., & Singh, Y.** (2011). Genetic Algorithms: Concepts, Design for Optimization of Process Controllers. *Computer and Information Science*, 4(2), 39–54.

ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Mahmut CENGİZ

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2018, İnönü Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
- **Yüksek Lisans** : 2024, İnönü Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

YÜKSEK LİSANS TEZİNDEN TÜRETİLEN ÇALIŞMALAR

- **Cengiz, M., & Deniz, F. N. (2022)**. Position Control of DC Motor Using Fractional Fuzzy Inference System (FFIS). *14th International Conference On Engineering & Natural Sciences*, 628–639.
- **Cengiz, M., Deniz, F. N., & Ozguven, O. (2023)**. Comparative Performance Evaluation of Fractional Fuzzy Inference System for A High-Order System. In *2023 7th International Symposium on Innovative Approaches in Smart Technologies (ISAS)* (pp. 1-6). IEEE.