

**T.C.
CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI
UYGULAMALI MATEMATİK BİLİM DALI**

**KIRIŞ DENKLEMLERİNİN
ANALİTİK VE YAKLAŞIK ÇÖZÜMLERİ**

Erhan KOCA

**Danışman
Yrd. Doç. Dr. Duygu DÖNMEZ DEMİR**



MANİSA-2016

**Erhan
KOCA**

KIRIŞ DENKLEMLERİNİN ANALİTİK VE YAKLAŞIK ÇÖZÜMLERİ

2016

TEZ ONAYI

Erhan KOCA tarafından hazırlanan "**Kiriş Denklemlerinin Analitik ve Yaklaşık Çözümleri**" adlı tez çalışması 14/07/2016 tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Matematik Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak savunulmuş ve **oyçokluğu / oybirliği** ile başarılı olarak kabul edilmiştir.

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Duygu DÖNMEZ DEMİR
Celal Bayar Üniversitesi

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Necdet BİLDİK
Celal Bayar Üniversitesi

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Turgut ÖZİŞ
Ege Üniversitesi

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Mehmet SEZER
Celal Bayar Üniversitesi

Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Yusuf PANDIR
Bozok Üniversitesi

TAAHHÜTNAME

Bu tezin Celal Bayar Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.

Erhan KOCA



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
İÇİNDEKİLER	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	II
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	III
TABLO DİZİNİ	IV
TEŞEKKÜR.....	V
ÖZET.....	VI
ABSTRACT.....	VII
1. GİRİŞ	1
2. ADOMİAN AYRIŞIM METODU	4
3. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILIŞI	7
4. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ	16
5. UYGULAMALAR	20
5.1. Eksenel hareketli giriş	20
5.2. Düzgün olmayan Euler-Bernoulli giriş	25
6. SONUÇ VE ÖNERİLER	37
KAYNAKLAR	38
ÖZGEÇMİŞ	41

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

A_n	Adomian Polinomları
E	Elastisite modülü
I	Kütle ataleti
\mathcal{L}	Lagrangian
δ	Varyasyon
ρ	Kirişin yoğunluğu
L_x	x değişkenine bağlı türev operatörü
L_t	t değişkenine bağlı türev operatörü
L_t^{-1}	t değişkenine bağlı ters operatör
AAM	Adomian Ayrıştırma Metodu
TSM	Taylor Seri Metodu

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 3.1. Hareketli şeritten alınan parça üzerinde yer değiştirmelerin görünüşü	7
Şekil 4.1. Bükülmüş kiriş	16
Şekil 4.2. Bükülmüş bir kiriş elemanın serbest cisim diyagramı.....	17
Şekil 5.1. Eksenel hareketli kirişin fiziksel modeli.....	20
Şekil 5.2. Farklı hız değerleri için yer değiştirme-zaman grafiği	24
Şekil 5.3. Farklı v_f için yer değiştirme-zaman grafiği.....	24



TABLO DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 5.1. $\alpha = 0.01$ için nümerik sonuçların karşılaştırılması	36



TEŞEKKÜR

Çalıőmamın her aőamasında bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren danışman hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Duygu DÖNMEZ DEMİR' e, bilgi ve tecrübesi ile lisansüstü öğrenim hayatımın tüm zorlu aőamalarında yardımcı olan, tecrübeleri ile beni aydınlatan ve desteğini hiç eksik etmeyen, kendisini tanımaktan büyük onur duyduğum sevgili hocam Sayın Prof. Dr. Necdet BİLDİK' e, öğrenim hayatım boyunca beni maddi ve manevi olarak destekleyen ve hep yanımda olan aileme yürekten teşekkür ederim.

Erhan KOCA
Manisa, 2016



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Kiriş Denklemlerinin Analitik ve Yaklaşık Çözümleri

Erhan KOCA

Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Duygu DÖNMEZ DEMİR

Bu tez altı bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde, Adomian Ayrışım Metodu (AAM) hakkında genel bilgiler verilmiştir. Ayrıca giriş ve kolon gibi yapı elemanlarına ilişkin temel kavramlar verilmiştir.

İkinci bölümde, AAM'nin tanımı ve genel işleyişi ortaya konulmuştur.

Üçüncü ve dördüncü bölümde ise sırasıyla, hareket denklemlerinin çıkarılışı ve Euler-Bernoulli giriş teorisi genel anlamda göz önüne alınmıştır.

Beşinci bölümde, AAM'nin aksel hareketli giriş denklemine ve düzgün olmayan Euler-Bernoulli giriş denklemine uygulaması ele alınmıştır.

Son bölümde ise, çalışmaya ait sonuçlara ve önerilere yer ayrılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Adomian Ayrışım Metodu, aksel hareketli giriş, düzgün olmayan Euler-Bernoulli girişi

2016, 41 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

Analytical and Approximate Solutions of the Beam Equations

Erhan KOCA

**Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Mathematics**

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Duygu DÖNMEZ DEMİR

This thesis consists of six chapters. In the first chapter, general informations are given related to Adomian Decomposition Method. Besides, the fundamental concepts regarding the structural elements such as the beam and column are introduced.

In the second chapter, the definition and general operation of AAM is presented.

In the third and fourth chapters, derivation of the equations of motion and Euler-Bernoulli beam theory are considered, respectively.

In the fifth chapter, applying to axially moving beam and non-uniform beam equations of AAM is given.

In the last section, the conclusions and recommendations of this study are proposed.

Keywords: Adomian Decomposition Method, axially moving beam, non-uniform Euler-Bernoulli beam

2016, 41 pages

1. GİRİŞ

Matematik, fizik, kimya, biyoloji, astronomi gibi temel bilimler ile endüstri, tıp ve mühendislik gibi uygulamalı bilimlerde karşımıza çıkan pek çok problemin çözümünde çeşitli yöntemlere başvurulur. Bu yöntemlerden kolaylıkla uygulanabilirlik açısından en çok tercih edilen metotlardan birisi ise Adomian Ayrışım Metodu (AAM) dir [1]. Bu yöntem George Adomian tarafından 1980'li yıllarda bilim dünyasına kazandırılmıştır. Ünlü matematikçi bu metotla ilgili tüm çalışmalarını kitabında toplamıştır [2]. 1922-1996 yılları arasında yaşamış olan Amerikalı bilim adamı tarafından geliştirilen bu yöntem, lineer veya lineer olmayan denklemler, adi veya kısmi diferansiyel denklemler, cebirsel, integral-integro-diferansiyel denklemler ve denklem sistemlerini çözüme kavuşturmada birçok kolaylık sağlamıştır. Lineerleştirme ve pertürbasyon gibi tekniklere başvurulmadan problemi çözüme ulaştırma ve hızlı yakınsama, bu yarı analitik yöntemin en önemli avantajıdır. AAM non-lineer denklemlerin çözümüne uygulanırken bu metoda ait serinin terimleri Adomian polinomları adı verilen polinomlardan meydana gelir. Bu polinomlar analitik fonksiyonun kuvvet serisine açılımından oluşturulur ve A_n sembolüyle ifade edilir.

Birçok araştırmacı, gerek uygulama, gerekse de bilinen diğer yöntemlerle benzer ya da farklı yönlerini tespit etmek amacıyla AAM'yi kullanmıştır. Wazwaz, 1998 yılında Taylor Seri Metodu (TSM) ve AAM'yi kullanarak lineer ve non-lineer denklemler için bu iki metodu karşılaştırmıştır [3]. Bu karşılaştırma ile, AAM'nin TSM'ye göre daha güvenilir, etkili ve kolay uygulanabilir olduğu görülmüştür. Ayrıca AAM'nin daha hızlı yakınsamaya sahip olduğunu da tespit etmiştir. Wazwaz daha sonra, oluşturduğu algoritmayla non-lineer denklemlerin çözümünde Adomian polinomlarını hesaplamak için önemli bir yaklaşım ortaya koymuştur [4]. Bunu takiben 1995 yılında Cherruault ve arkadaşları [5], 2006 yılında ise Hosseini ve Nasabzadeh [6] AAM'nin yakınsaklığını incelemişlerdir. Abbaoui ve Cherruault, Cauchy probleminin çözümünde AAM'yi kanonik formu kullanmadan uygulamış, ayrıca Picard metodu ile AAM'yi kıyaslamıştır [7]. Yine, Babolian ve Biazar, beraber yaşayan biyolojik canlılardan türetilen non-lineer integro-diferansiyel denklem sistemini çözmek için AAM yi uygulamıştır [8]. 2003 yılında, Sayed ve Abdel Aziz, integro-diferansiyel denklem çözümünde Galerkin ve AAM yi

karşılaştırmışlar ve AAM'nin daha etkili ve kolay uygulanabilir olduğunu belirtmişlerdir [9]. Abbasbandy, Blasius denkleminin sayısal çözümünde, Homotopi Pertürbasyon Metodu ile AAM'nin karşılaştırılmasını yaparken, AAM'nin daha doğru sonuçlar verdiğini ifade etmiştir [10]. Lorenz sistemlerinde de AAM ile ilgili oldukça önemli sonuçlar elde edilmiştir. Hashim ve arkadaşları, AAM'yi Lorenz sistemine uygulamışlar ve bunun sonucunda da oldukça yüksek doğruluk elde etmişlerdir. Ayrıca AAM ile Runge-Kutta metotlarını karşılaştırmışlardır [11]. Guellal ve arkadaşları, meteoroloji alanındaki Lorenz sistemini ele alan diğer bilim adamlarıdır [12]. Repaci, deterministik tipteki adi diferansiyel denklemi analiz etmiş olup, yakınsaklığı ve kararlılığını da ele almıştır [13]. Hashim ve arkadaşları, genelleştirilmiş non-linear Burgers-Huxley denklemi için AAM'nin yakınsaklığını göstermişlerdir [14]. Ayrıca Hashim, AAM'yi hem lineer hem de non-linear sınır değer problemlerine uygulamıştır [15]. AAM Babolian ve arkadaşları tarafından ikinci çeşit lineer ve non-lineer Fredholm integral denklemlere uygulanmış ve metodun yakınsaklığına dair önemli sonuçlar elde edilerek örnekler verilmiştir [16]. Bu yöntemin kesirli diferansiyel denklemlere de uygulanabildiği görülmüştür. Ray ve Bera, kesirli diferansiyel denklemin çözümünü AAM ile elde etmiş ve Truncated Seri Metodu ile karşılaştırılmasını da elde etmişlerdir [17]. Ayrıca, AAM'yi kesirli difüzyon denklemine uygulayarak, bu yöntemin daha kullanışlı ve kolay uygulanabilir olduğunu vurgulamışlardır [18]. İsmail ve arkadaşları, literatürde iyi bilinen Burger's-Huxley ve Burger's-Fisher denklemlerini başlangıç şartları altında AAM ile çözmüşlerdir [19]. El-Tawil ve arkadaşları, Riccati diferansiyel denklemin çözümünde AAM'yi kullanmışlardır [20]. Gejji ve Jafari, kesirli diferansiyel denklem sisteminin çözümünü AAM uygulayarak elde etmişlerdir [21].

Kiriş ve kolon gibi yapı elemanları, başta inşaat ve makine mühendisliği olmak üzere birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Euler-Bernoulli ve Timoshenko giriş teorisi olmak üzere mekanikte iki temel giriş teorisi vardır. Euler-Bernoulli giriş teorisi, düzgün izotropik bir girişin elastikliğinin basitleştirilmiş bir ifadesidir. 1750'li yıllarda Leonhard Euler ve Jacob Bernoulli tarafından geliştirilen bu giriş teorisi ile girişlerin yük taşıma ve çökme karakteristikleri hesaplanmaktadır. Euler-Bernoulli'nin daha gelişmiş olan Timoshenko girişi ise, girişteki kayma ve dönmenin oluşturduğu eylemsizlik momentinin Euler-Bernoulli teorisine ilave edilmiş halidir. Kayma ve eylemsizlik momentinin de göz önünde bulundurulduğu

Timoshenko kirişinin hesabında, Euler-Bernoulli'ye kıyasla sonuçların daha hassas ve doğru olduğu belirgindir. Timoshenko kiriş teorisinden özellikle büyük kesitli kirişler için daha kesin sonuçların elde edildiği görülür.

Birçok bilim adamı AAM'yi kiriş denklemlerine uygulamış ve oldukça başarılı sonuçlar elde etmiştir. Hsu ve arkadaşları, düzgün Timoshenko kiriş teorisinin titreşim problemine AAM'yi uygulayarak hem analitik hem de yaklaşık çözümleri hesaplamış ve sonuçların daha güvenilir olduğunu ortaya koymuşlardır [22]. Ardından Farshidian ve arkadaşları, Euler-Bernoulli stepped kirişinin deplasmanını ve doğal frekansını yüksek doğrulukla hesaplamışlardır [23]. Mao ise çalışmasında, AAM'nin etkili ve doğru sonuçlar verdiğini savunmuştur [24]. Ayrıca Mao ve arkadaşları, stepped kirişin titreşim analizi ile ilgili yaptığı çalışmada, karşılaştırdığı çözümler arasından en iyi sonucu AAM'nin verdiğini ortaya koymuşlardır [25]. Zu-feng ve Xiao-yan, keyfi başlangıç şartlarını dikkate alarak, kesirli sönümlü kiriş denkleminin analitik çözümü için AAM'yi kullanmışlardır [26]. Baker ve Zeitoun, elastik destekli kirişin AAM ile çözümünü incelemiştir [27]. Yazarların bu çalışmasında ele aldıkları problemin çözümünde çoklu integraller kullanılmıştır. Yaman ise kütle taşıyan konsol kirişin doğal frekansını AAM ile incelemiştir [28].

Bu çalışmada, öncelikle hareket denklemlerinin çıkarılışı ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi hakkında genel bir bilgi verilmiştir. Daha sonra, inşaat ve makine mühendisliğinde ortaya çıkan eksenel hareketli kiriş denklemlerinin ve düzgün olmayan kiriş denklemlerinin çözümü AAM ile ele alınmıştır. Herhangi bir lineerleştirme veya pertürbasyona gerek olmayan bu yöntem, kolay uygulanabilirlik açısından oldukça kullanışlıdır.

2. ADOMIAN AYRIŞIM METODU

F hem lineer hem de lineer olmayan terimleri içeren bir diferansiyel operatör olmak üzere,

$$Fu(x) = g(x) \quad (2.1)$$

denklemini göz önüne alalım. L tersi mevcut olan ve diferansiyel denklemin en yüksek mertebeden türevini, N diferansiyel denklemin lineer olmayan terimini, R de lineer operatörün geriye kalan kısmını temsil etmek üzere, (2.1) denklemi,

$$Lu + Ru + Nu = g \quad (2.2)$$

biçiminde yazılır. (2.2) denklemi, yüksek mertebeden türevi yalnız bırakmak amacıyla tekrar düzenlenirse,

$$Lu = g - Ru - Nu \quad (2.3)$$

elde edilir. L operatörünün tersi olan

$$L^{-1} = \int \dots \int (\cdot) dt^n \quad (2.4)$$

(2.3) denkleminin her iki tarafına uygulandığında,

$$L^{-1}Lu = L^{-1}g - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu \quad (2.5)$$

bulunur. Böylece (2.5) denklemi,

$$L^{-1}Lu = u(x, t) - u(x, 0) - tu'(x, 0) - \frac{t^2}{2!}u''(x, 0) - \dots - \frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u^{(n-1)}(x, 0) \quad (2.6)$$

olarak yazılır. (2.6) denklemi (2.5) denkleminde yerine yazılırsa,

$$f(x,t) = u(x,0) + tu'(x,0) + \dots + \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u^{(n-1)}(x,0) \quad (2.7)$$

olmak üzere,

$$u(x,t) = f(x,t) + L^{-1}g - L^{-1}(Ru) - L^{-1}(Nu) \quad (2.8)$$

elde edilir. Bu metoda göre $u(x,t)$ bilinmeyen fonksiyonu,

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x,t) \quad (2.9)$$

biçiminde, lineer olmayan terim olarak ifade edilen Nu ise

$$Nu = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(u_0, u_1, \dots, u_n) \quad (2.10)$$

şeklinde sonsuz serilerle gösterilir. A_n terimleri Adomian polinomları olmak üzere, (2.9) eşitliğinin (2.8) eşitliğinde yerine yazılmasıyla,

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n = f(x,t) + L^{-1}g(x,t) - L^{-1}R \sum_{n=0}^{\infty} u_n - L^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \quad (2.11)$$

sonucuna ulaşılır. Daha sonra,

$$\begin{aligned} u_0 &= f(x,t) + L^{-1}g(x,t) \\ u_1 &= -L^{-1}(R(u_0)) - L^{-1}(A_0) \\ u_2 &= -L^{-1}(R(u_1)) - L^{-1}(A_1) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (2.12)$$

terimleri bulunur. Bu şekilde devam edilerek,

$$u_{n+1} = -L^{-1}(Ru_n) - L^{-1}(A_n), n \geq 0 \quad (2.13)$$

rekürans bağıntısına ulaşılır. Adomian polinomları olarak isimlendirilen A_n polinomlarında her bir non-linear terim için genelleştirme yapılır. Bu genelleştirmede, A_0 terimi yalnızca u_0 'a, A_1 terimi u_0 ve u_1 'e, A_2 terimi u_0 , u_1 ve u_2 'ye bağlıdır. Diğer terimler ise benzer şekilde kolaylıkla elde edilebilir.

Denklemin çözümünün sayısal verilerine ulaşmak için,

$$\varphi_n(x, t) = \sum_{i=0}^{n-1} u_i(x, t), n \geq 0 \quad (2.14)$$

olmak üzere,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n = u(x, t) \quad (2.15)$$

limit ifadesi kullanılır [29]. Ayrıca AAM, hızlı yakınsayan sonsuz seriler yardımıyla, birçok koşul altında tam çözümü bulabilmek için yol gösterici olmaktadır [30].

3. HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILIŞI

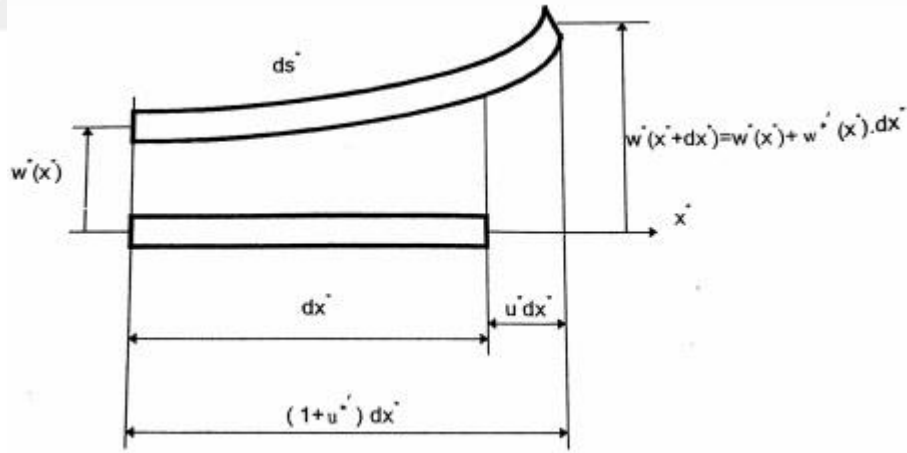
Bu bölümde, hareket denklemlerinin Hamilton Prensipli ile çıkarılması ele alınacaktır. Burada kullanılacak olan türev tanımları aşağıdaki gibidir.

$$(\cdot) = \frac{\partial}{\partial t} : \text{Zamana göre türevi}$$

ve

$$(\cdot)' = \frac{\partial}{\partial x} : \text{Konuma göre türevi}$$

ifade etmektedir. Burada öncelikle uzama etkileri ve sistemin toplam hızları göz önüne alınacaktır. Uzama etkilerini hesaplamak amacıyla Şekil 3.1. de görüldüğü üzere dx^* uzunluğundaki bir parçayı ele alalım.



Şekil 3.1. Hareketli şeritten alınan parça üzerinde yer değiştirmelerin görünüşü

Titreşim anında uzunluk ds^* , aksenal uzama miktarı ise $u^* dx^*$ ile ifade edilir. Sol uçtaki yer değiştirme $w^*(x^*)$ ve sağ uçtaki yer değiştirme de $w^*(x^* + dx^*)$ olmak üzere, iki uçtaki yer değiştirmeler farkı alındığında,

$$w^*(x^* + dx^*) - w^*(x^*) = w'^* dx^* \quad (3.1)$$

elde edilir. Yer değiştirme ardından, buradaki dx^* uzunluęu ds^* uzunluęu řekli alabiliriz. Yani

$$ds^* = \sqrt{(1+u'^*)^2 dx^{*2} + w'^{*2} dx^{*2}} = \sqrt{(1+u'^*)^2 + w'^{*2}} dx^* \quad (3.2)$$

denkleminde,

$$e = \frac{ds^* - dx^*}{dx^*} \quad (3.3)$$

olmak üzere yerine yazılır ve daha sonra da Taylor açılımı yapıp küçük terimler ihmal edilirse,

$$e = u'^* + \frac{1}{2} u'^{*2} + \frac{1}{2} w'^{*2} \quad (3.4)$$

olarak bulunur. Boyuna yer değiştirme enine yer değiştirmeye kıyasla daha küçük kabul edilir ve $u'^* = O(w'^{*2})$ mertebesinde alınır, bu takdirde şekil değiştirme,

$$e = u'^* + \frac{1}{2} w'^{*2} \quad (3.5)$$

biçiminde ifade edilir. x ve z yönündeki hız ifadeleri ise,

$$\frac{du^*}{dx^*} = \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} + \frac{\partial u^*}{\partial t^*} 1 \Rightarrow \frac{du^*}{dt^*} = \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} = \dot{u}^* + u'^* v^* \quad (3.6)$$

$$\frac{dw^*}{dx^*} = \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} + \frac{\partial w^*}{\partial t^*} 1 \Rightarrow \frac{dw^*}{dt^*} = \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \frac{dx^*}{dt^*} = \dot{w}^* + w'^* v^* \quad (3.7)$$

dir.

Böylece yatay toplam hızın,

$$u'^* v^* + \dot{u}^* + v^* \quad (3.8)$$

ve, düşey toplam hızın ise,

$$w'^* v^* + \dot{w}^* \quad (3.9)$$

olduğu görülür. Kinetik ve potansiyel enerjiler ise sırasıyla,

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left[\left(\dot{u}^* + u'^* v^* + v^* \right)^2 + \left(\dot{w}^* + w'^* v^* \right)^2 \right] dx^* \quad (3.10)$$

$$V = \frac{1}{2} EA \int_0^L \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right)^2 dx + \frac{1}{2} EI \int_0^L w''^*{}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L P \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) dx^* \quad (3.11)$$

biçiminde yazılır. (3.11) denklemindeki ilk integral şekil değiştirmeyi, ikinci integral eğilmeyi ve son integral ise aksenal gerilmeyi ifade eder. Burada ρ kiriş yoğunluğunu, A kirişin kesit alanını, I atalet momentini ve E elastisite modülünü temsil eder. Böylece sistem Lagrangian'ı,

$$\mathcal{L} = T - V \quad (3.12)$$

şeklinde kinetik ve potansiyel enerjiler farkı olarak yazılır. Hamilton Prensipleri gereği,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt = 0 \quad (3.13)$$

olup, (3.10) ve (3.11) denklemleri, (3.12) denkleminde yerine yazılır, elde edilen sonuçlar yine (3.13) denkleminde yerine koyulursa,

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} \int_0^L \left\{ \frac{1}{2} \rho A \left[\dot{w}^* + w'^* v^* \right]^2 + \left[\dot{u}^* + u' v^* + v^* \right]^2 - \frac{1}{2} EA \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) - \frac{1}{2} EI w''^*{}^2 - \frac{1}{2} P \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) \right\} dx^* dt^* = 0 \quad (3.14)$$

elde edilir. Bunun yanında, (3.14) denkleminin bir başka varyasyonu ise,

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \rho A \left(\left(\dot{w}^* + w'^* v^* \right) \left(\delta \dot{w}^* + v \delta w'^* + w'^* \delta v^* \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left(\dot{u}^* + u' v^* + v^* \right) \left(\delta \dot{u}^* + v^* \delta u'^* + u'^* \delta v^* + \delta v^* \right) \right) \right. \\ & \quad \left. - EA \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) \left(\delta u'^* + w'^* + w'^* \delta w'^* \right) \right. \\ & \quad \left. - EI w''^* \delta w''^* - P \left(\delta u'^* + w'^* \delta w'^* \right) \right\} dx^* dt^* = 0 \end{aligned} \quad (3.15)$$

biçimindedir. Burada aksenal hız $\delta v^* = 0$ olup, böylece

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ \rho A \left(\left(\dot{w}^* + w'^* v^* \right) \delta \dot{w}^* + \left(\dot{w}^* + w'^* v^* \right) v^* \delta w'^* + \left(\dot{u}^* + u' v^* + v^* \right) \delta \dot{u}^* \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \left(\dot{u}^* + u' v^* + v^* \right) v^* \delta u'^* \right) - EA \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) \delta u'^* - \left(u'^* + \frac{1}{2} w'^*{}^2 \right) w'^* \delta w'^* \right. \\ & \quad \left. - EI w''^* \delta w''^* - P \delta u'^* - P w'^* \delta w'^* \right\} dx^* dt^* = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

yazılır. Bu denklemin çözümü için kısmi integrasyon işlemi uygulandığında,

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ -\rho A \left(\ddot{w}^* + 2\dot{w}^{*'} v^* + w^{*'} \dot{v}^* + w^{*''} v^{*2} \right) \right. \\
& \left. + EA \left(u^{*''} w^{*'} + \frac{3}{2} w^{*'}{}^2 w^{*''} + u^{*'} w^{*''} \right) - EI w^{*iv} + P w^{*''} \right\} \delta w^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \int_0^L \left\{ -\rho A \left(\dot{v}^* + \ddot{u}^* + 2\dot{u}^{*'} v^* + u^{*'} \dot{v}^* + u^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} + w^{*'} w^{*''} \right) \right\} \delta u^* dx^* dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(\dot{w}^* + w^{*'} v^* \right) v^* - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) w^{*'} + EI w^{*'''} - P w^{*'} \right\} \delta w^* \Big|_0^L dt^* \\
& + \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(v^* + \dot{u}^* + u^{*'} v^* \right) v^* - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^2 \right) - P \right\} \delta u^* \Big|_0^L dt^* \\
& - \int_{t_1}^{t_2} EI w^{*''} \delta w^{*'} \Big|_0^L dt^* = 0
\end{aligned} \tag{3.17}$$

bulunur. Bu denklemdeki iki katlı integralin sıfır olması için,

$$\delta w = 0 \text{ ve } \delta u = 0$$

olmalıdır. Böylece, sırasıyla $\delta w^* dx^* dt^*$ ve $\delta u^* dx^* dt^*$ terimlerinin katsayıları

$$\begin{aligned}
& -\rho A \left(\ddot{w}^* + 2\dot{w}^{*'} v^* + w^{*'} \dot{v}^* + w^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} w^{*'} + \frac{3}{2} w^{*'}{}^2 w^{*''} + u^{*'} w^{*''} \right) \\
& - EI w^{*iv} + P w^{*''} = 0
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$-\rho A \left(\ddot{u}^* + \dot{v}^* + 2\dot{u}^{*'} v^* + u^{*'} \dot{v}^* + u^{*''} v^{*2} \right) + EA \left(u^{*''} + w^{*'} w^{*''} \right) = 0 \tag{3.19}$$

biçiminde elde edilir. Burada ortaya çıkan (3.18) ve (3.19) denklemleri hareket denklemlerini verir. Geriye kalan terimler sıfıra eşitlenerek sınır şartları tespit edilir. Diğer yandan,

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(\dot{w}^* v^* + w^{*'} v^{*2} \right) - EA \left(u^{*'} w^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'}{}^3 \right) + EI w^{*'''} \right. \\
& \left. - P w^{*'} \right\} \delta w^* \Big|_0^L dt^* = 0
\end{aligned} \tag{3.20}$$

ile ifade edilen (3.20) denkleminin sağlanması için, ya parantez içinin ya da δw nin sifira eşit olması gerekir. Böylece,

$$\begin{aligned}\delta w^*(0) &= 0 \\ \delta w^*(L) &= 0\end{aligned}\quad (3.21)$$

denklemlerine ulaşılır. Diğer geriye kalan terimlerin sifira eşitlenmesiyle,

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \rho A \left(v^{*2} + \dot{u}^* v^* + u^{*'} v^{*2} \right) - EA \left(u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*2} \right) - P \right\} \delta u^* \Big|_0^L dt^* = 0 \quad (3.22)$$

bulunur. (3.22) denkleminin sağlanması için, benzer şekilde parantez içinin veya δu nun hem $x = 0$ hem de $x = L$ de sifir olması gerekir. Böylece,

$$\begin{aligned}\delta u^*(0) &= 0 \\ \delta u^*(L) &= 0\end{aligned}\quad (3.23)$$

elde edilir. Sonuç olarak en son terim de sifira eşitlenerek,

$$-EI \int_{t_1}^{t_2} w^{*''} \delta w^* \Big|_0^L dt = 0 \quad (3.24)$$

olduğu görülür. Diğer sınır şartları ise,

$$\begin{aligned}w^{*''}(0) &= 0 \\ w^{*''}(L) &= 0\end{aligned}\quad (3.25)$$

şeklindedir.

Zaman ve uzunluk gibi farklı boyutlara sahip fiziksel nicelikler, sayısal değerlere sahip olsalar dahi eşleştirilemezler. Bu yüzden, denklemlerin boyutsuzlaştırılmasına ihtiyaç vardır. Boyutsuzlaştırma için,

$$w = \frac{w^*}{L}, u = \frac{u^*}{L}, x = \frac{x^*}{L}, t = \sqrt{\frac{P}{\rho AL^2}} t^* \quad (3.26)$$

$$v = \frac{v^*}{\sqrt{P/\rho A}}, v_b^2 = \frac{EA}{P}, v_f^2 = \frac{EI}{PL^2}$$

biçimindeki boyutsuz terimler kullanılacaktır. Burada, v_f boyuna direngenliği ve v_b ise enine direngenliği ifade etmektedir. Eksenel hız olan v^* ise durgun kirişteki dalga hızı ile boyutsuzlaştırılmıştır. Böylece boyutsuz terimler yerine yazıldığında,

$$-\frac{P}{L}(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2) + \frac{EA}{L}\left(u''w' + \frac{3}{2}w'^2w'' + u'w''\right) - \frac{EI}{L^3}w^{iv} + \frac{P}{L}w'' = 0 \quad (3.27)$$

$$-\frac{P}{L}(\ddot{u} + \dot{v} + 2\dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2) - \frac{EA}{L}(u'' + w'w'') = 0 \quad (3.28)$$

bulunur. Bunun yanında (3.27) ve (3.28) denklemlerinin her iki yanını $-L/P$ ile çarpılırsa,

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2\right) - \frac{EA}{P}\left(u''w' + \frac{3}{2}w'^2w'' + u'w''\right) - \frac{EI}{PL^2}w^{iv} - w'' = 0 \quad (3.29)$$

$$\left(\ddot{u} + \dot{v} + 2\dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2\right) - \frac{EA}{P}(u'' + w'w'') = 0 \quad (3.30)$$

elde edilir. Burada, $\frac{EA}{P} = v_b^2$ ve $\frac{EI}{PL^2} = v_f^2$ olmak üzere, (3.29) ve (3.30) denklemleri

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2\right) - \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(u' + \frac{1}{2}w'^2\right)\right)\right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (3.31)$$

ve

$$\dot{v} + \ddot{u} + \dot{u}'v + u'\dot{v} + u''v^2 + v_b^2 \left[u' + \frac{w'^2}{2} \right]' = 0 \quad (3.32)$$

biçiminde yeniden düzenlenir. Bunun yanında boyuna titreşimler, enine titreşimlere kıyasla daha hızlı yayıldığı için, $v_b^2 \gg 1$ olarak kabul edilir. Buna göre,

$$\left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right)' = 0 \quad (3.33)$$

denkleminin x e göre integrali alınır,

$$c(t) = \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right) = \frac{1}{2} \int_0^1 w'^2 dx \quad (3.34)$$

olarak bulunur. Diğer yandan,

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) + \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(u' + \frac{1}{2} w'^2 \right) \right) \right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (3.35)$$

denkleminde u' değeri yerine yazılırsa,

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) + \left(w' \left(1 + v_b^2 \left(\frac{1}{2} \int_0^1 w'^2 dx - \frac{1}{2} w'^2 + \frac{w'^2}{2} \right) \right) \right)' + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (3.36)$$

elde edilir. Bu denklemin ikinci terimindeki türevler dikkate alındığında, denklemin

$$\left(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + w''v^2 \right) + \left(w'' + \frac{1}{2} v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \right) + v_f^2 w^{iv} = 0 \quad (3.37)$$

biçiminde olduğu görülür. Sonuçta gerekli düzenlemeler yapıldığında, aksel hareketli kiriş için genel hareket denkleminin,

$$(\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v}) + (v^2 - 1)w'' + v_f^2 w^{iv} = \frac{1}{2} v_b^2 w'' \int_0^1 w'^2 dx \quad (3.38)$$

biçiminde olduğu açıkça ortaya çıkar [31].



4. EULER-BERNOULLİ KİRİŞ TEORİSİ

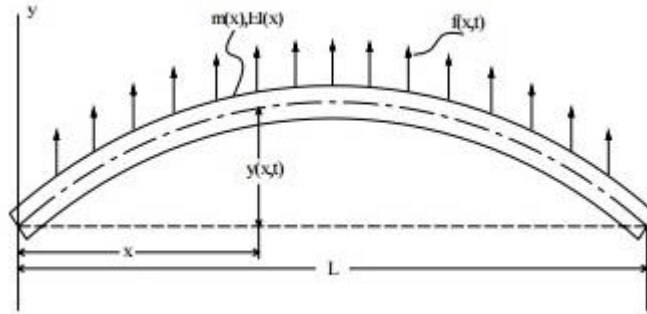
Şekil 4.1. deki bükülmüş kiriş ve Şekil 4.2. deki kiriş elemanları göz önüne alındığında, kirişin dikey yöndeki güç için denge denklemi, $0 < x < L$ olmak üzere,

$$\left(Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right) - Q(x,t) + f(x,t) dx = m(x) dx \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \quad (4.1)$$

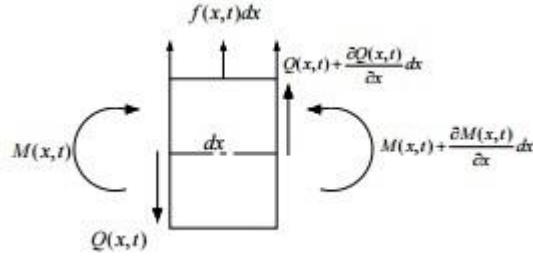
şeklinde verilir. Burada kiriş elemanlarının momenti için denge denklemleri önemsiz olup, $M(x,t)$ eğilme momenti, $Q(x,t)$ kesme kuvveti, $f(x,t)$ enine güç yoğunluğu, $m(x)$ birim uzunluk başına düşen kütle olmak üzere (4.1) denklemi,

$$\left(M(x,t) + \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} dx \right) - M(x,t) + \left(Q(x,t) + \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} dx \right) dx + f(x,t) dx \frac{dx}{2} = 0 \quad (4.2)$$

biçiminde ifade edilir.



Şekil 4.1. Bükülmüş kiriş



Şekil 4.2. Bükülmüş bir kiriş elemanının serbest cisim diyagramı

(4.2) denklemindeki dx in katsayıları olarak yer alan ikinci derece terimler ihmal edilir, geriye kalan terimler (4.1) denkleme ilave edilir ve yine (4.1) denklemini dx ile bölünüp, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$-\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L \quad (4.3)$$

elde edilir. Burada (4.3) denklemindeki, eğilme momenti olan $M(x,t)$ in, enine kuvvet yoğunluğu olan $f(x,t)$ ile ilgili olduğu açıktır. Bu durumda, $M(x,t)$ $y(x,t)$ cinsinden yazılırsa,

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

olduğu görülür. Sonuçta (4.4) denklemini (4.3) denkleme eklenirse, deplasman ile enine kuvvet yoğunluğu arasında,

$$-\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) + f(x,t) = m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}, \quad 0 < x < L \quad (4.5)$$

biçiminde bir bağıntının ortaya çıktığı gözlemlenir.

(4.5) denklemini eğilme titreşimine sahip bir kiriş problemidir. Sınır şartları ile birlikte dördüncü mertebeden kısmi diferansiyel denklem olan hareket denklemini,

değişkenlerine ayrıştırma metodu ile çözülebilen bir sınır değer problemidir. Bu problemi tamamlamak için iki tane sınır şartının belirlenmesi gerekir. Bu sınır şartları, temel ve doğal olmak üzere iki sınıfa ayrılır. Temel sınır şartları deplasman fonksiyonunu ve onun birinci türevini içerirken, doğal sınır şartları ise deplasman fonksiyonun ikinci ve üçüncü türevlerinden oluşur. Burada uç sabit tutulduğunda,

$$y(x,t) = 0, \quad x = 0, L \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0, \quad x = 0, L \quad (4.7)$$

denklemlerinin sağlanması için, bükülme ve bükülme eğrisinin eğimi sıfır olmak zorundadır. Eğer uç pimli ise, deplasman ve eğilme momenti sıfır olmalıdır. Bu durumda, sınır şartları,

$$y(x,t) = 0, \quad x = 0, L \quad (4.8)$$

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0, \quad x = 0, L \quad (4.9)$$

biçimindedir. Serbest uçlu kirişte ise, eğilme momenti ve kesme kuvveti sıfır olmalıdır. Bu pozisyonda sınır şartları,

$$M(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = 0, \quad x = 0, L \quad (4.10)$$

$$Q(x,t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(EI(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) = 0, \quad x = 0, L \quad (4.11)$$

şeklinindedir. Her iki sınır şartı da doğaldır. Sınır şartlarını sağlayan kısıtlı denklemler homojendir. Çeşitli kiriş uçları için farklı sınır şartları yazılabilir.

(4.5) denkleminin,

$$m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right) = 0, \quad 0 < x < L \quad (4.12)$$

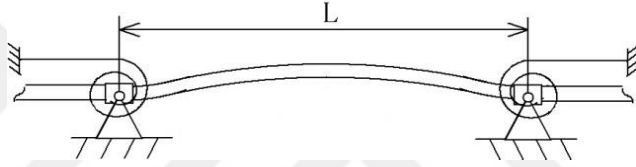
biçimine dönüşmesi için, dış zorlama mevcut değilken kiriş serbest olarak titreşir. Bu takdirde, enine kuvvet fonksiyonu olan $f(x,t)$ sıfır olmalıdır. Bu durumda, (4.12) aksenal hareketli kiriş denklemi elde edilmiş olur [32].



5. UYGULAMALAR

5.1. Eksenel hareketli kiriş

Eksenel hareketli kirişler, başta şerit testere, güç iletim kayışları, vinç kabloları ve robot manipülatörleri olmak üzere birçok mühendislik cihazlarını temsil eder. Eksenel hareketli kirişlerin enine titreşimleri, cihazların dizaynı açısından oldukça büyük bir öneme sahiptir. Ayrıca teorik olarak da önemli olan bu kirişler, jiroskopik sistemlere bir örnektir. Jiroskopik terimi, dönen cisimlerin dinamiğinde daha önceki problemin tahmininde de ortaya çıkar. Aslında Coriolis ivmesinin parçası, korunum denkleminde ters simetrik ve jiroskopik terimini kazandırır. Pratik ve teorik öneme sahip olan eksenel hareketli kirişlerin, non-lineer titreşimler üzerindeki çalışmaları oldukça merak uyandırıcıdır [33].



Şekil 5.1. Eksenel hareketli kirişin fiziksel modeli

w enine yer değiştirmeyi, v eksenel hızı ve v_f boyutsuz enine dirençlilik katsayısını göstermek üzere, eksenel hareketli kiriş denkleminin boyutsuz formu,

$$\ddot{w} + 2\dot{w}'v + w'\dot{v} + v_f^2 w^{iv} + (v^2 - 1)w'' = 0 \quad (5.1)$$

şeklindedir [34]. Hareket sabit olarak alındığında $w'\dot{v}$ terimi ortadan kalkacağından, (5.1) denklemi,

$$\ddot{w} + 2\dot{w}'v + v_f^2 w^{iv} + (v^2 - 1)w'' = 0 \quad (5.2)$$

haline dönüşür [34]. Burada, (5.2) denkleminin

$$\begin{aligned} w(x,0) &= w(x,1) = 0 \\ \dot{w}(x,0) &= \dot{w}(x,1) = 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

biçimindeki sınır şartları altındaki zamana göre çözümü AAM ile yapılacaktır.

$$L_t = \frac{d^2}{dt^2}, \quad L_x = \frac{d^4}{dx^4} \text{ ve } L_t^{-1} = \int_0^t \int_0^t (\cdot) dt dt$$

olmak üzere, L_t^{-1} (5.2) denkleminin her iki yanına uygulanırsa,

$$\begin{aligned} w(x,t) &= w(x,0) + tw_t(x,0) + (1-v^2)L_t^{-1}(w'') \\ &\quad - 2vL_t^{-1}(\dot{w}') - v_f^2 L_t^{-1}(L_x w) \end{aligned} \quad (5.4)$$

elde edilir. (2.9) denklemindeki sonsuz seri çözümleri, (5.4) eşitliğine uygulanırsa

$$w_t(x,0) = h(x)$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} w_0(x,t) &= th(x) \\ w_{n+1}(x,t) &= (1-v^2)L_t^{-1}(w_n'') - 2vL_t^{-1}(\dot{w}_n') - v_f^2 L_t^{-1}(L_x w_n) \end{aligned} \quad (5.5)$$

biçiminde bulunur. Burada sırasıyla $n = 0, 1, 2, \dots$ için,

$$\begin{aligned} w_1(x,t) &= -2v \frac{t^2}{2!} h'(x) - \frac{t^3}{3!} \left[(v^2 - 1)h''(x) + v_f^2 h^{iv}(x) \right] \\ w_2(x,t) &= 4v^2 \frac{t^3}{3!} h''(x) + \frac{t^4}{4!} \left[4v(v^2 - 1)h'''(x) + 4vv_f^2 h^v(x) \right] \\ &\quad + \frac{t^5}{5!} \left[(1-v^2)^2 h^{iv}(x) + 2v_f^2 (v^2 - 1)h^{vi}(x) + v_f^4 h^{viii}(x) \right] \\ &\quad \vdots \end{aligned} \quad (5.6)$$

olduğu görülür. (5.3) deki sınır şartları burada göz önüne alınırsa, (5.2) denkleminin genel çözümü,

$$\begin{aligned}
w(x,t) = & th(x) - 2v \frac{t^2}{2!} h'(x) - \frac{t^3}{3!} [(-1-3v^2)h''(x) + v_f^2 h^{iv}(x)] \\
& + \frac{t^4}{4!} [4v(v^2-1)h'''(x) + 4vv_f^2 h^v(x)] \\
& + \frac{t^5}{5!} [(1-v^2)^2 h^{iv}(x) + 2v_f^2(v^2-1)h^{vi}(x) + v_f^4 h^{viii}(x)].
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Burada Hermite İnterpolasyon Metodu yardımıyla $h(x)$ polinomu elde edilecektir. Bu polinom üçüncü ve dördüncü mertebeden alındığında, yaptığımız uygulamalar sonucunda çözümü sağlamadığından $h(x)$ polinomu,

$$h(x) = Ax^5 + Bx^4 + Cx^3 + Dx^2 + Ex + F \tag{5.8}$$

olarak kabul edilir. Burada başlangıç şartı $w(0,t) = e^{i\omega t}$ olmak üzere alınır ve $h(x)$ in türevleri (5.7) denkleminde yerine yazılırsa, Taylor açılımından,

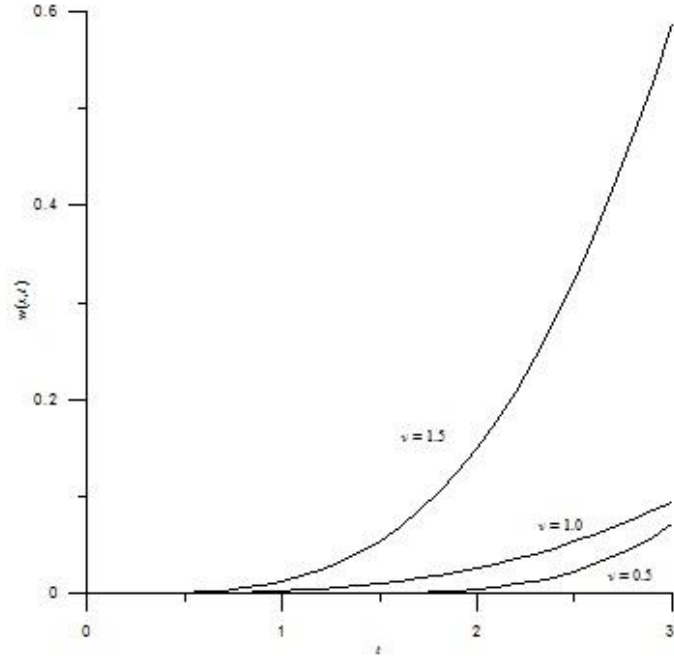
$$A = \frac{1}{480}, \quad B = \frac{i\omega^5}{24(1-v^2)^2}, \quad C = \frac{vv_f^2 - \omega^4}{24(v-v^3)} \tag{5.9}$$

$$D = i \left(\frac{v_f^2 \omega^5 - (1-v^2) \omega^3}{2(1-v^2)(1+3v^2)} \right), \quad E = \frac{\omega^2}{2v}, \quad F = i\omega$$

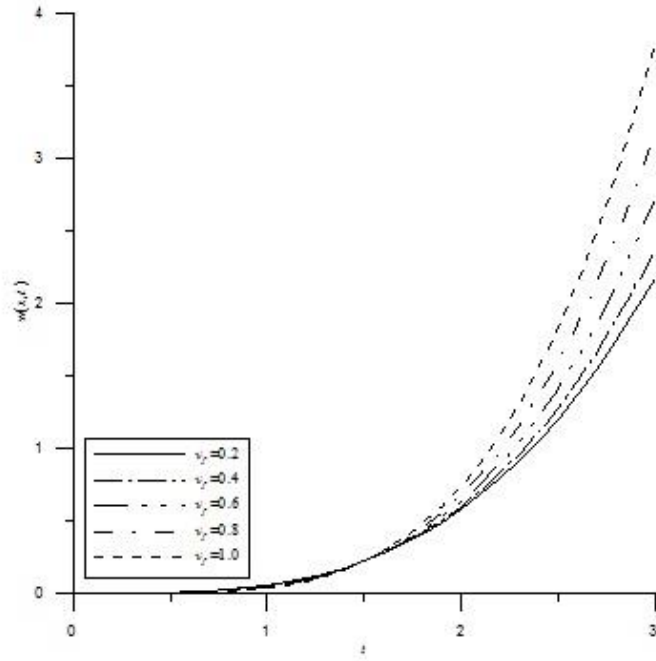
katsayıları elde edilir. Böylece (5.2) denkleminin genel çözümü,

$$\begin{aligned}
w(x,t) = & t \left[\frac{1}{480} x^5 + i \frac{\omega^5}{24(1-v^2)^2} x^4 + \frac{v v_f^2 - \omega^4}{24(v-v^3)} x^3 \right. \\
& \left. + i \left(\frac{v_f^2 \omega^5 - (1-v^2) \omega^3}{2(1-v^2)(1+3v^2)} \right) x^2 + \frac{\omega^2}{2v} x + i \omega \right] \\
& - 2v \frac{t^2}{2!} \left[\frac{1}{96} x^4 + i \frac{\omega^5}{6(1-v^2)^2} x^3 + \frac{v v_f^2 - \omega^4}{8(v-v^3)} x^2 \right. \\
& \left. + i \left(\frac{v_f^2 \omega^5 - (1-v^2) \omega^3}{(1-v^2)(1+3v^2)} \right) x + \frac{\omega^2}{2v} \right] \\
& - \frac{t^3}{3!} \left\{ (-1-3v^2) \left[\frac{1}{24} x^3 + i \frac{\omega^5}{2(1-v^2)^2} x^2 + \frac{v v_f^2 - \omega^4}{4(v-v^3)} x \right. \right. \\
& \left. \left. + i \left(\frac{v_f^2 \omega^5 - (1-v^2) \omega^3}{(1-v^2)(1+3v^2)} \right) \right] + v_f^2 \left[\frac{1}{4} x + i \frac{\omega^5}{1-v^2} \right] \right\} \\
& + \frac{t^4}{4!} \left\{ 4v(v^2-1) \left[\frac{1}{8} x^2 + i \frac{\omega^5}{(1-v^2)^2} x + \frac{v v_f^2 - \omega^4}{4(v-v^3)} \right] + v v_f^2 \right\} \\
& + \frac{t^5}{5!} \left\{ (1-v^2)^2 \left[\frac{1}{4} x + i \frac{\omega^5}{(1-v^2)^2} \right] \right\} - 1
\end{aligned} \tag{5.10}$$

olarak bulunur.



Şekil 5.2. Farklı hız değerleri için yer değiştirme-zaman grafiği



Şekil 5.3. Farklı v_f için yer değiştirme-zaman grafiği

Şekil 5.2. de hız değeri artarken sönümlenmenin azaldığı gözlemlenir. Şekil 5.3. ise enine direngelik katsayısının değeri arttıkça sönümlenmenin benzer şekilde azaldığı görülür.

5.2. Düzgün olmayan Euler-Bernoulli kirişi

x aksel koordinat, y deplasman, E elastisite modülü, $I(x)$ kesit alanının atalet momenti, $A(x)$ kesit alanı, $\rho(x)$ kütle yoğunluğu olmak üzere, düzgün olmayan Euler-Bernoulli kiriş denklemi,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} \left[EI^*(x^*) \frac{\partial^2 y^*}{\partial x^{*2}} \right] + m^*(x^*) \frac{\partial^2 y^*}{\partial t^{*2}} = 0 \quad (5.11)$$

biçimindedir [35]. (5.11) boyutlu denklemi düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 EI^*(x^*)}{\partial x^{*2}} \frac{\partial^2 y^*}{\partial x^{*2}} + \frac{2\partial EI^*(x^*)}{\partial x^*} \frac{\partial^3 y^*}{\partial x^{*3}} + EI^*(x^*) \frac{\partial^4 y^*}{\partial x^{*4}} + m^*(x^*) \frac{\partial^2 y^*}{\partial t^{*2}} = 0 \quad (5.12)$$

elde edilir. Boyutsuz terimler,

$$t = \frac{t^*}{L^2} \sqrt{\frac{EI_0}{m_0}}, \quad x = \frac{x^*}{L}, \quad I = \frac{I^*}{I_0}, \quad m = \frac{m^*}{m_0}, \quad y = \frac{y^*}{L}$$

olmak üzere, bu değerler (5.12) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 EI_0 I(x)}{(\partial xL)^2} \frac{\partial^2 (yL)}{(\partial xL)^2} + 2 \frac{\partial EI_0 I(x)}{\partial (xL)} \frac{\partial (yL)}{(\partial xL)^3} \\ + EI_0 I(x) \frac{\partial^4 (yL)}{(\partial xL)^4} + m_0 m(x) \frac{\partial^2 (yL)}{\left(\partial tL^2 \sqrt{\frac{m_0}{EI_0}} \right)^2} = 0 \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{EI_0}{L^3} \frac{\partial^2 I(x)}{\partial x^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2 \frac{EI_0}{L^3} \frac{\partial I(x)}{\partial x} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \\ + \frac{EI_0}{L^3} I(x) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m(x) \frac{EI_0}{L^3} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

bulunur. (5.14) denkleminin her iki tarafı $\frac{L^3}{EI_0}$ ile çarpılırsa,

$$I''(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + 2I'(x) \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + I(x) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5.15)$$

olur. Bu denklemin her iki yanını $m(x)$ ile bölünürse,

$$\frac{I(x)}{m(x)} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + 2 \frac{I'(x)}{m(x)} \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} + \frac{I''(x)}{m(x)} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (5.16)$$

biçiminde boyutsuz denklem elde edilir. (5.16) denkleminde,

$$\begin{aligned} L_t &= \frac{\partial^2}{\partial t^2} \\ L_x &= \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^3}{\partial x^3} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \end{aligned}$$

olarak alınırsa, bu takdirde denklem operatör formda,

$$L_t y + L_x y = 0 \quad (5.17)$$

şeklinde ifade edilir. L_x operatörü ilgili türevler göz önüne alınarak yeniden düzenlenirse,

$$L_x y = \frac{I(x)}{m(x)} y_{xxxx} + 2 \frac{I'(x)}{m(x)} y_{xxx} + \frac{I''(x)}{m(x)} y_{xx} \quad (5.18)$$

olur. Şimdi de (5.17) denkleminin her iki yanına, $L_t^{-1} = \int_0^t \int_0^t (\cdot) dt dt$ operatörü uygulanırsa,

$$L_t^{-1}[L_t y] + L_t^{-1} L_x y = 0 \quad (5.19)$$

elde edilir. Burada

$$L_t^{-1}[L_t y] = y(x, t) - y(x, 0) - t y_t(x, 0) \quad (5.20)$$

olduğundan, (5.20) denklemini (5.19) denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$y(x, t) = y(x, 0) + t y_t(x, 0) - L_t^{-1}[L_x y] \quad (5.21)$$

bulunur. Ayrıca başlangıç şartları,

$$\begin{aligned} y(x, 0) &= a_0(x) \\ \frac{\partial}{\partial t} y(x, 0) &= a_1(x) \end{aligned} \quad (5.22)$$

olmak üzere, $y(x, t)$ çözüm fonksiyonunun,

$$y(x, t) = a_0(x) + t a_1(x) - L_t^{-1} L_x y \quad (5.23)$$

biçiminde olduğu görülür. Sonuçta AAM'na göre, $y(x, t)$ çözüm fonksiyonu,

$$y(x, t) = \sum_{i=0}^{\infty} y_i(x, t) \quad (5.24)$$

biçiminde sonsuz seri ile ifade edilir ve (5.24) denkleminin (5.23) denkleminde yerine yazılmasıyla,

$$\sum_{i=0}^{\infty} y_i(x,t) = a_0(x) + ta_1(x) - L_t^{-1} L_x \sum_{i=0}^{\infty} y_i(x,t) \quad (5.25)$$

elde edilir. Bunun yanında aynı indeksli terimlerin birbirlerine eşitlenmesiyle,

$$y_0(x,t) = a_0(x) + ta_1(x) \quad (5.26)$$

bulunur. Böylece iterasyon bağıntısı,

$$y_i(x,t) = -L_t^{-1} L_x y_{i-1}(x,t). \quad (5.27)$$

Bu denklemden $n = 1$ için,

$$y_1(x,t) = -L_t^{-1} L_x y_0(x,t) = -L_t^{-1} \left\{ L_x [a_0(x) + ta_1(x)] \right\}$$

$$y_1(x,t) = -L_t^{-1} \left[\underbrace{\frac{I''(x)}{m(x)} a_0'' + 2 \frac{I'(x)}{m(x)} a_0''' + \frac{I(x)}{m(x)} a_0^{iv}}_{A(x)} + t \left(\underbrace{\frac{I''(x)}{m(x)} a_1'' + 2 \frac{I'(x)}{m(x)} a_1''' + \frac{I(x)}{m(x)} a_1^{iv}}_{B(x)} \right) \right] \quad (5.28)$$

$$y_1(x,t) = -A(x) \frac{t^2}{2!} - B(x) \frac{t^3}{3!}$$

$n = 2$ için,

$$y_2(x,t) = -L_t^{-1} \left\{ L_x^2 \left[-A(x) \frac{t^2}{2!} - B(x) \frac{t^3}{3!} \right] \right\} \quad (5.29)$$

$n = 3$ için,

$$y_3(x,t) = -L_t^{-1} \left\{ L_x^3 \left[A''(x) \frac{t^4}{4!} + B''(x) \frac{t^5}{5!} \right] \right\} \quad (5.30)$$

elde edilir. Bu işleme devam edildiğinde genel çözüm,

$$L_x^i = L_x L_x^{i-1}$$

olmak üzere,

$$y_i(x,t) = -L_t^{-1} L_x y_{i-1}(x,t) = (-1)^i L_x^i \left[a_0(x) \frac{t^{2i}}{(2i)!} + a_1(x) \frac{t^{2i+1}}{(2i+1)!} \right]. \quad (5.31)$$

Eğer başlangıç şartları,

$$y(x,0) = a_0(x) = f(x) \quad (5.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} y(x,0) = a_1(x) = g(x) \quad (5.33)$$

olarak verilirse, bu başlangıç şartları aynı zamanda sınır şartlarını da sağlar. Çözüm ise $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarına $(-1)^i L_x^i$ nin uygulanmasıyla bulunur. Ancak, $u_i(x,t)$ fonksiyonlarının sıfır olabilme ihtimalinden dolayı, başlangıç şartları olan $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots$ biçiminde ortogonal fonksiyonlar cinsinden Fourier serisine açılır. Bundan dolayı,

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{j=1}^{\infty} b_j \phi_j(x) \\ g(x) &= \sum_{j=1}^{\infty} c_j \phi_j(x) \end{aligned} \quad (5.34)$$

şeklinde tanımlanır ve bu fonksiyonların ortogonalite özelliğinden faydalanılarak,

$$\begin{aligned} b_j &= \int_0^1 f(x) \phi_j(x) dx \\ c_j &= \int_0^1 g(x) \phi_j(x) dx \end{aligned} \quad (5.35)$$

katsayıları hesaplanır. Böylece,

$$L_x \varphi = \lambda \varphi(x) \quad (5.36)$$

$$B_i \varphi(x) = 0 \quad (5.37)$$

ile verilen sistemden denklemin çözümü bulunur. (5.36) ve (5.37) denklemlerinden,

$$L_x \varphi_j(x) = \lambda_j \varphi_j(x) \quad (5.38)$$

$$L_x^i \varphi_j(x) = \lambda_j^i \varphi_j(x) \quad (5.39)$$

λ_i özdeğerleri ve $\phi_i(x)$ özfonksiyonları elde edilir. (5.18) denklemindeki L_x değeri (5.38) denkleminde yerine yazılır ve,

$$\begin{aligned} I(x) &= \exp(\delta x) \\ m(x) &= \exp(\delta x) \end{aligned}$$

olarak alınırsa,

$$\varphi^{iv} + 2\delta\varphi''' + \delta^2\varphi'' - \lambda\varphi = 0 \quad (5.40)$$

olduğu görülür. Buradan da, (5.40) denkleminin çözümü,

$$\lambda = \beta^4$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= c_1 e^{\frac{1}{2}[-\delta - \sqrt{\delta^2 - 4\beta^2}]x} + c_2 e^{\frac{1}{2}[-\delta + \sqrt{\delta^2 - 4\beta^2}]x} \\ &+ c_3 e^{\frac{1}{2}[-\delta - \sqrt{\delta^2 + 4\beta^2}]x} + c_4 e^{\frac{1}{2}[-\delta + \sqrt{\delta^2 + 4\beta^2}]x} \end{aligned} \quad (5.41)$$

şeklindedir. (5.32) ve (5.33) denklemleri ile ifade edilen başlangıç şartları, (5.31) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\begin{aligned}
 y(x,t) &= \sum_{i=0}^{\infty} y_i(x,t) \\
 &= \sum_{j=1}^{\infty} \left[b_j \cos(\sqrt{\lambda_j}t) + \frac{c_j}{\sqrt{\lambda_j}} \sin(\sqrt{\lambda_j}t) \right] \varphi_j(x)
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

genel çözümü bulunur. Bu kirişe ait sınır şartları,

$$\begin{aligned}
 y(0,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(0,t) = 0 \\
 y(1,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(1,t) = 0
 \end{aligned} \tag{5.43}$$

ve başlangıç şartları da,

$$\begin{aligned}
 y(x,0) = f(x) = x - 2x^3 + x^4 \\
 \frac{\partial y}{\partial t}(x,0) = g(x) = 0
 \end{aligned} \tag{5.44}$$

biçiminde verilirse, bu takdirde (5.41) denkleminin düzenlenmesiyle,

$$\begin{aligned}
 \varphi(x) = e^{\frac{-\delta}{2}x} \left[c_1 \cosh\left(\frac{\sqrt{\delta^2 + 4\beta^2}}{2}x\right) + c_2 \sinh\left(\frac{\sqrt{\delta^2 + 4\beta^2}}{2}x\right) \right. \\
 \left. + c_3 \cos\left(\frac{\sqrt{4\beta^2 - \delta^2}}{2}x\right) + c_4 \sin\left(\frac{\sqrt{4\beta^2 - \delta^2}}{2}x\right) \right]
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

elde edilir. Bu durumda, $\phi(x)$ 'e ait sınır şartları,

$$\begin{aligned}
 \varphi(0) = 0, \quad \frac{d^2 \varphi(0)}{dx^2} = 0 \\
 \varphi(1) = 0, \quad \frac{d^2 \varphi(1)}{dx^2} = 0
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

şekline dönüşür. Eğer (5.46) sınır şartları (5.45) eşitliğinde yerine yazılırsa, bu takdirde

$$\kappa = \frac{\sqrt{\delta^2 + 4\beta^2}}{2}, \quad \theta = \frac{\sqrt{4\beta^2 - \delta^2}}{2}$$

olmak üzere,

$$\varphi(0) = c_1 + c_3 = 0 \quad (5.47)$$

$$\varphi(1) = e^{-\frac{\delta}{2}} [c_1 \cosh(\kappa) + c_2 \sinh(\kappa) + c_3 \cos(\theta) + c_4 \sin(\theta)] = 0 \quad (5.48)$$

$$\varphi''(0) = \frac{\delta^2}{4} [c_1 + c_3] - \delta [c_2 \kappa + c_4 \theta] + c_1 \kappa^2 - c_3 \theta^2 = 0 \quad (5.49)$$

$$\begin{aligned} \varphi''(1) &= \frac{\delta^2}{4} e^{-\frac{\delta}{2}} [c_1 \cosh(\kappa) + c_2 \sinh(\kappa) + c_3 \cos(\theta) + c_4 \sin(\theta)] \\ &\quad - \delta e^{-\frac{\delta}{2}} [c_1 \kappa \sinh(\kappa) + c_2 \kappa \cosh(\kappa) - c_3 \theta \sin(\theta) + c_4 \theta \cos(\theta)] \\ &\quad + e^{-\frac{\delta}{2}} [c_1 \kappa^2 \cosh(\kappa) + c_2 \kappa^2 \sinh(\kappa) - c_3 \theta^2 \cos(\theta) - c_4 \theta^2 \sin(\theta)] = 0 \end{aligned} \quad (5.50)$$

olduğu görülür. Elde edilen bu denklem sistemindeki, (5.47) ve (5.49) eşitlikleri yardımıyla, c_1 ve c_3 katsayıları, c_2 ve c_4 katsayılarına dönüşür. Böylece,

$$\begin{aligned} ac_2 + bc_4 &= 0 \\ cc_2 + dc_4 &= 0 \end{aligned} \quad (5.51)$$

yazılır. Diğer yandan bu denklem sistemi,

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

biçiminde matris formunda ifade edilebilir. Eğer burada $c_2 = c_4 = 0$ alınırsa, $c_1 = c_3 = 0$ olur. Bu ise titreşim hareketinin olmaması demektir. Bu sebeple, matrisin determinantının sıfır olması gerekir. Burada gerekli işlemler yapılırsa,

$$\delta = 0.01 \text{ ve } \lambda = \beta^4$$

olmak üzere,

$$\frac{\sinh\left(\frac{\sqrt{1+4\beta^2}}{2}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{4\beta^2-1}}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\sqrt{1+4\beta^2}}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{4\beta^2-1}}{2}\right) - 1} + \frac{\sqrt{16\beta^4-1}}{(8\beta^4-1)} = 0 \quad (5.53)$$

bulunur. Bunun yanında doğal salınım (5.53) denklemindeki değerlerden bulunur. Böylece (5.53) denkleminin ilk dört kökü,

$$\beta_1 = 3.14160, \beta_2 = 6.28319, \beta_3 = 9.42478, \beta_4 = 12.5832$$

biçiminde olup, her β değerine karşılık gelen c_1, c_2, c_3 katsayıları bulunabilir. Buna göre

$\beta_1 = 3.14160$ için, $c_4 = 1$ olmak üzere,

$$c_1 = 0.133254, c_2 = 0.136562, c_3 = -0.133254,$$

$\beta_2 = 6.28319$ için,

$$c_1 = 0.073486, c_2 = 0.0734189, c_3 = -0.073486,$$

$\beta_3 = 9.42478$ için,

$$c_1 = 0.0503039, c_2 = 0.0503059, c_3 = -0.0503039$$

$\beta_4 = 12.5832$ için,

$$c_1 = 0.0381856, c_2 = 0.0381857, c_3 = -0.0381856$$

elde edilir. Diğer yandan problemin özfonksiyonları olan $\phi_j(x)$

$$\sqrt{\int_0^1 \phi_j^2 dx} = \|\phi_j\|, \frac{\phi_j}{\|\phi_j\|}$$

biçiminde ortonormalleştirilir. Böylece $\phi_j(x)$ fonksiyonları, $j = 1, 2, 3, \dots$ için,

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) = & 0.5583752310e^{-0.005x} \left[0.133254 \cosh(3.141603979x) \right. \\ & + 0.136562 \sinh(3.141603979x) - 0.133254 \\ & \left. \times \cos(3.141596021x) + \sin(3.141596021x) \right] \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) = & 0.092913003e^{-0.005x} \left[0.073486 \cosh(6.283191990x) \right. \\ & + 0.0734189 \sinh(6.283191990x) - 0.073486 \\ & \left. \times \cos(6.283188010x) + \sin(6.283188010x) \right] \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} \varphi_3(x) = & 0.006986020611e^{-0.005x} \left[0.0503039 \cosh(9.424781325x) \right. \\ & + 0.0503059 \sinh(9.424781325x) - 0.0503039 \\ & \left. \times \cos(9.424778675x) + \sin(9.424778675x) \right] \end{aligned} \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \varphi_4 = & 0.0004527105780e^{-0.005x} \left[0.0381856 \cosh(12.58320099x) \right. \\ & + 0.0381857 \sinh(12.58320099x) - 0.0381856 \\ & \left. \times \cos(12.58319900x) + \sin(12.58319900x) \right] \end{aligned} \quad (5.57)$$

biçiminde ifade edilir. Eğer başlangıç fonksiyonları $f(x) = \sin(\pi x)$ ve $g(x) = 0$ şeklinde alınırsa, (5.42) denklemini ile gösterilen genel çözümde yer alan b_j ve c_j katsayıları sırasıyla,

$$b_j = \int_0^1 f(x)\varphi_j dx = \int_0^1 \sin(\pi x)\varphi_j dx, c_j = \int_0^1 g(x)\varphi_j dx = \int_0^1 0 \cdot \varphi_j dx = 0 \quad (5.58)$$

olarak bulunur. Böylece,

$$j = 1 \text{ için } b_1 = 0.5668085689$$

$$j = 2 \text{ için } b_2 = 0.2337147283$$

$$j = 3 \text{ için } b_3 = 0.1380699939$$

$$j = 4 \text{ için } b_4 = 0.09375625048$$

elde edilir. (5.58) eşitliğinden de görüldüğü gibi c_j katsayıları sıfır olarak hesaplanır. Buna karşın b_j katsayılarına karşılık gelen çözümler,

$$y_1(x,t) = 0.3164918656e^{-0.005x} \left[0.133254 \cosh(3.141603979x) + 0.136562 \sinh(3.141603979x) - 0.133254 \times \cos(3.141596021x) + \sin(3.141596021x) \cos(9.869650560t) \right] \quad (5.59)$$

$$y_2(x,t) = 0.02171513725e^{-0.005x} \left[0.073486 \times \cosh(6.283191990x) + 0.0734189 \times \sinh(6.283191990x) - 0.073486 \times \cos(6.283188010x) + \sin(6.283188010x) \cos(39.47847658t) \right] \quad (5.60)$$

$$y_3(x,t) = 0.0009645598231e^{-0.005x} \left[0.0503039 \cosh(9.424781325x) + 0.0503059 \sinh(9.424781325x) - 0.0503039 \times \cos(9.424778675x) + \sin(9.424778675x) \cos(88.82647805t) \right] \quad (5.61)$$

$$\begin{aligned}
y_4(x,t) = & 0.0004244444635e^{-0.005x} \left[0.0381856 \cosh(12.58320099x) \right. \\
& + 0.0381857 \sinh(12.58320099x) - 0.0381856 \\
& \left. \times \cos(12.58319900x) + \sin(12.58319900x) \cos(158.3369222t) \right]
\end{aligned} \tag{5.62}$$

biçimindedir. Böylece problemin çözümü ilk dört bileşen göz önüne alındığında,

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) + y_3(x,t) + y_4(x,t) \tag{5.63}$$

olarak ifade edilir.

Sonuç olarak problemin $\alpha = 0.01$ için nümerik çözümlerinin karşılaştırılması aşağıdaki tabloda sunulmuştur.

x	Haddadpour [35]	Koca	Hata $n = 3$	Hata $n = 4$
0	0	0	0	0
0.1	-0.1042985695	-0.1042985673	2.2×10^{-9}	2.2×10^{-9}
0.2	-0.2052552455	-0.2052552409	4.6×10^{-9}	4.6×10^{-9}
0.3	-0.2953711076	-0.2953711009	6.7×10^{-9}	6.7×10^{-9}
0.4	-0.3733052874	-0.3733052788	8.6×10^{-9}	8.6×10^{-9}
0.5	-0.4456007778	-0.4456007677	1.01×10^{-8}	1.01×10^{-8}
0.6	-0.5284113891	-0.5284113778	1.13×10^{-8}	1.13×10^{-8}
0.7	-0.6517041149	-0.6517041023	1.26×10^{-8}	1.26×10^{-8}
0.8	-0.8706658343	-0.8706658194	1.49×10^{-8}	1.49×10^{-8}
0.9	-1.293965854	-1.293965837	1.7×10^{-8}	1.7×10^{-8}
1.0	-2.151014466	-2.151014446	2×10^{-8}	2×10^{-8}

Tablo 5.1. $\alpha = 0.01$ için nümerik sonuçların karşılaştırılması

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, birçok mühendislik probleminde karşılaşılan eksenel hareketli kiriş denklemi ve düzgün olmayan Euler-Bernoulli kiriş denklemi göz önüne alınmıştır. Daha önce pertürbasyon yöntemleri ile incelenmiş olan bu modellere bu çalışmada AAM uygulanmıştır. AAM, pertürbasyon veya lineerleştirme gibi tekniklere ihtiyaç duyulmadan uygulandığı için oldukça kullanışlı bir yöntemdir. Ayrıca hızlı yakınsama da AAM'nin diğer önemli bir avantajıdır. Literatürde coriolis terimi içermeyen kiriş denklemlerine uygulanan AAM yöntemi, mevcut çalışmada bu terimi de içeren hareketli kiriş denklemine uygulanmış ve metodun etkinliği araştırılmıştır. Ayrıca değişken katsayılı kiriş denklemi olarak düzgün olmayan Euler-Bernoulli kiriş modeli göz önüne alınmış, literatürde yer alan genel çözümle değişken kesit alanı ve kesit alanının atalet momentinin özel kabulü altında yapılan çözümün karşılaştırılmasında bu iki çözümün uyumlu olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Adomian, G. Nonlinear stochastic operator equations. Academic Press, Inc. London, 1986.
- [2] Adomian, G. Solving frontier problems of physics: The decomposition method. Kluwer Academic Publishers, London, 1994.
- [3] Wazwaz, A. M. A comparison between the Adomian decomposition method and the Taylor series method in the series solutions. Applied Mathematics and Computation. 1998, 97 (1), 37-44.
- [4] Wazwaz, A. M. A new algorithm for calculating Adomian polynomials for nonlinear operators. Applied Mathematics and Computation. 2000, 111 (1), 33-51.
- [5] Cherruault, Y., Adomian, G., Abbaoui, K., Rach, R. Further remarks on convergence of decomposition method. International Journal of Bio-Medical Computing. 1995, 38 (1), 89-93.
- [6] Hosseini, M. M., Nasabzadeh, H. On the convergence of Adomian decomposition method. Applied Mathematics and Computation. 2006, 182 (1), 536-543.
- [7] Abbaoui, K., Cherruault, Y. The decomposition method applied Cauchy problem. Kybernetes. 1999, 28 (1), 68-74.
- [8] Babolian, E., Biazar, J. Solving the problem of biological species living together by Adomian decomposition method. Applied Mathematics and Computation. 2002, 129 (2-3), 339-343.
- [9] El-Sayed, S. M., Abdel-Aziz, M. R. A comparison of Adomian's decomposition method and wavelet-Galerkin method for solving integro-differential equations. Applied Mathematics and Computation. 2003, 136 (1), 151-159.
- [10] Abbasbandy, S. A numerical solution of Blasius equation by Adomian's decomposition method and comparison with homotopy perturbation method. Chaos Solitons & Fractals. 2007, 31 (1), 257-260.
- [11] Hashim, I., Noorani, M. S. M., Ahmad, R., Bakar, S. A., Ismail, E. S., Zakaria, A. M. Accuracy of the Adomian decomposition method applied to the Lorenz system. Chaos, Solitons & Fractals. 2006, 28 (5), 1149-1158.
- [12] Guellal, S., Grimalt, P., Cherruault, Y. Numerical study of Lorenz's equation by the Adomian method. Computers & Mathematics with Applications. 1997, 33 (3), 25-29.
- [13] Répaci, A. Nonlinear dynamical systems: On the accuracy of Adomian's decomposition method. Applied Mathematics Letters. 1990, 3 (4), 35-39.

- [14] Hashim, I., Noorani, M. S. M., Said Al-Hadidi, M. R. Solving the generalized Burgers-Huxley equation using the Adomian decomposition method. *Mathematical and Computer Modelling*. 2006, 43 (11-12), 1404-1411.
- [15] Hashim, I. Adomian decomposition method for solving BVPs for fourth-order integro-differential equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2006, 193 (2), 658-664.
- [16] Babolian, E., Biazar, J., Vahidi, A. R. The decomposition method applied to systems of Fredholm integral equations of the second kind. *Applied Mathematics and Computation*. 2004, 148 (2), 443-452.
- [17] Saha R. S., Bera, R. K. An approximate solution of a nonlinear fractional differential equation by Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation*. 2005, (167) 1, 561-571.
- [18] Saha R. S., Bera R. K. Analytical solution of a fractional diffusion equation by Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation*. 2006, 174 (1), 329-336.
- [19] Ismail, H. N. A., Raslan, K., Abd Rabboh, A. A. Adomian decomposition method for Burger's-Huxley and Burger's-Fisher equations. *Applied Mathematics and Computation*. 2004, 159 (1), 291-301.
- [20] El-Tawil, M. A., Bahnasawi, A. A., Abdel-Naby, A. Solving Riccati differential equation using Adomian's decomposition method. *Applied Mathematics and Computation*. 2004, 157 (2), 503-514.
- [21] Daftardar-Gejji, V., Jafari, H. Adomian decomposition: A tool for solving a system of fractional differential equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. 2005, 301 (2), 508-518.
- [22] Hsu, J. C., Lai, H. Y., Chen, C. K. An innovative eigenvalue problem solver for free vibration of uniform Timoshenko beams by using the Adomian modified decomposition method. *Journal of Sound and Vibration*. 2009, 325 (1-2), 451-470.
- [23] Farshidianfar, A., Tabassian, R., Khoei, O. K., Noei, S. J. Solving free vibration of stepped beam by using the Adomian decomposition method. *ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*. 2010, DOI:10.1115/ESDA2010-25335.
- [24] Mao, Q. Free vibration analysis of multiple-stepped beams by using Adomian decomposition method. *Mathematical and Computer Modelling*. 2011, 54 (1-2), 756-764.
- [25] Mao, Q. B., Nie, Y. P., Zhang, W. Vibration analysis of a stepped beam by using Adomian decomposition method. *Applied Mechanics and Materials*. 2012, 160, 292-296.

- [26] Zu-feng, L., Xiao-yan, T. Analytical solution of fractionally damped beam by Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Mechanics*. 2007, 28 (2), 219-228.
- [27] Baker, R., Zeitoun, D. G. Application of Adomian's decomposition procedure to the analysis of a beam on random winkler support. *International Journal of Solids and Structures*. 1990, 26 (2), 217-235.
- [28] Yaman, M. Adomian decomposition method for solving a cantilever beam of varying orientation with tip mass. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. 2006, 2 (1), 52-57.
- [29] Yiğit, G. Adomian ayrışım metodu yardımıyla kompozit malzemelerde dalga yayılımı. Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2012, 86 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [30] Wazwaz, A. M. *Partial differential equations: Methods and applications*. A. A. Balkema, Tokyo, 2002.
- [31] Uslu, B. İdeal olmayan sınır şartları altında eksenel hareketli kiriş titreşimi. Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, Manisa, 2015, 102 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [32] Peköz, Z. Ç. Free vibration analysis of a non-uniform free-ended beam with weighted residual methods. Boğaziçi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, 2005, 92 s. (Yüksek Lisans Tezi)
- [33] Chen, L. Q. *Nonlinear vibrations of axially moving beams*, Chapter 7. *Nonlinear Dynamics*. Intech Publishers, 2010.
- [34] Öz, H. R., Pakdemirli, M. Vibrations of an axially moving beam with time-dependent velocity. *Journal of Sound and Vibration*. 1999, 227 (2), 239-257.
- [35] Haddadpour, H. An exact solution for variable coefficients fourth-order wave equation using the Adomian method. *Mathematical and Computer Modelling*. 2006, 44, 1144-1152.
- [36] Bildik, N., Bayramoğlu, H. The solution of two dimensional nonlinear differential equation by the Adomian decomposition method. *Applied Mathematics and Computation*. 2005, 163 (2), 519-524.
- [37] Deniz, S., Bildik, N. Application of adomian decomposition method for singularly perturbed fourth order boundary value problems. *AIP Conference Proceedings*. 2015, DOI: 10.1063/1.4952089.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Erhan KOCA
Doğum Yeri ve Yılı : İzmir, 1990
Medeni Hali : Bekar
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : kocaerhan42@gmail.com

Eğitim Durumu

Lise : Buca Hoca Ahmet Yesevi Lisesi, 2008
Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Matematik Bölümü, 2013

Mesleki Deneyim

Dinamik Kurs Merkezi 2014-..... (halen)

Yayınları

Dönmez Demir, D., Koca, E. The solution of a string model by Adomian decomposition method. AIP Conference Proceedings. 2015, DOI: 10.1063/1.4912592.

Dönmez Demir, D., Koca, E. The shooting method for the second order singularly perturbed differential equation. AIP Conference Proceedings. 2016, DOI: 10.1063/1.4952091

Dönmez Demir, D., Koca, E. Variational iteration method for transverse vibrations of the elastic, tensioned beam. 4.th International Conference on Pure and Applied Mathematics. 2015.

Duygu Dönmez, D., Bildik, N., Koca, E. The solution of the two-point boundary value problem for a singularly perturbed differential equations using shooting method. 13. Matematik Sempozyumu 2014. (Bildiri özetler kitabı 193 s.)