



T.C.
SELÇUK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



**DAİRESEL MİKRO KANALLARDA GEÇİCİ
REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN
SAYISAL İNCELENMESİ**

Soner ŞEN

DOKTORA TEZİ

MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
Anabilim Dalı

Haziran-2016
KONYA
Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Soner ŞEN tarafından hazırlanan “*DAİRESEL MİKRO KANALLARDA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN SAYISAL İNCELENMESİ*” adlı tez çalışması 03/06/2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından **oy birliğı** / oy okluğı ile Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliğı Anabilim Dalı’nda DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Başkan

Prof. Dr. Şefik BİLİR

Danışman

Yrd. Doç. Dr. Selçuk DARICI

Üye

Prof. Dr. Yusuf Ali KARA

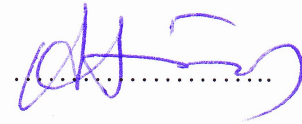
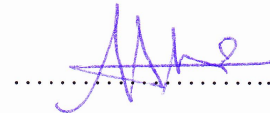
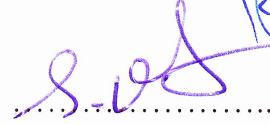
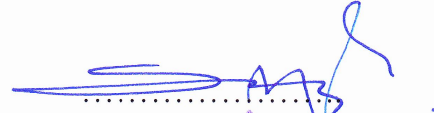
Üye

Doç. Dr. Ali KAHRAMAN

Üye

Yrd. Doç. Dr. Ali ATEŞ

İmza



Yukarıdaki sonucu onaylarım.



Prof. Dr. AŐır GENÇ
FBE Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.



İmza

Soner ŞEN

Tarih: 03/06/2016

ÖZET

DOKTORA TEZİ

DAİRESEL MİKRO KANALLARDA GEÇİCİ REJİM BİRLEŞİK ISI TRANSFERİNİN SAYISAL İNCELENMESİ

Soner ŞEN

Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Selçuk DARICI

2016, 188 Sayfa

Jüri

Yrd. Doç. Dr. Selçuk DARICI

Prof. Dr. Şefik BİLİR

Prof. Dr. Yusuf Ali KARA

Doç. Dr. Ali KAHRAMAN

Yrd. Doç. Dr. Ali ATEŞ

Yapılan çalışmada dairesel kesitli bir mikro kanalda seyrelme, viskoz sönüm ve eksenel iletim etkileri altında hidrodinamik olarak gelişmiş, ısı olarak gelişmekte olan laminer akış, geçici rejim birleşik ısı transferi incelenmiştir. Ele alınan problem Patankar'ın (1980) kontrol hacim yaklaşımına dayanan sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Enerji denklemleri birinci derece sıcaklık sıçraması sınır şartı altında çözülmüştür. Problem beş parametreye bağlı olarak incelenmiştir. Bunlar Peclet sayısı (Pe), Knudsen sayısı (Kn), Brinkman sayısı (Br), cidar kalınlığı oranı (d') ve ısı yayılım katsıyısı (α_{wf}) oranıdır. Elde edilen sonuçlar, ısı transferi karakteristiklerinin bu parametrelerden önemli ölçüde etkilendiğini ve mikro kanal akışlarında akışkan seyrelme etkisi, viskoz ısınma ve eksenel iletimin ihmal edilemeyeceğini göstermiştir.

Anahtar Kelimeler: Birleşik ısı transferi, Eksenel iletim, Kaygan akış, Mikro kanal, Seyrelme etkisi, Viskoz sönüm.

ABSTRACT

Ph.D THESIS

NUMERICAL INVESTIGATION OF UNSTEADY CONJUGATE HEAT TRANSFER IN CIRCULAR MICRO CHANNELS

Soner ŞEN

THE GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCE OF SELÇUK UNIVERSITY THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY IN MECHANICAL ENGINEERING

Advisor: Asst. Prof. Dr. Selçuk DARICI

2016, 186 Pages

Jury

Asst. Prof. Dr. Selçuk DARICI

Prof. Dr. Şefik BİLİR

Prof. Dr. Yusuf Ali KARA

Assoc. Prof. Dr. Ali KAHRAMAN

Asst. Prof. Dr. Ali ATEŞ

In this study transient conjugate heat transfer of a hydrodynamically developed and thermally developing laminar flow in a circular microchannel is investigated by considering the effects of rarefaction, viscous dissipation and axial conduction. The problem is solved numerically by a finite difference method based on Patankar's (1980) control volume approach. Energy equations are solved with the boundary condition of the first degree temperature jump. The problem depends on five parameters. These are the Peclet number (Pe), the Knudsen number (Kn), the Brinkman number (Br), the wall thickness ratio (d') and the thermal diffusivity ratio (α_{wf}). Results showed that heat transfer characteristics are significantly affected by these parameters and that in micro channel flows, the fluid's rarefaction effects, viscous dissipation and axial conduction should not be ignored.

Keywords: Axial conduction, Conjugate heat transfer, Microchannel, Rarefaction effect, Slip flow, Viscous dissipation.

ÖNSÖZ

Lisansüstü eğitimim süresince gerek Yüksek Lisans gerekse Doktora çalışmalarında ilgi ve desteğini hiçbir zaman esirgemeyen danışmanım Yrd. Doç. Dr. Selçuk DARICI'ya, her türlü çalışmamda beni yönlendiren Prof. Dr. Şefik BİLİR'e ve katkılarından dolayı Yrd. Doç. Dr. Ali ATEŞ ve Yrd. Doç. Dr. Ulaş ATMACA'ya sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca manevi desteğiyle her zaman yanımda olan eşim Tuba ŞEN'e sonsuz teşekkür ederim.

Soner ŞEN
KONYA-2016

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	viii
1. GİRİŞ	1
1.1. Süreklilik Yaklaşımı ve Akış Rejimleri	2
1.2. Birleşik Isı Transferi	4
1.3. Problemin Tanımı	4
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	7
3. TEORİK ESASLAR	12
3.1. Temel Denklemler	12
3.2. Başlangıç ve Sınır Şartları	21
3.2.1. Cidar tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları	21
3.2.2. Akışkan tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları.....	22
3.3. Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması.....	22
3.3.1. Boyutsuz parametreler	23
3.3.2. Cidar tarafı için boyutsuz enerji denklemi.....	24
3.3.3. Akışkan tarafı için boyutsuz enerji denklemi	26
3.3.4. Başlangıç ve sınır şartlarının boyutsuzlaştırılması	30
4. SAYISAL ÇÖZÜM	39
4.1. Ağ Yapısı	39
4.2. Ayrıklaştırma	40
4.2.1. Cidar tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması	40
4.2.2. Akışkan tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması.....	43
4.2.3. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması.....	52
4.3. Çözüm	69
5. ÇALIŞMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA	73
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	170
KAYNAKLAR	172
EKLER	176
ÖZGEÇMİŞ	177

SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

a	Ayrıklaştırılmış denklem katsayısı
b	Kaynak terim
Br	Brinkman sayısı [$= \frac{\mu_f u_m^2}{k(T_1 - T_0)}$]
c_p	Sabit basınçta özgül ısı [J/kgK]
d	Cidar kalınlığı [m]
D	Hidrolik çap [m]
k	Isı iletkenlik katsayısı [W/mK]
Kn	Knudsen sayısı [$= \lambda/D$]
Nu	Nusselt sayısı [$= \frac{2q'_{wi}}{T'_{wi} - T'_b}$]
Pe	Peclet sayısı [$= Re Pr = \frac{2r'_{wi} u_m \rho_f c_{p,f}}{k_f}$]
Pr	Prandtl sayısı [$= \mu c_p/k$]
Po	Poiseil sayısı
q	Isı akısı [W/m ²]
r	Radyal koordinat [m]
Re	Reynolds sayısı [$= u_m D/\nu$]
t	Zaman [s]
T	Sıcaklık [K]
T_0	Başlangıçtaki sistem sıcaklığı [K]
T_s	Ara yüzeydeki akışkan sıcaklığı [K]
T_l	Alt akış bölgesi dış yüzey sıcaklığı [K]
u	Eksenel hız [m/s]
u_s	Kayma hızı [m/s]
v	Radyal hız [m/s]
x	Eksenel koordinat [m]
α	Isıl yayılım katsayısı [m ² /s]
γ	Özgül ısı oranı
λ	Moleküler serbest yol [m]
δr	Radyal konum farkı [m]
δx	Eksenel konum farkı [m]
κ	Kappa [$= \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Pr}$]
Δr	Radyal basamak uzunluğu [m]

Δt	Zaman aralığı [s]
Δx	Eksenel basamak uzunluğu [m]
ρ	Yoğunluk [kg/m ³]
σ_m	Momentum uyuşum katsayısı
σ_t	Isıl uyuşum katsayısı
μ	Dinamik viskozite [Pa.s]

Alt İndisler

b	yığık
f	akışkan
i	Ara yüzey
i,j	Düğüm noktası i,j
m	ortalama
w	cidar
wf	Cidar/akışkan oranı

Üst İndisler

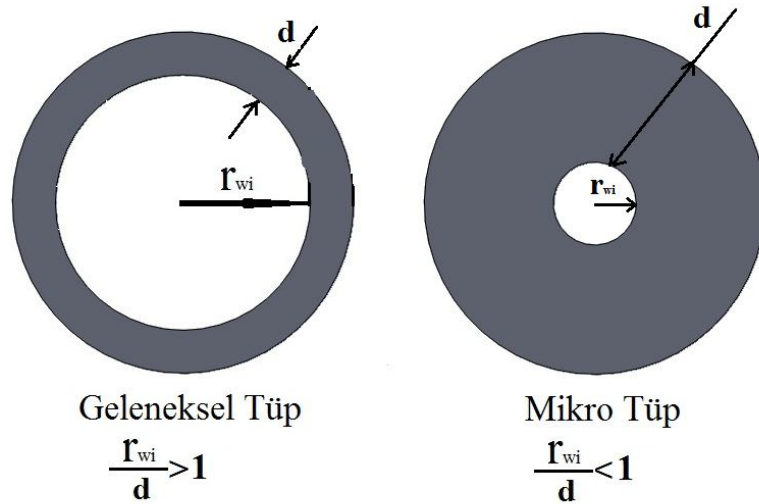
¹	boyutsuz
⁰	Önceki zaman adımı
¹	Sonraki zaman adımı

1. GİRİŞ

Mikro ölçekli elektro-mekanik sistemler son yıllarda otomotiv, savunma, havacılık ve uzay sistemleri, biyo-medikal ve nükleer enerji gibi uygulamalarda son derece öneme sahip olmaktadır. Her geçen gün gelişen bu sistemlerde birim alan/hacime düşen ısı üretimi de sürekli artmakta ve ısınma ile meydana gelen sıcaklık artışı ciddi problemlere neden olmaktadır. Bu yüksek sıcaklık probleminin çözülmesi için de son yıllarda mikro kanal ve mikro tüplerde çeşitli akışkanların kullanıldığı ısı sistemler geliştirilmektedir.

Mikro ölçekli cihazlardaki ısı transferi mühendislik uygulamaları içerisinde son derece önem arz etmektedir. Mikron seviyesinde boyutlara sahip cihazlardaki bu ısı transferi mekanizması makro boyuttaki analize göre tamamen farklı bir problemdir. Bu açıdan bakıldığında mikro ve nano ölçekli akış özelliklerinin incelenmesi son on yılda dikkat çeken önemli bir araştırma alanıdır ve hala çözümlenememiş birçok ısı-akış problemi söz konusudur.

Şekil 1.1’de boru (tüp) ve mikro tüp arasındaki boyut farkı görülmekte, Tablo 1.1’de ise karakteristik uzunluklarına göre akış kanallarının sınıflandırılması verilmektedir.



Şekil 1.1. Geleneksel tüp ve mikro tüp yapısı

Tablo1.1. Karakteristik uzunluklarına göre akış kanalları (Karniadakis ve ark 2006)

Kanal Türü	Karakteristik Uzunluk
Makro kanal	$D > 3 \text{ mm}$
Mini kanal	$3 \text{ mm} \geq D \geq 200 \mu\text{m}$
Mikro kanal	$200 \mu\text{m} \geq D \geq 10 \mu\text{m}$
Geçiş mikro kanal	$10 \mu\text{m} \geq D \geq 1 \mu\text{m}$
Geçiş nano kanal	$1 \mu\text{m} \geq D \geq 0.1 \mu\text{m}$
Nano kanal	$0.1 \mu\text{m} \geq D$

1.1. Süreklilik Yaklaşımı ve Akış Rejimleri

Mikro ölçekteki kanallarda ele alınan sistemin boyutu akışkan molekülleri arası mesafe ve ortalama moleküler serbest yol ile kıyaslanabilir boyuttur. Bu tür sistemlerde sürekli ortam yaklaşımının geçerlilik sınırı Knudsen sayısı, Kn , ile tanımlanır ki, Kn ortalama serbest yolun, λ , akış alanı içindeki karakteristik uzunluğa, L , oranı olarak aşağıdaki şekilde yazılır.

$$Kn = \lambda / L$$

Knudsen sayısı akış rejimlerinin sınıflandırmasında kullanılmaktadır. Kullanım alanı bakımından yaygın olan bazı gazlar için ortalama serbest yol “ λ ” değerleri Tablo 1.2’ de verilmektedir.

Tablo 1.2. Çeşitli gazların molekül arası ortalama serbest yol “ λ ” değerleri (Karniadakis ve ark 2006)

Akışkan	Ortalama serbest yol, λ (nm)
Hava	61.11
Azot	60.44
Karbondioksit	40.19
Oksijen	65.03
Helyum	176.5
Argon	64.41

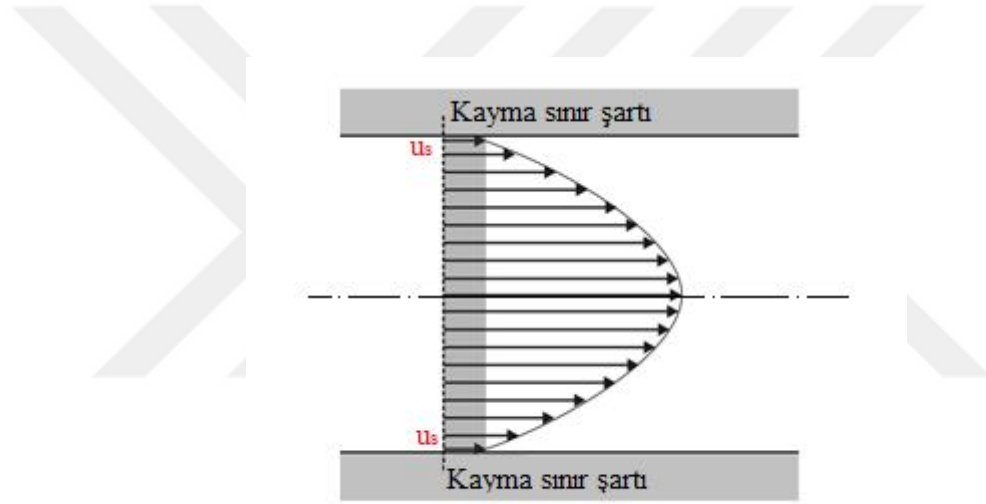
Kn sayısının değerine bağlı olarak akışlar aşağıdaki gibi sınıflandırılabilir (Kandlikar ve ark 2005).

$Kn < 0.001$; Sürekli ortam akışı olarak adlandırılır. Akışkan hareketi kayma sınır şartları dikkate alınmaksızın Navier-stokes denklemleri ile belirlenebilir.

$0.001 \leq Kn \leq 0.1$; Kaygan akış olarak tanımlanır. Akışkan hareketi cidarlarda kayma sınır şartları dikkate alınarak Navier-Stokes denklemleri ile belirlenebilir.

$0.1 \leq Kn \leq 10$; Geçiş akışı olarak tanımlanır. Akışkan hareketi Navier-Stokes denklemlerinden daha yüksek mertebeli olan Burnett denklemleri ile ifade edilebilir.

$Kn > 10$; Serbest moleküler akış olarak adlandırılır. Akışkan hareketi Boltzmann denklemi gibi moleküler akış modelleri ile tanımlanabilir.



şekil 1.2. Mikro kanal akışında kaygan akış rejimi

Sürekli akış kabulünün geçerli olduğu kaygan akış rejiminde (şekil 1.2), sürekli ortam akışından farklı olarak, cidar-akışkan ara yüzeyindeki moleküllerin sahip olduğu hız ve sıcaklık değerleri cidar değerlerine göre farklılık göstermektedir. Bu farklılıklar kayma hızı ve sıcaklık sıçraması olarak ele alınmaktadır. Kayma hızı ve sıcaklık sıçraması sınır şartları yüksek dereceli terimlerin ihmali ile 1. dereceden aşağıdaki denklemler ile tanımlanmaktadır (Ameel ve ark 1997).

$$u_s = -\frac{2 - \sigma_m}{\sigma_m} \lambda \frac{du}{dr} \quad (1.1)$$

$$T_s - T_w = -\frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (1.2)$$

Denklem (1.1)'de yer alan u_s , kayma hızını, λ , ortalama serbest yolu, σ_m , momentum uyuşum katsayısını, denklem (1.2)'de yer alan T_s , ara yüzey akışkan sıcaklığını, T_w , cidar sıcaklığını, σ_t , ısı uyuşum katsayısını göstermektedir. Momentum ve ısı uyuşum katsayıları akışkanın ve cidar malzemesinin özelliklerine göre 0.87 ile 0.99 arasında değişmektedir (Karniadakis ve ark 2006). Yapılan çözümlerinde kolaylık sağlanması için uyuşum katsayıları 1.0 alınabilmektedir (Kandlikar ve ark 2005).

1.2. Birleşik Isı Transferi

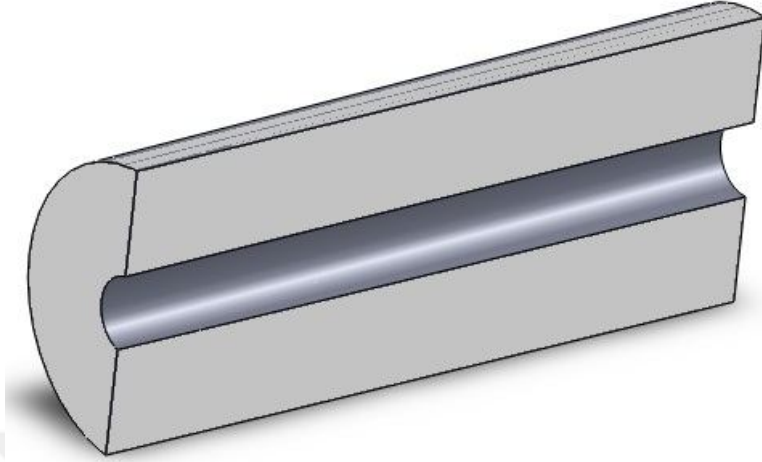
Birleşik ısı transferi, cidar ile akışkan arasında ısı transferinin olduğu yerde ortaya çıkan bir problemdir. Cidar kalınlığı çok ince olan borularda cidar ile akışkan ara yüzeyindeki sınır şartının cidar dış yüzeyi ile aynı olduğu kabul edilir. Bu kabul mikro kanallar gibi kalın cidarlı borularda gerçekçi olmaktan uzaktır. Böyle durumlarda ısı transferi mekanizması için birleşik ısı transferi analizi yapılması gerekmektedir.

Çeşitli akış analizleri için önemi büyük olan aksel iletim ve viskoz etkilerin dairesel kesitli mikro kanal akışlarında da dikkatle irdelenmesi gerekmektedir. Reynolds sayısı (Re) ve akış içerisindeki sıcaklık dağılımına bağlı olarak aksel iletim mikro kanal akışlarında cidar kalınlığının kanal çapına göre büyük olmasından dolayı çok etkili olabilmektedir. Aksel iletim özellikle düşük Peclet sayılarında (Pe) ısı transferini oldukça etkileyebilmektedir. Benzer olarak viskoz sönüm, Brinkman sayısı ve hız basamağı ile orantılıdır.

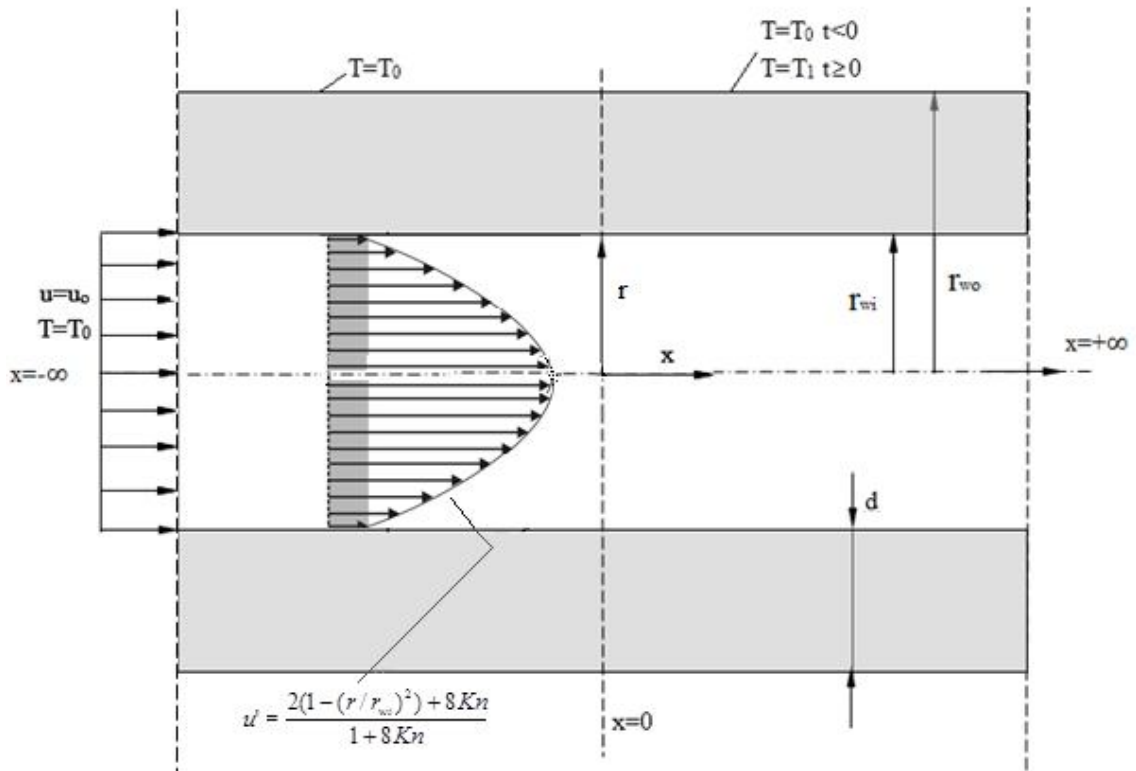
1.3. Problemin Tanımı

Bu çalışmada mikro kanallarda aksel iletim ve viskoz etkiler altında hidrodinamik olarak gelişmiş, ısı olarak gelişmekte olan laminer akışta geçici rejim birleşik ısı transferi sayısal olarak incelenmiş ve çeşitli parametrelerin ısı transferi

üzerine etkileri belirlenmiştir. Probleme ait mikro kanal yapısı Şekil 1.3' de, şematik diyagramı ve koordinat sistemi Şekil 1.4 'de görülmektedir.



Şekil 1.3. Mikro kanal kesit görüntüsü



Şekil 1.4. Probleme ait şematik görünüm ve koordinat sistemi

Problem iki bölge olarak ele alınmıştır ve boru pozitif ve negatif x- ekseninde sonsuz uzunluktadır. Akışkan üniform bir u_0 hızı ve T_0 sıcaklığı ile boruya girmektedir. Akış, sürekli, laminar, hidrodinamik olarak tam gelişmiş fakat ısıl olarak gelişmektedir. Eksenel simetri nedeni ile akış iki boyutludur. Zamanın başlangıcında ($t=0$) alt akış bölgesinde cidar dış yüzey sıcaklığı yeni bir T_1 sıcaklığına yükseltilmekte ve sistem sürekli rejime ulaşınca kadar sabit kalmaktadır. Isı transferi geçici rejimde gerçekleşmektedir. Sayısal analiz kaygan akış rejiminde gerçekleştirilecektir. Cidarın ve akışkanın termo-fiziksel özellikleri sabit kabul edildiğinden, hız dağılımı sıcaklık dağılımından bağımsız hale gelmiştir. Elde edilen hız profili enerji denkleminde kullanılarak sıcaklık dağılımları ve diğer ısı transferi karakteristikleri belirlenmiştir.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Çeşitli geometri ve ölçülerdeki mikro kanal akışı ve ısı transferi çalışmaları küçük ölçekteki elektro-mekanik sistemlerin gelişmesi ile her geçen gün daha da ivme kazanmaktadır. Bu nedenle, mikro ölçekte karşılaşılan akış ve ısı transferi mekanizmalarının açıklanması büyük önem arz etmektedir. Mikro ölçekte deneysel çalışmaların zorluğu araştırmacıları teorik çalışmalara yönlendirmekle birlikte, mikro kanallardaki akış ve ısı transferi mekanizmalarının teorik analizleri bu alandaki çalışmalar için son derece faydalı olmaktadır. Literatürde mini ve mikro borularda birleşik ısı transferi ile mikro kanallardaki gaz akışı ve ısı transferi üzerine yapılan bazı çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

Çetin ve ark (2008) yaptıkları çalışmada mikrotüp içinde Graetz problemini kaymalı akış rejiminde sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı için seyrelme etkisi, viskoz sönümü ve eksenel iletimi dikkate alarak incelemiştir. Akış hidrodinamik tam gelişmiş ısı olarak gelişmektedir ve hız profili analitik olarak çözülmüştür. Seyrelme etkisini probleme hız-kayma ve sıcaklık sıçrama sınır koşulları ile uygulamışlardır. Yerel ve tam gelişmiş Nu sayılarını boyutsuz parametrelere (Pe, Kn, Br) bağlı olarak elde etmişler ve tam gelişmiş Nu sayılarının ve ısı giriş uzunluğunun eksenel iletim ile arttığını tespit etmişlerdir.

Lelea ve Cioabla (2010) viskoz etkileri de dikkate alarak mikro tüplerde birleşik ısı transferi ve akışkan akışı üzerine sayısal bir çalışma yapmışlardır. Çalışmalarında üç farklı akışkan kullanmışlardır. Bunlar su ve iki farklı dielektrik akışkan HFE-7600 ve FC-70 dir. Kullandıkları mikrotüpün çap oranı $D_i/D_o=0.1/0.3$ mm ve tüp uzunluğu $L=100$ mm dir. Akış laminardır. Isıtma ve soğutma olmak üzere iki farklı ısı transferi durumunu ve 3 farklı Brickman sayısını (Br=0.01, 0.1, 0.5) incelemiştir. Viskoz ısınmanın Nu ve Po üzerine etkilerini analiz etmişler ve Br=0 ile karşılaştırmışlardır.

Rahimi ve Mehryar (2012) çalışmalarında birleşik ısı transferi problemi olarak dairesel kesitli bir mikro kanalda cidar ısı iletkenlik katsayısı ve cidar kalınlığının giriş ve çıkış bölgelerindeki yerel Nusselt sayılarına etkisini sayısal olarak incelemiştir. Problem çözümünde eş zamanlı gelişen laminar akış ve sabit yüzey ısı akışı sınır şartı kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar cidardaki eksenel ısı iletiminin mikro kanal giriş ve çıkış bölgelerinde yerel Nusselt sayısını azaldığını göstermektedir.

Zhang ve ark (2010) yaptıkları çalışmada birleşik ısı transferi probleminde cidar eksenel ısı iletiminin etkisini eş zamanlı gelişen laminar akışta, kalın cidarlı dairesel bir

boru ve sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı için sayısal olarak çözmüşlerdir. Sonuçlardan cidar/akışkan ısı iletim katsayısı oranının (k_{wf}) ısı transferinde en önemli parametre olduğunu belirtmişler ve $k_{wf} \leq 25$ olduğunda artan cidar kalınlığı ve azalan k_{wf} değeri için sabit ara yüzey ısı akısı durumunun gerçekleştiğini belirtmişlerdir. Ayrıca Zhang ve ark (2010) bir başka çalışmada viskoz ısınmanın ısı transferi üzerine olan etkilerini kaygan akış rejiminde sıcaklık sıçraması ve kayma sınır şartları için mikro kanal akışında analitik olarak incelemişlerdir. Benzer olarak viskoz ısınmanın ısı transfer karakteristikleri üzerine olan etkisini iç içe geçmiş mikro kanallarda kaygan akış rejimi için benzer sınır şartlarında Char ve Tai (2010) sayısal olarak incelemiştir. Sonuçlar yarı çap oranının kaygan akış rejimi ısı transferi için çok önemli bir parametre olduğunu göstermiştir.

Aziz ve Niedbalski (2011) birinci ve ikinci derece kaygan akış sınır şartlarını eksenel iletim ve viskoz ısınmayı dikkate alarak mikro kanal gaz akışları için incelemişlerdir. Tam gelişmiş akış için ikinci derece kayma sınır şartında akış merkezinde daha yüksek hız değerleri elde etmişler fakat cidar-akışkan sınır bölgelerinde tam aksine hız profilinde azalma meydana gelmiştir. Ayrıca ikinci derece sıcaklık sıçraması sınır şartı sıcaklık profillerinde tüm parametreler için artış meydana getirmiştir.

Demsis ve ark (2010) 25 mm iç çapındaki dairesel kanalda çeşitli gazlar için (oksijen, nitrojen, argon, helyum) ısı transferi katsayısı ölçümlerini yaklaşık sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı ve seyrelme etkisi altında gerçekleştirmişlerdir. Yaptıkları ölçümlerde özellikle kaygan akış rejiminde Nusselt çok küçük değerler almıştır ve bunu teorik ve simülasyon modelleri ile açıklamakta yetersiz kalmışlardır.

Avcı ve ark (2012) çalışmalarında hidrodinamik olarak gelişmiş ısı olarak gelişmekte olan sürekli rejim mikro tüp giriş bölgesi, laminer, birleşik ısı transferi problemini sayısal olarak incelemişlerdir. Sayısal çözümde sonlu hacimler metodunu kullanmışlardır. Isı iletkenlik oranının, çap oranının, kanal uzunluğunun ve viskoz sönümün Nusselt sayısına ve ara yüzey ısı akısına etkilerini ayrıntılı olarak incelemişlerdir. Giriş bölgesinde Nusselt sayısında k_w/k_f ve d_0/d_i deki artışa bağlı olarak büyük azalmalar gözlemlemişlerdir. Bunun aynı zamanda çıkış bölgesine kadar uzanan eksenel iletimden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Ayrıca viskoz etkiler arttıkça Nusselt sayısının azaldığını ifade etmişlerdir.

Barletta ve Di Schio (2000) yaptıkları çalışmada sürekli ve laminer zorlanmış taşınım problemini dairesel boruda aksel olarak sinüzoidal değişen cidar ısı akısı sınır şartı için akışkan tarafında gerçekleşen aksel ısı iletimini dikkate alarak incelemişlerdir. Sıcaklık dağılımını, yerel ve ortalama Nusselt sayısını analitik olarak bulmuşlar ve aksel ısı iletimi olduğunda ve ihmal edildiğinde elde edilen sonuçları karşılaştırmışlardır.

Barron ve ark (1996), (1997) mikrotüp akışında Graetz problemini sayısal olarak incelemişlerdir. Analizleri laminer ve kaygan akış rejiminde gerçekleştirmişlerdir. Birinci mertebeden kayma hızı sınır şartı momentum denklemlerine dahil edilmiştir. Cidarlarda sabit yüzey sıcaklığının sınır şartı olarak gerçekleştirilen çalışmada, ısı gelişme uzunluğunun ve Nusselt sayısının, Knudsen sayısına bağlı artış gösterdiğini belirlemişlerdir. Benzer problem sabit ısı akısı sınır koşulu için, Ameel ve ark (1997) tarafından analitik olarak incelenmiştir. Diğer problemden farklı olarak, sıcaklık sıçraması enerji denkleminin sınır şartı olarak dahil edilmiştir. Nusselt sayısının artan Knudsen (Kn) ile azaldığını belirlemişlerdir ve bu davranış sıcaklık sıçramasında meydana gelen artışla açıklamışlardır.

Jeong ve Jeong (2006) mikro kanal akışında viskoz sönüm ve aksel iletimin ısı transferi üzerindeki etkisini sayısal olarak incelemişlerdir. Yaptıkları çalışmada cidarda sırasıyla sabit yüzey sıcaklığı ve sabit ısı akısı sınır şartı uygulanmış ve çözümler kaygan akış rejiminde gerçekleştirilmiştir. Akışkanın ısıtılması durumunda viskoz sönümün ısı transferi üzerinde azaltıcı bir etki yarattığı tersi durumda ise arttırıcı bir etkisinin olduğunu belirlemişlerdir. Aksel iletimin hem ısıtma hem de soğutma durumunda ısı transferini arttırdığını tespit etmişlerdir.

Tiselj ve ark (2004) üçgen silikon mikro kanaldan akan su için $Re = 3.2-64$ aralığında ısı transferi karakteristiklerini deneysel ve sayısal olarak araştırmışlardır. Suyun yığık sıcaklığının ve ısıtılan yüzey sıcaklığının kanal boyunca lineer olarak değişmediğini görmüşlerdir. Ayrıca çalışmalarında sayısal çözüm ile elde edilen ısıtılmış yüzey sıcaklık dağılımının deneysel veriler ile uyumlu olduğunu belirtmişlerdir.

Renksizbulut ve ark (2006) sabit yüzey sıcaklığına maruz dikdörtgen şeklindeki bir mikro kanalda, eş zamanlı gelişmekte olan akış durumu için akış ve ısı transferi karakteristiklerini sayısal olarak incelemişlerdir. Knudsen sayısının artışının özellikle giriş bölgesinde Nusselt sayısı ve sürtünme faktörü üzerinde önemli düzeyde azaltıcı etkisinin olduğunu belirlemişlerdir.

Pagliarini (1988) çalışmasında kalın cidarlı borularda hem akışkan hemde cidar için eksenel ısı iletimini dikkate alarak tam gelişmiş laminer akış için ısı transferini incelemiştir. Sonuçlarda Peclet sayısının, ısı iletkenlik parametrelerinin ve cidar kalınlığının birleşik ısı transferine olan etkilerini araştırmıştır.

Wang ve ark (2009) eksenel ısı iletimini ihmal ederek laminer akışta zorlanmış taşınım ısı transferini mikro kanal için bir cidarda kısmen ısıtma ve tam ısıtma şartlarında deneysel ve sayısal olarak incelemiştir. Mikro kanal ikizkenar yamuk şeklinde, hidrolik çapı 155 μm ve ısıtılan cidarın uzunluğu ise 30 mm dir. Navier-stokes ve enerji denklemlerini mikro kanal için aynı deney şartlarında ve 3 boyutlu olarak sayısal çözmüşlerdir. Yaptıkları bu çalışmada sayısal çözümden elde edilen cidar sıcaklık değerlerinin ve yerel Nusselt sayılarının deneysel veriler ile büyük bir uyum içinde olduğu sonucuna varmışlardır.

Li ve ark (2007) mikro tüplerde laminer akışkan akışı ve ısı transferi karakteristiklerini belirlemek için deneysel ve sayısal çalışmalar yapmışlardır. Yaptıkları çalışmada hem pürüzsüz erimiş silikadan hem de paslanmaz çelikten mikro borular kullanmışlar ve hidrolik çaplar silika için 50-100 μm , paslanmaz çelik için ise 373-1570 μm almışlardır. Çelik mikro borular için deneysel sonuçlardan elde ettikleri eksen boyunca yerel Nusselt sayısı dağılımı düşük Reynold sayıları ve kalın cidar için geleneksel sonuçlar ile uyuşmadığını belirtmişlerdir. Araştırmacılar sayısal çözüm sonuçlarından boru çapına göre büyük cidar kalınlık oranı ve düşük Re değerlerinde doğrusal olmayan akışkan sıcaklık dağılımı ile cidarda eksenel ısı iletimi olduğunu ortaya koymuşlardır.

Bilir (1995), (2002) tarafından yapılan çalışmalarda üst akış bölgesi başlangıç sıcaklığında tutulurken alt akış bölgesinde cidar dış yüzeyinin aniden başka bir T_1 sıcaklığına yükselmesi durumu ele alınmıştır. Başka bir çalışmada Bilir ve Ateş (2003) kalın cidarlı borularda laminer akış ve ısıl olarak gelişen geçici rejim birleşik ısı transferi problemini, iki boyutlu cidar ve eksenel akışkan iletimini göz önüne alarak incelemiştir. Yaptıkları çalışmada problem iki bölge, üst akış bölgesi yalıtılmış ve başlangıçta eşit sıcaklıktaki bir boruda, hidrodinamik olarak gelişmiş akış için, alt akış bölgesinde çevre akışkan sıcaklığındaki ani değişme şartı ile ele alınmış ve sonlu farklar yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Darıcı ve ark (2015) benzer bir problemi tek bölge hidrodinamik ve ısıl olarak eş zamanlı gelişen akış için irdelemiştir. Her iki çalışmada da beş boyutsuz parametrenin (Peclet sayısı, Biot sayısı, cidar kalınlık oranı, cidar-akışkan ısı iletkenlik katsayısı oranı ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı

oranı) ısı transferi karakteristikleri üzerindeki etkilerini belirlemişlerdir. Ayrıca Ateş ve ark (2010) üst akış bölgesinde cidar dış yüzeyi yalıtılmış, alt akış bölgesinde ise sabit ısı akısı uygulanan ve hidrodinamik olarak gelişmiş ısıl olarak gelişmekte olan bir problemi sabit yüzey ısı akısı sınır şartı için ele almışlardır. Bu çalışmada da ısı transferi karakteristiklerini sayısal olarak belirlemişlerdir.

Dağtekin ve Öztop (2000) yaptıkları çalışmada iç içe yerleştirilmiş borularda laminar akış ısı transferini sayısal olarak incelemişlerdir. Bunun için iki boyutlu süreklilik, Navier-Stokes ve enerji denklemlerini sonlu hacim yöntemi ile ve SIMPLE algoritmasını kullanarak çözmüşlerdir. Çalışmalarında Reynolds sayısını 100, 500 ve 1000, Prandtl sayısının 0.1, 0.7, 7.0 ve 10.0 olarak seçmişlerdir. İç içe yerleştirilmiş boru uygulamasında hız dağılımı, girdap, akım çizgileri, basınç dağılımı ve yerel Nusselt sayısının değişimini hesaplamışlardır.

Schutte ve ark (1992) kalın cidarlı bir boruda akış ve sıcaklık dağılımını, akış alanı içindeki taşınımı ve boru cidarındaki iletimi eş zamanlı çözerek incelemişlerdir. Çalışmalarında akışın sürekli, ısı transferinin geçici ve akışın ve ısı transferinin eş zamanlı olarak geçici gelişimi durumlarını incelemişlerdir. Her iki durumda da boru cidar kalınlığının boru iç çapına oranı, Peclet sayısı, cidar-akışkan ısıl iletkenlik katsayısı oranı ve cidar-akışkan ısıl yayılım katsayısı oranının etkilerini belirlemek için parametrik bir çalışma yapılmıştır. Çalışmada değiştirilen parametrelerin akışın gelişme süresini, özellikle Nusselt sayısı olmak üzere, ara yüzey sıcaklığı, yığık sıcaklık ve ara yüzey ısı akısı dağılımını önemli ölçüde etkilediğini görmüşlerdir.

Kabar ve ark (2013) yaptıkları çalışmada eksenel iletimin ve akışkan seyrelme etkisini paralel plakalı mikro kanal akışı için incelemişlerdir. Ele aldıkları problemde akış laminardır ve ayrıca hidrodinamik-ısıl olarak eş zamanlı gelişmektedir. Navier-Stokes ve enerji denklemlerini sonlu hacimler yöntemi ile kayma ve sıcaklık sıçraması sınır şartları için iki boyutlu olarak sayısal çözümler ve farklı Knudsen sayısı, ısı iletkenlik ve cidar kalınlık oranı değerlerinin ısı transferine olan etkilerini araştırmışlardır.

Niazmand ve ark (2008) trapez mikro kanallarda hidrodinamik ve ısıl olarak eş zamanlı gelişen akış durumunu kaygan akış rejiminde sayısal olarak incelemişlerdir. Çalışmalarında $Kn \leq 0.1$ değerlerindeki seyrelme etkileri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Isı transfer katsayısında artan seyrelme etkisiyle ciddi bir azalmanın olduğunu belirtmişlerdir.

3. TEORİK ESASLAR

3.1. Temel Denklemler

Silindirik koordinat sisteminde süreklilik denklemi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

şeklinde ifade edilir.

Boru içi akışta, silindirik koordinat sisteminde r , θ ve x yönlerindeki hız bileşenleri sırası ile v , w ve u olarak tanımlanırsa, sıkıştırılamaz ve sabit viskoziteli bir akışkan için momentum denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Kakac ve Yener 1994):

r – yönünde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial x} = f_r - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial r} \\ + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

θ – yönünde,

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{vw}{r} + u \frac{\partial w}{\partial x} = f_\theta - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

x – yönünde,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial x} = f_x - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (3.4)$$

Silindirik koordinat sisteminde enerji denklemi,

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + \Phi \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir.

3.5 denklemindeki $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ aksel ısı iletimi terimi, Φ ise viskoz sönüm terimidir.

Silindirik koordinat sisteminde Φ aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\Phi = 2\mu \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + v \right) \right]^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} + \mu \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w}{r} \right) \right)^2 \right\} \quad (3.6)$$

Probleme uygun kabuller;

1. Akış sıkıştırılmaz ve sürekli dir.
2. Akış iki boyutlu ve laminerdir.
3. Akışkan ve cidar özellikleri sabittir.
4. Akış dönmesiz ve aksel simetriktir.
5. Kütle sel kuvvetler ve radyasyon ile ısı transferi ihmal edilmiştir.

Bu kabuller ile süreklilik, momentum ve enerji denklemleri aşağıdaki hale gelir.

Süreklilik denklemi

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.7)$$

x-momentum denklemi

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \quad (3.8)$$

r-momentum denklemi

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] \quad (3.9)$$

Enerji denklemi

$$\rho c \left[\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right] = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + 2\mu \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \quad (3.10)$$

Cidar tarafında geçerli olan enerji denklemi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\rho_w c_{p_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \right] \quad (3.11)$$

Akışkan tarafında geçerli olan enerji denklemi ise aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\rho_f c_{p_f} \left[\frac{\partial T_f}{\partial t} + v \frac{\partial T_f}{\partial r} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} \right] = k_f \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \right] + 2\mu \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right\} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \quad (3.12)$$

Hidrodinamik tam gelişmiş akış için aşağıdaki şartlar yazılabilir;

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.13-a)$$

$$v = 0 \quad (3.13-b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (3.13-c)$$

Dolayısıyla hidrodinamik tam gelişmiş akış için akışkan tarafı enerji denklemi sadeleştirilerek aşağıdaki gibi düzenlenebilir:

$$\rho_f c_{p_f} \left[\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} \right] = k_f \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \quad (3.14)$$

Ayrıca yazılan hidrodinamik tam gelişmiş akış şartları denklem 3.8'e uygulanırsa;

$$v \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (3.15)$$

elde edilir.

Akışa dik herhangi bir yerde $P=P(x)$ olduğundan denklem (3.15) aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.16)$$

$$\frac{dp}{dx} = \text{sabit} = -\frac{\Delta P}{L}$$

Dolayısıyla denklem (3.16) aşağıdaki hale gelir:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = -\frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) = -\frac{r}{\mu} \frac{\Delta P}{L} \quad (3.17)$$

Eşitlik bir kez integre edilirse

$$r \frac{du}{dr} = -\frac{r^2}{2\mu} \frac{\Delta P}{L} + c_1 \quad (3.18)$$

Her iki tarafı “r” ile bölünürse

$$\frac{du}{dr} = -\frac{r}{2\mu} \frac{\Delta P}{L} + \frac{c_1}{r}$$

ve ikinci kez integre edilirse

$$u(r) = -\frac{r^2}{4} \frac{1}{\mu} \frac{\Delta P}{L} + c_1 \ln(r) + c_2 \quad (3.19)$$

elde edilir.

Sınır şartları

$$\text{Kanal ekseninde, } r = 0 \text{ için } \frac{du}{dr} = 0 \quad (3.20-a)$$

$$\text{Ara yüzeyde, } r = r_{wi} \text{ için } u = u_s = -\frac{2 - \sigma_m}{\sigma_m} \lambda \left. \frac{du}{dr} \right|_{r=r_{wi}} \quad (3.20-b)$$

σ_m momentum uyuşum katsayısıdır ve hava gibi akışkanlar için $\sigma_m=1$ alınabilir (Kandlikar ve ark 2005). Bu durumda ara yüzeydeki sınır şartı aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$u = u_s = -\lambda \left. \frac{du}{dr} \right|_{r=r_{wi}}$$

(3.20-a) sınır şartı denklem (3.18)' e uygulanırsa;

$$-\frac{r^2}{2\mu} \frac{\Delta P}{L} + c_1 = 0$$

olacağından;

$$c_1 = 0$$

olur. (3.20-b) sınır şartı denklem (3.19)' da yazılırsa;

$$u(r) = -\frac{r^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + c_2$$

$$u = u_s = -\lambda \left. \left(\frac{du}{dr} \right) \right|_{r=r_{wi}} = -\frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + c_2$$

$$-\lambda \left(-\frac{r}{2} \frac{\Delta P}{\mu L} \right)_{r=r_{wi}} = -\frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + c_2$$

$$c_2 = \lambda \frac{r_{wi}}{2} \frac{\Delta P}{\mu L} + \frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L}$$

olur. c_1 ve c_2 sabitleri denklem (3.19)'da yerlerine yazılırsa;

$$u(r) = -\frac{r^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + \lambda \frac{r_{wi}}{2} \frac{\Delta P}{\mu L} + \frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} \quad (3.21)$$

elde edilir. Bu ifade düzenlenirse:

$$u(r) = -\frac{r^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + \frac{\lambda}{2r_{wi}} \frac{2r_{wi}^2}{2} \frac{\Delta P}{\mu L} + \frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L}$$

$$u(r) = -\frac{r^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L} + Kn \frac{\Delta P}{\mu L} r_{wi}^2 + \frac{r_{wi}^2}{4} \frac{\Delta P}{\mu L}$$

$$u(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta P}{L} (r_{wi}^2 - r^2 + 4r_{wi}^2 Kn) \quad (3.22)$$

elde edilir ve ortalama hız tanımı;

$$u_m = \frac{\int_r^{r_{wi}} u dA}{\int_r^{r_{wi}} dA}$$

Kullanılır ve $dA = 2\pi r dr$ yazılırsa;

$$u_m = \frac{\int_r^{r_{wi}} u dA}{\int_r^{r_{wi}} dA} = \frac{\int_0^{r_{wi}} \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta P}{L} (r_{wi}^2 - r^2 + 4r_{wi}^2 Kn) 2\pi r dr}{\int_0^{r_{wi}} 2\pi r dr} \quad (3.23)$$

$$u_m = \frac{1}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} r_{wi}^2 (1 + 8Kn) \quad (3.24)$$

elde edilir. Denklem (3.22) ve (3.24) kullanılarak boyutsuz hız ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

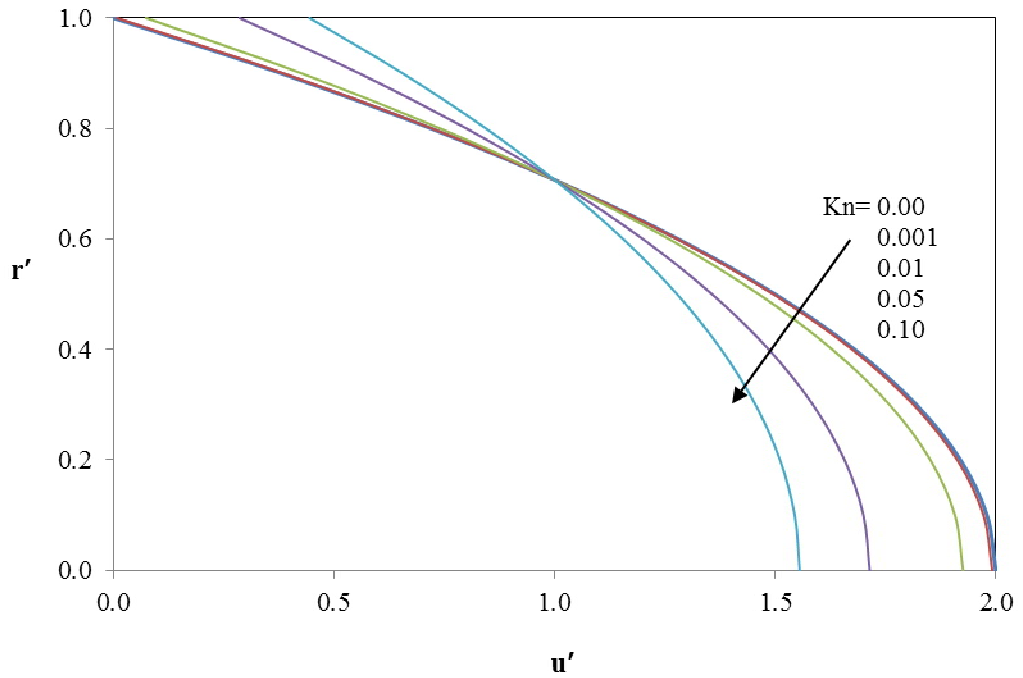
$$u' = \frac{u}{u_m} = \frac{\frac{1}{4\mu} \frac{\Delta P}{L} r_{wi}^2 \left(1 - \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)^2 + 4Kn \right)}{\frac{1}{8\mu} \frac{\Delta P}{L} r_{wi}^2 (1 + 8Kn)} \quad (3.25)$$

$$u' = \frac{u}{u_m} = \frac{2(1 - (r/r_{wi})^2) + 8Kn}{1 + 8Kn}$$

Boyutsuz hız denklemine göre çeşitli Knudsen sayıları için radyal koordinat ile hız değerlerinin değişimi Tablo 3.1'de, bu hız değerlerine göre oluşan hız profilleri ise Şekil 3.1'de verilmiştir. Şekilden görüldüğü gibi, Knudsen sayısının (seyrelme düzeyinin) artışı ile mikro kanal cidarında akışkanın kayma hızı artmakta, kanal merkezindeki maksimum hız ise azalmaktadır Ayrıca kanal cidarında hız gradyanları azalmakta ve bu azalış artan Kn ile artmaktadır.

Tablo 3.1. Knudsen sayısına bağı hız değerleri

Radyal Koordinat (r')	Knudsen Sayısı (Kn)				
	0.000	0.001	0.01	0.05	0.1
	Eksenel Hız Değerleri (u')				
1.0	0.000	0.008	0.074	0.286	0.444
0.9	0.380	0.385	0.426	0.557	0.656
0.8	0.720	0.722	0.741	0.800	0.844
0.7	1.020	1.020	1.019	1.014	1.011
0.6	1.280	1.278	1.259	1.200	1.156
0.5	1.500	1.496	1.463	1.357	1.278
0.4	1.680	1.675	1.630	1.486	1.378
0.3	1.820	1.813	1.759	1.586	1.456
0.2	1.920	1.913	1.852	1.657	1.511
0.1	1.980	1.972	1.907	1.700	1.544
0.0	2.000	1.992	1.926	1.714	1.556

**Şekil 3.1.** Knudsen sayısına bağı hız dağılımı

Ayrıca akışkan yığık sıcaklığı, T_b , ara yüzey ısı akısı, q_{wi} , ve iç yüzeydeki Nusselt sayısı, Nu_i , sırası ile aşağıdaki ifadeler ile hesaplanabilir.

$$T_b = \frac{1}{A_c u_m} \int_{A_c} u T_f dA_c \quad (3.26)$$

$$A_c = \pi r_{wi}^2, \quad dA_c = 2\pi r dr \quad \text{ve}$$

$$u = 2u_m \frac{(1 - (r/r_{wi})^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \quad \text{ile}$$

$$T_b = \frac{1}{\pi r_{wi}^2 u_m} 2u_m 2\pi \int_0^{r_{wi}} r \left(\frac{1 - (r/r_{wi})^2 + 4Kn}{1 + 8Kn} \right) T_f dr$$

$$T_b = \frac{4}{r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} r \left(\frac{1 - (r/r_{wi})^2 + 4Kn}{1 + 8Kn} \right) T_f dr \quad (3.27)$$

$$q_{wi} = -k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \quad (3.28)$$

$$q_{wi} = h_i (T_{wi} - T_b) \quad \text{ve}$$

$$Nu_i = \frac{2r_{wi} h_i}{k_f} \quad \text{ile}$$

$$Nu_i = \frac{2r_{wi} \left(-k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \right)}{k_f (T_{wi} - T_b)} = - \frac{2r_{wi} \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}}{T_{wi} - T_b} \quad (3.29)$$

3.2. Başlangıç ve Sınır Şartları

Problemin çözülebilmesi için sınır şartlarının belirlenmesi gerekmektedir. Akışkanın giriş sıcaklığının üniform ve T_0 olduğu kabul edilmiştir. Buna göre başlangıç ve sınır şartları aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

3.2.1. Cidar tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları

- Zamanın başlangıcında ($t=0$),

$$T_w = T_0 \quad (3.30-a)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında ($x=-\infty$),

$$T_w = T_0 \quad (3.30-b)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında ($x=+\infty$),

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \quad \text{ve sürekli rejimde} \quad T_w = T_1 \quad (3.30-c)$$

- Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$),

$$T_{wi} - T_s = \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial r} \Bigg|_{r=r_{wi}}$$

σ_t ısıl uyum katsayısıdır ve $\sigma_t = 1$ alınırsa bu sınır şartı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T_{wi} - T_s = \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial r} \Bigg|_{r=r_{wi}} \quad (3.30-d)$$

- Dış yüzeyde ($r=r_{wi}+d$),

$$x < 0 \text{ için,} \quad T_w = T_0 \quad (3.30-e)$$

$$x \geq 0 \text{ için,} \quad T_w = T_1 \quad (3.30-f)$$

3.2.2. Akışkan tarafı enerji denklemi için başlangıç ve sınır şartları

- Zamanın başlangıcında ($t=0$),

$$T_f = T_0 \quad (3.31-a)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında ($x=-\infty$),

$$T_f = T_0 \quad (3.31-b)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında ($x=+\infty$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad \text{ve sürekli rejimde } T_f = T_1 \quad (3.31-c)$$

- Kanal ekseninde ($r=0$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \quad (3.31-d)$$

- Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$),

$$T_s - T_{wi} = - \left. \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}$$

σ_t ısıl uyum katsayısıdır ve $\sigma_t = 1$ alınırsa bu sınır şartı aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T_s - T_{wi} = - \left. \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \quad (3.31-e)$$

3.3. Denklemlerin Boyutsuzlaştırılması

Denklemlerin çözülmesi ile elde edilecek sonuçların genelleştirilebilmesi için, denklemlerin boyutsuz hale getirilerek çözüm yapılması gerekmektedir. Bu nedenle temel denklemler ile başlangıç ve sınır şartları aşağıda tanımlanan ifadeler ile boyutsuz hale getirilmiştir.

3.3.1. Boyutsuz parametreler

- Boyutsuz aksenal hız,

$$u' = \frac{u}{u_m} \quad (3.32-a)$$

- Boyutsuz sıcaklık (hem cidar hem de akışkan için),

$$T' = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad (3.32-b)$$

- Boyutsuz aksenal koordinat,

$$x' = \frac{x}{r_{wi} Pe} \quad (3.32-c)$$

- Boyutsuz radyal koordinat,

$$r' = \frac{r}{r_{wi}} \quad (3.32-d)$$

- Boyutsuz cidar kalınlığı,

$$d' = \frac{d}{r_{wi}} \quad (3.32-e)$$

- Isıl yayılım katsayısı oranı,

$$\alpha_{wf} = \frac{\alpha_w}{\alpha_f} \quad (3.32-f)$$

- Boyutsuz zaman,

$$t' = \frac{t \alpha_f}{r_{wi}^2} \quad (3.32-g)$$

- Peclet sayısı,

$$Pe = \text{Re Pr} = \frac{2r_{wi} u_m \rho_f c_{p f}}{k_f} \quad (3.32-h)$$

- Nusselt sayısı,

$$Nu_i = \frac{2r_{wi}q_{wi}}{(T_{wi} - T_b)k_f} \quad (3.32-i)$$

- Reynolds sayısı,

$$Re = \frac{\rho_f u_m 2r_{wi}}{\mu} \quad (3.32-j)$$

- Prandtl sayısı,

$$Pr = \frac{c_{p_f} \mu_f}{k_f} \quad (3.32-k)$$

- Brinkman sayısı,

$$Br = \frac{\mu_f u_m^2}{k(T_1 - T_0)} \quad (3.32-l)$$

- Knudsen sayısı,

$$Kn = \frac{\lambda}{D} = \frac{\lambda}{2r_{wi}} \quad (3.32-m)$$

3.3.2. Cidar tarafı için boyutsuz enerji denklemi

Cidar tarafı için geçerli olan enerji denklemi denklem (3.11) aşağıdaki gibi elde edilmiştir;

$$\rho_w c_{p_w} \frac{\partial T_w}{\partial t} = k_w \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} \right]$$

Bu denklemde yer alan ifadeleri yukarıda tanımlanan boyutsuz parametreler kullanılarak boyutsuzlaştırılıp yerlerine yazılırsa cidar tarafı için boyutsuz enerji denklemi elde edilir. Bunun için öncelikle boyutsuz ifadeler aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T'_w}{\partial t'} &= \frac{\partial \left(\frac{T_w - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial \left(\frac{t \alpha_f}{r_{wi}^2} \right)} = \frac{\frac{1}{(T_1 - T_0)} \partial(T_w - T_0)}{\frac{\alpha_f}{r_{wi}^2} \partial t} = \frac{r_{wi}^2}{\alpha_f (T_1 - T_0)} \frac{\partial T_w}{\partial t} \\ \frac{\partial T_w}{\partial t} &= \frac{\alpha_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_w}{\partial t'}\end{aligned}\quad (3.33)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial r'} &= \frac{\partial}{\partial (r/r_{wi})} = r_{wi} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{\partial}{\partial r} &= \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial}{\partial r'}\end{aligned}\quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T'_w}{\partial r'} &= \frac{\partial \left(\frac{T_w - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial (r/r_{wi})} = \frac{\frac{1}{(T_1 - T_0)} \partial(T_w - T_0)}{\frac{1}{r_{wi}} \partial r} = \frac{r_{wi}}{(T_1 - T_0)} \frac{\partial T_w}{\partial r} \\ \frac{\partial T_w}{\partial r} &= \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'}\end{aligned}\quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T'_w}{\partial x'} &= \frac{\partial \left(\frac{T_w - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial \left(\frac{x}{r_{wi} Pe} \right)} = \frac{\frac{1}{(T_1 - T_0)} \partial(T_w - T_0)}{\frac{1}{r_{wi} Pe} \partial x} = \left(\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \right) \frac{\partial T_w}{\partial x} \\ \frac{\partial T_w}{\partial x} &= \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi} Pe} \right) \frac{\partial T'_w}{\partial x'}\end{aligned}\quad (3.36)$$

$$\frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial T'_w}{\partial x'} \right) = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \frac{\partial T_w}{\partial x} \right) = \frac{\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \partial \left(\frac{\partial T_w}{\partial x} \right)}{\partial \left(\frac{x}{r_{wi} Pe} \right)} = \frac{\left(\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \right) \partial^2 T_w}{\frac{1}{r_{wi} Pe} \partial x^2} = \frac{r_{wi} Pe^2}{T_1 - T_0} \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} = \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2 Pe^2} \right) \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \quad (3.37)$$

Boyutsuz ifadeler cidar tarafı enerji denklemi (3.11)'de yerlerine yazılırsa;

$$\rho_w c_{pw} \frac{\alpha_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} = k_w \left[\frac{1}{r' r_{wi}} \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' r_{wi} \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2 Pe^2} \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \right]$$

elde edilir. Eşitlik $\rho_w c_{pw}$ ile bölünürse,

$$\alpha_f \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \alpha_w \left[\frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2} \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2 Pe^2} \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \right] \quad (3.38)$$

elde edilir. Bu eşitlik $\frac{\alpha_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2}$ ile bölünür ve düzenlenirse cidar tarafı için boyutsuz

diferansiyel denklem,

$$\frac{1}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2} \quad (3.39)$$

şeklinde elde edilir.

3.3.3. Akışkan tarafı için boyutsuz enerji denklemi

Akışkan tarafı için geçerli olan enerji denklemi (3.14) aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\rho_f c_{pf} \left[\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \frac{\partial T_f}{\partial x} \right] = k_f \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \right] + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2$$

Bu denklemde yer alan ifadeler daha önce tanımlanan boyutsuz parametreler kullanarak boyutsuzlaştırılıp yerlerine yazılırsa akışkan tarafı için boyutsuz enerji denklemi elde edilir.

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} = \frac{\partial \left(\frac{T_f - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial \left(\frac{t \alpha_f}{r_{wi}^2} \right)} = \frac{\frac{1}{(T_1 - T_0)} \partial(T_f - T_0)}{\frac{\alpha_f}{r_{wi}^2} \partial t} = \frac{r_{wi}^2}{\alpha_f (T_1 - T_0)} \frac{\partial T_f}{\partial t}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} = \frac{\alpha_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_f}{\partial t'} \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial}{\partial r'} = \frac{\partial}{\partial (r/r_{wi})} = r_{wi} \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial}{\partial r'} \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial T'_f}{\partial x'} = \frac{\partial \left(\frac{T_f - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial \left(\frac{x}{r_{wi} Pe} \right)} = \frac{\frac{1}{(T_1 - T_0)} \partial(T_f - T_0)}{\frac{1}{r_{wi} Pe} \partial x} = \left(\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \right) \frac{\partial T_f}{\partial x}$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi} Pe} \right) \frac{\partial T'_f}{\partial x'} \quad (3.42)$$

$$u' \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = \frac{\frac{u}{u_m} \partial \left(\frac{T_f - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial \left(\frac{x}{r_{wi} Pe} \right)} = \frac{\frac{u}{u_m (T_1 - T_0)} \partial(T_f - T_0)}{\frac{1}{r_{wi} Pe} \partial x} = \frac{r_{wi} u Pe}{u_m (T_1 - T_0)} \frac{\partial T_f}{\partial x}$$

$$u \frac{\partial T_f}{\partial x} = \frac{u' u_m (T_1 - T_0)}{r_{wi} Pe} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial T'_f}{\partial r'} &= \frac{\partial \left(\frac{T_f - T_0}{T_1 - T_0} \right)}{\partial (r/r_{wi})} = \frac{1}{(T_1 - T_0)} \frac{\partial (T_f - T_0)}{\frac{1}{r_{wi}} \partial r} = \frac{r_{wi}}{(T_1 - T_0)} \frac{\partial T_f}{\partial r} \\ \frac{\partial T_f}{\partial r} &= \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}\end{aligned}\quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} &= \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial T'_f}{\partial x'} \right) = \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) = \frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \frac{\partial \left(\frac{\partial T_f}{\partial x} \right)}{\partial \left(\frac{x}{r_{wi} Pe} \right)} = \left(\frac{r_{wi}^2 Pe^2}{T_1 - T_0} \right) \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} &= \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2 Pe^2} \right) \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2}\end{aligned}\quad (3.45)$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2 &= \left(\frac{\partial \left(\frac{u}{u_m} \right)}{\partial \left(\frac{r}{r_{wi}} \right)} \right)^2 = \frac{1}{\frac{u_m}{r_{wi}} \partial r} \partial u = \left(\frac{r_{wi}}{u_m} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \\ \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 &= \frac{u_m^2}{r_{wi}^2} \left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2\end{aligned}\quad (3.46)$$

Elde edilen boyutsuz ifadeler denklem (3.14)'de yerlerine yazılırsa;

$$\begin{aligned}\rho_f c_{p_f} \left[\frac{\alpha_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2} \frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \frac{u_m u' (T_1 - T_0)}{r_{wi} Pe} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} \right] \\ = k_f \left[\frac{1}{r' r_{wi}} \frac{1}{r_{wi}} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' r_{wi} \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \right) \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \left(\frac{T_1 - T_0}{r_{wi}^2 Pe^2} \right) \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \right] + \mu \frac{u_m^2}{r_{wi}^2} \left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2\end{aligned}\quad (3.47)$$

elde edilir. Bu eşitlikte α_f yerine $\frac{k_f}{\rho_f c_{p_f}}$ yazılır ve eşitlik $\frac{k_f (T_1 - T_0)}{r_{wi}^2}$ ile bölünürse

denklem şu hale gelir.

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \left[\frac{\rho_f c_{p_f} r_{wi}^2}{k_f (T_1 - T_0)} \frac{u_m u' (T_1 - T_0)}{r_{wi} 2 u_m r_{wi} \rho_f c_{p_f}} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} \right] = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \left(\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \right) + \frac{\mu u_m^2}{k_f (T_1 - T_0)} \left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2 \quad (3.48)$$

Gerekli sadeleştirmeler yapılır ve $\frac{\mu u_m^2}{k_f (T_1 - T_0)}$ ifadesi yerine “ Br ” yazılırsa denklem;

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \left(\frac{u'}{2} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} \right) = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \left(\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \right) + Br \left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2 \quad (3.49)$$

şeklinde elde edilir. Boyutsuz hız daha önce aşağıdaki gibi yazılmıştı:

$$u' = \frac{2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn}$$

ve

$$\left(\frac{\partial u'}{\partial r'} \right)^2 = \left(\frac{\partial \left(\frac{2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right)}{\partial r'} \right)^2 = \left(\frac{2}{1 + 8Kn} \frac{\partial (1 - r'^2 + 4Kn)}{\partial r'} \right)^2 = \left(\frac{2}{1 + 8Kn} (-2r') \right)^2 = \left(\frac{-4r'}{1 + 8Kn} \right)^2 = \frac{16r'^2}{(1 + 8Kn)^2}$$

(3.49) denkleminde yerlerine yazılırsa;

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \frac{(1 - r'^2 + 4Kn) \partial T'_f}{1 + 8Kn \partial x'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \left(\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \right) + \frac{16Br(r')^2}{(1 + 8Kn)^2} \quad (3.50)$$

elde edilir.

3.3.4. Başlangıç ve sınır şartlarının boyutsuzlaştırılması

Cidar Tarafı:

- Zamanın başlangıcında ($t=0$ için $t'=0$)

$$T_w = T_0 \quad T'_w = \frac{T_0 - T_0}{T_1 - T_0} = 0 \quad \text{ise} \quad T'_w = 0 \text{ olur.} \quad (3.51-a)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında ($x=-\infty$ için $x'=-\infty$),

$$T_w = T_0 \quad \text{için,}$$

$$T'_w = \frac{T_0 - T_0}{T_1 - T_0} = 0 \quad \text{ise} \quad T'_w = 0 \text{ olur.} \quad (3.51-b)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında ($x=+\infty$ için $x'=+\infty$),

$$\frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \quad \text{ve sürekli rejimde } T_w = T_1 \text{ için,}$$

$$\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = \frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_s} \frac{\partial T_w}{\partial x} = 0 \text{ dolayısıyla,}$$

$$\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \quad (3.51-c)$$

olur ve sürekli rejimde;

$$T'_w = \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_0} = 1$$

- Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$ için $r' = \frac{r_{wi}}{r_{wi}} = 1$),

$$T_{wi} = T_s + \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial r} \Bigg|_{r=r_{wi}} \text{ yazılmıştı.}$$

$$T'_{wi} = \frac{T_{wi} - T_0}{T_1 - T_0} \text{ ise } T_{wi} = T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0 \text{ ve}$$

$$T'_s = \frac{T_s - T_0}{T_1 - T_0} \text{ ise } T_s = T'_s(T_1 - T_0) + T_0 \text{ olur.}$$

$$\kappa = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{\text{Pr}}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Boyutsuz ifadeler yerlerine yazılırsa;

$$T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0 = T'_s(T_1 - T_0) + T_0 + \kappa \lambda \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \frac{\partial T'}{\partial r'} \Bigg|_{r'=1}$$

Buradan sadeleştirmeler yapılırsa;

$$T'_{wi} = T'_s + \frac{\kappa \lambda}{r_{wi}} \frac{\partial T'}{\partial r'} \Bigg|_{r'=1}$$

elde edilir. Knudsen sayısı kullanılarak bu ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T'_{wi} = T'_s + 2\kappa Kn \frac{\partial T'}{\partial r'} \Bigg|_{r'=1} \quad (3.51-d)$$

- Dış yüzeyde ($r=r_{wi}+d$ için $r' = \frac{r_{wi} + d}{r_{wi}} = 1 + d'$),

$$x < 0 \text{ için, } T_w = T_0$$

$$T'_w = 0 \quad (3.51-e)$$

$$x \geq 0 \text{ için, } T_w = T_1$$

$$T'_w = \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_0} = 1 \quad (3.51-f)$$

Akışkan tarafı:

- Zamanın başlangıcında ($t=0$ için $t'=0$)

$$T_f = T_0 \quad T'_f = \frac{T_0 - T_0}{T_1 - T_0} = 0 \quad \text{ise} \quad T'_f = 0 \text{ olur.} \quad (3.52-a)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında ($x=-\infty$ için $x'=-\infty$),

$$T_f = T_0 \quad \text{için,}$$

$$T'_f = \frac{T_0 - T_0}{T_1 - T_0} = 0 \quad \text{ise} \quad T'_f = 0 \text{ olur.} \quad (3.52-b)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında ($x=+\infty$ için $x'=+\infty$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \quad \text{ve sürekli rejimde } T_f = T_1 \text{ için,}$$

$$\frac{\partial T'_f}{\partial x'} = \frac{r_{wi} Pe}{T_1 - T_0} \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0 \text{ dolayısıyla,}$$

$$\frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0 \quad (3.52-c)$$

ve sürekli rejimde;

$$T'_f = \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_0} = 1$$

olur.

Kanal ekseninde ($r=0$ için $r'=0$),

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0 \quad \text{ise} \quad \frac{\partial T'_f}{\partial r'} = \frac{r_{wi}}{T_1 - T_0} \frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$$

dolayısıyla;

$$\frac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0 \quad (3.52-d)$$

olur.

- Ara yüzeyde ($r=r_{wi}$ için $r' = \frac{r_{wi}}{r_{wi}} = 1$),

$$T_s = T_{wi} - \frac{2 - \sigma_t}{\sigma_t} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{\lambda}{Pr} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_{wi}} \text{ yazılmıştı;}$$

$$T'_{wi} = \frac{T_{wi} - T_0}{T_1 - T_0} \text{ ise} \quad T_{wi} = T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0 \text{ ve}$$

$$T'_s = \frac{T_s - T_0}{T_1 - T_0} \text{ ise} \quad T_s = T'_s(T_1 - T_0) + T_0 \text{ olur.}$$

$$\kappa = \frac{2 - \sigma_T}{\sigma_T} \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{1}{Pr}$$

şeklinde tanımlanmıştı. Boyutsuz ifadeler yerlerine yazılırsa;

$$T'_s(T_1 - T_0) + T_0 = T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0 - \kappa \lambda \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \left. \frac{\partial T'}{\partial r'} \right|_{r'=1}$$

Buradan sadeleştirmeler yapılırsa;

$$T'_s = T'_{wi} - \frac{\kappa\lambda}{r_{wi}} \left. \frac{\partial T'}{\partial r'} \right|_{r'=1}$$

elde edilir. Knudsen sayısı kullanılarak bu ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$T'_s = T'_{wi} - 2\kappa Kn \left. \frac{\partial T'}{\partial r'} \right|_{r'=1} \quad (3.52-e)$$

olur.

Akışkan boyutsuz yığık sıcaklığı, T'_b , ara yüzey ısı akısı, q'_{wi} ve iç yüzeydeki Nusselt sayısı, Nu_i sırası ile aşağıdaki ifadeler ile hesaplanabilir.

Boyutsuz yığık sıcaklık:

$$T'_b = \frac{\int_{A_c} u T_f dA_c}{\int_{A_c} u dA_c}$$

$$A_c = \pi r_{wi}^2, \quad dA_c = 2\pi r dr \quad \text{ile}$$

$$T'_b = \frac{\int_0^{r_{wi}} u T_f 2\pi r dr}{\int_0^{r_{wi}} u 2\pi r dr} = \frac{2\pi \int_0^{r_{wi}} u T_f r dr}{u_m \pi r_{wi}^2} = \frac{2}{u_m r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} u T_f r dr \quad (3.53)$$

olur.

$$T'_b = \frac{T_b - T_0}{T_1 - T_0}$$

şeklinde ifade edilir ve diğer boyutsuz ifadeler yerlerine yazılırsa;

$$T'_b = \frac{\frac{2}{u_m r_{wi}^2} \int_0^{r_{wi}} u T_f r dr - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$T'_b = \frac{\frac{2}{u_m r_{wi}^2} \int_0^1 u' u_m r' r_{wi}^2 [T'_f (T_1 - T_0) + T_0] dr' - T_0}{T_1 - T_0} \quad (3.54)$$

elde edilir. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa;

$$T'_b = \frac{2 \int_0^1 u' r' T'_f (T_1 - T_0) dr' + 2 \int_0^1 u' r' T'_0 dr' - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$T'_b = \frac{2(T_1 - T_0) \int_0^1 u' r' T'_f dr' + 2 \int_0^1 u' r' T'_0 dr' - T_0}{T_1 - T_0}$$

$$T'_b = 2 \int_0^1 u' r' T'_f dr' + \frac{2T_0}{T_1 - T_0} \int_0^1 u' r' dr' - \frac{T_0}{T_1 - T_0}$$

$$T'_b = 2 \int_0^1 u' r' T'_f dr' + \frac{T_0}{T_1 - T_0} \left[2 \int_0^1 u' r' dr' - 1 \right]$$

elde edilir.

$$\int_0^{r_{wi}} u 2\pi r dr = u_m \pi r_{wi}^2$$

$$\int_0^{r_{wi}} u r dr = \frac{u_m r_{wi}^2}{2}$$

$$\int_0^1 u' r' dr' = \int_0^{r_{wi}} \frac{u}{u_m} \frac{r}{r_{wi}} \frac{1}{r_{wi}} dr = \frac{1}{r_{wi}^2 u_m} \int_0^{r_{wi}} u r dr = \frac{1}{r_{wi}^2 u_m} \frac{r_{wi}^2 u_m}{2} = \frac{1}{2}$$

bu ifade ile;

$$T'_b = 2 \int_0^1 u' r' T'_f dr' + \frac{T_0}{T_1 - T_0} \left[2 \frac{1}{2} - 1 \right]$$

$$T'_b = 2 \int_0^1 u' r' T'_f dr' \quad (3.55)$$

elde edilmiş olur. Bu ifadede

$$u' = \frac{2(1 - r'^2) + 8Kn}{1 + 8Kn}$$

yerine yazılırsa;

$$T'_b = 2 \int_0^1 2 \frac{(1 - r'^2) + 4Kn}{1 + 8Kn} r' T'_f dr'$$

$$T'_b = 4 \int_0^1 \frac{(1 - r'^2) + 4Kn}{1 + 8Kn} r' T'_f dr' \quad (3.56)$$

elde edilir.

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı:

Ara yüzey ısı akısı aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$q_{wi} = -k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}$$

Boyutsuz ara yüzey ısı akısı;

$$q'_{wi} = \frac{q_{wi}}{k_f (T_1 - T_0) r_{wi}}$$

şeklinde tanımlanırsa ve,

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

yerlerine yazılırsa;

$$q'_{wi} = \frac{-k_f \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}} \left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{k_f (T_1 - T_0) / r_{wi}} = - \left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1} \quad (3.57)$$

elde edilir.

Nusselt sayısı:

Nusselt sayısı daha önce aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$Nu_i = \frac{2r_{wi} \left(-k_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}} \right)}{k_f (T_{wi} - T_b)} = - \frac{2r_{wi} \left(\frac{\partial T_f}{\partial r} \right)_{r=r_{wi}}}{T_{wi} - T_b}$$

Boyutsuz cidar ara yüzey sıcaklığı ve yığık sıcaklık;

$$T'_{wi} = \frac{T_{wi} - T_0}{T_1 - T_0} \quad \text{ise} \quad T_{wi} = T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0$$

$$T'_b = \frac{T_b - T_0}{T_1 - T_0} \quad \text{ise} \quad T_b = T'_b(T_1 - T_0) + T_0$$

ve

$$\frac{\partial T_f}{\partial r} = \frac{(T_1 - T_0)}{r_{wi}} \frac{\partial T'_f}{\partial r'}$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadeler denklemde yerlerine yazılırsa;

$$Nu_i = \frac{-2r_{wi} \frac{T_1 - T_0}{r_{wi}} \left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{T'_{wi}(T_1 - T_0) + T_0 - T'_b(T_1 - T_0) - T_0} = \frac{-2 \left(\frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right)_{r'=1}}{T'_{wi} - T'_b}$$

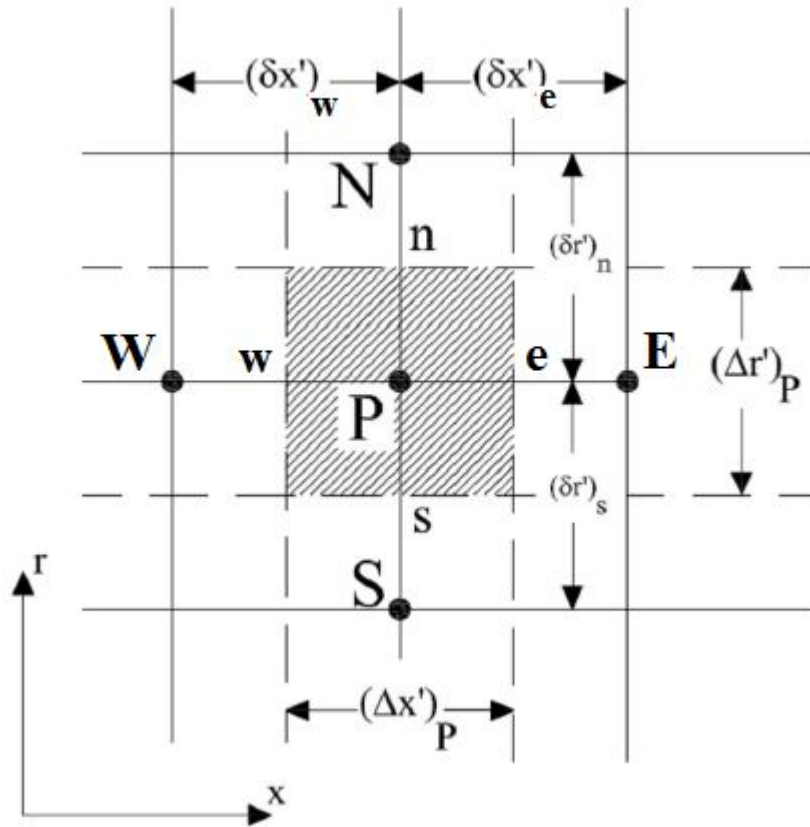
$$Nu_i = \frac{2q'_{wi}}{T'_{wi} - T'_b} \quad (3.58)$$

elde edilir.

4. SAYISAL ÇÖZÜM

4.1. Ağ Yapısı

Diferansiyel denklemler Şekil 4.1'de görülen kontrol hacminde integre edilerek cebirsel hale dönüştürülecektir. Şekilde görüldüğü üzere, kontrol hacmi merkezi P, komşu kontrol hacmi merkezleri ise E, W, N ve S, kontrol hacmi yüzeyleri de e, w, n ve s olarak tanımlanmıştır.



Şekil 4.1. Kontrol hacmi ağ yapısı

4.2. Ayırıklaştırma

4.2.1. Cidar tarafı enerji denkleminin ayırıklaştırılması

Cidar tarafı enerji denklemi eşitlik (3.39) ile aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{1}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'_w}{\partial t'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_w}{\partial r'} \right) + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_w}{\partial x'^2}$$

Bu eşitliğin her iki tarafı r' ile çarpılır ve T'_w yerine T' yazılırsa;

$$\frac{r'}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) + \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \quad (4.1)$$

elde edilir. Bu denklem P noktası çevresindeki kontrol hacminde ve t' ile $t' + \Delta t'$ zaman aralığında integre edilirse,

$$\int_{s'w}^n \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{t'}^e \frac{r'}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'}{\partial t'} dt' dx' dr' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{w's}^e \int_{t'}^n \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dr' dx' dt' + \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{s'w}^e \int_{t'}^n \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} dx' dr' dt' \quad (4.2)$$

olur. Düğüm noktası sıcaklığının tüm kontrol hacmi için geçerli olduğu kabulü ile ilk terim için,

$$\int_{s'w}^n \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{t'}^e \frac{r'}{\alpha_{wf}} \frac{\partial T'}{\partial t'} dt' dx' dr' = \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} (T_p^{t'+\Delta t'} - T_p^{t'}) (\Delta x')_p (\Delta r')_p$$

yazılabilir. Burada t' anı 0 üst indisi ile, $t' + \Delta t'$ anı ise 1 üst indisi ile gösterilmiştir.

(4.2) denkleminin sağ tarafındaki ilk terim ise,

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{w's}^e \int_{t'}^n \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dr' dx' dt' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{w'}^e \left[\left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_n - \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_s \right] dx' dt'$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P dt' \\
&= \left\{ f \left[r'_n \frac{(T'^1_N - T'^1_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^1_P - T'^1_S)}{(\delta r')_s} \right] \right. \\
&\quad \left. + (1-f) \left[r'_n \frac{(T'^0_N - T'^0_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^0_P - T'^0_S)}{(\delta r')_s} \right] \right\} (\Delta x')_P \Delta t'
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Burada f bir ağırlık faktörüdür ve tam implicit yöntemde $f = 1$ alınır. Dolayısı ile bu ifade,

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dr' dx' dt' = \left[r'_n \frac{(T'^1_N - T'^1_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^1_P - T'^1_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t'$$

haline gelir.

Benzer şekilde (4.2) denkleminin sağındaki ikinci terim,

$$\begin{aligned}
&\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_s^w \int_e^n \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} dx' dr' dt' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_s^w \int_e^n \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} \right) dx' dr' dt' \\
&= \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_s^w \frac{r'_p}{Pe^2} \left[\left(\frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_e - \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_w \right] dr' dt' \\
&= \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \frac{r'_p}{Pe^2} \left[\frac{(T'_E - T'_P)}{(\delta x')_e} - \frac{(T'_P - T'_W)}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P dt' \\
&= \frac{r'_p}{Pe^2} \left\{ f \left[\frac{(T'^1_E - T'^1_P)}{(\delta x')_e} - \frac{(T'^1_P - T'^1_W)}{(\delta x')_w} \right] + (1-f) \left[\frac{(T'^0_E - T'^0_P)}{(\delta x')_e} - \frac{(T'^0_P - T'^0_W)}{(\delta x')_w} \right] \right\} (\Delta r')_P \Delta t'
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. $f = 1$ için eşitlik aşağıdaki gibi olur;

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_s^e \int_w^e \frac{r'_p}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} dx' dr' dt' = \frac{r'_p}{Pe^2} \left[\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t'$$

Ayrıklaştırılmış denklemler birleştirilerek ve 1 üst indisi kaldırılarak cidar bölgesindeki cebirsel denklem için,

$$\begin{aligned} \frac{r'_p}{\alpha_{wf}} (T'_P - T'_P{}^0) (\Delta x')_P (\Delta r')_P = & \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t' \\ & + \frac{r'_p}{Pe^2} \left[\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t' \end{aligned} \quad (4.3)$$

elde edilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek düzenlenirse,

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P{}^0 T'_P{}^0 \quad (4.4-a)$$

elde edilir. Buradaki katsayılar aşağıdaki gibi olur:

$$a_E = \frac{r'_p (\Delta r')_P}{Pe^2 (\delta x')_e} \quad (4.4-b)$$

$$a_W = \frac{r'_p (\Delta r')_P}{Pe^2 (\delta x')_w} \quad (4.4-c)$$

$$a_N = \frac{r'_n (\Delta x')_P}{(\delta r')_n} = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right] (\Delta x')_P \quad (4.4-d)$$

$$a_S = \frac{r'_s (\Delta x')_P}{(\delta r')_s} = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right] (\Delta x')_P \quad (4.4-e)$$

$$a_p^0 = \frac{r'_p(\Delta x')_p(\Delta r')_p}{\alpha_{wf}\Delta t'} \quad (4.4-f)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.4-g)$$

4.2.2. Akışkan tarafı enerji denkleminin ayrıklaştırılması

Akışkan tarafı enerji denklemi eşitlik (3.50) ile aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial T'_f}{\partial t'} + \frac{(1-r'^2 + 4Kn)}{1+8Kn} \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'_f}{\partial r'} \right) + \left(\frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'_f}{\partial x'^2} \right) + \frac{16Br(r')^2}{(1+8Kn)^2}$$

Bu eşitliğin her iki tarafı r' ile çarpılır ve T'_f yerine T' yazılırsa;

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1+8Kn} \frac{\partial T'}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) + \left(\frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} \right) + \frac{16Br(r')^3}{(1+8Kn)^2}$$

elde edilir. Bu ifade tekrar düzenlenirse;

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} \left[\frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1+8Kn} T' - \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right] = \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) + \frac{16Br(r')^3}{(1+8Kn)^2} \quad (4.5)$$

yazılabilir. Bu denklem,

$$r' \frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial J_x}{\partial x'} = \frac{\partial J_r}{\partial r'} + S \quad (4.6)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada x-yönündeki ısı akışı,

$$J_x = \left[\frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')T'}{1 + 8Kn} - \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right] \quad (4.7)$$

r-yönündeki ısı akısı;

$$J_r = r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \quad (4.8)$$

ve kaynak terim;

$$S = \frac{16Br(r')^3}{(1 + 8Kn)^2} \quad (4.9)$$

olarak tanımlanmıştır.

Denklem (4.5)'in sol tarafındaki birinci terim tam implicit yöntem ile, ikinci terim ise Patankar'ın kesin çözüm yöntemine göre Bilir (1992) tarafından silindirik koordinat sistemi için geliştirilen profil temel alınarak cebirsel hale getirilebilir. Denklem sağı tarafının ilk terimi cidar tarafı enerji denkleminde olduğu gibi merkezi fark yöntemi ve kaynak terim de benzer olarak merkezi fark yöntemi ile ayrıklaştırılacaktır.

Denklemin sol tarafında ikinci terim için problemin sürekli rejimde tek boyutlu halinin kesin çözümüne dayalı olarak geliştirilen formül, Patankar'ın kesin çözüm (exact profil) olarak adlandırdığı genel profilin (Patankar 1980) iki boyutlu (x, r) silindirik koordinat sistemleri için bir versiyonu olarak adlandırılabilir. Bu ayrıklaştırma yöntemi aşağıda adım adım verilmiştir.

Denklem (4.6) ile karakterize edilen problemin x-yönünde bir boyutlu, sürekli hali için diferansiyel denklem viskoz terim ihmal edilerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\frac{dJ_x}{dx'} = 0 \quad (4.10)$$

veya

$$\frac{d}{dx'} \left[\frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')T'}{1 + 8Kn} - \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right] = 0 \quad (4.11)$$

halini alır. Herhangi bir konum için r' sabittir ve problemde $K = \frac{Pe^2(1-r'^2+4Kn)}{1+8Kn}$

alınarak denklem K ile çarpılırsa;

$$K \frac{dT'}{dx'} \frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1 + 8Kn} - \frac{Pe^2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \frac{r'}{Pe^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} = 0$$

elde edilir ve tekrar düzenlenirse;

$$K \frac{dT'}{dx'} \frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1 + 8Kn} - \frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1 + 8Kn} \frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} = 0 \quad (4.12)$$

yazılabilir. Bu denklem;

$$- \frac{(r' - r'^3 + 4Kn r')}{1 + 8Kn} \text{ ile bölünürse;}$$

$$\frac{d^2 T'}{dx'^2} - K \frac{dT'}{dx'} = 0 \quad (4.13)$$

şeklinde yazılabilir. İkinci dereceden, tek bilinmeyenli, sabit katsayılı, doğrusal ve homojen diferansiyel denklemin genel çözümü için denklem,

$$m^2 - Km = 0$$

şeklinde yazılırsa;

$$m_1 = 0 \quad \text{ve} \quad m_2 = K$$

denklemin kökleri olur. Denklem (4.13)' ün çözümü;

$$T' = A_1 e^{m_1 x'} + A_2 e^{m_2 x'} \quad \text{ise}$$

$$T' = A_1 + A_2 e^{Kx'} \quad (4.14)$$

olur.

ve $0 \leq x' \leq L'$ gibi bir çözüm aralığında aşağıdaki sınır şartları ile,

$$x' = 0 \text{ da } T' = T'_0 \quad (4.15-a)$$

$$x' = L' \text{ de } T' = T'_{L'} \quad (4.15-b)$$

$$T'_0 = A_1 + A_2 e^0$$

ise $A_1 = T'_0 - A_2$

$$T'_{L'} = A_1 + A_2 e^{KL'}$$

$$T'_{L'} = T'_0 - A_2 + A_2 e^{KL'}$$

yazılırsa;

$$A_1 = T'_0 - \left(\frac{T'_0 - T'_{L'}}{1 - e^{KL'}} \right), \quad A_2 = \frac{T'_0 - T'_{L'}}{1 - e^{KL'}}$$

elde edilir. Bunlar genel çözümde yerlerine konulursa,

$$T' = T'_0 - \left(\frac{T'_0 - T'_{L'}}{1 - e^{KL'}} \right) + \left(\frac{T'_0 - T'_{L'}}{1 - e^{KL'}} \right) e^{Kx'}$$

veya başka bir şekilde;

$$\frac{T' - T'_0}{T'_{L'} - T'_0} = \frac{\exp(Kx') - 1}{\exp(KL') - 1} \quad (4.16)$$

eşitliği elde edilir ve $K = \frac{Pe^2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn}$ yazılarak düzenlenirse,

$$\frac{T' - T'_0}{T'_L - T'_0} = \frac{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} x'\right] - 1}{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} L'\right] - 1} \quad (4.17)$$

elde edilir.

Grid sisteminde e-noktasına bu profil şu şekilde uygulanabilir;

$T' = T'_e$, $T'_0 = T'_p$, $T'_L = T'_E$, $L = (\delta x')_e$ alınarak;

$$\frac{T'_e - T'_p}{T'_E - T'_p} = \frac{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} x'_e\right] - 1}{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} (\delta x')_e\right] - 1} \quad (4.18)$$

veya buradan T'_e çekilirse;

$$T'_e = T'_p + (T'_E - T'_p) \frac{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} x'_e\right] - 1}{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} (\delta x')_e\right] - 1} \quad (4.19)$$

yazılabilir. Buradan,

$$\left(\frac{dT'}{dx'}\right)_e = (T'_E - T'_p) \frac{\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn}\right) \exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} x'_e\right]}{\exp\left[\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} (\delta x')_e\right] - 1} \quad (4.20)$$

yazılabilir. J_x ısı akısı e-noktası için ifade edilirse;

$$J_e = \left[\frac{(r'_e - r_e'^3 + 4Kn r'_e)}{1 + 8Kn} T'_e - \frac{r'_e}{Pe^2} \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} \right)_e \right] \quad (4.21)$$

ve denklem 4.19 ve 4.20, denklem 4.21'de yerlerine yazılırsa;

$$J_e = \left(\frac{r'_e - r_e'^3 + 4Kn r'_e}{1 + 8Kn} \right) \left\{ T'_p + (T'_E - T'_p) \frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) x'_e \right] - 1}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\} \\ - \frac{r'_e}{Pe^2} \left\{ (T'_E - T'_p) \frac{\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) \exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) x'_e \right]}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\} \quad (4.22)$$

ve denklem 4.22'in ikinci terimi düzenlenirse;

$$(T'_E - T'_p) \left\{ \frac{\left(\frac{r'_e - r_e'^3 + 4Kn r'_e}{1 + 8Kn} \right) \exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) x'_e \right]}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\}$$

halini alır. Denklem (4.22) ortak paranteze alınarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$J_e = \left(\frac{r'_e - r_e'^3 + 4Kn r'_e}{1 + 8Kn} \right) \left\{ T'_p + \frac{T'_p - T'_E}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_e'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\} \quad (4.23)$$

elde edilir. Benzer şekilde w-noktası için,

$$J_w = \left(\frac{r'_w - r'_w{}^3 + 4Kn r'_w}{1 + 8Kn} \right) \left\{ T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_w{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right\} \quad (4.24)$$

yazılabilir. $J_e - J_w$ yazılarak denklem 4.5'in sol tarafındaki ikinci terim ayrıklaştırılmış olur. $r'_e = r'_w = r'_p$ olduğu için ve ısı akısının tüm $(\Delta r')_p$ ara yüzeyi boyunca ve $\Delta t'$ zaman süresince geçerli olduğu varsayılarak,

$$J_e - J_w = \left(\frac{r'_p - r'_p{}^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left\{ \left[T'_p + \frac{T'_p - T'_e}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right] - \left[T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] \right\} (\Delta r')_p \Delta t' \quad (4.25)$$

elde edilir. Denklem (4.5)'in sol tarafındaki ilk terim ise aşağıdaki şekilde ayrıklaştırılabilir;

$$\int_s^e \int_w^n \int_{t'}^{t'+\Delta t'} r' \frac{\partial T'}{\partial t'} dt' dx' dr' = r'_p (T'_p{}^1 - T'_p{}^0) (\Delta x')_p (\Delta r')_p$$

Denklem (4.5)'in sağ tarafındaki ilk terim cidar tarafı enerji denkleminde olduğu gibi ayrıklaştırılabilir.

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dr' dx' dt' = \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_w^e \left[\left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_n - \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right)_s \right] dx' dt'$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{t'}^{t'+\Delta t'} \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P dt' \\
&= \left\{ f \left[r'_n \frac{(T'^1_N - T'^1_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^1_P - T'^1_S)}{(\delta r')_s} \right] \right. \\
&\quad \left. + (1-f) \left[r'_n \frac{(T'^0_N - T'^0_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^0_P - T'^0_S)}{(\delta r')_s} \right] \right\} (\Delta x')_P \Delta t'
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir. Burada f bir ağırlık faktörüdür ve tam implicit yöntemde $f = 1$ alınır. Dolayısı ile bu ifade,

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{w_s}^e \int_n \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T'}{\partial r'} \right) dr' dx' dt' = \left[r'_n \frac{(T'^1_N - T'^1_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'^1_P - T'^1_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t'$$

haline gelir.

Denklem (4.5)'in sağ tarafındaki ikinci terim yani kaynak terimin ayrıklaştırılması aşağıdaki gibi yapılabilir:

$$\int_{t'}^{t'+\Delta t'} \int_{w_s}^e \int_n \frac{16Br(r')^3}{(1+8Kn)^2} dr' dx' dt' = \frac{16Br(r')_p^3}{(1+8Kn)^2} (\Delta x')_P (\Delta r')_P \Delta t'$$

Elde edilen ayrıklaştırılmış ifadeler denklem (4.5)'te yerlerine yazılırsa ve 1 üst indisi kaldırılırsa;

$$r'_p (T'_P - T'_P^0) (\Delta x')_P (\Delta r')_P + \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1+8Kn} \right) \left\{ T'_P + \frac{T'_P - T'_E}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1+8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[T'_W + \frac{T'_W - T'_P}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_P \Delta t' \\
& = \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t' + \frac{16Br(r'_p)^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_P (\Delta r')_P \Delta t' \quad (4.26)
\end{aligned}$$

elde edilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P^0 + b \quad (4.27-a)$$

Buradaki katsayılar,

$$a_E = \frac{\left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) (\Delta r')_P}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \quad (4.27-b)$$

$$a_W = \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right]}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} (\Delta r')_P \quad (4.27-c)$$

$$a_N = \frac{r'_n \Delta x'}{(\delta r')_n} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (\Delta x')_P \quad (4.27-d)$$

$$a_S = \frac{r'_s \Delta x'}{(\delta r')_s} = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (\Delta x')_P \quad (4.27-e)$$

$$a_p^0 = \frac{r'_p(\Delta x')_p(\Delta r')_p}{\Delta t'} \quad (4.27-f)$$

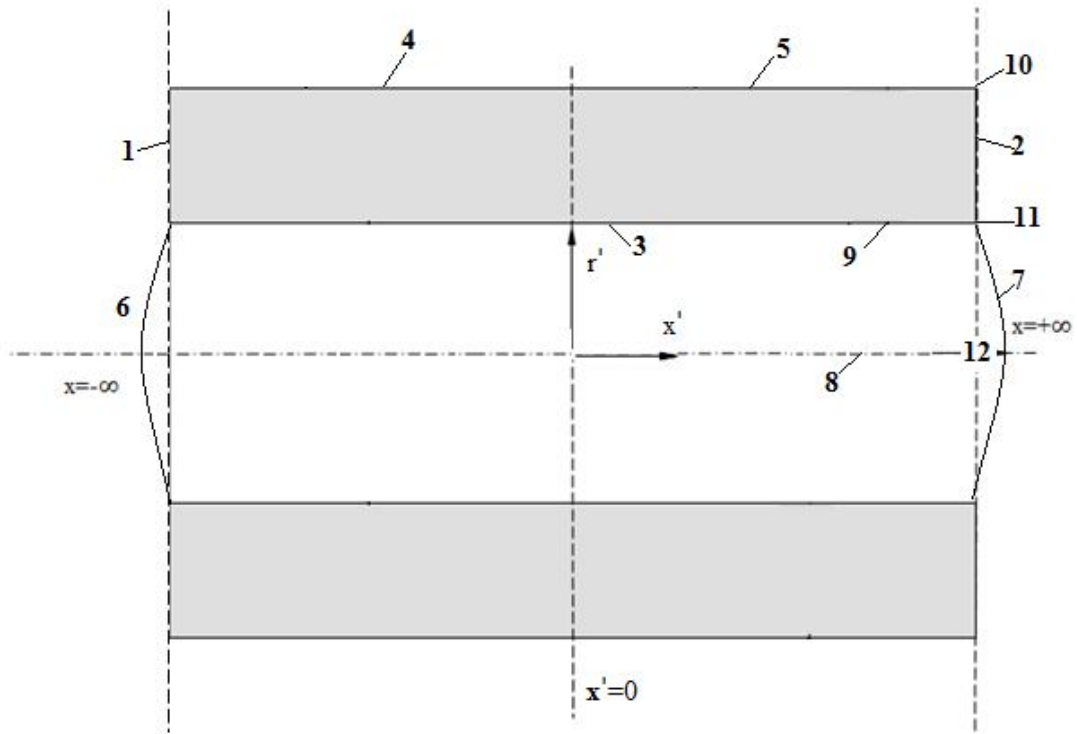
$$b = \frac{16Br(r')_p^3}{(1+8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \quad (4.27-g)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.27-h)$$

şeklinde yazılabilir.

4.2.3. Başlangıç ve sınır şartlarının ayrıklaştırılması

Şekil 4.2'de problemin çözüm bölgesindeki sınır şartlarının geçerli olduğu yerler verilmiştir. Problemin çözümü için bu sınır şartlarının ayrıklaştırılması gerekmektedir.



Şekil 4.2. Sınır şartlarının geçerli olduğu yerler.

Ayrıklaştırma işlemi aşağıdaki gibi yapılmıştır:

Cidar Tarafı:

- Zamanın başlangıcında ($t'=0$)

$$T'_w = 0 \quad (4.28)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında (1 noktasında) ($x'=-\infty$)

$$T'_w = 0 \quad (4.29)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında (2 noktasında) ($x'=+\infty$)

$$\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$$

ve sürekli rejimde $T'_w = 1$ yazılmıştı.

$$x' = +\infty \text{ da } \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T'_w}{\partial x'} \right)_P = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta x')_w + (\delta x')_e} = 0 \Rightarrow T'_E = T'_W$$

olur. Sınırdaki $(\delta x')_w = (\delta x')_e$ alınırsa, cidar enerji denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim,

$$\frac{r'_P}{Pe^2} \left[\frac{T'_W - T'_P}{(\delta x')_w} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t' = \frac{2r'_P}{Pe^2} \left[\frac{T'_W - T'_P}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t'$$

haline gelir. Böylece denklem şu hale gelir;

$$\frac{r'_P}{\alpha_{wf}}(T'_P - T_P^0)(\Delta x')_P(\Delta r')_P = \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t' + \frac{2r'_P}{Pe^2} \left[\frac{T'_W - T'_P}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t'$$

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P^0 \quad (4.30-a)$$

Bu denklemin katsayıları şu şekilde yazılabilir:

$$a_E = 0 \quad (4.30-b)$$

$$a_W = \frac{2r'_P(\Delta r')_P}{Pe^2(\delta x')_w} \quad (4.30-c)$$

$$a_N = \left[\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 \right] (\Delta x')_P \quad (4.30-d)$$

$$a_S = \left[\frac{r'_P}{(\delta r')_s} - 0.5 \right] (\Delta x')_P \quad (4.30-e)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_P(\Delta x')_P(\Delta r')_P}{\alpha_{wf}\Delta t'} \quad (4.30-f)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.30-g)$$

- Ara yüzeyde (3 noktasında) ($r' = 1$)

$$T'_{wi} = T'_s + 2\kappa Kn \left. \frac{\partial T'}{\partial r'} \right|_{r'=1} \quad \text{için,}$$

$$T'_P = T'_S + 2\kappa Kn \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s}$$

Sınırdaki $(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak;

$$T'_P = T'_S + \frac{2\kappa Kn}{2(\delta r')_n} (T'_N - T'_S) \quad \text{yazılabilir. Buradan } T'_S \text{ ifadesi çekilirse;}$$

$$T'_S = \frac{\left(T'_P - \frac{\kappa Kn T'_N}{(\delta r')_n} \right)}{\left(1 - \frac{\kappa Kn}{(\delta r')_n} \right)}$$

elde edilir. Buna göre cidar tarafı enerji denkleminin sağ tarafındaki birinci terim aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left[r'_n \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{T'_P - \left(\frac{T'_P (\delta r')_n - \kappa Kn T'_N}{(\delta r')_n - \kappa Kn} \right)}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_P \Delta t'$$

$$r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n \text{ ile}$$

$$r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_n = r'_p - 0.5(\delta r')_n$$

yazılarak ve gerekli sadeleştirmeler ile ara yüzey sınır şartı için cidar tarafı enerji denklemi;

$$\frac{r'_P}{\alpha_{wf}} (T'_P - T'_P^0) (\Delta x')_P (\Delta r')_P = \left[(r'_p + 0.5(\delta r')_n) \frac{(T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n} - (r'_p - 0.5(\delta r')_n) \frac{\kappa Kn (T'_N - T'_P)}{(\delta r')_n^2 - \kappa Kn (\delta r')_n} \right] (\Delta x')_P \Delta t'$$

$$+ \frac{r'_P}{Pe^2} \left[\frac{T'_E - T'_P}{(\delta x')_e} - \frac{T'_P - T'_W}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_P \Delta t'$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek düzenlenirse,

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T_P^0 \quad (4.31-a)$$

elde edilir. Buradaki katsayılar aşağıdaki gibi olur;

$$a_E = \frac{r'_P (\Delta r')_P}{Pe^2 (\delta x')_e} \quad (4.31-b)$$

$$a_W = \frac{r'_P (\Delta r')_P}{Pe^2 (\delta x')_w} \quad (4.31-c)$$

$$a_N = \left[\frac{r'_P}{(\delta r')_n} + 0.5 - \frac{r'_P \kappa Kn}{(\delta r')_n^2 - \kappa Kn (\delta r')_n} + \frac{0.5 \kappa Kn}{(\delta r')_n - \kappa Kn} \right] (\Delta x')_P \quad (4.31-d)$$

$$a_S = 0 \quad (4.31-e)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_P (\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\alpha_{wf} \Delta t'} \quad (4.31-f)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.31-g)$$

- Dış yüzeyde ($r' = 1 + d'$)

$x < 0$ için (4 noktası)

$$T'_w = 0 \quad (4.32-a)$$

$x \geq 0$ için (5 noktası)

$$T'_w = \frac{T_1 - T_0}{T_1 - T_0} = 1$$

$$T'_w = 1 \quad (4.32-b)$$

yazılabilir.

Akışkan tarafı:

- Zamanın başlangıcında ($t'=0$)

$$T'_f = 0 \quad (4.33)$$

- Üst akış bölgesinin uzağında (6 noktasında) ($x'=-\infty$)

$$T'_f = 0 \quad (4.34)$$

yazılabilir.

- Alt akış bölgesinin uzağında (7 noktasında) ($x'=+\infty$)

$$x' = +\infty \text{ da } \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial T'_f}{\partial x'} \right)_p = \frac{T'_E - T'_W}{(\delta x')_w + (\delta x')_e} = 0 \Rightarrow T'_E = T'_W$$

olur. Sınırdaki $(\delta x')_w = (\delta x')_e$ alınarak (4.26) denkleminin sol tarafındaki ikinci terim;

$$\left(\frac{r'_p - r'^3_p + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left\{ \left[T'_p + \frac{T'_p - T'_w}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'^2_p + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] - \left[T'_w + \frac{T'_w - T'_p}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'^2_p + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] \right\} (\Delta r')_p \Delta t'$$

olur. Bu ifade sadeleştirilirse;

$$\left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \Delta t'$$

halini alır. Böylece yeni denklem $\Delta t'$ ile bölünerek;

$$\begin{aligned} & \frac{r'_p (T'_p - T_p'^0)}{\Delta t'} (\Delta x')_p (\Delta r')_p + \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \\ & = \left[r'_n \frac{(T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_p - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p + \frac{16Br(r'_p)^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_w T'_w + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p'^0 + b \quad (4.35-a)$$

Buradaki katsayılar ise;

$$a_E = 0 \quad (4.35-b)$$

$$a_w = \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[\frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] + 1}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \quad (4.35-c)$$

$$a_N = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 \right) (\Delta x')_p \quad (4.35-d)$$

$$a_S = \left(\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 \right) (\Delta x')_p \quad (4.35-e)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p (\Delta x')_p (\Delta r')_p}{\Delta t'} \quad (4.35-f)$$

$$b = \frac{16Br(r'_p)^3}{(1+8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \quad (4.35-g)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.35-h)$$

- Kanal ekseninde (8 noktasında) ($r'=0$)

$$\frac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0 \Rightarrow \frac{\partial T'}{\partial r'} \Big|_P = \frac{T'_N - T'_S}{\delta r'_n + \delta r'_s} = 0 \Rightarrow T'_N = T'_S$$

olur. Dolayısıyla (4.26) denkleminin sağ tarafındaki ilk terim;

$$\left[r'_n \frac{(T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n} - r'_s \frac{(T'_p - T'_N)}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

haline gelir.

$$r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n$$

ve

$$r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s = r'_p - 0.5(\delta r')_n$$

yazılarak;

$$\left[\left[\left(r'_p + 0.5(\delta r')_n \right) \frac{(T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n} \right] - \left[\left(r'_p - 0.5(\delta r')_n \right) \frac{(T'_p - T'_N)}{(\delta r')_n} \right] \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

elde edilir. bu ifade sadeleştirilerek yazılırsa;

$$2r'_p \left[\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

elde edilir. bu ifade ile yeni denklem $\Delta t'$ ile bölünerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} & \frac{r'_p (T'_P - T'_P{}^0)}{\Delta t'} (\Delta x')_p (\Delta r')_p + \left(\frac{r'_p - r'_p{}^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left\{ \left[T'_P + \frac{T'_P - T'_E}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right] \right. \\ & \left. - \left[T'_W + \frac{T'_W - T'_P}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] \right\} (\Delta r')_p \\ & = 2r'_p \left[\frac{T'_N - T'_P}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p + \frac{16Br(r'_p)^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \end{aligned}$$

Bu denklemin her iki tarafı r'_p ile bölünürse aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$a_P T'_P = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_P^0 T'_P{}^0 + b \quad (4.36-a)$$

Buradaki katsayılar:

$$a_E = \frac{\left(\frac{1 - r'_p{}^2 + 4Kn}{1 + 8Kn} \right)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r'_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} (\Delta r')_p \quad (4.36-b)$$

$$a_w = \left(\frac{1 - r_p'^2 + 4Kn}{1 + 8Kn} \right) \left[\frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right]}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \quad (4.36-c)$$

$$a_N = \frac{2\Delta x'}{(\delta r')_n} \quad (4.36-d)$$

$$a_S = 0 \quad (4.36-e)$$

$$a_P^0 = \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \quad (4.36-f)$$

$$b = \frac{16Br(r')_P^2}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_P (\Delta r')_P \quad (4.36-g)$$

$$a_P = a_E + a_w + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.36-h)$$

- Ara yüzeyde (9 noktasında) ($r' = 1$)

$$T'_s = T'_{wi} - 2\kappa Kn \left. \frac{\partial T'}{\partial r'} \right|_{r'=1} \quad \text{için,}$$

$$T'_P = T'_N - 2\kappa Kn \frac{T'_N - T'_S}{(\delta r')_n + (\delta r')_s}$$

Sınırdaki $(\delta r')_n = (\delta r')_s$ alınarak;

$$T'_P = T'_N - \frac{2\kappa Kn}{2(\delta r')_s} (T'_N - T'_S) \quad \text{yazılabilir. Buradan } T'_N \text{ ifadesi çekilirse;}$$

$$T'_N = \frac{\left(T'_P - \frac{\kappa Kn T'_S}{(\delta r')_s} \right)}{\left(1 - \frac{\kappa Kn}{(\delta r')_s} \right)}$$

elde edilir. Buna göre akışkan tarafı enerji denkleminin sağ tarafındaki birinci terim aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left[r'_n \frac{\left(\frac{T'_P (\delta r')_s - \kappa Kn T'_S}{(\delta r')_s - \kappa Kn} \right) - T'_P}{(\delta r')_s} - r'_s \frac{(T'_P - T'_S)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_P \Delta t'$$

$$r'_n = r'_p + 0.5(\delta r')_n = r'_p + 0.5(\delta r')_s \text{ ile}$$

$$r'_s = r'_p - 0.5(\delta r')_s$$

yazılarak ve gerekli sadeleştirmeler ile ara yüzey sınır şartı için akışkan tarafı enerji denklemini;

$$r'_p (T'_P - T'_P{}^0) (\Delta x')_P (\Delta r')_P + \left(\frac{r'_p - r_p{}^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left\{ T'_P + \frac{T'_P - T'_E}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \right\}$$

$$- \left[T'_W + \frac{T'_W - T'_P}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p{}^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_P \Delta t'$$

$$= \left[(r'_p + 0.5(\delta r')_s) \frac{\kappa Kn (T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s^2 - \kappa Kn (\delta r')_s} - (r'_p - 0.5(\delta r')_s) \frac{(T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p \Delta t' \\ + \frac{16 Br (r'_p)^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \Delta t'$$

elde edilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p^0 + b \quad (4.37-a)$$

Buradaki katsayılar ise;

$$a_E = \frac{\left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) (\Delta r')_p}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_e \right] - 1} \quad (4.37-b)$$

$$a_W = \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right]}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} (\Delta r')_p \quad (4.37-c)$$

$$a_N = 0 \quad (4.37-d)$$

$$a_S = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 - \frac{r'_p \kappa Kn}{(\delta r')_s^2 - \kappa Kn (\delta r')_s} - \frac{0.5 \kappa Kn}{(\delta r')_s - \kappa Kn} \right] (\Delta x')_p \quad (4.37-e)$$

$$a_p^0 = \frac{r'_p (\Delta x')_p (\Delta r')_p}{\Delta t'} \quad (4.37-f)$$

$$b = \frac{16 Br (r'_p)^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \quad (4.37-g)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.37-h)$$

şeklinde yazılabilir.

- Alt akış bölgesinin uzağında ve dış yüzeyde (10 noktasında) ($x'=+\infty$ ve $r' = 1 + d'$)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0 \quad \text{ve} \quad x' \geq 0 \quad \text{için} \quad T'_w = 1 \\ \Rightarrow T' = 1 \end{aligned} \quad (4.38)$$

- Alt akış bölgesinin uzağında ve ara yüzeyde (11 noktasında) ($x'=+\infty$ ve $r' = 1$)

Cidar tarafı için;

$x' = +\infty$ da $\frac{\partial T'_w}{\partial x'} = 0$ için cidar enerji denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim;

$$\frac{2r'_p}{Pe^2} \left[\frac{T'_w - T'_p}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_p \Delta t' \quad \text{halini alır.}$$

$r' = 1$ de $T'_{wi} = T'_s + 2\kappa Kn \frac{\partial T'}{\partial r'} \Big|_{r'=1}$ için cidar tarafı enerji denkleminin sağ

tarafındaki birinci terim aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\left[(r'_p + 0.5(\delta r')_n) \frac{(T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n} - (r'_p - 0.5(\delta r')_n) \frac{\kappa Kn (T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n^2 - \kappa Kn (\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

Bu ifadeler yerlerine yazılırsa yeni denklem;

$$\frac{r'_p}{\alpha_{wf}}(T'_p - T_p^0)(\Delta x')_p(\Delta r')_p = \left[(r'_p + 0.5(\delta r')_n) \frac{(T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n} - (r'_p - 0.5(\delta r')_n) \frac{\kappa Kn (T'_N - T'_p)}{(\delta r')_n^2 - \kappa Kn (\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

$$+ \frac{2r'_p}{Pe^2} \left[\frac{T'_W - T'_p}{(\delta x')_w} \right] (\Delta r')_p \Delta t'$$

şeklinde yazılabilir. Bu denklem $\Delta t'$ ile bölünerek düzenlenirse;

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p^0 \quad (4.39-a)$$

elde edilir. Katsayılar aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$a_E = 0 \quad (4.39-b)$$

$$a_W = \frac{2r'_p (\Delta r')_p}{Pe^2 (\delta x')_w} \quad (4.39-c)$$

$$a_N = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_n} + 0.5 - \frac{r'_p \kappa Kn}{(\delta r')_n^2 - \kappa Kn (\delta r')_n} + \frac{0.5 \kappa Kn}{(\delta r')_n - \kappa Kn} \right] (\Delta x')_p \quad (4.39-d)$$

$$a_S = 0 \quad (4.39-e)$$

$$a_p^0 = \frac{r'_p (\Delta x')_p (\Delta r')_p}{\alpha_{wf} \Delta t'} \quad (4.39-f)$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + a_p^0 \quad (4.39-g)$$

Akışkan tarafı için;

$$x' = +\infty \text{ da } \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0 \text{ için akışkan tarafı enerji denkleminin sol tarafındaki ikinci}$$

terim;

$$\left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \Delta t'$$

halini alır.

$$r' = 1 \text{ de } T'_s = T'_{wi} - 2\kappa Kn \frac{\partial T'}{\partial r'} \Big|_{r'=1} \text{ için akışkan tarafı enerji denkleminin sağ}$$

tarafının birinci terimi aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\left[(r'_p + 0.5(\delta r')_s) \frac{\kappa Kn (T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s^2 - \kappa Kn (\delta r')_s} - (r'_p - 0.5(\delta r')_s) \frac{(T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

Bu ifadeler yerlerine yazılır ve yeni denklem $\Delta t'$ ile bölünürse,

$$\frac{r'_p (T'_p - T_p'^0)}{\Delta t'} (\Delta x')_p (\Delta r')_p + \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p$$

$$= \left[(r'_p + 0.5(\delta r')_s) \frac{\kappa Kn (T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s^2 - \kappa Kn (\delta r')_s} - (r'_p - 0.5(\delta r')_s) \frac{(T'_p - T'_s)}{(\delta r')_s} \right] (\Delta x')_p$$

$$+ \frac{16Br(r')_p^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p$$

şeklinde yazılabilir.

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p'^0 + b \quad (4.40-a)$$

Buradaki katsayılar ise;

$$a_E = 0 \quad (4.40-b)$$

$$a_W = \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[\frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] + 1}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2 (1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_P \quad (4.40-c)$$

$$a_N = 0 \quad (4.40-d)$$

$$a_S = \left[\frac{r'_p}{(\delta r')_s} - 0.5 - \frac{r'_p \kappa Kn}{(\delta r')_s^2 - \kappa Kn (\delta r')_s} - \frac{0.5 \kappa Kn}{(\delta r')_s - \kappa Kn} \right] (\Delta x')_P \quad (4.40-e)$$

$$a_P^0 = \frac{r'_p (\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \quad (4.40-f)$$

$$b = \frac{16Br(r')_p^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_P (\Delta r')_P \quad (4.40-g)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.40-h)$$

- Alt akış bölgesi uzağında ve boru ekseninde (12 noktasında) ($x' = +\infty$ ve $r' = 0$)

$$x' = +\infty \text{ da } \frac{\partial T'_f}{\partial x'} = 0$$

İçin (4.26) denkleminin sol tarafındaki 2. terim;

$$\left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \Delta t'$$

olur ve $r' = 0$ da $\frac{\partial T'_f}{\partial r'} = 0$ için sağ tarafın ilk terimi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$2r'_p \left[\frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t'$$

Bu ifadeler yerlerine yazılırsa yeni denklem;

$$\begin{aligned} r'_p (T'_p - T_p^0) (\Delta x')_p (\Delta r')_p + \left(\frac{r'_p - r_p'^3 + 4Kn r'_p}{1 + 8Kn} \right) \left[T'_p - T'_w + \frac{2(T'_p - T'_w)}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \Delta t' \\ = 2r'_p \left[\frac{T'_N - T'_p}{(\delta r')_n} \right] (\Delta x')_p \Delta t' + \frac{16Br(r')_p^3}{(1 + 8Kn)^2} (\Delta x')_p (\Delta r')_p \Delta t' \end{aligned}$$

elde edilir. Denklem $\Delta t'$ ve r'_p ile bölünürse aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$a_p T'_p = a_E T'_E + a_W T'_W + a_N T'_N + a_S T'_S + a_p^0 T_p^0 + b \quad (4.41-a)$$

Buradaki katsayılar ise;

$$a_E = 0 \quad (4.41-b)$$

$$a_W = \left(\frac{1 - r_p'^2 + 4Kn}{1 + 8Kn} \right) \left[\frac{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] + 1}{\exp \left[\left(\frac{Pe^2(1 - r_p'^2 + 4Kn)}{1 + 8Kn} \right) (\delta x')_w \right] - 1} \right] (\Delta r')_p \quad (4.41-c)$$

$$a_N = \frac{2\Delta x'}{(\delta r')_n} \quad (4.41-d)$$

$$a_S = 0 \quad (4.41-e)$$

$$a_P^0 = \frac{(\Delta x')_P (\Delta r')_P}{\Delta t'} \quad (4.41-f)$$

$$b = \frac{16Br(r')_P^2}{(1+8Kn)^2} (\Delta x')_P (\Delta r')_P \quad (4.41-g)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 \quad (4.41-h)$$

şeklinde yazılabilir.

4.3. Çözüm

Yapılan çalışmada Gauss-Siedel iterasyon yöntemi ile ayrıklaştırılmış enerji denklemleri kullanılarak sıcaklık dağılımı elde edilmiştir. Hesaplama bölgesi aksel simetri nedeniyle radyal yönde cidar dış yüzeyi ile boru ekseni ve aksel olarak $x' = -\infty$ ile $x' = +\infty$ arasında seçilmiştir. Aksel yöndeki sınır şartları basit ağ yapısı ile denenerak gerek $x' = -\infty$ gerekse $x' = +\infty$ 'daki sınır şartlarının uygunluğu kontrol edildi.

Grid sisteminde yer alan düğüm noktaları cidar ve akışkan tarafına belli sayıda yerleştirilmiştir. Sabit yüzey sıcaklığının uygulandığı problemde günümüzdeki bilgisayar kapasiteleri, çözüm süresi ve hassasiyeti dikkate alınarak radyal yönde cidar bölgesinde 64, akışkan bölgesinde 160 ve aksel yönde üst akış bölgesinde 176 ve alt akış bölgesinde 224 kontrol hacmi olacak şekilde ağ yapısı oluşturulmuştur.

Cidar ve akışkan bölgesi ağ yapısında radyal aralık uzunlukları her iki bölgede de eşit olarak sırasıyla $d'/64$ ve $1/160$ 'dır. Aksel yönde ise akışın ısıl olarak gelişmesinin başladığı $x' = 0$ civarında daha sık grid yapısı kullanıldı ve hem üst hem

alt akış bölgesi için ilk düğüm noktası aralığı 0.00025 seçilerek 1.085 kat doğrusal sündürülmüştür.

Çözümlerin grid yapısından bağımsız olduğunu göstermek için gridden bağımsızlık analizi yapılmıştır. Analizde 200x212, 400x224 ve 800x448 şeklinde üç farklı grid ölçüsü için testler yapılmıştır. Kıyaslama için üst ve alt akış bölgesinin kesiştiği $x' = 0$ eksenel konumunda ve ara yüzeyde yığık sıcaklık, T'_b , ve ısı akısının, q'_{wi} , sürekli rejimdeki değerleri seçilmiştir. Örnek hesaplamada kullanılan parametre değerleri ve test sonuçları Tablo 4.1'de verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, 400x224 ağ yapısının çözüm süresi ve kararlılık açısından yeterli olduğuna karar verilmiş ve bu ağ yapısı kullanılarak çözümler elde edilmiştir.

Tablo 4.1. Grid yapısının T'_b ve q'_{wi} üzerine etkisi

$Pe = 5$, $Kn = 0$, $Br = 0$, $d' = 0.6$, $\alpha_{wf} = 1.0$				
Gelişmiş akış için, $x' = 0$ 'da				
Grid ölçüsü	T'_b	Değişim % T'_b	q'_{wi}	Değişim % q'_{wi}
200x112	0.26033	-	0.56515	-
400x224	0.28197	8.31	0.51866	8.22
800x448	0.27892	1.08	0.52413	1.05

Bu çalışmada ısı transferi karakteristiklerinin zamana göre değişimleri incelenirken, üç farklı zaman adımı artışı için de testler gerçekleştirilmiştir. Testlerde boyutsuz başlangıç zamanı 0.0001 alınmış ve bunu izleyen zamanlar için %5, %10 ve %20 olmak üzere üç farklı zaman adımı artırımı kullanılmıştır. Kıyaslama için farklı zaman adımları ile yapılan örnek hesaplama sonuçları Tablo 4.2'de verilmiştir. Değerlerdeki değişim incelendiğinde zaman adımındaki %10 artırım için hataların kabul edilebilir seviyede olduğundan, çözümlerde %10 zaman artırımı kullanılmıştır. Dolayısıyla zamanın başlangıcındaki ısı transferi değerleri hızla değiştiği için daha hassas bir çözüm elde edilmiştir.

Table 4.2. Zaman adımı artırımının T'_b ve q'_{wi} üzerine etkisi

$Pe = 5, Kn = 0, Br = 0, d' = 0.6, \alpha_{wf} = 1.0$			
Gelişmiş akış için, $x' = 0$ 'da			
Grid ölçüsü	Zaman adımı arttırımı (%)	T'_b	q'_{wi}
200x112	5	0.26033	0.56515
	10	0.26035	0.56521
	20	0.26051	0.56547
400x224	5	0.28197	0.51866
	10	0.28201	0.51871
	20	0.28216	0.51897
800x448	5	0.27892	0.52413
	10	0.27895	0.52419
	20	0.27911	0.52433

Zaman adımlarındaki sıcaklık değerleri Patankar'ın (1980) nokta-nokta yöntemiyle hesaplanmıştır. İterasyon gerçekleştirilirken hesaplama alanındaki noktaların hangi sırayla işleme katılacağı çözüme erişme açısından önemlidir. Araştırmalara göre (Patankar 1980) bilinen sınır şartlarından iç kısımlara doğru taranması ve akış doğrultusunda noktaların süpürülmesi yakınsama açısından en kısa çözümü vermektedir. Bu nedenle çözümlerde bu yol izlenmiştir. Ara yüzeydeki sınır noktalarında bilgi geçişi sıcaklık sıçraması sınır şartının hem akışkan hem cidar tarafına uygulanması ile gerçekleştirilmiştir.

Hassasiyet limiti 10^{-7} alınmıştır. Çözümler esnasında yakınsamanın hızlı bir şekilde gerçekleştiği görülmüştür. Grid sayısı, hassasiyet limiti ve zaman adımları değiştirilerek çeşitli denemeler yapılmış olup elde edilen sonuçlarda ciddi bir değişim görülmemiştir.

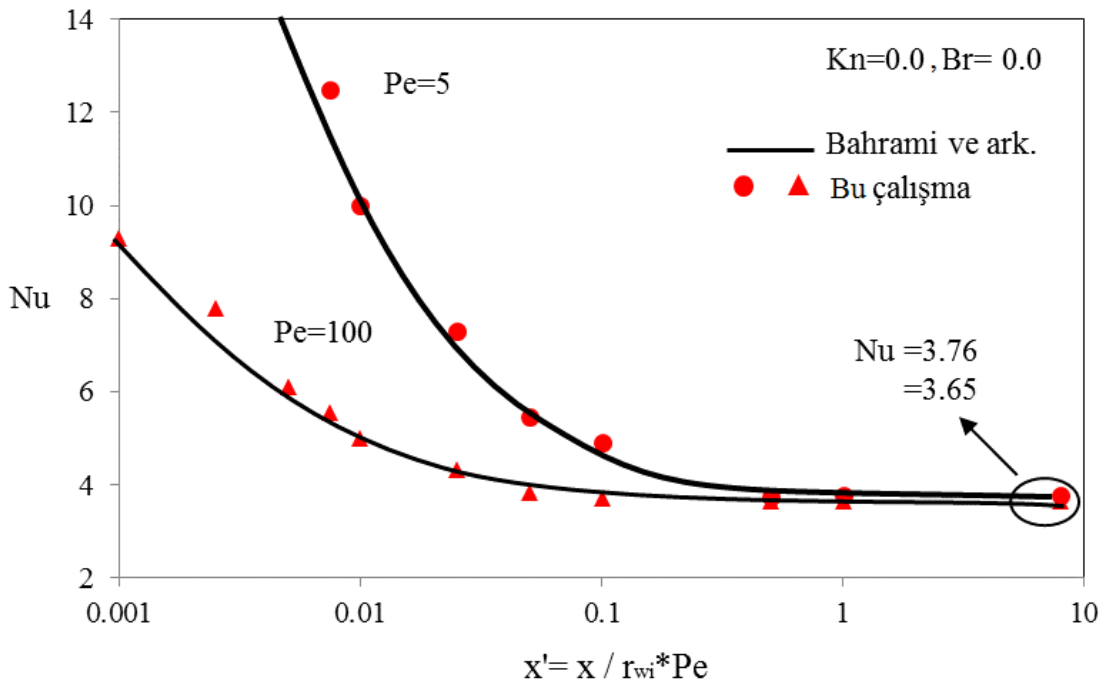
Yığık sıcaklık, ara yüzey ısı akısı ve Nusselt sayısının hesaplanmasında kullanılan integral ve türev yöntemleri EK-1'de detaylı olarak verilmiştir.

İteratif yöntem ile sıcaklık dağılımını ve bu sıcaklıklardan elde edilen ısı transferi karakteristiklerini belirleyen bir bilgisayar programı yazılmıştır. Program içerisinde her grid noktası için elde edilen sıcaklık ve ısı transferi karakteristiklerini veri olarak dışarıya aktaran bir yazılım kodu oluşturulmuştur. Bu sayede alınan veriler MS-EXCEL bilgisayar programı kullanılarak işlenmiş ve grafik haline dönüştürülmüştür.

Çözümlerde MONSTER[©] marka Abra-A7 serisi 3.53 GHz 4 çekirdek 8 sanal işlemciye ve 16 GB Ram belleğe sahip hesaplama gücü yüksek bir bilgisayar

kullanılmıştır. Bu sayede aynı anda 8 işlemci ile 8 deneme yapma imkânı bulunmuş ve çözümler yaklaşık 8 kat hızlandırılmıştır.

Şekil 4.3'te, bu çalışmanın sonuçlarını doğrulamak üzere, sürekli akış ($Kn=0$) ve viskoz etkilerin dikkate alınmadığı durumda ($Br=0$), sürekli rejimde yerel Nusselt sayılarının değişimi Bahrami ve ark (2012)'nin çalışması ile kıyaslanmıştır. Eğriler aksenal iletimin etkili olduğu $Pe=5$ ve ihmal edilebilir olduğu $Pe=100$ değerleri için çizilmiştir. Şekil incelendiğinde, sonuçların birbiri ile oldukça uyumlu olduğu ve sabit yüzey sıcaklığı sınır şartı için tam gelişmiş Nusselt sayısının analitik değeri olan 3.66'ya oldukça yaklaştığı görülmektedir.



Şekil 4.3. Yerel Nusselt sayılarının Bahrami ve ark (2012) ile kıyaslanması

5. ÇALIŞMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Yapılan çözümlemede ele alınan mikro kanal akışı geçici rejim birleşik ısı transferi problemi beş parametreye bağlıdır. Bunlar Peclet sayısı (Pe), Knudsen sayısı (Kn), Brinkman sayısı (Br), cidar kalınlık oranı (d') ve ısı yayılım katsayısı oranı (α_{wf})'dir. Çözümler bu parametrelerin etkilerini verecek şekilde kombine edilmiştir. Tablo 5.1'de parametre kombinasyonları verilmiştir. Ayrıca denemelerde kaygan akış rejiminin sağlanması için akışkan gaz fazında seçilmiştir. Çözümlerde Prandtl sayısı (Pr) 0.72 alınmıştır.

Tablo 5.1. Çalışma parametre kombinasyonları

Kombinasyon	Peclet	Knudsen	Brinkman	Cidar kalınlık oranı	Isıl yayılım katsayısı oranı
1	1.00	0.05	0.05	0.60	1.00
2	5.00	0.05	0.05	0.60	1.00
3	10.00	0.05	0.05	0.60	1.00
4	20.00	0.05	0.05	0.60	1.00
5	50.00	0.05	0.05	0.60	1.00
6	5.00	0.00	0.05	0.60	1.00
7	5.00	0.01	0.05	0.60	1.00
8	5.00	0.10	0.05	0.60	1.00
9	5.00	0.05	0.00	0.60	1.00
10	5.00	0.05	0.10	0.60	1.00
11	5.00	0.05	0.20	0.60	1.00
12	5.00	0.05	-0.05	0.60	1.00
13	5.00	0.05	-0.10	0.60	1.00
14	5.00	0.05	-0.20	0.60	1.00
15	5.00	0.05	0.05	0.20	1.00
16	5.00	0.05	0.05	1.00	1.00
17	5.00	0.05	0.05	1.40	1.00
18	5.00	0.05	0.05	0.60	0.10
19	5.00	0.05	0.05	0.60	10.00

Taşınım problemlerinde sonuçlar Nusselt sayıları ile ifade edilmektedir. Fakat birleşik ısı transferi problemlerinde sonuçların daha anlamlı olan ara yüzey ısı akısı ile verilmesi daha uygun olmaktadır (Faghri ve Sparrow 1980). Bunun yanı sıra sonuçlar ara yüzey sıcaklığı (T'_{wi}) ve yığık sıcaklık (T'_b) cinsinden de değerlendirilmiştir.

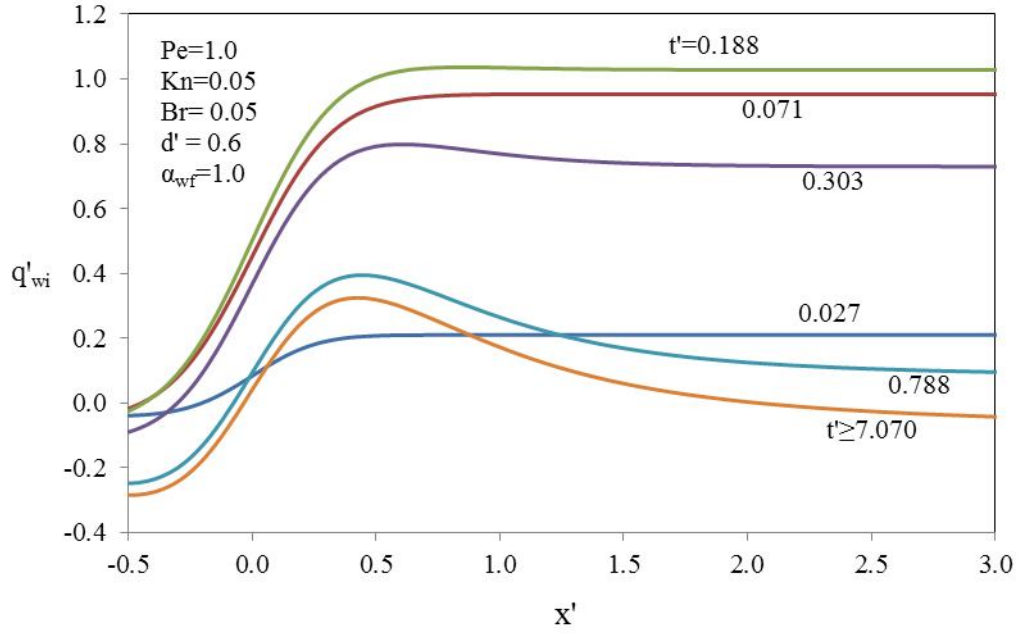
$Pe=1, 5, 10, 20, 50$ için diğer parametreler sabit tutularak ara yüzey ısı akısının, ara yüzey sıcaklığının ve yığık sıcaklığın aksel dağılımının zamana göre değişimleri sırasıyla Şekil 5.1-5.5'de, Şekil 5.6-5.10'da ve Şekil 5.11-5.15 'de verilmiştir.

Ara yüzey ısı akısı eğrileri incelendiğinde özellikle düşük Peclet sayılarında hem cidar hem de akışkan bölgesinde aksel iletiminin daha etkili olduğu, aksel iletim nedeniyle üst akış bölgesinde göz ardı edilemeyecek büyüklükte bir ısı transferinin gerçekleştiği görülmektedir.

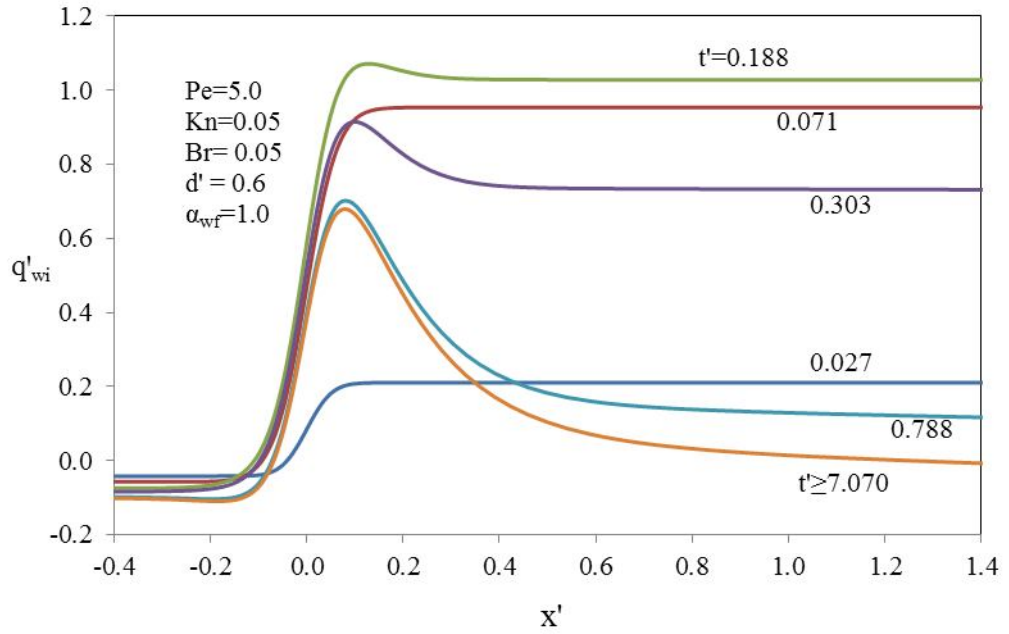
Üst akış bölgesinin uzağında tüm zaman adımlarında akışkanın viskoz ısınmasından dolayı negatif yönlü bir ısı akısı görülmektedir. $x'=0$ noktasına yaklaşıldığında üst akış bölgesinde ilk zaman adımlarında cidar aksel iletimi akışkan aksel iletimine göre daha hızlı olduğundan, ısı akısı önce artmakta sonra ise akışkan tarafı aksel iletim etkisini artırdığından, akışkan tarafında sıcaklık arttığından ısı akısı değerleri azalmaktadır. Sürekli rejime yaklaşıldığında ısı akısı yön değiştirerek akışkandan cidara doğru gerçekleşmektedir. $Pe \geq 5.0$ 'den sonra aksel iletimin etkisi azaldığı için bu ters yönlü ısı akısı zayıflamakta ve $Pe \geq 20$ 'den sonra ortadan kaybolmaktadır.

Alt akış bölgesinde ısı akısı eğrileri önce maksimum bir değer almakta sonra aksel mesafe arttıkça azalma göstermektedir. Başlangıç zaman adımlarında cidardaki hızlı radyal iletim nedeniyle ara yüzeyde ısı akısı değerlerinde hızlı bir artma meydana gelmektedir. Zaman ilerledikçe cidar-akışkan arasındaki sıcaklık farkının azalması ile ısı akısı azalmakta ve sabit kalmaktadır. Sürekli rejimde ise cidar ve akışkan sıcaklıkları eşitlendiğinden ara yüzey ısı akısı q'_{wi} sifıra düşmekte ve uzak aksel konumlarda viskoz ısınma ile tekrar ters yönlü bir ısı akısı meydana gelmektedir.

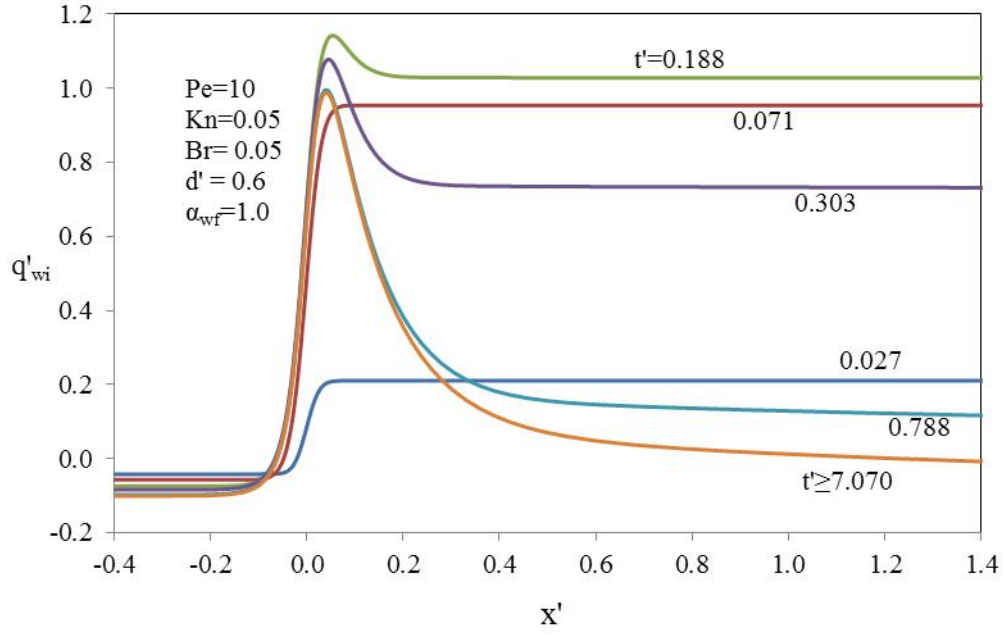
Aksel iletimin azaldığı büyük Peclet sayılarında ($Pe \geq 10$) radyal iletim daha hızlı olduğundan başlangıç bölgesindeki ısı akısı değerlerindeki pik değerler Peclet sayısı ile artmaktadır.



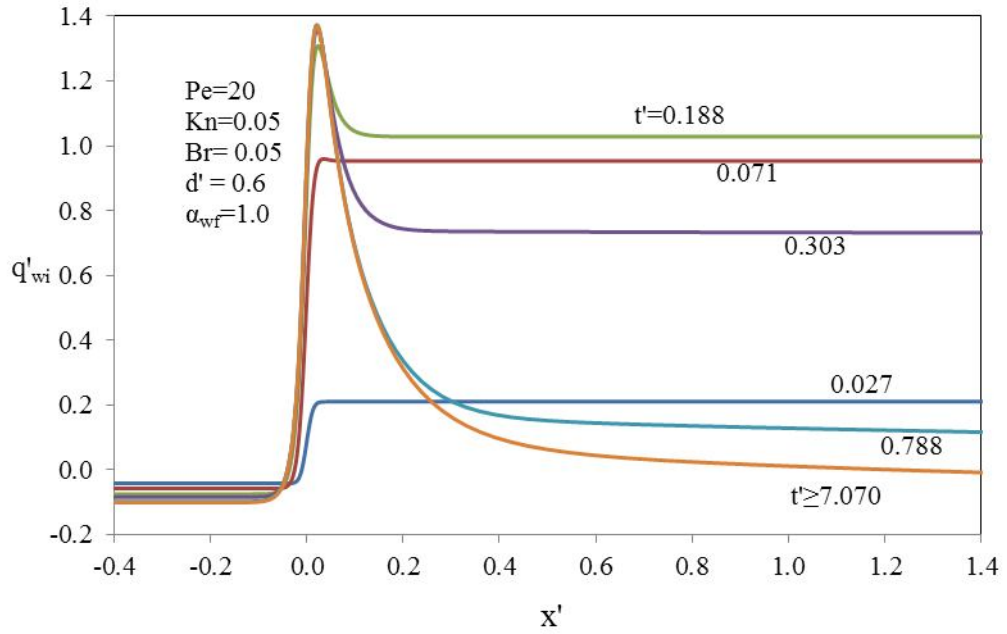
Şekil 5.1. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Pe=1.0)



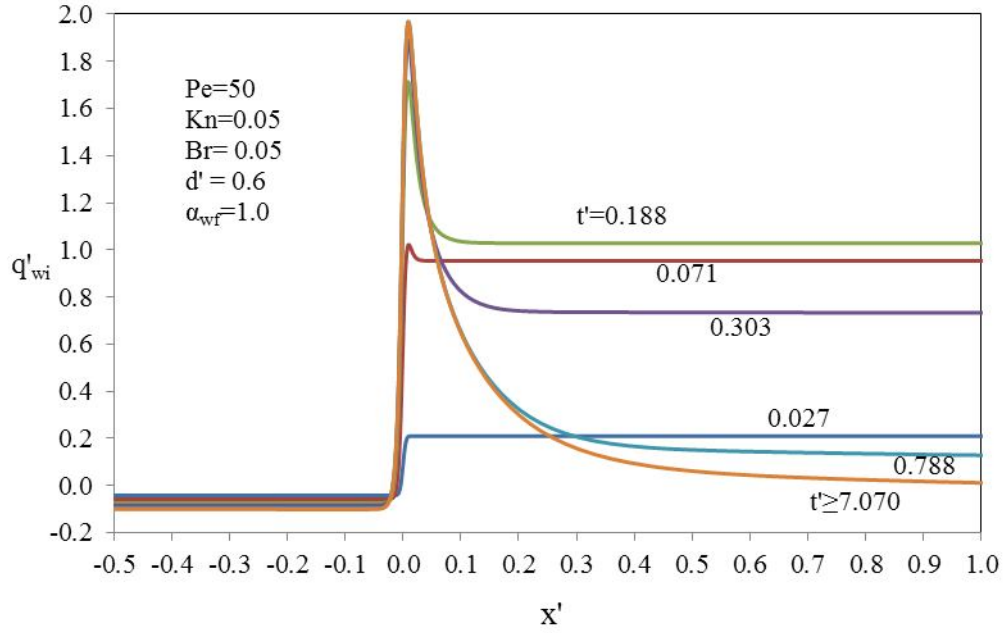
Şekil 5.2. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Pe=5.0)



Şekil 5.3. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=10)



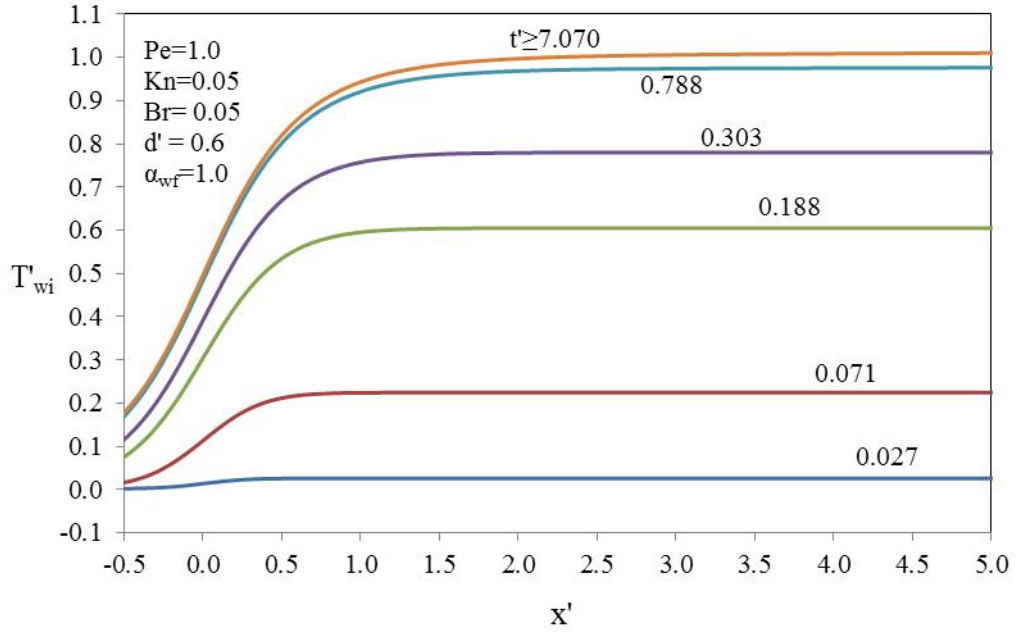
Şekil 5.4. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=20)



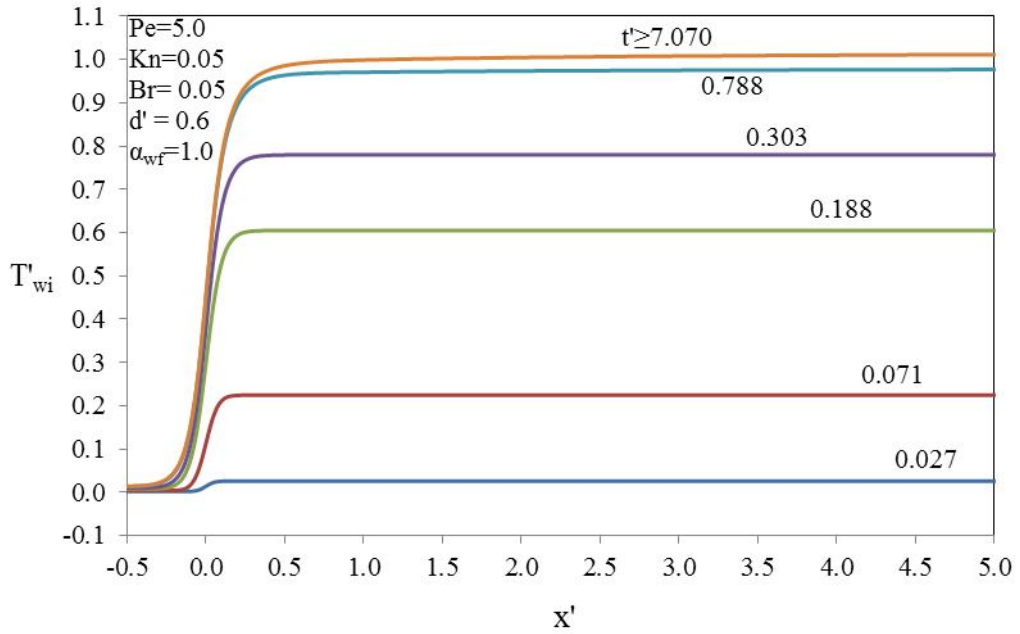
Şekil 5.5. Ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($Pe=50$)

Şekil 5.6-5.10 incelendiğinde düşük Peclet sayılarında eksenel iletim nedeniyle üst akış bölgesinde ara yüzey sıcaklık değerlerinde bir artış görülmüştür. Bu artış özellikle $Pe = 1.0$ için çizilen Şekil 5.6'da çok belirgin olmaktadır. Alt akış bölgesinde ise ısıl gelişmenin sağlandığı ilk eksenel bölgede değerler hızlı bir şekilde artmakta ve daha sonra boru uzunluğunca sabit kalmaktadır. Peclet sayısı büyüdükçe eksenel iletimin etkisi azalmakta ve sıcaklık artışları çok daha hızlı gerçekleşmektedir. Farklı zaman adımlarındaki sıcaklık değerleri incelendiğinde şekillerde tüm grafikler için tüm zaman adımlarında $x' = 0$ bölgesi dışında benzer sıcaklık değerleri elde edilmektedir ve sürekli rejim değeri olan $T' = 1.0$ 'a ulaşmaktadır.

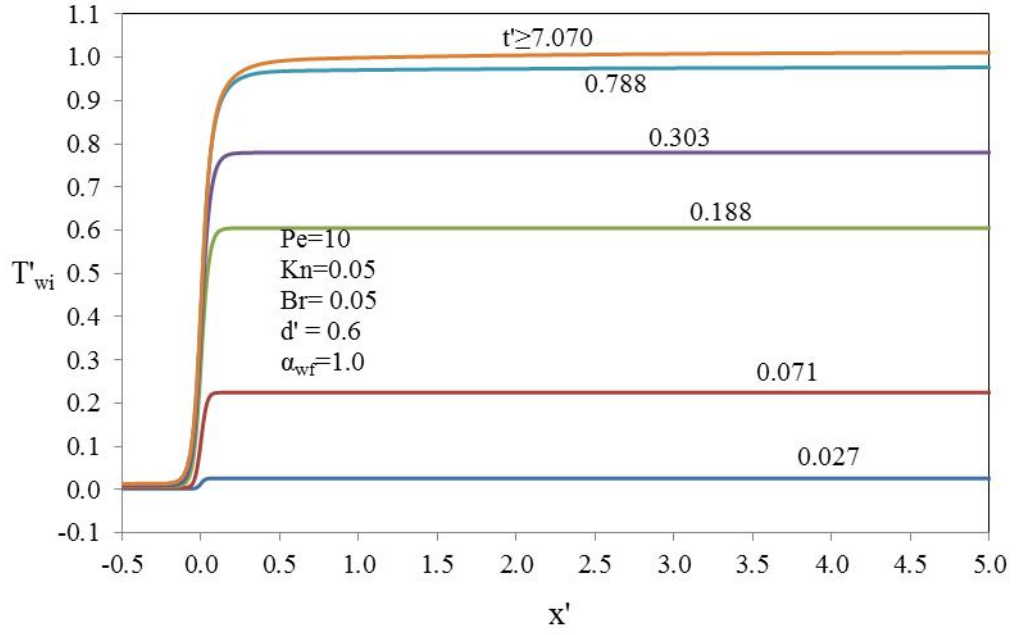
Yığık sıcaklık eğrilerine (Şekil 5.11-5.15) bakıldığında değerlerin eksenel mesafe boyunca beklendiği gibi ara yüzey sıcaklık değerlerinden düşük olduğu görülmektedir. Bu durum ara yüzeyde taşınım ile ısı transferinin cidarda iletimle gerçekleşen ısı transferine göre daha yavaş olmasından kaynaklanmaktadır. Yığık sıcaklık değerlerinin sürekli rejim değeri olan $T' = 1$ 'e ulaşması eksenel olarak daha ileri konumlarda gerçekleşmektedir.



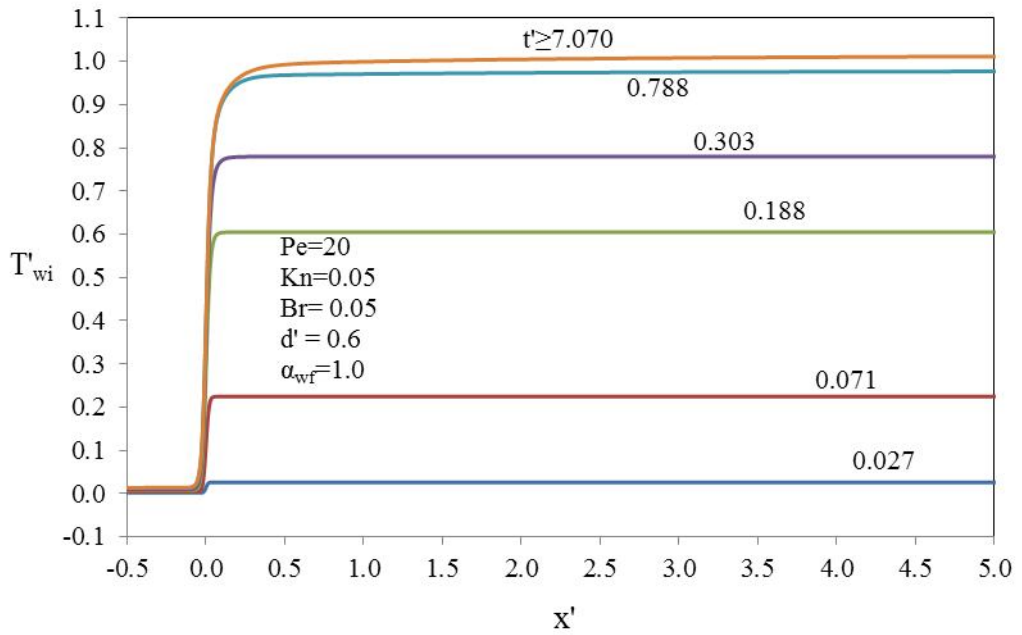
Şekil 5.6. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Pe=1.0)



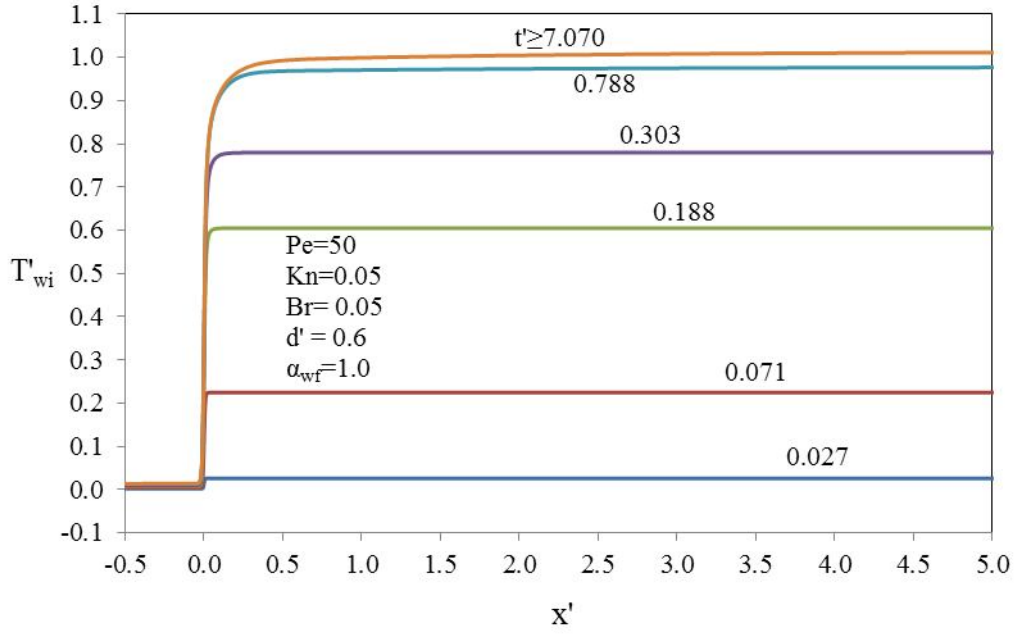
Şekil 5.7. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Pe=5.0)



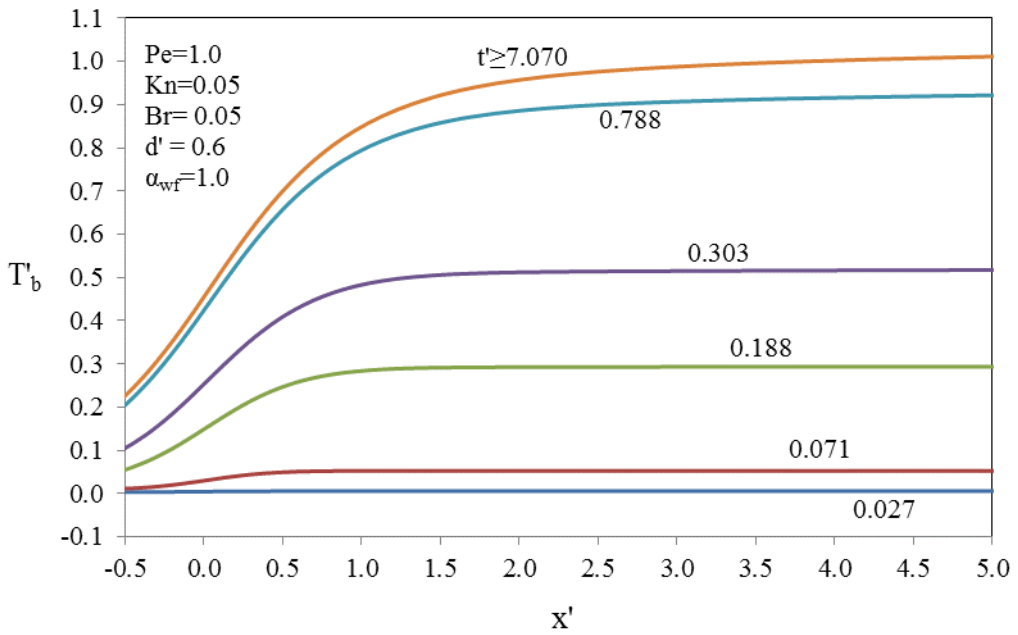
Şekil 5.8. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Pe=10$)



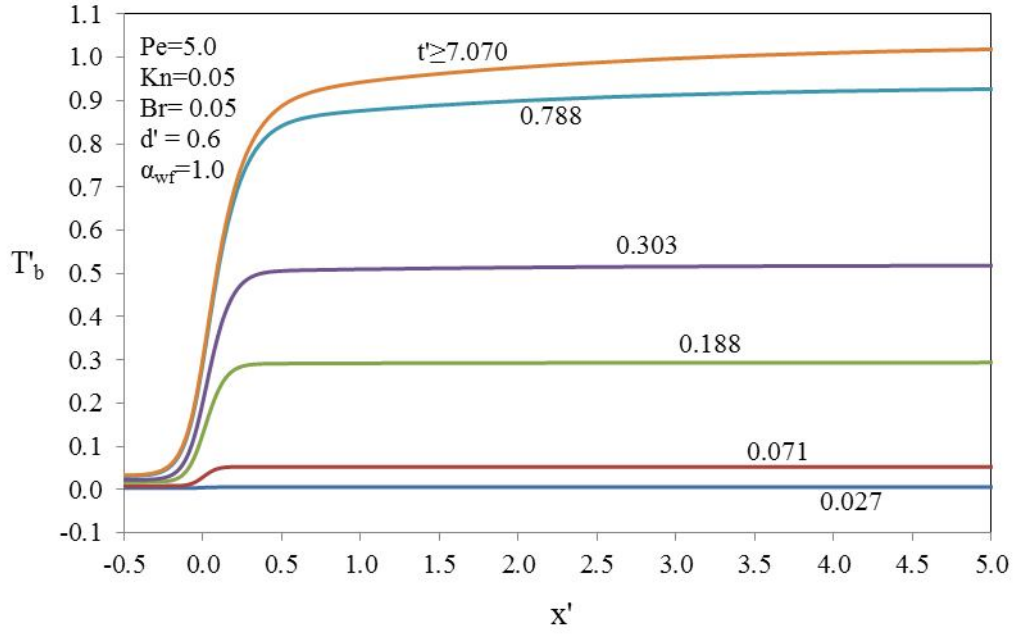
Şekil 5.9. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Pe=20$)



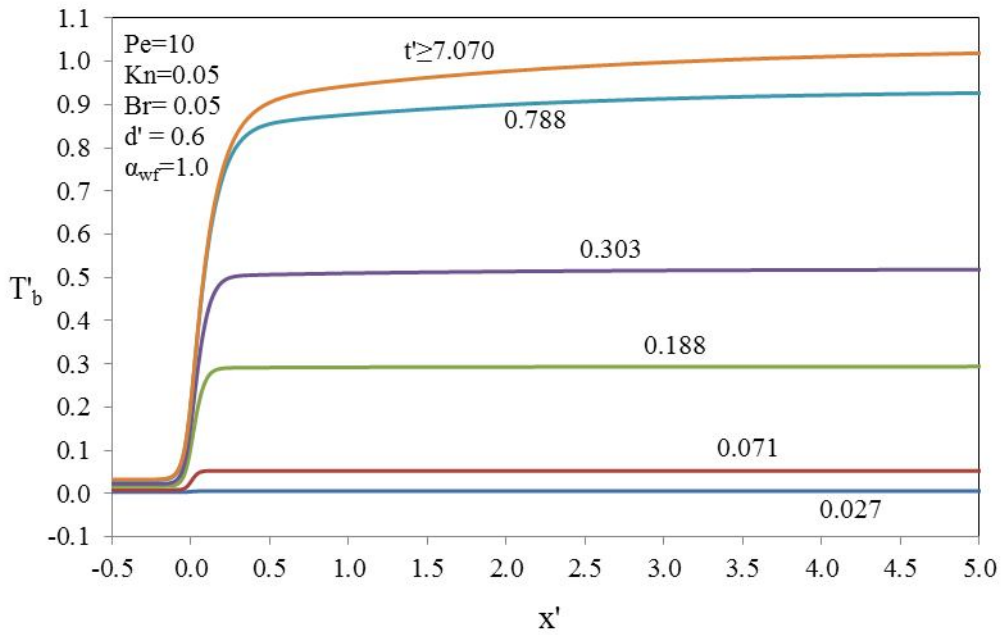
Şekil 5.10. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($Pe=50$)



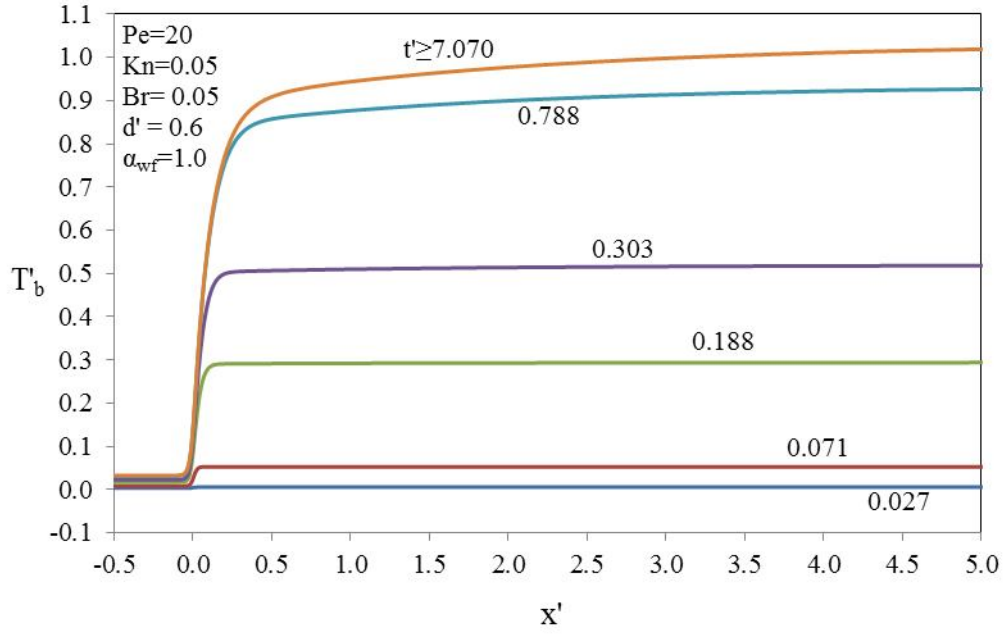
Şekil 5.11. Yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($Pe=1.0$)



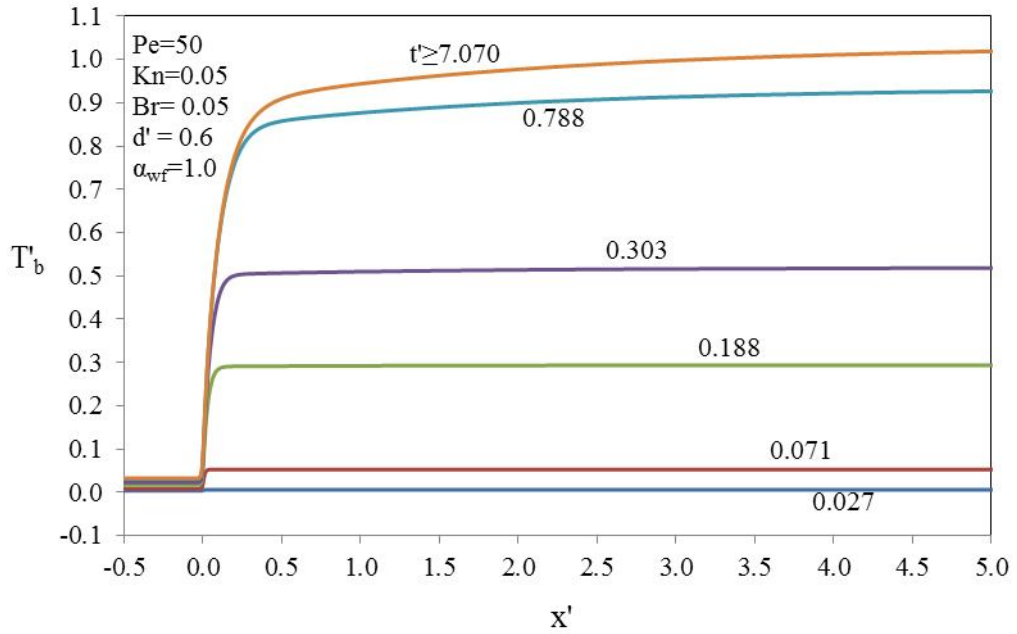
Şekil 5.12. Yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=5.0)



Şekil 5.13. Yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=10)

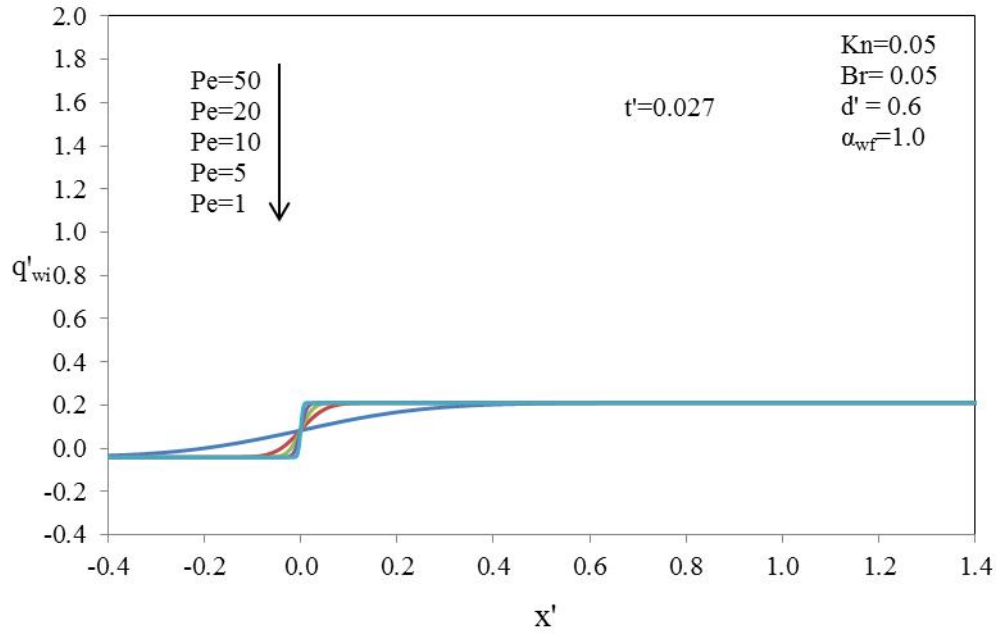


Şekil 5.14. Yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=20)

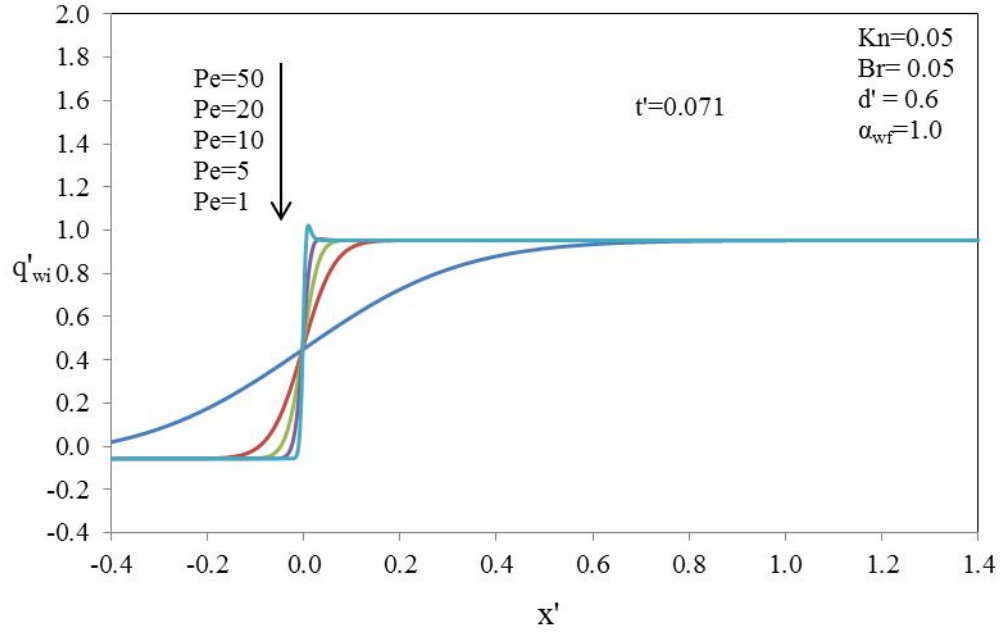


Şekil 5.15. Yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi (Pe=50)

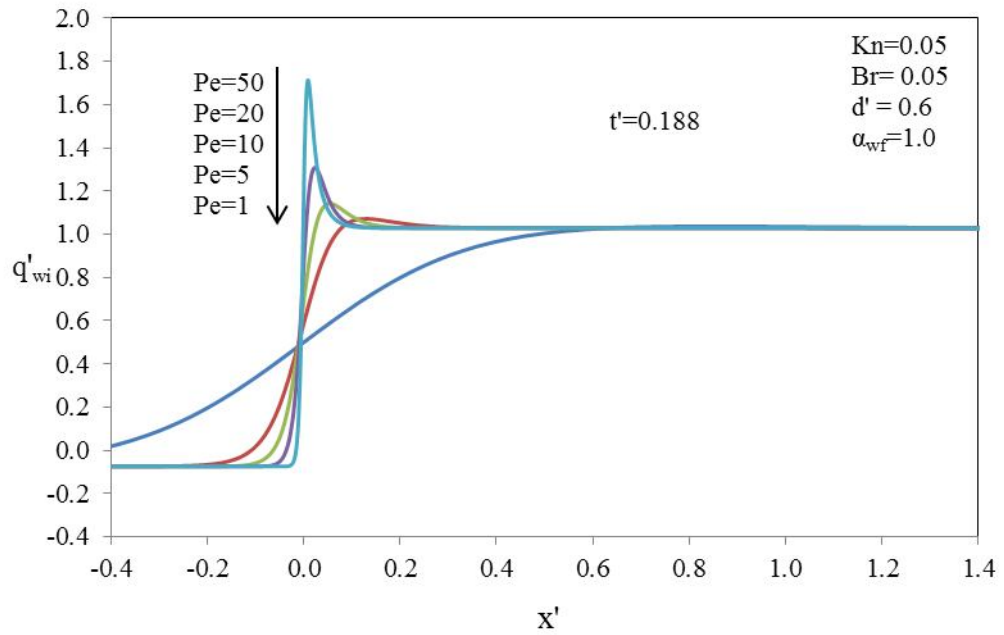
Şekil 5.16-5.21’de ara yüzey ısı akısı değerlerinin Peclet sayısı ile değişimi altı farklı zaman adımı için verilmiştir. Bu şekillerde Pe sayısı azaldıkça akışkan aksenal iletimi artmaktadır ve bu nedenle ısı üst akış bölgesine yayılmakta dolayısıyla ısı akısı eğrileri geriye doğru uzamaktadır. Aksenal iletimin artması ile taşınım etkisi azaldığı için alt akış bölgesinde ısıl gelişme daha uzun bir aksenal mesafede gerçekleşmektedir. Peclet sayısı arttıkça ara yüzey ısı akısı eğrilerinin pik değerlerinde artış meydana gelmektedir. Bu durum azalan aksenal ilettime göre daha hızlı taşınım ile ısı transferi ile açıklanabilir.



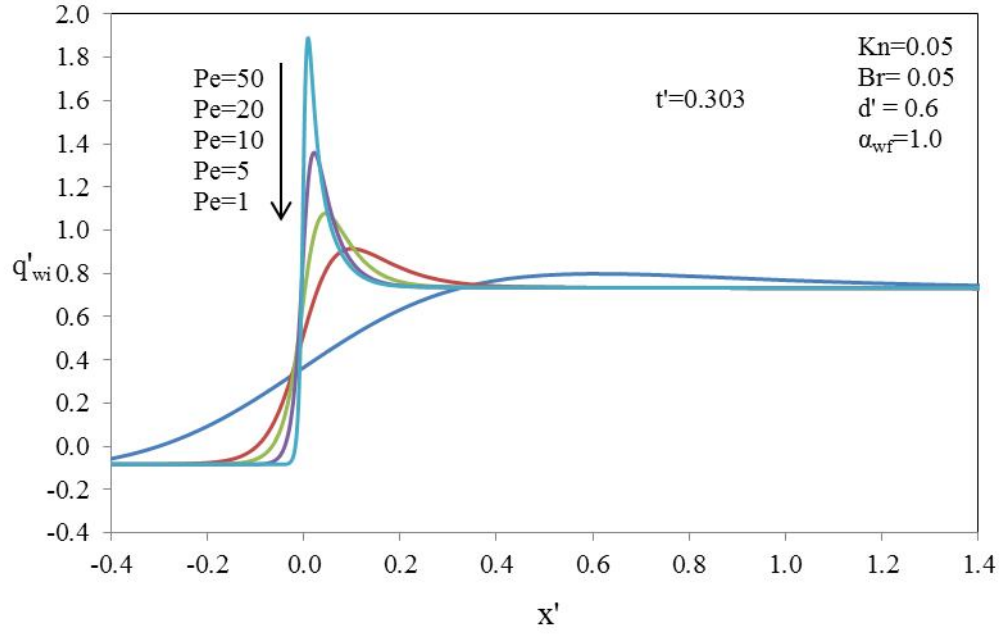
Şekil 5.16. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



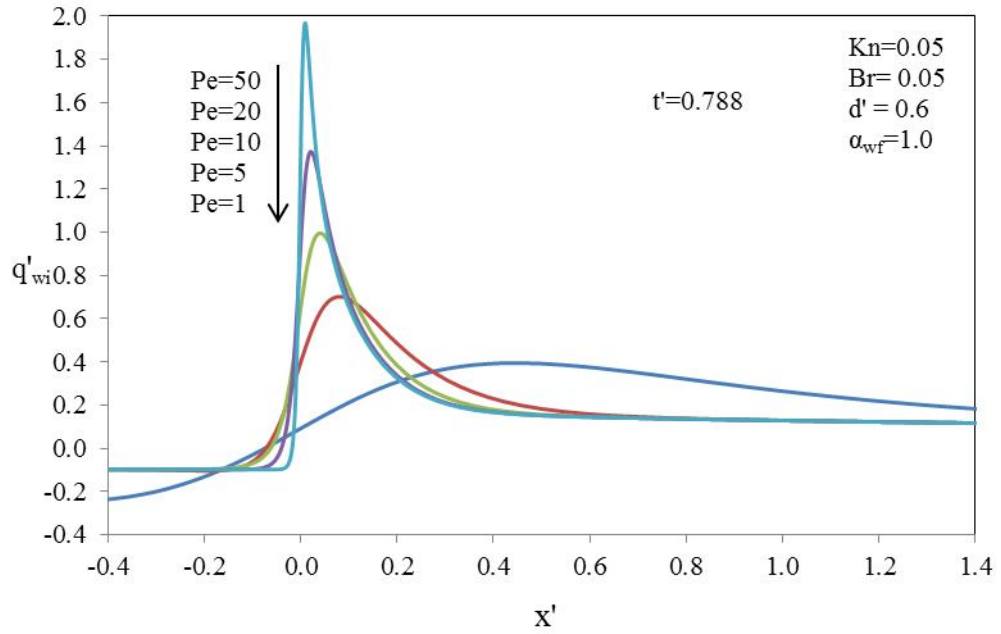
Şekil 5.17. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



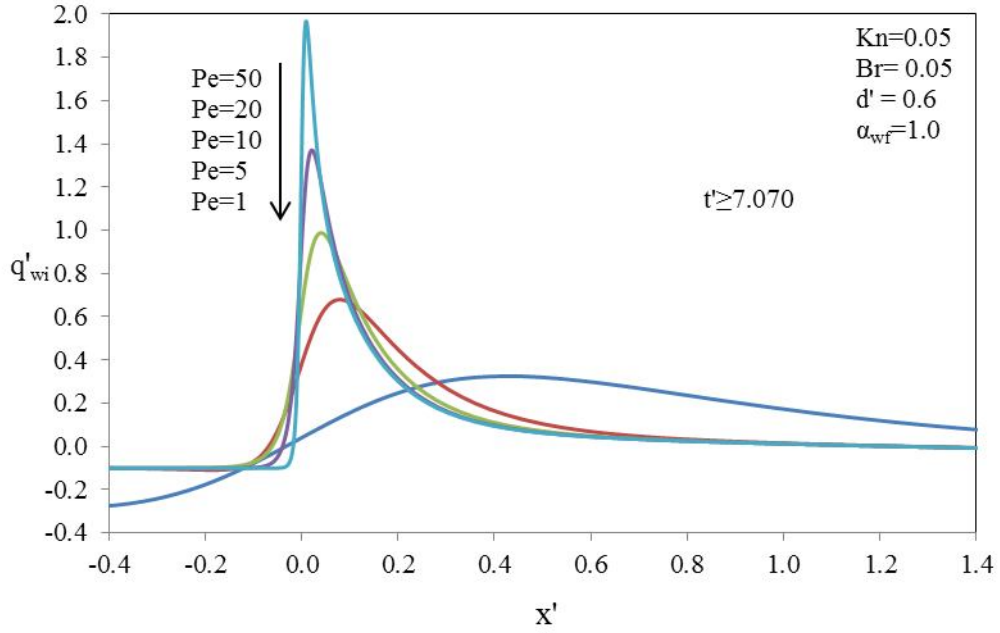
Şekil 5.18. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.19. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



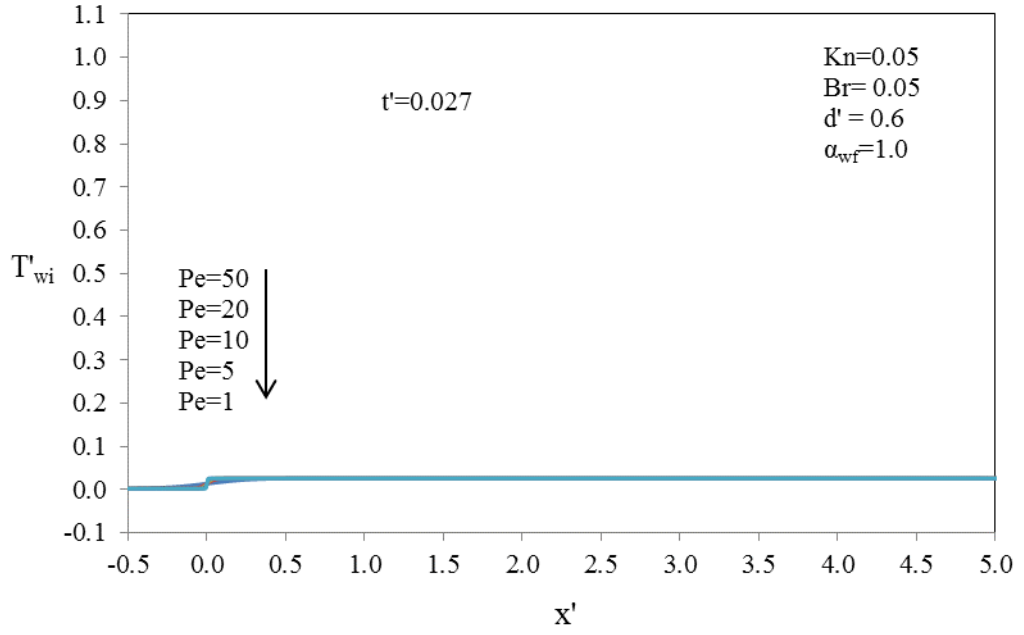
Şekil 5.20. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



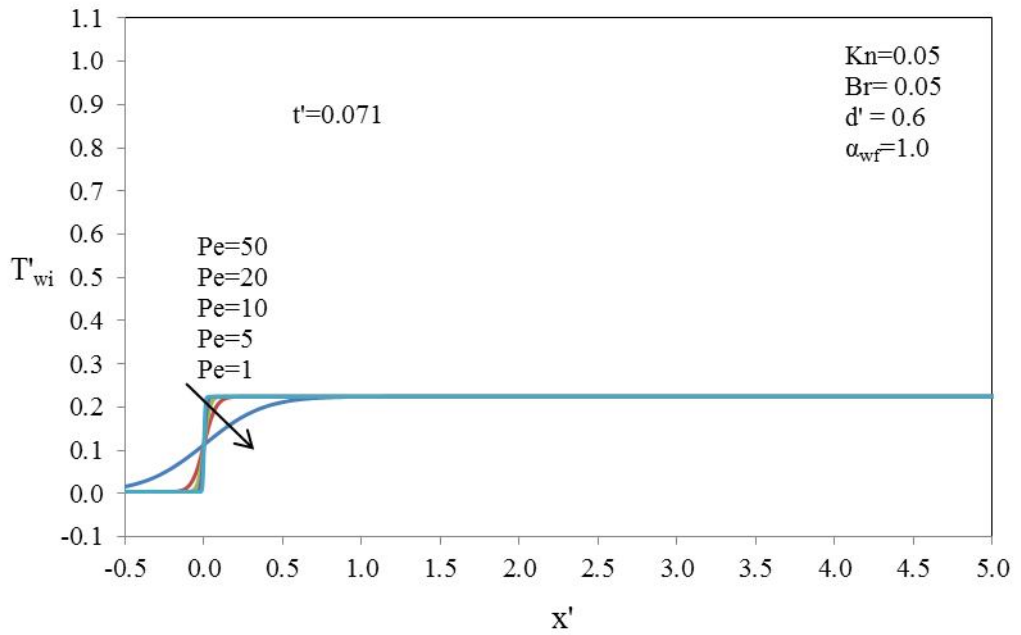
Şekil 5.21. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

Şekil 5.22-5.27 Peclet sayısının ara yüzey sıcaklığına etkilerini altı farklı zaman adımı için göstermektedir. Değişik Peclet sayılarında sıcaklık profillerinin gelişmesi aksenal olarak daha uzun sürmekte ve üst akış bölgesine doğru eğriler uzamaktadır. Zaman adımları açısından değerlendirildiğinde her bir zaman adımındaki sıcaklık eğrilerinin benzer olduğu ilerleyen zamanla değerlerin gittikçe yükseldiği ve sürekli rejime ulaşıldığında $T' = 1$ olduğu görülmektedir.

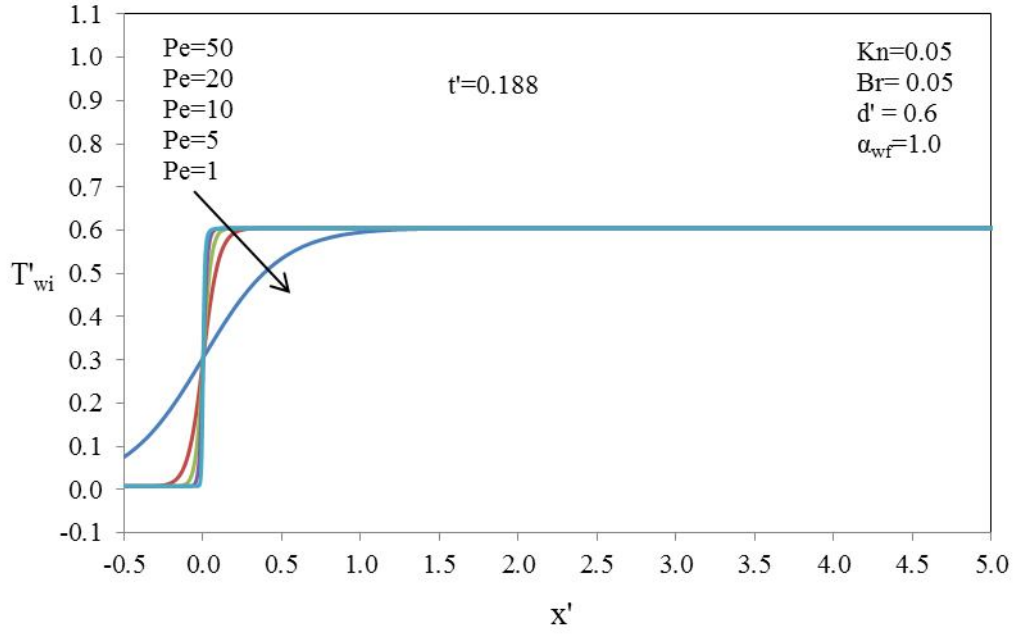
Şekil 5.28-5.33'de yığık sıcaklık grafiklerinde her bir zaman adımında sıcaklık değerlerinin ara yüzey sıcaklık değerlerine göre daha düşük olduğu görülmektedir. Ayrıca sürekli rejim ($t' \geq 7.070$) değerlerine bakıldığında, aksenal yönde ara yüzey sıcaklığına göre yaklaşık 10 kat daha uzun mesafede sıcaklık profili gelişmiştir. Bu durum cidar bölgesine göre akışkan bölgesinde radyal yönde ısı transferinin oldukça yavaş olduğunu göstermektedir.



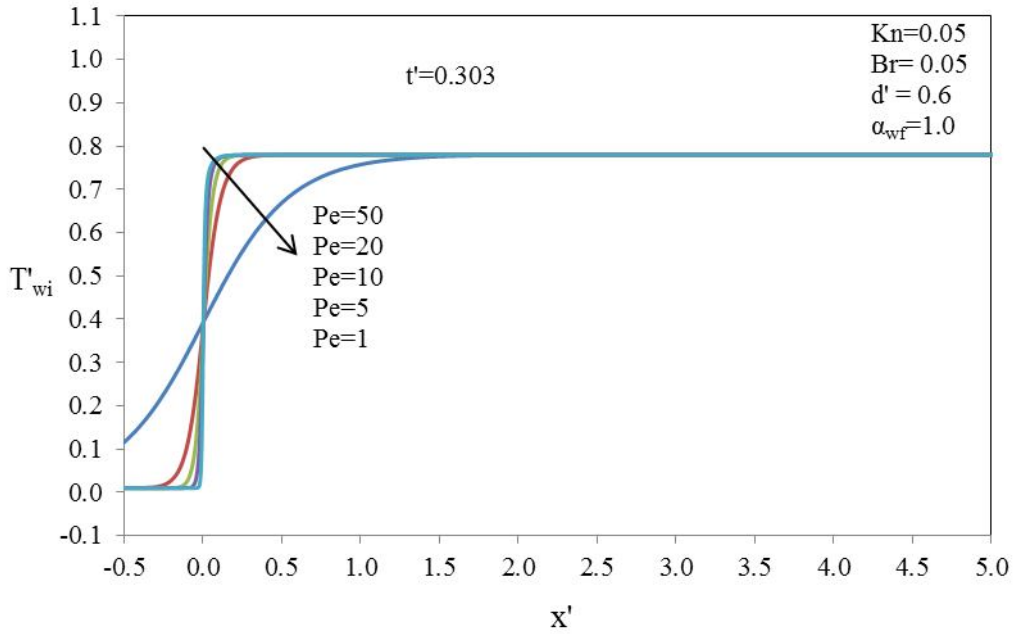
Şekil 5.22. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



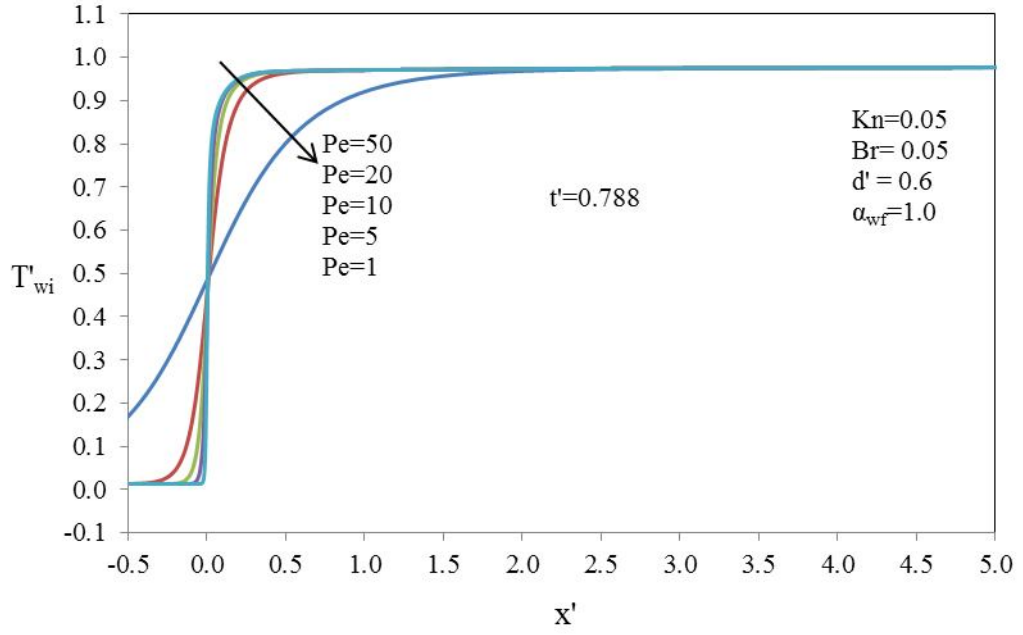
Şekil 5.23. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



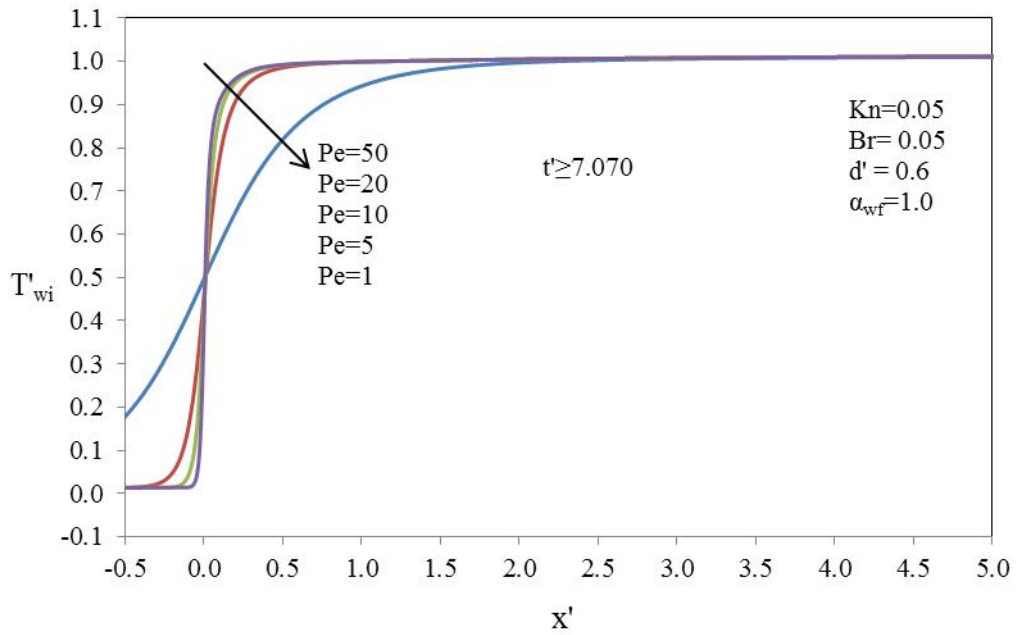
Şekil 5.24. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



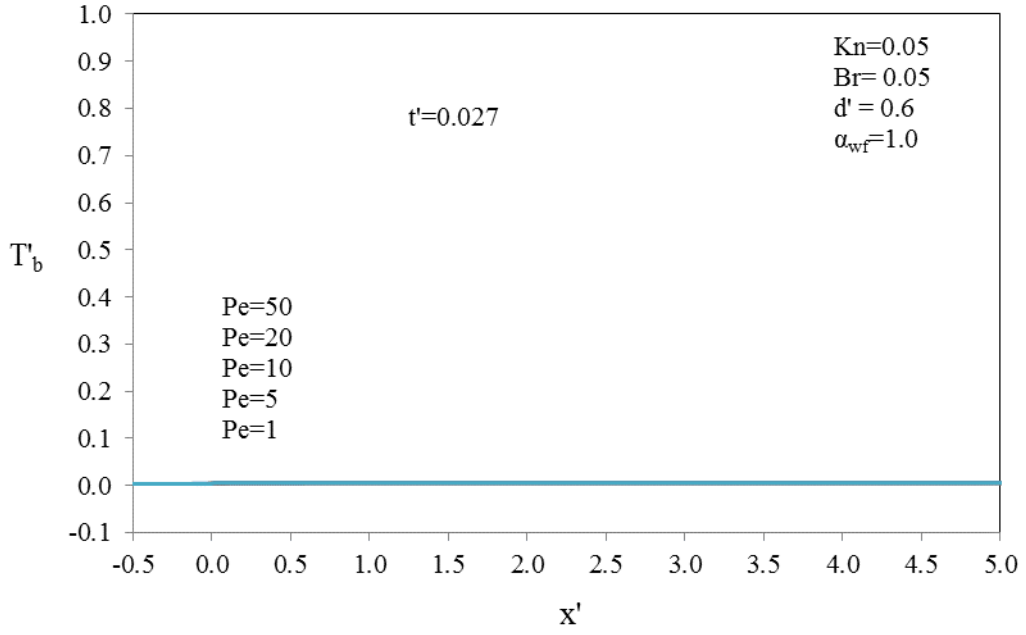
Şekil 5.25. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



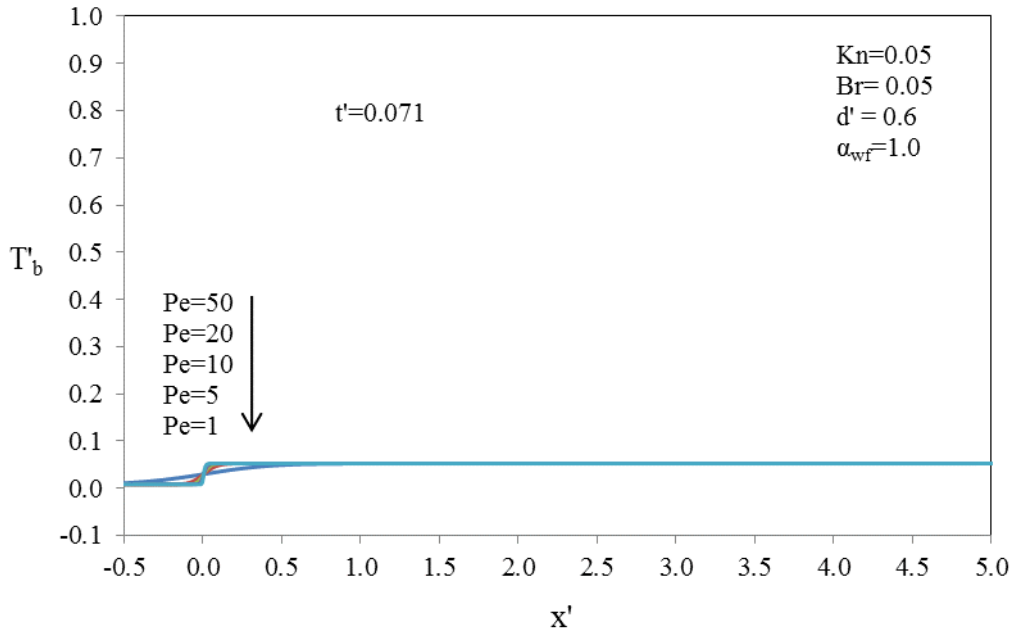
Şekil 5.26. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



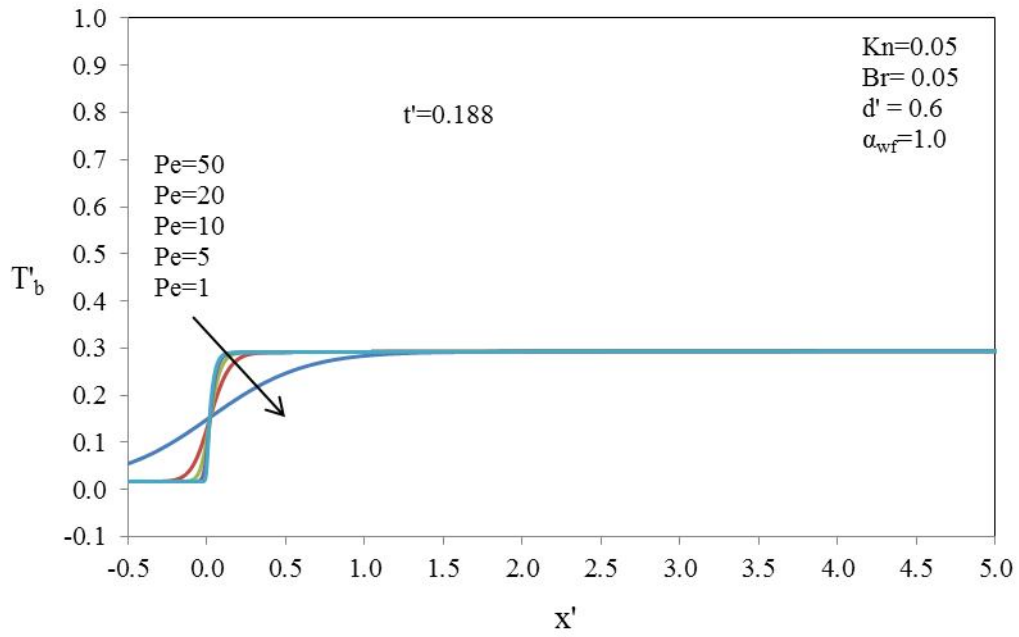
Şekil 5.27. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)



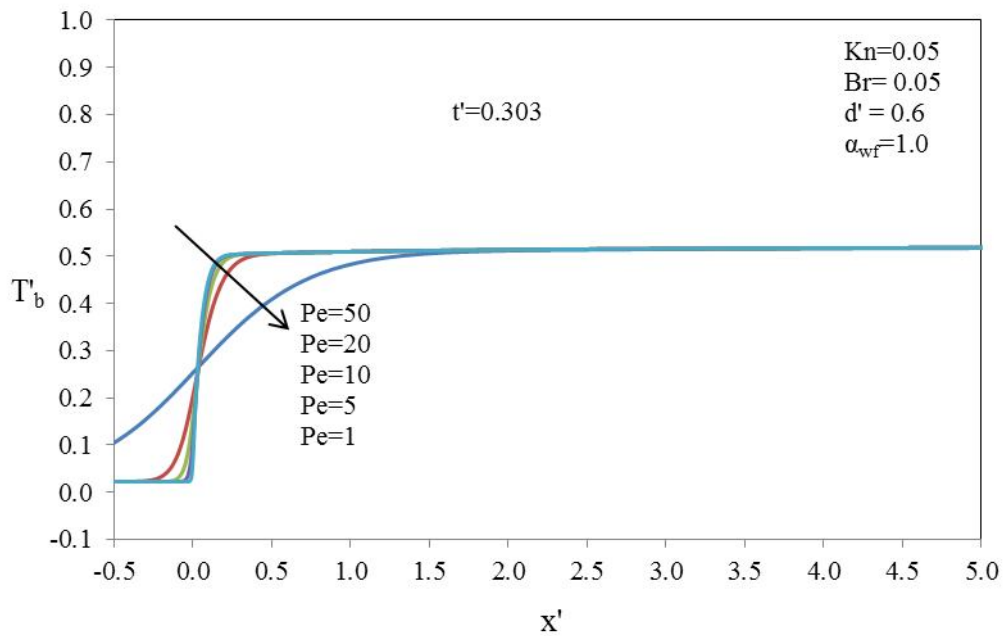
Şekil 5.28. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



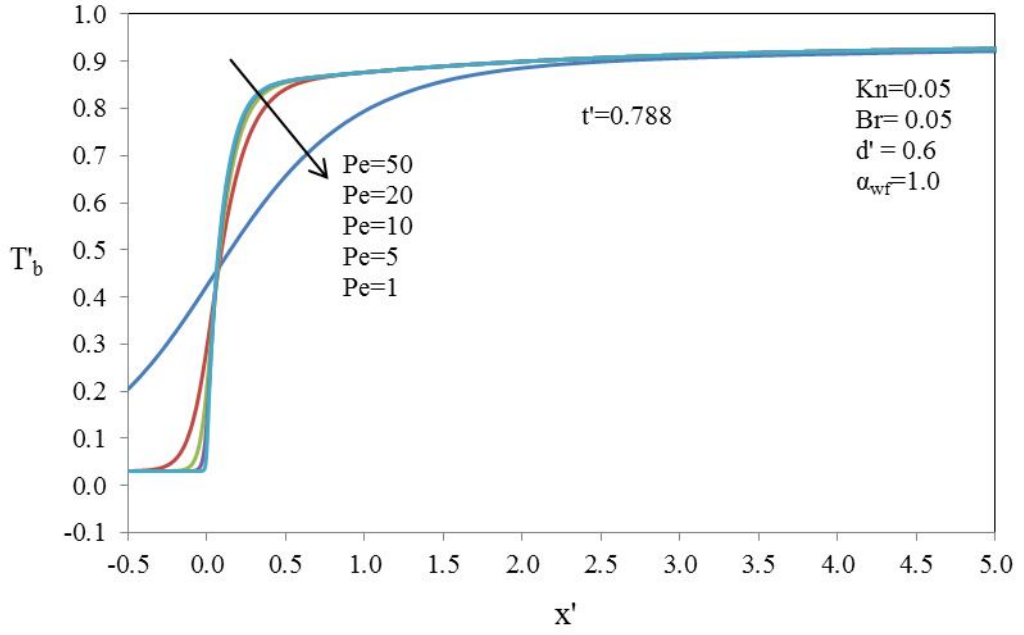
Şekil 5.29. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



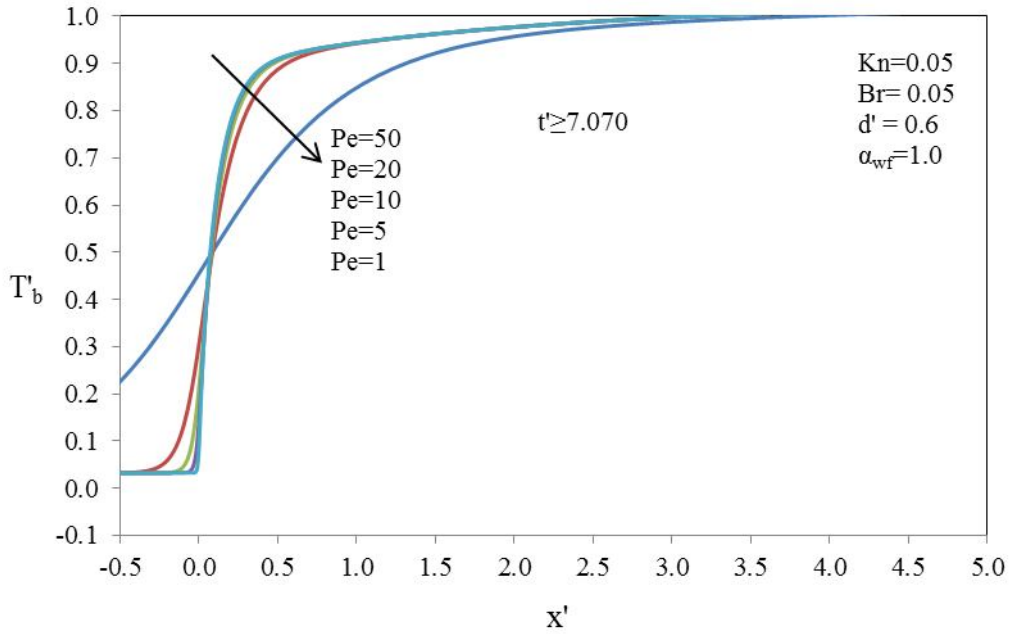
Şekil 5.30. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.31. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



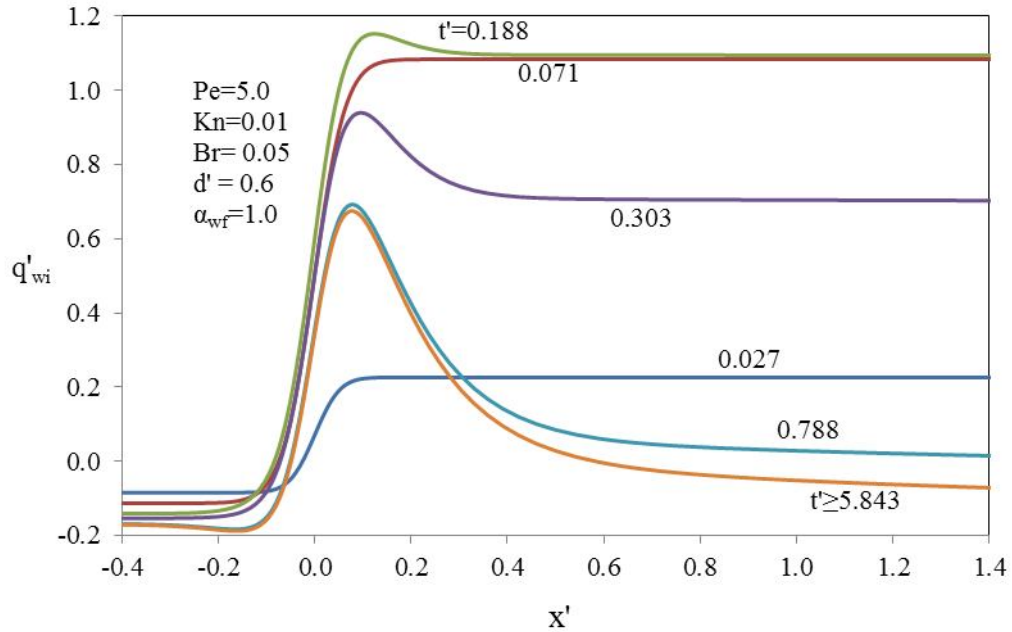
Şekil 5.32. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



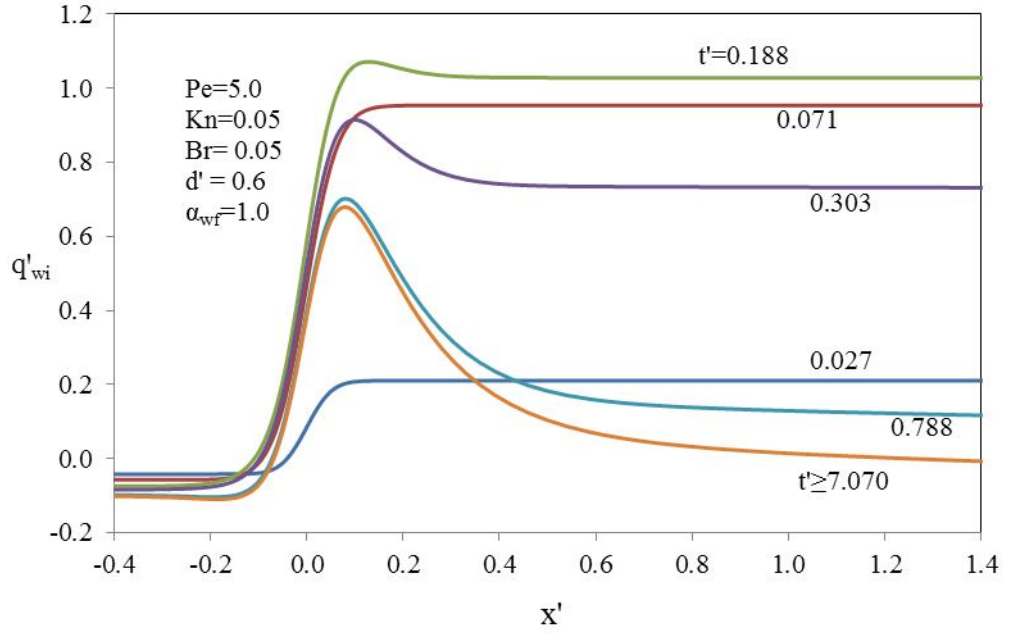
Şekil 5.33. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

$Kn=0.01$, 0.05 ve 0.10 için diğer parametreler sabit tutularak ara yüzey ısı akısının, ara yüzey sıcaklığının ve yığık sıcaklığın aksel dağılımının zamana göre değişimleri sırasıyla Şekil 5.34-5.36'da, Şekil 5.37-5.39'da ve Şekil 5.40-5.42'da verilmiştir.

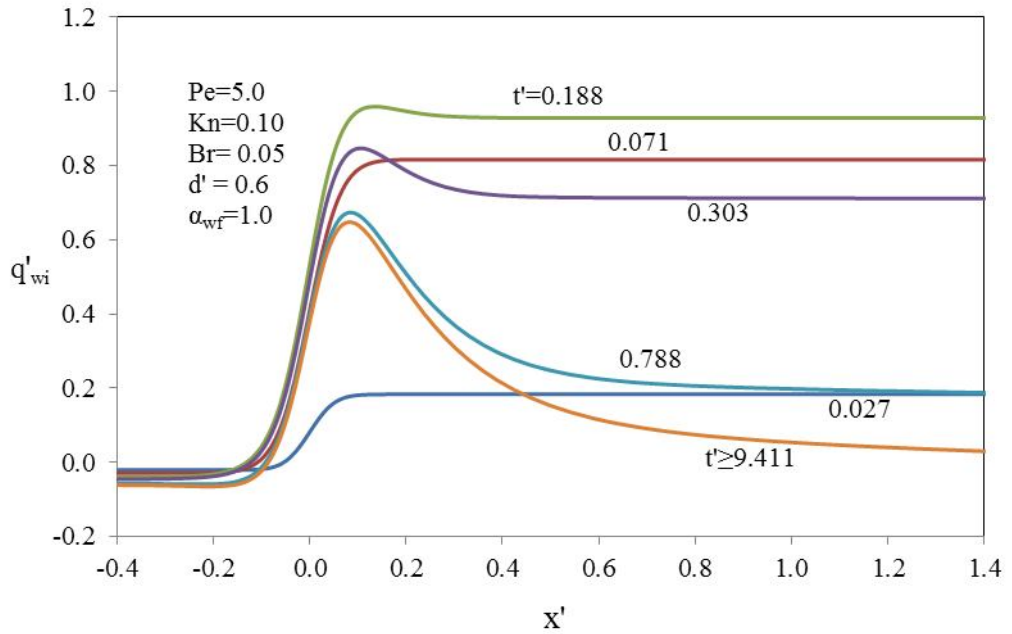
Ara yüzey ısı akısı için çizilen şekiller (Şekil 5.34-5.36) incelendiğinde eğrilerdeki eğilimlerin benzer olduğu fakat artan Knudsen sayısı ile ısı akısının değerlerinde azalma meydana geldiği görülmektedir. Sıfırdan büyük Kn sayıları ile akışkan seyrelme etkisi ortaya çıkmakta ve moleküller arası mesafenin artması ısı transferini olumsuz yönde etkilemektedir. Öyleki en yüksek ısı akısı değerinin görüldüğü $t' = 0.188$ zaman değerinde ısı akısının pik değerleri $Kn = 0.01$ için 1.17 , $Kn = 0.1$ için 0.94 , sürekli rejimde ise $Kn = 0.01$ için 0.67 ve $Kn = 0.1$ için 0.62 'dir. Diğer yandan artan Knudsen sayısı ile sistemin sürekli rejime ulaşma süresi de artmaktadır. Bu değerler $Kn = 0.01$ ve $Kn = 0.1$ için sırasıyla $t' \geq 5.843$ ile $t' \geq 9.411$ olmaktadır.



Şekil 5.34. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının zamana göre değişimi ($Kn=0.01$)

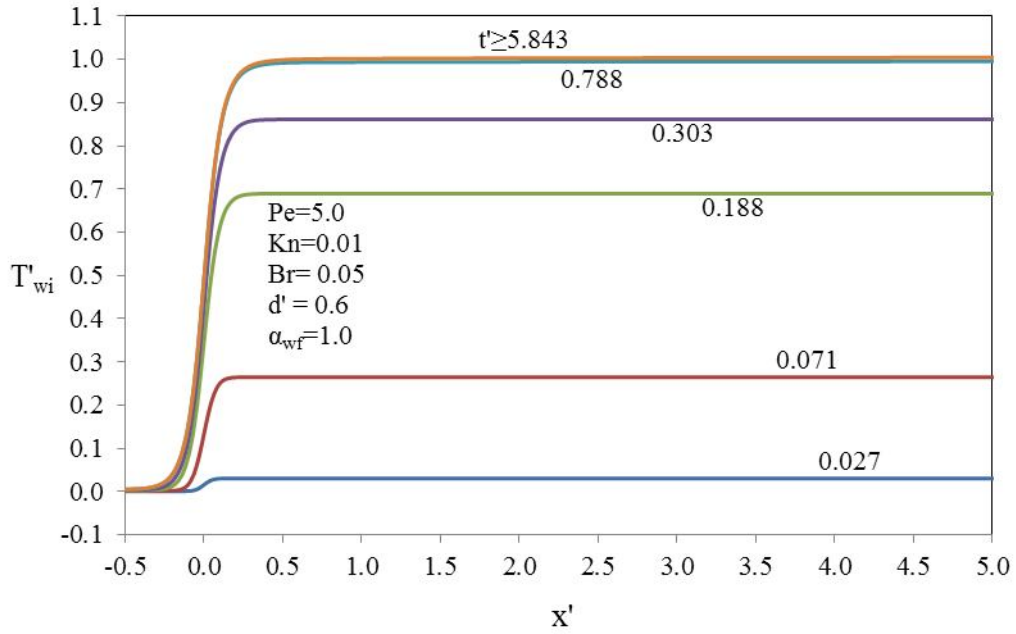


Şekil 5.35. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Kn=0.05)

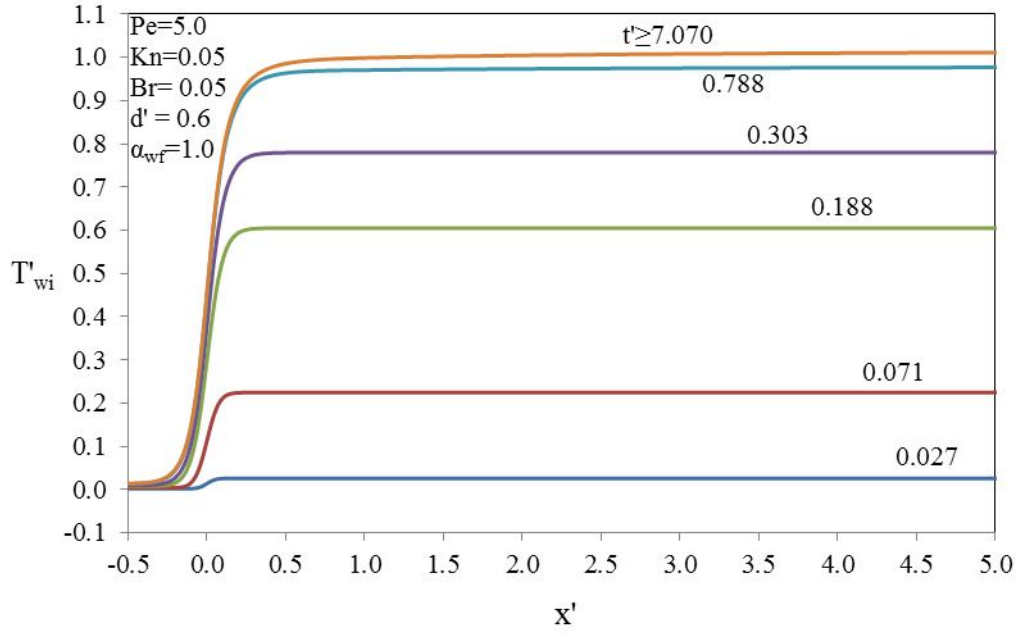


Şekil 5.36. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Kn=0.10)

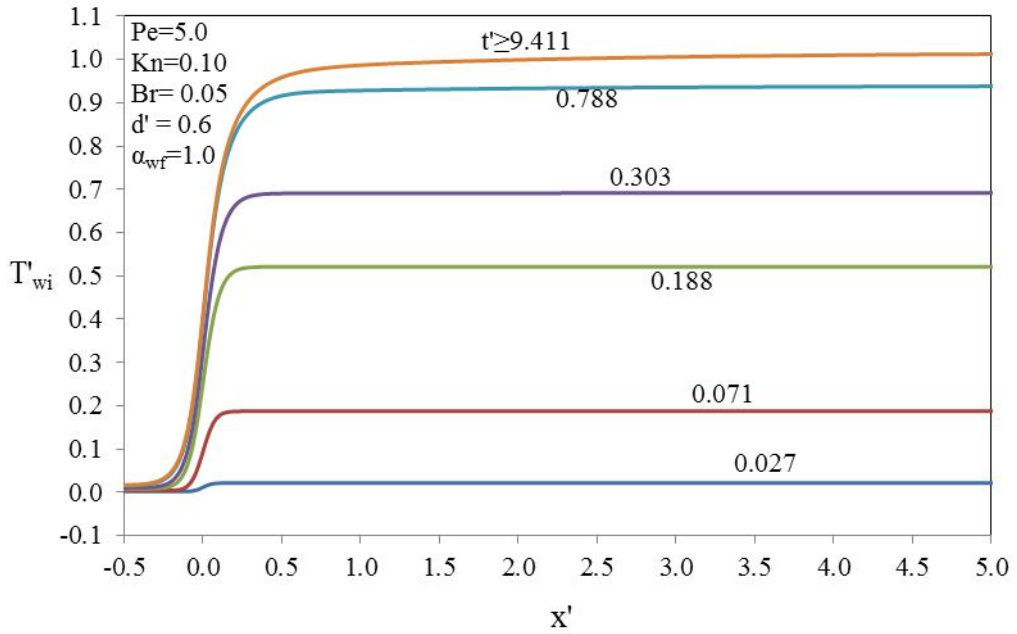
Şekil 5.37-5.39'da artan Kn sayısı ile ara yüzey sıcaklık değerleri ara zaman adımlarında azalmaktadır. Knudsen sayısının artışı ile akışkan seyrelme etkisi (rarefaction effect) sıcaklık sıçramasını arttırmakta ve bu da ara yüzeyde cidar ve akışkan tarafı sıcaklık değerlerindeki farkı ortaya koymakta ve ısı transferini yavaşlatmaktadır. Seyrelme etkisi sonucu Şekil 5.40-5.42'de verilen yığık sıcaklık grafikleri incelendiğinde de sıcaklık değerlerinde azalmalar meydana geldiği görülmektedir. Akışkan seyrelmesi sonucu azalan ısı akısı ara yüzeyde akışkan sıcaklığının ve dolayısıyla yığık sıcaklık azalmasına neden olmaktadır.



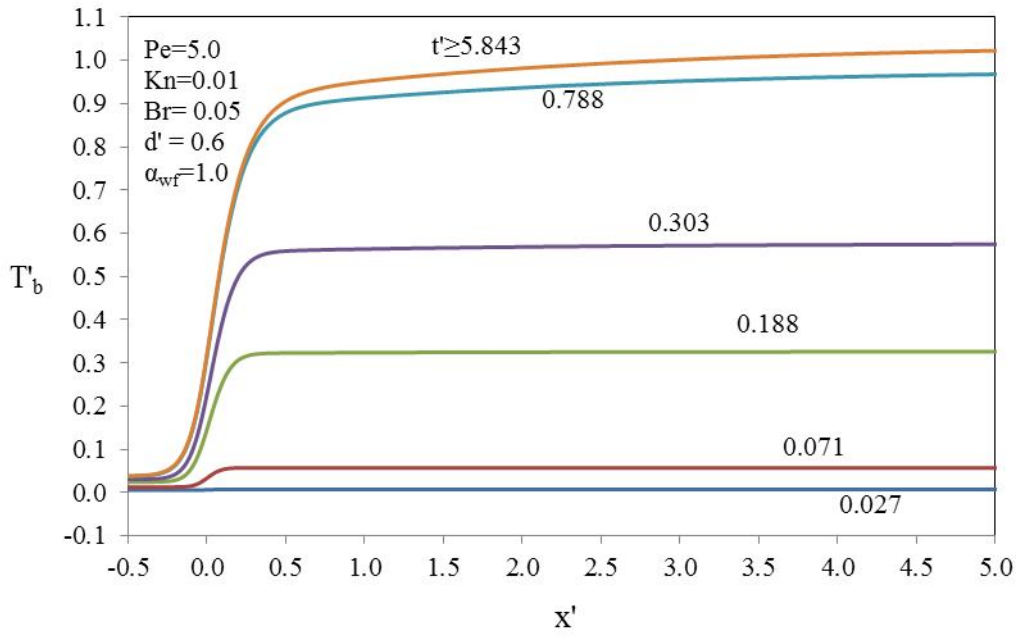
Şekil 5.37. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($Kn=0.01$)



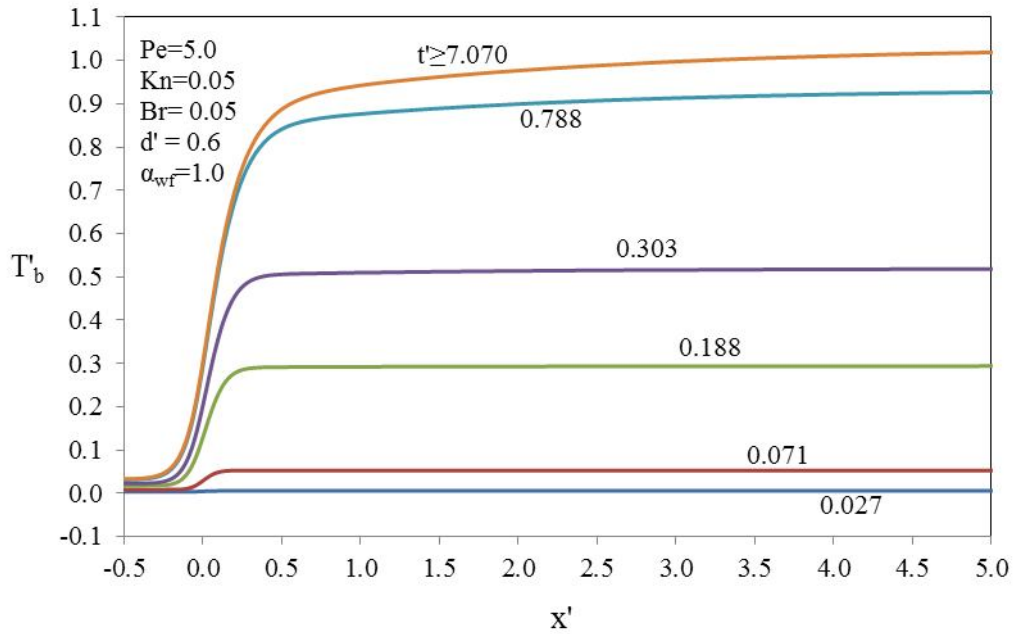
Şekil 5.38. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Kn=0.05$)



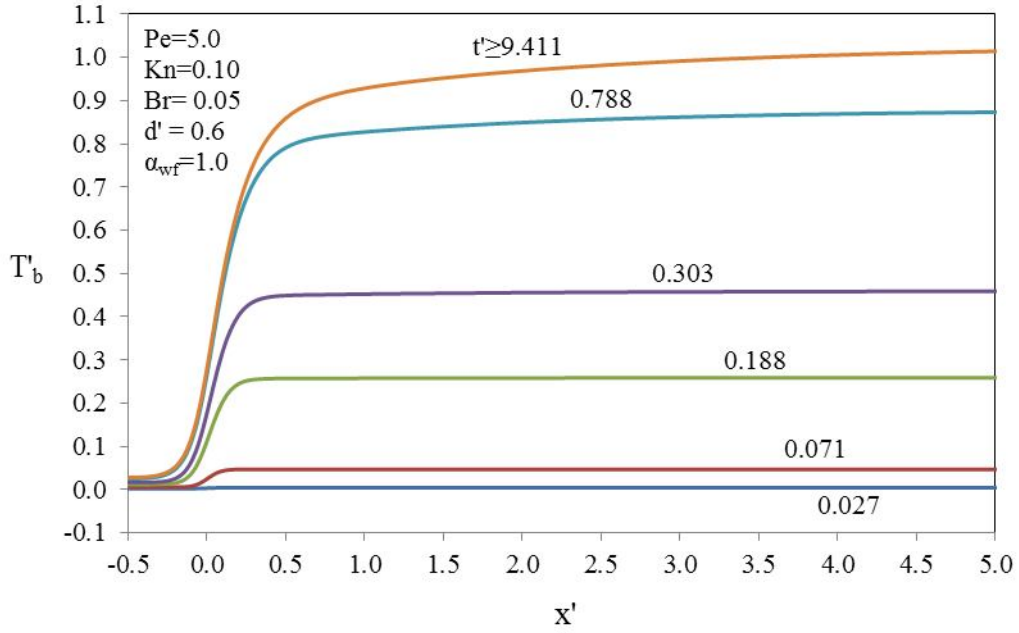
Şekil 5.39. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Kn=0.10$)



Şekil 5.40. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Kn=0.01)

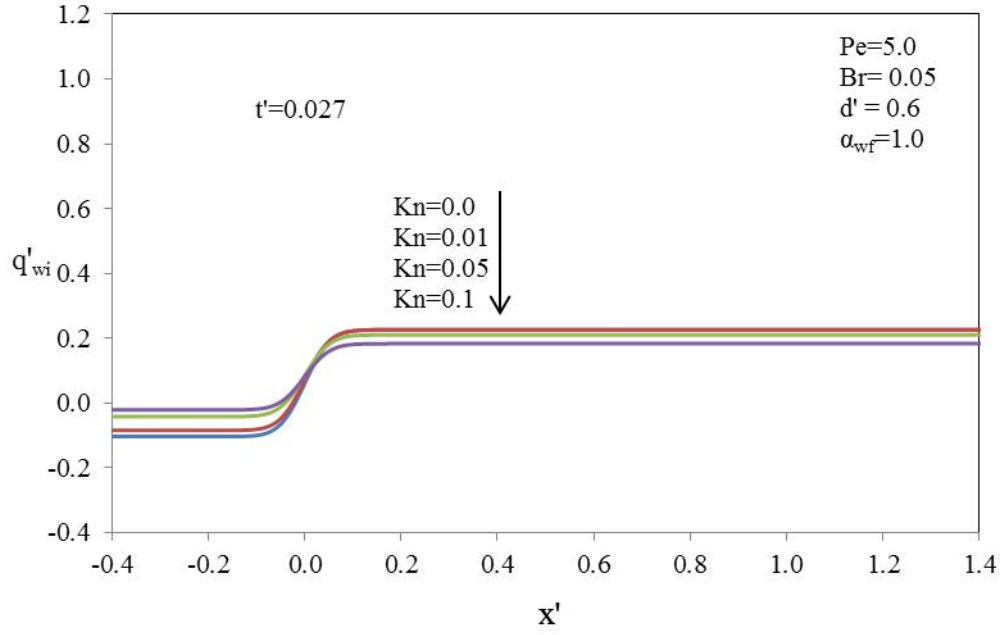


Şekil 5.41. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Kn=0.05)

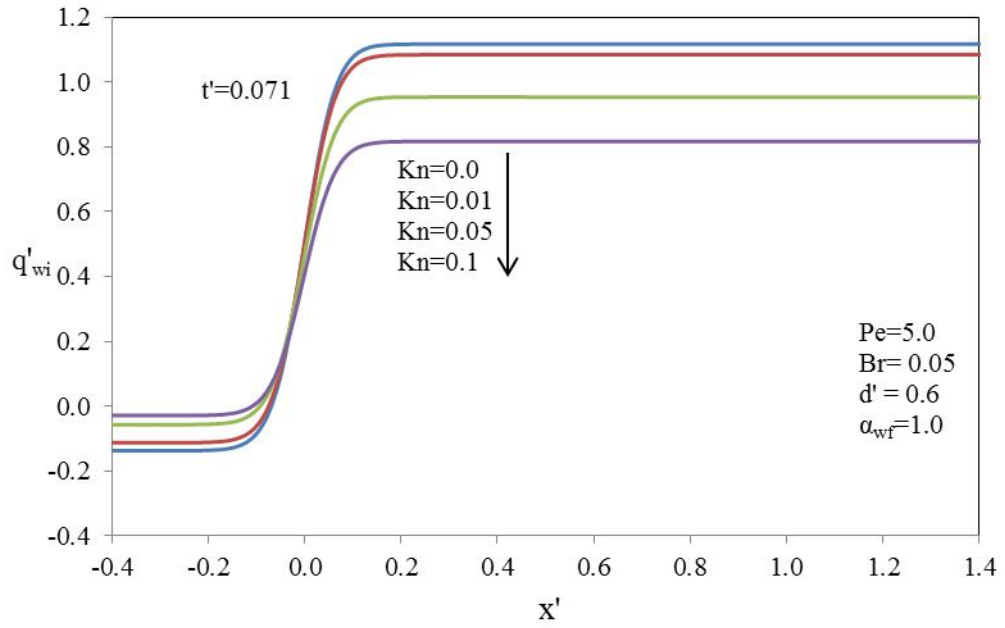


Şekil 5.42. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Kn=0.10$)

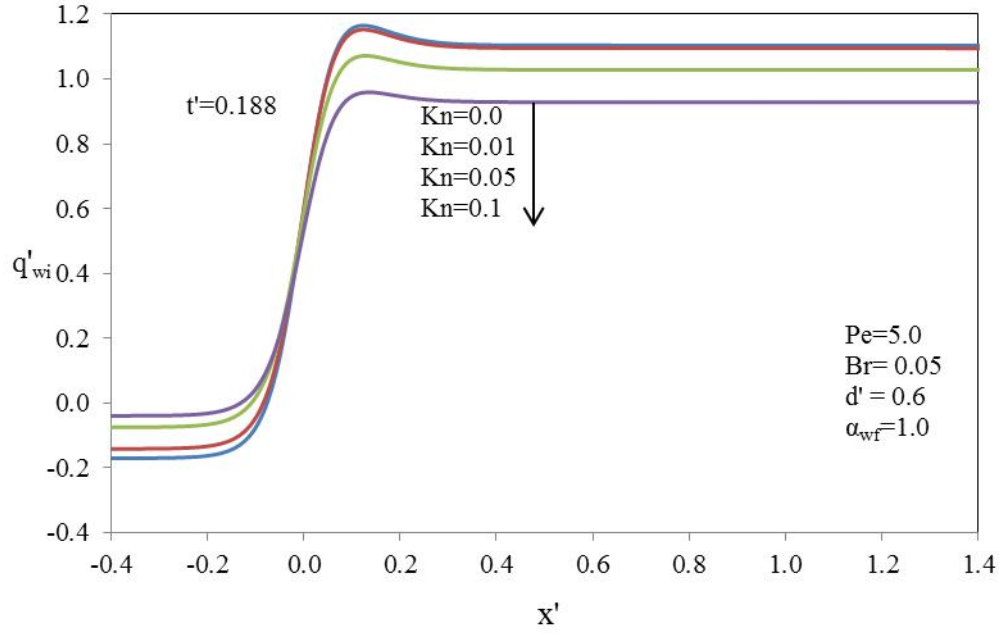
Şekil 5.43-5.48 arasındaki şekillerde ara yüzey ısı akısının Knudsen sayısı ile değişimini altı farklı zaman için verilmiştir. İlk zamanlarda ısı akısı profilleri oluşmaya başlarken $t' = 0.188$ zamanında ısı akısı pik değerine ulaşmış ve aksenal yönde belli bir değerde sabit kalmıştır. Tüm zamanlarda artan Knudsen sayısı ısı akısında zayıflatıcı etki meydana getirmektedir. Bu da akışkan seyrelmesi (“ λ ” moleküler boşluğun artması) yani moleküler düzeydeki ısı transferi mekanizmasının zayıflamasından kaynaklanmaktadır.



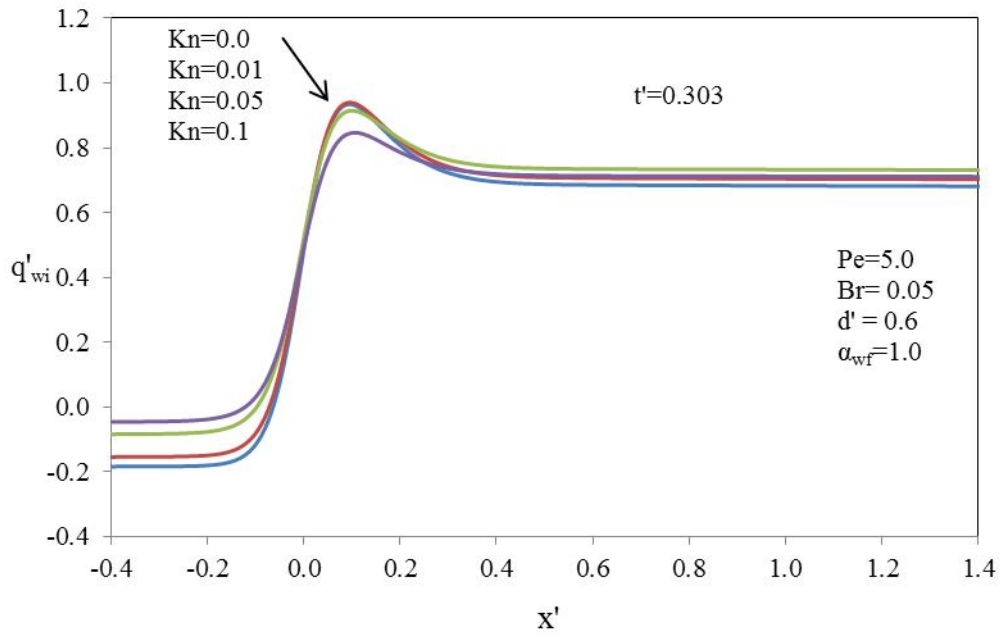
Şekil 5.43. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



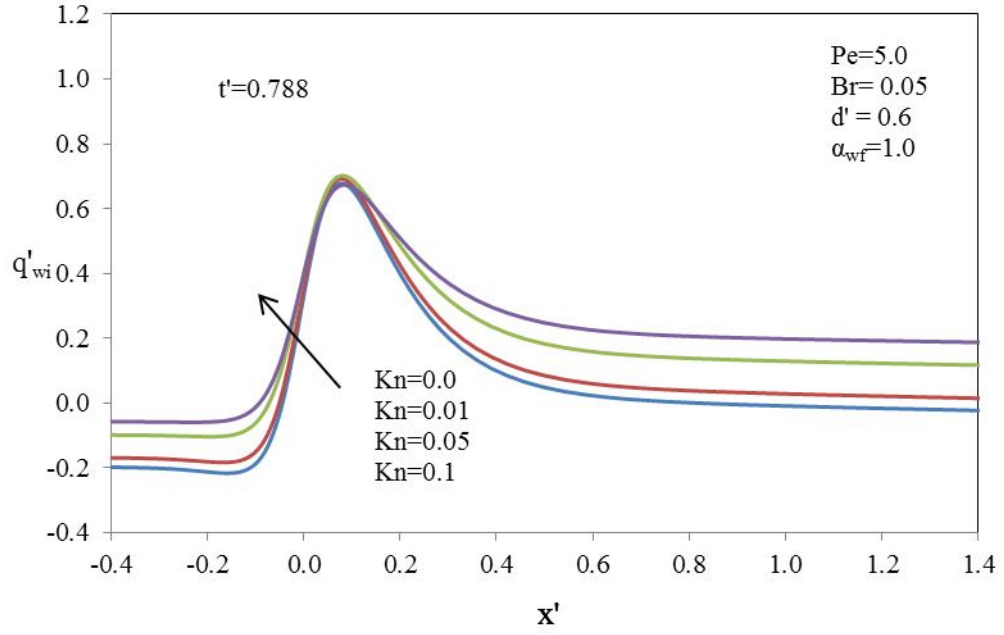
Şekil 5.44. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



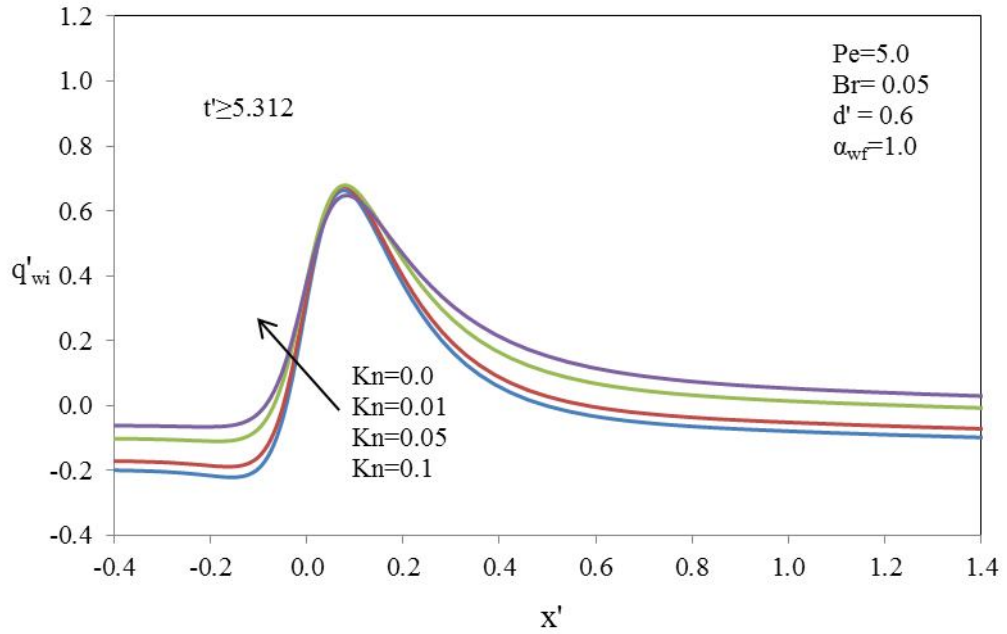
Şekil 5.45. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.46. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

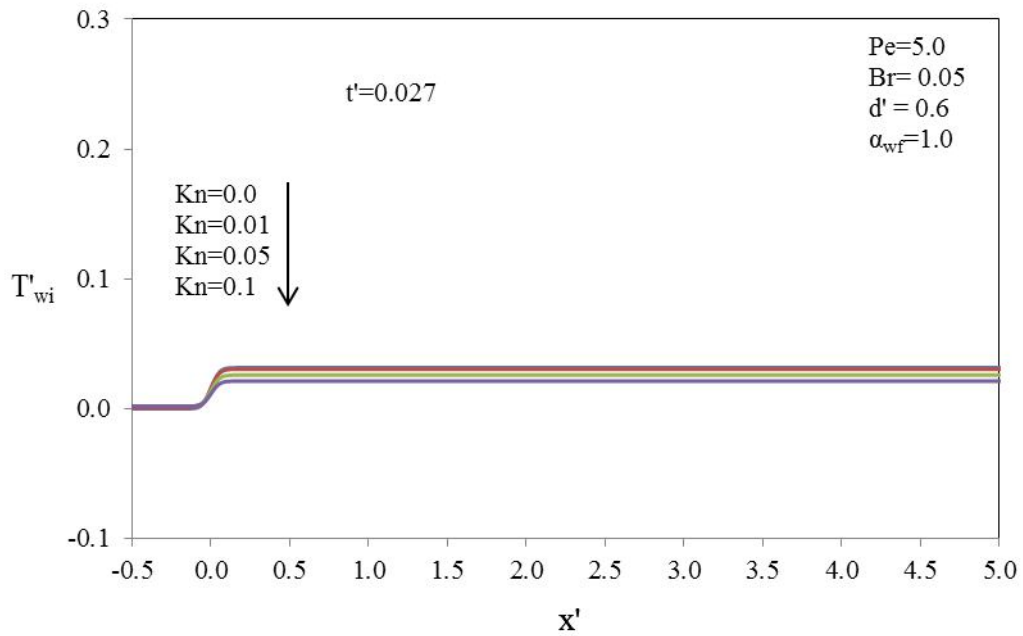


Şekil 5.47. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)

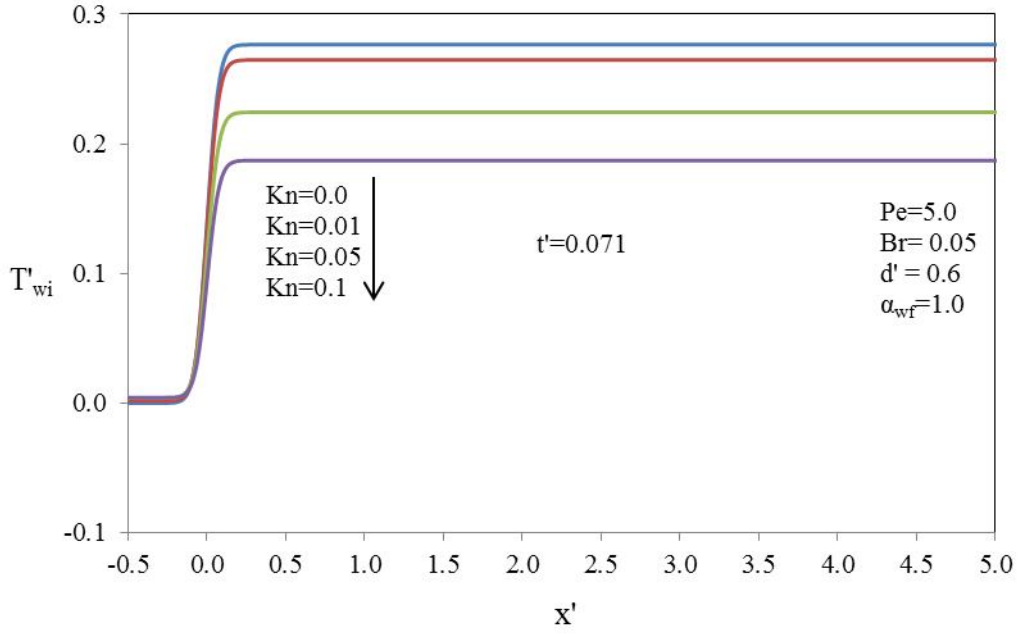


Şekil 5.48. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

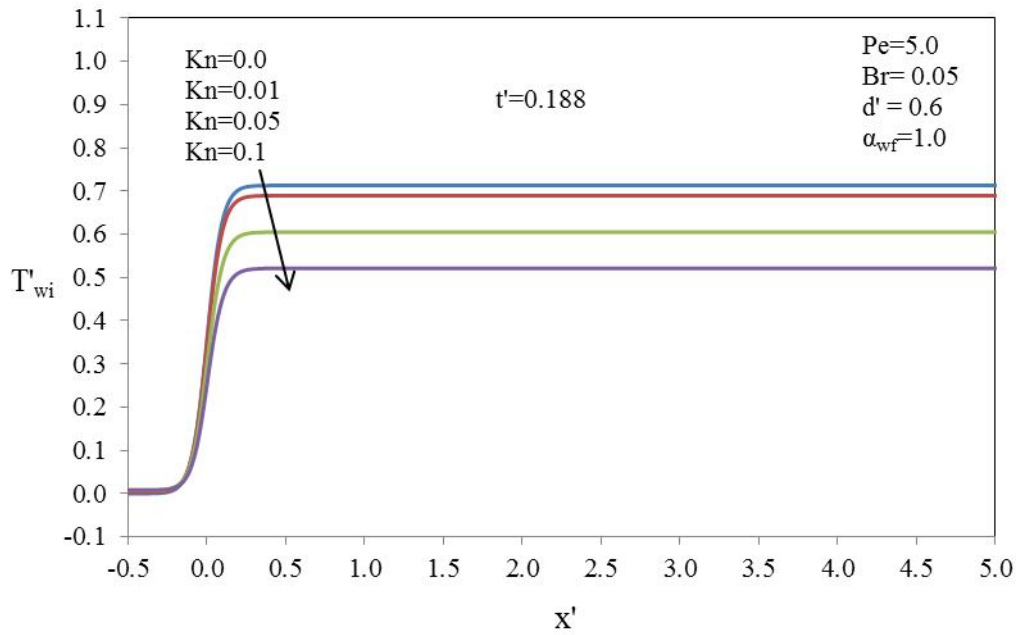
Knudsen sayısının farklı zamanlarda ara yüzey sıcaklığına ve yığık sıcaklığı etkileri sırasıyla Şekil 5.49-5.54 ve Şekil 5.55-5.60'da verilmiştir. Ara yüzey sıcaklığı eğrileri incelendiğinde Kn sayısının (seyrelme etkisinin) özellikle geçici rejimde etkili olduğu, sürekli rejime yaklaşıldığında ise bu etkinin azaldığı görülmektedir. Tüm ara yüzey sıcaklığı grafiklerinde sıcaklık profilleri ısıtmanın başlangıcında oluşmakta ve daha sonra sıcaklık değerleri sabit kalmaktadır. Yığık sıcaklık dağılımının ara yüzey sıcaklığı ile benzer olduğu fakat sürekli rejimde $T'_b = 1.0$ değerine ulaşması çok daha uzun bir aksenal mesafede gerçekleşmektedir.



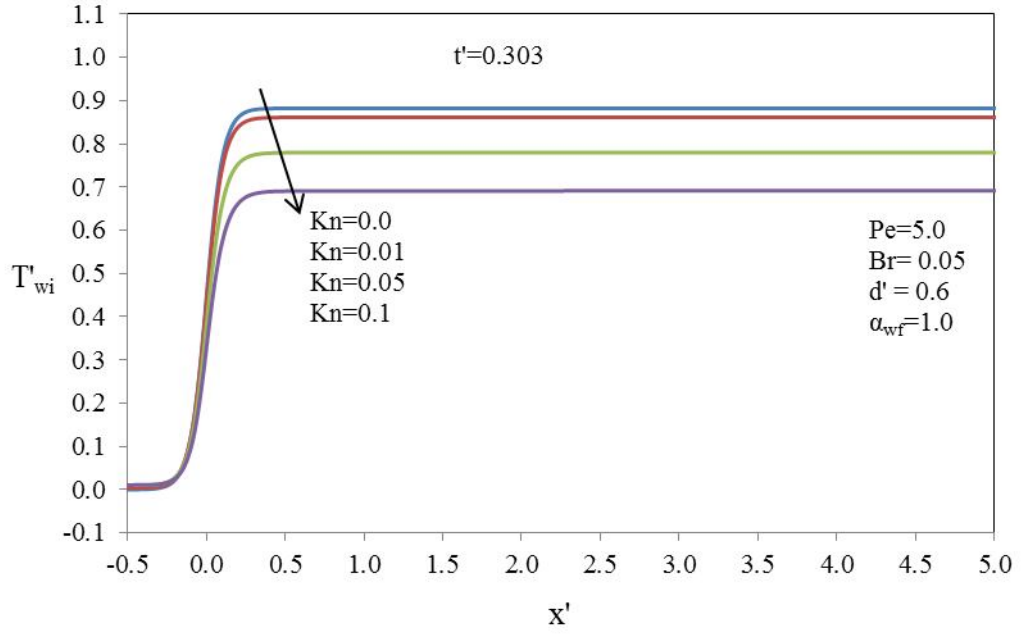
Şekil 5.49. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



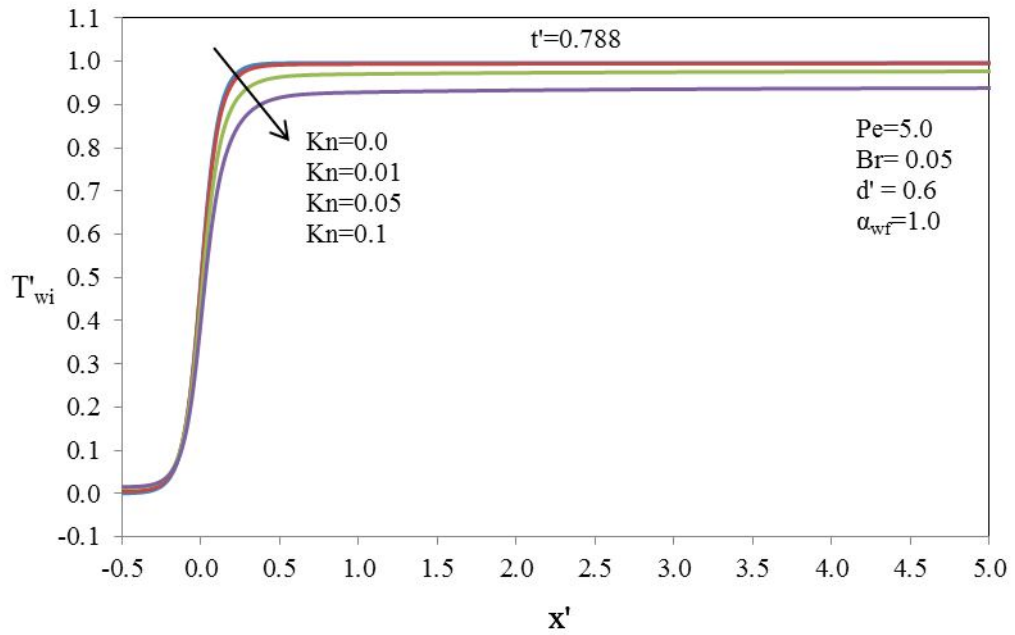
Şekil 5.50. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



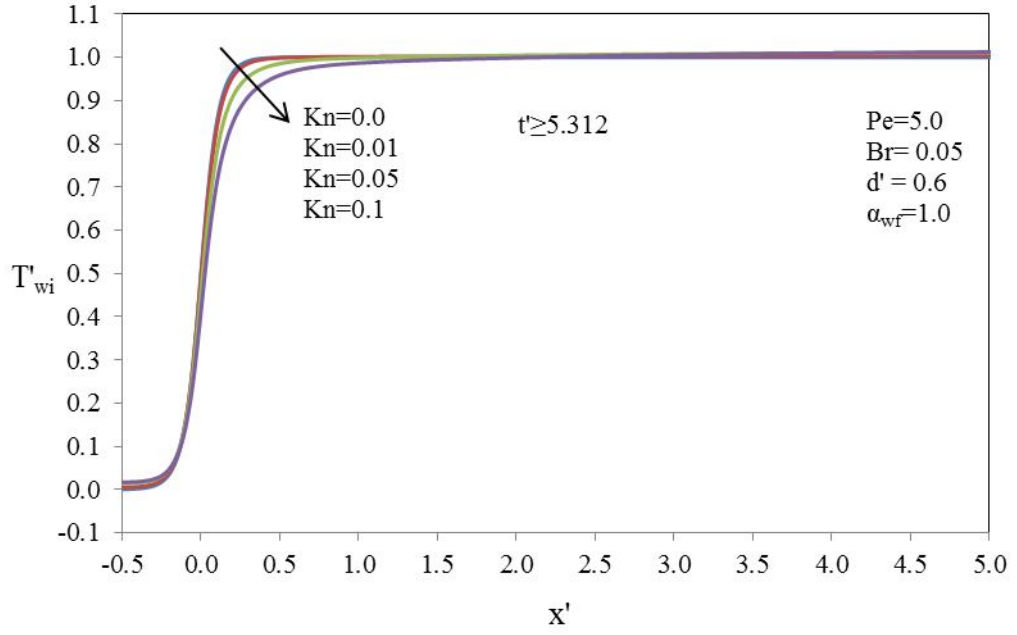
Şekil 5.51. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



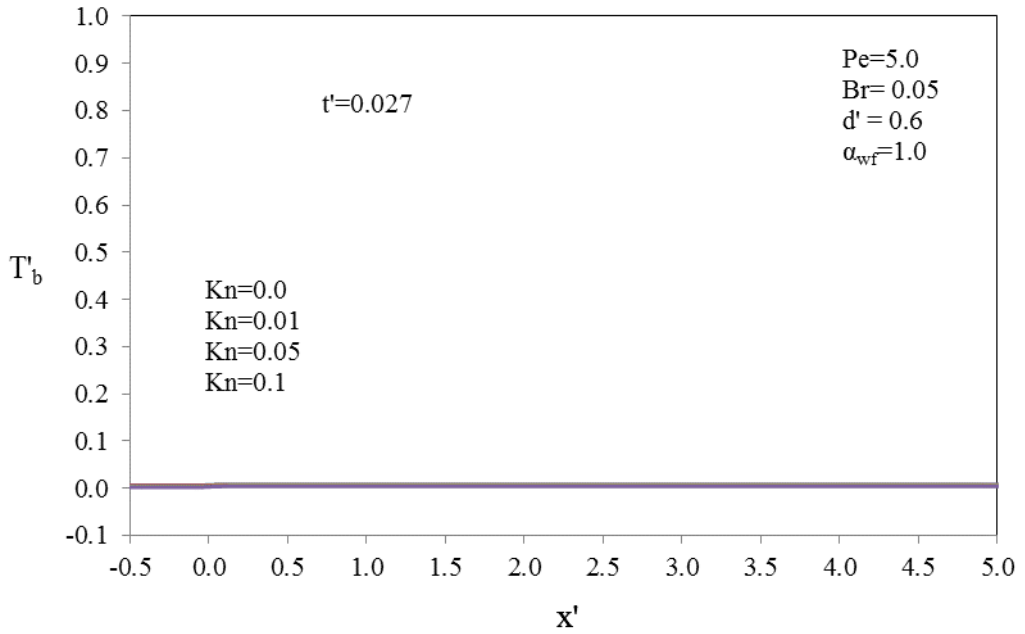
Şekil 5.52. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



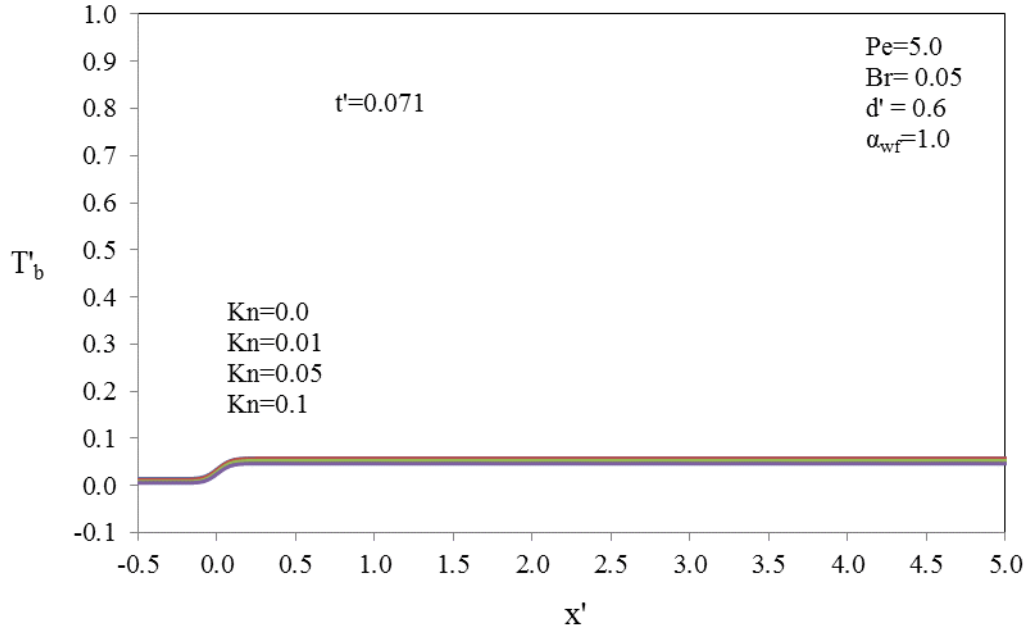
Şekil 5.53. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



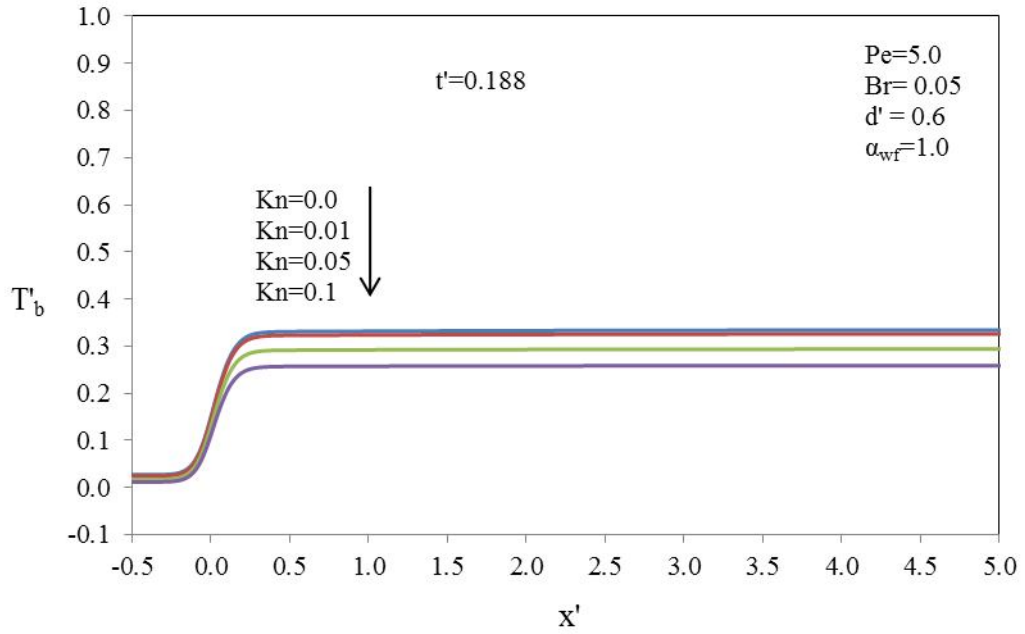
Şekil 5.54. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)



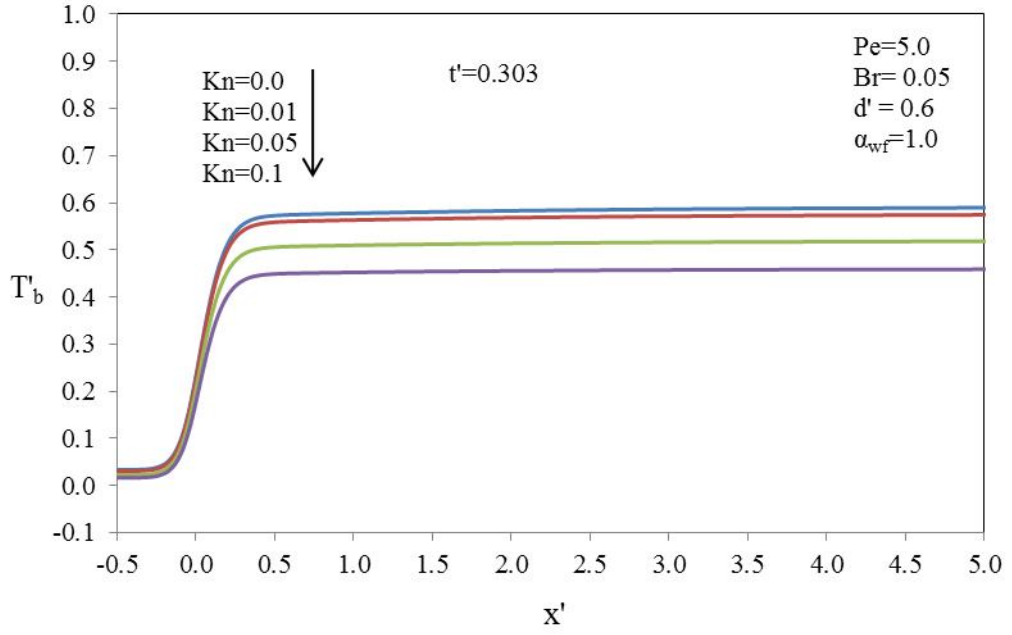
Şekil 5.55. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t' = 0.027$)



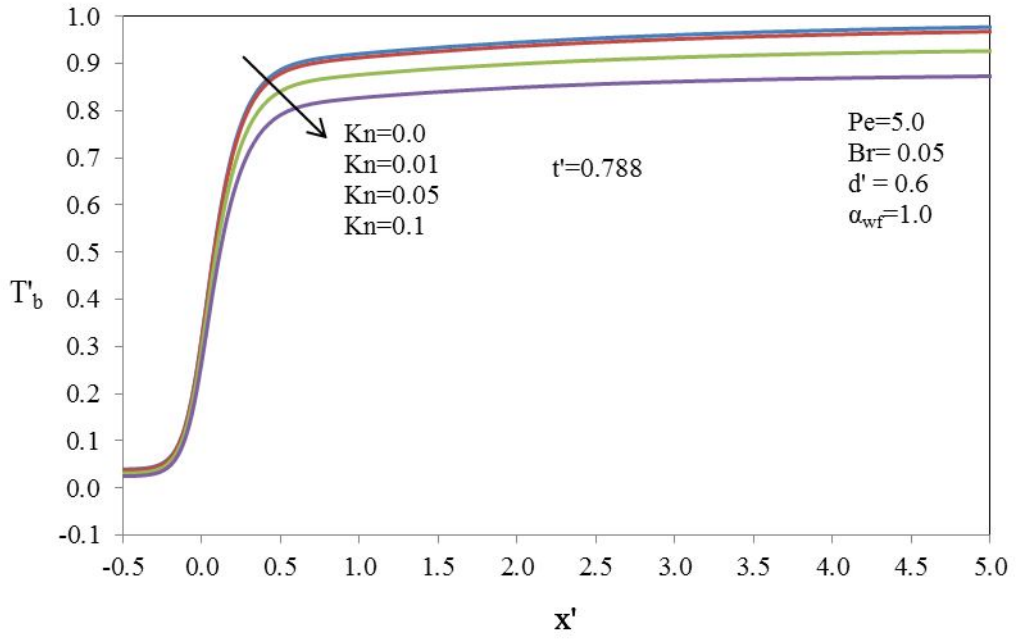
Şekil 5.56. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



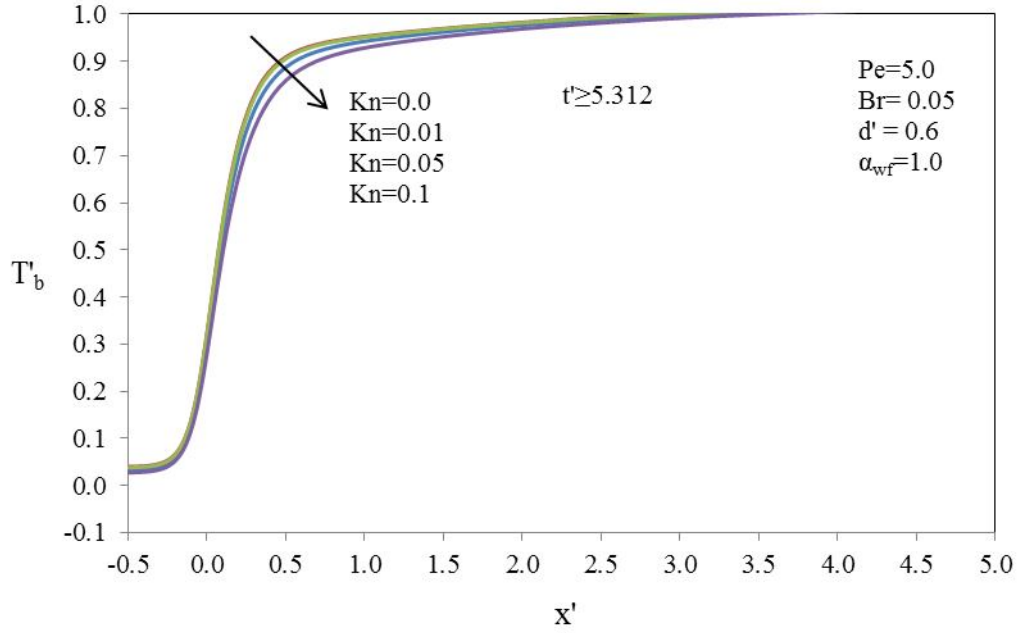
Şekil 5.57. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.58. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



Şekil 5.59. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



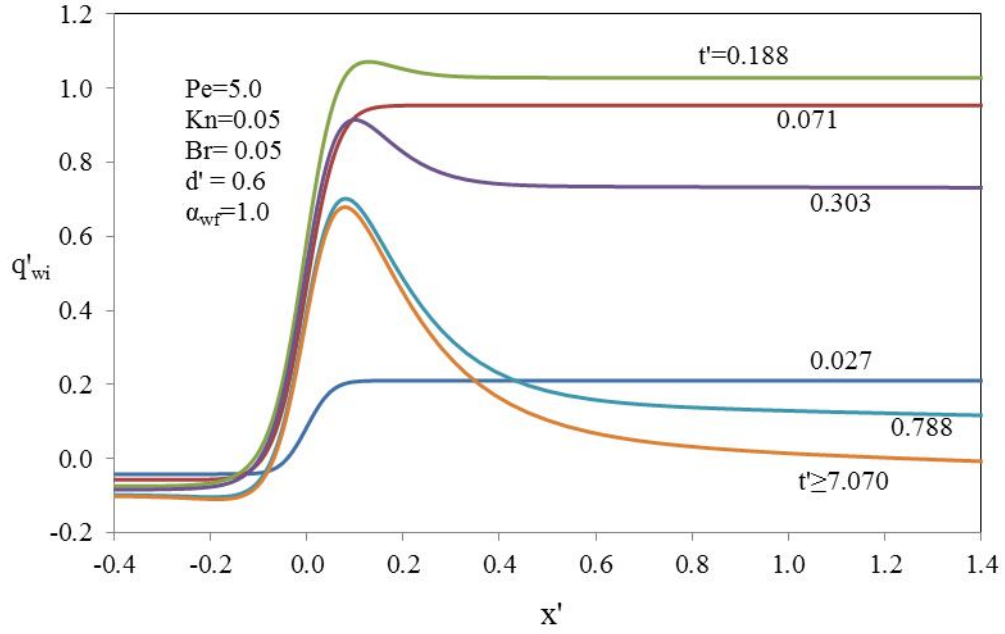
Şekil 5.60. Yığık sıcaklık aksnel dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

Viskoz sönümün ısı transferi karakteristiklerine etkisini incelemek için $Br=0.05$, 0.10 , 0.20 , -0.05 , -0.10 , -0.20 alınarak ve diğer parametreler sabit tutularak ara yüzey ısı akısının, ara yüzey sıcaklığının ve yığık sıcaklığın aksnel dağılımının zamana göre değişimleri sırasıyla Şekil 5.61-5.66'da, Şekil 5.67-5.69'de ve Şekil 5.70-5.72'de verilmiştir. Pozitif ve negatif Brinkman sayıları akışkanın ısıtılma ve soğutulma durumlarını göstermektedir.

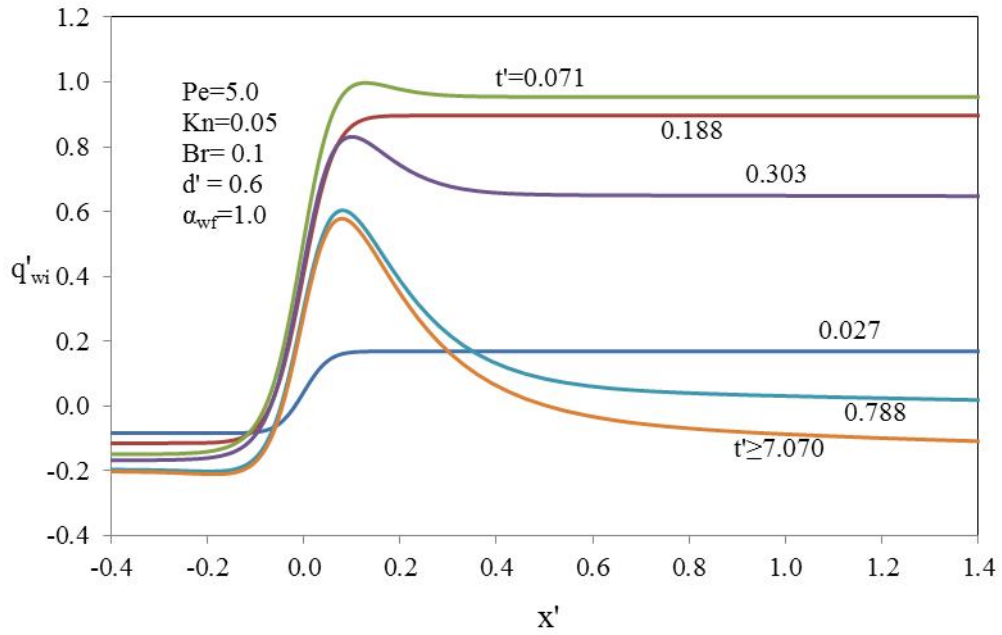
Ara yüzey ısı akısı grafiklerine bakıldığında pozitif Br sayıları için (Şekil 5.61-5.63) üst akış bölgesinde viskoz ısınma ile orantılı olarak cidara göre akışkan sıcaklığı artmakta ve ters yönlü akışkandan cidara doğru bir ısı akısı meydana gelmektedir. Alt akış bölgesine geçildiğinde ise viskoz ısınmanın etkisiyle akışkanın sıcaklığı bir miktar yükseldiği için cidardan akışkana olan ısı akısı azalmaktadır. Br sayısının artması ile alt akış bölgesinden üst akış bölgesine doğru ısı geçişi artmakta ve ara yüzeyde cidardan akışkana geçen ısı akısı azalmaktadır.

Negatif Br değerlerinde (Şekil 5.64-5.66) yani akışkanın negatif yönde artan Br ile akışkan ve cidar arasındaki sıcaklık farkı artar ve akışkandan cidara ısı geçişi olur. Bu da üst akış bölgesinde akışkandan cidara doğru bir ısı akısı oluşturmakta ve büyüklüğü de Br sayısı ile artmaktadır. Alt akış bölgesinde bakıldığında soğutulan

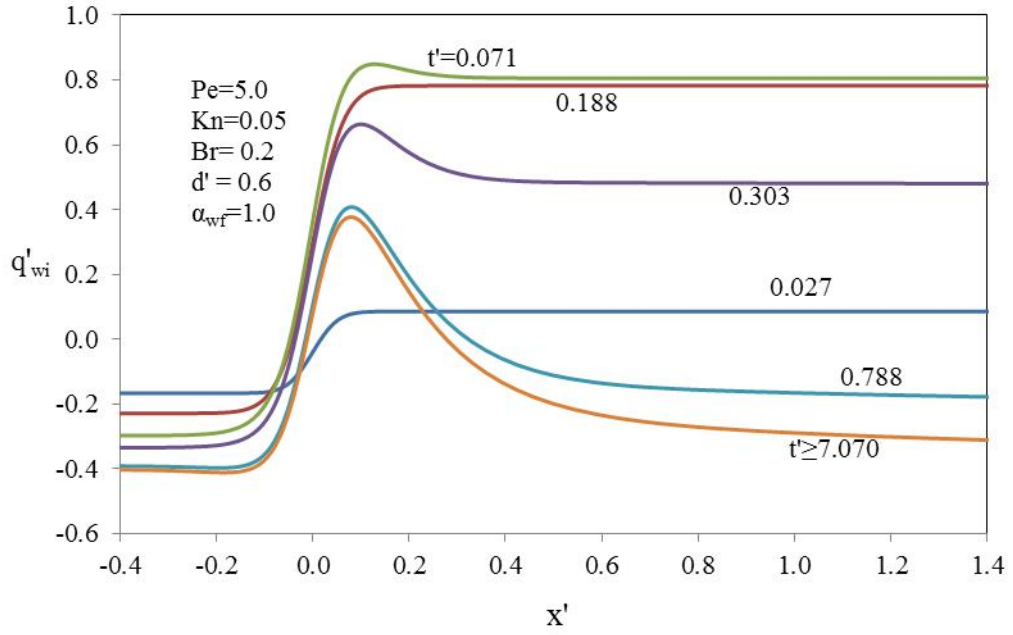
akışkan için viskoz ısınma ile artan akışkan sıcaklığı ile akışkan ve cidar arasındaki sıcaklık farkı artmakta ve dolayısıyla ısı akısı değerleri daha da yükselmektedir.



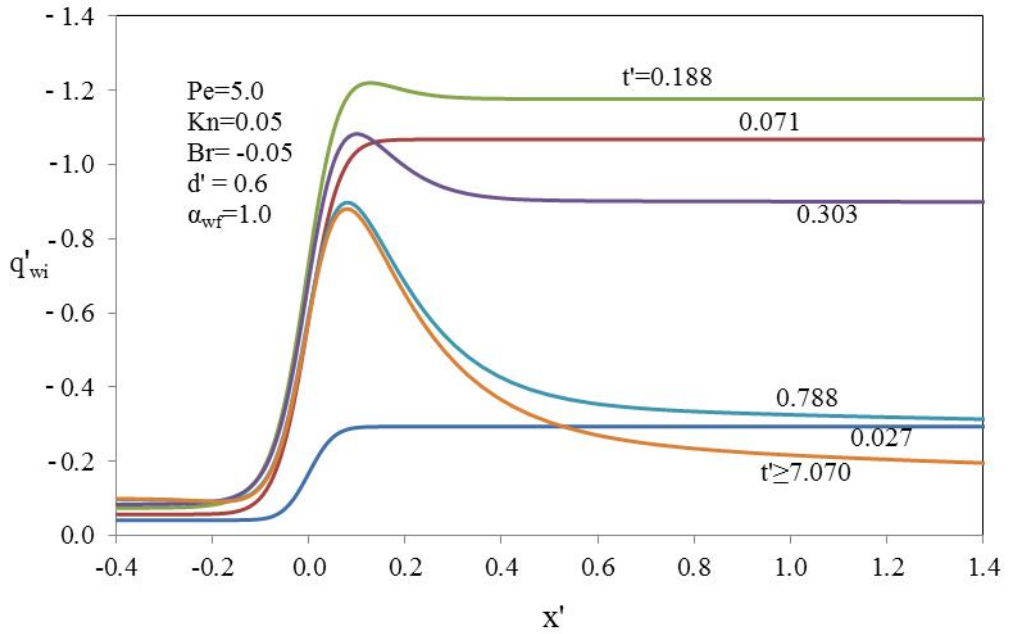
Şekil 5.61. Ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi (Br=0.05)



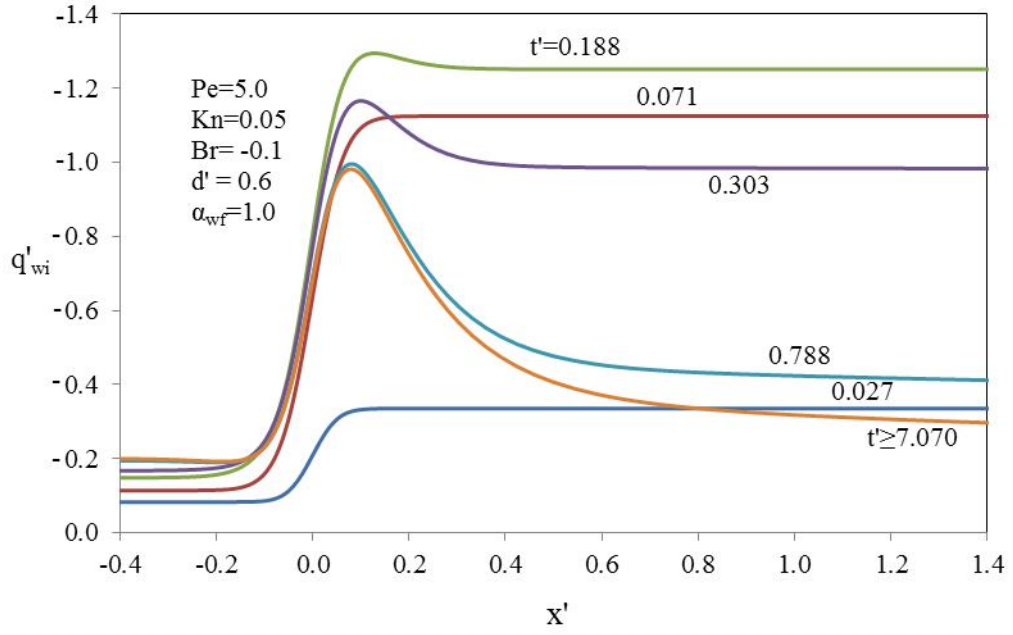
Şekil 5.62. Ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi (Br=0.10)



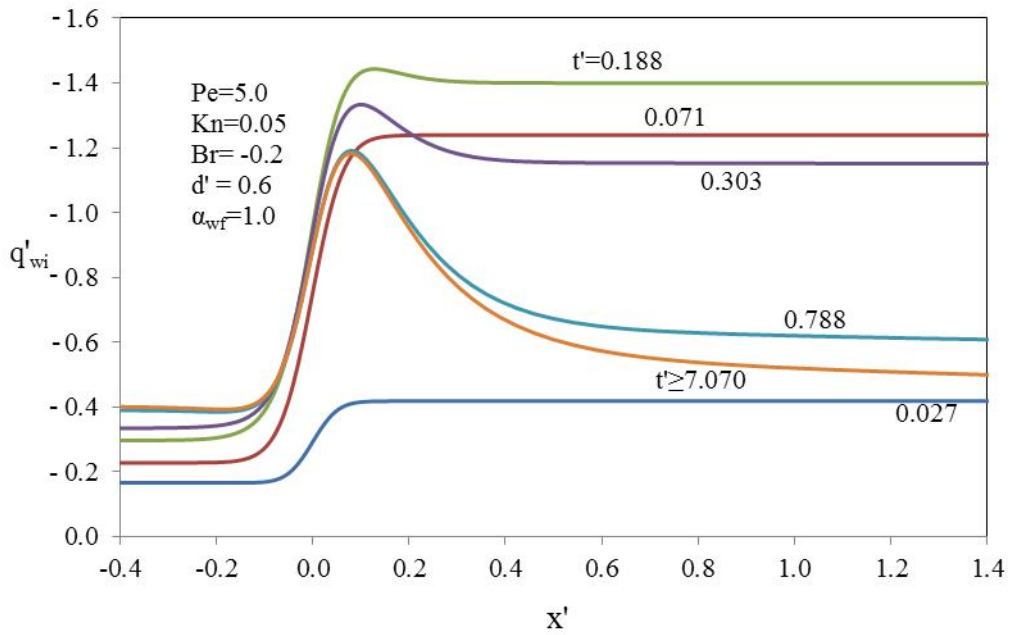
Şekil 5.63. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br=0.20$)



Şekil 5.64. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br=-0.05$)

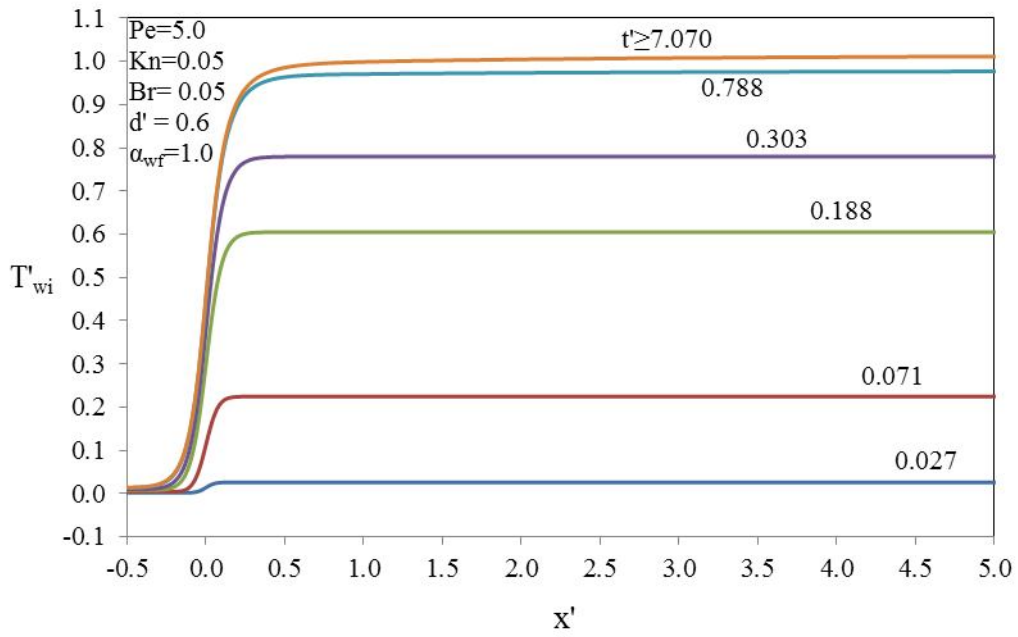


Şekil 5.65. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br = -0.10$)

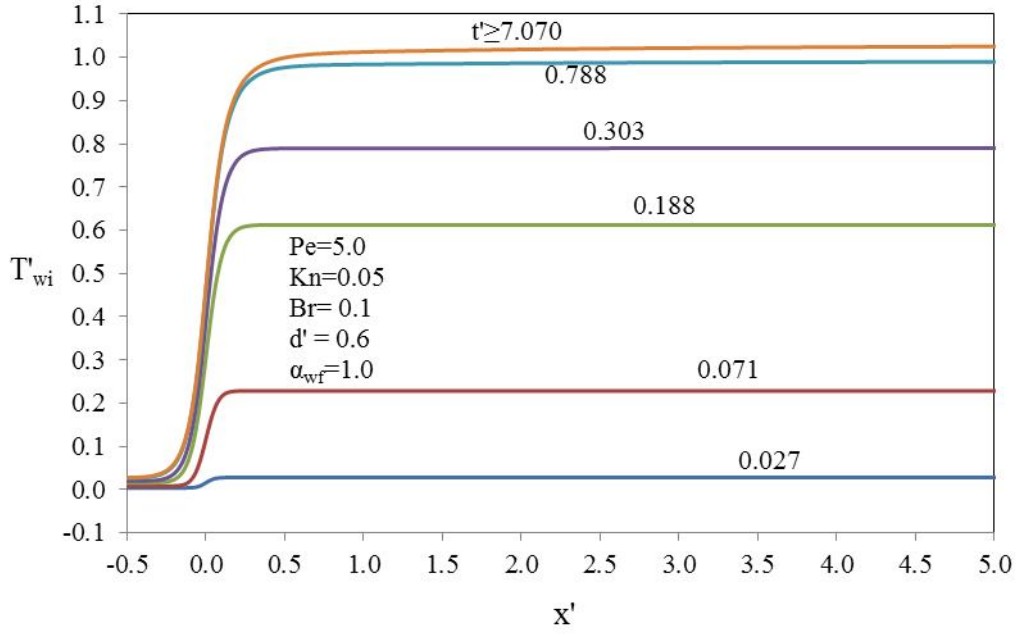


Şekil 5.66. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br = -0.20$)

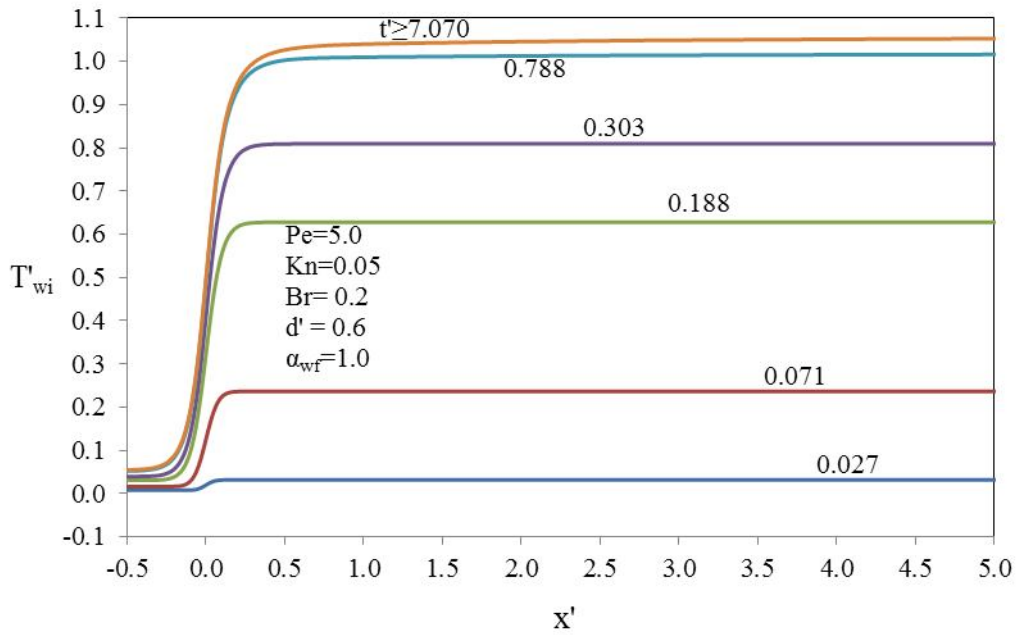
Şekil 5.67-5.69 incelenirse, ara yüzeyde viskoz sönümün etkisi henüz ısı transferi karakteristiklerini etkilemediği için ara yüzey sıcaklıkları Br sayısının değişiminden kayda değer bir şekilde etkilenmemektedir. Fakat yığık sıcaklıklara (Şekil 5.70-5.72) bakıldığında akışkan bölgesindeki hız gradyanı ile viskoz etkiler baskın bir hal almakta ve akışkan yığık sıcaklıkları her bir zaman adımında daha da yükselmektedir.



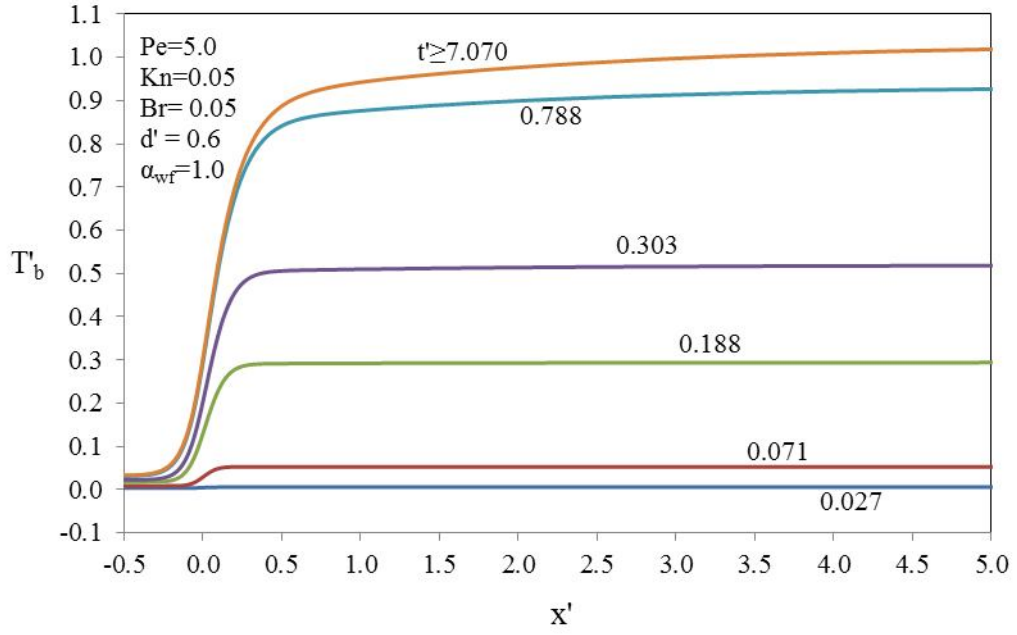
Şekil 5.67. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($Br=0.05$)



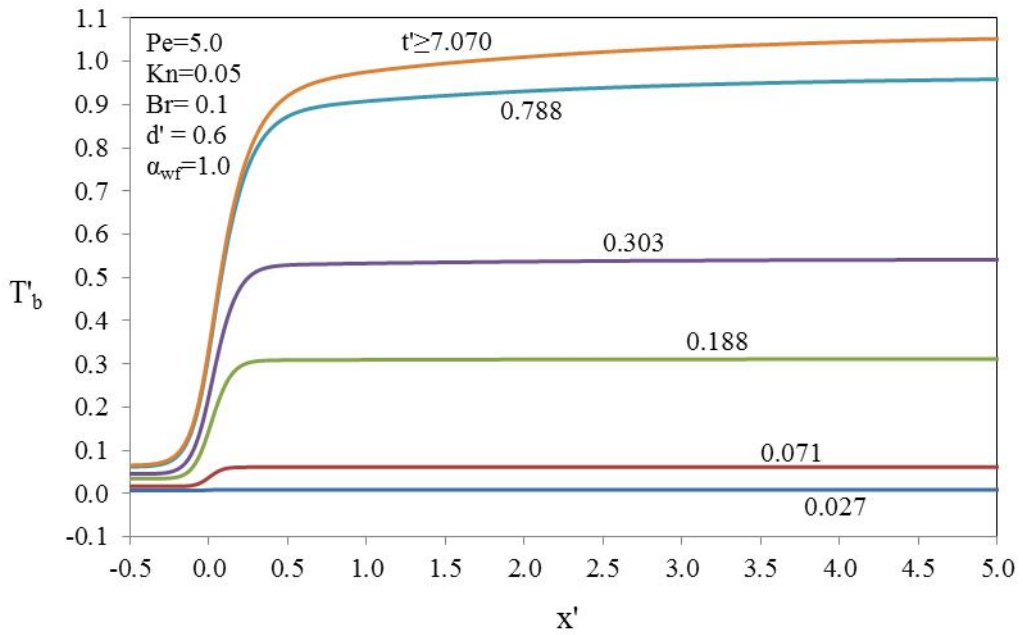
Şekil 5.68. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br=0.10$)



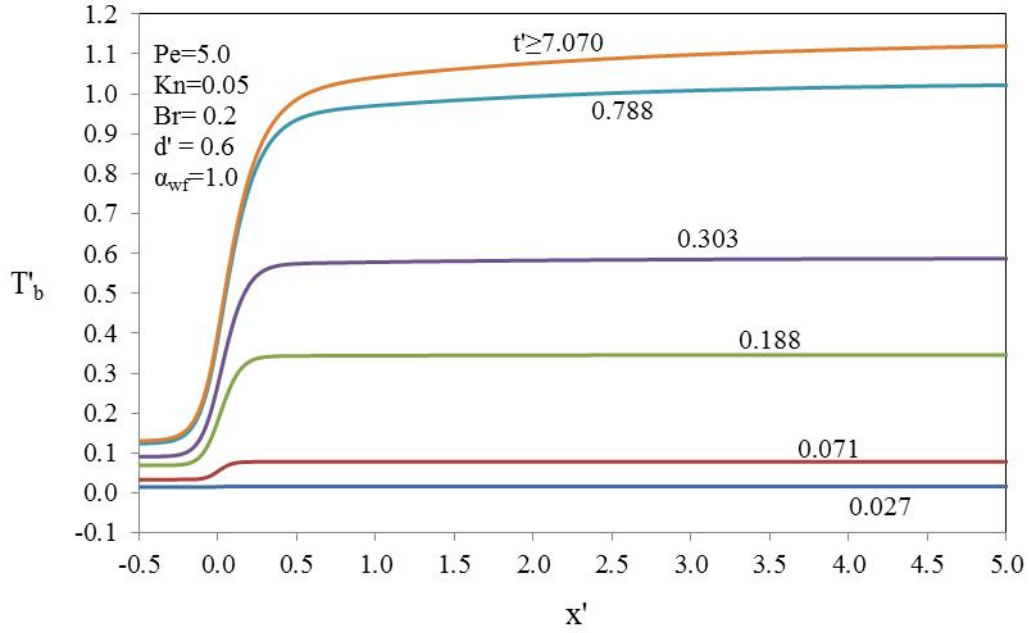
Şekil 5.69. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($Br=0.20$)



Şekil 5.70. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Br=0.05)

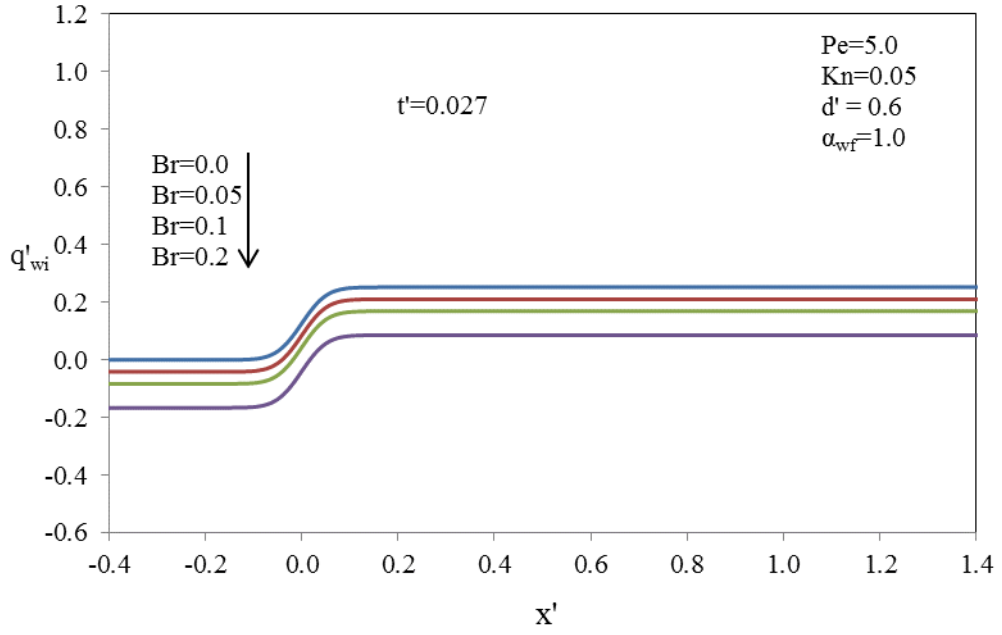


Şekil 5.71. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi (Br=0.10)

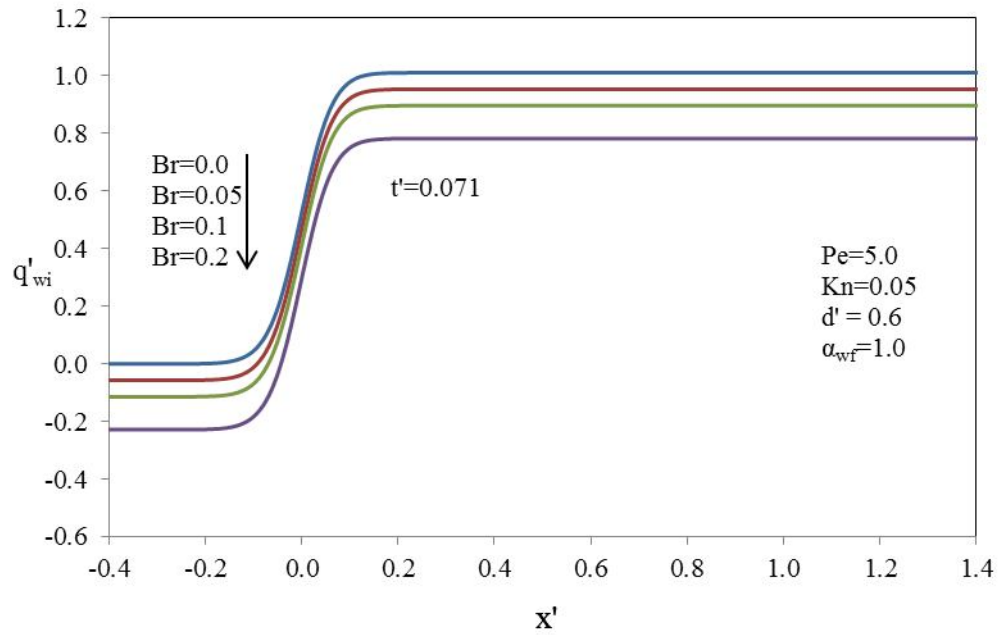


Şekil 5.72. Yığık sıcaklık aksel dağılımının zamana göre değişimi ($Br=0.20$)

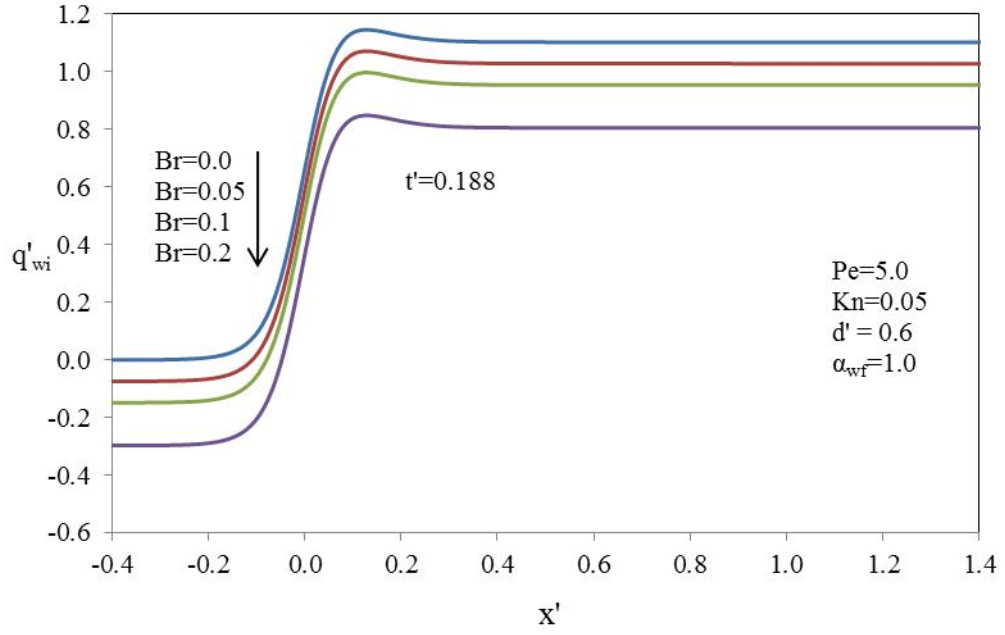
Şekil 5.73-5.78 altı farklı zaman adımı için Br sayısının ara yüzey ısı akısına etkisini göstermektedir. Tüm zaman adımlarında $Br = 0$ için cidar aksel iletimi nedeniyle üst akış bölgesinde cidar sıcaklığı artmakta ve cidardan akışkana ısı geçişi olmaktadır. Br sayısının artması ile alt akış bölgesinden üst akış bölgesine doğru ısı geçişi artmakta ve ara yüzeyde cidardan akışkana geçen ısı akısı azalmaktadır. Sürekli rejime ulaşıldığında ise, viskoz etkiler akışkan tarafında sıcaklık artışına neden olduğundan, alt akış bölgesinde Br sayısı ile artan bir şekilde zıt yönde bir ısı akısı meydana gelmektedir.



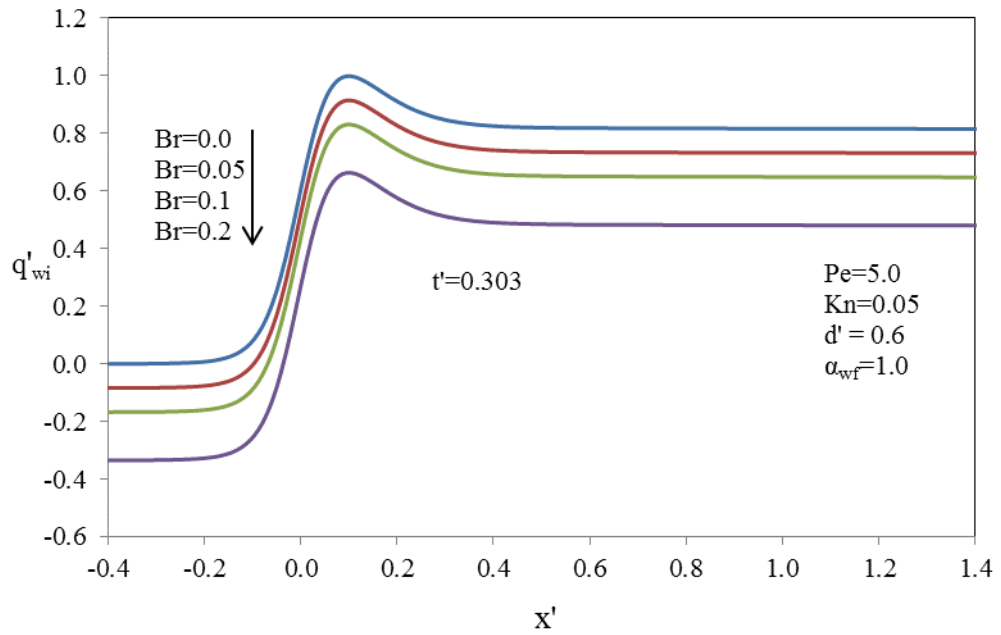
Şekil 5.73. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



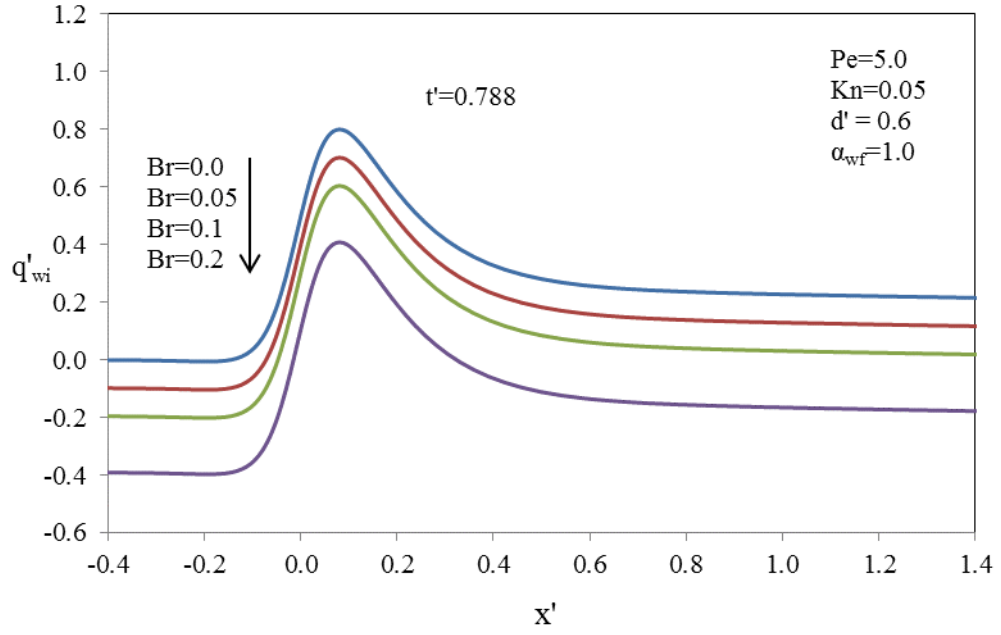
Şekil 5.74. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



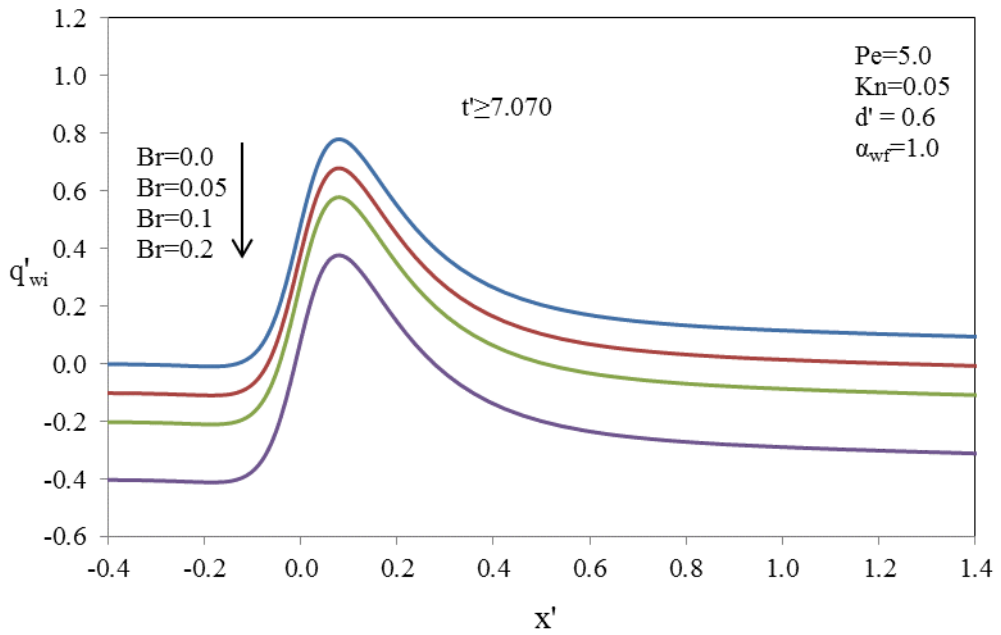
Şekil 5.75. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.76. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

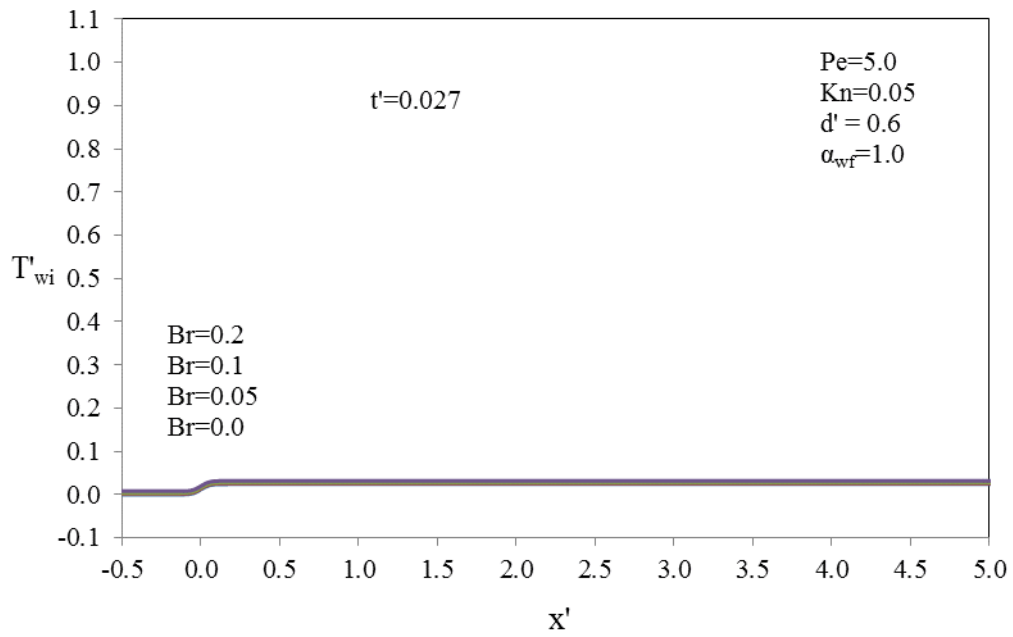


Şekil 5.77. Ara yüzey ısı akışı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)

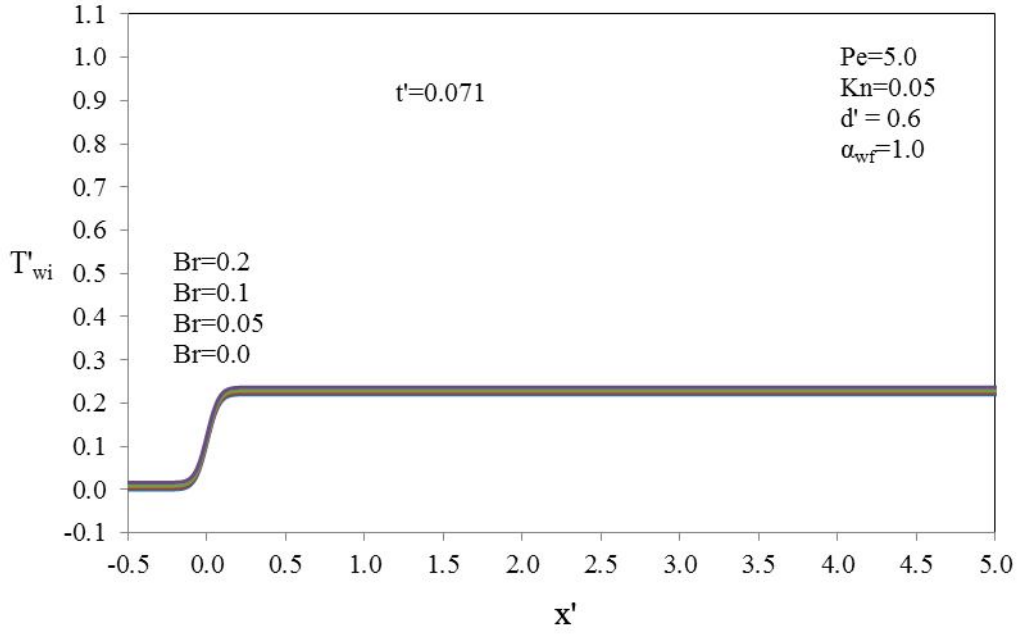


Şekil 5.78. Ara yüzey ısı akışı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

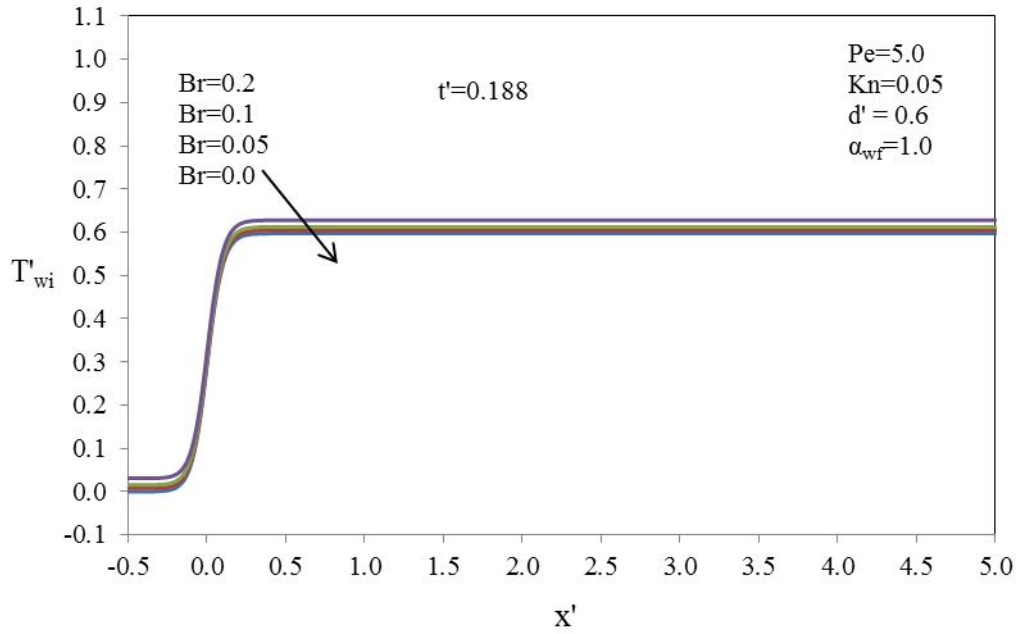
Brinkman sayısının ara yüzey sıcaklık değerlerine olan etkisine (Şekil 5.79-5.84) altı farklı zaman adımı için bakıldığında ara yüzeyde akışkan hız basamağı henüz oluşmadığından viskoz etki kayda değer bir büyüklüğe sahip olmamaktadır. Bu da ara yüzey sıcaklığına Br sayısının etkisinin az olduğunu göstermekte ve sürekli rejime ulaşıldığında ara yüzey sıcaklığı $T'_i = 1.0$ civarından olmaktadır. Yığık sıcaklık grafikleri incelenirse (Şekil 5.85-5.90) viskoz etkiler ile yani Br sayısı arttıkça sıcaklık değerleri akışkan bölgesi ısı üretiminden dolayı yükselmektedir. Bu nedenle üst akış bölgesinde $Br > 0$ değerleri için pozitif sıcaklık değerleri görülmektedir. Alt akış bölgesinde ise sürekli rejime yaklaşıldığında ısıtılan akışkan ve viskoz etkiler ile sıcaklık değerleri $Br = 0.2$ için $T'_b \cong 1.10$ dolaylarına çıkmaktadır.



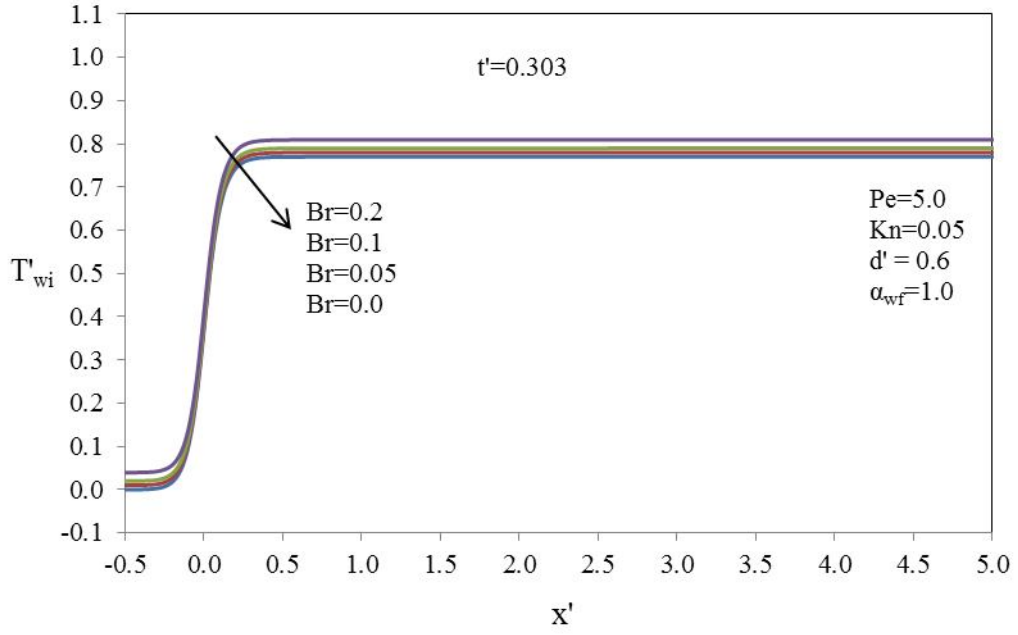
Şekil 5.79. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



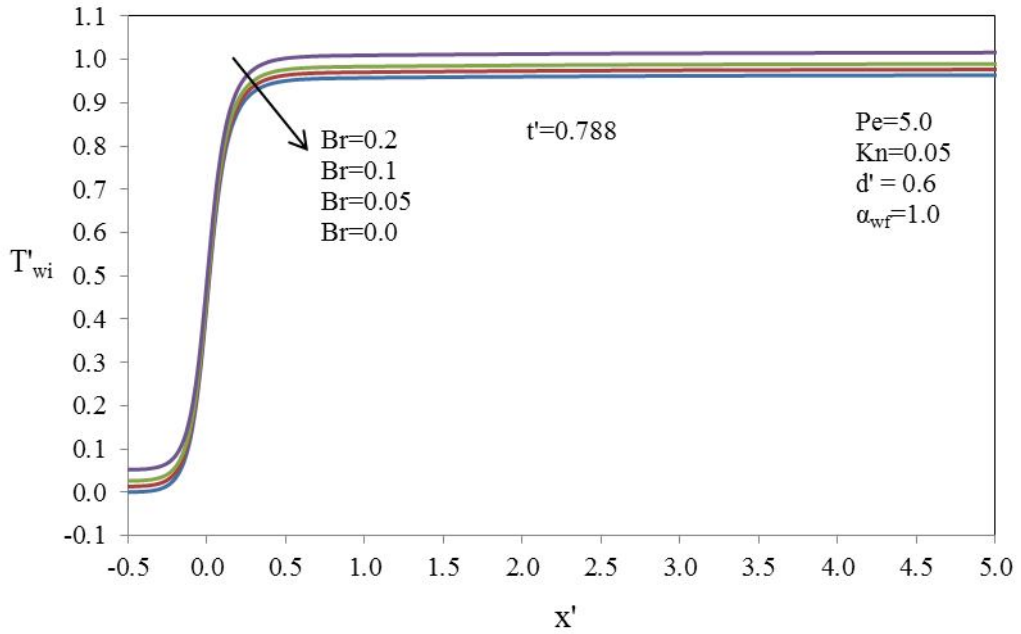
Şekil 5.80. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



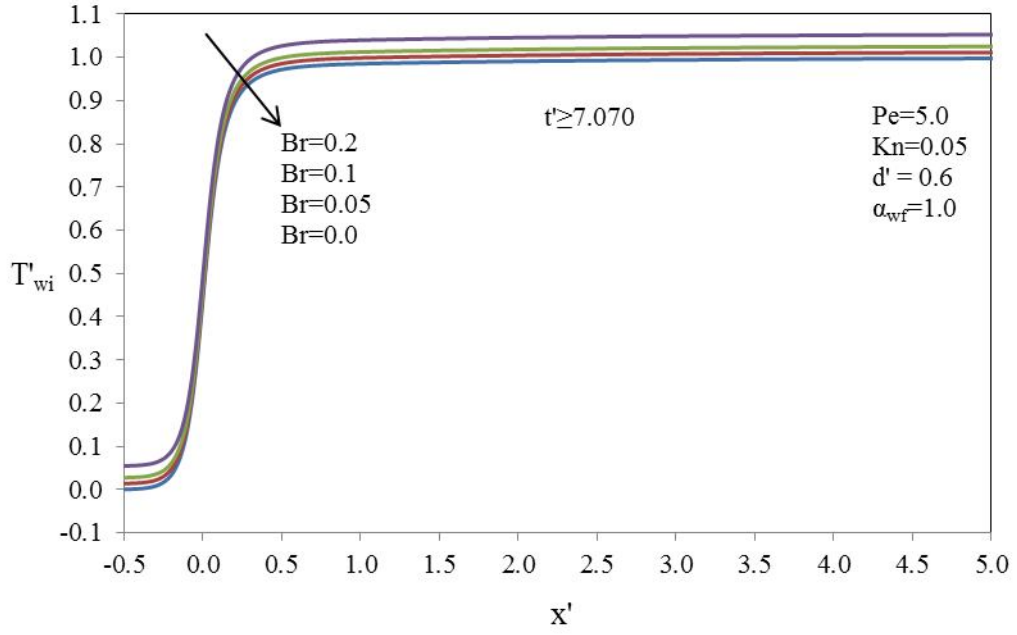
Şekil 5.81. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



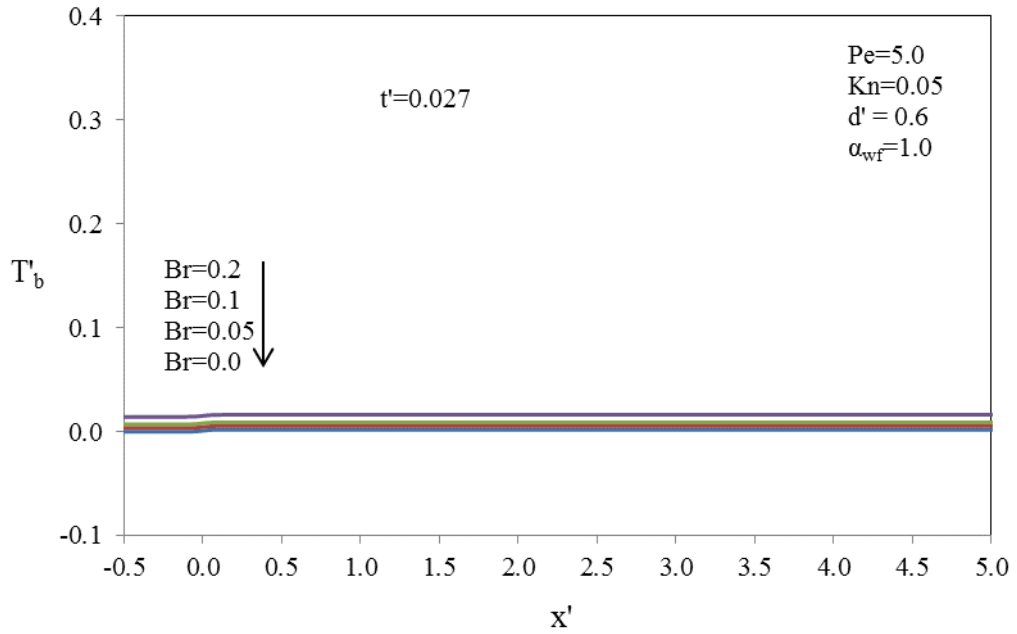
Şekil 5.82. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



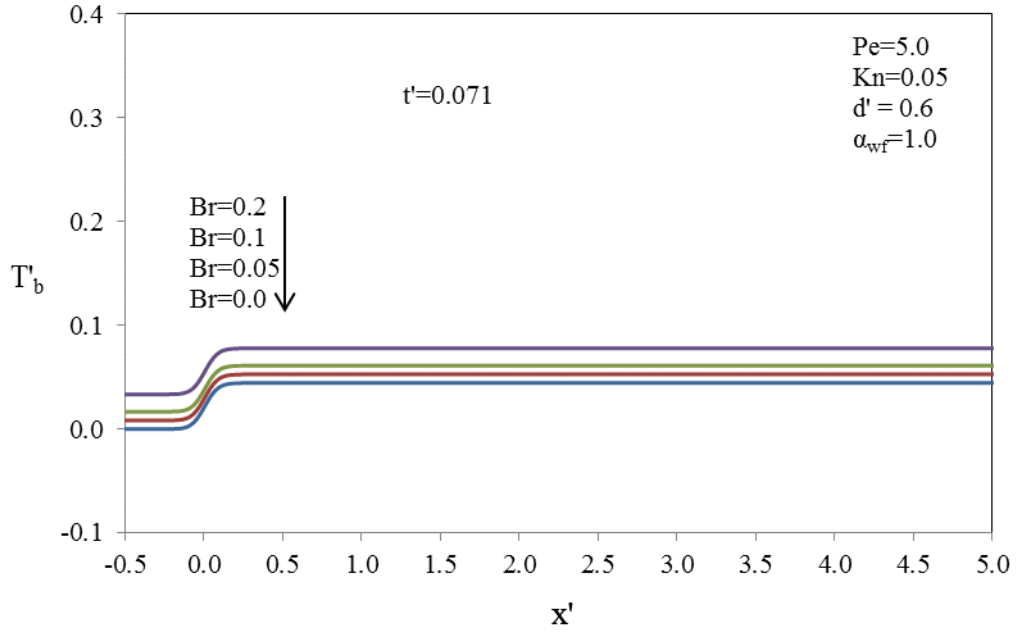
Şekil 5.83. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



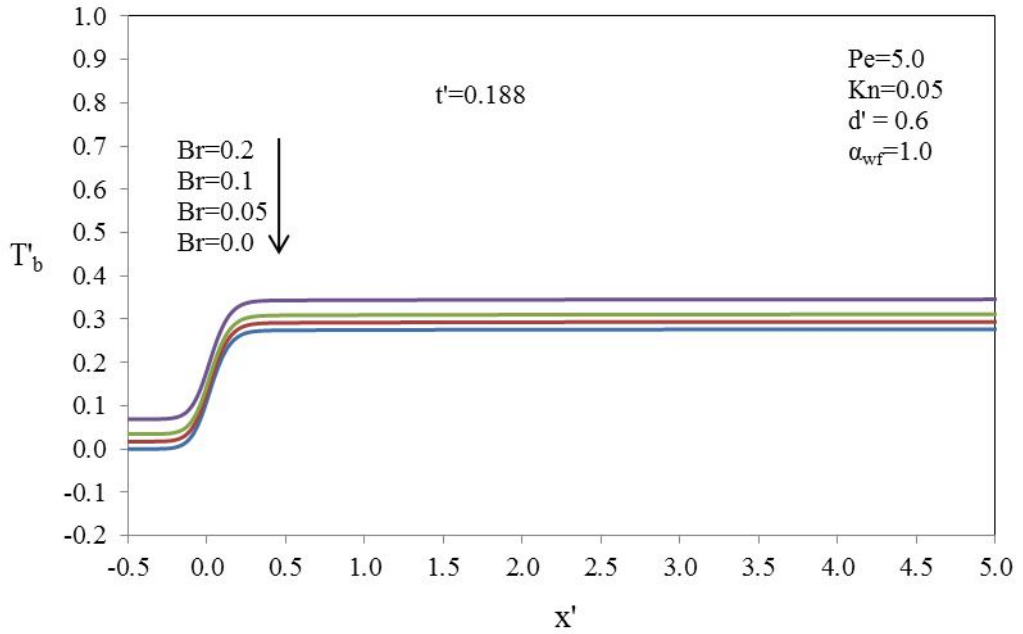
Şekil 5.84. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=7.070$)



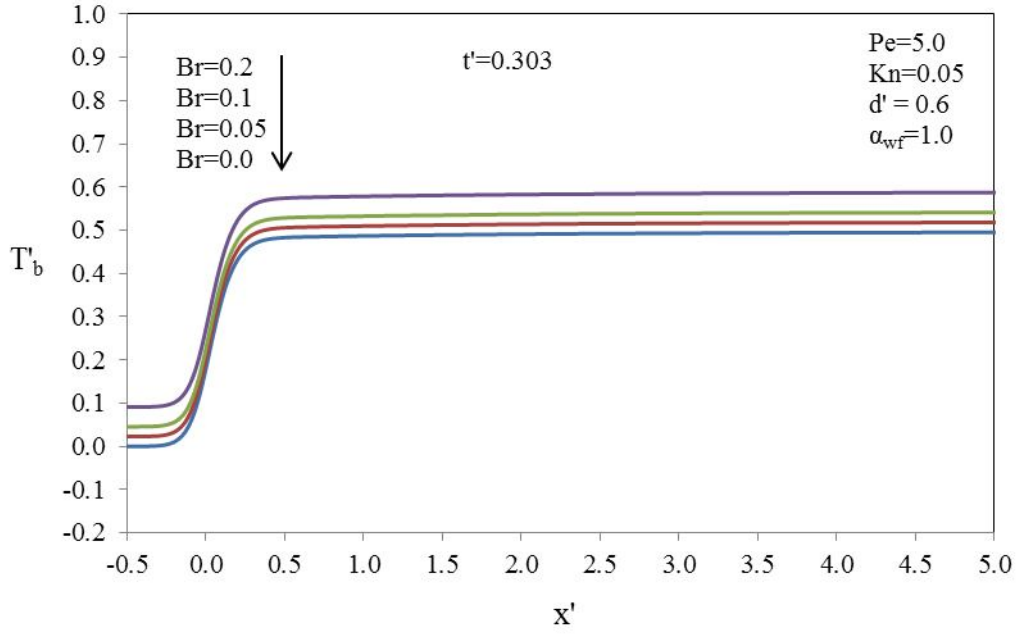
Şekil 5.85. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



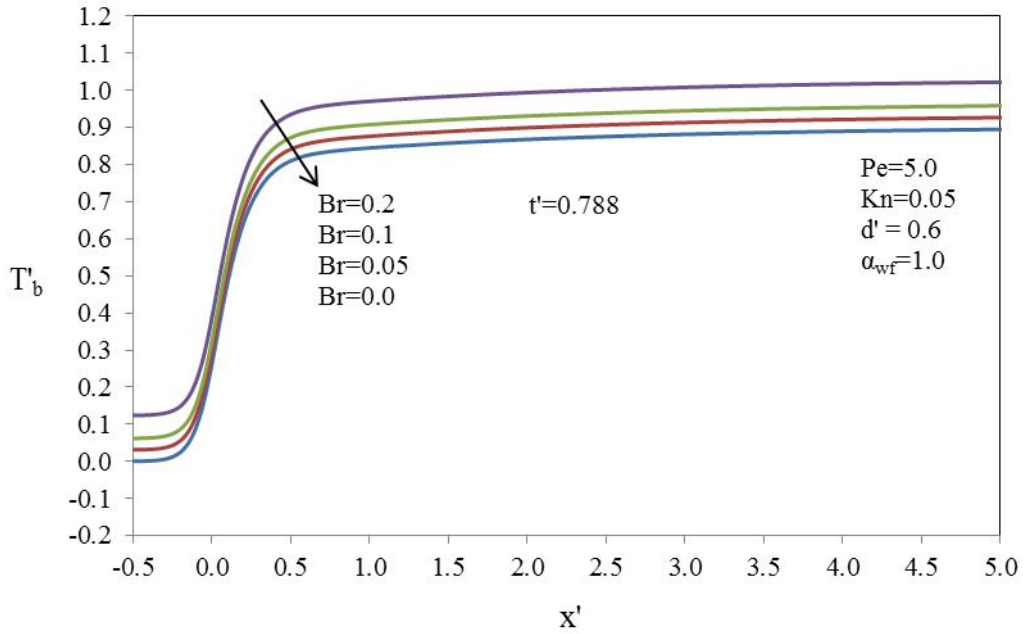
Şekil 5.86. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



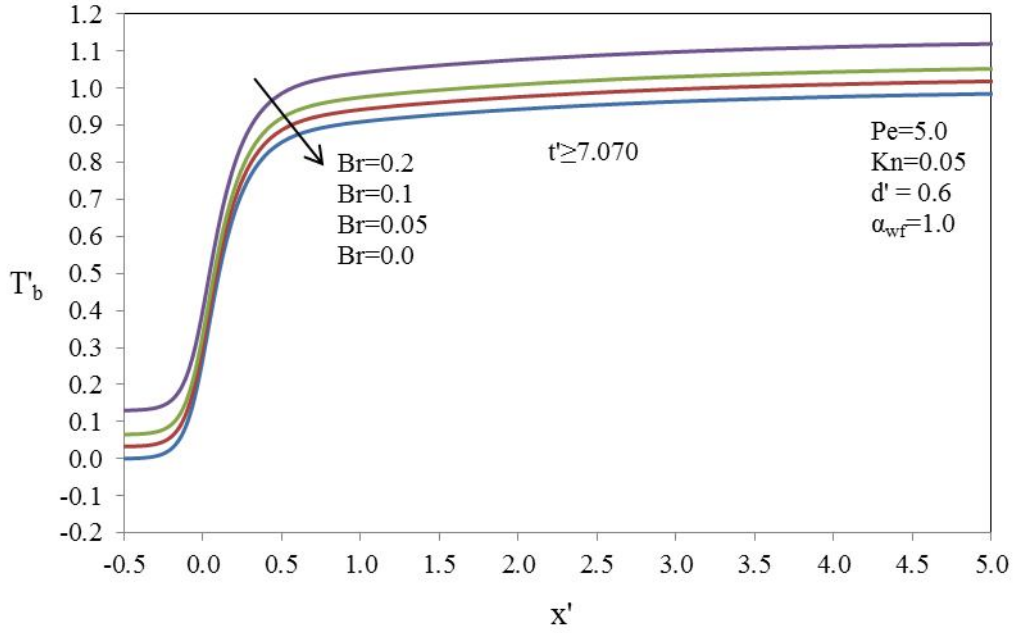
Şekil 5.87. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.88. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



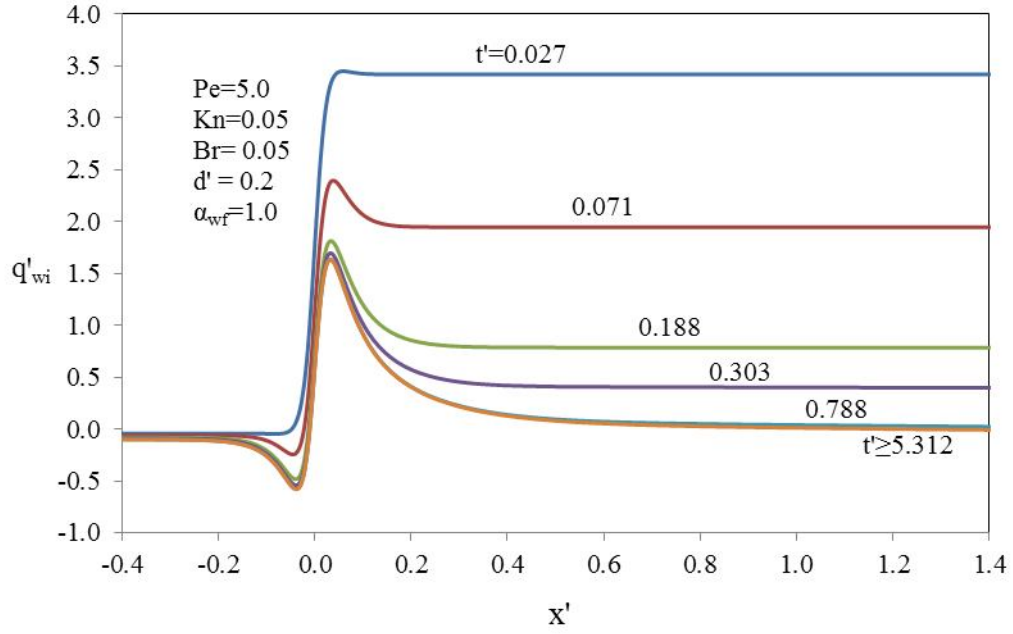
Şekil 5.89. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



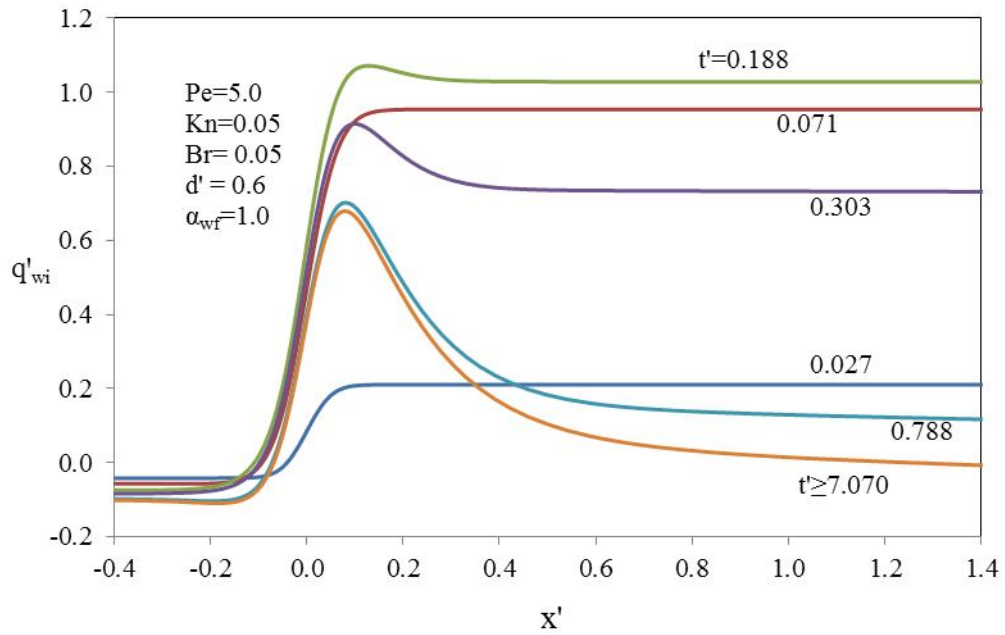
Şekil 5.90. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

Mikro kanal akışları için büyük öneme sahip olan cidar kalınlığının ısı transferine etkilerini incelemek amacıyla diğer parametreler sabit tutulmak kaydı ile $d'=0.2, 0.6, 1.0$ ve 1.4 için ara yüzey ısı akısının, ara yüzey sıcaklığının ve yığık sıcaklığın aksenal dağılımının zamana göre değişimleri sırasıyla Şekil 5.91-5.94, Şekil 5.95-5.98 ve Şekil 5.99-5.102'da verilmiştir. Ara yüzey ısı akısına (Şekil 5.91-5.94) bakıldığında ince cidarlı kanallarda cidar ısı direnci ve ısı ataleti düşük olduğundan dış yüzeyden uygulanan ısı hızlı bir şekilde cidar ara yüzeyine iletilmektedir. Bu da zamanın başlangıcında yüksek ısı akılarını meydana getirmektedir. Bu etki cidar kalınlığı arttıkça (Mikro kanal yapısı gereği) azalmakta, ısı akısı maksimum değerleri düşmekte ve sürekli rejime ulaşma süresi cidar kalınlığı ile doğru orantılı olarak artmaktadır. Üst akış bölgesi incelendiğinde ince cidarlı kanallarda akışkanın hızlı bir şekilde ısıtılmasından dolayı üst akış bölgesinde ters yönlü yani akışkandan cidara doğru bir ısı akısı meydana gelmektedir. Görülen bu ters yönlü ısı akısı da cidar kalınlığı artarken ile ısı ataletinin ve cidar aksenal iletiminin artması ile cidar-akışkan sıcaklık farkının azalmasından dolayı azalmaktadır. Öte yandan cidar kalınlığının daha fazla artması akışkan bölgesine göre daha fazla ısının cidar bölgesine aksenal iletim ile

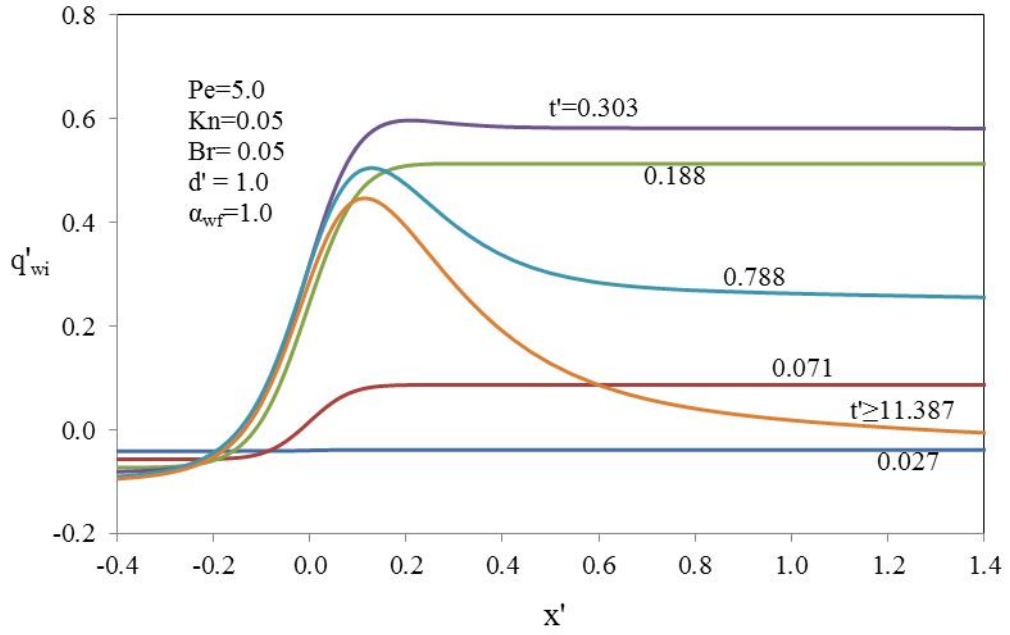
yayılmasına neden olmakta ve üst akış bölgesinde özellikle $d' \geq 1.0$ için cidardan akışkana doğru ısı akıları meydana getirmektedir.



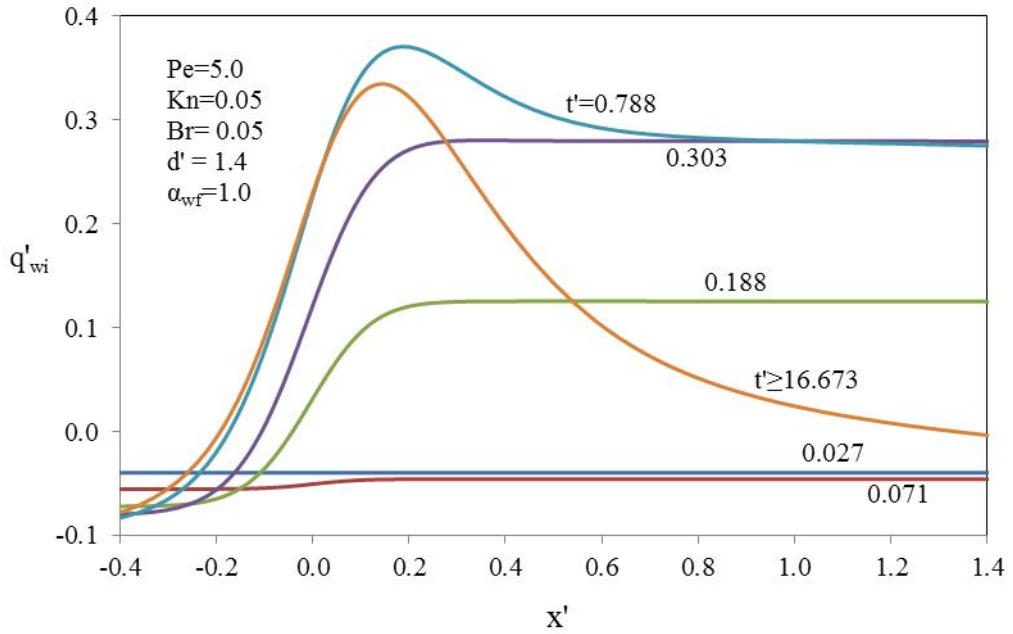
Şekil 5.91. Ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($d'=0.2$)



Şekil 5.92. Ara yüzey ısı akısı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($d'=0.6$)

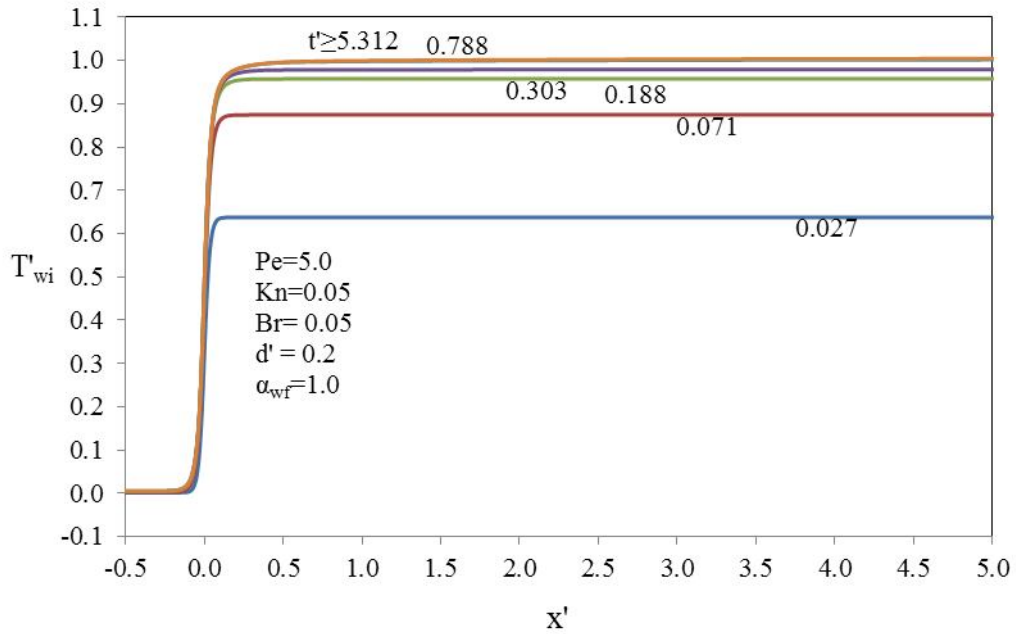


Şekil 5.93. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının zamana göre değişimi ($d'=1.0$)

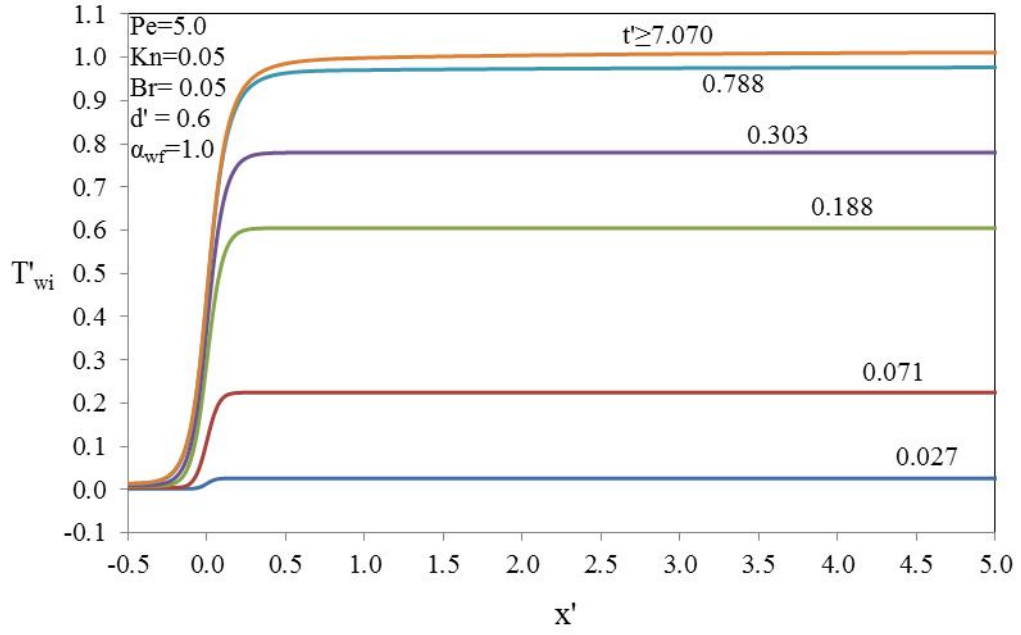


Şekil 5.94. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının zamana göre değişimi ($d'=1.4$)

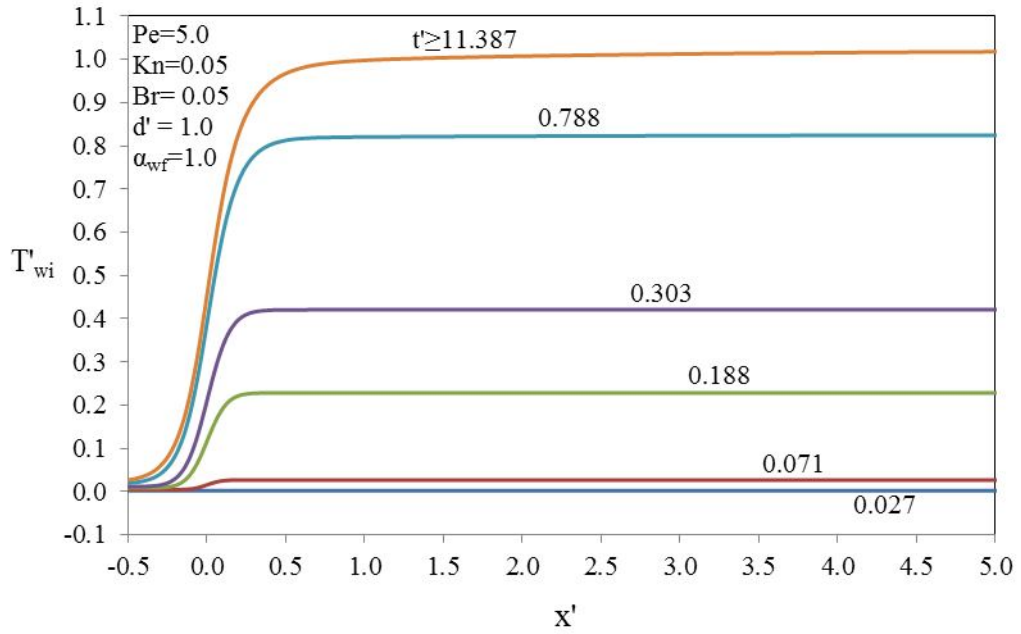
Şekil 5.95-5.98 incelendiğinde $d' = 0.2$ için ara yüzey sıcaklık değerinin $T' = 1.0$ ulaşması $t' = 0.788$ gibi erken bir zaman adımında gerçekleşirken $d' = 1.4$ için $t' = 16.673$ olmakta yani sürekli rejime ulaşma süresi artmaktadır. Bu durum cidar kalınlığı ile orantılı olarak ısıl ataletin artması ve ısı transferinin daha yavaş gerçekleşmesinden kaynaklanmaktadır. Yığık sıcaklıklara (Şekil 5.99-5.102) bakıldığında ince cidarlı borularda sürekli rejime ulaşma süresi kısa olduğundan yığık sıcaklık profilleri de hızlı bir şekilde oluşmaktadır. Buna karşın kalın cidar yapısına sahip mikro kanallarda yığık sıcaklık profillerinin tam olarak gelişmesi, ısıl ataletin yenilmesi uzun zaman almakta ve ısıl gelişme aksel yönde daha uzak mesafelerde gerçekleşmektedir.



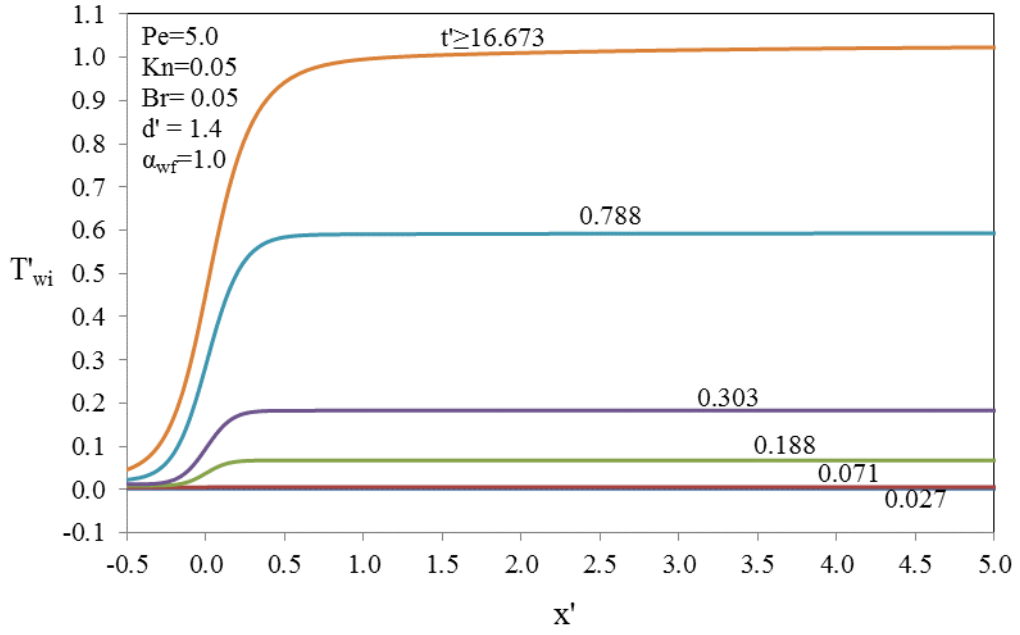
Şekil 5.95. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($d'=0.2$)



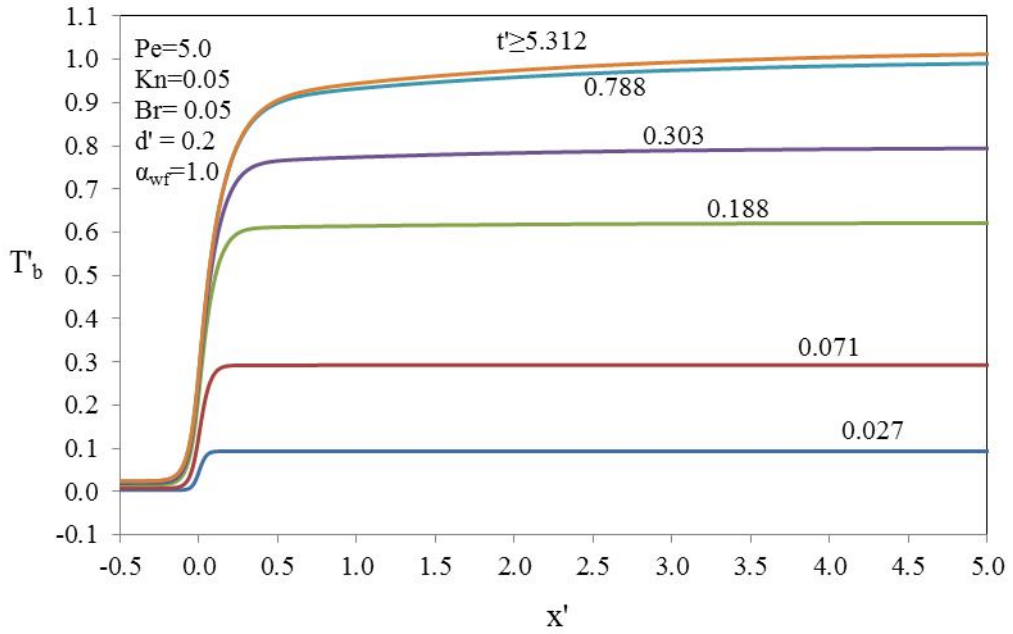
Şekil 5.96. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($d'=0.6$)



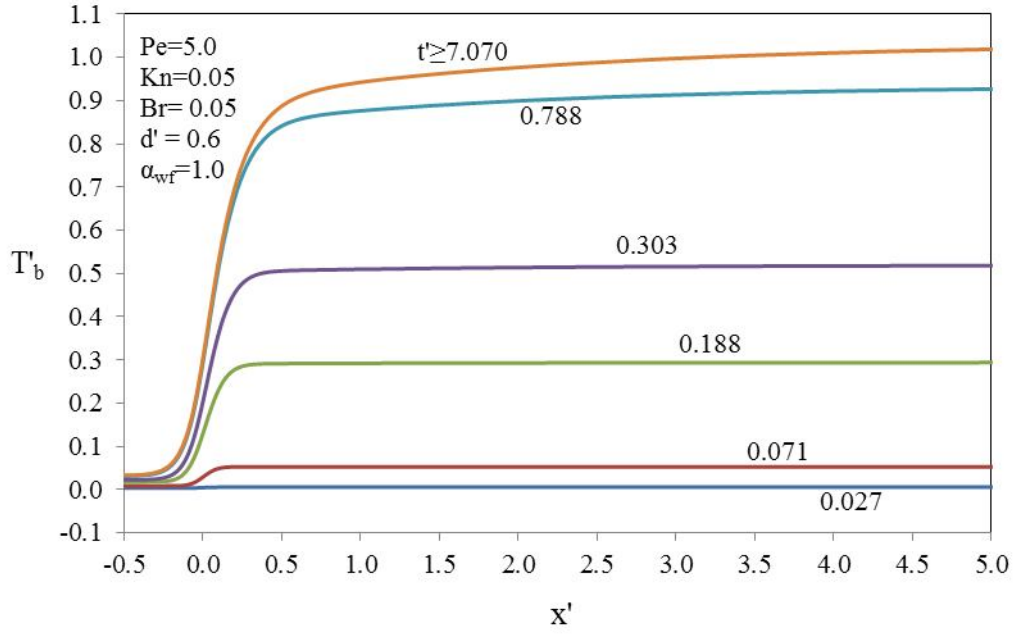
Şekil 5.97. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($d'=1.0$)



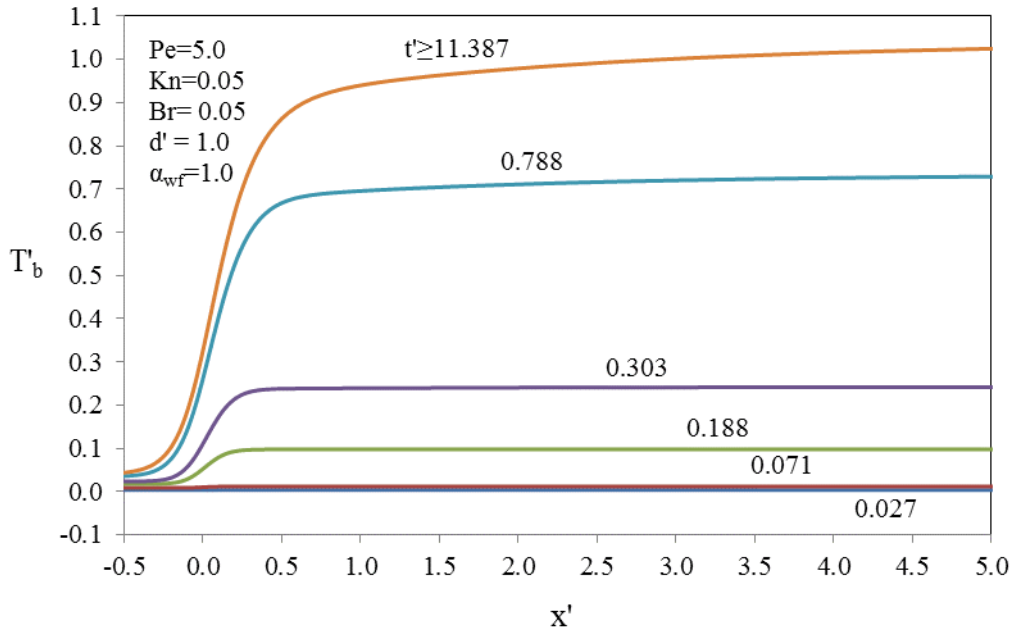
Şekil 5.98. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($d'=1.4$)



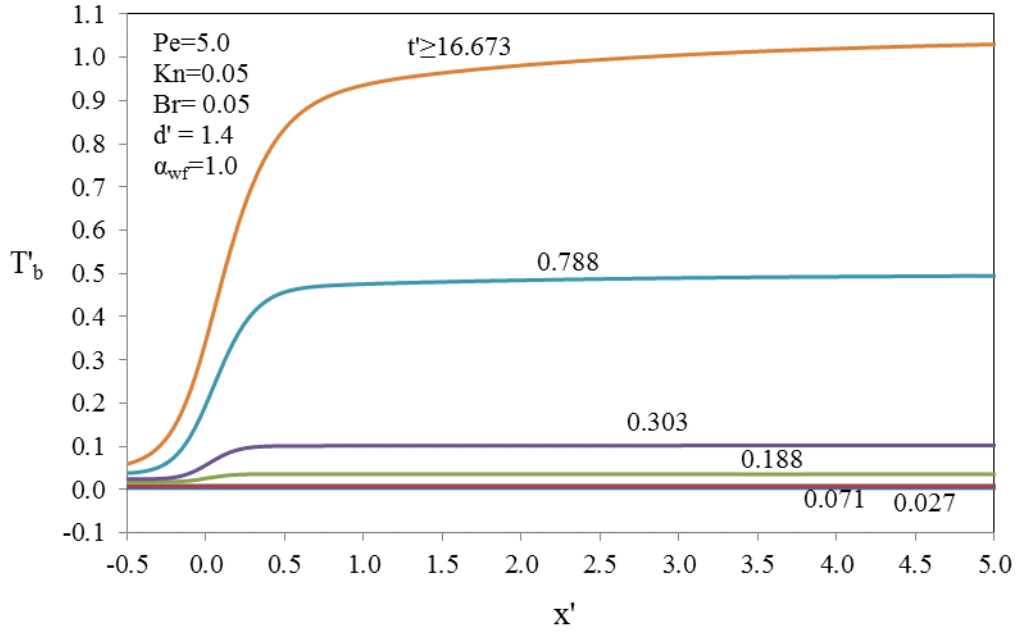
Şekil 5.99. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($d'=0.2$)



Şekil 5.100. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değışimi ($d'=0.6$)

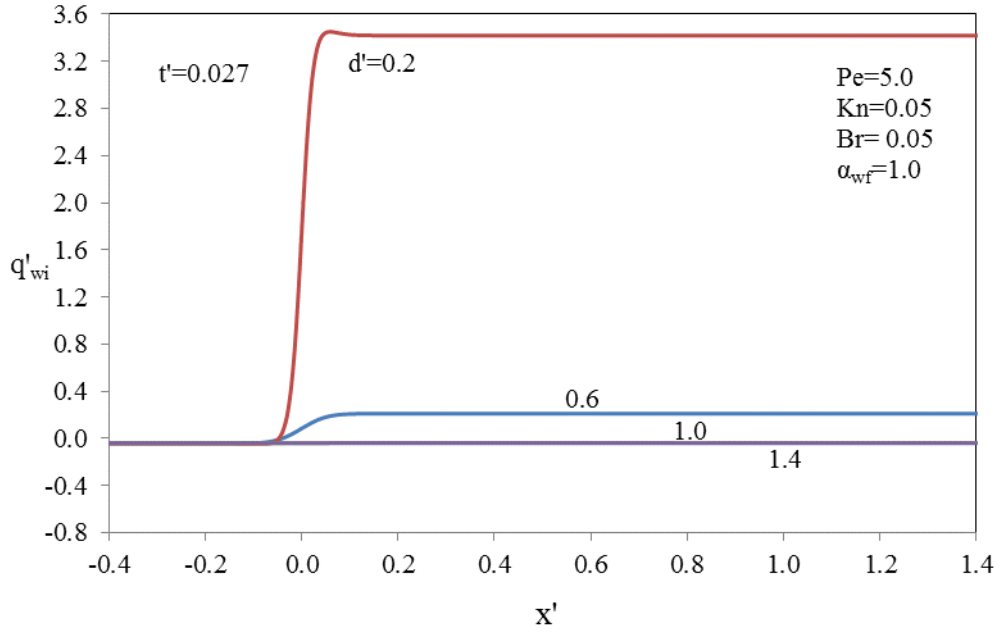


Şekil 5.101. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değışimi ($d'=1.0$)

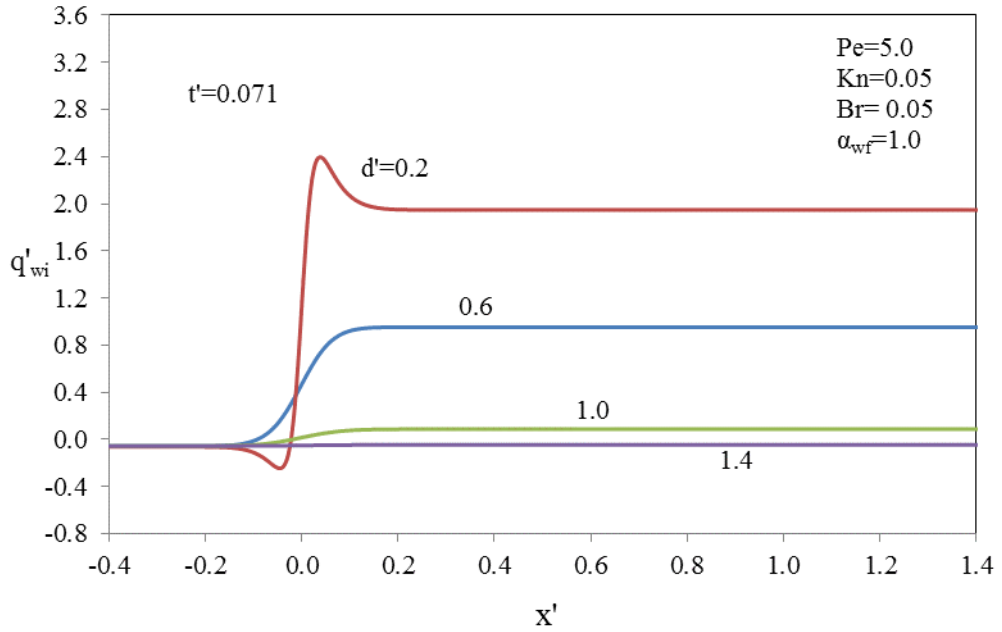


Şekil 5.102. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değışimi ($d'=1.4$)

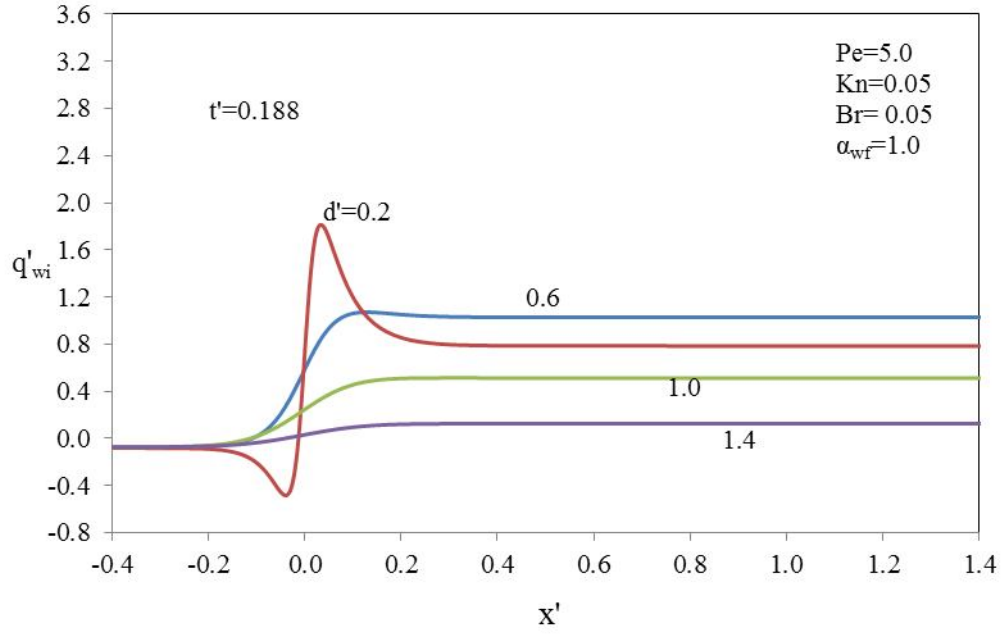
Şekil 5.103-5.108 altı farklı zaman adımında cidar kalınlık oranının ara yüzey ısı akısına etkisini göstermek için çizilmiştir. Tüm zaman adımları incelendiğinde $d' = 0.2$ için ısı direnç ve ısı kapasite düşük olduğundan ısı akısı değeri çok hızlı bir şekilde artmakta dolayısıyla üst akış bölgesinde akışkan aksenal iletimi baskın hale gelmektedir. Bu nedenle üst akış bölgesinde akışkandan cidara ters yönlü ısı akısı ince cidarlı boru ve kanallarda çok daha etkin olmaktadır. $d' \geq 0.6$ için bu etki zayıflamakta ve cidar kalınlığı arttıkça cidar aksenal iletimi baskın olmakta ve üst akış bölgesinde cıardan akışkana ısı akıları oluşmaktadır. Alt akış bölgesine bakıldığında her bir zaman adımı için ince cidar kalınlığında ara yüzey ısı akısı değeri daha yüksek olduğu görülmektedir.



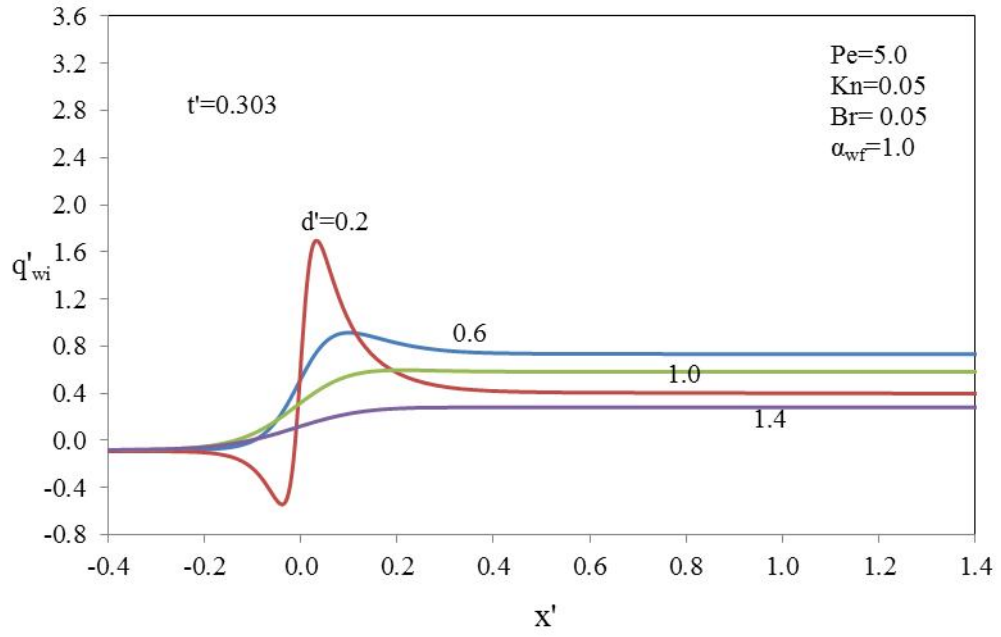
Şekil 5.103. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.027$)



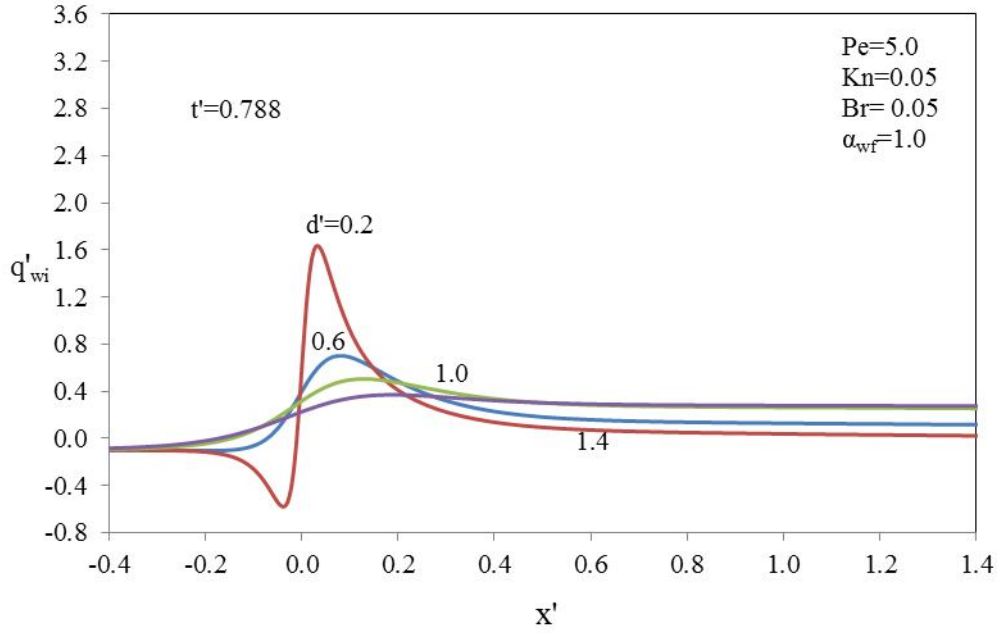
Şekil 5.104. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.071$)



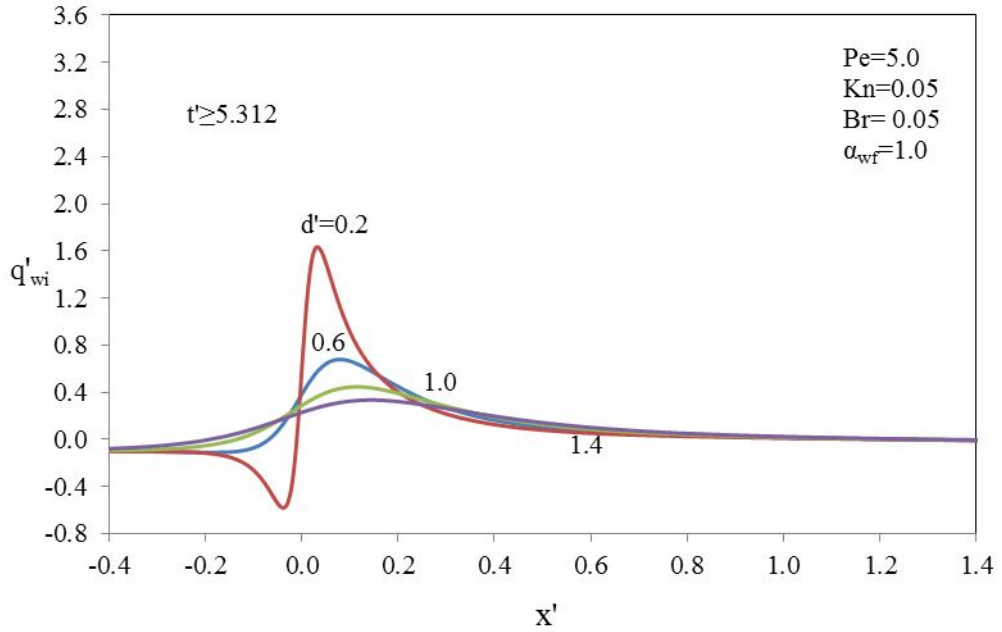
Şekil 5.105. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.106. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.303$)

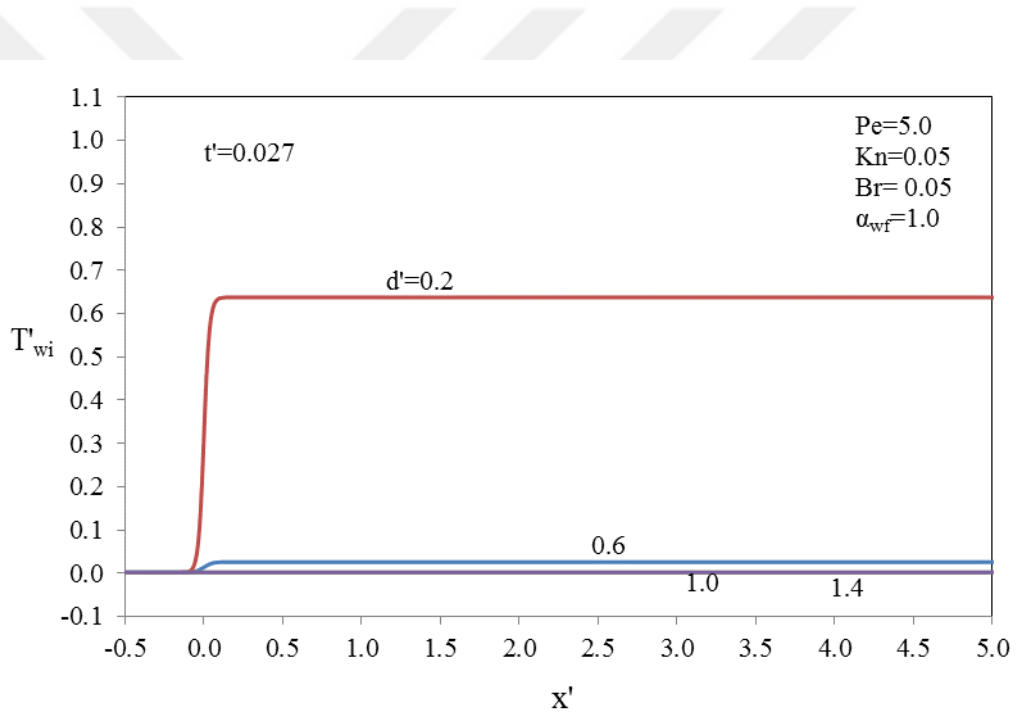


Şekil 5.107. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.788$)

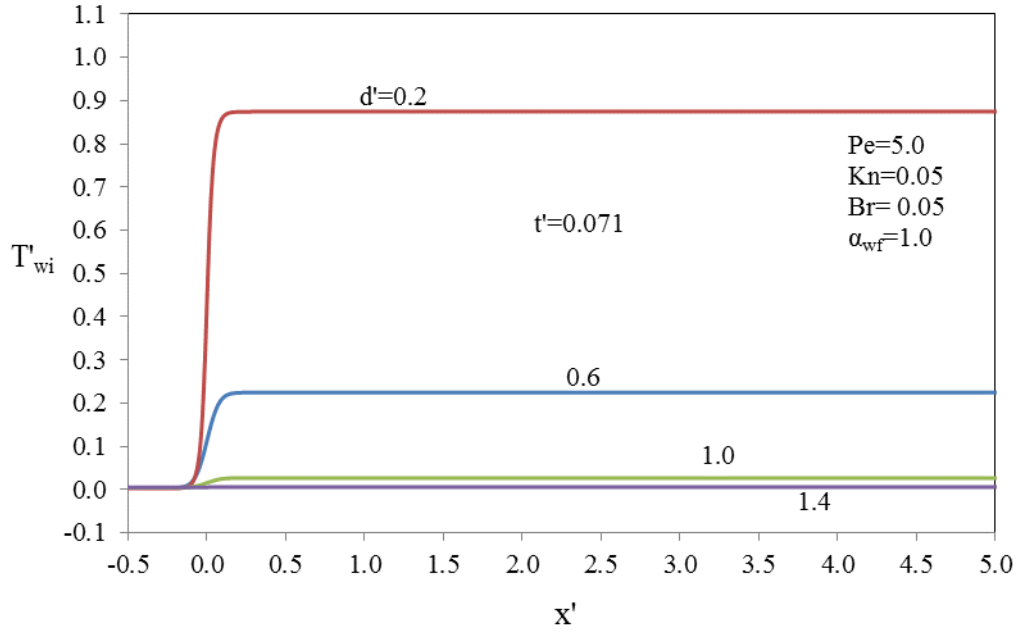


Şekil 5.108. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

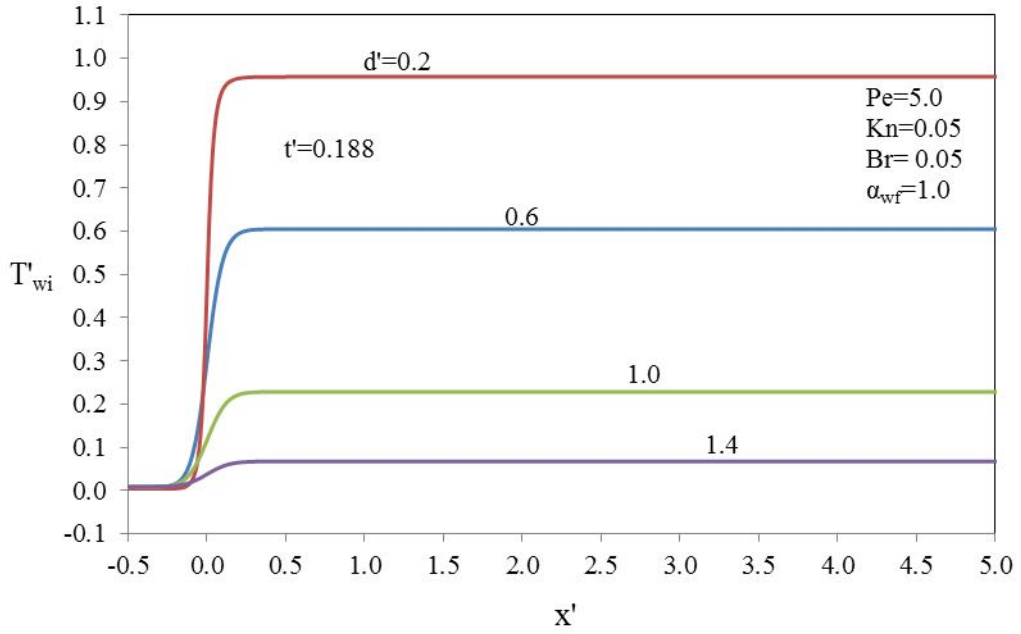
Cidar kalınlık oranının altı farklı zaman adımında ara yüzey sıcaklığına ve yığık sıcaklığı etkileri sırasıyla Şekil 5.109-5.114 ve Şekil 5.115-5.120 'de verilmiştir. Şekiller incelendiğinde ara yüzey sıcaklık değerleri $d' = 0.2$ için çok hızlı bir şekilde artmaktadır. Bu hızlı ara yüzey sıcaklık artışının yığık sıcaklığı da arttırdığı ve cidar kalınlığının artması ile ısıl ataleti yenmek için gerekli sürenin uzamasından dolayı sıcaklık değerlerinin tüm zaman adımlarında daha düşük olduğu ve daha uzun bir sürede sürekli rejimin sağlandığı görülmektedir. Yığık sıcaklıklar da ara yüzey sıcaklık dağılımından etkilendiği için benzer bir durum yığık sıcaklık değerleri için de geçerli olmaktadır.



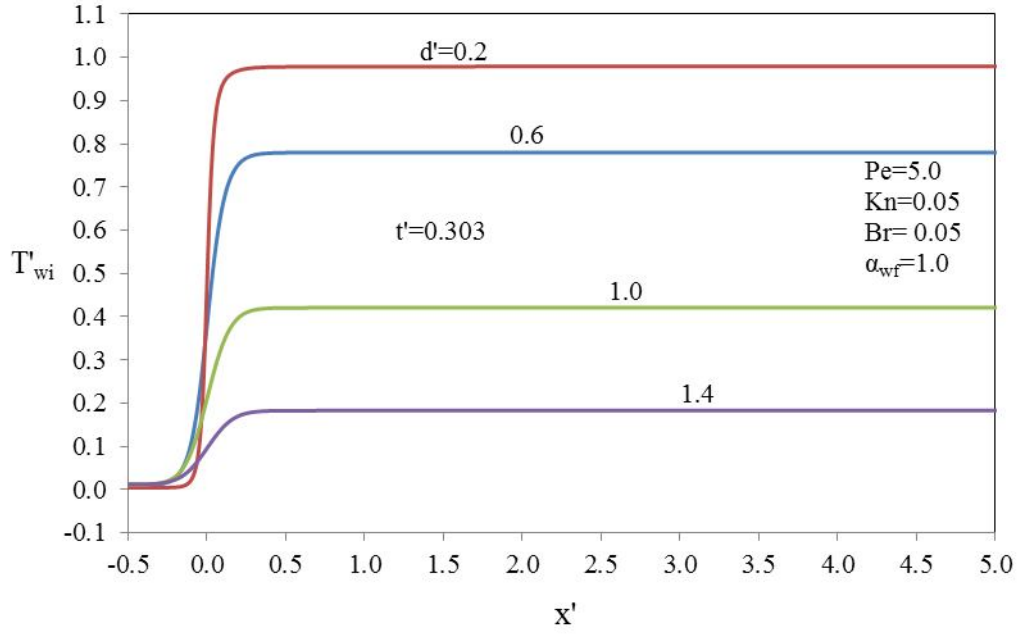
Şekil 5.109. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.027$)



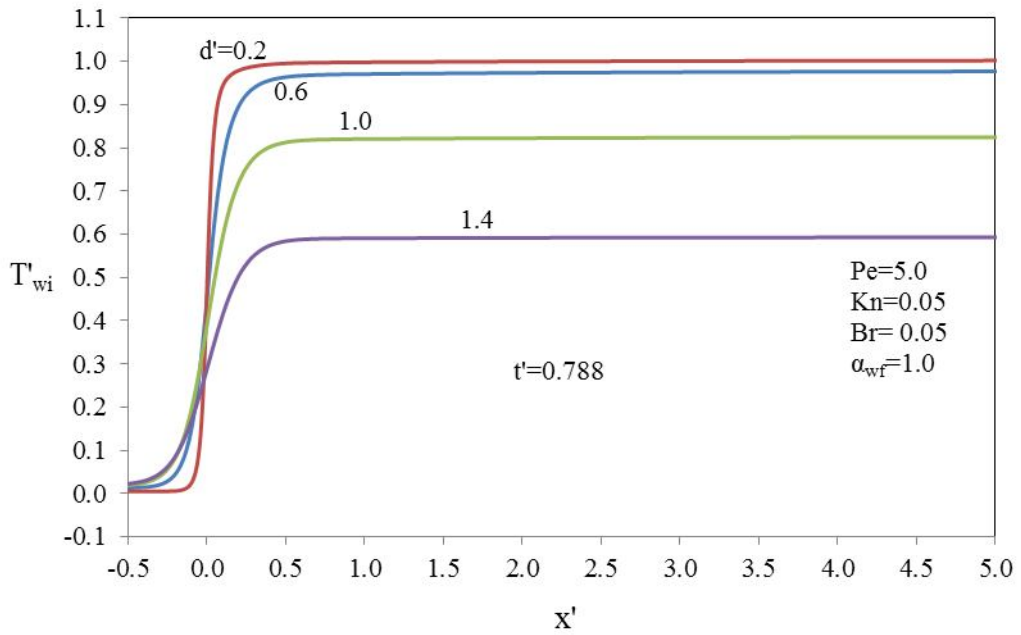
Şekil 5.110. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.071$)



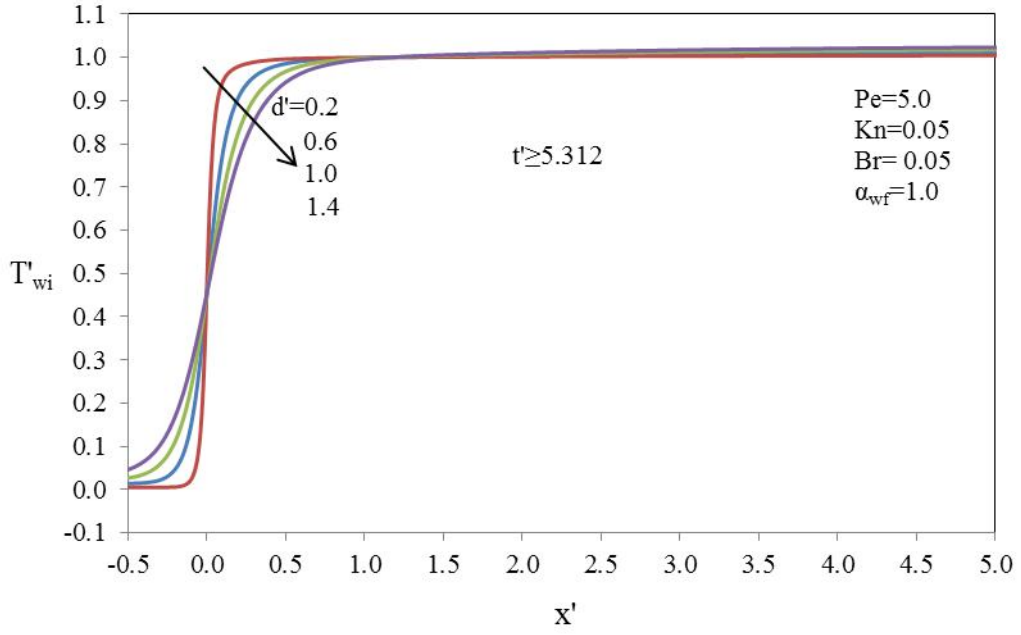
Şekil 5.111. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.188$)



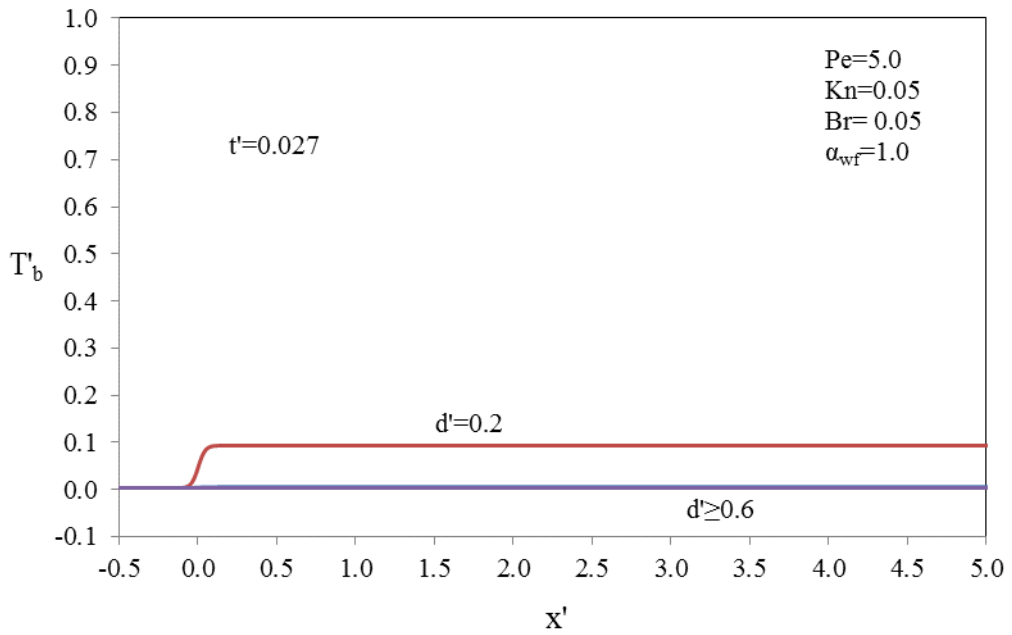
Şekil 5.112. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.303$)



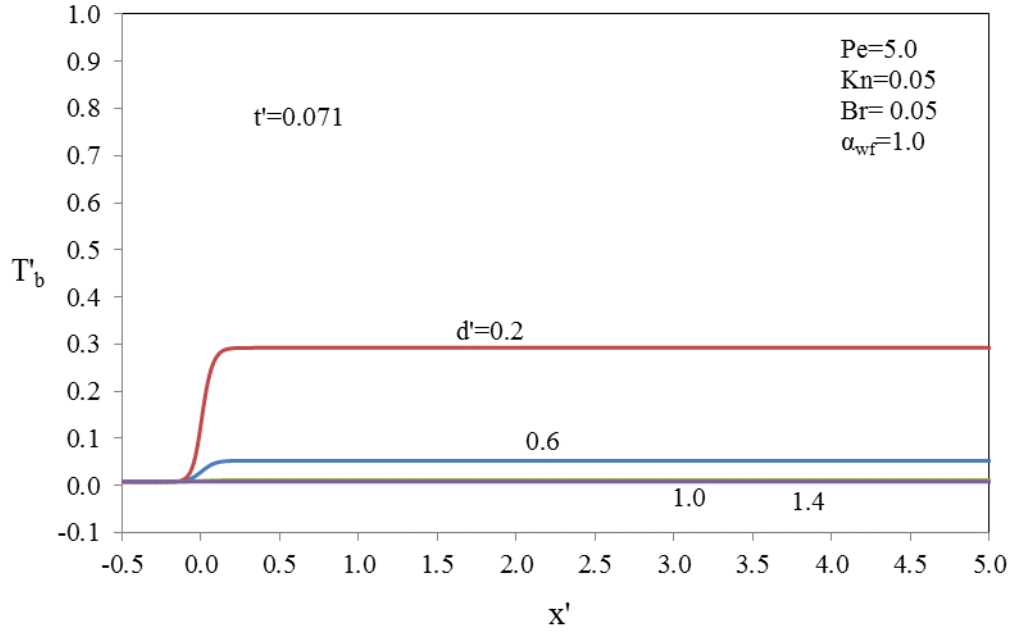
Şekil 5.113. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.788$)



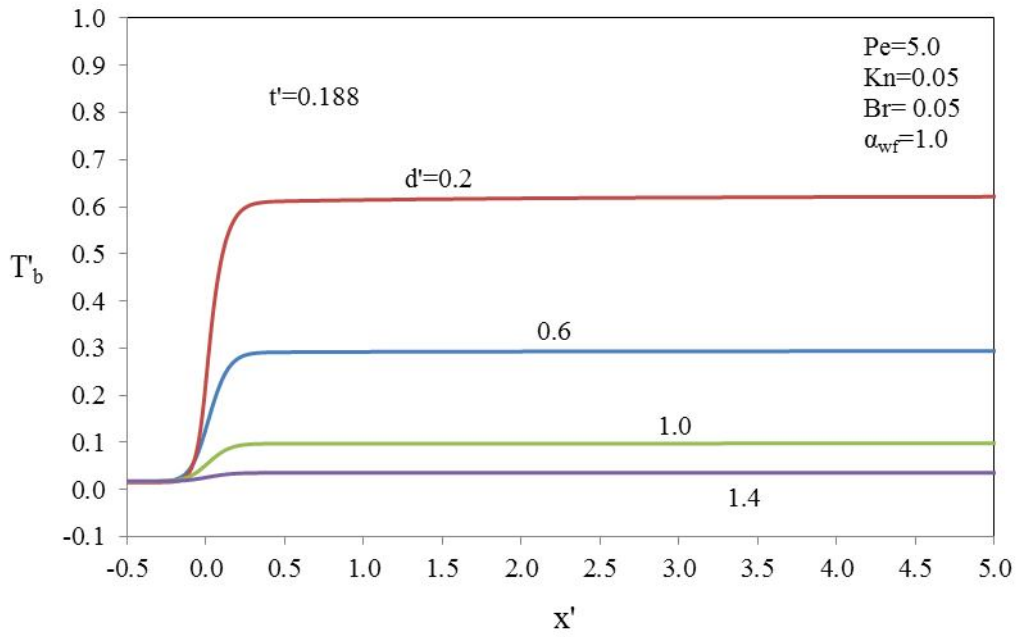
Şekil 5.114. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)



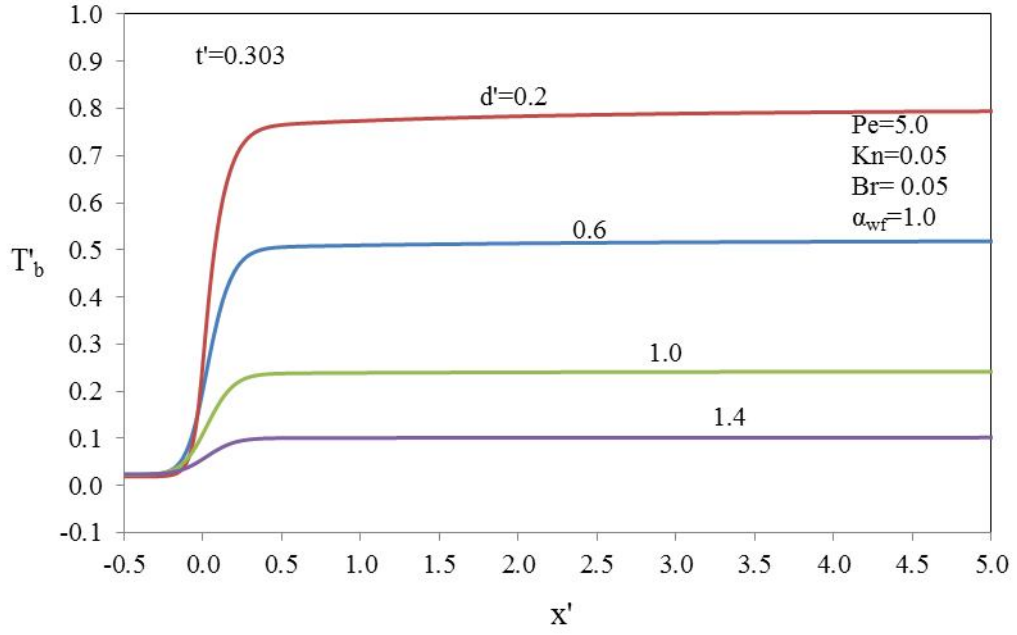
Şekil 5.115. Yiğik sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t' = 0.027$)



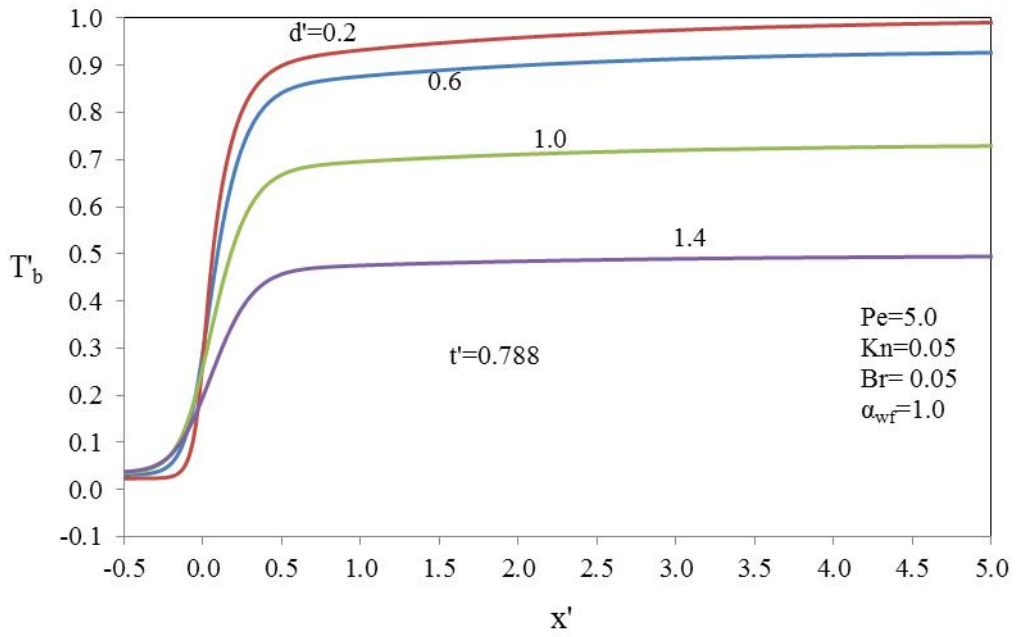
Şekil 5.116. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.071$)



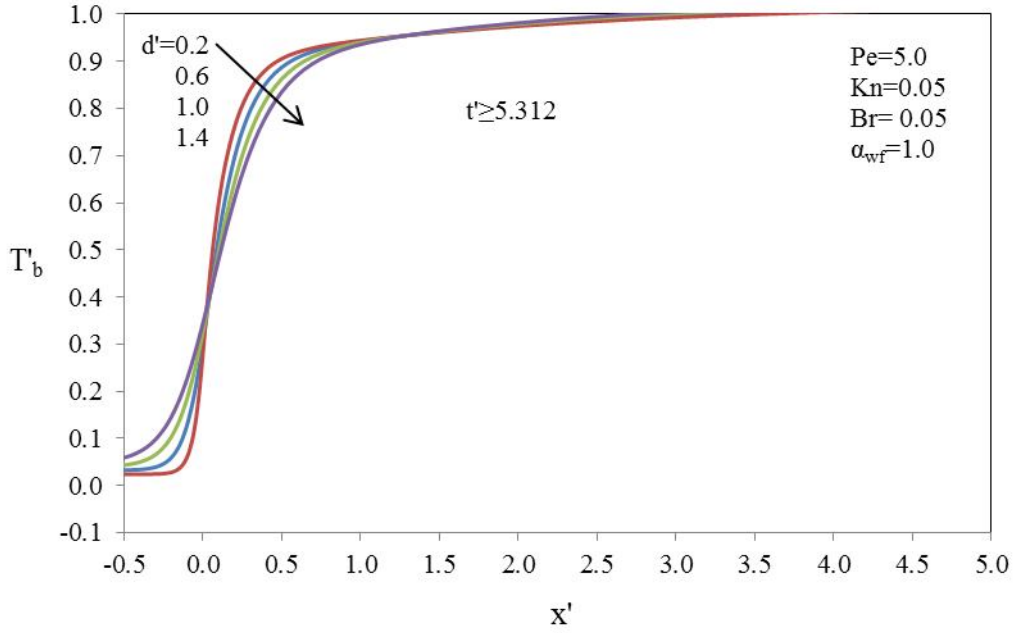
Şekil 5.117. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.118. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.303$)



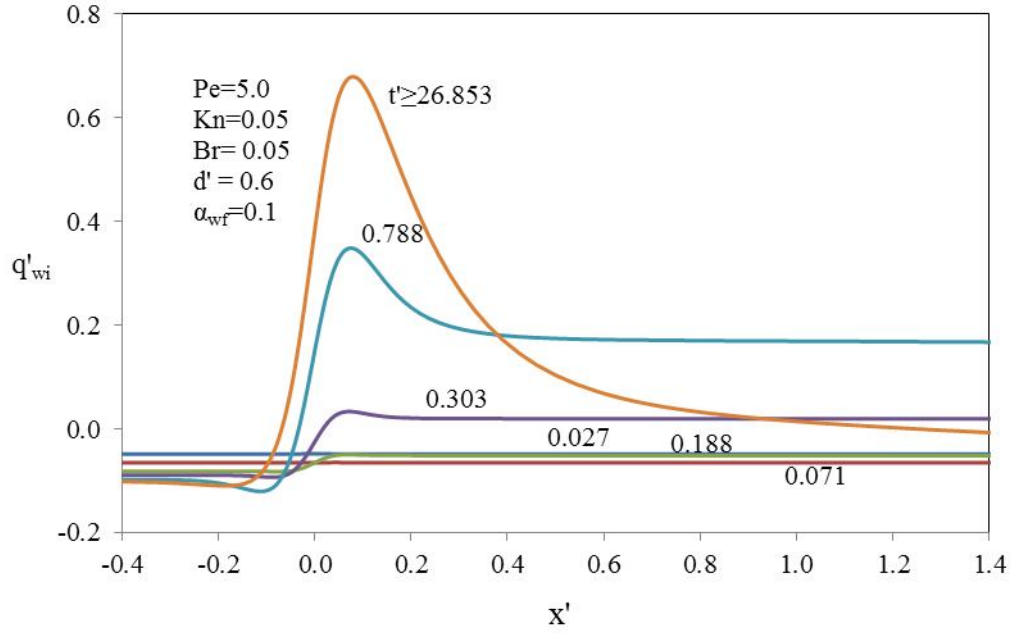
Şekil 5.119. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.788$)



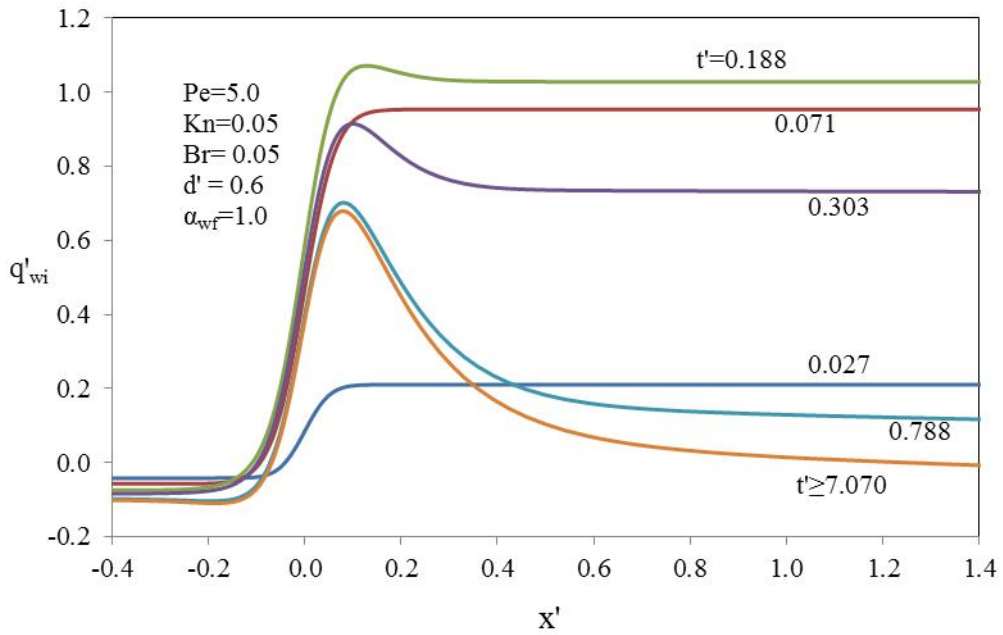
Şekil 5.120. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

Cidar-akışkan ısı yayılım katsayısı oranının ısı transferine etkisini incelemek amacıyla $\alpha_{wf} = 0.1, 1.0$ ve 10.0 değerleri için diğer parametreler sabit tutularak ara yüzey ısı akısının, ara yüzey sıcaklığının ve yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimleri sırasıyla Şekil 5.121-5.123'de, Şekil 5.124-5.126'da ve Şekil 5.127-5.129'da verilmiştir.

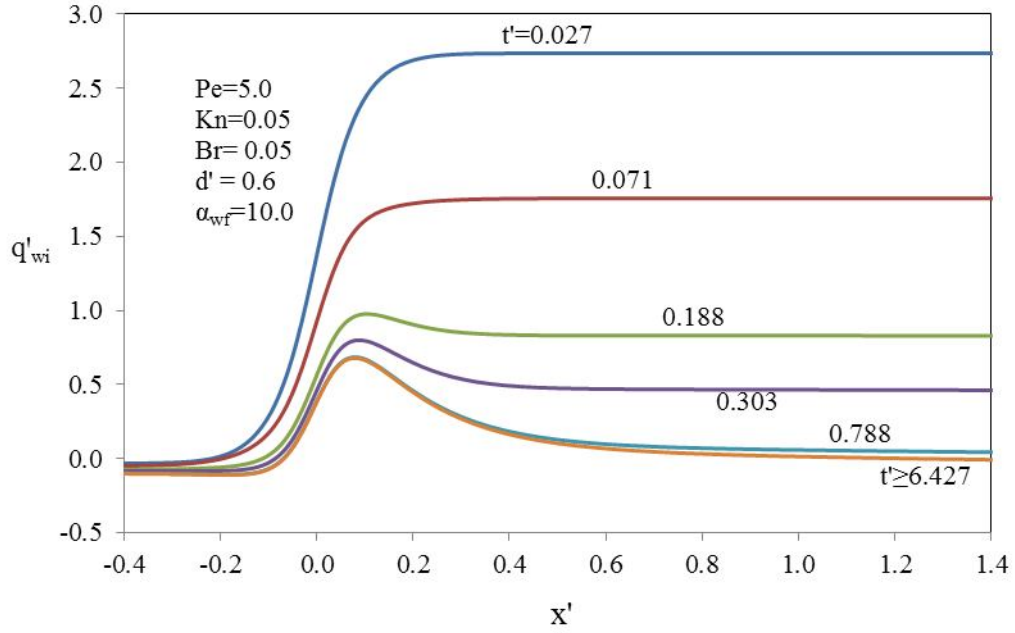
Isı akısı eğrileri incelendiğinde (Şekil 5.121-5.123) artan α_{wf} değeri ile ısı ataletin zayıflamasından dolayı ısı transferi hızlı olmakta ve ısı akısı pik değerleri daha yüksek olmaktadır. Küçük α_{wf} değerlerinde ısı kapasite yüksek olduğundan pik değerler azalmakta ve sistemin sürekli rejime ulaşma süresi daha uzun olmaktadır. Öyle ki; $\alpha_{wf} = 0.1$ için sürekli rejime ulaşma zamanı $t' = 26.853$ olurken, $\alpha_{wf} = 10.0$ için bu değer $t' = 6.427$ olmaktadır.



Şekil 5.121. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=0.1$)

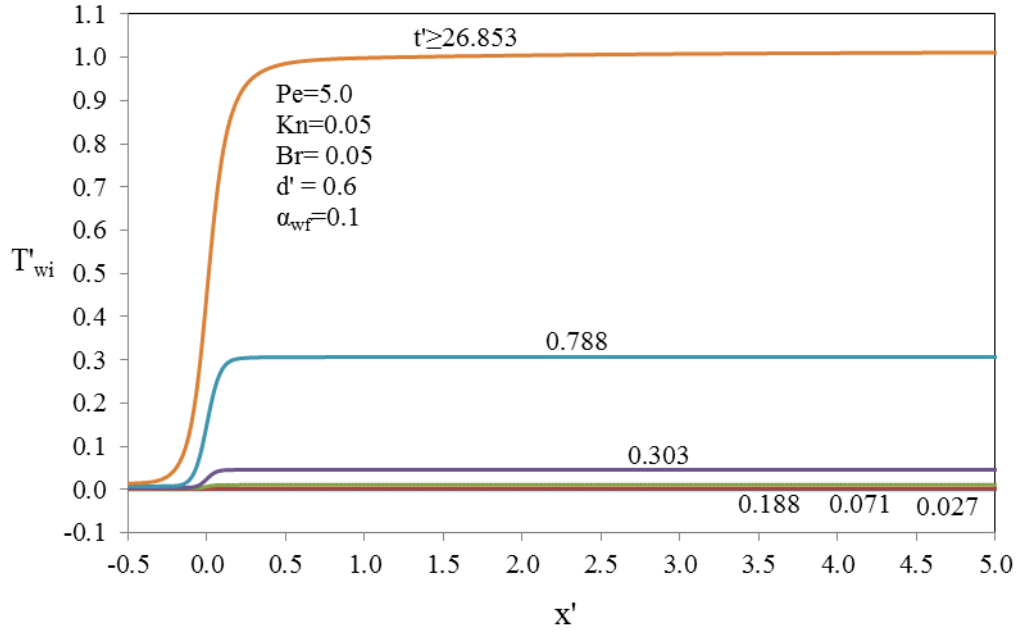


Şekil 5.122. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=1.0$)

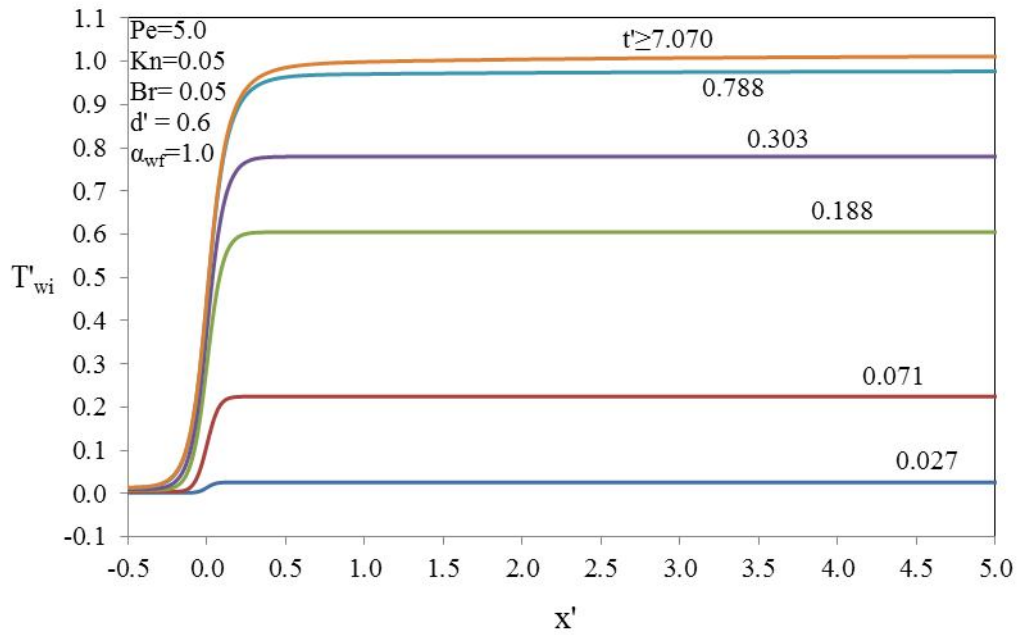


Şekil 5.123. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=10.0$)

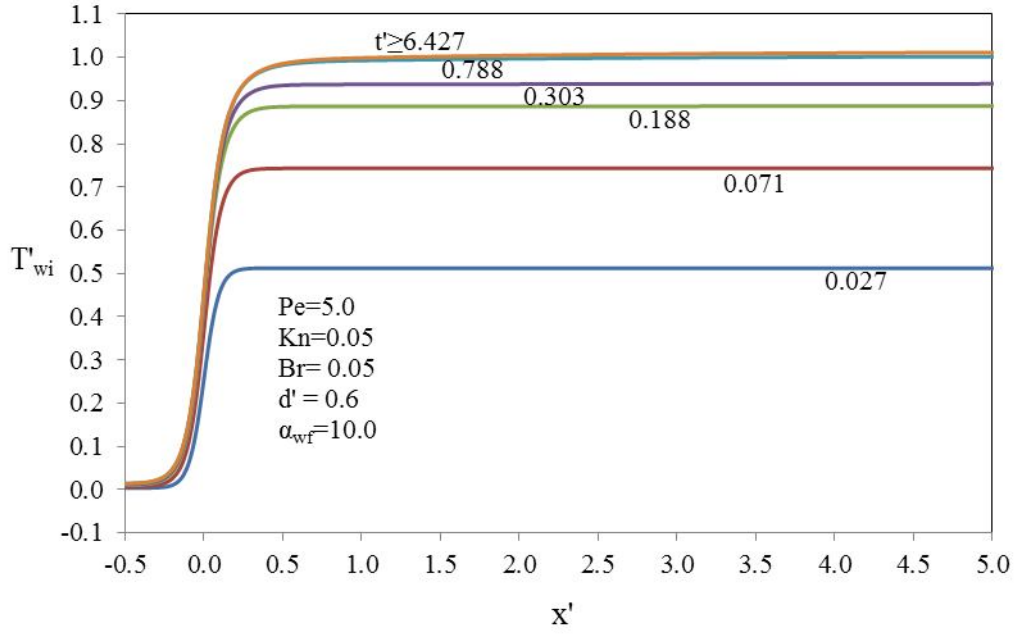
Şekil 5.124-5.126 incelendiğinde $\alpha_{wf} = 0.1$ için cidar-akışkan ara yüzey sıcaklığının sürekli rejim değeri olan $T'_{wi} = 1.0$ 'a ulaşması çok uzun bir zaman ($t' = 26.853$) almaktadır. Oysaki $\alpha_{wf} = 10.0$ için $T'_i = 1.0$ 'e ulaşması $t' = 0.788$ gibi çok kısa bir zamanda gerçekleşmiştir. Isıl yayılım katsayısının büyük olması cidarda akışkan bölgesine göre daha hızlı bir ısı transferinin gerçekleştiğini göstermekte ve dolayısıyla ısı yayılım katsayısının ısı transferi üzerinde büyük etkisinin olduğu anlaşılmaktadır. Yığık sıcaklık dağılımı incelenirse (Şekil 5.127-5.129) sıcaklık profillerinin tamamen ara yüzey sıcaklığına bağlı olması nedeniyle düşük α_{wf} değerlerinde yığık sıcaklık profillerinin oluşmasının da uzun zaman aldığı görülmektedir. Oysaki yüksek α_{wf} değerlerinde hızla gelişen ara yüzey sıcaklık profilleri, yığık sıcaklıkların da hızla gelişmesine neden olmaktadır.



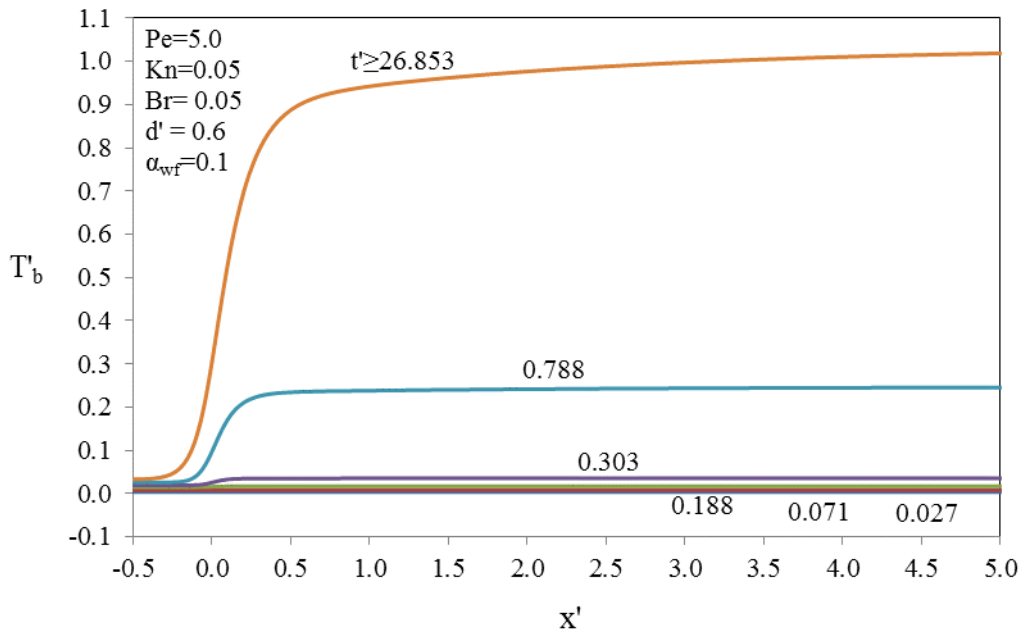
Şekil 5.124. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=0.1$)



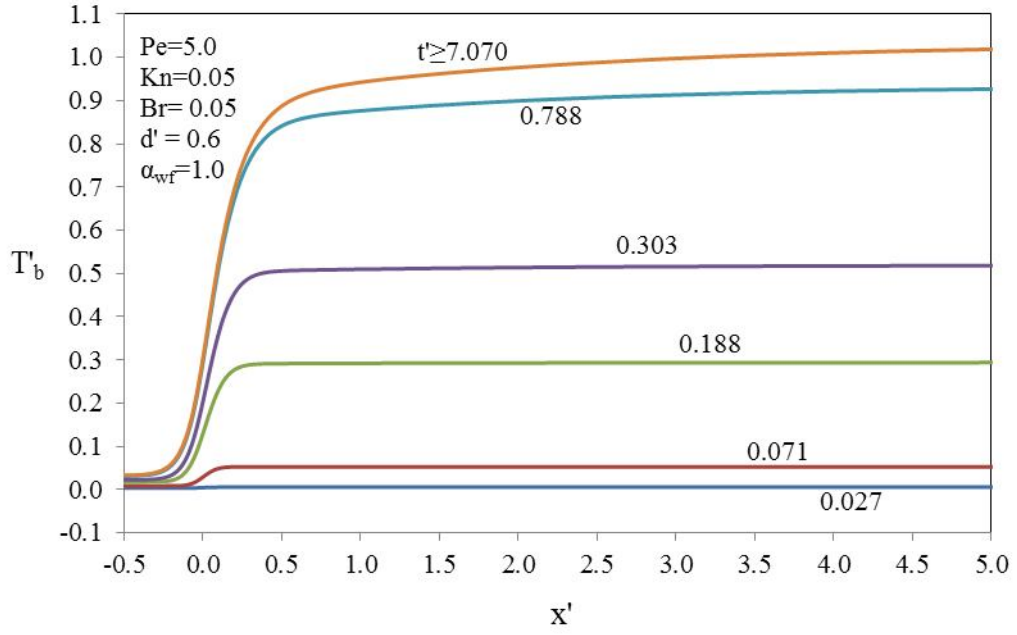
Şekil 5.125. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=1.0$)



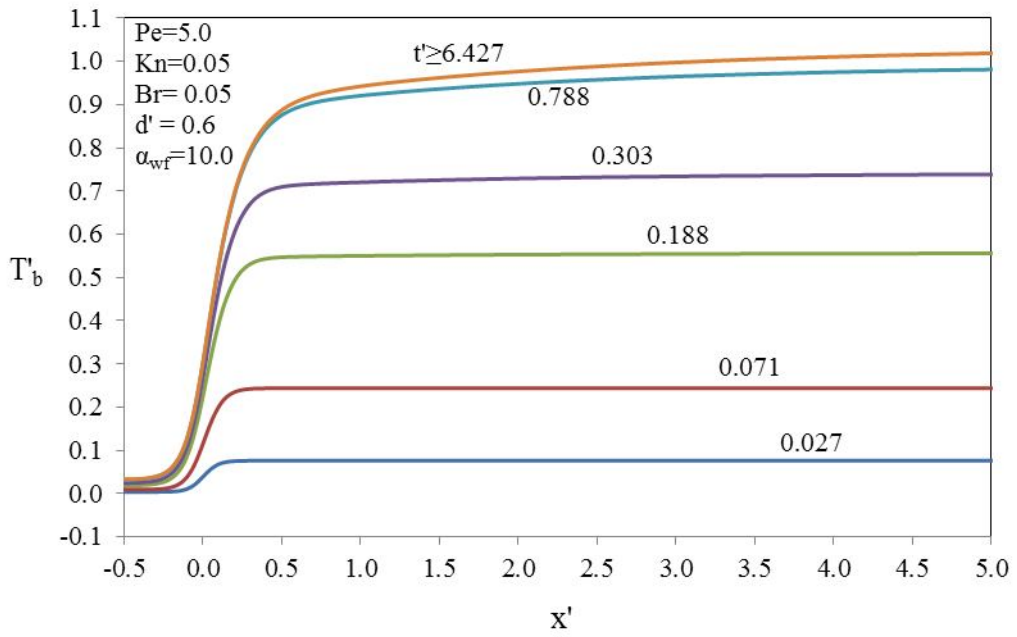
Şekil 5.126. Ara yüzey sıcaklığı eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=10.0$)



Şekil 5.127. Yığık sıcaklık eksenel dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=0.1$)

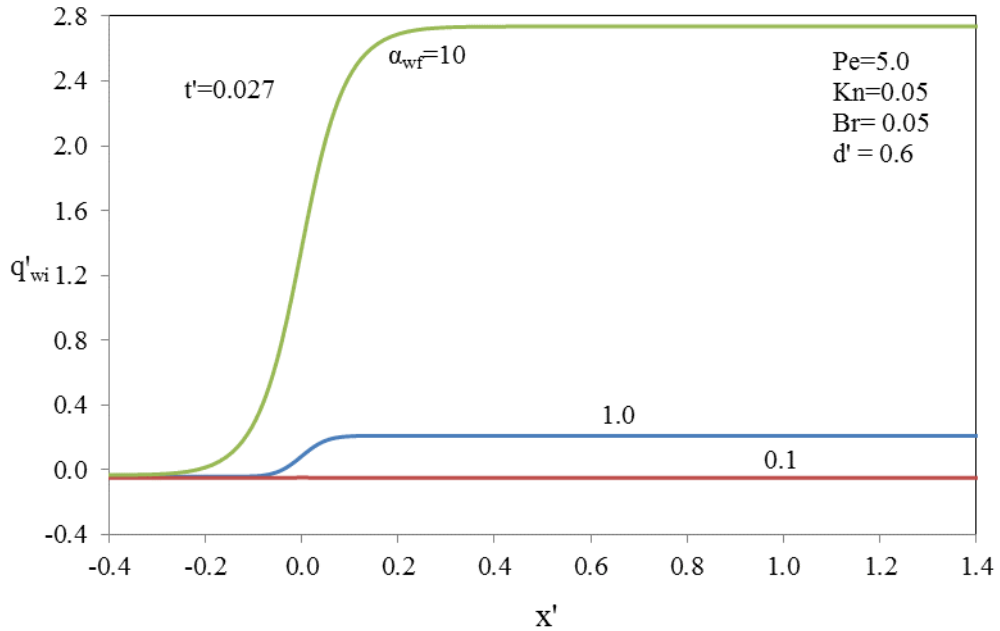


Şekil 5.128. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=1.0$)

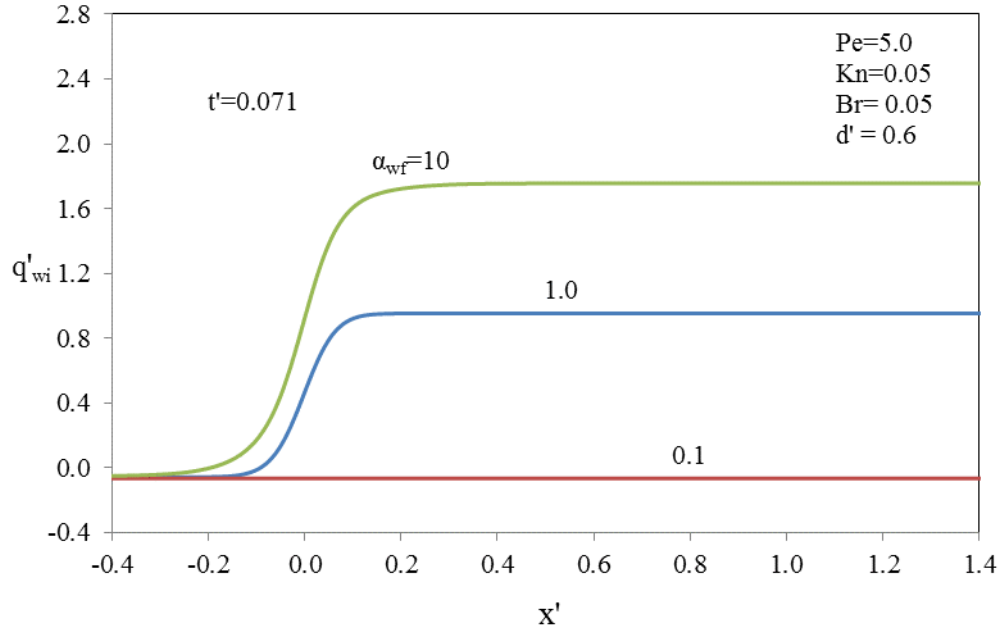


Şekil 5.129. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının zamana göre değişimi ($\alpha_{wf}=10.0$)

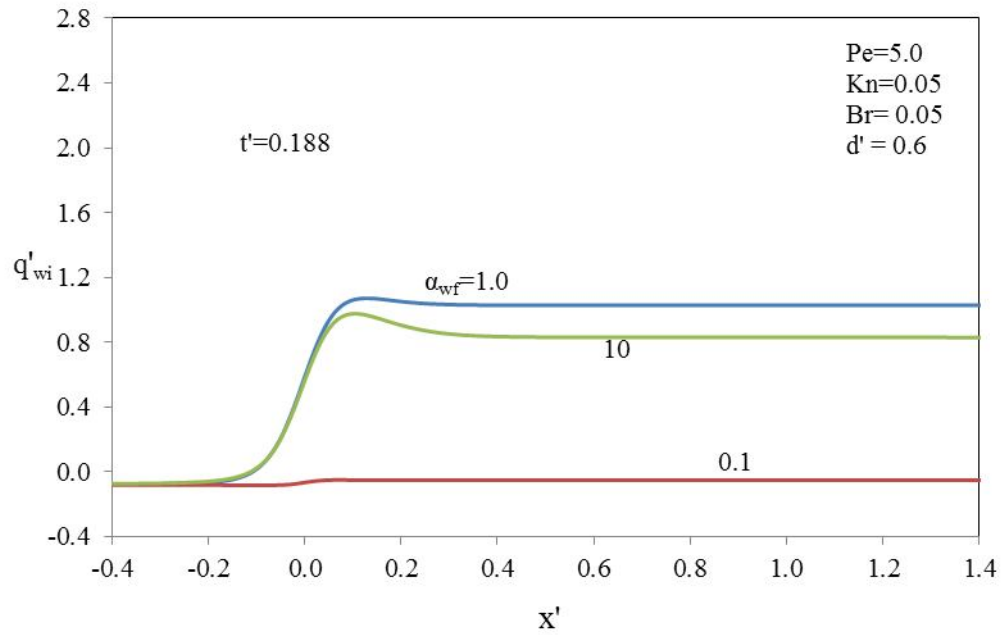
Altı farklı zaman adımı için α_{wf} 'in ara yüzey ısı akısına etkisi Şekil 5.130-5.135'de verilmiştir. Isı yayılım katsayısının ısı akısına etkisini özellikle başlangıç ve ara zaman adımlarında gösterdiği sürekli rejimde ise etkisinin hemen hemen hiç olmadığı görülmektedir. α_{wf} 'nin büyük olması ile ilk zaman adımlarında cidar bölgesinde hızlı ısı yayılımından dolayı ısı akısı pik değerleri diğer zaman adımlarına göre çok daha yüksek olmaktadır. Ayrıca cidardaki hızlı ısı transferinden dolayı aksel iletim ile üst akış bölgesine geçen ısıdan kaynaklanan cidar-akışkan ısı akısının üst akış bölgesinde daha uzun mesafeye yayılmasına neden olmaktadır.



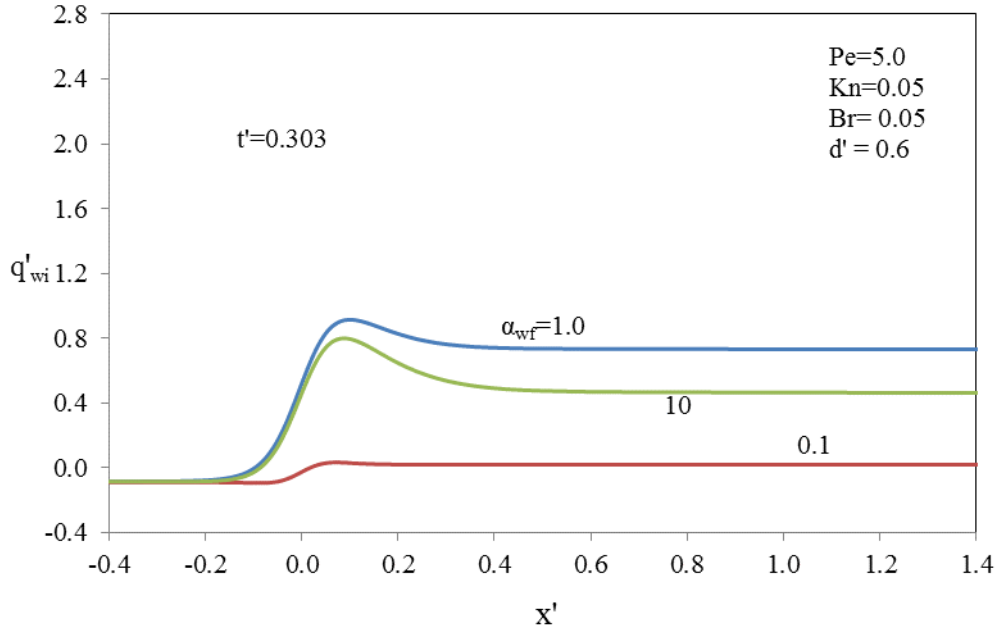
Şekil 5.130. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



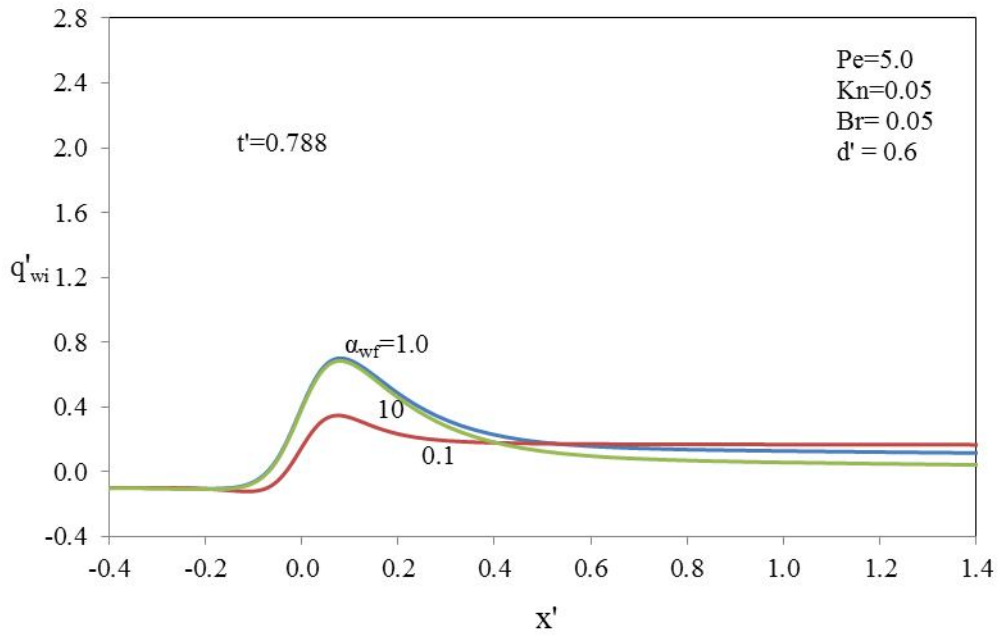
Şekil 5.131. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



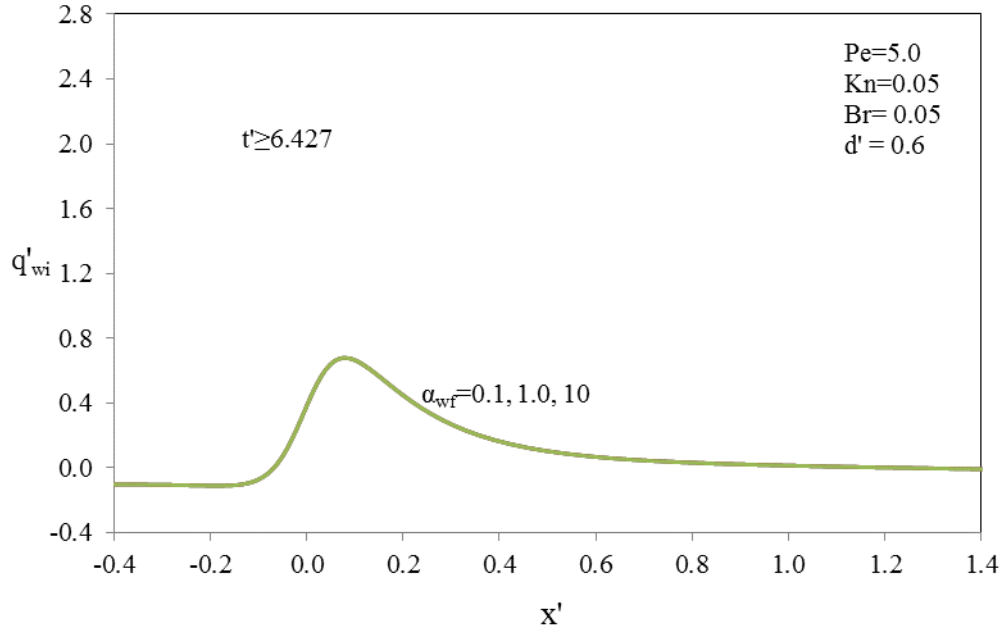
Şekil 5.132. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.133. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

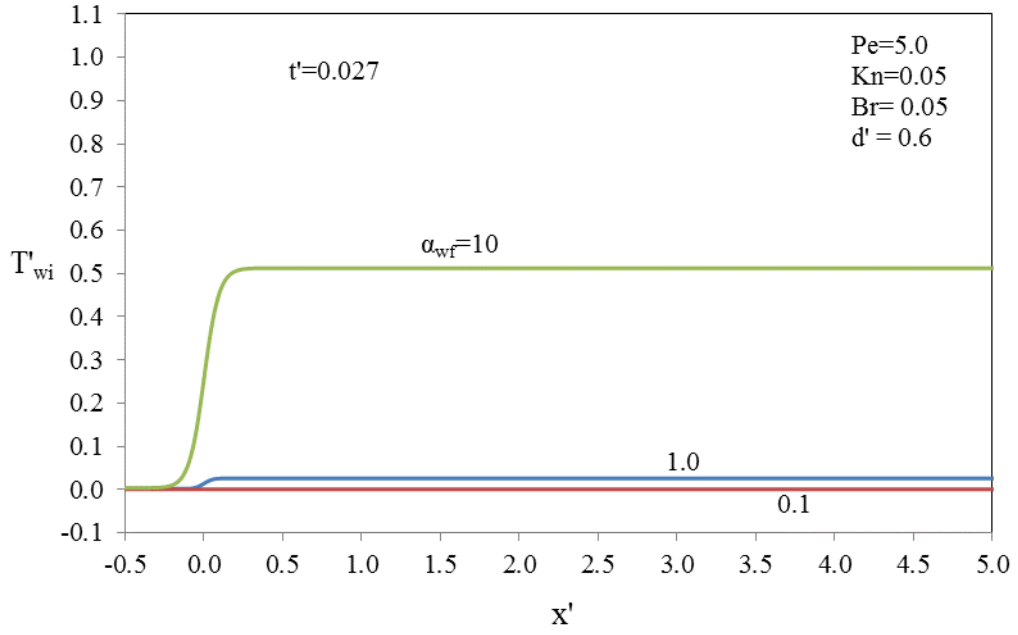


Şekil 5.134. Ara yüzey ısı akısı aksel dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.788$)

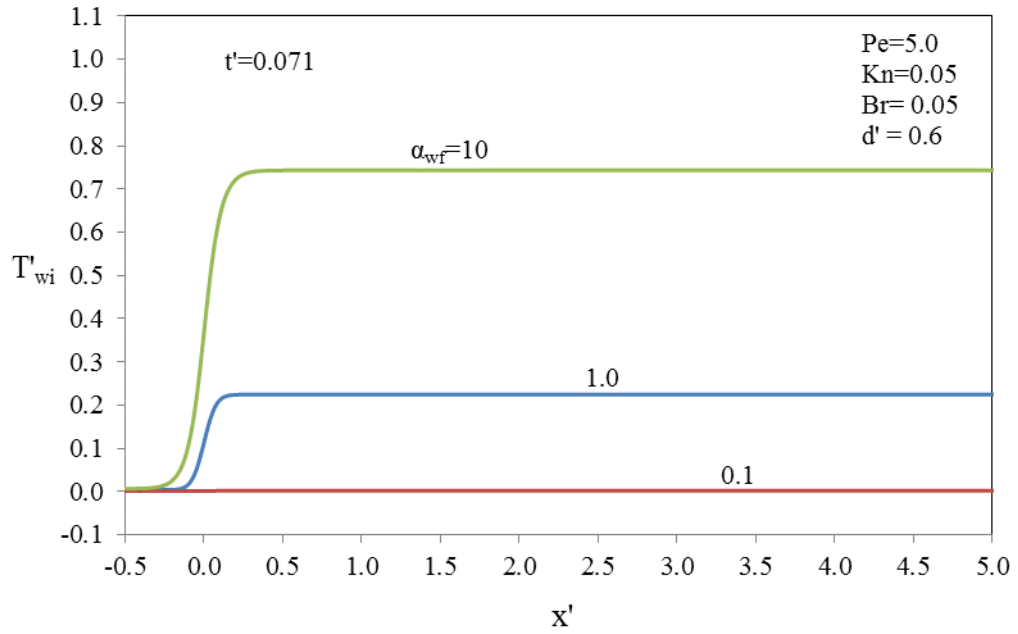


Şekil 5.135. Ara yüzey ısı akısı aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t' \geq 6.427$)

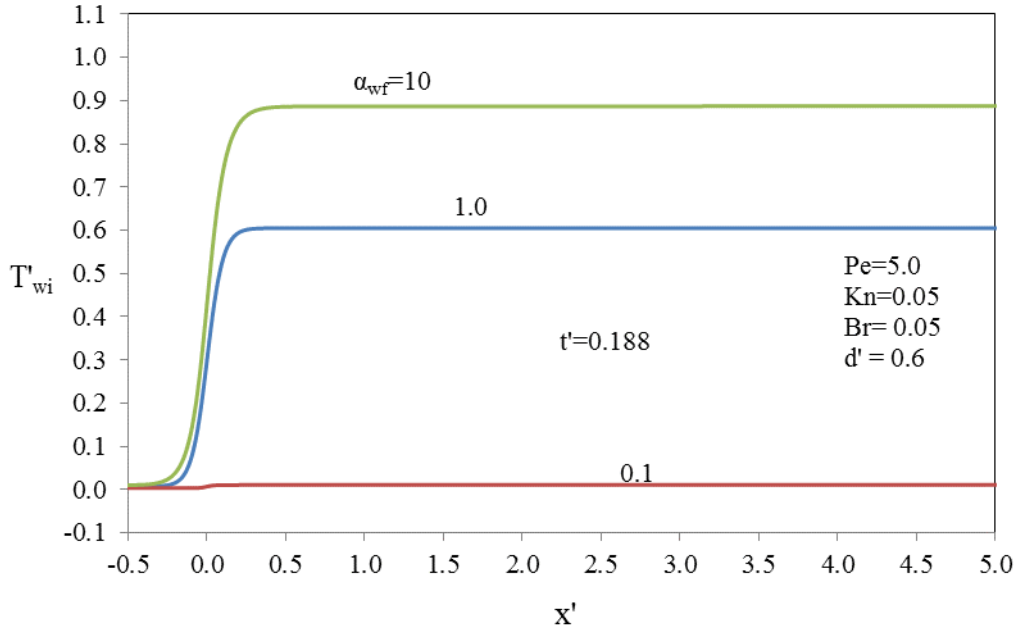
Isıl yayılım katsayısının, altı farklı zaman adımı için ara yüzey sıcaklığına ve yığık sıcaklığa etkileri sırasıyla Şekil 5.136-5.141 ve Şekil 5.142-5.147'de verilmiştir. Büyük cidar ısı yayılım katsayısı, cidarda ısının hızlı bir şekilde iletilmesini sağlamak ve dolayısıyla ara yüzey sıcaklık değerinin sürekli rejim değeri olan $T' = 1.0$ 'e ulaşması çok kısa bir zaman diliminde gerçekleşmektedir. Küçük ısı yayılım katsayısı oranlarında cidar ısıl ataletinin yenilmesi uzun zaman aldığından ara yüzey sıcaklık profili ilk zaman adımlarında neredeyse hiç değişmemektedir. Yığık sıcaklık profilleri de ara yüzey sıcaklığına bağlı olarak geliştiği için başlangıç ve ara zaman adımlarında küçük α_{wf} değerleri için yığık sıcaklıklar küçük olmakta ve her bir zaman adımında çok az artmaktadır. Sürekli rejimde ise ısı akısı eğrileri beklendiği gibi tüm α_{wf} değerleri için aynı olmaktadır.



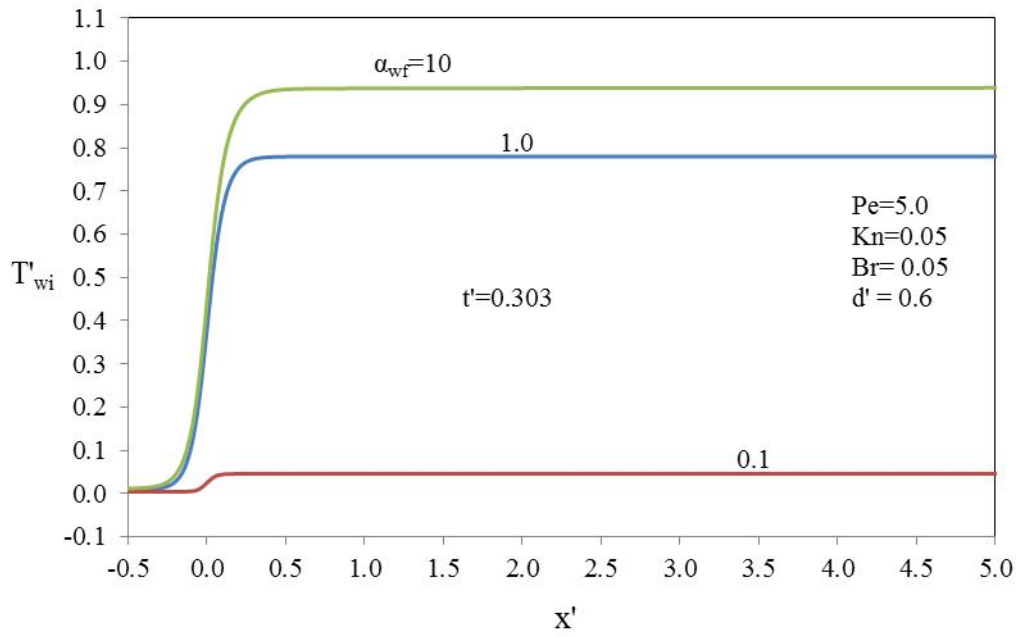
Şekil 5.136. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



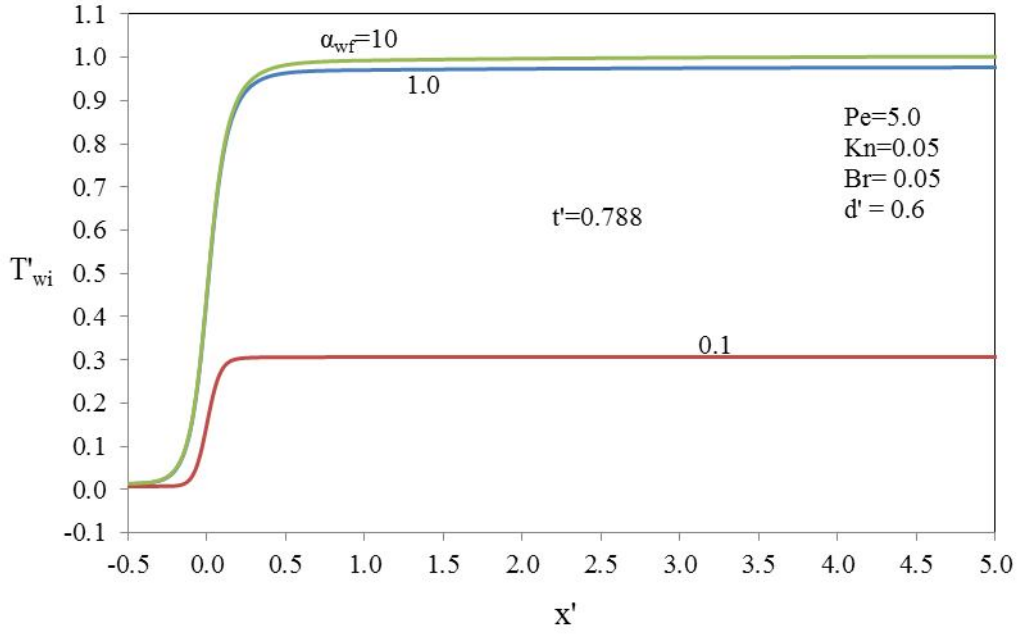
Şekil 5.137. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



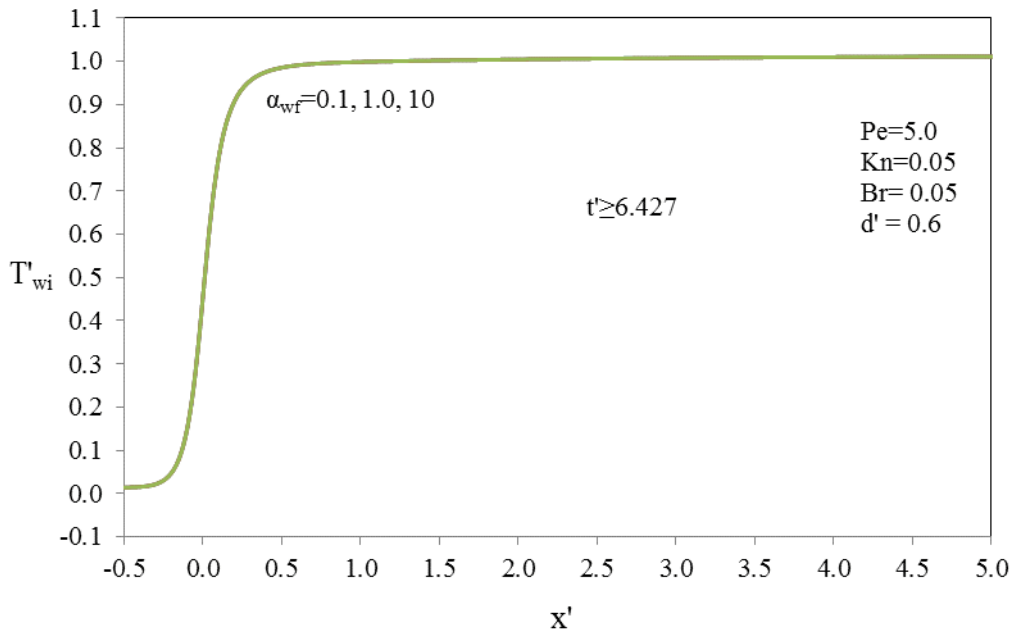
Şekil 5.138. Ara yüzey sıcaklığı aksel dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



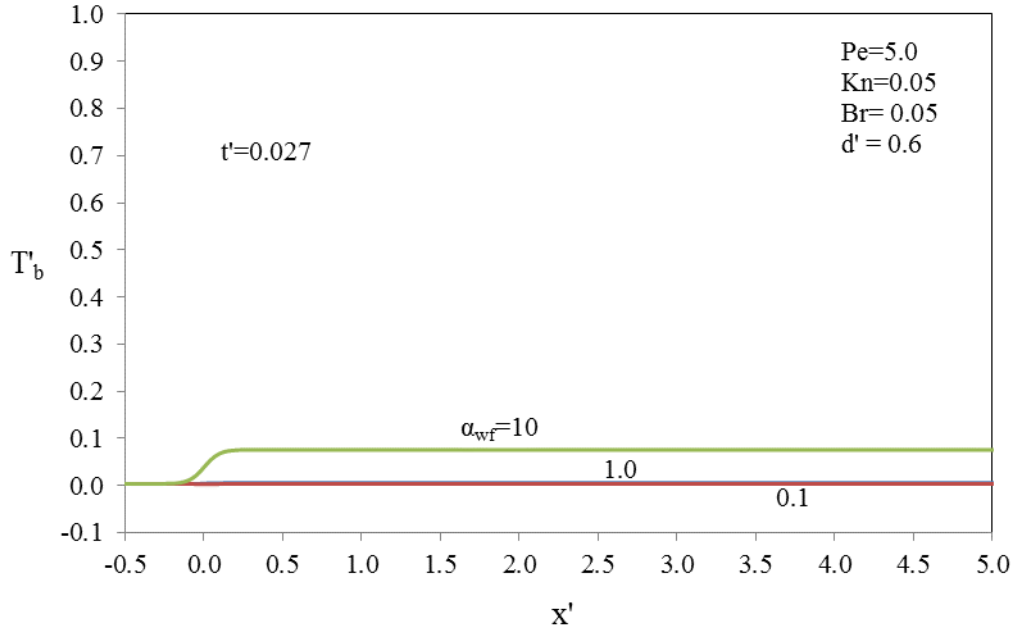
Şekil 5.139. Ara yüzey sıcaklığı aksel dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



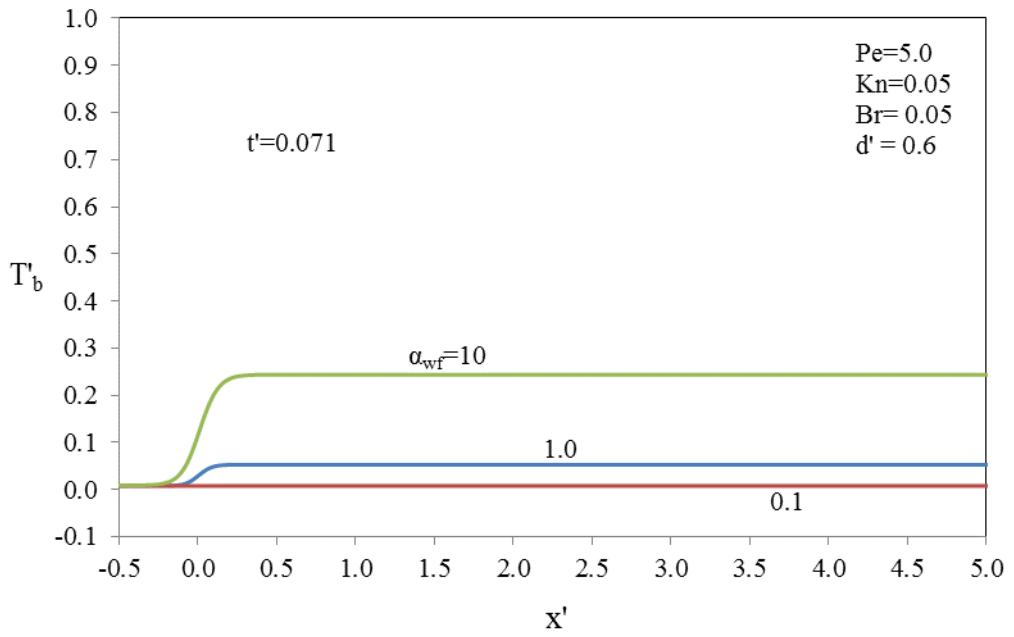
Şekil 5.140. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t' = 0.788$)



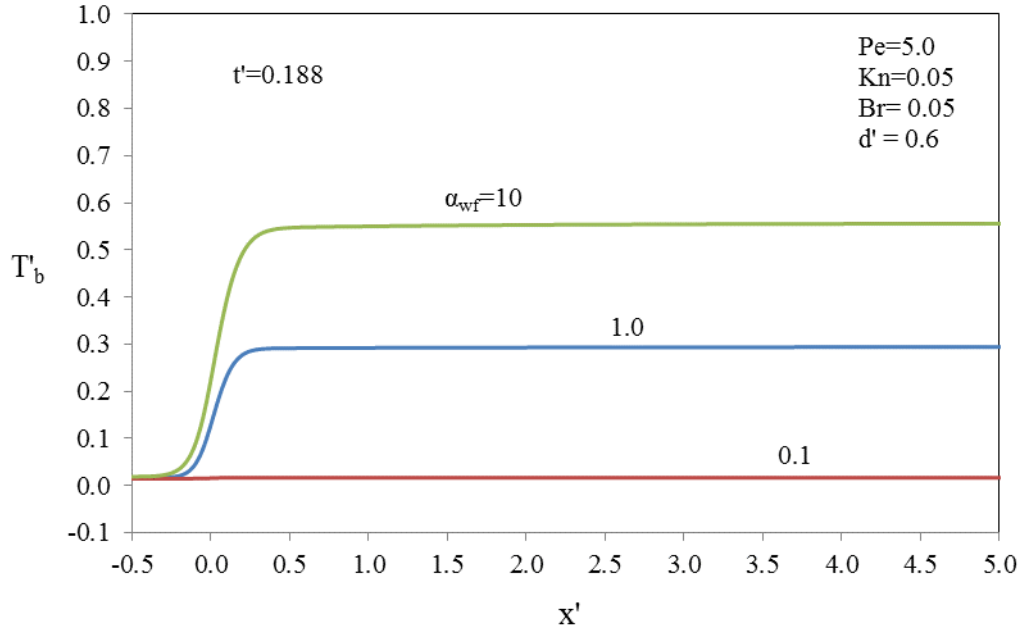
Şekil 5.141. Ara yüzey sıcaklığı aksenal dağılımının ısıl yayılım katsayısı ile değişimi ($t' \geq 6.427$)



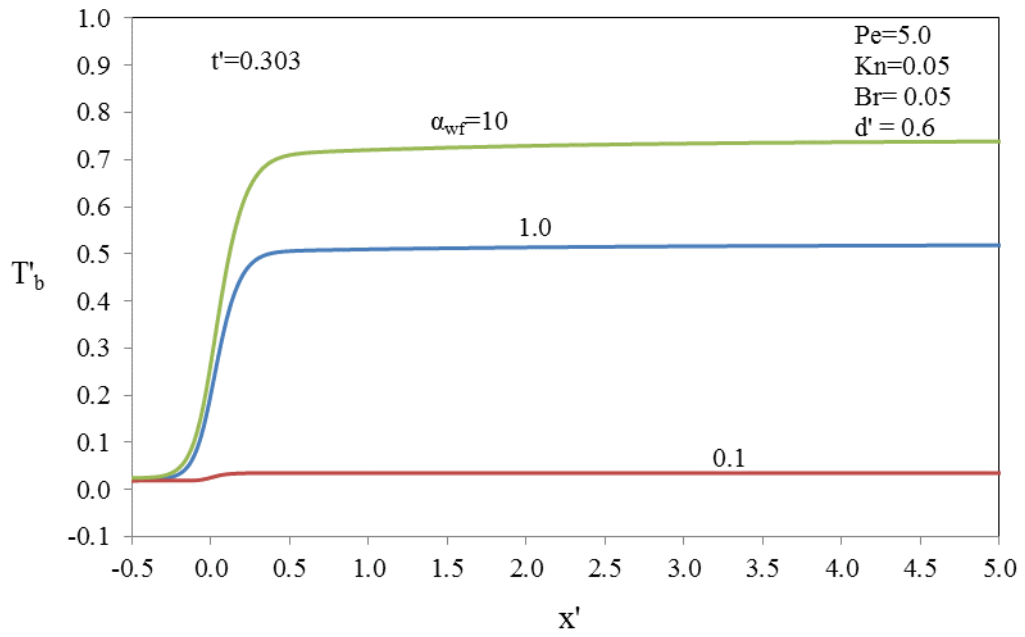
Şekil 5.142. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.027$)



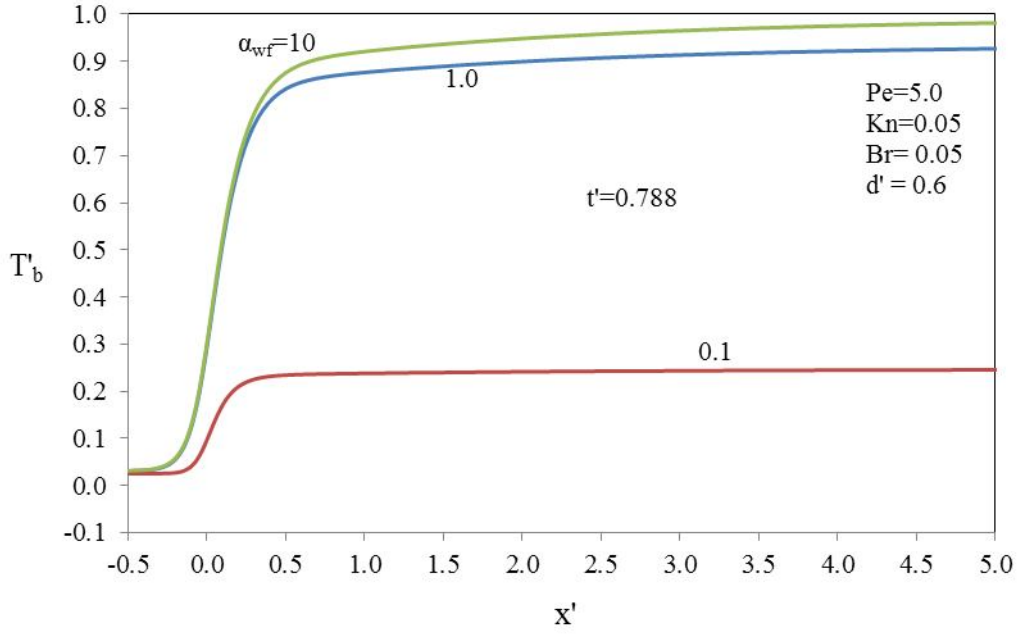
Şekil 5.143. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.071$)



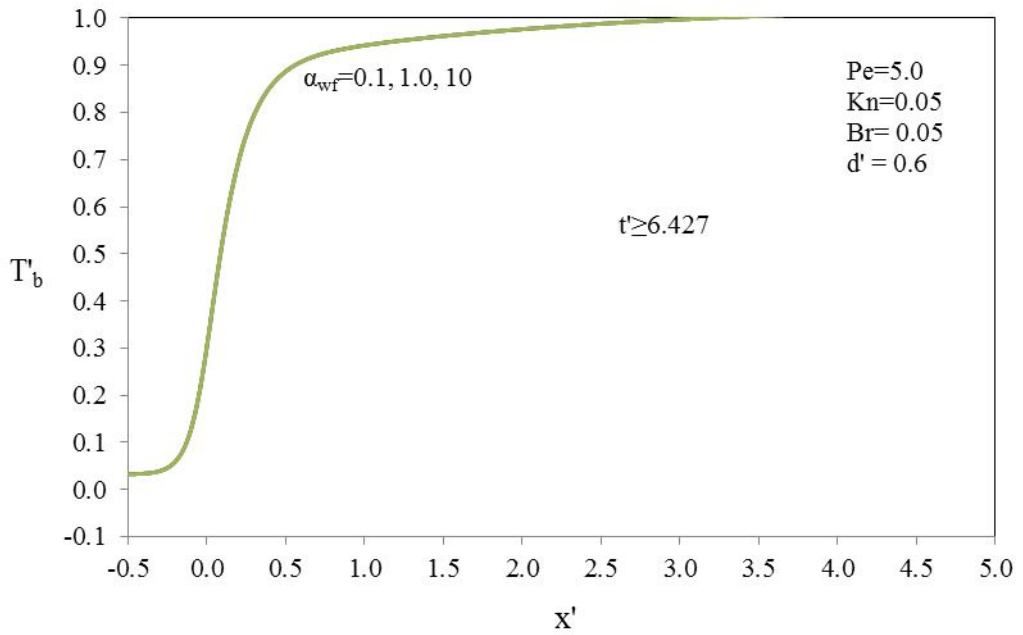
Şekil 5.144. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.188$)



Şekil 5.145. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.303$)



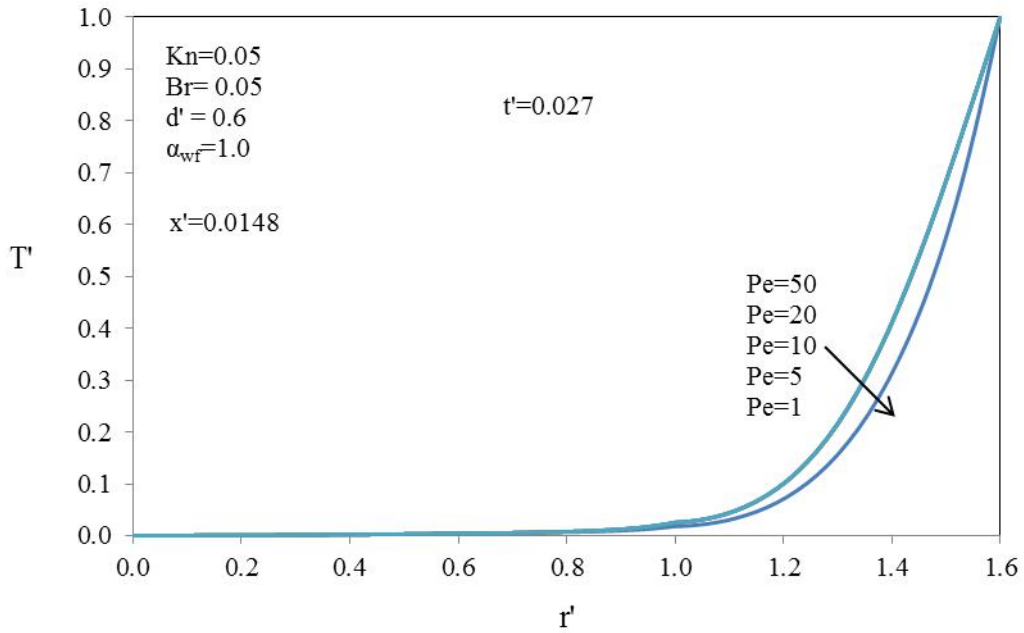
Şekil 5.146. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.788$)



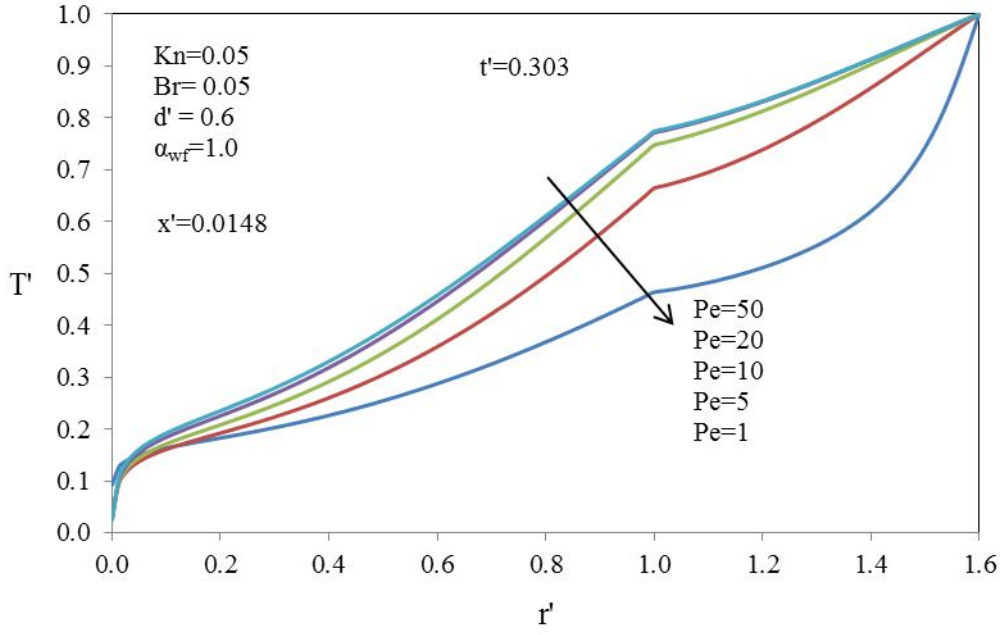
Şekil 5.147. Yığık sıcaklık aksenal dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t' \geq 6.427$)

Sonuçları farklı bir yönden değerlendirmek amacı ile ısı gelişme bölgesinde sıcaklık değişiminin hızlı gerçekleştiği $x' = 0.0148$ aksenal konumunda, Peclet sayısı (Pe), Knudsen sayısı (Kn), Brinkman sayısı (Br), cidar kalınlık oranı (d') ve ısı yayılım katsayısı oranı (α_{wf})'nin üç farklı zaman adımında radyal sıcaklık dağılımına etkileri Şekil 5.148-5.150'de verilmiştir.

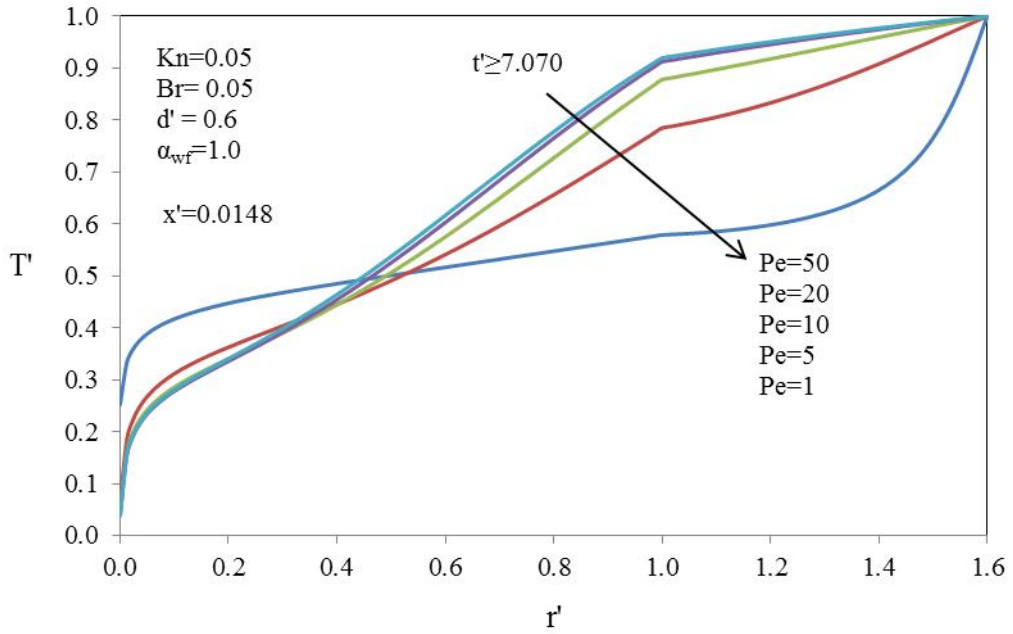
Değişen Pe değerlerinde ilk zaman adımında aksenal iletimin etkisi görülmesine de ilerleyen zaman adımında ve özellikle sürekli rejimde düşük Pe değerlerinde aksenal iletimin etkisinin arttığı ve $Pe = 1.0$ için cidardaki sıcaklık düşüşünün hızlı olduğu anlaşılmaktadır.



Şekil 5.148. Radyal sıcaklık dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)

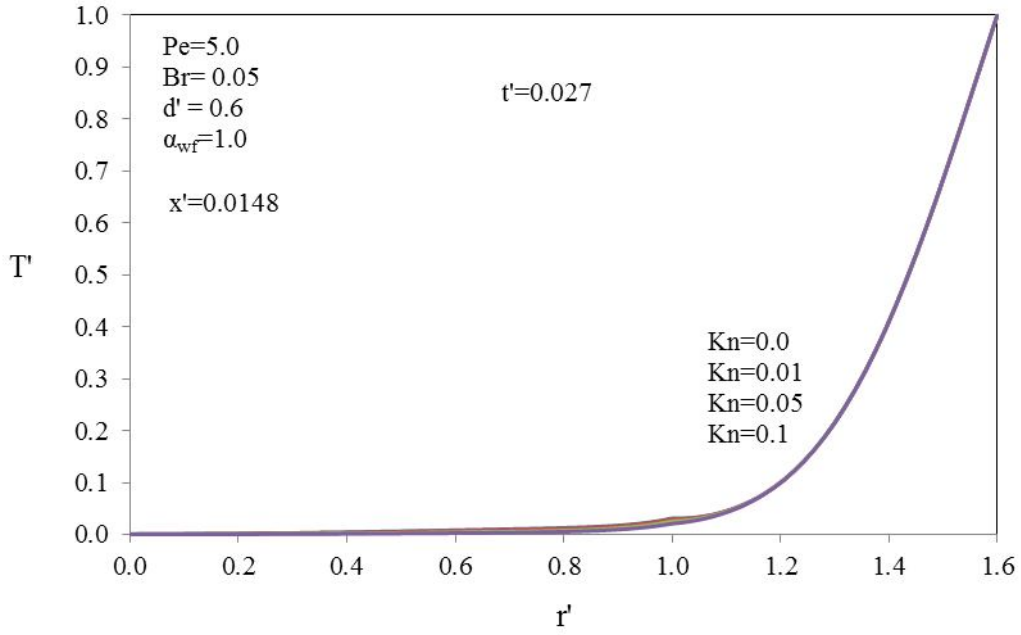


Şekil 5.149. Radyal sıcaklık dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

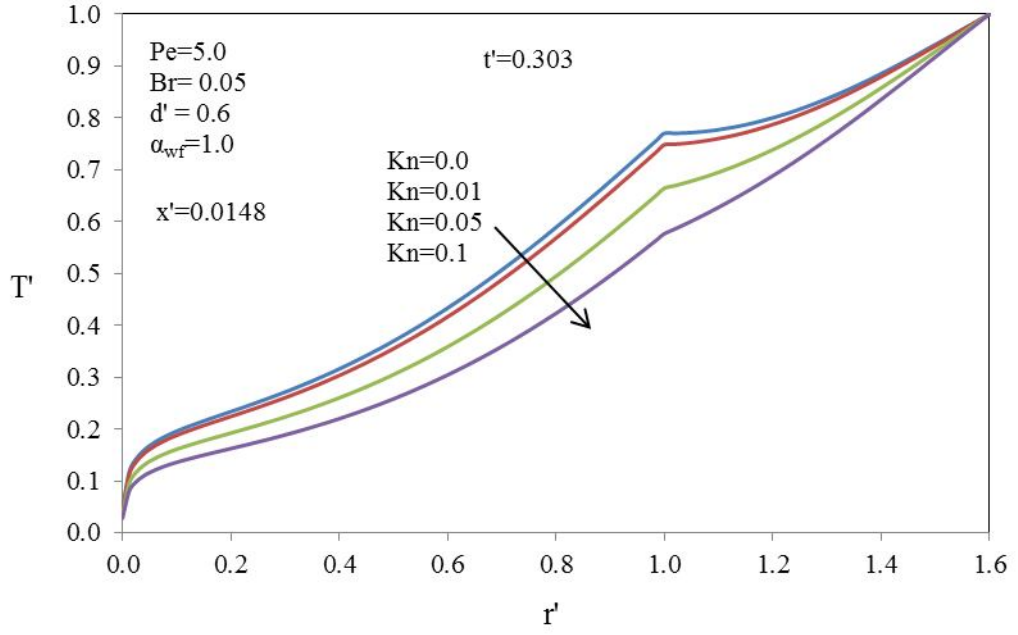


Şekil 5.150. Radyal sıcaklık dağılımının Peclet sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

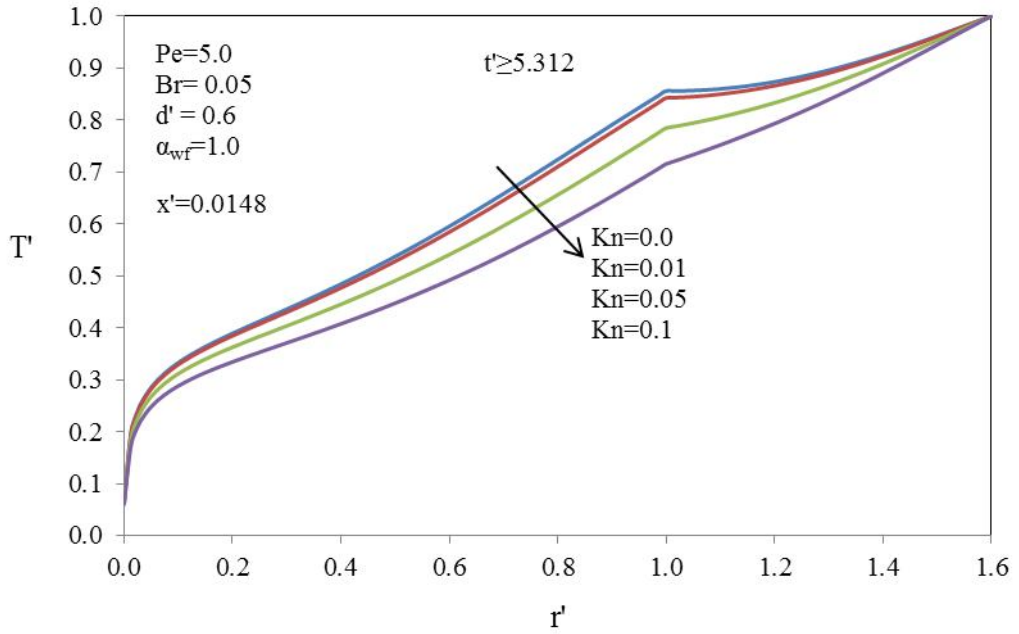
Şekil 5.151-5.153 incelendiğinde farklı Kn değerleri için özellikle ilerleyen zaman adımlarında Kn sayısı (akışkan seyrelme etkisi) arttıkça sıcaklık değerlerinde azalmalar olduğu ve bu etkinin en çok ara yüzeyde meydana geldiği, kanal eksenine yaklaştıkça ($r' = 0$ civarında) akışkan seyrelme etkisinin zayıfladığı görülmektedir.



Şekil 5.151. Radyal sıcaklık dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)

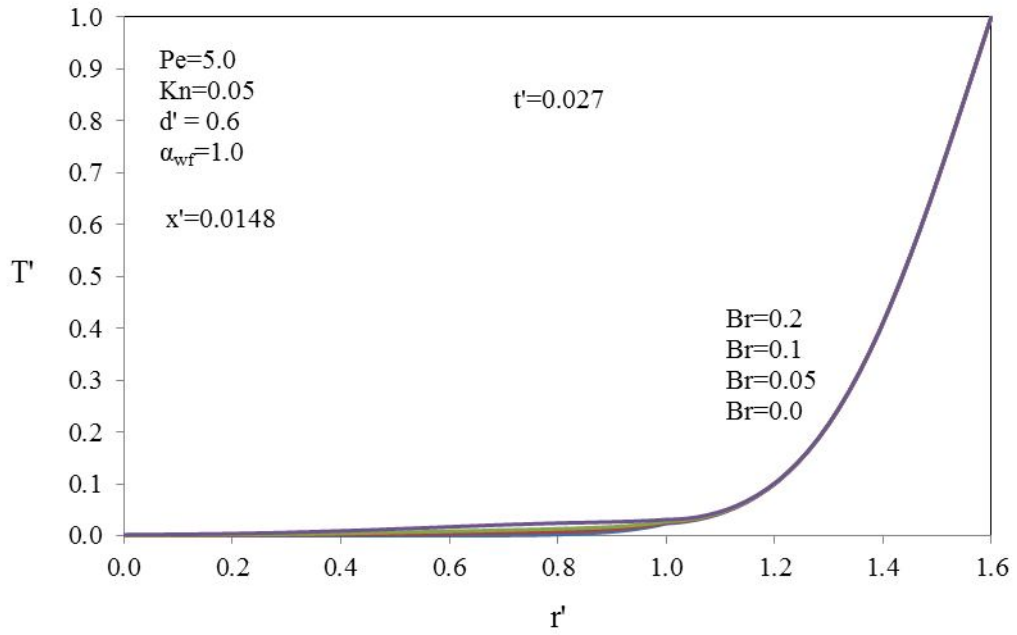


Şekil 5.152. Radyal sıcaklık dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

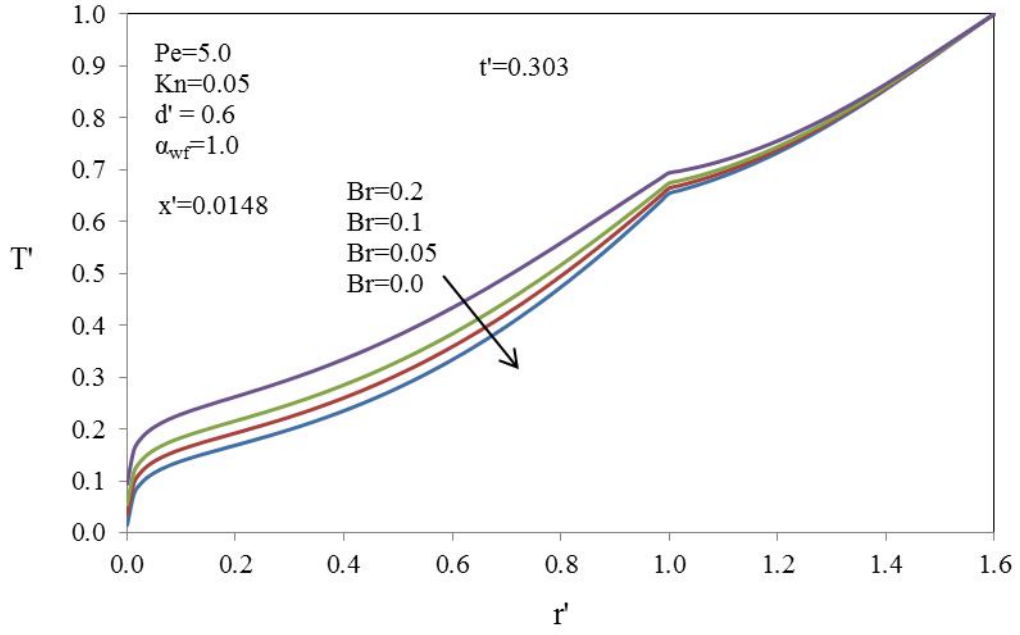


Şekil 5.153. Radyal sıcaklık dağılımının Knudsen sayısı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

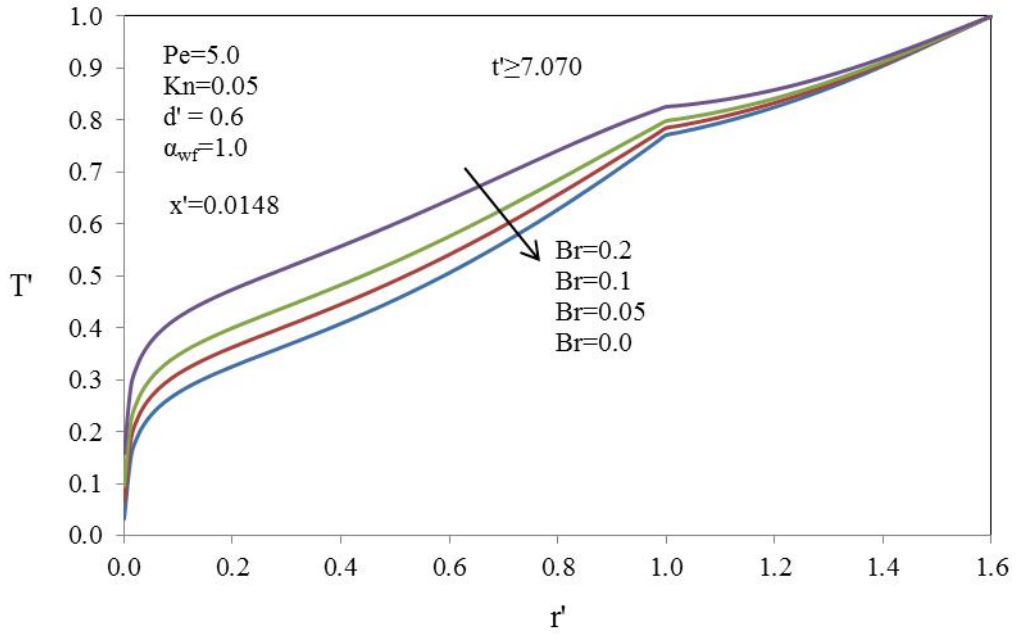
Viskoz ısınmanın etkileri için çizilen Şekil 5.154-5.156 incelendiğinde ilerleyen zamanlarda ve sürekli rejimde viskoz ısınmanın etkisi ile akışkan sıcaklığı artmakta ve bu artış cidar ile akışkan arasındaki sıcaklık farkının ve geçen ısı akısının azalmasına yol açmaktadır.



Şekil 5.154. Radyal sıcaklık dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.027$)

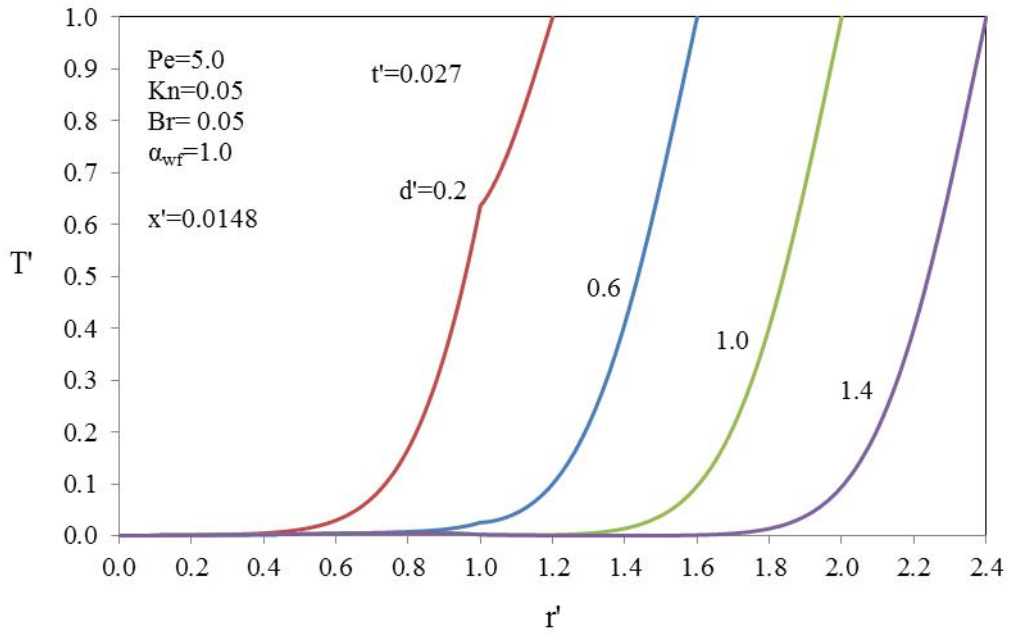


Şekil 5.155. Radyal sıcaklık dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

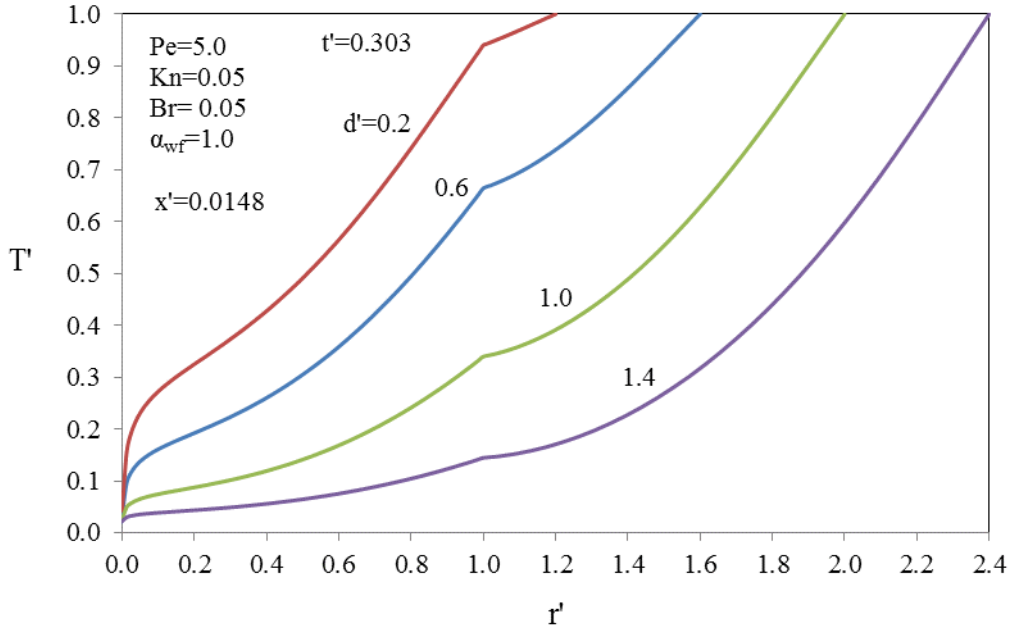


Şekil 5.156. Radyal sıcaklık dağılımının Brinkman sayısı ile değişimi ($t' \geq 7.070$)

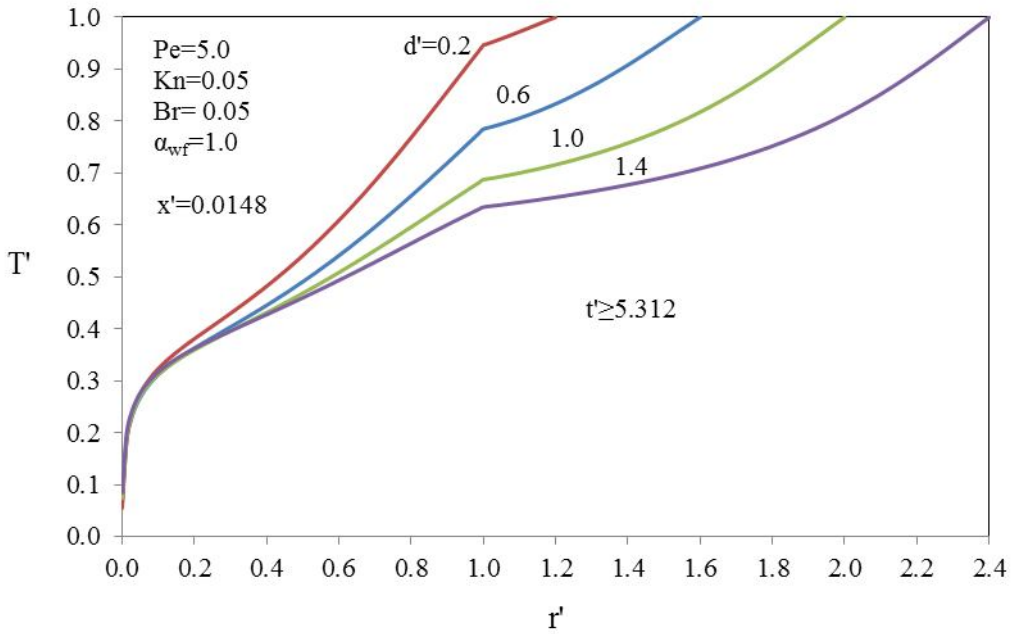
Şekil 5.157-5.159' e bakıldığında ince cidarlı kanallarda ısıl ataletin düşük olmasından dolayı akışkana ısı geçişinin hızlı olduğu, cidar kalınlığının artışı ile (mikro kanal yapısı gereği) ısıl ataletin arttığı ve cidar sıcaklığının azalmasından dolayı ısı akısının zayıflayarak akışkan sıcaklığının da düştüğü görülmektedir.



Şekil 5.157. Radyal sıcaklık dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi (t'=0.027)

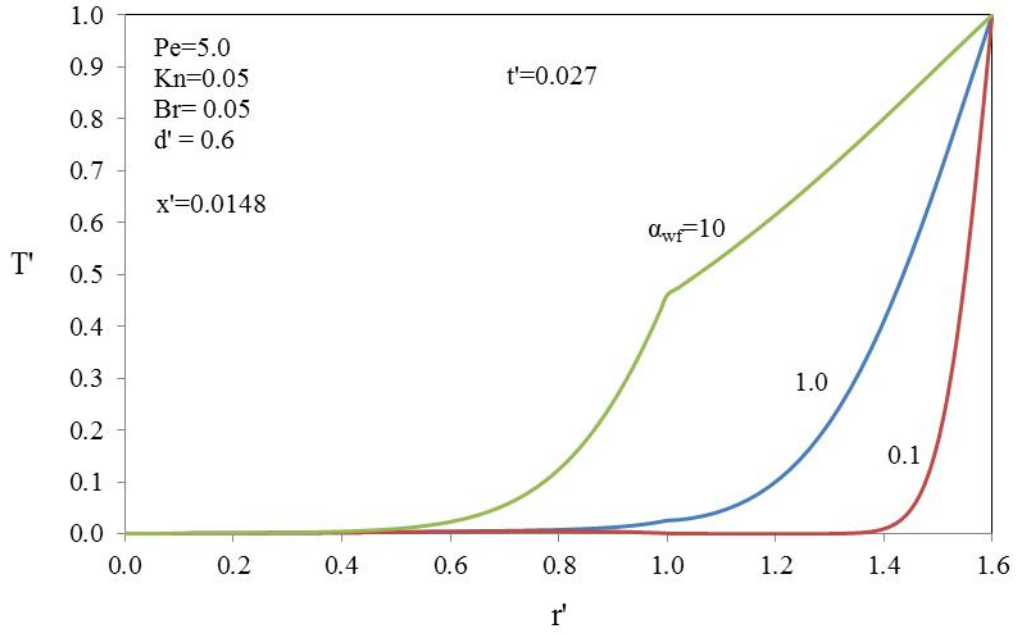


Şekil 5.158. Radyal sıcaklık dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t'=0.303$)

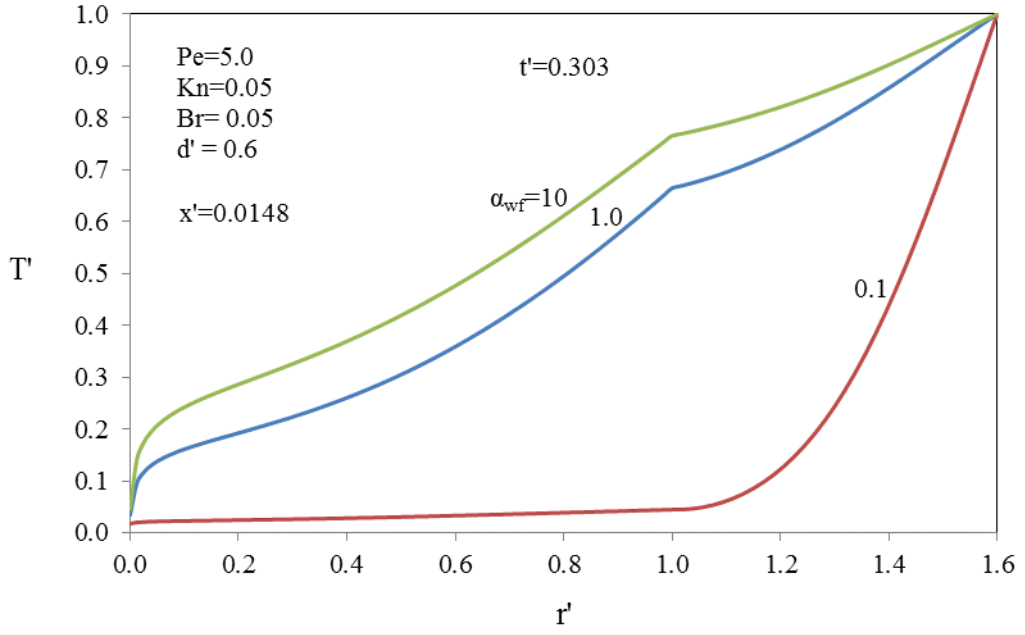


Şekil 5.159. Radyal sıcaklık dağılımının cidar kalınlık oranı ile değişimi ($t' \geq 5.312$)

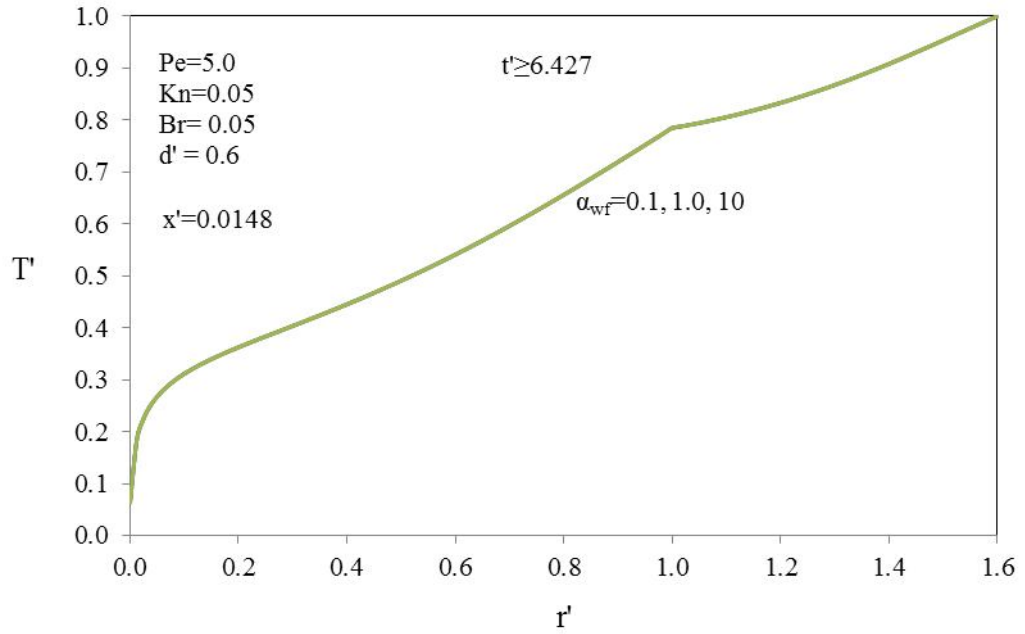
Şekil 5.160-5.162 incelendiğinde ısı yayılım katsayısının büyük olduğu durumlarda cidarda ısı iletiminin hızlı gerçekleştiği ve dolayısıyla akışkan sıcaklığının ilk zaman adımlarından itibaren hızla arttığı görülmektedir. Bunun yanında ilerleyen zaman adımlarında α_{wf} 'nin etkisi azalmakta ve sürekli rejimde kaybolmaktadır.



Şekil 5.160. Radyal sıcaklık dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.027$)

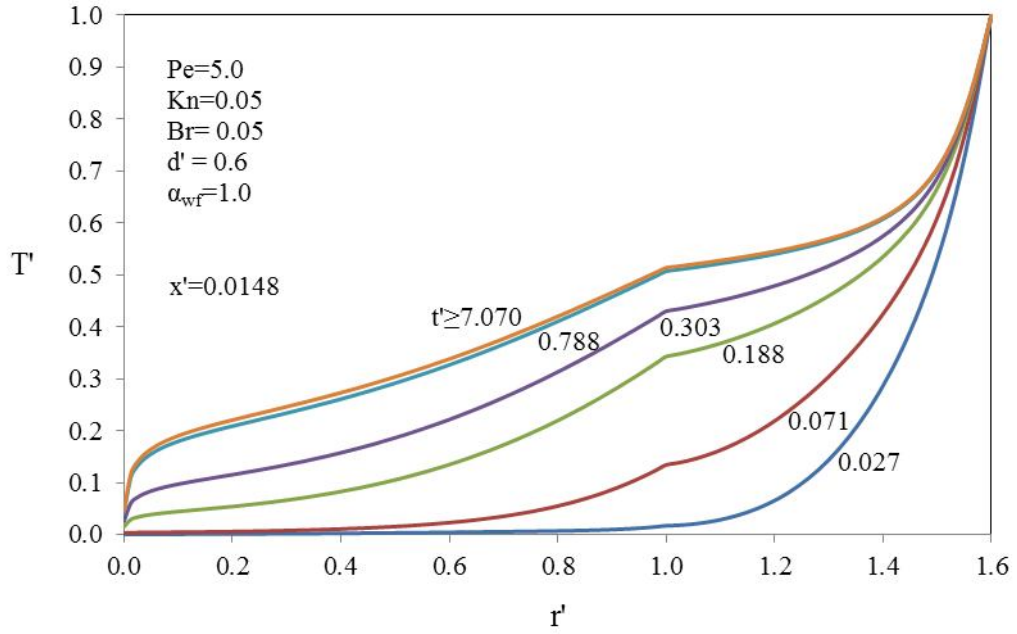


Şekil 5.161. Radyal sıcaklık dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t'=0.303$)

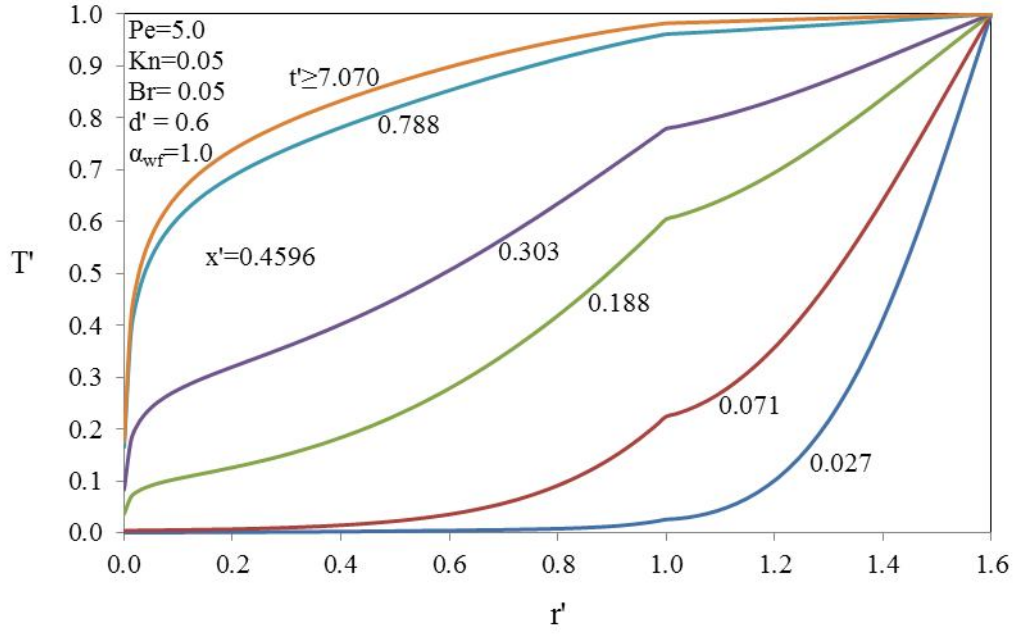


Şekil 5.162. Radyal sıcaklık dağılımının ısı yayılım katsayısı ile değişimi ($t' \geq 6.427$)

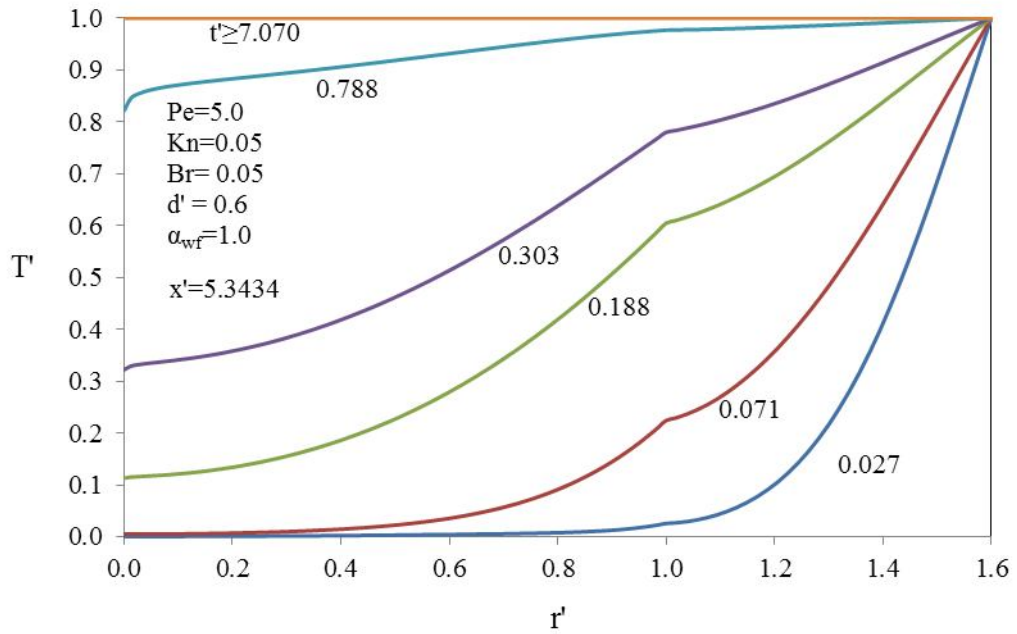
Şekil 5.163-5.165’de ortalama parametreler ile üç farklı aksenal konumda radyal yönde sıcaklık dağılımının zamana göre değişimleri görülmektedir. Şekillerden cidarda sıcaklık artışının akışkan tarafına nazaran daha hızlı olduğu, ısıl gelişme bölgesinin sonuna doğru sürekli rejimde sıcaklık profillerinin $T' = 1.0$ ’e ulaştığı görülmektedir.



Şekil 5.163. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($x'=0.0148$)



Şekil 5.164. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($x'=0.4596$)



Şekil 5.165. Radyal sıcaklık dağılımının zamana göre değişimi ($x'=5.3434$)

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada mikro kanallarda aksel iletim ve viskoz etkiler altında hidrodinamik olarak gelişmiş ısı olarak gelişmekte olan laminer akışta geçici rejim birleşik ısı transferi sayısal olarak incelenmiş ve aksel iletimin etkisini gösteren Peclet sayısı (Pe), kayma sınır şartının etkisini ifade eden Knudsen sayısı (Kn), viskoz ısınmanın etkisini belirleyen Brinkman sayısı (Br), cidar kalınlığı oranı (d') ve ısı yayılım katsayısı oranı (α_{wf})'nin ısı transferine ve sıcaklık dağılımına etkileri irdelenmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- $Pe=5.0$ için cidar ve akışkan aksel iletiminin önemli olduğu, dolayısıyla aksel yönde ısı transferinin özellikle kalın cidar yapısına sahip mikro kanallarda dikkate alınması gerektiği ve aksel iletimin büyük Peclet değerlerinde ($Pe \geq 50$) ihmal edilebilir olduğu görülmüştür.
- Elde edilen sonuçlara göre artan Kn sayısı, ısı akısında zayıflatıcı etki meydana getirmektedir. Bu da akışkan seyrelmesi (“ λ ” moleküler boşluğun artması) yani moleküler düzeydeki ısı transferi mekanizmasının zayıflamasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla akışkan olarak hava gibi gaz fazında akışkanlar seçildiğinde akışkan seyrelme etkisinin mutlaka dikkate alınması gerekmektedir.
- $Br = 0$ değerinde cidar aksel iletimi ile birlikte üst akış bölgesinde cidar sıcaklığı artmakta ve cidardan akışkana doğru ısı akısı oluşmaktadır. Brinkman sayısının artması, yani viskoz ısınma ile cidara göre akışkan sıcaklığındaki artış akışkandan cidara doğru ters yönlü ısı akısı meydana getirirken, alt akış bölgesinde ise cidardan akışkana olan ısı akısında azalmaya neden olmuştur. İlerleyen zamanlarda ve sürekli rejimde ise viskoz ısınma akışkan bölgesinde sıcaklık artışına neden olmakta ve alt akış bölgesinde zıt yönlü bir ısı akısı meydana getirmektedir.
- Cidar aksel iletiminde büyük öneme sahip olan cidar kalınlığı (d') ve ısı yayılım katsayısı oranı (α_{wf}) mikro kanal yapılarında dikkatle irdelenmelidir. Cidar kalınlığı arttıkça (mikro kanal yapısı gereği) ve

küçük α_{wf} değerlerinde ısı aksel olarak yayılmakta dolayısıyla ısı akısı maksimum değerleri azalmakta ve sürekli rejime ulaşma süresi cidar kalınlığı ile doğru, ısı yayılım katsayısı ile ters orantılı olarak artmaktadır.



KAYNAKLAR

- Ameel TA, Wang X, Barron RF, Warrington RO, 1997. Laminar forced convection in a circular tube with constant heat flux and slip flow. *Microscale Thermophysical Engineering*, 1, 4, 303-20.
- Ateş A, Darıcı S, Bilir Ş, 2010. Unsteady conjugated heat transfer in thick walled pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction with uniform heat flux boundary condition. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 23, 5058-64.
- Avcı M, Aydın O, Arıcı ME, 2012. Conjugate heat transfer with viscous dissipation in a microtube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55, 19, 5302-8.
- Aziz A, Niedbalski N, 2011. Thermally developing microtube gas flow with axial conduction and viscous dissipation. *International Journal of Thermal Sciences*, 50, 3, 332-40.
- Bahrami H, Bergman TL, Faghri A, 2012. Forced convective heat transfer in a microtube including rarefaction, viscous dissipation and axial conduction effects. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55, 23, 6665-75.
- Barletta A, Di Schio ER, 2000. Periodic forced convection with axial heat conduction in a circular duct. *International journal of heat and mass transfer*, 43, 16, 2949-60.
- Barron RF, Wang X, Ameel TA, Warrington RO, 1997. The Graetz problem extended to slip-flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 40, 8, 1817-23.
- Barron RF, Wang X, Warrington RO, Ameel T, 1996. Evaluation of the eigenvalues for the Graetz problem in slip-flow. *International communications in heat and mass transfer*, 23, 4, 563-74.
- Bilir Ş, 1992. Numerical solution of Graetz problem with axial conduction. *Numerical Heat Transfer*, 21, 4, 493-500.
- Bilir Ş, 1995. Laminar flow heat transfer in pipes including two-dimensional wall and fluid axial conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38, 9, 1619-25.
- Bilir Ş, 2002. Transient conjugated heat transfer in pipes involving two-dimensional wall and axial fluid conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 8, 1781-8.

- Bilir Ş, Ateş A, 2003. Transient conjugated heat transfer in thick walled pipes with convective boundary conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 14, 2701-9.
- Char M-I, Tai B-C, 2010. Effects of viscous dissipation on slip-flow heat transfer in a micro annulus. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 7, 1402-8.
- Çetin B, Yazicioglu AG, Kakac S, 2008. Fluid flow in microtubes with axial conduction including rarefaction and viscous dissipation. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, 5, 535-44.
- Dağtekin I, Öztop HF, 2000. İçİçe Yerlestirilmis Borularda Laminer Akısta Isı Transferinin İncelenmesi. *Turk J Engin Environ Sci*, 24, 193-202.
- Darıcı S, Bilir Ş, Ateş A, 2015. Transient conjugated heat transfer for simultaneously developing laminar flow in thick walled pipes and minipipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 84, 1040-8.
- Demsis A, Verma B, Prabhu S, Agrawal A, 2010. Heat transfer coefficient of gas flowing in a circular tube under rarefied condition. *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 10, 1994-9.
- DuChateau P, Zachmann DW, 1986. *Schaum's outline of theory and problems of partial differential equations*, McGraw-Hill New York, p. 144.
- Faghri M, Sparrow E, 1980. Simultaneous wall and fluid axial conduction in laminar pipe-flow heat transfer. *Journal of Heat Transfer*, 102, 1, 58-63.
- Hildebrand FB, 1962. *Advanced calculus for applications*, Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, p. 107.
- Jeong H-E, Jeong J-T, 2006. Extended Graetz problem including streamwise conduction and viscous dissipation in microchannel. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, 13, 2151-7.
- Kabar Y, Bessaïh R, Rebay M, 2013. Conjugate heat transfer with rarefaction in parallel plates microchannel. *Superlattices and Microstructures*, 60, 370-88.
- Kakac S, Yener Y, 1994. *Convective heat transfer*, CRC press, p. 1-.
- Kandlikar S, Garimella S, Li D, Colin S, King MR, 2005. *Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels*, Elsevier, p. 1-.
- Karniadakis G, Beskok A, Aluru N, 2006. *Microflows and nanoflows: fundamentals and simulation*, Springer Science & Business Media, p. 15.

- Lelea D, Cioabla AE, 2010. The viscous dissipation effect on heat transfer and fluid flow in micro-tubes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 37, 9, 1208-14.
- Li Z, He Y-L, Tang G-H, Tao W-Q, 2007. Experimental and numerical studies of liquid flow and heat transfer in microtubes. *International Journal of Heat and Mass transfer*, 50, 17, 3447-60.
- Niazmand H, Renksizbulut M, Saeedi E, 2008. Developing slip-flow and heat transfer in trapezoidal microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 25, 6126-35.
- Pagliarini G, 1988. Effects of axial conduction in the wall and the fluid on conjugate heat transfer in thick-walled circular tubes. *International communications in heat and mass transfer*, 15, 5, 581-91.
- Patankar S, 1980. *Numerical heat transfer and fluid flow*, CRC Press, p.
- Rahimi M, Mehryar R, 2012. Numerical study of axial heat conduction effects on the local Nusselt number at the entrance and ending regions of a circular microchannel. *International Journal of Thermal Sciences*, 59, 87-94.
- Renksizbulut M, Niazmand H, Tercan G, 2006. Slip-flow and heat transfer in rectangular microchannels with constant wall temperature. *International Journal of Thermal Sciences*, 45, 9, 870-81.
- Schutte DJ, Rahman M, Faghri A, 1992. Transient conjugate heat transfer in a thick-walled pipe with developing laminar flow. *Numerical Heat Transfer*, 21, 2, 163-86.
- Tiselj I, Hetsroni G, Mavko B, Mosyak A, Pogrebnyak E, Segal Z, 2004. Effect of axial conduction on the heat transfer in micro-channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47, 12, 2551-65.
- Wang G, Hao L, Cheng P, 2009. An experimental and numerical study of forced convection in a microchannel with negligible axial heat conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 3, 1070-4.
- Zhang S-X, He Y-L, Lauriat G, Tao W-Q, 2010. Numerical studies of simultaneously developing laminar flow and heat transfer in microtubes with thick wall and constant outside wall temperature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 19, 3977-89.

Zhang T, Jia L, Yang L, Jaluria Y, 2010. Effect of viscous heating on heat transfer performance in microchannel slip flow region. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53, 21, 4927-34.



EKLER

EK-1 Sayısal Türev ve İntegral

Newton-Gregory formülüne göre bir fonksiyonun herhangi bir k noktasındaki türevi, fonksiyonun bu noktadaki ve bu noktadan önce eşit aralıklarla dizilmiş bilinen üç noktadaki değerlerine göre şöyle hesaplanabilir (Hildebrand 1962).

$$f'(k) = \frac{1}{h} \left[\nabla f(k) + \frac{1}{2} \nabla^2 f(k) + \frac{1}{3} \nabla^3 f(k) \right] \quad (\text{Ek-1.1})$$

Burada h , noktalar arasındaki mesafedir. $\nabla f(k)$, $\nabla^2 f(k)$, $\nabla^3 f(k)$ ifadeleri ise şöyle tanımlanabilir.

$$\nabla f(k) = f(k) - f(k-h) \quad (\text{Ek-1.2})$$

$$\nabla^2 f(k) = [f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)] \quad (\text{Ek-1.3})$$

$$\begin{aligned} \nabla^3 f(k) = & \{ [f(k) - f(k-h)] - [f(k-h) - f(k-2h)] \} \\ & - \{ [f(k) - f(k-2h)] - [f(k-2h) - f(k-3h)] \} \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.4})$$

N pozitif bir çift tamsayı olmak üzere herhangi bir $f(x)$ fonksiyonunun Simpson' un 1/3 kuralına göre $x = a$ ile $x = a + Nh$ aralığındaki integrali şu formül ile yaklaşık olarak hesaplanabilir (DuChateau ve Zachmann 1986).

$$\int_a^{a+Nh} f(x) dx = \frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + 2f(a+2h) + 4f(a+3h) + \dots + f(a+Nh)] \quad (\text{Ek-1.5})$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : SONER ŞEN
Uyruğu : TÜRKİYE CUMHURİYETİ
Doğum Yeri ve Tarihi : ANKARA 19.01.1985
Telefon : 537 270 21 98
Faks :
e-mail : sensorer@selcuk.edu.tr

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Karacabey Anadolu Lisesi, Karacabey/Bursa	2003
Üniversite	: Dumlupınar Üniversitesi, Kütahya	2007
	: Anadolu Üniversitesi, Eskişehir	2010
Yüksek Lisans	: Selçuk Üniversitesi, Konya	2010
Doktora	: Selçuk Üniversitesi, Konya	-----

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2008-Halen	Selçuk Üniversitesi	Araştırma Görevlisi

UZMANLIK ALANI

1. Hesaplmalı Isı Transferi ve Akışkanlar Mekaniği
2. Kurutma Teorisi ve Uygulamaları
3. Birleşik Isı Transferi
4. Psikrometri Analizi
5. Nem Kontrolü ve Kütle Transferi
6. Alternatif Enerji Kaynakları

YABANCI DİLLER

İNGİLİZCE

YAYINLAR

- Selçuk DARICI, Soner ŞEN, (2015), Experimental investigation of convective drying kinetics of kiwi under different conditions, Heat and Mass Transfer, 51(8), 1167-1176., Doi: 10.1007/s00231-014-1487-x, (Yüksek Lisans Tezinden Üretilmiştir).
- Soner ŞEN, Selçuk DARICI (2015), Effect of Drying Conditions on Moisture Diffusivity In Thin Layer Drying of Apricot. 1st International Conference on Engineering and Natural Sciences, 1(1), 275-275.
- Selçuk DARICI, Soner ŞEN, (2015), Numerical Investigation of Simultaneously Developing Laminar Flow and Conjugate Transient Heat Transfer In a Thick Walled Pipe. 1st International Conference on Engineering and Natural Sciences, 1(1), 276-276.
- Soner ŞEN, Selçuk DARICI, (2013), Experimental Investigation of the Effect of Drying Air Relative Humidity in Drying Kinetics of Kiwi, Academic journal of Science Vol2 No:1, İtaly. (Yüksek Lisans Tezinden Üretilmiştir).
- Selçuk DARICI, Osman BABAYİĞİT, Soner ŞEN, Şefik BİLİR, (2010), Tarım Ürünlerinin Kuruma Karakteristiklerini Belirlemek İçin Bir Deney Seti Tasarımı, İmalatı ve Denenmesi, II. Ulusal Konya Ereğli Kemal Akman MYO Tebliğ Günleri, Tam Metin CD, Sayı 2, No. 1, Sayfa 103–121.
- Soner ŞEN ve Selçuk DARICI, (2011), Farklı Şartlarda Kurutulan Kivinin Kuruma Davranışının Matematik Modellemesi, Ereğli 2.Tebliğ Günleri, Konya. (Yüksek Lisans Tezinden Üretilmiştir)
- Selçuk DARICI, Soner ŞEN, (2011), Kivi Meyvesinin Kurutulmasında Kurutma Havası Hızının Kurumaya Etkisinin İncelenmesi, X. Ulusal Tesisat Mühendisliği Kongresi, İzmir. (Yüksek Lisans Tezinden Üretilmiştir)
- Soner ŞEN, Selçuk DARICI, (2011), Kivinin Kurutulmasında Kurutma Havası Sıcaklığının ve Bağlı Neminin Kuruma Kinetiğine Etkisi, ULIBTK'11 18. Ulusal Isı Bilimi ve Tekniği Kongresi, Zonguldak. (Yüksek Lisans Tezinden Üretilmiştir)
- Soner ŞEN, Selçuk DARICI, (2011), Investigation and Mathematical Modeling of Drying Kinetics of Apricot, Mit-Slim 2011, Slovenya.

- Osman BABAYİĞİT, Selçuk DARICI, Soner ŞEN, Eyüb CANLI, Şefik BİLİR, (2012), Design and manufacturing of an air conditioning experimental setup for drying, 6th International Ege Energy Symposium & Exhibition, İzmir-Turkey.

