



**T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**DAİRESEL KANATÇIKLARDA
SÜREKSİZ ISIL GERİLMELERİN ANALİZİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Hasan BAŞ
(13210403)**

Tezin Savuma Tarihi : 02 Haziran 2016

Tez Danışmanı : Doç.Dr. İbrahim KELEŞ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Makina Mühendisliği Anabilim Dalında

Hasan Baş Tarafından Hazırlanan

**DAİRESEL KANATÇIKLARDA
SÜREKSİZ ISIL GERİLMELERİN ANALİZİ**

**başlıklı bu çalışma jürimiz tarafından 02/06/2016 tarihinde yapılan sınav ile
YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.**

Başkan : Doç. Dr. İbrahim KELEŞ
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Jüri Üyeleri : Yrd. Doç. Dr. Lütfü NAMLI
Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Kerimcan ÇELEBİ
Adana Bilim ve Teknoloji Üniversitesi

.../06/2016

Prof. Dr. Hüseyin DEMİR

Enstitü Müdürü



ÖNSÖZ

Bu çalışmanın başlangıcından bitimine kadar her aşamada çalışmayı yönlendiren ve desteğini esirgemeyen saygıdeğer hocam Doç. Dr. İbrahim KELEŞ'e ve beni her zaman destekleyen aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Haziran 2016

Hasan Baş
(Makina Mühendisi)



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER	vii
ÇİZELGELER LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xi
SEMBOLLER VE KISALTMALAR.....	xiii
DAİRESEL KANATÇIKLARDA SÜREKSİZ ISIL GERİLMELER	xv
ANALYSIS OF TRANSIENT THERMAL STRESS IN AN ANNULAR FIN	xvii
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	3
3. GENEL KAVRAMLAR.....	7
3.1 Isı Transferi İçin Genel Kavramlar	7
3.1.1 İletim ile ısı transferi.....	7
3.1.2 Taşınım ile ısı transferi	9
3.1.3 Işınım ile ısı transferi	11
3.1.4 Isı transferi iyileştirme yöntemleri	11
3.2 Kanatçıklar	13
3.2.1 Kanatçık çeşitleri ve kullanım alanları	15
3.3 Kanatçıklarda Isı Transferi Analizi	18
3.3.1 Sabit kesit alanlı kanatçıklar.....	20
3.3.2 Üniform olmayan kesitli kanatçıklar	23
3.3.3 Kanat etkenliği ve verimi	24
4. MATERYAL VE YÖNTEM.....	25
4.1 Dairesel Kanatçıklarda Isıl Gerilmelerin Analizi	25
4.1.1 Durbin ters Laplace dönüşümü.....	29
5. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	31
5.1 Dairesel Kanatçığın Analiz Sonuçları	32
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	43
6.1 İleride Yapılacak Çalışma İçin Öneriler	44
KAYNAKLAR	45



ÇİZELGELER LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 3.1. Isı transferi iyileştirme yöntemleri.....	12
Çizelge 3.2. Isı transferi iyileştirme metodlarının farklı bir tür sınıflandırılması.....	13



ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1. Isı tranferi çeşitleri	7
Şekil 3.2. Isı transferi çeşitleri	8
Şekil 3.3. Tek boyutlu iletimle ısı transferi	9
Şekil 3.4. Taşınım ile ısı transferi sınır tabaka gelişimi.....	10
Şekil 3.5. Isı transferi için kanatçık kullanılması.(a)Düz duvar,(b)Kanatçıklı duvar	14
Şekil 3.6. Isı transferi için kanatçık kullanılması.(a)Düz duvar,(b)Kanatçıklı duvar	14
Şekil 3.7. Kanatçık türleri. (a)Sabit kesitli düz kanat,(b)Değişken kesitli düz kanat, (c)Dairesel kanat,(d)İğne kanat	15
Şekil 3.8. Kanatçık çeşitleri	16
Şekil 3.9. İğne kanatçık dizilimleri, a) Düz dizilim, b) Çapraz dizilim.....	17
Şekil 3.10. İğne kanatçıklar	17
Şekil 3.11. Dairesel kanatçıklar	18
Şekil 3.12. Düz kanatçıklar	18
Şekil 3.13. Genişletilmiş yüzeydeki enerji dengesi	20
Şekil 3.14. Sabit kesitli düz kanatçıklar. (a) Dikdörtgen kesitli. (b) İğne kanatçık ..	21
Şekil 3.15. Sabit kesitli bir kanatçıkta iletim ve taşınım.....	22
Şekil 3.16. Dairesel kanatçık geometrisi	23
Şekil 4.1. Dairesel kanatçığın biçimi	25
Şekil 5.1. $\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı τ değerleri	32
Şekil 5.2. $\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı τ değerleri	33
Şekil 5.3. $\omega = 0.5$, $\tau = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi	34
Şekil 5.4. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz radyal gerilme ortalama değişimi.....	34
Şekil 5.5. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz çevresel gerilme($\sigma\theta$)değişimi	35
Şekil 5.6. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi	36
Şekil 5.7. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı N değerleri için boyutsuz radyal gerilme ortalama değişimi.....	36
Şekil 5.8. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi	37
Şekil 5.9. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz radyal gerilme ortalama değişimi.....	38
Şekil 5.10. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz çevresel gerilme($\sigma\theta$)değişimi.....	38
Şekil 5.11. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz çevresel gerilme dağılımı	39

Şekil 5.12. $\zeta = 1$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	40
Şekil 5.13. $\zeta = R$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	41
Şekil 5.14. $\zeta = 1$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	41
Şekil 5.15. $\zeta = R$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı.....	42
Şekil 5.16. $\zeta = (1+R)/2$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı	42



SEMBOLLER VE KISALTMALAR

T_s	: Yüzey Sıcaklığı (K)
T_∞	: Akışkan Sıcaklığı (K)
q	: Isı (W)
q''	: Isı Akısı (W/m^2)
u	: Akışkan Hızı (m^2/sn)
k	: Isı İletim Katsayısı ($W/m.K$)
h	: Isı Taşınım Katsayısı ($W/m^2.K$)
σ	: Stefan-Boltzman Sabiti ($5.67 \times 10^{-8} W/m^2.K^4$)
ε	: Yayma Oranı
$A_{c,b}$	: Kanatçıktaki Kesit Alanı (m^2)
ε_r	: Radyal Birim Uzama
ε_θ	: Çevresel Birim Uzama
σ_r	: Çapsal Gerilme (N/mm^2)
σ_θ	: Çevresel Gerilme (N/mm^2)
a	: Kanatçık İç Çapı (m^2)
b	: Kanatçık Dış Çapı (m^2)
u	: Radyal Şekil Değiştirme (m)
ν	: Poisson Oranı
E	: Young Modülü (N/m^2)
ρ	: Yoğunluk (kg/m^3)
c	: Özgül Isı (J/gr.K)
q_b	: Kanatçıktaki Isı Akısı (W/m^2)
ζ	: Boyutsuz Çap Parametresi
R	: Boyutsuz Dış Çap Parametresi
φ	: Boyutsuz Sıcaklık Parametresi
$\overline{\sigma_r}$	: Boyutsuz Radyal Gerilme Parametresi
$\overline{\sigma_\theta}$	: Boyutsuz Çevresel Gerilme Parametresi
δ	: Kanatçık Kalınlığı
N	: Boyutsuz Parametre
t	: Zaman
L_k	: Lanczos Faktörü
ω	: Boyutsuz ısı akısı exponansiyel ifadesi ($\omega = \rho c a^2 \zeta / k$)
τ	: Boyutsuz zaman parametresi
θ	: Sıcaklık farkı
Ω	: Isı akısı eksponansiyel ifadesi (1/saniye)



DAİRESEL KANATÇIKLARDA SÜREKSİZ ISIL GERİLMELER

ÖZET

Bu çalışmada dairesel bir kanatçıktaki, zamanın üssel fonksiyonuna bağlı olarak değişen süreksiz ısı gerilmeler araştırılmıştır. Problemler Laplace uzayında analitik olarak çözülmüş ve sonuçlar Durbin'in modifiye edilmiş sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemiyle gerçek zamana dönüştürülerek elde edilmiştir. Durbin'in modifiye edilmiş sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemiyle dairesel kanatçıklardaki süreksiz ısı gerilmelerin analizinin yapılması yeni bir yaklaşımdır. Durbin'in modifiye edilmiş sayısal dönüşüm yöntemi, Laplace uzayında çözülen sınır değer problemine başarıyla uygulanmıştır. Literatürdeki farklı malzemelerden yapılmış modeller kullanılmış, sıcaklık ve gerilme dağılımları hesaplanmıştır. Çalışmadaki önerilen tekniği doğrulamak için literatürde yer alan verilerle kıyaslama yapılmış ve kesin sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Dairesel kanatçıklar; süreksiz ısı gerilmeler; Laplace dönüşüm teknikleri; Durbin Laplace dönüşüm metodu.



ANALYSIS OF TRANSIENT THERMAL STRESS IN AN ANNULAR FIN

ABSTRACT

This study is to investigate the thermal stresses of an annular fin with its base subjected of a decayed exponential function of time. The problem are solved analytically in the Laplace domain, and the results obtained are transformed to real-time space using the modified Durbin's numerical inversion method. The modified Durbin's numerical incerse method into the analysis of transient thermal stresses in annular fins is a novel approach. The modified Durbin's numerical inverse method successfully implements the boundary value problem, which can be solved in Laplace space. Various material models from the litarature are used, and corresponding temperature distributions and stress distributions are computed. Verification of the propesed method is done using benchmark solutions available in the literature for some special cases, and virtually exact result are obtained.

Key Words: Annular fins; transient thermal stress; Laplace transform method; Durbin Laplace transform method.



1. GİRİŞ

Kanatçıklar genellikle bir katı ile onu çevreleyen akışkan arasındaki ısı geçişini arttırmak için kullanılır. Bu ısı geçişi esnasında kanatçıklar süreksiz ısıl gerilmelere maruz kalırlar. Süreksiz ısıl gerilmeler, büyük sıcaklık değişimleri içeren üretim süreçlerinde çok önemli bir konudur. Ani sıcaklık değişimleri malzeme üzerinde her zaman ciddi sıkıntılar meydana getirir.

Isıl gerilmeler, özellikle microelektirik cihazların tasarımında büyük sorun oluşturmaktadır ve malzeme özelliklerini ve sistem parametrelerini etkilemektedir. Dolayısıyla ısıl gerilmeler dikkate alınmak zorundadır. Mühendislikte yüksek ısı transferi performansı olan, hafif ve az hacimli kanatçıklar istenmektedir. Bu tarz kanatçıkların tasarımında da ısıl gerilmelerin göz önünde bulundurulması kaçınılmazdır. Uçak motorlarının nozulları, motor pistonları, silah namluları, alev boruları, yanma odaları, kazanlar ve bunlar gibi yüksek sıcaklık altında çalışan tüm sistemlerde ısıl gerilmeler önemli bir problemdir ve bir şekilde bu gerilmelerin incelenmesi gerekmektedir.

Kanatçıklar yüzey genişliğini arttırmak amacıyla yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Soğuk akışkan ile sıcak yüzey arasındaki ısı transferini arttırmak amacıyla yarı iletkenlerde, ısı değiştirgeçlerinde, güç jeneratörleride, elektronik parçalarda ve diğer alanlarda sıklıkla kullanılmaktadır.

Isıl gerilmelerin ölçülebilmesi için üç kullanışlı yöntem vardır. Birincisi analitik yöntemdir. Sonucu bulmak için elastisite teorisi kullanılır. İkincisi pertürbasyon yöntemidir. Üçüncüsü ise nümerik yöntemdir. Sonlu farklar ve sonlu elemanlar yöntemleriyle nümerik sonuç elde edilebilir.

Bu çalışmada, dairesel bir kanatçıktaki zamanın üssel fonksiyonuna bağlı olarak değişen süreksiz termal (ısıl) gerilmeleri radyal ve çevresel olarak Laplace uzayında teorik olarak incelenmiştir. Küçük kalınlığı, bir boyutlu asimetric yuvarlak kanatçığı oluşturan izotropik, homojen ve termal özellikleri sabit bir malzeme çeşidi ele alınmıştır. Laplace transformasyonu sık kullanılan bir metottur ve kısmi diferansiyel denklemler, bu transformasyon kullanılarak, adi diferansiyel

denklemlere dönüştürölüp Laplace uzayında çözülebilmektedir. Laplace uzayından gerçek zaman uzayına geçiş yöntemleri hem analitik hem de nümerik yöntemler ile yapılabilmektedir. Ele alınan problemlerin çözümlerini ortogonal fonksiyonlardan oluşan seriler şeklinde kabul eden yöntemler yaygın olarak kullanılmakta olup, bunlar yoğun nümerik çalışma gerektirmektedir. Laplace uzayında elde edilen çözümler, Durbin' in sayısal ters Laplace dönüşüm yönteminin kullanılması ile zaman uzayına dönüştürölerek daha kısa sürede sonuçlara ulaşılması mümkündür. Fast Fourier Transformasyonu (FFT) algoritmasına dayanan bu metodun hızı ve verimliliği literatürdeki çalışmalarda da kanıtlanmıştır. İzotropik malzemedен yapılmış kanatçıkta oluşan dairesel kanatçığın kalınlığı boyunca meydana gelen sıcaklık ve gerilme dağılımları belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada Durbin yöntemi ile daha önce literatürde yayınlanan Residue yöntemi kullanılarak analitik olarak çözülen problemler, nümerik olarak elde edilmiştir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Genel olarak yüksek sıcaklıklarda çalışan sistemlerde örneğin sıcak akışkan taşıyan borulardan çevre akışkanına olan ısı geçişini artırmak için dairesel kanatlar kullanılır [1]. Dairesel kanat profiline sahip sistemlerle ilgili endüstriyel uygulamalara hava soğutmalı içten yanmalı motorlar, soğutma sistemlerinde kullanılan sıvı-gaz ısı değiştiricileri, nükleer atıkların depolandığı tanklar örnek olarak verilebilir [2]. Mokheimer [3] farklı profillere sahip dairesel kanatların ısı performanslarını, kanat ve çevre arasındaki taşınım katsayısının konumla değiştiğini kabul ederek araştırmıştır. Laor and Kalman [4] dairesel kanatçıklardaki optimum tasarım parametrelerini belirlemek amacıyla ısı taşınım katsayısının sıcaklıkla değiştiğini varsayarak dairesel kanatların verimlerini hesaplamışlar ve belirlemişlerdir. Kundu and Das [5], kalınlıkları gövdeden kanat ucuna doğru azalan kanatların optimal kanat geometrilerini araştırmışlardır. Arauzo ve arkadaşları tarafından yapılan çalışmada, yaklaşık hiperbolik profilli dairesel kanatlar içindeki sıcaklık dağılımları belirlenmek için analitik yöntem uygulamışlardır [6]. Diez ve arkadaşları hiperbolik profilli iğne kanatçıkların ısı analizini yapmışlardır [7]. Yukarıda bahsedilen çalışmalarda kanat malzemesinin ısı iletim katsayısının sabit olduğu kabul edilmiştir.

Uygulamada kullanılan kanatların ısı parametrelerinin değişken olduğu durumlar için literatürde araştırmalar bulunmaktadır. Yu and Chen [8], doğrusal olmayan kanat problemini diferansiyel dönüşüm metodunu kullanarak, ısı iletim katsayısının sıcaklıkla doğrusal olarak değiştiğini kabul ederek çözmüşlerdir. Değişken ısı iletim katsayılı konvektif düz kanatların ısı analizi farklı yöntem ve yaklaşımlar kullanılarak yapılmıştır [9-14]. Arslantürk [9] değişken ısı iletim katsayılı konvektif düz kanatların kanatlar içindeki sıcaklık dağılımını elde etmek için, Adomian ayrışım yöntemi ile çözerek kanat verimleri için korelasyon denklemleri üretmiştir. Değişken ısı iletim katsayılı dairesel kanatların optimal tasarımı korelasyon denklemleri ile ifade edilmesi amacıyla Arslantürk tarafından incelenmiştir [10]. Coskun and Atay [11] düz kanatlardaki verimi varyasyonel iterasyon metodu ve sonlu elemanlar metodu ile araştırmışlardır. Konvektif düz

kanatların verimlerini elde etmek için homotopi analiz metodu farklı araştırmacılar tarafından kullanılmıştır [12-13]. Joneidi ve arkadaşları tarafından konvektif düz kanat problemi, diferansiyel dönüşüm metodu kullanılarak çözülmüştür [14]. Hem taşınım hem de ışınlama ısı kaybeden kanatların iki boyutlu ısı analizi diferansiyel quadrature metodu ile gerçekleştirilmiştir [15]. Yang ve arkadaşları [16] hiperbolik profilli kanatlarda ayrıştırma yöntemi ile çözmüş ve kanat verimlerini grafik olarak ifade etmişlerdir. Bütün bu çalışmalarda ele alınan problemlerde oluşan ısı gerilmelerden kaynaklanan sorunlar göz ardı edilmiştir. Ayrıca malzeme genel olarak homojen kabul edilebilmektedir. Homojen malzemenin ısı iletiminde genişletilmiş bir yüzeyin ısı transferi sisteme dahil edilir. Ancak FDM’lerde düzenlemeler yapılarak daha ileri özelliklere sahip malzeme üretilerek uygulamada kullanılmamaktadır. FDM’lerde termofiziksel özellikler sürekli değişir, dolayısıyla homojen malzemelere göre çok avantajlıdır. Yukarıda bahsedildiği gibi, elastik modeller ile farklı geometri ve özelliklere sahip kanatçıkların ısı iletimi ile yüzeyde oluşan ısı transferi gibi yapı sistemlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Bununla birlikte, yazarların bilgisine göre, dairesel kanatçıklardaki ısı gerilmelerin analizi ile ilgili yeterli sayıda çalışma bulunmamaktadır. Bu araştırmada, bu eksikliğin giderilmesi yönünde analiz için etkin bir yöntemin uygulaması gerçekleştirilecektir. Süreksiz ısı gerilmeler kararlı durumda oluşan gerilmelerden daha büyük oldukları için kanatçık tasarımında daha fazla bir öneme sahiptirler. Kanatçıklar önemli endüstriyel alanlarda kullanılması nedeniyle termal gerilmeler de yıllardır malzeme özellikleri ve sistem parametreleri üzerindeki etkileri ile mikroelektronik cihazlar ile ilgili tasarım sorunları önemli hale gelmiştir. Süreksiz ısı gerilmelerden oluşan sorunları teorik olarak incelenmesinde matematiksel zorlukların üstesinden gelmek karmaşık teknikler ve ayrıntılı çalışma gerektirir. Durbin [17] çalışmasında Dubner ve Abate metodunun devamı niteliğinde olan nümerik bir Laplace dönüşüm tekniği kullanarak Fourier serisinin nümerik olarak genişletilmesine dayanan yöntemi geliştirmiştir. Örneğin, Ghadi ve arkadaşları [18] çalışmalarında silindir içindeki iki boyutlu termoelastodinamik çift için analitik bir çözüm sunmuşlardır. İzotropik homojen dikdörtgen plakalardaki ısı gerilmelere yönelik literatürde bir çok çalışma bulunmaktadır [19-24]. Bir cisim bir veya daha fazla yönde değişken boyutlara sahipse bu cismin sıcaklık alanının ve geriliminin tahmin edilmesi zordur. Bu tarz problemler sonlu farklar ve sonlu elemanlar gibi nümerik yöntemlerle çözülebilmektedir [25-30]. Chen [31] silindirlerdeki simetrik termoelastik gerilmeleri

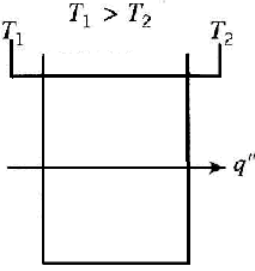
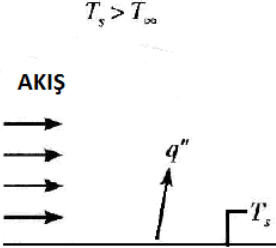
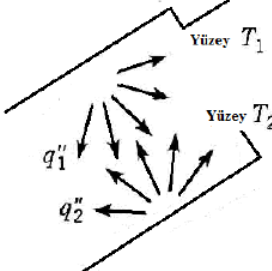
çözmek için Lanczos-Chebyshev yöntemi ile direk seriler yaklaşımını kullanmıştır. Düzenli ısı akısına sahip sınırsız elastik katılarda izole çukur veya deliklerin olması düzeni bozar ve ısı gerilmeleri artar. Florence ve Goodier [32,33] dairesel delik ve izole oval deliği olan düzenli ısı akısına sahip küre için ısı dislokasyon kavramını ve Muskhelishvili'nin [34] karmaşık değişken yaklaşımını kullanarak ısı gerilmeleri elde etmişlerdir. Yaptıkları analizler Green ve Zema [35] tarafından geliştirilerek karmaşık değişken tekniği ve düzenli rejim termoelastisitesine uzanan tekniğine dayanmaktadır. Tanaka ve diğerleri [36] ısı sınır koşulları altında çalışılması nedeniyle oluşan termoelastik ısı gerilmeleri azaltmak için termoelastik fonksiyonel dereceli malzeme (FDM) tasarımı sunmuştur. Baker [37] çalışmasında ortotropik malzemeden yapılmış sonsuz uzunluktaki levhaların termoelastik çözümlerini yapmıştır. Fourier serilerini veya Laplace transformu kullanılarak dikdörtgen plakaların [38-40] ısı iletim problemleri tam olarak çözülebilir, plakaların üst ve alt taraflarının sıcaklık dağılımları ve ısı koşulları belirlenebilir. Yang ve Huang [41] çalışmalarında fonksiyonel dereceli plakaların nonlinear geçici cevabını yüksek dereceli kayma deformasyon plaka teorisiyle, ısı ortamlarda Von-Karman tipi nonlinear kinematiklerle çözmüşlerdir. Shang Shen Wu [42] çalışmasında yuvarlak kanatçıklardaki süreksiz ısı gerilmeleri nümerik analizler yardımıyla çözmüştür.



3. GENEL KAVRAMLAR

3.1 Isı Transferi İçin Genel Kavramlar

Maddelerin hal ve sıcaklıklarının değişmesini sağlayan ısıdır. Isı bir maddenin molekülerinin sahip olduğu kinetik ve potansiyel enerjileri toplamıdır [44]. Isı transferi sıcaklık farkında oluşması nedeniyle enerjinin aktarılması olayıdır. Ortamlar arasında sıcaklık farkı olması durumunda sıcak ortamdan soğuk ortama doğru ısı akışı olacaktır. Durgun halde bulunan sıvı veya katı ortam içerisinde sıcaklık farkı olması durumunda iletim ile ısı transferi gerçekleşir. Hareket halindeki bir akışkanla bir yüzey arasında sıcaklık farkı oluşması durumunda taşınım ile ısı transferi olur. Farklı sıcaklıklardaki iki yüzey arasında sıcak olandan soğuk olana doğru dalgalar halinde bir ısı geçişi var ise bu durumda ışıınım ile ısı transferi gerçekleşmiş olur. Kanatçık tasarımında bütün ısı transferi çeşitlerinin göz önüne alınması gerekir. Aşağıda Şekil 3.1’de ısı transferi çeşitleri temsili olarak gösterilmiştir [45].

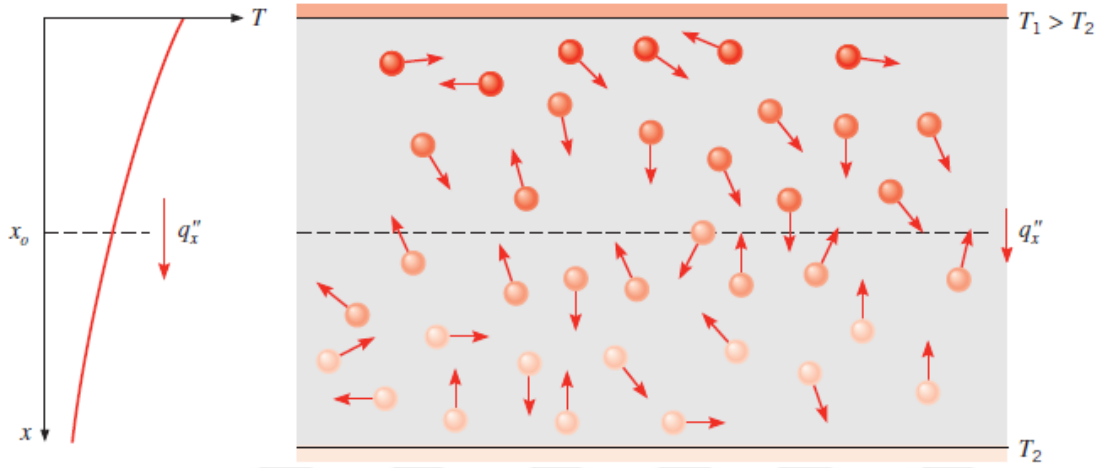
Bir katı veya durgun akışkan içinde iletim	Bir yüzeyden üzerindeki akışa taşınım	İki yüzey arasında ışıınım ile net ısı alışverişi
		

Şekil 3.1. Isı tranferi çeşitleri

3.1.1 İletim ile ısı transferi

İletim ile ısı transferi genellikle sıcaklık farkı olan katı cisimlerin temasında meydana gelir. Enerji akışı sıcak ortamdan yani daha yüksek enerjili bölgeden daha soğuk bölgeye yani daha düşük enerjili bölgeye doğru olur.

İletimin fiziksel mekanizmasını açıklanmak için bir gazı ele alıp termodinamikten bildiğimiz düşüncelerden faydalanma yoluna gidebiliriz. İçinde sıcaklık farklı olan ve hareketsiz bir gazı göz önüne alalım. Şekil 3.2’de göreceğimiz gibi bu gaz farklı sıcaklıklara sahip iki yüzeyin arasındaki hacmi kaplamaktadır [45]. Herhangi bir noktadaki sıcaklık o noktaya yakın bölgede bulunan gaz moleküllerinin enerjisiyle alakalıdır. Bu enerji, moleküllerin dönme, titreşim ve ötelenme hareketleriyle alakalıdır.



Şekil 3.2. Isı transferi çeşitleri

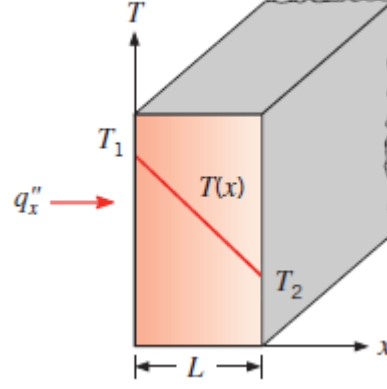
Yüksek enerjili moleküllerin sıcaklığıda yüksektir ve komşu moleküller sürekli olarak çarpışırken, yüksek enerjili moleküllerden düşük enerjili moleküllere doğru bir enerji aktarımı oluşacaktır. Bundan dolayı, sıcaklık farkı olduğu zaman, sıcaklığın azaldığı yöne doğru iletimle enerji transferi gerçekleşmelidir. Şekil 3.2’deki x_0 hayali yüzey, devamlı olarak, alttan ve üstten gelen moleküller tarafından rastgele hareketlerle geçilmektedir. Yalnız üstteki moleküller daha yüksek sıcaklığa sahip olduğu için artan x yönüne doğru bir enerji aktarımının olması gerekmektedir.

Moleküller arasındaki mesafenin az olmasına ve moleküller arası etkileşimin daha kuvvetli ve sık olmasına rağmen, sıvılar için de durum hemen hemen aynıdır. Katılar içinde iletimle ısı transferi, kafes titreşimleri tarzındaki atomik faaliyetlere bağlanabilir.

Şekil 3.3’deki [45] gibi sabit kesit alanına sahip cismin tek boyuttaki ısı iletimi aşağıdaki (3.1) numaralı denklemde gösterilmiştir ve Fourier yasası olarak adlandırılır.

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (3.1)$$

Yukarıdaki (3.1) numaralı denklemdeki q (W) ifadesi yüzey alanı $A(m^2)$ olan bir yüzeyden geçen ısıdır ve iletim doğrultusundaki sıcaklık gradyanı dT/dx ile doğru orantılıdır. Formülde yer alan k (W/m.K) katsayısı ısı iletim katsayısıdır ve yüzeyin malzemesiyle alakalıdır [45].



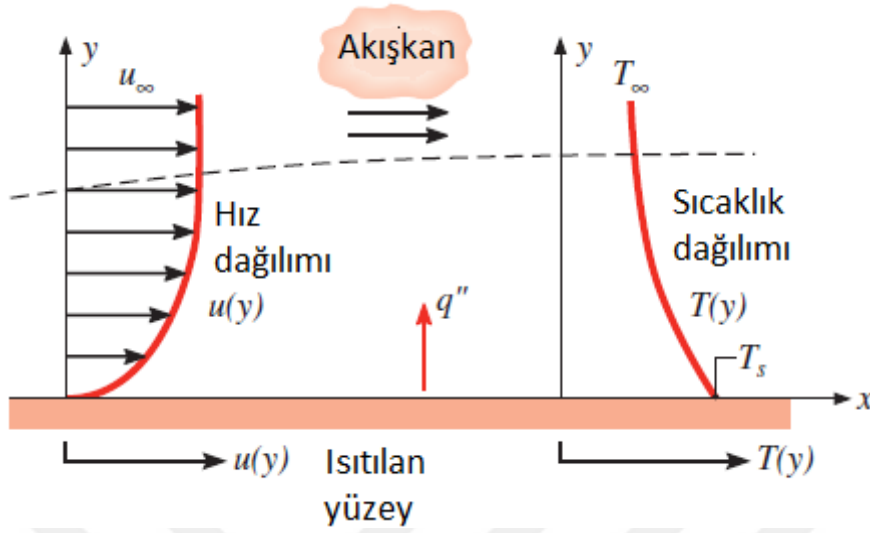
Şekil 3.3. Tek boyutlu iletimle ısı transferi

3.1.2 Taşınım ile ısı transferi

Taşınım ile ısı transferi, iki farklı mekanizmadan oluşmaktadır. Moleküllerin rastgele yayılımıyla enerji transferi olacağı gibi akışkanın kitle veya makroskopik hareketiyle de enerji transferi gerçekleşir. Bu durum akışkanın hareketinin herhangi bir anda, çok sayıda molekülün, topluca veya grup halinde hareket etmesiyle alakalıdır. Sıcaklık gradyanı olması halinde, bu tarz bir hareket ısı transferine katkıda bulunur. Grup içerisindeki moleküller rastgele hareketlerini koruduklarından toplam ısı transferi, moleküllerin rastgele hareketleriyle ve akışkanın kitle hareketleriyle meydana gelen enerji aktarımlarının toplamıdır. Toplam aktarım söz konusu olursa taşınım, akışkan hareketi ile meydana gelen bir aktarım söz konusu olur ise adveksiyon terimi kullanılır.

Hareketli bir akışkan ile onu çevreleyen bir yüzey arasında sıcaklık farkı olması durumunda meydana gelen taşınım ile ısı transferini göz önünde bulunduralım. Şekil 3.4'deki [45] ısıtılan yüzey üzerindeki bir akışı ele alalım. Akışkan ve yüzey etkileşimi nedeniyle akışkanın hızı yüzeyde sıfırdan akış ile alakalı bir u_∞ hızına ulaşır. Bu akışkan bölgesine hız sınır tabakası adı verilir. Yüzey ve akış sıcaklıklarının farklı olması durumunda akışkanın içindeki sıcaklığın, $y=0$ 'da T_s sıcaklığından, dış akışta T_∞ sıcaklığına değiştiği bir akışkan bölgesi meydana gelir. Isıl sınır tabaka diye söylenen bu bölge, hızın değiştiği tabakadan daha ince, kalın

veya aynı kalınlıkta olabilir. Her koşulda, $T_s > T_\infty$ olursa, yüzey ile akış arasında taşınım ile ısı transferi meydana gelir.



Şekil 3.4. Taşınım ile ısı transferi sınır tabaka gelişimi

Taşınım ile ısı transferi, sınır tabaka içerisindeki akışkanın rastgele moleküler hareketiyle ve kitle hareketiyle beslenir. Rastgele moleküler yayılım, akışkanın hızının düşük olduğu yüzeye yakın bölgede daha baskındır. Akışkan hızının sıfır olduğu yüzey ile akışkan arasındaki ara yüzeyde ($y = 0$) ısı transferi yalnızca rastgele moleküler hareket ile meydana gelir. Akışkan kitle hareketinin ısı transferine katkısı, akış x yönünde gerçekleşirken sınır tabakanın büyümesi durumuna dayanır. Bu tabakaya iletimle transfer edilen ısı, akış yönünde süpürülür ve sınır tabaka dışındaki akışkana aktarılır.

Taşınım ile ısı transferi, akışın türüne göre kategorize edilebilir. Akış bir pompa, fan veya rüzgar gibi bir dış etmenle oluşturuluyorsa zorlanmış taşınım vardır. Bir fan vasıtası ile elektronik devre elemanlarının soğutulması bu duruma örnek olabilir. Doğal taşınım ise akış, akışkan içerisindeki sıcaklık değişimlerinden dolayı oluşan yoğunluk farkının neden olduğu kaldırma kuvvetleriyle alakalıdır.

Taşınım ile ısı transferi, bir akışkan içerisinde, iletim ve kitle hareketlerinin bileşik etkileri ile meydana gelen enerji transferi olarak tanımlanır. Katı bir yüzey ile bir akışkan arasında sıcaklık farkı olduğu durumda ısı transferi aşağıdaki Denklem (3.2)'de gösterilmiştir:

$$q = hA(T - T_\infty) \quad (3.2)$$

Yukarıdaki Denklem (3.2)'deki q ifadesi yüzey alanı $A(m^2)$ olan bir yüzeyden taşınım yoluyla transfer edilen ısıdır ve yüzey-akışkan arasındaki sıcaklık farkı ($T_s - T_\infty$) ile doğru orantılıdır. Formüldeki $h(W/m^2.K)$ ifadesi ısı taşınım katsayısıdır. Bu değer akışkanın hareket türüne, yüzeyin geometrisine ve akışkanın termodinamik özelliklerine göre belirlenen sınır tabaka koşullarına bağlıdır [45].

3.1.3 Işınım ile ısı transferi

Işınım sonlu sıcaklıktaki bir cismin yaydığı enerjidir. Bir cismin ışınlama ısı yayabilmesi cismin katı halde olması gerekmez sıvı ve gaz fazında da maddeler ışınlama ısı yayarlar. Işınım ısı transferi elektromagnetik dalgalarla gerçekleşir. İletim ve taşınım enerji aktarımının gerçekleşmesi için maddesel bir ortama ihtiyaç duyulmaktadır. Işınım ise böyle bir şart yoktur hatta boşlukta ışınlama ısı aktarımı daha verimli olmaktadır.

Aşağıdaki Denklem (3.3) sayesinde bir yüzey ile çevresi arasındaki ışınlama ile ısı değişim miktarı hesaplanabilmektedir;

$$q = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.3)$$

Yukarıda Denklem (3.3)'deki $T_1(K)$ yüzeyin mutlak sıcaklığı (K), $T_2(K)$ cismi çevreleyen diğer yüzeylerin sıcaklığıdır, σ ($\sigma = 5.67 \times 10^{-8} W/m^2.K^4$) ise Stefan-Boltzman sabitidir. Burada ε yama oranıdır. Yüzeyin ışınlama özelliğinin göstergesidir ve 0 ile 1 arasında değerler alır. Bu özellik yüzeyin siyah yüzeye göre ne kadar etkin enerji yaydığının ölçüsüdür [45].

Radyasyonla ısı transferinde donuk veya koyu renkli cisimler ısıyı kolaylıkla emebilir, açık renkli yüzeyle ise ısı radyasyonunu daha çok yansıtır. Isı transferini arttırmak için ısı transfer katsayısını arttırmak gerekir. Pürüzlü yüzeyler düz ve pürüzsüz yüzeylere göre ısı transfer katsayıları daha yüksektir dolayısıyla daha çok ısı çeker [46].

3.1.4 Isı transferi iyileştirme yöntemleri

Isı transferinin iyileştirilmesi için genellikle pasif, aktif ve karma olarak üç çeşit yöntem kullanılmaktadır. Pasif yöntemlerde dışarıdan herhangi bir müdahale olmamaktadır. Aktif yöntemlerde bir dış güç kaynağının kullanılması gerekmektedir. Karma yöntemler ise aktif veya pasif yöntemlerden iki veya daha fazlasının birlikte

kullanılması prensibine dayanmaktadır. Isı geçişi iyileştirme yöntemlerinin sınıflandırılmasına yönelik uygulamalar izelge 3.1’de gösterilmiştir [47].

Çizelge 3.1. Isı transferi iyileştirme yöntemleri

YÖNTEM	KULLANILAN TEKNİKLER
PASİF YÖNTEMLER	İşlem Görmüş Yüzeyler
	Pürüzlü Yüzeyler
	Genişletilmiş Yüzeyler
	Yerleşik İyileştirme Cihazları
	Dönmeli Akış Cihazları
	Yüzey Gerilim Cihazları
	İlave Katkı Maddeleri
AKTİF YÖNTEMLER	Kıvrılmış Tüpler
	Oyuklar ve Kanallar
	Mekanik Yardımcılar
	Yüzey Titreşimi ve Akışkan Titreşimi
	Elektrostatik Alanlar
	Enjeksiyon ve Emme
	Jet arpması
	Döndürme
KARMA YÖNTEMLER	Kıvrılmış Şeritler İçeren Pürüzlü Kanallar
	Pürüzlü Yüzeye arpmalı Jetler
	Akustik Titreşimli Pürüzlü Yüzeyler

Isı transferi iyileştirme metodlarını farklı bir sınıflandırma yaparak yine üç kategoriye ayırabiliriz. Birinci olarakısı değiştirgecinin yüzeyinde yapılacak değişikliklerle ısı transferinin iyiliştirilmesine yüzey teknikleri adı verilir. İkinci olarak akışkanda yapılacak olan değişikliklere gerçekleştirilen iyileştirmelere akışkan

tekniki adı verilir. Üçüncü teknikte ise birinci ve ikinci yöntemler birlikte kullanılarak iyileştirme yapılır ve bu metoda da bileşik metot denir. Isı transferi iyileştirme yöntemlerinin bu şekilde kategorize edilmesi Çizelge 3.2’de gösterilmiştir [47].

Çizelge 3.2. Isı transferi iyileştirme metodlarının farklı bir tür sınıflandırılması

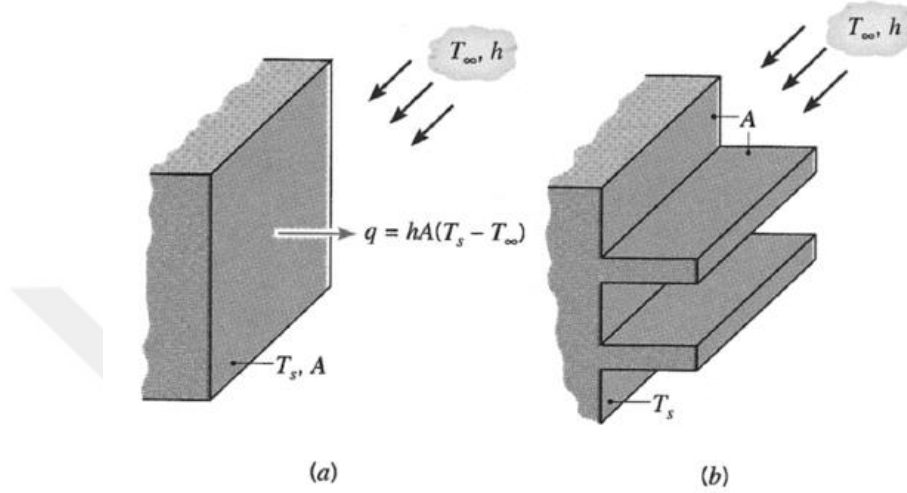
TEKNİK	KULLANILAN TEKNİKLER
YÜZEY TEKNİKLERİ	Genişletilmiş Yüzeyler
	Pürüzlü Yüzeyler
	Dalgalı Yüzeyler
	Delikli Yüzeyler
	Dönmeli Akış Oluşturucular
	Yüzey Titreşimi
	Yüzey Döndürülmesi
AKIŞKAN TEKNİKLERİ	Akışkan Titreşimi
	Akışkan İlavesi
	Elektrostatik Alanlar
BİLEŞİK METOTLAR	Enjeksiyon
	Emdirme

3.2 Kanatçıklar

Kanatçıklar genellikle bir yüzeyden kendi içerisinde iletim ile ısı aktarımı, çevresi ile ise taşınım ve/veya ışıınım ile ısı aktarımı sağlamak için kullanılmaktadır. Kanatçıklar vasıtasıyla taşınım ve iletimle ısı aktarımının gerçekleştirildiği birçok farklı durum vardır. Bu durumlardan en çok rastlanana bir katı ile çevresindeki akışkan arasında olan ısı geçişini arttırmak amacıyla kullanılan kanatçıklardır.

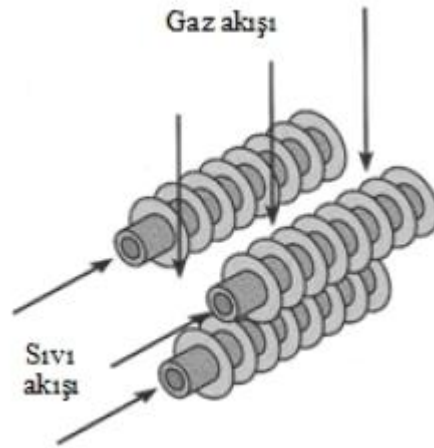
Şekil 3.5 (a)’daki düz duvar yüzeyi ile akışkan arasındaki ısı aktarımını arttırmak için iki yöntem vardır. Isı taşınım katsayısını arttırmak amacıyla akışkanın hızı yükseltilebilir veya akışkanın sıcaklığı T_{∞} düşürülebilir. Isı transfer katsayısı h ’ın yükseltilmesi gerekli olan ısı transferi için yetersiz kalabilir veya pahalı olabilir. Yine ısı transferini iyileştirmek adına fan ve pompa gücünün artırılması maliyetleri çok fazla arttırabilir. Şekil 3.5 (b)’deki kanatçık yerleştirilen yüzeyi ele alalım. Bu

durumda ısı transferi yapılan yüzeylerin alanının (A) arttığı görülmektedir. Kanatçığın ısı transferi katsayısı ile kanatçıktaki sıcaklık dağılımı ilişkilidir dolayısıyla bu durumdan ısı aktarımı da etkilenir. Kanatçık boyunca sıcaklık değişiminin en az olması için kanatçığın yüksek ısı iletim katsayısına sahip olması gerekmektedir.



Şekil 3.5. Isı transferi için kanatçık kullanılması.(a)Düz duvar,(b)Kanatçıklı duvar

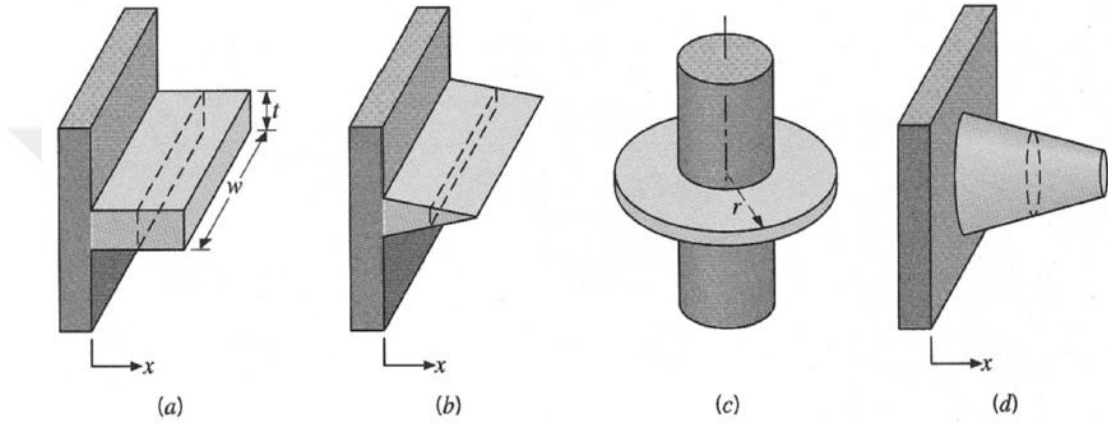
Şekil 3.6’de gösterilen iklimlendirmede kullanılan kanatlı borular, hava ile akışkan arasındaki ısı transferini arttırmak için yapılmış bir uygulama olarak gösterilebilir.



Şekil 3.6. Isı transferi için kanatçık kullanılması.(a)Düz duvar,(b)Kanatçıklı duvar

Şekil 3.7’de değişik kanat formları gösterilmiştir. Düz bir kanat, düz duvara yerleştirilmiş herhangi bir genişletilmiş yüzeydir. Kesit alanı sabit veya değişken olabilir. Dairesel kanatçıklar bir silindirin çevresine yerleştirilmiştir ve kesit alanı

değişkendir. Yukarıda bahsi geçen genişletilmiş yüzeyler dikdörtgen kesitlidir ve düz kanatçıklar için kanat kalınlığı t ile genişliği w ' nin çarpımı, dairesel kanatçıklar için kanat kalınlığı t ile kanatçık çevresi $2\pi r$ ' nin çarpımı olarak belirtilir. İğne veya diken kanatçıklar dairesel kesitli bir genişletilmiş yüzeydir. İğne kanatçıklar sabit veya değişken kesitli olabilir. Mühendislik uygulamalarında kanatçık seçiminde kanatçığın ağırlığı, kullanılacağı yeri, imal yöntemi ve maliyeti önemlidir. Ayrıca kanatçık türünün seçiminde kanatçıkların ısı taşınım katsayısının azaltılması ve kanatçık üzerindeki basınç düşüşünü arttırmak da önemli bir faktördür [45].



Şekil 3.7. Kanatçık türleri. (a)Sabit kesitli düz kanat,(b)Değişken kesitli düz kanat, (c)Dairesel kanat,(d)İğne kanat

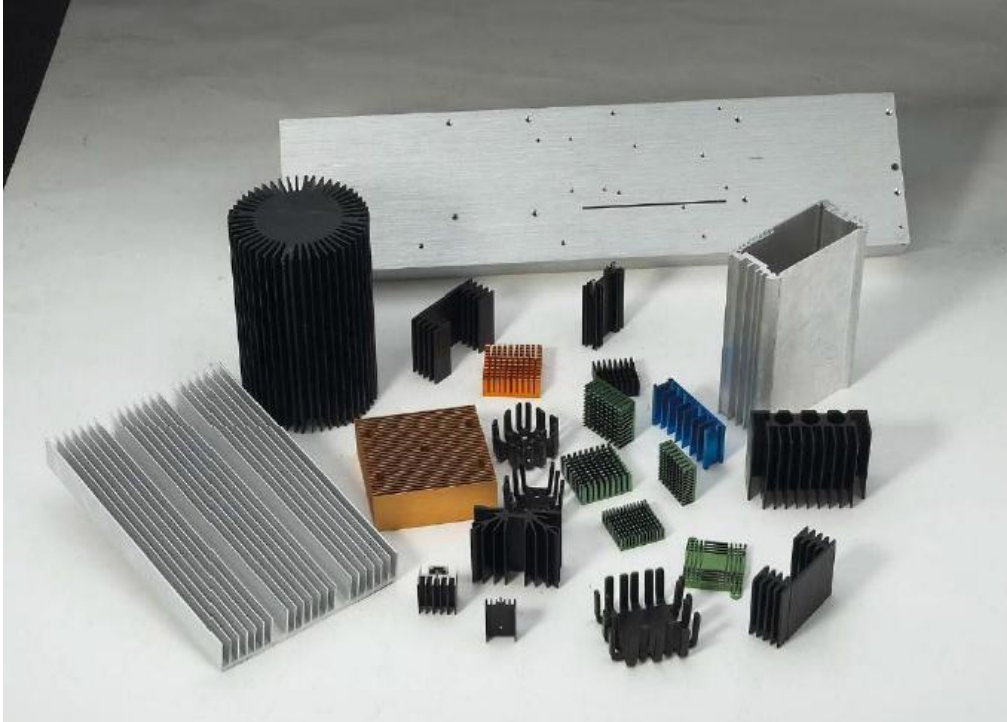
3.2.1 Kanatçık çeşitleri ve kullanım alanları

Kanatçıklar sürtünme unsurunda önemli bir artışa sebep olmakla beraber ısı transfer katsayısının artmasına da neden olabilir. Sınır tabaka yenilenmesi ve türbülans derecesinin yükseltilmesi, etkin ısı geçişi alanının artırılması, dönen ve/veya ikincil akışların üretilmesi gibi etmenler ısı transfer katsayısının artmasına sebep olur.

Kanatçıkların kullanım alanlarına örnek olarak ısı değiştirgeçlerini verebiliriz. Elektronik devrelerin soğutulmasında kullanılan kanatçıklar da güzel bir örnek olabilir. Bunun dışında kanatçıklar elektrik motorları, içten yanmalı motorlar, dıştan yanmalı motorlar (Stirling motorları), gaz türbinlerinde ve başka birçok uygulamada kullanılmaktadırlar. Isı değiştirgeçlerinde, ısı sıcak akışkandan soğuk alışıkan aralarında bulunan metal yüzey vasıtasıyla transfer edilir. Isı akısı, akışkanlar arasındaki sıcaklık farkı ve yüzey alanı ile doğru orantılıdır. Bir ısı değiştirgecinde ısı akısını arttırmak istiyorsak, ısı transfer alanını, sıcaklık farkını, malzemeyi ve toplam ısı transferi katsayısını arttırmak gerekmektedir. Çalışma sıcaklıkları belirli olması

nedeniyle sıcaklık farkının arttırılması pek mümkün değildir. Malzeme değiştirmenin yetersiz kaldığı durumlar da olabilir. Bu durumda ısı akısını arttırmanın en iyi yolu ısı geçiş alanının arttırılmasıdır. Bu duruma binaen ısı transfer alanını arttırmak için yüzeylerin üzerine değişik şekillerde kanatçıklar eklenebilir.

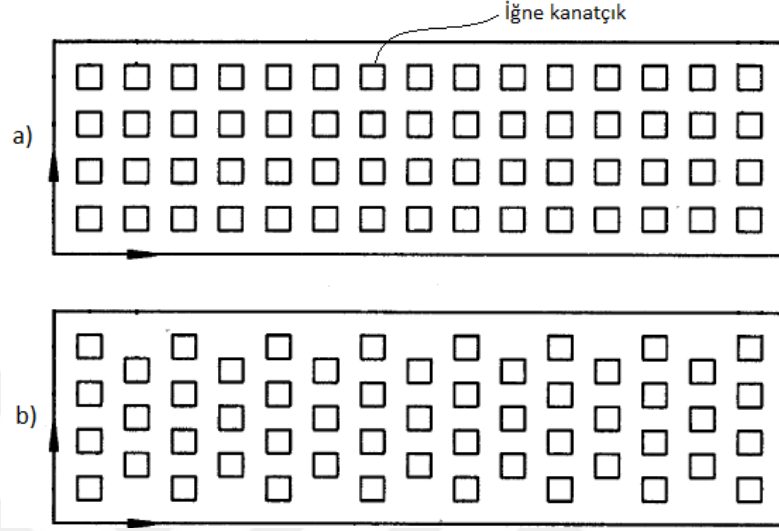
Kanatçıkların kesit alanları farklı olabilir. Yine kanatçık ile yüzey malzemesi aynı veya farklı olabilir. Kanatçık ile yüzey malzemesinin farklı olması durumunda, kanatçıklar sıkı geçme, lehim, kaynak ve benzeri imalat yöntemleriyle yüzey üzerine yerleştirilebilir. Böyle durumlarda ısıl temasın çok iyi olması gerekmektedir. Aksi takdirde ısı transferine karşı ek bir direnç meydana gelir. Borunun veya levhanın iç ve dış yüzeylerinde ısı geçişi taşınım ile gerçekleşiyorsa kanatçıklar genellikle ısı transfer katsayısının düşük olduğu yüzeylere yerleştirilirler. Kanatçık bulunan bir yüzeydeki ısı akısının belirlenebilmesi için kanatçıklardaki sıcaklık dağılımını bilmemiz gerekmektedir [48]. Şekil 3.8’de değişik kanatçık türleri gösterilmiştir [49].



Şekil 3.8. Kanatçık çeşitleri

Yaygın bir şekilde kullanılan kanatçık türlerinden biri iğne kanatçıklardır. İğne kanatçıklar arasında akışkanın akış esnasındaki ısı transferi ve basınç düşümü, ısı transferi ile hem iç hem de dış akış özelliği gösterir. İğne kanatçıklar üzerinde çapraz akış nedeniyle gerçekleşen ısı transferi dıştan taşınımlı ısı transferine iyi bir örnek iken, iğne kanatçıklar arasındaki kanallar boyunca olan akış iç akış özelliği gösterir.

İğne kanatçıklar arasında akış esnasında kalın bir ısı sınır tabaka meydana gelmez ve ısı transferi genellikle diğer kanatçık geometrilerine göre daha fazladır. İğne kanatçıkların çapraz veya düz bir dizilime sahip olması gerekmektedir [50]. Şekil 3.9’de iğne kanatçık dizilimleri gösterilmiştir [51].



Şekil 3.9. İğne kanatçık dizilimleri, a) Düz dizilim, b) Çapraz dizilim

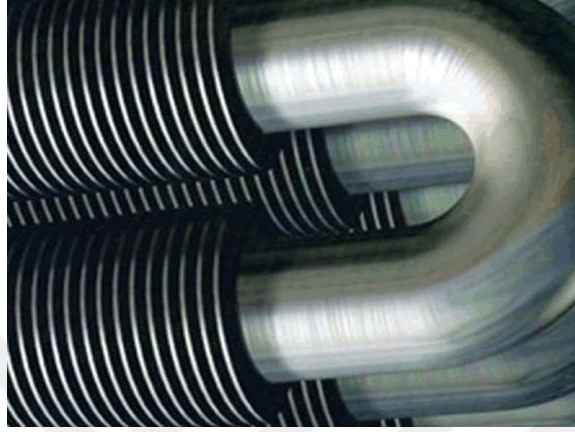
İğne kanatçıklar alanın ve ağırlığın önemli olduğu elektrik santrallerindeki gaz türbin bıçaklarının soğutulmasında, elektronik ekipmanların soğutulmasında ve merkezi ısıtma sistemlerindeki sıcak su kazanları gibi alanlarda kullanılmaktadır. Şekil 3.10’da iğne kanatçık çeşitleri gösterilmektedir [52].



Şekil 3.10. İğne kanatçıklar

Diğer yaygın olarak kullanılan bir kanatçık türü, bu tezde de özel olarak incelen dairesel kanatçıklardır. Dairesel kanatçıklar yaygın bir şekilde ısı değiştirgeçi olarak, sıcak farkı verilen ısı kaynağından ısı transfer oranını arttırmak için veya ısı

kaynağı ve üzerinden geçen akışkanın akış hızının belli olduğu soğutucu arasındaki sıcaklık farkını azaltmak için kullanılır. Bu türdeki kanatçıkların kullanım alanları oldukça geniştir ve iklimlendirme, ısı değiştirgeçleri, mikroelektronik gibi alanlarda sıklıkla kullanılmaktadırlar. Şekil 3.11’de dairesel kanatçık çeşitleri gösterilmektedir [53].



Şekil 3.11. Dairesel kanatçıklar

Başka bir kanatçık türünde düz kanatçıklardır. Uzunlamasına kanatçıklar da çok sık kullanılan kanatçık türleridir. Aşağıda Şekil 3.12’de uzunlamasına kanatçık örneği gösterilmiştir [54].



Şekil 3.12. Düz kanatçıklar

3.3 Kanatçıklarda Isı Transferi Analizi

Kanatçıklar iletim yoluyla katı bünyesinden, taşınım ve ışıınım yoluyla katı yüzeyinden ısı transferini arttırmak için yaygın olarak kullanılan elemanlardır. Mühendisler hangi genişletilmiş yüzey veya kanatçık bağlantısının akışkan ile çevrili

yüzeyden ısı transferini daha iyi artırabileceğini bilmek ister. Kanatçıkla alakalı ısı transferini bulabilmek için öncelikle kanatçık üzerindeki sıcaklık dağılımını elde edilmesi gerekmektedir. Uygun bir diferansiyel eleman üzerinden çözümlemeye başlayabiliriz. Şekil 3.13'deki gibi genişletilmiş bir yüzey düşünelim. Bazı varsayımları yaptığımız zaman analiz daha basit hale gelecektir. İletim kanatçıkta bünyesinde iki boyutlu olarak gerçekleşse de biz x eksenini boyunca bir boyutlu bir iletim olduğunu farzedeceğiz. Kanat üzerindeki herhangi bir noktadan akışkana taşınan enerji ile dik (y ve z) yöndeki iletimle dengeli olmak zorundadır. Fakat pratikte, kanat ince yapılıdır ve uzunlamasına olan sıcaklık dağılımı dik yöndeki yöndeki sıcaklık dağılımına göre çok büyüktür. Dolayısıyla ısı iletimini X yönünde bir boyutlu olarak ele alabiliriz. Bunun yanında analizde sürekli rejim baz alınacak, ısı iletim katsayısı sabit ve ısı taşınım katsayısının düzgün dağılımlı olduğu farz edilecektir. Ayrıca kanat bünyesindeki ısı üretimi ve kanat yüzeyindeki ısıyı ihmal edilecektir.

Şekil 3.13'de [45] gördüğümüz diferansiyel elemana enerji korunum kuralları uygulanırsa

$$q_x = q_{x+dx} + dq_{taşınım} \quad (3.4)$$

elde edilir. Fourier yasasına göre

$$q_x = -kA_c \frac{dT}{dx} \quad (3.5)$$

yazılabilir. A_c , x ile değişebilen kesit alanıdır. Isı iletimi $x + dx$ 'te

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx \quad (3.6)$$

olarak gösterilebilir. Buradan da,

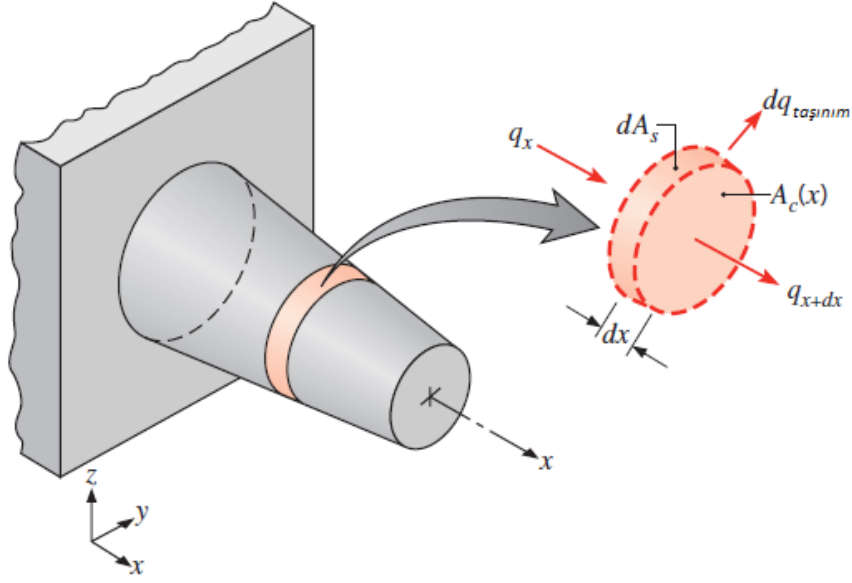
$$q_{x+dx} = -kA_c \frac{dT}{dx} - k \frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) dx \quad (3.7)$$

elde edilir. Taşınım ile geçen ısı,

$$dq_{taşınım} = h dA_s (T - T_\infty) \quad (3.8)$$

denklemleri verilmektedir. A_s diferansiyel elemanın yüzey alanıdır. Bu denklemleri enerji dengesi Denklem (3.4)'e koyulursa,

$$\frac{d}{dx} \left(A_c \frac{dT}{dx} \right) - \frac{h dA_s}{k dx} (T - T_\infty) = 0 \quad (3.9)$$



Şekil 3.13. Genişletilmiş yüzeydeki enerji dengesi

veya

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_c} \frac{dA_c}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_c} \frac{h}{k} \frac{dA_s}{dx} \right) (T - T_\infty) = 0 \quad (3.10)$$

elde edilir. Elde edilen bu denklem kanatçıklarda bir boyutlu enerji denkleminin genel gösterimidir. Yukarıdaki denklemlerde T yüzey sıcaklığı iken T_∞ akışkan sıcaklığıdır [45].

3.3.1 Sabit kesit alanlı kanatçıklar

Sabit kesit alanlı kanatçıklar en basit kanatçık çeşitleridir. Şekil 3.14' deki [45] düz dikdörtgen ve iğne kanat geometrisini ele alabiliriz. Kanatçıklar T_∞ sıcaklığındaki bir akışkan içerisinde olup $T(0) = T_b$ sıcaklığındaki taban yüzeyine kenetlenmiştir. Kanatçıklarda A_c sabit ve $A_s = Px'$ e eşittir. A_s tabandan x 'e olan yüzey alanı iken P ise kanatçığın çevre uzunluğudur. Bu duruma göre $dA_c/dx = 0$ ve $dA_s/dx = P$ olur ve Denklem (3.9) aşağıdaki gibi sadeleşir:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_c} (T - T_\infty) = 0 \quad (3.10)$$

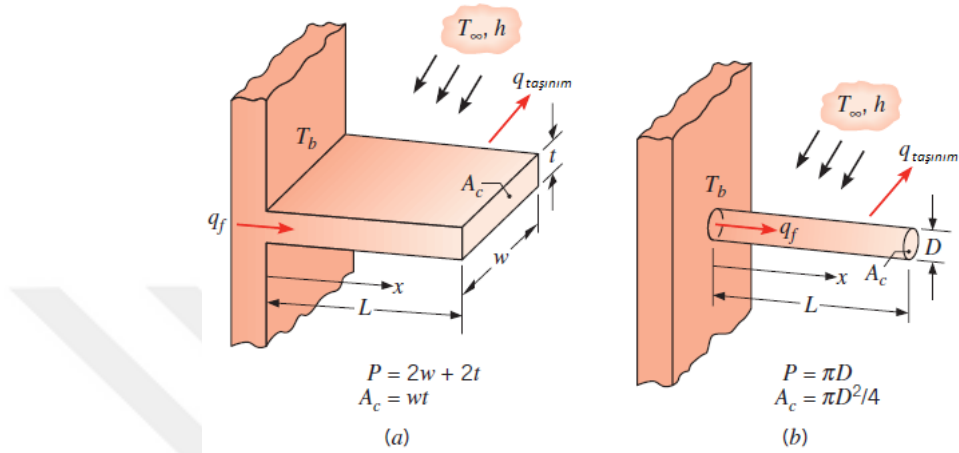
Bu denklemi değişken dönüşümü ile daha basit bir hale getirebiliriz. Sıcaklık farkını θ olarak tanımlarsak,

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \quad (3.11)$$

T_∞ sabit olduğundan $d\theta/dx = dT/dx$ olur ve Denklem (3.11), Denklem (3.10)' un yerine konulursa,

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (3.12)$$

elde edilir.



Şekil 3.14. Sabit kesitli düz kanatçıklar. (a) Dikdörtgen kesitli. (b) İğne kanatçık

Bu denkleme göre,

$$m^2 \equiv \frac{hP}{kA_c} \quad (3.13)$$

olmaktadır. Denklem (3.12) ikinci dereceden homojen, lineer ve sabit katsayılı bir diferansiyel denklemdir ve denklemin genel çözümü aşağıdaki gibidir:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (3.14)$$

Denklem (3.14)'ün Denklem (3.12)'in bir çözümü olduğu sağlanabilir. Uygun sınır koşulları tanımlayarak Denklem 3.14'deki entegrasyon sabitlerini bulabiliriz. Tabandaki sıcaklığı $x = 0$ olarak alırsak aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b \quad (3.15)$$

İkinci sınır koşulu olarak kanatçığın ucunda $x = L$ olarak tanımlanır. Dört ayrı fiziksel durumdan ısı kanadın ucundan ısı geçişi ve adyabatik uç durumlarını ele alalım.

Kanatçığın taşınımıyla ısı geçişini ele alınıp Şekil 3.15'deki kontrol yüzeyine enerji dengesi uygulanırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$h\theta(L) = -k \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad (3.16)$$

Denklem (3.14), Denklem (3.15) ve Denklem (3.16)'de yerine konulursa

$$\theta_b = C_1 + C_2 \quad (3.17)$$

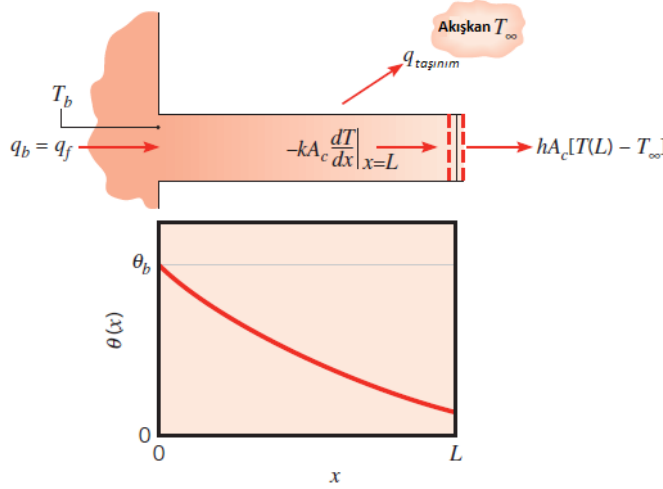
ve

$$h(C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL}) = km(C_2 e^{-mL} - C_1 e^{mL})$$

elde edilir. Bu denklemlerden C_1 ve C_2 çözerek aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL} \quad (3.18)$$

Şekil 3.15'de bu sıcaklık dağılımı gösterilmektedir [43].



Şekil 3.15. Sabit kesitli bir kanatçıkta iletim ve taşınım

Kanadın ucunun adyabatik varsayıldığı durumda aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (3.19)$$

Denklem (3.19)'a Denklem (3.14)'ü koyarsak ve m 'e bölersek aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$C_1 e^{mL} - C_2 e^{-mL} = 0 \quad (3.20)$$

Denklem (3.20)'ye Denklem (3.17) yerleştirilir ve m 'e bölünerek aşağıdaki sıcaklık dağılımı formülü elde edilir:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL} \quad (3.21)$$

3.3.2 Üniform olmayan kesitli kanatçıklar

Kanatçığin uzunluğu boyunca kesit alanının sabit olmaması nedeniyle ısı davranışlarını incelemek daha karmaşıktır. Şekil 3.16'da [45] gösterilen dairesel kanatçık geometrisi ele alalım. Kanatçık kalınlığı sabit olmasına rağmen kesit alanı $A_c = 2\pi r t$, r ile değişmektedir. Kanatçık denkleminin genel halini elde etmek için Denklem (3.10)'da x yerine r konulur ve $A_s = 2\pi(r^2 - r_1^2)$ olarak yazılırsa aşağıdaki denklem bulunur:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} - \frac{2h}{kt} (T - T_\infty) = 0 \quad (3.22)$$

$m^2 = 2h/kt$ ve $\theta = T - T_\infty$ olarak alırsak,

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} - m^2 \theta = 0 \quad (3.23)$$

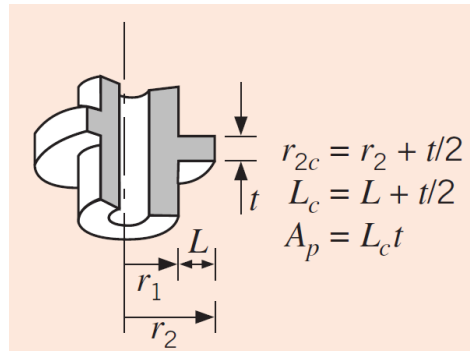
elde edilir ve bu denklem sıfırıncı dereceden değiştirilmiş bir Bessel denklemdir. Genel çözümü ise aşağıda gösterilmiştir:

$$\theta(r) = C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr) \quad (3.24)$$

Bu denklemde I_0 ve K_0 sırasıyla birinci ve ikinci türden değiştirilmiş sıfırıncı dereceden Bessel fonksiyonlarıdır. Kanatçık tabanındaki sıcaklığı biliyorsak, adyabatik uç varsayımı yapıp $\theta(r_1) = \theta_b$ alınırsa $d\theta/dr = 0$, C_1 ve C_2 bulunabilir ve aşağıda gösterilen sıcaklık dağılımı bulunur:

$$\frac{\theta}{\theta_b} = \frac{I_0(mr)K_1(mr_2) + K_0(mr)I_1(mr_2)}{I_0(mr)K_1(mr_2) + K_0(mr)I_1(mr_2)} \quad (3.25)$$

Denklem 3.25' deki $I_1(mr) = d[I_0(mr)]/d(mr)$ ve $K_1(mr) = -d[K_0(mr)]/d(mr)$ sırasıyla birinci ve ikinci türden, birinci dereceden düzeltilmiş Bessel fonksiyonlarıdır [45].



Şekil 3.16. Dairesel kanatçık geometrisi

3.3.3 Kanat etkenliği ve verimi

Yüzeyden geçen ısı geçişini arttırmak amacıyla etkin yüzey alanının artırılması gerekmektedir. Ayrıca kanatçık yüzeyden geçen ısı geçişine karşı bir iletim direnci gösterir. Dolayısıyla kanatçık kullanımının ısı geçişini kesin olarak arttıracakını söyleyemeyiz. Bu durum kanat etkenliği tanımıyla değeriendirilebilir. Kanat etkenliği, ε_f kanatlı halde geçen ısınn kanatsız halde geçen ısıya olan oranıdır ve aşığıdaki denklem (3.26)'da ifade edilmiştir.

$$\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_{c,b}\theta_b} \quad (3.26)$$

Denklem (3.26)'daki $A_{c,b}$ ifadesi tabandaki kanatçık kesit alanıdır. Tasarımlarda ε_f değeri olabildiğince büyük olmalıdır. Uygulamada ε_f değeriinin 2'den küçük olması istenmez. Kanat etkenliği yüksek ısı iletim katsayısına sahip malzemelerin seçimi ile yükseltilebilir. Alüminyum ve bakır alaşımları kanatçık malzemesi seçimi için uygun malzemelerdir. Bakırın ısı iletim katsayısı çok yüksektir, alüminyum ise ucuz ve hafif bir malzemedir. Kanat etkenliği, çevre uzunluğunun kesit alanına olan oranının artırılmasıyla da yükseltilebilir. Bundan dolayı ince ve yakın aralıklı kanatçıklar kullanılır. Yalnız kanat aralığının akışı olumsuz yönde engelleyecek şekilde azaltılmaması gerekmektedir.

Denklem (3.26)'dan da anlaşılabileceğı gibi ısı taşınım katsayısının küçük olması kanat kullanımının yararlı olduğunu göstermektedir. Akışkanın gaz olması durumunda ısı geçişi genellikle doğal taşınım la olacağından kanatçık kullanımı gerekli olacaktır. Kanatçıklar gaz ile sıvıyı ayıracak yüzeylerde kullanılacaksa, kanatçıklar düşük ısı taşınım katsayısından dolayı gaz tarafına yerleştirilir. Örnek olarak otomobil radratör boruları verilebilir.

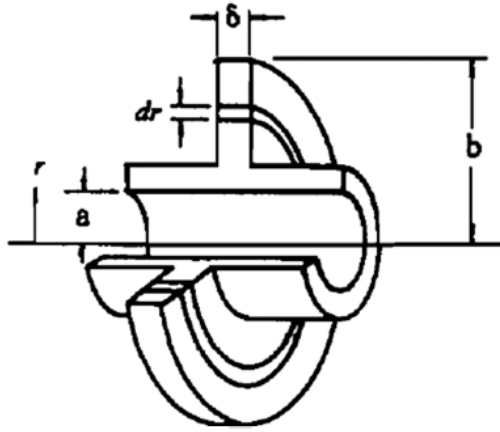
Kanatçık etkenliğinin yanında kanatçık verimliliğini de hesaplamamız gerekmektedir. Aşığıdaki Denklem (3.27)' de kanatçık verimini hesaplayabileceğimiz formül yer almaktadır. Bu denklemde A_t kanatçıkların ve üzerine yerleştirildikleri yüzeyin (asal yüzey) toplam alanı, q_t ise kanatçıklar ve asal yüzeylerden geçen toplam ısı geçiştir [45].

$$\eta_0 = \frac{q_t}{q_{max}} = \frac{q_t}{hA_t\theta_b} \quad (3.27)$$

4. MATERYAL VE YÖNTEM

4.1 Dairesel Kanatçıklarda Isıl Gerilmelerin Analizi

Birinci dereceden simetrik eksenli sabit ve ince bir dairesel kanatçığı ele alalım (Şekil 4.1). Kanatçık homojen ve izotropik malzemeden yapılmış ve bütün ısı özelliklerin sabit olduğu varsayılacaktır. Kanatçak ucunun alanının küçüklüğü nedeniyle ısı transferi ihmal edilmiştir dolayısıyla kanatçık ucunun izole olduğu varsayılmıştır. Çevre sıcaklığı sabit alınmıştır ve kanatçıkta herhangi bir ısı kaynağı bulunmamaktadır. Kanatçıkta ısı akısı zamana göre eksponansiyel olarak azalmaktadır ve kanatçık yüzeyinde sürtünme ihmal edilmiştir. Şekil 4.1’de dairesel kanatçığın biçimi gösterilmiştir [42].



Şekil 4.1. Dairesel kanatçığın biçimi

Gerilim bölgesindeki [42] ana denklemler ve sınır koşulları aşağıda belirtilmiştir:

Şekil değiştirme-gerilme ve sıcaklıkla ilgili denklemler:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \alpha T \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \alpha T \quad (4.2)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \nu^2}[\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta - (1 + \nu)\alpha T] \quad (4.3)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1 - \nu^2} [\varepsilon_{\theta} + \nu \varepsilon_r - (1 + \nu) \alpha T] \quad (4.4)$$

Denklem (4.1), (4.2), (4.3) ve (4.4)'deki ε_r radial birim şekil değıştirme, ε_{θ} ise çevresel birim şekil değıştirmedir. Radyal gerilme σ_r , çevresel gerilme σ_{θ} ile gösterilmiştir. E kanatçık malzemesinin elastisite (Young) modülü iken ν kanatçığın Poisson oranıdır. Kanatçığın doğrusal ısı genleşme katsayısı α ile gösterilmiştir. Kanatçık sıcaklığı ise T olarak belirtilmiştir.

Denge denklemi aşağıdaki gibidir;

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} = 0 \quad (4.5)$$

Şekil değıştirme – deplasman(yerdeğıştirme) ilişkileri :

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \quad (4.7)$$

Denklem (4.6) ve (4.7)'deki u ifadesi radyal yerdeğıştirmedir. Sınır şartları şu şekilde kabul edilmiştir:

$$\sigma_r = 0 \text{ iken } r = a \quad (4.8)$$

$$\sigma_r = 0 \text{ iken } r = b \quad (4.9)$$

Denklem (4.3)'deki a iç çapı ifade ederken, Denklem (4.4)'deki b dış çapı ifade etmektedir. Denklem (4.3) ve (4.4)'ü Denklem (4.5)'de yerine koyarsak aşağıdaki Denklem (4.10)'u elde ederiz:

$$r \frac{d}{dr} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_{\theta}) + (1 - \nu) (\varepsilon_r - \varepsilon_{\theta}) = (1 + \nu) \alpha r \frac{dT}{dr} \quad (4.10)$$

Denklem (4.6) ve (4.7)'yi Denklem (4.10)'da yerine koyarsak ve iki kere r 'ye göre integral alırsak aşağıdaki (4.11) numaralı denklemi elde ederiz:

$$u = \frac{(1 + \nu) \alpha}{r} \int_a^r (T - T_{\infty}) \eta d\eta + C_1 r + \frac{C_2}{r^2} \quad (4.11)$$

Denklem (4.11)'deki T_{∞} çevre sıcaklığını ifade etmektedir. (4.11) numaralı denklemi (4.6) ve (4.7) numaralı denklemlerde yerine koyarsak aşağıdaki (4.12) ve (4.13) numaralı denklemleri elde ederiz:

$$\varepsilon_r = -\frac{(1+v)\alpha}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta + (1+v)\alpha(T - T_\infty) + C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (4.12)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{(1+v)}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta + C_1 + \frac{C_2}{r^2} \quad (4.13)$$

(4.12) ve (4.13) numaralı denklemleri (4.3) ve (4.4) numaralı denklemlerde yerlerine koyarsak aşağıdaki (4.14) ve (4.15) numaralı denklemleri elde ederiz:

$$\sigma_r = -\frac{\alpha E}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta - \frac{\alpha E}{1-v} T_\infty + \frac{E}{1-v} C_1 - \frac{E}{1+v} \frac{C_2}{r^2} \quad (4.14)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\alpha E}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta - \alpha E T - \frac{v\alpha E}{1-v} T_\infty + \frac{E}{1-v} C_1 + \frac{E}{1+v} \frac{C_2}{r^2} \quad (4.15)$$

(4.8) ve (4.9) numaralı denklemlere sınır koşullarını uygularsak integral sabitleri aşağıdaki gibi olur:

$$C_1 = \frac{(1-v)\alpha}{b^2 - a^2} \int_a^b (T - T_\infty) \eta d\eta + \alpha T_\infty \quad (4.16)$$

$$C_1 = \frac{(1-v)\alpha}{b^2 - a^2} \int_a^b (T - T_\infty) \eta d\eta + \alpha T_\infty \quad (4.17)$$

$$\sigma_r = -\frac{\alpha E}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta + \frac{\alpha E}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) \int_a^b (T - T_\infty) \eta d\eta \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & -\alpha E(T - T_\infty) + \frac{\alpha E}{r^2} \int_a^r (T - T_\infty) \eta d\eta \\ & + \frac{\alpha E}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) \int_a^b (T - T_\infty) \eta d\eta \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sıcaklık alanı [42] için genel denklem ve başlangıç koşulları aşağıda verilmiştir:

Diferansiyel denlem çözülebilir:

$$k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{2h}{\delta} (T - T_\infty) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad t > 0, a < r < b \quad (4.20)$$

Denklem (4.20)'deki ρ ifadesi kanatçık malzemesinin yoğunluğunu ifade ederken, c ifadesi kanatçık malzemesinin özgül ısısını belirtmektedir. Başlangıç koşulu:

$$T(r, 0) = T_\infty \quad a < r < b \quad (4.21)$$

Sınır koşulları:

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a} = q_b e^{-\Omega t} \quad t > 0 \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=b} = 0 \quad t > 0 \quad (4.23)$$

Daha kolay kıyaslama için aşağıda belirtilen ifadelerle boyutsuzlaştırma yapılacaktır:

$$\zeta = \frac{r}{a}, \quad R = \frac{b}{a}, \quad N^2 = \frac{2ha^2}{k\delta}, \quad \overline{\sigma}_r = \frac{\sigma_r k}{\alpha E q_b a}, \quad \overline{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_\theta k}{\alpha E q_b a}, \quad (4.24)$$

$$\tau = \frac{kt}{\rho c a^2}, \quad \varphi = \frac{k(T - T_\infty)}{q_b a}$$

Denklem (4.24)'de gösterilen ifadelerden ζ boyutsuz yarıçap parametresini, R boyutsuz dış yarıçap parametresini, φ boyutsuz sıcaklık parametresini, $\overline{\sigma}_r$ boyutsuz radyal gerilmeyi, $\overline{\sigma}_\theta$ boyutsuz çevresel gerilmeyi, τ boyutsuz zaman parametresini ve ısı iletim katsayısı, iç yarıçap ve kalınlığa bağlı boyutsuz parametreyi ifade eder. Boyutsuzlaştırmadan sonra Denklem (4.18) ve (4.19) aşağıdaki gibi olurlar:

$$\overline{\sigma}_r = -\frac{1}{\zeta^2} \int_1^\zeta \varphi \zeta d\zeta + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\zeta^2 - 1}{R^2 - 1} \int_1^R \varphi \zeta d\zeta \quad (4.25)$$

$$\overline{\sigma}_\theta = -\varphi + \frac{1}{\zeta^2} \int_1^\zeta \varphi \zeta d\zeta + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\zeta^2 - 1}{R^2 - 1} \int_1^R \varphi \zeta d\zeta \quad (4.26)$$

Denklem (4.20), (4.21), (4.22) ve (4.23) aşağıdaki gibi olurlar:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right) - N^2 \zeta \varphi = \zeta \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} > 0, \quad 1 < \zeta < R \quad (4.27)$$

$$\varphi(\zeta, 0) = 0 \quad 1 < \zeta < R \quad (4.28)$$

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = e^{-\omega \tau} \quad t > 0 \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=R} = 0 \quad t > 0 \quad (4.30)$$

(4.27) ile (4.30) arasındaki denklemler tipik başlangıç ve sınır değeri problemleridir.

Zamana göre Laplace alırsak sistem sınır değeri problemine dönüşür:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta} \right) - (N^2 + p) \zeta \bar{\varphi} = 0 \quad (4.31)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=1} = \frac{1}{p + \omega} \quad (4.32)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=R} = 0 \quad (4.32)$$

Yukarıdaki p Laplace parametresidir:

(4.31) ve (4.32) nolu denklemlerin çözümleri aşağıdaki gibidir:

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{\zeta} (p + \omega) \{ (1/2) \cosh[(R - \zeta)\sqrt{N^2 - p}] + \sqrt{N^2 - p} \sinh[(R - \zeta)\sqrt{N^2 - p}] \}} \cosh[(R - \zeta)\sqrt{N^2 - p}] \quad (4.34)$$

4.1.1 Durbin ters Laplace dönüşümü

Nümerik ters Laplace dönüşüm tekniği zaman uzayındaki değerleri elde etmek için önemlidir. Bu amaç için çalışmada hızlı Fourier dönüşümüne dayanan Durbin Laplace transform metodu kullanılmıştır [17]. Durbin ters Laplace dönüşüm formülleri aşağıda özetlenmiştir:

$$\begin{aligned} \tilde{f}(\zeta, \xi_j) = & \frac{2 \text{Exp}[aj\Delta t]}{T} \left[-\frac{1}{2} \text{Re}\{\tilde{f}(\zeta, a)\} \right. \\ & \left. + \text{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} (A(\zeta, k) + iB(\zeta, k)) W^{jk} \right\} \right], \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$$

Burada

$$A(\zeta, \xi_j) = \sum_{m=1}^M \text{Re} \left\{ x \left\{ \tilde{f} \left(\zeta, a + i(k + mN) \frac{2\pi}{T} \right) \right\} \right\} \quad (4.36)$$

$$B(\zeta, \xi_j) = \sum_{m=1}^M \text{Im} \left\{ \tilde{f} \left(\zeta, a + i(k + mN) \frac{2\pi}{T} \right) \right\} \quad (4.37)$$

$$W = \text{Exp}\left[i\frac{2\pi}{N}\right], \quad \Delta t = \frac{T}{N} \quad (4.38)$$

$z_k = a + ik\frac{2\pi}{T}$ ve $N = \frac{T}{\Delta t}$, k derecesinden Laplace dönüşüm parametresi, T çözüm süresi ve Δt zaman artış aralığıdır. Durbin tarafından Laplace dönüşümü direk ters dönüşümde a sabitinin seçimi açıklanmıştır [17]. Durbinin çalışmasına göre iyi sonuçlar elde etmek için aT değeri 5 ila 10 arasında seçilmelidir. Dolayısıyla bu çalışmadaki nümerik örneklerde aT değeri 7.5 alınmıştır. Son olarakta sonuçlar Lanczos L_k faktörü ile çarpılıp Laplace uzayında en iyi sonuçlar elde edilmiştir [43]:

$$L_k = \sin\left(\frac{k\pi}{N}\right) / \left(\frac{k\pi}{N}\right) \quad (4.39)$$

5. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, sıcaklık dağılımları, radyal ve çevresel gerilmeleri elde etmek için Durbin'in modifiye edilmiş nümerik Laplace çevirim tekniği kullanılmıştır. Durbin'in tekniği ile genel sınır koşulu problemleri verimli bir şekilde çözülmüştür. Isı akısı zamana göre üssel olarak azalan bir kanatçıktaki ısıl gerilme probleminin ters süreksiz çözümü bulunmaya çalışılmıştır.

Çalışmada tek boyutlu, dairesel, simetrik, ince ve sabit bir kanatçık ele alınmıştır. Kanatçık malzemesi izotropik, homojendir ve kanatçığın her bölgesindeki ısıl özellikler aynıdır. Çevre sıcaklığı sabittir ve kanatçıkta ısı kaynağı bulunmamaktadır. Kanatçığın izole olduğu varsayılmıştır. Uygun başlangıç, sınır ve iç koşullara bağlı korunum kısmi diferansiyel denklemleri normalleştirilmiştir. Korunum denklemleri zamana bağlı olarak Laplace çevirim tekniği ile ayrıştırılmıştır. Elastik bir cismin davranışını idare eden zamana bağlı bir diferansiyel denklemi, zaman parametresini ortadan kaldırarak çözmek mümkün olabilir. Zaman parametresini ortadan kaldırmak için diferansiyel denkleme Laplace dönüşümünü uygulanır. Bu şekilde zamandan bağımsız hale getirilen denklemin daha etkin çözümleri elde edilebilmektedir. Ayrık Laplace dönüşümünün kullanılması halinde cismin veya yapının istenen bir noktasındaki dinamik davranışı, diğer noktadaki davranış bulunmadan belirlenebilir. Halbuki klasik integrasyon formüllerinin kullanılması halinde, belli bir noktadaki dinamik davranışı bulmak için diğer noktalardaki davranışlarının bulunmasına ihtiyaç vardır. Yani, cismin bütün noktalarındaki dinamik davranış aynı zamanda ve birlikte bulunur. Laplace dönüşümü ile fonksiyondaki bağımsız değişken sayısı bir derece azalır. Örneğin, adi diferansiyel denklemler cebrik denklemlere, iki boyutlu kısmi diferansiyel denklemler de adi diferansiyel denklemlere dönüşürler. Böylece, sayısal yöntemler kullanılarak elde edilen cismin davranışını idare eden hareket denklemi Laplace uzayında lineer cebrik denklem haline dönüşmüş olacaktır. Laplace parametresine bağlı çözümlere ters Laplace dönüşümü uygulanarak zamana bağlı çözümler elde edilebilmektedir. Genel çözüm için sıcaklık artışları ve deplasmanlar dönüşüm

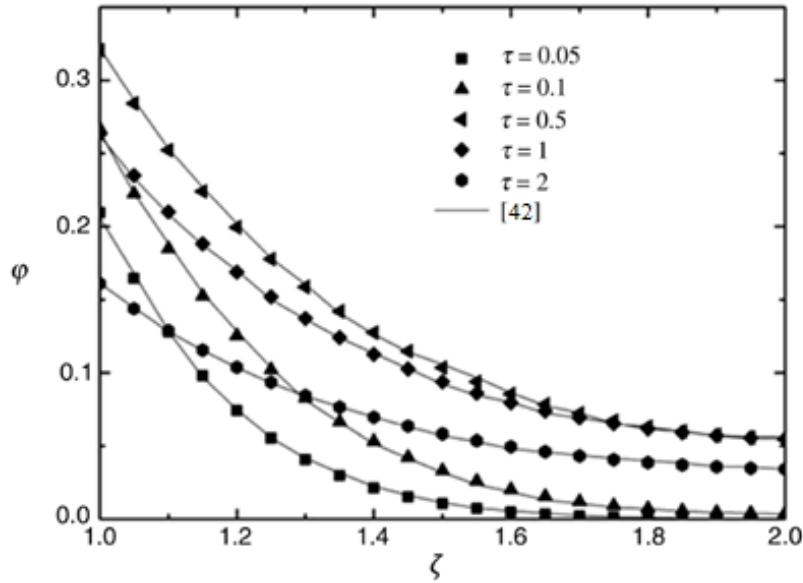
uzayında elde edilmiştir. Sonra sonuçları gerçek uzaya çevirmek için Fourier tekniği kullanılarak çözüm tamamlanmıştır. Kanatçıktaki sıcaklık artışları ve ısıl gerilmelerin süreksiz cevapları gerçek uzayda nümerik olarak gösterilmiştir.

Sayısal sonuçlar MATHEMATICA programı yardımıyla elde edilmiştir. Grafikler için ORIGIN programı kullanılmıştır.

5.1 Dairesel Kanatçığın Analiz Sonuçları

Bu çalışmada ki nümerik sonuçlar, analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışmadaki sonuçlarla kıyaslanmıştır. Yapılan nümerik çalışmalar ve kıyaslamalar 5.1–5.16'deki şekillerde gösterilmiştir. Bütün şekillerde, çalışmada elde ettiğimiz sonuçlar sembollerle gösterilirken referans sonuçları çizgilerle gösterilmiştir.

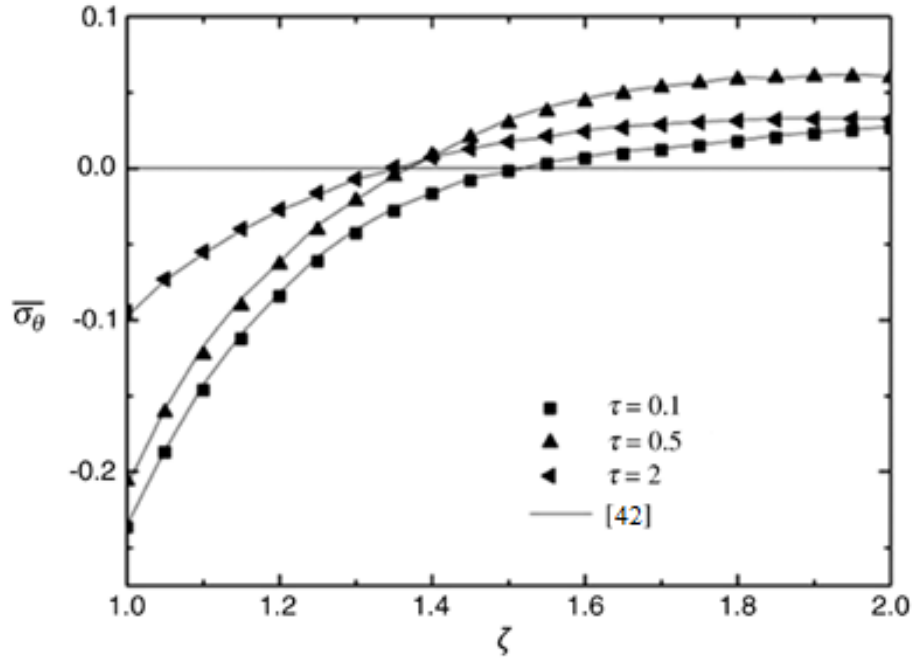
Şekil 5.1'de $\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ iken boyutsuz zaman parametresi τ ifadesinin farklı değerleri için sıcaklık (φ) ve boyutsuz kanatçık yarıçapı (ζ) değişimi gösterilmektedir.



Şekil 5.1. $\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı τ değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi

Şekil 5.1. incelendiğinde farklı boyutsuz zaman parametrelerinde yapılan nümerik analiz ile boyutsuz sıcaklık φ dağılımı arttıkça boyutsuz yarıçapı ζ değerlerinin azaldığını tespit edilmiştir. Ayrıca analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

$\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ 'deki parametresi τ ifadesinin farklı değerleri için çevresel gerilme ($\overline{\sigma_\theta}$) ve boyutsuz kanatçık yarıçapı (ζ) değişimi Şekil 5.2'de analiz edilmiştir.

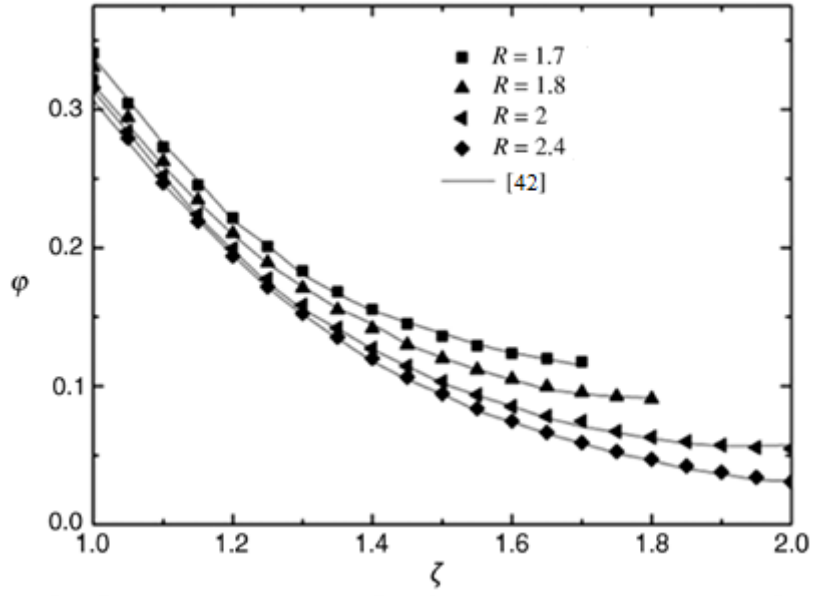


Şekil 5.2. $\omega = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı τ değerleri için boyutsuz çevresel gerilme ($\overline{\sigma_\theta}$) değişimi

Şekil 5.2'de boyutsuz kanatçık yarıçapı ζ parametresi artarken boyutsuz çevresel gerilme $\overline{\sigma_\theta}$ değerlerinin arttığı görülmektedir. Ayrıca kanatçığın neredeyse orta noktasında çevresel gerilme değerlerinin sıfır olduğu ve kanatçığın hemen hemen 1.4 değerine kadarlık olan kısımda çevresel gerilme değerlerinin negatif diğer kısımlarında ise pozitif olduğu tespit edilmiştir. Analitik olarak Shang-ShenWu [42] tarafından yapılan sonuçlarla karşılaştırıldığında örtüştüğü görülmektedir.

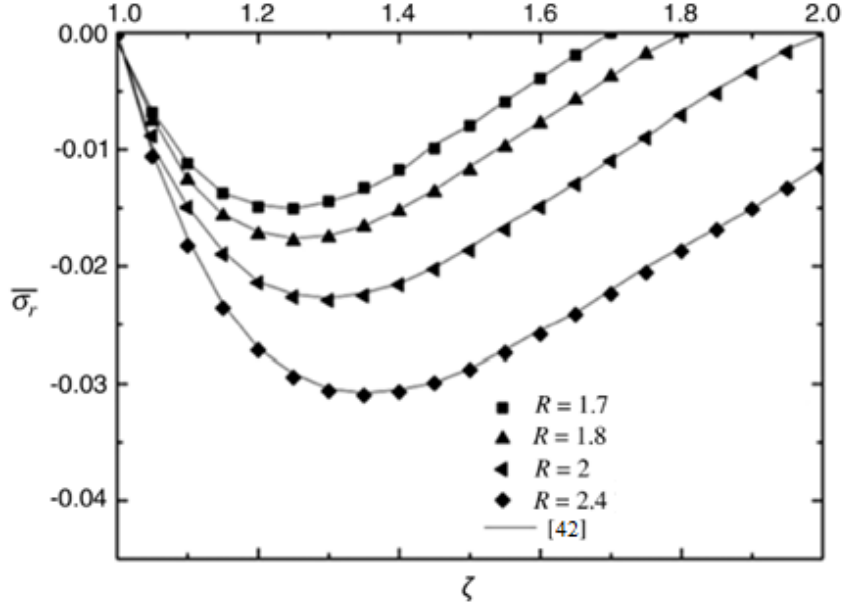
Şekil 5.3'de $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ iken boyutsuz kanatçık dış yarıçap R ifadesinin farklı değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçapı ζ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı φ değerleri verilmiştir. Analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların denk geldiği tespit edilmiştir.

Şekil 5.3'de boyutsuz kanatçık dış yarıçapı (R) artmasına karşın sıcaklık değerlerinde azalma meydana gelmektedir. Kanatçık yarıçapı artmasına rağmen boyutsuz sıcaklık değişimi de düşmektedir. Ayrıca kanatçığın orta noktasında sonra sıcaklık hemen hemen sabit kaldığı gözlemlenmiştir.



Şekil 5.3. $\omega = 0.5$, $\tau = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi

Şekil 5.4’de $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ iken boyutsuz kanatçık dış yarıçap parametresi R ifadesinin farklı değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçap ζ değerlerine karşılık gelen boyutsuz radyal gerilme dağılımı $\overline{\sigma}_r$ değerlerini görülmektedir.

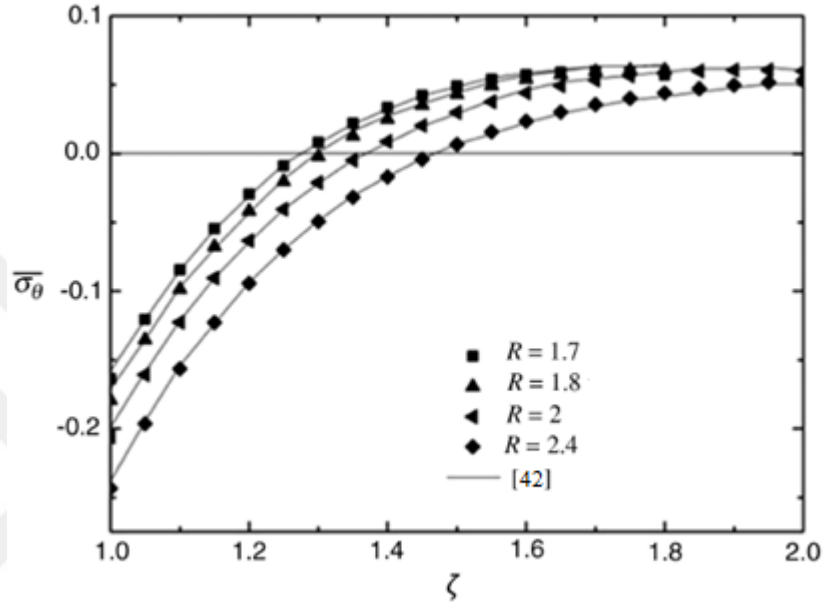


Şekil 5.4. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz radyal gerilme ($\overline{\sigma}_r$) değişimi

Şekil 5.4 incelediğinde radyal gerilme parametresi $\overline{\sigma}_r$ ‘nin boyutsuz kanatçık yarıçap değerlerinden 1.2-1.4 arasında olduğu değerlerde en yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca sıcaklık artışının genellikle basma gerilimini arttırdığı ve

radyal gerilme $\overline{\sigma}_r$ 'nin artarken boyutsuz kanatçık dış yarıçapı R ile birlikte arttığı görülmektedir. Shang-Shen Wu [42] tarafından analitik olarak elde edilen sonuçlarla ile mevcut çalışmadaki sonuçların örtüştüğü tespit edilmiştir.

$\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ iken boyutsuz kanatçık dış yarıçap parametresi R ifadesinin farklı değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçapı parametresi ζ değerlerine karşılık boyutsuz çevresel gerilme dağılımı $\overline{\sigma}_\theta$ Şekil 5.5'de verilmektedir.

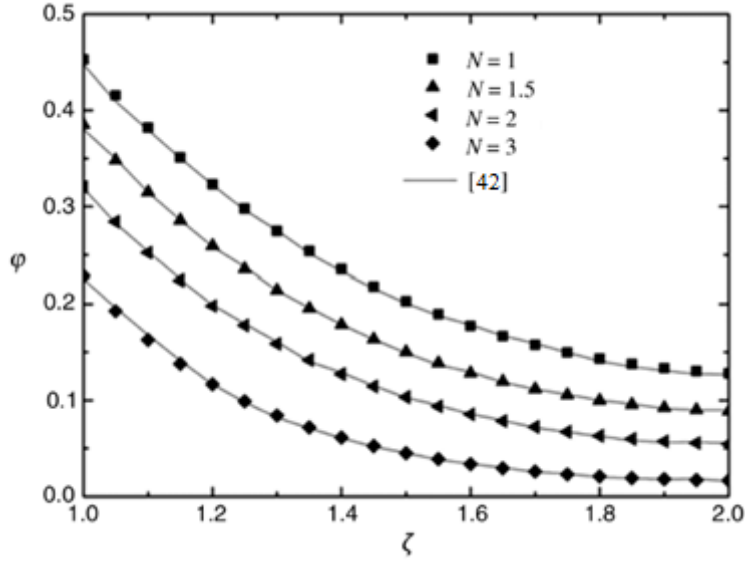


Şekil 5.5. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $N = 2$ kanatçığın kalınlığı boyunca farklı R değerleri için boyutsuz çevresel gerilme($\overline{\sigma}_\theta$)değişimi

Boyutsuz çevresel gerilme, boyutsuz kanatçık yarıçapı parametresi ζ değerinin 1.3–1.5 arasında olduğu yere kadar azalmaktadır ve bu bölgede bası gerilmesi mevcuttur. ζ değerinin 1.5'den yüksek olduğu bölgelerde çevresel gerilme $\overline{\sigma}_\theta$ değeri artmakta ve sonunda düzenli rejime girmektedir. Bu bölgede çeki gerilmeleri mevcuttur. R parametresinin artması bası bölgesinde yüksek gerilime neden olurken çeki bölgesinde düşük gerilime neden olmaktadır. Ek olarak analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların aynı olduğu tespit edilmiştir.

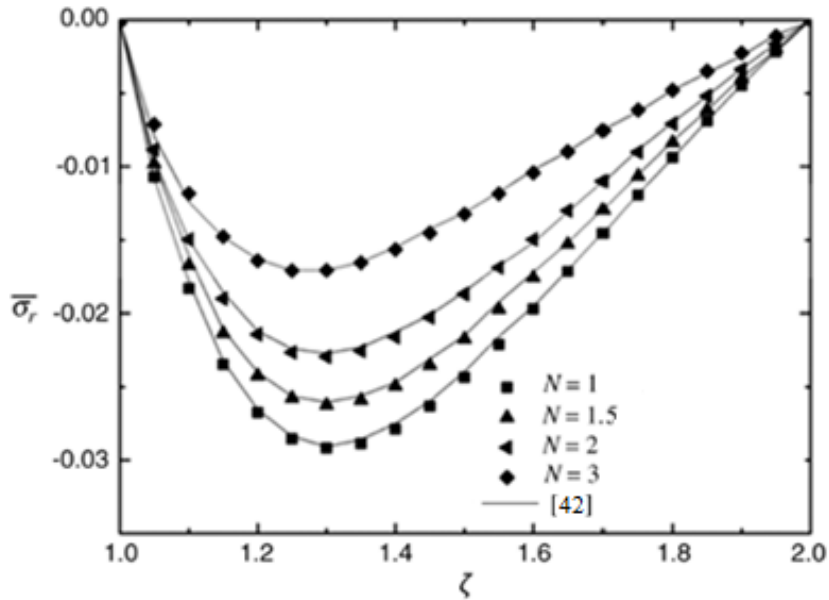
Şekil 5.6'de $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ iken farklı N değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçapı parametresi ζ değerlerine karşılık boyutsuz sıcaklık dağılım φ değerleri gösterilmiştir. Boyutsuz sıcaklık değerlerindeki düşüş boyutsuz N parametresinin artmasından kaynaklanmaktadır. İç yarıçaptan dış yarıçapa doğru gidildikçe sıcaklık değerinde düşme görülmektedir. Tasarım açısından bakıldığında

N parametresinin malzemenin sıcaklık davranışını büyük ölçüde etkilemektedir. Bunun dışında, analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.



Şekil 5.6. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi

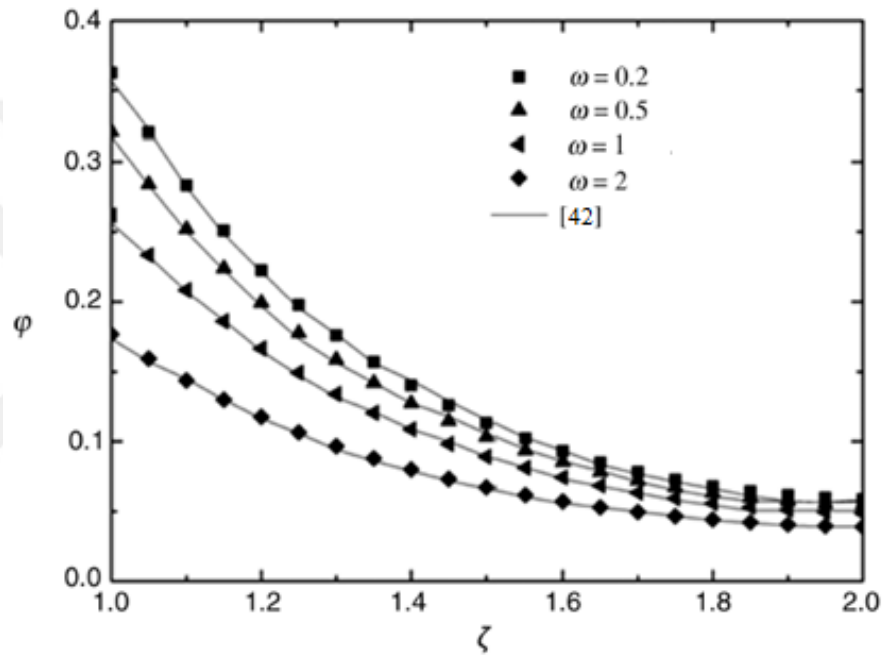
Şekil 5.7’de $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ iken farklı N değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçap parametresi ζ değerlerine karşılık gelen radyal gerilme dağılımı $\overline{\sigma}_r$ gösterilmiştir.



Şekil 5.7. $\omega = 0.5$, $\tau = 0.5$ ve $R = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı N değerleri için boyutsuz radyal gerilme ($\overline{\sigma}_r$) değişimi

Grafik incelediğinde radyal gerilme değerleri, ζ 'nin 1.0-2.0 arasındaki değerlerinde bası bölgesindedir ve radyal gerilme $\bar{\sigma}_r$ dağılımı boyutsuz N parametresi ile birlikte artmaktadır. Bunun yanında radyal gerilmenin ζ 'nin 1.3 olduğu değerde en yüksek olduğunu görmekteyiz. Ek olarak analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların aynı olduğu tespit edilmiştir.

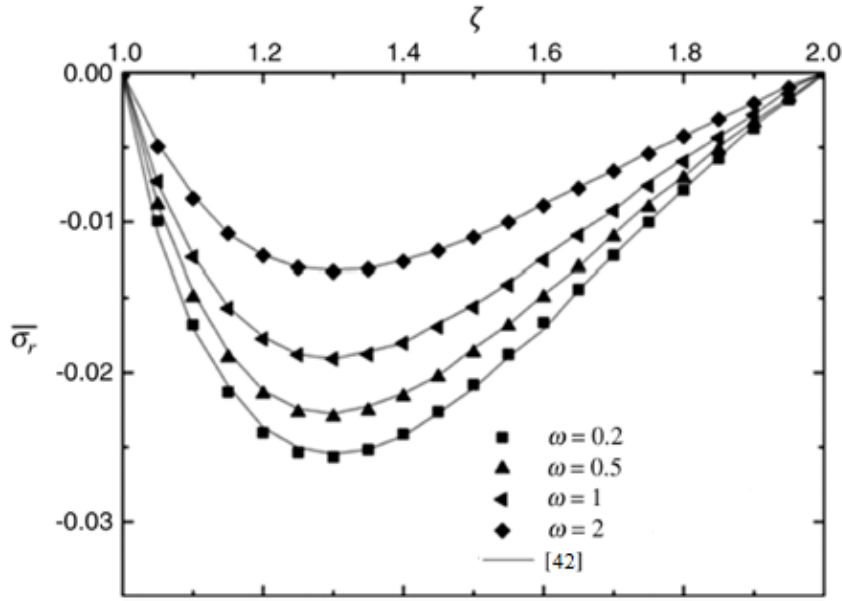
Şekil 5.8'de $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ iken farklı ω değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçap parametresi ζ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılım değerlerini görülmektedir.



Şekil 5.8. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz sıcaklık değişimi

Şekilden de gördüğümüz gibi ω değerinin artması sıcaklık dağılımı değerlerini düşürmektedir. Ayrıca boyutsuz sıcaklık dağılımı ϕ değerleri, boyutsuz kanatçık yarıçap parametresi ζ 'nin artmasıyla birlikte düşmektedir. Analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmadaki sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

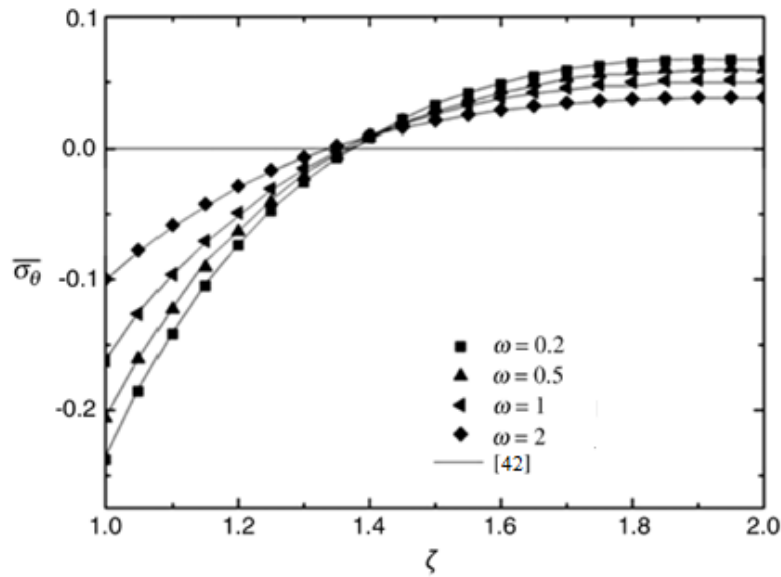
Şekil 5.9'da $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $N = 2$ iken farklı ω değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçap parametresi ζ değerlerine karşılık gelen radyal gerilim dağılımı $\bar{\sigma}_r$ gösterilmiştir. Analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların aynı olduğu görülmüştür.



Şekil 5.9. $\tau = 0.5, R = 2$ ve $N = 2$ için kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz radyal gerilme ($\bar{\sigma}_r$) değişimi

Boyutsuz kanatçık yarıçap ζ değerinin 1.0-2.0 olduğu bölgede boyutsuz radyal gerilmeler bası halindedir ve gerilmenin en yüksek olduğu yer yine ζ değerinin 1.3 olduğu yerdedir. ω değerinin artması radyal gerilmeyi azaltmaktadır.

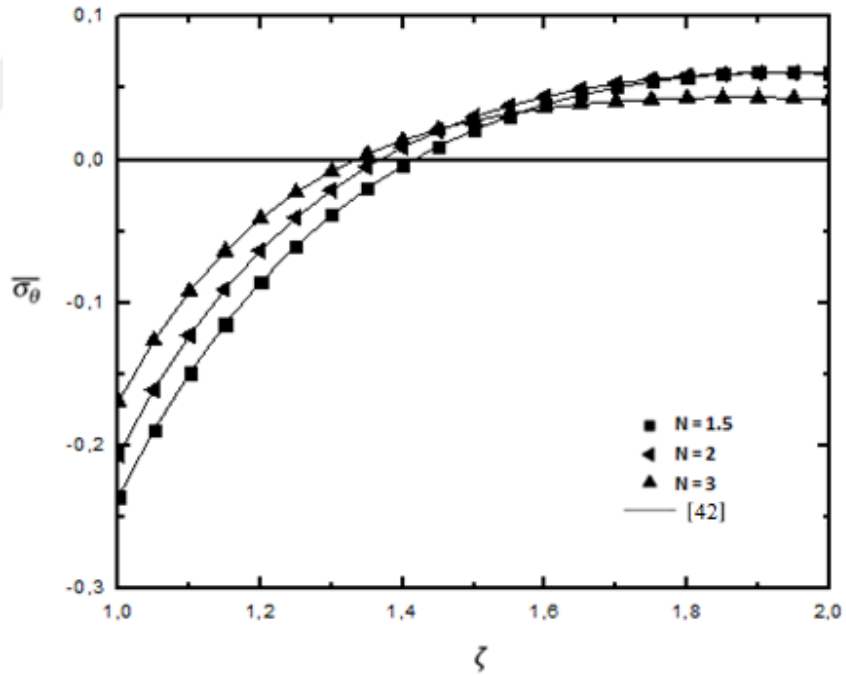
Şekil 5.10'de $\tau = 0.5, R = 2$ ve $N = 2$ iken farklı ω değerleri için boyutsuz kanatçık yarıçap parametresi ζ değerlerine karşılık gelen boyutsuz çevresel gerilme $\bar{\sigma}_\theta$ dağılımını gösterilmektedir.



Şekil 5.10. $\tau = 0.5, R = 2$ ve $N = 2$ kanatçığın kalınlığı boyunca farklı ω değerleri için boyutsuz çevresel gerilme ($\bar{\sigma}_\theta$) değişimi

Şekilden de anlaşılacağı gibi ζ 'nin 1.4 olduğu yerde bütün gerilme değerleri eşit ve neredeyse sıfıra eşittir. Bu noktadan önceki bölgede bütün gerilmeler bası iken diğer bölgede gerilmeler çekidir. Shang-Shen Wu [42] tarafından analitik olarak elde edilen sonuçlar ile mevcut çalışmadaki sonuçların örtüştüğü görülmüştür. Ek olarak bu noktadan önceki bölgede artarken çevresel gerilmeler azalmaktayken noktadan sonraki bölgede yine azalmaya devam etmektedir.

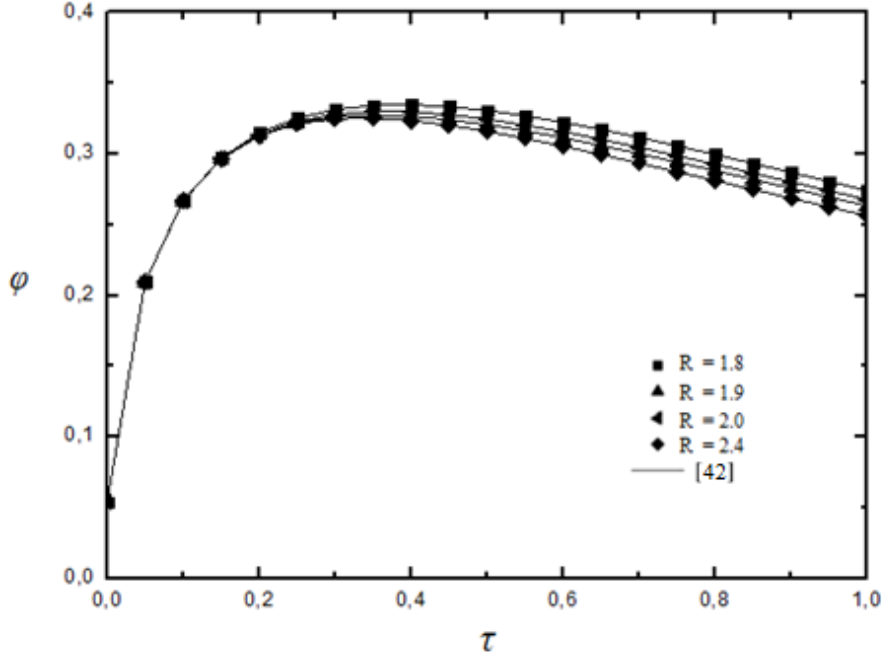
Şekil 5.11'de $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz çap parametresine karşılık gelen boyutsuz çevresel gerilme dağılımı $\overline{\sigma_\theta}$ değerlerini görmektedir. Boyutsuz çevresel gerilme, yarıçap parametresi ζ değerinin 1.3–1.4 arasında olduğu yere kadar azalmaktadır ve bu bölgede bası gerilmesi mevcuttur. Bu bölgeden sonraki kısımlarda çeki gerilmesi vardır. Bu bölgeden önceki kısımlarda N parametresinin artması bası gerilmesini arttırırken, sonraki kısımlar için N parametresinin artmasının çeki gerilmesini arttırdığını söyleyemeyiz. Ek olarak analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmadaki sonuçların denk geldiği görülmüştür.



Şekil 5.11. $\tau = 0.5$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz çevresel gerilme dağılımı

Şekil 5.12'de $\zeta = 1$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz zaman parametresi τ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı φ değerlerini görmektedir. Boyutsuz zaman parametresi τ değerinin 0.15 olduğu bölgeye kadar farklı R değerleri için bütün sıcaklık dağılımı değerleri eşittir. Ancak τ

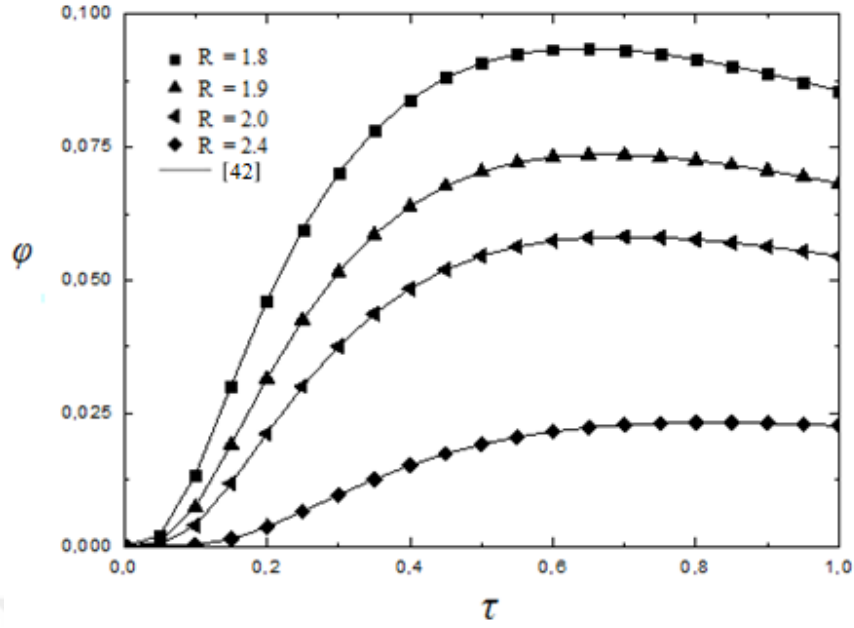
değerinin 0.15'ten sonraki kısımlarında R değerinin artması sıcaklık dağılımını azaltmaktadır. Ayrıca τ değerinin 0.3 civarında olduğu bölgeye kadar sıcaklık dağılımı arttarken sonraki bölgelerde azalma meydana gelmektedir. Aynı zamanda analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.



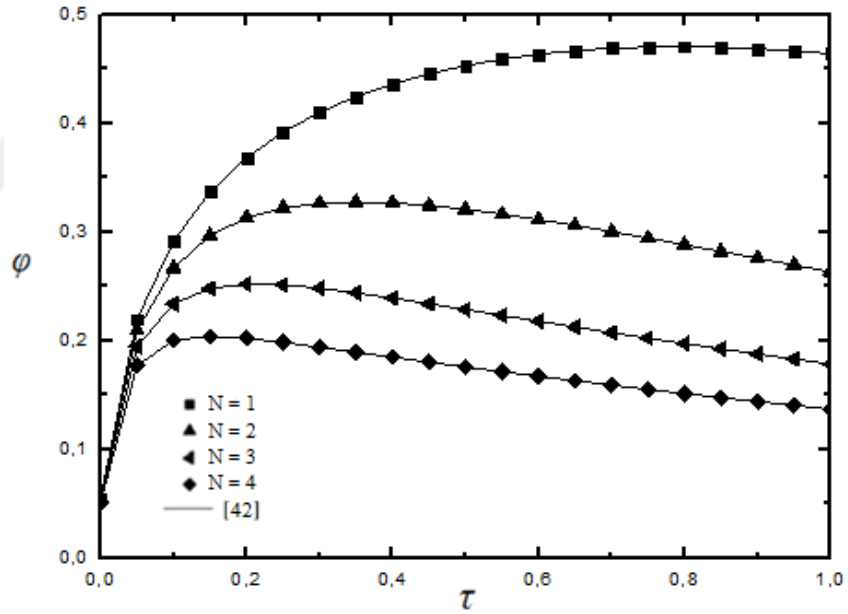
Şekil 5.12. $\zeta = 1$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı

Şekil 5.13'de $\zeta = R$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz zaman parametresi τ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı ϕ değerlerini görmekteyiz. Şekilden de göreceğimiz gibi sıcaklık dağılımı değerleri R değerinin artmasıyla azalmaktadır. Sıcaklık dağılımının en yüksek olduğu değerler genellikle zaman parametresi τ değerinin yaklaşık 0.7 olduğu bölgedir ve bu bölgeden sonra sıcaklık dağılımında azalma meydana gelmektedir. Ayrıca analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

Şekil 5.14'de $\zeta = 1$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz zaman parametresi τ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı ϕ değerlerini görmekteyiz. Şekilden anlaşılabileceği gibi boyutsuz N parametresinin artması sıcaklık dağılımı değerlerinin azalmasına yol açmaktadır. Ayrıca analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

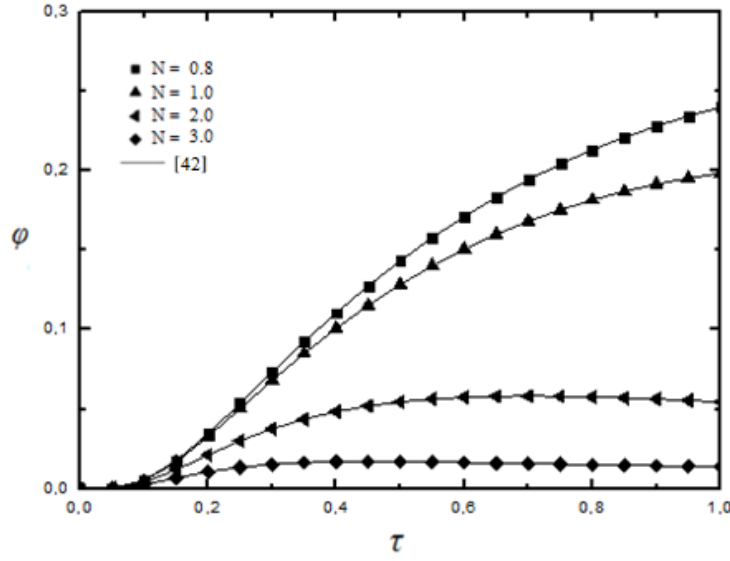


Şekil 5.13. $\zeta = R$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı



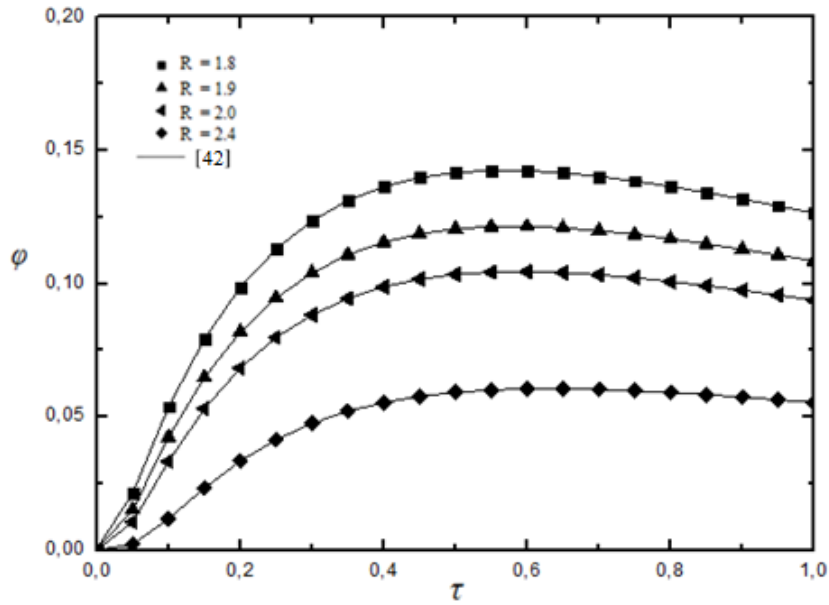
Şekil 5.14. $\zeta = 1$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı

Şekil 5.15’de $\zeta = R$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz zaman parametresi τ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı ϕ değerlerini görmekteyiz. Boyutsuz N parametresinin artmasıyla sıcaklık dağılımı değrleri azalmaktadır. Analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.



Şekil 5.15. $\zeta = R$, $R = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı

Şekil 5.16’da $\zeta = (1+R)/2$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı N değerleri için boyutsuz zaman parametresi τ değerlerine karşılık gelen boyutsuz sıcaklık dağılımı ϕ değerlerini görmekteyiz. Şekilden de anlaşılabileceği gibi R değerinin artması sıcaklık dağılımı ϕ değerlerinin azalmasına yol açmaktadır. Boyutsuz zaman parametresi τ değerinin yaklaşık 0.6 olduğu bölgede sıcaklık dağılımı değerleri en yüksek değerdedir. Ek olarak analitik olarak Shang-Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.



Şekil 5.16. $\zeta = (1+R)/2$, $N = 2$ ve $\omega = 0.5$ iken farklı R değerleri için boyutsuz sıcaklık dağılımı

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, zamana göre üssel değişen ısı akısına maruz bırakılmış dairesel kanatçıklardaki süreksiz termal gerilmelerin analizleri yapılmıştır. Kanatçık malzemesi homojen ve izotropik olarak kabul edilmiş olup bütün ısıl özellikler sabittir. Ayrıca Kanatçak ucunun alanının küçüklüğü nedeniyle ısı transferi ihmal edilmiştir dolayısıyla kanatçık ucunun izole olduğu varsayılmıştır. Çevre sıcaklığı sabit alınmıştır ve kanatçıkta herhangi bir ısı kaynağı bulunmamaktadır. Genel denklemlerdeki çözümler öncelikle Laplace uzayında analitik olarak elde edilmiş ve sonra Durbin ters Laplace dönüşüm tekniğiyle zaman uzayına çevrilmiştir. Sıcaklık dağılımı ve gerilme dağılımları grafiklerde gösterilmiştir. Her durum için elde edilmiş nümerik sonuçlar gösterilmiştir ve Shang Shen Wu [42] tarafından yapılan çalışma ile mevcut çalışmada elde edilen sonuçların birebir örtüştüğü tespit edilmiştir.

Bu çalışmadan çıkan sonuçlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Kanatçıktaki sıcaklık zamanın geçmesiyle birlikte artmaktadır. Yalnız kanatçıkta sıcaklık en yüksek noktasına ulaştıktan sonra düşmeye başlamakta ve sonunda düzenli rejime girmektedir. Kanatçığın orta noktasından önceki bölgede bütün gerilmeler bası iken diğer bölgede gerilmeler çekidir.
2. Boyutsuz kanatçık dış yarıçapı R ve boyutsuz kanatçık yarıçapının ζ değerinin artmasına karşın sıcaklık değerlerinde azalma meydana gelmektedir. Boyutsuz kanatçık dış yarıçapı R ve boyutsuz kanatçık yarıçapı ζ artarken boyutsuz radyal gerilme parametresi $\overline{\sigma}_r$ 'nin değeride artmaktadır. Boyutsuz çevresel gerilme $\overline{\sigma}_\theta$ açısından ise boyutsuz kanatçık dış yarıçap parametresi R 'nin artması bası bölgesinde yüksek gerilmeye neden olurken çeki bölgesinde düşük gerilmeye neden olmaktadır.
3. Kanatçıktaki sıcaklık boyutsuz N parametresinin artmasıyla düşmektedir. Bunun nedeni yüksek değerdeki N parametresi ısı transfer katsayısının yüksek olması demektir, dolayısıyla kanatçık yüzeyinden ısı taşınımı daha fazla olmaktadır. Bu durum daha az ısı depolayan kanatçık anlamına

gelmektedir ve beklenildiği gibi sıcaklık azalmaktadır. Ek olarak ω değeri artarken de sıcaklık değerleri azalmaktadır. Boyutsuz kanatçık yarıçapı ζ değerinin 1.0-2.0 olduğu bölgede boyutsuz radyal gerilmeler bası halindedir, ω değerinin artması radyal gerilmeyi azaltmaktadır. Boyutsuz kanatçık yarıçapı ζ değerinin 1.4 olduğu yerde bütün gerilme değerleri eşit ve neredeyse sıfıra eşittir. Bu noktadan önceki bölgede bütün gerilmeler basma iken diğer bölgede gerilmeler çekmedir. Ayrıca bu noktadan önceki bölgede ω değeri artarken çevresel gerilmeler azalmaktayken bu noktadan sonraki bölgede yine azalmaya devam etmektedir.

4. Bu çalışmada, zamana bağlı diferansiyel denklemlere Laplace dönüşümü uygulanması ve ardından Durbin'in modifiye edilmiş ters dönüşüm yöntemi uygulanması ile oldukça etkin ve doğru sonuçlar bulanabildiği literatürdeki analitik yöntemler ile karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

6.1 İleride Yapılacak Çalışma İçin Öneriler

1. Süreli devam eden farklı yük tipleri altındaki dairesel kanatçıkların süreksiz titreşim davranışları araştırılabilir. Bu yük tiplerinin analitik çözümleri elde etmek mümkün olmadığından, bu durumda mevcut çalışmada kullanılan Durbin yöntemi kullanılması önerilmektedir.
2. Fonksiyonel dereceli malzemeler ile kompozit malzemelerden oluşan dairesel kanatçıklarda aynı yöntem ile çözümlere, sonlu elemanlar yöntemi (Finite Element Method - FEM) kullanılarak karşılaştırma yapılabilir.
3. Gerilme elastik sınırını aşan bir durumda, plastik analizler gerçekleştirilebilir.
4. Literatürde deneysel çalışma bulunmadığı için deneysel çalışma yapılarak teorik yaklaşımlarla kıyaslama yapılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] Kraus A.D., Aziz A., Welty J.R., 2001. *Extended Surface Heat Transfer*, McGraw-Hill, NewYork.
- [2] Campo A., Cui J., 2008. Temperature/heat analysis of annular fins of hyperbolic profile relying on the simple theory for straight fins of uniform profile, *Journal of Heat Transfer*, 130, 054501.
- [3] Mokheimer E. M.A., 2002. Performance of annular fns with different profiles subject to variable heat transfer coefficient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 17, 3631-3642.
- [4] Laor K., Kalman H., 1996. Performance and optimum dimensions of different cooling fins with a temperature dependent heat transfer coefficient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39, 9, 1993-2003.
- [5] Kundu B., Das P.K., 2002. Performance analysis and optimization of straight taper fins with variable heat transfer coefficient, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 45, 24, 4739-4751.
- [6] Arauzo I., Campo A, Cortes C., 2005. Quick estimate of the heat transfer characteristics of annular fins of hyperbolic profile with the power series method, *Applied Thermal Engineering*, 25, 4, 623-634.
- [7] Diez L.I., Campo A., Cortes C., 2009. Quick design of truncated pin fins of hyperbolic profile for heat-sink applications by using shortened power series, *Applied Thermal Engineering*, 29, 5-6, 815-821.
- [8] Yu L.T., Chen C.K., 1999. Optimization ofcircular fins with variable thermal parameters, *Journal of the Franklin Institute*, 336, 1, 77-95.
- [9] Arslanturk C., 2005. A decomposition method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 32, 6, 831-841.
- [10] Arslanturk C., 2009. Correlation equations for optimum design of annular fins withtemperature dependent thermal conductivity, *Heat and Mass Transfer*, 45, 4, 519- 525.

- [11] Coşkun S.B., Atay M.T., 2008. Fin efficiency analysis of convective straight fins with temperature dependent thermal conductivity using variational iteration method, *Applied Thermal Engineering*, 28, 17-18, 2345-2352.
- [12] Inc M., 2008. Application of homotopy analysis method for fin efficiency of convective straight fins with temperature-dependent thermal conductivity, *Mathematics and Computers in Simulation*, 79, 2, 189-200.
- [13] Domairry G., Fazeli M., 2009. Homotopy analysis method to determine the fin efficiency of convective straight fins with temperaturedependent thermal conductivity, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14, 2, 489-499.
- [14] Joneidi A.A., Ganji D.D., Babaelahi M., 2009. Differential transformation method todetermine fin efficiency of convective straight fins with temperature dependent thermalconductivity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 36, 7, 757-762.
- [15] Malekzadeh P., Rahideh H., Setoodeh A.R., 2007. Optimization of non-symmetric convectiveradiative annular fins by differential quadrature method, *Energy Conversion andManagement*, 48, 5, 1671-1677.
- [16] Yang Y.T., Chang C.C., Chen C.K., 2010. A double decomposition method for solving the annular hyperbolic profile fins with variable thermal conductivity, *Heat TransferEngineering*, 31, 14, 1165-1172.
- [17] Durbin F., 1974. Numerical Inversion of Laplace Transform: An Efficient Improvement ot Dubner and Abate's Method, *Computer Journal*, 17, 14, 371-376.
- [18] Eskandari-Ghadi M., Rahimian M., Mahmoodi A., Ardeshir-Behrestaghi A., 2013. Analytical Solution for Two-Dimensional Coupled Thermoelastodynamic in a Cylinder, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, Cilt 46, No 2, 107-123.
- [19] Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S., 1959. *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 73-132.
- [20] Boley B. A., Weiner J. H., 1960. *Theory of Thermal Stresses*, Wiley, Hoboken, NJ, 35-45.
- [21] Das Y. C., Navaratna D. R., 1962. Thermal Bending of Rectangular Plates, *Journal of the Aerospace Sciences*, 29, 11, 1397-1399.

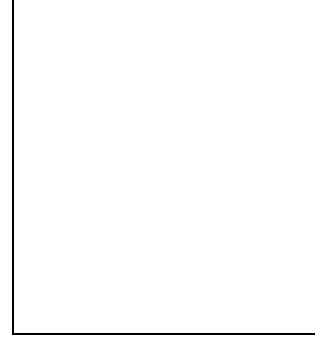
- [22] Das Y. C., Rath B. K., 1972. Thermal Bending of Moderately Thick Rectangular Plates, *AIAA Journal*, Cilt 10, No 10, 1349-1351.
- [23] Stavsky Y., 1963. Thermoelasticity of Heterogeneous Aeolotropic Plates, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 89, 2, 89-105.
- [24] Thangaratnam R. K., Palaninathan, Ramachandran J., 1988. Thermal Stress Analysis of Laminated Composite Plates and Shells, *Computers and Structures*, 30, 6, 1403-1411.
- [25] Reddy J. N., Bert C. W., Hsu Y. S., Reddy V. S., 1980. Thermal Bending of Thick Rectangular Plates of Bimodulus Composite Materials, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 22, 6, 297-304.
- [26] Weinstein F., Putter S., Stavsky Y., 1983. Thermoelastic Stress Analysis of Anisotropic Composite Sandwich Plates by Finite Element Method, *Computers and Structures*, 17, 1, 31-36.
- [27] Lakshminarayana H. V., Babu C. R., 1985. Finite Element Applications in Mechanics of Composites, Proceeding, *International Conference of Finite Elements in Computational Mechanics*, Oxford, Bombay, India, 211-220.
- [28] Chen L. W., Chen L. Y., 1990. Thermal Deformation and Stress Analysis of Composite Laminated Plates by Finite Element Method, *Computer and Structures*, 35, 1, 41-14.
- [29] Zienkiewicz O. C., Taylor L. R., 1989. *The Finite Element Method*, 4th ed., McGraw-Hill, New York, 21-43.
- [30] Kant T., Khare R. K., 1994. Finite Element Thermal Stress Analysis of Composite Laminates Using a Higher-Order Theory, *Journal of Thermal Stresses*, 17, 2, 229-255.
- [31] Chen P .Y. P., 1983. Axisymmetric Thermal Stresses in an Anisotropic Finite Hollow Cylinder, *Journal of thermal Stresses*, 6, 2-4, 197-205.
- [32] Florence A. L., Goodier J. N., 1959. Thermal Stress at Spherical Cavities and Circular Holes in Uniform Heat Flow, *Journal of Applied Mechanics*, 26, 2, 293-294.
- [33] Florence A. L., Goodier J. N., 1960. Thermal Stresses Due to Disturbance of Uniform Heat Flow by an Insulated Ovaloid Hole, *Journal of Applied Mechanics*, 27, 4, 635-639.
- [34] Muskhelishvili N. I., 1963. *Some Basic Problem of the Mathematical Theory of Elasticity*, Noordhoff, Leyden, The Netherlands, 410-413.

- [35] Green A. E., Zema W., 1954. *Theoretical Elasticity*, Oxford Univ. Press, New York, 61-69.
- [36] Tanaka K., Tanaka Y., Enomoto K., 1993. Design of Thermoelastic Materials Using Direct Sensitivity and Optimization Methods. Reduction of Thermal Stresses in Functionally Gradient Materials, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33, 1, 271-284.
- [37] Baker B. R., 1966. Some Fundamental Thermoelastic Problems in Orthotropic Slabs, *Journal of Applied Mechanics*, 33, 1, 45-51.
- [38] Padovan, J., 1975. Thermoelasticity of Anisotropic Generally Laminated Slabs Subject to Spatially Periodic Thermal Loads, *Journal of Applied Mechanics*, 42, 2, 341-346.
- [39] Padovan, J., 1976. Thermoelasticity of Cylindrically Anisotropic Generally Laminated Cylinders, *Journal of Applied Mechanics*, 43, 1, 124-130.
- [40] Tanigawa Y., Ootao Y., Kawamura, R., 1991. Thermal Bending of Laminated Composite Rectangular Plates and Nonhomogeneous Plates due to Partial Heating, *Journal of Thermal Stresses*, 14, 3, 285-308.
- [41] Yang J., Huang X. L., 2007. Nonlinear Transient Response of Functionally Graded Plates with General Imperfections in Thermal Environments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 196, 25-28, 2619-2630.
- [42] Wu S. S., 1997. Analysis on Transient Thermal Stress in an Annular Fin, *Journal of Thermal Stresses*, 20, 6, 591-615.
- [43] Calim F. F., 2009. Dynamics Analysis of Beams on Viscoelastic Foundation, *European Journal of Mechanics, A: Solids*, 28, 3, 469-476.
- [44] Akdağ M., 2009. *Temel Kavramları ile Mühendislik Termodinamiği*, Qafqaz Üniversitesi, Bakü.
- [45] Bergman T. L. B., Lavine A. S., Incropera F. P., DeWitt D. P., 2011. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, 7th ed., John Wiley and Sons, NJ.
- [46] Yontar O., 2014. Fonksiyonel dereceli radyal kanatçıklardaki sıcaklık dağılımının sayısal analizi, Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun, 374123.
- [47] Subaşı A., 2010. Yanıt yüzey yöntemi ile ısı değiştirici optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, 274666.

- [48] Ömeroğlu G., 2007. Farklı tipte kanatçıkların çapraz akışlı ısı değiştiricisinde deneysel olarak incelenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, 177722.
- [49] URL-1: [http://web.iitd.ac.in/~prabal/MEL242/\(7-8\)-Fins.pdf](http://web.iitd.ac.in/~prabal/MEL242/(7-8)-Fins.pdf) (Ziyaret tarihi: 21 Nisan 2016)
- [50] Sahiti N., 2006. Thermal and fluid dynamic performance of pin heat transfer surfaces, Doktora Tezi, Friedrich-Alexander Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Erlangen.
- [51] Jeng T., Tzeng S., 2007. Pressure drop and heat transfer of square pin-fin arrays in in-line and staggered arrangements, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50, 2364-2375.
- [52] URL-2: http://www.ledcoolers.com/uploads/cop_pins.jpg (Ziyaret tarihi: 15 Nisan 2016)
- [53] URL-3: <http://www.heatexchangerasia.co/heat-exchanger/thumb/u-finned-tube-heat-exchanger.jpg> (Ziyaret tarihi: 15 Nisan 2016)
- [54] Mostafavi G., 2010. Natural Convective Heat Transfer from Interrupted Rectangular Fins, Yüksek Lisans Tezi, University of Tehran, School of Engineering Science Faculty of Applied Science, Tehran.



ÖZGEÇMİŞ



Adı Soyadı : Hasan BAŞ
Doğum Yeri ve Tarihi : 17.07.1988 - SAMSUN
Adres : Ondokuz Mayıs Üniversitesi Mühendislik
Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü
SAMSUN
E-Posta : hasan.bas@omu.edu.tr
Lisans : Dokuz Eylül Üniversitesi, 2011
Mesleki Deneyim : Samsun Yurt Savunma Sanayi, Samsun
(2012), TSK Kara Kuvvetleri Lojistik
Komutanlığı Mesleki Asteğmen, Ankara (2013-
2014), Batu Makina, Samsun(2014-2015)

TEZDEN TÜRETİLEN YAYINLAR/SUNUMLAR

- Bas, H. ve Keles İ., 2015. Novel approach to transient thermal stress in an annular fin, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 29, No 4, 705-710.