

170653

ATATÜRK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DOKTORA TEZİ

BAZI SONLU DOĞURULMUŞ GRUPLARIN ÖĞRETİMİNE
GEOMETRİK VE BİLGİSAYAR DESTEKLİ YAKLAŞIM

Serpil KONYALIOĞLU

MATEMATİK EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

ERZURUM
2005

Her hakkı saklıdır

Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ danışmanlığında, Serpil KONYALIOĞLU tarafından hazırlanan bu çalışma 02 /12 / 2005 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Matematik Eğitimi Anabilim Dalı'nda Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof.Dr. Ahmet IŞIK



Üye : Prof.Dr.Ramazan DİKİCİ



Üye : Prof.Dr. Hüseyin AYDIN



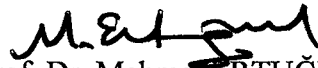
Üye : Doç.Dr. Yılmaz ALTUN



Üye : Doç.Dr. Gökhan BUDAK



Yukarıdaki sonucu onaylarım



Prof. Dr. Mehmet ERTUĞRUL
Enstitü Müdürü

ÖZET

Doktora Tezi

BAZI SONLU DOĞURULMUŞ GRUPLARIN ÖĞRETİMİNE GEOMETRİK VE BİLGİSAYAR DESTEKLİ YAKLAŞIM

Serpil KONYALIOĞLU

Atatürk Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ

Bu çalışmanın amacı, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarılarına ve matematiğe karşı tutumlarına etkisini, geleneksel ders anlatım yöntemi ile karşılaştırmaktır. Ayrıca bu çalışmada, söz konusu grupların öğretime katkı sağlamak amacıyla geometrik bir model geliştirilmiştir.

Çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalında, aynı öğretim üyesinin ders verdiği iki farklı şubedeki 36 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Şubelerden biri, ISETL'nin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanılacağı deney grubu; diğeri ise geleneksel öğretim yöntemlerinin kullanılacağı kontrol grubu olarak seçilmiş ve bu seçim rastgele yapılmıştır. Eşit olmayan kontrol deseninin kullanıldığı çalışmada, 2004-2005 öğretim yılının birinci döneminde beş hafta süreyle uygulama yapılmıştır. Araştırmanın verileri; normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi, matematik tutum ölçeği olmak üzere başlıca iki ölçek ve görüşmelerden elde edilmiştir.

Araştırma hipotezlerinin test edilmesine yönelik olarak, yüzde-frekans ve bağımsız grup t-testi kullanılmıştır. Sonuçlar, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılmasında ISETL'nin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemlerinden daha başarılı olduğunu göstermiştir. Ayrıca, ISETL'nin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarının geleneksel yöntemin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerden istatistiksel olarak daha yüksek olduğu görülmüştür.

2005, 190 sayfa

Anahtar Kelimeler: Bilgisayar destekli öğretim, ISETL, geometri yardımıyla öğretim, soyut cebir, normal alt grup, bölüm grubu.

ABSTRACT

Ph. D. Thesis

GEOMETRIC AND COMPUTER BASED APPROACH ON SOME FINITELY GENERATED GROUPS

Serpil KONYALIOĞLU

Atatürk University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics Education

Supervisor: Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ

The aim of this study is to compare the effectiveness of computer-based/assisted teaching method used ISETL programming language on students' understanding of normal subgroup, quotient group concepts and on their attitude toward mathematics with traditionally designed instruction. In addition, a geometric model was developed in order for teaching these concepts.

The subject of this study consist of total 36 third year undergraduate students who are in two different classes and are taught by the same lecturer, in primary mathematics education, in Kazım Karabekir Education Faculty, in Atatürk University. One of the classes was randomly selected as experimental group in which computer-based/assisted teaching method used ISETL programming language was used, the other as control group in which traditional teaching method were used. This study, in which nonequational control group design was used, has been carried out for five weeks in the first semester of 2004-2005 academic year. The data was obtained by means of normal subgroup and quotient group knowledge test, mathematics attitude test and interview.

In this study, in order to test research hypothesis proposed, percentage-frequency and independent group t-test were used. The results indicated that computer-based/assisted teaching method used ISETL programming language is more efficient than traditional teaching method on students' understanding of normal subgroup and quotient group concepts. In addition, it was found that students' attitudes towards mathematics were statistically higher in the experimental group than the control group.

2005, 190 pages

Keywords: Computer-based/assisted teaching, ISETL, geometry-assisted teaching, abstract algebra, normal subgroup, quotient group.

TEŞEKKÜR

Bu araştırmaya beni yönlendiren ve çalışmalarım boyunca her türlü desteği sağlayan çok değerli hocam Sayın Prof. Dr. Ramazan DİKİCİ'ye en içten şükranlarımı sunarım.

Çalışmanın her aşamasında değerli görüş ve katkılarını esirgemeyen hocam Sayın Prof. Dr. Ahmet IŞIK'a ve Doç. Dr. Gökhan BUDAK'a teşekkürlerimi sunarım.

Serpil KONYALIOĞLU
Kasım 2005

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vi
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ÖZETLERİ	32
2.1. Matematik Eğitiminde ISETL Programlama Dilini Kullanan Çalışmalar...	32
2.2. Soyut Cebir Öğretiminde Geometriyi Kullanan Çalışmalar.....	43
3. MATERYAL ve YÖNTEM	47
3.1. Problem ve Hipotezler	47
3.1.1.Çalışmanın amacı	47
3.1.2. Alt problemler	47
3.1.3. Hipotezler.....	48
3.2. Deneysel Yöntem	48
3.3. Çalışmanın Örneklemi.....	49
3.4. Değişkenler.....	50
3.4.1. Bağımsız değişkenler	50
3.4.2. Bağımlı değişkenler.....	50
3.5. Çalışmada Kullanılan Araçlar.....	50
3.5.1. Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi.....	50
3.5.2. Matematik tutum ölçeği.....	51
3.5.3. Görüşmeler.....	52
3.6. Pilot Çalışma.....	52
3.7. Uygulama.....	53
3.8. Verilerin Analizi.....	73
3.9. Araştırmanın Kabulleri ve Sınırlılıkları.....	74
3.9.1. Kabuller	74
3.9.2. Sınırlılıklar.....	75

4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	76
4.1. ISETL Programlama Dilinin Kullanımından Elde Edilen Bulgular.....	76
4.2. Geometri Yardımıyla Öğretim İçin Bulgular.....	98
5. TARTIŞMA ve SONUÇ.....	118
5.1. ISETL Programlama Dilinin Kullanımı İle İlgili Tartışma ve Sonuç.....	118
5.2. Geometri Kullanımı İle İlgili Tartışma ve Sonuç.....	128
KAYNAKLAR.....	130
EKLER.....	139
EK 1.....	139
EK 2.....	140
EK 3.....	142
EK 4.....	161
EK 5.....	162
EK 6.....	163
EK 7.....	164

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. Deneysel Yöntem.....	49
Çizelge 3.2. Deney grubuna uygulanan program.....	70
Çizelge 3.3.Öğrencilerin cevap kategorileri ve bu kategorilere karşılık gelen puan değerleri.....	74
Çizelge 4.1. Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları başarıları.....	77
Çizelge 4.2. Deney ve kontrol gruplarının NBG testi son-test doğru cevap oranları.....	78
Çizelge 4.3. Matematiğe karşı tutum.....	94

1. GİRİŞ

Otuz yıldan fazla süredir matematik eğitimi üzerine çalışan araştırmacılar, hem teorik hem de deneysel çalışmalarla matematikteki öğrenme ve öğretme sürecini açıklamaya çalışmaktadırlar (Artigue 1999). Özellikle son yıllarda bazı dernek ve kuruluşlar matematik eğitiminde, soyut yapıdaki kavramların öğrenimini konu alan ileri matematiksel düşünce ile ilgili çalışmalar yapmış ve bunun sonucunda üniversite düzeyindeki matematik öğrenimi ve öğretimi üzerine yoğunlaşmışlardır. Aslında 1970 ve 1980 yılları arasında bu konuda bazı çalışmalar yapılmış olmasına rağmen, resmi çalışmalar 1985 yılında Psychology of Mathematics Education (PME) kuruluşunun bir branşı olan ve ileri matematiksel düşüncenin gelişimini inceleyen Advanced Mathematical Thinking (AMT) çalışma grubunun oluşturulmasıyla başlamıştır. O zamandan beri, üniversite matematiğinde pedagojik ve müfredatla ilgili reformları araştıran bir çok kurum ve organizasyon ortaya çıkmış ve ileri matematiksel düşüncenin gelişimi üzerine bir çok araştırma yapılmıştır (Steen 1992; Dossey 1998; Hegedus 1998; Heid *et al.*; Findell 2001). Bu araştırmalar ileri matematiksel düşüncenin gelişim sürecini açıklamada, özellikle kolej ve üniversite seviyesindeki matematik derslerine yönelmişlerdir.

İleri matematiksel düşüncenin gelişimine katkıda bulunabilecek önemli bir araştırma alanı olarak, soyut cebir dersi bir çok araştırmacının dikkatini çekmiştir. Soyut cebir, ileri matematiğin soyut yapısına giriş niteliğindeki sistematik ilk ders olduğundan (Bush 1998; Grinevitch 2004), literatürde bu alanda yapılmış ciddi çalışmalar bulunmaktadır (Hazzan 1999).

Soyut cebir, geleceğin öğretmenlerin yetiştirilmesindeki hazırlıkların planlanmasında önemli bir yere sahiptir. Bu konuda bazı profesyonel organizasyonlar ve dernekler (Committee on the Undergraduate Mathematics 1971; Leitzel 1991; NCTM 1991; Findell 2001), ortaokul öğretmenlerinin yetiştirilme programlarında, soyut cebirsel yapıları çalışmanın önemli bir yeri olduğunu belirtmişlerdir. Matematik eğitimi üzerine

araştırmalar yapan bir grup öğretmenin yayımladığı raporda (Conference Board of the Mathematical Science 2001), lise ğretmenlerinin de soyut cebir öğrenmeleri tavsiye edilmiş ve ne yazık ki bir çok lise öğretmeninin soyut cebir ve sayılar teorisi ile okul cebiri arasındaki ilişkiyi anlayamadığı vurgulanmıştır.

Bunun yanı sıra soyut cebir, diğer bilimlerde uygulama alanına sahip olması nedeniyle de önemlidir. Gallian (1990), matematik eğitimi almış birinin soyut cebiri mutlaka bilmesi gerektiğini belirtmiştir. Çünkü bu dersin terminoloji ve metodolojisinin bilgisayar bilimlerinde, fizikte, kimyada ve veri iletişiminde ve elbette ileri matematikte kullanıldığını ifade etmiştir.

Özellikle 19. yüzyılda kompleks sayıların bulunmasıyla birlikte, denklem çözme bilimi olarak düşünülen klasik cebirden farklı bir alan olarak ortaya çıkan soyut cebirin (Banks 1961; Allenby 1983; Kleiner 1998; Kleiner 2001), iki temel kullanım alanı bulunmaktadır. Bunlardan ilki; soyut cebirin, matematikte ve doğada meydana gelen simetri ve yapıları tanımlamada kullanılmasıdır. Örneğin, elektrik devrelerinin mantığı ile bir kümenin alt kümelerinin cebiri arasındaki benzerliği göstermede, bazı kimyasal maddelerde bulunan farklı kristal formları tanımlamada, iki ve üç boyutlu uzaydaki simetri gruplarını belirlemede soyut cebirden yararlanılmaktadır. Üç boyutlu bir dünyada yaşadığımız için, bu simetri grupları soyut cebirin fizik ve kimyaya uygulanmasında önemli bir rol oynamaktadır. Soyut cebirin ikinci temel kullanımı ise, bilinen sayı sistemlerini diğer faydalı sistemlere doğal yollarla genişletmesidir. Bu genişletme süreci, bilinen ilk sayı sistemi olan doğal sayılardan başlayarak kompleks sayı sistemine ve modüler aritmetik sistemine kadar devam etmiştir (Gilbert 1976).

Soyut cebir ve özellikle grup teorisinde normal alt grup ve bölüm grubu kavramları önemli bir yere sahiptir. Van der Waerden (1939), günümüzde bölüm grupları olmaksızın, grup teorisinin neredeyse dşnlmeyeceğini ifade etmiştir (Nicholson 1993). Bölüm grubu kavramının matematikte önemli bir yere sahip olmasının bir nedeni, soyut cebirin kullanım alanlarını genişletmesinden kaynaklanmaktadır. Yukarıda bahsedildiği gibi, soyut cebirin önemli bir kullanım alanı, bir cebirsel yapıdan

yeni bir cebirsel yapı elde etmektir. Bunun için, denklik bağıntıları önemli bir metot olarak kabul edilmektedir. (S,o) bir cebirsel yapı ve bu cebirsel yapı üzerinde “ $\sim$ ” denklik bağıntısı, her $a, b, c, d \in S$ için $a \sim b$ ve $c \sim d$ iken $aoc \sim bod$ koşulunu gerçekleştiriyorsa, “ $\sim$ ” denklik bağıntısı “ o ” işlemi ile uygunluk halindedir denir. Böyle bir uygunluk halini gerçekleyen denklik bağıntısı, bölüm yapısı denilen yeni bir yapının kurulmasını sağlar. Yeni cebirsel yapının kümesi, baştaki kümenin denklik sınıflarının kümesidir. Eğer (S,o) cebirsel yapısı bir grup ise oluşturulan bölüm yapısı da bölüm grubu olmaktadır. Örneğin, $(\mathbb{Z}, +)$ tamsayılar grubunun bölüm grubu, mod n denklik bağıntısı altında $(\mathbb{Z}_n, +)$ cebirsel yapısıdır. Böylece bir cebirsel yapıdan, bölüm yapısı adı verilen yeni bir cebirsel yapı elde edilmektedir.

Aslında literatürde soyut cebir öğrenimi ve öğretimi konusunda çok az çalışma bulunmaktadır (Edwards and Brenton 1999; Findell 2001). Türkiye’de de üniversite düzeyindeki matematik eğitimi ve özellikle soyut cebir öğretimi üzerine yeterli sayıda çalışma olduğu söylenemez. Bu nedenle bu çalışmada, soyut cebirdeki iki önemli kavram olan normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretimi göz önüne alınmıştır.

Yapılan araştırmalar, soyut cebirin önemli ancak zor bir ders olduğunu göstermektedir (Selden and Selden 1987; Dubinsky *et al.* 1994; Hart 1994; Hazzan 1995; Leron and Dubinsky 1995; Cannon and Playoust 1997; Clark *et al.* 1997; Cnop and Grandsard 1998; Bush 1998; Keppelman and Webb 2000; Nardi 2000; Kolodnytsky *et al.* 2001; Bardzell and Shannon 2001; Bardzell and Shannon 2002; Wavrik 2003; Grinevitch 2004; Hazzan and Zazkis 2005).

Öğrencilerin bu derste zorlanmalarının önemli iki nedeni, soyut düşünme gelişimlerinin yeterli düzeyde olmaması ve aksiyomatik sunuma yatkınlıklarının olmayışıdır. Çoğu öğrencinin ilk matematik bilgisi, problem çözebilmek için algoritmalar öğrenmekten ibarettir. Soyut cebir dersine gelindiğinde algoritmalar öğrenmek yerine kavramları

anlamak ve karmaşık konuları kavramaya çalışmak gerekmekte ve bu durum belli problemleri ortaya çıkarmaktadır.

Findell (2001), soyut cebir öğreniminin neden zor olduğunu açıklarken öncelikle lineer cebir dersindeki öğrenme zorluklarına dikkat edilmesi gerektiğini belirtmiştir. Findell (2001)'e göre, lineer cebir öğrenimindeki zorluklar soyut cebirdeki zorluklar için tanımlayıcı niteliktedir. Bu nedenle Findell, Harel'in 1989 yılında yapmış olduğu çalışmayı dikkate alarak soyut cebir öğrenimindeki problemleri sıralamıştır. Lineer cebirdeki gibi soyut cebirdeki kavramlarında aksiyomatik yapıda olduğunu söyleyen Findell (2001), kavramlar özellikleri ile tanımlandığından öğrencilerin bu özellikleri anlamakta zorlandıklarını belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin örneklere çok yabancı olduklarını ve aksiyomatik metodu ve ispatları sevmediklerini ifade etmiştir.

Yine Keppelman ve Webb (2000), soyut cebirin soyut yapısı ve somut örneklerin azlığından dolayı çok az öğrencinin kavramları tam olarak öğrenebildiğini ifade etmişlerdir. Özellikle soyut cebirin nitelik ve kavramsal yapısının, tanım ve teoremlerin çokluğunun bu dersi daha da zor hale getirdiğini belirtmişlerdir.

Çallıalp (1991), soyut cebirin öğrencilere oldukça soyut geldiğini ve bu nedenle öğrencilerin bu derse çalışmayı bile göze alamadıklarını ifade etmiştir. Araştırmalar göstermektedir ki (Garofalo 1989; Bush 1998), öğrencilerin ileri matematik derslerini öğrenmedeki tutum ve düşünceleri önemli rol oynar. Üstelik öğrencilerin bu tutum ve davranışları, yeni öğrenmeleri nasıl gerçekleştirebileceklerini de şekillendirir.

Soyut cebir dersi, üniversite matematiğindeki en zor derslerden biri olmasına rağmen, bu dersin öğreniminin önemi herkesin kabul ettiği bir gerçektir (Hazzan 1999; Hazzan 2003). Eğitimciler soyut cebirin matematiğe ve diğer bilimlere olan önemli katkılarından dolayı, bu dersin öğrenimi ve öğretimi konusunda araştırmalar yapmaya yönelmiş ve bu dersin öğrenim ve öğretim sürecinde çeşitli metot ve yöntemler geliştirerek bazı önerilerde bulunmuşlardır.

Gallian (1980), soyut cebir öğretmek isteyen herkesin, soyut cebiri daha somut ve hesaplamalı öğretmesi gerektiğini ve soyutluğun sonra verilmesinin daha verimli olacağını belirtmiştir. Gallian (1980)'a göre öğrenci neyin soyutlandığını bilirse soyut teoriyi daha iyi kavrayabilecektir.

Cannon ve Playoust (1997), öğrencilerin soyut cebir dersinde, soyut ve aksiyomatik bir şekilde sunulan kavramları anlamakta zorlandıklarını belirterek, bu dersi öğrenme sürecinde yapılabilecek en önemli adımın soyut kavram ve fikirlerin, özel cebirsel yapıları kullanarak ortaya çıkarılması olduğunu vurgulamışlardır. Böylece öğrenci, diğer uygulamalı bilimlerde olduğu gibi deneysel bir keşif yapabilecektir. Ayrıca son yıllarda geliştirilen bir çok bilgisayar programı sayesinde de öğrencilerin aşık olmaya örnekleri oluşturmalarının daha kolay ve hızlı olacağını belirtmişlerdir.

Leron ve Dubinsky (1995), öğrencilerin soyut cebir dersinde ve daha genel olarak matematikte problem yaşamalarının en önemli nedeninin, kavramlarla ilgili bir deneyim elde edemeyişleri olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin, homomorfizm ya da Lagrange teoremlerinin ispatını yapamayan öğrencilerin, “teorem çok karmaşık” diyerek bu zorlukları dile getirdiklerini ama gerçekte bu teoremlerin zor olmadığını, bazı matematiksel objeler arasındaki ilişkilerden ibaret olduğunu belirtmişlerdir. Dolayısıyla öğrencilerin, bu ilişki ve bağıntılarla ilgili çeşitli deneyimler kazanmasının, öğrenmelerini kolaylaştıracağını vurgulamışlardır.

Soyut cebir öğrenimi ve öğretimi konusunda yapılan çalışmalar, öğrencilerin bu derste özellikle bazı kavramların öğreniminde ciddi problem yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. Örneğin, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları, soyut cebir dersinde problem olan kavramlardır (Dubinsky *et al.* 1994; Leron and Dubinsky 1995; Asiala *et al.* 1997; Bush 1998; Findell 2001; Brenton *et al.* 2003).

Geleneksel öğretim yönteminde, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları soyut cebirdeki diğer kavramların öğretiminde olduğu gibi tanım, teorem, ispat ve örnek

sırasını takip ederek sunulmaktadır. Kavramlar daima soyut bir muhtevada verildiği için öğrenciler kavramların inşa sürecini anlayamamaktadırlar. Yine geleneksel öğretim yönteminde, işleniş esnek olmayıp devamlı olarak tanımlar, teoremler, cebirsel işlemler ve semboller üzerinde durulması, buna ilaveten öğrencilerin daha önceki bilgi ve tecrübelerini ihtiva eden doyurucu bağlantıların noksanlığı yine bu dersi zor, anlaşılmaz ve sıkıcı hale getirmektedir. Ayrıca geleneksel öğretim yönteminde öğrenciler arası etkileşim istenilen düzeyde olmamaktadır. Bu ise, hem bilişsel hem de duyuşsal açıdan bir olumsuzluk meydana getirmektedir. Bu nedenle bu kavramlar, diğer çoğu kavram gibi geleneksel bir yolla etkili bir şekilde öğretilmemektedir.

Aslında normal alt grup kavramı, bölüm grubu kavramına göre daha kolay olmasına rağmen öğrenciler, bu kavramın öğreniminde de zorlanmaktadır. Tarihi açıdan bakıldığında, normal alt grup kavramı bugünkü şekliyle ortaya çıkmamıştır. Galois bir polinomun G grubunun bir H normal alt grubu varsa, bu polinomun iki polinoma ayrılabilceğini ispatlamıştır. Bu polinomlardan biri H normal alt grubu diğeri de G/H bölüm grubudur (Nicholson 1993).

Böylece normal alt grup, genel kavramsal bir anlayıştan ziyade, özel bir durum olarak ortaya çıkmıştır. Bugün ise normallik, daha kısıtlayıcı bir özelliğin temelinin bir parçası olan değişmeliliğin bir genelleştirilmesi olarak yorumlanabilir (Asiala *et al.* 1997). Zaten öğrencilerin bu konuda yaşadıkları en önemli yanlış, normallliği değişmelilik olarak yorumlamalarıdır. Bu nedenle Dubinsky vd (1994), normal alt grubun öğrenimindeki önemli engellerden birinin, kavramın ilk tanıtımında değişmeli grup yapılarının ele alınması olabileceğini belirtmişlerdir.

Bölüm grubu kavramı ise, normal alt grup kavramından daha karmaşık ve öğrenimi daha zor bir kavramdır. Bölüm grubu kavramı ilk grup teorikiler tarafından bilinen bir kavram değildir. Aslında bölüm grubu kavramının gelişimi, grup teorisinin soyutlanmasıyla yakından bağlantılıdır (Nicholson 1993). Temsil edebilme, genelleştirebilme ve sentez yapabilme, soyutlama için gerekli olan ön koşul süreçlerdir. Ancak soyutlama, öğrencilere daha ağır zihinsel işlemler yüklemektedir (Dreyfus 1991).

Bu nedenle tarihi açıdan bakıldığında, bölüm grubu kavramının neden zor öğrenildiği yadırganmayabilir (Bush 1998).

Bölüm grubu kavramının öğreniminde asıl zorluk yan kümelere başlarken yaşanmaktadır. Normal alt grubu tam olarak öğrenemeyen öğrenciler bölüm grubunun teşkiline gelindiğinde daha çok zorlanmaktadırlar (Dubinsky *et al.* 1994).

Brenton ve Edwards (2003), öğrencilerin bölüm grubu kavramında başarısız olmalarının en önemli nedeninin, bölüm grubunun elemanlarının ne olduğunu bilmemeleri olduğunu ifade etmişlerdir. Verilen somut bir gruptan onun bölüm grubuna geçişte elemanların yapısı değiştiği için, öğrencilerin bu konuda zorlandığını belirten araştırmacılar, özellikle parçalanış kavramının öğretimi ile, öğrencilerin kümelerin kümesi kavramını zihinlerinde oluşturmalarına yardım edeceğini ve böylece bölüm grubu kavramının oluşturulmasındaki zihni engeline ortadan kalkacağını söylemişlerdir.

Asiala vd (1996), öğrencilerin bölüm grubu kavramını öğrenebilmeleri için ikili işlem, grup ve yan küme şemalarının koordinasyonunu sağlamaları gerektiğini ve bu şemaları uyumlu kullandığında, bölüm grubu kavramını oluşturabileceğini belirtmişlerdir. Öğrenci yan küme şemasından faydalanarak, yan kümelerin kümesini, ikili işlem ve yan küme şemalarını kullanarak yan küme çarpımını teşkil edebilecek ve grup şemasından da normallliği ve yan kümelerin kümesinin, yan küme çarpımına göre grup olup olmadığını tespit edebilecektir.

Soyut cebir öğretimi üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaların genellikle iki kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Bunlardan ilki, soyut matematik kavramlarını ekrana taşıyıp, analitik anlamayı kolaylaştıran, sembolik ve grafiksel geçişleri olanaklı hale getiren bilgisayar destekli öğretim, ikincisi ise yine cebirsel soyut kavramların geometrik kavramlar yardımıyla somutlaştırılması olan geometri yardımıyla öğretimdir.

Bilgisayar Destekli Öğretim

Tipik bir matematik dersinde öğrenciler öğretmenin anlattıklarını dinler, öğretmenin konuyla ilgili seçtiği bazı örnekleri çözer ve sonra onları defterine kopya eder. Bu yöntem geleneksel matematik öğretimi dediğimiz yöntemdir. Bu yöntemin eksiklik ve kusurları birçok matematikçi ve eğitimci tarafından kabul edilmesine rağmen, günümüzde hala matematik öğretiminde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Freedman 1983).

Matematik eğitimi ile ilgili yapılan çalışmalar, öğrencilerin matematik kaygılarını yenebilmeleri, matematiği daha anlamlı öğrenebilmeleri ve bilgi çağına layık bir birey olarak yetişebilmeleri için matematik öğretiminde yeni yöntem ve teknikler kullanılması gerektiğini vurgulamaktadır. Önerilen yeni yöntemlerin başında bilgisayar destekli eğitim gelmektedir. Bilgisayar destekli eğitim, matematik eğitimi için yeni olasılıklar sunmaktadır. Çünkü eğitimde bilgisayar teknolojisinin etkisinin en büyük olduğu alan özellikle matematiktir. Bunun en önemli nedeni, bu iki disiplin arasındaki yakın bağlantılardır. Bilgisayar bilimleri matematik içinde bir bölüm iken sonradan kendine has bir bilim dalı olarak ayrılmıştır (Aydın 2005).

Matematiğin soyut yapısından kaynaklanan zorlukları gidermek amacıyla matematiksel bir kavram sunulurken birden çok yaklaşımın kullanılması gerektiğini öngören teorileri benimseyen bazı eğitimciler, teknolojinin hızla gelişimine paralel olarak, matematik eğitiminde elektronik hesap makinesi ve bilgisayar kullanımını öngörmüşlerdir (Dubinsky 1994; Aşkar 1997; Shore 1999; Baki 2000; Sezer 2000; Baki 2001; Driver 2001; Ersoy 2001; Mitchell 2001; Özgün-Koca 2001; Bessey 2002; Ersoy 2002; Ersoy 2003a; Ersoy 2003b). The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989 yılında yayımladığı standartlarında her sınıfta gösteri amaçlı en az bir bilgisayarın bulunması gerektiğini ve her öğrencinin bilgiyi oluşturma sürecinde bir araç olarak, hesap makinesi ve bilgisayardan faydalanmasının öneminden bahsetmiştir.

Bilgisayar matematiksel düşünceyi destekleyen bir araç olarak, oldukça değişik biçimlerde ve yaklaşımlarda eğitim sürecinde kullanılabilir. Eğitim ve öğretim alanında bilgisayar kullanmada temel amaç, başkaları tarafından önceden yaratılmış ve açıkça formüle edilmiş matematik bilgilerini, öğrencilerin kendi zihinlerinde yeniden tanımlama ya da yapılandırmalarına yardımcı olmaktır (Dubinsky and Tall 1991; Ersoy 1997).

Ersoy (1997), bilgisayarın ister programlama yoluyla isterse ders konularının bilgisayarda yazı, ses ve grafiksel öğeler kullanılarak somutlaştırılmasıyla olsun, matematiksel kavramlara açıklık kazandırılması için kullanıldığında öğretimi olumlu yönde etkilediğini belirtmiştir. Baki (1996a; 1996b), bilgisayar teknolojisinin soyut matematik kavramlarını ekrana taşıyıp somutlaştırdığını, bunun analitik anlamayı kolaylaştıran sembolik ve grafiksel geçişleri mümkün hale getirdiğini ve bu durumun matematiksel çözümleri ve analizleri kolaylaştırma eğilimi yarattığını ifade etmiş, buna ilaveten Ersoy (1997), bilgisayarların öğretme ve öğrenmeyi olumlu yönde etkilediğine dair deneysel deliller olduğunu belirtmiştir.

Eğitimde bilgisayarların kullanılabileceği en etkili yollardan biri; öğrencilerin matematiği bilgisayarda kendilerinin oluşturması ve sonra oluşturdukları bilgileri problem çözebilmek için algoritmalara uygulamalarıdır (Dubinsky unpublished report; Baki 2000). Öğrenciler uygun bir programlama dili kullanarak, matematiksel kavramları ve bağıntıları öğrenebilirler.

Literatüre bakıldığında, bilgisayar destekli matematik eğitiminde iki farklı yaklaşım olduğu görülür. Birincisi ve en eskisi, standart matematik derslerini kuvvetlendirmek amacıyla bu teknolojiyi sınıf içi problem çözme sırasında hesaplama yapmak için veya grafik ve şemalar yoluyla işlenen konu ile ilgili demonstrasyon yapmak için kullanmaktır. İkincisi en zoru ama en etkilisi, matematik öğretiminde dramatik değişime sebep olacak yaklaşımdır ki, bilgisayardan bir simulasyon aracı, araştırma ve deney aracı olarak faydalanmaktır. Bilgisayarın böyle kullanılması halinde öğrenci kendi öz bilgisini kurma fırsatı bulabilecektir (Baki 1996b).

Modern eğitim anlayışına göre öğrenci, bilgisayarı bir öğrenme aracı olarak kullanabilmeli ve kendi bilgisini bu öğrenme aracında oluşturabilmelidir (Papert 1980; DiSessa 1990; Hoyles 1992).

Bilgisayar destekli öğretim kavramının ortaya atılışı ile 1960'lı yıllarda A.B.D.'deki üniversitelerin bünyelerinde bilgisayar destekli öğretim çalışmalarına ve araştırmalarına yer verilmeye başlanmıştır (Uşun 2000). Üniversite düzeyinde matematik öğretiminde bilgisayar kullanımı ise, üniversite matematik eğitimi üzerine yoğunlaşan profesyonel organizasyon ve derneklerin, bu düzeydeki matematik eğitiminin geliştirilmesi için bazı derslerde reform yapmayı düşünmeleri sonucu gerçekleşmiştir. Reform hareketi ilk olarak, 1986 yılında Tulane Üniversitesindeki bir konferansla, analiz dersinde başlatılmıştır. Yapılan çeşitli pilot programlarda öğrencilere; rutin hesaplamalara daha az önem verme, kavramlara yoğunlaşma, gerçek hayat problemleri çözme ve teknolojiyi kullanma gibi nitelikler kazandırılması amaçlanmıştır (Tucker and Leitzel 1995; Ache 1996). Ancak daha sonra araştırmalar; teknolojinin kullanımı, özel konulara değişik yaklaşımlar geliştirme ve deneysel pilot çalışmalar yapma üzerine yoğunlaşmış (Friedman 1993) ve bundan sonra teknolojinin üniversite düzeyindeki derslerde ne kadar etkili olduğu incelenmiştir (Kulich 2000). Böylece analiz reformu ile, teknoloji üniversite düzeyindeki tüm derslerde kullanılmaya başlamıştır.

Teknolojinin üniversite sınıflarına girmesi ile birlikte soyut cebir dersinde de bilgisayar kullanılmaya başlanmıştır. Bu derste bilgisayar, soyut ve aksiyomatik yapıdaki kavramları daha somut hale getirmek yani soyutluk ile somutluk arasında bir köprü kurmak (Nwabueze 2002), ileri matematiksel düşünceye geçişi kolaylaştırmak, daha zor grup yapılarını çalışabilmek, sıkıcı pek çok hesaplamayı hızlıca yapabilmek, hesaplamalardan ziyade kavramlara yoğunlaşabilmek ve duyuşsal açıdan soyut cebire ve özellikle matematik dersine olumlu bir tutum geliştirmek amacıyla kullanılmıştır (Barbeau 1995; Cnop 1997; Cannon and Playoust 1997; Kulich 1999; Kunyosying 1999; Kulich 2000; Rainbolt 2001).

Ayrıca soyut cebir, içeriği itibarıyla de bilgisayar kullanımına uygun yapıya sahip bir derstir. Kaltofen (1997), bilgisayar kullanılan soyut cebir dersinin, modern matematiksel problemleri çözme alanı haline dönüştüğünü ifade etmiştir.

Soyut cebir öğretiminde ve öğreniminde en çok tercih edilen bilgisayar programları; GAP (Groups, Algorithms and Programming), ESG (Exploring Small Groups), FGB (Finite Group Behavior), MAGMA, PASCAL, CAYLEY, Mathematica, MAPLE, Group Explorer, Geometer's Sketchpad ve ISETL (Interactive Set Language) dir.

Bu çalışmada son 15 yıldır bir çok ülkede, özellikle soyut cebir dersinin öğretiminde önemli bir öğrenme aracı olarak kullanılan ve Türkiye'de henüz dikkati çekmemiş olan ISETL matematiksel programlama dilinin, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde ne kadar etkili olduğu araştırılmıştır.

Geometri Yardımıyla Öğretim

Matematik bilinen anlamda deneylik (laboratuvar) olmayan bir bilimdir. Matematik konu ve problemlerini kolay anlayabilmek ve anlatabilmek için genellikle şekil kullanılabilir. Burada, temelde öğrenciden beklenen şey, şekil ya da çizimlerden bağımsız bir metin üretmesidir. Bu ürünün ortaya çıkmasında, sezginin temel dayanağının çizimler olduğu unutulmamalıdır (Ersoy vd 1991).

Geometri terimi genel olarak fiziksel bir nesneye karşılık gelen matematiksel modeli ifade etmek için kullanılır. Dolayısıyla geometri fiziksel nesneyle bağlantısından dolayı somut olarak değerlendirilir. Grafikler, diyagramlar ve çeşitli geometrik şekil ya da modeller vasıtasıyla insan düşüncesi, dış dünya ile soyut kavramlar arasında ilişki kurar. Yani, cebirsel ifadelerin geometrik ifadelerle sunulması, öğrencilere bir fiziksel modelden hareketle bir mantıki teoremin nasıl kurulduğunu göstermeye yardım eder (Konyahoğlu 2003).

Geometri yardımıyla öğretim, geometrik kavram ve çizimler yardımıyla, matematikteki cebirsel ifadeler ya da soyut kavramların görüntülerinin oluşturulma ve kullanım süreci olarak tanımlanabilir.

Geometri yardımıyla öğretimde amaç, geometrik kavram ve çizimlerden yararlanarak çeşitli uzayların ve çeşitli aksiyom sistemlerinin varlığını sezdirmek, soyut matematiksel kavramlara anlam kazandırıp, matematikteki ilişkilerin daha kolay anlaşılmasını sağlamaktır.

Geometri yardımıyla öğretimin bir yöntem olarak matematik eğitimcilerinin uğraş alanına girmesi matematikteki kavramların tarihi köklerinin ele alınmasıyla başlamıştır. Özellikle soyut kavramların çoğunun, somut olayların incelenmesi sonucu ortaya çıktığı gerçeği, matematikteki bazı kavramların öğretiminde geometrinin kullanımı fikrini akıllara getirmiştir.

Kleiner (1994), “Geometri nedir?” sorusunun cevabının dönüşümler grubu kavramına götürdüğünü belirtmiştir. Feliks Klein 1872 yılındaki Erlanger Programında, geometriyi bir uzayın dönüşümlerinin bir grubunun invaryantlarının çalışması olarak tanımlamıştır. Bu tanım sonsuz dönüşümler grubunun çıkış noktası olmuştur. Böylece sonlu değişmeli grupların kaynağı sayılar teorisi, permutasyon grubunun kaynağı klasik cebir iken sonsuz grupların kaynağı da geometri olmuş ve bu somut grup örnekleri 19. yüzyılın ikinci yarısında soyut grup kavramını ortaya çıkarmıştır.

Araştırmalar; üniversite öğrencilerinin matematiği, kitaplardaki gibi formal ve soyut olarak kısaltılmış bir özet şeklinde öğrenmeleri yerine, tarihi gelişimlerine sadık kalarak öğrenmeleri gerektiğini savunmaktadır. Bu nedenle yapılan bazı çalışmalar, soyut cebirin ve özellikle grup teorisinin öğretiminde kavramların tarihsel gelişim sürecini dikkate almışlardır (Schattschneider 1978; Kleiner 1994; Gordon 1996; Almeida 1997; Kleiner 1998; Almeida 1999; Bagni 2000; Gordon 2001). Tarihi açıdan incelendiğinde, gruplar cebirsel bir sistem olarak değil, düzlemdeki hareketlerin bir kümesi olarak

ortaya çıkmıştır (Kleiner 1994; Schattschneider 1997; Gordon 2001). Bugün dönüşüm grupları adı verilen bu hareketler kümesi, grup teorisindeki neredeyse tüm kavramları görselleştirmede önemli bir araçtır (Senechal 1987; Schattschneider 1997). Tarihsel açıdan grup teorisinin genetiğine uygun olan bu yöntemin, pedagojik açıdan da etkin bir yöntem olduğu kabul görmüştür.

İspat biçimlerini esinlendiren ve bir problemin çözümünde izlenecek yolun sezilmesini sağlayan, öncelikle şekillerdir (Ersoy vd 1991). Grup teorisi gibi soyut ve aksiyomatik yapıya sahip kavramların öğretiminde geometri kullanıldığında, aksiyomatik yapıdaki kavramların aksiyomlarının somut ya da fiziksel gerçeklere uygun düştüğü gösterilmektedir. Böylece soyut yapı ve kavramların öğrenciler tarafından tanınması ve anlaşılması kolaylaştırılmaktadır. Ruiz ve Penas (2002), soyut cebirsel yapıların elemanlarının görselleştirilmesinin, cebirsel yapıların özelliklerinin öğrenimini kolaylaştırabileceğini belirtmişlerdir.

Aslında geometrik çizim ve şekiller, kavramı tam olarak tanımlamaz, sadece soyut kavramlara bir anlam verilmesine yardım ederler. Yani, geometrik şekil ve çizimler, manasız görünen soyut kavramların bir anlamı olduğunu sezdirici niteliktedir. Dolayısıyla grup kavramı gibi soyut kavramların sadece geometrik kavramlar yardımıyla şekli olarak incelenmesi ve cebirsel ve soyut ifadelerin bir kenara atılması bu tür kavramların öğretiminde kullanılacak doğal bir yol değildir.

Soyut cebir öğretiminde geometrinin etkinliğini inceleyen çalışmalar oldukça sınırlı sayıda olduğundan, geometri kullanarak soyut cebir ve özellikle grup teorisi öğretimini inceleyen ciddi çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde, Öklid düzleminde dönüşüm geometrisi kullanılarak yeni bir geometrik araç geliştirilmiştir. Bunun yanı sıra, soyut cebir ve Öklid geometrisi arasındaki öğrencilerin tanıdık olduğu bağıntılar kullanılarak, normal alt grup ve bölüm grubu kavramının öğretiminde bazı önerilerde bulunulmuştur.

Kuramsal Temeller

Matematik öğretimini en çok etkileyen kuramcıların başında Piaget gelir (Altun 2001). Piaget'e göre öğrenme, bir dış kaynaktan bilgi edinmedir ve bilginin oluşmasında zihinsel gelişme düzeyi yeni imkanlar ortaya koyma bakımından çok önemlidir. Öğrenme, bireyin içinde bulunduğu zihinsel gelişim düzeyi ile ilişkili bir biçimde, çevre ile etkileşim aracılığı ile gerçekleşir (Altun 2001). Piaget'e göre insan, dünya ile dinamik etkileşimde bulunan aktif bir organizmadır ve bu organizma amaçlarına ulaşmak için aktif olarak çevresindeki nesneleri ve olayları araştırır (Senemoğlu 2001). Birey çevresiyle aktif etkileşimi sırasında bilgileri kurar ve karşılaştığı yeni durumu kendi mevcut bilgileriyle anlamaya çalışır (Baki 1999). Birey yeni bir matematik kavramı ile karşılaştığı zaman geçmişte edindiği bilgilerle bunu birleştirmekte, aralarında bir bağ kurarak yeni bilgiyi oluşturmaktadır (Altun 2001). Piaget'nin öğrenme kuramına göre, anlamlı öğrenmenin olması için bireyin kendi matematik kavramlarını ve bunlar arasındaki ilişkileri kurması gerekir. Yeni ilişkiler ve yeni bilgi kavramları arasında yeni ilişkiler kurularak elde edilir (Ardahan 2001).

Piaget, öğretmenin aktif öğrencinin pasif olduğu bir eğitim ortamından ziyade öğrencinin aktif katılımının sağlandığı bir ortamın oluşturulması gereğini vurgulamakta, öğretilmek istenilen bilginin öğrenciye dışarıdan sunulması yerine, öğreticinin rehberliğinde öğrencinin kendi zihinsel faaliyetleri ile bilgiyi elde edebileceği bir ortamın hazırlanmasını savunmaktadır. Yani hazırlanacak ortam geleneksel öğretim yöntemlerindeki gibi öğretmeyi değil, öğrenmeyi esas almalıdır. Düzenlenecek öğrenme-öğretme ortamı, çocuğun çevresindeki nesnelerle, olaylarla, arkadaşlarıyla, öğretmeni ve diğer yetişkinlerle kolayca etkileşimde bulunmasına fırsat vermelidir (Senemoğlu 2001). Bu etkileşim ve tartışmalar öğrencinin öğretilmek istenilen bilgi ya da kavrama değişik açılardan bakmasını, farklı öğrenme durumlarını görmesini sağlayacak, böylece öğrenciler birbirlerinden bir şeyler öğrenme fırsatı bulacak, öğrenme hızlı ve daha anlamlı bir şekilde gerçekleşebilecektir. Öğretmen, hazırlanan bu ortamda, öğrencilerin kavramı kendi kendilerine oluşturmaları için gerektiğinde ipuçları veren, sorular sorup öğrencileri yönlendiren, rehberlik eden konumdadır. Altun (2001),

uygun öğrenme ve öğretme etkinlikleri düzenlendiğinde öğrencilerin kendi kavramlarını oluşturabileceklerini ve soyutlayabileceklerini belirtmiştir.

Öğrenmenin bireyin içinde bulunduğu zihinsel gelişim basamağı ile ilişkili bir biçimde, çevre ile etkileşim aracılığı ile gerçekleşmesi, parçaların bir araya getirilerek ve ilişkilendirilerek bir yapı oluşturmaya benzediği için bu yaklaşıma yapısalcı yaklaşım denilmektedir (Altun 2001).

Bir öğrenme teorisi olarak yapısalcılık, insanların nasıl öğrendiği ve bilginin içeriği konusunda geliştirilmiş bir felsefi yaklaşımdır (Durmuş 2001). Bu bakımdan yapısalcılık öğretme üzerinde değil, öğrenmenin nasıl olduğu bilginin nasıl yapılandırıldığı, yani bilginin doğası, nasıl kurulduğu, bireyin neyi bilebileceği ve neyi bilemeyeceği konuları üzerinde durur (Baki 1997a). Yapısalcı öğrenme teorisinin temel düşüncesi; öğrencilerin tecrübelerini anlamlandırmaya çalışarak bilgilerini kendi kendilerine anlamlı olarak oluşturmalarıdır. Bireye bir takım bilgi ve beceriler hazır olarak verilmektense, bireyin bilgiyi kendi kendisine oluşturacağı imkan ve uygun ortam bireye sağlanmalıdır. Yapısalcı yaklaşıma göre, öğrenme pasif bir bilgi alma süreci değil, aktif olarak bilginin oluşturma sürecidir.

Yapısalcı öğrenme modeli, öğrenciyi varolan bilgisiyle sunulan yeni bilgiyi sürekli olarak karşılaştırıp bilgilerini yenileyen, değiştiren ve bilgilerine yeni bilgiler ekleyen bir konumda görmektedir. Kısaca, öğrenci bilgi verilen değil, bilgiyi alan ve inşa eden durumdadır. Bu bağlamda bilginin, öğrenciler tarafından öğrenme sürecinde yeniden yapılandırılması söz konusudur. Bu model öğrencilerin daha önceki tecrübeleri ve ön bilgilerinden yararlanarak, bunları ilişkilendirerek, yeni karşılaştıkları durumlara anlam verebileceklerini savunmaktadır. Burada öğrencinin kendi bilgilerinin farkında olarak ve kendi düşüncesini kontrol ederek hareket etmesi gereklidir. Temel beklenti, öğrencilerin öğretmenin anlattıklarını beyne yerleştirmeden daha çok kendi bilgilerini kendilerinin aktif olarak kurmaları gerçeğidir (Ardahan 2001).

Öğrenmenin yapısalcı yaklaşımla gerçekleşmesi için yapılacak şey, öğrenilecek konunun öğrenciye bir problem ortamında sunulması ve öğrenmenin, öğrencinin kendi sahiplik edeceği etkinliklerle gerçekleşmesidir. Öğrenciye mevcut bilgileri inceleme, sınıflama, tahminde bulunma, konuyu arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle tartışma imkanı verilmelidir. Böylece öğrenci kendi sorularını oluşturarak, bunlara cevaplar bularak bilgi edinmiş olur (Altun 2001).

Akpınar (1999)'a göre yapısalcı öğrenmede bilişsel değişim ve kavramsal gelişimin olabilmesi için, birey öncelikle zihinsel işlemler yapmalıdır. Yani bireyin zihinsel işlem yapabilme becerisini geliştirmesi gerekmektedir. Bunun için de bireyin olguları sorgulaması gereklidir. Bu nedir? Nasıl olmaktadır? Niçin olmaktadır? ve benzeri şeklindeki sorgulama biçimlerinin öğrenciye kazandırılması kritik öneme sahiptir. Çünkü öğrenmeyi kontrol edebilecek düzeye gelen bir öğrenci, artık öğretmenin ya da kendinden daha bilgili bir arkadaşının yardımını fazla almadan kendi kendine keşif yapabilir. Yapılan bu zihinsel işlemler sayesinde, bireyin bilgiyi içselleştirebileceği düşünülmektedir.

Yapısalcı yaklaşımda, grup içi ve gruplar arası etkinliklere ağırlık vermek, keşfetmeye yönelik etkinlikler yaptırmak ve bunları desteklemek, etkileşimli teknolojileri kullanmak, öğrencilerin öğrenme ortamına aktif katılımının sağlandığı gerektiğinde öğrencilerin tahmin ve düşüncelerini rahatça ifade edebileceği bir ortam hazırlamak, bilişsel etkinliklere dayalı ödevler vermek çok önemli temel olgulardır.

Yapısalcı öğrenme, bilginin daha kalıcı ve anlamlı bir şekilde öğrenilmesini sağlamakta, aynı zamanda öğrencinin inanç, tutum ve davranışlarını da etkilemektedir. Öğrencilerin kendi çözümlerini üretebilmeleri, onların aynı zamanda kendi fikirlerini ve varsayımlarını ortaya koyabilme özgüvenini sağlamaktadır.

Asiala vd (1996), yapısalcı öğrenmenin gerçekleşebilmesi için APOS (Actions, Processes, Object, Schema) adı verilen bir öğrenme teorisini üniversite düzeyindeki

matematik derslerinin öğretiminde kullanmışlardır. APOS teorisi, RUMEC (Research in Undergraduate Mathematics Education Community) adı verilen bir dernek tarafından müfredat araştırma ve geliştirme projelerinde kullanılmak üzere geliştirilmiştir. RUMEC araştırmacılarına göre matematik eğitiminde bir teori geliştirirken, matematiğin nasıl öğrenilebileceği ve bu öğrenme sürecinde nasıl bir eğitim programı kullanılabileceği hususlarına dikkat edilmelidir. Bu düşünceyle, matematiksel bir kavramı öğrenmeye çalışan öğrencileri gözlemleyerek elde ettikleri veriler yardımıyla öğrenme sürecini anlamaya yardım eden bir model geliştirmiş ve bu modelin çalışma şekli üzerine yoğunlaşmışlardır.

APOS; bireyin matematik bilgisinin, karşılaştığı bir matematik problemini çözmek için çeşitli zihinsel işlemler yapma isteğinden oluştuğunu ileri süren yapısalcı bir teoridir. Matematik bilginin nasıl oluşturulabileceğini konu alan APOS teorisine göre birey matematiksel bir kavramı; bir anda bir bütün olarak öğrenemez. Yani kavram bireyin zihninde belli bir sırayı takip ederek lineer bir şekilde geliştirilmelidir. Şüphesiz kavramın bu gelişim sürecinde bireysel ayrılıklardan kaynaklanan bazı farklılıklar olacaktır. Ama temel olarak bireyin matematiksel bir kavramı öğrenmede yapması gereken dört çeşit zihinsel işlem (constructions) bulunmaktadır. Bunlar; Aktivite (Actions), Proses (Processes), Nesne (Object) ve Şemadır (Schema). Bu zihinsel işlemlerin her biri ayrı bir öğrenme basamağını temsil etmekte ve basamaklar arasındaki geçişler çoğu zaman belirgin olarak gözlenebilmektedir.

APOS teorisine göre, bireyde her kavramın gelişimi aktiviteyle başlamaktadır. Bazen aynı kavramın gelişimi farklı aktivitelerle başlayabilir. Aktivite seviyesindeki öğrenci yaptığı işlemleri tam olarak kavrayamamıştır. Yalnızca belli bir formül ya da kuralı kullanarak matematiksel problemi çözmeye çalışmaktadır. Örneğin; aktivite basamağında öğrenci, yalnızca modüler aritmetikteki gibi açık bir formül verildiğinde ikili işlemi yapabilir.

Birey yaptığı işlemlerin farkında olup çeşitli kısa yollar kullanabilir ve hesaplama yapmaksızın aktivite basamağını değerlendirebilir, sonucu tahmin edebilir, kısa yollar

kullanabilir ve yaptığı şeyi sözel olarak anlatabilirse proses aşamasına gelmiştir. Bu basamakta birey bilgiyi artık özümsemeye başlamıştır. APOS teorisine göre aktiviteden prosese geçiş ani olmamaktadır.

Öğrenci ikili işlemin proses aşamasında, iki nesneye bazı kurallar uygulandığını ve böylece yeni bir nesne elde edildiğini düşünebilir. Nesne basamağında ise, birey artık kavramı tamamen özümseyip proseslerin bir bütün olarak farkına varabilmektedir. Birey özel bir prosese yapılan işlemleri düşündüğünde, dönüşümleri fark ettiğinde ve bir bütün olarak prosesin farkına vardığında kavramı obje aşamasında öğrenmiş demektir. Bu aşamada öğrenci proses üzerinde yeni matematiksel operasyonlar yapabilir. Örneğin, öğrenci aynı küme üzerinde farklı ikili işlemlerin tanımlanabileceğini bu aşamada düşünebilir.

Bireyin kavramı öğrenebilmek ya da karşılaştığı problemi çözebilmek için aktivite, proses, obje ve kavram ya da problemle bağlantılı diğer şemaları birleştirerek bir yapı oluşturduğu basamak ise şema basamağıdır. Bu aşamada öğrenci, ikili işlemi herhangi bir problem durumunda başka kavramların öğreniminde kullanabilir.

RUMEC, matematik öğretiminde APOS teorisinin kullanılabileceği özel bir yapı tasarlamıştır. Bu yapı temel olarak üç bileşenden oluşmaktadır. Bu bileşenler; belli bir matematiksel kavramın kuramsal analizi, bu kuramsal analize dayanan eğitsel programın tasarımı ve hem kuramsal analizi hem de eğitsel programı test etmek ve gerekirse yinelemek için verilerin toplanması ve analizidir (Dubinsky 1995; Asiala *et al.* 1996; Dubinsky and McDonald 2001).

Bu teoriye göre kuramsal analiz, zihinsel bir model geliştirme amacı ile yapılmaktadır. Daha sonra bu kuramsal analize dayanılarak bir “eğitim stratejisi” belirlenmektedir. Yani öğrencilerin kavramla ilgili zihinsel işlemleri yapmalarına yardım edebilecek bir pedagoji tasarlanmaktadır. Bu zihinsel işlemlerin yapılmasına yardım edebilecek özel pedagojik stratejilerden en önemlisi grup çalışması ve bilgisayar uygulamalarıdır.

Öğrenciler dönem başında ders ile ilgili aktiviteleri birlikte yürütmek üzere üç, dört ya da beşerli gruplara ayrılır. Dönem sonuna kadar bu gruplar bilgisayar laboratuvarında, sınıfta, ev ödevlerini yaparken ve bazı sınavlarda birlikte hareket ederler.

Eğitim stratejileri arasında ACE (activities, class discussion, exercises) döngüsü adı verilen özel bir pedagojik yaklaşım kullanılmaktadır. Bu yaklaşım, kuramsal analizin bir sonucu olmamakla beraber onu destekleyen tasarımlardan biridir. Bu tasarımda ders bölümlere ayrılmıştır. Öğrenciler bazı günler bilgisayar laboratuvarında bir araya gelmekte ve diğer günlerde de sınıf ortamında derse devam etmektedirler. Ev ödevleri de dersin dışında tamamlanmaktadır. Öğrenciler tüm bu faaliyetleri gruplar halinde yürütmektedirler.



ACE döngüsünde, öğretilmesi düşünülen her bir kavram için döngü tekrar etmektedir. Her bir kavram için bu döngü bir hafta sürmektedir.

Bilgisayar aktivitelerinde, öğrencilere çalışma yaprakları dağıtılır. Çalışma yaprakları öğretilmek istenen kavramı öğrenciye kısa ipuçlarıyla tanıtabilecek şekilde hazırlanır. Kavramlar bilgisayar aktiviteleri sırasında öğrencilere gerçek tanımları yapılmadan minimal açıklamalarla ve ipuçları verilerek tanıtılır. Verilen ipuçları doğrultusunda öğrencilerin kavram hakkında fikir sahibi olmaları, kavrama ait özellikleri, bağıntıları ve ilişkileri bazen deneme yanılma yoluyla bazen de tahmin gücü ile bulmaları amaçlanır. Bilgisayar aktivitelerinde, gerçek anlamda ders yapılmayıp derse önemli bir hazırlık yapılmaktadır.

Bilgisayar aktivitelerinde, öğrencilerin sorulara doğru cevap vermesi önemli değildir. Bu aktivitelerinin amacı, öğrenciye daha sonra formal ve soyut bir şekilde öğreneceği kavramla ilgili bir tecrübe ve deneyim kazandırmaktır. Bu tecrübe ve uygulamalar, kavramın öğrenimine önemli katkıda bulunmaktadır. Bu nedenle, tüm programların öğrenci tarafından yazılması esastır. Öğrenciler programlamayı doğru yapsın ya da yapmasın, araştırmadaki temel hipotez uygun kodları yazma işlerinin öğrencinin temel zihinsel oluşumları yapmalarına imkan verdiğidir (Leron and Dubinsky 1995). Piaget (1972), zihinsel gelişimde büyük oluşumların eğitimle hızlandırılmayacağını ama gelişimleri zenginleştirmek için öğrencilerin deneysel temelini artırmanın mümkün olduğunu vurgulamıştır.

Geleneksel öğretim metotlarında soyut kavramlar, öğrencilere herhangi bir deneyim kazandırılmadan sunulduğundan, öğrenciler kendilerine yabancı bu kavramları anlamakta zorlanmaktadır. Bu yöntemde ise öğrenciler bilgisayar aktivitelerinde, kavramla ilgili pek çok uygulama yaptıkları için sınıfta formal tanım ve teoremlerle karşılaştıklarında, kavramı yabancı ve soyut düşünmemektedir. Genel bir ifade kullanarak, bilgisayar aktivitelerinin öğrenciye, öğrenilecek konu ile ilgili bir “önsezi” kazandırdığı söylenebilir. Psikolojik açıdan değerlendirildiğinde, bilgisayar aktiviteleri öğrencilere kavramı anlamlı öğrenmeleri için gerekli olan zihinsel ilişki ve bağıntıları oluşturmalarına yardım etmektedir (Leron and Dubinsky 1995).

Sınıf aktivitelerinde, öğrenciler laboratuvarda bilgisayar üzerinde yaptıkları işlemleri sınıfta kâğıt kalem kullanarak yapmakta ve çeşitli problemlere cevap aramaktadırlar. Öğrenciler bilgisayar aktivitelerinde kavramla ilgili bir “önsezi” elde ettikleri için, kavramın formal, soyut ve matematiksel tanımı ile karşılaştıklarında önsezilerini anlamlandırmaya çalışmaktadırlar. Sınıf aktiviteleri, kavram ve teoremlerle ilgili sözel açıklamaları içermektedir. Öğrenciler bu sözel açıklamalardan önce bilgisayar aktivitelerinde deneyim kazandıklarından, sınıfta kavramla ilgili belirsiz ve şüpheli noktalar aydınlatılmaktadır. Buradaki önemli bir hususta, sınıfta öğrencilerin önsezileri detaylandırılarak aydınlatılmakta ama yeni önseziler oluşturulmamaktadır. Ayrıca öğretmen, öğrencilerin çalıştıkları kavramlar hakkındaki düşüncelerini belirtmeleri

amacıyla grup içi ve dışı tartışmaları yönlendirebilmektedir. Gerekğinde öğretmen konu ile ilgili tanımları ve açıklamaları verip, öğrencilerin düşünceleri ortak bir çizgide birleştirmektedir. Öğrenciler sınıfta, geleneksel bir ders ortamı içinde olmayıp gruplar halinde konuyu öğrenmeye ve bazı durumlarda matematiksel kavram ve bağıntılarla ilgili ince detayları bulmaya çalışmaktadırlar. Bilgisayar ve sınıf aktivitelerinin en önemli işlevi, öğrencinin kavramı kendisinin oluşturmasına yardım etmektir.

Ev ödevleri, nispeten gelenekseldir. Ev ödevlerinin amacı öğrencinin kendisinin oluşturduğu bilgiyi pekiştirmek, öğrendikleri matematiği kullanabilmelerini sağlamak ve daha sonra öğrenecekleri konuları anlamlı öğrenmelerine zemin hazırlamaktır (Dubinsky and Leron 1994).

ACE öğretim döngüsü uygulanırken öğretmen bilgi inşa edilmesinde öğrenciye gerekli malzemeyi ve ortamı hazırlayarak, inşa edilecek bilgi örüntüsüne temel olacak bilginin anlamlı ve somut olarak algılanmasına yardımcı olur. Ayrıca öğrencinin önceki bilgilerini ve hazır bulunma düzeyini denetler ve ilgili ayarlamalar yapılması için yardımcı olur. Öğretmen öğrenme ortamında öğrenciye uygulama, deneme ve keşfetme fırsatları yaratır, grup çalışmaları, grup içi ve gruplar arası etkinliklere ağırlık verir. Öğrencilerin; kendi düşüncelerini ifade etmelerine fırsat verir, konuya çok yönlü bakmalarını sağlar, bilişsel aktivitelerini ön plana çıkarıcı ev ödevleri verir, öğrenme ortamına aktif katılımını sağlar.

ISETL : Bir Programlama Dili

ISETL nedir? Bir cevap vermeden önce, öğrenmeyi zenginleştirmede kullanımı çok uygun olan bir yazılım ve dil olduğu söylenebilir. Bir program öğrenmesi kolaysa, öğrencilerde oluşmasını istediğimiz zihinsel görüntülerin oluşturulmasına olanak sağlıyorsa ve deney ve buluş yapmayı cesaretlendiriyorsa, mutlaka derslerde kullanılmalıdır. ISETL, okunması, yazılması ve öğrenilmesi çok kolay olan ileri derecede bir matematiksel programlama dilidir (Muench 1990).

ISETL, 1969 yılında bilgisayar bilimcisi ve aynı zamanda bir matematikçi olan Jack Schwartz tarafından geliştirilen SETL programının daha ileri bir versiyonudur. Orijinal adı “Interactive Set Language” yani “Etkileşimli Küme Dili” olan bu yazılım, 1985 yılında Gary Levin tarafından geliştirilmiş ve takip eden yıllarda zenginleştirilmiş, değişik sürümleri de kullanıma sunulmuştur. Geliştirildiği ilk yıllarda Unix, DOS ve Macintosh işletim sistemlerinde kullanılabilen ISETL programlama dilinin Windows versiyonu, 1995 yılında John F. Kirchmeyer tarafından geliştirilmiştir.

ISETL programlama dili, özellikle üniversite düzeyindeki matematik derslerinin öğretiminde bir araç olarak kullanılmak amacıyla geliştirilmiştir. Tüm öğrencilerin kullanımına açık olan bu dil, 1985 yılına kadar SETL programı olarak sadece yüksek kapasiteli bilgisayarlarda çalıştırılabilirken, yeni sürümlerle ve kişisel bilgisayarların yaygınlaşmasıyla tüm bilgisayarlarda çalıştırılabilir bir program haline getirilip ISETL adı verilmiştir. SETL programının etkileşimli versiyonu olan ISETL programlama dili, daha hızlı ve hatasız çalışan bir programlama dilidir.

ISETL, matematikteki küme ve fonksiyon kavramlarına dayanan matematiksel bir programlama dilidir. Bu programlama dili; tamsayılar, ondalık sayılar, boolean gibi basit data tipleri yanında küme, sıralı n-li ve func gibi bileşik data tiplerini de desteklemektedir.

ISETL programlama dilindeki sintaks ve temel kodlar, matematik notasyonları ve kavramları ile uyumluluk içindedir. Örneğin, ISETL programlama dilindeki temel objelerden biri olan küme, matematikte olduğu gibi elemanların bir topluluğudur ve matematikte olduğu gibi ISETL programlama dilinde de küme tanımlamanın bir yolu; elemanların küme parantezinde yazılmasıdır. Küçük kümeler için tercih edilen bu yolun yanında daha büyük kümeleri yazmak için, matematikte olduğu gibi;

Küme adı := { ifade: elemanların yeri: koşul(isteğe bağlı)};

şablonu kullanılmaktadır. Bu şablondaki ifade, kümedeki elemanların nelerden oluştuğunu; elemanların yeri, kümedeki elemanların nereden alındığını; koşul ise isteğe

bağlı olarak yazılan ve elemanların sahip olduğu ek bir özelliği göstermektedir. Örneğin;

```
> S := {x: x in {0..100}: x mod 4 = 0};
```

kümesi, 0 ile 100 arasındaki dört ile bölünebilen tamsayılardan oluşmaktadır. Bu kümenin elemanlarını listelemek için;

```
> S;
```

yazmak gerekmektedir.

Sıralı n-li objesi de, matematikteki bileşen kavramı ile aynıdır. Sıralı n-liler de kümelerle aynı şekilde tanımlanmaktadır. Bu objenin kümeden farkı, elemanların sırasının önemli olmasıdır. Bu öge, ISETL programlama dilinde küme parantezi yerine köşeli parantez kullanılarak yazılmaktadır. Örneğin;

```
> [n**2: n in [1..10]];
```

sıralı kümesi, 1 ile 10 arasındaki sayıların karelerinden oluşmaktadır.

ISETL dilinde, ileri derecedeki bir çok matematiksel kavramın programlanmasında fonksiyonlardan yararlanılır. Bu nedenle fonksiyonlar ISETL programlama dilinde birinci sınıf objedir. ISETL programlama dilinde, bir fonksiyon genel olarak dört kısımdan oluşur: fonksiyonun adı, girdi değişkenlerinin listesi, çıktının nasıl olması gerektiğini gösteren emirler ve end ifadesi.

Kod olarak func;

```
isim := func(girdi değişkenlerinin listesi);
        return ifadesi ve bazı emirler;
    end;
```

şeklinde yazılabilir. Örneğin, sayı doğrusunda iki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayan bir fonksiyon;

```
> f := func(x,y);
>> if x > y then return x-y;
>> else return y-x;
>> end;
```

```
>> end;
```

şeklinde programlanabilir.

func kodu ISETL için temel objedir. Bir çok kavramın yazımında, kavramların özelliklerini test etmede ve örnek çözümünde bu objeden yararlanılır. Örneğin, ikili işlemin özelliklerini test etmede fonksiyonlar yani func kullanılır. Bir G kümesi üzerinde tanımlanan 'o' işleminin, G kümesinde birleşmeli olup olmadığını belirlemek için func kullanılarak şu kod yazılmalıdır:

```
birleşme := func(G,o);
    return
    forall a,b,c in G | (a.o b) .o c = a.o (b.o c);
end;
```

Bu kısa program yazıldıktan sonra;

```
> birleşme(G,o);
```

kodu ile G kümesinin 'o' işlemine göre birleşmeli olup olmadığı belirlenebilir. G kümesi 'o' işlemine göre birleşmeli ise cevap 'true', birleşmeli değilse cevap 'false' olacaktır. 'o' işleminin sahip olduğu ya da olmadığı diğer tüm özellikler, yukarıdaki gibi kısa programlar yazılarak tespit edilebilir.

ISETL programlama dilinde öğrencilerin doğru programlama yapabilmeleri için, öğrenmeleri gereken bazı kodlar ve kalıplar bulunmaktadır. Bu kalıplar diğer programlama dillerindeki kalıplara benzer olup öğrencilerin kelime hazinesiyle tutarlı anlamlara sahiptir. Örneğin bir G kümesinin 'o' işlemine göre kapalı olup olmadığını araştıran bir öğrenci;

```
forall a, b in G: a.ob in G;
```

şeklinde bir program yazmalıdır. Öğrencinin bu programlamayı yaparken yazılıma ait bilmesi gereken tek kod forall niceleyicisidir. forall yani her niceleyicisi, öğrencinin mevcut bilgisi ile çelişmeyen ve kapalılığın tanımında bulunan bir ifadedir. Yazılımın kodlarını ve sintakslarını öğrenen bir öğrenci, aslında kavramları oluşturan temel yapı taşlarını da öğrenmiş olmaktadır.

ISETL’de, öğrencilerin bilgilerini kendileri kurabilmeleri için, programlama yapma olanağı sağlanmıştır. Programlama; bir problemin planlanması, bilgisayarın anlayacağı dilde yönergelerle yazılması ve bilgisayar tarafından koşturularak çözümünün elde edilmesidir (Baki 2002).

Bilgisayarları eğitim-öğretim sürecinde programlama yapma aracı olarak kullanma hareketi, öğrencilerin bilgisayarda program yazma esnasındaki düşünme süreci ile matematiksel düşünce süreci arasında güçlü bağlar olduğunun fark edilmesi ile başlamıştır (Hatfield 1981). Bu hareketin öncüleri arasında önemli bir yere sahip olan Seymour Papert; bilgisayarların bir öğretim aracı olarak kullanıldığında öğrenciye hiçbir şey kazandırmayacağını belirtmiştir. Papert (1980)’e göre, bilgisayarla programlanmak yerine bilgisayarı programlamak, bilgisayarların eğitim sürecindeki en doğru kullanım şeklidir.

Bilgisayarlardan özellikle programlama yaparak yararlanmanın önemi konusunda, literatürde pek çok çalışma bulunmaktadır. Salomon ve Perkins (1987), programlama yapmanın, dikkatli ve kesin düşünmeye yardım ettiğini ve öğrencinin problem çözme sürecinde daha bilinçli olmasına imkan sağladığını ifade etmişlerdir. Dubinsky ve Tall (1991), programlama yapmanın hem matematik öğretimini hem de matematiksel araştırmayı desteklediğini ancak dikkatlice belirlenmiş özel amaçlar olmadan müfredata eklendiğinde her zaman başarı elde edilemeyeceğini belirtmişlerdir. Kurland vd (1986), değişkenlerin ve tekrarlı yapıların programlama sürecinin önemli parçaları olduğunu ve bazı öğrenciler için bu kavramların programlama sürecinde nasıl kullanılacağını öğrenmenin kavramların daha kolay öğrenilmesini sağladığını belirtmişlerdir. Papert (1980), yapısalcı perspektiften ele alarak, programlamanın öğrencinin kendi öğrenme ortamını oluşturmaya imkan vereceğini belirtmiştir. Papert (1980) ve Soloway (1988), bir öğrencinin bilgisayarda programlama yaptığında, kendi kendine bilgiyi kazandığını belirtmişlerdir. Nickerson (1982), bilgisayarda programlama yapma ile ilgili diğer düşünceleri ortak bir çizgide birleştirerek programlamanın dilin doğru kullanımını, hipotezler üretip doğruluğunu test etmeyi, detaylara dikkat etmeyi ve hedef ve amaçlara

uygun aktiviteleri tanımlama yeteneğini gerektiren yaratıcı bir çaba olduğunu ifade etmiştir.

Dubinsky (1995)'e göre, grup kavramının ya da başka kavramların programlanması, öğrenmenin gerçekleştiği en önemli aşamadır. Programlama yapmak araç değil amaçtır.

Modern öğrenme teorilerine göre, bir öğrenci grup kavramının tanımını ezberleyerek öğrenememektedir (Davis *et al.* 1990; Selden and Selden 1990). Bu nedenle gerçek bir öğrenme için, kavramın öğrencilerin zihninde oluşturulması gerekmektedir. Dubinsky (1995)'e göre, öğrencinin grup kavramını bilgisayarda programlaması zihninde de paralel bir oluşuma neden olur. Aslında en iyi öğrenme, öğrencilere bilgisayarı öğreterek yapılan öğrenmedir (Papert 1980; Clement *et al.* 1980).

ISETL programlama dilinde kısa programlar yazmanın bir avantajı, bu dilin standart matematiğe çok benzemesidir. Bu nedenle öğrenci ISETL programlama dilinin kullanımını öğrendiğinde matematiksel ifadeleri yazmayı da öğrenmektedir. Üstelik matematiksel bir kavramı bilgisayarda oluşturmaya çalışmak kavramı öğrenmek için mükemmel bir yoldur (Fenton and Dubinsky 1996).

Bir programlama dilinin matematiksel olabilmesi için bazı özelliklere sahip olması gerekir. Özellikle kod ve temel kalıplar standart matematiksel notasyonlarla benzer olmalıdır. Matematik için gerekli olmayan söz dizimleri ve kodlar programda olmamalı ya da nadiren kullanılmalıdır. Programlama dilinde kullanılan matematik öğeleri, matematiksel özelliklerle uyum içinde olmalıdır. Örneğin fonksiyonlar, sıralı ikililerin kümesi ya da prosedürler olarak, bağıntılar sıralı ikililerin kümeleri olarak programda bulunabilmelidir. Ayrıca tüm data tipleri birinci sınıf obje olmalıdır. Yani temel objeler, matematiği öğrenmeye yardımcı olacak ifadelerde kullanılan öğeler olmalıdır.

Bu özellikleri sağlayan bir programlama dilinin matematiksel olduğu söylenebilir. ISETL bu özelliklere sahip bir programlama dilidir (Dubinsky 1995).

SETL programlama dili, lineer cebir, discrete matematik, analiz ve soyut cebir gibi üniversite düzeyindeki pek çok derste kullanılmaktadır. Zazkis ve Gunn (1997), SETL’de programlama yapmanın, discrete matematik, analiz ve soyut cebir derslerinin öğretiminin önemli bir parçası olduğunu belirtmişlerdir. SETL programlama dilinin bir öğrenme ve deneyim aracı olarak bu derslerde kullanılmasının birçok nedeni vardır. SETL programlama dili, öğrencilerin kavramları daha iyi öğrenebilmeleri için etkileşimli olarak tasarlanmıştır. SETL ile etkileşimli uygulamalar yapmanın, öğrencilerin matematikteki kavramları öğrenmelerine yardımcı olacağı düşünülmüştür (Ayers *et al.* 1988; Baxter 1994). SETL programlama dilinin etkileşimli bir yazılım olması, öğrenciler için esnek, dinamik ve öğrenilebilir bir sistem olması anlamına gelmektedir.

Esnek bir yazılımda, öğrenci sistemi istediği zaman tekrar başlatabilmeli, istediği işlemi tekrarlatabilmeli, metinsel, resimsel, sembolik ve sözel formlarda iletişim kurabilmelidir. Yani, öğrenci-sistem etkileşimi değişik şekillerde yapılabilirdir.

Dinamik yazılımda, öğrenci yazılımın alt öğelerini inceleyebilmeli ve yapmış olduğu hataları düzeltebilmelidir. Dinamik bir yazılım bu inceleme ve hataları düzeltmede öğrenciye yardımcı da olabilir.

Yazılımın öğrenilebilirliği ise, yazılım olanaklarını kullanmayı öğrenmenin kolaylığıdır. Öğrencinin etkileşimli yazılımın birimlerini ve birimlerin iletişim özelliklerini kolayca kavrayabilmesi gereklidir. Bunun için sistem ve alt sistemler, deneyimsiz ve konuya yabancı olan bir öğrencinin bile kolaylıkla anlam verebileceği şekilde tasarlanmalıdır (Akpınar 1999). SETL programlama dili, tüm bu özellikler dikkate alınarak tasarlanmıştır.

SETL programlama dilinin temel sintaksı matematik diline benzer olduğundan, öğrencilerin bu programlama dilini öğrenmesi kolay olmaktadır. Dubinsky ve Yiparaki (1996), SETL’nin öğretimi için, çok kısa bir zaman diliminin yeterli olabileceğini,

çünkü öğrencilerin ISETL’de programlama yapabilme yeteneğinin, matematiksel oluşumları bilmelerinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. ISETL’nin kullandığı dil öğrencinin anlamasını kolaylaştırıcı ve destekleyici niteliktedir.

ISETL’de programlama yapan öğrencilerin, matematiksel kavramları anlamlı bir biçimde öğrendiği belirtilmiştir (Dubinsky 1986; Ayers *et al.* 1987; Dubinsky *et al.* 1988; Dubinsky *et al.* 1989; Dubinsky and Schwingendorf 1990; 1991a; 1991b). Tall (1996), ISETL programlama dilinde özel grup yapılarını çalışarak tecrübe elde eden öğrencilerin, daha genel formal kavramları oluşturmak için bir sezgi kazandıklarını belirtmiştir. Leron ve Dubinsky (1995), matematik öğrenmek için, daima matematiksel prensiplerin, objelerin ve bunlar arasındaki ilişkilerin kurulması yani oluşturulması gerektiğini ve bu oluşumlar için temel öğelerin de, genellikle, kümeler, fonksiyonlar, niceleyicilerle önceki oluşumların sonuçları yani kavramla ilgili önkoşul kavramlar olduğunu belirtmişlerdir. ISETL programlama dilinin de, bu tür oluşumları ifade edebilmek için tasarlanmış özel bir programlama dili olduğunu ifade etmişlerdir.

Öğrenciler yazılımla ilk tanıştıklarında tam sayılar, ondalık sayılar ve Boolean değerlerinde işlem yapmak için kodlar yazmalıdır. Bu da matematiksel objeler üzerinde işlem yapma becerisini geliştirmektedir (Dubinsky 1995).

Öğrenciler yazılımla biraz zaman geçirdiklerinde, küme, sıralı ikili ve sıralı n-li kodlarını öğrenirken sayılar ve sayılarla yapılan işlemleri öğrenmenin daha ileri bir aşamasına geçerek küme ve sıralı n-li kavramını özümseyebilmektedirler. Ayrıca ISETL’de func ögesini programlamayı öğrenmek, öğrencilerin fonksiyon örnekleri repertuarını genişletebilmektedir. Böylelikle ISETL ortamında yapılan etkinliklerin çeşidi de artmaktadır.

Öğrenciler soyut kavramları öğrenirken genellikle kavramları daha somut hale getirmeye çalışırlar. ISETL programlama dili, soyut kavramların somutlaştırılmasında bir araç olabilmektedir. Örneğin,

$$\forall a \in G \exists b \in G \text{ öyleki } a + b = 0$$

ifadesi ISETL programlama dilinde,

$$\text{forall } a \text{ in } G: \text{ exists } b \text{ in } G: a + b = 0;$$

ifadesine karşılık gelir. Böyle bir programlama yaparken hem öğrenciler yazılımla ilgili bir problem yaşamayacak hem de öğretici açısından ders daha kolay işlenir hale gelecektir.

ISETL programlama dilinin dayandığı yapısalci teoriye göre; birey karşılaştığı matematiksel bir problemi çözebilmek için bazı zihinsel oluşumları gerçekleştirmek zorundadır. Yani bir anlamda, öğrenmeleri keşfetmek durumundadır. Bu yüzden bireyin öncelikle zihinsel işlem yapabilme becerisini geliştirmesi gerekmektedir. Yani olguları sorgulaması gereklidir. Bu nedir? Nasıl olmaktadır? Niçin olmaktadır?... gibi. Bütün bunlar ve benzeri sorgulama biçimlerinin öğrenciye kazandırılması kritik öneme sahiptir. Çünkü öğrenmeyi kontrol edebilecek düzeye gelen bir öğrenci, artık öğretmenin ya da kendinden daha bilgili bir arkadaşının yardımını fazla almadan kendi kendine keşif yapabilir.

ISETL programlama dilinin yaklaşımı, öğrenmeyi bir inşa süreci olarak tanımlamaktadır. Bu tanım içindeki inşa ile, bilginin birey tarafından oluşturularak düzenlenmesi kastedilmektedir. Bu nedenle ISETL programlama dilinin kullanıldığı bir derste, öğrencinin bilgisini test edebileceği, daha sağlamlaştırabileceği, yeniden inşa edebileceği ve öğrenmeyi daha anlamlı ve formal gerçekleştirebileceği bir öğrenme ortamı oluşturulması hedeflenmektedir.

Bu öğrenme ortamında, ISETL, “bilgi inşası” kavramını somutlaştırmayı amaçlayan yöntemlerle kullanılmaktadır. Bu amaca göre birey, deneyim ve etkileşim yoluyla çevreye ilişkin bir anlayış ve anlam sistemi oluşturmaktadır. Bilgi inşası için bireyin deneyim ve etkileşimlerinde aktif bir rol oynaması gerekmektedir. Yani öğrenilecek konu üzerinde öğrenme sorumluluğu her zaman öğrencidedir ve bilgisayar öğrencinin

yaratabileceği, düzeltebileceği ve bilgisini oluşturabileceği bir araç olarak kabul edilmektedir.

ISETL programlama dilinde, yapılan programlamanın yanlışlığı veya eksikliği hakkında hemen dönüt alınabilmektedir. Verilen dönütler doğrultusunda hatalar düzeltebilmektedir. Öğrencilerin bilgilerini inşa sürecinde yaptıkları hatalarla ilgili geri bildirim almaları, onların yeni düşünme yolları aramasına neden olmaktadır.

ISETL programlama dili, öğrenci katılımını ve etkileşimini artırıcı niteliktedir. Öğrencinin aktif olarak bilgisini inşa etmesine olanak veren bu program, öğrenciler arasındaki etkileşimin üst düzeyde olmasına imkan verir. Ayrıca ISETL programlama dili, öğretmenin rehberliğini destekleyici niteliktedir. Özellikle bilgisayar aktivitelerinden sonra sınıf aktivitelerinde öğretmen, gruplar halinde çalışan öğrencilere öğrenecekleri kavramla ilgili formal tanımı, ince detayları, teoremleri ve ispatları göstermede önemli bir rehber niteliğindedir.

ISETL programlama dili kullanıcıya hazır kullanım imkanı veren bir yazılımdır. Öğrenciler yazılımı bilgisayara yükledikten sonra minimum düzeyde işletim sistemi becerilerini kullanmak durumundadırlar. Kullanıcının ileri düzeyde bilgisayar işletim sistemi bilmesini gerektiren yazılımlar etkili yazılımlar olmadıkları için ISETL yazılımı öğrencinin müdahalesini minimuma indirecek şekilde tasarlanmıştır.

Öğretim ve öğrenim materyali olarak kullanılacak yazılım öğrenci performansları ile ilgili bilgileri hatasız olarak kaydedebilme özelliğine sahip olmalıdır. ISETL programlama dili ile uygulama yapan öğrenciler dersin sonunda yaptıkları tüm programları ve uygulamaları kendi adlarına açtıkları dosyalara kaydedebilmektedirler. Böylece öğretmenin öğrenciyi ve dersin kalitesini değerlendirmesinde önemli bir işlev yerine getirilmiş olmaktadır. Ayrıca bir öğretmenin öğretim ortamında gösterdiği birçok faaliyeti, yani öğrenciye alıştırma ve tekrar yaptırma, geri bildirim sağlama gibi aktiviteleri ISETL programlama dili yapabilmektedir.

ISETL, programlama uygunluğuna sahip bir yazılımdır. Yazılımın programlama uygunluğunun değerlendirilmesindeki en önemli unsur, yazılım programlama mantığıdır. Yani yazılımın girdileri belirlenen süreç içinde doğru işlemedi ve girdi ve sürece uygun çıktıları verebilmesidir. ISETL programlama dili, kullanımı sırasında teknik hata vermeyen ve hızlı çalışan bir programdır.

Ayrıca, ISETL programlama dili bilgisayarda çok fazla yer kaplamayan ve bir diskete sığabilme özelliği ile de tercih edilebilir bir programlama dilidir.



2. KAYNAK ÖZETLERİ

Kaynak özetleri, matematik öğrenimi ve öğretiminde, ISETL programlama dilinin kullanıldığı çalışmalar ve soyut cebir öğretiminde geometriyi kullanan çalışmalar olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

2.1. Matematik Eğitiminde ISETL Programlama Dilini Kullanan Çalışmalar

Matematikteki kavramların ve konuların öğrenimi ve öğretiminde, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesine yönelik olarak yapılmış olan bazı çalışmalar ve bu çalışmalardan elde edilen sonuçlar aşağıda kısaca özetlenmektedir.

Dubinsky (1989), kolej seviyesinde soyut matematik kavramlarının öğrenimi ile ilgili bir teoriyi ve tümevarım kavramının bu teoriye uygulanışını anlattığı çalışmada, SETL ve ISETL programlarını kullandığı iki ayrı sınıf oluşturmuştur. Tümevarımla ispat yapma konusunu 1. ve 2. sınıf olarak nitelendirdiği gruplardan birinde SETL diğerinde ISETL programlarını kullanarak öğreten Dubinsky, her iki gruptaki öğrencilerinde matematiksel tümevarım kavramını öğrendiklerini ve problem çözümünde tümevarımı kullanmada başarılı olduklarını belirlemiştir.

Dubinsky ve Tall (1991), ileri matematiksel düşüncenin geliştirilmesinde bilgisayarların önemini araştırmışlardır. Programlama yapmanın hem matematik öğretimini hem de matematiksel araştırmayı desteklediğini belirten araştırmacılar, özellikle ISETL gibi özel tasarlanmış dillerde programlama yapmanın öğrencilerin zihinlerinde paralel bir oluşuma neden olduğunu ifade etmişlerdir.

Kolej öğrencilerinin birçok matematik dersi almalarına rağmen özellikle fonksiyon konusunda zorlandıklarını belirten Breidenbach vd (1992), fonksiyon kavramını

öğretirken öğrencilerin kendilerini doğal olarak ifade edebileceği bir ortam oluşturmayı hedeflemişlerdir. Öğrencilerin bilgisayarlı bir ortamda daha rahat olacaklarını düşünen araştırmacılar bir grup öğretmene fonksiyon kavramını ISETL programlama dilini kullanarak öğretmişlerdir. Uygulamanın başında ve sonunda yapılan sınavlar ve mülakatlar sonucunda, katılımcıların konuyu çok iyi öğrendiklerini ve kavramı sınıf ortamındakinden daha iyi anladıklarını tespit etmişlerdir.

Monaghan vd (1994), limit kavramının bilgisayar cebir sistemi ile öğretimini inceledikleri çalışmada, DERIVE yazılımını kullanmışlardır. ISETL programlama dilinin matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde iyi bir öğrenme ortamı oluşturduğunu ve BASIC programlama dilinden daha iyi yapılandırıldığını belirtmişlerdir. Buna karşın ISETL programlama dilinin, rasyonel aritmetiği içerdiği için limit kavramının öğretiminde iyi bir araç olmadığını ifade etmişlerdir.

Dubinsky (1995), kolej seviyesindeki matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmelerine yardımcı olacak pedagojik bir stratejinin tarihçesini ve gelişim sürecini anlattığı çalışmasında, ISETL programlama dilini de detaylı olarak ele almıştır. ISETL'nin bu pedagojide kullanımı ile ilgili örnekler vermiş, ISETL programlama dilinin soyut cebir, analiz ve matematiksel tümevarımda nasıl kullanılacağını anlatmıştır.

Leron ve Dubinsky (1995), bilginin bir kişiden başka bir kişiye aktarılamayacağı fakat öğrencinin zihninde oluşturulabileceği düşüncesinden yola çıkarak, soyut cebir öğretiminde geleneksel yöntem yerine bilgisayar aktiviteleri ve işbirliğine dayalı öğrenmeyi içeren etkileşimli ve yapısalcı bir yöntem kullanmışlardır. Özellikle soyut cebirdeki kavramların ezberlenerek öğrenilemeyeceğini belirten araştırmacılar, öğrencilerin kavramları bilgisayarda kendilerinin programlama yaparak öğrenmelerinin zihinlerinde de paralel bir öğrenmeye ve programlamaya neden olacağını ifade etmişlerdir. Ayrıca ISETL'yi kullanarak programlama yapan öğrencilerin daha sonra bu yaptıkları ile ilgili grup içi ve dışı tartışmalara katılmasının, anlamlı öğrenmede en etkili yol olduğunu belirtmişlerdir.

Hodgson (1995), matematik derslerinde teknolojinin kullanımını incelediği çalışmasında ISETL programlama dilinin bazı özelliklerini ifade etmiştir. Hodgson'a göre, ISETL programlama dili soyut cebir kavramlarını keşfetmeye yarayan bir araç yada "keşif için bir temel" niteliğindedir. Buna karşın ISETL dilinin, bu pozitif yönlerinin yanında bazı olumsuzlukları olduğunu da belirtmiştir. Örneğin, ISETL dilinin kullanıldığı derslerde, programlama çok yoğun olduğundan öğrencilerin bazen matematiği öğrenemeyeceklerini ayrıca geleneksel yöntemle göre, programlama yapmanın çok zaman aldığını ifade etmiştir.

Asiala vd (1996), üniversite düzeyinde matematik eğitimi ve müfredat gelişimi araştırmaları için bir yapı (framework) geliştirmişlerdir. Araştırmacılar bu çalışmada geliştirdikleri yapıyı detaylı olarak anlatmaktadırlar. Piaget'in soyutluğu yansıtmaya düşüncesinin üniversite seviyesindeki matematik müfredatına uyarlanması ve geliştirilmesine dayanan bu yapı, araştırmalar için nicel metotları kullanmaktadır. Başlangıç olarak, öğrenilecek kavramın kuramsal analizi yapılmakta, yani öğrencinin kavramı zihninde nasıl oluşturacağı belirlenmekte, ikinci aşamada ise yapılan kuramsal analize göre bir eğitim stratejisi belirlenmektedir. Eğitim stratejileri arasında; ACE öğretim döngüsü, işbirliğine dayalı öğrenme ve bir matematiksel programlama dilinin kullanılması bulunmaktadır. Araştırmalarda programlama dili olarak Mathematica, Maple yada ISETL yazılımlardan birinin kullanımını öneren araştırmacılar, özellikle ISETL programlama dilinin kod ve kalıplarının matematik diline benzer olduğu için bilgisayar aktivitelerinde bu dilin kullanımının daha iyi olacağını belirtmişlerdir.

Tall (1996), ileri matematiksel düşüncede bilgisayarların rolünü incelediği çalışmasında, üniversite matematiğinin oluşturulabilmesi için okul matematiğinin formal olarak kavranması gerektiğini belirtmiştir. İleri matematik düşüncenin oluşumunda çeşitli bilgisayar programlarının kullanımını öneren Tall, özellikle ISETL programlama dilinin teknik düzeyde çalışan ama öğrenciye formal düşünceleri kazandırmayı amaçlayan bir programlama dili olduğunu ifade etmiştir. Bilgisayar aktivitelerinde özel grup yapılarını çalışarak tecrübe elde eden öğrencilerin, formal düşüncelerinin oluşturulmasında bu tecrübelerinin önemli bir yeri olduğunu belirtmiştir.

Vidakovic (1996), ters fonksiyon kavramının öğrenimi ile ilgili çalışmasında, yapısalcı öğrenme teorisine dayanan bir pedagojiyi kullanmıştır. Ters fonksiyon kavramının öğreniminde karmaşık örneklerin çözümünde, ISETL programlama dilini kullanan araştırmacı; bu bilgisayar programının, öğrencilerin kavramı zihinlerinde oluşturmalarına olumlu katkıda bulunduğunu belirtmiştir.

Clark vd (1997), öğrencilerin soyut cebirde yaşadıkları problemler için çözüm yolları araştırdıkları çalışmalarında, soyut cebirden önce bir çok matematik dersinde, bilinmesi gereken kural ve bağıntıların bulunduğunu ve öğrencilerin genellikle bu kural ve bağıntıları öğrenmek yerine ezberlediklerini belirtmişlerdir. Özellikle analiz dersinde yapılacak bir reformun bu problemlerin çözümünde faydalı olacağını ve daha üst düzeydeki dersler için “köprü” niteliğinde olan lineer cebir ve discrete matematik derslerinde yapılacak reformun öğrencilerin soyut cebirde başarılı olmalarını sağlayacağını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrencilerin yaşadıkları bu problemlerin çözümü ile ilgili ciddi bir çalışmayı Dubinsky ve arkadaşlarının yaptığını belirten araştırmacılar, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bir soyut cebir dersinde öğrencilerin kendi bilgilerini oluşturabildiklerini ve bu derse karşı daha olumlu bir tutum sergilediklerini ortaya çıkarmışlardır.

Brown vd (1997), ikili işlem, grup ve alt grup kavramlarının öğrenimi üzerine yaptıkları nicel çalışmada, öğrencilerin bu kavramları nasıl öğrenebileceklerini araştırmışlardır. Öğrencilerin bilgisayar laboratuvarında matematiksel bir programlama dilini kullanarak kavramla ilgili programlama yapmalarının, kavramın özelliklerini araştırmalarının sonrada bulgularını grup içi ve dışı tartışmalarla paylaşmalarının ikili işlem, grup ve alt grup kavramlarının öğreniminde etkinliğinin araştırıldığı çalışmada programlama dili olarak kod ve kalıpları matematik diline benzer olan ve soyut cebirdeki tüm kavramları ve özelliklerini öğrencinin kolayca programlayabileceği ISETL programlama dilini kullanılmıştır. 31’i deney 20’si kontrol grubu olmak üzere toplam 51 öğrenci üzerinde yapılan çalışmada deney grubundaki öğrencilere kavramlar ISETL kullanılarak, kontrol grubundaki öğrencilere de geleneksel yollarla öğretilmiş, yazılı sınavlar ve mülakatlar

sonucunda deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

Asiala vd (1997), yan küme, normal alt grup ve bölüm grubunun öğretiminde Brown ve arkadaşlarının metodunu, bilgisayar aktivitelerinde ise programlama dili olarak ISETL yazılımını kullanmışlardır. Aynı deney ve kontrol grubu öğrencilerinin kullanıldığı bu çalışmada, deney grubundaki öğrencilerin yan küme ve normal alt grup kavramlarını kontrol grubu öğrencilerinden daha iyi öğrendiklerini fakat bölüm grubu kavramını öğrenmede her iki gruptaki öğrencilerin zorlandıklarını belirtmişlerdir.

Zazkis ve Gunn (1997), ilkokul öğretmen adayları üzerinde yaptıkları çalışmada, kümeler teorisindeki; küme, kümenin elemanı, eleman sayısı, altküme ve boş küme kavramlarını ISETL programlama dilini kullanarak öğretmişlerdir. Yapısalcı bir yaklaşımın kullanıldığı ve 46 öğretmen adayından 28'inin katılımıyla gerçekleşen bu çalışma sonucu yapılan yazılı sınavlara ve mülakatlara göre, ISETL programlama dili yardımıyla kavramları öğrenen katılımcıların başarı oranının diğerlerine göre daha yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca araştırmacılar, yazılı sınavlar ve mülakatlardan hareketle, boş küme kavramının karmaşık olduğu ve özellikle her kümenin bir alt kümesi olma özelliği düşünüldüğünde bu karmaşıklığın ve zorluğun arttığını belirtmişlerdir. Buna karşın, ISETL programlama dilinin küme ve altküme kavramlarının öğretiminde çok etkili olduğunu ifade etmişlerdir.

Dubinsky (1997), lineer cebir öğrenimini incelediği çalışmasında, bu dersteki bazı kavramların video ve bilgisayar animasyonları kullanılarak görselleştirilebileceğini ifade etmiştir. Lineer cebir öğrenimine katkıda bulunan bu görselleştirme yaklaşımının, tek başına güçlü bir araç olmadığını belirten Dubinsky, bazı kavramların öğretiminde bilgisayar programları yazmanın faydalı olacağını vurgulamıştır. Bu yüzden vektör uzayı aksiyomlarını incelemede, grafik çiziminde ve matrislerin öğreniminde ISETL programlama dilini kullanan araştırmacı, bu yazılımın kavramların etkili öğreniminde iyi bir araç olduğunu belirtmiştir.

Asiala vd (1998), permutasyon ve simetri kavramlarının öğreniminde, üniversite düzeyinde matematik eğitimi ve müfredat gelişimi araştırmaları için geliştirdikleri özel bir metodu kullanmışlardır. Bu metotta ISETL programlama dili bir öğrenme aracı olarak kullanılmıştır. 31 öğrencinin katıldığı çalışmada, yazılı sınavlar ve mülakatlara göre kullanılan metodun permutasyon ve simetri kavramlarının öğreniminde etkili olduğunu fakat bu kavramların epistemolojik analizinin bir sonraki çalışmada yeniden yapılmasını önermişlerdir. Bu çalışmada, ISETL programlama dilini zihni oluşumları yapmak için bir araç olarak gördüklerini belirten araştırmacılar, soyut cebir öğreniminde bilgisayar aktivitelerinin bir “arabulucu” olduğunu belirtmişlerdir.

Hernandez ve Trigueros (1999), cebirdeki değişken kavramının öğrenilmesinin zorluğundan bahsetmişler ve bu kavramın öğretiminde bilgisayar aktivitelerinin etkinliğini tasarlamak ve test etmek için ISETL programlama dilini kullanarak bir çalışma yapmışlardır. Meksika’daki bir üniversitedeki üç ayrı derste yapılan bilgisayar aktiviteleri dikkatle incelendiğinde, öğrencilerin ilk başlarda programlama yaparken zorlandıklarını ancak sonra öğrencilerin yarıdan fazlasının farklı problem tiplerini çözmede ilerleme kaydettiklerini ifade eden araştırmacılar, öğrencilerin matematik dersi hakkındaki tutumlarında da fark edilir bir değişim olduğunu ve öğrencilerin değişken kavramını daha anlamlı öğrendiklerini belirtmişlerdir.

Teknolojinin üniversite düzeyindeki daha ileri ve soyut derslerde kullanımını inceleyen Kulich (2000), özellikle soyut cebir dersinde öğrencilerin teknoloji yardımıyla öğrenme ortamlarının zenginleştirilebileceğini belirtmiştir. Çalışmasında bazı yazılım çeşitlerini ve bunların kullanımı ile ilgili örnekleri sunan araştırmacı, özellikle grup teorisinde daha büyük ve daha zor grup yapılarının çalışılmasında bilgisayar programlarının sağladığı kolaylıkları anlatmıştır. GAP (Groups, Algorithms and Programming) yazılımının bir çok donanım konfigürasyonu olan güçlü bir hesaplama aracı olduğunu, MAGMA’ nın grup teorisinde yeni sonuçlara götüren bir bilgisayar yazılımı olduğunu belirttikten sonra ISETL programlama dilinin de öğrencilerin araştırma yapabileceği önemli bir araç olduğunu vurgulamıştır. Ayrıca ISETL programlama dilinin mertebeli küme, bölüm grubu ve izomorfizm gibi cebirsel özellikleri incelemeye faydalı

olduğunu belirtmiştir. Bunun dışında işlem tabloları oluşturmada ESG (Exploring Small Groups) ve FGB (Finite Group Behaviour) programlarının kullanılabileceğini belirten Kulich, bütün bu işlemlerin bilgisayar kullanmadan da yapılabileceğini ancak teknoloji sayesinde öğrencilerin yeni bir öğrenme ortamına girdiklerini ve daha büyük grup yapılarını inceleyebildiklerini ifade etmiştir.

Ubuz (2000), analiz dersinin bilgisayar donanımlı ortamda öğrenimini incelediği çalışmasında ISETL ve Derive programlarını kullanmıştır. ISETL programlama dilini matematiksel kavramların bilgisayarda oluşturulmasında, Derive programını da hesaplamalar yapma ve grafik çiziminde kullanmıştır. ODTÜ'deki birinci sınıf matematik öğrencilerinin katıldığı çalışmada özellikle fonksiyonun limiti, türev, süreklilik gibi kavramların öğrenimine ağırlık verilmiştir. Katılımcılara uygulanan ön-test, son-test ve mülakatlar sonucunda, öğrencilerin bilgisayar donanımlı ortamda matematik öğrenmelerinin performanslarını olumlu yönde etkilediği ve özellikle grafik yorumlamalarında önemli bir gelişme kaydettikleri tespit edilmiştir.

Pesonen ve Malvela (2000), Joensuu Üniversitesi Matematik Bölümünde; matematik müfredatında yapılan reformları anlattıkları çalışmada, özellikle matematik öğretmenlerinin daha kaliteli ve verimli olmasının yollarını araştırmışlardır. Lisans programında radikal değişiklikler yapan araştırmacılar, bazı derslerde öğrenci yönetimine ağırlık vermişlerdir. Bu nedenle öğrencilerin sosyal bir ortamda gruplar halinde çalışmalarını sağlamışlardır. Bu reform doğrultusunda en önemli pedagojik değişikliğin yapıldığı derslerden biri soyut cebirdir. Bu derste grup çalışmalarıyla birleştirilmiş yoğun bilgisayar programlamalarının kullanıldığı bilgisayarlı bir ortam tasarlanmış ve bu ortamda ISETL yazılımı kullanılmıştır. 45 öğrencinin katıldığı çalışmada ACE döngüsüne göre bir öğretim yolu takip edilmiştir. Bir vize ve bir final sınavına tabi olan öğrencilerin ev ödevleri de ortalamaya dahil edilmiştir. Kurs sonunda öğrencilerin genel olarak başarılı olduğunu belirten araştırmacılar özellikle grup çalışmasının öğrencileri olumlu yönde etkilediğini ifade etmişlerdir. Ayrıca ISETL'nin kendilerine pek yararı olmayacağını düşünen bazı öğrencilerin bu düşüncelerinin

değiştirdiğini ama yine de bir kısım öğrencinin ISETL'yi sıkıcı ve zor bir program olarak gördüklerini söylemişlerdir.

Matematiksel kavramlar arasındaki geçiş ile matematikte formalizm arasındaki ilişkileri incelediği çalışmasında Dubinsky (2000), formalizmin okul matematiği ile üniversite matematiği arasındaki uçurumun anlaşılmasına yardımcı olacağını belirtmiştir. Matematiksel öğrenmenin, kavramların farkında olunmasıyla gerçekleşeceğini belirten Dubinsky, formal bir ifadenin bilgisayara girilmesi, test edilmesi ve oluşturulmasının öğrencilerin “anlam” oluşturmalarına yardım ettiğini ifade etmiştir. Çalışmasında ISETL ile ilgili bazı örnekler veren Dubinsky, bu yolla okul matematiğinden üniversite matematiğine geçişte bir süreklilik olacağını vurgulamıştır.

Soyut cebir dersinin öğretiminde önce ISETL sonra hem ISETL hem de ESG yazılımlarını kullanan Deck (2001), çalışmasında dönem boyunca yaşadığı tecrübeleri anlatmıştır. ISETL'nin kısa bir tarihçesini verdikten sonra, kullanımı ile ilgili bazı önerilerde bulunan Deck; soyut cebir dersinin öğretiminde Dubinsky ve Leron (1994)'un “Learning Abstract Algebra with ISETL” kitabını kullanmıştır. Kitaptaki gibi ACE öğretim döngüsünü kullanan Deck, özellikle sınıf tartışmalarının çok uzun sürdüğünü belirtmiştir. Ayrıca ispatların çoğu alıştırma olarak verildiği için ISETL aktiviteleri ile ev ödevleri arasında büyük bir uçurum olduğunu vurgulamıştır. Kitaptaki gibi bir öğretim döngüsünü kurabilmek için bir aylık zaman harcadığını belirten Deck, dönemin sonunda uyguladığı tutum ölçeğinde öğrencilerin %77'sinin bilgisayar aktiviteleri, sınıf tartışmaları ve ev ödevlerini içeren ders yapısının çok zaman aldığından şikayet ettiklerini belirtmiştir. Buna karşın, ISETL programlama dilinin öğrencilerin soyut cebirdeki kavramları daha iyi öğrenebilmelerine yardımcı olduğunu ifade etmiştir.

Smith (2001), soyut cebir öğretiminde, özel bilgisayar aktiviteleri ve işbirlikçi öğrenmeyi içeren yenilikçi bir yaklaşım kullanmıştır. Laboratuvar oturumlarında, gruplar halindeki öğrenciler matematiksel kavramları kavrayabilmek için ISETL programlama dilini kullanmışlardır. Smith, bu yaklaşımı soyut cebir öğretiminde üç kez

kullandığını ve bu derslerin çok başarılı olduğunu belirtmiştir. Araştırmacıya göre; geleneksel bir soyut cebir dersinde dönem sonunda öğrencilerin %30'u ispatları yapabilirken, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bir soyut cebir dersinde dönem sonunda öğrencilerin %56'sı ispatları yapabilmektedir.

Middle Tennessee State Üniversitesi Matematik Bölümü 1990'lı yılların başında yeniden yapılanma sürecine girmiş ve bu yeniden yapılanma çerçevesinde öğrenme ve öğretme etkinliklerinin zenginleştirilmesi amacıyla derslerde teknoloji kullanımı tavsiye edilmiştir. Bu nedenle Khrisnamani ve Kimmins (2001), soyut cebir ve analiz derslerindeki bazı kavramların öğretiminde ISETL programlama dilini bir öğrenme aracı olarak kullanmışlardır. Çalışmanın ilk kısmında Khrisnamani soyut cebir dersini, bu dersin öğretim metotlarındaki değişiklikleri ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını incelemiş, ikinci kısımda Kimmins, analiz dersinde yapılan reform sonucu öğretim yöntemlerindeki değişiklikleri anlatmıştır. Khrisnamani, 22 öğrenci üzerinde yaptığı çalışmada grup, niceleyici ve fonksiyon kavramlarının anlamlı öğreniminde ISETL'nin çok büyük bir rolü olduğunu, ayrıca öğrencilerin matematiğe olan tutumlarının olumlu yönde değiştiğini belirtmiştir. Kimmins, analiz dersindeki bazı kavramların öğretiminde CALC (Calculus as a Laboratory Course) projesini kullanmıştır. Bu projeye göre öğrenciler bilgisayar laboratuvarında ikili gruplar halinde ISETL programlama dilini kullanarak, seriler ve serilerin kısmi toplamlar dizisinde genel terimin yazılması gibi uygulamalar yapmışlardır. Kimmins, öğrencilerin ISETL yazılımı kullandıklarında daha aktif ve ilgili olduklarını belirtmiştir.

Asiala vd (2001), türevin geometrik anlamının öğrenimi ile ilgili çalışmalarında, daha önce bu konuda yapılan çalışmaları dikkatlice analiz ederek türev kavramının nasıl öğretilebileceği ile ilgili bir yöntem belirlemişlerdir. Mühendislik fakültesindeki 41 öğrencinin katıldığı uygulamada, deney ve kontrol grupları oluşturulmuş ve deney grubundaki öğrenciler türev kavramını ISETL programlama dili ile öğrenmiş, kontrol grubundaki öğrenciler de geleneksel yollarla öğrenmişlerdir. Yazılı sınavlar ve mülakatlar sonucunda deney grubunun kontrol grubundan daha başarılı olduğunu

belirten araştırmacılar, kullandıkları bu yöntemin kolej seviyesinde analize giriş dersinde kullanılabileceğini ifade etmişlerdir.

Berger (2001), soyut cebir dersinin öğretiminde ISETL programlama dilini kullanmıştır. ISETL programlama dilinin soyut cebir dersinde nasıl kullanılabileceğini anlatan Berger, bu yazılımı kullanan her öğretim üyesinin ISETL'nin iyi bir araç olduğu düşüncesinde birleşeceklerini belirtmiştir.

Ubuz (2002), ISETL ve Derive programlarını kullanarak oluşturduğu öğrenme ortamında türev kavramının öğrenimini araştırmıştır. Bu çalışmada ISETL, matematiksel kavramların oluşturulması için kullanılmış ve ardından sınıf tartışmaları yapılmıştır. Derive ise çizimi zor olan fonksiyonların grafiklerini çizmek için kullanılmıştır. 59 öğrencinin katıldığı çalışmada ön-test, son-test ve mülakat sonuçları analiz edilmiş ve özellikle ISETL programlama dilinin öğrenme sürecinde çok etkili olduğu belirtilmiştir.

Beuerman (2004), matris ve lineer programlamanın öğretiminde ISETL programlama dilini kullanmıştır. Araştırmacı, diğer bir çok sisteme göre ISETL programlama dilinin daha avantajlı olduğunu ve ISETL programlama dilinin özellikle hesaplama sistemi konusunda daha az komut gerektiren bir programlama dili olduğunu belirtmiştir. Ayrıca lineer cebir ve lineer programlama öğretiminde ISETL programlama dilini kullanmasının temel nedeninin, satır işlemleri, lineer sistemlerin çözümü ve matrislerin tersini bulmada etkileşimli tasarlanması ve yapılan hesaplamaların sonuçlarını adım adım göstermesi olduğunu ifade etmiştir.

Konyalıoğlu ve Dikici (2004), üniversite öğrencilerinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenmeleri üzerine yaptıkları çalışmada, bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada deney grubu öğrencilerine; bilgisayar aktiviteleri, sınıf aktiviteleri ve ev ödevlerinden oluşan ACE öğretim döngüsünün kullanıldığı bir ders yapısı uygulanmışlardır. Deney ve kontrol

grubundan oluşan 20 öğrenciye uygulanan yazılı sınavın analizinde deney grubu öğrencilerinin kontrol grubu öğrencilerinden daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Bu çalışmadan elde edilen bulgular ve bu konuda yapılan araştırmalara dayanarak, özellikle bilgisayarın ileri düzeydeki matematik derslerinde kullanımının, öğrencinin teknolojiye bakışını olumlu yönde değiştirebileceğini ve kavramlar, yapılar ve bunlar arasındaki bağıntıları daha anlamlı öğrenebileceğini ifade etmişlerdir.

Yurt dışı literatür incelendiğinde özellikle son yıllarda, öğretim ve öğrenim faaliyetlerinde ISETL programlama dilinin kullanıldığı araştırmalar artış göstermektedir. Ancak Türkiye’de ISETL programlama dilinin kullanıldığı çok az çalışma bulunmaktadır.

Yapılan araştırmalara göre, özellikle üniversite düzeyindeki matematik derslerinin öğrenim ve öğretiminde, ISETL programlama dili güçlü bir araç olabilmektedir. Bu programın kullanıldığı araştırmalar incelendiğinde, geleneksel yöntemle göre başarı oranının arttığı görülmektedir. Yine yapılan araştırmalar, ISETL programlama dilinin matematiksel düşünme gelişiminde, anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesinde ve kavramların zihinde oluşturulmasında etkili olduğunu ortaya koymuştur.

ISETL programlama dilinin bir öğrenme aracı olarak kullanıldığı araştırmaların çoğunda, ACE öğretim döngüsü kullanılmış ve bunun ISETL programlama dilinin pedagojisine uygun bir öğretim tekniği olduğu vurgulanmıştır.

Ayrıca tutum açısından ele alındığında, bu konuda çok az çalışma olmasına rağmen ISETL programlama dilinin kullanımının, genel olarak matematiğe karşı tutumda olumlu yönde bir değişiklik meydana getirdiği ifade edilmiştir.

2.2. Soyut Cebir Öğretiminde Geometriyi Kullanan Çalışmalar

Soyut cebir dersinin öğrenimi ve öğretiminde geometrinin etkinliğinin belirlenmesine yönelik olarak yapılmış olan bazı çalışmalar ve buradan elde edilen sonuçlar aşağıda kısaca özetlenmektedir.

Schattschneider (1978), Öklid dönüşüm geometrisinin elementer özellikleri ile grup teorisi arasındaki ilişkilerin, izometri gruplarını çalışmak için önemli bir neden olduğunu ifade etmiştir. Bu yüzden düzlem simetri gruplarını detaylı olarak incelemiş ve düzlem izometri gruplarında, grup teorisindeki kavramların öğretiminde yararlanılabilecek, çok ilginç örnekler olduğunu ancak soyut cebir kitaplarında bunlara yer verilmediğini belirtmiştir. Özellikle wallpaper gruplarına yoğunlaşan araştırmacı, izometri gruplarını öğrenmek isteyenler için M. C. Escher'in resimlerini tavsiye etmiştir.

Senechal (1988), M. C. Escher'in resimlerinin soyut cebirdeki pek çok kavramı öğretmede etkili bir araç olduğunu ifade etmiştir. Grup, alt grup, yan küme, konjüge ve orbit kavramlarının öğretiminde bu resimleri detaylı olarak inceleyen Senechal, Escher'in çalışmalarının her birinin soyut cebir kitaplarında yerini alması halinde olumlu sonuçlar elde edileceğini vurgulamıştır.

Gordon (1996), grup teorisindeki kavramların öğretiminde wallpaper gruplarını kullanmıştır. Grup teorisindeki kavramların öğretimi için çeşitli projeler geliştiren Gordon, öğretim etkinliklerinde araç olarak bilgisayar programları, fiziksel modeller, el yapımı araçlar ve filmler kullanmıştır. Kullanılan bilgisayar programları arasında; The Geometer's Sketchpad, Tesselmania, Kali ve KaleidoTile gibi dinamik ve görsel yazılımlar bulunmaktadır. Bu programlar sayesinde, düzlem izometrilere ve çeşitli simetri grupları görselleştirilebilmekte ayrıca öğrenciler kendi oluşturdukları mozaik ve karoları bilgisayarda çizebilmektedirler. İkinci proje olarak; ayna, dürbün, kitap ve çalışma yaprakları gibi fiziksel araçları kullanan Gordon, wallpaper gruplarını tanıtmada

büyük ölçüde bu araçlardan yararlanmıştır. Dört öğrencinin katılımıyla gerçekleşen araştırma sonucunda, bu projelerin öğrenme ortamını çok zenginleştirdiği ve öğrencilerin soyut cebir dersini çok eğlenceli buldukları belirtilmiştir. Öğrencilerin soyut cebir dersine olan tutumlarında olumlu gelişmeler olduğu için üçünün bir sonraki dönem yine soyut cebir dersi aldıkları ifade edilmiştir.

Almedia (1997), grup teorisinin öğretiminde bir araç olarak görselliği kullanmış ve birim eleman, ters eleman, grup, konjüge gibi kavramları görselleştirmede simetrilere yararlanmıştır. Almeida, matematiksel bilginin kitaplarda özet olarak verildiğini bu nedenle öğrencilerin matematiği tam öğrenemediklerini ifade etmiştir. Matematiksel bilginin elde edilebilmesi için tarihi gelişimine sadık kalınması gerektiğini ifade eden araştırmacı, bunun için de öğrenmede görsel yardımların önemli bir rolü olduğunu belirtmiştir. Almedia'ya göre öğrenciler matematiği öğrenebilmek için kavramların içeriklerine odaklanmak zorundadır. Bunun için iki önemli strateji kullanılmıştır. İlkinde öğrencilerin kavram tanımı ile uyumluluk içinde olan kavram görüntülerinin geliştirilmesine yardım edilmiş, ikincisinde de informal ve görsel ispatlar kullanılmıştır. Böylece bu ispatların formal dile kolaylıkla dönüştürülebilmesi amaçlanmıştır.

Schattschneider (1997), ters eleman, elemanın mertebesi, değişmelilik, kapalılık, geren ve alt grup kavramlarının öğretiminde geometriyi kullanmıştır. Görmeyi anlamaya ve inanmaya neden olduğunu düşünen araştırmacı, izometrilere hareketlerini, teoremlerin ispatlarını ve kavramla ilgili bir çok özelliği, The Geometer's Sketchpad dinamik geometri programını kullanarak görselleştirmiştir. Ayrıca grup ve simetri kavramı arasındaki yakın ilişkiye dikkat çeken araştırmacı, simetri grupları yardımıyla grup teorisindeki yan küme, bölüm grubu ve grup çarpımı kavramlarının da görsel olarak temsil edilebileceğini ifade etmiştir.

Almeida (1999), grup teorisinin öğretiminde simetriyi kullanmıştır. Üniversite öğrencilerinin matematiği, genellikle formal matematik kitaplarındaki gibi özet olarak öğrendiklerini düşünen Almeida, matematiksel bilginin tarihi kökenine sadık kalarak öğretilmesi gerektiğini vurgulamıştır. Bu düşünceyle grup teorisindeki kavramları,

simetrileri kullanarak öğretmiş ve soyut yapıdaki kavramların öğretiminde mutlaka görsel öğelerin kullanılması gerektiğini ifade etmiştir.

Gordon (2001), izometrilere ayrı grupları kullanarak soyut cebir dersindeki bir çok kavramı görselleştirmiştir. Özellikle homomorfizm, normal alt grup, gerken, bölüm grubu, direkt ve yarı direkt çarpım kavramlarını simetri grupları yoluyla resmeden Gordon, bu kavramların görselleştirilmesinde frieze ve wallpaper gruplarını kullanmıştır. Grup teorisindeki tüm kavramların simetri grupları yoluyla görselleştirilebileceğini belirten araştırmacı, grup teorisi ve geometri arasındaki ilişkiyi yakından gören öğrencilerin derste daha başarılı olduklarını belirtmiştir. Gordon ayrıca, adı geçen kavramların öğretiminde farklı kültürel yapıları kullanmıştır. Örneğin İspanyada 14. yüzyılda inşa edilen Alhambra sarayındaki mozaik ve çiniler, Gordon'un araştırmasında kullandığı önemli araçlar arasındadır. Bunlara ilaveten; The Geometer's Sketchpad, TesselMania, Kali ve KaleidoTile gibi bilgisayar yazılımlarını standart izometrilere, tekrarlı yapıları ve simetri gruplarını resmetmede kullanmış ve bu yazılımların öğrenme sürecini zenginleştirdiğini belirtmiştir.

Sarhangi ve Zimmerman (2005), Towson Üniversitesindeki matematik eğitimi yüksek lisans programında, özellikle öğretmenlerin ileri matematiksel düşünce gelişimine katkıda bulunmak amacıyla farklı içeriğe sahip iki matematik dersi açmışlardır. "The Algebra of Symmetries" ve "Patterns in Mathematical Designs" adı verilen bu derslerde, simetri kavramı ile matematiğin birleştirilmesi amaçlanmıştır. Bu derslerin ilkinde soyut cebirin simetriler yardımıyla öğretimi ele alınmış, ikincisinde de sanat ve bilim arasında geometrik bir köprü kurmaya çalışılmıştır. Soyut cebirin aksiyomatik yaklaşımla öğretimi yerine simetrileri kullanarak geometriden yaralanan araştırmacılar; grup, alt grup, yan küme, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde, frieze, wallpaper ve rosette gruplarını kullanmışlardır. Kullanılan geometrik metot sayesinde, geometrik objeler ve hareketleri ile ilgili bir sezgi elde eden öğrencilerin, grup teorisini daha az soyut bir ortamda öğrendikleri belirtilmiş ve öğrencilerin grup teorisini anlamsız bir ders olarak değil faydalı bir araç olarak düşündükleri tespit edilmiştir.

Soyut cebir dersinin öğretiminde geometriyi kullanan çalışmalar incelendiğinde, bu çalışmaların ortak amacının, özellikle grup teorisindeki soyut kavramları görselleştirerek daha verimli ve etkili bir öğrenme süreci oluşturmak olduğu görülmektedir. Bu çalışmalar; üniversite öğrencilerinin matematiği, kitaplardaki gibi formal ve soyut olarak kısaltılmış bir özet şeklinde öğrenmeleri yerine tarihi gelişimlerine sadık kalarak öğrenmeleri gerektiğini savunmaktadır. Bu nedenle araştırmacılar soyut cebirin ve özellikle grup teorisinin öğretiminde, kavramların tarihsel gelişim sürecini dikkate almış ve kavramların öğretiminde dönüşüm gruplarına yoğunlaşmışlardır. Dönüşüm grupları içinde de özellikle rosette, frieze ve wallpaper gruplarından yararlanan bu çalışmalar, soyut cebir kavramlarını öğretmeden önce öğrencilere dönüşüm geometrisini ve bu geometrinin özelliklerini öğretmektedir. Bu çalışmalarda ilk olarak düzlemdeki simetri hareketleri detaylı olarak anlatılmakta sonra rosette, frieze yada wallpaper gruplarının özellikleri öğretilmektedir. Bu çalışmaların ortak bir özelliği de; düzlem simetri hareketlerini ve dönüşüm gruplarını öğretirken çeşitli dinamik ve görsel bilgisayar programları kullanmalarıdır. Böylece öğrencilerin çizimlerde ve simetrilerin hareketlerinde çok zaman kaybetmemeleri sağlanmış olmaktadır. Bu bilgisayar programları içinde özellikle The Geometer's Sketchpad yazılımı, soyut cebir öğretiminde geometriyi kullanan çalışmaların bir çoğunda kullanılmıştır.

Ayrıca Hollandalı ressam M.C. Escher'in resimleri de, soyut cebirdeki kavramların görselleştirilmesinde faydalı bir araç olarak kabul edilmektedir.

Araştırmacılar, soyut kavramların geometri yardımıyla öğretiminin öğrencide bir formasyon yarattığı gerçeğinde mutabıktırlar.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1. Problem ve Hipotezler

3.1.1. Çalışmanın amacı

Çalışmanın amacı, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarılarına ve matematiğe karşı olan tutumlarına etkisini araştırmak ve bu yöntemi geleneksel ders anlatım yöntemi ile karşılaştırmaktır.

Ayrıca çalışmanın bir diğer amacı da, söz konusu kavramların öğretimine katkıda bulunabilecek geometrik modeller geliştirmektir.

3.1.2. Alt problemler

- 1- Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili, öğrencilerin başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında önemli bir farklılık var mıdır?
- 2- Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında önemli bir farklılık var mıdır?
- 3- Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretimine katkıda bulunabilecek ne tür bir model geliştirilebilir?

3.1.3. Hipotezler

Araştırmanın hipotezleri aşağıdaki gibidir;

H₀₁- Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili, öğrencilerin başarıları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

H₀₂- Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları açısından, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yöntemi arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılık yoktur.

3.2. Deneysel Yöntem

Sunulan çalışmada, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesi amacıyla deneysel araştırma modelleri içerisinde en fazla kullanılan "eşit olmayan kontrol gruplu ön test-son test deseni (nonequivalent control group pretest-posttest design)" esas alınmıştır (Karasar 1998; McMillan and Schumacher 2001).

Öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları konusundaki bilgi düzeylerini ortaya çıkarabilmek ve matematiğe karşı tutumlarını belirlemek amacıyla uygulamadan önce normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi ve matematik tutum ölçeği ön test olarak; uygulama yapıldıktan sonra normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi ve matematik tutum ölçeği son test olarak, çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına uygulanmıştır. Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi son testinde, verilen cevaplara göre; doğru, kısmen doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerle görüşmeler yapılmıştır.

Çalışmanın deneysel yöntemi aşağıdaki Çizelge 3.1'de özetlenmektedir:

Çizelge 3.1. Deneysel yöntem

Gruplar	Ön testler	Uygulama	Son testler
Deney grubu	T ₁ , T ₂	ISETL'nin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi	T ₁ , T ₂
Kontrol grubu	T ₁ , T ₂	Geleneksel öğretim yöntemi	T ₁ , T ₂

Burada; T₁, normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testini (NBG); T₂, matematik tutum ölçeğini temsil etmektedir.

3.3. Çalışmanın Örneklemi

Çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalında öğrenim gören 36 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama, 2004-2005 öğretim yılının birinci döneminde gerçekleştirilmiştir.

Öğrenciler rasgele iki gruba ayrılmış, gruplardan biri, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu; diğeri ise geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu olarak seçilmiş ve bu seçim de rasgele yapılmıştır.

3.4. Değişkenler

3.4.1. Bağımsız değişkenler

Uygulamada kullanılan ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yöntemi çalışmanın bağımsız değişkenlerini teşkil etmektedir.

3.4.2. Bağımlı değişkenler

Öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarıları ve matematik dersine karşı tutumları çalışmanın bağımlı değişkenleridir.

3.5. Çalışmada Kullanılan Araçlar

3.5.1. Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi (NBG)

Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi, dördüncü soru dört şıktan, beşinci soru iki şıktan ibaret olmak üzere toplam 9 klasik işlem sorusundan oluşmaktadır. Testteki soruların bir kısmı araştırmacılar tarafından geliştirilirken bir kısmı da literatürden yararlanılarak hazırlanmıştır (EK 1).

Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi oluşturulurken, literatürde bu kavramlar ile ilgili yapılan çalışmalarda sorular dikkate alınmış ve uzman görüşlerine başvurulmuştur. Ayrıca, çalışmaya esas teşkil eden grup dışında, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili yapılan pilot çalışma sonucunda elde edilen verilerden yararlanılmıştır. Yine daha önceki senelerde yapılmış cebire giriş dersi sınavlarında sorulmuş olan normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili sorulara öğrencilerin

verdiği cevaplar incelenmiş ve ders öğretim üyesinin görüşü alınmıştır. Daha sonra, bu bilgiler ışığında konu ile ilgili normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi geliştirilmiştir.

Testteki soruların tamamı normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgilidir ve bu soruların her biri, konu ile ilgili tek bir kavramı ölçmeye yönelik olarak hazırlanmış olmakla birlikte, aynı kavramı yoklayan farklı formlardaki soru tiplerine ve birkaç kavramı aynı anda yoklayan soru tiplerine de yer verilmiştir.

Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi (NBG), grup teorisini okumuş olan Atatürk Üniversitesi K.K. Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı dördüncü sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Böylece “Bir Testi İki Eşdeğer Yarıya Bölme” yöntemi kullanılarak testin güvenirlik katsayısı 0,72 olarak bulunmuştur. Geliştirilen NBG testinin geçerliği için ders öğretim üyesi ve konu ile ilgili uzmanların görüşleri alınmıştır. Uzmanlar, testin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını ölçmeye yönelik olarak geçerliliğinin yüksek olduğunu belirtmişlerdir.

3.5.2. Matematik tutum ölçeği

Bu ölçek, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını tespit etmek amacıyla Duatepe ve Çilesiz (1999) tarafından geliştirilmiştir. Ölçek, hiç katılmıyorum, katılmıyorum, kararsızım, kısmen katılıyorum, tamamen katılıyorum şeklinde beş seçenek içeren likert tipi otuz sekiz madde ihtiva etmektedir. Bu ölçekteki maddeler dört boyuttan oluşmuştur. İlk boyutta toplanan on üç madde (2, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 28, 30, 31, 32, 34, 38) matematiğe karşı ilgi ve sevgi, ikinci boyuttaki dokuz madde (1,18, 20, 22, 26, 27, 33, 35, 36) güven ve korku, üçüncü boyutta yer alan sekiz madde (4, 7, 12, 14, 17, 21, 25, 37) günlük ve mesleki hayattaki önem ve dördüncü boyut ise (3, 6, 11, 16, 19, 23, 24, 29) matematiğe karşı zevke ilişkindir. Matematik tutum ölçeğinin Cronbach alfa güvenirlik katsayısı Duatepe ve Çilesiz tarafından 0,96 ve yarılama (split-half) güvenirlik katsayısı 0,93 olarak bulunmuştur (EK 2). Matematik tutum ölçeği, çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test ve son test olarak uygulanmıştır.

3.5.3. Görüşmeler

Son test verileri elde edildikten sonra, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları konusundaki bilgi düzeylerini ortaya çıkarabilmek ve derse olan ilgileri hakkında detaylı bilgi edinmek amacıyla deney ve kontrol grubundaki öğrencilerle 15-20 dakikalık yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler için, normal alt grup ve bölüm grubu bilgi son testine (NBG); doğru, kısmen doğru ve yanlış cevap veren öğrenciler seçilmiştir. Yapılan görüşmeler yazılı olarak kaydedildikten sonra analiz edilmiştir (EK 5; EK 6).

3.6. Pilot Çalışma

Esas çalışmaya temel teşkil edecek ve bu süreçte doğabilecek olumsuzlukları önceden görüp giderebilmek için 2004 yılı Nisan ayında bir pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışmanın örneklemini, Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünde öğrenim gören 20 üçüncü sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

Öğrenciler rasgele iki gruba ayrılmış, gruplardan biri, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu; diğeri ise geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu olarak seçilmiş ve bu seçim de rasgele yapılmıştır.

Yöntemin eksikliklerini gidermek amacıyla yapılan bu çalışmada, uygulamaya başlamadan önce deney grubundaki öğrencilerin, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları açısından mevcut durumlarını ortaya çıkarabilmek için NBG testi ve matematik tutum ölçeği çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmıştır. Uygulama sonunda da NBG testi ve matematik tutum ölçeği çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına son test olarak uygulanmıştır.

Pilot çalışma haftada toplam 4 ders saati olmak üzere 5 hafta sürmüştür. Tüm veri toplama araçları kullanılmış ve veriler dikkatlice analiz edilmiştir. Pilot çalışma sonunda elde edilen bulgulara göre ve bu sürece bağlı olarak asıl çalışmada bazı küçük değişiklikler yapılması öngörülmüştür. Özellikle ders süresinin, yapılan pilot çalışma ve eğitim fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı dikkate alındığında haftada 3 saat olması ve sürenin 5 hafta ile sınırlandırılması uygun görülmüştür.

Verilerin dikkatlice tetkikinden sonra, deneysel prosedürün ve veri toplama araçlarının bu çalışmanın ilk iki alt problemine cevap verecek nitelikte olduğu sonucu çıkarılmıştır.

3.7. Uygulama

Bu çalışma, 2004-2005 öğretim yılı güz döneminde, ilk üç haftası ISETL programlama dilinin deney grubu öğrencilerine öğretildiği dönem olmak üzere, toplam beş hafta süreyle Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı üçüncü sınıfında okuyan 36 öğrenciye uygulanmıştır. Çalışmada ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenilmesindeki etkinliği araştırılmıştır. Bu amaçla, deney ve kontrol grupları oluşturularak, deney grubunda normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile, kontrol grubunda ise geleneksel öğretim yöntemi ile işlenmiştir. Uygulama haftada üç ders saatini kapsayacak şekilde, her iki grupta da, bir araştırmacı tarafından yapılmıştır.

Gruplar arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirlemek amacıyla, uygulamanın başlangıcında, NBG testi ve matematik tutum ölçeği hem deney grubuna hem de kontrol grubuna ön test olarak uygulanmıştır. Ön testlerden sonra her iki grupta da uygulamaya başlanmıştır.

Şans yoluyla seçilen deney grubu öğrencilerine bilgisayar kullanımı ile ilgili temel bilgiler ve ISETL programlama dili öğretilmiştir. Bu yapılırken deney grubu öğrencileri, kontrol grubu öğrencileri gibi normal eğitimlerine devam etmişlerdir. Yani bu dönem, cebire giriş dersinde normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarına gelinceye kadar, deney grubu öğrencilerinin hem cebire giriş dersini takip ettikleri ve hem de ISETL programlama dilini öğrendikleri dönemdir.

Cebire giriş dersinde normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarına gelindiğinde, deney grubu öğrencileri klasik sınıf ortamından bilgisayar laboratuvarına alınmış ve bu kavramlar ISETL programlama diliyle öğretilmiştir. Böylece, öğrencilerin konu ile ilgili işlemleri ve kavramları anlamaları üzerine bu yöntemin etkinliği tespit edilmeye çalışılmıştır. Başka bir ifadeyle, konunun daha iyi ve kalıcı şekilde öğrenilmesinde bu yaklaşımın etkinliği araştırılmıştır. Bunun için, öğrenci yeni bilgiyi kolay, anlaşılır ve mantıklı bulmalıdır. Öğrencilerin cebire giriş dersindeki normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını, ISETL'nin kullanıldığı bilgisayar destekli olarak daha iyi kavrayabileceği hipotezinin uygulanabilmesi için; ikili işlem, grup, alt grup, yan küme ve yan küme çarpımı gibi önkoşul öğrenmelerin gerçekleşmiş olması gerekir. Dolayısıyla deney grubundaki öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını daha anlamlı öğrenebilmeleri için, önce bu önkoşul kavramların ISETL dilinde programlanması öğretilip sonra normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretilmesine geçilmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin geçmişte karşılaştıklarından çok farklı bir yöntem kullanılmıştır. Kullanılan bu yöntemde öğrencilerin gerçek manada çalışmaları ve bilgiyi aktif ve etkileşimli olarak kurmaları amaçlanmaktadır. Gerçek anlamda çalışmaktan kasıt; saatlerce çalışmak ve ev ödevi yapmak yerine matematik ve özellikle soyut cebirdeki kavramlar ve bu kavramların yapısı hakkında düşünmelerini sağlamaktır. Aslında bu yöntemle öğrencilerin öğrenme sorumlulukları kendi ellerine bırakılmaktadır (Dubinsky and Leron 1994).

Öğrencilerin ISETL programlama dilini kullanarak matematiği ve özellikle grup teorisini öğrenmeleri için çok iyi bir bilgisayar bilgisine sahip olmaları gerekmemektedir. Bilgisayarı açma-kapama dahil bir çok temel işlem ve yazılım ile ilgili gerekli bilgiler ön hazırlık olarak üç hafta süreyle öğrencilere öğretilmiştir.

ISETL programlama dili yardımıyla normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde, öğrencilerin düşüncelerini açıkça ifade edebildikleri ve bu düşünceleri tartışabildikleri bir sınıf ortamı oluşturulması amaçlanmıştır. Bu sınıf ortamı için aşağıdaki yapı kullanılmıştır.



ACE öğretim döngüsü adı verilen bu teknikte ders birkaç bölüme ayrılmıştır. Öğrenciler haftada bir defa bilgisayar laboratuvarında bir araya gelmiş ve bilgisayar aktivitelerinin ardından düzenli bir derslik ortamında bilgisayar olmadan aktiviteler devam etmiştir. Ev ödevleri de dersin dışında tamamlanmıştır. Öğretilmesi düşünülen her bir kavram için ACE döngüsü tekrar ettirilmiş ve her bir kavram için bu döngü bir hafta sürmüştür.

Bilgisayar aktivitelerinde, öğrencilere çalışma yaprakları dağıtılmıştır. Çalışma yaprakları, öğretmek istenen kavramı öğrenciye kısa ipuçlarıyla tanıttak şekilde hazırlanmıştır. Çalışma yapraklarında, öğrenilecek konu ya da kavramlar küçük parçalara ayrılmış, bu parçalar mantıksal bir sıraya konmuştur. Kavramlar bilgisayar aktiviteleri sırasında öğrencilere gerçek tanımları yapılmadan çalışma yaprakları ya da öğretim üyesi tarafından verilen ipuçları ile tanıtılmıştır. Bu şekilde öğrencilerin verilen ipuçları doğrultusunda kavram hakkında fikir sahibi olmaları, kavrama ait özellikleri, bağıntıları ve ilişkileri bazen deneme yanılma yoluyla bazen de tahmin gücü ile

bulmaları amaçlanmıştır. Bilgisayar aktiviteleri, öğrencilerin öğrenecekleri kavramla ilgili çok sayıda uygulama yaptıkları kısımdır. Bu sırada öğrencilerin kavramları öğrenmeleri beklenmemektedir. Çünkü kavramın asıl öğrenimi sınıf aktivitelerinde gerçekleşmektedir.

Sınıf aktiviteleri, öğrenilen kavram ile ilgili bazı açıklamaları ve bir çok soruyu kapsamaktadır. Öğrenciler bilgisayar laboratuvarında kavramlarla ilgili uygulama yaptıkları için sınıfta formal tanım ve teoremleri daha kalıcı ve anlamlı öğrenebilmekte ve asıl öğrenme bu aşamada gerçekleşmektedir.

Sınıf aktivitelerinde, öğrenciler laboratuvarında bilgisayar üzerinde yaptıkları işlemleri sınıfta kağıt kalem kullanarak yapmışlardır. Öğretmen, öğrencilerin çalıştıkları kavramlar hakkındaki düşüncelerini belirtmeleri amacıyla grup içi ve gruplar arası tartışmalara önayak olmuştur. Daha sonra öğretmen konu ile ilgili tanımları, açıklamaları verip öğrencilerin bu konu ile ilgili düşündüklerini de ortak bir çizgide birleştirmeye çalışmıştır. Öğretici, çalışmanın her aşamasında doğrudan bilgiyi aktaran kişi olmaktan çok bilgiye yönlendiren kişi konumunda olmuştur.

Öğrenciler bilgisayar ve sınıf aktivitelerinde sürekli gruplar halinde çalışmışlar ve konuyla ilgili bir problemle karşılaştıklarında önce grup içinde bunu çözmeye çalışmışlar, problemin çözülemediği durumlarda ise diğer gruplarla iletişim kurarak problemin üstesinden gelmeye çalışmışlardır. Böylece kavramlarla ilgili farklı fikir ve düşüncelere sahip öğrenciler, grup içi ve gruplar arası etkileşimlerle, görüşlerini dile getirebilmişlerdir. Bu durum, diğer öğrencilerin kavramla ilgili yeni bir bakış açısı elde etmelerine imkan vermiştir. Öğrenciler daima o anda bildiklerini söylemeye özendirilmişlerdir. Böylece, öğrencilerin kendilerine güvenlerinin gelmesi, kavramla ilgili kendi doğrularıyla birlikte yanlışlarını da görmesi sağlanmıştır. Ayrıca bu sayede, değişik tip düşüncelerin öğrencilere birbirleriyle sürekli bir etkileşim içinde, en etkili yolla iletilmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Öğretici, öğrencilerin çalışırken birbirlerinden fikir almalarını ve grup çalışması yapmalarını daima desteklemiştir.

Ev ödevleri, nispeten gelenekseldir. Bu ödevler öğrencilere grup halinde çalışmalarını sağlamak amacı ile verilmiş ve bunların ders ve laboratuvar dışında tamamlanması istenmiştir. Ev ödevlerinin amacı öğrencinin kendisinin oluşturduğu bilgiyi pekiştirmek, öğrendikleri matematiği kullanabilmelerini sağlamak ve daha sonra öğrenecekleri konuları anlamlı öğrenmelerine zemin hazırlamaktır. Uygulamanın ilk üç haftası öğrenciler ev ödevlerini bilgisayar kullanarak, son iki hafta bilgisayar olmadan kâğıt kalem kullanarak hazırlamışlardır. Öğrencilere, kendilerine verilen ev ödevlerini okuldaki bilgisayar laboratuvarlarında hem bireysel hem de grup çalışmaları ile yapabilme imkanı sağlanmaya çalışılmıştır.

Bu çalışmada, deney grubu öğrencileri, iki saat bilgisayar laboratuvarında aktivitelere katılmış bir saatte sınıf ortamında derse katılmışlardır. İlk üç hafta ACE döngüsü kullanılmamıştır. Çünkü ilk üç hafta normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretimine hazırlık dönemi olduğundan yalnızca yazılımın kullanımı ile ilgili temel bilgiler ve önkoşul kavramların ISETL’de programlanması öğretilmiştir.

Uygulamanın başlangıcında deney grubundaki öğrencilere EK 4’deki Öğrenci Bilgi Formu dağıtılmıştır. Bu bilgi formunda; öğrencilerin bilgisayar kullanmayı ne derece bildikleri, grup çalışması yapmak isteyip istemedikleri ve bir grup çalışması yapıldığında kimlerle grup oluşturmak istedikleri belirlenmeye çalışılmıştır. Bu ilk derste çalışmanın amacı ve derslerin nasıl işleneceği hakkında bilgi verilmiştir. İlk iki ders öğrencilerin tamamının bilgisayar kullanımı ile ilgili temel bilgilere sahip oldukları öğrencilerle tanışma sırasında tespit edildiğinden hemen ISETL yazılımının tanıtımına ve kullanımına geçilmiştir. Program tanıtılırken grup çalışmasına ihtiyaç olmadığından ilk iki derste öğrenciler gruplara ayrılmamışlardır. Bu derste öğrencilere birinci çalışma yaprağı dağıtılmış ve öğrencilere ISETL’yi açma-kapama, ISETL programlama dilinin genel görünümü ve bu genel görünümdeki save, print, run, interrupt, undo, cut, copy, paste, exist, !clear butonları hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca ISETL’de dosya oluşturma, dosya saklama gibi temel işlemler öğretilmiştir.

ISETL kolay öğrenilebilen bir programlama dili olduğundan, öğrenciler programın kullanımı ile ilgili bir problem yaşamamışlardır. Yazılımla ilgili temel bilgilerden sonra, öğrencilere ISETL programlama dilinde aritmetik ve modüler aritmetik işlemleri ile temel kodlar ve kalıplar öğretilmiştir.

Yani deney grubunda uygulamanın ilk haftasında ISETL programlama dili tanıtılmış ve öğrencilerin bu programlama dilinde bolca aritmetik işlem yapmaları, kod ve kalıpları pekiştirmeleri sağlanmıştır. Tüm bu uygulamalardan sonra öğrenciler kendi adlarına dosya oluşturmuş ve yaptıkları uygulamaları bu dosyaya kaydetmeyi planlamışlardır.

Ders sonunda deney grubundaki öğrencilere birinci ev ödevi verilmiştir. Birinci çalışma yaprağına paralel olarak hazırlanan bu ev ödevinin amacı, öğrencilerin ISETL’de öğrendikleri kod ve kalıpları pekiştirmelerine yardımcı olmaktır. ISETL programlama dilinde gördükleri pek çok kodu kendi ifadeleriyle anlatan öğrenciler programlamayı daha iyi yapabilmişlerdir.

Üçüncü ders öğrenciler, bilgi formunda yazdıkları bilgiler ve istekler doğrultusunda üçerli gruplara ayrılmıştır. Öğrenciler bilgisayar kullanımı ile ilgili temel bilgilere sahip olduklarını, öğrenci bilgi formuna verdikleri cevaplarla yazılı olarak da teyit etmişlerdir. Bu derste öğrencilere ikinci çalışma yaprağı dağıtılmış ve ISETL’de küme, sıralı n-li ve niceleyici kavramları öğretilmiştir.

ISETL programlama dilindeki temel objelerden biri olan küme kavramının matematikteki sonlu küme kavramına özdeş olduğu gösterilmiş ve yine ISETL’de kümeleri sıralı n-lilerden ayıran en önemli iki özelliğe dikkat çekilmiştir. Yani matematikte olduğu gibi ISETL programlama dilinde de kümenin elemanlarının sırasının ve kaç kere tekrar ettiğinin önemli olmadığı belirtilmiş ve bununla ilgili örnekler yaptırılmıştır.

Öğrencilere kümelerle ilgili birleşim, kesişim, fark, eleman sayısını bulma ve kuvvet kümesini oluşturma gibi işlemleri kavrayabilmeleri için uygulamalar yaptırılmıştır. Bu sayede, öğrencilerin yazdıkları herhangi A ve B kümeleri için; bu kümelerin birleşimini araştırdıklarında; $A \cup B$, kesişimini araştırdıklarında; $A \cap B$, farkını araştırdıklarında; $A - B$ yazmaları gerektiği öğretilmiştir. Yani öğrencilere birleşim, kesişim, fark vb. gibi işlemlerde kullanılacak olan İngilizce kodlar öğretilmiştir.

Permütasyonları göstermede ISETL programlama dilindeki sıralı n-lilerden yararlanılacağı belirtilmiş ve sıralı n-lilerin ISETL’de nasıl yazılacağı gösterilmiştir. Özellikle n-elemanlı bir kümenin tüm permütasyonlarının ISETL’de nasıl programlanabileceği üzerinde durulmuştur. Çünkü permütasyon gruplarını çalışırken öğrencilerin permütasyon kümesini kolaylıkla teşkil edebilmeleri amaçlanmıştır.

Küme ve sıralı n-lilerin gösteriminden sonra, evrensel ve varlıksal niceleyicilerin öğretilmesine geçilmiştir. Öğrenciler ikinci çalışma yaprağındaki aktiviteleri yaparak matematikteki evrensel ve varlıksal niceleyicileri ISETL’de yazmayı öğrenmişlerdir. Öğrencilere bir niceleyicinin iki kısımdan oluştuğu; ilk kısmının forall keyword’u ile başladığı ve ikinci kısmının da bir boolean ifadesi olduğu gösterilmiş ve evrensel niceleyici için iki parçadan oluşan bir kısa program yazmaları gerektiği ifade edilmiştir. Benzer şekilde varlıksal niceleyici içinde böyle bir program yazmaları gerektiği belirtilmiştir. Böylece iki niceleyicinin de ISETL’de yazım biçiminin aynı olduğu gösterilmiştir. Ayrıca alternatif bir uygulama olarak choose keyword’u ile ilgili örnekler çözülmüştür.

Bu dersin sonunda, öğrencilere ikinci ev ödevi verilmiştir. İkinci çalışma yaprağına paralel olarak hazırlanan ev ödevinde öğrencilerin küme, sıralı n-li ve niceleyici kavramlarını pekiştirmeleri ve ISETL’de daha kolay programlama yapabilmeleri amaçlanmıştır.

İkinci hafta deney grubundaki öğrencilere ISETL programlama dili için en temel öge olan “func” yapısı öğretilmiştir. Fonksiyon, ikili işlem ve grup kavramının programlanmasının öğretiminde, öğrencilere üçüncü ve dördüncü çalışma yaprağı dağıtılmıştır.

“func”, ISETL programlama dili için temel öge olduğundan deney grubunda ikinci haftanın ilk iki dersi bu ögenin öğretimine ayrılmıştır. “func” ögesinin programlanması öğretilirken; ikili işlem, bir kümede tanımlı ikili işlemin sağladığı özellikler, grup ve alt grup kavramları da örneklerle öğretilmiştir. Böylece öğrencilere hem “func” yazımı hem de normal alt grup ve bölüm grubu kavramları için gerekli olan önkoşul kavramlar öğretilmiştir.

“func” ögesinin ISETL için temel öge olmasının nedeni, öğrenilecek her kavram “func” yardımıyla tanımlanmakta ve yine kavramların özellikleri “func” yardımıyla araştırılmaktadır.

ISETL programlama dilinde “func” üç parçadan oluşmaktadır. Bunların ilki; “func” keyword’ünden sonra, girdi parametrelerinin bir parantez içinde yazıldığı başlangıç satırıdır. İkinci kısım “return” ile başlayıp fonksiyonun kuralının yazıldığı satırdır. Son kısım ise “end” keyword’ünün yazıldığı son satırdır. Örneğin $f(x)=x+7$ fonksiyonu ISETL’de şu kısa kodla yazılabilmektedir:

```
f := func (x);
return (x+7);
end;
```

Bu fonksiyonun $x=4$ noktasında aldığı değeri bulmak için;

```
> f(4);
```

yazılabilir.

“func” birden fazla girdi alabilecek yapıdadır. Bu yönüyle ikili işlemlerin “func” yapısında yazılması kolay olmaktadır. Örneğin, Z_{20} kalan sınıflardaki toplama işlemi şu şekilde bir kod biçimindedir:

```
Z20 := {0..19} ;
o := func(x,y);
if (x in Z20 and y in Z20) then return (x+y) mod 20;
end;
end;
```

Z_{20} deki herhangi iki elemanın örneğin, 4 ile 19 un toplamı hesaplanmak istendiğinde;

> o(4,19);

ya da

> 4 .o 19;

yazılmalıdır.

“func” iki girdi parametresi aldığı ve sonuç değeri girdi parametrelerinin bulunduğu kümeyle ait olduğunda, “func” ikili işlemi temsil etmektedir.

Öğrenciler ISETL’de hangi kodu yazarlarsa yazsınlar, yaptıkları her programlama ile matematiksel temsili arasında bir paralellik olduğu gösterilmeye çalışılmıştır. Böylece öğrencilerin çoğu, ISETL’de programlama yapmanın aslında matematik yapma olduğunu ifade etmişlerdir.

Grup, alt grup, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde ikili işlem önemli bir yere sahip olduğundan öğrencilere iki girdi parametrelili “func” yapısı detaylı olarak anlatılmıştır. Daha sonra bu ikili işlemin çeşitli özellikleri sağlayıp sağlamadığını test eden bazı “func” yapıları tanıtılmıştır. Böyle bir “func” yapısında öğrenciler girdi olarak bir G kümesi ve ‘o’ ikili işlemini yazmalıdır. Bu durumda yine “func” değeri doğru ya da yanlış şeklinde ekranda belirecektir. Örneğin öğrenciler, Z_{20} kümesinin kalan sınıflarındaki toplama işlemine göre kapalı olup olmadığını;

```
Z20 := {0..19};
o := | x, y-> (x+y) mod 19|;
```

```

kapalılık := func(Z20,o);
return forall x ,y in Z20 : x .o y in Z20;
end;

```

şeklinde bir kısa program ile test etmişlerdir. İşlemin diğer tüm özellikleri de benzer kodlar yazılarak araştırılmıştır. Burada dikkat edilecek önemli bir noktada ‘o’ işleminin kapalılığını araştırmak isteyen öğrencilerin “func” ögesini yazmakta zorlanmayışıdır. Çünkü kapalılığın tanımı, “func” yapısının ikinci satırında aynen tekrarlanmıştır. Programlama yapan öğrenci “func” yapısında ilk ve son satırı almakta, yalnızca araştırdığı özelliğe göre ikinci satırı değiştirmektedir. ‘o’ işlemi Z_{20} kümesinde kapalı ise “func”, true yanıtını vermekte, kapalı değilse false yanıtını vermektedir.

Öğrenciler; kapalılık, birleşme, özdeş ve ters adlarını taşıyan “func” kodlarını oluşturduktan sonra, bilgisayarda grup örnekleri çözmüşlerdir. Bir G kümesinin ‘o’ işlemine göre grup olup olmadığını belirlemek için öğrenciler aşağıdaki kısa programı yazmışlardır.

```

grup := func(G,o);
return
    kapalı(G,o)      and
    birleşme(G,o)    and
    özdeş(G,o)       and
    ters(G,o);
end;

```

G kümesinin ‘o’ işlemine göre grup olup olmadığını test eden bu program yazıldıktan sonra, öğrenciler kendi adlarına açtıkları dosyaya programı kaydedip gerektiğinde sonradan kullanabilmişlerdir. Küme ve işlem değiştikçe yeniden grup programını yazmadan kaydettikleri dosya dan grup programını kopyalayarak kullanmışlardır.

Deney grubundaki öğrenciler kontrol grubu öğrencileri ile birlikte grup, alt grup ve yan küme kavramlarını öğrendiklerinden bilgisayar laboratuvarında bu kavramların tanımı

detaylı olarak verilmemiş yalnızca kavramlarla ilgili örnekler ISETL programlama dili kullanılarak yaptırılmıştır.

Bu dersin sonunda öğrencilere üçüncü ve dördüncü ev ödevi verilmiştir. Ev ödevlerinde, bilgisayar laboratuvarında yapılan örnekler daha kapsamlı bir biçimde tekrarlanmıştır.

İkinci haftanın son dersinde, ISETL’de alt grup kavramının programlanmasının öğretiminde öğrencilere beşinci çalışma yaprağı dağıtılmıştır. Bu programlama yapılırken “func” objesi kullanılmıştır. Bir G grubunun herhangi bir H alt kümesinin ‘o’ işlemine göre grup olup olmadığını test edebilmek için öğrencilerin yazabileceği birkaç kısa program vardır. Örneğin,

```
G := {0..19};
H := {0,2..19};
o := func(x,y);
return (x+y) mod 20;
end;
```

kısa programını önceki derslerde yazmayı öğrenen öğrenciler bu derste, H ’nin G grubunun alt grubu olup olmadığını araştırmışlardır. Bunun için ilk olarak ISETL’de şu programın yazılması istenmiştir:

```
altgrup := func (G,o,H);
return;
H subset G and
forall x,y in H : x .o y in H and
forall x in H : x-1 in H;
end;
```

Öğrencilerin, bu programlamayı yaptıktan sonra daha kısa programlar yazmayı tercih ettikleri gözlemlenmiştir. H ’nin, G kümesinin alt kümesi olduğunu belirlediklerinde yalnızca kapalılık ve ters eleman özelliğini sağlayıp sağlamadığını test etmiş ya da

önceki ders yazılan grup programında grup (G,o) yerine grup (H,o) yazarak H nin grup olup olmadığını araştırmışlardır.

İkinci haftanın bu son dersinde öğrencilere beşinci ev ödevi verilmiştir. Bu ev ödevinde bazı grupların alt kümelerinin bir grup oluşturup oluşturmadığını test eden programlar yazılması amaçlanmıştır.

Deney grubunda üçüncü hafta, yan küme kavramı ele alınmış ve programlanmasının öğretiminde altıncı çalışma yaprağı dağıtılmıştır. Diğer kavramlar gibi yan kümeler de “func” yardımıyla tanımlanmıştır. Örneğin, G nin bir H alt grubunun sağ yan kümelerini veren “func”;

```
sagyankume := func (H,o);
return
{h .og : h in H};
end;
```

şeklinde yazılmıştır.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının anlamlı öğreniminde en önemli önkoşul kavramlardan biri yan küme olduğu için öğrencilerin yan küme ve özelliklerini doğru programlamalarına önem verilmiştir.

Yan kümeler öğrenciye yabancı bir kavram olduğundan çoğu öğrenci yan kümelerin, grubun başka bir alt grubu olduğunu düşünmüş ve grup programını kullanarak bunu test etmiştir. Cevap false olduğu için yan kümede, işlemin hangi özelliğinin sağlanmadığını araştırmışlardır.

Uygulama esnasında deney grubundaki öğrenciler yazdıkları her programı bilgisayara kaydetmişlerdir. Daha sonraki derste yeni bir kavram ya da yeni bir bağıntı öğrenilirken bazı öğrenciler önceden kaydettikleri bilgileri kullanarak yeni kavramda programlama yapmış, bazı öğrencilerde önkoşul kavramla ilgili programlamayı yeniden yapmışlardır.

Öğrenciler her iki durumdan birini seçmede özgür bırakılmıştır. Çoğu öğrenci önkoşul kavramları yeniden programlama yaparak yeni kavramı öğrenme yolunu seçmiştir. Bu durum zaman kaybı problemini ortaya çıkarmamıştır. Çünkü, öğrenciler önceki derslerde bilgisayarda kavramla ilgili çok sayıda örnek çözdüklerinden programlamayı kısa sürede yapabilmışlardır.

Aslında ISETL programlama dili ile öğretimde, öğrencilerin kısmen buluş yapabilecekleri, kısmen bilgilerini kurabilecekleri bir ders yapısı amaçlanmıştır. Deney grubundaki öğrencilerden ilk üç hafta böyle bir beklenti olmamıştır. Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretimine başlanıldığı 4. ve 5. haftalarda öğrencilerin bilgilerini kurabilecekleri, tartışabilecekleri, bazı durumlarda bilgilerini yeniden inşa edebilecekleri bir ortam hedeflenmiştir. Fakat 3. haftada böyle bir sınıf yapısı kendiliğinden ortaya çıkmış ve öğrenciler grup içinde ve dışında tartışarak ve çeşitli konjektürler ileri sürerek kendi kendilerine yan kümelerin tüm özelliklerini ortaya çıkarmışlardır. Bu dersin sonunda öğrencilere altıncı ev ödevi verilmiştir.

Deney grubundaki öğrenciler normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarına kadar olan tüm kavramları kontrol grubu ile birlikte cebire giriş dersinde öğrendikleri için bu kavramların özel olarak öğretimi ele alınmamış ve yukarıda bahsettiğimiz ACE ders yapısı kullanılmamıştır. Yani bilgisayar aktiviteleri bilgisayar laboratuvarında tamamlanmış, sınıf aktiviteleri ilk üç hafta dikkate alınmamıştır. Son iki hafta yani normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarına gelindiğinde deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerinden ayrılarak tasarlanan ders yapısına uygun biçimde iki saat bilgisayar laboratuvarında ve kalan bir saatte sınıfta adı geçen kavramları bilgisayar olmadan daha formal biçimde öğrenmişlerdir.

Deney grubunda, ISETL programlama dili yardımıyla normal alt grup ve bölüm grubunun öğretimi için Dubinsky ve Leron (1994)'un yazmış olduğu "Learning Abstract Algebra with ISETL" kitabı kullanılmıştır. Kitap öğrencilerin yazılımı öğrenmeleri için gerekli olan temel bilgilerle başlamaktadır. Bu bölümü fonksiyonlar, ikili işlem, grup, alt grup, normal alt grup ve bölüm grubu bölümleri takip etmektedir.

Her bir bölüm bilgisayar aktiviteleriyle başlar ardından sınıf aktiviteleri ve ev ödevleri gelir. Sınıf aktiviteleri ve ev ödevleri standart bir soyut cebir kitabında bulunabilecek bilgiler olduğundan yalnızca bilgisayar aktiviteleri çalışma yaprağı haline getirilmiş ve öğrencilere kolaylık sağlanmıştır.

Uygulamanın dördüncü haftasında normal alt grup kavramının öğreniminde, deney grubundaki öğrencilere yedinci çalışma yaprağı dağıtılmıştır. Yapısalci öğrenme yaklaşımında öğrenme malzemesinin öğrenciye sunumu genellikle bir problemle başladığından, çalışma yapraklarında öğrencilere kavramın oluşturulmasına yönelik kısa sorular bulunmaktadır. Deney grubundaki öğrencilere normal alt grup kavramının tanımı hemen verilmemiş, önce bilgisayarda bazı aktiviteler yaptırılmıştır. Bilgisayar aktivitelerinin amacı, öğrenciye öğreneceği kavramla ilgili bir tecrübe ve aşinalık kazandırmaktır.

Öğrenciler çalışma yaprağında kendilerine verilen yönergeleri adım adım takip ederek sağ ve sol yan kümelerin birbirine eşit olduğu ve olmadığı durumları gözden geçirmişlerdir. Öğrenciler, bazı grupların alt gruplarının sağ ve sol yan kümeleri eşit iken bazılarının eşit olmadıklarını gördüklerinde bunun nedenini araştırmışlardır. Bazı durumlarda grup içi ve gruplar arası tartışmalar gerçekleşmiş, tahminlerde bulunulmuştur.

Normal alt grup kavramının asıl öğrenimi bilgisayar aktiviteleri esnasında değil de sınıf aktivitelerinde gerçekleşeceğinden laboratuvarında normalliğin yalnızca kısa bir tanımı yapılmış ve kavramın anlam ve içeriğini keşfetme işi öğrencilere bırakılmıştır. Yani öğrencilerin normal alt grup kavramı ile ilgili tecrübe kazanmaları için bir uygulama ortamı oluşturulmuştur.

Öğrenciler normal alt grup kavramını “func” yapısını kullanarak programlamışlardır. Bir G grubunun H alt grubunun normalliğini veren “func”;

$$\text{normal} := \text{func}(G, o, H);$$

return

forall g in G : sol(H,g)= sag(H,g);

end;

şeklindedir. Öğrenciler bu programı yazarak bir alt grubun normalliğini araştırmışlardır. Bazı öğrenciler normalliği araştırırken hemen sağ ve sol yan kümenin eşitliğini incelemiş ve

$$\text{forall } g \text{ in } G : \text{sag } (H,g) = \text{sol } (H,g)$$

kodunu yazmışlardır.

Normalliğin yalnızca tanımının yapıldığı bilgisayar aktivitelerinde, önceden tahmin edildiği gibi, öğrenciler başlangıçta normalliğin değişmelilikle aynı olduğunu düşünmüşlerdir. Örneğin, S_3 gibi değişmeli olmayan bir grup ile çalıştıklarında, A_3 ün sağ ve sol yan kümelerinin eşit olduğunu gördüklerinde grup içi ve dışı tartışmalarla bunu açıklamaya çalışmışlardır. Bu noktada öğretici bir müdahalede bulunmamış ve öğrencilerin kavramla ilgili biraz daha tecrübe kazanmalarına ortam hazırlamıştır. Örneğin, neden A_3 ün sağ ve sol yan kümeleri eşit iken $\{1, (12)\}$ nin eşit olmadığı şeklinde bir tartışma ortamı hazırlanmıştır. Tartışmalar sonucunda öğrenciler, değişmeli olmayan bir grubun normal bir alt gruba sahip olabileceği yargısına varmış ama bunun nedenini tam olarak açıklayamamışlardır. Ayrıca öğrenciler yaptıkları örnekler sonucunda değişmeli bir grubun her alt grubunun mutlaka normal olacağı sonucuna varmışlardır.

Öğrenciler bilgisayar aktivitelerinde normallikle ilgili birçok örnek çözmüş ve kavramı anlamaya çalışmışlardır. Başlangıçta kolay gibi görünen kavramla ilgili, çok sayıda örnek çözdüklerinde ve özellikle değişmeli olmayan grupların alt gruplarının normalliğini araştırdıklarında, öğrencilerde bazı soru işaretleri belirmiştir. Bilgisayar aktivitelerinde, öğrencilerin bu soru işaretlerini sorgulamaları amaçlanmıştır. Sorulara “doğru cevap” bulmalarından ziyade merak ederek “cevap aramaları” amaçlanmıştır. Sorulara yanlış cevap veren öğrenciler, bilgisayarda daha çok programlama yaparak kavramla ilgili daha çok tecrübe elde etmişlerdir.

Sınıf aktivitelerinde öğrenciler bilgisayar olmadan sınıfta bir araya gelmiş ve normal alt grup kavramının standart tanımını, birbirine denk diğer tanımlarını ve normal alt grup kavramı ile ilgili teoremleri öğrenmişlerdir. Öğrenciler bilgisayar laboratuvarında kavramla ilgili bir tecrübe ve aşinalık kazandıklarından sınıfta bu tecrübeler anlam kazandırılması amaçlanmış ve öğrencilerin bilgisayar aktivitelerinde kurdukları bilgi pekiştirilmeye çalışılmıştır.

Sınıf aktivitelerinde, öğrenciler laboratuvarında bilgisayar üzerinde yaptıkları işlemleri sınıfta kağıt kalem kullanarak yapmışlardır. Deney grubundaki öğrenciler sınıfta da gruplar halinde çalışmışlardır. Ayrıca grup içinde çözemedikleri problemlerde diğer gruplarla iletişime geçmişlerdir. Özellikle teoremlerin ispatında grup çalışmaları daha da belirginleşmiştir.

Öğrenciler bilgisayar laboratuvarında normalliğin yalnızca tanımını öğrenmişler ve bu tanımları kullanarak örnek çözmüşlerdir. Sınıfta da normalliğin diğer tanımlarını kısmen buluş yoluyla kısmen de grup tartışmalarıyla öğrenmişlerdir.

Sınıf aktivitelerinden sonra deney grubuna yedinci ev ödevi verilmiştir. Ev ödevleri öğrencilerin hem grupla hem de bireysel olarak çalışmalarına imkan verecek biçimde hazırlanmıştır. Ev ödevleri, bilgisayar kullanımına gerek olmadan kağıt kalem kullanarak yapılmıştır.

Deney grubunda son hafta bölüm grubu kavramının öğrenimine geçilmiştir. Bölüm grubu kavramının öğreniminde, deney grubundaki öğrenciler yedinci çalışma yaprağındaki aktiviteleri yapmaya devam etmişlerdir. Bölüm grubu kavramı, cebire giriş dersinde öğrencilerin en çok problem yaşadığı kavramlardan biri olduğu için bilgisayar aktivitelerinde kavramla ilgili pek çok örnek çözülmüştür. Öğrencilerin bölüm grubu kavramında zorlanmalarının en önemli nedeni grup elemanlarının yapısının ve işlemin niteliğinin değişmesidir. Bu yüzden ilk olarak yan küme çarpımının iyi bir şekilde kavratılması amaçlanmış ve bölüm grubunun tanımı verilmeden önce yan

küme çarpımı ile ilgili örnekler programlanmıştır. Öğrenciler iki yan kümenin çarpımını aşağıdaki gibi programlamışlardır.

```
oo := func(x,y);
if x subset G and y subset G then
return
{a .o b: a in x and b in y};
end;
end;
```

Bu kısa programla öğrenciler, bir alt grubun iki sağ ya da sol yan kümesinin çarpımını hesaplayabilmişlerdir.

Bölüm grubu kavramı tanıtılmadan önce yan küme çarpımı ile ilgili bazı özellikler belirlenmeye çalışılmıştır. Bazı öğrenciler iki yan kümenin çarpımının her zaman yeni bir yan küme olduğunu düşünmüşlerdir. Ancak normal olmayan bir alt grubun iki yan kümesinin çarpımının yan küme olmadığını gördüklerinde bunun nedenini grup içi ve dışı tartışmalarla sorgulamışlardır. Öğrenciler başlangıçta bunun normallikle bir bağlantısı olduğunu düşünmemişlerdir. Ama normal bir alt grubun yan kümelerini çarptıklarında sonucun yeni bir yan küme olduğunu görmüşlerdir. Sonuçta “normal bir alt grubun iki yan kümesinin çarpımı bir yan kümedir gerçeğini” tespit etmişlerdir.

Öğrenciler grup içinde ve dışında yaptıkları tartışmalarla normallikle yan küme çarpımının kapalı olması arasındaki bir bağıntı olduğunu belirlemişlerdir. Bu noktada öğretici, bölüm grubunun tanımını vermiş ve öğrenciler yan küme çarpımını net olarak kavrayabildikleri için bölüm grubunu öğrenmekte zorlanmamışlardır.

Bilgisayar aktivitelerinin amacı bölüm grubu kavramı ile ilgili bir tecrübe kazandırmak olmasına rağmen öğrencilerin çoğu bilgisayar uygulamaları esnasında bölüm grubu kavramını oluşturabilmişlerdir.

Beşinci haftanın son dersi olan sınıf aktivitelerinde, öğrenciler bilgisayar aktivitelerinde yaptıkları örnekleri yorumlamaya yönlendirilmişlerdir. Bölüm grubunun elemanlarını ve işlemi doğru öğrenebilmeleri için bir tartışma zemini hazırlanmıştır. Özellikle normallikle bölüm grubunun varlığı arasındaki ilişkiye dikkat çekilmiştir. Uygulamanın bu son haftasında öğrencilere sekizinci ev ödevi verilmiştir. Ev ödevindeki alıştırmalar bilgisayar kullanımını gerektirmeyen standart örneklerdir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde, bilgisayar destekli öğretimin ele alındığı ve bu amaca yönelik olarak da ISETL programlama dilinin kullanıldığı, deney grubunda uygulanan program aşağıda verilen Çizelge 3.2’de kısaca özetlenmiştir. Deney grubuna uygulanan program için yapılan ders planları EK 7’de ve hazırlanan çalışma yaprakları EK 3’te verilmiştir.

Çizelge 3.2. Deney grubunda uygulanan program

Hafta	Saat	Yer	Bilgisayar Aktiviteleri	Sınıf Aktiviteleri	Ev Ödevleri
1. Hafta	1. Ders	Bilg.Lab	Öğrencilerle tanışılması. Çalışmanın amacı hakkında bilgi verilmesi. Öğrenci bilgi formunun dağıtılması ve bilgisayar kullanımı ve ISETL ile ilgili temel bilgiler verilmesi.		
	2.Ders	Bilg.Lab	Öğrencilerin gruplara ayrılması. ISETL’nin kullanımı hakkında bilgi verilmesi. ISETL’de temel aritmetik ve modüler işlemler yapılması.		ISETL kod ve kalıpları ile ilgili birinci ev ödevinin dağıtılması.
	3.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de küme ve sıralı n-li kavramlarının tanıtılması. ISETL’de kümelerle ilgili işlemler yapılması.		ISETL’de küme ve sıralı n-li kavramı ile ilgili ikinci ev ödevinin dağıtılması.

Çizelge 3.2. (devam)

2. Hafta				
1.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de temel obje olan func tanıtılması. Örnek çözülmesi. func kullanılarak ikili işlem kavramının programlanması. func kullanılarak, ikili işlem ve ikili işlemin bir kümede sağladığı özellikler ile ilgili örnek çözümü.		
2.Ders	Bilg.Lab	func kullanarak grup kavramı ile ilgili örneklerin çözümü.		func ve grup kavramı ile ilgili üçüncü ve dördüncü ev ödevinin dağıtılması.
3.Ders	Bilg.Lab	func kullanarak alt grup ile ilgili örneklerin çözümü.		ISETL’de alt grup kavramı ile ilgili beşinci ev ödevinin dağıtılması.
3. Hafta				
1.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de yan küme kavramının programlanması.		
2.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de yan küme kavramının programlanması.		
3.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de yan küme kavramının programlanması.		ISETL’de yan küme kavramı ile ilgili altıncı ev ödevinin dağıtılması.

Çizelge 3.2. (devam)

4.Hafta				
1.Ders	Bilg.Lab	Normal alt grup kavramının programlanması.		
2.Ders	Bilg.Lab ar	Normal alt grup kavramının programlanması.		
3.Ders	Sınıf		Normal alt grup kavramının formal tanımının verilmesi. Normallik ile ilgili teoremler verilmesi. Bilgisayarda yapılanların tartışılması.	ISETL’de normal alt grup kavramı ile ilgili yedinci ev ödevinin dağıtılması.
5.Hafta				
1.Ders	Bilg.Lab	ISETL’de bölüm grubu kavramının programlanması.		
2.Ders	Bilg.Lab	Bölüm grubu kavramının programlanması.		
3.Ders	Sınıf		Bölüm grubu kavramının formal tanımının verilmesi. ISETL’de yapılanların sınıf ortamında tartışılması. Bölüm grubu ile ilgili teoremlerin ispatlanması.	ISETL’de bölüm grubu kavramı ile ilgili sekizinci ev ödevinin dağıtılması.

Kontrol grubunda ise normal alt grup ve bölüm grubu kavramları deney grubunda olduğu gibi iki hafta süreyle fakat geleneksel öğretim yöntemleri kullanılarak işlenmiştir. Bu grupta da konular işlenirken Çizelge 3.2'deki 4. ve 5. hafta konu sırası dikkate alınmıştır. Kontrol grubunda konular anlatılırken, kavramların sadece cebirsel tanımı verilmiş, teoremlerin ispatı ve yine örneklerin çözümleri cebirsel olarak yapılmıştır. Yani konular düz anlatım tekniği ile soyut ve cebirsel aksiyomatik olarak, tanım, teorem, ispat ve örnek sırasını takip edilerek öğrencilere aktarılmıştır. Deney grubunda olduğu sıklıkla olmasa da bazı durumlarda tartışma ortamı oluşturulmuştur. Kontrol grubunda konuların sunulması esnasında, deney grubundan farklı olarak konularla ilgili ev ödevleri verilmemiştir. Ayrıca kontrol grubunda da konularla ilgili olarak çok sayıda örnek çözülmüştür.

3.8. Verilerin Analizi

Geleneksel öğretim yöntemi ile ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını anlamaları üzerine etkilerinin karşılaştırılmasının amaçlandığı bu çalışmada, uygulamaya başlamadan önce, deney ve kontrol grubu olarak seçilen sınıflar arasında normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ve matematiğe karşı tutumları açısından bir farklılık olup olmadığını tespit etmek amacıyla NBG testi ve matematik tutum ölçeği çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmış ve bu testlerden elde edilen veriler bağımsız grup t-testi kullanılarak analiz edilmiştir.

Uygulama sonunda, deney ve kontrol grubu öğrencilerinin, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenme durumlarını ve matematiğe karşı tutumlarını belirlemek ve bir farklılık olup olmadığını tespit etmek amacıyla NBG testi ve matematik tutum ölçeği çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına son test olarak uygulanmış ve bu testlerden elde edilen veriler bağımsız grup t-testi (independent samples t-test) kullanılarak analiz edilmiştir.

Ayrıca NBĞ testi sorularına verilen cevaplar, doğru, kısmen doğru, yanlış ve cevapsız olarak sınıflandırılmış ve her biri için yüzde hesaplaması yapılmıştır.

Doğru: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin tamamını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Kısmen Doğru: Soru ile ilgili bilimsel fikirlerin bir kısmını ihtiva eden cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Yanlış: Soru ile ilgili tamamen yanlış olan cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Cevapsız: Soru ile ilgili boş bırakılan veya sorunun aynen ya da kısmen tekrarlandığı cevaplar bu kategoriye dahil edilmiştir.

Teste verilen cevapların kategorilere göre puanlaması Çizelge 3.3'de olduğu gibidir.

Çizelge 3.3 Öğrencilerin cevap kategorileri ve bu kategorilere karşılık gelen puan değerleri

Cevap Kategorisi	Doğru	Kısmen Doğru	Yanlış	Cevapsız
Puan Değeri	2	1	0	0

3.9. Araştırmanın Kabulleri ve Sınırlılıkları

Bu çalışmadaki kabuller ve sınırlılıklar aşağıdaki gibidir:

3.9.1. Kabuller

1. Araştırmacı, uygulama aşamasında kontrol ve deney gruplarına karşı yansız davranmıştır.

2. Uygulama aşamasında, kontrol ve deney gruplarındaki öğrenciler arasında herhangi bir etkileşim olmamıştır.
3. Öğrenciler NBG testine, matematik tutum ölçeğine ve görüşme sorularına dürüstçe cevap vermişlerdir.

3.9.2. Sınırlılıklar

1. Çalışmanın örneklemi, Erzurum Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı üçüncü sınıfında öğrenim gören toplam 36 öğrenci ile sınırlı tutulmuştur.
2. Araştırma, soyut cebir dersinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile sınırlı tutulmuştur.
3. Uygulama süresi, ilk üç hafta ISETL programlama dilinin öğretimi olmak üzere, toplam beş hafta ile sınırlı tutulmuştur.
4. Öğrencilerle doğal bir ortamda değil sınıf ortamında görüşme yapılmıştır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Bu bölüm, ISETL programlama dilinin kullanımından elde edilen bulgular ve geometri yardımıyla öğretim için bulgular olmak üzere iki başlık altında toplanmıştır.

4.1. ISETL Programlama Dilinin Kullanıldığı Çalışma Bulguları

Bu bölüm içerisinde, üçüncü bölümde deney ve kontrol grupları açısından ifade edilen hipotezlerin test edilmesinden elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Araştırmanın hipotezleri 0,05'lik önem seviyesinde tespit edilmiştir. Hipotezlerin test edilmesinde bağımsız grup t-testi kullanılmıştır. Bu çalışmada istatistiksel analizler SPSS/PC (Statistical Package for Social Sciences for Personal Computers) paket programı kullanılarak yapılmıştır.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının anlaşılması üzerine, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin etkilerini karşılaştırmak amacıyla yapılan bu çalışmada, uygulamaya başlanmadan önce deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile matematiğe karşı tutumları açısından mevcut durumlarını ortaya çıkarabilmek için NBG testi ve matematik tutum ölçeği çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmıştır.

Bu testlerin analiz edilmesi sonucunda elde edilen bulgular, deney ve kontrol grubundaki öğrenciler arasında normal alt grup ve bölüm grubu kavramları bilgisi ($\bar{X}_D = 0,17$; $\bar{X}_K = 0,11$; $t = 0,470$; $p = 0,641$) ve matematiğe karşı tutum ($\bar{X}_D = 141,22$; $\bar{X}_K = 142,17$; $t = -0,158$; $p = 0,875$) açısından önemli bir farklılığın olmadığını göstermiştir. Bu sonuçlara göre, deney ve kontrol grubu olarak seçilen sınıflardaki öğrencilerin homojen bir örneklem oluşturduğu söylenebilir. Araştırmanın hipotezlerine ait sonuçlar sırasıyla aşağıda sunulmaktadır.

1. Hipotez

ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretimi esas alan öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu öğrencileri ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubu öğrencilerinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarıları açısından, son test ortalamaları arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını belirleyebilmek için, “bağımsız grup t-testi ” kullanılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 4.1’de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Normal alt grup ve bölüm grubu başarısı

	$\bar{X}$	Sd	t	p
Deney Grubu	12,56	3,99	3,759	0,001
Kontrol Grubu	7,33	4,34		

Çizelge 4.1’de görüldüğü gibi, NBG testi açısından, deney grubundaki öğrencilerle kontrol grubundaki öğrencilerin son test ortalamaları arasında istatistiksel olarak önemli bir fark bulunmaktadır ($t=3,759$; $p=0,001$). ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarı ortalaması, geleneksel öğretim yöntemlerinin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili başarı ortalamasından daha yüksektir ($\bar{X}_D=12,56$; $\bar{X}_K=7,33$). Ayrıca deney grubu öğrencilerinin NBG testine verdikleri cevapların standart sapması, kontrol grubu öğrencilerinin standart sapmasından daha düşüktür ($Sd_D=3,99$; $Sd_K=4,34$).

Deney ve kontrol grubuna uygulanan normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testinin ön test ve son test ortalamaları dikkate alındığında, deney grubu öğrencilerinin normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi ortalaması kontrol grubu normal alt grup ve bölüm

grubu bilgi testi ortalamasından daha fazla bir artış göstermiştir. Deney grubuna uygulanan normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testinin ön test ortalaması $\bar{X}_D=0,17$ ve son test ortalaması $\bar{X}_D=12,56$ iken, kontrol grubuna uygulanan normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testinin ön test ortalaması $\bar{X}_K=0,11$ ve son test ortalaması $\bar{X}_K=7,33$ 'dür.

Çizelge 4.2'de ISETL programlama dili esas alınarak yapılan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubu ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubunun, yapılan uygulamadan sonra son test olarak verilen NBG testindeki doğru cevap oranları verilmiştir.

Çizelge 4.2. Deney ve kontrol gruplarının NBG testi son-test doğru cevap oranları

Soru No	Doğru		Kısmen Doğru		Yanlış		Cevapsız	
	DG	KG	DG	KG	DG	KG	DG	KG
1	0,56	0,17	0,44	0,44	0,00	0,11	0,00	0,28
2	0,72	0,44	0,17	0,17	0,06	0,11	0,06	0,28
3	0,50	0,22	0,22	0,28	0,11	0,22	0,17	0,28
4-a	0,83	0,83	0,06	0,11	0,00	0,00	0,11	0,06
4-b	0,44	0,11	0,33	0,22	0,11	0,56	0,11	0,11
4-c	0,67	0,28	0,11	0,11	0,11	0,22	0,11	0,39
4-d	0,78	0,50	0,00	0,00	0,11	0,33	0,11	0,17
5-a	0,39	0,11	0,44	0,33	0,00	0,28	0,17	0,28
5-b	0,44	0,17	0,11	0,00	0,00	0,28	0,44	0,56

Bu sonuçlardan, NBG testindeki sorulara verilen doğru cevap ve kısmen doğru cevap oranları bakımından, genel olarak iki grup arasında farklılık olduğu ve deney grubunun doğru cevap ve kısmen doğru cevap oranlarının daha yüksek olduğu ve yine deney grubu öğrencilerinin cevapsız ve yanlış cevap oranlarının kontrol grubu öğrencilerinden genel olarak daha düşük olduğu görülmektedir.

Hem deney hem de kontrol gruplarında 4-a ve 4-d soruları için verilen doğru cevap yüzdeleri %50 ve üzerindedir. Özellikle 4-a sorusu için verilen doğru cevap yüzdeleri

her iki grupta da aynıdır. Deney grubunda 4-b, 5-a ve 5-b soruları hariç diğer sorular için verilen doğru cevap yüzdeleri %50'nin üzerinde olmasına rağmen, kontrol grubunda 4-a ve 4-d soruları hariç diğer sorular %50'nin altındadır. Bununla birlikte, soru 4-b, 5-a ve 5-b' de doğru cevap yüzdeleri her iki grupta da %50'den daha düşüktür.

Genel olarak, yapılan uygulama sonrasında normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili bilgi testinin ortalama doğru cevaplanma yüzdesi, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin esas alındığı deney grubunda %59 iken geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubunda %31'dir. Bu sonuca göre, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının deney grubundaki öğrenciler tarafından kontrol grubundaki öğrencilere oranla daha iyi anlaşıldığı söylenebilir.

NBG son testinde, kısmen doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerin soruları cevaplarken yapmış oldukları hatalar soru sırasına göre aşağıdaki gibidir:

1. Normal alt grubun birbirine denk tanımlarının istendiği bu soruda görülen en önemli yanlış, öğrencilerin normallik kavramını, değişme özelliği olarak yorumlamalarıdır. Hata yapan öğrencilerin çoğu, normalliğin diğer iki tanımını doğru olarak yazmalarına karşın bir denk tanımı;

$$\text{her } g \in G \text{ ve her } h \in H \text{ için } gh = hg$$

olarak yazmışlardır. Burada öğrenciler, normalliği iki küme eşitliği olarak değil de eleman eşitliği olarak düşünmüşlerdir.

Bazı öğrenciler normalliği;

$$\text{her } g \in G \text{ ve her } h \in H \text{ için, } ghg^{-1} \subset H \text{ ve } ghg^{-1} = H$$

olarak tanımlamıştır. Burada da öğrenciler, normalliğin kümeler arasındaki bağıntılar açısından tanımını yapmak istemiş ancak bir eleman ile bir küme arasında ilişki kurmuşlardır.

Bir öğrenci de, “her $n \in H$ için $gng^{-1} = g^{-1}ng$ ise H normal alt gruptur.” şeklinde bir ifade yazmıştır.

Kontrol grubundan başka bir öğrencide normalliği;

$$\text{her } g \in G \text{ ve her } h \in H \text{ için, } ghg^{-1} = h \in H$$

şeklinde tanımlamıştır.

Son olarak bir öğrencide normal alt grubu tanımlarken;

$$\text{her } g \in G \text{ ve her } h \in H \text{ için, } gH \subset H \text{ ve } Hg^{-1} \subset H$$

ifadelerini yazmıştır.

2. Bir alt grubun normalliğini garantileyen özelliğinin istendiği bu soruda bazı öğrenciler, bu özelliğin değişmelilik olduğunu yazmış ama bunu ispatlayamamışlardır.

Soru-1 de normalliği

$$\text{her } n \in H \text{ için } gng^{-1} = g^{-1}ng \text{ ise } H \text{ normal alt gruptur}$$

olarak tanımlayan bir öğrenci ispatı;

$$g \in G \text{ ve } h \in H \text{ için, } ghg^{-1} = gg^{-1}h = g^{-1}gh = g^{-1}hg$$

olarak yapmıştır.

Bir grubun tüm alt gruplarının normal olduğunu belirten bir öğrenci de, bu yanlışlığının ispatını şu şekilde yapmıştır: “Bir grubun tüm alt grupları $a, b \in G$ için, $ab^{-1} \in G$ özelliğini sağlar. Biz $aga^{-1} \in H$ olduğunu göstermek istiyoruz. G bir grup olduğundan b^{-1} de grubun elemanıdır. Özel olarak $b^{-1} = a^{-1}$ kabul edelim. $h \in H$ ve $H < G$ olduğundan, G nin elemanları H nin da elemanlarıdır. Öyleyse $aha^{-1} \in H$ olur. Yani tüm alt gruplar bir normal alt gruptur.”

3. Normal alt grup tanımını bilme, kümeden elemanları doğru seçebilme, işlemleri doğru yürütebilme, kümenin kuralını doğru, yerinde uygulayabilme ve soyut yapıdaki

bir grubun özelliklerini bilmeyi gerektiren soru-3'de, öğrencilerin soruyu cevaplamak için gerekli tanımda problem yaşamadıkları görülmüştür.

Bu sorudaki gibi soyut grup yapılarında, öğrencilerin normallliği nasıl araştırdıklarına dikkat edilmiş ve soruyu cevaplarken yaptıkları hatalar belirlenmeye çalışılmıştır.

Bir öğrenci, merkezin alt grup olduğunu göstermeye çalışmış ve bazı hatalar yapmıştır: "Her $a, b \in G$ için $ab^{-1} \in H$ olduğunu göstermeliyiz. $ab^{-1} = ba^{-1}$ oluyorsa H alt gruptur. $(ab^{-1})^{-1} = ba^{-1}$ olduğundan H alt gruptur." Burada öğrenci alt grup kavramını bilmediği için, merkezin alt grup olduğunu göstermede problem yaşamıştır. Öğrenci, merkezin normallliği ile ilgili başka bir şey yazmamıştır.

Ayrıca bazı öğrenciler, soruda istenmediği halde önce merkezin alt grup olduğunu göstermiş sonra normallliğini ispatlamışlardır.

4. Normal alt grup tanımını bilme, modüler aritmetik bilgilerini kullanma, yan kümeleri bulma, yan kümelerin çarpımını bulma ve bölüm grubunu teşkil etmeyi gerektiren soru 4-a, soru 4-b, soru 4-c ve soru 4-d'de, a seçeneğini doğru cevaplama oranı yüksek olmasına rağmen, b ve c seçeneklerinde bu oran değişmektedir.

Öğrenciler, değişmeli gruplarda ve özellikle modüler gruplarda işlem yapabilmeleri daha kolay olduğundan soru 4-a'yı kolaylıkla cevaplamışlardır. Buna karşılık, soruda verilen G grubunun elemanları, Z_{15} deki bazı elemanlar olduğundan bazı öğrenciler, H alt grubunun yan kümelerini bulurken Z_{15} deki tüm elemanları dikkate almışlardır.

Yan küme kavramını bilmesine rağmen özelliklerini bilmeyen bir öğrenci, H alt grubunun yan kümelerini hesaplamadan yalnızca sembolik olarak;

$$G/H = \{H1, H2, H4, H7, H8, H11, H13, H14\}$$

yazmıştır.

Bölüm grubunun işleminin ne olduğunu sorulduğu soru 4-b’de, öğrenciler kavramsal içerikli bir durumla karşılaşmışlardır. Bu nedenle bu sorunun a seçeneğini, kavramsal bilgiye sahip olmadan ezbere yapan bir kısım öğrenciler, b seçeneğini doğru cevaplamakta zorlanmışlardır. Bu soruda bir kaç öğrenci, bölüm grubunun işleminin adı çarpma olduğunu belirtmişlerdir. Yine bazı öğrenciler de, grubun işlemi ile bölüm grubunun işleminin aynı olduğunu yazmışlardır.

Öğrencilerin çok hata yaptıkları sorulardan biri de, bölüm grubunun işlem tablosunun istendiği soru 4-c dir. Bu soruda bazı öğrenciler, G/H grubunun tablosunu yapmak yerine G grubunun tablosunu yapmışlardır.

Soru 4-a ve soru 4-b’yi doğru cevaplayan birkaç öğrenci de, işlem tablosunu oluşturmak için üst satıra ve sol sütuna yan kümeleri listeleyerek yazmış ancak devamını getirememişlerdir. Özellikle, yan kümeleri gösterirken sembolik gösterimi kullanmayan öğrencilerin, işlem tablosunu yaparken problem yaşadıkları belirlenmiştir.

Kontrol grubundan iki öğrencinin bu soru ile ilgili yaptıkları ilginç bir hatada, işlem tablosunu oluştururken; üst satıra G grubunun elemanlarını sol sütuna da H grubunun elemanlarını yazmışlardır.

Soru 4-d, öğrencilerin hata yaptığı bir başka soru tipidir. G/H bölüm grubunu doğru teşkil eden öğrenciler, birim elemanın ne olduğu sorulduğunda çeşitli hatalar yapmışlardır. Bazı öğrenciler; “Birim eleman 1 dir” cevabını ve bazıları da; “ $H=\{1\}$ elemanı birim elemandır” cevabını vermişlerdir.

5. Simetrik gruplar, soyut cebir dersindeki ilginç grup örneklerinden biridir. Bu gruplar özellikle normal alt grup ve bölüm grubunun öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Çünkü normallliği değişimlilikle aynı kabul eden öğrenciler, bu grubu örnek aldıklarında, normallik kavramı ile ilgili daha ileri düzeyde bir bilgi elde etme imkânını

yakalamaktadırlar. Bu nedenle her iki gruptaki öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar daha dikkatli incelenmiştir.

Alt grup ve normal alt grup tanımını bilme, sonlu bir kümenin tüm permütasyonlarını yazabilme, fonksiyonlarda bileşke işlemini yapabilme, simetrik grupların özelliklerini bilme, yan kümeleri bulma, yan kümelerin çarpımını bulma ve bölüm grubunu teşkil edebilmeyi gerektiren soru 5-a ve soru 5-b’de, bazı öğrencilerin alt grup ve normal alt grup tanımını bilmelerine rağmen, değişmeli olmayan S_3 grubunun normal olan ve olmayan alt gruplarını bulmada zorlandıkları belirlenmiştir.

Bazı öğrenciler, S_3 kümesini doğru teşkil edemedikleri için normal olan ve olmayan alt gruplarını da bulamamışlardır. Bir öğrenci S_3 kümesini;

$$S_3 = \{(1), (2), (3), (12), (13), (14), (123), (321)\}$$

olarak yazmıştır. Başka bir öğrenci de S_3 kümesini yazmadan N normal alt grubunu;

$$N = \{1, 2\}$$

şeklinde yazmış ve işlem yapmadan N nin normal alt grup olduğunu belirtmiştir. Bu soruda S_3 grubunun normal olan ve olmayan iki alt grubu istendiği için, öğrenciler alt grup kavramına yoğunlaşmadan normallik kavramını dikkate almaktadır. Bu nedenle S_3 ’ün grup olmayan herhangi bir alt kümesinin normalliğini araştırmışlardır. Örneğin, kontrol grubundan bir öğrenci; “ $H = (23)$ normal alt grup değildir. Çünkü $(23).(12) = (123)$ ve $(12).(23) = (132)$ yani $g.H \neq H.g$ olduğundan H normal değildir.” şeklinde yazmıştır.

Başka bir öğrenci de; “Normal alt grup $H_1 = \{(1), (123), (132)\}$, normal olmayan alt grup $H_2 = \{(23), (12), (13)\}$ ” şeklinde yazmıştır.

Bazı öğrenciler de, S_3 ’ün bir normal alt grubunu bulmuş ama normal olmayan alt grubunu bulamamıştır. Bu öğrencilerden bir kaç S_3 ’ün normal alt grubu olarak, aşikar alt grubu yazmışlardır. Öğrenciler S_3 ’ün herhangi bir alt grubunun normalliğini

araştırırken, normalliğin en çok kullanılan tanımını, yani alt grubun sağ ve sol yan kümelerinin birbirine eşit olma şartını kullanmışlardır.

Görüşmeler

Öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenme derecelerini belirlemek, kullanılan öğretim yönteminin onların öğrenmesine olan etkilerini ortaya koymak ve derse olan ilgileri hakkında detaylı bilgi edinmek amacıyla görüşmeler yapılmıştır. Görüşmeler, NBG son testine doğru, kısmen doğru ve yanlış cevap veren öğrencilerle yapılmış ve tüm öğrencilere aynı sorular sorulmuştur.

1. Görüşmede, öğrencilere öncelikle normal alt grubun ne olduğu sorulmuştur. Öğrencilerin çoğu normalliğin en popüler tanımını, yani sağ yan kümenin sol yan kümeye eşit olma durumunu ifade etmiştir. Bazı öğrenciler normalliği değişmelilikle karıştırmış ve ‘grup değişmeli değilse normal olmaz’ şeklinde bir hükümde bulunmuşlardır. Bir öğrenci normallik ile ilgili genelleme yapmaya çalışmış ve şöyle söylemiştir:

Grup değişmeli ise kesinlikle alt grupları normaldir. Normal ise kesinlikle değişmelidir. Değişmeli değilse normal alt grubu olabilir ama normal bir alt grubu yoksa kesinlikle değişmeli değildir...

Normallik kavramını öğrenmek için çaba harcayan bu öğrenci, bazı genellemelerde hata yapmıştır.

2. Öğrencilerin çoğu, bir grubun tüm alt gruplarının normal olmasını garantileyen özelliğinin grubun değişmeliliği olduğunu belirtmişlerdir. Buna karşın bazı öğrenciler bunu ispatlayamamıştır.

İlk soruda olduğu gibi bu soruda da görülen en önemli hata, öğrencilerin normallik ile değişmeliliği aynı kabul etmeleridir. Bazı öğrenciler, grup değişmeli olmazsa hiç bir alt grubunun normal olamayacağını ifade etmişlerdir.

3. Bir grubun merkezinin normal alt grup olduğunun ispat edilmesi istenen bu soruda, öğrencilerin normal alt grup kavramını öğrenip öğrenmediği tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu soruda, öğrencinin normallikten ne anladığı ve bu sorudaki gibi soyut grup yapılarında normallliği nasıl inceledikleri araştırılmıştır.

Bazı öğrenciler normal alt grup tanımını yalnızca iki kümenin eşitliği olarak hatırlamış ve normallğin ne demek olduğu ile ilgili tatmin edici bir açıklama yapamamıştır. Yazılı sınavda bu öğrencilerin bir kaç normallğin tanımını yapmalarına rağmen görüşmelerde bu durumun ezberden öteye gitmediği anlaşılmıştır. Normallik denince öğrencilerin aklına gelen en popüler tanım, sağ yan kümenin sol yan kümeye eşit olması durumudur. Aşağıdaki görüşmede bir öğrenci bunu hatırlamış ama daha ileri gidememiştir. Bu durum öğrencinin tanımı sembolik olarak öğrendiğini göstermektedir.

Normal olunca sağ yan küme sol yan kümeye eşit oluyor. Yani H alt grup ise; $gH = Hg$ olmalı. Göstermemiz gereken şey bu. Ama şu anda bunu yapmakta zorlanıyorum.

Bazı öğrencilerde, normallği değişmelilikle karıştırmıştır. Bu düşünce, normallğin tanımını uygun bir kavrayış biçimi değildir. Aşağıda bir öğrenci normallği, alt grubun sahip olması gereken bir özellik olarak düşünmüş ama değişmelilikle karıştırmıştır. Öğrenci normallği tanımlamada değişme özelliğini kullandığı için bu durum bir kavram yanılgısıdır.

Normal olması için değişmeli olması gerekmektedir. Yani gruptan aldığımız bir g elemanı ile merkezdeki bir m elemanını çarptığımızda $gm=mg$ olmak zorunda. Zaten değişmeli olmazsa normal olmaz.

Bu soruyla ilgili olarak yapılan diğer görüşmelerde, öğrenciler normallliği alt grubun sahip olması gereken bir özellik olarak düşünmüşlerdir. Örneğin, bazı öğrenciler normallüğün denk tanımlarından birini kullanmışlar ama elemanları nasıl seçtiklerini belirtmemişlerdir.

Bir öğrenci merkezin normallüğünü gösterirken kullandığı g elemanını G grubundan aldığını belirtmiştir. Burada öğrenci, g 'nin evrensel bir niceleyici olup olmadığını belirtmemiştir. Dolayısıyla g 'nin gruptan alınan tek bir eleman mı yoksa grubu tarayan bir eleman mı olduğu anlaşılmamaktadır.

Merkezin normal olması için gruptan aldığımız bir g elemanı için $ghg^{-1} \in H$ olmalı. Aslında merkezi M ile gösterdiğimiz için $gmg^{-1} \in M$ olmalı desek daha uygun olur. Merkezin özelliği gruptaki bir elemanla yer değiştirebilmesidir. Bu nedenle $gm=mg$ olabilir. O halde $gmg^{-1}=m$ $m \in M$ olur ki buda M 'nin normal olması demektir.

Son olarak öğrenciler, merkezin normal olduğunu doğru bir şekilde gösterebilmişlerdir.

Merkezin normal olması için asıl gruptaki her g elemanı için $gMg^{-1} = M$ olmalı. Bu da merkezin tanımından hemen çıkar. Merkez, grubun değişmeli bir alt grubu olduğu için, gruptaki her g elemanı için $gM=Mg$ olmalıdır. $gMg^{-1}=M$ bulunur.

4. Bu soruyla ilgili görüşmelerde, öğrencilerin özellikle bölüm grubu kavramı ile ilgili sahip oldukları bilgi seviyesi tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu soru öğrencilerin; bölüm grubunun elemanlarını kavrayabilme, bölüm grubunun işlemini saptayabilme, işlem tablosu yaparak, bölüm grubunu daha somut bir şekilde düşünebilme becerilerini belirlemeye yöneliktir.

Yan kümelerin teşkilinde beklenmeyen hatalarla karşılaşmıştır. Öğrenciler H alt grubunun G grubuna göre yan kümelerini bulurken, gruptan bir eleman alıp bunu alt gruptaki her elemanla işleme tabi tutmuşlardır. G deki her bir elemanı H da ki tüm elemanlarla çarpma düşüncesinde olan öğrencilerin bazıları, elemanı G grubu yerine Z_{15} den alarak, bir yanılgı yaşamışlardır. Yazılı sınavda bu hatayı yapan öğrenciler, görüşmede de aynı hatayı tekrarlamıştır. Aşağıda, ilki kontrol grubundaki ikincisi de deney grubundaki bir öğrenciye ait iki görüşme verilmiştir.

Yan kümeleri bulurken, gruptan bir eleman alıp mesela a , bunu H ile çarptığımızda bir yan küme elde ederiz. aH şeklinde gösteririz.

$G=\{1,2,4,7,8,11,13,14\}$ ve $H=\{1,14\}$. $1.H=H$ olur. $2.H=\{2,13\}$, $3.H=\{3,12\}$, $4.H=\{4,11\}$, $5.H=\{5,10\}$,...

Öğrenci, Z_{15} deki elemanların hepsini alarak, 14 yan küme hesaplamış ve bunların aslında 7 tane olduğunu söylemiştir.

Toplam 14 yan küme var ama aslında 7 tane. 7 tanesi de hem sağ hem sol yan küme

Aynı hatayı yapan başka bir öğrencide hatasını fark etmiş ama nedenini bir türlü bulamamıştır.

7 yan küme var. Demek ki bölüm grubu 7 elemanlı. Grubun eleman sayısını alt grubun eleman sayısına bölersek yan küme sayısını dolayısıyla bölüm grubunun eleman sayısını bulmuş oluruz. Grup 8 elemanlıydı. Alt grupta 2 elemanlı o zaman 8 bölü 2, dört yan küme olmalı. Aslında yan küme sayısını, yan kümeleri bulmadan önce hesaplasaydım daha kolay olurdu herhalde. Az önce 7 yan küme buldum. Ama formüle göre 4. Hangisi yanlış?

Bazı öğrenciler yan kümeyi, basit modüler aritmetik işlemlerin kullanıldığı bir kavram olarak öğrenmiştir. Örneğin kontrol grubundan bir öğrenci görüşmede şöyle demiştir:

Yan kümeleri bulmak çok kolay. Kümenin önüne bir sayı yazıyoruz ve kümenin içindeki her elemanla çarpıyoruz. Ama normal çarpma değil, mod 15 te çarpma.

Yan küme kavramını hesap yapmanın ötesinde öğrenen bazı öğrenciler, onun özelliklerinden ve öneminden bahsetmişlerdir:

Yan kümeler hem grubun alt kümeleri, hem grubun bir parçasıdır. Hem de bir grup oluşturmak için kullanılan önemli bir malzeme.

Deney grubundaki öğrencilerin çoğu görüşmelerde, yan kümenin neden önemli olduğunu bu ve buna benzer cümlelerle ifade etmişlerdir. Bu öğrenciler yazılı sınavda ve görüşmelerde G/H grubunu teşkil edebilmişlerdir.

Yan kümeyi, temel modüler aritmetik işlemlerin kullanıldığı bir kavram olarak düşünen öğrenciler işlem tablosunu oluştururken zorlanmışlardır. Bu öğrenciler genellikle bölüm grubunun işlemini göz ardı etmektedir. Yan kümeleri bulan ve bölüm grubunu teşkil eden bir öğrencinin, G/H grubunun işlem tablosunu oluştururken işlemle ilgili düşünceleri, aşağıda verilmiştir.

Bölüm grubu denince aklıma yan kümeler geliyor. Bölüm grubu yan kümelerdir. Bölüm grubunu oluşturmak için önce yan kümeleri bulmalıyız. Bu yan kümelerin hepsini küme parantezinde yeniden yazarsak, bölüm grubunu bulmuş oluruz.

Ben şöyle düşünüyorum. H normal bir alt grup. H nın tüm yan kümelerini bulup bir kümede yazsak zaten bölüm grubunu oluşturmuş oluruz. İşlemi niye arıyoruz ki?

Bu görüşmede öğrencinin, yalnızca bölüm grubu kavramını değil, grup ve normal alt grup kavramını da öğrenemediği görülmüştür. Öğrenci soruyu cevaplarken, “bölüm

grubu yan kümelerin kümesidir” şeklinde ezberci bir yol kullanmış ve işlemi daima göz ardı etmiştir. Böylece öğrencinin, grubu, bir işleme sahip bir cebirsel yapı olarak kavramadığı gözlenmiştir.

Bazı öğrenciler G/H grubunun işlem tablosu istendiğinde, H alt grubunun işlem tablosunu yapmışlardır. Bu beklenmeyen bir durumdur ve bu hatayı yapan öğrencilerin, yan kümeler ve yan kümelerdeki işlem kavramından çok alt grup kavramına yoğunlaştıklarını gösterebilir.

İşlem tablosunu yapmak çok kolay. H alt grubunun elemanları 1,14. H iki elemanlı. $2.2=4$ eleman bulup yazarsak tablo tamamlanmış olur.

Bu tablonun hangi grubun tablosu olduğu sorulduğunda öğrenci, “ G/H in tablosu.” cevabını vermiştir.

Öğrenciler G/H grubunun işlem tablosunun oluştururken, yan kümelerin çarpımında ya iki yan kümenin elemanlarını tek tek çarpmışlar ya da iki yan kümeden temsilci eleman seçerek çarpma yapmışlardır.

İki yan kümenin elemanlarını tek tek çarparak işlem tablosunun oluşturulduğu durumda sorunun tamamlanması çok zaman almaktadır. Bir yan kümedeki elemanlarla diğer yan kümedeki elemanların tek tek çarpımının yapıldığı bu yol, öğrenciler için bazen sıkıcı hesaplamalardan öteye gitmemektedir. Görüşmelerde bu yolla işlem tablosu yapan birkaç öğrenci bulunmaktadır.

İki yan kümenin çarpımında kullanılabilecek en kolay ve kısa yol, iki yan kümedeki temsilci elemanların çarpılmasıdır. Yani, her iki yan kümeden bir eleman alarak, bu elemanların çarpımının bulunduğu yol, deney ve kontrol grubundaki bir çok öğrencinin kullandığı yoldur. Öğrencilerin işlem tablosu oluştururken yan kümelerin çarpımında,

neden temsilcileri çarpma yolunu seçtikleri merak edilmiş ve normallik ile temsilcilerin çarpımı metodu arasındaki ilişkiyi bilip bilmedikleri tespit edilmeye çalışılmıştır.

Deney grubundan bir öğrenci G/H işlem tablosunu oluştururken, yan kümelerin çarpımında temsilcilerin çarpımını kullanmış ve bu yolun neden geçerli olduğunu da göstermiştir.

Yan kümeleri iki yolla çarpabiliriz. Birincisi; yan küme çarpımının orijinal tanımıdır. Yani, her iki yan kümedeki elemanların tek tek çarpıldığı, küme çarpım metodudur. İkincisi de, bu yan kümelerden temsilciler alarak, temsilcileri çarptığımız metottur. Çarpımın bulunduğu yan küme, sonuç yan kümedir.

Ama ikinci yolu kullanabilmem için alt grubun normal olması gerekir. Çünkü H normal olursa; $a, b \in G$ için, $(Ha)(Hb) = H(Ha)b = HHab = Hab$ yazabiliriz. H nın normal olması temsilciler metodunu kullanmamız için geçerli bir nedendir.

Yan kümelerin çarpımında temsilciler metodunu kullanan ama bunun normalliğin bir sonucu olduğunu bilmeyen öğrenciler de bulunmaktadır. Kontrol grubundan bir öğrenci, normallik ile temsilcileri kullanarak çarpma yapılması arasında bir ilişki olmadığını ve tüm alt grupların yan kümelerinde bu yolu kullanabileceğini söylemiştir.

Daha kısa olduğu için işlem tablosunu oluştururken temsilcileri çarpma yolunu seçtim. Bu yol çok kolay. Yan kümelerden iki temsilci alıyoruz ve onları çarpıyoruz. Ben genellikle ilk elemanları alıyorum temsilci olarak. Bulduğumuz sonuca bakıyoruz hangi yan kümede ise çarpım kümesi o yan küme oluyor... Yani temsilciler metodu, yan kümelerle ilgili bir yol olduğu için her alt grubun yan kümesinde bunu kolayca uygulayabiliriz. Bence bu durum yan kümelerin bir özelliğidir. Yan kümelerin bir çok özelliği var değil mi?... Her biri ayrıktır. Birleşimleri grubu verir. Bence bu çarpım metodu da özelliklerden biridir.

Bu öğrenci hem yazılı sınavda hem de görüşmede, G/H grubunu doğru teşkil etmiş ve işlem tablosunu oluşturmuştur. Ama görüşmeler sonunda normallik kavramını yeterince özümseyemediği tespit edilmiştir. Daha sonra görüşmecinin verdiği ipuçları yardımıyla, yan kümelerin çarpımı ve normallik arasındaki bağıntıyı görebilmiştir.

5. Simetrik grup bilgisini yoklayan bu soru, öğrencilerin; yan kümeleri kavrayabilme ve yan kümelerin özelliklerini tespit edebilme becerilerinin yanı sıra bölüm grubu kavramını nasıl algıladıklarını belirlemeye yöneliktir.

Öğrencilerin bu soruyu doğru cevaplamalarında, sonlu bir kümenin elemanlarının tüm permütasyonlarını bulabilme, fonksiyonlarda bileşke işlemini yapabilme becerileri ayrı bir öneme sahiptir. Yazılı sınavda olduğu gibi görüşmelerde de, S_3 kümesinin elemanları açık olarak verilmemiş ve öğrencinin elemanları kendisinin bulması istenmiştir. Böylece öğrencinin, simetrik grubun elemanlarını ve işlemini öğrenme derecesi belirlenmeye çalışılmıştır.

Kontrol grubundan birkaç öğrenci S_3 kümesini doğru teşkil edememiştir. Örneğin, bir öğrenci görüşmede bu kümeyi, $S_3 = \{(1), (2), (3), (12), (13), (14), (123), (321)\}$ şeklinde bulmuştur. NBG son testinde de aynı hatayı yapan bu öğrenci, S_3 kümesini nasıl oluşturduğu hakkında bir açıklama yapamamış ve bu noktadan sonra, sorulara doğru cevap veremeyeceğini belirtmiştir.

Öğrencilerin bu soruda zorlanmalarının başka bir nedeni de, S_3 simetrik grubunun normal olan ve olmayan alt gruplarını kendilerinin bulmaları zorunluluğudur. Özellikle alt grup kavramını tam olarak özümsemeyen bazı öğrenciler, S_3 grubunun alt gruplarını araştırırken çeşitli hatalar yapmışlardır. Bir öğrenci, $H = \{(23)\}$ kümesinin S_3 ün bir alt grubu olduğunu ama normal olmadığını söylemiştir. NBG son testinde de aynı hatayı yapan bu öğrenci, S_3 grubunun alt grupları olarak $H = \{(13)\}$ ya da $H = \{(123)\}$ kümelerinin alınabileceğini belirtmiştir.

Bazı öğrenciler de, normal alt grubu bulmuş ama normal olmayan alt grubu bulurken hata yapmıştır. Görüşmede bir öğrenci, S_3 ün normal alt grubu olarak $N=\{(1),(123),(132)\}$, normal olmayan alt grubu olarak $H=\{(23),(12),(13)\}$ kabul etmiştir.

Modüler ve değişmeli gruplarda yan kümeleri hesaplayıp bölüm grubunu teşkil edebilen öğrencilerin bir kısmı, S_3 gibi değişmeli olmayan bir grupla karşılaştıklarında yan kümeleri bile oluşturamamışlardır.

Görüşmelerde kontrol grubundan birkaç öğrenci, bölüm grubunu teşkil edemeyeceklerini söylemişlerdir.

Yapılan görüşmeler sonucunda, deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin bazılarının yan küme kavramını öğrenmede ne kadar zorlandıkları ve yanılgıya düştükleri belirlenmiştir. Kontrol grubundan bir öğrenci bu zorluğu şu şekilde dile getirmiştir.

S_3/N yi bulmak için yan kümeleri bulmam gerekiyor. Yan küme denince, aklıma sadece sizin dediğiniz şey geliyor: “Yan küme; adı üstünde, küme” Ama şunu söyleyeyim: Boş küme mi? Alt küme mi? Bilmiyorum.

Yanlış cevap veren diğer öğrenci ise, yan kümenin bir alt grup olduğunu söylemiştir.

Bazı öğrenciler de, yan kümenin ne olduğunu bilmekte ama yan kümeleri oluşturamamaktadır. Aşağıdaki öğrenci için bu durum geçerlidir.

S_3 grubundan aldığımız bir elemanla N alt grubundaki elemanları tek tek bileşke işlemine tabi tutmalıyız. Örneğin (12) ile N deki tüm elemanların bileşkesini aldığımızda bir yan küme elde ederiz....İşlem bileşke olduğu için hesaplaması

biraz zor. S_3 yerine sınavdaki 4. sorudaki Z_{15} olsaydı yan kümeleri hemen bulabilirdim. Ama S_3 için aynı şeyi söyleyemeyeceğim.

Bu öğrenci daha kolay gruplar için yan kümeleri bulabileceğini söylemiş ve S_3 te yan kümeleri bulamamıştır. Öğrenci fonksiyonların bileşkesini tam olarak özümseyemediğinden bu soruyu doğru cevaplayamamıştır.

Bazı öğrenciler de N nin S_3 teki yan kümelerini bulmada zorlanmış ama sonuca gidebilmişlerdir.

S_3/N' yi teşkil edebilmek için, yan kümeleri bulmak gerekiyor.

$S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$. $N = \{(1), (123), (132)\}$. S_3 ten sırayla elemanları alıp N' deki elemanlarla bileşkeye tabi tutmalıyız. $(1)(1)=1$. En kolayı bu zaten. (1) ile N deki tüm elemanların çarpımı N kümesinin kendisini verir. $(12).(1)=(12)$, $(12).(12)=(1)$, $(12).(13)=(123)$...

Öğrenci, 2 farklı yan küme olmasına rağmen 6 yan kümeyi de hesaplamaya çalışmıştır. Yaptığı tüm hesaplamaları detaylı olarak açıklama gereği duyan bu öğrenci, bulduğu 6 yan kümenin aslında 2 tane olduğunu fark etmiş ve bölüm grubunun iki elemanlı olduğunu söylemiştir.

Yan küme kavramının özelliklerini tam olarak özümseyemeyen yukarıdaki öğrencinin aksine özellikle deney grubundaki birkaç öğrenci, bölüm grubunun elemanlarını bulabilmiştir.

S_3/N' yi teşkil etmek için önce N' nin yan kümelerini bulmalıyız. $6/3=2$ yan küme bulmalıyız. Sağ ve sol yan kümeler birbirine eşit olduğu için yalnızca sol yan kümeleri teşkil ettiğimizde aynı zamanda sağ yan kümeleri de bulmuş oluruz. $(1)N=N$, $(12)N=\{(12), (13), (23)\}$. O zaman $S_3/N = \{(1)N, (12)N\}$ bulunur.

2. Hipotez

Öğrencilerin matematiğe karşı tutumları açısından bilgisayar destekli öğretim yaklaşımı ile geleneksel öğretim yöntemi arasında önemli bir farklılığın olup olmadığını test etmeye yönelik ikinci hipoteze ait “bağımsız grup t- testi” yapılmıştır. Analiz sonuçları Çizelge 4.3’de verilmiştir.

Çizelge 4.3. Matematiğe karşı tutum

	$\bar{X}$	Sd	t	p
Deney Grubu	154,83	15,98	2,174	0,037
Kontrol Grubu	143,39	15,60		

Bu test sonuçlarına göre, Çizelge 4.3’de görüldüğü gibi, iki grubun matematik tutum ölçeği son test ortalamaları ($\bar{X}_D=154,83$; $\bar{X}_K=143,39$) arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir ($t=2,174$; $p=0,037$).

Araştırma probleminin ikinci sorusuna cevap verebilmek için deney grubundaki öğrencilerle, ISETL programlama dili hakkında görüşme yapılmıştır.

1. ISETL programlama dilini kullanarak bir şeyler öğrendiğinize inanıyor musunuz?

Bazı öğrenciler ISETL programlama dilinin soyut cebir dersini öğrenmelerini kolaylaştırdığını belirtmiştir. Bir öğrenci bazı yerlerde ISETL programlama dilini kullanırken zorlandığını söylemiştir. Son testte başarısız olan bir öğrenci de ISETL programlama dili sayesinde her şeyi daha kolay öğrenebileceğine inandığını ifade etmiştir ve şöyle demiştir:

...sınav kağıdına hiçbir şey yazamadım ama artık bu dersi başarabileceğime inanıyorum.

Başka bir öğrencide;

Çok detaylı bilmiyoruz. Matematikle ilgili bir program tanıdık. Grubu iyi öğrendiğimi söyleyebilirim.

şeklinde cevap vermiştir. Yine bir öğrenci;

“Alıştırma yaptık, biraz cebiri sevdirdi.”

demiş ve bir öğrenci de üzerinde çok çalışılması gereken bir program olduğunu söylemiştir.

2. Soyut cebiri bilgisayarda öğrenmek zevkli miydi?

Öğrencilerin hemen hepsi ISETL’de programlama yapmaktan çok hoşlandıklarını belirtmişlerdir. Bazı öğrenciler zamanın daha çabuk geçtiğini ifade etmiştir. Bir öğrenci de normal alt grubu ve bölüm grubunu bilgisayar ekranında görmenin çok zevkli olduğunu söylemiştir.

Başka bir öğrenci bu soruyu şu şekilde cevaplamıştır:

Matematiğin hayata dökülebileceği fikri biraz aklıma yattı. Bazı şeyler somutlaşıyor. Yani somutlaşıyor derken kafama daha yatıyor. Bilgisayar bunu yapıyorsa matematik tesadüf değil gibi...

3. ISETL programlama dili normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenmeni nasıl etkiledi?

Deney grubundaki çoğu öğrenci ISETL'nin soyut cebiri daha kolaylaştırdığını söylemiştir. Bazı öğrenciler bilgisayarlı ortamın daha rahat bir ortam olduğunu ve düşünmeye sevk ettiğini belirtmiştir.

4. Soyut cebir hakkında ne düşünüyorsunuz? ISETL programlama dili düşüncenizi değiştirdi mi?

Çoğu öğrenci bu soruya olumlu cevap vermiştir. Sadece bir öğrenci bu konuda bir şey söyleyemeyeceğini belirtmiştir. Öğrencilerin çoğunluğu ISETL programlama dilinin soyut cebiri daha zevkli ve anlaşılır yaptığını ifade etmiştir. Özellikle kavramlarla ilgili programlama yaptıklarında ve bu programı ekranda gördüklerinde soyutluğun çok azaldığını söylemiştir. Bir öğrenci de ISETL programlama dilinin mantıklı bir öğrenme süreci geliştirdiği için soyut cebirdeki kavramları mantıklı bir biçimde öğrenebildiğini belirtmiştir.

Bir öğrenci bu konuda şu şekilde bir açıklamada bulunmuştur:

Sanki soyutluk azaldı gibi...yani soyutluk yine var ama artık inanıyorum ki bu dersi ben yapabilirim.

5. ISETL programlama dilinin diğer derslerde de kullanılmasını tavsiye eder misin?

Çoğu öğrenciler özellikle soyut yapıdaki derslerin öğretiminde, ISETL programlama dilini kullanmanın yararlı olacağı fikrinde birleşmişlerdir. Birkaç öğrenci de yazılım ne olursa olsun diğer tüm derslerde bir bilgisayar programının kullanılmasının çok yararlı olabileceğini belirtmişlerdir. Bir öğrenci bu soruyu şu şekilde cevaplamıştır:

Zaten yazdığımız programlar matematik ile aynı. Tüm kodları matematikteki gibi yazdığımız için bence her derste kullanılmalı.

6. ISETL programlama dilinde hoşuna gitmeyen bir şey var mı?

Bir öğrenci ISETL’de bazen program yazarken sıkıldığını söylemiştir. Bir öğrenci de ISETL’de daha renkli ekranların kullanılabileceği versiyonların olması gerektiğini söylemiştir. Başka bir öğrenci de işlem tablolarının olmayışının ISETL için önemli bir eksiklik olduğunu dile getirmiştir. Bir öğrenci de birim elemanı, ters elemanı programlama yaparak bulmak yerine ISETL’ nin direkt yazmasının daha iyi olacağını söylemiştir. Ayrıca çalışma yapraklarında verilen minimal açıklamaları düşünmeden yazdıklarında ve sonucun ne olacağını düşünmeden programı koşturduklarında hiçbir öğrenme elde edemeyeceklerini belirtmiştir. Diğer öğrenciler ISETL’de sevmedikleri bir şeyin olmadığını söylemiştir.

7. Bilgisayar kullanımı ile ilgili bir gelişme oldu mu?

Bazı öğrenciler önceden bilgisayar kullanmasını bildiklerini ama ISETL sayesinde bilgisayar kullanımı ile ilgili yeni tecrübeler edindiklerini ifade etmiştir. Özellikle programlama yaparken bilgisayar kullanmanın en etkili ve en verimli yol olduğunu ifade etmişlerdir. Birkaç öğrenci de hangi yazılım kullanılırsa kullanılsın bilgisayar kullanımı ile ilgili mutlaka tecrübe kazanacaklarını ve ISETL’ nin bu yönde diğer yazılımlardan farklı bir katkısının olmadığını dile getirmişlerdir.

Sonuç olarak özellikle, öğrencilerin ISETL’yi öğrenmek için çok istekli ve heyecanlı oldukları gözlemlenmiştir. Yeni bir program öğrenciler için hem öğrenimi hem de kullanımı açısından zor olmasına rağmen, tüm öğrenciler çok hızlı bir şekilde programı öğrenmişler ve kullanmaya başlamışlardır.

Yapılan mülakat sonuçları, öğrencilerin ISETL ile çalışmaktan hoşlandıklarını ve soyut cebir dersine olan tutumlarında olumlu yönde değişiklik olduğunu göstermektedir.

Ayrıca deney grubundaki öğrenciler problem çözümlerinde kağıt-kalem kullanmak yerine bilgisayarda programlama yapmayı tercih etmişlerdir. Deney grubu öğrencileri dersin son dakikasına kadar laboratuvarında kalmayı tercih etmiş, hatta öğrencilerden bazıları ders bittikten sonra bile uygulama yapmak istediklerini belirtmişlerdir.

4.2. Geometri Yardımıyla Öğretim İçin Bulgular

Bu kısımda, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının geometri yardımıyla öğretiminde kullanılabileceği düşünülen bazı geometrik modeller hakkında bilgi verilmiştir.

Burada ilk olarak, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını resmetmede, dönüşüm grupları içinde önemli bir yere sahip olan frieze grupları kullanılarak geometrik bir model geliştirilmiştir.

İkinci olarak, yine normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını resmetmede, kompleks sayılar sistemi kullanılarak başka bir geometrik model hakkında bilgi verilmiştir.

Son olarak, yine kompleks sayılar grubunda geometrik gösterime sahip bir alt grup seçilerek söz konusu kavramlar resmedilmiştir.

Düzlemsel bir figürün tek bir yönde (aynı zamanda zıt yönünde), belli bir vektör kadar ötelenmesiyle elde edilen yapıya frieze yapısı denir. Günlük hayatta pek çok örneklerine rastlanabilen frieze yapılarına, duvarlarda kullanılan bordür şeritleri tipik bir örnek olarak gösterilebilir.

Frieze yapılarının simetri grubuna frieze grubu denir. Frieze yapısında düzlemsel figür, bir doğru boyunca (x-ekseni) ötelendiği için bu gruba doğru grubu da denilebilir.

Örneğin, “F” harfi x-ekseni boyunca her iki yöne ötelendiğinde, aşağıdaki gibi bir yapı elde edilir.

...F F F F F F F F...

Bu yapının grup olduğunu görmek oldukça kolaydır. Ötelemenin başladığı ilk şekil birim şekil olarak kabul edildiğinde her bir şekle bir öteleme denk gelir. Aşağıda bu doğru grubunun elemanları cebirsel ve geometrik olarak gösterilmiştir.

Birim şekilden itibaren x-ekseninin pozitif yönündeki ilk öteleme “t” olsun. Bu durumda;

...F F F F F F F ...

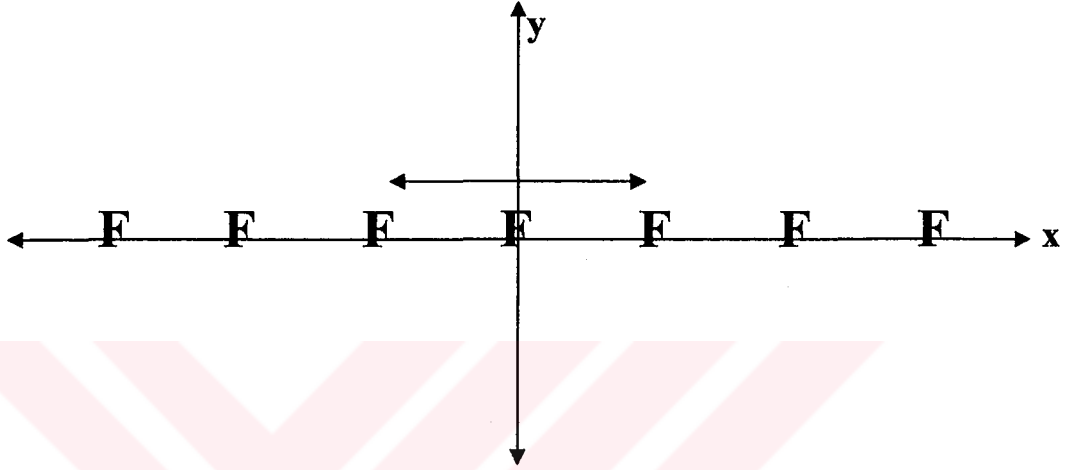
$t^{-3} \quad t^{-2} \quad t^{-1} \quad 1 \quad t \quad t^2 \quad t^3$

şeklindedir. G doğru grubunu oluşturan tek izometri öteleme olduğu için, $G=\langle t \rangle$ yazılabilir.

$$G=\langle t \rangle = \{..., t^{-3}, t^{-2}, t^{-1}, 1, t, t^2, t^3, ...\}$$

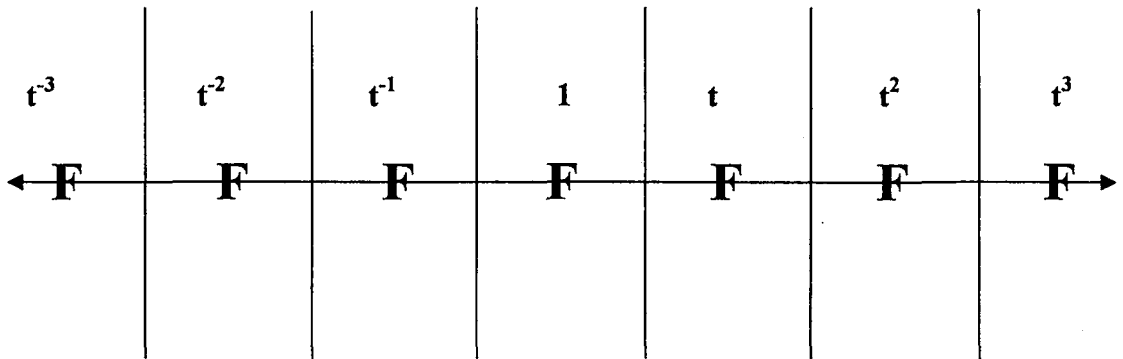
Frieze grupları, grup teorisindeki bir çok kavramın öğretiminde kullanılabilecek geometrik bir araçtır. Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde frieze gruplarını kullanırken, kolaylık olması açısından düzlemsel figür olarak alfabenin harfleri kullanılabilir. Alfabenin harfleri x-ekseni boyunca her iki yönde ötelendiğinde, farklı yapılarda frieze grupları elde edilebilir.

Frieze yapısını oluşturmada kolaylık olması bakımından ilk olarak, asimetrik “F” harfi kullanılabilir. “F” harfi orijinde kabul edilerek, x-ekseni boyunca her iki yöne ötelendiğinde aşağıdaki yapı elde edilir.



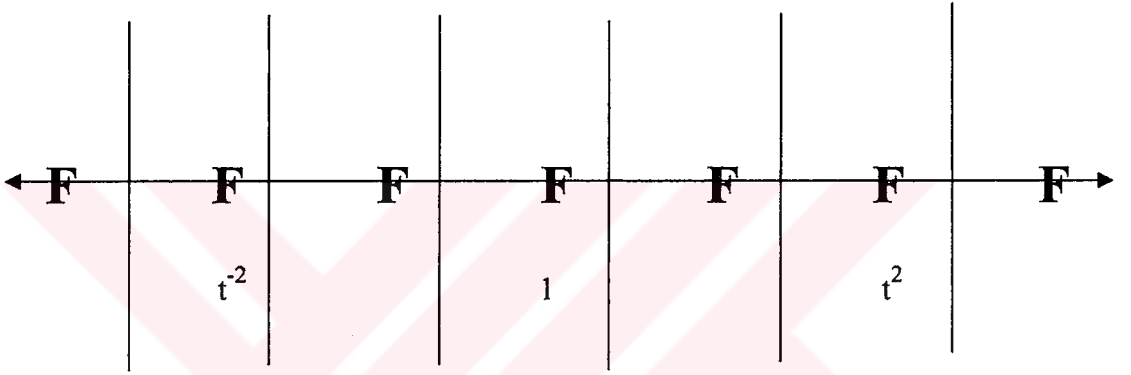
Her bir “F” sembolü arasındaki uzaklık, öteleme vektörünün boyu kadardır. “F” asimetrik bir harf olduğu için, bu şeridi oluşturan tek izometri ötelemelerdir. Bu nedenle bu şeridin izometrilерinden oluşan G grubu ötelemelerle üretilecektir

G frieze grubunun, düzlemde ayırdığı bölgeler aşağıdaki gibi resmedilebilir. Bunun için, ötelemelere başlanan ilk harf başlangıç noktasında kabul edilir



Böylece G grubu; $G = \langle t \rangle = \{ \dots, t^{-3}, t^{-2}, t^{-1}, 1, t, t^2, t^3, \dots \}$ olur. G grubu, ötelemelerle üretilen sonsuz bir gruptur.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının frieze grupları yardımıyla öğretiminde, öğrencilere öncelikle, grubun çeşitli alt grupları ve bu alt grupların özellikleri gösterilmelidir. Başlangıç olarak G grubunun, t^2 ötelemeleriyle üretilen bir H alt grubu seçilebilir. Bu alt grup, geometrik olarak aşağıdaki gibidir:



G grubunun H alt grubu, t^2 ile üretildiği için birim elemandan itibaren her ikinci öteleme H alt grubunun bir elemanına karşı gelecektir. Bu durumda;

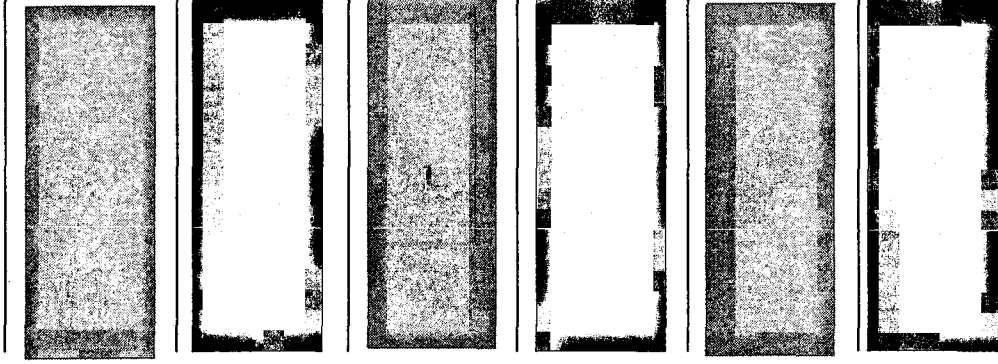
$$H = \langle t^2 \rangle = \{ \dots, t^{-2}, 1, t^2, \dots \}$$

olup H nın alt grup olduğu açıkça görülmektedir. G değişmeli bir grup olduğu için, her alt grubu da normaldir. H nın yan kümeleri H ve tH dır. Çünkü,

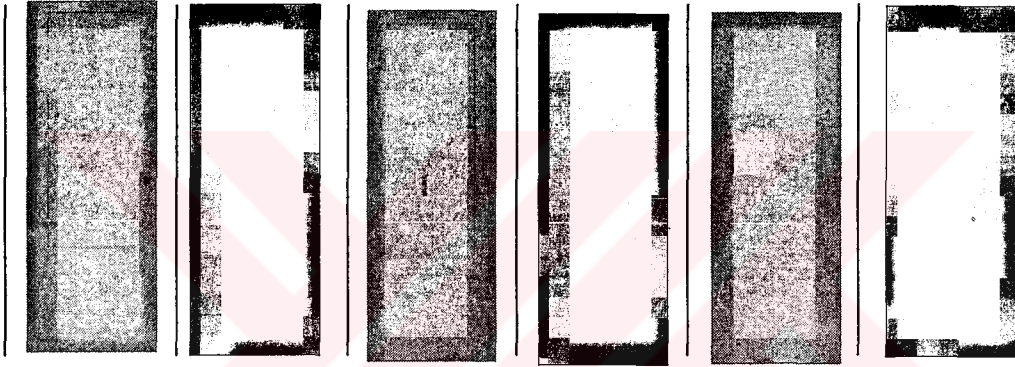
$$1H = \{ \dots, t^{-2}, 1, t^2, \dots \} = H1 = H$$

$$tH = \{ \dots, t^{-1}, t, t^3, \dots \} = Ht$$

Aşağıda gri renk ile gösterilen bölgeler H alt grubunu, siyah renk ile gösterilen bölgeler ise H alt grubunun, tH ve Ht yan kümelerini temsil etmektedir.



tH sol yan kümesi



Ht sağ yan kümesi

Geometrik olarak frieze gruplarında alt grubun normalliği belirlenirken, düzlemdeki sağ ve sol yan kümelerin aynı bölgeler olup olmadığına bakılır.

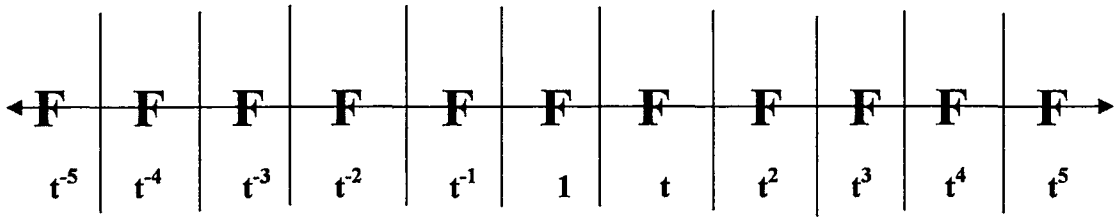
Yukarıdaki örnekte, sağ ve sol yan kümeler çakışmaktadır. Yani üstteki sol yan kümeleri gösteren şekil alttaki sağ yan kümeleri gösteren şekle doğru kaydırıldığında, iki şekil çakışmaktadır. Sağ ve sol yan küme eşit olduğundan H, G de normaldir ve G/H bölüm grubu mevcuttur.

Geometrik olarak bölüm grubunun kaç elemanlı olduğu, G grubunda kullanılan renk sayısından belirlenebilir. Bu örnekte siyah ve gri renkli bölgeler düzlemi ve doğal olarak G grubunu iki renkli bir yapıya bölmüştür. Dolayısıyla, G/H bölüm grubu iki elemanlıdır. Cebirsel olarak yan küme sayısından belirlenebilecek bu gerçek, geometrik olarak Frieze grubundaki renklerden tespit edilebilmektedir.

$$G/H = \{H, tH\} \cong \mathbb{Z}_2$$

İkinci örnek olarak, G grubunun 5. mertebeden ötelemeleriyle üretilen bir alt grubu seçilebilir. Bu alt grubun elemanları geometrik olarak, birim elemandan itibaren her beşinci ötelemeye karşı gelmektedir.

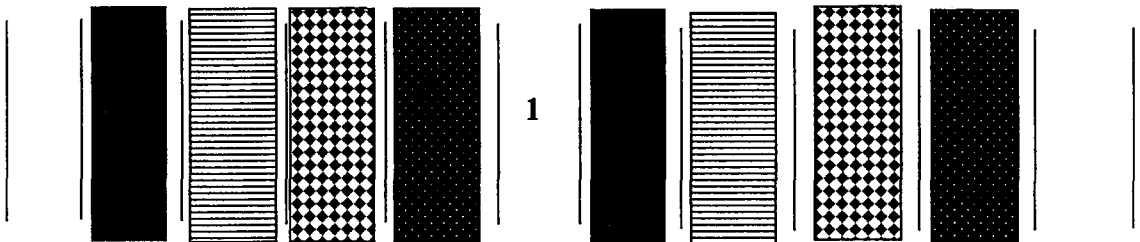
$$H = \langle t^5 \rangle = \{ \dots, t^{-5}, 1, t^5, \dots \}$$



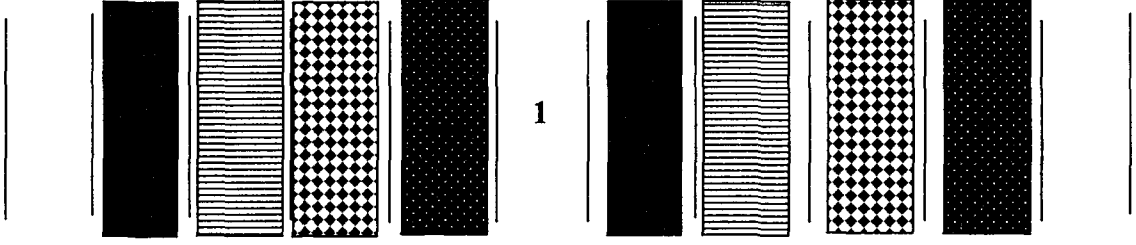
Bu durumda 5 yan küme elde edilir. Bunlar;

$$\begin{aligned} H &= \{ \dots, t^{-5}, 1, t^5, \dots \} \\ tH &= \{ \dots, t^{-4}, t, t^6, \dots \} = Ht \\ t^2H &= \{ \dots, t^{-3}, t^2, t^7, \dots \} = Ht^2 \\ t^3H &= \{ \dots, t^{-2}, t^3, t^8, \dots \} = Ht^3 \\ t^4H &= \{ \dots, t^{-1}, t^4, t^9, \dots \} = Ht^4 \end{aligned}$$

Bu yan kümeler geometrik olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir. Farklı her yan küme için ayrı bir desen kullanılmıştır.



H alt grubunun sağ yan kümeleri



H alt grubunun sol yan kümeleri

Görüldüğü gibi sağ ve sol yan kümeler düzlemde, aynı bölgeyi temsil etmektedir. Yani sağ ve sol yan kümeler çakışmaktadır. O halde H, G de normaldir ve G/H bölüm grubu mevcuttur.

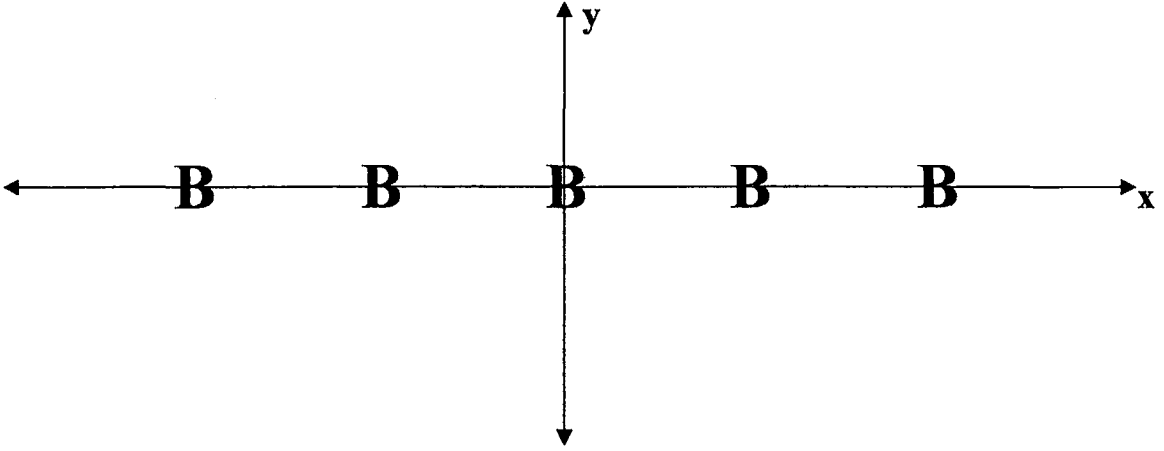
Desenli bölgeler düzlemi ve doğal olarak G grubunu, beş desenli bir yapıya dönüştürmüştür. Dolayısıyla, G/H bölüm grubu 5. mertebeden değişmeli bir gruptur.

$$G/H = \{H, tH, t^2H, t^3H, t^4H\} \cong Z_5$$

F, asimetrik bir harf olduğu için, bu harfin frieze yapısındaki tek izometri tipi ötelemelerdir. Bu nedenle frieze yapısı, yalnızca öteleme izometrisine sahip değişmeli bir gruptur. Dolayısıyla her alt grubu da normaldir.

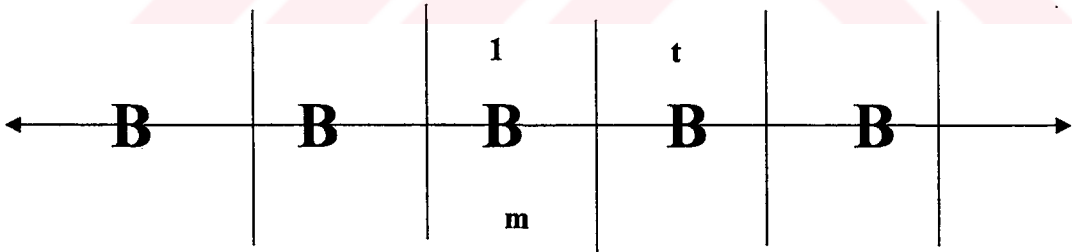
Daha ilginç bir örnek olması bakımından alfabenin simetrik bir harfi kullanılarak oluşturulan frieze yapısında, ötelemeler dışında diğer izometri çeşitleri de bulunabilir.

Örneğin, “B” harfi düzlemde x-ekseni boyunca her iki yöne ötelendiğinde, aşağıdaki gibi bir yapı elde edilir.



Bu frieze grubu, diğer gruptan farklı olarak yansıma izometrisine de sahiptir. “B” harfi kendisini ortadan ikiye bölen yatay eksene göre yansıtıldığında, yine “B” harfi elde edilir. Sonuç olarak bu frieze grubunu; öteleme ve yansıma izometrilere üretmektedir.

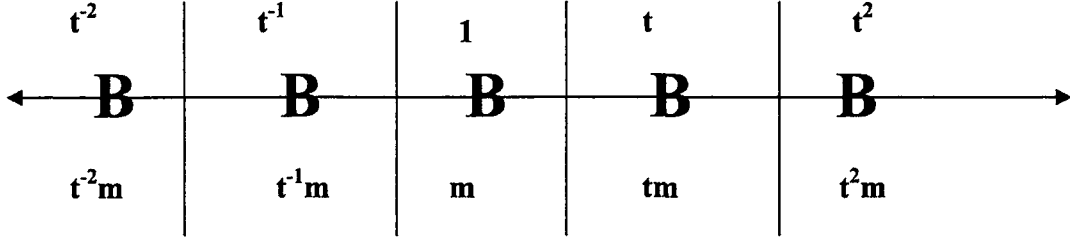
“t” ötelemeyi, “m” yatay eksene göre yansımayı göstermek üzere; G grubunun yansıma eksenini ve düzlemde ayırdığı bölgeler geometrik olarak aşağıda gösterilmiştir.



$$G = \langle t, m \rangle$$

$$m^2 = 1, mt = tm$$

G grubunun elemanları, hem cebirsel hem de geometrik olarak şu şekilde gösterilebilir:



$$G = \{..., t^{-2}m, t^{-2}, t^{-1}m, t^{-1}, 1, t, tm, t^2, t^2m, ...\}$$

“F” harfinin ötelemeleriyle elde edilen frieze grubunda olduğu gibi ötelemeler; bu grubunda normal alt grubudur ve iki yan kümeye sahiptir. Bu nedenle, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğretmede ötelemeler dışında başka bir alt grup seçilebilir. $H = \{1, m\}$ olsun. H nın sağ ve sol yan kümeleri, cebirsel olarak aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$Ht = \{t, tm\}$$

$$tH = \{t, tm\}$$

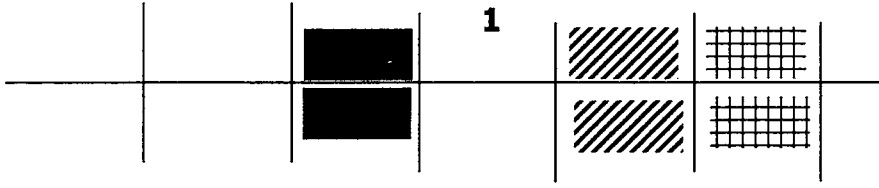
$$Ht^2 = \{t^2, t^2m\}$$

$$t^2H = \{t^2, t^2m\}$$

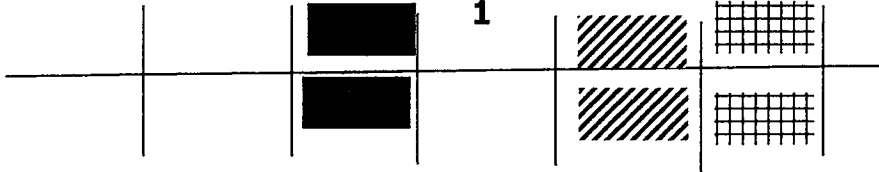
$$Ht^{-1} = \{t^{-1}, t^{-1}m\}$$

$$t^{-1}H = \{t^{-1}, t^{-1}m\}$$

Bu yan kümeler geometrik olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir. Farklı her yan küme için ayrı bir desen kullanılmıştır.



H'nin Ht , Ht^2 ve Ht^{-1} sağ yan kümeleri



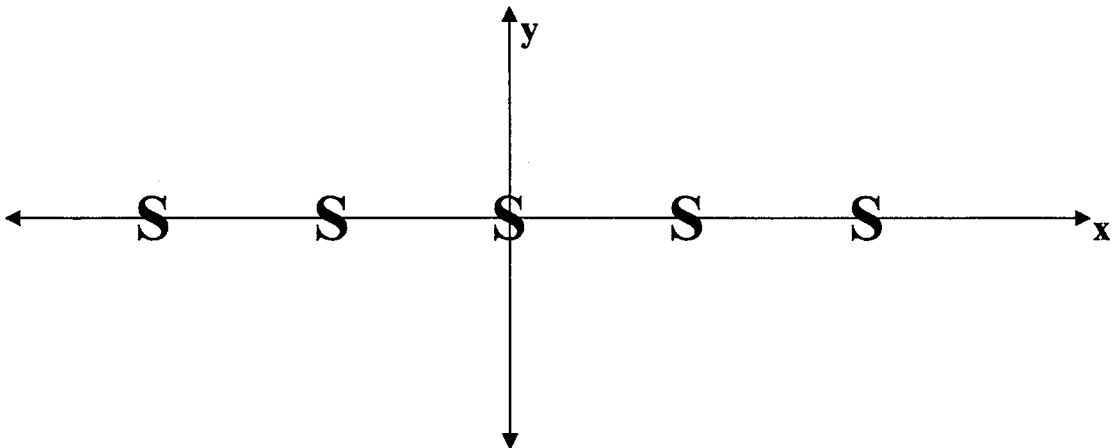
H'nin tH , t^2H ve $t^{-1}H$ sol yan kümeleri

Görüldüğü gibi sağ ve sol yan kümeler çakışmaktadır. Bu yüzden H , G de normaldir. G sonsuz ve değişmeli bir bölüm grubuna sahiptir.

$$G/H = \{ H, tH, t^2H, t^3H, \dots \} \cong \mathbb{Z}$$

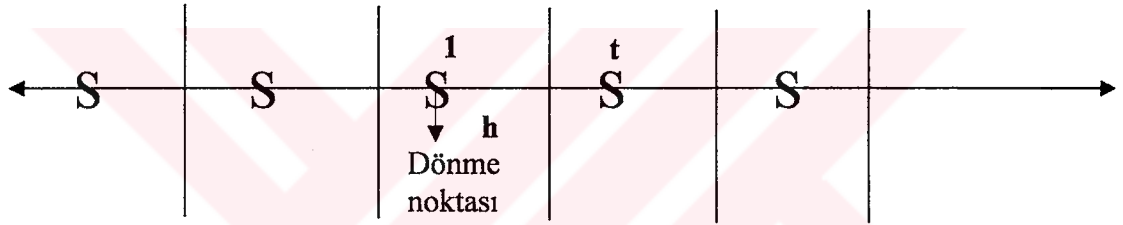
Yukarıda verilen iki örnekte, öğrenciler normalliği değişmelilik olarak düşünebilirler. Bu nedenle değişmeli olmayan bir frieze grubu kullanılarak, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları resmedilebilir.

Örneğin, “S” harfi kullanılarak yukarıda verilen örneklerden farklı bir frieze yapısı elde edilebilir. “S” harfi x-ekseni boyunca her iki yöne ötelendiğinde aşağıdaki yapı elde edilir.



Bu doğru grubu, öteleme izometrisi ile birlikte bir dönme izometrisine sahiptir. “S” harfini ortadan ikiye bölen yatay bir eksen düşünüldüğünde, orijine göre bir dönme izometrisine sahiptir. Böylece, “S” harfinin ötelemelerinin oluşturduğu doğru grubu iki gerene sahiptir.

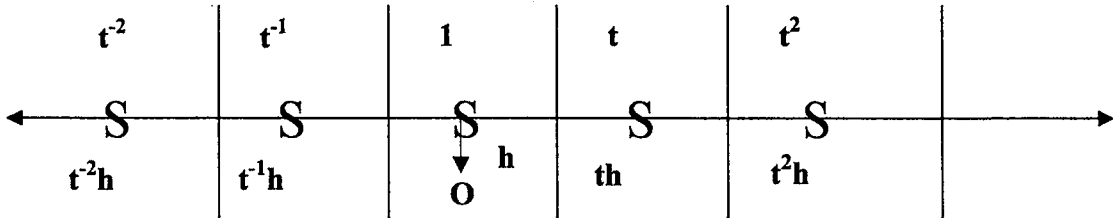
”h” yarı dönme izometrisini, ve “t” öteleme izometrisini göstermek üzere; orijinde bulunan “S” harfinin dönme noktasını ve öteleme eksenini gösteren doğru aşağıda gösterilmiştir.



$$G = \langle h, t \rangle$$

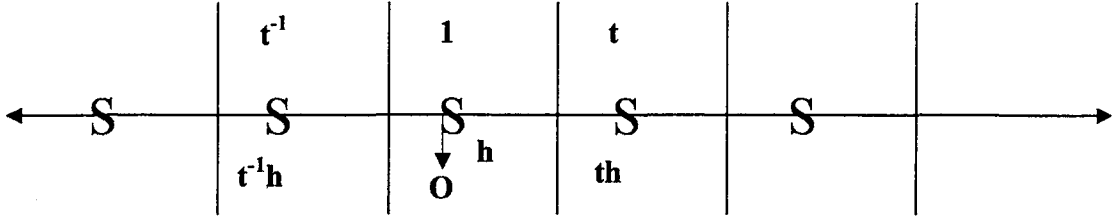
$$h^2 = 1$$

“h” ve “t” gerenlerine göre bu grubun elemanlarının geometrik ve cebirsel gösterimi şeklindeki gibidir:



$$G = \{ \dots, t^2, t^2h, t^1, t^1h, 1, h, t, th, t^2, t^2h, \dots \}$$

G grubu değişmeli değildir. Örneğin, “ht” ile “th” aynı dönüşüme karşı gelmemektedir.

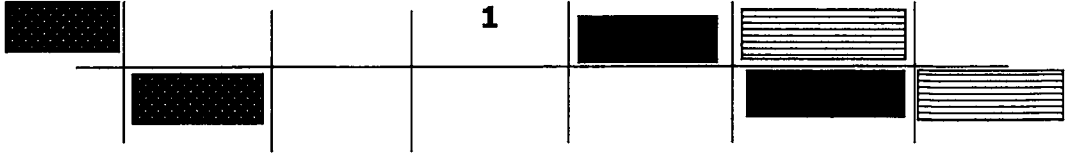


“th” dönüşümünde önce, O merkezli “h” yarı dönmesinin, sonrada “t” ötelemesi yapılmaktadır. “ht” dönüşümünde ise, önce “t” ötelemesi sonra “O” merkezli “h” yarı dönmesi yapılmaktadır. Dikkatle incelendiğinde, $ht = t^{-1}h$ olduğu görülebilir.

G grubu değişmeli olmadığı için, alt gruplarının normalliğini tespit etme süreci, öğrenciler için daha heyecan verici olabilir. G grubunun normal alt grubu açıkça ötelemelerdir. Bu nedenle ötelemeler dışında başka bir alt grubu alınarak normallik araştırılabilir. Örneğin, $H = \{1, th\}$ olsun. H nın sağ ve sol yan kümeleri cebirsel olarak aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$\begin{aligned}
 tH &= \{t, t^2h\} & Ht &= \{t, h\} \\
 t^2H &= \{t^2, t^3h\} & Ht^2 &= \{t^2, t^{-1}h\} \\
 t^{-2}hH &= \{t^{-2}h, t^{-3}\} & Ht^{-2}h &= \{t^{-2}h, t^3\}
 \end{aligned}$$

Sağ ve sol yan kümelerin eşit olmadığı cebirsel olarak görülmektedir. Bu durum geometrik olarak şekildeki gibidir.



H nin tH t^2H $t^{-2}hH$ sol yan kümeleri



H nin Ht Ht^2 $Ht^{-2}h$ sağ yan kümeleri

Görüldüğü gibi sağ yan küme bölgeleri ile sol yan küme bölgeleri çakışmamaktadır. Dolayısıyla H , G de normal değildir. Bu nedenle H alt grubu, G de bölüm grubuna sahip değildir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının geometri yardımıyla öğretiminde kullanılabilecek diğer bir alternatif model, kompleks sayılar kümesinin geometrik yorumundan elde edilebilir.

Bu modelde, öğrenciler tarafından iyi bilinen grup yapıları kullanılmıştır. Bu yapılar geometrik gösterime sahip olduklarından, normal alt grup ve bölüm grubunun resmedilmesi öğrenciler için zor olmayacaktır.

G kümesi kompleks düzlemdeki noktalar kümesi olsun. $G = \mathbb{C} - \{(0,0)\}$. G kümesi, kompleks sayılarda çarpma işlemine yani,

$$(a,b).(c,d)=(ac-bd,ad+bc)$$

ile tanımlana işleme göre bir grup oluşturur.

Bu kümenin bir alt kümesi olarak x-ekseninin pozitif kısmı yani,

$$H = \{(x, 0) : x \in \mathbf{R}^+\}$$

kümesi seçilebilir. H kümesi kompleks sayılarda çarpma işlemine göre bir gruptur. H alt grubunun normal alt grup olup olmadığını tespit etmek için, öncelikle sağ ve sol yan kümelerin teşkil edilmesi gerekmektedir. Aşağıda H'nin sağ ve sol yan kümeleri hem cebirsel hem de geometrik olarak gösterilmiştir.

H'nin sağ ve sol yan kümelerini bulabilmek için G grubundan (2,1) ve (1,-1) gibi bazı keyfi elemanlar seçilebilir.

Sağ yan kümeler

$$(1,0).(2,1) = (2,1)$$

$$(1,0).(1,-1) = (1,-1)$$

$$(2,0).(2,1) = (4,2)$$

$$(2,0).(1,-1) = (2,-2)$$

Sağ yan kümelerden ilki $y=x/2$ yarı doğrusu, ikincisi de $y=-x$ yarı doğrusudur.

Sol yan kümeler

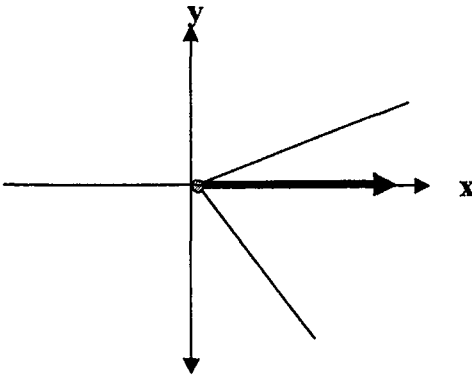
$$(2,1).(1,0) = (2,1)$$

$$(1,-1).(1,0) = (1,-1)$$

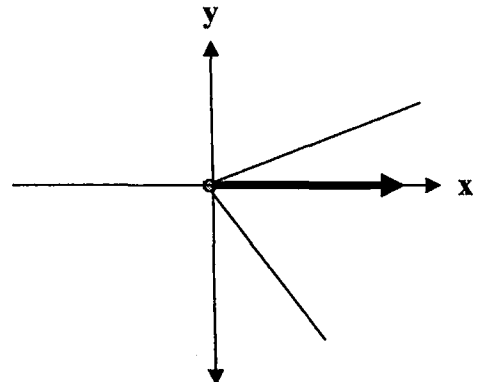
$$(2,1).(2,0) = (4,2)$$

$$(1,-1).(2,0) = (2,-2)$$

Sol yan kümelerden ilki $y=x/2$ yarı doğrusu, ikincisi de $y=-x$ yarı doğrusudur.



H'nin sağ yan kümeleri



H'nin sol yan kümeleri

Sağ ve sol yan kümeler, düzlemde aynı bölgeleri göstermektedir. O halde H, G de normaldir ve bölüm grubu mevcuttur.

$$G/H = \{Hg : g \in G\} = \{(x,y) : x > 0, y = kx, k \in \mathbb{R}\}$$

Bu noktadan sonra kompleks sayılar kümesi üzerinde farklı bir ikili işlem tanımlanarak, yeni bir cebirsel yapı elde edilebilir. Böylece öğrencilerin aynı küme üzerinde tanımlanan farklı ikili işlemlerin, farklı cebirsel yapılar oluşturduğunu gözlemlmelerine imkan verilir. Yukarıdaki örnekte, G nin H alt grubunun normal olduğu ve bölüm grubuna sahip olduğu belirlenmişti. Bu örnekte ise, G nin normal olmayan bir H alt grubu resmedilecektir.

G kümesi yine kompleks düzlemdeki noktalar kümesi olsun. $G = \mathbb{C} - \{(0,0)\}$. Bu defa küme üzerinde ikili işlem;

$$(a,b).(c,d) = (ac, ad+b)$$

şeklinde tanımlanmış olsun.

G kümesi yukarıdaki gibi tanımlanan çarpma işlemine göre bir grup oluşturur. Birim eleman (1,0) noktasıdır ve her elemanın tersi vardır.

Bir önceki örnekte olduğu gibi G grubunun H alt kümesi olarak yine, x-ekseninin pozitif kısmını seçelim. Yani;

$$H = \{(x,0) : x \in \mathbb{R}^+\}$$

olsun.

H, G kümesi üzerinde tanımlanan ikinci işleme göre de alt gruptur. Yani $x = (x_1, 0)$ ve $y = (x_2, 0)$ olmak üzere;

$$x.y^{-1} = (x_1, 0) . (x_2, 0)^{-1} = (x_1, 0) . \left(\frac{1}{x_2}, 0 \right) = \left(\frac{x_1}{x_2}, 0 \right) \in H$$

olup H , G nin alt grubudur.

H nin sağ ve sol yan kümelerini bulmak için yukarıdaki örnekte olduğu gibi, $(2,1)$ ve $(1,-1)$ elemanları seçilebilir.

Sol Yan Kümeler

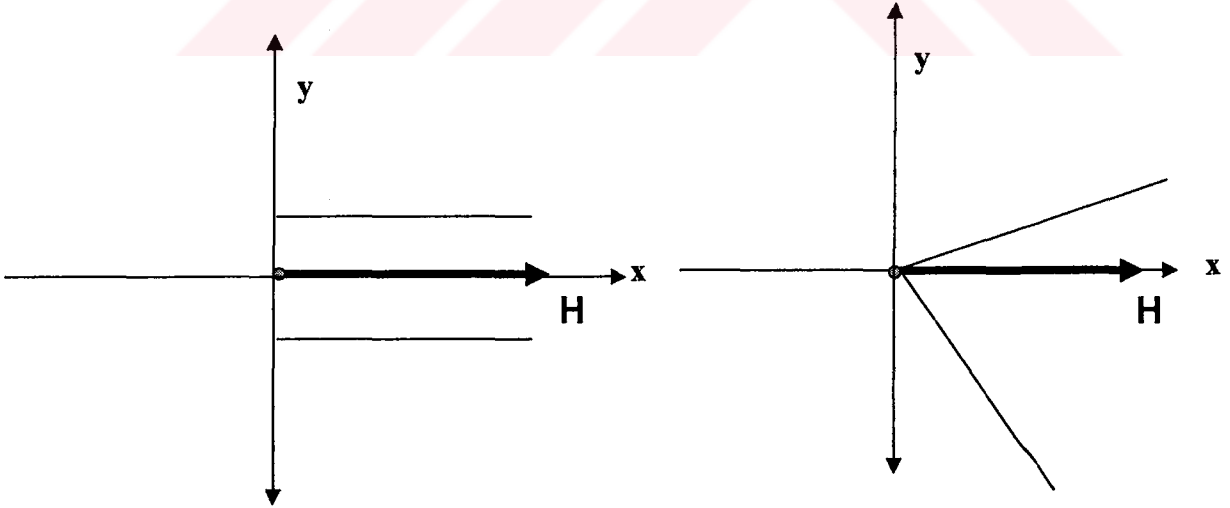
$$\begin{array}{ll} (2,1).(1,0)=(2,1) & (1,-1).(1,0)=(1,-1) \\ (2,1).(2,0)=(4,1) & (1,-1).(2,0)=(2,-1) \end{array}$$

Görüldüğü gibi sol yan kümelerin ikinci bileşeni daima aynıdır. Dolayısıyla H nin sol yan kümeleri H ya paralel yarı doğrulardır.

Sağ Yan Kümeler

$$\begin{array}{ll} (1,0).(2,1)=(2,1) & (1,0).(1,-1)=(1,-1) \\ (2,0).(2,1)=(4,2) & (2,0).(1,-1)=(2,-2) \end{array}$$

Sağ yan kümeler ise orijinden başlayan yarı doğrulardır (orijin dahil değil).



H nin sol yan kümeleri

H nin sağ yan kümeleri

H nin sağ ve sol yan kümeleri kompleks düzlemde aynı bölgeyi göstermediğinden eşit değildir. O halde H , G nin normal alt grubu değildir.

Görüldüğü gibi, ilk örnekte H alt grubu G grubunda normal olmasına rağmen ikinci örnekte aynı H alt grubu G grubunda normal değildir. Bunun nedeni, küme üzerinde tanımlanan ikili işlem değiştirildiğinde, küme aynı kalsa dahi farklı bir cebirsel yapı elde edilmektedir. Yani ikili işlemin kümede sağladığı özellikler değişmektedir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretime katkıda bulunabilecek diğer bir geometrik yorum olarak, yine öğrenciler tarafından iyi bilinen kompleks sayılar grubu göz önüne alınabilir. Kompleks sayılar grubunun geometrik gösterime sahip uygun alt grupları seçildiğinde normal alt grup ve bölüm grubu kavramları resmedilebilir.

$G = \mathbb{C} - \{(0,0)\}$ kümesi, kompleks sayılarda çarpma işlemi yani,

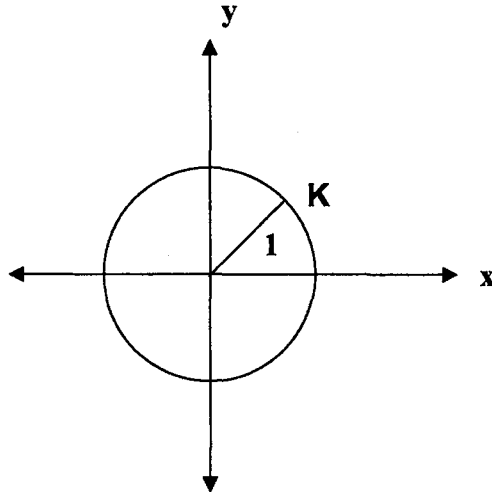
$$(a,b).(c,d)=(ac-bd,ad+bc)$$

ile tanımlanan işleme göre bir grup oluşturur.

G kümesi içinde mutlak değeri 1 olan kompleks sayıların bir kümesi

$$K = \{a+bi: \sqrt{a^2 + b^2} = 1\}$$

olarak seçilsin. K kümesi geometrik olarak, merkezi orijinde bulunan 1 yarıçaplı çember üzerindeki noktalar kümesi olarak resmedilebilir.



$z_1, z_2 \in K$ olmak üzere;

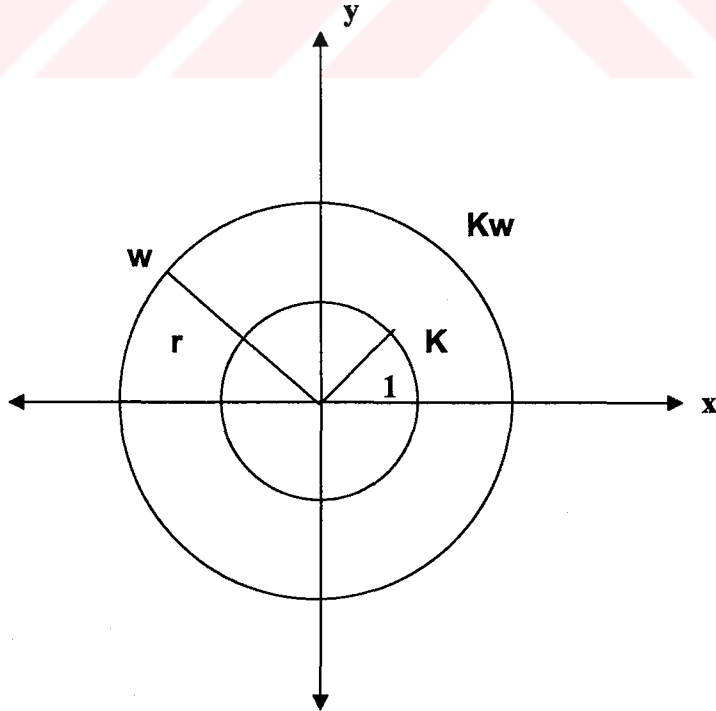
$$|z_1 \cdot z_2^{-1}| = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} = 1$$

olup K, G nin bir alt grubudur.

K nın bir sağ yan kümesini bulmak için bir $w \in G$ seçilebilir. w nın mutlak değeri r olsun. Kw yan kümesi; $z \in K$ olmak üzere $z \cdot w$ formundaki tüm karmaşık sayılardan oluşmaktadır. Böylece;

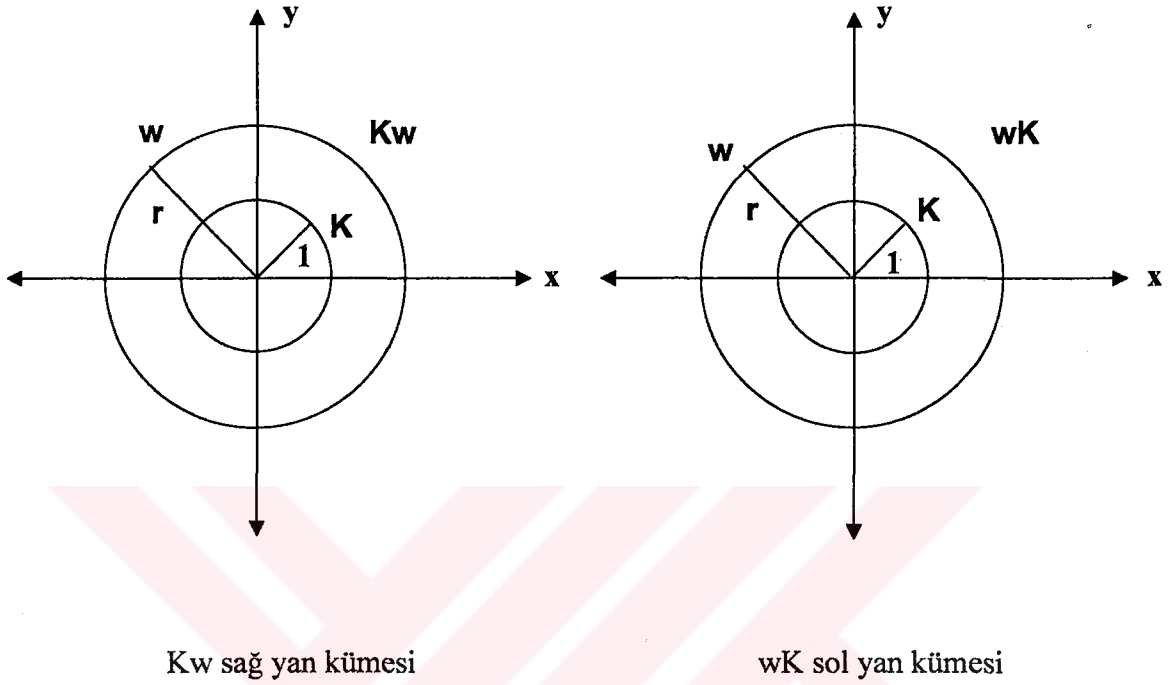
$$|z \cdot w| = |z| \cdot |w| = 1 \cdot r = r$$

elde edilir. Kw kümesinin elemanları mutlak değeri r olan karmaşık sayılardan oluşmaktadır. Yani bu kümedeki elemanların her biri orijinden r birim uzaklıktaki noktalardır. Böylece geometrik olarak K alt grubunun Kw yan kümesi; kompleks düzlemde orijin merkezli r yarıçaplı bir çembere karşılık gelir.



K alt grubunun Kw sağ yan kümesi

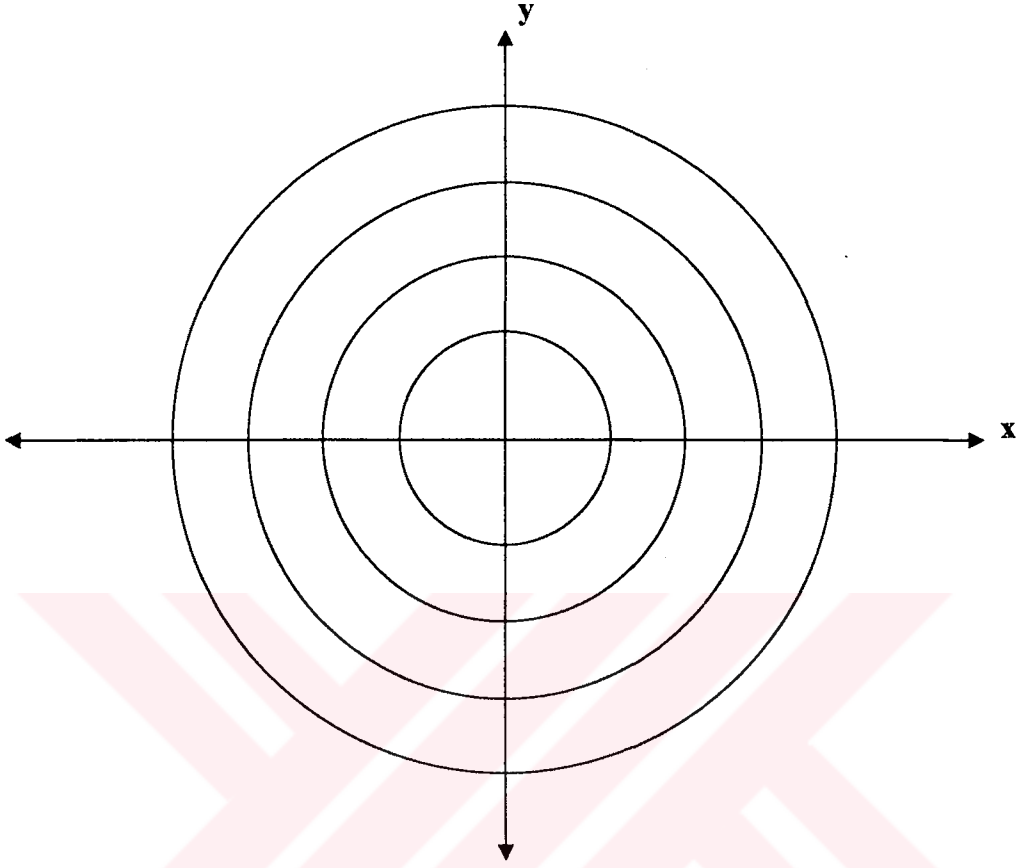
Karmaşık sayılardaki çarpma işlemi değişmeli olduğundan K , G nin bir normal alt grubudur. Geometrik olarak K alt grubunun normalliği aşağıdaki gibi resmedilebilir.



Görüldüğü gibi K alt grubunun sağ ve sol yan kümeleri kompleks düzlemde aynı bölgeye karşılık gelmektedir. $K \triangleleft G$ olduğundan bölüm grubunun varlığından söz edilebilir. K alt grubunun diğer yan kümeleri de geometrik olarak, kompleks düzlemde orijin merkezli içi içe geçmiş çemberler olarak düşünülebilir. Cebirsel olarak;

$$G/K = \{ Kw : w \in G \} = \{ w : |w| = r \in \mathbb{R}^+ \}$$

şeklinde ifade edilen G/K bölüm grubu geometrik olarak aşağıdaki gibi resmedilebilir.



$$G/K = \{ Kw : w \in G \}$$

Öğrenciler K alt grubunun normalliğini ve bölüm grubunu resmederken bir problemle karşılaşmayacaklardır. Çünkü kompleks sayılar grubu ile bu grubun uygun seçilmiş alt gruplarının resmedilmesi öğrencilerin önceden bildikleri bir konudur. Bu örnekte öğrenciler, normal alt grubu ve özellikle bölüm grubunu daha somut olarak yorumlama imkanı elde edebileceklerdir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bulgular kısmında verilen araştırma sonuçlarının yorumu ve tartışması bu bölüm içerisinde yapılmış ve ayrıca bu konu ile ilgili olarak daha sonra yapılacak çalışmalara ışık tutabileceği düşünülen bazı öneriler ileri sürülmüştür.

Bundan önceki bölümde ifade edildiği gibi, bu çalışmanın amacı, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılması üzerine, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin etkinliğinin karşılaştırılmasıdır. Ayrıca bu iki farklı yöntemin öğrencilerin, matematiğe karşı tutumları üzerine olan etkileri de incelenmiştir.

Bu çalışmanın ikinci amacı, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretimine katkıda bulunabilecek geometrik bir model geliştirmektir.

5.1. ISETL Programlama Dilinin Kullanımı ile İlgili Tartışma ve Sonuç

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılması üzerine, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ve geleneksel öğretim yönteminin etkinliğinin karşılaştırılması amacıyla yönelik olarak, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili bilgilerini ölçmek amacıyla geliştirilen normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi (NBG), uygulama öncesinde hem deney hem de kontrol grubundaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmıştır. Testten elde edilen analiz sonuçları, her iki grubun başarı ortalamaları arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın olmadığını göstermiştir ($t=0,470$; $p=0,641$). Böylece, uygulama öncesinde her iki grubun normal alt grup ve bölüm grubu kavram bilgi başarıları açısından birbirine denk olduğu anlaşılmaktadır. Diğer bir ifade ile, deney ve kontrol gruplarının homojen bir yapıya sahip oldukları söylenebilir.

Normal alt grup ve bölüm grubu bilgi testi, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılması üzerine farklı iki öğretim yönteminin etkilerinin karşılaştırılması amacı ile, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları işlendikten sonra her iki gruba da son test olarak uygulanmıştır. Son teste ait analiz sonuçları, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının başarısı açısından ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubundaki öğrenciler ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrenciler arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın olduğunu göstermiştir ($t=3,759$; $p=0,001$). Deney grubunun normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarındaki başarı ortalamasının kontrol grubunun başarı ortalamasından daha yüksek olduğu bulunmuştur ($\bar{X}_D=12,56$; $\bar{X}_K=7,33$).

Böylece normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenciler tarafından anlaşılmasında, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin geleneksel öğretim yöntemine oranla daha etkili olduğu anlaşılmaktadır. Bu sonuç, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesine yönelik olarak yapılan diğer araştırma sonuçları ve yapılan pilot çalışma sonucu ile uyum sağlamaktadır. Pilot çalışma sonucu kazanılan tecrübe ve pilot çalışmadaki eksikliklerin bu çalışmada asgariye indirilmiş olması bu çalışma sonuçlarının pilot çalışma sonuçlarından daha iyi olmasını sağlamıştır.

Yukarıda ifade edilen bilgiler ışığında, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretimin, öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenmelerinde etkili olduğu ve yine araştırma bulgularına dayanılarak, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretimin, bilimsel konuların öğrenilmesinde geleneksel öğretim yöntemine oranla daha başarılı olduğu söylenebilir.

Geleneksel öğretim yönteminde, normal alt grup ve bölüm grubu kavramları soyut cebirdeki diğer kavramların öğretiminde olduğu gibi tanım, teorem, ispat ve örnek sırasını takip ederek sunulmaktadır. Kavramlar daima soyut bir muhtevada verildiği için

öğrenciler soyut cebirsel işlemleri anlasalar bile kavramın inşa sürecini anlayamamaktadırlar. Yine geleneksel öğretim yönteminde, işleniş esnek olmayıp devamlı olarak tanımlar, teoremler, cebirsel işlemler ve semboller üzerinde durulması dersi sıkıcı ve anlaşılmaz hale getirmektedir. Ayrıca geleneksel öğretim yönteminde öğrenciler arası etkileşim istenilen düzeyde olmamaktadır. Bu ise, hem bilişsel hem de duyuşsal açıdan bir olumsuzluk meydana getirmektedir. Buna karşılık ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi; programlama yaparken eş zamanlı olarak öğrencinin kavramın inşa sürecini anlamasını sağlamakta, bu ise öğrenciler üzerinde hem bilişsel hem de duyuşsal pozitif bir etki yapmaktadır.

Genellikle, geleneksel yöntemde kavramlar öğretildikten kısa bir süre sonra unutuldukları için kavramla bağlantılı önkoşul kavramlarda, öğrenciler problem yaşamaktadır. ISETL programlama dilinde ise, kavramlar öğrenilirken önkoşul kavramlarda bu süreçte sürekli kullanıldığından daha rahat hatırlanmakta ve bu da kavramların özümsemesini kolaylaştırabilmektedir. Örneğin, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenilebilmesi için küme, fonksiyon, ikili işlem, grup, alt grup ve yan küme önkoşul kavramlarının öğrenilmesi gerekmektedir. ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminde, normal alt grup kavramını öğrenmek isteyen bir öğrenci, daha önce küme, fonksiyon, ikili işlem, grup, alt grup ve yan küme kavramlarını kısa programlar yazarak, yani programlama yaparak öğrendiği için bu kavramları unutmadan hatta gerektiğinde çok zaman harcamadan, yeniden programlama yaparak hatırlayabilmektedir. Yani öğrenciler kavramlarla ilgili programlama yaparken, kavrama ait tüm ön koşul kavramları kullanmak zorunda olduklarından öğrenmenin bir bütün olarak gerçekleştiği düşünülmektedir.

Yapılan yazılı sınav ve görüşmelerin analizi sonucunda öğrencilerin, normal alt grup kavramını öğrenirken bazı zorluklar ve yanılgılar yaşadıkları belirlenmiştir. Aslında öğrencilerin yaşadıkları en büyük zorluk, yan kümelere başlama esnasında olmaktadır. Geleneksel öğretim yönteminde, genellikle değişmeli gruplarda daha çok örnek çözülmekte ve öğretilecek kavramların bu örneklerle somutlaştırılması düşünülmektedir. Aslında normallığın gerçek anlamının ortaya çıktığı grup yapılarında,

yani değişmeli olmayan gruplarda çalışılması ğrenci ve ğretim üyesi açısından önemli bir avantajdır.

Öğrenciler bölüm grubu kavramını anlamlı ve kalıcı öğrenebilmek için, öncelikle küme kavramını çok iyi öğrenip bu kavramı bölüm grubu kavramına adapte edebilmelidir. Küme kavramını yalnızca tanım olarak bilen ve bazı basit özelliklerini ezberleyen öğrenciler kümelerin kümesi kavramıyla karşılaştıklarında, erken kavram yanılgıları yaşamaya başlamaktadırlar. Bu nedenle öğrencilerin ilk olarak küme ve kümelerin kümesi ve bir kümenin parçalanışı kavramlarını özümsemeleri gerekmektedir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları grup teorisindeki en zor ve soyut kavramlardan biri olduğu için soyut yapıdaki bu kavramların ğretiminde yeni bir teknolojiden yararlanarak farklı bir öğrenim-ğretim modelinin geliştirilmesi, öğrencilerin daha anlamlı öğrenmelerine katkıda bulunabilir. Deney grubundaki öğrencilerin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını kendilerinin oluşturması amaçlandığı için, ISETL programlama dili bu amaca yönelik olarak özellikle seçilmiştir.

ISETL programlama dili, matematik öğrenimi ve ğretiminde araç olarak kullanılabilecek etkileşimli bir yazılımdır. ğrenmesi çok kolay olan bu yazılımın, matematikteki bir çok kavramın öğretimine ve öğrenimine yardım ettiği söylenebilir.

ISETL programlama dilinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının ğretiminde etkisinin incelendiği bu çalışmada, teknolojinin derse yeni bir boyut kazandırdığı gözlenmiştir.

Ayrıca ISETL programlama dilinin pedagojisi ele alındığında grup içi ve gruplar arası etkileşim, kavramların daha kolay öğrenilmesini sağlayabilmektedir. Çünkü, ğrenciler yaptıkları programların dönütleri olumsuz geldiğinde, bunun nedenini grup içi ve gerektiğinde grup dışı tartışmalarla araştırmışlardır. Bu tartışmalarda farklı yaklaşımların ve çözüm önerilerinin ortaya konması ve bunların öğrenciler arasında

paylaşılması, öğrencilerin kavramı yada problemi daha farklı bir bakış açısından değerlendirmesine olanak verebilmektedir.

Eğitim-öğretim faaliyetlerinde kullanılacak yazılım öğrenciye çok yönlü bakış açısı, yaratıcılık, vizyon, eleştirel ve soyut düşünme ile esneklik kazandırabilmelidir. ISETL programlama dili, öğrencilerin tüm bu nitelikleri kazanmalarına katkıda bulunabilmektedir. Uygulama boyunca deney grubundaki öğrencilerin çoğu problemlere farklı çözüm yolları aramış ve çalışma yaprağında bulunmayan, kendilerinin ürettiği bir dizi problemi çözmeye çalışmışlardır. Bazı öğrenciler yaptıkları uygulamalara dayanarak genelleme yapma yoluna gitmiş ve öğrenilen kavramlarla ilgili çoğu teoreme ve ispatına ulaşmıştır.

Yine eğitim-öğretim etkinlikleri içinde kullanılacak programlama dili ile bu dilin dayandığı pedagoji bir uyumluluk içinde olmalıdır. Pedagojisi ile çelişen bir program, öğrenme-öğretme etkinliklerini zenginleştirmek yerine daha da zayıflatabilmektedir. Araştırmada elde edilen sonuçlara göre, yapısalcı yaklaşıma dayanan ISETL programlama dili, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğreniminde etkin bir öğrenme aracı olmuştur. Çünkü yapısalcı yaklaşıma göre, öğrenci önceki bilgilerini ve tecrübelerini kullanarak bilgisini aktif olarak kendisi kurmalıdır. ISETL programlama dilinin kullanıldığı bu çalışmada bilgisayar aktivitelerinde, öğrencinin öğreneceği kavramla ilgili bir tecrübe ve deneyim kazanması amaçlanmıştır. ISETL’de öğreneceği kavrama aşinalık kazanan öğrenciler daha sonra sınıf aktivitelerinde kavramı bir bütün olarak; özellikleri, nitelikleri ve diğer kavramlarla ilişkisi açısından özümseyebilmekte ve ev ödevleriyle kavramı pekiştirebilmektedirler. ISETL programlama dili yerine kullanılabilecek bir yazılımın, öğrencinin ihtiyaç duyduğu bu tecrübeyi oluşturmada ne kadar etkili olduğu araştırmaya değer bir konudur.

Öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını belirlemek amacı ile, matematik tutum ölçeğinin normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının işlenişine başlamadan önce deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin tamamına ön test olarak uygulanmış ve bu testten elde edilen analiz sonuçları, deney ve kontrol gruplarının matematik tutum ölçeği

ön test ortalamaları arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın olmadığını göstermiştir ($t=-0,158$; $p=0,875$). Buna göre, uygulama öncesinde her iki grubun matematiğe karşı tutumları açısından birbirine eşit olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının anlaşılması üzerine etkileri incelenen farklı iki öğretim yönteminin, aynı zamanda, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarına bir etkisinin olup olmadığını belirleyebilmek amacı ile matematik tutum ölçeği, çalışma kapsamındaki öğrencilerin tamamına son test olarak da uygulanmıştır. Bu teste ait analiz sonuçları, matematiğe karşı tutumları açısından deney ve kontrol grupları arasında istatistiksel olarak önemli bir farklılığın olduğunu göstermiştir ($t= 2,174$; $p= 0,037$). Deney grubu öğrencilerinin matematik tutum ölçeği son test ortalamasının, kontrol grubunun ortalamasından daha yüksek olduğu bulunmuştur ($\bar{X}_D=154,83$; $\bar{X}_K=143,39$). Yani, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile geleneksel öğretim yönteminin, öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarına olan etkisinin aynı düzeyde olmadığı, başka bir ifade ile, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin kullanıldığı deney grubundaki öğrencilerin matematik dersine karşı tutumları ile geleneksel öğretim yönteminin kullanıldığı kontrol grubundaki öğrencilerin tutumları arasında bir farklılığın olduğu tespit edilmiştir.

Yukarıda ifade edilenler ışığında, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretimin öğrencilerde, matematik dersine karşı tutumu olumlu yönde etkilediği söylenebilir. Yine araştırma sonuçlarına dayanılarak, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretimin, matematik dersine olan tutumu olumlu yönde geliştirmede geleneksel öğretim yöntemlerine oranla daha başarılı olduğu söylenebilir. Bu sonuç, ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkinliğinin belirlenmesine yönelik olarak yapılan diğer araştırma sonuçları ile uyum içersindedir.

Deney grubunda kullanılan ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yönteminin, öğrencilerin ön bilgilerini kullanma imkanı vermesi, bu ön bilgilerini kullanarak kendi kendilerine programlama yapmaları ve bu sayede öğrencilerin kavramları daha kolay anlamalarını sağlaması, klasik sınıf ortamından farklı bir ortamda dersin işlenmesi bu tutum farklılığının nedeni olarak açıklanabilir. Ayrıca öğrencilerin programlama yaptıktan sonra yaptıklarının doğru olup olmadığına dair tahminler ve dönütün olumlu olup olmama düşüncesi öğrencilerde merak uyandırmakta ve öğrenmeyi güdülemektedir. Yine öğrencilerin, ISETL programlama dilinin kavramı öğrenmeyi kolaylaştırdığı yönündeki inançları, programlama yapmaktan hoşlanmaları, bilgisayar kullanımlarının gelişmesi ve soyut cebir dersinin daha zevkli ve anlaşılır hale gelmesi düşünceleri bu tutum farklılığının nedenleri arasında gösterilebilir. Öğrencilerin tutumlarında bir değişikliğin meydana gelmesi, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkinliğini ortaya koyar. Başka bir ifade ile, bilgisayar destekli öğretim yönteminin beş hafta gibi kısa sayılabilecek bir uygulama süreci içerisinde, öğrencilerde tutum değişikliğine neden olduğu ve uygulama süresinin yeterince uzun tutulması durumunda öğrencilerin tutumlarında daha fazla olumlu değişikliğin meydana gelmesinin muhtemel olabileceği söylenebilir.

Matematik eğitiminde bilgisayar kullanımı, diğer öğretme ve öğrenme yöntemleri gibi öğrencilerin matematikte başarılı olmalarını ve matematiğe karşı pozitif tutum geliştirmelerini hedeflemektedir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında olumlu yönde değişikliğe neden olduğunu ve bununla birlikte bu yaklaşımın, öğrenciler tarafından matematiksel kavramların anlaşılmasını kolaylaştırdığını göstermiştir. Başka bir ifade ile, uygulanan yöntem, hem öğrencilerde konunun anlaşılmasında hem de öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinde, geleneksel yöntemle orana daha etkili olmuştur.

Öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarını belirlemek amacıyla yapılan görüşmelerin analizinde, ISETL kullanımının matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirdiği

söylenebilir. Kontrol grubundaki öğrenciler, dersin bitiminde hemen sınıftan ayrılırken deney grubundakiler ders bittikten sonrada bilgisayar laboratuvarında kalmak istemişlerdir. Bu da deney grubundaki öğrencilerin derse daha ilgili olduğunu göstermesi açısından önemlidir.

Bilgisayarlar, eğitim-öğretim sürecinde yüksek motivasyon gücüne sahip öğrenme ve öğretme araçlarıdır. Ancak eğitim-öğretim sürecinde bu yüksek motivasyon gücüne sahip araçtan daha fazla verim alabilmek için, bu motivasyon gücünü azaltabilecek faktörlerin bertaraf edilmesi gerekmektedir. Örneğin, öğrencilerin bilgisayar kullanımı konusunda oldukça deneyimsiz olmaları ve adaptasyon eksiklikleri bilgisayarın motivasyon gücünü azaltabilmekte ve öğrencilerin hem öğrenme sürecini hem de matematiğe tutumlarını olumsuz yönde etkileyebilmektedir. Öğrencilerin öncelikle bilgisayar kullanımı hakkında bilgilendirilmeleri, bilgisayarı sık kullanmalarına olanak verilmesi ve kullanılacak yazılımı çok iyi tanımaları gerekmektedir. Bu da öğreticiye önemli görevler yüklemektedir. Öğretmen, öğrencinin adaptasyon sorunu yaşadığı durumlarda devreye girerek verimi artırma yoluna gitmelidir.

Bilgisayarların eğitim-öğretim etkinliklerinde kullanılmasının ön şartlarından biri; öğretmenlerin eğitilmesidir. Çalışmada ele alınan örneklemin geleceğin matematik öğretmenlerini temsil ediyor olması, geleceğin öğretmenlerinin bilgisayar okur-yazarlığının geliştirilmesinde, mesleğe atıldıklarında pedagojik stratejileri etkili bir şekilde kullanarak bilgisayar destekli bir öğrenim-öğretim ortamı hazırlayabilmelerinde ve bunu uygulayabilmelerinde yine özellikle soyut düşünme ve öğrenme yeteneğinin geliştirilmesinde, ayrıca hem öğrenme hem de tutum açısından olumlu gelişmeler elde etmelerinde faydalı olabileceği söylenebilir.

Soyut cebir dersindeki kavramların, özellikle de normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının üst düzey zihinsel etkinlik gerektiren soyut yapıya sahip olmaları öğrencilerin öğrenmelerini zorlaştırmaktadır. Soyut yapı ve kavramların ISETL’de en azından manyetik olarak somutlaştırılması, bu kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesinde bir uyarı ve motivasyon görevi üstlenebilir. Bu ise, soyutluğun

matematik eğitimi üzerindeki olumsuzluğunu giderme yada azaltma yollarından biri olarak düşünülebilir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramları ile ilgili olarak, öğrenmenin kolaylaştırılması ve daha zevkli olmasına yönelik olduğu düşünülen ISETL programlama dilinin kullanıldığı bilgisayar destekli öğretim yönteminin, geleneksel yöntemle oranla etkinliğinin incelenmesi amacı ile gerçekleştirilen bu çalışmadan elde edilen sonuçların, öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi amacıyla yönelik olarak yapılan çalışmalarda faydalı olabileceği söylenebilir. Ayrıca, bu çalışmadan elde edilen bulguların, öğretmenlerin kendi bilgilerini ve anlayışlarını gözden geçirmelerinde ve geliştirmelerinde onlara gerekli bilgi ve fikirleri sağlayacağı ve konu ile ilgili kavramların öğrenciler tarafından anlaşılmasını kolaylaştırmaya yönelik öğretimlerinde ve yapacakları etkinliklerde onlara yardımcı olacağı düşünülebilir. Bu sonuçlara göre aşağıdaki öneriler yapılabilir:

ISETL programlama dilinin öğrencilerin başarısının ve matematiğe karşı tutumlarına etkisinin incelendiği bu çalışmada, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubundaki öğrencilerden daha başarılı olduğu belirlenmesine rağmen aynı amaca yönelik birçok çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmadaki sınırlılıkların bazıları, yapılacak yeni araştırmalarda giderilebilir. En önemli sınırlılıklardan biri olan zaman problemi, daha uzun vadede çalışmalar yapılarak ortadan kaldırılabilir. Öğrencilerin yazılımla daha çok tecrübe kazanmasına olanak veren daha uzun bir çalışma, öğrenme sürecinde daha etkili ve verimli olabilir. Bu çalışmada zaman sınırlılığı nedeni ile, öğrenciler yazılımı yalnız iki kavramın öğreniminde kullanmışlardır. Soyut cebirdeki diğer bir çok kavramın öğreniminde ISETL programlama dilinin kullanımı, öğrencilerin soyut cebir dersini daha iyi öğrenmelerine ve bu derse karşı olumlu tutum geliştirmelerine yardım edebilir.

Bu çalışmanın diğer bir sınırlılığı, üniversite öğrencilerinin katılımıyla gerçekleşmiş olmasıdır. ISETL programlama dili, matematik eğitiminde kullanılabilecek etkileşimli bir yazılım olduğu için kullanım imkanları çok geniş olan bu program yalnızca üniversite seviyesinde değil ilköğretim ve ortaöğretim seviyesinde matematik öğretim ve öğreniminde de kullanılabilir. ISETL programlama dili yardımıyla, öğrencilerin öğrenme etkinliğini tespit etmeye yönelik benzer çalışmalar farklı seviyelerdeki öğrenciler ve farklı konular için de yapılmalı ve ayrıca bu yöntemin etkinliği diğer öğretim yöntemleriyle karşılaştırılmalıdır.

Yine, soyut cebirde ve özellikle normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğrenim ve öğretiminde ISETL programlama dilinin kullanımını inceleyen daha çok çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Ayrıca diğer bilgisayar yazılım programları kullanılarak yapılan bilgisayar destekli öğretim yöntemi ile ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi karşılaştırılmalıdır.

ISETL programlama dilini esas alan bilgisayar destekli öğretim yöntemi, ister soyut cebir dersindeki konularda isterse matematiğin diğer dallarındaki konuların öğretiminde kullanılarak etkinliği tespit edilebilir.

Bu çalışmaya benzer bir çalışma, fakültelerin soyut cebir dersi alan diğer bölümlerindeki öğrencilere uygulanarak etkinliği incelenmelidir. Yine örneklem daha geniş tutularak aynı çalışma tekrar yapılabilir.

Uygun bir zaman sonra bu çalışma tekrarlanarak, öğrencilerin her iki yöntemde de kalıcı bir öğrenme gerçekleştirip gerçekleştirmediği araştırılabilir.

Ayrıca matematik eğitimi araştırmacılarının ISETL programlama dili için önerdikleri APOS teorisi kullanılarak çalışma tekrarlanıp, ISETL programlama dilinin öğrenme

üzerine etkinliği araştırılabilir. Bu yapılırken etkinliğin belirlenmesine yönelik bireysel sınavlar, grup sınavları ve yine bireysel ve grup elemanlarının tamamı ile görüşmeler yapılarak etkinliği incelenebilir.

Teknoloji uygun kullanıldığında, çok etkili bir araç olabilir. Teknoloji, matematik sınıflarındaki problemlerin tümüne çözüm üretemez ancak bilişsel ve duyuşsal bu problemleri azaltmada güçlü bir araç olarak kullanılabilir. Bu nedenle, öğrencilerin teknolojiden pedagojik bir araç olarak faydalanmalarına izin verilmelidir.

5.2. Geometri Kullanımı ile İlgili Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmanın ikinci amacı, bundan önceki bölümde ifade edildiği gibi normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde kullanılabilecek bazı geometrik modeller geliştirmektir. Bu amaca yönelik olarak, söz konusu kavramların öğretimine katkıda bulunabilecek üç geometrik yol önerilmiştir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde frieze gruplarının kullanıldığı ilk model, literatürde yapılan bazı çalışmalar dikkate alınarak geliştirilmiştir. Bu modelde literatürden farklı olarak alfabedeki harflerin simetrilerinden yararlanılmıştır. Bunun da öğrenciye ayrı bir kolaylık sağlayacağı düşünülmüştür. Yine literatürde frieze grupları kullanılarak normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminin ele alındığı kısıtlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Gary Gordon'un 2001 yılında yaptığı bir çalışmada söz konusu kavramların öğretiminde, frieze ve wallpaper grupları kullanılmış ancak alfabenin harfleri dikkate alınmamıştır.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretime katkıda bulunacağı düşünülen diğer iki geometrik yol, bir model olarak göz önüne alınmamıştır. Öğrencilerin aşına oldukları kompleks sayılar grubu ve bu grubun geometrik gösterime

sahip bazı alt grupları kullanılarak, söz konusu kavramların öğretiminin yapılabileceği düşünülmüştür.

Matematik öğretiminde görselleştirme yaklaşımının başarıyı arttırdığı yönündeki hem teorik hem de deneysel çalışmalar ışığında, önerilen bu model ve yolların, soyut yapıdaki normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını görselleştirmede ve bu kavramların daha iyi bir şekilde öğretilmesinde etkili olabileceği söylenebilir. Çünkü, soyut cebirde ve özellikle grup teorisinde öğrencilerin yaşadıkları en önemli problemlerden biri, kavramların soyut muhtevada olmasıdır. Söz konusu kavramların öğretiminde geometrinin kullanılması, hem soyutluğu azaltma yollarını öğretmesi hem de kavramları daha anlaşılır yapması açısından önemli bir yol olarak düşünülebilir.

Özellikle grup teorisindeki kavramların öğretiminde görsel metotların kullanılması, öğrenmenin daha kalıcı olmasına katkıda bulunabilir. Geleneksel öğretim metotlarında soyut cebirdeki kavramlar aksiyomatik yollarla öğretildiğinden, kavramlar öğrenilse bile kısa bir süre sonra unutulabilmektedir. Ancak kavramların tarihçesine sadık kalarak çeşitli geometrik ve görsel objelerin kullanıldığı metotların benimsenmesi, uzun süreli öğrenmenin gerçekleşmesine yardım edebilir.

Ayrıca soyut cebir ve özellikle grup teorisi öğretiminde kullanılabilecek bu öğretim modelinin, öğrencilerin matematiğe olan tutumlarında da olumlu gelişmelere neden olabileceği söylenebilir. Çünkü kullanılan geometrik şekil ve objeler, söz konusu kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesi sürecinde önemli bir uyarı ve motivasyon görevi üstlenebilir.

Normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde kullanılabileceği düşünülen bu ve benzeri geometrik model ve çizimlerin etkinliği deneysel çalışmalarla ortaya konulmalıdır.

KAYNAKLAR

- Ache, P.S., 1996. How curriculum choice affects student understanding and confidence: A comparison of business calculus reform models, Unpublished doctoral dissertation, Texas A. M University, Texas.
- Akpınar, Y., 1999. Bilgisayar destekli öğretim ve uygulamaları, Anı Yayıncılık, Ankara.
- Allenby, R B J T, 1983. Rings, fields and groups: An introduction to abstract algebra, Edward Arnold (Publishers) Ltd., London.
- Almeida, D. F., 1997. Proof and the eye: A means for understanding group theory. In M. De Villiers and F. Furinghetti (Eds.), Proceedings of Topic Group on Proof at ICME-8, Seville, 1996 (Centrahil: AMESA).
- Almeida, D. F., 1999. Visual aspects of understanding group theory, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 30(2), 159-166.
- Altun, M., 2001. Matematik öğretimi, 9.Baskı, Erkam Matbaası, 1-94, Ankara.
- Ardahan, H., 2001. Sıfır faktoriyel, üçgensel sayılar ve kombinasyon arasındaki bağıntılar, Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Fen Bilimleri Dergisi, 9, 37-42.
- Artigue, M., 1999. The teaching and learning of mathematics at the university level: Crucial questions for contemporary research in education, Notices of the American Mathematical Society, 46 (11), 1377-1385.
- Asiala, M., Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E., Mathews, D. and Thomas, K., 1996. A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education. In J. Kaput, A. H. Schoenfeld and E. Dubinsky (Eds), Research in collegiate mathematics education, II, 1-32, CBMS Issues in mathematics Education, vol.6, Providence, RI: American Mathematical Society.
- Asiala, M., Brown, A., Kleiman, J. and Mathews, D., 1998. The development of students' understanding of permutations and symmetries, International Journal of Computers for Mathematical Learning, 3 (1), 13-43.
- Asiala, M., Dubinsky, E., Mathews, D. M., Morics, S. and Oktac, A., 1997. Development of students' understanding of cosets, normality, and quotient groups, Journal of Mathematical Behavior, 16 (3), 241-309.
- Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E. and Schwingendorf, K. E., 1997. The development of students' graphical understanding of the derivative, Journal of Mathematical Behaviour, 16 (4), 399-431.
- Aşkar, P., 1997. Yeni teknolojilerin kullanılması, A.Baki ve A.Bell (Eds.), Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Cilt 2, YÖK/Dünya Bankası MEGP, Ankara.
- Aydın, E., 2005. The use of computers in mathematics education: a paradigm shift from "Computer Assisted Instruction" towards "Student Programming", The Turkish Online Journal of Educational Technology- TOJET, 4(2),
- Ayers, T., Davis, G., Dubinsky, E. and Lewin, P., 1986. Computer experiences in learning composition of functions, Journal for Research in Mathematics Education, 19 (3), 246-259.
- Bagni, G. T., 2000. The role of the history of mathematics in mathematics education: Reflections and examples. In I. Schwank (Ed.), 2, Forschungsinstitut fuer mathematikdidaktik, Proceedings of CERME-1, Osnabrueck, 220-231.

- Baki, A., 1996a. Matematik eğitiminde değişim, Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 14, 41-47.
- Baki, A., 1996b. Matematik öğretiminde bilgisayar herşey midir? Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12, 135-143.
- Baki, A., 1997a. Yapısalcılık, A.Baki ve A.Bell (Eds), Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Cilt 1, YÖK/Dünya Bankası MEGP, Ankara.
- Baki, A., 1997b. Educating Mathematics Teachers, Medical Journal of Islamic Academy of Sciences, 10 (3).
- Baki, A., 1999. Öğretmen eğitimi üzerine düşünceler, Türk Yurdu, 19 (138), 4-9.
- Baki, A., 2000. Bilgisayar donanımlı ortamda matematik öğrenme, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19, 186-193.
- Baki, A., 2000. Preparing student teachers to use computers in mathematics classrooms through a long-term pre-service course in Turkey, Journal of Information Technology for Teacher Education, 9 (3), 343-362.
- Baki, A., 2001. Bilişim teknolojisi ışığı altında matematik eğitiminin değerlendirilmesi, Milli Eğitim Dergisi, 149, 26-31
- Baki, A., 2002. Bilgisayar destekli matematik, Ceren Yayın Dağıtım, İstanbul.
- Banks, J. H., 1961. Elements of mathematics, Allyn and Bacon, Inc, Boston.
- Barbeau, E., 1995. Algebra at the tertiary level, Journal of Mathematical Behavior, 14, 139-142.
- Bardzell, M.J. and Shannon, K. M., 2001. The PasGalois Triangle: A tool for visualizing abstract algebra. In A.C. Hibbard and E.J. Maycock (Eds), Innovations in Teaching Abstract Algebra, MAA Notes, 60, The Mathematical Association of America.
- Bardzell, M.J. and Shannon, K. M., 2002. The PasGalois Triangle: Visualizing abstract algebra, Focus, 22 (3), 4-6.
- Baxter, N., 1994. Understanding how students acquire concepts underlying sets. In J. Kaput and E. Dubinsky (Eds.), Research issues in undergraduate mathematics learning, MAA Notes 33, The Mathematical Association of America, Washington, DC.
- Bessey, K. A., 2002. A neo-luddite perspective on the use of calculators and computers in mathematics education, Unpublished doctoral dissertation, Idaho State University.
- Beuerman, D. R., 2004. ISETL for matrices and linear programming. The Seventy-Second Annual Meeting of the Wisconsin Section of the MAA. UW-Platteville.
- Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. and Nichols, D., 1992. Development of the process conception of function, Educational Studies in Mathematics, 23, 247-285.
- Brenton, L. and Edwards, T., 2003. Sets of sets: a cognitive obstacle, The College Mathematics Journal, Academic Research Library, 34 (1), 31.
- Brown, A., DeVries, D. J., Dubinsky, E. and Thomas, K., 1997. Learning binary operations, groups, and subgroups, Journal of Mathematical Behavior, 16 (3), 187-239.
- Bush, J., 1998. An exploratory study of two student's understandings group theory concepts prerequisite to the concept of quotient group, Unpublished doctoral dissertation, University of Northern Colorado, Colorado.

- Cannon, J. and Playoust, C., 1997. Using the Magma computer algebra system in abstract algebra courses, *Symbolic Computation*, 23, 459-484.
- Carter, N., 2003. Advanced introduction to Group Explorer. A talk by Nathan Carter, <http://neville.math.indiana.edu/nathan/groupexplorer>.
- Clark, J. M., DeVries, D. J., Hemenway, C., John, D., Tolias, G. and Vakil, R., 1997. An investigation of students' understanding of abstract algebra (binary operations, groups and subgroups) and the use of abstract structures to build other structures (through cosets, normality and quotient groups). *Journal of Mathematical Behavior*, 16 (3), 181-185.
- Clement, J., Lonchhead, J. and Soloway, E., 1980. Positive effects of computer programming on students' understanding of variables and equations, *Comm. ACM*, 467-474.
- Cnop I., 1997. Implementing abstract mathematical concepts using computer algebra packages, *International Conference on Technology in Mathematics Teaching, ICTMT-3*.
- Cnop I. and Grandsard, F., 1998. Teaching abstract algebra using small group instruction, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 29(6), 843-850.
- Committee on the Undergraduate Mathematics, 1971. Panel on teacher training, Recommendations on course content for training of teachers of mathematics. In a compendium of CUPM recommendations: Studies discussions and recommendations by the committee on the undergraduate program in mathematics of the Mathematical Association of America, 158-202, The Mathematical Association of America, Washington, DC
- Committee on the Undergraduate Program in Mathematics, 1981. Recommendations for a general mathematical sciences program, The Mathematical Association of America, Washington, DC.
- Conference Board of the Mathematical Science, 2001. The mathematical education of teachers, Providence, RI: American Mathematical Society.
- Çallıalp, F., 1991. Çözümlü soyut cebir problemleri, Sönmez Matbaa, Samsun.
- Davis, R.B., Maher, C.A. and Noddings, N., 1990. Constructivist view on the teaching and learning of mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, Monograph, No.4, Reston: NCTM.
- Deck, K., 2001. Teaching abstract algebra with ISETL, In A.C.Hibbard and E.J.Maycock (Eds), *Innovations in Teaching Abstract Algebra*, MAA Notes, 60, The Mathematical Association of America.
- DiSessa, A., 1990. Knowledge in pieces. Constructivism in the computer age, Lawrence Erlbaum Associates Publishing, London.
- Dossey, J. A., Lindquist, M. M. And Chambers, D. L., 1988. The mathematics report card: Trends and achievement based on the 1986 national assessment, Princeton, NJ: Educational Testing Service.
- Dreyfus, T., 1990. Advanced mathematical thinking. In P. Nesher and J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematical Education*, 113-134, Cambridge University Press.
- Dreyfus, T., 1991. Advanced mathematical thinking process. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking*, 25-41, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.

- Dreyfus, T., 1995. Guest editorial, special issue- Advanced mathematical thinking, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 93-95.
- Driver, J. M., 2001. The effects of two teaching models on community college students in an online college algebra lesson, Unpublished doctoral dissertation, Texas Tech University.
- Dubinsky, E., 1986. On teaching mathematical induction 1, *Journal of Mathematical Behavior*, 5, 305-317.
- Dubinsky, E., 1989. On teaching mathematical induction 2, *Journal of Mathematical Behavior*, 8, 285-304.
- Dubinsky, E. and Schwingendorf, K. E., 1990. Calculus, concept and computers- Innovations in learning calculus. In T. Tucker (Ed), *Priming the calculus pump: Innovations and Resources*, MAA Notes, 17, 175-198, Reston: MAA, The Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E. and Schwingendorf, K. E., 1991a. Constructing calculus concept: Cooperation in a computer laboratory. In Carl Leinbach(Ed), *The laboratory approach to teaching calculus*, MAA Notes, 20, MAA, The Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E. and Schwingendorf, K. E., 1991b. Calculus concepts and computers: Some laboratory project. In Carl Leinbach(Ed), *The laboratory approach to teaching calculus*, MAA Notes, 20, MAA, The Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E. and Tall, D., 1991. Advanced mathematical thinking and the computer. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking*, 231-248, Kluwer Academic Publisher, Netherlands.
- Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U. and Zazkis, R., 1994. On learning fundamental concepts of group theory, *Educational Studies in Mathematics*, 27 (3), 267-305.
- Dubinsky, E. and Leron, U., 1994. *Learning abstract algebra with ISETL*, Springer-Verlag, New York.
- Dubinsky, E., 1994. Pedagogical change in undergraduate mathematics education in Bettye Anne case, Editor you are the professor, What next, MAA Notes, 35, 114-119, MAA, The Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E., 1995. ISETL: A programming language for learning mathematics. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 48, 1-25.
- Dubinsky, E. and Yiparaki, O., 1996. Predicate calculus and mathematical thinking of students, DIMACS Symposium: Teaching Logic and Reasoning in Illogical World, 25-26 July, Rutgers University, Piscataway, New Jersey.
- Dubinsky, E., Dautermann, J., Leron, U. and Zazkis, R., 1997. A reaction to Burn's "What are the fundamental concepts of group theory?" *Educational Studies in Mathematics*, 34 (3), 249-253.
- Dubinsky, E., 1997. On learning quantification, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16 (2/3), 335-362.
- Dubinsky, E., 1997. Some thoughts on a first course in linear algebra at the college level. In D. Carlson, C.R. Johnson, D.C. Lay, R.D. Porter, A. Watkins and W. Watkins (Eds), *Resources for Teaching Linear Algebra*, MAA Notes, 42, 85-106, MAA, The Mathematical Association of America.
- Dubinsky, E., 2000. Meaning and formalism in mathematics, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, 211-240.

- Dubinsky, E. and McDonald, M.A., 2001. APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton *et al.* (Eds.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level: An ICMI study*, 273-280, Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E., -. Writing programs to learn mathematics, Unpublished report, <http://www.math.kent.edu/~edd/publications.html>
- Durmuş, S., 2001. Matematik eğitiminde oluşturmacı yaklaşımlar, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 1, 93-107.
- Edwards, T. and Brenton, L., 1999. An attempt to foster student's construction of knowledge during a semester course in abstract algebra, *The College Mathematics Journal*, Academic Research Library, 30 (2), 120.
- Ersoy, Y., Kaya, R., Aksu, M., Tezer, C., Demirbaş, M. ve Özdeş, A., 1991. Matematik öğretimi, *Anadolu Üniversitesi, Açık Öğretim Fakültesi Yayınları* No. 113, Eskişehir.
- Ersoy, Y., 1997, Bilgisayarın matematik eğitiminde kullanılması, *Ortaöğretim Matematik Öğretimi* (Ed. A.Baki ve A.Bell), Cilt 2, YÖK/Dünya Bankası MEGP, Ankara.
- Ersoy, Y., 2001. Bilişim teknolojileri ve eğitim-1: Okullarda matematik öğretimine yansımalar, *Çağdaş Eğitim Dergisi*, 281, 8-12.
- Ersoy, Y., 2001. Bilişim çağı eşiğinde sınıf ve matematik öğretmenlerinin yeni işlevler ve roller edinmeleri, *İlköğretim Online*, 1 (2), 52-61.
- Ersoy, Y., 2003a. Teknoloji destekli matematik eğitimi-1: Gelişmeler, politikalar ve stratejiler, *İlköğretim Online*, 2 (1), 18-27.
- Ersoy, Y., 2003b. Teknoloji destekli matematik eğitimi-2: Hesap makinesinin matematik etkinliklerinde kullanılması, *İlköğretim Online*, 2 (2), 35-60.
- Fenton, W. E. and Dubinsky, E., 1996. *Introduction to discrete mathematics with ISETL*, Springer-Verlag, New York..
- Findell, B. R., 2001. Learning and understanding abstract algebra, Unpublished doctoral dissertation, University of New Hampshire.
- Freedman, H., 1983. A way of teaching abstract algebra, *American Mathematical Monthly*, 90 (9), 641-644.
- Friedman, M., 1993. Research: The sparse component of calculus reform, Part 1: An analysis of the reform effort, *PRIMUS*, 3, 4-10.
- Gallian, J., 1980. Integration vs specialization, *Mathematics Curriculum Conference*, Northfield, Minnesota: Small World Press.
- Gallian, J., 1990. *Contemporary abstract algebra*, Second edition, D. C. Heath and Company.
- Garofalo, J., 1989. Beliefs, responses, and mathematics education: Observations from the back of the classroom, *School Science and Mathematics*, 89, 451-455.
- Genel, T. 1999. Ortaöğretimde ikinci dereceden fonksiyonların grafiği konusunun öğretiminde bilgisayar desteğinin rolü, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 189-196.
- Gilbert, W. J., 1976. *Modern algebra with applications*, John Wiley and Sons, Inc, Newyork, London, Sydney, Toronto.
- Grinevitch, O. A., 2004. Student understanding of abstract algebra: A theoretical examination, Unpublished doctoral dissertation, Bowling Gren State University, Ohio.

- Gordon, G., 1996. Using wallpaper groups to motivate group theory, *PRIMUS*, 4 (4), 355-365.
- Gordon, G., 2001. Using geometry in teaching group theory. In A.C. Hibbard and E.J. Maycock (Eds), *Innovations in Teaching Abstract Algebra*, MAA Notes, 60, The Mathematical Association of America.
- Halis, İ., 2002. Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Hatfield, L. L., 1981. Towards comprehensive instructional computing in mathematics, *NCTM year book*, 1-9.
- Hazzan, O., 1995. Undergraduate student's understanding of abstract algebra concepts, Unpublished Ph.D. Thesis, Technion- Israel Institute of Technology, Israel.
- Hazzan, O., 1999. Reducing abstraction level when learning abstract algebra concepts, *Educational Studies in Mathematics*, 40, 71-90.
- Hazzan, O., 2003. How students attempt to reduce abstraction in the learning of mathematics and in the learning of computer science, *Computer Science Education*, 13 (2), 95-122.
- Hazzan, Ö. and Zazkis R., 2005. Reducing abstraction: The case of school mathematics, *Educational Studies in Mathematics*, 58, 101-119.
- Hegedus, S., 1998. Advanced mathematical thinking working group, *Proceedings of the Day Conference Held at King's College, London and University of Birmingham*.
- Heid, M. K., Harel, G., Ferini-Mundy, J., Graham, K., . Advanced mathematical thinking: Implications of various perspectives on advanced mathematical thinking for mathematics education reform, <http://www.personal.psu.edu/staff/m/k/mkk2/AMTheid.pdf>.
- Hernandez, P. M. and Trigueros, M. G., 1999. A computer-based approach to the teaching of the concept of variable in algebra, *Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, September 16-19.
- Hodgson, T., 1995. Reflections on the use of technology in the mathematics classroom, *PRIMUS*, 5 (2), 178-191.
- Hoyles, C., 1992. *Learning mathematics and LOGO*, The MIT Press, Cambridge.
- Hunting, R. B. 1997. Clinical interview methods in mathematics education research and practice, *Journal of Mathematical Behaviour*, 16 (2), 145-165.
- Kaltofen, E., 1997. Teaching computational abstract algebra, *Symbolic Computation*, 23, 503-515.
- Karasar, N., 1998. Bilimsel araştırma yöntemi, 8. Baskı, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Keppelmann, E. and Webb, B., 2000. *Finite Group Behavior*, a software package for beginning group theory, Author's preprint.
- Kleiner, I., 1994. The teaching of abstract algebra: An historical perspective. In F. Swetz, J. Fauvel, O. Bekken, B. Johansson and V. Katz (Eds), *Learn From The Masters!*, 225-239, The Mathematical Association of America.
- Kleiner, I., 1998. A historically focused course in abstract algebra, *Mathematics Magazine*, 71 (2), 105, Academic Research Library.
- Kleiner, I., 2001. *Modern algebra and the rise of mathematical structures (Book Review)*, *Historia Mathematica*, 28 (4), 304-312.
- Kolodnytsky, M. M., Kovalchuk A. M., Kuryata, S. V. and Levitsky, V. G., 2001. Interactive visual software system for problem solving and teaching in finite

- group theory, Proceedings of the 23rd International Conference on Information Technology Interfaces, Pula, Croatia, 409-416.
- Konyalıoğlu, A.C., 2003. Üniversite düzeyinde vektör uzayları konusundaki kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi, Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi.
- Konyalıoğlu, S. ve Dikici, R., 2004. Normal altgrup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde ISETL programlama dilinin rolü, Selçuk Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 16-17-18, 249-254.
- Krishnamani, V. and Kimmins D., 1993. Using technology as a tool in abstract algebra and calculus: The MTSU Experience, Seventh Annual ICTCM Reference Code FB18.
- Kulich, L., 1999. Enhancing college-level understanding of group theory with technology, Proceedings of ICTMT4 Plymouth.
- Kulich, L., 2000. Computer algebra in abstract algebra. The International Journal of Computer Algebra in Mathematics Education, 7, 213-219.
- Kunyosyng, S., 1999. Computer algebra in introductory group theory: Exploring permutation groups with Maple V, <http://www.cs.runet.edu/~atcm/EPATCM99/ATCMP002/paper.html>.
- Kurland, D. M., Pea, R. D., Clement, C. and Mawby, R., 1986. A study of the development programming ability and thinking skills in high school students, Journal of Educational Computing Research, 2 (4), 429-458.
- Leitzel, J. R. C. (Ed.), 1991. A call for change: Recommendations for the mathematical preparation of teachers of mathematics, MAA Reports No. 3, The Mathematical Association of America, Washington, DC
- Leron, U. and Dubinsky, E., 1995. An abstract algebra story, American Mathematical Monthly, 102 (3), 227-242.
- Liau, Y. and Bright, G. W., 1991. Effects of computer programming on cognitive outcomes: A meta-anlysis, Journal of Educational Computing Research, 7 (3), 251-268.
- McMillan, J.H. and Schumacher, S., 2001. Research in education: A conceptual introduction, Fifth editions, Addison Wesley Longman Inc., New York
- Mitchell, J. M., 2001. Computer technology in teacher education: Tool for communication, medium for inquiry, object of critique, Unpublished doctoral dissertation, The University of British Columbia.
- Monaghan, J., Sun, S. and Tall, D., 1994. Construction of the limit concept with a Computer Algebra System, Proceedings of PME 18, Lisbon, 3, 279-286.
- Muench, D. L., 1990. Learning discrete mathematics with ISETL, American Mathematical Monthly, 861-864. Book Review.
- Nardi, E., 2000. Mathematics undergraduates' responses to semantic abbreviations, 'geometric' images and multi-level abstractions in group theory, Educational Studies in Mathematics, 43, 169-189.
- National Council of Teachers of Mathematics, 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics, Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics, 1991. Professional standards for teaching mathematics, Reston, VA: Author.
- Nicholson, J., 1993. The development and understanding of the concept of quotient group, Historia Mathematica, 20 (1), 68-88.

- Nwabueze, K. K., 2002. Computers in abstract algebra, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(1), 39-49.
- Özgün-Koca, A. 2001. Computer based representation in mathematics classroom: The effects of multiple linked and semi-linked representations on student's learning of linear relationship, Unpublished doctoral dissertation, Ohio State University.
- Papert, S., 1980. *Mindstorms: Children, computer and powerful ideas*, Basic Books, Brighton, Harvester Press.
- Perry, A. B., 2004. A discovery oriented technology enhanced abstract algebra course, *Education: Summer 2004*, Academic Research Library, 124, 4.
- Pesonen, M. and Malvela, T., 2000. A reform in undergraduate mathematics curriculum: more emphasis on social and pedagogical skills, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31 (1), 113-124.
- Piaget, J., 1972. Comments on mathematical education. In A. J. Howson (Ed.), *Developments in Mathematical Education*, Proceedings of the Second International Congress in Education, Cambridge University Press.
- Rainbolt, J., 2001. Using GAP in an abstract algebra class, In A.C.Hibbard and E.J.Maycock (Eds), *Innovations in Teaching Abstract Algebra*, MAA Notes, 60, The Mathematical Association of America.
- Ruiz, F. and Penas, M., 2002. Artistic designs by means of algebraic structures, *Matomium*, Brussels Symposium.
- Salomon, G. and Perkins, D. N., 1987. Transfer of cognitive skills from programming: When and how?, *Journal of Educational Computing Research*, 3 (2), 149-169.
- Sarhangi, R. and Zimmerman, J., 2005. Symmetries and design science two graduate courses for a mathematics education program, *Renaissance Banff Conference*, July 31 –August 3, London, England.
- Schattschneider, D., 1978. The plane symmetry groups: Their recognition and notation, *American Mathematical Monthly*, 85, 439-450.
- Schattschneider, D., 1997. Visualization of group theory concepts with dynamic geometry software. In J. R. King and D. Schattschneider (Eds), *Geometry Turned On! Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research*, The Mathematical Association of America.
- Selden, A. and Selden, J., 1987. Errors and misconceptions in college level theorem proving, *Proceedings of the second international seminar on misconceptions and educational strategies in sciences and mathematics*, J.D. Novak (Ed), 3, Cornell University, July, 457-470.
- Selden, A. and Selden, J., 1990. Constructivism in mathematics education: A view of how people learn, *UME Trends*, 2 (1), 8.
- Selden, A. and Selden, J., 1993. Collegiate mathematics education research: What would that be like? *The College Mathematics Journal*, 24 (5), 431-445.
- Senechal, M., 1987. Introduction: The textbook implicitly raises some very interesting and important pedagogical problems (Book Review), *American Mathematical Monthly*, 567-570.
- Senechal, M., 1988. The algebraic Escher, *Structural Topology*, 15, 31-42.
- Senemoğlu, N., 2001. Gelişim, öğrenme ve öğretim: Kuramdan uygulamaya, 3.Baskı, Başak Matbaası, Ankara.
- Sezer, R., 2000. A comparative analysis of college preparatory mathematics education in Turkey, Unpublished doctoral dissertation, Columbia University.

- Shore, M. A., 1999. The effect of graphing calculators on college students' ability to solve procedural and conceptual problems in developmental algebra, Unpublished doctoral dissertation, College of Human Resources and Education at West Virginia University.
- Smith, R. S., 2001. A collaborative learning constructivist approach to abstract algebra using ISETL. In A.C. Hibbard and E.J. Maycock (Eds), *Innovations in Teaching Abstract Algebra*, MAA Notes, 60, The Mathematical Association of America.
- Soloway, E., 1988. It's 2020: Do you know what your children are learning in programming class? In R. S. Nickerson and P. P. Zohdies (Eds.) *Technology in education: Looking toward 2020*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Steen, L. A., 1992. Heeding the call for change: Suggestions for curricular action, MAA Notes No. 22, The Mathematical Association of America, Washington, DC.
- Tall, D., 1996. Advanced mathematical thinking and the computer, *Proceedings of the 20th University Mathematics Teaching Conference*, 1-8, Shell Centre, Nottingham.
- Thompson, P. W., 1993. Yes, Virginia, some children do grow up to be mathematicians, *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (3), 279-284.
- Tucker, A. C. and Leitzel, J. R. C., 1995. Assessing calculus reform efforts: A report to the community, The Mathematical Association of America, Washington, DC.
- Ubuz, B., 2000. Conceptual and professional development of learners and teachers in technologically enriched classrooms, *The 9th International Congress on Mathematical Education (ICME 9)*, July 31- August 6, Tokyo/ Makuhari, Japan.
- Ubuz, B., 2002. Development of calculus concepts through a computer based learning environment, *Second International "Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)*, 1-6 July, Hersonisses, Crete, Greece.
- Uşun, S., 2000. *Dünyada ve Türkiye'de bilgisayar destekli öğretim*, Birinci Baskı, Pegem A Yayınları, Ankara.
- Vidakovic, D., 1996. Learning the concept of inverse function, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 15 (3), 295-318.
- Wavrik, J. J., 2003. Using Groups32 in instruction, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, to appear.
- Zazkis, R. and Gunn, C., 1997. Sets, subsets and the empty set: Students' constructions and mathematical conventions, *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 16 (1), 133-169.

EKLER

EK 1. NORMAL ALTGRUP VE BÖLÜM GRUBU BİLGİ TESTİ

1. “ G bir grup ve $H < G$ olsun. Her $g \in G$ ve her $h \in H$ için $ghg^{-1} \in H$ ise H alt grubuna G nin bir normal alt grubu denir.”

Normalliğin bu tanımına denk olan diğer tanımlarını yazınız.

2. Bir grubun tüm alt gruplarının normal olduğunu garantileyen bir özelliğini ifade ve ispat ediniz.

3. G bir grup ise merkezi, $M = \{a \in G : \text{her } x \in G \text{ için } ax = xa\}$ ’ nin bir normal alt grup olduğunu gösteriniz.

4. Z_{15} de $G = \{1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14\}$ grubunun ve $H = \{1, 14\}$ alt grubunu düşünelim.

a. G/H grubunu teşkil ediniz.

b. G/H grubunun işlemi nedir? (G/H grubundaki iki elemanı nasıl çarparsınız?)

c. G/H grubunun işlem tablosunu yapınız.

d. G/H grubundaki özdeş eleman nedir?

5. S_3 simetrik grubu için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. S_3 grubunun bir N normal alt grubunu ve bir normal olmayan H alt grubunu bulunuz.

b. S_3/N bölüm grubunu bulunuz

EK 2. MATEMATİK TUTUM ÖLÇEĞİ

Bu ölçek sizin matematik dersiyle ilgili düşüncelerinizi öğrenmek için hazırlanmıştır. Cümlelerden hiçbirinin kesin bir cevabı yoktur. Her cümleyle ilgili görüş, kişiden kişiye değişebilir. Bunun için vereceğiniz cevaplar kendi görüşünü yansıtmalıdır.

Her cümleyle ilgili görüş belirtirken önce cümleyi dikkatle okuyunuz, sonra cümlede belirtilen düşüncenin, sizin düşünce ve duygunuza ne derece uygun olduğuna karar veriniz. Cümlede belirtilen düşünceye; Hiç katılmıyorsanız **A** seçeneğini, Katılmıyorsanız **B** seçeneğini, Kararsız iseniz **C** seçeneğini, Kısmen katılıyorsanız **D** seçeneğini, Tamamen katılıyorsanız **E** seçeneğini işaretleyiniz.

	A	B	C	D	E
1. Matematik beni korkutmuyor					
2. Matematik sevdiğim dersler arasındadır					
3. Matematik çalışmayı isterim					
4. Matematiği hayatım boyunca bir çok yerde kullanacağım					
5. Matematik çalışırken gergin olurum					
6. Yeni bir matematik problemiyle uğraşırken kendimi rahat hissedirim					
7. Matematiği anlamaya çalışmak zaman kaybıdır					
8. Matematik çalışmanın teşvik edici hiçbir yanı yok					
9. Matematik öğrenmek zahmete değer					
10. Matematik problemlerini çözmeye çalışmak bana çekici gelmiyor					
11. Matematik çalışırken sıra dışı bir soruyla karşılaşınca yanıt bulana kadar uğraşırım					
12. Bu derste öğrendiklerimi günlük hayatta kullanacağımı sanmıyorum					
13. Bazı insanların matematikten nasıl bu kadar hoşlandıklarını anlamıyorum					
14. Meslek hayatımda matematiği kullanacağımı düşünmüyorum.					
15. Zorunlu olmasam matematik dersine girmezdim					
16. Matematik çalışmaya başlayınca bırakmak zor gelir					

17. Matematiği iyi bilmek çalışma olanaklarını arttıracaktır					
18. Matematik derslerinde iyi notlar alabilirim					
19. Matematik çalışırken kaygılı olmam					
20. Matematiksel düşünme yeteneğine sahip değilim					
21. Karşılaştığım problemleri matematik kullanarak çözmek hoşuma gider					
22. Matematiği anlayamayacağımı düşünüyorum					
23. Matematik bir bilim değil yalnızca bir araçtır					
24. Derste özümü yarım kalan matematik sorularıyla uğraşmak bana zevk verir					
25. Matematik derslerinde başarılı olmak benim için önemlidir					
26. Matematik çalışmak gerektiğinde kendime güvenmem					
27. Matematik alanında iddialıyım					
28. Başkalarıyla matematik hakkında konuşmaktan hoşlanmam					
29. Matematik dersinden zevk alıyorum					
30. Matematiğin adını bile duymak beni huzursuz eder					
31. Bundan başka matematik dersi almak istemiyorum					
32. Diğer dersler bana matematikten daha önemli gelir					
33. Matematik en çok korktuğum derslerden biridir					
34. Matematik kafamı karıştırır					
35. Matematik sıkıcıdır					
36. Bu dersin mesleğime hiçbir katkısı yoktur					
37. Matematik çalışırken kendimi çok çaresiz hissediyorum					
38. Keşke diğer derlerde matematik kullanmam gerekmeseydi					

EK 3. ÇALIŞMA YAPRAKLARI

ÇALIŞMA YAPRAĞI 1

1. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olun.

- a. Bilgisayarı nasıl açarsınız?
- b. Bilgisayarı nasıl kapatırsınız?
- c. Bilgileri nasıl girersiniz? Klavyeden? Farede?
- d. Ekranda nasıl hareket edersiniz? Tuşlarla? Fareyle?
- e. Nasıl klasör oluşturunuz?
- f. Dosyaları nasıl saklarsınız ve sonra tekrar nasıl silersiniz?

2. Aşağıdaki soruları cevaplayabileceğinizden emin olun.

- a. ISETL oturumunu nasıl başlatırsınız?
- b. ISETL oturumunu nasıl bitirirsiniz?
- c. Sisteme bilgileri nasıl girersiniz?
- d. Sisteme bir dosyadan bilgiyi nasıl transfer edersiniz?
- e. Değişiklikleri nasıl yaparsınız? Materyal çıkarıp yada ekleyerek mi?
- f. Bir oturumda yaptığınız çalışmayı nasıl saklarsınız?

3. Aşağıdakiler ISETL’de çalışırken ekranda belirecek olan ifadelerdir. Satır başındaki > yada >> sembolünün yanına bir kod girmelisiniz (> yada >> sembolleri ISETL promptlarıdır. Promptu siz girmeyeceksiniz. ISETL onu size sağlayacaktır). Satırın sonunda ENTER yada RUN tuşuna basın. Diğer satırları ISETL getirecektir. ISETL’ye başlayın ve belirtilen cevapları elde etmek için işlem yapın.

```
> 7+18;  
25;
```

```
> 13 * (-233.8);  
-3039.400000;
```

```
> 170  
>> + 237 - 460  
>> * 2;  
-513;
```

```
> 3 + 2; 2 +  
5;  
>> 1;  
3;
```

```
> 3 +  
>> 2;  
5;
```

```
> 9/3;  
3.000000;  
> 9/4;  
2.250000;
```

```
> 9/0;  
!Error: Divide by zero
```

```
> 3**2;
```

```
9;
```

```
> 3**(1/2);
```

```
1.732051;
```

```
> 9**(1/2);
```

```
3.000000;
```

```
> (-1)**(1/2);
```

```
OM;
```

```
> n := 37 mod 23;
```

```
> n;
```

```
14;
```

```
> N;
```

```
OM;
```

```
> p := -4 mod 23;
```

```
> p;
```

```
19;
```

4. Aşağıda **ISETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```

>   b := 10;
>   b;
>   b + 20;
>   b := b - 4;
>   b; B;
>   a := 0; b := 1; c := 2; d := 3;
>   a := d ; b := c; c := b ; d := a;
>   a; b; c; d;
>   c := a;

>   7 mod 4; 11 mod 4; -1 mod 4;
>   (23 + 17) mod 3;

>   is_integer(5); is_integer(-13);
>   is_integer(6/4); is_integer(6/3);
>   is_integer(3.6); is_integer(6-3);
>   is_integer(0); is_integer( 2-2);

```

5. Aşağıda bazı ISETL kodları verilmiştir. Her bir bölümü okuyup sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```

>   x := 2; y := 4;
>   if ( x + y ) mod 6 = 0 then
>>   cevap := "toplamaya gore ters";
>>   end;
>   cevap;

>   if ( x+ y) mod 6 = 0 then
>>   cevap := "toplamaya";

```

```
>>         cevap := cevap + "gore ters";
>>     end;
>     cevap;

>     if ( x * y ) mod 6 = 1 then
>>         cevap := "çarpmaya gore ters";
>>     else   cevap := " çarpmaya gore ters degil";
>>     end;
>     cevap;

>     if ( x* y) mod 7 = 0 then
>>         cevap := " çarpmaya gore ters degil";
>>     elseif ( x * y) mod 7 = 1 then
>>         cevap := " ters";
>>     end ;
>     cevap;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 2

1. Aşağıda **SETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **SETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> T1 := [0..19]; T1;
> T2 := [0,2..19]; T2;
> T3 := [0,6..19]; T3;
> T1(5); T2(5); T3(5);
> #T1; #T2 ; #T3;

> T4 := [1,2,"soyut", "cebiri",T2,3<2,[ "cebiri", "SETL"]]; #T4;
> T4(7); T4(7)(2);
> 2 in T4; 5 in T4; "SETL" in T4;

> E := [2,1>2 , [1,2]] ; E1 := [ 1>2, 2, [1,2]];
> E2 := [2,1>2 ,[1,2],2];
> E = E1; E = E2 ; E1= E2;

> F := [2,1>2 , [1,2]] ; F1 := { 1>2, 2, [1,2]};
> F2 := {2,1>2 ,[1,2],2};
> F = F1;F = F2 ; F1= F2;

> N := {0,1,{0,1}}; R := [0,1,{0,1}];
> N = R;
```

```
> B := [1,2,1,3,1,4];
> C := {1,2,1,3,1,4};
> #B; #C;
> B; B; B; C; C; C;
```

```
> Z20 := {0..19}; Z20;
> T1(5); Z20(5);
```

2. 1. Aktivite ile ilgili düşüncelerinizi birkaç paragraf halinde yazınız. Ne tahmin etmiştiniz? Sonuç ne oldu? $\{ \dots \}$ ile $[\dots]$ arasındaki fark nedir? ! setrandom on / off emirlerinin etkisi nedir?

3. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> G := {[a,b,c] : a,b,c in [0,2,4]};
> H := {[a,b,c] : a,b,c in [1..3]};
> K := {[a,b,c] : a,b,c in [1,3]};
> H;G; K; H union K , K subset H;
```

```
> S3 := {[a,b,c]: a , b , c in [1..3]: # { a,b,c} = 3};
> S3;
```

```
> p := [3,1,2]; q := [3,2,1]; r := [p(q(i)) : i in [1..3]];
> r;
```

```
> % + [1..10]; % * [1..6] ; % or[2=1,2=2,2=3,2=4];
```

4. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> Z20 := {0..19};
> S3 := {[a,b,c] : a,b,c in [1..3] : # {a,b,c}=3};

> forall x in Z20 : ( x+0 ) mod 20 = x;
> forall x in Z20 : ( x+3 ) mod 20 = x;

> exists p in S3 : p(1) < p(2);
> exists p in S3 : p(1) = p(2);
> forall x in Z20 : ( e + x ) mod 20 = x;

> forall x in Z20 : (exists x' in Z20 : (x + x') mod 20 = 0);
> forall p , q in S3 : [p(q(i)) : i in [1..3]] in S3;

> forall x in Z20 : ( x + e ) mod 20 = x);
> e := choose g in Z20 : (forall x in Z20 : ( x + g ) mod 20 = x);
> e;
```

ÇALIŞMA YAPRAĞI 3

1. Aşağıda **ISETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> f := func(x);
>> return
>> (x + 3) mod 6;
>> end;

> f := func(n);
>> return {1..n};
>> end;

> Z9 := {0..8};
> ters := func(x);
>> return
>> (x * g) mod 9 = 1;
>> end;
> ters(1); ters(2); ters(6); 3* ters(3);
```

2. Aşağıda **ISETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> Z20 := {0..19};
```

```

> o := func(x,y);
>> return
>> (x+y) mod 20;
>> end;

> G := {1..12};
> op := func(x,y);
>> return
>> (x*y) mod 13;
>> end;

```

3. Aşağıda verilen açıklamalar ışığında bir **ISETL** “func” u tanımlayın:

G, 1 den 6 ya kadar olan tamsayılar kümesi ve ‘o’, iki değişkenin mod 7 ye göre çarpımları kuralıyla tanımlanan bir ikili işlem olsun. Tanımlayacağınız yeni “func” un input parametresi g olsun. ‘o’ işlemi altında g ile çarpımı 1 olan bir eleman seçiniz.

4. a. “func” un adı kapalılık olsun ve iki input parametresi alsın. Bir G kümesi ve ‘o’ ikili işlemi. İşlemi Aktivite 2 deki gibi seçebilirsiniz. Kapalı “func” unda G nin iki elemanına ‘o’ işlemi uygulandıktan sonra sonuç elemanının da G de olacağını tanımlayın.

b. “func” un adı değişme olsun ve iki input parametresi alsın. Bir G kümesi ve ‘o’ ikili işlemi. İşlemi Aktivite 2 deki gibi seçebilirsiniz. Değişme “func” unda G nin iki elemanına ‘o’ işlemi uygulandıktan sonra elemanların yerini değiştirerek aynı işlem uygulandığında sonuç elemanının her iki durumda da aynı olacağını tanımlayın.

c. “func” un adı birleşme olsun ve iki input parametresi alsın. Bir G kümesi ve ‘o’ ikili işlemi. İşlemi Aktivite 2 deki gibi seçebilirsiniz. Birleşme “func” unda G nin üç elemanını

alalım. İlk iki elemana 'o' işlemini uyguladıktan sonra sonuç elemanı üçüncü eleman ile 'o' işlemine tabi tutalım. Aynı işlemi önce son iki elemana uygulayıp sonra sonuç elemanı diğer elemanla işleme tabi tutalım.

d. "func" un adı birim olsun ve iki input parametresi alsın. Bir G kümesi ve 'o' ikili işlemi. İşlemi Aktivite 2 deki gibi seçebilirsiniz. Birim "func" unda G nin tüm elemanları ile işleme girdiğinde o elemanları etkileyemeyen bir 'e' elemanını arayacaksınız .Böyle bir değer varsa ekrana gelecektir, aksi durumlarda "om" yanıtını alacaksınız.

e. "func" un adı ters olsun ve üç input parametresi alsın. Bir G kümesi , 'o' ikili işlemi ve G kümesinin bir elemanı. İşlemi Aktivite 2 deki gibi seçebilirsiniz. Ters "func" unda G nin bir elemanı ile bu elemanın tersine işlemi uygulandıktan sonra sonucun birim eleman olacağını belirten bir "func" tanımlayın.

ÇALIŞMA YAPRAĞI 4

1. Geçen ders çalıştığınız bazı fonksiyonlar aşağıda sıralanmıştır.

Kapalılık – Birleşme- Birim eleman – Ters eleman

Her bir “func” u yeniden tanımlayın ve input olarak ne tür objeler alındığını ve bu objelere yapılan işlemlerin neler olduğunu açıklayın.

2. Aşağıda verilen her bir seçenek için bir ISETL ikilisi oluşturun.

- a. G kümesi $\mathbb{Z}_{12}$ (12 nin kalan sınıflarının kümesi) ve o işlemi $+_{12}$ (mod 12 de toplama).
- b. G kümesi $\mathbb{Z}_{12}$ (12 nin kalan sınıflarının kümesi) ve o işlemi $*_{12}$ (mod 12 de çarpma).
- c. G kümesi $2\mathbb{Z}_{12}$ (12 nin çift kalan sınıflarının kümesi) ve o işlemi $*_{12}$ (mod 12 de çarpma).
- d. G kümesi $\mathbb{Z}_{12} - \{0\}$ ve o işlemi $*_{12}$ (mod 12 de çarpma).
- e. G kümesi $\mathbb{Z}_5$ ve o işlemi $*_5$ (mod 5 de çarpma).
- f. G kümesi $\mathbb{Z}_5 - \{0\}$ ve o işlemi $*_5$ (mod 5 de çarpma).
- g. G kümesi S_3 ($\{1,2,3\}$ kümesinin tüm permütasyonları kümesi) ve ‘o’ işlemi permütasyonların bileşke işlemi.

3. 2. aktivitedeki ikillere birim “func” u uygulayın. Sonucu tahmin edin. Sonra ters “func” u uygulayın ve sonucun ne olacağını tahmin edin.

4. 1. aktivitedeki “func” ları 2 . aktivitedeki her bir ikili için uygulayın ve ikililerin sağladığı özellikleri listeleyin.

5. Bu aktivitede 2. aktivitedeki bazı ikilileri çıkaracağız. Bu durumda 4. maddede bazı değişiklikler olacaktır. Aşağıdaki her bir seçenek için istenen kümeyi listeden çıkarın ve geriye kalan ikililerin sağladığı özellikleri yazın.

a. Listedен Z_{12} kümesini (b seçeneğini) çıkarın.

b. Listedен Z_{12} ve $2Z_{12}$ kümelerini çıkarın.

c. Listedен Z_{12} , $2Z_{12}$ ve Z_5 kümelerini çıkarın.

6. Yeni bir “func” tanımlayın. Adı grup olsun. 5. aktivitede geriye kalan kümelerin sağladığı özellikleri kabul eden bir “func” yazın.

ÇALIŞMA YAPRAĞI 5

1. Geçen ders yazdığınız grup “func” unu aşağıda verilen H kümeleri için uygulayın.

a. $G = \mathbb{Z}_{20}$, H, G kümesindeki çift tamsayılar kümesidir.

b. $G = S_4$, H, S_4 kümesindeki çift permütasyonların kümesidir.

2. Alt grup için yeni bir “func” tanımlayalım. Adı altgrup olan bir “func” tanımlayın. Input olarak G grubunu, ‘o’ işlemini ve H kümesini alalım. Altgrup “func” unda üç şartın sağlanmasını isteyelim. H kümesinin G grubunun alt kümesi olması, H kümesinin ‘o’ işlemine göre kapalı olması ve H kümesindeki her elemanın tersinin H kümesinde olması.

3. Aşağıdaki alt kümelerin grup olup olmadığını kontrol ediniz. Bunu yaparken size göre en etkili metodu kullanabilirsiniz.(Aşağıdaki seçeneklerde işlem verilmemiştir. G kümesini grup yapan işlemi siz belirleyin.)

a. $G = \mathbb{Z}_{11} - \{0\}$, $H = \{0,1,2,3\}$

b. $G = \mathbb{Z}_{12}$, $H = \{0,1,2,3\}$

c. $G = \mathbb{Z}_{12}$, $H = \{0,3,6,9\}$

d. $G = \mathbb{Z}_{20}$, $H = \{0,3,6,9\}$

e. $G = S_3$, H kümesi (123) devirinin tüm kuvvetleri.

f. $G = S_4$, $H = \{(12), (13), (14)\}$

g. $G = S_4$, $H = \{p : p(4) = 3 \text{ ve } p \in S_4\}$

4. Aşağıdaki sonsuz kümelerin alt grup olup olmadığını bulunuz (Bunu **ISETL**'de yapamazsınız.).

a. Çift Tamsayılar kümesi

b. Tek tamsayılar kümesi

c. 3 ün katı olan tamsayılar kümesi



ÇALIŞMA YAPRAĞI 6

1. Aşağıda **ISETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **ISETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> sagyankume := func(H,g);
>> return
>> {h .o g : h in H };
>> end;
```

2. Aynı programı sol yan küme için tekrarlayınız.

3. Bu aktivitede sizden istediğimiz aşağıdaki sorulara cevap vermenizdir.

a. Bu altkümelerin her birinde kaç eleman bulunur?

b. G grubunun seçtiğiniz H alt grubuna göre kaç yan kümesi (alt kümesi) vardır?

c. G grubunun hangi elemanları bu alt kümelerin birkaçında birden bulunur?

d. G grubunun hangi elemanları bu alt kümelerin hiçbirinde bulunmaz?

4. Aktivite 1-2-3 ü tamamladıktan sonra düşüncelerinizi yazın ve yan kümelerin genel özelliklerini bulmaya çalışın.

5. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabım tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a. $G = \mathbb{Z}_{24}$, H ise 6 ile doğrulan alt grubu.

b. $G = \mathbb{Z}_7 - \{0\}$, $H = \{1, 6\}$.

c. $G = \mathbb{Z}_{20}$, $H = \{0, 5, 10, 15\}$.

d. $G = S_3$, $H = \{(1), (12)\}$.

e. $G = S_3$, $H = \{(1), (123), (132)\}$.

6. Bu aktivitede yapmanız gereken hangi durumlarda sol yan küme ile sağ yan kümenin eşit olduğunu araştırmaktır. Her zaman mı? Bazen mi? 5.aktivitenin d ve e şıklarına verdiğiniz cevap aynı mı?

ÇALIŞMA YAPRAĞI 7

1. Geçen ders tanımlanan sağ ve sol yan küme “func” larını kullanarak yeni bir “func” tanımlayalım. Adı normal olsun.

```
> normal := func(G,o,H);
>> return
>> forall g in G : sol(H,g)= sag(H,g);
>> end;
```

2. Aşağıda grup/ altgrup ikilileri verilmiştir. Her bir seçenek için normal “func” u uygulayın.

a. Z_{12} , $H = \{0,4,8\}$.

b. S_3 , A_3 .

c. S_3 , $T = \{(1),(12)\}$

d. S_4 , A_4 .

e. S_4 , $K = \{(1), (12), (34), (12)(34)\}$.

3. Şimdi tüm sağ yan kümelerin yada sol yan kümelerin grup olup olmadığını araştırın. Bunun için yeni bir işlem tanımlamak durumundasınız. Bir PR fonksiyonu tanımlayın. Input olarak G kümesini ve ‘o’ işlemini kabul edin. İki yan kümenin çarpımını tanımlayın.

```
> PR := func(G,o);
>> return func(x,y);
```

```
>> { a .o b : a in x , b in y };
>> end; end; end; > oo := PR(G,o);
```

Bölüm grubunun işlemi olarak seçtiğimiz 'oo' işleminin sağladığı özellikleri inceleyiniz.

4. a. 2.aktivitede verilenlerden hangilerinin sol yan kümeleri gruptur?

b. 2.aktivitede verilenlerden hangilerinin sağ yan kümeleri gruptur?

5. Sağ yan kümeler yada sol yan kümelerin 'oo' işlemine göre grup olmadığı durumlarda hangi grup aksiyomu sağlanmamıştır?

6. 2. aktivitede sağ yada sol yan kümelerin 'oo' işlemine göre grup olduğu durumlar için aşağıdaki soruları cevaplayın.

a. Birim eleman hangisidir?

b. Her bir elemanın tersini bulun.

c. İşlem tablosunu yapın.

EK 4. ÖĞRENCİ BİLGİ FORMU**Adı-Soyadı :****No :**

1. Daha önce bilgisayar kullandınız mı?

Hayır Evet Çok az

2. Herhangi bir bilgisayar programı yazdınız mı?

Hayır Evet Çok az

3. Bildiğiniz bir yazılım yada paket program var mı?

Hayır Evet

4. Bilgisayarda yazı yazabilir misiniz?

Hayır Evet Çok az

5. Grup tartışmalarına katılmak ister misiniz? Açıklayınız.

6. Daha önce grup çalışmasına katıldınız mı? Açıklayınız.

7. Sınıfta çalışma grubu oluşturmak istediğiniz kimse var mı?

8. Sınıfta çalışma grubu oluşturmak istemediğiniz kimse var mı?

EK 5. GÖRÜŞMELERLE İLGİLİ ÖN AÇIKLAMA METNİ

Bugün size soyut cebir ile ilgili bazı sorular sormak istiyorum. Bu soruların bir kısmını daha önce bilgisayar laboratuvarında veya sınıfta sormuş olabilirim. Sorulara vereceğiniz cevaplar; soyut cebir ve özellikle normal alt grup ve bölüm grubu kavramları hakkında öğrencilerin ne düşündüklerini belirlemede önemli bir rol oynayacaktır. Ayrıca bu görüşmeler sonucunda öğrencilerin soyut cebir dersinde bilgisayar kullanımı ile ilgili tutumlarının belirlenmesine de katkısı olacaktır.

Bu görüşme, notlarınızı etkilemeyecek ve yalnızca ikimiz arasında kalacaktır.

Vereceğiniz her bir cevabı yazarak not almak istiyorum. Tezde asıl isimleriniz kullanılmayacaktır. Bir soruya cevap vermek istemediğiniz durumda hemen diğer soruya geçebiliriz. Ayrıca istediğiniz anda görüşme bitebilir. Katılımınız için teşekkür ederim.

EK 6. DENEY GRUBU ÖĞRENCİLERİNİN ISETL İLE İLGİLİ TUTUMUNU BELİRLEMeye YÖNELİK GÖRÜŞME SORULARI

1. ISETL programlama dilini kullanarak bir şeyler öğrendiğimize inanıyor musunuz?
2. Soyut cebri bilgisayarda öğrenmek zevklimiydi?
3. ISETL programlama dili normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını öğrenmenizi nasıl etkiledi?
4. Soyut cebir hakkında ne düşünüyorsunuz? ISETL programlama dili düşüncenizi değiştirdi mi?
5. ISETL programlama dilinin diğer derslerde de kullanılmasını tavsiye eder misiniz?
6. ISETL programlama dilinde hoşunuza gitmeyen bir şey var mı?
7. ISETL programlama dilinde hoşunuza giden bir şey var mı?
8. Bilgisayar kullanımı ile ilgili bir gelişme oldu mu?

EK 7. DERS PLANLARI

1. HAFTA

1. DERS-2. DERS

Süre: 50'+50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç: ISETL'de temel işlemleri yapabilme.

Hedef Davranışlar:

1. Bilgisayarı açıp-kapama, dosya oluşturma ve kaydetme gibi temel işlemleri yapma.
2. ISETL'de oturum açma ve kapatma.
3. ISETL'de dosya oluşturup kaydetme.
4. ISETL'de temel keyword ve sintaksları yazma.
5. ISETL'de aritmetik işlemler yapma.
6. ISETL'de modüler aritmetik ile ilgili işlemler yapma.
7. If kalıbını yazma.

İşleniş: Uygulamanın başlayacağı ilk ders deney grubu öğrencilerine EK 4 teki öğrenci bilgi formu dağıtılacak ve bu formdaki bilgilere göre öğrenciler küçük çalışma gruplarına ayrılacaktır. Daha sonra çalışmanın amacı ve derslerin nasıl işleneceği hakkında bilgi verilecektir.

Öğrencilere ilk olarak bilgisayar ve daha sonra ISETL kullanımı ile ilgili bilgiler verilecektir (Öğrenciler bilgisayarı açma-kapama, klavye ve fare'yi kullanma gibi bilgisayar kullanımına ilişkin temel işlemleri önceden biliyorlarsa çok kısa bir tanıtımla bu süreç geçilecektir). Donanım ve temel işlemler hakkında kısaca bilgiler verildikten sonra ISETL programlama dilinin kullanımına geçilecektir. Öncelikle ISETL'yi açma-kapama etkinlikleri yapılacak, daha sonra ISETL'nin genel görünümü ve bu genel görünümdeki; save, print, run, interrupt, undo, cut, copy, paste, exist, !clear butonları hakkında bilgi verilecektir.

Bu ilk dersten başlanarak her ders öğrencilere çalışma yaprakları dağıtılacaktır. Derste ne yapılması gerektiğini adım adım anlatan çalışma yaprakları öğrencilerin bireysel ve grup çalışmalarına imkan vereceğinden; öğretici sadece gözlemci olarak ve bir problemle karşılaşıldığında yol gösterici olarak laboratuvarında bulunacaktır. Bu derste birinci çalışma yaprağı öğrencilere dağıtılacaktır.

Çalışma yaprağındaki yönergeler doğrultusunda öğrencilere ISETL'yi nasıl açıp-kapatacakları, nasıl dosya oluşturacakları öğretilerek, her öğrencinin kendi adına bir dosya oluşturup bunu kaydetmesi istenecektir. Böylece öğrenciler yaptıkları her programı kaydedebilecek ve daha sonraki derslerde gerektiğinde dosyalara kaydettikleri bu programları kullanabileceklerdir.

Dosya oluşturulmasından sonra ISETL'de programlama yapabilmek için gerekli bazı exists, forall, choose gibi temel keyword ve sentaks lar tanıtılacaktır.

Keyword ve sentaks ların tanıtımından sonra, tipik bir bilgisayar destekli matematik dersinde olduğu gibi ISETL'de temel aritmetik işlemler yapılacaktır. Öğrenciler aritmetik işlemlerin yanı sıra modüler aritmetikte de işlemler yapacaklardır.

Ayrıca bu derste bazı ISETL kodları gösterilecek ve özellikle çalışma yaprağının son kısmındaki If kalıbının kullanıldığı bir program yazımı öğretilecektir.

Değerlendirme: ISETL'nin genel görünümü ve ISETL ile ilgili soruların sorulması.

1. Aşağıdaki kelime ve sembollerin anlamlarını kendi cümlelerinizle ifadenizde ediniz.

- a. prompt b. true c. om d. mod, div e. ; f. if statement
g. boolean h. max, min

2. Aşağıda verilen ISETL kodlarını inceleyerek sonucun ne olacağını tahmin edin.

- a. is_integer(-23.5) and is_integer(-23);
b. min(-15,15); max(15,min(-15,15));

c. $\max(x,x); \min(y,y);$

3. $a = -8, -7, \dots, 7, 8$ için $a \bmod 7 = 0$ ifadesinde 'a' nın alabileceği değerleri bulunuz.

4. $a \bmod 10 = 0$ için 'a' nın tüm pozitif değerlerini bulunuz.

Ev Ödevi 1:

1. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

> 12+6;

> 7 * (-3.8);

> 266

>> + 128 - 360

>> * 3;

> 4 + 5; 6 +

>> 1;

> 7 +

>> 2;

> 10/2;

> 10/4;

> 6**2;

> 16**(1/2);

> (-3)**(1/2);

OM;

```
> t:=36 mod 24;
> t;

> T;
```

2. Aşağıda **SETL**'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce **SETL**'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> a := 18;
> a;
> a +20;
> a := b-4;
> a; A;
> a := 0; b := 1; c := 2; d := 3;
> a := d ; b:= c; c := b ; d := a;
> a;b;c;d;
> c := a;

> 6 mod 5; 18 mod 5; -1 mod 7;
> (23 + 17) mod 5;
```

3. Aşağıda bazı **SETL** kodları verilmiştir. Her bir bölümü okuyup sonucun ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> x := 5; y := 8;
> if ( x +y ) mod 13= 0 then
>> cevap := "toplamaya gore ters";
>> end;
> cevap;

> if ( x * y ) mod 13 = 1 then
```

```
>>         cevap := "çarpmaya gore ters";
>>     else   cevap := " çarpmaya gore ters degil";
>>     end;
>     cevap;
>     if( x* y) mod 7 = 0 then
>>         cevap := " çarpmaya gore ters degil";
>>     elseif ( x * y) mod 7 = 1 then
>>         cevap := " ters";
>>     end ;
>     cevap;
```



1.HAFTA

3.DERS

Süre: 50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç: ISETL’de kümeleri, sıralı n-lileri ve niceleyicileri kavrayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL’de küme yazma.
2. ISETL’de sıralı n-lileri yazma.
3. ISETL’de kümeler arasında işlemler yapma.
4. ISETL’de sıralı n-lilerin özelliklerini kavrama.
5. ISETL’de küme ve sıralı n-liler arasındaki farkı kavrama.
6. ISETL’de evrensel ve varlıksal niceleyicileri yazma.

İşleniş: ISETL’de küme, sıralı n-li ve niceleyici kavramlarının öğrenilebilmesi için öğrencilere ikinci çalışma yaprağı dağıtılacaktır. Bu derste ISETL’deki temel objelerden biri olan küme kavramının matematikteki sonlu küme kavramına özdeş olduğu öğretiləcəktir. Yine ISETL’de kümeleri sıralı n-lilerden ayıran en önemli iki özellik gösterilecektir. Yani matematikte olduğu gibi ISETL’de de kümenin elemanlarının sırasının ve kaç kere tekrar ettiğinin önemli olmadığı belirtilecektir.

Daha sonra, öğrencilere kümelerle ilgili birleşim, kesişim, fark, eleman sayısını bulma ve kuvvet kümesini oluşturma gibi işlemleri kavrayabilmeleri için çalışma yaprağındaki 4. aktivite yaptırılacaktır. Bu sayede, öğrencilerin yazdıkları herhangi A ve B kümeleri için; bu kümelerin birleşimini araştırdıklarında; $A \cup B$, kesişimini (arakesitini) araştırdıklarında; $A \cap B$, farkını araştırdıklarında; $A - B$ yazmaları gerektiği öğretiləcəktir. Yani öğrencilere birleşim, kesişim, fark vb. gibi işlemlerde kullandıkları İngilizce kodlar öğretiləcəktir.

Permütasyonları göstermede ISETL'deki sıralı n-lilerden yararlanılacağı belirtilecek ve sıralı n-lilerin ISETL'de nasıl yazılacağı gösterilecektir. Sıralı n-lileri yazarken elemanların sırası ve yerinin ne kadar önemli olduğu daima vurgulanacaktır.

Yine ISETL'deki [3,1,2] sıralı üçlünün $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ permütasyonuna karşılık geldiği ifade edilecektir. Böylece öğrenci ISETL'deki kod yazımı ile matematik arasındaki bağıntıyı görebilecektir.

Küme ve sıralı n-lilerin gösteriminden sonra, evrensel ve varlıksal niceleyicilerin öğretilmesine geçilecektir. Öğrenciler ikinci çalışma yaprağındaki son aktiviteleri yaparak matematikteki evrensel ve varlıksal niceleyicileri ISETL'de yazmayı öğreneceklerdir. Örneğin, 5. aktivitedeki evrensel niceleyici;

$$\text{forall } x \text{ in } Z_{20} : (x+0) \bmod 20 = x;$$

şeklinde yazılmaktadır. Öğrencilere bu niceleyicinin iki kısımdan oluştuğu; ilk kısmının forall keyword'u ile başladığı ve ikinci kısmının da bir boolean ifadesi olduğu gösterilecek ve öğrencilere evrensel niceleyici için iki parçadan oluşan bu kısa programı yazmaları gerektiği ifade edilecektir. Benzer şekilde varlıksal niceleyici içinde böyle bir program yazmaları gerektiği belirtilecektir. Yani her iki niceleyicinin de ISETL'de yazım biçimi aynı olduğu gösterilecektir.

Ayrıca choose işleminin varlıksal niceleyici için faydalı bir alternatif olduğu belirtilecektir. Niceleyicilerdeki sintaksın tamamen aynı yazıldıktan sonra exist yerine choose keyword'u yazılabileceği gösterilecektir.

$$e := \text{choose } x \text{ in } Z_{20} (\text{forall } g \text{ in } Z_{20} : (x+g) \bmod 20 = g;$$

(Böylece e değeri 0 olacaktır.).

Değerlendirme: ISETL'deki forall, exists ve choose kodlarını kullanarak aşağıdaki soruları yanıtlayınız.

1. T kümesi 0 ile 39 arasındaki 3 ün katlarından oluşsun. Buna göre;
 - a. {0.1...40} her tek sayı T dedir.
 - b. T deki her çift sayı 6 ile bölünebilir.

- c. T deki her çift sayı 6 ile bölünemez.
- d. T de 5 ile bölünebilen tek sayı vardır.
- e. T de 5 ile bölünebilen çift sayı vardır.

Ev Ödevi 2: Öğrencilerin küme ve sıralı n-li kavramlarını daha iyi kavrayabilmeleri, bunlarla ilgili işlemler yapabilmeleri ve ISETL’de bunları pratik olarak kullanabilmelerinin sağlanması amacıyla aşağıdaki ödevler verilecektir.

1. Aşağıda ISETL’ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL’nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> T1 := [0..15]; T1;
> T2 := [0,2..15]; T2;
> T3 := [0,4..15]; T3;
> T1(4); T2(4); T3(4);
> #T1; #T2; #T3;

> T4 := [a,b,"cebir", 3<2,[ "cebir", "ISETL"]]; #T4;
> T4(7); T4(7)(2);
> a in T4; 5 in T4; "ISETL" in T4;

> A := {0,3,{0,3}}; B := [0,3,{0,3}];
> A=B;

> K := [5,6,1,3];
> L := {5,6,1,3};
> #K; #L;
> K; K; K; L; L; L;

> Z16 := {0..15}; Z16;
```

```

> T1(5); Z16(5);

> !setrandom on
> T1; T1; T1; Z16; Z16; Z16;

> !setrandom off
> T1; T1; T1; Z16; Z16; Z16;

```

2. 1. Aktivite ile ilgili düşüncelerinizi birkaç paragraf halinde yazınız. Ne tahmin etmiştiniz? Sonuç ne oldu? { . . } ile [. .] arasındaki fark nedir? ! setrandom on / off emirlerinin etkisi nedir?

3. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```

> G := {[a,b,c] : a,b,c in [0,2,4]};
> H := {[a,b,c] : a,b,c in [1..3]};
> K := {[a,b,c] : a,b,c in [1,3]};
> H;G; K; H union K , K subset H;

> S3 := {[a,b,c]: a , b , c in [1..3]: # { a,b,c} = 3};
> S3;

> p := [3,1,2]; q := [3,2,1]; r := [p(q(i)) : i in [1..3]];
> r;

> % + [1..10]; % * [1..6] ; % or[2=1,2=2,2=3,2=4];

```

4. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> Z20 := {0..19};
> S3 := {[a,b,c] : a,b,c in [1..3] : # {a,b,c}=3};

> forall x in Z20 : ( x+0 ) mod 20 = x;
> forall x in Z20 : ( x+3 ) mod 20 = x;

> exists p in S3 : p(1) < p(2);
> exists p in S3 : p(1) = p(2);
> exists e in Z20 :(forall x in Z20 :( e + x ) mod 20 = x);

> forall x in Z20 : (exists x' in Z20 : (x + x') mod 20 =0);
> forall p , q in S3 : [p(q(i)) : i in [1..3]] in S3;

> choose e in Z20 : (forall x in Z20 : ( x + e ) mod 20 = x);
> e := choose g in Z20 : (forall x in Z20 : ( x + g) mod 20 = x);
> e;
```

2. HAFTA

1.DERS-2.DERS

Süre: 50'+50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç:

1. ISETL’de fonksiyonları programlayabilme.
2. ISETL’de grup kavramını programlayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL’de temel obje olan “func”u kavrama.
2. Fonksiyonları “func” yardımıyla tanımlama.
3. ISETL’de fonksiyonların farklı gösterimlerini tanıma.
4. İkili işlemin yazımında “func”u kavrama.
5. İkili işlemin sahip olduğu özelliklerin test edilmesinde “func”u kavrama.
6. ISETL’de grup kavramını programlama.

İşleniş: “func”, ISETL’deki en temel objedir. Yani birçok kavram, kavramlar arasındaki ilişkiler ve kavramların sahip olduğu özellikler “func” yardımıyla tanımlanabilmekte yani “func” kullanılarak programlanabilmektedir. Bu nedenle öğrencilerin, ISETL’deki bu birinci sınıf objeyi çok iyi öğrenmeleri gerekmektedir.

“func” objesinin öğretiminde öğrencilere üçüncü çalışma yaprağı dağıtılacaktır. Deney grubunda ikinci hafta öğrencilere “func” yapısı öğretilecektir. Öncelikle “func” nasıl yazılabilir, tek değişkenli yada iki değişkenli fonksiyonları temsil eden “func” nasıl tanımlanabilir?” sorularına cevaplar aranacaktır.

ISETL’de fonksiyonların gösteriminde, ikili işlemin gösteriminde ve ikili işlemin sahip olduğu özellikleri test etmede “func” kullanıldığı için öğrenciler üçüncü çalışma yaprağındaki örnekleri ve kendilerinin geliştirebilecekleri benzer örnekleri ders boyunca bilgisayarda çözmeye çalışacaklardır.

“func” birden fazla girdi alabilecek yapıdadır. Bu nedenle, ikili işlem “func” kullanılarak programlanabilmektedir. “func” iki girdi parametresi aldığı ve sonuç değeri parametrelerin bulunduğu kümeyle ait olduğunda, “func” ikili işlemi temsil etmektedir.

Grup, alt grup, normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının öğretiminde ikili işlem önemli bir yere sahip olduğundan öğrencilere iki girdi parametrelili “func” yapısı detaylı olarak anlatılacaktır. Daha sonra bu ikili işlemin çeşitli özellikleri sağlayıp sağlamadığını test eden bazı “func” yapıları tanıtılacaktır. Böyle bir “func” yapısında öğrenciler girdi (input) olarak bir G kümesi ve ‘ $\circ$ ’ ikili işlemini yazacaklardır. Bu durumda yine “func” değeri doğru yada yanlış şeklinde ekranda belirecektir. Örneğin bir G kümesinde ‘ $\circ$ ’ işleminin kapalı olup olmadığını;

```
kapalı := func(G,o);
return;
forall x,y in G: x .o y in G;
end;
```

şeklinde bir kod ile test edeceklerdir. ‘ $\circ$ ’ işlemi G kümesinde kapalı ise “func” true yanıtını verecek, kapalı değilse false yanıtını verecektir.

İşlemin sahip olduğu yada olmadığı diğer tüm özellikleri de benzer kodlar yazarak araştırılacaktır. ‘ $\circ$ ’ işleminin kapalılığını araştırmak isteyen bir öğrenci, kodu yazmakta zorlanmayacaktır. Çünkü kapalılığın tanımı “func” yapısının ikinci kısmında aynen tekrar etmektedir. Programlama yapan öğrenci “func” yapısında ilk ve son satırı alacak ve araştırdığı özelliğe göre ikinci kısmı değiştirecektir.

Öğrencilere; kapalılık, birleşme, özdeş ve ters adlarını taşıyan “func” kodlarını yazmayı öğrendikten sonra dördüncü çalışma yaprağı dağıtılacaktır. Bu çalışma yaprağında öğrenciler grup kavramını programlayabilmeyi öğreneceklerdir.

Deney grubundaki öğrenciler kontrol grubu öğrencileri ile birlikte ikili işlem, grup, alt grup ve yan küme kavramlarını sınıf ortamında öğrendiklerinden bilgisayar laboratuvarında bu kavramların formal tanımını detaylı olarak verilmeyecek ve yalnızca örnek programlamalar yaptırılacaktır.

Değerlendirme:

1. ISETL’de tek değişkenli bir fonksiyonu programlayın.
2. ISETL’de iki değişkenli bir fonksiyonu programlayın.
3. ISETL’de öyle bir grup “func” tanımlayın ki grup kavramı için yazılabilecek en kısa programlama olsun.

Ev Ödevi 3:

1. Aşağıda ISETL’ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL’nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```
> f := func(x);
>> return
>> (x + 4) mod 7;
>> end;
> f(3); f(0); f(21);
> Z7 := {0..6};
> ters := func(x);
>> return
>> choose g in Z7 : (x * g) mod 7 = 1;
>> end;
> ters(1); ters(2); ters(6); 4* ters(3);
```

2. Aşağıda ISETL’ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verileri girmeden önce ISETL’nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

```

> Z16 := {0..15};
> o := func(x,y);
>>   return
>>   (x+y) mod 16;
>>   end;
> o(4,6); o(5,3);
> 4 .o 6; 5 .o 3;

> G := {1..10};
> op := func(x,y);
>>   return
>>   ( x*y) mod 11;
>>   end;
> 3 .op 5; 8 .op 9;

> forall x ,y in G : x .op y in G ;
> exists e in G : (forall x in G : x .op e = x);
> choose e in G :(forall x in G : x .op e = x);
> forall x in G : (exists x' in G : x .op x' =1);

```

Ev Ödevi 4:

1. Aşağıda ISETL'ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Her bir seçenekteki küme ve işlem ikilisi için grup func uygulayınız. Verileri girmeden önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

- a. Z_{12} ve mod 12 de toplama
- b. Z_{12} ve mod 12 de çarpma
- c. Z_7 ve mod 7 de toplama

- d. $\mathbb{Z}_7$ ve mod 7 de çarpma
- e. $\mathbb{Z}_7 - \{0\}$ ve mod 7 de çarpma
- f. S_3 ve fonksiyonlarda bileşke işlemi.

2. 1. sorudaki ikililerden grup olmayanların neden grup olmadığını araştırınız. Önce ISETL'nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.



2.HAFTA

3.DERS

Süre: 50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç: ISETL’de alt grup kavramını programlayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL’de alt grup kavramını programlama.
2. ISETL’de alt grup kavramının alternatif programlarını öğrenme.

İşleniş: ISETL’de alt grup kavramının programlanmasının öğretiminde öğrencilere beşinci çalışma yaprağı dağıtılacaktır. ISETL’de alt grup kavramının programlanabilmesi için “func” objesi kullanılacaktır.

Bir G grubunun herhangi bir H alt kümesinin ‘o’ işlemine göre grup olup olmadığını test edebilmek için öğrencilerin yazabileceği birkaç kod vardır. Örneğin,

```
G := {0..19};
H := {0,2...19};
o := func(x,y);
return (x+y) mod 20;
end;
```

kodlarını önceki derslerde yazmayı öğrenen öğrenciler bu derste H nin G grubunun alt grubu olup olmadığını araştıracaklardır. Bunun için ilk olarak şu kodun yazılması istenecektir:

```
altgrup := func (G,o,H);
return;
H subset G and
forall x,y in H : x .o y in H and
forall x in H : x-1 in H;
end;
```

Bu programa ilaveten öğrencilere daha kısa kodların yazımı öğretilecektir. Örneğin, H nin G kümesinin alt kümesi olduğunu belirlediklerinde yalnızca kapalılık ve ters eleman özelliğini sağlayıp sağlamadığını test edebilecek yada önceki ders yazılan grup “func”unda grup (G,o) yerine grup (H,o) yazarak direkt grup olup olmadığını araştırabileceklerdir.

Değerlendirme:

1. ISETL’de en kısa alt grup “func” unu programlayınız.
2. Bir G grubunun bazı alt kümelerini seçerek bunların alt grup olup olmadığını tespit ediniz.

Ev Ödevi 5:

1. Grup “func” unu aşağıda verilen H kümeleri için uygulayın.
 - a. $G = Z_{16}$, H , G kümesindeki çift tamsayılar kümesidir.
 - b. $G = S_4$, H , S_4 kümesindeki tek permutasyonların kümesidir.
2. Aşağıdaki alt kümelerin grup olup olmadığını kontrol ediniz. Bunu yaparken size göre en etkili metodu kullanabilirsiniz (Aşağıdaki seçeneklerde işlem verilmemiştir. G kümesini grup yapan işlemi siz belirleyiniz).
 - a. $G = Z_{13} - \{0\}$, $H = \{0,1,2,3\}$
 - b. $G = Z_6$, $H = \{0,1,2,3\}$
 - c. $G = Z_9$, $H = \{0,3,6\}$
 - d. $G = Z_{20}$, $H = \{0,3,6,9\}$
 - e. $G = S_4$, $H = \{(1), (13), (14)\}$

3.HAFTA

1.DERS-2.DERS-3.DERS

Süre: 50'+50'+50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç: ISETL’de yan küme kavramını programlayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL’de yan küme kavramını programlama.
2. Yan kümelerin özelliklerini ISETL’de bulma.
3. ISETL’de yan kümelerle işlem yapabilme becerisini geliştirme.

İşleniş: Yan küme kavramının programlanmasının öğretileceği üçüncü haftada öğrencilere altıncı çalışma yaprağı dağıtılacaktır. Öğrenciler yan küme kavramını yine “func” yapısını kullanarak programlayacaklardır. Örneğin G grubunun, bir H alt grubunun sağ yan kümelerini veren “func”;

```
sagyankume := func (H,o);
return
{h .og : h in H};
end;
```

şeklinde yazılmalıdır. Sol yan kümeler için benzer şekilde kısa bir program yazılacaktır. Öğrenciler bir alt grubun yan kümelerini bulmak için yazdıkları bu kodu farklı grup ve alt grup örnekleri için yeniden yazmadan araştırabileceklerdir.

Bu derste özellikle öğrencilerin yan küme ve yan kümelerin özelliklerini iyi öğrenmeleri amaçlanmıştır. Çünkü normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarının anlamlı öğreniminde en önemli ön koşul kavramlardan biri yan kümedir. Öğrencilere yan kümelerin alt grup olup olmadığını gösteren kodlar yazdırılacak, yan kümelerin ne tür özellikleri olduğu özellikle vurgulanacaktır. Yan küme kavramının öğretiminde öğrencilere kazandırılması gereken önemli bir beceride yan kümelerin sahip oldukları özellikleri kavrayabilme becerisidir. Öğrencilere farklı alt grupların yan kümeleri incelenilerek, yan kümelerin özelliklerini bulmaları sağlanmaya çalışılacaktır.

Değerlendirme:

1. ISETL’de bir G grubu ve H alt grubunu yazarak, H ’nin sağ ve sol yan kümelerini bulunuz.

Ev Ödevi 6:

1. Aşağıda ISETL’ye girmeniz için bir liste verilmiştir. Verilerin her biri için sağ ve sol yan kümeleri bulunuz. Verileri girmeden önce ISETL’nin cevabının ne olacağını tahmin edin. Cevabın tahmininizden farklı olduğu durumlarda nedenini araştırın.

a. $G = Z_{12}$, H ise 6 ile doğrulan alt grubu.

b. $G = Z_7 - \{0\}$, $H = \{1, 6\}$.

c. $G = Z_{18}$, $H = \{0, 3, 6, 9, 12, 15\}$.

d. $G = S_3$, $H = \{(1), (13)\}$.

e. $G = S_3$, $H = \{(1), (123), (132)\}$.

2. 1. aktiviteye göre hangi durumlarda sol yanküme ile sağ yanküme eşit olmaktadır? Her zaman mı? Bazen mi? Cevabınızı doğrulayan örnekler bulunuz.

4. HAFTA

1. DERS-2. DERS

Süre: 50'+50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç : Normal alt grup kavramını kavrayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL'de normal alt grup kavramının programlama.
2. ISETL'de normal alt grup kavramı ile ilgili problem çözme.

İşleniş: Dördüncü hafta deney grubundaki öğrenciler kontrol grubundaki öğrencilerden ayrılarak normal alt grup ve bölüm grubu kavramlarını bilgisayar destekli öğretime yönelik metotlarla ISETL'yi kullanarak öğreneceklerdir. Bu haftadan itibaren ACE tekniği kullanılacak yani bilgisayar aktiviteleri ve ev ödevlerinin yanı sıra sınıf aktiviteleri de yapılacaktır. Bu nedenle normal alt grup ve bölüm grubu kavramları bilgisayar aktivitelerinde minimal açıklamalarla tanıtılacak ve kavramlarla ilgili çok sayıda örnek çözdürülecek, sınıf aktivitelerinde formal tanımlar verilip kavramla ilgili teoremlerin ispatları yapılacaktır.

Normal alt grup kavramının öğreniminde bilgisayar aktiviteleri, öğrenciye normal alt grup kavramı ile ilgili bir tecrübe ve aşinalık kazandırma amacıyla yapılacaktır. Yani normal alt grup kavramının öğrenimi bilgisayar aktiviteleri esnasında olmayacak kavramın gerçek öğrenimi sınıf aktivitelerinde gerçekleşecektir. Bu nedenle bilgisayar aktivitelerinde, bol örnek çözülecek ve öğrencilerin normal alt grup kavramı ile ilgili bir tecrübe kazanmaları sağlanacaktır.

Normal alt grup kavramının öğreniminde deney grubundaki öğrencilere yedinci çalışma yaprağı dağıtılacaktır. Deney grubundaki öğrenciler normal alt grup kavramı tanımını henüz bilmediklerinden bilgisayarda bazı aktiviteler yaparak sonuçlar çıkarmaya çalışacaklardır. Öğrencilere değişmeli olan ve olmayan gruplar ve alt gruplar verilerek

yan kümelerin teşkil edilmesi istenecektir. Üçüncü hafta boyunca öğrenciler yan küme kavramını programladıklarından öğrenciler yeniden yazmadan kayıtlı dosyadan kodları alabilecek, yada isterlerse yeniden programlayacaklardır. Daha sonra çalışma yaprağında kendilerine verilen yönergeleri adım adım takip ederek sağ ve sol yan kümelerin birbirine eşit olduğu ve olmadığı örnekler çözülecektir. Öğrencilerin, bazı grupların alt gruplarının sağ ve sol yan kümeleri eşit iken bazılarının eşit olmadıklarını görmeleri sağlanmaya çalışılacak ve öğrenciler bunun nedenini araştırmaya yönlendirileceklerdir. Ayrıca, gerektiğinde grup içi ve gruplar arası tartışmalara zemin hazırlanacaktır. Öğrenciler başlangıçta normalliğin değişmelilikle aynı olduğunu düşünebilirler. Bu durumda S_3 gibi değişmeli olmayan bir grup ile çalıştıklarında, A_3 ün sağ ve sol yan kümelerinin eşit olduğunu gördüklerinde grup içi ve dışı tartışmalarla buna bir neden bulmaya çalışmaları sağlanacaktır. Örneğin, neden A_3 ün sağ ve sol yan kümeleri eşit iken $\{1, (12)\}$ nin eşit olmadığı tartışmaya açılacaktır. Bu tartışmalar sonucunda değişmeli bir grubun alt grubunun sol ve sağ yan kümelerinin mutlaka eşit olduğu sonucuna ulaşılmaya çalışılacaktır. Öğretici, bu aşamada devreye girerek normalliğin kısaca tanımı yapacaktır. Normalliğin tanımı verildikten sonra öğrencilerin “değişmeli bir grubun her alt grubu normaldir” teoremini bulmaları ve ispatını yapabilmeleri sağlanmaya çalışılacaktır.

Değerlendirme:

1. ISETL’de en kısa normal “func” unu programlayınız.
2. Seçtiğiniz bazı grup ve alt grup örnekleri için normal “func” u kullanarak alt grubun normal olup olmadığını belirlemeye çalışın.

4. HAFTA

3. DERS

Süre: 50'

Yer: Sınıf

Amaç : Normal alt grup kavramını kavrayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. Normal alt grup kavramının formal tanımını yapma.
2. Normal alt grup kavramının tanımının birbirine denk tanımlarını yapma.

İşleniş: Normal alt grup kavramının formal tanımının öğrenileceği bu derste öğrenciler sınıfta bir araya geleceklerdir. Sınıfta öğrencilerin bilgisayar aktivitelerinde kurdukları bilgi pekiştirilmeye çalışılacaktır.

Sınıf aktivitelerinde, öğrenciler laboratuvar da bilgisayar üzerinde yaptıkları işlemleri sınıfta kağıt kalem kullanarak yapacaklardır. Deney grubundaki öğrenciler sınıfta da gruplar halinde teoremleri ispatlamaya çalışacaklardır. Ayrıca grup içinde çözemedikleri problemlerde diğer gruplarla iletişime geçmeleri sağlanacaktır.

Öğretmen, öğrencilerin çalıştıkları kavramlar hakkındaki düşüncelerini belirtmeleri amacıyla grup içi ve dışı tartışma ve görüşmelere önayak olacaktır. Daha sonra öğretmen konu ile ilgili tanımları, açıklamaları verip öğrencilerin bu konu ile ilgili düşündüklerini de ortak bir çizgide birleştirecektir.

Değerlendirme:

1. Normal alt grubun tanımını yapınız.
2. Normal alt grubun birbirine denk tanımların yapınız.

Ev Ödevi 7:

1. Determinantı 1 olan $n \times n$ tipindeki matrisler kümesinin sıfırdan farklı $n \times n$ tipindeki tüm matrislerin bir normal alt grubu olduğunu gösteriniz.
2. İki yan kümesi olan bir alt grubun normal olduğunu gösteriniz.
3. Bir G grubunun bir takım normal alt gruplarının arakesitinin de normal alt grup olduğunu gösteriniz.
4. Sonlu bir grubun verilen mertebeden tek bir alt grubu varsa bu alt grubun normal olduğunu gösteriniz.
5. $\mathbb{Z}$ nin $(\mathbb{Q}, +)$ grubunun bir normal alt grubu olduğunu gösteriniz.
6. G değişmeli bir grup olsun. G nin, mertebesi sonlu olan elemanlardan oluşan H alt grubunun normal olduğunu gösteriniz.
7. N ve M , G nin iki normal alt grubu ve $N \cap M = \{e\}$ ise, her $n \in N$ ve her $m \in M$ için $nm = mn$ olduğunu gösteriniz.
8. $G = \{1, -1, i, -i\}$ kümesinin $(G, \cdot)$ grubunu düşünelim. $N = \{1, -1\}$ kümesinin G nin normal alt grubu olduğunu gösteriniz.

5.HAFTA

1. DERS- 2. DERS

Süre: 50' +50'

Yer: Bilgisayar Laboratuvarı

Amaç: Bölüm grubu kavramını kavrayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. ISETL'de yan küme çarpımını programlama.
2. ISETL'de yan kümeler kümesini teşkil etme.
3. ISETL'de yan kümeler kümesinin, yan kümelerde çarpma işlemine göre grup olup olmadığını tespit etme.

İşleniş: Beşinci hafta deney grubundaki öğrenciler yedinci çalışma yaprağına devam edeceklerdir.

Öğrencilerde bölüm grubu kavramının oluşturulabilmesi için öncelikle yan küme çarpımının iyi bir şekilde kavratılması amaçlanmıştır. Bu nedenle öğrenciler ilk olarak iki yan kümenin çarpımını programlamayı öğrenecek ve aşağıdaki programlamayı yapacaklardır.

```
oo := func(x,y);
if x subset G and y subset G then
return
{a .o b: a in x and b in y};
end;
end;
```

Bu kısa program ile öğrenciler, bir alt grubun iki sağ yada sol yan kümesinin çarpımını hesaplayabileceklerdir. Öğrenciler bu programı yazarak normallikle bölüm grubu arasındaki ilişkiyi de görebileceklerdir. İki yan kümenin çarpımının yeni bir yan küme olmadığı durumda öğrenciler bunun nedenini araştırmaya yönlendirilecekler ve yan

küme çarpımının kapalı olması için hangi şartların sağlanması gerektiğini bulmaya çalışacaklardır. Öğrenciler sürekli örnek çözerek bu ve bunun gibi birçok soruya cevap arayacaklardır.

Yan küme çarpımının kapalı olması için alt grubun normal olması gerektiği gerçeğini örneklerle bulan öğrenciler daha sonra yan kümelerin kümesinin bu çarpma işlemine göre grup olup olmadığını araştıracaklardır. Bunun içinde kendi adlarına kaydettikleri dosyaya girerek grup “func” u kopyalayarak yan kümeler kümesinin grup olup olmadığını kısa yoldan bulabileceklerdir.

Özellikle bölüm grubu kavramı yeni bir kavram olduğu için örnekler kolaydan zora doğru sıralanacak ve her örnekte öğrenciler biraz daha tecrübe kazanacaktır.

Bilgisayar aktiviteleri, öğrencilere kavramla ilgili bir tecrübe ve aşinalık kazandırdığından örneklerin doğru yada yanlış çözülmesine önem verilmeyecektir. Öğrencilerin soruyu doğru yada yanlış cevaplamasından ziyade kavramla ilgili bir uygulamalı temel oluşturulması amaçlanacaktır.

Değerlendirme:

1. ISETL’de en kısa bölüm “func”unu programlayınız.
2. Seçtiğiniz bazı grup ve normal alt grup örnekleri için bölüm grubunu teşkil ediniz.

5. HAFTA

3. DERS

Süre: 50'

Yer: Sınıf

Amaç : Bölüm grubu kavramını kavrayabilme.

Hedef Davranışlar:

1. Yan kümelerin kümesini teşkil etme.
2. Yan kümelerin çarpımını yapma.
3. Yan kümelerin çarpımı ile normallik arasındaki ilişkiyi kavrama.
4. Yan kümelerin kümesinin yan küme çarpımına göre grup olup olmadığını tespit etme.
5. Bölüm grubu tanımını yapma.

İşleniş: Bölüm grubunun formal tanımının ve ilgili bazı teoremlerin öğrenileceği sınıf aktivitelerinde öğrencilerin, bölüm grubu kavramını matematiksel olarak kavramaları amaçlanmıştır. Bu aşamada öğrencilerin bilgisayar aktivitelerinde çözdükleri örnekler tek tek ele alınacaktır. Kağıt kalem kullanılarak örnekler tekrar çözülecek ve sonuçları değerlendirilecektir. Bilgisayar aktivitelerinin aksine sınıf aktivitelerinde, öğrencilere örneklerin sonuçları yorumlatılacak ve genellemeler yapılacaktır. Bu genellemeleri öğrencilerin kendilerinin yapmaları sağlanmaya çalışılacak ve gerektiğinde öğreticiden yardım alabileceklerdir.

Öğrencilerin bölüm grubu kavramını kalıcı ve anlamlı öğrenmelerinde ön koşul kavramların iyi öğrenilmesinin etkisi çok büyüktür. İlk olarak grubun iki alt kümesinin nasıl çarpılacağını kavramaları için örnekler yaptırılacaktır. Alt küme çarpımını iki yan kümenin çarpımı örnekleri takip edecektir. Öğrencilerin yan küme çarpımını doğru yapabilmeleri önemli olduğundan bu konuyla ilgili örneklere ağırlık verilecektir.

Bölüm grubunu diğer gruplardan ayıran en önemli özellik; elemanlarının yapısının ve işlemin niteliğinin değişmesidir. Bu nedenle öğrencilerin yan küme ve yan küme çarpımını özümsemeleri gerekmektedir.

Sınıf aktivitelerinde mümkün olduğunca öğrencilerin buluş yaparak, tartışarak, sorgulayarak bilgilerini kurmaları amaçlanmıştır. Bilgisayar laboratuvarında aşına oldukları örneklere sınıf ortamında yine kendileri anlam yükleyecektir.

Değerlendirme:

1. Yan küme çarpımını tanımlayınız.
2. Yan küme çarpımı ile normallik arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.
3. Bölüm grubunu tanımlayınız.

Ev Ödevi 8:

1. Normallikle bölüm grubu arasındaki ilişkiyi açıklayınız.
2. Devirli bir grubun bölüm grubunun da devirli olduğunu gösteriniz.
3. $Z_{18}/\langle 6 \rangle$ bölüm grubundaki $5 + \langle 6 \rangle$ elemanın tersini ve mertebesini bulunuz.
4. $G = \langle a \rangle$, 15. mertebeden bir devirli grup ise 5. mertebeden bir alt grubuna göre bölüm grubunu teşkil ediniz.
5. H , G nin bir alt grubu olsun. $a, b \in G$ olmak üzere $(Ha)(Hb) \neq Hab$ olacak şekilde bir örnek veriniz.
6. N , G nin normal bir alt grubu olsun. $a \in G$ ve $o(a) = n$ olmak üzere $Na \in G/N$ nin mertebesinin n yi böldüğünü gösteriniz.
7. $Z_{24}/\langle 8 \rangle$ bölüm grubundaki $14 + \langle 8 \rangle$ elemanın tersini ve mertebesini bulunuz.
8. Z , Q nun normal bir alt grubudur. Q/Z nin, her elemanının mertebesi sonlu olan sonsuz bir grup olduğunu gösteriniz.
9. $G = \{1, -1, i, -i\}$ kümesinin $(G, \cdot)$ grubunu düşünelim. G nin $N = \{1, -1\}$ normal alt grubuna göre bölüm grubunu teşkil ediniz.

ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Erzurum'da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Erzurum'da tamamladı. 1992 yılında Atatürk Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü'nde yüksek öğrenimine başladı ve 1996 yılında aynı bölümden mezun oldu. Ekim 1996-Temmuz 2000 yılları arasında, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans öğrenimini tamamladı.

1997 yılından beri Matematik öğretmeni olarak çalışmaktadır.

