

T.C

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

MUHASEBE, FİNANSMAN ve SAYISAL YÖNTEMLER

ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

**PORTFÖY YÖNETİMİ,
MARKOWITZ PORTFÖY SEÇİM MODELİ**

ve

**İMKB-100 ENDEKSİ ÜZERİNE
UYGULANMASI**

Özlem ÖZARSLAN GÖKÇE

2501980588

Tez Danışmanı

Prof. Dr. M. Şükrü TEKBAŞ

İstanbul, 2001

T.C
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
MUHASEBE, FİNANSMAN ve SAYISAL YÖNTEMLER
ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

PORTFÖY YÖNETİMİ,
MARKOWITZ PORTFÖY SEÇİM MODELİ
ve
İMKB-100 ENDEKSİ ÜZERİNE
UYGULANMASI

Özlem ÖZARSLAN GÖKÇE
2501980588

Tez Danışmanı
Prof. Dr. M. Şükrü TEKBAŞ

İstanbul, 2001

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

TEZ ONAYI

Enstitümüz **Finansman** Bilim Dalında **2501980588** numaralı **Özlem Özarslan Gökçe'nin** hazırladığı **“Portföy Yönetimi, Markowitz Portföy Seçim Modeli ve İMKB-100 Endeksi Üzerine Uygulanması”** konulu **YÜKSEK LİSANS / DOKTORA-TEZİ** ile ilgili **TEZ SAVUNMA SINAVI**, Lisansüstü Öğretim Yönetmeliği'nin 10.Maddesi uyarınca **12/12/2001 Çarşamba** günü saat **15.00'da** yapılmış, sorulan sorulara alınan cevaplar sonunda adayın tezinin*Kabul*.....'ne* **OYBİRLİĞİ / OYÇOKLUĞUYLA** karar verilmiştir.

JÜRİ ÜYESİ	KANAATİ(*)	İMZA
PROF.DR.M.ŞÜKRÜ TEKBAŞ	<i>Kabul</i>	<i>[Signature]</i>
PROF.DR.BELKIS SEVAL	<i>Kabul</i>	<i>[Signature]</i>
PROF.DR.N.HÜLYA TALU	<i>Kabul</i>	<i>[Signature]</i>
DOÇ.DR.ERHAN ÖZDEMİR	<i>Kabul</i>	<i>[Signature]</i>
YRD.DOÇ.DR.MURAT KIYILAR	<i>Kabul</i>	<i>[Signature]</i>

ÖZ

Bu çalışmanın amacı Markowitz Portföy Seçim Modeli'nin Türkiye'de uygulanabilirliğini test etmektir.

Çalışma kuramsal ve ampirik olarak iki ana kısımdan oluşmaktadır. Kuramsal bölüm, portföy kuramını tarihsel gelişim süreci içerisinde incelemekte ve Markowitz Modeli'nin matematiksel yaklaşımlarını irdelemektedir. Ampirik kısım ise modelin İMKB-100 endeksi üzerinde uygulanmasını içermektedir. Çalışmada endeks bünyesinde 1999 yılında sürekli olarak yer alan 88 adet hisse senedine ait veriler değerlendirilerek ortalama varyans yöntemine göre hesaplama yapılmıştır.

Yapılan işlemlerin sonucunda modelin Türkiye'de incelenen dönem içerisinde optimal çözüm sağlamadığı tespit edilmiştir. Bu durumun ülkemizdeki sermaye piyasasının etkin olmamasından kaynaklandığı sonucuna varılmıştır.

ABSTRACT

The aim of this study is to examine the application of Markowitz Portfolio Selection Model in Turkey.

This study contains a theoretical and an empirical part. In the theoretical part, historical improvement of portfolio theory and mathematical approaches of Markowitz Model have been examined. Empirical part includes application of the model on ISE. In the study, data about 88 securities that include in ISE-100 index in 1999 continuously have been examined by using mean variance model.

At the end of this calculations, the model has not provided optimal solution for this period in Turkey.

Bu çalışmanın hazırlanmasında göstermiş oldukları değerli katkılardan dolayı, başta tez danışmanım Prof. Dr. Mehmet Şükrü TEKBAŞ olmak üzere İstanbul Üniversitesi İşletme Fakültesi Finans Anabilim Dalı'nın tüm öğretim üyelerine teşekkür ederim.

Çalışmanın ampirik kısmının gerçekleştirilebilmesi için değerli yardımlarından dolayı Mak. Müh. Dr. Ersun YALÇIN'a teşekkürlerimi sunmak benim için bir görevdir.

Çalışmada verdiği destekten dolayı Doç. Dr. Erhan ÖZDEMİR'e teşekkürü bir borç bilirim.

Gerekli verilerin temini sırasında değerli yardımlarını esirgemeyen İMKB uzmanı Özcan Çevik'e teşekkür ederim.

Ayrıca eşim Gökçe Alp GÖKÇE'ye gösterdiği sabır ve anlayış için ne kadar teşekkür etsem azdır.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
İÇİNDEKİLER.....	IV
TABLolar.....	VII
ŞEKİLLER.....	VIII
GİRİŞ.....	1
1-PORTFÖY KAVRAMI.....	3
1.1.-Portföy Tanımı.....	3
1.2.-Portföy Yönetimi Kavramı.....	3
2-PORTFÖY YÖNETİMİNİN TARİHSEL GELİŞİMİ.....	5
2.1.-Geleneksel Portföy Kuramı.....	5
2.2.-Modern Portföy Yönetimi Kuramı.....	6
2.2.1-Modern Portföy Kuramı'nın Varsayımları.....	7
3-MODERN PORTFÖY KURAMINA GÖRE PORTFÖY SEÇİM MODELLERİ.....	9
3.1.-Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli.....	9
3.1.1.-Ortalama Varyans Modeli'nin Varsayımları.....	9
3.1.2.-Portföy Seçiminde Etkin Olan Kavramlar.....	10
3.1.2.1.-Tek Finansal Varlık İçin Verim ve Risk Kavramları.....	10
3.1.2.1.1.-Beklenen Verim.....	10
3.1.2.1.2.-Standart Sapma ve Varyans.....	12
3.1.2.2.-Portföy İçin Beklenen Verim ve Risk Kavramları.....	13
3.1.2.2.1.-Beklenen Verim.....	13
3.1.2.2.2.-Portföyün Standart Sapması ve Varyansı.....	14
3.1.2.2.3.-Kovaryans.....	15
3.1.2.2.4.-Korelasyon Katsayısı.....	16
3.1.3.-Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli'ne Göre	

Portföy Seçimi.....	19
3.1.3.1.-İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde	
Markowitz Çeşitlendirmesi.....	20
3.1.3.1.1.-Tam Pozitif Korelasyon Durumu ($\rho=+1$)	21
3.1.3.1.2.-Korelasyon Katsayısının Sıfır Olması	
Durumu($\rho=0$).....	22
3.1.3.1.3.-Tam Negatif Korelasyon Durumu ($\rho=-1$)	23
3.1.3.2.- Üç Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde	
Markowitz Çeşitlendirmesi.....	26
3.1.3.2.1.-Eş Ortalama Doğruları.....	27
3.1.3.2.2.-Eş Varyans Eğrileri.....	28
3.1.3.2.3.-Kritik Doğru.....	30
3.1.3.3.-N Sayıda Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde	
Markowitz Çeşitlendirmesi.....	32
3.1.3.3.1.-Etkin Sınır	34
3.1.3.3.1.1.-Açığa Satış Olmaması	
Durumunda Etkin Sınır	34
3.1.3.3.1.2.- Açığa Satış Olması	
Durumunda Etkin Sınır	35
3.1.3.3.2.-Optimal Portföy Seçimi.....	38
3.2.-Endeks Modeller.....	41
3.2.1.-Tek Endeks Modeli (Single Index Model).....	41
3.2.1.1. .-Tek Endeks Modeli'nin Varsayımları.....	45
3.2.2.-Çok Endeksli Model (Multi Index Model).....	46
3.3.-Finansal Varlık Değerleme Modeli	
(Capital Asset Pricing Model- CAPM).....	48
3.3.1.- FVDM'nin Varsayımları.....	48
3.3.2.-Sermaye Pazarı Doğrusu (Capital Market Line).....	49
3.3.3.-Menkul Değer Pazar Doğrusu (Security Market Line).....	51
3.4.-Arbitraj Fiyatlama Modeli (Arbitrage Pricing Theory- APT).....	55

3.4.1.- AFM'nin Varsayımları.....	55
3.4.2.-Arbitraj Fiyatlama Doğrusu.....	57
4-PORTFÖY SEÇİMİ PROBLEMİNDE MARKOWITZ YAKLAŞIMI'NIN PRATİĞİ.....	60
4.1.- Markowitz Çeşitlendirmesinde Kısıtların Belirlenmesi.....	60
4.2.- Markowitz Modelinin Formülasyonu ve Kovaryans Matrisi.....	61
5- TÜRKİYE'DE ve DÜNYADA MARKOWITZ MODELİ ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR.....	66
5.1. Türkiye'de Markowitz Modeli Üzerine Yapılan Çalışmalar.....	66
5.1.1. Türkiye' de Pazar Etkinliği	70
5.2. Markowitz Modeli Üzerine Dünyada Yapılan Bazı Çalışmalar.....	72
6-MARKOWITZ MODELİ'NİN İMKB-100 ENDEKSİNE DAHİL HİSSE SENETLERİNE UYGULANMASI.....	78
6.1.-Çalışmanın Amacı ve Kapsamı.....	78
6.2.- Çalışmanın Varsayım ve Kısıtları.....	78
6.3.-Çalışmada Kullanılan Veri Seti.....	80
6.4.- Uygulamada Kullanılan Temel Kavramlar ve Hesaplanma Yöntemleri.....	80
6.4.1.-Verimlerin Hesaplanması.....	80
6.4.2.-Hisse Senetlerinin İlgili Dönemdeki Varyans Kovaryans Ve Korelasyon Değerlerinin Hesaplanması.....	83
6.4.3.Risksiz Faiz Oranının Hesaplanması	83
6.5.-Kovaryans Matrisi ve Çözüm Süreci.....	85
SONUÇ.....	87
EKLER.....	90
KAYNAKÇA.....	128

TABLOLAR

	Sayfa No
Tablo 3.1 Portföyün Beklenen Verim ve Risk Hesaplarının Örnek Üzerinde İncelenmesi.....	18
Tablo 3.2 İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföyün Varyansı.....	21
Tablo 3.3 İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföyün Varyansının Örnek Üzerinde Gösterilmesi.....	22
Tablo 3.4 Üç Finansal Varlıktan Oluşan Portföyün Varyansı.....	29
Tablo 3.5 Kovaryans Matrisi.....	33
Tablo 3.6 A ve B Hisse Senetlerinin Değişik Oranlarına Göre Portföy İçin Standart Sapma ve Beklenen Verim Değerleri...	36
Tablo 3.7 Açığa Satışın Mümkün Olması Durumunda Portföyün Aldığı Beklenen Verim ve Risk Değerleri.....	37
Tablo 3.8 Veri Sayısına Göre Markowitz Modeli'nin Gerektirdiği İşlem Büyüklükleri.....	42
Tablo 3.9 Risksiz Arbitraj İmkânının Örnekle İfade Edilmesi.....	59
Tablo 5.1 Markowitz Modeli Üzerine Türkiye'de Yapılan Çalışmalar....	68
Tablo 5.2 Markowitz Modeli Üzerine Dünyada Yapılan Bazı Çalışmalar	73
Tablo 6.1 Tablo 6.1. Çalışma kapsamına alınan hisse senetleri.....	81
Tablo 6.2 Tablo 6.2. Çalışmaya dahil edilen hisse senetlerinin 1999 yılı içindeki haftalık ortalama verimleri.....	82
Tablo 6.3 Risksiz faiz oranının hesaplanmasında kullanılan faiz oranları....	84

ŞEKİLLER

Sayfa No

Şekil 3.1	İki Menkul Kıymetin Verimleri Arasındaki Korelasyon Katsayısı: (a) Tam Pozitif Korelasyon ($\rho_{1,2} = +1$); (b) Tam Negatif Korelasyon ($\rho_{1,2} = -1$); (c) Sıfır Korelasyon ($\rho_{1,2} = 0$).....	24
Şekil 3.2	Korelasyon Katsayısının -1, 0 ve +1 Durumları İçin İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföyün Risk-Verim Grafiği	25
Şekil 3.3	Geçerli Yatırım Alanı.....	27
Şekil 3.4	Eş Ortalama Doğruları.....	28
Şekil 3.5	Eş Varyans Eğrileri.....	30
Şekil 3.6	Kritik Doğru.....	30
Şekil 3.7	Etkin Portföy Seti.....	31
Şekil 3.8	Riskli Finansal Varlıklar Uzayında Etkin ve Etkin Olmayan Portföyler ve Etkin Sınır.....	34
Şekil 3.9	Bir Yatırımcının Kayıtsızlık Eğrileri.....	39
Şekil 3.10	Optimal Portföy Seçimi.....	40
Şekil 3.11	Risk Tercihlerine Göre Portföy Seçimi.....	40
Şekil 3.12	Sermaye Pazarı Doğrusu.....	50
Şekil 3.13	Sermaye Pazarı Doğrusu'nun Eğimini Oluşturan Bölümler.....	51
Şekil 3.14	Menkul Değer Pazar Doğrusu.....	54
Şekil 3.15	Düşük ve Yüksek Fiyatlanmış Varlıkların Arbitraj Fiyatlama Doğrusu Üzerinde Gösterilmesi.....	58

KISALTMALAR

E_p	Portföyün beklenen verimi
R_i	i varlığının bir dönemlik verim oranı
P_0	Finansal varlığın dönem başı fiyatı
P_1	Finansal varlığın dönem sonu fiyatı
d	Verili dönem içinde yatırım yapılan hisse senedinden elde edilen nakit kar payı
P_{1e}	Dönem sonunda eski hisse senedi fiyatı
P_{1y}	Dönem sonunda yeni hisse senedi fiyatı
S_b	Bedelli sermaye artırım yüzdesi
S	Bedelsiz sermaye artırım yüzdesi
B	Bedelli sermaye artırımının birim fiyatı
$E(R_i)$	i varlığının beklenen verimi
P_{ij}	i varlığının j . gerçekleşme olasılığı
R_{ij}	i varlığının j olasılığına ait verimi
n	Dönem sayısı
σ^2	Varyans
σ	Standart sapma
$D.K.$	Değişkenlik katsayısı
$E(R_p)$	Portföyün beklenen verimi
W_i	i varlığının portföydeki ağırlığı
$\sigma_{1,2}$	1 ve 2 no'lu finansal varlıkların verimleri arasındaki kovaryans
ρ_{ij}	i ve j varlıkları arasındaki korelasyon katsayısı
α_i	Pazar veriminin sıfır olduğu durumda i . hisse senedinin sağlayacağı verim
β_i	Karakteristik doğrunun eğimi (Finansal varlığın pazar endeksine duyarlılığının ölçüsü)
R_{mt}	Pazarın t . inci döneme ait verimi
e_{it}	Gözlemlenen değerlerle regresyon değerleri arasındaki tesadüfi hata
S_i	Bir finansal varlığın portföye dahil edilebilirliğini gösteren katsayı

R_f	Risksiz faiz oranı
σ_m^2	Pazar endeksinin varyansı
σ_{ei}^2	Finansal varlığın sistematik olmayan riski
C^*	Değerlendirme kriteri olarak sembolize edilen sınır değeri
a_i	Faktör değerlerinin sıfır olması durumunda beklenen verim
b_{ij}	i. varlığın veriminin j. endekse olan duyarlılığının ölçüsü
I	Finansal varlık verimlerini etkileyen faktörler (endeksler)
c_i	Tesadüfi hata terimi
$\sigma_{i,m}$	Pazar ile i varlığının verimleri arasındaki kovaryans
σ_m^2	Pazarın varyansı
β_p	Portföyün Betası
λ_0	Sıfır sistematik riske sahip varlığın beklenen verimi
λ_j	Dengede (j.) faktör için risk primi

GİRİŞ

Sermaye piyasalarının işlerlik kazanması ile birlikte yatırımların yönetilmesi ve bu amaçla ortaya konulan yöntemler de önem kazanmaya başlamıştır. Yatırımların hangi yatırım araçlarına, nasıl yönlendirileceği ise araştırmacıların başlıca ilgi alanlarından olmuştur. Portföy yönetimi üzerine geleneksel uygulamaların terk edilmesinden sonra Modern Portföy Kuramı geliştirilmiş ve ardarda yöntemler üretilmiştir. Bu yöntemler, Modern Portföy Kuramı'nın başladığı yıllar olarak kabul edilen 50'li yıllardan günümüze dek tartışılmalıdır. Modern Kuram'ın temelleri, 1952 yılında Harry M. Markowitz'in "Portfolio Selection" adlı makalesi ile atılmıştır. Markowitz daha sonra yazdığı kitap ile Ortalama Varyans Modeli'ni ortaya koymuştur.

Bu çalışma İMKB-100 endeksinde 1999 yılı boyunca sürekli olarak bulunan şirketler arasından Markowitz Ortalama Varyans Modeli kullanılarak etkin portföyün seçilebilmesini amaçlamaktadır. Etkin portföyün bulunması durumunda Modern Portföy Kuramı'nın varsayımlarından biri olan sermaye pazarının etkinliğinin İMKB için geçerli olduğu söylenebilecektir.

Çalışma altı ana bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde kavramsal olarak portföy ve portföy yönetimi incelenmiştir.

İkinci bölümde portföy yönetiminin tarihsel gelişimi üzerinde durulmuş, geleneksel ve modern portföy kuramları varsayımlarıyla açıklanmıştır.

Üçüncü bölümde Modern Portföy Kuramı'na göre portföy seçim modelleri incelenmiştir. Bu bölümde Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli kuramsal olarak detaylı olarak anlatılmıştır. Daha sonra Modern Portföy Kuramı'nın içinde yer alan ve Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli'nden sonra ortaya konulan portföy seçim modelleri sırayla açıklanmıştır: Tek Endeks Modeli, Çoklu Endeks Modeli, Finansal Varlık Değerleme Modeli ve Arbitraj Fiyatlama Modeli.

Dördüncü bölüm Markowitz Yaklaşımı'nın matematiksel boyutunun açıklandığı bölümdür. Bu kısımda uygulamada kullanılacak yöntemlere ilişkin modelin varsayımları ve kısıtları incelenmiştir. Portföy seçimi problemi esas olarak bu bölümde ortaya konulmuş ve çözüm aşamaları gösterilmiştir.

Beşinci bölümde modele ilişkin Türkiye’de yapılmış çalışmalarda kullanılan metodoloji ve bulgular tablolar halinde gösterilmiş ve yorumlanmıştır.

Çalışmanın ampirik kısmı altıncı bölümde açıklanmıştır. İMKB-100 endeksinde 1999 yılı boyunca sürekli olarak bulunan 88 hisse senedinin 52 haftalık verileri kullanılarak model uygulanmıştır. Ulaşılan bulgular sonuç kısmında yorumlanmıştır.

1. PORTFÖY KAVRAMI

1.1. Portföy Tanımı

Pay senedi, tahvil gibi çeşitli finansal varlıkların bir araya getirilmesiyle oluşan; varlık çeşitlendirmesi ile yatırımcılara düşük riskli ve yüksek verimli yatırım olanağı sağlayan finansal varlıklar 'portföy' olarak adlandırılır.

Riskli yatırımların bir arada olmalarından doğan etkileşimlerin dikkate alınıp incelenmesine ise 'portföy yaklaşımı' denir.

"Portföy yaklaşımına göre bir yatırımcı genellikle tek bir menkul değere yatırım yapmaz; birikimini çeşitli finansal varlıklar arasında dağıtır. Amacı birikimlerini çeşitli finansal varlıklar arasında optimal bir şekilde bölüştürmek; diğer bir deyişle belirli bir karlılık düzeyinde riski minimum kılacak veya belirli bir risk derecesinde karlılığı en yüksek düzeye çıkaracak şekilde portföy oluşturmaktır."¹

1.2. Portföy Yönetimi Kavramı

Portföy yönetimi en geniş çerçevede "paranın yönetilme süreci" olarak tanımlanmıştır. Sharpe, bu süreçte portföy yönetimi ile ilgili üç fonksiyon belirlemiştir;²

1-Portföy analizi: Portföyün riskinin, beklenen veriminin ve müşteri tercihlerinin belirlenmesi.

2-Portföy revizyonu: Satın alınacak ve satılacak finansal varlıkların belirlenmesi.

3-Performans değerlemesi: Portföyün fiili performansının ve bu performansın nedenlerinin belirlenmesi.

Sharpe'ın ifade ettiği bu üç fonksiyondan da anlaşıldığı gibi portföy yönetimi; belli tutardaki fonun ekonomik gelişmeler ve yatırımcının tercihleri doğrultusunda

¹ Öztin Akgüç, *Finansal Yönetim*, 6.b.,Avcıol Basım Yayın, İstanbul, t.y., s.843

² Mustafa Özçam, *Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi*, SPK Yayınları ,Ankara,1997,s.3-4. Aktarılan eser ;William F.Sharpe, *Investments*,Prentice Hall, Inc,New Jersey,1985,p.641

yatırıma dönüştürülmesi ve ortaya çıkan portföyün performansının sürekli değerlendirilmesini gerektiren dinamik bir süreçtir.

Daha sonra, Maginn ve Tuttle da portföy yönetim sürecinin, kişilerin ve kurumların görüşlerine ve değer yargılarına göre farklı biçimlerde ortaya çıkabileceğini belirttikten sonra, portföy yönetimi ile aşağıdaki faaliyetlerin yerine getirildiğini ifade etmişlerdir;³

1-Özel yatırım politikaları geliştirebilmek için yatırımcının amaçları,tercihleri ve sınırlılıkları belirlenir.

2-Stratejiler piyasadaki finansal ve reel varlıkların optimal bileşimlerinin seçimi yoluyla geliştirilip uygulanır.

3-Piyasa şartları, göreceli varlık değerleri ve yatırımcının koşulları izlenir.

4-Herhangi bir unsurdaki önemli değişiklikleri yansıtabilmek için portföyde uygun düzenlemeler yapılır.

³ A.e.,s.7.Aktarılan eser; J.L.Maginn ve D.L. Tuttle,Portfolio Management Process and Its Dynamics, Warren,Gorham&Lamont,Inc.,1,1-1,11,Boston,1990,1,3-1,5.

2. PORTFÖY YÖNETİMİNİN TARİHSEL GELİŞİMİ

2.1. Geleneksel Portföy Kuramı

Portföy teorilerinin ortaya çıkmasının temel amacı, çok sayıda finansal varlık içinden çeşitlendirme ile yatırımların verimini maksimum, riskini minimum yapacak olan portföyleri seçmektir.

Geleneksel Portföy Kuramı'nda riskin birden fazla finansal varlığa dağıtılması amaçlanmıştır. Bu amaca göre, 20 hisse senedinden oluşan bir portföy, 5 hisse senedinden oluşan bir portföyden 4 kat daha iyi çeşitlendirilmiş demektir. Portföydeki hisse senedi sayısı arttıkça portföyün riskinin düşeceği varsayılmıştır. Geleneksel Portföy Teorisi'nde bu şekilde riskin dağıtılması "yalın çeşitlendirme" olarak adlandırılmıştır.

Geleneksel yaklaşımda ortaya çıkan en büyük sorun aşırı çeşitlendirmedir. Aşırı çeşitlendirmenin sakıncaları aşağıdaki gibi sıralanabilir.⁴:

1-Çok sayıda finansal varlıktan oluşan portföylerin yönetiminin güç olmasıyla beraber araştırma maliyetlerinin artması,

2-Satın alınacak menkul değer taşıdığı riske göre gerekli getiri sağlayamaması,

3-Portföydeki menkul değer sayısının artması ile komisyon giderlerinin artması.

Geleneksel Portföy Kuramı'nda portföyün beklenen verimi, portföyü oluşturan finansal varlıkların verimlerinin ağırlıklı ortalamasına eşittir.

$$E_p = W_A \cdot W_A + W_B \cdot E_B + \dots + W_N \cdot E_N \quad (2.1.)$$

Formülde;

E_p = Portföyün beklenen verimini,

E_N = N varlığının beklenen verimini,

⁴ İ.Engin Üstünel, Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması, İMKB, İstanbul, 1999, s.9

$WN = N$ varlığının portföy içindeki oranını ifade etmektedir.

Geleneksel Portföy Kuramı'nın portföy yönetimi aşamaları aşağıdaki gibidir;⁵

- 1-Yatırımcıya ait bilgilerin toplanması
- 2-Portföy amacının saptanması
- 3-Yatırım politikalarının saptanması
- 4-Portföye dahil edilecek finansal varlıkların seçimi

1950'li yıllara kadar yaygın kullanım alanı bulan Geleneksel Portföy Yaklaşımı, 50'li yılların başından itibaren yerini matematiksel ve istatistiksel yöntemlere dayanan Modern Portföy Kuramı'na bırakmıştır.

2.1. Modern Portföy Kuramı

Modern Portföy Kuramı'nın temelleri Harry M. Markowitz'in 1952 yılında yayımlanan "Portfolio Selection" adlı makalesi ile atılmıştır. Bu tarihe kadar, finansal varlık verimleri arasındaki ilişkileri dikkate almaksızın yalnızca portföydeki finansal varlık sayılarını artırarak yatırımların riskini azaltmayı amaçlayan Geleneksel Portföy Kuramı kullanılmıştır.

Markowitz, Geleneksel Portföy Kuramı'na üç önemli noktada katkıda bulunmuştur;⁶

1-Harry M. Markowitz 1952 yılında yayınladığı makalede⁷ portföy yönetiminde parçaların toplamının bütüne eşit olmadığını; çeşitlendirme ile riskin

⁵ Nevin Yörük, *Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj Fiyatlama Modeli'nin İMKB'de Test Edilmesi*, İMKB, İstanbul, 2000, s.10. Aktarılan Eser: Jones, Tuttle, Heaton, *Essential of Modern Investments*, The Ronald Press Company, New York, 1977, p.327.

⁶ Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, John Wiley&Sons, 2nd ed., USA, 1991, pp5-6.

⁷ Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection*, Journal of Finance, Vol VII, No.1, March 1952.

azaltılabileceğini ve portföy riskinin portföyü oluşturan varlıkların riskinden daha az olabileceğini ifade etmiştir.

2-Markowitz'e göre portföye dahil edilecek finansal varlıkların seçimi üstünlük ilkesine göre yapılır. Verimleri aynı iki finansal varlıktan riski az olan, risk seviyeleri eşit olan iki finansal varlık arasından ise verimi yüksek olan portföye dahil edilir. Bu durum bir etkin sınır olduğunu ortaya koyar.

3-"Etkin sınır" kuadratik programlama yolu ile elde edilebilir.

Markowitz'in geliştirdiği yöntem hem işlem fazlalığı hem de karmaşıklığı açısından zorluklar içermektedir. Daha sonraları bu dezavantajları azaltmayı veya ortadan kaldırmayı amaçlayan başka modeller geliştirilmiştir. 1963 yılında Markowitz'in öğrencisi William Sharpe, Markowitz modelini geliştirerek daha basit bir biçimde ortaya koymuştur. Tek Endeks Modeli olarak adlandırılan bu modelden sonra da portföy kuramları üzerine çalışmalara yine Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından devam edilmiştir. Modern Portföy Kuramı'na göre yatırımcıların finansal varlıklara yatırım yapmaları durumunda fiyatlardaki değişimler incelenmiştir. Bu çalışmaların sonucunda iki ayrı model daha geliştirilmiştir. Sermaye Pazarı Kuramı içinde ilk önce Finansal Varlık Değerleme Modeli (CAPM) geliştirilmiş, uzun süre portföy yönetiminde kullanıldıktan sonra 1970'li yıllarda modelin yetersizliği ileri sürülerek Stephen A. Ross (1976) ve Richard Roll (1977) tarafından Arbitraj Fiyatlama Modeli (APT) önerilmiştir. Arbitraj Fiyatlama Modeli üzerinde tartışmalar sürmekte ve Modern Portföy Kuramı üzerinde yeni arayışlar güncelliğini korumaktadır.

2.2.1. Modern Portföy Kuramı'nın Varsayımları

Modern Portföy Kuramı'nın varsayımları beş ana başlık altında toplanabilir,⁸

- 1- Yatırımcının amacı fayda fonksiyonunu maksimize etmektir. Bütün yatırımcılar rasyonel düşünürler.

⁸ Yörük, a.g.e., s13. Aktarılan eser: Diana R. Harrington, *Modern Portfolio Theory and The Capital Asset Pricing Model; A User's Guide*, Prentice Hall Inc., New Jersey, 1987, p.26.

- 2- Yatırımcılar yatırım kararlarını yalnızca beklenen verim ve riske göre alırlar. Verim ölçütü olarak portföyü oluşturan varlıkların beklenen verimlerinin ortalaması, risk ölçütü olarak bu portföy verimlerinin varyansı kullanılır.
- 3- Yatırımcıların risk ve verim hakkındaki beklentileri homojendir. Tüm yatırımcılar aynı risk düzeyinde daha fazla verimi, aynı verim düzeyinde ise daha az riski tercih ederler.
- 4- Yatırımcılar özdeş zaman ufkuna sahiptirler.
- 5- Modern Portföy Kuramı'na göre sermaye pazarı oldukça etkindir. Etkin bir pazarda bilgiler süratle, tamamen ve doğru olarak finansal varlık fiyatlarına yansır. Pazar her zaman dengededir. Bilgi akışına herhangi bir kısıtlama konmamıştır ve yatırımcılar için söz konusu bilgilere eş zamanlı ulaşmak mümkündür.

3. MODERN PORTFÖY KURAMI'NA GÖRE PORTFÖY SEÇİM MODELLERİ

3.1. MARKOWITZ (ORTALAMA VARYANS) MODELİ

1950'li yılların başlarında, o zamanlar değin kullanılmakta olan Geleneksel Portföy Yaklaşımları terk edilerek, öncülüğünü Markowitz'in yaptığı Modern Portföy Kuramı modelleri kullanılmaya başlanmıştır.

Markowitz, portföy çeşitlendirmesi (portfolio diversification) kavramını ilk kez kullanarak kantitatif yöntemlerle, çeşitlendirmenin portföy riskini nasıl etkilediğini göstermiştir. Buna göre; çeşitlendirme yapılarak portföyün riski, portföyü oluşturan finansal varlıkların toplam riskinden daha az olabilir. Ortalama Varyans Modeli olarak da bilinen Markowitz Modeli, finansal varlıkların beklenen verimleri ve risk karakteristikleri temeline dayanır. Diğer bir deyişle model, risk-verim analizlerinin teorik çatısını oluşturmaktadır.

"Etkin portföy" kavramı da Ortalama Varyans Modeli ile kullanılmaya başlanmıştır. Model rasyonel yatırımcıların, belirli bir risk düzeyinde en yüksek verimi ve belirli bir verim düzeyinde en düşük riski sağlayan etkin portföyleri seçmek eğiliminde olduklarını savunmaktadır.

3.1.1. Ortalama Varyans Modeli'nin Varsayımları

Markowitz Ortalama Varyans Modeli'nin varsayımları aşağıdaki biçimde sınıflandırılabilir;⁹

- 1- Yatırımcılar rasyoneldir; riskten kaçınırlar ve zenginliklerini maksimize etmeye çalışırlar.
- 2- Yatırımların olasılık dağılımı yaklaşık olarak normaldir.

⁹ James L. Farrell., *Portfolio Management: Theory and Application*, McGraw Hill, 2nd ed., ©1997, Singapore, p.55

3- Bütün yatırımlar için geçerli olan yatırım süresi tek periyottur.

3.1.2. Portföy Seçiminde Etkin Olan Kavramlar

3.1.2.1. Tek Finansal Varlık İçin Verim ve Risk Kavramları

3.1.2.1.1. Beklenen Verim

Bir yatırımcının bir finansal varlıktan belli bir dönemde elde ettiği kazanç veya kaybın yüzdesel ifadesi "verim" olarak tanımlanabilir. Verim aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$R_i = \frac{P_1 - P_0 + d}{P_0} \quad (3.1)$$

Formülde;

- R_i = i varlığının bir dönemlik verim oranını,
- P_0 = Finansal varlığın dönem başı fiyatını,
- P_1 = Finansal varlığın dönem sonu fiyatını,
- d = Verili dönem içinde yatırım yapılan hisse senedinden elde edilen nakit kar payını

temsil etmektedir.

İlgili dönemde temettü ve sermaye artırımını yapılması durumlarında ise finansal varlığın bir dönemlik verimi aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

$$R_i = \frac{P_{1e} + P_{1y} [(S_b + S)/100] - P_0 - [(BS_b)/100] + d}{P_0} \quad (3.2)$$

Formülde;

- R_i = i varlığının bir dönemlik verimini,
- P_{1e} = Dönem sonunda eski hisse senedi fiyatını,

- P_{1y} = Dönem sonunda yeni hisse senedi fiyatını,
 S_b = Bedelli sermaye artırım yüzdesini,
 S = Bedelsiz sermaye artırım yüzdesini,
 P_0 = Dönem başı hisse senedi fiyatını,
 B = Bedelli sermaye artırımının birim fiyatını,
 d = Verili dönemde elde edilen nakit kar payını

ifade etmektedir.

Bir finansal varlığın beklenen verimi, olasılık dağılımına ve geçmiş verilere göre aşağıdaki gibidir;

a-) Olasılık dağılımı kullanılarak i varlığının beklenen verimi;

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^n P_{ij}.R_{ij} \quad (3.3)$$

şeklinde ifade edilir:

Formülde;

$E(R_i)$ = i varlığının beklenen verimini,

P_{ij} = i varlığının j. gerçekleşme olasılığını,

R_{ij} = i varlığının j olasılığına ait verimini

temsil etmektedir.

b-)Geçmiş veriler dikkate alındığında veya bütün olasılıklar birbirine eşit olduğunda beklenen verim aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$E(R_i) = (1/n) \sum_{j=1}^n R_{ij} \quad (3.4)$$

Formülde;

R_{ij} = i varlığının j. dönemdeki verimini,

n = Dönem sayısını

ifade etmektedir.

3.1.2.1.2. Standart Sapma ve Varyans

Bir finansal varlığın riski, beklenen verimlerin standart sapması veya onun karesi olan varyans değerleriyle bulunur. Varyans ve standart sapma, gerçekleşen verimin beklenen verimden farklılığını ölçmede kullanılır.

"Varyans olası sonuçların, beklenen (ortalama) sonuç etrafında dağılımını ölçen analitik bir kavramdır."¹⁰

Varyans aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n P_i [R_i - E(R)]^2 \quad (3.5)$$

Formülde;

σ^2 = i varlığının varyansını,

P_i = i varlığının gerçekleşme olasılığını,

R_i = i varlığının verimini,

$E(R_i)$ = i varlığının beklenen verimini

temsil etmektedir.

Bütün olasılıkların (P_i) birbirine eşit olması durumunda ise formül;

$$\sigma^2 = (1/n) \sum_{i=1}^n [R_i - E(R)]^2 \quad (3.6)$$

şeklinde ifade edilir.

"Varyansın büyüklüğü, dağılımın kendi ortalaması etrafında dağınıklığının fazla olduğunu gösterir. Varyansın karekökü (σ) standart sapma ölçüsünü verir. Dağılımın ölçüsü olarak standart sapma kullanılmasının, ortalama ile aynı birim üzerinden ifade edilmesi gibi bir üstünlüğü bulunmaktadır."¹¹

Standart Sapma varyansın karekökü alınarak bulunur:

¹⁰ Akgüç, a.g.e., s.842

¹¹ A.e.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (3.7)$$

"Standart sapma tek bir yatırım riskinin ölçülmesinde veya birden fazla, fakat beklenen verimleri aynı olan yatırımlar arasında risklilik açısından bir seçim yapmada faydalı olabilir. Ancak verimleri ve standart sapmaları farklı iki yatırım seçeneği bulunması durumunda değişkenlik katsayısının hesaplanması ile seçim yapılır. Değişkenlik katsayısı riskin verimine göre görecelik değişimini verir."¹²

Değişkenlik katsayısı aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$D.K. = \frac{\sigma}{E(R_i)} \quad (3.8)$$

3.1.2.2. Portföy İçin Beklenen Verim ve Risk Kavramları

3.1.2.2.1. Beklenen Verim

Birden çok finansal varlığın bir araya getirilmesiyle oluşan portföyün beklenen verimi, portföyü oluşturan finansal varlıkların beklenen verimlerinin ağırlıklı ortalamasının alınmasıyla bulunur ve $E(R_p)$ biçiminde ifade edilir.

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (3.9)$$

Formülde;

$E(R_i)$ = i varlığının beklenen verimini,

W_i = i varlığının portföydeki ağırlığını

göstermektedir ve portföydeki varlıkların ağırlıkları toplamı 1'e eşittir.

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

Portföyün beklenen verimi basit bir örnekle aşağıdaki biçimde hesaplanır:

¹² Cevat Sankarınış, *Sermaye Pazarları*, Alfa Basım Yayın Dağıtım, İstanbul, t.y., s.161-162.

<u>Hisse Senedi</u>	<u>Ağırlık (%)</u>	<u>Beklenen Verim (R_i)</u>
1	20	7.000
2	25	6.300
3	32	4.500
4	23	10.000

$$\begin{aligned}
 E(R_p) &= \sum_{i=1}^4 W_i R_i = (W_1.R_1) + (W_2.R_2) + (W_3.R_3) + (W_4.R_4) \\
 &= (0,20.7000) + (0,25.6300) + (0,32.4500) + (0,23.10000) \\
 E(R_p) &= 6.715 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

3.1.2.2.2. Portföyün Standart Sapma ve Varyansı

Portföy yaklaşımına göre, bir yatırımcı genellikle bir tek finansal varlığa yatırım yapmaz; birikimlerini çeşitli finansal varlıklar arasında dağıtır. Bir portföyün verimi, portföyü oluşturan finansal varlıkların ağırlıklı verimlerinin toplanması ile bulunuyordu. Ancak portföy riskini hesaplamada aynı mantık tek başına yeterli değildir. Portföy yaklaşımında portföyün riski, yalnızca portföyü oluşturan finansal varlıkların ağırlıklı varyans değerleri toplanarak değil; aynı zamanda finansal varlık karlılıklarının birbirleri arasındaki kovaryansların hesaplanmasıyla bulunur.

Kovaryans portföye dahil finansal varlıkların karlılıkları arasında pozitif veya negatif bir ilişki (korelasyon) olup olmadığını ortaya koyar.

Portföyün varyansını hesaplayabilmek için öncelikle kovaryans ve korelasyon katsayısı kavramlarının bilinmesi gerekmektedir.

3.1.2.2.3. Kovaryans

Kovaryans daha önce de belirtildiği üzere, iki tesadüfî değişkenin birlikte değişim ölçüsü olup, portföye dahil olan finansal varlıkların karlılıkları arasında pozitif veya negatif bir ilişki olup olmadığını ortaya koyar.

Kovaryans beklenen verimlerin gerçekleşme olasılıkları dikkate alındığında, aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$\sigma_{1,2} = \sum_{i=1}^n [R_{1i} - E(R_1)][R_{2i} - E(R_2)]p_i \quad (3.10)$$

Formülde,

$\sigma_{1,2}$ = 1 ve 2 no'lu finansal varlıkların verimleri arasındaki kovaryansı,

R_{1i} = 1 no'lu finansal varlığın i durumundaki verimini,

$E(R_1)$ = 1 no'lu finansal varlığın beklenen verimini,

R_{2i} = 2 no'lu finansal varlığın i durumundaki verimini,

$E(R_2)$ = 2 no'lu finansal varlığın beklenen verimini,

p_i = i. durumun gerçekleşme olasılığını,

n = Mümkün olan durum sayısını

ifade etmektedir.

Bütün olasılıkların birbirine eşit olması durumunda ise kovaryans:

$$\sigma_{1,2} = (1/n) \sum_{i=1}^n [R_{1i} - E(R_1)][R_{2i} - E(R_2)] \quad (3.11)$$

şeklinde hesaplanır.

3.1.2.2.4. Korelasyon Katsayısı

"Verimler arası ilişki korelasyon katsayısı ile ölçülür. Korelasyon, iki serinin ne ölçüde ve ne yönde beraber değişeceğini gösteren bir katsayıdır. Eğer verimler arasında pozitif ve mükemmel korelasyon varsa, finansal varlık verimleri birbirine bağımlı demektir. Fakat finansal varlıklar arasında mükemmel bir pozitif ilişkinin olması genellikle mümkün değildir. Bu durum portföy yönetiminde kolaylık sağlar. Çünkü piyasada mevcut finansal varlık verimleri arasında pozitif bir ilişki varsa çeşitlendirme yolu ile risk dağıtımı da o derece güç olacaktır."¹³

İki finansal varlık arasındaki kovaryans, korelasyon katsayısına bağlı olarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (3.12)$$

Formülde;

σ_{ij} = i ve j varlıkları arasındaki kovaryansı,

ρ_{ij} = i ve j varlıkları arasındaki korelasyon katsayısını,

σ_i = i varlığının standart sapmasını,

σ_j = j varlığının standart sapmasını

ifade etmektedir.

Yukarıdaki eşitlik korelasyon katsayısına göre düzenlenirse, formül aşağıdaki gibi olur:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (3.13)$$

Formülden de anlaşıldığı üzere kovaryans ile korelasyon arasında doğrusal bir ilişki söz konusudur. Verimler arasındaki korelasyon katsayısı ne kadar yüksek ise kovaryans da o kadar yüksek olur. Korelasyon pozitif bir değer alırsa kovaryans da pozitif, korelasyon sıfır olursa kovaryans da sıfır olur. Ancak kovaryans finansal

¹³ Ünal Bozkurt, *Menkul Değer Yatırımlarının Yönetimi*, İktisat Bankası Eğitim Yayınları No=4, 1988,s.284.

varlık verimleri arasındaki ilişkinin derecesini belirlemez. Bunun için korelasyon ve değişkenlik katsayısı gibi istatistiki teknikler kullanılmaktadır.¹⁴

Korelasyon katsayısı -1 ve +1 arasında bir değerdir. $(-1 \leq \rho \leq +1)$

Portföy riskini hesaplamak için gerekli kavramları tanımladıktan sonra portföyün varyansını aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1+1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \quad (3.14)$$

Markowitz portföy riskini, yukarıdaki eşitlikle aynı anlama gelen ancak daha kısa bir ifade ile;

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \quad (3.15)$$

şeklinde belirtmiştir.¹⁵

Kovaryans değerinin korelasyon katsayısına bağlı olarak yazılması durumunda eşitlik aşağıdaki biçimi alır:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \sigma_j \quad (3.16)$$

Formülde;

σ_p^2 = Portföyün varyansını,

w_i = i varlığının portföy içindeki oranını,

w_j = j varlığının portföy içindeki oranını,

ρ_{ij} = i ve j varlıkları arasındaki korelasyon katsayısını,

σ_i = i varlığının standart sapmasını,

σ_j = j varlığının standart sapmasını

ifade etmektedir.

¹⁴ A.e.,s.285

¹⁵ Markowitz, a.y.

Portföyün standart sapması ise varyansın karekökü alınarak bulunur;

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad (3.17)$$

Portföy riskinin hesaplanma yöntemleri kuramsal olarak belirtildikten sonra, konunun daha rahat anlaşılabilmesi için iki hisse senedinden oluşan bir portföyün riski aşağıda bir örnek üzerinde gösterilmiştir:

Tablo 3.1. Portföyün Beklenen Verim ve Risk Hesaplarının Örnek Üzerinde İncelenmesi

Yıl Sayısı	R _i (ABC)	R _j (XYZ)	(m) R _i - E(R _i)	(n) R _j - E(R _j)	[R _i -E(R _i)] ²	[R _j -E(R _j)] ²	(m)*(n)
1	1.8868	-6.5789	-2.7615	-12.2736	7.6261	150.6402	33.8939
2	-6.4815	-4.2254	-11.1298	-9.9200	123.8727	98.4056	110.4073
3	12.8713	8.8235	8.2230	3.1289	67.6170	9.7901	25.7290
4	1.7544	2.7027	-2.8939	-2.9919	8.3749	8.9515	8.6584
5	10.3448	11.8421	5.6965	6.1475	32.4501	37.7917	35.0192
6	14.0625	22.3529	9.4142	16.6583	88.6266	277.5000	156.8244
7	6.8493	-7.6923	2.2010	-13.3869	4.8443	179.2095	-29.4644
8	-2.5641	-3.1250	-7.2124	-8.8196	52.0192	77.7855	63.6108
9	2.6316	13.9785	-2.0168	8.2839	4.0673	68.6228	-16.7065
10	5.1282	18.8679	0.4799	13.1733	0.2303	173.5362	6.3215
Toplam	46.4833	56.9461			389.7285	1082.2332	394.2936

Tablo verilerinden, her iki hisse senedine ait beklenen verim ve risk kavramları ile ilgili olarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

	ABC	XYZ
Beklenen Verim	4.6483	5.6946
Standart Sapma	6.2428	10.4030
Varyans	38.9728	108.2233
Kovaryans	39.4294	
Korelasyon Katsayısı	0.6071	

Bu durumda portföyün varyansı;

$$\begin{aligned}\text{Var}(R_p) &= 38,97285 + 108,2233 + 39,4294 \\ &= 186,6255\end{aligned}$$

veya;

$$\begin{aligned}\text{Var}(R_p) &= 38,97285 + 108,2233 + (0,6071 * 6,2428 * 10,403) \\ &= 186,6255\end{aligned}$$

olur.

3.1.3. Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli'ne Göre Portföy Seçimi

Markowitz'e göre bir yatırımcı yapmayı planladığı yatırımdan beklediği verim için, portföyündeki finansal varlıkların varyans ve kovaryans değerlerini tahmin etmelidir. Yatırımcı karlılığın yüksek, karlılığın varyansının ise düşük olmasını ister. Bu kombinasyonu sağlayabilmek için karlılık ve risk yapıları farklı portföyler arasından etkin olanları seçmesi gerekmektedir.

Bir portföyün etkin olarak nitelendirilebilmesi için belirli karlılık düzeyinde varyansının en düşük veya belirli bir varyans için karlılığının en yüksek düzeyde olması gerekir.

Ortalama varyans kriteri olarak adlandırılan bu duruma göre; örneğin A alternatifinin B alternatifinden üstün olduğunu söyleyebilmek için aşağıdaki koşulların sağlanması gerekmektedir;

$$\begin{aligned}E(R_A) &\geq E(R_B) \\ \sigma^2_A &\leq \sigma^2_B\end{aligned}$$

3.1.3.1.İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde Markowitz Çeşitlendirmesi

Portföyün beklenen veriminin, portföyü oluşturan finansal varlıkların portföydeki oranları ile ağırlıklandırılmış beklenen verimlerinin toplamına eşit olduğu daha önce belirtilmişti. Bu ifadeye göre, iki adet finansal varlıktan meydana gelen bir portföyün beklenen verimi aşağıdaki biçimde gösterilir:

$$E(R_p) = W_1.E(R_1) + W_2.E(R_2) \quad (3.18)$$

Markowitz, iki hisse senedinden oluşan portföyün varyansını ise;

$$(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2 AB$$

eşitliği doğrultusunda;

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2 W_1.W_2.\sigma_{1,2} \quad (3.19)$$

olarak ifade etmiştir.

Formülde;

- σ_p^2 = Portföyün varyansını,
- w_1 = 1 no'lu finansal varlığın portföydeki ağırlığını,
- w_2 = 2 no'lu finansal varlığın portföydeki ağırlığını,
- σ_1^2 = 1 no'lu menkul kıymetin varyansını,
- σ_2^2 = 2 no'lu menkul kıymetin varyansını,
- $\sigma_{1,2}$ = 1 ve 2 no'lu menkul kıymetlerin kovaryansını

belirtmektedir.

Korelasyon katsayısının formüle dahil edilmesi durumunda ise portföyün riski;

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2 W_1.W_2.\rho_{1,2}.\sigma_1.\sigma_2 \quad (3.20)$$

şeklinde olmaktadır. İfade bir tablo ile gösterilirse ortaya dört hücreden oluşan bir matris çıkar.

" **Kovaryans matrisi**" olarak adlandırılan bu matrisin bütün hücrelerinin toplamı, portföyün riskini verir.

Tablo 3.2.- İki finansal varlıktan oluşan portföyün varyansı

Menkul Değer	1	2
1	$w_1^2\sigma_1^2$	$w_1w_2\sigma_{1,2}$
2	$w_2w_1\sigma_{2,1}$	$W_2^2\sigma_2^2$

3.1.3.1.1. Tam Pozitif Korelasyon Durumu ($\rho=+1$)

Korelasyon katsayısı bir portföyde verimler arası ilişkinin derecesini belirler. Korelasyon (-1) ile (+1) arasında değişen bir katsayı olduğundan, ($\rho=+1$) olması durumu korelasyon katsayısının maksimum değer alması demektir. Bu durumda iki menkul değer verimleri birbiriyle tam ilişki içindedir.

($\rho=+1$) durumunda portföyün varyansı aşağıdaki şekli alır:

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + 2 W_1.W_2.\sigma_1.\sigma_2 \quad (3.21)$$

$$= (W_1.\sigma_1 + W_2.\sigma_2)^2$$

Bu durumda portföyün standart sapması portföydeki finansal varlıkların ağırlıklı standart sapmalarının toplamına eşittir. Bu koşullarda seçilmiş bir portföyün varyansı maksimum olur.

($\rho=+1$) olması durumunda portföy riskinin nasıl hesaplanacağı aşağıda bir örnekle açıklanmıştır:

$$w_1 = \%40 \quad w_2 = \%60$$

$$\sigma_1 = 15,4 \quad \sigma_2 = 26,5$$

Tablo 3.3.- İki Finansal Varlıktan Oluşan Portföyün Varyansının Örnek Üzerinde Gösterilmesi

Menkul Değer	1	2
1	$0,4^2 * 15,4^2 =$ $= 37,9456$	$0,40 * 0,60 * 1 * 15,4 * 26,5$ $= 97,944$
2	$0,40 * 0,60 * 1 * 15,4 * 26,5$ $= 97,944$	$0,60^2 * 26,5^2 = 252,81$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + 2 W_1 W_2 \sigma_1 \sigma_2 \\ &= 37,9456 + 252,81 + (2 * 97,944) = \\ &= 486,6436 \end{aligned}$$

3.1.3.1.2. Korelasyon Katsayısının Sıfır Olması Durumu ($\rho=0$)

Korelasyon katsayısının sıfır olması, portföye dahil edilen finansal varlıkların verimleri arasında ilişki olmadığını gösterir.

($\rho=0$) ise, portföyün varyansı aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\sigma_p^2 = W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 \quad (3.22)$$

Bu durum portföyün varyansını $\rho=+1$ durumuna göre düşürür. Ancak korelasyon katsayısı sıfır olan portföy en iyi portföy demek değildir. Yatırımcının bu noktada eğilimi $\rho=-1$ durumu ya da (-1)'e yakın korelasyon değerlerini taşıyan portföyleri seçmek olacaktır.

($\rho=0$) durumu bir önceki bölümde (+1) korelasyon değeri için verilen örneğe uygulanırsa aşağıdaki sonuca ulaşılır.

$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 \\
&= 37,9456 + 252,81 \\
&= 290,7556
\end{aligned}$$

Örnekten de görüleceği üzere korelasyon katsayısının düşmesi portföyün riskini azaltıcı bir etki yaratmaktadır.

3.13.1.3. Tam Negatif Korelasyon Durumu ($\rho=-1$)

Korelasyon katsayısının -1 olması durumunda finansal varlık verimleri arasında birbirlerinin tam tersi yönünde bir ilişki söz konusudur. Diğer bir deyişle, portföyü oluşturan finansal varlıklardan birisi belirli bir oranda fazla verim sağladığında, diğeri aynı oranda daha az bir verim sağlayacaktır.

($\rho=-1$) durumunda portföyün varyansı aşağıdaki gibi olur;

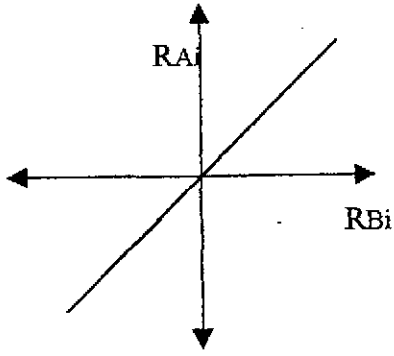
$$\begin{aligned}
\sigma_p^2 &= W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 - 2 W_1 W_2 \sigma_1 \sigma_2 \quad (3.23) \\
&= (W_1 \sigma_1 - W_2 \sigma_2)^2
\end{aligned}$$

($\rho=-1$) durumunda portföyün varyansı minimum olur. Bu durum örneğe uygulanırsa sonuç aşağıdaki gibi olur:

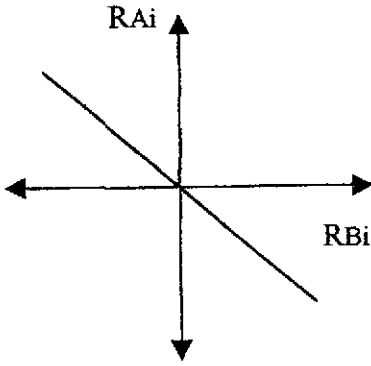
$$\begin{aligned}
&= 37,9456 + 252,81 - (2 * 97,944) \\
&= 290,7556 - 195,888 \\
&= 94,8676
\end{aligned}$$

Örnekten de anlaşıldığı gibi korelasyon değerleri düştükçe portföy riski azalmaktadır.

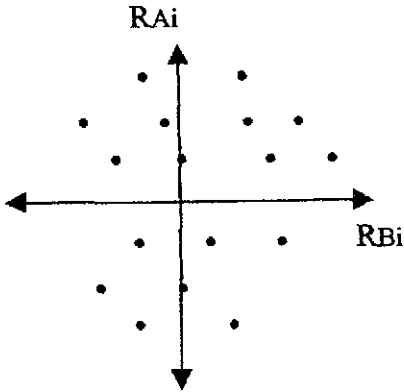
Şekil 3.1'de A ve B hisse senetleri için, korelasyon katsayısının üç durumu ($\rho = -1, 0, +1$) incelenmiştir.



(a) A ve B menkul değerlerinin verimleri arasında tam pozitif korelasyon vardır



(b) A ve B menkul değerlerinin verimleri arasında tam negatif korelasyon vardır



c) A ve B menkul değerleri arasındaki korelasyon sıfırdır.

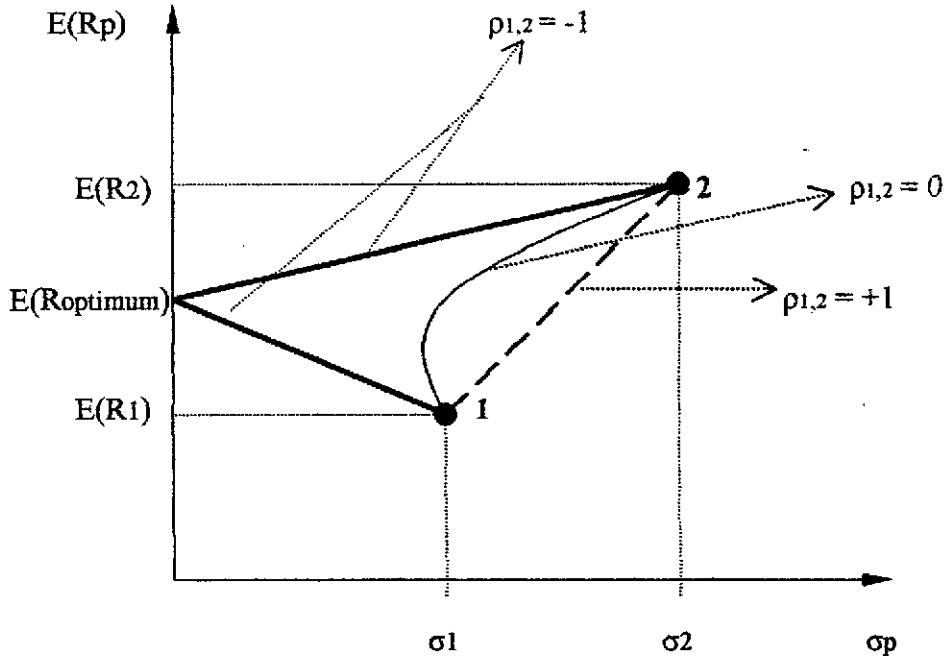
Şekil 3.1. İki Menkul Kıymetin Verimleri Arasındaki Korelasyon Katsayısı: (a) Tam Pozitif Korelasyon ($\rho_{1,2} = +1$); (b) Tam Negatif Korelasyon ($\rho_{1,2} = -1$); (c) Sıfır Korelasyon ($\rho_{1,2} = 0$)

Kaynak: Charles P. Jones, **Investments: Analysis and Management**, 4th ed., John Wiley & Sons, USA, 1993, p.574

Şekil 3.1(a)'da görüldüğü gibi iki finansal varlık arasında tam pozitif korelasyon varsa, verimler mükemmel doğrusal ilişki içinde demektir. Finansal varlıklardan birinin karlılığı, diğerinin de yatırımcıya sağlayacağı fayda açısından aynı yönde hareket edeceğini gösterir.

Tam negatif korelasyon durumunda finansal varlıkların verimleri birbirleriyle ters doğrusal ilişki içindedirler. Varlıklardan biri yatırımcıya yine diğeri hakkında tam bilgi sağlar ancak bu defa birinin veriminin artış göstermesi, diğerinin veriminin düşeceğini göstergesidir.

Sıfır korelasyon durumunda finansal varlık verimleri arasında hiçbir ilişki yoktur. Bir varlığın veriminin bilinmesi diğerininki hakkında hiçbir şey ifade etmez.



Şekil 3.2 Korelasyon katsayısının -1, 0 ve +1 durumları için iki finansal varlıktan oluşan portföyün Risk-Verim Grafiği
Kaynak: David Blake, **Financial Market Analysis**, McGraw Hill, Great Britain, ©1990, reprinted in 1997, p.282

Şekil3.2 iki finansal varlığın oluşturduğu portföylerin olası bütün risk-verim durumlarını göstermektedir. 1 noktasında, portföy yalnızca 1 no'lu varlıktan oluşmaktadır ve portföyün riski de 1 no'lu varlığın riski kadardır. 2 noktasında ise portföyün tümünün 2 no'lu varlıktan oluştuğu anlaşılmaktadır. 1 noktasından 2 noktasına doğru gidildikçe menkul değerlerin portföydeki oranları da değişir. E(Roptimum) noktasında teorik olarak risk sıfırdır. Bu noktadan sonra portföyde 2 no'lu varlığın oranı arttırılmaya devam edilirse portföyün riski artmaya başlar. 2 noktası verimin en yüksek olduğu noktadır. Ancak risk de burada en yüksek seviyesine çıkmıştır.

1 ve 2 noktalarını E(Ropt.) noktasına bağlayan kalın çizgiler korelasyon katsayısının en düşük (-1) olduğu durumu ifade etmektedir. Bu noktada portföyün riski de minimum düzeydedir.

3.1.3.2.Üç Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde Markowitz Çeşitlendirmesi

Portföydeki finansal varlık sayısının artması, işlem sayısını ve karmaşıklığını da arttırmaktadır. Üç varlıktan oluşan bir portföyde, w_1 , w_2 , w_3 portföyü oluşturan finansal varlıkların ağırlıkları olarak tanımlanırsa, ağırlıkların toplamı 1'e eşit olmak zorundadır.

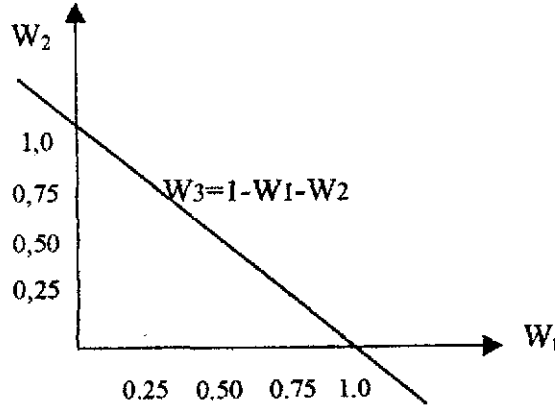
$$w_1 + w_2 + w_3 = 1$$

Standart portföy analizi;

$$w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_3 \geq 0$$

durumunun olmasını gerektirir. Bu durum üç finansal varlıktan oluşan portföylerde açığa satışı olanaksız kılar. Portföyü oluşturan varlıkların portföy içindeki oranları toplamı 1'e eşit olduğunda geçerli portföy alanı oluşturulmuş olur.¹⁶

¹⁶ Markowitz,a.g.e.,p.131



Sekil 3.3 Geçerli Yatırım Alanı

Kaynak: Harry M. Markowitz, **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991, p131.

3.1.3.2.1. Eş Ortalama Doğruları

Üç finansal varlıktan meydana gelen portföylerde beklenen verim aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$E(R_p) = W_1.E(R_1) + W_2.E(R_2) + W_3.E(R_3) \quad (3.24)$$

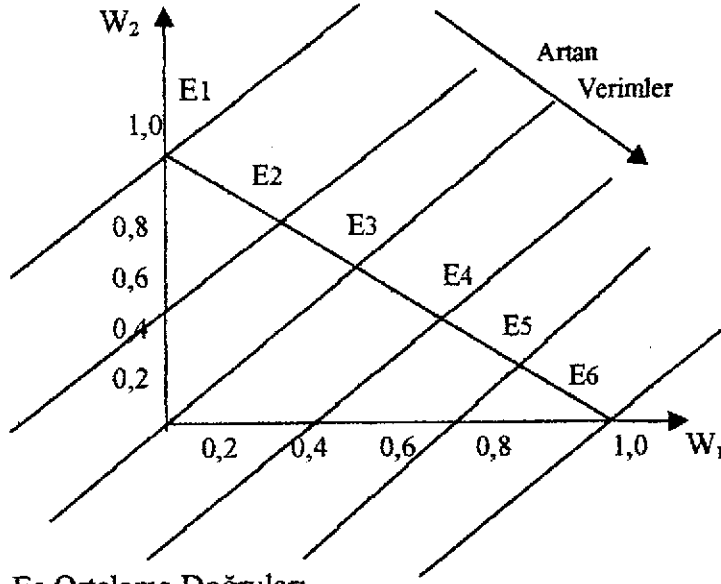
$W_3 = 1 - W_1 - W_2$ olduğundan ;

$$E(R_p) = W_1.E(R_1) + W_2.E(R_2) + (1 - W_1 - W_2) E(R_3) \quad (3.24a)$$

$$= W_1.(E(R_1) - E(R_3)) + W_2.(E(R_2) - E(R_3)) + E(R_3)$$

Yukarıdaki eşitliğin sonucu olarak , aynı beklenen değere sahip portföylerin ortaya çıkardığı doğru eş ortalama doğrusu olarak adlandırılır.

Eş ortalama doğrusu üzerindeki bütün verimler birbirine eşittir. (Şekil 3.4)



Şekil 3.4.- Eş Ortalama Doğruları

Kaynak: Harry M. Markowitz, **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991, p134.

3.1.3.2.2. Eş Varyans Eğrileri

Üç finansal varlıktan oluşan bir portföyün varyansının hesaplanması için, tek tek finansal varlık verimlerinin varyanslarının ve verimler arası ilişkilerin yani kovaryansların hesaplanması gerekmektedir.

$$(A + B + C)^2 = A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC$$

açılımı doğrultusunda, üç finansal varlıktan oluşan bir portföyün varyansı aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 = & W_1^2 \sigma_1^2 + W_2^2 \sigma_2^2 + W_3^2 \sigma_3^2 + 2 W_1 W_2 \sigma_{1,2} \\ & + 2 W_1 W_3 \sigma_{1,3} + 2 W_2 W_3 \sigma_{2,3} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Formül tablo ile gösterilmek istenirse, kovaryans matrisine iki menkul değerli portföye göre bir satır ve bir sütun daha eklemek gerekecektir. Bu durumda kovaryans matrisi aşağıdaki gibi olur:

Tablo 3.4.- Üç finansal varlıktan oluşan portföyün varyansı

Menkul Değer	1	2	3
1	$w_1^2\sigma_1^2$	$w_1w_2\sigma_{1,2}$	$w_1w_3\sigma_{1,3}$
2	$w_2w_1\sigma_{2,1}$	$w_2^2\sigma_2^2$	$w_2w_3\sigma_{2,3}$
3	$w_3w_1\sigma_{3,1}$	$w_3w_2\sigma_{3,2}$	$w_3^2\sigma_3^2$

$W_3 = 1 - W_1 - W_2$ eşitliği formülde yerine koyulursa üç hisseli portföy için risk formülü aşağıdaki gibi olur:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 = & W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + (1 - W_1 - W_2)^2\sigma_3^2 + 2 W_1.W_2.\sigma_{1,2} \\ & + 2 W_1. (1 - W_1 - W_2).\sigma_{1,3} + 2 W_2. (1 - W_1 - W_2).\sigma_{2,3}\end{aligned}\quad (3.25a)$$

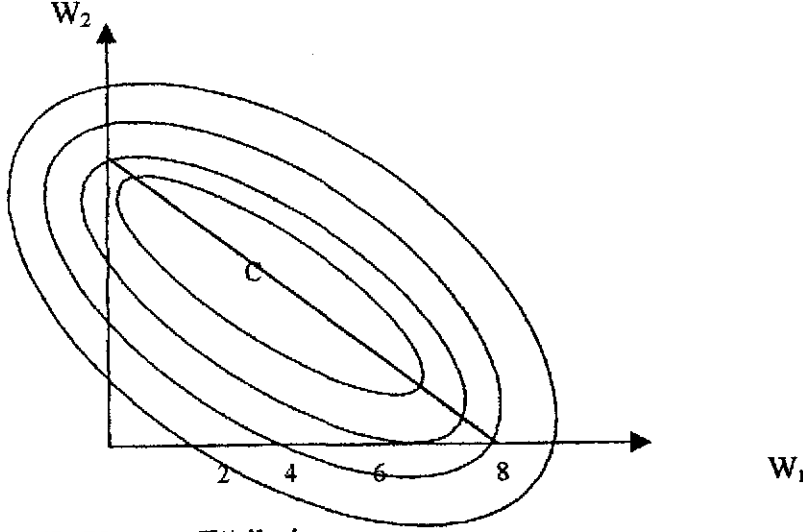
Formül düzenlendiğinde aşağıdaki şekle gelir:

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 = & W_1^2 (\sigma_1^2 - 2 \sigma_{1,3} + \sigma_3^2) + W_2^2 (\sigma_2^2 - 2\sigma_{2,3} + \sigma_3^2) \\ & + 2 W_1.W_2 (\sigma_{1,2} - \sigma_{1,3} - \sigma_{2,3} + \sigma_3^2) + 2 W_1 (\sigma_{1,3} - \sigma_3^2) \\ & + 2 W_2 (\sigma_{2,3} - \sigma_3^2) + \sigma_3^2\end{aligned}$$

Üç finansal varlıktan oluşan portföyün varyansını eş varyans eğrileri ifade eder. Şekil 3.5 eş varyans eğrilerini açık olarak göstermektedir.

Belirli σ_p^2 değerleri için eşitliği sağlayan katsayıların oluşturduğu eğriye eş varyans eğrisi denir. Aynı eş varyans eğrisi üzerinde bulunan portföylerin riskleri birbirine eşittir. Varyans değeri arttıkça eş varyans eğrisi de merkezini, istikametini ve biçimini değiştirmeden genişler. Eş varyans elipslerinin merkezinde bulunan c

noktası olabilecek en küçük varyans değerini ifade eder. Merkezden uzaklaştıkça her varyans değeri için bir eş varyans elipsi mevcut olacaktır.¹⁷

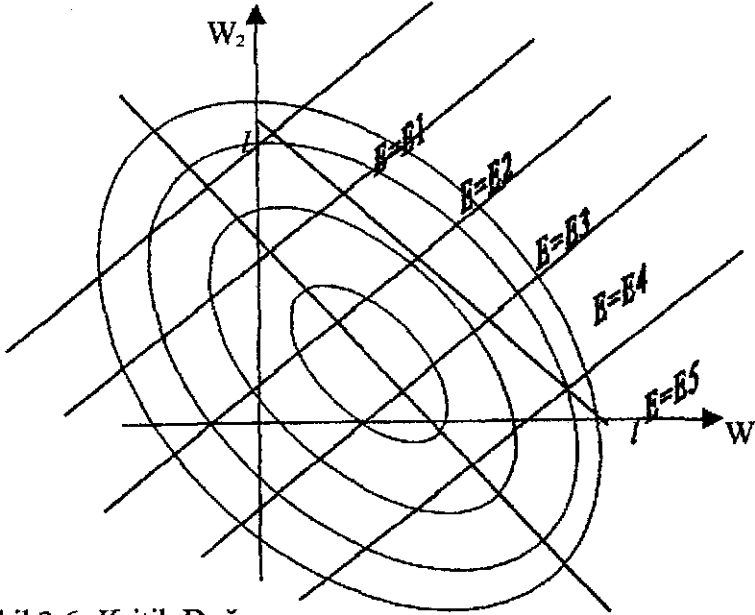


Şekil 3.5- Eş Varyans Eğrileri

Kaynak: Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991, p136.

3.1.3.2.3. Kritik Doğru

Eş ortalama doğrularının eş varyans eğrilerine teğet olduğu noktaların birleştirilmesiyle kritik doğru elde edilmektedir.



Şekil 3.6- Kritik Doğru

Kaynak: Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991, p138.

¹⁷ Markowitz, a.g.e., p.136

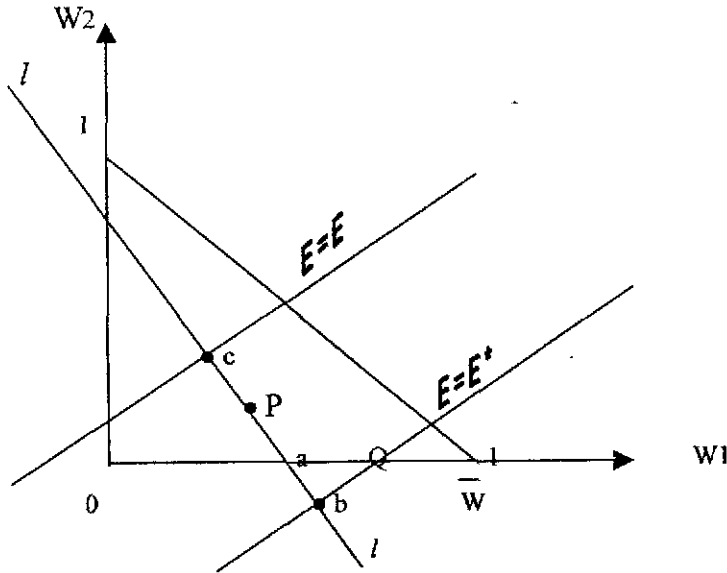
Şekildeki ll doğrusu eş ortalama doğrularının eş varyans eğrilerine teğet oldukları noktaların birleştirilmesiyle meydana gelmiştir. ll doğrusu aynı verim düzeyinde minimum varyanslı portföylerin noktasal bileşimlerini ifade eder. Eğer bir nokta kritik doğru üzerinde bulunuyorsa, belirli bir verim düzeyinde varyansı minimize ediyor demektir. Ancak bu nokta geçerli portföy alanı içinde bulunmuyor olabilir. Kritik doğru üzerindeki noktaların tümü etkin portföyü göstermek zorunda değildir.¹⁸

Bir P portföyünün etkin olabilmesi için aşağıdaki durumları sağlıyor olması gerekir;¹⁹

1-P portföyü, geçerli portföy alanı içinde bulunmalıdır.

2-P portföyünden daha büyük verim oranına sahip olan bütün portföylerin aynı zamanda P portföyünden daha büyük varyanslara sahip olmaları gerekir.

3-P portföyünden küçük verimli portföyler aynı zamanda P'den küçük varyanslı da olmalıdırlar.



Şekil 3.7- Etkin Portföy Seti

Kaynak: Harry M. Markowitz, **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991, p140.

¹⁸ A.e., p.139

¹⁹ A.e., p.140

Şekil 3.7 üç menkul değer için aşağıdaki sonuçları verir;

- 1- C noktası en düşük varyanslı portföyü ifade etmektedir ve geçerli portföy alanı içindedir..
- 2- $\bar{W}$ noktası diğer bütün portföyler içinde en büyük beklenen verimi sağlayan portföyü ifade eder.

3.1.3.3. N Sayıda Finansal Varlıktan Oluşan Portföylerde Markowitz Çeşitlendirmesi

Çok sayıda finansal varlıktan oluşan portföylerde amaç, optimum yani 'etkin portföy'ü seçmektir. Etkin portföy seçimi, aynı verim düzeyinde düşük riskli portföylerin, aynı risk düzeyinde ise yüksek verimli portföylerin tercih edilmesi temeline dayanır.

N sayıda finansal varlıktan oluşan bir portföyün verimi aşağıdaki biçimde hesaplanır:

$$E(R_p) = W_1.E(R_1) + W_2.E(R_2) + \dots + W_n.E(R_n) \quad (3.26)$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i.E(R_i)$$

Formülde portföyü oluşturan varlıkların ağırlıkları toplamının 1'e eşit olduğu varsayılmaktadır:

$$W_1 + W_2 + \dots + W_n = 1$$

veya,

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1$$

N sayıda finansal varlıktan meydana gelen bir portföyün varyansının hesaplanması için, ikili portföy riskini hesaplamada kullanılan formülasyon geliştirilmiştir. İkili portföylerde kullanılan matrisin n sayıda menkul değer için kullanılması, yatay ve dikey eksenlerde 1'den n'e kadar menkul değerlerin sıralanması anlamına gelir. Bu ise $n \times n = n^2$ adet hücreden oluşan bir matris yaratır.

Tablo 3.3'de N sayıda menkul değerin ortaya çıkardığı kovaryans matrisi açık olarak görülmektedir.

Tablo 3.5.- Kovaryans Matrisi

Kaynak: Stephen A. Ross, Randolph W. Westerfield and Jeffrey Jaffe, **Corporate Finance**, McGraw Hill, 4th ed., USA, 1996, p.266

Menkul Kıymet	1	2	3	...	N
1	$w_1^2\sigma_1^2$	$w_1w_2\sigma_{1,2}$	$w_1w_3\sigma_{1,3}$	...	$w_1w_n\sigma_{1,n}$
2	$w_2w_1\sigma_{2,1}$	$w_2^2\sigma_2^2$	$w_2w_3\sigma_{2,3}$	...	$w_2w_n\sigma_{2,n}$
3	$w_3w_1\sigma_{3,1}$	$w_3w_2\sigma_{3,2}$	$w_3^2\sigma_3^2$	...	$w_3w_n\sigma_{3,n}$
...	...	...	...	...	...
N	$w_nw_1\sigma_{n,1}$	$w_nw_2\sigma_{n,2}$	$w_nw_3\sigma_{n,3}$	...	$w_n^2\sigma_n^2$

Portföyün varyansı Tablo3.3'de görülen kovaryans matrisinin bütün hücrelerinin toplamına eşittir.

$$\sigma_p^2 = W_1^2\sigma_1^2 + W_2^2\sigma_2^2 + \dots + W_n^2\sigma_n^2 + 2W_1.W_2.\sigma_{1,2} + 2W_1.W_3.\sigma_{1,3} + \dots + 2W_{n-1}.W_n.\sigma_{n-1,n} \quad (3.27)$$

Daha kısa bir ifadeyle portföy riski:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2\sigma_i^2 + 2\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n w_iw_j\sigma_{i,j} \quad (3.28)$$

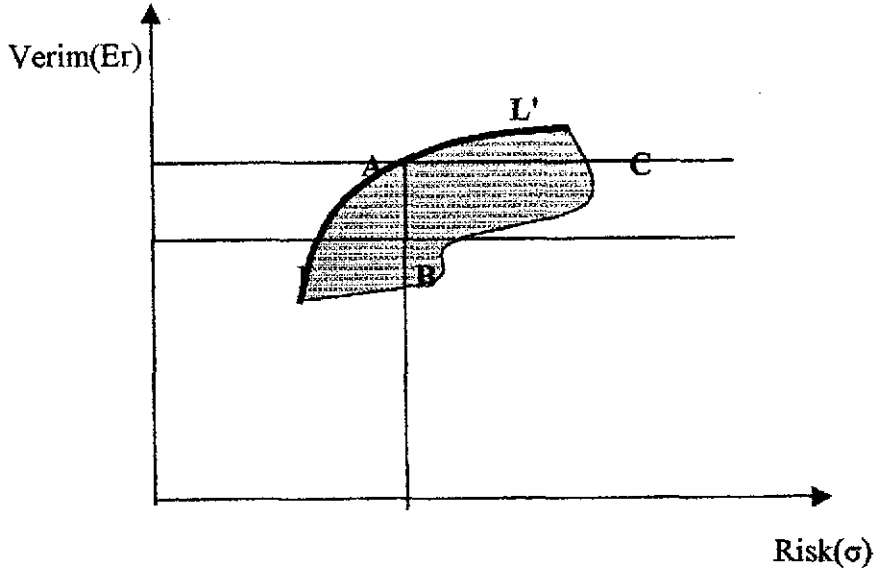
şeklinde yazılabilir.

3.1.3.3.1. Etkin Sınır

3.1.3.3.1.1. Açığa Satış Olmaması Durumunda Etkin Sınır

Markowitz'in etkin portföy kuramına göre yatırımcı, planladığı yatırımdan beklediği verim için her bir menkul değerin sağlayacağı karlılığın varyansını ve menkul değer verimleri arasındaki kovaryansı tahmin edecektir. Yatırımcının isteği, belirli bir verim düzeyinde düşük riskli; belirli bir risk düzeyinde ise yüksek verimli portföyleri seçmektir. Diğer bir deyişle yatırımcı etkin portföyleri seçmek ister.

Riskli finansal varlıkları bir risk-getiri diyagramı üzerinde göstermek mümkündür. Bu diyagram üzerinde etkin portföylerin biraraya gelmesiyle oluşan eğri "etkin sınır" olarak adlandırılır. Şekil 3.8'de riskli menkul değerler uzayı içinde etkin ve etkin olmayan portföyler açıkça görülmektedir.



Şekil 3.8 Riskli Finansal Varlıklar Uzayında Etkin ve Etkin Olmayan Portföyler ve Etkin Sınır

Kaynak: Richard A.Brealey and Stewart C.Myers, **Principles of Corporate Finance**, Copyright © 1996,p. 177.

Şekil incelendiğinde A ve B portföylerinin aynı risk seviyesinde bulunduğu ancak A portföyünün veriminin daha yüksek olduğu görülür. Bu durumda B portföyü etkin olarak kabul edilemez. Aynı şekilde A ve C portföyleri incelendiğinde, her

ikisinin de aynı verim düzeyinde bulunduğu ancak C portföyünün daha yüksek bir risk seviyesinde olduğu görülür. Bu durumda C portföyü de etkin olarak kabul edilemez. Böylece söz konusu üç portföy arasında A portföyü etkin portföy, üzerinde bulunduğu üst sınır ise etkin sınır olarak tanımlanır.

3.1.3.3.1.2. Açığa Satış Olması Durumunda Etkin Sınır

Açığa satış;

" ...bir bireyin sahip olmadığı bir finansal varlığı, daha sonra ucuza satın almak umuduyla bugünden satması işlemidir."²⁰

Açığa satış işlemi bir finansal varlıkta negatif pozisyon almayı gerektirir. Yatırımcılar birbirleriyle korelasyonu çok yüksek finansal varlıkları portföylerinde tutmak istemezler. Bu durumda yatırımcı bu tip finansal varlıklara negatif miktarda sahip olmak isteyecektir. Örneğin, bir yatırımcı piyasada 25.000 TL'den işlem görmekte olan X Şirketi hisse senetlerinin bir ay içinde yaklaşık 5.000 TL değer kaybına uğrayacağı beklentisi ile bir aracı kurumdan 1.000 adet hisse senedi alarak bunları 25.000 TL'den satmıştır. Bir ayın sonunda hisse senedinin değeri 21.000 olarak gerçekleşmiştir. Bu durumda yatırımcı hisse senetlerini aldığı aracı kuruma verir ve böylece açığa satış işleminden hisse senedi başına 4.000 TL brüt gelir elde etmiş olur.

Buraya kadar olan bölümlerde portföyü oluşturan finansal varlıkların ağırlıklarının her zaman pozitif veya en azından sıfır olduğu varsayılmıştı. Biçimsel bir optimizasyon probleminde, tekil finansal varlıklar için negatif olmaması kısıtının bulunması demek; portföy çözümünde açığa satışın dahil edilmemesi demektir. Bireysel yatırımcıların çoğunluğu genel olarak açığa satış yapmaktan kaçınırlar. Bu ise yatırımcının riskten uzak durmayı öngören bütünsel davranışının bir yansımasıdır.²¹

²⁰ Sankamış, a.g.e., s.98

²¹ Farrell, James L., Jr.: *Portfolio Management: Theory and Application*, McGraw Hill, 2nd ed., © 1997, Singapore, pp.32-33.

Açığa satışın mümkün olması ve olmaması durumlarında portföyün risk-verim analizi, aşağıda bir örnek üzerinde gösterilmiştir.

A ve B hisse senetlerine ait verim ve standart sapma bilgileri aşağıdaki gibidir:

	Beklenen Verim	Standart Sapma	Korelasyon Katsayısı
Hisse Senedi (A)	%18	%27	+1, 0, -1
Hisse Senedi (B)	%14	%21	

A hisse senedinden (w) oranında, B hisse senedinden ise (1-w) oranında alınması durumunda, beklenen verim ve olası üç korelasyon değeri için standart sapma değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmiştir:

Tablo3.6.- A ve B Hisse Senetlerinin Değişik Oranlarına Göre Portföy İçin Standart Sapma ve Beklenen Verim Değerleri

A Hisse Senedi (w)	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
B Hisse Senedi (1-w)	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
Portföyün Standart Sapması						
($\rho=+1.00$)	0.21	0.2220	0.2340	0.2460	0.2580	0.27
($\rho= 0.00$)	0.21	0.1765	0.1660	0.1825	0.2200	0.27
($\rho= -1.00$)	0.21	-0.1140	-0.0180	0.0780	0.1740	0.27
Portföyün Beklenen Verimi	0.14	0.148	0.156	0.164	0.172	0.18

Tablo 3.6.'da, hisse senetlerinin portföydeki ağırlıklarının değiştirilmesinin, beklenen verim ve risk üzerindeki etkileri açık olarak görülmektedir. A hisse senedinin oranının sıfırdan 1'e doğru yükseltilmesi ile (dolayısıyla B'nin de 1'den sıfıra doğru azalmasıyla), portföyün beklenen verimi %14'den (B'nin beklenen verimi) %18'e (A'nın beklenen verimi) yükselmiştir.

Açığa satışlara izin verilmesi durumunda uygulanacak strateji, verimi daha düşük olan hisse senedi açığa satmaktır. Buna göre, B'nin açığa satılması uygun olur. Açığa satışın işleme dahil edilmesi ile A ve B senetlerinin değişen oranlarda

alınmasının portföyün beklenen verimi ve standart sapmasında yarattığı değişim Tablo 3.7.'de görülmektedir.

Tablo 3.7.-Açığa Satışın Mümkün Olması Durumunda Portföyün Aldığı Beklenen Verim ve Risk Değerleri

A Hisse Senedi (w)	B Hisse Senedi (1-w)	Beklenen Verim	Standart Sapma		
			($\rho=+1.00$)	($\rho= 0.00$)	($\rho= -1.00$)
-1	2	0.1	0.15	0.4993	-0.69
-0.8	1.8	0.108	0.162	0.435362	-0.594
-0.6	1.6	0.116	0.174	0.373015	-0.498
-0.4	1.40	0.124	0.186	0.313209	-0.402
-0.2	1.2	0.132	0.198	0.257721	-0.306
0	1	0.14	0.21	0.21	-0.21
0.2	0.8	0.148	0.222	0.176465	-0.114
0.4	0.6	0.156	0.234	0.165952	-0.018
0.6	0.4	0.164	0.246	0.182483	0.078
0.8	0.2	0.172	0.258	0.220045	0.174
1	0	0.18	0.27	0.27	0.27
1.2	-0.2	0.188	0.282	0.326711	0.366
1.4	-0.4	0.196	0.294	0.387221	0.462
1.6	-0.6	0.204	0.306	0.45	0.558
1.8	-0.8	0.212	0.318	0.514218	0.654
2	-1	0.22	0.33	0.579396	0.75

Tablo3.7.'de görüldüğü gibi, A hisse senedinin portföydeki oranı (2) olduğunda, B'nin oranı (-1) olmaktadır. Diğer bir deyişle B senedi tümüyle açığa satılmaktadır. Bu durumda portföyün beklenen verimi %22 olarak gerçekleşmiştir. A'nın açığa satılması durumunda ise portföyün beklenen verimi %10'a düşmüştür. Bu durum beklenen verimi yüksek olan varlığın negatif miktarda elde tutulmasından kaynaklanmaktadır. Verimi yüksek olan varlığı elde tutma oranı arttıkça ve düşük verimli varlığın portföydeki oranı azaldıkça portföyün beklenen verimi de artmaktadır.

Portföyün standart sapmaları incelendiğinde açığa satışa izin verilmesi durumunda varlıkların birbirleriyle korelasyonu arttıkça risk düşmektedir. Genel

olarak ise beklenen veriminin artmasına paralel olarak riskin de arttığı gözlenmektedir.

3.1.3.3.2. Optimal Portföy Seçimi

Etkin sınır yatırımcıya optimal portföyler hakkında bilgi verir, ancak hangi etkin portföyün seçileceği yatırımcının riske karşı tutumuna göre belirlenir.

Riske göre tutumlarını dikkate alarak yatırımcıları üç grupta toplamak mümkündür;

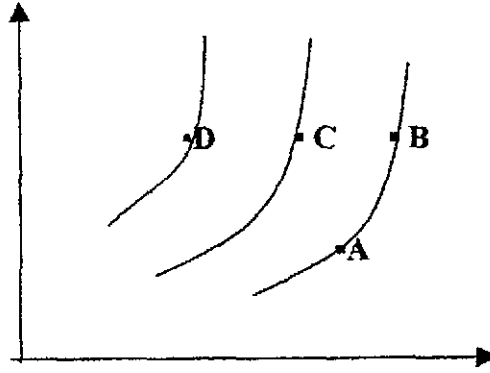
- Riskten kaçınan yatırımcılar
- Risk seven yatırımcılar
- Riske karşı kayıtsız kalan yatırımcılar

Riskten kaçınan yatırımcı tipi oldukça yaygındır. Bu tür yatırımcılar için gelir miktarı arttıkça her bir ek gelir giderek daha az bir fayda sağlar. Diğer bir deyişle bu tür yatırımcılar için gelirin marjinal faydası azalan bir eğilim gösterir.

Riske karşı kayıtsız kalan yatırımcılar için gelirin marjinal faydası sabittir. Riske karşı kayıtsız ve risk seven yatırımcı tipi azdır. Yatırımcıların tipik özelliği riskten kaçınmaktır.²²

Etkin sınır bir tek optimum portföy belirlemediğine göre, yatırımcı etkin portföyü riske yaklaşımına göre seçmelidir. Risk-verim kombinasyonunun belirlenmesi kayıtsızlık eğrileri ile açıklanabilir. Şekil 3.8 yatırımcının kayıtsızlık eğrilerini göstermektedir.

²² Bozkurt, a.g.e., s.277-278.



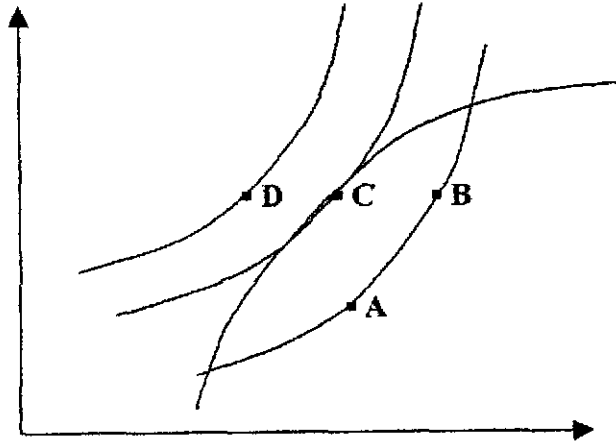
Şekil 3.9.- Bir Yatırımcının Kayıtsızlık Eğrileri

Kaynak: Mehmet A Civelek, M.Banu Durukan: **Investment**, Dokuz Eylül Yayınları, İzmir, 1998,s.410.

Şekil incelenirse aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

- 1- Her kayıtsızlık eğrisi eşit faydası olan verim ve risk kombinasyonlarını gösterir.
- 2- Aynı eğri üzerinde bulunan bütün portföyler yatırımcıya eşit fayda sağlar. Şekilde A ve B portföyleri farklı verim düzeylerinde olmalarına rağmen her ikisinin de yatırımcıya sağladığı fayda eşittir.
- 3- Yatırımcı için en yüksek eğride bulunan portföy optimaldir. Buna göre D portföyü, aynı karlılık düzeyinde en düşük riski sağladığından B ve C'ye göre tercih edilir konumdadır

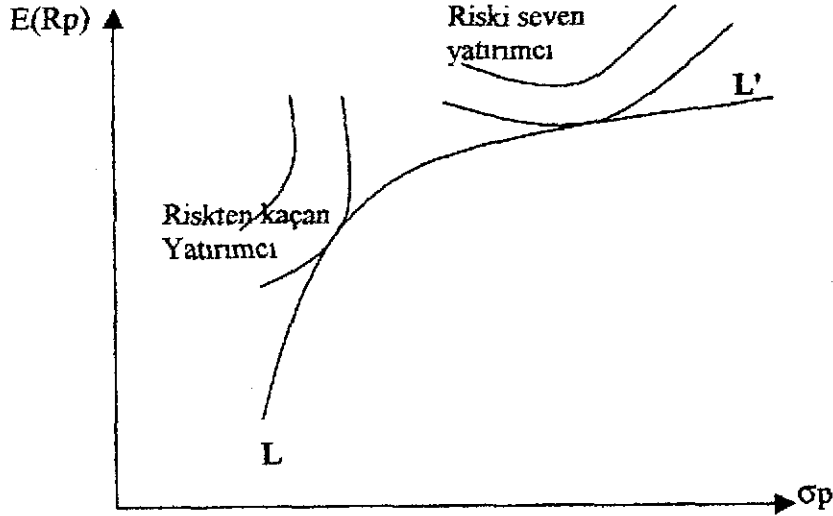
Kayıtsızlık eğrileri ve etkin sınırın birlikte incelendiği durum şekil 3.9'da görülmektedir. Yatırımcı için kayıtsızlık eğrilerinin etkin sınıra teğet olduğu noktadaki portföy en optimal portföydür. Şeklide C portföyü yatırımcıya en yüksek faydayı sağladığı optimal portföydür. D portföyü ise daha önce tercih edilebilir durumdayken etkin sınırla ilgisi olmadığından etkin portföy kabul edilemez.



Şekil 3.10- Optimal Portföy Seçimi

Kaynak: Mehmet A Civelek, M.Banu Durukan: **Investment**, Dokuz Eylül Yayınları, İzmir, 1998,s.411

Risk tercihlerine göre yatırımcıların optimal portföy seçimleri ise şekil 3.11'de görülmektedir.



Şekil 3.11-Risk Tercihlerine Göre Portföy Seçimi

Kaynak: Mehmet Bolak, **Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi**, Beta Yayınları,2.Baskı, sf.171

Şekil 3.11'de görüldüğü gibi, riskten kaçınan (muhafazakar) yatırımcılar etkin sınırın L noktası üzerinde veya bu noktaya yakın bir noktada etkin portföylerini seçeceklerdir. Bunun nedeni, bu portföylerin düşük risk taşımalarıdır.(Aynı zamanda düşük verimlidirler.)

Riski seven yatırımcılar ise L' noktasında veya bu noktaya yakın bir noktada etkin portföylerini seçerler. Bunun nedeni bu noktalarda bulunan portföylerin yüksek verim sağlamalarıdır. (Aynı zamanda daha yüksek risk taşırlar.)²³

3.2. ENDEKS MODELLER

3.2.1. Tek Endeks Modeli (Single Index Model)

Markowitz, 1952'de yayınladığı makalede ve 1959'da yayınladığı "Portföy Seçimi" (Portfolio Selection) adlı kitabında, çeşitlendirme yapılarak portföyün riskinin portföyü oluşturan finansal varlıkların riskinden az olabileceğini kuramsal olarak kanıtlamıştır. Markowitz'in E-V Kuralı olarak tanımladığı beklenen verim-varyans analizi, portföy teorisinin matematiksel ifadesini oluşturmaktadır.

Ancak, işlem sayısının çokluğu ve karmaşıklığı modele yapılan eleştirilerin odak noktası olmuştur. Gerçekten de Markowitz Modeli'ne göre, N adet finansal varlıktan oluşan bir portföyün riskini hesaplamak için;

- N adet beklenen verim,
- N adet varyans,
- $\frac{N(N-1)}{2}$ adet kovaryans

olmak üzere toplam $\frac{N^2+3N}{2}$ adet hesap yapmak gerekmektedir. Bu ise 100 hisse senedi için yapılan bir çalışmada $[(100^2) + (3*100)]/2 = 5150$ adet işlem yapmayı gerektirir. Veri adedine göre modelin gerektirdiği işlem büyüklükleri Tablo 3.8.'de gösterilmiştir.

1963 yılında Markowitz'in öğrencisi William Sharpe, bu yöntemi basitleştirerek "Tek Endeks Modeli" (Single Index Model) olarak adlandırılan yeni bir model geliştirmiştir. Sharpe, modelde finansal varlık verimlerinin endeksin verimiyle doğrusal ilişki içinde olduğunu ve bu ilişkinin basit doğrusal regresyon

²³ Charles P. Jones, *Investments: Analysis and Management*, 4th ed., John Wiley & Sons, USA, 1993, p.583

Tablo3.8.- Veri Sayısına Göre Markowitz Modeli'nin Gerektirdiği İşlem Büyüklükleri

Kaynak: James L. Farrell, Jr.: **Portfolio Management: Theory and Application**, McGraw Hill, 2nd ed., © 1997, Singapore,p.35

Veri Sayısı (N)	Verim (N)	Varyans (N)	Kovaryans (N)(N-1) / 2	Toplam 2N+[(N)(N-1) / 2]
2	2	2	1	5
3	3	3	3	9
4	4	4	6	14
5	5	5	10	20
10	10	10	45	65
100	100	100	4950	5150
200	200	200	19900	20300
500	500	500	124750	125750
1000	1000	1000	499500	501500

modeli ile ifade edilebileceğini ileri sürmüştür.²⁴ Tek Endeks Modeli'nin geliştirilmesiyle Markowitz Modeli'nde yaşanan işlem karmaşıklığı ve büyüklüğü ile ilgili sorunlar büyük oranda aşılmış; N adet finansal varlıktan oluşan bir portföyün beklenen verim ve risk hesabı için gereken işlem sayısı 3N+2 adede düşürülmüştür. Buna göre örneğin 100 hisse senedi için yapılan bir çalışma için Markowitz Modeli'nde 5150 adet işlem gerekirken, Tek Endeks Modeli'nde bu sayı 302'ye düşmektedir.

Pazar Modeli olarak da bilinen Tek Endeks Modeli, bir hisse senedi ile pazarın verimi arasında doğrusal bir ilişki kabul eder ve bu, 'karakteristik doğru' adı verilen bir regresyon eşitliği olarak ifade edilir.

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + e_{it} \quad (3.29)$$

Formülde,

R_{it} = i. finansal varlığın t. inci döneme ait verimini,

²⁴ Charles P. Jones, a.g.e., p.583

α_i = Pazar veriminin sıfır olduğu durumda i. hisse senedinin sağlayacağı verimi,

β_i = Karakteristik doğrunun eğimini (i varlığının pazar endeksine duyarlılığının ölçüsü),

R_{mt} = Pazarın t. inci döneme ait verimini,

e_{it} = İlgili dönem için gözlemlenen değerlerle regresyon değerleri arasındaki tesadüfi hatayı,

temsil eder.

" e_{it} ", finansal varlığın sistematik olmayan riskini oluşturmaktadır. Beta ise finansal varlığın sistematik riskinin ölçüsüdür. Beta katsayısı, i varlığının pazar ile kovaryansının pazarın varyansına oranı alınarak hesaplanır ve aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_m)}{\text{Var}(R_m)} = \frac{\rho_{i,m} \sigma_i \sigma_m}{\sigma_m^2} \quad (3.30)$$

Betası yüksek olan finansal varlıkların beklenen verimleri de yüksektir. Ancak pazarın riskinden daha fazla etkilendikleri için riskleri de daha yüksektir. Betası birden küçük olan finansal varlıklar ise pazarın riskinden daha az etkilenecekleri için toplam riskleri de daha azdır. Örneğin betası 1,10 olan bir finansal varlığın pazardaki değişimlere olan duyarlılığı beta değeri 1,00 olan bir finansal varlığa göre %10 daha fazladır. Betası birden büyük olan finansal varlıklar ($\beta > 1$) agresif, betası birden küçük olan finansal varlıklar ($\beta < 1$) ise defansif olarak tanımlanır.

Tek Endeks Modeli'ne göre finansal varlıkların risk bileşimlerini görebilmek için karakteristik doğru ile ifade edilen verimin varyansını almak gerekir:

$$\text{Var}(R_{it}) = \text{Var}(\alpha_i) + \text{Var}(\beta_i R_{mt}) + \text{Var}(e_{it}) \quad (3.31)$$

Formülde α_i , sabit bir sayı olduğundan varyansı sıfır olur.

$$\text{Var}(R_{it}) = \text{Var}(\beta_i R_{mt}) + \text{Var}(e_{it}) \quad (3.31a)$$

Tek Endeks Modeli ile ilgili olarak daha sonraları Elton ve Gruber'in çalışmaları önem teşkil etmektedir. Elton ve Gruber optimum portföylerin oluşturulmasında Tek Endeks Modeli'ne dayanan bir teknik önermişlerdir. Bu yaklaşıma göre, portföye dahil edilecek varlıkların belirlenmesinde temel kriter olarak her finansal varlığın risksiz faiz oranı üzerindeki veriminin Tek Endeks Modeli'ndeki beta katsayısına oranı kullanılmaktadır.²⁵

$$S_i = \frac{E(R_i) - R_f}{\beta_i} \quad (3.32)$$

Formülde,

R_f = Risksiz faiz oranını,

$E(R_i)$ = i varlığının beklenen verimini

ifade etmektedir.

Bir finansal varlığın portföye dahil edilebilirliği bu katsayının büyüklüğüne bağlıdır. Değerlendirme kriteri olarak ise C^* (Cut off rate) olarak sembolize edilen bir sınır değeri alınmıştır. Buna göre $S_i \geq C^*$ koşulunu sağlayan bütün varlıklar portföye dahil edilecektir.

C^* 'ın belirlenmesi için öncelikle bütün C değerleri aşağıdaki formüle göre hesaplanmalıdır:

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{i=1}^n [(E(R_i) - R_f) \beta_i] \sigma_{ei}^2}{1 + \sigma_m^2 \sum_{i=1}^n (\beta_i^2 / \sigma_{ei}^2)} \quad (3.33)$$

²⁵ Özçam, a.g.e. ,s.39.

Formülde,

σ_m^2 = Pazar endeksinin varyansını,

σ_{ei}^2 = i finansal varlığının sistematik olmayan riskini

temsil etmektedir.

Portföye yeni menkul değerlerin dahil edilmesiyle hesaplanan C_i değerinde düşme olduğu zaman C^* değeri bulunmuş olur ve sıralamada bu değer üstündeki varlıklar portföye dahil edilir.

3.2.1.1. Tek Endeks Modeli'nin Varsayımları

Tek Endeks Modeli aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır;²⁶

- 1-Finansal varlıklar arasındaki etkileşim finansal varlıkların pazar portföyü ile olan ilişkileri ile temsil edilebilir. Herhangi iki finansal varlığın pazardan bağımsız verimleri arasındaki korelasyon ve kovaryans sıfırdır.
- 2-Herhangi bir finansal varlığın pazardan bağımsız ile pazara bağımlı verimi arasındaki korelasyon ve dolayısıyla kovaryans sıfırdır.
- 3-Yeterince çeşitlendirmeye gidilerek sistematik olmayan risk kaldırılabilir.
- 4-Bunlara bağlı olarak yeterince çeşitlendirilmiş herhangi bir portföyün riski yalnızca beta katsayısı ile ifade edilebilir.

²⁶ Mehmet Bolak, *Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi*, Beta Yayınları, 2. Baskı, sf.188

3.2.2. Çok Endeksli Model (Multi Index Model)

Tek Endeks Modeli'nde finansal varlık verimlerinin pazar endeksinin verimi ile doğrusal ilişki içinde olduğu, diğer bir deyişle fiyatların pazar ile değiştiği varsayılmaktaydı. Ancak piyasa dışı faktörler de menkul değer fiyatlarını etkilemektedir. Farklı menkul değerlerin farklı endeksler karşısında duyarlı olmaları, çok endeksli modelin ortaya çıkmasına neden olmuştur. Çok endeksli modellerde menkul değer verimlerini belirlemede, enflasyon, ekonomik büyüme, faiz oranları gibi değişkenler etkin olmaktadır.

Çok Endeksli Model'e göre i varlığının beklenen verimi aşağıdaki biçimde hesaplanır:²⁷

$$R_i = a_i + b_{i1}/I_1 + b_{i2}/I_2 + \dots + b_{iL}/I_L + c_i \quad (3.34)$$

Formülde;

- R_i = i varlığının verimini,
- a_i = Diğer faktörlerin sıfır olması durumunda beklenen verimi,
- b_{ij} = i . varlığın veriminin j . endekse olan duyarlılığının ölçüsü,
- I = Finansal varlık verimlerini etkileyen faktörler (endeksler),
- c_i = Tesadüfi hata terimini

temsil etmektedir.

Formülde yer alan (b_{ij}), Tek Endeks Modeli'nde kullanılan beta (β) kavramı yerine kullanılmıştır ve verimleri etkileyen endekslere karşı finansal varlık verimlerinin duyarlılığını ölçmektedir. Buna göre, I endeksinde meydana gelen

²⁷ Edwin J.Elton veMartin Gruber, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, John Willey&Sons Inc., Newyork , 1995, pp.130-131

%1'lik artış veya azalışın i varlığının veriminde de %1 oranında artış veya azalış yaratması beklenir.

Formül aşağıdaki yorumları içermektedir;

1-Ortalama c_i değerleri bütün varlıklar için sifıra eşittir.

$$E(c_i) = 0 \quad i=1,2,...,N$$

2- j ve k endeksleri arasındaki kovaryans bütün endeksler için sifıra eşittir.

$$E[(\bar{I}_j - \bar{I}_j)(\bar{I}_k - \bar{I}_k)] = 0 \quad \begin{matrix} j=1,2,...,L \\ k=1,2,...,L \quad (j \neq k) \end{matrix}$$

3-Bütün varlık ve endeks değerleri için, i menkul değeri ile j endeksi arasındaki kovaryans sifıra eşittir.

$$E[c_i(\bar{I}_j - \bar{I}_j)] = 0 \quad \begin{matrix} i=1,2,...,N \\ j=1,2,...,L \end{matrix}$$

Çok Endeksli Model'in varsayımı:

c_i ve c_j değerleri arasındaki kovaryans sifıra eşittir.

$$E(c_i c_j) = 0 \quad \begin{matrix} i=1,2,...,N \\ j=1,2,...,L \quad (i \neq j) \end{matrix}$$

Çok Endeksli Model'e göre i varlığının veriminin varyansı;

$$\sigma_i^2 = b_{i1}^2 \sigma_1^2 + b_{i2}^2 \sigma_2^2 + \dots + b_{iL}^2 \sigma_L^2 + \sigma_{ci}^2 \quad (3.35)$$

eşitliği ile ifade edilir.

i ve j varlıkları arasındaki kovaryans ise aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{ij} = b_{i1} b_{j1} \sigma_1^2 + b_{i2} b_{j2} \sigma_2^2 + \dots + b_{iL} b_{jL} \sigma_L^2 \quad (3.36)$$

Yukarıdaki formüller kullanılarak her menkul değer için a_i , b_{ik} , σ_{ci}^2 , σ_j^2 ve $\bar{I}_j$ değerleri tahmin edilerek portföyün beklenen verimi ve riski hesaplanabilir. Bunun için toplam $2N + 2L + LN$ sayıda tahmin gerekmektedir. Bu sayı Tek Endeks

Modeli'nde gereken işlem sayısına göre oldukça fazladır. Ancak kullanılan girdilerin bilinen terimler olması ve analistin her hisse senedinin ekonomik ve endüstriyel etkilere karşı uyumluluğunu tahmin etmesiyle model uygulanabilir olmaktadır.

3.3. FİNANSAL VARLIK DEĞERLEME MODELİ (FVDM) (Capital Asset Pricing Model- CAPM)

Sermaye Pazarı Kuramı, Markowitz'le başlayan Modern Portföy Kuramı'nın üzerine inşa edilmiştir. Modern Portföy Kuramı'nda yatırımcıların amacının, alternatif riskli varlıklar setini analiz ederek etkinlik setini oluşturduktan sonra etkin sınır üzerinde optimal portföyü seçmek olduğu belirtilmişti. Sermaye Pazarı Kuramı modele risksiz finansal varlıkları (R_f) dahil ederek, sermaye pazarı doğrusunu ortaya koymuş ve optimal portföy seçiminin bu doğru üzerinde yapılması gerektiğini ileri sürmüştür.

Finansal Varlık Değerleme Modeli, ilk kez William F. Sharpe tarafından 1964 yılında ortaya konulmuştur. Daha sonra Lintner (1965) ve Mossin (1966) tarafından geliştirilerek Black, Treynor ve diğerlerinin katkılarıyla genişletilmiştir.

3.3.1. Finansal Varlık Değerleme Modeli'nin Varsayımları

FVDM'deki risk ve verim kavramları Etkin Pazar Hipotezi'nin varsayımları altında geliştirilmiştir. Modelin temel varsayımları aşağıda belirtildiği gibidir,²⁸

1-Sermaye pazarındaki bütün yatırımcılar risk karşıtıdır ve beklenen verimlerini maksimize etmek isterler.

2-Yatırımcılar portföylerini beklenen verim ve varyans temeline göre seçerler.

3-Yatırımcılar menkul değer yatırımlarını belirli bir dönem için planlarlar.

²⁸ Farrell, a.g.e., p.55

4-Risksiz faiz oranı üzerinden istenilen miktarda borç alınıp verilebilir.

5-Yatırımcılar beklenen verim, varyans ve kovaryans değerleri hakkında homojen beklentilere sahiptirler.

6-Finansal varlık alım satımı ile ilgili işlem maliyetleri, vergiler ve komisyon harcamaları sıfırdır veya yoktur.

7-Açığa satış işlemi serbesttir.

3.3.2. Sermaye Pazarı Doğrusu (Capital Market Line)

Sermaye Pazarı Doğrusu (SPD), yatırımcıların risksiz varlıklara yatırım yapabilmeleri varsayımı ile ortaya çıkmıştır. Risksiz faiz oranından borç alınıp verilebilmesi, yatırımcıların riskli ve risksiz varlıklardan istenilen risk-verim kombinasyonunu seçebilmelerini sağlamıştır. Riskli ve risksiz varlıklardan oluşan bir portföyün verimini formüle etmek için risksiz varlıkların ağırlığına (w), riskli varlıkların ağırlığına ise $(1-w)$ denirse, eşitlik aşağıdaki biçimde olacaktır:²⁹

$$E(R_p) = w.(R_f) + (1-w).E(R_m) \quad (3.37)$$

Portföyün varyansı ise;

$$\sigma_p^2 = w^2\sigma_{R_f}^2 + (1-w)^2\sigma_{R_m}^2 + 2w.(1-w).\rho_{fm}\sigma_{R_f}\sigma_{R_m} \quad (3.38)$$

Risksiz varlığın varyansı ve standart sapması sıfır olduğundan portföyün varyansı sadece riskli varlığın varyansına eşittir:

$$\sigma_p^2 = (1-w)^2\sigma_{R_m}^2$$

Standart sapma ise:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = (1-w)\sigma_{R_m} \quad (3.39)$$

şeklinde olur.

²⁹ A.e. , p.56

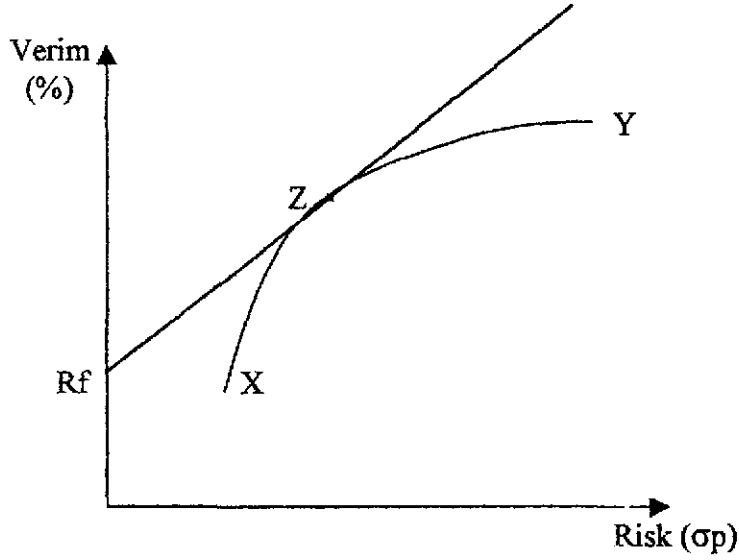
Risksiz finansal varlıkla Pazar portföyünü birleştiren doğru 'Sermaye Pazarı Doğrusu' olarak adlandırılır. SPD'nin temeli aşağıdaki doğrusal eşitliğe dayanmaktadır.³⁰

$$Y = a + bx$$

Y, portföyün verimi (R_p); a, risksiz faiz oranı (R_f); x, risk primi (σ_p) ve 'b' de doğrunun eğimi olarak tanımlanırsa Sermaye Pazarı Doğrusu eşitliği;

$$E(R_p) = R_f + \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right] \sigma_p \quad (3.40)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik şekilde aşağıdaki biçimde ifade edilir:



Sekil 3.12-Sermaye Pazarı Doğrusu

Kaynak:Herbert B. Mayo,Investments, An Introduction, Dryden Press, 5 th ed.,USA,1997,p.179

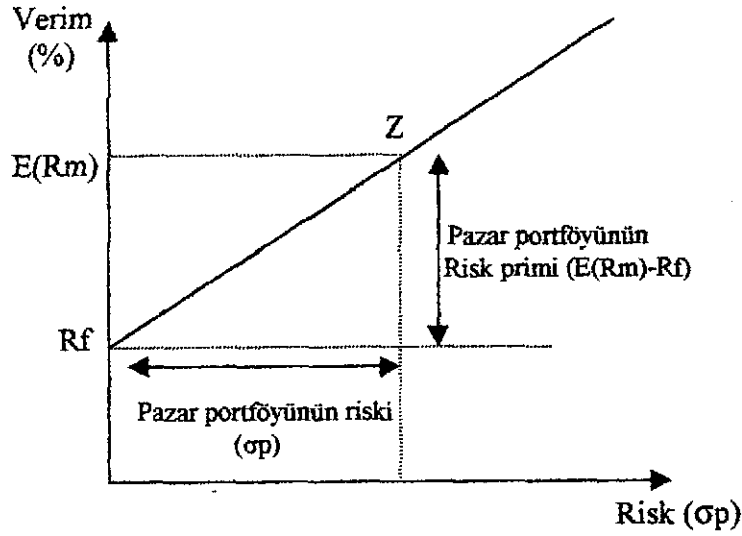
Sermaye Pazarı Doğrusu'nun eğimini gösteren $(E(R_m) - R_f) / \sigma_m$ ifadesi riskteki bir birim artış için ne kadar ilave verim istendiğini ya da riskteki bir birim

³⁰ Herbert B. Mayo,Investments, An Introduction, Dryden Press, 5 th ed.,USA,1997,pp.179-180

azalma için ne kadar verimden vazgeçilebileceğini gösterir ve 'riskin pazar fiyatı' olarak adlandırılır.

Riskli ve risksiz portföylerin bütün kombinasyonları SPD üzerinde yer alır ve bütün yatırımcılar SPD üzerinde bir portföy seçmek isterler.

Sermaye Pazarı Doğrusu ve doğrunun eğimini oluşturan bölümler Şekil 3.12'de açık olarak görülmektedir.



Şekil 3.13-Sermaye Pazarı Doğrusu'nun eğimini oluşturan bölümler

Kaynak: Charles P. Jones, Investments: Analysis and Management, 4th ed., John Wiley & Sons, USA, 1993,p.606

3.3.3. Menkul Değer Pazar Doğrusu (Security Market Line)

Sermaye Pazarı Doğrusu'nda risk ve risk-verim ölçüsünün uygulanması yalnızca etkin portföyler için geçerlidir. Bu portföyler sistematik risk taşırlar. SPD etkin olmayan portföyler ve tekil finansal varlıklar için risk ölçümü hakkında bir yorum yapmaz. Sharpe çalışmasında, beta kavramını kullanarak etkin olan ve olmayan bütün menkul değer ve portföyler için risk ölçümü analizini göstermiştir.³¹

³¹ Farrell, A.g.e.,pp.59-60

Bir portföyün riski sistematik ve sistematik olmayan olmak üzere iki bölümden oluşmaktadır. Sistematik olmayan risk aynı zamanda 'çeşitlendirilebilir risk' olarak da tanımlanmaktadır. Sistematik olmayan risk, portföye yeni menkul değerlerin dahil edilmesiyle azaltılabilir. Sistematik risk ise portföy riskinin çeşitlendirme yapılarak giderilemeyen bölümüdür. Sistematik riskin ölçüsü Beta ile ifade edilir. Beta katsayısı, finansal varlık ile pazar arasındaki kovaryansın, pazarın varyansına oranı alınarak hesaplanır.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2} \quad (3.41)$$

Formülde;

$\sigma_{i,m}$ = Pazar ile i varlığının verimleri arasındaki kovaryansı,

β_i = Sistematik riskin ölçüsünü (Beta katsayısı),

σ_m^2 = Pazarın varyansını

temsil etmektedir.

Beta katsayısı, finans literatüründe esas kullanım alanını Finansal Varlık Değerleme Modeli (CAPM) içinde finansal varlık verimlerinin hesaplanmasında bulmuştur. FVDM'ye göre bir finansal varlığın beklenen verimi risksiz faiz oranı ve risk primi olmak üzere iki kısımdan oluşur.³²

$$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_m) - R_f) \quad (3.42)$$

Formülde;

$E(R_i)$ = i varlığının beklenen verim oranını,

R_f = Risksiz faiz oranını,

β_i = i varlığı için beta katsayısını,

$E(R_m)$ = Pazar portföyünün beklenen verim oranını

ifade etmektedir.

³² Jones, a.g.e., p.610

Sermaye Pazarı Doğrusu' nun yalnız etkin portföyler için risk ve verim ölçüsünü belirlediği belirtilmişti. Etkin olmayan portföyler, tekil finansal varlıklar ve etkin portföyler için diğer bir deyişle tüm varlıklar için beklenen verim ve risk arasındaki ilişkiyi ölçen doğruya ise "Menkul Değer Pazar Doğrusu (MDPD)" adı verilir.

MDPD, betayı tek bir finansal varlık için tanımlamıştır. Beta katsayısı bütün portföy için de hesaplanabilir. Portföyün betası, portföyü oluşturan menkul değerlerin portföydeki ağırlıkları ile betalarının çarpımlarının toplamıdır.

$$\begin{aligned}\beta_p &= w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \dots + w_n\beta_n \\ &= \sum_{i=1}^n w_i\beta_i\end{aligned}\quad (3.43)$$

Örneğin dört hisse senedinden oluşan bir portföyün betası aşağıdaki şekilde hesaplanır:

<u>Hisse Senedi</u>	<u>Yatırım Tutarı (milyon TL)</u>	<u>Ağırlık</u>	<u>Beta</u>
A	100	0,10	0,9
B	200	0,20	1,2
C	300	0,30	1,6
D	400	0,40	0,7

Portföyün Betası;

$$\begin{aligned}\beta_p &= w_1\beta_1 + w_2\beta_2 + \dots + w_n\beta_n \\ &= (0,1).(0,9) + (0,2).(1,2) + (0,3).(1,6) + (0,4).(0,7) \\ &= 1,09\end{aligned}$$

Portföyün betası pazarın betasından büyük çıkmıştır. Ancak, kombinasyon farklılaştırılarak (örneğin düşük betalı varlıktan yüksek oranda alınarak) portföyün betası düşürülebilir.

FVDM'ne göre bir finansal varlığın beklenen verimi o finansal varlığın betası ile doğrusal ilişki içindedir. Beta artarsa beklenen verim de artar.³³

Örneğin;

1- $\beta_i = 0$ olduğu varsayılırsa;

$$E(R_i) = R_f$$

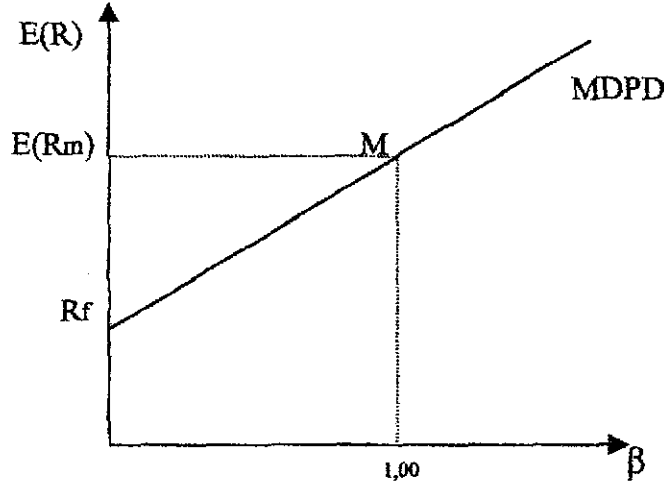
olur. Beklenen verimin risksiz faizle aynı olması, sıfır betalı bir varlığın hiç riskinin olmadığını gösterir.

2- $\beta_i = 1$ olduğu varsayılırsa eşitlik;

$$E(R_i) = E(R_m)$$

durumuna gelir. Bu ise, finansal varlığın beklenen veriminin pazarın beklenen verimi ile aynı olması demektir.

$E(R_i) = R_f + \beta_i (E(R_m) - R_f)$ eşitliğinin grafik üzerinde gösterilmesiyle Menkul Değer Pazar Doğrusu elde edilir.



Sekil 3.14- Menkul Değer Pazar Doğrusu

Kaynak: Ünal Bozkurt, Menkul Değer Yatırımlarının Yönetimi, İktisat Bankası Eğitim Yayınları No.4, y.y., 1988,s.300

³³ Stephen A. Ross, Randolph W. Westerfield and Jeffrey Jaffe, *Corporate Finance*, McGraw Hill, 4th ed., USA, 1996, p.279

Şekil incelendiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılır:

Riskten kaçınan yatırımcılar, fonlarını risksiz varlıklara yatırarak sadece R_f kadar verim elde ederler ($\beta = 0$). Riski seven yatırımcılar ise tüm fonlarını riskli varlıklara yatırarak Pazar portföyünü oluşturacaklardır ($\beta = 1$). Riske katlanmak durumunda elde edeceği en yüksek verim R_m kadar olur. Aradaki fark ($R_m - R_f$), riske katlanmanın bedeli yani risk primidir. Bu değer beta ile çarpılarak çeşitlendirmeye giderilemeyen sistematik risk bulunur. Risk ve verim doğrusal ilişkilidir; risk arttıkça verim de artar.³⁴

3.4. ARBİTRAJ FİYATLAMA MODELİ (AFM) (Arbitrage Pricing Theory-APT)

Arbitraj Fiyatlama Modeli Stephen A. Ross tarafından 1970'lerde geliştirilerek ilk kez 1976 yılında formüle edilip yayınlanmıştır.

“Arbitraj Fiyatlama Modeli'nin temelinde, finansal varlıkların uzun vadeli ortalama getirilerini etkileyen önemli sistematik faktörlerin tanınması yer alır. Model, ödenmeme riski, faiz oranı riski, pazar riski, satın alma gücü riski, yönetim riski ve belirli bir varlığı değerlendirme ile ilgili olabilen diğer risk faktörlerinin ağırlıklı ortalamasını kullanan bir risk-getiri ilişkisidir.”³⁵

3.4.1. AFM'nin Varsayımları

Arbitraj Fiyatlama Modeli'nin üç temel varsayımı vardır:

- 1-Sermaye pazarları tam rekabet altındadır.
- 2-Yatırımcılar her zaman belirsizlik koşulları altında daha fazla getiriye daha az getiriye tercih ederler.
- 3-Sistematik risk FVDM'de olduğu gibi tek faktör tarafından temsil edilmek zorunda değildir. Bunun yerine getiriler doğrusal k faktörlü bir model tarafından belirlenir.³⁶

³⁴Bozkurt, a.g.e., s.303

³⁵Yörük, a.g.e., s.57

³⁶Özçam, a.g.e., s.28

AFM'de FVDM'nin aksine, beklenen verimler bir endeksler seti ile doğrusal ilişki içindedir. Modele göre finansal varlık verimleri aşağıdaki biçimde ifade edilir:

$$R_i = E(R_i) + \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \dots + \beta_n F_n + e_i \quad (3.44)$$

biçiminde ifade edilebilir. Formülde,

R_i = i varlığının verimini,

$E(R_i)$ = i varlığının tarihsel veriler kullanılarak hesaplanan beklenen verimini,

β = Finansal varlığın F faktörlerine karşı duyarlılığını,

F_n = Finansal varlığın verimini etkileyen faktörleri,

e_i = i. finansal varlığın verimini etkileyen, sistematik olmayan faktörlerin bütünü

temsil etmektedir.

Bir finansal varlığın riski ise modele göre aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sigma_i^2 = \sigma E(R_i)^2 + \beta_1 \sigma F_1^2 + \beta_2 \sigma F_2^2 + \dots + \beta_n \sigma F_n^2 + \sigma e_i^2 \quad (3.45)$$

Formülde,

σ_i^2 = i inci menkul kıymetin veriminin varyansını,

$\sigma E(R_i)^2$ = i inci menkul kıymetin tarihsel veri ile hesaplanmış beklenen veriminin varyansını,

σe_i^2 = Sistematik olmayan faktörlerin varyansını

temsil etmektedir.

Ross (1976, 1977) ve takip eden yazarlar (Chamberlain and Rothschild-1983), risksiz arbitraj olanağının mümkün olmadığını vurgulayarak; beklenen verimin, ekonomideki sistematik faktörlerin risk primlerinin doğrusal bir fonksiyonu olduğunu belirtmişlerdir.³⁷

³⁷ John Geweke, Guofu Zhou, "Measuring the Pricing Error of the Arbitrage Pricing Theory", The Review of Financial Studies, 1996, Vol. 9, No. 2, pp. 557-587

Ross, varlık sayısının yeterince büyük olması durumunda beklenen verim-risk ilişkisinin aşağıdaki gibi olacağını göstermiştir;

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i1} [E(R_1) - R_f] + \beta_{i2} [E(R_2) - R_f] + \dots + \beta_{ij} [E(R_j) - R_f] \quad (3.46)$$

Sıfır sistematik riskte, i varlığının beklenen verimine λ_0 ($R_f = \lambda_0$) denirse ve $E(R_i) - R_f = \lambda_j$ olarak tanımlanırsa formül;

$$E(R_i) = \lambda_0 + \lambda_1 \beta_{i1} + \lambda_2 \beta_{i2} + \dots + \lambda_k \beta_{ik} \quad (3.47)$$

şeklinde ifade edilir. Formülde,

λ_0 = Sıfır sistematik riske sahip varlığın beklenen verimini,

λ_j = Dengede (j .) faktör için risk primini

ifade etmektedir.

Bu risk-verim ilişkisi AFM'nin temel çıkarımıdır ve varlıkların beklenen verimlerinin, risk faktörlerine olan duyarlılık katsayılarına (β_{ik}) ve bu katsayıların risk primlerine (λ_{ij}) bağlı olduğunu ifade etmektedir.

AFM ortaya koyduğu ilişkiler çerçevesinde, finansal varlık fiyatlarının piyasada arbitraja imkan vermeyecek şekilde dengede olacağını ifade eder.

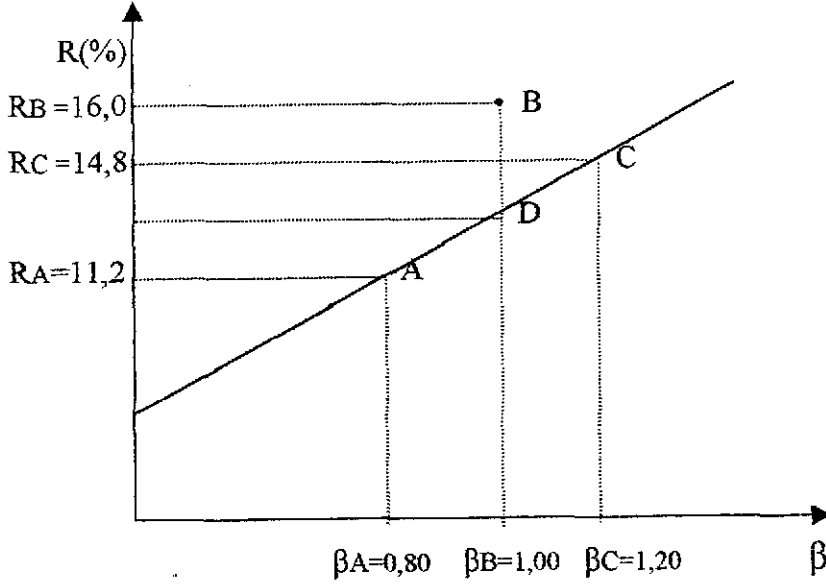
3.4.1. Arbitraj Fiyatlama Doğrusu

Sadece bir tek risk faktörünün olduğu varsayılırsa AFM'nin öngördüğü fiyatlama ilişkisi, beklenen verim-sistematik risk düzleminde bir doğru olacaktır;

$$E(R_i) = \lambda_0 + \beta_1 \lambda \quad (3.48)$$

eşitliği ile ifade edilebilen bu doğru, Arbitraj Fiyatlama Doğrusu (Arbitrage Pricing Line) olarak adlandırılır.

AFM, arbitraj imkanının olmamasına yani 'Tek Fiyat Kanunu'na dayanır. Bu durumda düşük ve yüksek fiyatlanmış varlıklar söz konusudur. Bu durum bir örnek üzerinde aşağıda anlatılmıştır.



Şekil 3.15-Düşük ve yüksek fiyatlanmış varlıkların Arbitraj Fiyatlama Doğrusu üzerinde gösterilmesi

Üç ayrı hisse senedinden oluşan bir portföyün verim ve risk değerleri şekilde verilmiştir. Yatırımcının fonlarının yarısını A ve C portföylerine, diğer yarısını ise B ve D portföylerine yatırdığı düşünülürse, A ve C kombinasyonunun riski;

$$[(1/2).0,80 + (1/2).1,20] = 1 \text{ olur.}$$

Verimi ise;

$$[(1/2).11,2 + (1/2).14,8] = \%13$$

olacaktır. Ancak B portföyünün aynı risk düzeyinde ($\beta = 1$) tek başına %16 verim sağladığı görülmektedir. Aynı risk düzeyinde iki varlık için, risksiz bir arbitraj olanağını incelemek için; örnekte aynı riski taşıyan B ve D portföylerinden D'nin açığa satıldığı, aynı zamanda da B portföyünün satın alındığı varsayılırsa aşağıdaki sonuca ulaşılır:

Tablo3.9.-Risksiz Arbitraj İmkanının Örnekle İfade Edilmesi

	Yatırım (milyon TL)	Verim (milyon TL)	Risk (β)
Portföy B	100	16	1,00
Portföy D	100	13	-1,00
Fark	0	3	0

Tablodan da görüldüğü üzere yatırımcı risk düzeyini yükseltmeden beklenen verimini 3.000.000 TL arttırmıştır.

Örnekte bir arbitraj olanağı söz konusudur. Bu imkan düşük fiyatlanmış ve yüksek fiyatlanmış finansal varlıkların varlığından kaynaklanmaktadır. Bu tür arbitraj olanakları ancak varlıklar AFM'nin öngördüğü gibi bir doğru üzerinde temsil edildikleri zaman ortadan kalkacaktır.

Finansal varlık fiyatları yatırımcıların arz ve talebine göre belirlenir ve sermaye pazarları tam rekabet altındadır. Arbitraj Fiyatlama Modeli sermaye pazarlarında arbitraj olmayacağını ileri sürer, diğer bir deyişle model 'tek fiyat kanunu'na dayanmaktadır. Finansal Varlık Değerleme Modeli'nin ortalama varyansa dayalı yapısı, risk faktörleri ve bu faktörlerin primleri ile değiştirilmektedir. Böylece modeli uygulamak için Pazar portföyüne gerek kalmamıştır. AFM, denge koşulunu belirlemekle birlikte, risk faktörlerinin sayısı, içeriği, duyarlılık ve risk primi katsayılarının büyüklüğü konusunda bilgi vermemektedir.³⁸

³⁸ Özçam,a.g.e. ,s.28

4. PORTFÖY SEÇİMİ PROBLEMİ'NE MARKOWITZ YAKLAŞIMI'NIN PRATİĞİ

4.1. Markowitz Çeşitlendirmesi'nde Kısıtların Belirlenmesi

Çeşitlendirmenin amacı riski minimize etmek olduğundan portföy probleminin çözümü için portföyün riskini belirlemek gerekecektir. (n) sayıda finansal varlıktan oluşan bir portföyün riski aşağıdaki gibi ifade edilmekteydi;

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n w_i w_j \sigma_{1,2} \quad (4.1)$$

Modelin kısıtları;

$$w_i \geq 0 \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (4.3)$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \geq C \quad (4.4)$$

olarak ifade edildiğinden, portföy seçimi probleminin çözümü, bu kısıtların dikkate alınarak varyansın minimize edilmesi ile olacaktır. C, yatırımcının kabul edebileceği minimum verim ise portföyün verimi bu değerden büyük olmalıdır.

Amaç denklemine kısıtların dahil edilmesi Lagrange çarpanları ile gerçekleştirilmektedir.

$$T = \text{Var}(R_p) + \lambda \cdot (1 - \sum_{i=1}^n w_i) \quad (4.5)$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^n w_i w_j \sigma_{1,2} + \lambda \cdot (1 - \sum_{i=1}^n w_i) \quad (4.6)$$

Yukarıda ifade edilen eşitlik bir doğrusal olmayan (non-lineer) denklem sistemidir. İkinci dereceden bir eşitlik, lineer denklem sistemine dönüştürülerek çözülebilir. Bu ise Lagrange Fonksiyonunun kısmi türevlerinin alınması ile sağlanabilir.

$$T = F(t,y,z) + \lambda \cdot G(t,y,z)$$

$$\frac{\partial (T)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial (T)}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial (T)}{\partial z} = 0 \quad \frac{\partial (T)}{\partial \lambda} = 0 \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} dT/dw_1 &= 2 w_1 \cdot \sigma_1^2 + 2 w_2 \sigma_{1,2} + \dots + 2 w_n \sigma_{1,n} + a \\ dT/dw_2 &= 2 w_2 \cdot \sigma_2^2 + 2 w_1 \sigma_{2,1} + \dots + 2 w_n \sigma_{2,n} + a \\ dT/dw_3 &= 2 w_3 \cdot \sigma_3^2 + 2 w_1 \sigma_{3,1} + \dots + 2 w_n \sigma_{3,n} + a \\ &\vdots \\ dT/dw_n &= 2 w_n \cdot \sigma_n^2 + 2 w_1 \sigma_{n,1} + \dots + 2 w_{n-1} \sigma_{n-1,n} + a \end{aligned} \quad (4.8)$$

Denklem sisteminde n adet bilinmeyen için (n+1) denklem bulunmaktadır. Etkin portföyün bulunması için öncelikle bu (n+1) eşitliğin çözümü gerekmektedir.

4.2 Markowitz Modeli'nin Formülasyonu ve Kovaryans Matrisi

Amaç denkleminde minimize edilmek istenen bölümler eşitliğe negatif olarak, modelde maksimize edilmek istenen bölümler ise pozitif olarak dahil edilir.

Buna göre amaç denklemi aşağıdaki gibi olur;

$$Z = \theta \cdot E(R_p) - \text{Var}(R_p) + \lambda \cdot (1 - \sum_{i=1}^n w_i) \quad (4.9)$$

θ katsayısı riske göre verim tercihini belirler ve denklemde 1 olarak kabul edilmiştir.

Z'nin W_i 'ye göre kısmi türevinin alınması yoluyla Lagrange Yöntemi maksimize edilir ve λ sıfıra eşitlenir.

$$Z = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j \sigma_{ij} + \lambda \cdot (1 - \sum_{i=1}^n W_i) \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} \partial Z / \partial W_1 &= E(R_1) - 2 w_1 \cdot \sigma_{11} - 2 w_2 \sigma_{12} - \dots - 2 w_n \sigma_{1n} - \lambda = 0 \\ \partial Z / \partial W_2 &= E(R_2) - 2 w_2 \cdot \sigma_{22} - 2 w_1 \sigma_{21} - \dots - 2 w_n \sigma_{2n} - \lambda = 0 \\ \partial Z / \partial W_3 &= E(R_3) - 2 w_3 \cdot \sigma_{33} - 2 w_1 \sigma_{31} - \dots - 2 w_n \sigma_{3n} - \lambda = 0 \\ &\dots \\ \partial Z / \partial W_n &= E(R_n) - 2 w_n \cdot \sigma_{nn} - 2 w_1 \sigma_{n1} - \dots - 2 w_{(n-1)} \sigma_{n(n-1)} - \lambda = 0 \\ \partial Z / \partial \lambda &= 1 - w_1 - w_2 - w_3 - \dots - w_n = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Kısmi türev alınması sonucunda denklem sistemi doğrusal bir eşitlik haline gelmiştir. Kovaryans matrisinin birinci türevlerinin alınması ile ortaya çıkan matris Jacobian Matris olarak ifade edilmektedir.³⁹ Böylece yukarıdaki denklem sistemi aşağıdaki şekle gelir;

³⁹ Ali Nihat Yazıcı, "Comparison of Markowitz Efficient Portfolios Model and Sharpe's Single Index Diagonal Model in IMKB", ODTÜ İşletme Fakültesi, (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 1994, s.60

$$\begin{array}{ccc}
\mathbf{A} & \mathbf{W} & \mathbf{B} \\
\left(\begin{array}{ccccc} 2\sigma_{11} & 2\sigma_{12} & 2\sigma_{13} & \dots & 2\sigma_{1n} & 1 \\ 2\sigma_{21} & 2\sigma_{22} & 2\sigma_{23} & \dots & 2\sigma_{2n} & 1 \\ 2\sigma_{31} & 2\sigma_{32} & 2\sigma_{33} & \dots & 2\sigma_{3n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2\sigma_{n1} & 2\sigma_{n2} & 2\sigma_{n3} & \dots & 2\sigma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \vdots \\ W_n \\ \lambda \end{array} \right) & = \left(\begin{array}{c} E(R_1) \\ E(R_2) \\ E(R_3) \\ \vdots \\ E(R_n) \\ 1 \end{array} \right) \quad (4.12)
\end{array}$$

λ çarpanının denklem sistemine dahil edilmesiyle n adet elemanı olan bir matris $(n+1)$ elemanlı bir matris haline gelir.

Böylece ifade ;

$$A.W = B$$

şeklini almıştır ve sistem doğrusal bir denklem sistemi olarak çözülür.

Buradan;

$$W = A^{-1} \cdot B$$

olacağından çözüm için gereken ilk işlem A matrisinin tersini almak olacaktır. Bir matrisin tersini almak için birden fazla yöntem mevcuttur. Gauss Eliminasyon, ek matrisler ve determinantlar ile veya kısımlara ayırarak ters matris bulmak mümkündür.

Bir A matrisinin, tersi ile çarpımı birim matrise (I) eşit olmalıdır. ($A.A^{-1} = I$)
Kare matrislerde her durumda ters matris bulunamayabilir. Bu, matrisin determinantının sıfır olması anlamına gelir. Diğer bir deyişle, bir matrisin tersinin olabilmesi için determinantının sıfırdan farklı olması gerekir.

Determinantı sıfırdan farklı olan matrislere tekil olmayan matris (nonsingular matrix) denir. Determinantı sıfır olan matrisler ise, tekil matris (singular matrix)

olarak adlandırılır.⁴⁰ Tekil matrislerde de n bilinmeyenli n adet denklem bulunmaktadır. Ancak, bu denklemlerden en az biri diğerlerinden birine ya da birden fazlasına lineer bağımlıdır. Yani, n adet bilinmeyenlinin çözülmesi için gereken n adet denklemden en az bir adedi diğer denklem veya denklemlere bağlı olarak yazılabilmektedir. Dolayısıyla sistem, çözümünü için gereken denklem sayısına gerçekte sahip değildir.

Matrisin lineer bağımlılığını test etmek için A kare matrisinin, determinantı sıfırdan farklı olan bütün alt matrislerine bakılmalıdır. A matrisinin rankı, determinantı sıfırdan farklı olan en büyük alt matrisin eleman sayısına eşittir. Eğer A matrisi $(n \times n)$ 'lik bir kare matris ise, yalnızca A matrisinin tekil olmayan (nonsingular) matris olması durumunda $\text{rank}(A) = n$ koşulu sağlanır. $\text{Rank}(A) < n$ durumunda ise A matrisi tekil (singular) matristir.⁴¹

Böylece, bir kare matris tekil ise, matrisi oluşturan satır veya sütunlar lineer bağımlı, tekil olmayan ise matrisin sütun veya satırları lineer bağımsızdır demek mümkündür. Aşağıdaki örnek duruma açıklık kazandıracaktır;

$$x + 2y - z = 10$$

$$2x + 4y - 2z = 20$$

$$x + y + z = 6$$

olarak verilen lineer eşitlik sisteminde katsayılar matrisinin determinantına bakılırsa;

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 2 - 4 - (-4 - 2 + 4) = 0$$

olduğu görülmektedir. Matrisin rankı ise 2×2 'lik en az bir alt matrisin determinantı sıfırdan farklı olduğu için;

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 4 \neq 0$$

⁴⁰ Jean D. Weber, *Mathematical Analysis Business and Economic Applications*, Harper and Row Publishers, Inc., 3th ed. p.570

⁴¹ A.e., pp.585-586

3 yerine 2 olarak belirlenmiştir. Bu durumda denklem sistemi lineer bağımlıdır ve matris bir tekil matristir. Matrisi oluşturan satırlara bakıldığında ise, ikinci satır değerlerinin birinci satırın iki katı olduğu görülmektedir. Yani üç bilinmeyenli bir denklem sistemini çözmek için iki adet denklem bulunmaktadır. Bu ise çözüm için gereken sayıda denklem bulunmadığını göstermektedir.

Markowitz Modeli'nin optimal bir çözüm sağlaması için kovaryans matrisini oluşturan denklemlerin lineer bağımsız olması gerekmektedir. Dolayısıyla matris tekil olmayan yani tersi olan bir matris olmalıdır. Bu koşullar altında, (4.12)'de ifade edilen eşitliğin çözümü için A matrisinin tersi alınır ve B sütun matrisi ile çarpılarak w değerleri bulunur. ($W = A^{-1} \cdot B$) Bulunan w değerleri, optimal portföyü oluşturan finansal varlıkların portföydeki ağırlıklarını ifade etmektedir. Bu değerlerin (varsa) negatif olanları açığa satılan hisse senetlerini ifade eder. Negatif ve/veya pozitif değerlerin meydana getirdiği ağırlık oranlarının toplamı 1'e eşit olmalıdır.

5. TÜRKİYE'DE ve DÜNYADA MARKOWITZ MODELİ ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

5.1. Türkiye'de Markowitz Modeli Üzerine Yapılan Çalışmalar

İMKB'nin faaliyete geçtiği 1986 yılından günümüze dek Markowitz Modeli üzerine ulaşılabilen çalışmaların birçoğu yüksek lisans tezi niteliğindedir. Bu çalışmaların önemli bir kısmı kronolojik sıralamaya göre Tablo 5.1'de açıklamalı olarak gösterilmiştir.

Markowitz Modeli üzerine ilk çalışma 1983 yılında yazılmış bir doktora tezidir. "Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçimi Problemine Uygulanması" adlı çalışmada, nonlinear programlama çözüm yöntemleri anlatıldıktan sonra, nonlinear programlama bir işletme problemine uygulanmıştır. Türk Sermaye Piyasası'nda 1980-1983 yıllarında işlem gören 44 hisse senedinin aylık verimleri kullanılarak Markowitz Modeli uygulanmıştır. Ayrıca enflasyonun portföy verimine etkisi de araştırılmıştır.

Araştırmanın sonucunda, Markowitz modeli kullanılarak, Kuadratik Programlama aracılığıyla Türk Sermaye Piyasası'nda işlem gören 44 hisse senedinin nominal ve reel getirilerine göre değişik düzeydeki ortalama portföy getirileri için riski minimize edecek şekilde etkin portföyler bulunmuştur.⁴²

Daha sonra yapılan çalışmalar daha çok yüksek lisans tezi niteliğindedir. Tablo 5.1 incelendiğinde, genel olarak çalışmaların örnek kütle kullanılarak yapıldığı gözlenmiştir. Çalışmaların metodolojik bölümleri incelendiğinde, örnek kütleyle dahil edilen hisse senetlerinin önemli bir kısmının tesadüfi olarak seçilmiş olduğu tespit edilmiştir.

Son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde, İMKB'de gerçekleştirilen uygulamalarda optimal portföyün elde edilebildiği, modelin bu anlamda sermaye piyasasında geçerliliğinin kabul edildiği gözlemlenmiştir.

⁴² Erhan Özdemir, "Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçimi Problemine Uygulanması" İ.Ü.İşletme Fakültesi (Yayınlanmamış) Doktora Tezi, İstanbul, 1983, s. 181

1998 yılında hazırlanan "Application of Markowitz Mean Variance Model in the ISE" adlı çalışmada varılan sonuç modelin etkin portföylerin oluşturulmasında olumlu sonuç verdiği doğrultusundadır.⁴³

Benzer biçimde 1997 yılında yapılan ve 1992-1995 yıllarını kapsayan "Markowitz (Modern) Portföy Yaklaşımı Doğrultusunda Hisse Senetlerinden Portföy Oluşturulması: Türk Hisse Senedi Piyasasına Uygulama" adlı çalışmanın sonucu; "Hisse senetlerinden minimum riskte arzulanan getiriye sağlayan optimum portföyler oluşturulabilir" şeklinde ifade edilmiştir.⁴⁴

Daha önceki yıllarda yapılan çalışmalara bakıldığında ise bunların da yukarıdaki çalışmaları destekler nitelikte oldukları görülmektedir.

⁴³ Batu Çetin "Application of Markowitz Mean Variance Model in the ISE",Bilkent Üniversitesi,İşletme Fakültesi (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Ankara ,1998,pp.35-36

⁴⁴ Özlem Çetinkaya, "Markowitz (Modern) Portföy Yaklaşımı Doğrultusunda Hisse Senetlerinden Portföy Oluşturulması: Türk Hisse Senedi Piyasasına Uygulama" A.Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Aydın ,1997,s.112

Tablo 5.1 Markowitz Modeli Üzerine Türkiye'de Yapılan Çalışmalar				
Tezin Adı	Hazırlayan	Hazırladığı Yıl ve Kurum	Metodoloji	Sonuç
Karar Kuramı Açısından Markowitz Modeli ve Varsayımların İrdelenmesi	Lokman Deligöz	1994-Uludağ Üniversitesi	Ocak 1986-Mart 1990 dönemi için aylık verilerle, farklı enditstrilerden seçilen 32 hisse senedi ile çalışılmıştır. İki farklı dönem için uygulama yapılmış; ilk 20 ve son 20 ay için iki ayrı matris üzerinden çözüm bulunmuştur.	Markowitz Modeli İMKB için geçerli bir metoddur. Model ile optimal portföy elde edilmiştir.
Comparison of Markowitz Efficient Portfolios Model and Sharpe's Single Index Diagonal Model in İMKB	Ali Nihat Yazıcı	1994- ODTÜ	04/01/1993 -21/07/1993 döneminde seçili İMKB'ye kote 10 adet hisse senedi ile çalışılmıştır. Çalışmada ayrıca Sharpe Modeli uygulanmış ve portföy performansları ölçülmüştür.	Model ile İMKB'de optimal portföy elde edilmiştir.
Application of Markowitz Portfolio Selection Model to ISE	Hande Alkazan	1995- Bilkent	Ocak 1990-Aralık 1992 döneminde haftalık verilerle 19 adet hisse senedi için model uygulanmıştır.	Portföy optimizasyonu sağlanmıştır.
Portfolio Selection Methods: An Application to ISE Market	Mert Çetin	1996-Bilkent	11/1993-11/1994 dönemine ait 151 adet hisse senedi içinden rasgele seçilen 37 adet hisse senedi ile model uygulanmıştır.	Çeşitlendirme yapılarak risk azaltılabilir.
Ortalama Varyans Yöntemiyle Portföy Optimizasyonu ve İMKB'ye Uygulanması	Orhan Akkaya	1996-Gazi Üniversitesi	31/12/1993-04/06/1995 dönemine ait rasgele seçilmiş İMKB'de işlem gören 12 adet hisse senedinin 73 haftalık verileri ile model uygulanmıştır.	Portföy optimizasyonu sağlanmıştır.

Tablo 5.1(Devamı) Markowitz Modeli Üzerine Türkiye'de Yapılan Çalışmalar				
Tezin Adı	Hazırlayan	Hazırladığı Yıl ve Kurum	Metodoloji	Sonuç
Markowitz (Modern) Portföy Yaklaşımı Doğrultusunda Hisse Senetlerinden Portföy Oluşturulması: Türk Hisse Senedi Piyasasına Uygulama	Özlem Çetinkaya	1997-A. Menderes Üniversitesi	1992-1995 dönemine ait İMKB'de işlem gören 22 adet hisse senedine ait aylık veriler kullanılarak model uygulanmıştır.	Hisse senetlerinden minimum riskte arzulan getiriye sağlayan optimum portföyler oluşturulabilir.
Modern Portföy Teorisi ve İMKB'de Uygulanabilirliği	Seyhan Demirel	1997-Uludağ Üniversitesi	Aralık 1995-Kasım 1996 döneminde İMKB'ye kote 184 şirket içinden ortalama varyans ve değişkenlik katsayısı kriterlerine göre seçilmiş 13 hisse senedine ait günlük verilerle model uygulanmıştır.	Eldeki fonun tek bir hisse senedine yatırılması yerine kombinasyonlarından oluşturulan portföylerin etkinlik sınırı üzerinde yer aldığı,dolayısıyla sistematik riskin minimize edildiği sonucuna varılmıştır.
Application of Markowitz Mean Variance Model in the ISE	Batu Çetin	1998-Bilkent	1992-1995 döneminde İMKB'ye kote 30 adet hisse senedinin aylık verileri kullanılarak model uygulanmıştır.	Model etkin sınır ve etkin portföyün oluşturulmasında başarılı sonuç vermiştir.

5.1.1. Türkiye’de Pazar Etkinliği

“Etkin bir pazar; tek tek menkul kıymetlerin gelecekteki değerlerini tahmin etmek için kar maksimizasyonunu amaç edinen çok sayıdaki rasyonel kişinin birbiriyle rekabet ettiği ve güncel önemli verilerin tüm katılımcıların eline kolaylıkla geçebildiği bir pazar olarak nitelendirilmektedir.”⁴⁵

Etkin bir pazarda fiyatların elde edilebilen tüm veriyi tamamen yansıtmaması gerekmektedir. Herhangi bir pazarın etkin olabilmesi için ;

1-Bilgi ve veriler üzerinde bir tekelleşmenin bulunmaması,

2-Çeşitli komisyon, taahhüt ve işlem giderlerinin rekabetçi biçimde oluşması gereklidir.⁴⁶

Etkin sermaye pazarlarında çok sayıda katılımcı bulunmakta ve menkul değer fiyatlarının oluşmasında rekabet halinde olan bu alıcı ve satıcıların rasyonel davranışları etkili olmaktadır. Etkin Pazar Kuramı’nın temel varsayımlarından biri bilgi ve veriler üzerinde tekelleşmenin bulunmaması olduğuna göre, etkin bir piyasada bir yatırımcı veya yatırımcı grubu menkul değer verimleri üzerinde piyasayı etkileyecek bir rol oynayamaz.

Etkin Pazar Kuramı’na göre pazarın etkinliği, zayıf etkinlik testleri, yarı kuvvetli ve kuvvetli şeklindeki etkinlik testleri ile ölçülmektedir. Zayıf Etkinliğin ölçülmesi ile, hisse senedi fiyatlarının gelecekteki değerlerinin geçmişe ait finansal bilgiler kullanılarak öngörmenin mümkün olup olmadığı araştırılmaktadır. Bir pazarın etkinliğinin ölçülmesi için önce zayıf etkinlik testleri uygulanmaktadır. Zayıf düzeyde etkin olan bir piyasa için, yarı güçlü ve güçlü etkinlikten söz edilebilir.

Türkiye’de sermaye pazarının etkinliğinin test edildiği çalışmalarda, İMKB’nin zayıf düzeyde bile etkin olmadığı yönünde sonuçlar alınmaktadır. 1985 yılında yayınlanan “Menkul Kıymetler Piyasası Etkin mi?”⁴⁷ adlı makalede ve 1993 yılında yayınlanan “Etkin Pazar Kuramı ve İMKB’de EPK’nın Zayıf Şeklini Test

⁴⁵ Dr.Murat Kıyılar,“Etkin Pazar Kuramı ve Etkin Pazar Kuramı’nın İMKB’de İrdelenmesi-Test Edilmesi-”SPK Yayınları,Ankara,1997,s.9 Aktarılan eser: Eugene F.Fama; “Random Walks in Stock Market Prices”, Financial Analyst Journal, Vol.21,No 5,(Sept.-Oct.,1965),pp.55-59.

⁴⁶ Kıyılar,a.g.e.,s.10. Aktarılan eser:Ali Ceylan ve Turhan Korkmaz; “Uygulamalı Portföy Yönetimi”,Ekin Kitabevi Yayınları,Bursa 1993,s.176

⁴⁷Doç.Dr.Selim Bekçioğlu ve Dr. Erman Ada,‘Menkul Kıymetler Piyasası Etkin mi?’İst.Ün.İşletme Fakültesi,Muhasebe Dergisi ,Yıl II,Ağustos 1985,Sayı 41

Etmeye Yönelik Bir Çalışma" adlı makalede İMKB'nin zayıf etkinliği test edilmiş ve zayıf düzeyde dahi etkin olmadığı sonucu elde edilmiştir.⁴⁸ 1992'de "Türk Hisse Senedi Piyasası'nda Yarı-Güçlü Etkinlik" adlı çalışma ile Türk Sermaye Piyasası'nın yarı güçlü etkin olmadığı tespit edilmiştir.⁴⁹ 1997'de ise Etkin Pazar Kuramı ve Etkin Pazar Kuramı'nın İMKB'de İrdelenmesi-Test Edilmesi" adlı çalışma İMKB'nin zayıf düzeyde bile etkin olmadığını ortaya koymuştur.⁵⁰

Menkul Kıymetler Piyasası'nın etkin olmaması mikro düzeyde, hisse senetlerinin verimlerinin dönemsel bağımlılığını, bu ise geçmiş verilerden yola çıkılarak gelecek tahminlerini mümkün hale gelmesini ifade eder. Bu durumda yatırımcıların teknik ve temel analiz yöntemlerini kullanarak fayda sağlamaları muhtemeldir. Makro açıdan bakıldığında ise, etkin olmayan bir piyasanın bilgi ve veriler üzerinde tekelleşmeye imkan verir nitelikte olması mümkün olabilir. Bir yatırımcı veya yatırımcı grubu piyasa değeri düşük finansal varlıklar üzerinde belirleyici bir rol oynayabilir. Bu piyasanın manipülasyona imkan tanınması anlamına gelir. Türkiye'de menkul kıymetler piyasasında, hisse senetlerinin önemli bir kısmının gerek kapitalizasyon, gerekse halka açıklık oranının çok düşük olduğu görülmektedir. Buna karşılık, az sayıda halka açık firmanın ise piyasanın yönünü değiştirebilecek denli yüksek piyasa değerliliğine sahip olduğu göze çarpmaktadır.* Bu durumda piyasanın manipülatif hareketlere imkan tanıyan bir nitelik taşıma olasılığı yüksek görünmektedir.

⁴⁸ Ahmet Köse, 'Etkin Pazar Kuramı ve İMKB'de EPK'nın Zayıf Şeklini Test Etmeye Yönelik Bir Çalışma', İ.Ü. İşletme Fakültesi Dergisi, C:22, S:2, Kasım 1993

⁴⁹ Gülnur Muradoğlu Şengül ve Dilck Önkol, 'Türk Hisse Senedi Piyasası'nda Yarı-Güçlü Etkinlik', ODTÜ Gelişme Dergisi, 19(2)1992, s197-207

⁵⁰ Kıyılar, a.g.e.

* Ek-1'e bakınız.

5.2. Markowitz Modeli Üzerine Dünyada Yapılan Bazı Çalışmalar

Markowitz Modeli ve portföy seçimi üzerine uluslararası alanda çok sayıda makale yayınlanmıştır. Bunların bir kısmı Tablo 5.2’de gösterilmektedir. Konuya ilişkin makaleler kronolojik olarak son yıllardan geçmişe doğru sıralanmıştır. Çalışmalarda portföy seçimine ilişkin ilginç ve çelişkili bulgular elde edildiği gözlemlenmiştir. Bu durum modelin ve genel olarak portföy kuramı üzerindeki tartışmaların devam ettiğini göstermektedir.

Tabloda yer alan çalışmalar incelendiğinde, amaç ve elde edilen bulgular özetle aşağıdaki biçimdedir;

1- “Risk Reduction in Large Portfolios:A Role for Portfolio Weight Constraints” adlı makalede, örnek momentler kullanılarak oluşturulan ortalama varyans etkin portföylerinin sıklıkla, uç derecede uzun ve kısa pozisyonlar almayı gerektirdiği ve bundan dolayı pratisyenlerin etkin portföy oluştururken sıkça portföy ağırlığı sınırı getirdikleri belirtilmektedir. 1992 yılında Green ve Hollifield’in söz ettikleri üzere; verimlerin kovaryans matrisindeki bir tekil dominant faktörün varlığı nedeniyle uç derecede pozitif ya da negatif ağırlıklar gözlemlenmektedir. Negatif olmayan portföy ağırlıklarının sınırlamanın, örnek kovaryans matrisinin büyük elemanlarını küçülttükten sonra kullanmaya ve sonra optimal portföyü herhangi bir portföy ağırlığı üzerinden bir sınırlama kullanmadan oluşturmaya denk olduğu ifade edilmektedir.

Çalışmanın ampirik incelemeleri sonucunda, tahmin edilen kovaryans matrisinin tekil matris (singular matrix) olduğu tespit edilmiştir. Portföy ağırlıklarında herhangi bir sınırlama yokken bütün faktör modelleri eşit sonuç vermiş ve analiz sonucunda çalışmaya dahil edilen menkul kıymetlerin yaklaşık olarak %40’ının portföy ağırlığı negatif (-) olarak hesaplamıştır. Açığa satışların portföyün değerinin %50’sini oluşturduğu tespit edilmiştir.⁵¹

2- “How To Beat the S&P 500 with Portfolio Optimization” adlı çalışmada

⁵¹Ravi Jagannathan and Tongshu Ma, “Risk Reduction in Large Portfolios:A Role for Portfolio Weight Constraints”,<http://www.departments.bucknell.edu/management/apfa/papers,25/08/2001>

Makale Adı	Yazım veya Yayın Yılı	Yazar (Yazarlar)
Risk Reduction in Large Portfolios: A Role for Portfolio Weight Constraints	Nisan 2001	Ravi Jagannathan Tongshu Ma
How To Beat the S&P 500 with Portfolio Optimization	Mart 2000	Tal Schwartz
Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to Portfolio Selection	Ocak 1999	Oliver Ledoit
The Sampling Error in Estimates of Mean-Variance Efficient Portfolios	Nisan 1999	Mark Britten Jones
On The Inverse of the Covariance Matrix in portfolio Analysis	Ekim 1998	Guy V.G.Stevens
On the Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios to Change in Asset Means: Some Analytical and Computational Results	1991	Michael J.Best Robert C. Grauer

Tablo 5.2. Markowitz Modeli Üzerine Dünyada Yapılan Bazı Çalışmalar

iki temel soruya yanıt verilmeye çalışılmıştır. Bu sorular Haugen ve Baker'in 1991'de yaptıkları "The Efficient Market Inefficiency of Capitalization Weighted Stock Portfolios" adlı çalışması üzerinedir. Haugen ve Baker bu makalede, sermaye ağırlıklı piyasa endekslerinin (S&P 500 gibi) etkin olmadığını iddia etmişlerdir. Bunun vergilerden, açığa satış üzerindeki kısıtlamalardan, heterojen beklentilerden ve farklı yatırımcıların fırsat alanlarının değişmesi gibi nedenlerden kaynaklandığını ileri sürmüşlerdir. Çalışmada, piyasa kapitalizasyonu en yüksek olan 1000 adet hisse senedi ile 24 aylık bir dönem boyunca inceleme yapılmış ve 1972-1989 yılları arasında portföyün elde tutulduğu varsayılarak, bu dönemde ABD'nin en büyük kapitalizasyon ağırlıklı endeksi olan Wilshire 5000 Endeksi'nden daha yüksek verimli ve düşük riskli portföylere ulaşıldığı ispatlanmıştır.

Bu bulgular altında Tal Schwartz'ın çalışmasında yanıt bulmaya çalıştığı sorular şunlardır;

- Haugen ve Baker'in iddia ettiği üzere bütün sermaye ağırlıklı portföylerin etkin olmadığı doğru mudur?
- Eğer bu iddia doğruysa yatırımcılar etkin olmama durumunda nasıl kar sağlarlar ve S&P 500'den daha yüksek getirili ve düşük riskli portföyleri nasıl oluştururlar?

Bu sorulara yanıt vermek için hazırlanan çalışmada S&P 500'de yer alan şirketlerle 1978-1997 arası dönemi kapsayan bir analiz yapılmış ve en popüler pazar kıstası olan S&P 500'ün uzun dönem etkinliği test edilmiştir. Sonuçta ise sadece tekil tarihsel getiri tahminleri kullanılmış olmasına rağmen, etkin sınır portföylerinin etkin sınır performansının, S&P 500'e göre hem getiride hem de riskte daha yüksek bulunduğu tespit edilmiştir.⁵²

3-"Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to Portfolio Selection" adlı çalışmasında Oliver Ledoit, hisse senedi verimlerinin kovaryans matrisinin tahmininde iki ayrı tahmin yöntemi üzerinde durmuştur: Tek endeks kovaryans matrisi ve örnek kütle kovaryans matrisi. Geleneksel tahmin yöntemi olan örnek kütle kovaryans matrisi nadiren kullanılır çünkü küçük bir yapı üzerine kuruludur. Ledoit, çalışmasında ilginç bir noktaya

⁵² Tal Schwartz, "How To Beat the S&P 500 with Portfolio Optimization" 2000, <http://www.departments.bucknell.edu/management/apfa/papers/27Schwartz.pdf>, 25/08/2001

değinererek, gerçek kovaryans matrisinin tekil olmayan matris (nonsingular) olması gerektiği bilindiği halde matrisi oluşturan hisse senedi sayısı olan (N)'in tarihsel verimlerin sayısı olan (T)'den büyük olması durumunda, örnek kütle kovaryans matrisinin daima tekil matris (singular matris) olacağını vurgulamıştır.⁵³

4-Mark Britton Jones'ın "The Sampling Error in Estimates of Mean-Variance Efficient Portfolios" adlı çalışması, ortalama varyans etkin portföylerinin ağırlıkları konusundaki hipotez testleri için, kesin sonlu örnekli (örnek sayısı sınırlı) istatistik prosedürünü kapsamaktadır. Makalede global etkin portföylerin ağırlık tahmininde bulunan örnekleme hatasının yüksek olduğu tespit edilmiştir.⁵⁴

5- "On The Inverse of the Covariance Matrix in Portfolio Analysis" adlı makalede portföy analizinde varlık verimlerinden elde edilen kovaryans matrisinin tersinin doğrudan tanımlanmasının türev ve uygulaması konu edilmektedir.⁵⁵

Buna göre kovaryans matrisinin tersi iki kilit elemandan oluşmaktadır;

- Verili bir finansal varlığın diğer bütün riskli varlıkların fazla getirisi üzerine olan ekstra getirisinden regresyon yapılarak elde edilen katsayılar kümesi,
- Fazla getiri için katlanılacak, her finansal varlığın getirisinin varyansının çeşitlendirilemeyen, kaçınılamayan parçasına eşit olan arta kalan varyans. $\sigma_i^2(1-R_i^2)$.

6- "On the Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios to Change in Asset Means: Some Analytical and Computational Results" adlı makalede amaçlanan ise tekil varlıkların ortalamadaki değişmelere karşı ortalama varyans etkin portföylerinin duyarlılığını araştırmaktır. Çalışmada belirtildiğine göre yatırım problemine sadece bir bütçe sınırlaması eklendiği zaman analitik sonuçlar gösteriyor ki; bir ortalama varyans etkin portföyünün ağırlıkları, ortalama ve varyans, varlıkların ortalamalarındaki değişimlere aşırı biçimde duyarlı olabilir.

⁵³ Oliver Ledoit, "Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to portfolio Selection", January 1999, <http://www.anderson.ucla.edu/lacad-unit/finance/workpaper2.htm>. 20/08/2001

⁵⁴ Mark Britton Jones, "The Sampling Error in Estimates of Mean-Variance Efficient Portfolios" The Journal of Finance LIV, No2, April 1999, pp.655-671

⁵⁵ Guy V.G.Stevens, "On The Inverse of the Covariance Matrix in portfolio Analysis" The Journal of Finance Vol.LIII, No5, Oct.1998, pp1821-1827

Probleme negatif olmama sınırlaması da eklenirse, hesaplamalara dayalı olarak pozitif ağırlıklı ortalama varyans etkin portföyün ağırlıkları varlıkların ortalamadaki değişimlerine aşırı derecede duyarlı olduğu saptanmıştır.⁵⁶

Elde edilen bulgulara göre, sadece bir tek varlığın ortalamasındaki sürpriz bir artış portföydeki menkul değerlerin yarısını portföy dışına atmaktadır. Buna rağmen portföyün beklenen getirisinin ve standart sapmasının değişmediğini söylemek mümkündür.

Portföy kavramının temel amacı çeşitlendirme olduğuna göre herhangi bir menkul değer ortalama getirisindeki değişimin doğal olarak portföyün getirisini anlamlı düzeyde etkilememesi beklenir. Ancak makalede elde edilen 'portföy ağırlıklarının herhangi bir menkul değer ortalama getirisindeki değişime duyarlı olması' sonucu ilginçtir. Zira, eğer herhangi bir yatırımcı ya da yatırımcılar grubu aynı anda birden fazla menkul değer fiyatlarını etkileyecek miktarlarda alım/satım yaparsa sözkonusu menkul kıymetlerin verimleri benzer doğrultuda değişimler gösterecektir. Benzer doğrultulardaki verim değişiklikleri ise sadece ilgili menkul kıymetlerin portföy içindeki ağırlıklarını değiştirmekle kalmayacak, aynı zamanda portföy içindeki bir çok menkul kıymetin ya ağırlıklarının değişmesine ya da negatif ağırlıklandırılarak (kısıt sebebiyle) portföy dışına atılmalarına sebep olabilecektir. Öyleyse herhangi bir yatırımcı ya da yatırımcılar grubunun aynı anda birden fazla menkul değer fiyatlarını etkileyecek miktarlarda alım/satım yapması menkul kıymetlerin ağırlıklarını beklenenden çok fazla etkileyebilmektedir. Portföydeki menkul kıymetlerin ağırlıklarının bu biçimdeki bir olaydan bu derece etkilenmelerinin kovaryans matrisinin birden fazla satır veya sütununun bağımlı olmasını sağlaması mümkündür zira kovaryans matrisinin üç temel elemanından biri portföy ağırlıkları diğeri de doğrudan doğruya menkul kıymet verimlerine bağlı olan standart sapmalar ve kovaryanslardır. Portföye giren herhangi iki menkul kıymet ilgili dönemin herhangi bir bölümünde herhangi bir yatırımcı veya yatırımcılar grubu tarafından verimlerini etkileyecek kadarlık bir alım ya da satım işlemine maruz

⁵⁶ Michael J. Best and Robert R. Grauer, "On the Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios to Change in Asset Means: Some Analytical and Computational Results" The Review of Financial Studies 1991, Vol.4, No.2, pp.315-342

kalırsa bunun sonucu olarak matrisin en azından ilgili iki menkul kıymet tarafından oluşturulan satırlarının benzerlik göstermesi mümkündür. Bu ise matrisin determinantının sıfır olması için yeterlidir. Yukarıda bahsedilen yüksek duyarlılık durumu ise bu biçimdeki bir işlemin sadece ilgili menkul kıymetleri etkilemekle kalmayıp, portföydeki diğer menkul kıymetlerin de etkilenmesine yol açabileceğini göstermektedir.

6. MARKOWITZ MODELİ'NİN İMKB-100 ENDEKSİ'NE DAHİL HİSSE SENETLERİNE UYGULANMASI

6.1. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada Markowitz (Ortalama Varyans) Modeli, İMKB-100 endeksine 1999 yılı içinde sürekli olarak dahil olan hisse senetleri üzerinde test edilmiştir.

İMKB-100 Endeksi'ne dahil olan ve endeksten çıkartılan şirketler, üç aylık dönemlerde İMKB tarafından yayınlanan bültenlerde ilan edilmektedir. Endekse dahil şirketlerin değişken olması çalışmanın temel kısıtlarından biri olmuştur. Bu değişkenlik nedeniyle çalışmanın kapsamına 1999 yılı içinde sürekli olarak İMKB-100 Endeksi'ne dahil olan 88 adet şirket alınabilmiştir. Dahil edilmeyen 12 şirketin endekste ki toplam ağırlık oranı % 4,28 olarak belirlenmiştir.⁵⁷ Piyasa değerliliklerine bakıldığında ise, 1999 yılı içinde sürekli olarak İMKB-100 Endeksi'nde bulunan 88 adet şirketin piyasa değerinin, pazarın toplam değerine oranı %97,36 buna karşılık analize dahil edilmeyen 12 hisse senedinin toplam değerinin piyasanın toplam değerine oranı %2,64 olarak tespit edilmiştir.*

Çalışma söz konusu 88 şirketin 1999 yılı haftalık verilerine dayanarak hazırlanmış olup toplam 52 haftayı kapsamaktadır.

6.2. Çalışmanın Varsayım ve Kısıtları

Çalışmanın varsayımları ve kısıtları aşağıdaki gibidir:

1-Haftalık kapanışlar için her haftanın Cuma günü ikinci seans verileri kullanılmıştır. Cuma günü ikinci seansın yapılmamış olması durumunda ilgili hafta yapılan en son seans haftalık kapanış olarak kabul edilmiştir.

2-Bazı günler bazı şirketlerin İMKB Başkanlığı'nca geçici olarak işleme kapatıldığı tespit edilmiştir. Bu durumlarda ise, şirketlerin kapatılmadan önceki son

⁵⁷ 29/01/1999 Tarihli İMKB Haftalık Bülteni, s.15

* Ek-Te bakımız.

haftada gerçekleşen kapanış fiyatlarının bu dönemlerde de değişmediği varsayılmıştır.

1999 yılında İMKB-100 Endeksi içinde bulunan ve Borsa Başkanlığı'nca geçici olarak işleme kapatılan şirketler aşağıdaki gibidir;

-Aksa; 27/08/99, 03/09/99 ve 10/09/99 tarihlerinde kapalı olduğundan bu günlerde kapatılmadan önceki son kapanış fiyatı olan 13/08/99 tarihli fiyatın değişmediği varsayılmıştır.

-Kartonsan; 27/08/99 tarihinde işleme kapalı olduğundan, kapatılmadan önceki son işlem günü olan 13/08/99 tarihli kapanış fiyatının değişmediği kabul edilmiştir.

-Tüpraş; 27/08/99 tarihinde işleme kapalı olduğundan, 13/08/99 tarihli kapanış fiyatının değişmediği kabul edilmiştir.

-Turcas; 13/08/99 ve 20/08/99 tarihleri arasında kapatılmış olduğu için, bu dönemlerde 06/08/99 tarihindeki değerinin değişmediği varsayılmıştır.

-Yaşarbank; 24/12/99 ve 28/12/99 tarihleri arası kapalı olduğu için bu dönemlerde önceki hafta fiyatının değişmediği kabul edilmiştir.

3-Hisse senedi verimlerinin hesaplanmasında sermaye artırımları ve temettü ödemeleri işlemlere gerçekleştirildikleri ilk hafta dahil edilmiş ancak; ortaklara rüçhan hakkı kullandırılmadan yapılan artırımlar finansal varlık verimlerinde değişim yaratmadığından hesaplamalara dahil edilmemiştir.

4-Temettü ödemelerinde nakit yüzde (%) değeri kullanılmıştır.

5-İlgili dönem içinde sermaye artırımı ilanı bulunan ancak, şirketin sermayesinde bir değişiklik yaratmayan artırım ilanları dikkate alınmamıştır.

6- Düzeltmelerde her koşulda eski hisse senedi fiyatı kullanılmıştır.

7-Modelin uygulanmasında açığa satışın kabul edildiği varsayılmıştır. Bu nedenle modelde bulunan $w_i \geq 0$ kısıtı dikkate alınmamıştır.

8-Markowitz Portföy Seçim Modeli'nin ikinci kısıtı olan bütün w_i değerlerinin 1'e eşit olması ($\sum w_i = 1$), çalışmanın temel kısıtı kabul edilmiştir.

6.3. Çalışmada Kullanılan Veri Seti

Daha önce de belirtildiği gibi çalışma, Markowitz Modeli'nin 1999 yılında İMKB-100 Endeksi'nde sürekli olarak bulunan şirketlere uygulanması üzerinedir. İlgili dönemde İMKB-100 Endeksi'ne dahil olan 88 şirket Tablo 6.1'de gösterilmiştir.

İlgili dönemdeki menkul değer verimlerinin hesaplanabilmesi için 1998 yılının son haftasının da çalışmaya dahil edilmesi gerekmiştir. Bu durumda 88 şirket toplam 52 hafta süresince değerlendirmeye alınmıştır.

6.4. Uygulamada Kullanılan Temel Kavramlar ve Hesaplanma Yöntemleri

6.4.1. Verimlerin Hesaplanması

İlgili dönem için İMKB-100 Endeksi içinde sürekli bulunan 88 şirketin haftalık verimleri hesaplanmıştır. Her hisse senedine ait haftalık verimlerin aritmetik ortalaması alınarak beklenen verimler bulunmuştur. Haftalık verimler;

$$R_i = \frac{P_1 - P_0 + d}{P_0}$$

formülü ile hesaplanmıştır. Ancak temettü ve sermaye artırımını yapılması durumlarında aşağıdaki formül kullanılmıştır;

$$R = \frac{P_{1e} + P_{1y} [(S_b + S)/100] - P_0 - [(BS_b)/100] + d}{P_0}$$

Söz konusu 88 şirkete ait ilgili dönem verimleri Tablo 6.2'de görüldüğü gibidir.

Tablo 6.1. Çalışma kapsamına alınan hisse senetleri

Sayı	Finansal Varlık		Sayı	Finansal Varlık	
1	AKBANK	AKBNK	45	İZDEMİR	IZMDC
2	AKÇANSA	AKCNS	46	KARTONSAN	KARTN
3	AKSİGORTA	AKGRT	47	KAV	KAVPA
4	AKSA	AKSA	48	KOÇ HOL	KCHOL
5	ALARKO HOL.	ALARK	49	KEREVİTAŞ	KERTV
6	ALARKO SAN.	ALCAR	50	KİPA	KIPA
7	ALCATEL	ALCTL	51	KLİMASAN	KLMSN
8	ANACAM	ANACM	52	KORDSA	KORDS
9	ARÇELİK	ARCLK	53	KARDEMİR D	KRDMD
10	ASELSAN	ASELS	54	KRİSTAL	KRSTL
11	AN.ISUZU	ASUZU	55	MAKİNA TAK.	MAKTK
12	AYGAZ	AYGAZ	56	MUDURNU	MDRNU
13	BAGFAŞ	BAGFS	57	MEDYA	MEDYA
14	BEKO	BEKO	58	MİGROS	MIGRS
15	BOSSA	BOSSA	59	MİLLİYET	MILYT
16	BRİSA	BRISA	60	MİLPA	MİPAZ
17	ÇARŞI	CARSI	61	MARDİN	MRDİN
18	ÇELİK HA.	CELHA	62	NETAŞ	NETAS
19	ÇEMTAŞ	CEMTS	63	NET HOL	NTHOL
20	ÇİMSA	CIMSA	64	NETTUR	NTTUR
21	DARDANEL	DARDL	65	OTOKAR	OTKAR
22	DEMİRBANK	DEMİR	66	PENGÜEN	PENGD
23	DEVA HOL.	DEVA	67	PETKİM	PETKM
24	DIŞBANK	DISBA	68	PET.OF.	PTOFS
25	DİTAŞ	DITAS	69	SABAH YAY	SABAH
26	DOHOL	DOHOL	70	SAHOL	SAHOL
27	DÖKTAŞ	DOKTS	71	SARKUYSAN	SARKY
28	DY HOL.	DYHOL	72	SASA	SASA
29	ECZ. İLAÇ	ECILC	73	ŞİŞE	SİSE
30	ECZ. YAT	ECZYT	74	TATKO	TATKS
31	EFES HOL	EFES	75	THY	THYAO
32	EGEBİRA	EGBRA	76	TANSAŞ	TNSAS
33	EGSDİŞ	EGDIS	77	TOFAŞ OTO FAB	TOASO
34	ENKA	ENKA	78	TRAKYACAM	TRKCM
35	ERDEMİR	EREGL	79	TRANSTÜRK	TRNSK
36	FİNANSBANK	FINBN	80	TUKAŞ	TUKAS
37	FORD OTOSAN	FROTO	81	TÜPRAŞ	TUPRS
38	GARANTİ	GARAN	82	TURCAS	TURCS
39	GLOBALMD	GLMDE	83	USAŞ	UCAK
40	GÖLTAŞ	GOLTS	84	UZEL	UZEL
41	HÜRGZT	HURGZ	85	VESTEL	VESTL
42	İHLAS FİN.	İHFIN	86	YAŞARBANK	YABNK
43	İHLAS HOL	İHLAS	87	YASAŞ	YASAS
44	İŞ C	ISCTR	88	YKB	YKBNK

Tablo 6.2. Çalışmaya dahil edilen hisse senetlerinin 1999 yılı içindeki haftalık ortalama verimleri

Sayı	Menkul Değer	Verim (%)	Sayı	Menkul Değer	Verim (%)
1	AKBANK	3.8889	45	İZDEMİR	4.3562
2	AKÇANSA	3.6182	46	KARTONSAN	2.7655
3	AKSİGORTA	4.3923	47	KAV	4.5637
4	AKSA	4.5476	48	KOÇ HOLDİNG	4.7487
5	ALARKO HOL.	5.0500	49	KEREVİTAŞ	1.9064
6	ALARKO SAN.	3.3765	50	KİPA	3.0081
7	ALCATEL	5.2470	51	KLIMASAN	3.5965
8	ANACAM	3.9745	52	KORDSA	3.8046
9	ARÇELİK	4.4458	53	KARDEMİR D	2.6270
10	ASELSAN	5.4714	54	KRİSTAL	1.7175
11	AN.ISUZU	3.5294	55	MAKİNA TAKİM	2.1978
12	AYGAZ	3.7732	56	MUDURNU	2.3641
13	BAĞFAŞ	2.2638	57	MEDYA	4.5316
14	BEKO	4.2726	58	MİGROS	2.7020
15	BOSSA	3.8048	59	MİLLİYET	3.4463
16	BRISA	3.6517	60	MİLLİYET PAZ.	5.9028
17	ÇARŞI	3.8606	61	MARDİN	3.6274
18	ÇELİK HA.	2.9975	62	NETAŞ	6.2647
19	ÇEMTAŞ	3.2401	63	NET HOLDİNG	3.4005
20	ÇİMSA	4.5179	64	NETTUR	2.5795
21	DARDANEL	2.4691	65	OTOKAR	4.5755
22	DEMİRBANK	3.7224	66	PENGÜEN	1.8160
23	DEVA HOL.	2.5238	67	PETKİM	4.4870
24	DIŞBANK	3.3684	68	PETROL OFİSİ	5.7560
25	DİTAŞ	3.6662	69	SABAH YAY	2.9407
26	DOHOL	5.7845	70	SABANCI HOLDİNG	4.3203
27	DÖKTAŞ	3.3050	71	SARKUYSAN	3.1978
28	DY HOL.	5.2824	72	SASA	5.0845
29	ECZ. İLAÇ	3.6051	73	ŞİŞE CAM	4.4463
30	ECZ. YAT	3.9267	74	TAT KONSERVE	2.8549
31	EFES HOL	3.0136	75	THY	3.9940
32	EGEBİRA	3.8794	76	TANSAŞ	5.2107
33	EGSDİŞ	2.8184	77	TOFAŞ OTO FAB	4.6749
34	ENKA	4.5698	78	TRAKYACAM	4.7229
35	ERDEMİR	5.0527	79	TRANSTÜRK	2.8784
36	FİNANSBANK	3.4541	80	TUKAŞ	2.0975
37	FORD OTOSAN	4.9411	81	TÜPRAŞ	3.4476
38	GARANTİ	3.8352	82	TURCAS	4.4576
39	GLOBALMD	4.0920	83	USAŞ	2.2058
40	GÖLTAŞ	3.2228	84	UZEL	2.6438
41	HÜRGZT	3.6296	85	VESTEL	3.8570
42	İHLAS FİN.	2.6302	86	YAŞARBANK	1.7409
43	İHLAS HOL	4.3331	87	YASAŞ	3.1750
44	İŞ C	4.5504	88	YKB	4.8765

6.4.2. Hisse Senetlerinin İlgili Dönemdeki Varyans, Kovaryans ve Korelasyon Değerlerinin Hesaplanması

Hisse senetlerinin varyans değerleri aşağıdaki formüle göre hesaplanmıştır:

$$\sigma^2 = (1/n) \sum_{i=1}^n (R_i - E(R))^2$$

İki hisse senedi arasındaki kovaryans için;

$$\sigma_{1,2} = (1/n) \sum_{i=1}^n [R_{1i} - E(R_1)][R_{2i} - E(R_2)]$$

eşitliği kullanılmıştır. Kovaryansa bağlı olarak korelasyon katsayıları ise aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmıştır:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j}$$

6.4.3. Risksiz Faiz Oranının Hesaplanması

Risksiz faiz oranının hesaplanmasında, 1999 yılı içinde gerçekleştirilen hazine ihalelerinin bileşik faiz oranları kullanılmıştır. İhalede kabul edilen bileşik faizler geometrik ortalama kullanılarak haftalık bazda düzenlenmiş, elde edilen haftalık faizlerden en düşük olanı risksiz faiz oranı olarak kabul edilmiştir.

Tablo 6.3'de Hazine ihaleleri, kabul edilen faizlerin bileşik ve haftalık değerleri açık olarak görülmektedir. Tablodan da görüldüğü gibi, analizde kullanılan Rf oranı olarak en düşük haftalık faiz olan 1,2757 değeri kabul edilmiştir.

Tablo 6.3. Risksiz faiz oranının hesaplanmasında kullanılan faiz oranları

	İhale Süresi	İhale Tarihi	Satış Tarihi	İhalede Kabul Edilen Faiz (%)			Haftalık Faiz*
				Dönem	Yıllık Basit	Yıllık Bileşik	
Ocak	147 gün bono (5 ay)	26.01.1999	27.01.1999	43.15	106.85	143.09	1.7229
Şubat	182 gün bono (6 ay)	16.02.1999	17.02.1999	48.29	96.59	119.91	1.5270
Mart	182 gün bono (6 ay)	16.03.1999	17.03.1999	45.06	90.11	110.41	1.4408
Nisan	140 gün bono (5 ay)	27.04.1999	28.04.1999	29.94	77.85	97.58	1.3182
Mayıs	182 gün bono (6 ay)	04.05.1999	05.05.1999	43.04	86.08	104.6	1.3862
Haziran	140 gün bono	15.06.1999	16.06.1999	33.38	86.79	111.46	1.4505
	210 gün bono	22.06.1999	23.06.1999	56.59	98.09	117.57	1.5061
Temmuz	182 gün bono (6 ay)	20.07.1999	21.07.1999	40.07	80.15	96.2	1.3045
	91 gün bono (3 ay)	26.07.1999	28.07.1999	18.77	75.06	98.96	1.3317
Ağustos	91 gün bono (3 ay)	16.08.1999	18.08.1999	18.89	75.56	99.79	1.3399
Eylül	182 gün bono (6 ay)	13.09.1999	15.09.1999	40.95	81.89	98.66	1.3288
Ekim	231 gün bono (8 ay)	05.10.1999	06.10.1999	56.91	89.68	103.38	1.3746
	91 gün bono (3 ay)	25.10.1999	27.10.1999	18.27	73.08	95.65	1.2991
Kasım	91 gün bono (3 ay)	16.11.1999	17.11.1999	17.92	71.66	93.32	1.2757

* İhalede kabul edilen yıllık bileşik faizin haftalık periyotta düzenlenmiş faizi olup, $[(1+(Yıllık\ Bileşik\ Faiz/100))^{1/52}]-1$ formülü kullanılarak hesaplanmıştır.

6.5. Kovaryans Matrisi ve Çözüm Süreci

Kovaryans matrisi olarak adlandırılan kare matris, 88 adet hisse senedinin varyans ve kovaryans değerlerinden oluşmaktadır. Hisse senetlerinin 52 haftalık verimleri kullanılarak 88 adet varyans değeri hesaplanmış ve bu değerler matrisin köşegenini oluşturmuştur. Hisse senetlerinin karlılıkları arasında pozitif veya negatif bir ilişki olup olmadığını gösteren kovaryans değerleri ise matrisin geri kalan bölümlerini meydana getirmektedir. Her hisse senedinin diğer bütün hisse senetleriyle olan ilişkisini ölçmek için $(88 \times 89)/2$ adet kovaryans değeri hesaplanmıştır. Kovaryans matrisi simetrik bir matris olduğundan köşegenin alt ve üst kısmındaki kovaryans değerleri aynıdır.

Çalışmada B Vektörü olarak sembolize edilen $(R_i - R_f)$ sütun vektörü, hisse senetlerinin her birinin 52 haftalık verimlerinin ortalamasından R_f değerinin çıkartılmasıyla elde edilmiştir.

Kovaryans matrisi (A) ve $R_i - R_f$ (B) vektörü hesaplandıktan sonra etkin portföyün bulunması için aşağıdaki eşitliğin çözülmesi gerekmektedir.

$$A.W = B$$

Kovaryans matrisi esasta 88 bilinmeyenli bir denklem sisteminden başka bir şey değildir. Ancak yukarıdaki eşitliğin çözülebilmesi için bu denklem sisteminin doğrusal (lineer) bir sistem olması gerekmektedir. Oysa ilk durumda kovaryans matrisi bir doğrusal olmayan (nonlineer) denklem sistemidir. Sistemi doğrusal hale getirmek için w' 'ye göre birinci türevini almak gerekmektedir.

Doğrusal bir denklem sistemi elde ettikten sonra yukarıdaki eşitliğin çözümü için gereken w değerleri bulunabilir. Bunun içinse Kovaryans matrisi A'nın tersinin alınması gerekmektedir. A kare matrisinin tersi alınarak, B matrisi olarak adlandırılan $(R_i - R_f)$ sütun matrisi ile çarpılması sonucunda, W vektörünün sayısal değerleri (portföyde yer alacak hisse senetlerinin portföydeki ağırlıkları) bulunmaya çalışılmıştır.

$$W = A^{-1} \cdot B$$

88 elemanlı kare matrisin tersinin alınması için birden fazla yöntem mevcuttur. Bu çalışmada matris işlemleri için, MATLAB (Sürüm 6,0) bilgisayar

programı kullanılmıştır. Buna göre matrisin determinantı sıfır ($10^{-224} \approx 0$) bulunmuştur. Bu durum matrisin tersinin bulunmadığını ifade etmektedir. Determinantı sıfır olan bir matris daha önce de belirtildiği üzere, tekil matris (singular matrix) olarak tanımlanmaktadır. Matrisin tekil olması, matrisi oluşturan denklemlerden en az birinin diğerlerinden birine veya birden fazlasına lineer bağımlı olduğunu göstermektedir. Yani denklem sistemi çözümü için gerekenden daha az denkleme sahiptir.

Denklemler ise hisse senetlerinin haftalık verimleri kullanılarak hesaplanan varyans ve kovaryans değerlerinden oluştuğu için esasta sözkonusu bağımlılığın hisse senedi verimleri arasında olduğunu söylemek mümkündür.

Markowitz Modeli'ne göre, portföy seçimi probleminin çözülebilmesi için kovaryans matrisinin tekil olmayan (non-singular) matris olması gerekmektedir. Bu nedenle determinant değeri sıfır olan denklem sistemleri için çözüm sağlayan matematiksel yöntemler (Pseudo Inverse vb.) anlamsız hale gelmektedir.

Kovaryans matrisinin tekil matris özelliği göstermesi ve bu durumun doğal sonucu olarak ters matrisin bulunamaması nedeniyle Markowitz Modeli uygulanarak İMKB-100 Endeksi için optimal bir sonuç alınamamıştır.

SONUÇ

Türkiye'de sermaye piyasası son 15 yıldır artan biçimde güncellik kazanmaya başlamıştır. 1 Ocak 1986 tarihinde İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'nin faaliyete geçmesi ile geniş yatırımcı grupları yatırımlarını bu alana yönlendirmiştir. Yaygın kullanım alanına rağmen, İMKB'nin etkinliği tartışılmaya devam edilmektedir.

Portföy yönetimi yatırımcılar için önem teşkil etmekle birlikte portföy seçim modelleri ve konuyla ilgili kuramsal çalışmalar portföy yönetimi uygulamalarında kullanılmamaktadır. Yatırımcılar “Teknik Analiz” ve “Temel Analiz” yöntemlerini yaygın biçimde kullanarak, yatırım kararlarını bu yöntemlerden hareketle oluşturmaktadırlar.

Bu çalışmada İMKB-100 Endeksi'ne ait veriler kullanılarak, Markowitz Ortalama Varyans Modeli test edilmeye çalışılmıştır. 1999 yılı süresince İMKB-100 Endeksi'ne sürekli olarak dahil olan 88 adet hisse senedi, 52 hafta boyunca değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Çalışmanın hassasiyetini ölçmek için yapılan piyasa değerliliği analizinde 88 adet hisse senedinin piyasa değerleri toplamının ilgili dönemde piyasanın toplam değerine oranı %97,36 olarak tespit edilmiştir. Çalışma kapsamına alınmayan hisse senetlerinin oranı ise %2,64 olmaktadır. Hariç tutulan senetlerin ilgili dönemde endeksteği ağırlıkları %4,28 olarak belirlenmiştir.

İMKB-100 Endeksi'ne 1999 yılı boyunca dahil hisse senetlerinin haftalık verimleri hesaplanmış; sermaye artırımları ve temettü ödemesi yapılan dönemler, gerçekleştirildikleri haftanın verimine yansıtılmıştır. Ortalama Varyans Modeli kriterlerine göre hisse senetlerinin verimlerinin varyans ve kovaryansları hesaplanarak, 88'lik bir kare matris olan kovaryans matrisi elde edilmiştir. Modele göre matrisin amaç denklemi şeklinde ifade edilerek optimal çözümün alınması gerekmektedir. Bu işlem sürecinde kovaryans matrisinin tersinin alınması gerekmektedir. Bu ise matrisin tekil olmayan (non-singular) matris olmasını gerektirir. Tekil olmayan matrislerde determinant sıfırdan farklı bir değer olmalıdır.

Çalışmada elde edilen 88'lik kare matrisin determinantına bakıldığında, bu

değerin sıfır olduğu gözlenmiştir. Determinantı sıfır olan bir matrisin tersi bulunamamaktadır. Bu durum ise ortaya çıkan matrisin bir tekil matris (singular matrix) olduğunu göstermektedir. Markowitz Modeli'nde optimal çözüm için matrislerin tekil matris olmaması bir önkoşul niteliğindedir.

Tekil matris, matrisi oluşturan denklemlerden en az birinin diğerlerinden birine veya daha fazlasına bağımlı olduğu anlamına gelmektedir. Bir denklem sisteminin bağımlı olması ise sistemi oluşturan denklemlerden en az birinin diğer denklemlerce temel matematik işlemleri kullanılarak oluşturulabileceği anlamına gelmektedir. Bu ise denklem sistemini reel anlamda çözümsüz kılmaktadır.

Markowitz Modeli'nde kullanılan amaç denklemleri bilindiği üzere ilgili menkul değerlerin araştırmanın yapıldığı döneme ait verimlerinin işlenmesiyle oluşturulmaktadır. Amaç denklemlerinde oluşan bir bağımlılık çok doğaldır ki yine menkul değerlerin verimleri arasında bir bağımlılıktan kaynaklanmaktadır.

Çalışmada ortaya çıkan sonuç modelin İMKB'de uygulanması ile optimal çözüm sağlanamadığı şeklindedir. Bu aşamada üzerinde düşünülmesi gereken, bu sonucun nedenleri olmalıdır. Eğer İMKB'de yer alan hisse senetlerinin verimleri arasında bir bağımlılık sözkonusu ise verimlerin hesaplanmasında temel oluşturan fiyat hareketlerine bakılmalıdır. Fiyatların benzer doğrultudaki hareketi ise çalışmaya dahil edilen 88 menkul kıymetten en az ikisinin bir yatırımcı veya yatırımcı grubu tarafından etkilenebileceği ihtimalini düşündürmektedir. Bu olasılık endekste yer alan hisse senetlerinin piyasa değerliliklerinin, piyasanın toplam değeri içindeki oranları gözönünde bulundurulduğunda daha güçlü hale gelmektedir. Zira, toplam piyasa değerinin pazarın toplam değerine oranlanması ile ortaya çıkan tabloda en yüksek orana sahip ilk 10 şirketin piyasa değerlilikleri, pazarın %64'ünü kapsamaktadır. Buna karşılık en düşük piyasa değerliliğine sahip 10 şirket ise pazarın sadece % 5,6'sını oluşturmaktadır. Bu ise güçlü yatırımcı veya yatırımcı gruplarının pazara dahil olan menkul kıymetlerin belirli bir kısmını etkileyebilmesi ihtimalini gündeme getirmektedir.

Bir sermaye pazarının etkin olmasını sağlayan en önemli unsurlardan biri, bilgi ve veriler üzerinde bir tekelleşmenin bulunmamasıdır. Türkiye'de son dönemlerde yapılan çalışmaların ortaya koyduğu üzere zayıf düzeyde dahi etkin olmayan bir piyasa bulunmaktadır. Bu ise menkul değer fiyatlarının pazar

katılımcıları tarafından rekabet ortamı içerisinde oluşması yerine piyasada fiyatların manipüle edilebileceği durumunu gündeme getirmektedir.

Bu şekilde etkilenebilen menkul değerlerin dönemsel getirileri arasında bir bağlantı olması doğaldır. Ayrıca aynı yatırımcı veya yatırımcı grubu tarafından manipüle edilen menkul kıymetlerin dönemsel getirileri ise karşılıklı olarak etkileşebilmektedir. Bu etkileşimlerden dolayı, hesaplanan hisse senedi verim, varyans ve kovaryanslarının, portföy optimizasyonu için oluşturulan kovaryans matrisinde satır veya sütunlar arasında bağımlılık yaratma ihtimali artmaktadır.

Yapılan çalışma itibarıyla modelin İMKB’de ilgili dönemde test edilmesi ile optimal bir sonuç alınamamıştır. İMKB verileri kullanılarak hazırlanan bu çalışmada alınan sonucun iki temel sebepten dolayı sürpriz bir sonuç olmadığı söylenebilir. Bunlar;

- İMKB’nin zayıf etkin dahi olmayan bir piyasa olması,
- Yüksek sayıda menkul kıymet ile uzun dönemli bir analiz uygulanması yani çalışmanın hassasiyetinin Türkiye’de şu ana kadar yapılmış çalışmalar arasında görece olarak yüksek olması

şeklinde ifade edilebilir.

Uluslararası alanda yapılan çalışmalarda ise genellikle kuramsal olarak kovaryans matrisinde tekil (singular) olma durumundan söz edilmiş, bu durumda çözüm ihtimalleri üzerinde durulmuştur. Determinantı sıfır olan tekil matrisler için matematiksel çözümler bulunabilir. Örneğin ‘Pseudo Inverse’ ters matris yöntemi böyle bir matris için matematiksel bir çözüm imkanı sağlamaktadır. Ancak, matematiksel olarak anlamlandırılabilen bu çözümler finansal açıdan da anlamlandırılmadıkları sürece işlevsizdirler.

Bu noktadan sonra yapılması gerekenler ise öncelikle söz konusu bağımlılığın nedenlerinin araştırılmasıdır. Bu nedenlerin matematiksel, istatistiksel ve finansal kökenleri bulunmalıdır.

Ayrıca menkul değerlerin fiyatları ve verimleri üzerinde manipülatif hareketlerin bulunup bulunmadığı araştırılmalı, olması halinde bunun nedenlerini tespit yöntemleri üzerinde çalışılmalıdır.

EKLER

EK-I

1999 Yılı İçinde İMKB-100 Endeksi'nde Yer Alan 88 Adet Hisse Senedine Ait Piyasa Değerleri

	Hisse Senedi Kodu	Piyasa Değeri ('000 TL)	Halka Açıklık Oranı (%)	(PD*HAO)/100 ('000 TL)	Piyasa Değeri(\$) (000 \$)
1	AKBNK	4.000.000.000.000	19.00	760.000.000.000.00	1.412.702.43
2	AKCNS	466.131.771.749	15.00	69.919.765.762.35	129.968.19
3	AKGRT	371.250.000.000	28.00	103.950.000.000.00	193.224.23
4	AKSA	253.251.783.750	9.00	22.792.660.537.50	42.367.43
5	ALARK	415.400.000.000	23.00	95.542.000.000.00	177.595.28
6	ALCAR	79.650.000.000	13.00	10.354.500.000.00	19.247.14
7	ALCTL	240.000.000.000	31.00	74.400.000.000.00	138.296.13
8	ANACM	48.203.000.000	40.00	19.281.200.000.00	35.840.26
9	ARCLK	1.222.336.000.000	21.00	256.690.560.000.00	477.141.29
10	ASELS	230.323.500.000	15.00	34.548.525.000.00	64.219.45
11	ASUZU	97.411.957.500	15.00	14.611.793.625.00	27.160.68
12	AYGAZ	525.000.000.000	12.00	63.000.000.000.00	117.105.60
13	BAGFS	59.000.000.000	60.00	35.400.000.000.00	65.802.19
14	BEKO	151.050.000.000	16.00	24.168.000.000.00	44.923.94
15	BOSSA	66.600.000.000	20.00	13.320.000.000.00	24.759.47
16	BRISA	241.860.937.500	9.00	21.767.484.375.00	40.461.81
17	CARSI	108.900.000.000	29.00	31.581.000.000.00	58.703.36
18	CELHA	15.705.112.500	98.00	15.391.010.250.00	28.609.10
19	CEMTS	20.966.400.000	46.00	9.644.544.000.00	17.927.46
20	CIMSA	227.448.000.000	21.00	47.764.080.000.00	88.784.78
21	DARDL	17.856.000.000	50.00	8.928.000.000.00	16.595.54
22	DEMIR	399.500.000.000	27.00	107.865.000.000.00	200.501.51
23	DEVA	16.200.000.000	46.00	7.452.000.000.00	13.851.92
24	DISBA	205.000.000.000	17.00	34.850.000.000.00	64.779.84
25	DITAS	12.600.000.000	48.00	6.048.000.000.00	11.242.14
26	DOHOL	1.064.044.800.000	34.00	361.775.232.000.00	672.474.67
27	DOKTS	55.200.000.000	19.00	10.488.000.000.00	19.495.29
28	DYHOL	609.000.000.000	15.00	91.350.000.000.00	169.803.11
29	ECILC	179.690.400.000	22.00	39.531.888.000.00	73.482.62
30	ECZYT	89.760.000.000	41.00	36.801.600.000.00	68.407.51
31	EFES	135.954.000.000	46.00	62.538.840.000.00	116.248.38
32	EBBRA	529.944.508.800	30.00	158.983.352.640.00	295.521.27
33	EGDIS	29.400.000.000	55.00	16.170.000.000.00	30.057.10
34	ENKA	537.500.000.000	17.00	91.375.000.000.00	169.849.58
35	EREGL	997.920.000.000	41.00	409.147.200.000.00	760.530.58
36	FINBN	284.625.000.000	31.00	88.233.750.000.00	164.010.57
37	FROTO	701.820.000.000	15.00	105.273.000.000.00	195.683.45
38	GARAN	2.132.000.000.000	21.00	447.720.000.000.00	832.230.43
39	GLMDE	21.875.000.000	83.00	18.156.250.000.00	33.749.18
40	GOLTS	54.900.000.000	41.00	22.509.000.000.00	41.840.16

	Hisse Senedi Kodu	Piyasa Değeri ('000 TL)	Halka Açıklık Oranı (%)	(PD*HAO)/100 ('000 TL)	Piyasa Değeri(\$)(000 \$)
41	HURGZ	365.813.175.000	32.00	117.060.216.000.00	217.593.75
42	IHFİN	38.000.000.000	28.00	10.640.000.000.00	19.777.83
43	IHLAS	293.804.401.230	27.00	79.327.188.332.10	147.454.88
44	ISCTR	7.263.594.000.000	26.00	1.888.534.440.000.00	3.510.443.66
45	IZMDC	84.660.000.000	31.00	26.244.600.000.00	48.783.96
46	KARTN	68.850.000.000	52.00	35.802.000.000.00	66.549.44
47	KAVPA	50.836.500.000	35.00	17.792.775.000.00	33.073.55
48	KCHOL	3.205.110.000.000	13.00	416.664.300.000.00	774.503.51
49	KERVT	27.331.200.000	24.00	6.559.488.000.00	12.192.90
50	KİPA	61.408.722.375	44.00	27.019.837.845.00	50.224.99
51	KLMSN	26.875.000.000	36.00	9.675.000.000.00	17.984.07
52	KORDS	284.989.740.000	20.00	56.997.948.000.00	105.948.87
53	KRDMD	38.174.170.235	72.00	27.485.402.568.84	51.090.39
54	KRSTL	36.000.000.000	17.00	6.120.000.000.00	11.375.97
55	MAKTK	11.142.410.733	64.00	7.131.142.868.83	13.255.50
56	MDRNU	29.250.000.000	28.00	8.190.000.000.00	15.223.73
57	MEDYA	223.200.000.000	43.00	95.976.000.000.00	178.402.01
58	MIGRS	1.071.000.000.000	48.00	514.080.000.000.00	955.581.66
59	MİLYT	86.378.118.750	25.00	21.594.529.687.50	40.140.32
60	MİPAZ	82.114.560.000	29.00	23.813.222.400.00	44.264.47
61	MRDİN	51.287.580.000	49.00	25.130.914.200.00	46.713.82
62	NETAS	467.026.560.000	29.00	135.437.702.400.00	251.754.17
63	NTHOL	47.481.000.000	61.00	28.963.410.000.00	53.837.74
64	NTTUR	28.793.520.000	54.00	15.548.500.800.00	28.901.85
65	OTKAR	110.760.200.000	26.00	28.797.652.000.00	53.529.62
66	PENGĐ	24.544.000.000	23.00	5.645.120.000.00	10.493.26
67	PETKM	2.574.000.000.000	4.00	102.960.000.000.00	191.384.00
68	PTOFS	2.550.000.000.000	7.00	178.500.000.000.00	331.799.19
69	SABAH	76.725.000.000	49.00	37.595.250.000.00	69.882.76
70	SAHOL	3.937.500.000.000	14.00	551.250.000.000.00	1.024.673.96
71	SARKY	58.000.000.000	46.00	26.680.000.000.00	49.593.29
72	SASA	234.325.000.000	10.00	23.432.500.000.00	43.556.78
73	SİSE	624.950.000.000	25.00	156.237.500.000.00	290.417.23
74	TATKS	94.500.000.000	22.00	20.790.000.000.00	38.844.85
75	THYAO	2.350.000.000.000	2.00	47.000.000.000.00	87.364.49
76	TNSAS	307.500.000.000	35.00	107.625.000.000.00	200.055.39
77	TOASO	419.126.400.000	22.00	92.207.808.000.00	171.397.62
78	TRKCM	323.265.000.000	27.00	87.281.550.000.00	162.240.60
79	TRNSK	10.094.732.736	64.00	6.460.628.950.74	12.009.14
80	TUKAS	22.236.000.000	29.00	6.448.440.000.00	11.986.48

	Hisse Senedi Kodu	Piyasa Değeri (‘000 TL)	Halka Açıklık Oranı (%)	(PD*HAO)/100 (‘000 TL)	Piyasa Değeri(\$) (000 \$)
81	TUPRS	4.559.872.000.000	4.00	182.394.880.000.00	339.039.06
82	TURCS**	197.916.295.941	4.00	7.916.651.837.64	14.715.62
83	UCAK	45.000.000.000	29.00	13.050.000.000.00	24.257.59
84	UZEL	136.735.000.000	15.00	20.510.250.000.00	38.124.84
85	VESTL	520.000.000.000	33.00	171.600.000.000.00	318.973.34
86	YABNK	52.650.000.000	15.00	7.897.500.000.00	14.680.02
87	YASAS	27.641.250.000	32.00	8.845.200.000.00	16.441.63
88	YKBNK	4.019.704.501.039	40.00	1.607.881.800.415.70	2.988.761.21
			TOPLAM(88)	10.950.119.585.496.20	20.354.290.13

1999 Yılı İçinde İMKB-100 Endeksi'nde Sürekli Olarak Yer Almayan 12 Adet Hisse Senedine Ait Piyasa Değerleri

	Hisse Senedi Kodu	Piyasa Değeri ('000 TL)	Halka Açıklık Oranı (%)	(PD*HAO)/100 ('000 TL)	Piyasa Değeri (\$)
89	ADANA	91.774.366.905	83.00	76.172.724.531.15	141591
90	AGIDA	56.865.375.000	45.00	25.589.418.750.00	47566
91	BAKAB	17.700.000.000	25.00	4.425.000.000.00	8225
92	BANVT	146.250.000.000	9.00	13.162.500.000.00	24467
93	ECYAP	45.500.000.000	29.00	13.195.000.000.00	24527
94	ERCYS	312.000.000.000	28.00	87.360.000.000.00	162386
95	GENTS	15.500.160.000	44.00	6.820.070.400.00	12677
96	IZOCM	33.750.000.000	34.00	11.475.000.000.00	21330
97	PNSUT	62.001.450.000	32.00	19.840.464.000.00	36880
98	TUDDF	117.500.000.000	19.00	22.325.000.000.00	41498
99	TEKST	71.000.000.000	12.00	8.520.000.000.00	15837
100	VANET	12.450.000.000	67.00	8.341.500.000.00	15505
			TOPLAM(12)	297.226.677.681.15	552491
			TOPLAM(100)	11.247.346.263.177.40	20906781

1	5	9	13	17	21	25	29
2	6	10	14	18	22	26	30
3	7	11	15	19	23	27	31
4	8	12	16	20	24	28	32

EK-II

Kovaryans Matrisi

1

	AKBNK	AKCNS	AKGRT	AKSA	ALARK	ALCAR	ALCTL	ANACM	ARCLK	ASELS	ASUZU
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
AKBNK	1	92.17014	31.66745	54.60972	34.20888	22.27882	58.6817	41.96077	62.78328	49.83939	50.17421
AKCNS	2	31.66745	72.70186	20.13836	40.85245	7.047542	27.41251	31.58045	23.38525	20.7116	28.48598
AKGRT	3	54.60972	20.13836	68.23548	32.11194	25.93535	55.01167	24.99456	48.61936	38.90948	52.79519
AKSA	4	34.20888	40.85245	32.11194	129.3185	34.33666	60.23457	44.12739	36.41048	46.23763	56.21034
ALARK	5	45.70408	34.29772	44.57164	46.15942	22.7625	69.34085	33.92196	45.57693	33.43818	60.80187
ALCAR	6	22.27882	7.047542	25.93535	34.33666	22.7625	47.95491	30.59295	20.89369	28.83954	57.60384
ALCTL	7	58.6817	27.41251	55.01167	69.34085	47.95491	132.1875	58.42906	60.4077	69.55392	101.0448
ANACM	8	41.96077	31.58045	24.99456	44.12739	30.59295	58.42906	72.74092	31.43781	53.15283	53.35903
ARCLK	9	62.78328	23.38525	48.61936	36.41048	45.57693	60.4077	31.43781	136.0823	29.11607	45.72569
ASELS	10	49.83939	20.7116	38.90948	46.23763	28.83954	69.55392	53.15283	29.11607	106.605	66.85326
ASUZU	11	50.17421	28.48598	52.79519	56.21034	57.60384	101.0448	53.35903	45.72569	66.85326	152.3854
AYGAZ	12	51.46064	26.92463	45.03141	42.6018	23.94997	60.32067	36.11343	43.40898	51.07904	51.93465
BAGFS	13	45.92152	23.29081	41.91742	45.99681	40.86186	73.60361	48.20949	56.13963	58.98785	82.20402
BEKO	14	21.97319	15.77208	30.83928	40.21919	40.39308	47.81936	24.66067	53.86317	24.4051	56.4932
BOSSA	15	40.90978	33.22576	39.2787	46.17287	27.35914	55.92676	31.0398	51.08927	39.64897	87.20546
BRISA	16	36.22669	20.87189	35.56868	53.56253	44.99724	70.32021	40.63283	55.80547	47.62084	72.60975
CARSI	17	50.41304	28.98528	51.16549	55.87341	44.5486	77.05322	46.63172	33.59896	63.54887	104.4851
CELHA	18	31.11662	18.87624	25.85625	35.12954	49.17883	63.3126	41.84395	38.24187	46.53055	84.62164
CEMTS	19	39.49744	24.35773	25.31469	38.0496	56.44481	43.0743	42.73768	43.09022	43.20549	52.73032
CIMSA	20	28.37357	39.89147	21.89052	38.54956	26.04213	43.1387	38.00712	31.59887	24.78638	46.88993
DARDL	21	57.41738	32.04899	46.0976	39.10904	40.79038	76.60568	49.90639	40.34575	54.79763	96.99484
DEMIR	22	54.443	26.00666	38.24772	36.20779	30.38364	37.7574	43.64286	33.36917	59.53055	49.10404

	AKBNK	AKCNS	AKGRT	AKSA	ALARK	ALCAR	ALCTL	ANACM	ARCLK	ASELS	ASUZU	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
DEVA	23	31.17255	18.07846	12.82624	20.1954	21.41762	25.99997	44.15603	44.57854	29.95623	56.85023	66.37252
DISBA	24	32.33704	17.91156	31.01	41.38021	30.15309	35.53691	44.47833	29.40453	16.74524	46.7618	60.74294
DITAS	25	48.14792	-10.4061	37.02414	33.67729	30.32774	37.72	65.51583	3.952303	17.29085	35.39621	59.84491
DOHOL	26	73.86492	34.62542	62.02555	53.2307	83.22532	20.14288	90.53265	47.7497	70.51626	39.88528	72.79839
DOKTS	27	32.26005	6.905771	32.45539	24.15307	32.56782	28.09029	58.53172	34.13501	56.04755	46.27499	55.46076
DYHOL	28	57.67762	33.61687	53.91618	49.60174	84.81403	29.39759	115.5943	60.29602	59.81157	50.57292	102.5775
ECILC	29	54.14777	41.59874	48.44742	65.54513	64.08837	37.18802	83.67625	62.38485	55.92016	74.43354	98.19879
ECZYT	30	49.68354	24.13109	36.34097	43.59046	37.55696	29.07313	54.37652	46.42817	39.13321	48.04205	69.15475
EFES	31	58.56947	24.05932	42.10683	37.39874	50.26694	33.75407	80.41093	57.91775	54.60195	60.3396	68.97203
EGBRA	32	38.52491	41.01692	27.95456	37.49237	43.20937	40.26618	60.16284	48.33133	32.4396	53.22721	96.82844
EGDIS	33	39.44033	12.99838	26.91207	40.33964	33.69527	43.61938	67.81543	45.95712	41.57621	66.25609	88.77219
ENKA	34	48.49759	30.53765	51.83546	36.67144	60.11679	26.57379	72.76232	45.45641	30.81022	46.25815	61.96349
EREGL	35	44.52666	32.47534	41.06118	26.24196	46.83419	21.47364	52.60654	29.29696	54.84282	27.57353	42.07597
FINBN	36	56.34756	30.19811	40.61561	37.89724	49.67763	36.3158	65.51376	40.24805	40.48669	48.66904	67.2504
FROTO	37	49.81917	33.4294	43.59888	47.09316	65.88268	35.45593	92.81713	51.28374	33.64542	50.82173	90.53232
GARAN	38	51.28069	21.07247	43.50487	26.02869	40.75886	21.7664	50.28054	25.87339	34.27349	24.90773	39.32281
GLMDE	39	85.02851	16.74676	49.58797	7.680882	61.83471	44.11881	108.4608	58.35029	79.81514	67.39064	67.17098
GOLTS	40	41.26424	28.00814	31.11386	50.26955	48.00887	40.57828	82.40966	53.64873	42.55565	73.3588	84.34366
HURGZ	41	63.70497	37.96693	50.69741	54.89878	75.89665	35.34628	97.062	47.93435	59.95529	54.58958	78.72955
IHFIN	42	38.09756	19.90726	24.14659	19.98519	30.059	28.47171	46.60084	32.63712	21.85339	36.75993	63.11267
IHLAS	43	41.23839	10.17161	33.18163	26.09915	46.69643	47.23585	58.60781	38.86798	51.1362	25.78922	67.67919
ISCTR	44	65.72158	26.88419	52.55988	42.11037	47.13296	20.71065	63.36525	41.97721	49.82604	52.41037	48.44222

	AKBNK	AKCNS	AKGRT	AKSA	ALARK	ALCAR	ALCTL	ANACM	ARCLK	ASELS	ASUZU
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
IZMDC	45	40.29956	55.08042	24.95137	42.87895	37.44845	11.45578	42.53923	22.74227	43.18536	48.82675
IKARTN	46	9.149509	12.6197	11.75833	29.57378	30.22222	16.9978	30.85163	0.655723	17.22621	39.0128
IKAVPA	47	28.9063	23.88163	40.85893	44.47341	42.28249	24.47338	58.14242	27.23729	70.38788	51.30223
IKCHOL	48	54.2292	35.36288	52.08166	59.26348	80.42374	33.97008	77.52333	72.8683	22.91057	55.75591
IKERTV	49	38.39584	25.39276	39.47523	42.23037	33.65401	40.15152	50.71617	21.5705	44.2138	85.61144
IKIPA	50	34.18882	13.22311	42.48476	23.17188	41.00895	25.09308	56.01222	25.7996	27.01296	65.77465
IKLMSN	51	33.31922	33.29357	26.34491	25.98402	29.89981	30.20493	25.56204	29.7198	36.92314	48.52693
IKORDS	52	47.97721	35.70235	38.82369	34.54743	47.20588	28.42289	58.06017	55.96037	32.82742	58.3455
IKRDMD	53	56.06641	40.31474	28.20089	50.90708	37.844	30.87278	71.40765	37.1798	78.17308	84.67356
IKRSTL	54	41.64572	14.55981	33.89592	37.01413	38.0693	43.60797	62.97859	43.07721	44.53146	75.4865
IKAKTK	55	35.08503	31.2079	38.74469	54.56597	42.49246	44.66887	66.37933	34.57029	55.02014	111.7519
IKDRNU	56	10.76289	28.98489	5.374409	19.99961	25.09714	0.252566	25.91667	0.218911	32.40269	47.21309
IKMEDYA	57	70.03132	42.77688	39.36684	80.72985	53.7714	38.09311	75.90383	44.80353	76.23257	107.2255
IKMIGRS	58	27.68236	26.39464	26.65139	29.00641	29.24853	7.559423	39.53694	27.81788	26.72064	43.55321
IKMHLYT	59	38.22612	13.7865	37.96812	31.37251	35.21133	43.09756	62.52435	52.5896	51.48311	79.46001
IKMIPAZ	60	22.48132	4.831217	23.02204	38.17214	21.24252	42.59799	45.85722	17.16054	39.6143	72.27731
IKMRDIN	61	29.31822	27.73184	30.32159	29.51431	29.7143	28.09409	33.73873	20.31333	30.00051	59.72979
IKNETAS	62	100.3794	38.82247	64.27127	57.28886	76.00208	57.51328	134.1108	78.71186	102.335	94.1117
IKNTHOL	63	75.08784	34.83204	52.35214	57.17466	52.9964	46.62273	87.79953	53.50212	81.39142	109.0874
IKNTTUR	64	62.00318	39.16481	50.95726	53.92046	61.99901	44.80816	98.9139	37.3267	69.04661	112.7227
IKOTKAR	65	54.75359	19.03738	57.2072	57.98973	59.1041	53.97089	93.15205	89.11813	87.77105	88.8872
IKPENGD	66	18.20491	11.51553	21.14355	21.53487	17.48114	30.93096	23.82236	30.19712	15.69714	27.23728

	AKBNK	AKCNS	AKGRT	AKSA	ALARK	ALCAR	ALCTL	ANACM	ARCLK	ASELS	ASUZU
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
PETKM	62.18637	27.67025	65.74834	32.2071	57.78015	42.16217	76.31744	33.21986	43.50145	62.75837	107.6733
PTOFS	38.43023	26.23502	48.61374	50.08965	55.20905	18.76799	49.43456	42.93884	70.1635	57.26813	55.09601
SABAH	59.66624	36.76339	45.8598	78.55534	52.53267	57.9534	85.88993	73.58527	46.42621	101.2827	129.9008
SAHOL	77.78305	30.31182	62.3097	39.65663	56.57173	25.19199	66.32123	40.98637	67.5885	46.12548	67.53112
SARKY	29.77967	15.38582	26.31742	29.53385	27.10299	40.09695	44.32768	34.49287	23.04531	40.65604	60.94784
SASA	46.68097	15.96428	32.43875	48.46304	32.0939	17.53012	45.65591	40.26103	57.30733	22.98724	42.9423
SISE	39.54662	34.77974	28.61867	43.83271	58.85667	33.19444	78.41308	41.14608	43.6788	38.88837	75.97895
TATKS	28.22608	14.72094	38.56498	37.32862	43.96806	43.04554	68.40398	35.24233	37.789	60.09717	74.02703
THYAO	54.82072	32.06636	44.19108	47.69875	48.55364	31.93096	60.66015	31.85369	41.62628	40.82739	78.47832
TNSAS	44.45144	23.45023	39.61644	11.15156	33.36136	15.9047	56.29724	33.65064	26.50779	25.12875	45.23341
TOASO	70.05324	35.61579	54.73727	84.59392	81.6782	55.19083	140.1545	83.80231	71.05759	82.73336	125.9465
TRKCM	31.18221	60.40819	12.83055	39.14506	29.90964	30.2484	58.69831	51.21403	34.54795	29.08563	29.4096
TRNSK	36.33356	30.05581	39.85906	55.78263	42.13739	53.70714	68.69061	48.16899	30.27595	70.75499	119.0883
TUKAS	28.14109	-0.28419	20.05113	22.65874	24.42084	42.0918	41.32688	30.04017	34.91084	41.09476	67.23972
TUPRS	41.07713	36.69402	41.13111	29.83517	50.51477	15.59224	45.2133	31.77502	31.92042	28.13127	63.36882
TURCS	29.96675	38.35615	37.9225	48.28737	49.33677	28.32281	62.73005	45.19078	23.13588	56.90937	89.36693
UCAK	25.79658	18.91401	34.09563	40.25914	35.45888	34.76047	55.53892	24.64399	34.72594	37.97813	67.59262
UZEL	36.46595	37.24452	31.15865	44.89202	42.10629	40.85584	63.16079	41.54364	24.73391	43.87856	91.04868
VESTL	63.8713	21.86878	50.41434	26.57043	57.43183	15.52261	68.66841	34.20545	73.45162	51.37141	41.56419
VABNK	40.23373	26.06494	36.36069	49.3153	42.38516	45.87874	73.55385	49.74209	33.25054	59.7733	102.5066
VASAS	39.80427	28.62811	28.97182	23.66181	27.83783	9.948851	42.78495	20.42863	36.53797	30.552	43.01727
YKBNK	72.95537	25.82136	53.40658	26.66833	39.81172	15.38146	64.26353	23.55088	52.13181	36.44019	37.16903

	AYGAZ	BAGFS	BEKO	BOSSA	BRISA	CARSI	CELHA	CEMTS	CIMSA	DARDL	DEMIR
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
AKBNK	51.46064	45.92152	21.97319	40.90978	36.22669	50.41304	31.11662	39.49744	28.37357	57.41738	54.443
AKCNS	26.92463	23.29081	15.77208	33.22576	20.87189	28.98528	18.87624	24.35773	39.89147	32.04899	26.00666
AKGRT	45.03141	41.91742	30.83928	39.2787	35.56868	51.16549	25.85625	25.31469	21.89052	46.0976	38.24772
AKSA	42.6018	45.99681	40.21919	46.17287	53.56253	55.87341	35.12954	38.0496	38.54956	39.10904	36.20779
ALARK	59.33514	46.79274	35.66989	45.30485	46.0655	55.08217	35.96339	18.05616	35.18566	51.85355	32.15417
ALCAR	23.94997	40.86186	40.39508	27.35914	44.99724	44.5486	49.17883	56.44481	26.04213	40.79038	30.38564
ALCTL	60.32067	73.60361	47.81936	55.92676	70.32021	77.05322	63.3126	43.0743	43.13857	76.60568	37.7574
ANACM	36.11343	48.20949	24.66067	31.0398	40.63283	46.63172	41.84395	42.73768	38.00712	49.90639	43.64286
ARCLK	43.40898	56.13963	53.86317	51.08927	55.80547	33.59896	38.24187	43.09022	31.59887	40.34575	33.36917
ASELS	51.07904	58.98785	24.4051	39.64897	47.62084	63.54887	46.53055	43.20549	24.78638	54.79763	59.53055
ASUZU	51.93465	82.20402	56.4932	87.20546	72.60975	104.4851	84.62164	52.73032	46.88993	96.99484	49.10404
AYGAZ	83.9307	48.16515	35.11845	40.80998	50.64797	48.2863	28.88899	33.59501	25.33621	50.80787	50.53734
BAGFS	48.16515	90.9032	58.41513	46.90128	60.63732	65.27937	59.76935	34.72993	35.41878	70.8553	45.17934
BEKO	35.11845	58.41513	79.98009	39.89009	50.47939	41.1405	45.18579	40.68852	34.85228	52.13089	16.54552
BOSSA	40.80998	46.90128	39.89009	99.67544	50.68085	62.22317	58.42947	61.64017	36.02955	66.40542	33.11121
BRISA	50.64797	60.63732	50.47939	50.68085	74.50416	55.95774	50.12664	53.18934	32.08338	51.53594	45.79671
CARSI	48.2865	65.27937	41.1405	62.22317	55.95774	118.5644	59.97063	31.06648	46.28022	70.61013	58.96942
CELHA	28.88899	59.76935	45.18579	58.42947	50.12664	59.97063	87.55737	44.30154	30.42607	72.52106	29.02059
CEMTS	33.59501	34.72993	40.68852	61.64017	53.18934	31.06648	44.30154	166.0861	36.42262	44.18202	54.37381
CIMSA	25.33621	35.41878	34.85228	36.02955	32.08338	46.28022	30.42607	36.42262	61.14479	44.14589	28.04158
DARDL	50.80787	70.8553	52.13089	66.40542	51.53594	70.61013	72.52106	44.18202	44.14589	120.9518	43.95998
DEMIR	50.53734	45.17934	16.54552	33.11121	45.79671	58.96942	29.02059	54.37381	28.04158	43.95998	92.99621

	AYGAZ	BAGFS	BEKO	BOSSA	BRISA	CARSI	CELHA	CEMTS	CIMSA	DARDL	DEMIR
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
DEVA	21.40205	39.56649	25.48205	44.08031	28.21837	40.72282	47.87375	47.41062	32.07012	60.13393	30.20919
DISBA	28.79029	36.18394	28.26	37.69089	33.38171	52.24616	37.63257	33.74365	30.70433	54.00067	43.45545
DITAS	30.80539	42.31972	12.6244	24.8541	36.76326	32.08691	24.42981	28.50904	4.810616	39.39685	15.28171
DOHOL	68.8018	54.63127	43.37525	59.08376	53.80189	64.34541	43.9352	22.0378	47.21018	68.78885	24.95682
DOKTS	42.63694	54.76454	43.34173	35.41787	48.75754	48.75997	41.53082	22.80344	20.76749	48.36502	43.11954
DYHOL	67.61251	67.11746	47.31682	70.48335	70.27922	97.89026	53.52246	33.8558	57.89743	73.09107	29.46576
ECILC	74.45407	66.23433	52.38073	64.57373	73.24316	75.2837	58.14801	49.66852	47.25874	70.04988	66.4682
ECZYT	49.43446	37.12464	33.03858	40.1629	42.6818	58.77361	29.64483	44.76551	44.21934	48.24492	48.0264
EFES	49.47274	60.14693	38.94692	50.49706	48.5005	54.20717	48.00261	44.95255	33.55027	61.3234	39.22809
EGBRA	31.28749	59.59841	45.25783	71.38982	49.9803	84.62797	70.01662	57.03541	46.14792	76.58912	45.84797
EGDIS	29.12371	70.32507	50.65385	53.56187	50.51575	79.24743	70.82497	41.53631	28.44832	78.52785	47.89949
ENKA	52.60708	44.55906	27.06741	37.3219	39.85169	62.35124	25.33143	27.6622	34.89767	49.78823	38.93056
EREGL	38.9914	32.132	34.36457	37.50217	34.01852	40.60425	32.41612	37.98643	35.05948	33.29031	21.41718
FINBN	46.78874	45.35393	31.97903	49.94071	44.27229	64.89355	45.73967	40.78364	38.91874	64.86967	51.13584
FROTO	57.71687	58.605	41.34263	59.46318	52.69166	80.81071	38.18883	48.31057	48.22854	67.7905	47.31395
GARAN	35.20016	35.40905	16.23702	30.42322	27.66076	46.84292	17.08981	36.77685	27.57904	39.75409	41.64571
GLMDE	58.85731	74.38798	46.31235	19.10864	52.82215	85.07873	55.74891	28.45955	54.69576	98.77479	54.49671
GOLTS	62.99257	72.24413	48.23242	45.77799	62.23292	67.11369	59.66706	36.59568	41.67399	75.09555	46.90176
HURGZ	75.67463	58.35144	47.16395	68.53802	63.21566	71.19054	41.37545	53.86988	44.42416	67.103	42.81708
IHFEN	29.16864	36.07845	26.54641	34.47572	34.08337	63.90027	33.76998	46.29087	36.19119	50.54843	40.65125
IHLAS	31.57731	55.50605	44.09729	42.66081	47.49156	49.39253	53.37436	45.16548	37.42276	63.53106	23.23475
ISCTR	50.77778	44.43603	28.17939	32.83647	47.48716	66.90965	26.32305	37.84184	30.15139	46.92757	62.05417

	AVGAZ	BAGFS	BEKO	BOSSA	BRISA	CARSI	CELHA	CEMTS	CIMSA	DARDL	IDEMIR
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
IZMDC	39.32204	43.68842	27.32038	40.93444	31.77568	45.99655	40.80821	31.98142	41.05357	60.26305	40.20966
KARTN	15.18014	19.12923	9.630958	25.42933	18.18236	28.05063	27.4	12.66753	16.9589	25.60709	12.09664
KAVPA	53.44595	47.25431	31.69577	45.03192	48.84091	54.01349	32.8243	51.96546	25.07271	38.46647	57.65547
KCHOL	69.30907	58.43311	66.06567	52.36928	56.77	55.45177	42.49172	35.79832	49.3495	65.60774	25.561
KERVY	35.65134	41.26146	37.01946	69.04343	40.31399	63.27895	56.64516	58.10551	35.68772	79.22709	36.18557
KIPA	33.71188	36.14779	33.83711	42.25242	33.22551	52.99151	31.35271	20.03796	20.80611	45.48308	17.21009
KLMSN	27.05349	23.36278	30.30934	47.33078	35.68811	44.57311	34.87305	42.34071	28.64674	38.52783	27.94594
KORDS	38.07991	41.81375	39.01718	51.22385	44.13273	47.19277	38.52887	53.33954	34.79954	46.35277	32.98627
KRDMD	42.34161	61.80607	26.06723	45.47076	41.26645	61.83511	59.24777	52.30477	47.01035	80.33703	55.01598
KRSTL	30.59125	44.2785	41.52046	56.11603	40.77289	56.97348	54.85815	54.87683	40.15341	67.20466	39.84823
MAKTK	34.7845	62.83841	53.29095	77.98235	51.86002	78.08828	71.06042	53.49916	41.17883	84.56774	36.30517
MDRNU	18.41435	28.03064	5.700335	38.76631	20.3858	36.31764	47.65601	-0.82019	12.79505	40.20737	16.11359
MEDYA	49.83018	70.30943	52.77307	80.6727	64.66584	96.486	80.55305	66.48726	48.46192	102.8267	67.06424
MIGRS	21.7761	33.50019	28.27558	33.49645	25.33873	40.92537	28.27769	18.6561	30.14605	38.46707	24.79462
MILYT	35.43671	65.98766	48.02084	42.45435	49.27705	74.64755	51.88284	44.12286	35.46743	63.30375	39.35996
MIPAZ	13.95983	61.65496	49.82279	21.75838	45.38168	62.75734	53.83198	39.264	48.90852	59.76411	23.92348
MRDIN	34.68032	31.72282	24.26335	42.58771	34.68479	42.72688	36.72194	40.5703	21.39418	45.60749	33.97132
NETAS	77.57189	92.44261	51.37016	49.32371	69.93478	92.92407	74.63815	53.29114	55.84999	103.1799	70.32737
NTHOL	50.83837	85.05636	55.5753	75.18507	65.6771	90.2011	81.4976	68.6503	46.12939	116.8888	62.5101
NTTUR	56.44947	81.97258	48.84574	72.51534	61.00836	93.83172	75.05224	49.64003	40.07314	117.4159	47.52378
OTKAR	79.07054	84.94021	68.27901	62.91368	86.9918	64.18355	58.17378	76.02791	39.65279	66.44263	77.94351
PENGND	16.51352	20.42074	39.21157	16.22391	24.90192	17.76497	27.11999	34.29333	18.10077	26.38821	9.606405

	AYGAZ	BAGFS	BEKO	BOSSA	BRISA	CARSI	CELHA	CEMTS	CIMSA	DARDL	DEMIR
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
PETKM	48.00262	55.82821	48.62568	69.0662	47.887	74.89122	64.48718	40.82166	29.0905	85.7465	41.03302
PTOFS	17.49631	32.31688	30.08994	79.40806	35.29025	61.35807	45.40169	40.52925	35.58971	49.7826	29.00765
SABAH	57.86404	88.97067	58.30469	81.4881	79.86537	112.6493	98.71937	65.27978	48.2056	110.2804	78.62088
SAHOL	50.74839	53.47812	38.86541	48.60079	42.37337	63.02162	39.6363	26.25917	38.52898	66.78956	47.8778
SARKY	31.01081	42.49967	36.96187	33.9328	40.03172	51.00894	42.40969	36.35838	23.11389	47.59854	31.39327
SASA	27.69814	49.20614	32.0593	35.5875	44.99468	49.61123	33.56135	37.23553	35.40765	32.70972	38.97837
SISE	62.5669	56.85701	47.48066	50.64501	54.50969	55.06489	57.68861	35.80239	44.70852	74.82308	25.15444
TATKS	48.92274	65.57692	45.77014	46.60636	59.40271	71.22022	54.27379	24.98933	31.21027	63.29278	56.95287
THYAO	41.39493	45.33972	44.0078	62.41939	46.23366	59.62207	50.4336	40.29445	31.19185	63.29493	33.55411
TNSAS	26.80162	31.50499	10.0825	41.42328	25.66866	49.76916	23.93877	35.24189	29.3623	33.32126	17.58787
TOASO	58.95182	95.24804	58.74419	57.79121	86.64786	110.3084	82.82597	25.82175	63.90975	83.84307	52.00565
TRKCM	27.87852	33.48964	20.41178	18.47855	36.6268	26.90044	34.67022	28.11406	41.17107	37.23206	18.02752
TRNSK	39.71434	66.78626	54.67069	75.31519	58.16008	84.5684	77.5003	59.93536	36.15874	89.33425	39.79163
TUKAS	41.51335	62.85217	59.40049	36.64743	50.63862	36.0265	44.27555	44.71113	12.86751	52.98436	36.04609
TUPRS	33.51625	36.3577	22.0998	46.36916	37.03823	51.57905	32.49342	19.52893	31.00596	40.4885	37.01397
TURCS	47.27745	50.41024	44.10868	62.38385	47.91432	66.98029	51.76157	38.8739	43.78333	78.20321	41.56435
UCAK	32.01258	45.78773	33.96874	49.6538	46.39151	54.1244	38.71528	28.46342	25.275	54.54974	35.21325
UZEL	37.7898	56.4247	39.49207	58.28385	50.82896	57.23372	63.43879	39.50278	34.50552	74.2547	34.90076
VESTL	69.7146	57.8303	49.70635	32.14479	48.81441	44.51258	27.71988	20.13877	35.71169	58.20642	45.2398
YABNK	33.78957	65.02428	45.82007	61.58736	48.66763	68.03093	67.49234	47.84961	37.16088	78.86203	42.76243
YASAS	21.217	37.15662	35.38282	26.7606	21.57615	39.91912	34.65508	20.24976	18.29846	48.78858	14.81872
YKBNK	37.1079	34.14386	26.23385	22.79507	24.57341	42.90425	22.97421	25.17173	31.48989	50.30364	33.51616

	DEVA	DISBA	DITAS	DOHOL	DOKTS	DYHOL	ECILC	ECZYT	EPES	EGBRA	EGDIS
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
AKBNK	31.17255	32.33704	48.14792	73.86492	32.26005	57.67762	54.14777	49.68354	58.56947	38.52491	39.44033
AKCNS	18.07846	17.91156	-10.4061	34.62542	6.905771	33.61687	41.59874	24.13109	24.05932	41.01692	12.99838
AKGRT	12.82624	31.01	37.02414	62.02555	32.45539	53.91618	48.44742	36.34097	42.10683	27.95456	26.91207
AKSA	20.1954	41.38021	33.67729	53.2307	24.15307	49.60174	65.54513	43.59046	37.39874	37.49237	40.33964
ALARK	21.41762	30.15309	30.32774	83.22532	32.56782	84.81403	64.08837	37.55696	50.26694	43.20937	33.69527
ALCAR	25.99997	35.53691	37.72	20.14288	28.09029	29.39759	37.18802	29.07313	33.75407	40.26618	43.61938
ALCTL	44.15603	44.47833	65.51583	90.53265	58.53172	115.5943	83.67625	54.37652	80.41093	60.16284	67.81543
ANACM	44.57854	29.40453	3.952303	47.7497	34.13501	60.29602	62.38485	46.42817	57.91775	48.33133	45.95712
ARCLK	29.95623	16.74524	17.29085	70.51626	56.04755	59.81157	55.92016	39.13321	54.60195	32.4396	41.57621
ASELS	56.85023	46.7618	35.39621	39.88528	46.27499	50.57292	74.43354	48.04205	60.3396	53.22721	66.25609
ASUZU	66.37252	60.74294	59.84491	72.79839	55.46076	102.5775	98.19879	69.15475	68.97203	96.82844	88.77219
AYGAZ	21.40205	28.79029	30.80539	68.8018	42.63694	67.61251	74.45407	49.43446	49.47274	31.28749	29.12371
BAGFS	39.56649	36.18394	42.31972	54.63127	54.76454	67.11746	66.23433	37.12464	60.14693	59.59841	70.32507
BEKO	25.48205	28.26	12.6244	43.37525	43.34173	47.31682	52.38073	33.03858	38.94692	45.25783	50.65385
BOSSA	44.08031	37.69089	24.8541	59.08376	35.41787	70.48335	64.57373	40.1629	50.49706	71.38982	53.56187
BRISA	28.21837	33.38171	36.76326	53.80189	48.75754	70.27922	73.24316	42.6818	48.5005	49.9803	50.51575
CARSI	40.72282	52.24616	32.08691	64.34541	48.75997	97.89026	75.2837	58.77361	54.20717	84.62797	79.24743
CELHA	47.87375	37.63257	24.42981	43.9352	41.53082	53.52246	58.14801	29.64483	48.00261	70.01662	70.82497
CEMTS	47.41062	33.74365	28.50904	22.0378	22.80344	33.8558	49.66852	44.76551	44.93255	57.03541	41.53631
CIMSA	32.07012	30.70433	4.810616	47.21018	20.76749	57.89743	47.25874	44.21934	33.55027	46.14792	28.44832
DARDL	60.13393	54.00067	39.39685	68.78885	48.36502	73.09107	70.04988	48.24492	61.3234	76.58912	78.52785
DEMIR	30.20919	43.45545	15.28171	24.95682	43.11954	29.46576	66.4682	48.0264	39.22809	45.84797	47.89949

	DEVA	DISBA	DITAS	DOHOL	DOKTS	DYHOL	ECILC	ECZYT	EFES	EGBRA	EGDIS
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
DEVA	104.9975	37.34152	9.817432	30.66317	19.36499	42.80011	45.75701	44.86744	39.82079	61.8764	52.9231
DISBA	37.34152	60.1423	32.00447	27.48502	26.49909	26.57806	50.98098	39.51226	34.43568	50.37544	46.64217
DITAS	9.817432	32.00447	180.6322	56.09756	20.17281	39.94537	23.10254	18.85294	37.62396	10.92558	42.68795
DOHOL	30.66317	27.48502	56.09756	154.0554	34.67372	132.6153	71.05345	41.11157	70.34926	45.81592	49.41653
DOKTS	19.36499	26.49909	20.17281	34.67372	72.44031	43.49979	53.54517	31.3	48.38175	39.96478	53.98713
DYHOL	42.80011	26.57806	39.94537	132.6153	43.49979	187.6152	85.24534	55.05205	75.02629	72.76507	61.92436
ECILC	45.75701	50.98098	23.10254	71.05345	53.54517	85.24534	127.1911	79.35433	69.52178	57.11134	73.82603
ECZYT	44.86744	39.51226	18.85294	41.11157	31.3	55.05205	79.35433	111.3238	44.32196	38.18566	36.89736
EFES	39.82079	34.43568	37.62396	70.34926	48.38175	75.02629	69.52178	44.32196	85.05211	51.9835	59.29275
EGBRA	61.8764	50.37544	10.92558	45.81592	39.96478	72.76507	57.11134	38.18566	51.9835	115.7112	73.21901
EGDIS	52.9231	46.64217	42.68795	49.41653	53.98713	61.92436	73.82603	36.89736	59.29275	73.21901	128.2952
ENKA	23.2757	28.75639	30.40354	70.36261	31.70893	88.59235	66.99916	46.7172	56.34999	39.48313	40.04067
EREG	14.75059	22.22603	26.02587	57.26088	21.48186	63.05704	56.23165	43.71776	46.97334	32.49175	32.45081
FINBN	42.29027	44.69197	38.29909	61.34014	33.7508	70.22301	57.12392	49.64503	49.65671	60.44583	54.03337
PROTO	32.96339	44.92011	55.81804	88.90581	52.53769	108.475	81.2126	57.9119	72.62848	59.50037	75.69079
GARAN	5.574684	19.07559	37.24615	58.63325	23.69712	57.50048	35.3863	33.54213	36.95972	28.1775	33.20792
GLMDE	48.47349	32.84076	57.63659	89.26057	74.69549	122.2228	53.72856	55.2952	74.37928	55.21964	75.27791
GOLTS	40.00897	52.56552	38.55909	55.88	55.21355	69.19087	82.84191	50.23594	62.0071	63.80041	66.43587
HURGZ	25.92702	32.72697	41.5251	105.849	43.7372	118.7686	83.94255	48.1497	75.65783	57.73343	63.66131
IHFIN	38.36641	33.12347	19.20396	43.35864	25.11361	67.78553	45.26993	44.08764	32.37963	56.14721	51.01766
IHLAS	33.62268	26.47881	38.53227	87.36617	34.45005	84.89128	39.01269	16.6384	50.10195	49.18737	47.41002
ISCTR	24.99612	36.75015	25.9818	68.52966	41.41486	73.74541	63.85428	54.69062	45.96633	44.08366	51.40465

	DEVA	DISBA	DITAS	DOHOL	DOKTS	DIYHOL	ECILC	ECZYT	EFES	EGBRA	EGDIS
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
IZMDC	32.04061	33.25636	5.563061	49.62096	28.94066	51.94528	50.45856	21.46777	42.90944	63.75466	40.2197
KARTN	21.58834	15.4851	12.02152	33.41553	8.409608	36.25059	20.60069	11.67413	18.02692	36.7564	18.77386
KAHPA	35.82653	49.02503	12.19635	39.92008	46.05729	37.10875	72.38433	36.86841	49.13417	40.54803	52.585
KCHOL	20.60387	24.0639	31.99499	112.3388	40.83483	103.8978	70.22293	36.19014	62.63781	44.14907	51.26436
KERVY	57.54301	48.01734	21.19228	36.52498	18.79751	55.39048	61.64279	54.91568	41.58906	69.5035	52.23353
KIPA	18.20337	29.09036	49.21386	48.23653	32.52265	62.89977	40.62241	33.22893	40.37478	42.36112	34.65104
KLMSN	33.34571	26.95937	34.40488	43.97218	25.40686	42.36952	42.17634	29.47764	28.85646	47.98369	47.27819
KORDS	28.71209	25.77744	18.30562	63.57009	31.85025	70.78528	63.12715	29.00262	55.24424	50.67109	49.88293
KRDMD	70.95169	56.1973	29.35856	48.91852	41.71541	54.52249	68.13435	60.7599	63.66771	73.95656	67.04967
KRSTL	52.99148	49.30281	28.17142	42.68708	44.88467	46.60181	57.06995	49.8757	58.09007	57.6397	57.54334
MAKTK	57.03531	49.76739	34.34166	49.11974	42.90826	68.89203	74.79192	46.00754	53.22188	87.53739	78.59223
MDRNU	20.79152	20.07297	3.722317	25.23184	17.06736	28.11806	47.0875	24.2359	25.47196	38.04485	45.91986
MEDYA	62.00888	69.19569	33.19034	79.94215	45.0143	70.61278	88.17624	52.19914	67.02789	103.813	103.0101
MIGRS	19.33545	27.84877	8.516088	31.61565	28.17422	35.19493	37.65976	27.57433	33.74204	43.37042	30.71631
MILYT	39.56329	29.18184	34.09169	52.85186	48.09061	71.44717	64.68797	44.22194	61.9238	68.1495	75.51486
MIPAZ	39.64526	26.46293	72.19045	51.06773	43.81679	46.31093	40.21111	34.89857	33.94136	51.8407	70.37747
MRDIN	22.55722	28.73134	19.24462	33.65128	22.1246	31.73304	48.78039	24.45841	28.98953	40.70965	35.26909
NETAS	55.70218	60.98039	72.97566	103.2216	75.00672	108.665	88.97293	62.67132	99.75708	72.00862	87.04164
NTHOL	66.0605	59.48116	53.67251	62.18664	62.53198	76.16447	76.33945	60.70341	64.89887	89.77894	89.56574
NTTUR	62.043	50.4023	55.68608	70.19006	48.55735	103.3245	75.2203	40.34549	70.65773	88.6811	81.1066
OTKAR	40.63869	56.32939	16.60124	69.89015	85.638	73.34311	119.2371	67.54235	84.24954	54.37376	81.5378
PENGD	17.7056	17.55608	5.668132	19.33292	19.09295	21.85425	34.54787	26.92731	21.27208	22.78944	26.14845

	DEVA	DISBA	DITAS	DOHOL	DOKTS	DYHOL	ECILC	ECZYT	EFES	EGBRA	EGDIS
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
PETKM	67	65.03446	53.3777	57.38537	62.30584	61.10741	73.75963	67.09535	54.61459	79.83373	68.0301
PTORS	68	44.88131	43.75258	-33.9845	45.26948	43.13473	52.13434	18.5809	64.37341	75.95489	53.44841
SABAH	69	78.68316	74.04992	13.99074	64.7762	87.2296	111.1901	68.29026	67.6414	114.1044	119.1513
SAHOL	70	34.85857	43.31368	42.34536	82.92324	64.74528	62.13055	53.95175	59.29274	48.53669	46.14132
SARKY	71	30.8261	28.56242	25.654	42.61913	45.57849	50.898	35.88744	43.49053	40.19789	51.05265
SASA	72	9.589672	12.04983	27.56861	50.64285	43.77792	42.88561	38.99023	45.81559	30.45152	32.98627
SISE	73	32.99864	33.08062	32.47093	75.82072	90.49632	63.55653	43.00918	53.44693	59.70953	44.94075
TATKS	74	32.8718	51.0729	21.1055	39.68562	50.26783	77.78588	49.10803	46.8159	54.79856	76.32746
THYAO	75	33.64604	43.00159	37.86681	64.8132	59.22696	66.30716	45.57677	51.89684	59.9539	61.37221
TNSAS	76	11.19215	17.88655	32.398	51.98781	68.56825	29.85359	29.31952	48.68209	37.58695	18.06868
TOASO	77	56.36327	54.16532	64.13627	128.1364	152.1774	108.1401	63.23116	93.36013	89.70113	103.6199
TRKCM	78	13.30574	17.29717	5.440717	35.71485	41.47752	34.62692	34.22362	34.36431	43.49972	12.18314
TRNSK	79	67.33208	54.45261	35.23361	39.56806	65.01817	80.58583	58.55266	55.61329	96.04562	82.77259
TUKAS	80	38.09814	29.59832	28.26209	19.27322	33.97017	67.50154	30.27762	44.69913	33.38127	62.55137
TUPRS	81	24.56191	30.14615	19.72279	56.18619	65.7596	62.48891	45.09363	31.90965	44.9006	36.34592
TURCS	82	54.68439	53.07964	7.497886	47.59665	57.08813	83.42595	52.58999	45.65688	64.86444	58.3736
UCAK	83	27.2623	46.56274	34.12292	35.8011	39.78828	50.33288	34.84826	37.90711	51.00925	47.76829
UZEL	84	47.54902	41.87446	35.96046	51.10506	54.30026	65.9429	33.00197	47.49746	66.7854	56.9011
VESTL	85	25.1183	28.91892	33.17615	67.92348	62.09175	60.21502	52.69786	55.79143	26.93507	31.96333
YABNK	86	67.43163	55.85067	42.69643	43.71636	55.70239	71.78625	50.59831	57.47265	75.03674	73.38904
YASAS	87	22.85949	26.06752	23.47598	34.973	31.95918	27.92838	17.37189	40.55506	46.89069	40.91703
YKBNK	88	19.8405	30.17555	50.60372	61.99185	52.00129	28.85245	39.81191	39.0983	27.12065	21.81823

	ENKA	EREGL	FINBN	FROTO	GARAN	GLMDE	GOLTS	HURGZ	IHFIN	IHLAS	ISCTR
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
1	48.49759	44.52666	56.34756	49.81917	51.28069	85.02851	41.26424	63.70497	38.09756	41.23839	65.72158
2	30.53765	32.47534	30.19811	33.4294	21.07247	16.74676	28.00814	37.96693	19.90726	10.17161	26.88419
3	51.83546	41.06118	40.61561	43.59888	43.50487	49.58797	31.11386	50.69741	24.14659	33.18163	52.55988
4	36.67144	26.24196	37.89724	47.09316	26.02869	7.68082	50.26955	54.89878	19.98519	26.09915	42.11037
5	60.11679	46.83419	49.67763	65.88268	40.75886	61.83471	48.00887	75.89665	30.059	46.69643	47.13296
6	26.57379	21.47364	36.3158	35.45593	21.7664	44.11881	40.57828	35.34628	28.47171	47.23585	20.71065
7	72.76232	52.60654	65.51376	92.81713	50.28054	108.4608	82.40966	97.062	46.60084	58.60781	63.36525
8	45.45641	29.29696	40.24805	51.28374	25.87339	58.35029	53.64873	47.93435	32.63712	38.86798	41.97721
9	30.81022	54.84282	40.48669	33.64542	34.27349	79.81514	42.35565	59.95529	21.85339	51.1362	49.82604
10	46.25815	27.57353	48.66904	50.82173	24.90773	67.39064	73.3588	54.58958	36.75993	25.78922	52.41037
11	61.96349	42.07597	67.2504	90.53232	39.32281	67.17098	84.34366	78.72955	63.11267	67.67919	48.44222
12	52.60708	38.9914	46.78874	57.71687	35.20016	58.85731	62.99257	75.67463	29.16864	31.57731	50.77778
13	44.55906	32.132	45.35393	58.605	35.40905	74.38798	72.24413	58.35144	36.07845	55.50605	44.43603
14	27.06741	34.36457	31.97903	41.34263	16.23702	46.31235	48.23242	47.16395	26.54641	44.09729	28.17939
15	37.3219	37.50217	49.94071	59.46318	30.42322	19.10864	45.77799	68.53802	34.47572	42.66081	32.83647
16	39.85169	34.01852	44.27229	52.69166	27.66076	52.82215	62.23292	63.21566	34.08337	47.49156	47.48716
17	62.35124	40.60425	64.89355	80.81071	46.84292	85.07873	67.11369	71.19054	63.90027	49.39253	66.90965
18	25.33143	32.41612	45.73967	38.18883	17.08981	55.74891	59.66706	41.37545	33.76998	53.37436	26.32305
19	27.6622	37.98643	40.78364	48.31057	36.77685	28.45955	36.59568	53.86988	46.29087	45.16548	37.84184
20	34.89767	35.05948	38.91874	48.22854	27.57904	54.69576	41.67399	44.42416	36.19119	37.42276	30.15139
21	49.78823	33.29031	64.86967	67.7905	39.75409	98.77479	75.09555	67.103	50.54843	63.53106	46.92757
22	38.93056	21.41718	51.13584	47.31395	41.64571	54.49671	46.90176	42.81708	40.65125	23.23475	62.05417

	ENKA	EREGL	FINBN	FROTO	GARAN	GLMDE	GOLTS	HURGZ	IHFIN	IHLAS	ISCTR
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
23	23.2757	14.75059	42.29027	32.96339	5.574684	48.47349	40.00897	25.92702	38.36641	33.62268	24.99612
24	28.75639	22.22603	44.69197	44.92011	19.07559	32.84076	52.56552	32.72697	33.12347	26.47881	36.75015
25	30.40354	26.02587	38.29909	55.81804	37.24615	57.63659	38.55909	41.5251	19.20396	38.53227	25.9818
26	70.36261	57.26088	61.34014	88.90581	58.63325	89.26057	55.88	105.849	43.35864	87.36617	68.52966
27	31.70893	21.48186	33.7508	52.53769	23.69712	74.69549	55.21355	43.7372	25.11361	34.45005	41.41486
28	88.59235	63.05704	70.22301	108.475	57.50048	122.2228	69.19087	118.7686	67.78553	84.89128	73.74541
29	66.99916	56.23165	57.12392	81.2126	35.3863	53.72856	82.84191	83.94255	45.26993	39.01269	63.85428
30	46.7172	43.71776	49.64503	57.9119	33.54213	55.2952	50.23594	48.1497	44.08764	16.6384	54.69062
31	56.34999	46.97334	49.65671	72.62848	36.95972	74.37928	62.0071	75.65783	32.37963	50.10195	45.96633
32	39.48313	32.49175	60.44583	59.50037	28.1775	55.21964	63.80041	57.73343	56.14721	49.18737	44.08366
33	40.04067	32.45081	54.03337	75.69079	33.20792	75.27791	66.43587	63.66131	51.01766	47.41002	51.40465
34	79.10352	49.5475	45.74446	73.47225	48.32817	67.39142	44.79207	77.25321	37.1375	33.67535	57.19847
35	49.5475	78.2424	42.40779	42.75417	32.5635	55.75653	35.72964	58.35791	28.32582	23.16017	38.5471
36	45.74446	42.40779	72.38859	58.1858	38.17978	84.72726	51.3962	68.23873	45.35812	42.40163	51.2042
37	73.47225	42.75417	58.1858	132.7055	60.7257	82.75636	70.64582	96.55477	55.42703	57.20114	67.85564
38	48.32817	32.5635	38.17978	60.7257	64.31428	60.7465	26.71564	61.41494	30.54984	35.87094	54.21289
39	67.39142	55.75653	84.72726	82.75636	60.7465	265.4424	78.2919	81.16661	75.36319	88.63586	67.75204
40	44.79207	35.72964	51.3962	70.64582	26.71564	78.2919	109.8353	70.02874	39.40542	43.39259	46.8331
41	77.25321	58.35791	68.23873	96.55477	61.41494	81.16661	70.02874	136.3541	45.1237	55.58561	64.85832
42	37.1375	28.32582	45.35812	55.42703	30.54984	75.36319	39.40542	45.1237	62.33351	38.37667	44.35881
43	33.67535	23.16017	42.40163	57.20114	35.87094	88.63586	43.39259	55.58561	38.37667	106.938	29.19198
44	57.19847	38.5471	51.2042	67.85564	54.21289	67.75204	46.8331	64.85832	44.35881	29.19198	97.68111

	ENKA	EREGL	FINBN	FROTO	GARAN	GLMDE	GOLTS	HURGZ	IHFIN	IHLAS	ISCTR
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	35.88338	32.94356	40.31702	44.97787	22.1978	47.16404	54.02493	42.02843	33.87263	28.37667	34.28893
46	23.04977	0.784435	20.93629	28.38251	11.31688	6.779494	19.26061	25.35754	9.369203	31.85391	10.38721
47	43.09136	23.10192	40.66309	68.57903	29.80625	20.23559	55.59266	58.55164	29.47871	18.90664	58.12656
48	65.41149	59.93802	55.63199	80.51767	50.9709	87.17545	54.90138	100.9592	35.72443	64.55325	60.35222
49	38.34752	29.57396	54.41085	35.49346	22.21217	27.89052	40.9418	48.86135	40.56513	31.19983	34.1938
50	45.65028	39.20965	35.78583	57.68068	30.5048	49.17496	36.55871	51.70186	28.37188	32.50571	30.2275
51	35.84207	38.60776	51.02216	37.29321	14.1813	32.83207	32.9412	45.89697	24.55163	38.78569	31.64047
52	50.54604	52.34168	36.10159	60.86598	33.83444	49.47508	36.47474	60.75881	38.87319	44.1658	39.05942
53	39.60091	32.65602	56.91164	60.42156	24.30184	82.33514	80.389	41.11181	51.55049	46.03729	39.54627
54	39.94082	38.05241	52.50518	60.5016	26.46086	68.7365	54.25222	47.68206	36.04488	44.27524	32.28815
55	47.23928	37.14223	50.66494	65.37195	28.84869	43.21645	61.0726	56.62952	47.30338	50.83338	34.16285
56	17.23976	17.542	21.90743	31.76324	3.469093	5.112521	37.97013	18.06745	15.44145	10.05883	15.33572
57	46.88059	35.92784	76.9885	72.63797	39.91834	67.69528	87.8407	83.08582	64.46952	55.70419	71.72024
58	28.76585	23.43135	26.57939	38.36419	22.67068	24.39933	32.67037	33.76035	22.30102	16.71867	35.04848
59	53.07821	32.66658	35.71481	69.6113	41.75836	74.86225	52.69959	59.01214	44.40648	53.87757	43.84271
60	31.77091	18.74017	26.35556	62.42181	28.3375	68.56848	51.77245	26.74319	38.49003	57.43872	32.51117
61	26.42778	25.78484	35.52147	35.161	17.80116	16.174	38.07969	39.15759	28.86029	23.37049	24.77583
62	81.46871	66.8521	90.60236	98.50445	63.06118	195.8281	111.1975	101.1987	68.49172	78.23084	81.03662
63	52.69747	34.98587	68.77694	75.59296	48.76666	119.6927	80.65593	61.70211	64.26528	70.44941	64.02031
64	64.40516	42.73168	67.82964	86.43722	51.09685	120.7597	78.18892	75.32799	60.69779	68.06416	49.27083
65	65.94983	51.38903	54.90981	93.04131	45.04746	55.81162	97.47074	99.83236	35.63613	49.97945	79.46581
66	16.75856	23.38332	18.06349	17.26998	7.324207	38.17921	16.13436	18.94955	18.7231	27.01249	14.47011

	ENKA	EREGL	FINBN	FROTO	GARAN	GLMDE	GOLTS	HURGZ	IHFEN	IHLAS	ISCTR
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
67	60.08036	62.4956	62.89416	57.52419	36.19743	66.70089	52.02337	52.09447	47.33542	40.39258	46.16973
68	55.0121	36.57399	37.37711	47.80544	33.14794	8.39423	27.45856	70.3202	16.43249	24.83651	47.32642
69	57.00688	35.45505	75.77884	69.45683	34.36068	72.37379	102.2458	81.1071	67.34235	65.3619	73.82545
70	55.47439	49.60614	56.33545	61.6523	50.78673	80.95725	50.87981	66.78963	39.43327	49.26996	65.03464
71	28.85719	21.69364	35.20249	44.78458	22.14541	42.1566	43.40366	42.86277	35.0443	41.85837	29.55217
72	34.00795	23.89752	24.96526	49.20913	39.25913	49.43087	43.35387	36.8435	17.18733	33.72105	51.76463
73	43.47888	47.03504	55.9515	58.58702	25.11182	80.02459	79.23737	75.62052	36.10548	49.78742	35.69858
74	42.29415	22.91611	44.46559	67.5838	32.993	48.63712	71.40156	54.25458	33.42034	31.48882	60.4805
75	46.59873	52.68012	51.89219	56.85258	30.19694	30.48895	45.38466	62.25899	40.19362	33.14612	50.23326
76	43.62624	33.10181	31.72846	54.66697	42.21299	46.34369	29.29751	48.22807	31.16575	29.8806	44.46318
77	83.59742	51.62331	75.956	117.4902	58.8831	122.6061	100.0488	107.4154	67.40356	92.12505	95.94798
78	30.50733	33.09231	32.98027	30.22417	18.52216	58.80988	54.83576	35.55659	18.58508	17.6882	28.89541
79	49.56602	42.75204	52.22103	56.97603	21.99927	49.36589	69.01831	49.97223	54.58159	45.84906	33.58169
80	20.57544	8.642014	32.46171	35.32379	0.564526	25.91233	50.90528	40.16337	21.75272	41.11904	25.75371
81	49.98393	44.29487	39.79212	54.77887	35.82292	23.01712	26.75937	44.50595	32.7348	29.57698	48.33661
82	47.96023	24.48109	53.89549	58.73752	17.35455	21.72894	60.57559	50.98643	30.94333	42.55074	39.00371
83	30.92429	20.50559	38.81914	47.88251	23.17509	29.36874	51.25029	45.33947	27.60147	31.88949	33.91085
84	35.98878	29.0151	43.64774	50.38266	22.67619	29.04005	60.43303	48.31608	33.56248	48.09201	24.7192
85	46.04942	44.31024	48.53799	52.18045	40.70523	114.248	61.32381	65.73203	32.58982	38.53279	52.61933
86	45.25016	36.65541	56.75343	59.54173	23.97469	50.89439	64.81147	47.86661	42.20066	45.95358	33.28386
87	25.24072	31.07277	30.54883	32.2676	13.05808	57.17241	34.25802	32.80576	26.41551	25.19709	31.65343
88	39.43995	40.39093	54.09094	38.3059	47.66728	102.5801	28.68115	58.57726	36.60259	29.13879	57.69905

	IZMDC	KARTN	KAVPA	KCHOL	KERV7	KIPA	KLMSN	KORDS	KRDMD	KRSTL	MAKTK
	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
AKBNK	40.29956	9.149509	28.9063	54.2292	38.39584	34.18882	33.31922	47.97721	56.06641	41.64572	35.08503
AKCNS	55.08042	12.6197	23.88163	35.36288	25.39276	13.22311	33.29357	35.70235	40.31474	14.55981	31.2079
AKGRT	24.95137	11.75833	40.85893	52.08166	39.47523	42.48476	26.34491	38.82369	28.20089	33.89592	38.74469
AKSA	42.87895	29.57378	44.47341	59.26348	42.23037	23.17188	25.98402	34.54743	50.90708	37.01413	54.56597
ALARK	37.44845	30.22222	42.28249	80.42374	33.65401	41.00895	29.89981	47.20588	37.844	38.0693	42.49246
ALCAR	11.45578	16.9978	24.47338	33.97008	40.15152	25.09308	30.20493	28.42289	30.87278	43.60797	44.66887
ALCTL	42.53923	30.85163	58.14242	77.52333	50.71617	56.01222	25.56204	58.06017	71.40765	62.97859	66.37933
ANACM	45.74977	14.20738	39.68907	40.17283	34.77365	18.40373	29.25284	36.40996	66.67224	44.63783	44.14268
ARCLK	22.74227	0.655723	27.23729	72.8683	21.5705	25.7996	29.7198	55.96037	37.1798	43.07721	34.57029
ASELS	43.18536	17.22621	70.38788	22.91057	44.2138	27.01296	36.92314	32.82742	78.17308	44.53146	55.02014
ASUZU	48.82675	39.0128	51.30223	55.75591	85.61144	65.77465	48.52693	58.3455	84.67356	75.4865	111.7519
AYGAZ	39.32204	15.18014	53.44595	69.30907	35.65134	33.71188	27.05349	38.07991	42.34161	30.59125	34.7845
BAGFS	43.68842	19.12923	47.25431	58.43311	41.26146	36.14779	23.36278	41.81375	61.80607	44.2785	62.83841
BEKO	27.32038	9.630958	31.69577	66.06567	37.01946	33.83711	30.30934	39.01718	26.06723	41.52046	53.29095
BOSSA	40.93444	25.42933	45.03192	52.36928	69.04343	42.25242	47.33078	51.22585	45.47076	56.11603	77.98235
BRISA	31.77568	18.18236	48.84091	56.77	40.31399	33.22551	35.68811	44.13273	41.26645	40.77289	51.86002
CARSI	45.99655	28.05063	54.01349	55.45177	63.27895	52.99151	44.57311	47.19277	61.83511	56.97348	78.08828
CELHA	40.80821	27.4	32.8243	42.49172	56.64516	31.35271	34.87305	38.52887	59.24777	54.85815	71.06042
CEMTS	31.98142	12.66753	51.96546	35.79832	58.10551	20.03796	42.34071	53.33954	52.30477	54.87683	53.49916
CIMSA	41.03557	16.9589	25.07271	49.3495	35.68772	20.80611	28.64674	34.79954	47.01035	40.15341	41.17883
DARDL	60.26305	25.60709	38.46647	65.60774	79.22709	45.48308	38.52783	46.35277	80.33703	67.20466	84.56774
DEMIR	40.20966	12.09664	57.65547	25.561	36.18557	17.21009	27.94594	32.98627	55.01598	39.84823	36.30517

	IZMDC	KARTN	KAVPA	KCHOL	KERVT	KIPA	KLEMSN	KORDS	KRDMD	KRSTL	MAKTK
	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
DEVA	32.04061	21.58834	35.82653	20.60387	57.54301	18.20337	33.34571	28.71209	70.95169	52.99148	57.03531
DISBA	33.25656	15.4851	49.02503	24.0639	48.01734	29.09056	26.95937	25.77744	56.1973	49.30281	49.76739
DITAS	5.563061	12.02152	12.19635	31.99499	21.19228	49.21386	34.40488	18.30562	29.35856	28.17142	34.34166
DOHOL	49.62096	33.41553	39.92008	112.3388	36.52498	48.23653	43.97218	63.57009	48.91852	42.68708	49.11974
DOKTS	28.94066	8.409608	46.05729	40.83483	18.79751	32.52265	25.40686	31.85025	41.71541	44.88467	42.90826
DYHOL	51.94528	36.25059	37.10875	103.8978	55.39048	62.89977	42.36952	70.78528	54.52249	46.60181	68.89203
ECILC	50.45856	20.60069	72.38433	70.22293	61.64279	40.62241	42.17634	63.12715	68.13435	57.06995	74.79192
ECZYT	21.46777	11.67413	36.86841	36.19014	54.91568	33.22893	29.47764	29.00262	60.7599	49.8757	46.00754
ERES	42.90944	18.02692	49.13417	62.63781	41.58906	40.37478	28.85646	55.24424	63.66771	58.09007	53.22188
EGBRA	63.75466	36.7564	40.54803	44.14907	69.5035	42.36112	47.98369	50.67109	73.95656	57.6397	87.53739
EGDIS	40.2197	18.77386	52.585	51.26436	52.25353	34.65104	47.27819	49.88293	67.04967	57.54334	78.59223
ENKA	35.88338	23.04977	43.09136	65.41149	38.34752	45.65028	35.84207	50.54604	39.60091	39.94082	47.23928
EREGL	32.94356	0.784435	23.10192	59.93802	29.57396	39.20965	38.60776	52.34168	32.65602	38.05241	37.14223
FINBN	40.31702	20.93629	40.66309	55.63199	54.41085	35.78583	51.02216	36.10159	56.91164	52.50518	50.66494
PROTO	44.97787	28.38251	68.57903	80.51767	35.49346	57.68068	37.29321	60.86598	60.42156	60.5016	65.37195
GARAN	22.1978	11.31688	29.80625	50.9709	22.21217	30.5048	14.1813	33.83444	24.30184	26.46086	28.84869
GLMDE	47.16404	6.779494	20.23559	87.17545	27.89052	49.17496	32.83207	49.47508	82.33514	68.7365	43.21645
GOLTS	54.02493	19.26081	55.59266	54.90138	40.9418	36.55871	32.9412	36.47474	80.389	54.25222	61.0726
HURGZ	42.02843	25.35754	58.55164	100.9592	48.86135	51.70186	45.89697	60.75881	41.11181	47.68206	56.62952
IHFIN	33.87263	9.369203	29.47871	35.72443	40.56513	28.37188	24.55163	38.87319	51.55049	36.04488	47.30338
IHLAS	28.37667	31.85391	18.90664	64.55325	31.19983	32.50571	38.78569	44.1658	46.03729	44.27524	50.83338
ISCTR	34.28893	10.38721	58.12656	60.35222	34.1938	30.2275	31.64047	39.05942	39.54627	32.28815	34.16285

		IZMDC	KARTN	KAVPA	KCHOL	KERVY	KIPA	KLMSN	KORDS	KRDMD	KRSTL	MAKTK
		45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
IZMDC	45	80.83855	17.62641	30.08104	39.15575	38.22375	24.19062	31.48265	47.37197	71.97621	35.48485	53.22032
KARTN	46	17.62641	62.96765	8.950799	22.63436	25.81784	20.3896	24.58112	18.36468	27.36603	19.66257	26.96719
KAVPA	47	30.08104	8.950799	127.9206	46.81375	35.907	23.85527	33.94299	28.35339	43.13393	36.1587	40.27663
KCHOL	48	39.15575	22.63436	46.81375	138.9893	33.97911	40.28552	34.25565	57.68276	25.35956	44.66725	46.85121
KERVY	49	38.22375	25.81784	35.907	33.97911	99.76013	32.65509	38.62691	35.62696	55.0391	50.53887	75.63301
KIPA	50	24.19062	20.3896	23.85527	40.28552	32.65509	64.25889	37.63234	40.17467	28.04008	40.95736	49.99846
KLMSN	51	31.48265	24.58112	33.94299	34.25565	38.62691	37.63234	146.7134	26.69016	34.3138	40.60005	52.89233
KORDS	52	47.37197	18.36468	28.35339	57.68276	35.62696	40.17467	26.69016	85.68094	47.58003	45.0958	53.37426
KRDMD	53	71.97621	27.36603	43.13393	25.35956	55.0391	28.04008	34.3138	47.58003	122.3888	64.85679	69.58539
KRSTL	54	35.46485	19.66257	36.1587	44.66725	50.53887	40.95736	40.60005	45.0958	64.85679	83.42366	65.40993
MAKTK	55	53.22032	26.96719	40.27663	46.85121	75.63301	49.99846	52.89233	53.37426	69.58539	65.40993	107.3958
MDRNU	56	36.2972	16.42205	29.93477	10.39616	28.85277	11.53512	22.74055	22.08449	44.67543	19.66393	38.74525
MEDYA	57	73.14777	31.78871	66.76881	68.50707	81.86659	32.95909	57.62204	53.44562	92.92277	74.56304	94.50651
MIGRS	58	32.94092	11.78385	38.36296	32.71116	31.03408	28.64744	20.29107	25.69127	34.34913	28.777	37.058
MILYT	59	38.10579	13.63314	39.65922	51.23212	44.44125	45.14734	21.33533	56.97649	47.52983	52.41103	75.87637
MIPAZ	60	33.66224	27.0054	18.91939	47.65559	19.93238	40.28968	53.82813	37.19086	49.5792	53.88887	62.9694
MRDIN	61	32.29164	11.12197	37.64842	32.79045	42.58973	24.053	36.14885	29.56148	37.46168	31.97529	45.74265
NETAS	62	68.79764	17.76435	64.44353	95.00341	40.59638	50.64145	43.56499	62.02952	111.6172	85.21508	68.74507
NTHOL	63	63.23427	37.82137	51.60961	53.52509	75.9929	55.83665	55.05775	58.15048	97.83234	74.29948	95.39392
NTTUR	64	69.06602	26.13314	45.83025	64.02783	77.76218	60.88729	33.06561	64.62862	84.78914	66.09421	100.8294
OTKAR	65	40.1944	13.56871	105.3426	75.06701	41.60984	36.46821	32.6508	58.46343	64.36869	67.0441	66.71097
PENGDI	66	12.13352	2.574218	19.89304	33.66903	26.93266	22.48493	20.43906	31.37176	15.66743	24.76869	30.99894

	IZMDC	KARTN	KAVPA	KCHOL	KERVIT	KIPA	KLMSN	KORDS	KRDMD	KRSTL	MAKTK
	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
PETKM	42.72066	37.16334	25.59518	48.74202	71.55344	73.21019	58.19011	65.39067	71.31423	73.11386	90.56941
PTOFS	25.59517	26.05163	83.65827	67.15572	52.65774	35.2887	52.62819	55.86471	31.03628	69.55998	70.33428
SABAH	71.05949	47.9329	75.70138	47.27011	97.88886	45.01535	68.00369	56.45322	105.2229	73.83248	112.2787
SAHOL	38.37005	17.08779	43.53545	69.14056	40.11146	49.21723	38.6178	47.87376	53.36701	52.71334	49.45234
SARKY	23.92311	7.194009	34.1325	33.61495	38.8964	25.46313	28.02214	30.45498	38.81814	34.2804	45.55554
SASA	25.77179	22.79501	25.44243	59.96907	10.49886	22.46188	29.15469	31.49035	31.45553	45.94277	27.1327
SISE	59.31964	28.79441	24.68114	70.06323	50.61841	36.44646	36.37746	34.48364	66.95053	46.71816	53.40515
TATKS	29.30504	23.51268	75.52029	46.30898	46.19051	27.9745	17.13108	34.27036	47.45921	43.68655	50.97236
THYAO	45.37974	18.54826	37.0392	54.94465	59.04921	44.49874	55.62304	59.08486	53.13652	53.38631	68.90923
TNSAS	24.29533	1.992374	48.42742	37.8821	38.20075	31.19927	19.26948	36.60489	29.82583	22.48737	26.91318
TOASO	57.44878	45.69998	74.9008	106.417	49.51922	54.36623	50.55913	65.56645	86.69545	63.83712	87.71711
TRKCM	59.45272	12.13779	12.04747	22.81528	16.31895	9.905233	32.14714	26.52307	60.0179	24.84109	23.3209
TRNSK	56.11866	25.53327	37.39136	38.44886	81.47333	54.24259	53.397	56.71751	82.88626	69.76709	114.327
TUKAS	11.39163	9.787209	32.64791	38.55151	49.29698	16.98837	33.04307	26.04722	32.58569	35.49796	46.17367
TUPRS	35.10246	22.00398	33.34279	37.36664	36.97078	39.08572	36.22341	50.09238	38.05141	29.16383	49.0789
TURCS	47.32832	37.21979	71.94639	41.1379	78.56297	32.17687	89.38777	35.60669	69.79231	55.64427	79.73736
UCAK	25.54767	23.38677	47.77275	29.84161	45.09037	34.12722	19.0124	27.3653	42.46484	37.94573	47.07259
UZEL	53.03305	31.44567	34.09917	37.19988	56.71418	41.93824	49.49166	44.52275	65.24422	49.34608	72.94968
VESTL	33.38548	-0.49584	48.71834	73.00311	19.6474	42.02348	21.44812	35.27669	45.7849	40.8415	23.77827
YABNK	45.8206	29.48202	40.49071	36.69726	66.98576	43.71519	43.76195	46.58879	79.28462	71.18321	86.41815
YASAS	39.24148	9.732538	17.05348	37.08445	27.09965	36.22355	24.1011	36.7419	43.39004	34.10852	39.58951
YABNK	25.38138	-0.84651	29.27788	51.0323	30.32485	39.56297	15.33824	23.71817	34.97488	31.67907	20.91669

		MDRNU	MEDYA	MIGRS	MILYT	MPAZ	MRDIN	NETAS	NTHOL	NTTUR	OTKAR	PENGDP
		56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
AKBNK	1	10.76289	70.03132	27.68236	38.22612	22.48132	29.31822	100.3794	75.08784	62.00318	54.75359	18.20491
AKCNS	2	28.98489	42.77688	26.39464	13.7865	4.831217	27.73184	38.82247	34.83204	39.16481	19.03738	11.51553
AKGRT	3	5.374409	39.36684	26.65139	37.96812	23.02204	30.32159	64.27127	52.35214	50.95726	57.2072	21.14355
AKSA	4	19.99961	80.72985	29.00641	31.37251	38.17214	29.51431	57.28886	57.17466	53.92046	57.98973	21.53487
ALARK	5	25.09714	53.7714	29.24853	35.21133	21.24252	29.7143	76.00208	52.9964	61.99901	59.1041	17.48114
ALCAR	6	0.252566	38.09311	7.559423	43.09756	42.59799	28.09409	57.51328	46.62273	44.80816	53.97089	30.93096
ALCTL	7	25.91667	75.90383	39.53694	62.52435	45.85722	33.73873	134.1108	87.79953	98.9139	93.15205	23.82236
ANACM	8	27.74353	60.68861	27.81788	52.5896	43.05688	24.56945	80.20836	53.50212	54.1727	69.89169	19.36646
ARCLK	9	0.218911	44.80353	23.19195	38.80999	17.16054	20.31333	78.71186	53.19352	37.3267	89.11813	30.19712
ASELS	10	32.40269	76.23257	26.72064	51.48311	39.6143	30.00051	102.335	81.39142	69.04661	87.77105	15.69714
ASUZU	11	47.21309	107.2255	43.55321	79.46001	72.27731	59.72979	94.1117	109.0874	112.7227	88.8872	27.23728
AYGAZ	12	18.41435	49.83018	21.7761	35.43671	13.95983	34.68032	77.57189	50.83837	56.44947	79.07054	16.51352
BAGFS	13	28.03064	70.30943	33.50019	65.98766	61.65496	31.72282	92.44261	85.05636	81.97258	84.94021	20.42074
BEKO	14	5.700335	52.77307	28.27558	48.02084	49.82279	24.26335	51.37016	55.5753	48.84574	68.27901	39.21157
BOSSA	15	38.76631	80.6727	33.49645	42.45435	21.75838	42.58771	49.32371	75.18507	72.51534	62.91368	16.22391
BRISA	16	20.3838	64.66584	25.33873	49.27705	45.38168	34.68479	69.93478	65.6771	61.00836	86.9918	24.90192
CARSI	17	36.31764	96.486	40.92537	74.64755	62.75734	42.72688	92.92407	90.2011	93.83172	64.18355	17.76497
CELHA	18	47.65601	80.55305	28.27769	51.88284	53.83198	36.72194	74.63815	81.4976	75.05224	58.17378	27.11999
CENTS	19	-0.82019	66.48726	18.6561	44.12286	39.264	40.5703	53.29114	68.6503	49.64003	76.02791	34.29333
CIMSA	20	12.79505	48.46192	30.14605	35.46743	48.90852	21.39418	55.84999	46.12939	40.07314	39.65279	18.10077
DARDL	21	40.20737	102.8267	38.46707	63.30375	59.76411	45.60749	103.1799	116.8888	117.4159	66.44263	26.38821
DEMIR	22	16.11359	67.06424	24.79462	39.35996	23.92348	33.97132	70.32737	62.5101	47.52378	77.94351	9.606405

		MDRNU	MEDYA	MIGRS	MILYT	MIPAZ	MRDIN	NETAS	NTHOL	NTTUR	OTKAR	PENG
		56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
DEVA	23	20.79152	62.00888	19.33545	39.56329	39.64526	22.55722	55.70218	66.0605	62.043	40.65869	17.7056
DISBA	24	20.07297	69.19569	27.84877	29.18184	26.46293	28.73134	60.98039	59.48116	50.4023	56.32939	17.55608
DITAS	25	3.722317	33.19034	8.516088	34.09169	72.19045	19.24462	72.97566	53.67251	55.68608	16.60124	5.668132
DOHOL	26	25.23184	79.94215	31.61565	52.85186	51.06773	33.65128	103.2216	62.18664	70.19006	69.89015	19.33292
DOKTS	27	17.06736	45.0143	28.17422	48.09061	43.81679	22.1246	75.00672	62.53198	48.55735	85.638	19.09295
DYHOL	28	28.11806	70.61278	35.19493	71.44717	46.31093	31.73304	108.665	76.16447	103.3245	73.34311	21.85425
ECILC	29	47.0875	88.17624	37.65976	64.68797	40.21111	48.78039	88.97293	76.33945	75.2203	119.2371	34.54787
ECZYT	30	24.2359	52.19914	27.57433	44.22194	34.89857	24.45841	62.67132	60.70341	40.34549	67.54235	26.92731
EFES	31	25.47196	67.02789	33.74204	61.9238	33.94136	28.98953	99.75708	64.89887	70.65773	84.24954	21.27208
EGBRA	32	38.04485	103.813	43.37042	68.1495	51.8407	40.70965	72.00862	89.77894	88.6811	54.37376	22.78944
EGDIS	33	45.91986	103.0101	30.71631	75.51486	70.37747	35.26909	87.04164	89.56574	81.1066	81.5378	26.14845
ENKA	34	17.23976	46.88059	28.76585	53.07821	31.77091	26.42778	81.46871	52.69747	64.40516	65.94983	16.75856
EREGL	35	17.542	35.92784	23.43135	32.66658	18.74017	25.78484	66.8521	34.98587	42.73168	51.38903	23.38332
FINBN	36	21.90743	76.9885	26.57939	35.71481	26.35556	35.52147	90.60236	68.77694	67.82964	54.90981	18.06349
FROTO	37	31.76324	72.63797	38.36419	69.6113	62.42181	35.161	98.50445	75.59296	86.43722	93.04131	17.26998
GARAN	38	3.469093	39.91854	22.67068	41.75836	28.3375	17.80116	63.06118	48.76666	51.09685	45.04746	7.324207
GLMDE	39	5.112521	67.69528	24.39933	74.86225	68.56848	16.174	195.8281	119.6927	120.7597	55.81162	38.17921
GOLTS	40	37.97013	87.8407	32.67037	52.69959	51.77245	38.07969	111.1975	80.65593	78.18892	97.47074	16.13436
HURGZ	41	18.06745	83.08582	33.76035	59.01214	26.74319	39.15759	101.1987	61.70211	75.32799	99.83236	18.94955
IHFIN	42	15.44145	64.46952	22.30102	44.40648	38.49003	28.86029	68.49172	64.26528	60.69779	35.63613	18.7231
IHLAS	43	10.05883	55.70419	16.71867	53.87757	57.43872	23.37049	78.23084	70.44941	68.06416	49.97945	27.01249
ISCTR	44	15.33572	71.72024	35.04848	43.84271	32.51117	24.77583	81.03662	64.02031	49.27083	79.46581	14.47011

	MDRNU	MEDYA	MIGRS	MILYT	MIPAZ	MRDIN	NETAS	NTHOL	NTTUR	OTKAR	PENG
	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
I2MDC	45	36.2972	73.14777	38.10579	33.66224	32.29164	68.79764	63.23427	69.06602	40.1944	12.13352
KARTN	46	16.42205	31.78871	11.78385	13.63314	27.0054	11.12197	17.76435	37.82137	26.13314	13.56871
KAHPA	47	29.93477	66.76881	38.36236	39.65922	18.91939	37.64842	64.44353	51.60961	105.3426	19.89304
KCHOL	48	10.39616	68.50707	32.71116	51.23212	47.65559	32.79045	95.00341	53.52509	75.06701	33.66903
KERYT	49	28.85277	81.86659	31.03408	44.44125	19.93238	42.58973	40.59638	75.9929	41.60984	26.93266
KIPA	50	11.53512	32.95909	28.64744	45.14734	40.28968	24.053	50.64145	55.83665	36.46821	22.48493
KLMSN	51	22.74055	57.62204	20.29107	21.33533	53.82813	36.14885	43.56499	55.05775	32.6508	20.43906
KORDS	52	22.08449	53.44562	25.69127	56.97649	37.19086	29.56148	62.02952	58.15048	58.46343	31.37176
KRDMD	53	44.67543	92.92277	34.34913	47.52983	49.5792	37.46168	111.6172	97.83234	64.36869	15.66743
KRSTL	54	19.66393	74.56304	28.777	52.41103	53.88887	31.97529	85.21508	74.29948	66.09421	24.76869
MAKTK	55	38.74525	94.50651	37.058	75.87637	62.9694	45.74265	68.74507	95.39392	66.71097	30.99894
MDRNU	56	74.29815	54.36001	20.77525	18.73541	19.19411	24.45153	28.91913	42.26461	39.41074	25.24603
MEDYA	57	54.36001	176.1814	49.03366	67.45598	63.71093	59.61606	114.4933	117.6261	101.6911	82.98215
MIGRS	58	20.77525	49.03366	42.22821	28.48893	28.42842	19.81939	39.50795	45.32807	36.80928	34.28385
MILYT	59	18.73541	67.45598	28.48893	124.3207	93.07037	23.83842	71.75551	73.91317	90.63151	73.21228
MIPAZ	60	19.19411	63.71093	28.42842	93.07037	194.6282	25.6859	59.3602	80.01611	59.2989	51.25965
MRDIN	61	24.45153	59.61606	19.81939	23.83842	25.6859	48.42472	38.80651	45.78125	46.31353	44.6666
NETAS	62	28.91913	114.4933	39.50795	71.75551	59.3602	38.80651	223.1493	128.5098	124.5225	104.5789
NTHOL	63	42.26461	117.6261	45.32807	73.91317	80.01611	45.78125	128.5098	159.9665	134.9615	72.98014
NTTUR	64	39.41074	101.6911	36.80928	90.63151	59.2989	46.31353	124.5225	134.9615	171.1566	59.43641
OTKAR	65	25.24603	82.98215	34.28385	73.21228	51.25965	44.6666	104.5789	72.98014	59.43641	202.9894
PENG	66	0.974206	21.91372	12.22312	39.83482	24.10634	12.83727	28.02221	34.47801	28.5987	28.50604

	MDRNU	MEDYA	MIGRS	MILYT	MIPAZ	MRDIN	NETAS	NTHOL	NTTUR	OTKAR	PENGD
	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
PETKM	31.56993	79.02164	35.83447	63.99136	60.44138	44.81623	90.01915	107.3619	100.8209	50.25517	34.43253
PTOFS	16.32249	77.35588	49.43692	66.43334	39.83973	29.45052	48.30834	65.10327	52.21703	94.10754	30.04667
SABAH	61.12358	156.7559	45.21901	93.03202	69.90153	60.85193	105.8789	135.3906	116.0311	115.5225	36.22683
SAHOL	15.5332	74.80702	40.07394	48.55371	42.59342	32.44749	97.94	78.10644	65.24365	68.18346	23.20312
SARKV	25.11734	57.83761	20.03573	45.24467	35.34406	31.83931	53.89027	49.03059	51.21169	47.69652	20.88314
SASA	14.49112	60.42464	31.16139	43.42734	84.14965	20.07526	64.15907	56.3884	27.19053	55.71623	5.961374
SISE	29.70526	71.35373	27.62562	26.87341	30.64189	39.03771	90.13451	67.07258	71.66487	65.32494	10.53312
TATKS	39.70469	69.22612	34.34224	50.25571	42.81534	28.69251	69.37896	70.87112	57.84487	104.0155	14.2334
THYAO	30.76068	88.58141	35.3091	44.03278	40.15179	43.18021	65.50793	73.97941	69.04321	57.50988	22.28859
TNSAS	21.98762	36.58501	37.94663	35.28587	15.77654	22.96568	53.77725	41.39962	49.5503	25.23688	10.1424
TOASO	42.96342	117.8406	53.80354	92.58882	92.53129	37.52921	150.9309	102.4554	100.6067	114.3228	32.72019
TRKCM	29.27532	40.56854	20.92874	18.2115	21.51511	17.03069	80.39967	43.87955	39.23379	43.13641	9.684658
TRNSK	42.58559	97.63426	32.48812	84.64902	65.13713	49.71964	79.47682	107.4679	110.8723	66.00083	37.29703
TUKAS	15.59881	49.66795	17.20164	28.79174	26.47821	34.81339	40.24778	51.86271	37.49689	76.2502	23.38102
TUPRS	37.59115	42.90002	29.02137	33.56028	26.794	30.1654	37.74029	51.70993	50.54565	52.4456	15.05954
TURCS	40.74141	79.33335	40.64501	40.07496	42.7579	47.61647	55.41741	82.36573	76.47211	69.64028	19.59736
UCAK	24.86846	60.4909	29.77429	29.75468	15.90937	28.37003	52.6407	58.68771	51.71036	64.21504	9.895752
UZEL	37.36928	75.13542	32.41475	44.38327	49.4085	45.44804	62.21905	79.73189	80.9992	51.05034	17.76353
VESTL	5.615574	40.24109	37.12248	31.49717	23.74835	21.17146	106.9194	70.29134	54.005	69.50056	25.8893
YABNK	38.16119	89.10734	32.72354	58.05848	51.6553	40.55082	84.28679	87.36845	87.75663	66.53609	22.60644
YASAS	18.30361	56.39148	32.62478	34.52686	29.49812	20.52552	63.81487	59.66867	51.4125	19.49168	22.75714
VKBNK	-5.64856	49.21087	35.34396	21.01507	17.90609	20.2203	94.79625	61.95086	47.48712	31.10947	22.93832

	PETKM	PTOFS	SABAH	SAHOL	SARKY	SASA	SISE	TATKS	THYAO	TNSAS	TOASO
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
AKBNK	62.18637	38.43023	59.66624	77.78305	29.77967	46.68097	39.54662	28.22608	54.82072	44.45144	70.03324
AKCNS	27.67025	26.23502	36.76339	30.31182	15.38582	15.96428	34.77974	14.72094	32.06636	23.45023	35.61579
AKGRT	65.74834	48.61374	45.8598	62.3097	26.31742	32.45875	28.61867	38.56498	44.19108	39.61644	54.73727
AKSA	32.2071	50.08965	78.55534	39.65663	29.53385	48.46304	43.83271	37.32862	47.69875	11.15156	84.59392
ALARK	57.78015	55.20905	52.53267	56.57173	27.10299	32.0939	58.85667	43.96806	48.55364	33.36136	81.6782
ALCAR	42.16217	18.76799	57.9534	25.19199	40.09695	17.53012	33.19444	43.04554	31.93096	15.9047	55.19083
ALCTL	76.31744	49.43456	85.88993	66.32123	44.32768	45.65591	78.41308	68.40398	60.66015	56.29724	140.1545
ANACM	33.21986	42.95884	73.58527	40.98637	34.49287	40.26103	41.14608	35.24233	31.85369	33.65064	83.80231
ARCLK	43.50145	70.1635	46.42621	67.5885	23.04531	57.30733	43.6788	37.789	41.62628	26.50779	71.05759
ASELS	62.75837	57.26813	101.2827	46.12548	40.65604	22.98724	38.8837	60.09717	40.82739	25.12875	82.73336
ASUZU	107.6753	55.09601	129.9008	67.53112	60.94784	42.9423	75.97895	74.02703	78.47832	45.23341	125.9465
AYGAZ	48.00262	17.49631	57.86404	50.74839	31.01081	27.69814	62.5669	48.92274	41.39493	26.80162	58.95182
BAGFS	55.82821	32.31688	88.97067	53.47812	42.49967	49.20614	56.85701	65.57692	45.33972	31.50499	95.24804
BEKO	48.62568	30.08994	58.30469	38.86541	36.96187	32.0593	47.48066	45.77014	44.0078	10.0825	58.74419
BOSSA	69.0662	79.40806	81.4881	48.60079	33.9328	35.3875	50.64501	46.60636	62.41939	41.42328	57.79121
BRISA	47.887	35.29025	79.86537	42.37337	40.03172	44.99468	54.50969	59.40271	46.23366	25.66866	86.64786
CARSI	74.89122	61.35807	112.6493	63.02162	51.00894	49.61123	55.06489	71.22022	59.62207	49.76916	110.3084
CELHA	64.48718	45.40169	98.71937	39.6363	42.40969	33.56135	57.68861	54.27379	50.4336	23.93877	82.82597
CEMTS	40.82166	40.52925	65.27978	26.25917	36.35838	37.23553	35.80239	24.98933	40.29445	35.24189	25.82175
CIMSA	29.0905	35.58971	48.2056	38.52898	23.11389	35.40765	44.70852	31.21027	31.19185	29.3623	63.90975
DARDL	85.7465	49.7826	110.2804	66.78956	47.59854	32.70972	74.82308	63.29278	63.29493	33.32126	83.84307
DEMIR	41.03302	29.00765	78.62088	47.8778	31.39327	38.97837	25.15444	56.95287	33.55411	17.58787	52.00565

	PETKM	PTOFS	SABAH	SAHOL	SARKY	SASA	SISE	TATKS	THYAO	TNSAS	TOASO
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
DEVA	65.03446	44.88131	78.68316	34.85857	30.8261	9.589672	32.99864	32.8718	33.64604	11.19215	56.36327
DISBA	53.3777	43.75258	74.04992	43.31368	28.56242	12.04983	33.08062	51.0729	43.00159	17.88655	54.16532
DITAS	57.38537	-33.9845	13.99074	42.34536	25.654	27.56861	32.47093	21.1055	37.86681	32.398	64.13627
DOHOL	62.30584	45.26948	64.7762	82.92324	42.61913	50.64285	75.82072	39.68562	64.8132	51.98781	128.1364
DOKTS	39.53139	43.288	60.18713	41.85466	28.69951	45.01114	43.02686	60.18088	31.63043	20.75084	70.22397
DYHOL	61.10741	43.13473	87.2296	64.74528	45.57849	43.77792	90.49632	50.26783	59.22696	68.56825	152.1774
ECILC	73.75963	52.13434	111.1901	62.13055	50.898	42.88561	63.55653	77.78588	66.30716	29.85359	108.1401
ECZYT	67.09535	18.5809	68.29026	53.95175	35.88744	38.99023	43.00918	49.10803	45.57677	29.31952	63.23116
EFES	54.61459	64.37341	67.6414	59.29274	43.49053	45.81559	53.44693	46.8159	51.89684	48.68209	93.36013
EGBRA	79.83373	75.95489	114.1044	48.53669	40.19789	30.45152	59.70953	54.79856	59.9539	37.58695	89.70113
EGDIS	68.0301	53.44841	119.1513	46.14132	51.05265	32.98627	44.94075	76.32746	61.37221	18.06868	103.6199
ENKA	60.08036	55.0121	57.00688	55.47439	28.85719	34.00795	43.47888	42.29415	46.59873	43.62624	83.59742
EREGL	62.4936	36.57399	35.45505	49.60614	21.69364	23.89752	47.03504	22.91611	52.68012	33.10181	51.62331
FINBN	62.89416	37.37711	75.77884	56.33545	35.20249	24.96526	55.9515	44.46559	51.89219	31.72846	75.956
FROTO	57.52419	47.80544	69.45683	61.6523	44.78458	49.20913	58.58702	67.5838	56.85258	54.66697	117.4902
GARAN	36.19743	33.14794	34.36068	50.78673	22.14541	39.25913	25.11182	32.993	30.19694	42.21299	58.8831
GLMDE	66.70089	8.39423	72.37379	80.95725	42.1566	49.43087	80.02459	48.63712	30.48895	46.34369	122.6061
GOLTS	52.02337	27.45856	102.2458	50.87981	43.40366	43.35387	79.23737	71.40156	45.38466	29.29751	100.0488
HURGZ	52.09447	70.3202	81.1071	66.78963	42.86277	36.8435	75.62052	54.25458	62.25899	48.22807	107.4154
IHFIN	47.33542	16.43249	67.34235	39.43327	35.0443	17.18733	36.10548	33.42034	40.19362	31.16575	67.40356
IILAS	40.39258	24.83651	65.3619	49.26996	41.85837	33.72105	49.78742	31.48882	33.14612	29.8806	92.12505
ISCTR	46.16973	47.32642	73.82545	65.03464	29.55217	51.76463	35.69858	60.4805	50.23326	44.46318	95.94798

	PETKM	PTOFS	SABAH	SAHOL	SARKY	SASA	SISE	TATKS	THYAO	TNSAS	TOASO	
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	
IZMDC	45	42.72066	25.59517	71.05949	38.37005	23.92311	25.77179	59.31964	29.30504	45.37974	24.29533	57.44878
KARTN	46	37.16334	26.05163	47.9329	17.08779	7.194009	22.79501	28.79441	23.51268	18.54826	1.992374	45.69998
KAVPA	47	25.59518	83.65827	75.70138	43.53545	34.1325	25.44243	24.68114	75.52029	37.0392	48.42742	74.9008
KCHOL	48	48.74202	67.15572	47.27011	69.14056	33.61495	59.96907	70.06323	46.30898	54.94465	37.8821	106.417
KERVY	49	71.55344	52.65774	97.88886	40.11146	38.8964	10.49886	50.61841	46.19051	59.04921	38.20075	49.51922
KIPA	50	73.21019	35.2867	45.01535	49.21723	25.46313	22.46188	36.44646	27.9745	44.49874	31.19927	54.36623
KLMSN	51	58.19011	52.62819	68.00369	38.6178	28.02214	29.15469	36.37746	17.13108	55.62304	19.26948	50.55913
KORDS	52	65.39067	55.86471	56.45322	47.87376	30.45498	31.49035	34.48364	34.27036	59.08486	36.60489	65.56645
KRDMD	53	71.31423	31.03628	105.2229	53.36701	38.81814	31.45553	66.95053	47.45921	53.13652	29.82583	86.69545
KRSTL	54	73.11386	69.55998	73.83248	52.71334	34.2804	45.94277	46.71816	43.68655	53.38631	22.48737	63.83712
MAKTK	55	90.56941	70.33428	112.2787	49.45234	45.55554	27.1327	53.40515	50.97236	68.90923	26.91318	87.71711
MDRNU	56	31.56993	16.32249	61.12358	15.5332	25.11734	14.49112	29.70526	39.70469	30.76068	21.98762	42.96342
MEDYA	57	79.02164	77.35588	156.7559	74.80702	57.83761	60.42464	71.35373	69.22612	88.58141	36.58501	117.8406
MIGRS	58	35.83447	49.43692	45.21901	40.07394	20.03573	31.16139	27.62562	34.34224	35.3091	37.94663	53.80354
MILYT	59	63.99136	66.43334	93.03202	48.55371	45.24467	43.42734	26.87341	50.25571	44.03278	35.28587	92.58882
MIPAZ	60	60.44138	39.83973	69.90153	42.59342	35.34406	84.14965	30.64189	42.81534	40.15179	15.77654	92.53129
MRDIN	61	44.81623	29.45052	60.85193	32.44749	31.83931	20.07526	39.03771	28.69251	43.18021	22.96568	37.52921
NETAS	62	90.01915	48.30834	105.8789	97.94	53.89027	64.15907	90.13451	69.37896	65.50793	53.77725	150.9309
NTHOL	63	107.3619	65.10327	135.3906	78.10644	49.03059	56.3884	67.07258	70.87112	73.97941	41.39962	102.4554
NTTUR	64	100.8209	52.21703	116.0311	65.24365	51.21169	27.19053	71.66487	57.84487	69.04321	49.5503	100.6067
OTKAR	65	50.25517	94.10754	115.5225	68.18346	47.69652	55.71623	65.32494	104.0155	57.50988	25.23688	114.3228
PENGND	66	34.43253	30.04667	36.22683	23.20312	20.88314	5.961374	10.53312	14.2334	22.28859	10.1424	32.72019

	PETKM	PTOFS	SABAH	SAHOL	SARKY	SASA	SISE	TATKS	THYAO	TNSAS	TOASO
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
PETKM	171.4915	60.01702	95.8851	78.02998	38.40492	20.41934	50.08065	52.45111	91.62399	18.21059	65.68143
PTOFS	60.01702	299.6644	81.20648	64.47577	13.79465	53.00846	5.057807	48.79525	60.73028	47.11334	74.70455
SABAH	95.8851	81.20648	206.5657	68.45331	62.45509	41.73094	77.11855	93.62005	83.33314	25.10966	131.717
SAHOL	78.02998	64.47577	68.45331	88.87782	34.57468	51.63912	42.59306	44.69119	59.1472	42.57576	86.19471
SARKY	38.40492	13.79465	62.45509	34.57468	53.99949	19.99871	31.04362	38.44315	34.76161	26.12619	60.96272
SASA	20.41934	53.00846	41.73094	51.63912	19.99871	122.364	33.2671	37.09984	29.1508	40.30124	79.80412
SISE	50.08065	5.057807	77.11855	42.59306	31.04362	33.2671	110.6881	46.6643	51.53395	25.69621	81.60012
TATKS	52.45111	48.79525	93.62005	44.69119	38.44315	37.09984	46.6643	105.8876	44.86865	29.7366	88.24328
THYAO	91.62399	60.73028	83.33314	59.1472	34.76161	29.1508	51.53395	44.86865	90.96972	32.77445	72.75203
TNSAS	18.21059	47.11334	25.10966	42.57576	26.12619	40.30124	25.69621	29.7366	32.77445	101.9625	67.38026
TOASO	65.68143	74.70455	131.717	86.19471	60.96272	79.80412	81.60012	88.24328	72.75203	67.38026	228.0444
TRKCM	18.51584	0.13544	42.91165	24.83576	17.26713	32.14004	67.82699	29.02186	24.87566	31.17517	60.82495
TRNSK	115.3611	71.34836	126.6957	48.55728	52.15752	19.6712	57.18664	52.41024	74.86834	17.295	82.9863
TUKAS	29.47223	3.10761	68.96747	22.21469	44.23292	23.57397	42.07216	50.63655	34.11474	6.433192	50.01529
TUPRS	67.6414	40.78308	59.73286	49.22293	22.89358	18.96673	29.87391	40.20717	51.75243	32.09034	63.31501
TURCS	67.17406	82.36537	104.0274	42.42819	36.14887	24.68443	58.38432	61.85124	62.05102	34.04528	76.40699
UCAK	51.38675	34.04474	70.77042	42.6406	32.75776	18.27726	40.88735	63.99065	37.39847	25.85199	57.99896
UZEL	75.03347	34.21338	89.63833	44.9787	42.56895	28.80301	61.24109	46.0542	58.39051	22.92154	75.37525
VESTL	54.10674	35.5683	37.48455	71.37445	30.84482	43.62259	57.34499	48.58086	33.4282	35.68025	64.31256
YABNK	91.42857	42.78646	102.7362	51.62005	44.77341	27.54271	51.44835	53.82031	62.15108	21.29709	84.44494
VASAS	54.7	34.39782	47.79852	44.82636	23.64126	23.77237	33.90581	19.52827	42.31019	20.64519	47.66488
YKBNK	46.92789	25.95051	33.30483	72.00257	22.87151	25.69887	35.66101	18.80181	34.19463	44.00571	62.76121

	TRKCM	TRNSK	TUKAS	TUPRS	TURCS	UCAK	UZEL	VESTL	YABNK	YASAS	YKBNK
	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
AKBNK	31.18221	36.33356	28.14109	41.07713	29.96675	25.79658	36.46595	63.8713	40.23373	39.80427	72.95537
AKCNS	60.40819	30.05581	-0.28419	36.69402	38.35615	18.91401	37.24452	21.86878	26.06494	28.62811	25.82136
AKGRT	12.83055	39.85906	20.05113	41.13111	37.9225	34.09563	31.15865	50.41434	36.36069	28.97182	53.40658
AKSA	39.14506	55.78263	22.65874	29.83517	48.28737	40.25914	44.89202	26.57043	49.3153	23.66181	26.66833
ALARK	29.90964	42.13739	24.42084	50.51477	49.33677	35.45888	42.10629	57.43183	42.38516	27.83783	39.81172
ALCAR	30.2484	53.70714	42.0918	15.59224	28.32281	34.76047	40.85584	15.52261	45.87874	9.948851	15.38146
ALCTL	58.69831	68.69061	41.32688	45.2133	62.73005	55.53892	63.16079	68.66841	73.55385	42.78495	64.26353
ANACM	51.21403	48.16899	30.04017	31.77502	45.19078	24.64399	41.54364	34.20545	49.74209	20.42863	23.53088
ARCLK	34.54795	30.27595	34.91084	31.92042	23.13588	34.72594	24.73391	73.45162	33.25054	36.53797	52.13181
ASELS	29.08563	70.75499	41.09476	28.13127	56.90937	37.97813	43.87856	51.37141	59.7733	30.552	36.44019
ASUZU	29.4096	119.0883	67.23972	63.36882	89.36693	67.59262	91.04868	41.56419	102.5066	43.01727	37.16903
AVGAZ	27.87852	39.71434	41.51335	33.51625	47.27745	32.01258	37.7898	69.7146	33.78957	21.217	37.1079
BAGFS	33.48964	66.78626	62.85217	36.3577	50.41024	45.78773	56.4247	57.8303	65.02428	37.15662	34.14386
BEKO	20.41178	54.67069	59.40049	22.0998	44.10868	33.96874	39.49207	49.70635	45.82007	35.38282	26.23385
BOSSA	18.47855	75.31519	36.64743	46.36916	62.38385	49.6538	58.28385	32.14479	61.58736	26.7606	22.79507
BRISA	36.6268	58.16008	50.63862	37.03823	47.91432	46.39151	50.82896	48.81441	48.66763	21.57615	24.57341
CARSI	26.90044	84.5684	36.0265	51.57905	66.98029	34.1244	57.23372	44.51258	68.03093	39.91912	42.90425
CELHA	34.67022	77.5003	44.27555	32.49342	51.76157	38.71528	63.43879	27.71988	67.49234	34.65508	22.97421
CEMTS	28.11406	59.93536	44.71113	19.52893	38.8739	28.46342	39.50278	20.13877	47.84961	20.24976	25.17173
CINSA	41.17107	36.15874	12.86751	31.00596	43.78333	25.275	34.50352	35.71169	37.16088	18.29846	31.48989
DARDL	37.23206	89.33425	52.98436	40.4885	78.20321	54.54974	74.2547	58.20642	78.86203	48.78858	50.30364
DEMIR	18.02752	39.79163	36.04609	37.01397	41.56435	35.21325	34.90076	45.2398	42.76243	14.81872	33.51616

	TRKCM	TRNSK	TUKAS	TUPRS	TURCS	UCAK	UZEL	VESTL	YABNK	VASAS	YKBNK
	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
DEVA	13.30574	67.33208	38.09814	24.56191	54.68439	27.2623	47.54902	25.1183	67.43163	22.85949	19.8405
DISBA	17.29717	54.45261	29.59832	30.14615	53.07964	46.56274	41.87446	28.91892	55.85067	26.06752	30.17555
DITAS	5.440717	35.23361	28.26209	19.72279	7.497886	34.12292	35.96046	33.17615	42.69643	23.47598	50.60372
DOHOL	35.71485	39.56806	19.27322	56.18619	47.59665	35.8011	51.10506	67.92348	43.71636	34.973	61.99185
DOKTS	31.24934	43.74051	42.12026	20.83971	37.33668	38.03425	33.08876	60.96198	38.56895	30.49277	29.87103
DYHOL	41.47752	65.01817	33.97017	65.7596	57.08813	39.78828	54.30026	62.09175	55.70239	31.95918	52.00129
ECILC	34.62692	80.58583	67.50154	62.48891	83.42595	50.33288	65.9429	60.21502	71.78625	27.92838	28.85245
ECZYT	34.22362	58.55266	30.27762	45.09363	52.58999	34.84826	33.00197	52.69786	50.59831	17.37189	39.81191
EFES	34.36431	55.61329	44.69913	31.90965	45.65688	37.90711	47.49746	55.79143	57.47265	40.55506	39.0983
EGBRA	43.49972	96.04562	33.38127	44.9006	64.86444	51.00925	66.7854	26.93507	75.03674	46.89069	27.12065
EGDIS	12.18314	82.77259	62.55137	36.34592	58.3736	47.76829	56.9011	31.96333	73.38904	40.91703	21.81823
ENKA	30.50733	49.56602	20.57544	49.98393	47.96023	30.92429	35.98878	46.04942	45.25016	25.24072	39.43995
EREGL	33.09231	42.75204	8.642014	44.29487	24.48109	20.50559	29.0151	44.31024	36.65541	31.07277	40.39093
FINBN	32.98027	52.22103	32.46171	39.79212	53.89549	38.81914	43.64774	48.53799	56.75343	30.54883	54.09094
FROTO	30.22417	56.97603	35.32379	54.77887	58.73752	47.88251	50.38266	52.18045	59.54173	32.2676	38.3059
GARAN	18.52216	21.99927	0.564526	35.82292	17.35455	23.17509	22.67619	40.70523	23.97469	13.05808	47.66728
GLMDE	58.80988	49.36589	25.91233	23.01712	21.72894	29.36874	29.04005	114.248	50.89439	57.17241	102.5801
GOLTS	54.83576	69.01831	50.90528	26.75937	60.57559	51.25029	60.43303	61.32381	64.81147	34.25802	28.68115
HURGZ	35.55659	49.97223	40.16337	44.50595	50.98643	45.33947	48.31608	65.73203	47.86661	32.80576	58.57726
IHFİN	18.58508	54.58159	21.75272	32.7348	30.94333	27.60147	33.56248	32.58982	42.20066	26.41551	36.60259
IHLAS	17.6882	45.84906	41.11904	29.57698	42.55074	31.88949	48.09201	38.53279	45.95358	25.19709	29.13879
ISCTR	28.89541	33.58169	25.75371	48.33661	39.00371	33.91085	24.7192	52.61933	33.28386	31.65343	57.69905

	TRKCM	TRNSK	TUKAS	TUPRS	TURCS	UCAK	UZEL	VESTIL	YABNK	YASAS	YKBNK
	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
	59.45272	56.11866	11.39163	35.10246	47.32832	25.54767	53.03305	33.38548	45.8206	39.24148	25.38138
45	12.13779	25.53327	9.787209	22.00398	37.21979	23.38677	31.44567	-0.49584	29.48202	9.732538	-0.84651
46	12.04747	37.39136	32.64791	33.34279	71.94639	47.77275	34.09917	48.71834	40.49071	17.05348	29.27788
47	22.81528	38.44886	38.55151	37.36664	41.1379	29.84161	37.19988	73.00311	36.69726	37.08445	51.0323
48	16.31895	81.47333	49.29698	36.97078	78.56297	45.09037	56.71418	19.6474	66.98576	27.09963	30.32485
49	9.905233	54.24259	16.98837	39.08572	32.17687	34.12722	41.93824	42.02348	43.71519	36.22355	39.56297
50	32.14714	53.397	33.04307	36.22341	89.38777	19.0124	49.49166	21.44812	43.76195	24.1011	15.33824
51	26.52307	56.71751	26.04722	50.09238	35.60669	27.3653	44.52275	35.27669	46.58879	36.7419	23.71817
52	60.0179	82.88626	32.58569	38.05141	69.79231	42.46484	65.24422	45.7849	79.28462	43.39004	34.97488
53	24.84109	69.76709	35.49796	29.16383	55.64427	37.94573	49.34608	40.8415	71.18321	34.10852	31.67907
54	23.3209	114.327	46.17367	49.0789	79.73736	47.07259	72.94968	23.77827	86.41815	39.58951	20.91669
55	29.27532	42.58559	15.59881	37.59115	40.74141	24.86846	37.36928	5.615574	38.16119	18.30361	-5.64856
56	40.56854	97.63426	49.66795	42.90002	79.33335	60.4909	75.13542	40.24109	89.10734	56.39148	49.21087
57	20.92874	32.48812	17.20164	29.02137	40.64501	29.77429	32.41475	37.12248	32.72354	32.62478	35.34396
58	18.2115	84.64902	28.79174	33.56028	40.07496	29.75468	44.38327	31.49717	58.05846	34.52686	21.01507
59	21.51511	65.13713	26.47821	26.794	42.7579	15.90937	49.4085	23.74833	51.6553	29.49812	17.90609
60	17.03069	49.71964	34.81339	30.1654	47.61647	28.37003	45.44804	21.17146	40.55082	20.52552	20.2203
61	80.39967	79.47682	40.24778	37.74029	55.41741	52.6407	62.21905	106.9194	84.28679	63.81487	94.79625
62	43.87955	107.4679	51.86271	51.70993	82.36573	58.68771	79.73189	70.29134	87.36845	59.66867	61.95086
63	39.23379	110.8723	37.49689	50.54565	76.47211	51.71036	80.9992	54.005	87.75663	51.4125	47.48712
64	43.13641	66.00083	76.2502	52.4456	69.64028	64.21504	51.05034	69.50056	66.53609	19.49168	31.10947
65	9.684658	37.29703	23.38102	15.05954	19.59736	9.895752	17.76353	25.8893	22.60644	22.75714	22.93832
66											

	TRKCM	TRNSK	TUKAS	TUPRS	TURCS	UCAK	UZEL	VESTL	YABNK	YASAS	YKBNK
	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
PETKM	18.51584	115.3611	29.47223	67.6414	67.17406	51.38675	75.05347	54.10674	91.42857	54.7	46.92789
PTOPS	0.13544	71.34836	3.10761	40.78308	82.36537	34.04474	34.21338	35.5683	42.78646	34.39782	25.95051
SABAH	42.91165	126.6957	68.96747	59.73286	104.0274	70.77042	89.63833	37.48455	102.7362	47.79852	33.30483
SAHOL	24.83576	48.55728	22.21469	49.22293	42.42819	42.6406	44.9787	71.37445	51.62005	44.82636	72.00257
SARKY	17.26713	52.15752	44.23292	22.89358	36.14887	32.75776	42.56895	30.84482	44.77341	23.64126	22.87151
SASA	32.14004	19.6712	23.57397	18.96673	24.68443	18.27726	28.80301	43.62259	27.54271	23.77237	25.69887
SISE	67.82699	57.18664	42.07216	29.87391	58.38432	40.88735	61.24109	57.34499	51.44835	33.90581	35.66101
TATKS	29.02186	52.41024	50.63655	40.20717	61.85124	63.99065	46.0542	48.58086	53.82031	19.52827	18.80181
THYAO	24.87566	74.86834	34.11474	51.75243	62.05102	37.39847	58.39051	33.4282	62.15108	42.31019	34.19463
TNSAS	31.17517	17.295	6.433192	32.09034	34.04528	25.85199	22.92154	35.68025	21.29709	20.64519	44.00571
TOASO	60.82495	82.9863	50.01529	63.31501	76.40699	57.99896	75.37525	64.31256	84.44494	47.66488	62.76121
TRKCM	132.9229	30.08253	-9.24736	23.29114	30.74455	30.2951	41.86619	33.74903	28.56852	23.51453	29.55338
TRNSK	30.08253	140.7842	48.63879	49.9519	80.40533	49.64772	80.7688	27.99938	95.38739	46.67221	16.45374
TUKAS	-9.24736	48.63879	135.7925	18.50743	74.32175	30.6498	45.75654	37.23105	53.80822	27.08651	8.73694
TUPRS	23.29114	49.9519	18.50743	76.09746	50.30377	32.30684	42.34778	27.52402	45.66539	17.04227	26.72747
TURCS	30.74455	80.40533	74.32175	50.30377	161.6139	44.14005	76.82258	33.9829	73.35559	26.89806	11.03923
UCAK	30.2951	49.64772	30.6498	32.30684	44.14005	68.02155	45.79775	36.49825	50.59594	25.11064	26.90701
UZEL	41.86619	80.7688	45.75654	42.34778	76.82258	45.79775	85.8392	32.64172	70.39978	32.77461	19.23145
VESTL	33.74903	27.99938	37.23105	27.52402	33.9829	36.49825	32.64172	116.1333	29.83695	40.01873	75.42158
YABNK	28.56852	95.38739	53.80822	45.66539	73.35559	50.59594	70.39978	29.83695	94.50961	38.69853	27.28521
YASAS	23.51453	46.67221	27.08651	17.04227	26.89806	25.11064	32.77461	40.01873	38.69853	67.09255	48.00204
YKBNK	29.55358	16.45374	8.73694	26.72747	11.03923	26.90701	19.23145	75.42158	27.28521	48.00204	108.942

KAYNAKÇA

- AKGÜÇ, Öztin, **Finansal Yönetim**, 6.b.,Avcıol Basım Yayın, İstanbul, t.y.
- BEKÇİOĞLU, Selim ve ADA, Erman, '**Menkul Kıymetler Piyasası Etkin mi?**' İ.Ü.İşletme Fakültesi,Muhasebe Dergisi ,Yıl II, Ağustos 1985,Sayı 41
- BEST, Michael J. and GRAUER Robert R., "**On the Sensitivity of Mean-Variance Efficient Portfolios to Change in Asset Means: Some Analytical and Computational Results**" The Review of Financial Studies1991, Vol4.No2
- BLAKE, David, **Financial Market Analysis**, McGraw Hill, Great Britain, ©1990, reprinted in 1997.
- BOLAK, Mehmet, **Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi**, Beta Yayınları, İstanbul, 1994.
- BOZKURT, Ünal, **Menkul Değer Yatırımlarının Yönetimi**, İktisat Bankası Eğitim Yayınları No.4, 1988.
- BREALEY, Richard A. and MYERS, Stewart C., **Principles of Corporate Finance**, Copyright © 1996.
- ÇETİN, Batu "**Application of Markowitz Mean Variance Model in the ISE**",Bilkent Üniversitesi İşletme Fakültesi (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Ankara ,1998
- ÇETİNKAYA, Özlem "**Markowitz (Modern) Portföy Yaklaşımı Doğrultusunda Hisse Senetlerinden Portföy Oluşturulması: Türk Hisse Senedi Piyasasına Uygulama**"A. Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Aydın ,1997
- ELTON, Edwin J. ve GRUBER,Martin, **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**, John Willey & Sons Inc., Newyork,1995
- FARRELL,James L., **Portfolio Management: Theory and Application**, McGraw Hill, 2nd ed., ©1997, Singapore
- GEWEKE,John ve ZHOU,Guofu, "**Measuring the Pricing Error of the Arbitrage Pricing Theory**",The Review of Financial Studies,Vol.9,No.2,1996
- HARRINGTON,Diana R., "**Modern Portfolio Theory and The Capital Asset Pricing Model;A User's Guide**", Prentice Hall Inc.,New Jersey,1987

JAGANNATHAN, Ravi and MA, Tongshu, "Risk Reduction in Large Portfolios:A Role for Portfolio Weight Constraints",<http://www.departments.bucknell.edu/management/apfa/papers>, 25/08/2001

JONES, Charles P., *Investments: Analysis and Management*, 4th ed., John Wiley & Sons, USA, 1993

JONES, Mark Britton, "The Sampling Error in Estimates of Mean-Variance Efficient Portfolios" *The Journal of Finance* LIV, No2, April 1999

KIYILAR, Murat, "Etkin Pazar Kuramı ve Etkin Pazar Kuramı'nın İMKB'de İrdelenmesi-Test Edilmesi-"SPK Yayınları, Ankara, 1997

LEDOIT, Oliver "Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns with an Application to portfolio Selection", January 1999, <http://www.anderson.ucla.edu/lacad-unit/finance/workpaper2.htm>. 20/08/2001

KÖSE, Ahmet 'Etkin Pazar Kuramı ve İMKB'de EPK'nın Zayıf Şeklini Test Etmeye Yönelik Bir Çalışma', İ.Ü.İşletme Fakültesi Dergisi, C.22, S.2, Kasım 1993

MAGINN, J.L. ve TUTTLE, D.L., *Portfolio Management Process and Its Dynamics*, Warren, Gorham & Lamont, Inc., Boston, 1990

MARKOWITZ, Harry M., *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, John Wiley & Sons, 2nd ed., USA, 1991

MARKOWITZ, Harry M., *Portfolio Selection*, *Journal of Finance*, Vol VII, No.1, March 1952

MAYO, Herbert B., *Investments, An Introduction*, Dryden Press, 5th ed., USA, 1997

ÖZÇAM, Mustafa, *Varlık Fiyatlama Modelleri Aracılığıyla Dinamik Portföy Yönetimi*, SPK Yayınları, Ankara, 1997

ÖZDEMİR, Erhan, "Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Seçimi Problemine Uygulanması" İ.Ü.İşletme Fakültesi (Yayınlanmamış) Doktora Tezi, İstanbul, 1983

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W. and JAFFE, Jeffrey, *Corporate Finance*, McGraw Hill, 4th ed., USA, 1996

SARIKAMIŞ, Cevat, *Sermaye Pazarları*, Alfa Basım Yayım Dağıtım, İstanbul, t.y.,

SCHWARTZ, Tal, "How To Beat the S&P 500 with Portfolio Optimization" 2000, <http://www.departments.bucknell.edu/management/apfa/papers/27Schwartz.pdf> 25/08/2001

SHARPE, William F., **Investments**, Prentice Hall, Inc, New Jersey, 1985

STEVENS, Guy V.G., “**On The Inverse of the Covariance Matrix in portfolio Analysis**” The Journal of Finance Vol.LIII, No5, Oct. 1998

ŞENGÜL, Gülnur Muradoğlu ve ÖNKAL, Dilek 'Türk Hisse Senedi Piyasası'nda Yarı-Güçlü Etkinlik', ODTÜ Gelişme Dergisi, 19(2)1992

ÜSTÜNEL, İ.Engin, **Durağan Portföy Analizi ve İMKB Verilerine Uygulanması**, İMKB yayınları, İstanbul, 1999

WEBER, Jean D., **Mathematical Analysis Business and Economic Applications**, Harper and Row Publishers, Inc., 3th ed.

YAZICI, Ali Nihat, "Comparison of Markowitz Efficient Portfolios Model and Sharpe's Single Index Diagonal Model in İMKB", ODTÜ İşletme Fakültesi, (Yayınlanmamış) Yüksek Lisans Tezi, Ankara, 1994

YÖRÜK, Nevin , **Finansal Varlık Fiyatlama Modelleri ve Arbitraj Fiyatlama Modeli'nin İMKB'de Test Edilmesi**, İMKB, İstanbul, 2000

SÜRELİ YAYINLAR

İMKB Haftalık Bültenleri, 1999

