

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİKSEL OPTİK YAKLAŞIMININ
RADON DÖNÜŞÜMÜ YORUMU İLE
NURBS YÜZEYLERİ ÜZERİNDEN
RADAR KESİT ALANI HESAPLANMASI

Hüseyin Avni SERİM
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

GEBZE
2008

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİKSEL OPTİK YAKLAŞIMININ
RADON DÖNÜŞÜMÜ YORUMU İLE
NURBS YÜZEYLERİ ÜZERİNDEN
RADAR KESİT ALANI HESAPLANMASI

Hüseyin Avni SERİM
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. A. Arif ERGİN

GEBZE

2008

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : Fiziksel Optiksel Yaklaşımının Radon Dönüşümü
Yorumu ile NURBS Yüzeyleri Üzerinden Radar
Kesit Alanı (RKA) Hesaplanması

YAZAR ADI : Hüseyin Avni SERİM

Fiziksel Optik (FO), FO integrali olarak adlandırılan, bir saçıcı üzerinden yüzey integrali alınması ile Radar Kesit Alanı (RKA) hesabını gerçekleştirebilecek bir yaklaşımdır. Bu saçıcı yüzey düz poligonlar olarak seçilebileceği gibi, çoğu saçıcı yüzey poligonlara göre daha gerçekçi olarak, NURBS yüzeyleri ile ifade edilebilir.

Bu tezde, NURBS yüzeyleri üzerinden FO integrali, Radon dönüşümü yorumu kullanılarak çizgisel integrale herhangi bir yaklaşıklık içermeden indirgenmiştir. İntegrasyon çizgileri, aydınlatma ve gözlem yönlerine bağlı olarak belirlenen bir düzlem ile NURBS yüzeyinin üzerinde zamana bağlı kesişim çizgileri olarak gösterilmiştir. Böylece, FO integralinin değerlendirilmesindeki doğruluk sadece NURBS yüzeylerinin geometrik olarak hesaba katıldığı kısımda yapılabilecek hatalar ile sınırlı kalmıştır. Kapalı biçimde çıkartılmış olan integral ifadesinin doğruluğu basit ve karmaşık geometriye sahip saçıcı yüzeyler için nümerik örnekler ile gösterilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER : Fiziksel Optik (FO), NURBS yüzeyleri,
Radon dönüşümü, Zaman uzayı analizi,
Radar Kesit Alanı (RKA)

SUMMARY

TITLE OF THE THESIS : Radar Cross Section Computation on
NURBS Surfaces Using a Radon Transform
Interpretation of the Physical Optics Approach

AUTHOR : Hüseyin Avni SERİM

Physical Optics (PO) requires the calculation of a surface integral on a structure, which can be called as the PO integral. The surface of most structures can be accurately represented by NURBS surfaces. In this dissertation, the PO integral over NURBS surfaces is reduced to an exact line integral by using a Radon transform interpretation. The integration line is shown to be the time-dependent intersection line of the NURBS surface of interest with a plane determined by the illumination and observation directions. Hence, the accuracy of evaluating the PO integral is limited only by the geometrical evaluations involving the NURBS surfaces. The accuracy of the derived closed form expression is demonstrated through numerical examples.

TEŞEKKÜR

Başta yüksek lisans eğitimime ve akademik hayata başladığımdan bu yana yardımlarını ve değerli zamanını esirgemeyen, çalışmalarımda beni yönlendiren danışmanım Doç. Dr. A. Arif ERGİN'e,

Tez ile ilgili değişik açılardan çok değerleri katkılarda bulunan değerli jüri üyelerine,

Tez çalışmam sırasında, değişik konulardaki tartışmalarda, yorumlarıyla katkıda bulunan arkadaşlarım Erkul BAŞARAN ve Ali DURSUN'a,

Ve her zaman maddi ve manevi destekleriyle yanımda olan aileme teşekkürlerimi sunarım.

Ocak 2008

Hüseyin Avni SERİM

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Tez Konusu ve Gerekliliği	2
1.2. Uygulanan Yöntem	4
1.3. Tezin İçeriği	4
2. FİZİKSEL OPTİK İNTEGRALI	6
2.1. Işınım (Radyasyon) İntegrali	6
2.2. Fiziksel Optik Akımları	7
2.3. Uzak Alan Yaklaşımı	9
2.4. Fiziksel Optik İntegralinin Çıkarılması	10
3. NURBS YÜZEYLERİ	17
3.1. NURBS'ün Tarihi Gelişimi	17
3.2. NURBS'ün Üstünlükleri	18
3.3. NURBS Eğrileri Ve Yüzeyleri	20
3.4. NURBS Yüzeylerinin Yüzey Normali Hesabı	22
3.5. Örnek Geometriler Hakkında Bazı Bilgiler	23
4. FİZİKSEL OPTİK İNTEGRALİNİN NURBS YÜZEYLERİ ÜZERİNDEN ALINMASI	26
4.1. NURBS Yüzeyleri İçin Radon Dönüşümü Yorumu	26

4.2.	Kesişim Eğrisini Bulma	29
4.3.	Gölgeleme	33
5.	PROGRAMIN UYGULANMASI VE SONUÇLAR	36
5.1.	Kare Plaka İçin Zaman Uzayı Cevabının Bulunması	37
5.2.	Kare Plaka İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması	43
5.3.	Küre İçin Zaman Uzayı Cevabının Bulunması	46
5.4.	Küre İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması	50
5.5.	Karmaşık Bir Geometri İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması	51
6.	DEĞERLENDİRMELER VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR	55
	KAYNAKLAR	57
	ÖZGEÇMİŞ	61

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

Kısaltmalar	Açıklama
FO	Fiziksel optik
RKA	Radar kesit alanı
NURBS	Düzenli olmayan oransal b-spline eğrileri veya yüzeyleri

Simgeler	Açıklama
\mathbf{E}_i	Gelen elektrik alan şiddeti
\mathbf{H}_i	Gelen manyetik alan şiddeti
\mathbf{E}_s	Saçılan elektrik alan şiddeti
$\mathbf{A}(\mathbf{r})$	Manyetik alan vektör potansiyeli
$\mathbf{F}(\mathbf{r})$	Elektrik alan vektör potansiyeli
\mathbf{J}_e	Elektrik akım yoğunluğu
\mathbf{J}_m	Manyetik akım yoğunluğu
$\hat{\mathbf{k}}_s$	Yüzeyden saçılan dalganın yönü
$\hat{\mathbf{k}}_i$	Yüzeye gelen dalganın yönü
$\hat{\mathbf{p}}_i$	Yüzeye gelen dalganın polarizasyonu
$\hat{\mathbf{n}}$	Yüzey normali
η	Karakteristik empedans
k	Dalga sayısı
ω	Açısal frekans
f	Frekans
c	Işık hızı

$\mathbf{S}(u, v)$	NURBS yüzeyi
$\mathbf{P}_{i, j}$	NURBS yüzeyinin kontrol noktaları
$N_{i, p}(u)$	NURBS eğrisinin veya yüzeyinin baz fonksiyonları
$w_{i, j}$	NURBS yüzeyinin ağırlıkları
\mathbf{U}, \mathbf{V}	NURBS yüzeyinin düğüm noktaları vektörleri
\mathbf{k}_r	Radon dönüşüm yönü
\mathbf{E}_s^{rc}	Menzil düzeltilmiş saçılan elektrik alan
σ	Radar kesit alanı
\mathcal{F}^{-1}	Ters Fourier dönüşümü
δ	Delta Dirac fonksiyonu
t	Zaman

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 (a) Poligonlar ile modellenmiş küre (b) NURBS yüzeyleri ile modellenmiş küre.	19
3.2. NURBS yüzeyleri ile oluşturulmuş kürenin hatası	25
4.1 Radon dönüşümü yorumu.	28
4.2 Bir NURBS yüzeyi ile bir düzlemin kesişimi (kartezyen koordinat sistemi)	30
4.3 Bir NURBS yüzeyi ile bir düzlemin kesişimi (çift parametrik koordinat sistemi)	30
5.1 Kare plakanın bistatik incelenmesi	37
5.2 $\theta_i = 150^\circ \phi_i = 90^\circ \theta_s = 20^\circ \phi_s = 90^\circ$ için kare plaka üzerindeki kesişim çizgileri	38
5.3 $\theta_i = 150^\circ \phi_i = 120^\circ \theta_s = 50^\circ \phi_s = 45^\circ$ için kare plaka üzerindeki kesişim çizgileri	38
5.4 $\theta_i = 150^\circ \phi_i = 90^\circ \theta_s = 20^\circ \phi_s = 90^\circ$ için kare plakanın zaman uzayı cevabı	42
5.5 $\theta_i = 150^\circ \phi_i = 120^\circ \theta_s = 50^\circ \phi_s = 45^\circ$ için kare plakanın zaman uzayı cevabı	43
5.6 Kare plaka için RKA değerleri	45
5.7 Kürenin monostatik incelenmesi.	46
5.8 Küre üzerindeki kesişim çizgileri	49
5.9 Kürenin zaman uzayı cevabı	49
5.10 Kürenin monostatik durumda RKA değerleri	50
5.11 RKA değeri hesaplanacak karmaşık geometriye sahip cisim	51
5.12 Karmaşık geometrinin $\theta_s = 35^\circ \phi_s = 0^\circ$ saçılma yönü için kesim çizgileri	52
5.13 Karmaşık geometrinin $\theta_s = 35^\circ \phi_s = 0^\circ$ saçılma yönünde zaman uzayı cevabı	53
5.14 Bahsedilen cismin karşılaştırmalı RKA değerleri.	54

1. GİRİŞ

Günümüzde elektromanyetik teoride karşılaşılan problemlerin çözüm yöntemlerini, genel olarak analitik, yarı-analitik ve nümerik yöntemler olarak üçe ayırmak mümkündür. İşlemci hızlarının ve kullanılabilir hafıza miktarının artmasıyla ve paralel veri işleme tekniklerinin yardımıyla nümerik yöntemlerin kullanımı oldukça yaygınlaşmıştır.

Elektromanyetik teorideki Radar Kesit Alanı (RKA) hesaplamaları ve ışınım (radyasyon) problemlerinin çözümünde değişik yöntemler kullanılabilir. Bu nümerik yöntemlerden tam dalga çözümüne dayanan Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi (*Finite Difference Time Domain - FDTD*) [1], Sonlu Elemanlar Yöntemi (*Finite Element Method - FEM*) [2] ve Moment Yöntemi (*Method of Moments - MoM*) [3] dalga boyuna göre çok büyük olmayan cisimler için çok iyi sonuçlar vermektedir. Ancak dalga boyuna göre çok büyük cisimlerden saçılma ve ışınım analizini, bu yöntemler ve bu yöntemlerden türeyen Zaman Uzayı Sahte Spektral Yöntemi (*Pseudo Spectral Time Domain - PSTD*) [4] gibi diğer yöntemler ile de incelemek mümkün değildir. Bu yöntemler, hem harcanan zaman hem de doğruluk açısından sorun oluşturabilmektedir.

Bununla birlikte, yüksek frekans bölgesi problemi olarak adlandırılan dalga boyuna göre çok büyük cisimler ile ilgili elektromanyetik problemlerin çözülmesi hala önemli bir konudur. Bu nedenle, yüksek frekans yöntemleri olarak adlandırılan Fiziksel Optik (FO) ve Geometrik Optik (GO) günümüzde ilgi odağı olmayı sürdürmektedir.

Bahsedilen bu yüksek frekans yöntemlerinden Geometrik Optik (GO), etkiyen, yansıyan ve kırılan dalga yayılımını tanımlayan yaklaşık bir tekniktir [5] ve ışın kavramı üzerine kuruludur [6]. Bu yöntemde, cisimlerden saçılan alan iyi bir yaklaşıklıkla bulunabilir [7].

Bu tezde, diğerk bir yüksek frekans tekniği olan fiziksel optik (FO) yaklaşımı esas alınacaktır. Bu yöntemle, bilgisayar grafikleri ve bilgisayar destekli tasarımın günümüzdeki en çok kullanılan aracı NURBS (Düzenli olmayan oransal b-spline) yüzeyleri üzerinden tanımlanacak karmaşık geometrilere saçılma hesabı zaman uzayında yapılacaktır. Bundan sonra frekans uzayına geçilerek, bu cisimlerin radar kesit alanı hesaplanacaktır.

1.1. Tez Konusu ve Gerekliliği

Bazı elektromanyetik problemlerde karmaşık geometrilerin olabildiğince yüksek frekanslarda modellenebilmeleri gerekebilir. Öte yandan yükselen frekansla birlikte düşük frekans teknikleri ile çözümleri gerçekteştirmek için geometrilerin daha çok parçaya bölünmesi gerekmekte, bunun sonucu olarak problemdeki bilinmeyen sayısı artmaktadır. Çok yüksek sayılı bilinmeyenli problemlerde moment metodu gibi yöntemlerin kullanılmasını zorlaştırmaktadır. Son yıllarda bulunan bazı yöntemler bu konuda gelişme sağlamış olmasına rağmen, dalga boyuna göre çok büyük olan cisimlerin çözümlerinde yetersiz kalmaktadır [8][9]. Aslında asimptotik teknikler olan yüksek frekans yöntemleri, bazı yaklaşıklıklar (kabuller) altında hızlı ve doğru sonuçlar elde edilmesini sağlayabilirler.

Fiziksel Optik (FO), yüksek frekans elektromanyetik teorisindeki asimptotik tekniklerden biridir. Kırınım teorisi ve tam dalga çözümler ile birleştirilebildiğinden dalga boyuna göre büyük cisimlerden saçılma ve ışınma analizlerinde önemli bir rol oynamaktadır [10]. Bilgisayarda hesaplama olarak, FO yaklaşımının temel noktası, üzerinde yüzey akımları oluşan yüzeyin üzerinden alınan integralin doğru olarak hesaplanmasıdır. şu ana kadar, hızlı değişen bir integranda sahip bu yüzey integralinin veya indirgenmiş halinin hesaplanması, frekans uzayında olmuştur. Bazı şartlar altında, bu yüzey integralinin çizgisel integrale dönüştüğü gösterilebilir [11][12]. Düz poligonal yüzeyler için FO integralinin kapalı biçimdeki ifadesi 1975 yılında Gordon tarafından verilmiştir [13]. Yine düz poligonlar için FO integralinin hem zaman uzayı hem de frekans uzayındaki kapalı biçimdeki ifadeleri verilebilir [14].

Günümüzde, FO yöntemi üzerindeki araştırmalar, karmaşık yüzey tanımlamaları ile hesaplama yapma ve doğrudan zaman uzayı analizi üzerinde yoğunlaşmıştır. Karmaşık yüzey tanımlamaları, bilgisayar grafiklerinin ve bilgisayar destekli tasarımın son yıllarda sıkça tercih ettiği düzenli olmayan oransal b-spline (*Non-Uniform Rational B-Spline - NURBS*) ile yapılabilir. Bu tercihin ana sebebi, kavisli yüzeylerin gerçekçi modelleyebilmesidir [15][16]. Radar kesit alanı (RKA) hesaplamalarında, NURBS yüzeyleri ile modellenmiş yapıardan saçılmanın analizi önemli bir konudur. Bu konudaki klasik yaklaşım, NURBS yüzeyleri modelinin üçgenleme veya diğer tekniklerle düz poligonlara çevrilmesi ve elde edilen bu poligonal yapıya Gordon [13] tarafından verilen FO analizinin uygulanmasına dayanır. Bu yöntemin çok zaman harcaması ve yüzey çevirme işleminde yapılan hatalar gibi iki sorunu vardır.

NURBS yüzeyleri üzerinden FO integralinin hesaplanması için, bu yukarıda sayılan yöntem haricinde, NURBS yüzeyi düz poligonal yapıya indirgmeden yapılan çözümler de mevcuttur [17][18]. Bu yöntem, NURBS yüzeyleri üzerinden FO integralinin yaklaşık bir formül ile eğrisel (*curvilinear*) integrale indirgenmesi prensibine dayanır. Durağan faz metodu gibi asimptotik teknikler kullanarak da FO integralini almak mümkündür [19]. Ancak, bu yöntem de zaten yaklaşık bir teknik ile elde edilen FO integralinin üzerine yine bir yaklaşıklıkla sonuçlar üretilmesini sağlar ve oldukça karmaşıktır. Durağan faz metodu kullanıldığında, ayna gibi yansıma saçılan alana baskın terimi oluşturur ve diğer aydınlık kısımlardan gelen katkılar ihmal edilir.

Yakın zamanda, geniş bantlı darbelerin saçılmalarını analiz etmek için bir zaman uzayı FO yöntemi önerilmiştir [20]. Bu yayında, tüm aydınlık yüzeyi oluşturan küçük yüzeycikler ΔS_k üzerinden bir frekans uzayı toplamı şeklinde yaklaşık bir formülasyon önerilmiştir. Bu yöntemin ana sakıncası, sonuçların doğrudan bu küçük yüzeylerin büyüklüğüne bağlı olması ve doğruluğun bu yüzeyciklerin küçültülmesi ile artmasıdır. Zaman uzayı FO yöntemi, zaman uzayı kırınım teknikleri ile bileştirilebilir [21].

1.2. Uygulanan Yöntem

Bu tezin amacı, NURBS yüzeyleri ile tanımlanmış bir geometri üzerinden FO integralini tam olarak alarak Radar Kesit Alanı (RKA) hesaplamaktır. Bu amaç için, FO yüzey integrali basit bir çizgisel integrale indirgenecektir. Bu çizgi, bir düzlem ile bir NURBS yüzeyinin kesişiminden oluşan eğri olarak tanımlanacaktır. Daha sonra, bu eğri elde edilecek ve NURBS yüzeyleri üzerinden Radon dönüşümü yorumuyla değerlendirilecektir. Bu aşamada bazı cisimler için zaman uzayı cevabı bulunacaktır. Bu yorum ile uzak alan bölgesi olarak adlandırılan kaynak ve gözlem noktasının saçıcıdan çok uzakta olduğu durumda saçılan alanlar hesaplanacak ve bu alanlardan radar kesit alanına geçilecektir. Yine bu yorum ile NURBS yüzeyleri üzerinden FO integrali zaman uzayında kapalı biçimde ifade edilecektir ve sonuçlar hiçbir kabul ve yaklaşıklık içermeyecektir. Sonuçların doğruluğu, sadece geometrik hesap algoritmalarının hataları ile sınırlı olacaktır.

1.3. Tezin İçeriği

Tezin giriş bölümünde konu ve öneminden bahsedilmektedir. Sonraki bölümde, FO integralinin çıkartılması verilecektir. Bu çıkarım sırasındaki adımlar ayrıntılı olarak anlatılacak ve yapılan uzak alan yaklaşımları gösterilecektir.

Üçüncü bölümde, NURBS yüzeyleri tanıtılacaktır. Bu yüzeyleri tanımlayan değişkenlerden bahsedilecek ve NURBS yüzeylerinin matematiksel ifadeleri verilecektir. Ayrıca, NURBS yüzeylerin yüzey normali hesabından bahsedilecektir.

Dördüncü bölümde ise, Radon dönüşümü yorumu ile FO integrali NURBS yüzeyleri için çıkarılacaktır. Elde edilen bu yeni formülasyon değerlendirilerek nümerikleştirilecektir. Bu bölümde ayrıca, aydınlık yüzeyler üzerinden tanımlanan FO integralinin, karanlık yüzey katkılarının ihmal edilmesi için yapılan gölgeleme kontrolü anlatılacaktır.

Beşinci bölümde, elde edilen yeni formülasyon örneklere uygulanacaktır. Üç farklı geometri için karşılaştırmalı sonuçlar verilecektir. Bu karşılaştırmalı sonuçlar, zaman uzayı cevabı ve radar kesit alanı (RKA) değerleri şekline olacaktır.

Altıncı ve son bölümde, sonuçların değerlendirilmesi yapılacak ve gelecekte yapılması planlanan çalışmalardan bahsedilecektir.

2. FİZİKSEL OPTİK İNTEGRALI

Radar Kesit Alanı hesaplamalarında, hesaplanan büyüklük temelde, belirli bir yöne saçılan elektrik alan değeridir. Bu saçılan elektrik alanın bulunması için ise, FO yaklaşımı gibi yüzey akımlarına dayanan bir yöntem kullanılabilir. Bu bölümde, FO akımlarına dayanan FO integralinin çıkarılması anlatılacaktır.

FO integralinin çıkarılması amacıyla öncelikle Bölüm 2.1’de akım yoğunluklarından saçılan alanların hesaplanmasını sağlayan ışınım (radyasyon) integralinden bahsedilecektir. Bölüm 2.2’de Fiziksel Optik (FO) akımları tanıtılacaktır. Bölüm 2.3’de uzak alan yaklaşımı hakkında bilgi verilecektir. Bu bilgilerin ışığında son olarak, FO akımlara ve uzak alan yaklaşıma dayanan FO integralinin elde edilmesi ise Bölüm 2.4’te ayrıntılı olarak anlatılacaktır.

2.1. Işınım (Radyasyon) İntegrali

Uzaydaki herhangi bir noktadaki elektrik akım yoğunluğu \mathbf{J}_e ve manyetik akım yoğunluğu \mathbf{J}_m bilinmesi durumunda Maxwell denklemleri çözülerek bu akımlardan kaynaklanan alanlar bulunabilir [22]. Işınım integrali adı verilen bu hesaplama yöntemi ile gözlem noktası \mathbf{r} ’deki saçılan elektrik alan \mathbf{E}_s ’nin değeri boşlukta aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = -j\omega\mathbf{A}(\mathbf{r}) + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\mu_0}\nabla(\nabla\cdot\mathbf{A}(\mathbf{r})) - \frac{1}{\epsilon_0}\nabla\times\mathbf{F}(\mathbf{r}) \quad (2.1)$$

Bu ifadede, ω açısal frekans, ϵ_0 boşluğun dielektrik sabiti, μ_0 ise boşluğun manyetik geçirgenliğidir. Bu formüldeki, $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ manyetik alana ait vektör potansiyeli ve $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ ise elektrik alana ait vektör potansiyeli olarak bilinir.

Bu potansiyeller ile akım yoğunlukları arasındaki ilişki k dalga sayısı olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}(\mathbf{r}) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \mathbf{J}_e(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv' \\ \mathbf{F}(\mathbf{r}) &= \frac{\varepsilon_0}{4\pi} \int_v \mathbf{J}_m(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dv'\end{aligned}\quad (2.2)$$

Saçılma problemleri ve dolayısıyla radar uygulamalarında, elektrik ve manyetik akım yoğunlukları saçıcı cismin üzerinde indüklenir. Bu nedenle, \mathbf{r}' saçılmanın olduğu yüzeydeki bir konum vektörüdür.

Gözlem noktası olan \mathbf{r} , saçılmanın gözlemlendiği konum vektörüdür. Saçılma yönü $\hat{\mathbf{k}}_s$ ise gözlem noktasının doğrultusundaki bir vektör olup,

$$\mathbf{r} = r\hat{\mathbf{k}}_s \quad (2.3)$$

şeklinde yazılabilir. Bundan sonraki tüm formüllerde bu ifadeden faydalanılacaktır.

Bölüm 2.4'de ışınım integralindeki akım yoğunluklarının fiziksel optik akımlarının akım yoğunlukları olarak değerlendirilmesi durumu anlatılacaktır. Bu amaçla sonraki bölümde fiziksel optik tanıtılacaktır.

2.2. Fiziksel Optik Akımları

Fiziksel optik yaklaşımı, yüksek frekansta elektromanyetik dalga yayılımının hesaplanmasında kullanılan asimptotik bir tekniktir. Bu yaklaşım, mükemmel iletken bir yüzeyin üzerinde oluşan akımların görüntü teorisi ile yorumlanmasına dayanır. Cisim üzerinden oluşan bu akımlar uzak alan yaklaşımı kullanılarak saçılan alanların bulunmasında kullanılır. Bu yaklaşımda hem kaynak hem de gözlem noktasının saçıcı cisme çok uzakta olduğu varsayılır. Böylelikle, cisim ile etkileşen ve yüzey akımlarını oluşturan dalga düzlemsel dalga olduğu kabul edilebilir.

Saçılan elektrik alanlar, mükemmel iletken yüzeyler üzerinde, manyetik akım yoğunluğu \mathbf{J}_m olmadığı için sadece elektrik akım yoğunluğu \mathbf{J}_e ile oluşur. Bundan

sonra, akım yoğunluğu $\mathbf{J} = \mathbf{J}_e$ olarak anılmaya başlanacaktır. En genel halde, cismin yüzeyi ile boş uzay arasında,

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) \quad (2.4)$$

sınır koşulu yazılabilir. Bu ifadede $\hat{\mathbf{n}}$ ikinci ortamdan birinci ortama doğru yönlenmiş yüzey normal vektörüdür. Bu ifadede, birinci bölgeyi cismin dışındaki boş uzay, ikinci bölgeyi ise mükemmel iletken cisim kabul ettiğimizde, mükemmel iletken içerisindeki tüm elektrik ve manyetik alanlar sıfır olacağından, bu saçıcı cisim üzerindeki akım yoğunluğu sadece gelen manyetik alan $\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_i$ cinsinden,

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i \quad (2.5)$$

olarak yazılabilir. Düz bir yüzey üzerinde, görüntü yöntemi (*image theory*) kullanılarak toplam manyetik alanın gelen manyetik alanın iki katı olduğu gösterilebilir ve bu oluşan akımlara *fiziksel optik akımları* denir.

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}^{FO} = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i \quad (2.6)$$

Fiziksel optik yüzey akımları, cismin aydınlık yüzeyi üzerinde oluşur. Bu nedenle,

$$\mathbf{J} \approx \begin{cases} 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i & \text{aydınlık yüzey} \\ 0 & \text{karanlık yüzey} \end{cases} \quad (2.7)$$

olur. Gerçek hayatta aydınlık yüzeyden karanlığa geçildiğinde akımın birden sıfır olması söz konusu değildir. Ancak, cismin yüzeyi, cisimle etkileşen dalga boyuna göre çok büyükse ve gözlem noktası tam yansıma noktasına yakınsa bu kabulden oluşacak hatalar ihmal edilebilir [22].

Bölüm 2.4'de yukarıdaki varsayımlara dayanan FO yüzey akımları, gelen elektrik alan cinsinden ifade edilerek, saçılan elektrik alan çıkarılacaktır.

2.3. Uzak Alan Yaklaşımı

Yüksek frekans asimptotik tekniklerinden FO, yüzey akımlarının görüntü teorisi ile yorumlanmasına dayanır. Bölüm 2.4'te anlatılacak FO integrali ise, bu akımlardan saçılan alanın uzak alan yaklaşım ile değerlendirilmesine dayanır. Uzak alan yaklaşımı, elde edilen formülasyonda sadeleştirmeler sağlayarak çözüme katkısı az olan terimleri ihmal eder. Böylelikle elde edilen basitleştirilmiş çözüm hesaplamayı kolaylaştırır.

İlgilenilen bölgenin, cismin boyutlarına göre yeterince uzakta bölgeler olduğu varsayılarak uzak alan yaklaşımı kullanılabilir. Uzak alan yaklaşımının yapılabildiği uzaklık r olduğu durumda, kaynağı içine alan en küçük kürenin yarıçapı D ve dalga boyu λ için, uzak alan yaklaşımının uygulanabilme şartları,

$$\begin{aligned} r &\gg D \\ r &\gg \lambda \\ r &> \frac{2D^2}{\lambda} \end{aligned} \quad (2.8)$$

gibi değişik şekillerde ifade edilebilir [22]. Bu şartları sağlayan bölgelerdeki alanlar, düzlemsel dalgaların oluşturduğu alanlara benzerler. Koordinat sisteminin merkezinden alıcıya uzanan vektör \mathbf{r} ve saçıcı cisme uzanan vektör \mathbf{r}' olarak tanımlandığında,

$$\mathbf{r} \parallel (\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.9)$$

olarak kabul edilebilir. Sonuçta bu kabul ile yapılan hata $1/r^2$ mertebesindedir.

Denklem (2.9) ile yapılan kabulle, faz terimi uzak alan bölgesinde yaklaşık olarak,

$$e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \cong e^{-jk(|\mathbf{r}|-(\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}')/|\mathbf{r}|)} \quad (2.10)$$

yazılabilir. Genlik terimi ise uzak alanda,

$$\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \cong \frac{1}{|\mathbf{r}|} \cong \frac{1}{r} \quad (2.11)$$

halini alır [22].

Bölüm 2.2’de tanıtılan FO akımları bu bölümde açıklanan uzak alan yaklaşımları ile değerlendirilerek saçılan alanın elde edilmesi Bölüm 2.4’de anlatılacaktır.

2.4. Fiziksel Optik İntegralinin Çıkarılması

Bu bölümde ışınım integralinin elde edilmesine benzer bir mantıkla, akım yoğunluklarından vektör potansiyellerine ve potansiyellerden saçılan alanlara geçilmesi anlatılacaktır. Bu işlem sırasında akımlar FO akımları olarak seçilecek ve saçılan alanın belirlenmesinde uzak alan yaklaşımı sayesinde ihmal edilen terimler gösterilecektir. Bu amaçla saçıcı cisim, kaynak bakımından uzak alan yaklaşımı uygulanabilmesi için düzlemsel dalga ile uyarılacaktır.

Polarizasyonu $\hat{\mathbf{p}}_i$, genliği $E_i(\omega)$ ve ilerleme doğrultusu $\hat{\mathbf{k}}_i$ olan bir düzlemsel dalganın elektrik alanı $\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \omega)$,

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \omega) = \hat{\mathbf{p}}_i E_i(\omega) e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}} \quad (2.12)$$

ve aynı dalganın manyetik alan ifadesi $\mathbf{H}_i(\mathbf{r}, \omega)$, η ortamın karakteristik empedansı iken,

$$\mathbf{H}_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\eta} \hat{\mathbf{k}}_i \times \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\eta} (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) E_i(\omega) e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}} \quad (2.13)$$

şeklindedir. Fiziksel optik yaklaşımı ile yüzey üzerindeki akım yoğunluğu $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega)$ 'nin gelen manyetik alan $\mathbf{H}_i(\mathbf{r}, \omega)$ cinsinden ifadesi, düzlemden dışarı doğru olan yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}$ olarak tanımlandığında,

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i(\mathbf{r}, \omega) = \frac{2}{\eta} \left(\hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \right) E_i(\omega) e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}} \quad (2.14)$$

olarak ifade edilir. Frekans uzayı Maxwell-Ampère denkleminde,

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = j\omega\epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2.15)$$

yazılabilir. Bu denklemden elektrik alan çekilirse,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{j\omega\mu\epsilon} \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (2.16)$$

olur. Bu ifadedeki manyetik indüksiyon terimi manyetik alana ait vektör potansiyeli cinsinden,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (2.17)$$

şeklinde yazılır. Kaynak noktasının gözlem noktasına uzaklığı,

$$R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \quad (2.18)$$

için manyetik alana ait vektör potansiyeli ise

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \mathbf{J}(\mathbf{r}') \frac{e^{-jkR}}{R} dv' \quad (2.19)$$

ifadeleri ile saçılan alan $\mathbf{E}_s(\mathbf{r})$, $s \in \text{aydınlık yüzey}$ iken,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{j4\pi\omega\mu\epsilon} \nabla \times \nabla \times \int_s \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \quad (2.20)$$

olarak yazılabilir. Operatörler düzenlenerek,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{j4\pi\omega\mu\epsilon} \int_s \nabla \times \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} \right) d\mathbf{r}' \quad (2.21)$$

ifadesi elde edilir. Burada,

$$\nabla \times \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} \right) \quad (2.22)$$

ifadesinde öncelikle içteki rotasyonel işlemi,

$$\nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) \quad (2.23)$$

yapılır.

$$\nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) = \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) - \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \nabla \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.24)$$

ifadesinde,

$$\nabla \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \nabla \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} + \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \nabla e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \quad (2.25)$$

yerine yazıldıktan sonra gradyentler alınıp düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) &= 0 \\ -\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \nabla \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} &= \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \end{aligned} \quad (2.26)$$

ve sonunda ifade,

$$\nabla \times \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} \right) = \nabla \times \left[\left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \right] \quad (2.27)$$

halini alır. Dolayısıyla,

$$\begin{aligned} \nabla \times \left[\left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \right] &= \nabla \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \\ &+ \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} \nabla \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \end{aligned} \quad (2.28)$$

olur. Burada,

$$\begin{aligned} \nabla \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} &= \left(-\frac{2}{R^3} - \frac{2jk}{R^2} + \frac{k^2}{R} \right) e^{-jkR} \hat{\mathbf{R}} \\ \nabla \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) &= -\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}) + \frac{1}{R} \nabla \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}) \dots \\ &+ \frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}') \end{aligned} \quad (2.29)$$

şeklinde açılırsa ifade,

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} \right) &= \left(-\frac{2}{R^3} - \frac{2jk}{R^2} + \frac{k^2}{R} \right) e^{-jkR} \hat{\mathbf{R}} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \\ &+ \left(\frac{1}{R} + jk \right) \frac{e^{-jkR}}{R} \left(\begin{array}{l} \frac{1}{R} \nabla \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}) \dots \\ -\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}) \dots \\ +\frac{\hat{\mathbf{R}}}{R^2} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \mathbf{r}') \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Bölüm 2.3'de belirtildiği gibi, uzak alan için,

$$\begin{aligned} \mathbf{r} - \mathbf{r}' &\cong \mathbf{r} \\ R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| &\cong |\mathbf{r}| \end{aligned} \quad (2.31)$$

olduğu göz önüne alındığında ve

$$\frac{1}{R^2} \approx 0 \quad \frac{1}{R^3} \approx 0 \quad (2.32)$$

alınabileceğinden

$$\nabla \times \nabla \times \left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{-jkR}}{R} \right) = k^2 \frac{e^{-jkR}}{R} \hat{\mathbf{R}} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \quad (2.33)$$

halini alır. Bu ifade (2.20)'de yerine yazıldığında,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{k^2}{j4\pi\omega\mu\epsilon} \int_s \hat{\mathbf{R}} \times (\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega) \times \hat{\mathbf{R}}) \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \\ &= -\frac{k^2}{j4\pi\omega\mu\epsilon} \int_s \hat{\mathbf{R}} \times (\hat{\mathbf{R}} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega)) \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \end{aligned} \quad (2.34)$$

ve yüzey akımı $\mathbf{J}(\mathbf{r}', \omega)$ (2.14)'den yerine yazılırsa,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{2k^2 E_i(\omega)}{j4\pi\omega\mu\epsilon\eta} \int_s \hat{\mathbf{R}} \times \hat{\mathbf{R}} \times \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}'} \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \quad (2.35)$$

ve integralin katsayısı

$$\frac{2k^2}{j4\pi\omega\mu\epsilon\eta} = -\frac{j}{\lambda} \quad (2.36)$$

şeklinde sadeleştirilebilir. Saçılma yönü $\hat{\mathbf{k}}_s$

$$\hat{\mathbf{R}} \equiv \hat{\mathbf{k}}_s \quad (2.37)$$

olduğundan,

$$\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{n}} \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) = -\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \hat{\mathbf{n}} \quad (2.38)$$

yazılabilir. Denklem (2.38), denklem (2.35)'de yerine yazılarak,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j}{\lambda} E_i(\omega) \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_s \hat{\mathbf{n}} e^{-jk\hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}'} \frac{e^{-jkR}}{R} d\mathbf{r}' \quad (2.39)$$

elde edilir. Bölüm 2.3'de belirtildiği gibi, Green fonksiyonu boş uzayda uzak alan için aşağıdaki gibi olur.

$$\frac{e^{-jkR}}{R} \cong \frac{e^{-jk(r-\hat{\mathbf{k}}_s \cdot \mathbf{r}')}}{r} = \frac{e^{-jkr} e^{jk\hat{\mathbf{k}}_s \cdot \mathbf{r}'}}{r} \quad (2.40)$$

Denklem (2.40), denklem (2.39)'da yerine yazıldığında,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j}{\lambda} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_s \hat{\mathbf{n}} e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2.41)$$

şekline dönüşür. Bu durumda,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{(\omega/2\pi)} = \frac{2\pi c}{\omega} \quad (2.42)$$

olduğu dikkate alınarak,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_s \hat{\mathbf{n}} e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (2.43)$$

yazılabilir. Bu ifade *fiziksel optik integrali* olarak adlandırılacaktır. Bu denklemde ilk göze çarpan bunun bir yüzey integrali olduğu ve bu integralin önündeki sabitlerden birinin $j\omega$ olduğudur. Ayrıca bu integralin, çıkarılışı ve dayandığı yaklaşımların sonucu olarak, ilk yansımayı esas alan, ikinci ve ötesi yansımaları ihmal eden, kırılma ve kırınım terimlerini barındırmayan saçılan alan değerini hesapladığı unutulmamalıdır.

3. NURBS YÜZEYLERİ

Bu bölümde, günümüzde bilgisayar grafiklerinin ve bilgisayar destekli tasarımın temel araçlarından biri olan NURBS yüzeyleri hakkında genel bilgi verilecektir.

Bu amaçla öncelikle, Bölüm 3.1’de NURBS’ün tarihsel gelişiminden bahsedilecektir. Daha sonra, günümüzde popüler bir tasarım aracı haline gelmesinin nedenleri Bölüm 3.2’de vurgulanacaktır. Bölüm 3.3’te ise NURBS eğrileri ve yüzeylerinin matematiksel tanımları verilecektir. Ayrıca, FO integralinin alınmasında ihtiyaç duyulacak NURBS yüzeylerinin yüzey normali hesabı Bölüm 3.4’te anlatılacaktır. En son olarak da, Bölüm 3.5’te bazı geometrik örneklerin oluşturulmasında uygulanan yöntemlerden bahsedilecektir. Bölüm 2.4’de denklem (2.43) ile tanımlanan yüzeyin NURBS yüzeyi olması durumunda FO integralinin nasıl alınacağı Bölüm 4’de anlatılacaktır.

NURBS kelimesi, İngilizce *Non-Uniform Rational B-Spline* kelimelerinin kısaltmasıdır ve Türkçe’ye *Düzenli Olmayan Oransal B-Spline* şeklinde çevrilebilir. Bu tezde, İngilizce kısaltma tercih edilecektir. NURBS kelimesi ile hem eğriler hem de yüzeyler kastedilebilir. Bu tezde NURBS yüzeyleri kastedilecektir.

3.1. NURBS’ün Tarihi Gelişimi

Teorik olarak, bilgisayar grafikleri ve bilgisayar destekli tasarımda kullanılan NURBS’ün geçmişi genel olarak oransallık ve b-spline gibi iki ana kol olarak incelenebilir. Coons, konik bölgeleri iyi ifade etmek için, oransal polinomların kullanımını ilk defa öneren kişidir. Daha sonra bu fikir, konikler ve kübikler olarak genişledi. Diğer kolda da, Schoenberg, De Boor, Cox ve Mansfield, Reisenfeld ve tarafından b-spline eğrilerinin teorik alt yapısı oluşturulmuş ve bilgisayar grafikleri için yüzeylere dönüştürülmüştür. Bu iki ana kol, Versprille tarafından birleştirilmiştir. 1970’lerin sonlarında farklı geometrik biçimlerin ifade edilmesi ve saklanması NURBS’ün kullanılabilme olasılığı bilgisayar destekli tasarım dünyasının ilgisini çekmiştir.

Bu aşamada, 1979 yılında Boeing firması Tiger sistemleri için oransal Bezier tanımlamasına dayanan b-spline'ları geliştirmeye başlamıştır. Bu teknikteki başarıya rağmen Boeing bu çalışmaları 1984'ten sonra sürdürmemiştir. Ancak, SDRC (Structural Dynamics Research Corp.) ve Utah Üniversitesi gibi iki farklı grup yine bu tarihlerde bu araştırmaya paralel olarak dahil olmuştur. Bu guruplardan SDRC, NURBS için tek bir formülasyon önermiştir ve ticari hale getirmiştir. Şu an, Utah Üniversitesi de araştırmalarının ticari bir sürümünü yapmıştır.

Bu bahsi geçen üç gurup, NURBS teknolojisinin gelişiminde temel ilham kaynağı olmuştur. Günümüzde, pek çok şirket bu üç gurubun çalışmalarını esas alır. 1985 yılında, tamamen NURBS üzerine kurulu yeni bir sistem Intergraph Corporation tarafından geliştirilmeye başlanmıştır.

NURBS teknolojisindeki bu hızlı gelişme, beraberinde standartlaşmayı da getirmiştir. Bu standartlaşma, kendi başına olduğu gibi diğer IGES gibi yerleşik standartların parçası olarak da olmuştur [14].

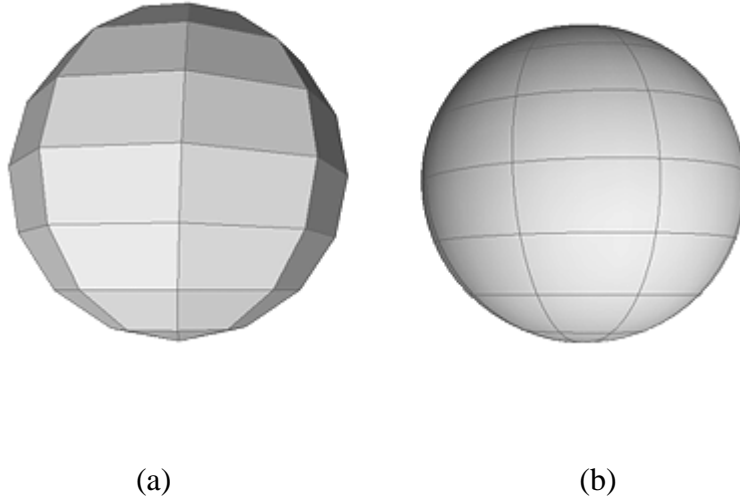
3.2. NURBS'ün Üstünlükleri

Kısa sürede, bilgisayar grafikleri ve bilgisayar destekli tasarımın popüler aracı haline gelen NURBS'ün geniş çaplı olarak yaygınlaşma ve kabul görme sebepleri şöyle sıralanabilir:

- Hem analitik hem de bağımsız biçimli şekillerin tam olarak ifade edilebilmesini sağlayan genel bir matematiksel formülasyon sunması.
- Kontrol noktaları ve ağırlıkların değiştirilmesi ile geniş çaptaki şekillerin tasarımında esneklik sağlaması.
- Hesaplama, mantığa uygun olarak, hızlı ve kararlı olması.
- Açık geometrik yorumlara sahip olduğundan, özellikle tasarımcılar için kolaylıklar sağlaması.

- Sunduğu olanaklar ile tasarım, analiz, işleme ve sorgulama amaçları için çok güçlü bir geometrik araç olması.
- Ölçekleme, döndürme, öteleme ve kırpma işlemleri sırasındaki değişmezliği.
- NURBS'ün oransal ve oransal olmayan Bezier eğrilerinin ve yüzeyleri kadar oransal olmayan b-spline'ların da doğal genel biçimi olması.

Şekil 3.1'de 96 dikdörtgen poligon ile ve bir NURBS yüzeyi ile modellenmiş bir kürenin modelleri görölmektedir. İki model arasındaki fark, belirgin şekilde NURBS yüzeyi modelinin üstün olduğunu göstermektedir. Poligonlarla modelleme ile bu hassasiyete ulaşmak için poligon sayısının birkaç bin seviyesine çıkması bile yeterli olmayacaktır.



Şekil 3.1 (a) Poligonlar ile modellenmiş küre (b) NURBS yüzeyleri ile modellenmiş küre.

Bu üstünlüklerin yanında, aşağıdaki gibi bazı dezavantajları da mevcuttur:

- Geleneksel eğri ve yüzeylere göre daha fazla saklama kapasitesine ihtiyaç duyması.

- Ağırlıkların uygunsuz kullanılması durumunda, yüzey yapısının kolaylıkla tahrip edilebilmesi.
- Bazı sorgulama tekniklerinin geleneksel tanımlamalar ile NURBS'ten daha iyi çalışması.
- Ters nokta eşleme gibi bazı temel algoritmaların nümerik olarak kararlı olmaması.

Bu dezavantajları, bağımsız biçimli geometrilerin ifade edilmesinde kullanılan Bezier ve Coons gibi diğer yöntemler de sergilemektedir.

3.3. NURBS Eğrileri Ve Yüzeyleri

NURBS eğrilerinin ve yüzeylerinin matematiksel tanımlamaları oldukça basittir. Bir NURBS eğrisi, vektör değerli oransal polinom tipinde bir fonksiyondur. Ağırlıklar w_i , kontrol noktaları \mathbf{P}_i ve p dereceli normalize b-spline baz fonksiyonları $N_{i,p}(u)$ olmak üzere, bir NURBS eğrisi,

$$\mathbf{C}(u) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i \mathbf{P}_i N_{i,p}(u)}{\sum_{i=0}^n w_i N_{i,p}(u)} \quad (3.1)$$

olarak tanımlanır. Normalize b-spline baz fonksiyonları ise şu şekilde tanımlanmıştır.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

Bu denklemlerdeki u_i , düğüm vektörü \mathbf{U} 'yu oluşturan düğümlerdir.

$$\mathbf{U} = \{u_0, u_1, \dots, u_m\} \quad (3.3)$$

Derece, düğüm sayısı ve kontrol noktalarının sayısı arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$m = n + n + p + 1 \quad (3.4)$$

Düzenli ve periyodik olmayan b-spline için düğüm vektörü,

$$\mathbf{U} = \{\alpha, \alpha, \dots, \alpha, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \beta, \beta, \dots, \beta\} \quad (3.5)$$

biçimine dönüşür. Bu denklemde α ve β 'nin tekrar etme miktarı $p+1$ kadardır. Çoğu pratik uygulamada $\alpha=1$ ve $\beta=1$ seçilir ve bu tezdeki hesaplamalarda da bu esas alınmıştır. Denklem (3.2) ile verilen baz fonksiyonları bütün çizgi boyunca tanımlanmasına rağmen $[0,1]$ aralığına odaklıdır. Bir düğüm vektörlü bir NURBS eğrisi, Bezier benzeri bir eğridir. Bu eğri, son noktalara aradeğerleme (interpolasyon) yapar ve kontrol poligonunun ilk ve son ayağına son noktalarda teğetseldir.

NURBS yüzeyi $\mathbf{S}(u, v)$, tensör çarpım oransal olmayan b-spline yüzeyinin oransal genelleştirilmiş olup, aşağıdaki formüller ile verilir.

$$\mathbf{S}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} \mathbf{P}_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{i,j} N_{i,p}(u) N_{j,q}(v)} \quad (3.6)$$

Burada, $w_{i,j}$ ağırlıklar, $\mathbf{P}_{i,j}$ kontrol noktaları ağı ve $N_{i,p}(u)$ ile $N_{j,q}(v)$, u ve v yönlerinde p ve q dereceli normalize b-spline'dır. Bunlar \mathbf{U} ve \mathbf{V} düğüm vektörleri üzerinden tanımlanır.

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \{0, 0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, 1, 1, \dots, 1\} \\ \mathbf{V} &= \{0, 0, \dots, 0, v_{q+1}, \dots, v_{s-p-1}, 1, 1, \dots, 1\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Bu ifadelerde de, NURBS eğrisine benzer şekilde, $r = n + p + 1$ ve $s = m + q + 1$ iken, son düğümler $p + 1$ ve $q + 1$ kere tekrarlanır. NURBS yüzeyi bir tensör çarpım yüzeyi olarak tanımlanmış bir yüzey olmasına rağmen, en genel halde bir tensör çarpım yüzeyi değildir [14][16].

Bütün bu verilen formülasyon yanında şu bilgiyi vurgulamak önemlidir: Bir NURBS yüzeyi iki parametrelili uzayda tanımlanmış olup, bu uzaydaki her bir (u, v) çifti kartezyen uzayda $\mathbf{S}(u, v)$ şeklinde bir (x, y, z) noktasına karşılık gelir. Bu eşleme işlemi tektir.

3.4. NURBS Yüzeylerinin Yüzey Normali Hesabı

Denklem (2.43) ile verilen ifadede, alınacak integral

$$I = \int_s \hat{\mathbf{n}} e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (3.8)$$

olduğu göz önüne alındığında, integral alınacak yüzey üzerinde yüzey normali hesabı yapılması gerekeceği görünmektedir. Bu nedenle, integralin alınacağı yüzey olan NURBS yüzeylerinin yüzey normali hesabı önem kazanır.

Bir NURBS yüzeyinin verilen bir (u, v) noktasındaki yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}$,

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{S}_u \times \mathbf{S}_v}{\|\mathbf{S}_u \times \mathbf{S}_v\|} \quad (3.9)$$

şeklindeki genel formülle bulunabilir [16][23]. Bu denklemdeki \mathbf{S}_u ve \mathbf{S}_v terimleri, u ve v doğrultularında NURBS yüzeyinin kısmi türevleridir.

Denklem (3.6) ile verilen NURBS yüzey tanımını incelendiğinde, hesaplanmak istenen kısmi türevlerin sadece $N_{i,p}(u)$ ve $N_{j,q}(v)$ ile verilen baz fonksiyonları üzerinde etkili olduğu görülür. Başka bir deyişle, bu kısmi türevleri almak için baz fonksiyonlarının istenilen değişkene (u veya v) göre kısmi türevini almak yeterlidir.

Bir NURBS yüzeyini oluşturan baz fonksiyonunun türevi $N'_{i,p}(u)$, baz fonksiyonu $N_{i,p}(u)$ cinsinden

$$N'_{i,p}(u) = \frac{P}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{P}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u). \quad (10)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin çıkarılışı, [16] numaralı kaynakta ayrıntılı olarak bulunabilir.

3.5. Örnek Geometriler Hakkında Bazı Bilgiler

Yukarıda verilen formülasyonlar yardımıyla, ileride hesaplanacak radar kesit alanı değerlerinin doğrulanması amacıyla kare plaka, küre ve silindir yapıları oluşturulmuştur. Bu cisimlerin analitik RKA çözümlerinin olması, kodun doğrulanmasında faydalanılacağından önemlidir. Bu amaçla bu üç örnek cisim, NURBS yüzeyi olarak oluşturulmuştur. Bu oluşturma işlemleri ile ilgili bazı bilgiler şöyledir.

- **Kare Plaka**

Bir düzlem üzerine, düzenli ve bir ızgaraya gelecek şekilde yerleştirilmiş kontrol noktaları kullanılmıştır. Bu kontrol noktalarının her birine ait ağırlıklar, sabit ve eşit şekilde seçilmiştir. Bu işlem sonucunda elde edilen kare plakanın, NURBS yüzey tanımları gereği tam olduğu ve hiçbir nümerik hata barındırmadığı söylenebilir.

- **Küre**

Küre, NURBS yüzeyi olarak, eğri döndürme tekniği ile elde edilmiştir [14]. Burada öncelikle bir çeyrek çemberin 90° döndürülmesi ile $1/8$ küre elde edilmiştir. Bu şekilde elde edilen 8 tane $1/8$ küreden tam küre elde edilmiştir. Bu işlem, yarım çemberi 360° döndürmek suretiyle de yapılabilirdi. Ancak ileride anlatılacak Radon dönüşümü yorumuyla elde edilecek ifadenin hesaplanmasında kullanılacak

algoritmanın basitleştirilmesi ve birden fazla NURBS yüzeyini çözebilme yeteneğinin test edilebilmesi için küre bu şekilde bölünerek oluşturulmuştur.

Yukarıda bahsedilen 1/8 kürelerin oluşturulmasında kullanılan kontrol noktaları ve ağırlık değerleri ile yüzey çevirme işlemi hakkında bilgi değişik kaynaklarda mevcuttur [14][16]. Bölüm 5'te örnek geometri olarak kullanılan kürenin bu değerleri aşağıdaki gibidir. Kontrol noktaları P_i 'ler $i = 1, \dots, 9$ için,

$$\begin{aligned} & [0 \ 1 \ 0], [1 \ 1 \ 0], [1 \ 0 \ 0] \\ & [0 \ 1 \ 1], [1 \ 1 \ 1], [1 \ 0 \ 1] \\ & [0 \ 0 \ 1], [0 \ 0 \ 1], [0 \ 0 \ 1] \end{aligned} \quad (3.11)$$

ağırlık w_i 'ler,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.70710678118655 & 1 \\ 0.70710678118655 & 0.5 & 0.70710678118655 \\ 1 & 0.70710678118655 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

olarak seçilmiştir. Polinom dereceleri,

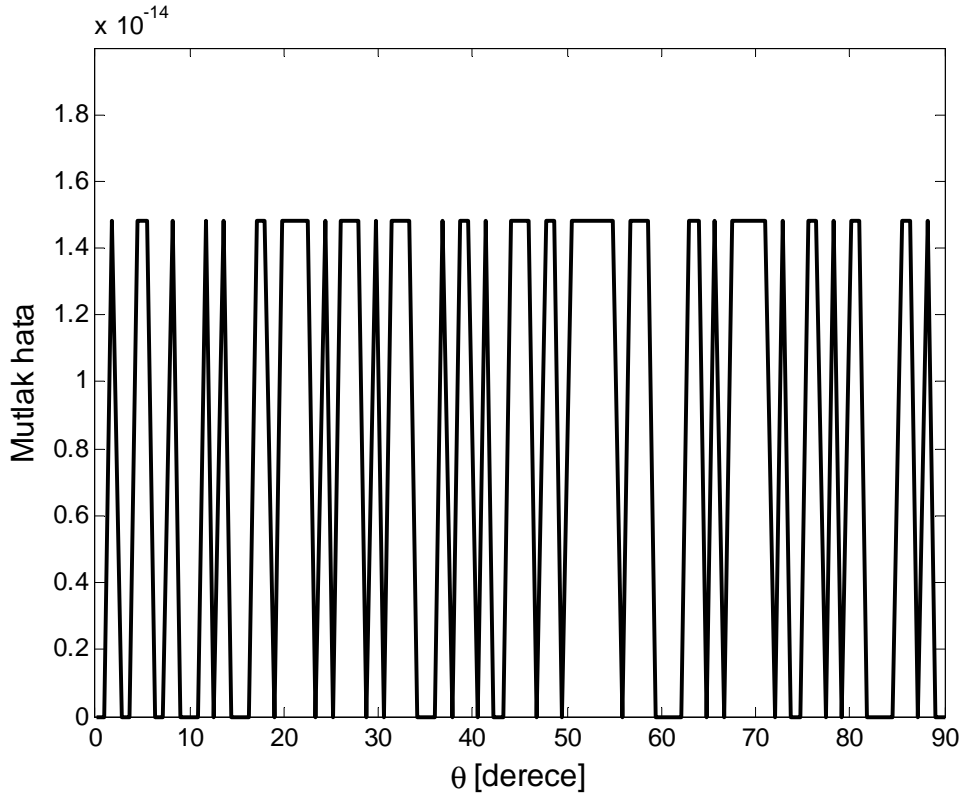
$$p = q = 2 \quad (3.13)$$

ve düğüm vektörleri,

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \{0, 0, 0, 1, 1, 1\} \\ \mathbf{V} &= \{0, 0, 0, 1, 1, 1\} \end{aligned} \quad (3.14)$$

şeklindedir. Bu verilerden sonra uygulanan teknikle oluşturulan kürenin doğruluğundan bahsedilecektir.

NURBS yüzeyleri ile oluşturulan kürenin ekvator çizgisi üzerindeki herhangi bir noktası ile bir kutbu arasında oluşan eğrinin noktaları ile kürenin analitik formülü karşılaştırılmıştır. Yapılan mutlak hatanın açıya göre değişimi aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.2. NURBS yüzeyleri ile oluşturulmuş kürenin hatası

- **Silindir**

NURBS yüzeyleri ile oluşturulan silindir, küre ile benzer şekilde, eğri döndürme tekniği ile elde edilmiştir. Kartezyen koordinat sisteminde, z-ekseni etrafında, bu eksene paralel duran bir doğru parçası alınarak bu doğru parçası, bu eksen etrafında döndürülerek silindirin yanal yüzeyi elde edilmiştir. Silindirin alt ve üst yüzeyleri, kürenin kontrol noktalarını bir yüzey üzerine iz düşümü esas alınarak elde edilmiştir. Bu işlem sırasında oluşan hata, küre örneğindeki ile benzerdir.

4. FİZİKSEL OPTİK İNTEGRALİNİN NURBS YÜZEYLERİ ÜZERİNDEN ALINMASI

Bu bölümde, Bölüm 2’de bahsedilen FO integralinin, Bölüm 3’te ayrıntılı olarak anlatılan NURBS yüzeyleri üzerinden Radon dönüşümü yorumu ile tam olarak alınmasını sağlayacak yöntem anlatılacaktır.

Bu amaçla, öncelikle Bölüm 4.1’de NURBS yüzeyleri için Radon dönüşümü yorumu anlatılacaktır. Daha sonra ise bu yorumda hesaplanması gereken büyüklüklerden biri olan NURBS yüzeyi ile düzlem kesişiminin bulunması Bölüm 4.2’de ayrıntılı olarak anlatılacaktır. Son olarak Bölüm 4.3’te ise, aydınlık yüzeyler üzerinden tanımlanan FO integralinin karanlık yüzeyler üzerinde çözüme eklenmemesini sağlayan gölgeleme kontrolü anlatılacaktır.

4.1. NURBS Yüzeyleri İçin Radon Dönüşümü Yorumu

Denklem (2.43) ile verilen FO integrali, ileride uygulanacak Radon dönüşümü yorumu için düzenlenebilir. Bu durumda, bir \mathbf{k}_r vektörü, denklem (4.1)’deki gibi seçilebilir.

$$\mathbf{k}_r = \left(\frac{\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s}{2} \right) \quad (4.1)$$

Bu seçim ile birlikte, NURBS yüzeyleri için yüzey normalinin yüzeyin hangi noktasında olduğuna bağlı olarak değiştiği yani

$$\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \quad (4.2)$$

olduğu unutulmadan,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_s \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk2 \left(\frac{\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s}{2} \right) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (4.3)$$

ve sonuçta,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \int_s \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (4.4)$$

bulunur. Bu ifadede ilk göze çarpan, FO integralinde esas değerlendirilmesi ve hesaplanması gereken kısmın,

$$\mathbf{h}(\omega) = \int_s \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-jk2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (4.5)$$

olduğudur. Dalga sayısı k , açısal frekans ω ve ışık hızı c cinsinden,

$$k = \omega/c \quad (4.6)$$

olduğundan, denklem (4.5),

$$\mathbf{h}(\omega) = \int_s \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') e^{-j\omega \frac{2}{c} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (4.7)$$

şekline dönüşür. Denklem (4.7) ile verilen frekans uzayı ifadesi $\mathbf{h}(\omega)$, $n=1, \dots, N$ olmak üzere aydınlık yüzeyde bulunan N adet NURBS yüzeyi S_n 'den oluşan bir geometri için $\mathbf{h}_n(\omega)$ olarak yazılabilir. Bu durumda,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) = \frac{j\omega}{2\pi c} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \sum_{n=1}^N \mathbf{h}_n(\omega) \quad (4.8)$$

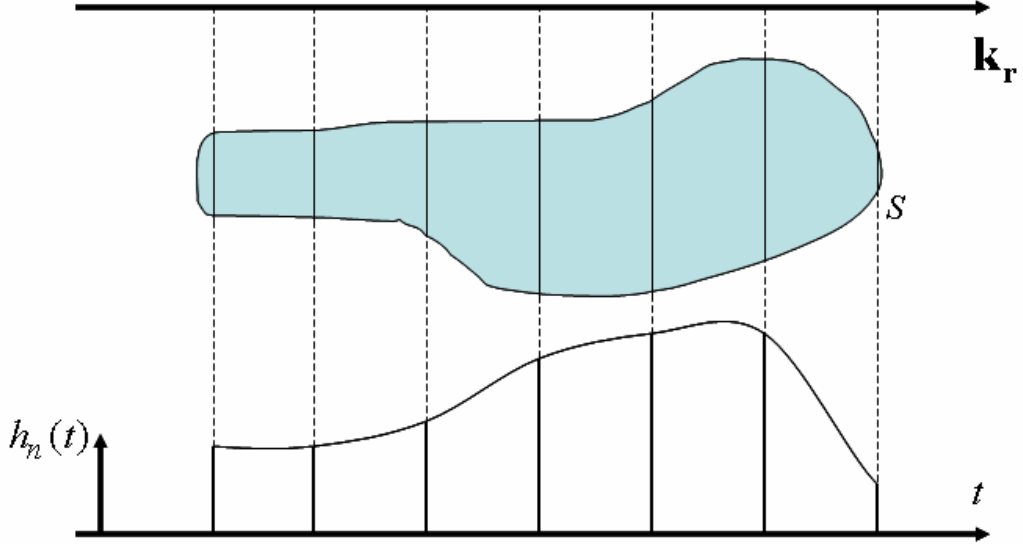
bulunur.

Denklem (4.7) ile integral olarak belirtilen $\mathbf{h}_n(\omega)$ 'ın analitik ifadesi ve bunun zaman uzayı ifadesi olan $\mathbf{h}_n(t)$, ters Fourier dönüşümü kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\mathbf{h}_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{h}_n(\omega) e^{-j\omega t} d\omega = \int_{S_n} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \delta\left(t - \frac{2}{c} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}'\right) d\mathbf{r}' \quad (4.9)$$

Bu denklemde $\mathbf{h}_n(\omega)$ ve dolayısıyla $\mathbf{h}_n(t)$ fonksiyonu vektördür.

Denklem (4.9) ile verilen $\mathbf{h}_n(t)$, \mathbf{k}_r yönünde S_n ile belirlenmiş NURBS yüzeyinin yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')$ 'nin Radon dönüşümüdür. Radon dönüşümü, Şekil 4.1'de görüleceği gibi, zaman eksenini boyunca bakış açısına dik ve $2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' = ct$ ile tanımlanan düzlem ile NURBS yüzeyi S_n 'nin arakesiti olan eğrinin uzunluğunu verecektir ve bu büyüklük $h_n(t)$ olarak adlandırılabilir. Yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}')$ çarpım olarak hesaba eklenerek sonuca gidilir.



Şekil 4.1 Radon dönüşümü yorumu.

Böylece, zaman fonksiyonu $\mathbf{h}_n(t)$, ℓ_n kesişim eğrisi iken,

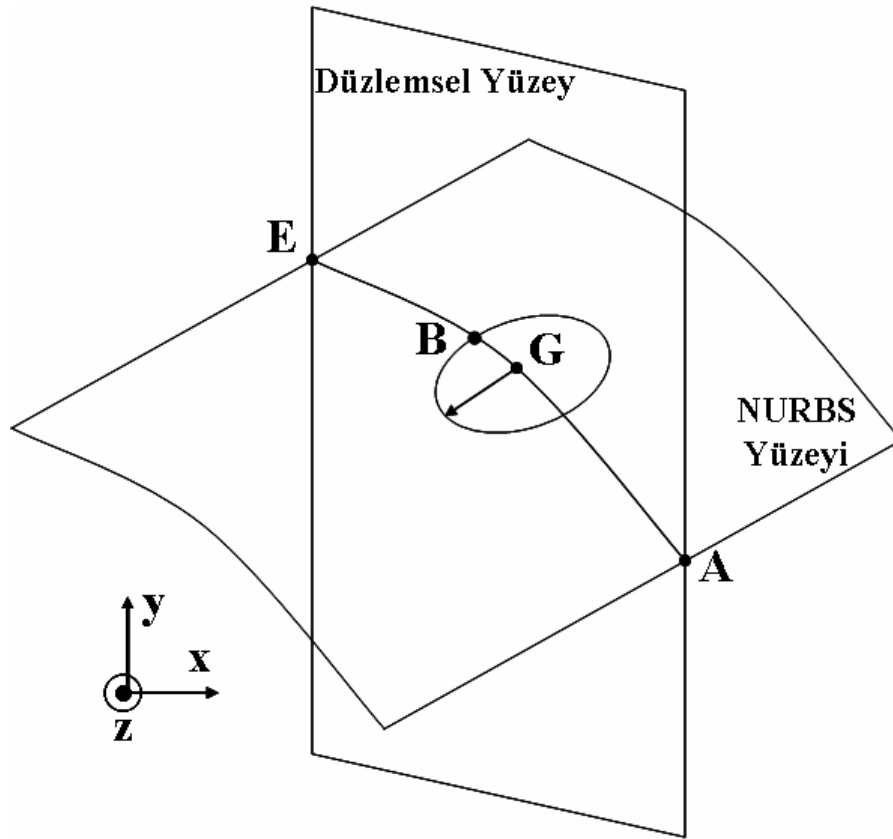
$$\mathbf{h}_n(t) = \int_{\ell_n} \hat{\mathbf{n}}(\ell) d\ell \quad (4.10)$$

olarak ifade edilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken nokta, bulunan bu ifadenin, denklem (2.41) ile verilen FO integralinin tam bir zaman uzayı çizgisel integral ifadesi olduğudur. Bu ifade hiçbir yaklaşık ve kabul içermemektedir [24].

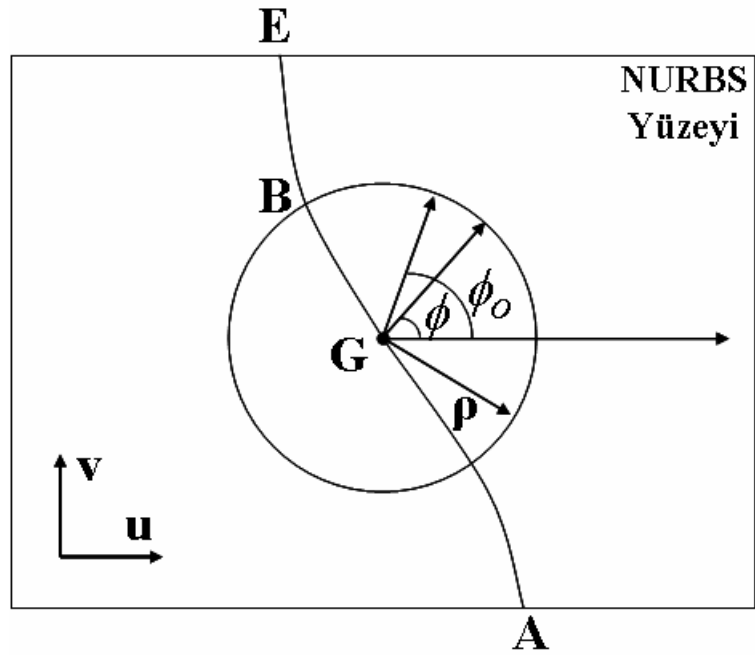
4.2. Kesişim Eğrisini Bulma

Bir NURBS yüzeyi ile başka bir yüzeyin kesişimini bulmak için, literatürde pek çok yöntem mevcuttur [25]. Buna rağmen, bu çalışmanın amacı açısından basit bir adımlama yöntemi kullanılacaktır. Bu adımlama yöntemi ile NURBS yüzeyi S_n ve $2\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' = ct$ ifadesiyle tanımlanmış örtük düzlemsel yüzeyin kesişiminden oluşan eğri üzerindeki noktalar bulunacaktır.

Adımlama algoritmasının başlangıç noktasını bulmak için, kartezyen uzayda Şekil 4.2 ve çift parametrik uzayda ise Şekil 4.3'da gösterildiği gibi, $\mathbf{A}(u, v)$, bir $S_n(u, v)$ NURBS yüzeyinin kenarında olan bir nokta olsun. Bu $\mathbf{A}(u, v)$ noktası, S_n yüzeyinin kenarları taranarak bulunabilir. Adımlama yönü için başlangıç tahmini, (u, v) düzleminin kenarına dik ve bu düzlem içinde doğru olan yön olarak seçilebilir. Adımlama sırasında, \mathbf{A} gibi bir başlangıç noktası olan \mathbf{G} noktasından, sonraki adımlama noktası \mathbf{B} bulunmalıdır.



Şekil 4.2 Bir NURBS yüzeyi ile bir düzlemin kesişimi (Kartezyen koordinat sistemi)



Şekil 4.3 Bir NURBS yüzeyi ile bir düzlemin kesişimi (Çift parametrik koordinat sistemi)

Bu yaklaşım ile $\mathbf{G} = \mathbf{S}(u_0, v_0)$ her iki yüzeyde de olan bir nokta olsun. Rasgele seçilebilen adımlama boyu ρ , adımlama işlemi boyunca sabitken, sonraki adımlama noktası,

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}(u_0 + \rho \cos \phi, v_0 + \rho \sin \phi) \quad (4.11)$$

olarak seçilsin. Küçük ρ değerleri daha yüksek doğruluk anlamına gelir ancak hesaplama zamanı artar. \mathbf{B} Noktası, sabit bir ρ değeri için ϕ açısına bağlı değişerek örtük yüzeyden olan uzaklığı en aza indirerek bulunur. Bu en aza işleminde, ϕ açısının başlangıç değeri, bir önceki adımlama yönü olarak alınır. Yeni ϕ açısı ve buna karşılık gelen \mathbf{B} noktası bulunduğunda, sonraki adım \mathbf{G} noktasının \mathbf{B} Noktası ile yer değiştirilmesi ile başlar ve bir önceki adımda bulunan ϕ açısı optimizasyon parametresi için başlangıç değeri olarak varsayılır.

Bu işlem, bir \mathbf{E} noktası gibi diğer kenar üzerinde bulunan bir noktaya kadar sürer. Adımlama büyüklüğü ρ 'nun değeri, yeni bulunan noktanın NURBS yüzeyinin kenarına tam olarak düşmesini sağlamak için azaltılabilir. Böylece, ℓ_n eğrisi üzerinde olan $\mathbf{r}_k = \mathbf{S}_n(u_k, v_k)$, $k = 1, \dots, K + 1$ noktaları kümesi elde edilir.

Bu \mathbf{r}_k noktaları kullanılarak, bir eğri çizgisel parametrik yüzeyin üzerinden yüzey integralinin kartezyen koordinatlarda alınması [26]'da anlatılmıştır. Bu kaynakta bu integralin şu şekilde alınabileceği belirtilmiştir:

$$\int_S \hat{\mathbf{n}} d\sigma = \iint_{R_{xy}} \frac{\hat{\mathbf{n}}}{|\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{z}}|} dx dy . \quad (4.12)$$

Bu amaçla,

$$\hat{\mathbf{i}} = \frac{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)}{\|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1\|} \quad (4.13)$$

seçilerek ve $\hat{\mathbf{k}}_r$ yönüne dik diğer koordinatın

$$\hat{\mathbf{m}} = \hat{\mathbf{k}}_r \times \hat{\mathbf{l}} \quad (4.14)$$

biçiminde tanımlanması ile yeni yerel kartezyen koordinat sistemi $(\hat{\mathbf{l}}, \hat{\mathbf{m}}, \hat{\mathbf{n}})$ tanımlanmış olur. Ayrıca $k = 1, \dots, K$ için \mathbf{l} ekseninde k 'inci çizgi elemanının izdüşümü,

$$d_k = (\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k) \cdot \hat{\mathbf{l}} \quad (4.15)$$

olur. Bütün bu sayıların göz önüne alındığında denklem (4.10) ile verilen integral nümerik olarak

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_n(t) &= \int_{\ell_n} \hat{\mathbf{n}}(\ell) d\ell \\ &\cong \sum_{k=1}^K \frac{1}{|\hat{\mathbf{n}}_k(t) \cdot \hat{\mathbf{m}}(t)|} \hat{\mathbf{n}}_k(t) d_k(t). \end{aligned} \quad (4.16)$$

şeklinde alınabilir.

Bu denklemde, NURBS yüzeyinin yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}_k$, $\mathbf{S}((u_{k+1} + u_k)/2, (v_{k+1} + v_k)/2)$ noktasında hesaplanmıştır. Ayrıca şunu unutmamak gerekir ki bu hesaplamaların doğruluğu, yüzey-yüzey kesişimini bulan algoritmanın hassasiyeti ve adımlama algoritmasının adım büyüklüğüne bağlıdır.

Sonuçta, FO integrali Radon dönüşümü yorumu ve yukarıda belirtilen nümerikleştirme işlemi ile $\mathcal{F}\{\bullet\}$ zamana göre Fourier dönüşümünü ifade ederken,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{j\omega}{2\pi c} E_i(\omega) \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \dots \\ &\sum_{n=1}^N \mathcal{F} \left\{ \sum_{k=1}^K \frac{1}{|\hat{\mathbf{n}}_k(t) \cdot \hat{\mathbf{m}}(t)|} \hat{\mathbf{n}}_k(t) d_k(t) \right\} \end{aligned} \quad (4.17)$$

olarak yazılabilir [24]. Saçılan alanın zaman uzayı ifadesi, denklem (4.17)'e ters Fourier dönüşümü uygulayarak bulunabilir.

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi c} \frac{\partial}{\partial t} \left[E_i(t) * \frac{\delta(t-r/c)}{r} * \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \dots \right. \\ \left. \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \frac{1}{|\hat{\mathbf{n}}_k(t) \cdot \hat{\mathbf{m}}(t)|} \hat{\mathbf{n}}_k(t) d_k(t) \right] \quad (4.18)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{h}_n(t)}$

Görüldüğü gibi nümerik sonuçlar bölümünde, bu denklemde $h_n(t)$ ifadesi, saçılan alanda Dirac fonksiyonunun zamana göre türevinden kaynaklanan süreksizlikleri bulundurabilir. Bu süreksizlikleri ortadan kaldırmak için Bölüm 5'teki sonuçlar menzil düzeltilmiş saçılan alan (*range-corrected scattered field*) cinsinden sunulacaktır.

Menzil düzeltilmiş saçılan alan, denklem (4.17)'deki gibi frekans uzayında

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, \omega) = \frac{4\pi r}{-jke^{-jkr}} \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) \quad (4.19)$$

şeklinde tanımlanır [27]. Bu tanımlı, denklem (4.17)'e uyguladığımızda ve sonucu zaman uzayına dönüştürdüğümüzde,

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, t) = -2\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \sum_{n=1}^N \mathbf{h}_n(t) \quad (4.20)$$

denklemini bulunur. Gelecek bölümde sonuçlar, bu bulunan menzil düzeltilmiş saçılan alan cinsinden verilecektir.

4.3. Gölgeleme

Bölüm 2'de denklem (2.43) ile verilen FO integralinin aydınlık yüzeyler üzerinde tanımlı olduğu belirtilmişti. Bununla birlikte, geçekte hayatta karşılaşılan

RKA hesaplama problemlerinde karmaşık geometriye sahip cisimlerin hesabı gerekebilir. Bundan dolayı, FO integrali alınırken, sadece aydınlık yüzeylerden gelen katkıların hesaba eklenmesi ve gölgede kalan kısımlardan gelen katkıların ihmal edilmesi gerekir.

Bu ihtiyaç, denklem (4.17) ile verilen saçılan alan ifadesinde toplama eklenecek her terim için gölgeleme kontrolü yaparak giderilebilir. Daha belirgin olarak, gölgeleme kontrolü, NURBS yüzeyi üzerinde bir adımlamadan elde edilen katkının diğer bir NURBS yüzeyi tarafından engellenip engellenmediğinin kontrolüdür.

Bu kontrol, cisimi aydınlatan kaynağa doğru bulunan katkı noktasından gönderilen ışının başka bir NURBS yüzeyini kesip kesmediği kontrol edilerek yapılır. Tam olarak ışın-NURBS yüzeyi kesişimi bulma işlemi oldukça karışık ve zaman tüketen bir işlemdir [28]. Bu çalışmanın amacına bağlı olarak, daha basit fakat daha az doğruluğa sahip bir algoritma tercih edilmiştir.

Bu algoritma şu şekildedir:

- Öncelikli olarak her NURBS yüzeyi kontrol noktaları esas alınarak üçgenlenir ve bu üçgenleme verisi saklanır.
- Denklem (4.16) ile verilen $\mathbf{h}_n(t)$ fonksiyonunun her bir dilimi için o dilime ait yüzey normali $\hat{\mathbf{n}}$ ile gelen dalga yönü $\hat{\mathbf{k}}_i$ arasındaki açıya bakılarak bu açının dar açı olması durumunda yani $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \cdot \hat{\mathbf{k}}_i > 0$ ise bu katkı noktası karanlık bölgedendir denilerek hesaba katılmaz. Arka yüz kontrolü de denilebilecek bu işlem sayesinde, diğer bütün yüzeylerle kontrol işlemi yapmadan arka yüzde bulunan integral katkısı ihmal edilir ve bu şekilde zaman kazanılır.
- Bulunan katkı noktasından kaynağa doğru çıkarılan ışın, üzerinde bulunduğu NURBS yüzeyinin üçgenleri hariç, diğer NURBS yüzeylerinin kontrol noktalarından elde edilen üçgenler ile kesişip kesişmediği kontrolü yapılır. Başka bir deyişle, kaynağa doğru çıkarılan ışın ile kontrol noktalarından edilen

üçgenlerin kesişimi araştırılır. Burada ışın-üçgen kesişimi için Möller ve B. Trumbore [29] tarafından önerilen yöntem kullanılmıştır.

- Herhangi bir üçgen ile kesişme olduğu takdirde, bu bulunan katkı gölge yüzeyden geliyor denir ve ihmal edilerek toplama eklenmez. Bütün üçgenlerle kontrolü yapıldığı halde hiçbiri ile kesişimi bulunamayan integral katkısı hesaba dahil edilir.

Bu yöntem, NURBS yüzeyi ikinci ve üçüncü derece olması halinde iyi çalışacaktır. Daha yüksek dereceli düzlemlerde oyuk benzeri yapılar oluşabileceğinden yöntem hata yapacaktır. Düzlemin kenarları, kontrol noktalarından uzak geçmesi durumunda da bu uzak geçme miktarı kadar hata yapacaktır. Ancak düzlemin kenarları ile ilişkisi az olan kontrol noktalarından türeyen üçgenler için hata yapmayacaktır. Bu yöntem izlenerek, her bir katkı noktasının kontrol noktalarından üretilen üçgenlerle gölgelenip gölgelenmediği testinin yapılması zaman alacak bir işlem olduğu kesindir. Düzlem sayısının ve dolayısıyla kontrol noktası sayısının artması bu kontrol işleminde harcanacak sürenin artmasına neden olacaktır. Ancak, başta da söylendiği gibi amaca hızlı ulaşılması açısından bu zayıf nokta ile ilgilenilmeyecektir. Bölüm 5'te oluşturulan gölgelemeyi test etmeyi amaçlayan örnek, bu olası hatalar dikkate alınarak değerlendirilecektir.

5. PROGRAMIN UYGULANMASI VE SONUÇLAR

Bu bölümde, kare plaka, küre ve oluşturulacak karmaşık bir geometri için önerilen yöntemin sonuçları karşılaştırmalı olarak verilecektir. Bu örneklerden kare plaka ve küre için, zaman uzayı cevapları da verilecektir. Oluşturulacak karmaşık geometri ile önerilen gölgeleme algoritması test edilecektir. Bu bölüm şu şekilde yapılandırılmıştır:

Bölüm 5.1’de kare plakanın zaman uzayı cevabı analitik olarak çıkarılmış ve bu zaman uzayı cevabı uyguladığımız yorumla üretilen nümerik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bölüm 5.2’de kare plakanın bu zaman uzayı cevapları kullanılarak, frekans uzayına geçilmiş ve bistatik RKA değerleri verilmiştir. Daha sonra Bölüm 5.3’te ise, diğer temel geometri küre için monostatik durumda zaman uzayı cevabı analitik olarak çıkarılmış ve uyguladığımız yorumla üretilen nümerik sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Bu aşamada ise frekans uzayına geçilerek, frekans bağlı olarak kürenin RKA değerleri Bölüm 5.4’te teorik değerler ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Son olarak Bölüm 5.5’te, bir karmaşık geometri tanımlanarak, bu geometrinin RKA değerleri, poligonlar üzerinden çalışan diğer bir kod tarafından üretilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

Bu amaçla öncelikli olarak, radar kesit alanının (RKA) tanımı verilebilir. Cisimlerin RKA değerleri,

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}_i|^2} \quad (5.1)$$

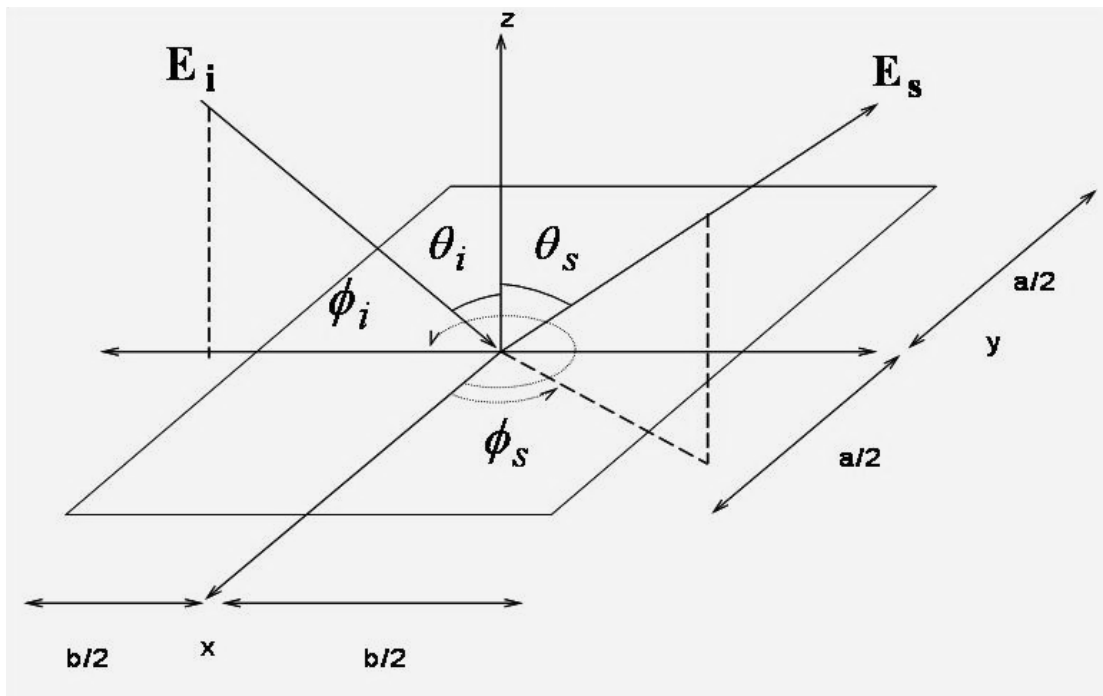
formülü ile hesaplanarak sonuçlar grafiklerle gösterilmektedir. Bu ifadede, \mathbf{E}_i gelen elektrik alan, \mathbf{E}_s saçılan elektik alandır. Bu büyüklükler Bölüm 2’de tanımlanmıştır. Gelen elektrik alan \mathbf{E}_i , denklem (2.12) ile verildiği gibi düzlemsel bir dalga olduğundan r ile gösterilen mesafeye bağlı değildir. Uzak alanda, saçılan elektrik alan \mathbf{E}_s , denklem (2.43)’de görüldüğü gibi $1/r$ ile sönümleneceğinden RKA değerleri menzilden bağımsız hale gelecektir. RKA değerleri m^2 cinsindedir.

Ancak geniş bir aralıkta değere alabileceğinden genellikle $dBsm$ (desibel metrekare) olarak verilir. Bu geçiş şu şekildedir:

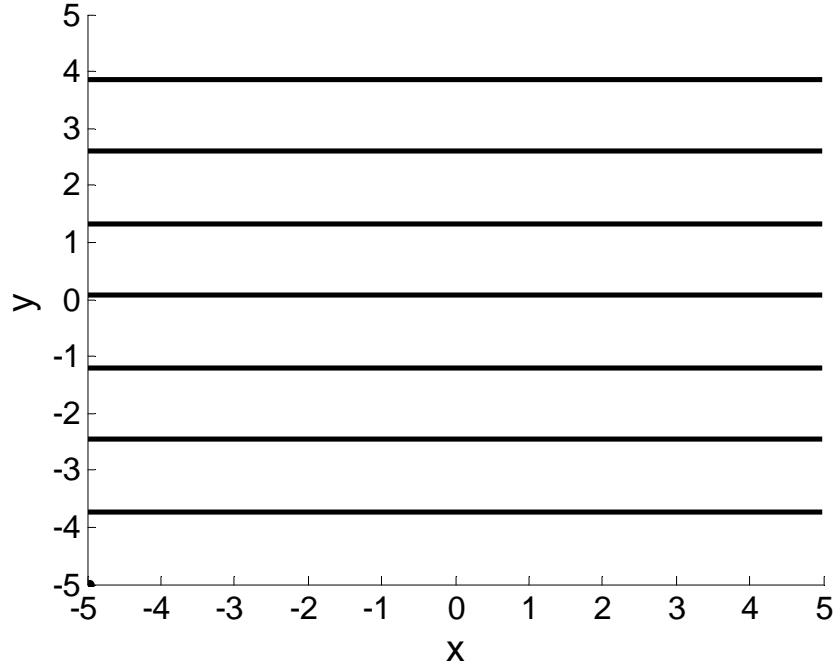
$$\sigma[dBsm] = 10 \log(\sigma[m^2]) \quad (5.2)$$

5.1. Kare Plaka İçin Zaman Uzayı Cevabının Bulunması

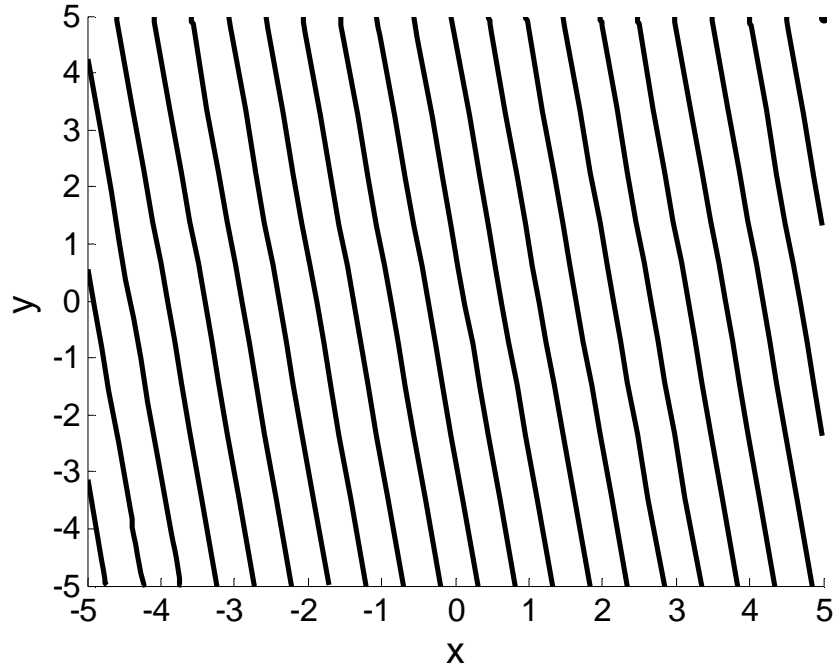
İlk örnek olarak, literatürde sıkça çalışılmış ve Balanis [22] tarafından da analitik çözümleri verilmiş olan dikdörtgen plakadan düzlemsel dalganın saçılması ele alınacaktır. Problemin geometrisi Şekil 5.1'deki gibidir. Bistatik durumlarda, Radon dönüşümü ile yorumlanmış yeni formülün doğruluğunu test etmek için, x-y düzleminde bulunan ve kenar uzunluğu $a=b=10$ m olan bir kare plakadan düzlemsel dalga saçılması incelenecektir. Bu düzlem, sadece x bileşenine sahip manyetik alanı olan bir düzlemsel dalga aydınlatılır ve aydınlatma yönü $\mathbf{k}_i = \sin(150^\circ)\hat{y} + \cos(150^\circ)\hat{z}$ olacak şekilde seçilir. Bu örnek, Balanis'te [22] verilen örneğin aynısıdır.



Şekil 5.1 Kare plakanın bistatik incelenmesi



Şekil 5.2 $\theta_i = 150^\circ$ $\phi_i = 90^\circ$ $\theta_s = 20^\circ$ $\phi_s = 90^\circ$ için kare plaka üzerindeki kesişim çizgileri



Şekil 5.3 $\theta_i = 150^\circ$ $\phi_i = 120^\circ$ $\theta_s = 50^\circ$ $\phi_s = 45^\circ$ için kare plaka üzerindeki kesişim çizgileri

Bu plaka için, NURBS yüzeyi ile \mathbf{k}_r doğrultusuna dik düzlemlerin arasında oluşan kesişim eğrileri, denklem (4.1)'de verilen iki farklı \mathbf{k}_s yönü için Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'deki gibidir. Bu grafiklerde, NURBS yüzeyleri üzerindeki her çizgi, üretilen koddan değişik zaman adımlarında elde edilmiştir. Grafiklerde anlaşılabilirliği artırmak amacıyla, önemli miktarda zaman adımı çizgisi gösterilmemiştir.

Boyutları a, b olan dikdörtgen plaka için saçılan alan \mathbf{E}_s 'nin analitik formülasyonu Balanis [22] tarafından verilmiştir. Bu formül frekans uzayında olmasına rağmen, zaman uzayı saçılan alan ifadeleri çıkarılabilir.

Aslında dikdörtgen plakanın yüzey normali sabittir. Bu nedenle,

$$\hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times (\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}}_i) \times \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') = \text{sabit} \quad (5.3)$$

gibi davranır. Bu durumda, denklem (2.43)'ün geri kalan kısmı

$$h(\omega) = \int_s e^{-jk(\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s) \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' = \int_s e^{-j\omega \frac{2}{c} \hat{\mathbf{k}}_r \cdot \mathbf{r}'} d\mathbf{r}' \quad (5.4)$$

gelen alan yönü $\hat{\mathbf{k}}_i$ ve saçılan alan yönleri $\hat{\mathbf{k}}_s$ için, geliş açısı (θ_i, ϕ_i) ve saçılma açısı (θ_s, ϕ_s) olması durumunda,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{k}}_i &= \sin \theta_i \cos \phi_i \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta_i \sin \phi_i \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta_i \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{k}}_s &= \sin \theta_s \cos \phi_s \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta_s \sin \phi_s \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta_s \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (5.5)$$

yerine yazıldığında \mathbf{k}_r vektörü,

$$\mathbf{k}_r = \frac{\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s}{2} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} (\sin \theta_i \cos \phi_i - \sin \theta_s \cos \phi_s) \hat{\mathbf{x}} \\ + (\sin \theta_i \sin \phi_i - \sin \theta_s \sin \phi_s) \hat{\mathbf{y}} \\ + (\cos \theta_i - \cos \theta_s) \hat{\mathbf{z}} \end{Bmatrix} \quad (5.6)$$

yazılabilir. Ayrıca bu plaka üzerindeki bir noktanın konum vektörü Şekil 5.1'deki geometri için $z' = 0$ olduğundan,

$$\mathbf{r}' = x'\hat{\mathbf{x}} + y'\hat{\mathbf{y}} \quad (5.7)$$

şeklindedir. Bu tanımlamalarla birlikte,

$$\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' = \frac{1}{2} \left\{ \begin{aligned} &(\sin \theta_i \cos \phi_i - \sin \theta_s \cos \phi_s)x' \\ &+(\sin \theta_i \sin \phi_i - \sin \theta_s \sin \phi_s)y' \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

olur. Sonuçta denklem(5.4)

$$\begin{aligned} h(\omega) &= I_1 I_2 \\ I_1 &= \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j\frac{\omega}{c}(\sin \theta_i \cos \phi_i - \sin \theta_s \cos \phi_s)x'} dx' \\ I_2 &= \int_{-b/2}^{b/2} e^{-j\frac{\omega}{c}(\sin \theta_i \sin \phi_i - \sin \theta_s \sin \phi_s)y'} dy' \end{aligned} \quad (5.9)$$

gibi iki integralin çarpımı halini alır. Bu integrallerden I_1 şu şekilde alınabilir:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{-a/2}^{a/2} e^{-j\omega \frac{(\sin \theta_i \cos \phi_i - \sin \theta_s \cos \phi_s)x'}{c}} dx' \\ &= \frac{1}{-j\omega K} e^{-j\omega Kx'} \Big|_{-a/2}^{a/2} = \frac{1}{-j\omega K} \left(e^{-j\omega K \frac{a}{2}} - e^{j\omega K \frac{a}{2}} \right) \\ &= \text{sinc}(\omega A) \end{aligned} \quad (5.10)$$

olarak bulunabilir. Bu denklemde

$$A = \frac{a(\sin \theta_i \cos \phi_i - \sin \theta_s \cos \phi_s)}{2c} \quad (5.11)$$

dir. Benzer şekilde I_2 için aynı işlemler tekrarlandığında,

$$I_2 = bsinc(\omega B) \quad (5.12)$$

bulunur. Bu ifadede de,

$$B = \frac{b(\sin \theta_i \sin \phi_i - \sin \theta_s \sin \phi_s)}{2c} \quad (5.13)$$

dir. Bu ifadelerdeki c , ışık hızıdır. Sonuçta $h(\omega)$,

$$I = I_1 I_2 = absinc(\omega A)sinc(\omega B) \quad (5.14)$$

olarak yazılabilir. Bu frekans uzayı ifadesi, zaman uzayında,

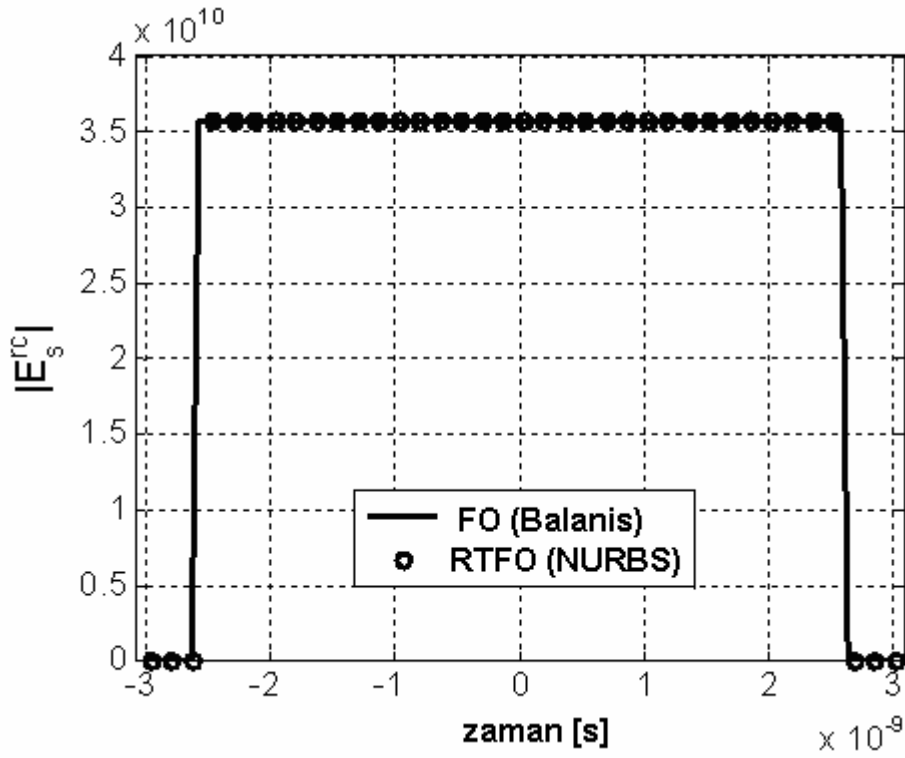
$$\begin{aligned} h(t) &= ab \left\{ \mathcal{F}^{-1}(\text{sinc}(\omega A)) * \mathcal{F}^{-1}(\text{sinc}(\omega B)) \right\} \\ &= ab \{x(t) * y(t)\} \end{aligned} \quad (5.15)$$

şeklindedir. Bu ifadede, $x(t)$ ve $y(t)$ gibi iki dikdörtgen darbenin konvolüsyonu demektir. Bu konvolüsyon işleminin sonucu, aydınlatma ve saçılma yönlerine bağlı olarak üçgen, dikdörtgen ve yamuk biçiminde fonksiyonlar olabilir. Bu darbelerden ilki $2A$ süreli ve $1/2A$ genlikli olur. Diğeri ise, $2B$ süreli ve $1/2B$ genliklidir ve şöyle ifade edilebilir.

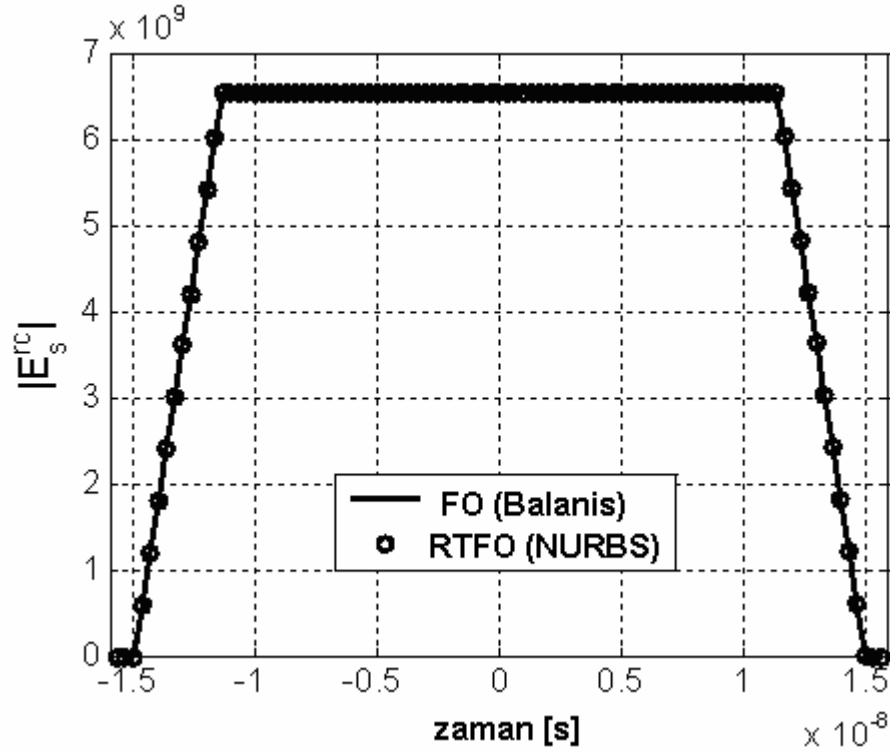
$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{cases} \frac{1}{2A} & -A < t < A \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \\ y(t) &= \begin{cases} \frac{1}{2B} & -B < t < B \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Bu konvolüsyon işlemi yapıp $h(\omega)$ hesaplandıktan sonra denklem (5.3)'te verilen sabit ile bu ifadeler çarpılarak denklem (4.20)'de verilen menzil düzeltilmiş saçılan elektrik alan şiddetleri bulunmuş olur. Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'teki \mathbf{k}_s

doğrultularına karşılık gelen zaman uzayı menzil düzeltilmiş saçılan elektrik alan şiddetleri Şekil 5.4 ve Şekil 5.5’de verilmiştir. Bu şekillerde analitik sonuçlar “FO (Balanis)” olarak, Radon dönüşümü yorumu ile elde edilen sonuçlar ise “RTFO (NURBS)” biçiminde etiketlenerek verilmiştir. Şekil 5.4 ve Şekil 5.5’ten görüleceği gibi, üretilen kodun analitik değerlerle tutarlılığı mükemmeldir.



Şekil 5.4 $\theta_i = 150^\circ$ $\phi_i = 90^\circ$ $\theta_s = 20^\circ$ $\phi_s = 90^\circ$ için kare plakanın zaman uzayı cevabı



Şekil 5.5 $\theta_i = 150^\circ$ $\phi_i = 120^\circ$ $\theta_s = 50^\circ$ $\phi_s = 45^\circ$ için kare plakanın zaman uzayı cevabı

5.2. Kare Plaka İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması

Frekans uzayı cevapları, zaman uzayındaki saçılan elektrik alan değerlerine önce Fourier dönüşümü alınıp daha sonra zaman türevleri için $j\omega$ ile çarpılarak elde edilir. Bulunan frekans uzayı saçılan alan değerleri $\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega)$ denklem (5.1)'e yerleştirilerek RKA değerlerine ulaşılır.

FO yaklaşımı kullanılarak hesaplanan RKA'nın analitik değerleri Balanis [22] tarafından çıkarılmıştır ve özet olarak şöyle verilebilir:

Şekil 5.1'de verilen problem geometrisi için gelen elektrik alan ve manyetik alan bileşenleri,

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i &= \eta H_0 (\hat{\mathbf{y}} \cos \theta_i + \hat{\mathbf{z}} \sin \theta_i) e^{-jk(y \sin \theta_i - z \cos \theta_i)} \\ \mathbf{H}_i &= \hat{\mathbf{x}} H_0 e^{-jk(y \sin \theta_i - z \cos \theta_i)}\end{aligned}\quad (5.17)$$

olarak verilebilir. Bu durumda dikdörtgen plakanın aydınlık yüzeyindeki yüzey akımları,

$$\mathbf{J} = \hat{\mathbf{y}} 2H_0 e^{-jky' \sin \theta_i} \quad (5.18)$$

şeklinde bulunur. Bu ifadelerden radyasyon integrali yardımıyla, saçılan alanın bileşenleri,

$$\begin{aligned}E_s^\theta &= C \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta_s \sin \phi_s \text{sinc}(X) \text{sinc}(Y) \\ E_s^\phi &= C \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \phi_s \text{sinc}(X) \text{sinc}(Y)\end{aligned}\quad (5.19)$$

olarak bulunur. Bu denklemlerde,

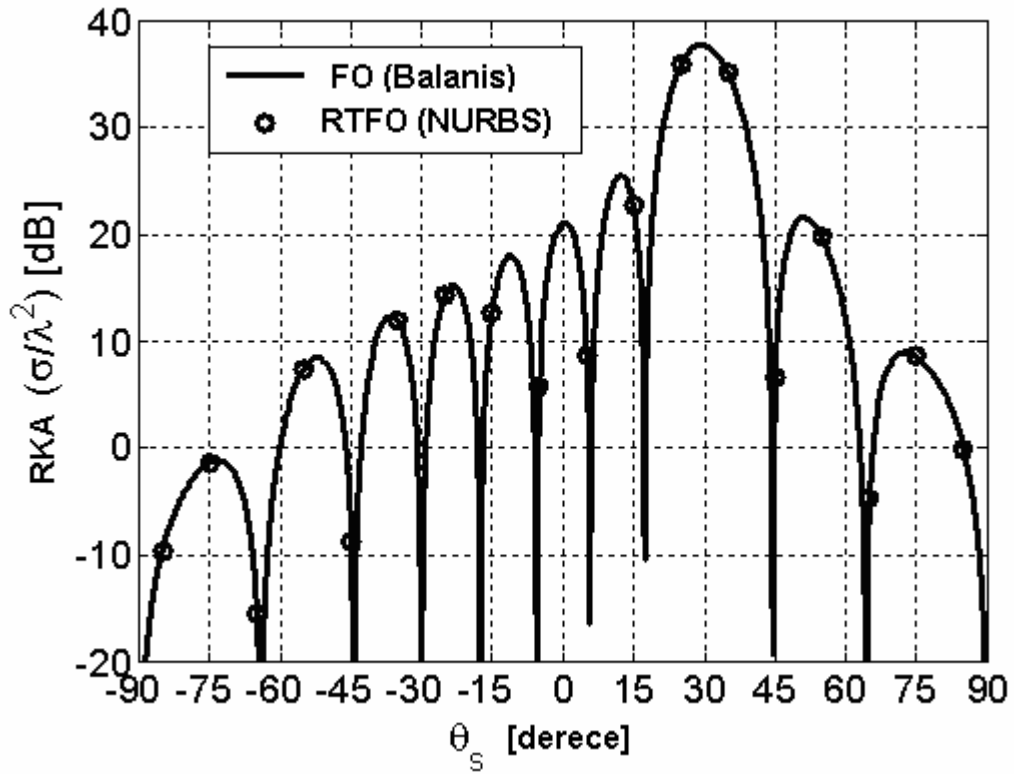
$$\begin{aligned}C &= -jn \frac{abkH_0}{2\pi} \\ X &= \frac{ka}{2} \sin \theta_s \cos \phi_s \\ Y &= \frac{kb}{2} (\sin \theta_s \sin \phi_s - \sin \theta_i)\end{aligned}\quad (5.20)$$

şeklindedir. Bütün bu büyüklükler dikkate alınarak, RKA değerleri, denklem (5.1)'de yerine konduğunda,

$$\sigma = 4\pi \left(\frac{ab}{\lambda} \right)^2 \left(\cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s + \cos^2 \phi_s \right) \text{sinc}^2(X) \text{sinc}^2(Y) \quad (5.21)$$

şeklinde bulunur.

Bistatik RCS değerleri y-z d¼zleminde ($\phi_s = 90^\circ$ ve $\phi_s = 270^\circ$) frekans $f = 150$ MHz seçilerek hesaplanmıştır. Denklem (5.21) kullanılarak yapılan bu analitik hesaplamalar şekil 5.6'te "FO(Balanis)" olarak etiketlenmiştir. Radon d¼nüş¼m yorumu kullanılarak elde edilen RKA değerleri ise "RTFO(NURBS)" olarak verilmiştir. Bu iki sonuç arasındaki tutarlılık m¼kemmeldir. Burada unutulmaması gereken, saçıcı kare plakanın basit yapısı nedeniyle modelleme hatasının barındırmayan bir ¼rnek olmasıdır.

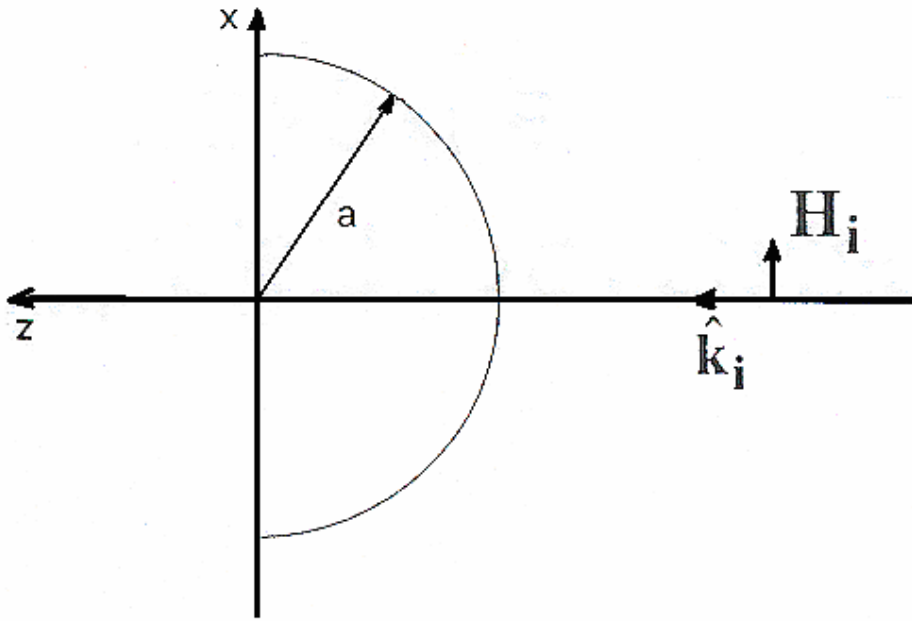


şekil 5.6 Kare plaka için RKA değerleri

5.3. Küre İçin Zaman Uzayı Cevabının Bulunması

İkinci örnek olarak, literatürde sıkça çalışılmış başka bir problem olan 1 m yarıçaplı mükemmel iletken küreden saçılma monostatik durumda incelenmiştir. Sonuçları karşılaştırmak amacıyla, öncelikli olarak kürenin zaman uzayı cevabı elde edilmiştir.

Saçılan alan \mathbf{E}_s 'nin zaman uzayı cevabı Jenn [30] tarafından verilmiş frekans uzayı çözümünden çıkarılabilir. Bu formülasyondan kürenin zaman uzayı cevabını elde etmek için zaman uzayına geçirilerek ifade edilmesi gereklidir.



Şekil 5.7 Kürenin monostatik incelenmesi.

Gelen dalganın yönü $\hat{\mathbf{k}}_i = \hat{\mathbf{z}}$, saçılma yönü $\hat{\mathbf{k}}_s = -\hat{\mathbf{z}}$ ve gelen elektrik alan polarizasyonu $\hat{\mathbf{p}}_i = -\hat{\mathbf{y}}$ olduğu durumda frekans uzayında gelen dalganın manyetik alanı,

$$\mathbf{H}_i = \hat{\mathbf{x}}H_i e^{-jkz} \quad (5.22)$$

ve küre üzerindeki bir noktanın yüzey normalini,

$$\hat{\mathbf{n}} = \sin \theta \cos \phi \hat{\mathbf{x}} + \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}} \quad (5.23)$$

olduğundan kürenin aydınlık yüzeyindeki yüzey akımları,

$$\mathbf{J} = 2\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}_i = 2H_i e^{-jk\Delta} (\cos \theta \hat{\mathbf{y}} - \sin \theta \sin \phi \hat{\mathbf{z}}) \quad (5.24)$$

yazılabilir. Bu ifadeye, Δ faz gecikmesidir. Bu denklemden saçılan alana geçildiğinde,

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}) = -\hat{\mathbf{y}} \frac{aE_i}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 - e^{-jka} \text{sinc}(ka)) \quad (5.25)$$

olarak bulunur. Bu ifade denklem (4.19) ile verilen menzil düzeltilmiş elektrik alan cinsinden,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, \omega) &= \frac{4\pi r}{-jke^{-jkr}} \mathbf{E}_s(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \frac{4\pi r}{-jke^{-jkr}} \left[-\hat{\mathbf{y}} \frac{aE_i}{2} \frac{e^{-jkr}}{r} (1 - e^{-jka} \text{sinc}(ka)) \right] \\ &= -\hat{\mathbf{y}} 2\pi a E_i \frac{1}{jk} (1 - e^{-jka} \text{sinc}(ka)) \end{aligned} \quad (5.26)$$

yazılabilir. Bu ifade de $k = \omega/c$ yazılıp düzenlendiğinde,

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, \omega) = -\hat{\mathbf{y}} 2\pi a c E_i \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \frac{a}{c}} \text{sinc}(\omega \frac{a}{c})) \quad (5.27)$$

bulunur. Bu ifade zaman uzayına geçirilerek, kürenin monostatik durumdaki zaman uzayı cevabı bulunabilir.

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ -\hat{\mathbf{y}} 2\pi a c E_i \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \frac{a}{c}} \text{sinc}(\omega \frac{a}{c})) \right\} \quad (5.28)$$

Sabitler dışarı alındığında,

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, t) = -\hat{\mathbf{y}} 2\pi a c E_i \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \frac{a}{c}} \text{sinc}(\omega \frac{a}{c})) \right\} \quad (5.29)$$

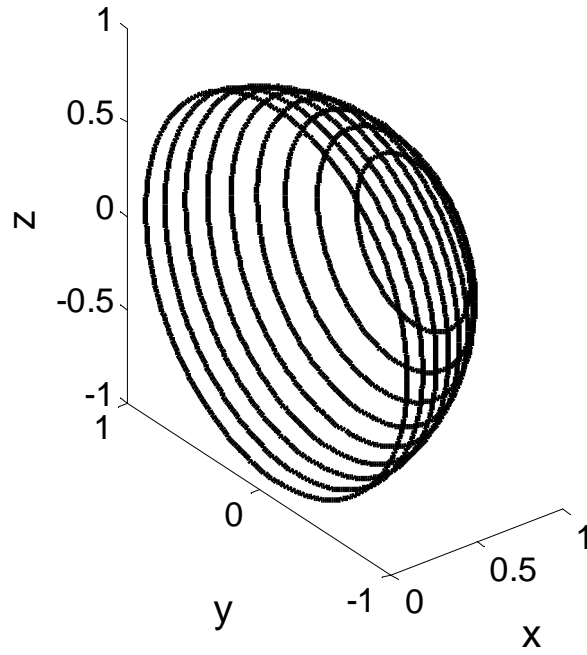
ve sinc fonksiyonunun gecikme terimi etki ettiğinde

$$\mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{1}{j\omega} (1 - e^{-j\omega \frac{a}{c}} \text{sinc}(\omega \frac{a}{c})) \right\} = \int_{-\infty}^t dt' \left[\delta(t') - \frac{1}{2\frac{a}{c}} \left[u(t') - u(t' - \frac{2a}{c}) \right] \right] \quad (5.30)$$

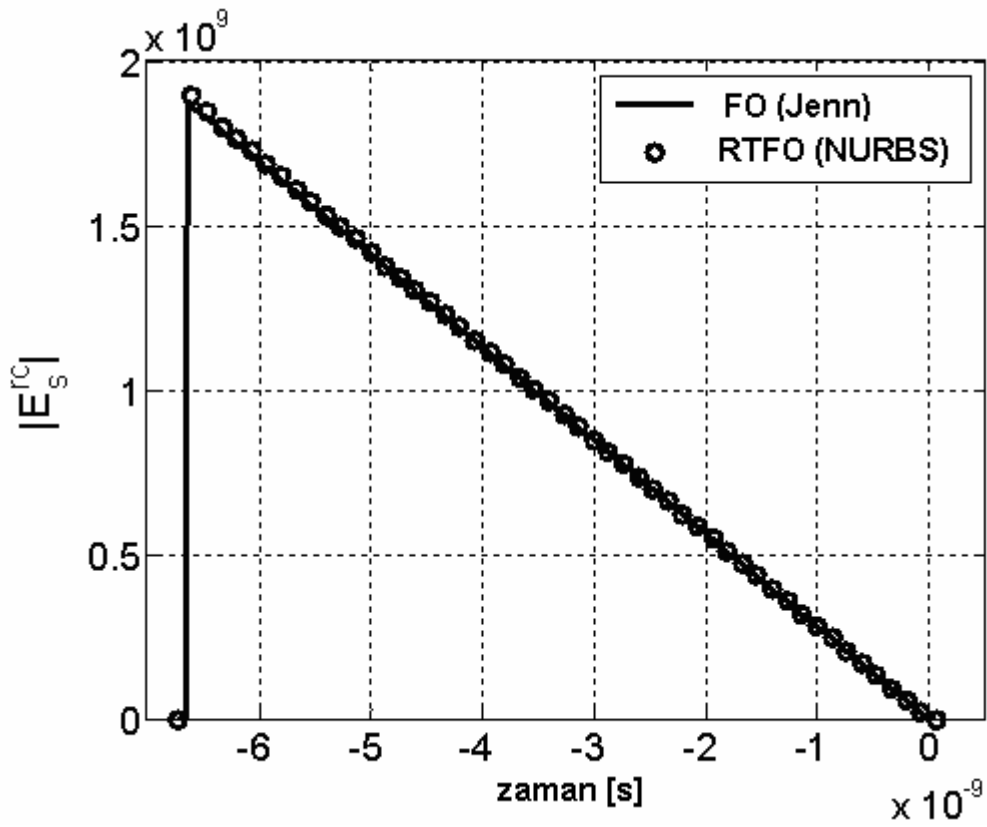
olur. Bu integral alındığında

$$\mathbf{E}_s^{rc}(\hat{\mathbf{r}}, t) = 2\pi a c E_i \left[u(t) - \frac{c}{2a} t \left[u(t) - u\left(t - \frac{2a}{c}\right) \right] \right] \hat{\mathbf{y}} \quad (5.31)$$

şekline dönüştürülebilir. Bu ifadede, $u(t)$ birim basamak fonksiyonu ve a kürenin yarıçapıdır. Bu formülü analitik çözüm olarak kullanarak, kare plaka örneğine benzer şekilde kesişim çizgileri Şekil 5.8'da ve kürenin zaman uzay cevabı Şekil 5.9'de verilmiştir. Kürenin zaman uzayı cevabındaki mükemmel tutarlılık görülmektedir.



Şekil 5.8 Küre üzerindeki kesişim çizgileri



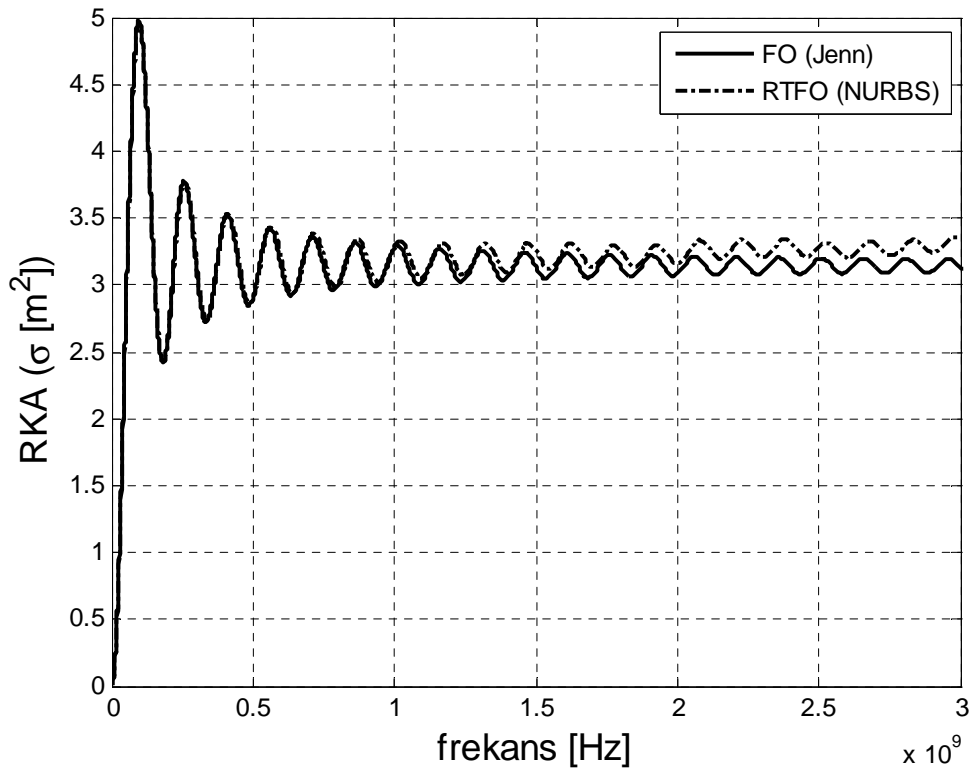
Şekil 5.9 Kürenin zaman uzayı cevabı

5.4. Küre İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması

Monostatik durumda kürenin RKA değerleri, denklem (5.1) ile verilen RKA formülüne denklem (5.25) ile verilen saçılan elektrik alan değerinin ve gelen elektrik alan değerinin konulmasıyla,

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}_i|^2} = \pi a^2 \left| 1 - e^{-jka} \text{sinc}(ka) \right|^2 \quad (5.32)$$

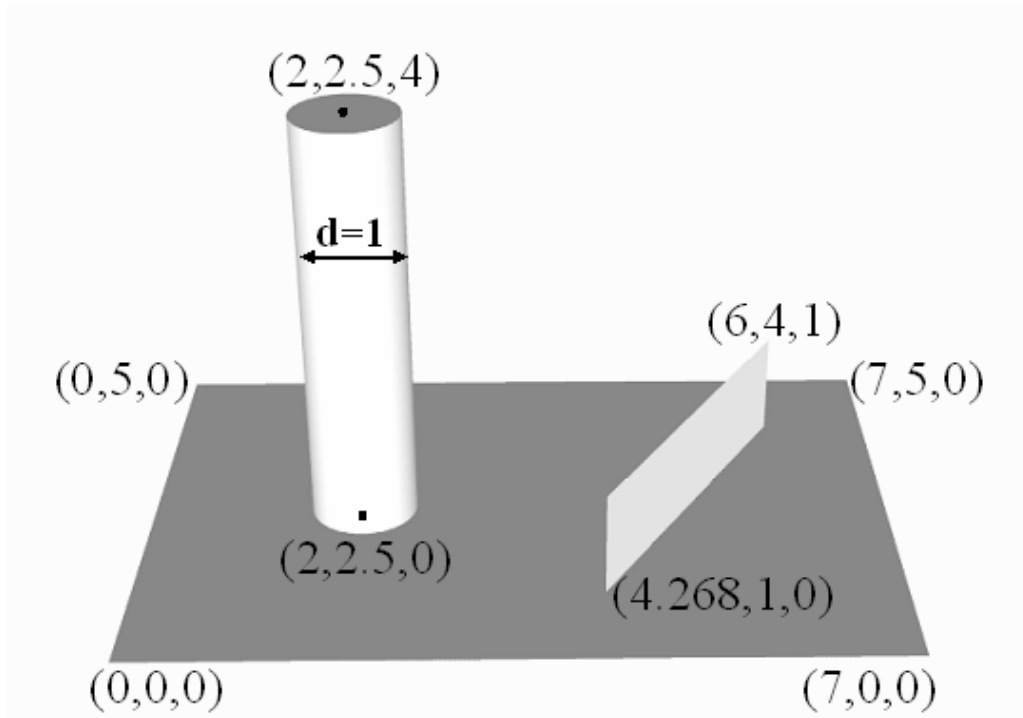
olarak bulunur. Şekil 5.10’de denklem (5.32) ile verilen kürenin analitik RKA değeri ile uygulanan yöntemin sonuçları verilmiştir. Özellikle alçak frekans bölgesindeki sonuçların tutarlılığı dikkat çekicidir. Bu örnekte, zaman uzayı cevabının elde edilmesinde ayna gibi yansıma durumuna yakın durumlarda yapılan hatanın özellikle yüksek frekans bölgesindeki farklılaşmaya neden olmaktadır.



Şekil 5.10 Kürenin monostatik durumda RKA değerleri

5.5. Karmaşık Bir Geometri İçin Radar Kesit Alanı (RKA) Değerlerinin Hesaplanması

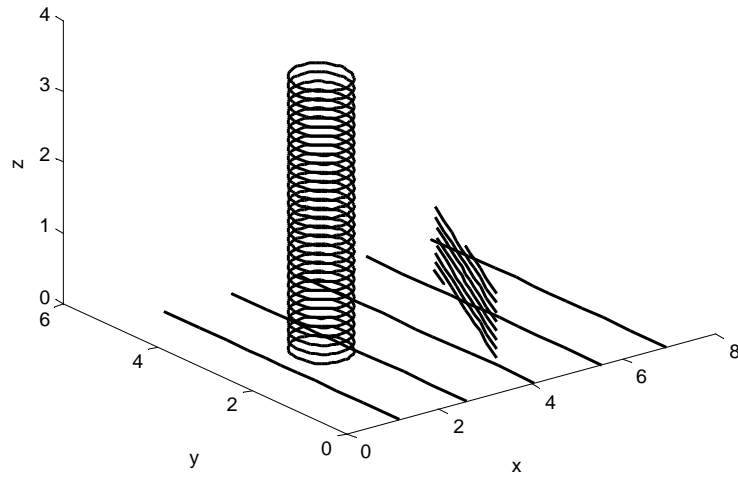
Geliştirilen yöntemin ve gölgeleme algoritmasının testi için, karmaşık geometriye sahip cismin radar kesit alanı (RKA) değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu amaçla iki düzlemden ve bir silindirden oluşan Şekil 5.11'de verilen geometri oluşturulmuştur. Bu geometrinin mükemmel iletken olduğu kabul edilerek, frekans 150 MHz olarak seçilmiştir. Model, $\theta_i = 135^\circ$, $\phi_i = 0^\circ$ 'den aydınlatılmış, saçılan alan $\phi_s = 0^\circ$ iken $\theta_s = 0^\circ$ 'dan $\theta_s = 90^\circ$ 'a kadar gözlenerek sonuçlar çıkarılmıştır. Model, 10 adet NURBS yüzeyinden oluşturulmuştur. Bu yüzeylerden ikisi düzlem geriye kalan 8 tanesi silindirin iki kere kesilmesi ile oluşan 4 yan yüzey ve 4 parçaya ayrılmış üst tabandır.



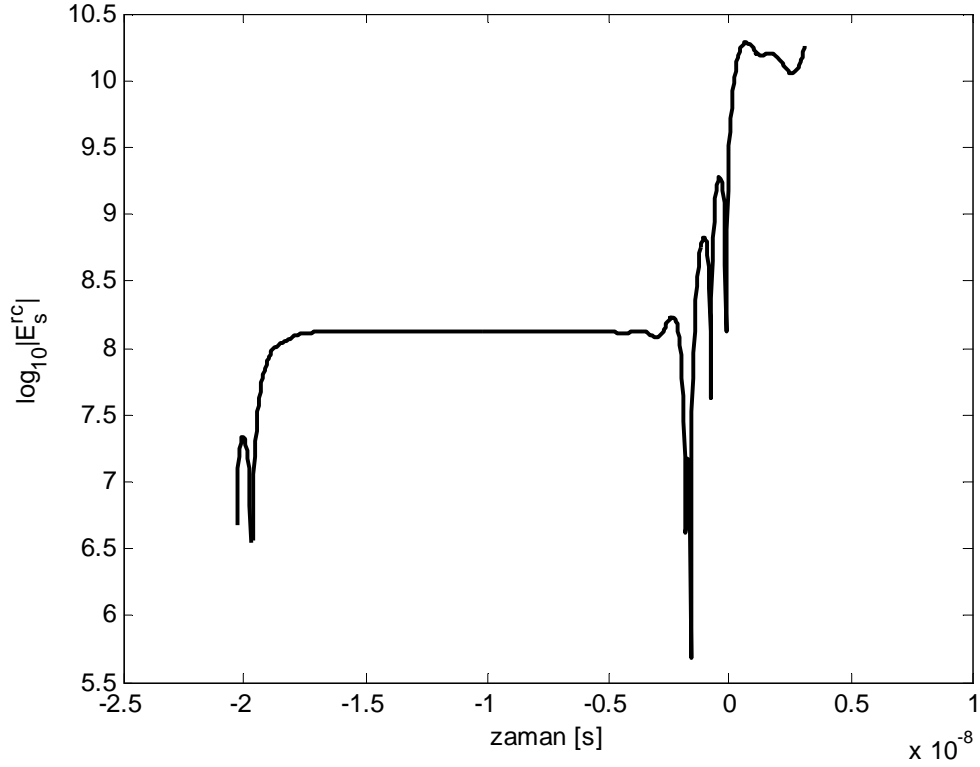
Şekil 5.11 RKA değeri hesaplanacak karmaşık geometriye sahip cisim

Önceki örneklere benzer şekilde, kesim çizgileri Şekil 5.12'de gösterilmiştir. Bu kesim çizgileri, yukarıda belirlenen aydınlatma ve $\theta_s = 35^\circ$ $\phi_s = 0^\circ$ saçılma

yönünde saçılan alanı çıkartırken elde edilmiş çizgilerdir ve yine anlaşılabilirliği artırmak amacıyla örnek sayısı azaltılarak çizdirilmiştir. Bu kesim çizgileri ile elde edilen zaman uzayı cevabı Şekil 5.13'te verilmiştir. Menzil düzeltilmiş saçılan alan değerlerinin geniş bir aralıkta değer alması nedeniyle bu grafikteki değer eksenini logaritmik olarak çizilmiştir. Diğer saçılma açılarıdaki zaman uzayı cevapları da benzer şekillerde elde edilebilir.

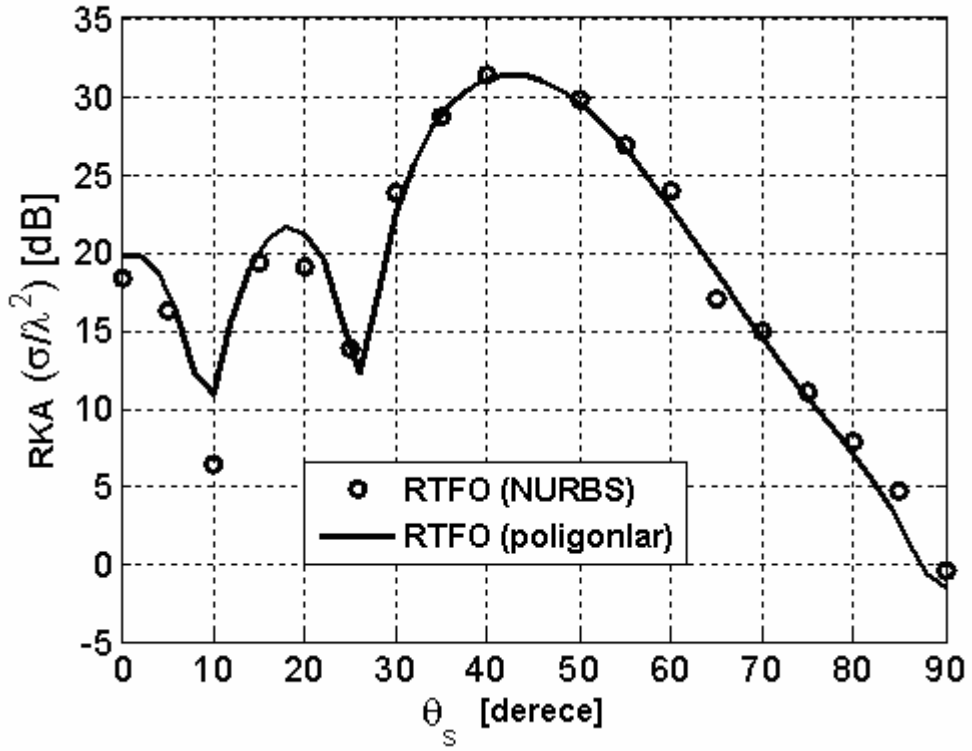


Şekil 5.12 Karmaşık geometrinin $\theta_s = 35^\circ$ $\phi_s = 0^\circ$ saçılma yönü için kesim çizgileri



Şekil 5.13 Karmaşık geometrinin $\theta_s = 35^\circ$ $\phi_s = 0^\circ$ saçılma yönünde zaman uzayı cevabı

Karşılaştırma için ise, aynı model 129136 üçgen ile modellenmiş ve poligonal yüzeyler üzerinden Radon dönüşümü yorumu kullanılmıştır. Bölükbaş ve Ergin [14] tarafından verilen bu yöntem ile yazılmış program ile giriş parametreleri eşitlenmiş ve gölgeleme kontrolleri her iki yöntemde de açık hale getirilmiştir. RKA değerlerinin karşılaştırma sonuçları Şekil 5.14’de gösterilmiştir. RKA verileri, NURBS yüzeyleri üzerinden Radon dönüşümü için 5° adımlarla, poligonal yüzeyler için 2° adımlarla üretilmiştir.



Şekil 5.14 Bahsedilen cismin karşılaştırmalı RKA değerleri.

Sonuçların tutarlılığı açıktır. Hatanın fazla olduğu açılarda,

1. Poligonal yüzeylerin (özellikle silindir) modellenmesindeki hatalar,
2. NURBS temelli çözümde kullanılan gölgeleme algoritmasının düşük hassasiyetinin neden olduğu hatalar,
3. Zaman uzayından frekans uzayına geçilirken yapılan olası hataların

etkili olduğu düşünülmektedir.

6. DEĞERLENDİRMELER VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR

Bu tezde, NURBS yüzeyleri üzerinden FO integralinin Radon dönüşümü ile yorumlanması verilmiştir. NURBS yüzeyleri üzerinden FO integrali, zaman uzayında Radon dönüşümü yorumu kullanılarak yeni bir çizgisel integrale indirgenmiştir. Bu indirgeme sırasında hiçbir yaklaşım yapılmamıştır. Bundan dolayı, el edilen FO integralinin çizgisel integral gösterimi tam sonuç verir. Çıkarılan kapalı biçimdeki ifadenin doğruluğu basit ve karmaşık nümerik örneklerle gösterilmiştir.

Önerilen yöntemle, kare plaka ve küre gibi temel iki basit cisim üzerinden radar kesit alanı mükemmel bir doğrulukla hesaplanmıştır. Bu sonuçların yanında ayrıca, bu iki temel cisimden kara plakanın monostatik durumda saçılan alan için zaman uzayı cevabı hem analitik olarak çıkarılmış hem de uygulanan yöntem ile çıkarılan nümerik sonuç ile doğruluğu gösterilmiştir. Küre için ise, verilen radar kesit alanı değerleri yanında, bistatik durumda, küreden saçılan alanın zaman uzayı cevabı analitik olarak çıkarılmış ve bu cevap ile uyguladığımız yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Bu sonuçların tutarlılığı da gösterilmiştir.

Gerçek dünyada karşılaşılan problemlerde uygulanan yöntemin doğruluğunu göstermek amacıyla, bir silindir ve iki dikdörtgen düzlemden oluşan karmaşık bir geometri oluşturulmuştur. Bu geometri ile gölgeleme kontrolünün doğruluğu test edilmiştir. Bu örnek açısından da uygulanan yöntemin doğruluğu ve tutarlılığı açıktır [24].

Bölüm 5'te sunulan örneklerin ışığında, önerilen yöntemin iyileştirilmesi açısından,

1. Uygulanan kontrol noktaları üzerinden üçgenleme ve üçgen-ışın kesişimine dayalı gölgeleme kontrol algoritmasının değiştirilerek, NURBS-ışın temelli gölgeleme algoritmasına geçilmesi,

2. Herhangi bir bilgisayar destekli tasarım (*CAD*) programından elde edilen geometri verisinin üretilen koda uygulamasını sağlayacak bir dönüştürücünün koda eklenmesi,
3. *MATLAB* ortamında geliştirilmiş bu kodun, bir programlama diline geçirilerek performansının gözlenmesi,

sayılabilir. Bu iyileştirmelerin yanında, Fiziksel Optik (FO) üzerine kurulmuş bu yönteme,

1. Birden fazla yansımanın (*multiple bouncing*) tespiti ve hesaplamalara eklenmesi [31],
2. Bir kırınım tekniği ile birleştirilerek, kırınım terimlerinin de hesaba eklemesiyle sonuçların tam dalga çözümleri ile karşılaştırılabilecek seviyeye getirilmesi,
3. Yakın alan çözümlerinin elde edilebilmesi için kod üzerindeki değişikliklerin yapılması,

gibi bazı ilaveler düşünülebilir. Bu ilaveler geleceğe yönelik çalışmalar olarak da sayılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] A. Taflove, K. R. Umashankar, "The Finite Difference Time Domain Method for Numerical Modelling of Electromagnetic Scattering," *IEEE Trans Magnetism* 25(4) (1989), 3086–3091.
- [2] X. Yuan, "Coupling of Finite Element and Moment Methods for Electromagnetic Scattering from Inhomogeneous Objects," *IEEE Trans Antennas Propagat* 38 (1988), 386–393.
- [3] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, IEEE Press, 1997.
- [4] Q. H. Liu, "The PSTD Algorithm: A Time-Domain Method Requiring only Two Cells per Wavelength," *Microwave Opt Technol Lett*, vol. 15 No. 3, pp. 158-165, 1997.
- [5] J. B. Keller, "Determination of Reflected and Transmitted Fields by Geometrical Optic," *Journal of Optical Society of America* 40(1) (1950) pp. 48
- [6] G. A. Deschamps, "Ray Techniques in Electromagnetics," *Proceedings of the IEEE* 60(9) 1972 pp. 1022
- [7] H. Ling, R. C. Chou and S. W. Lee, "Shooting and Bouncing Rays: Calculating the RCS of an Arbitrarily Shaped Cavity," *IEEE Trans Antennas Propagat* 37(2) (1989), 1345–1351.
- [8] W. C. Chew, J. Jin, C. Lu, E. Michielssen and J.M. Song, "Fast Solution Methods in Electromagnetics," *IEEE Trans Antennas Propagat* 45(10) (1997), 1488–1493.

- [9] J. Song, C. Lu and W.C. Chew, "Multilevel Fast Multipole Algorithm for Electromagnetic Scattering by Large Complex Objects," *IEEE Trans Antennas Propagat* 37(2) (1989), 1345–1351.
- [10] F. Obelleiro, J.M. Taboada, L. Landesa, and I.T.Castro, "Synthesis of array antennas onboard complex platforms considering coupling effects by means of a hybrid MM-PO technique," *Microwave Opt Technol Lett*, vol. 33, pp. 207-212, 2002.
- [11] D. Klement, J. Preissner, and V. Stein, "Special problems in applying the physical optics method for backscatter computations of complicated objects," *IEEE Trans Antennas Propagat* 36 (1988), 228–237.
- [12] P.M. Johansen and O. Breinberg, "An exact line integral representation of the physical optics scattered field: The case of a perfectly conducting polyhedral structure illuminated by electric Hertzian dipoles," *IEEE Trans Antennas Propagat* 43 (1995), 689–696.
- [13] W.B. Gordon, "Far-field approximations to the Kirchhoff–Helmholtz representation of scattered fields," *IEEE Trans Antennas Propagat* 23 (1975), 590–592.
- [14] D. Bölükbaş and A.A. Ergin, "A Radon Transformation Interpretation of the Physical Optics Integral," *Microwave Opt Technol Lett* 44 (2005), 284-288.
- [15] L. Piegl, "On NURBS: A Survey," *IEEE Comput Graph Applic*, vol.11(1) , pp. 55-71, January 1991.
- [16] L. Piegl and W. Tiller, *The NURBS Book*, Springer, Berlin, 1997.

- [17] Jin-Lin Hu, Shi-Ming Lin, and Wen-Bing Wang, "Computation of PO integral on NURBS surfaces and its application to RCS calculation," *Electron Lett*, vol. 33, no. 3, pp. 239-240, 30 Jan. 1997.
- [18] A. Pippi, S. Della, and S. Maci, "A line-integral asymptotic representation of the PO radiation from NURBS surfaces," *IEEE Int Symp Antennas Propagat*, vol. 4, pp. 4511-4514, 20-25 June 2004.
- [19] J. Pérez and M.F. Cátedra, "Application of physical optics to the RCS computation of bodies modeled with NURBS surfaces," *IEEE Trans Antennas Propagat*, vol. 42, pp. 1404-1411, October 1994.
- [20] E.Y. Sun and W.V.T. Rusch, "Time-domain physical-optics," *IEEE Trans Antennas Propagat* 42 (1994), 9-15.
- [21] A. Altintas, and P. Russer, "Time domain equivalent edge currents for transient scattering," *IEEE Trans Antennas Propagat* 49 (2001), 602-606.
- [22] C.A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, Wiley, New York, 1989.
- [23] R. P. Markot and R. L. Magedson, "Procedural method for evaluating the intersection curves of two parametric surfaces," *Comput-Aided Des*, vol. 23, no. 6, pp. 395-404, July/August 1991.
- [24] H.A. Serim and A.A. Ergin, "Computation of the Physical Optics Integral on NURBS Surfaces Using a Radon Transform Interpretation," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, accepted.
- [25] N.M. Patrikalakis, "Surface-to-Surface Intersections," *IEEE Comput Graph Applic*, January 1993, 89-95.

- [26] W. Kaplan, *Advanced Calculus*, 5th ed., Addison-Wesley, Boston, 2003
- [27] R. Bhalla and H. Ling, “Image domain ray tube integration formula for the shooting and bouncing ray technique,” *Radio Sci*, vol. 30, no. 5, pp. 1435-1446, Sept.-Oct. 1995.
- [28] D. Lischinski and J. Gonczarowski, “Improved Techniques for Ray Tracing Parametric Surfaces,” *Visual Comput-Int Jour Comput Graph*, vol. 6, no. 3, pp. 134-152, June 1990.
- [29] T. Möller and B. Trumbore, “Minimum Storage Ray-Triangle Intersection”, *Journal of Graphics Tools*, vol. 2, no. 1, pp. 21–28, 1997.
- [30] D.C. Jenn, *Radar and laser cross-section engineering*, AIAA, 1995
- [31] R.E. Hodges, Y. Rahmat-Samii, “An Iterative Current-Based Hybrid Method for Complex Structures” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 2, pp. 265 – 276, Feb. 1997

ÖZGEÇMİŞ

Hüseyin Avni SERİM, 1977 yılında Üsküdar'da doğdu. İlköğrenimini Kadıköy'de tamamladıktan sonra, orta öğrenimini Haydarpaşa Anadolu Teknik Lisesi Elektronik Bölümü'nde 1995'te tamamladı. 1996 yılında Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde okumaya hak kazandı. 2000 yılında mezun olduktan sonra aynı yıl Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümü'ne 2002 yılında araştırma görevlisi olarak atandı ve bu bölümden 2003 yılında yüksek mühendis unvanını aldı. Aynı yıl ve aynı yerde doktora öğrenimine başladı. 2005 yılında TÜBİTAK Marmara Araştırma Merkezi Bilişim Teknolojileri Enstitüsü'nde yarı zamanlı araştırmacı olarak göreve başladı. Şu an her iki görevini de sürdürmektedir.