

**T.C.**

**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ İLE  
KEYFİ ŞEKİLLİ METAL DALGA KILAVUZLARI  
MODELLEMESİ**

**TÜRKER TOPAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

**GEBZE**

**2008**



**T.C.**

**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ İLE  
KEYFİ ŞEKİLLİ METAL DALGA KILAVUZLARI  
MODELLEMESİ**

**TÜRKER TOPAL**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

**TEZ DANIŞMANI**

**PROF.DR. YURY A. TUCHKIN**

**GEBZE**

**2008**

 <p>GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ</p>	<p>MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ</p> <p>JÜRİ ONAY FORMU</p>
---	--

**JÜRİ**

ÜYE ( BAŞKAN) :

ÜYE :

ÜYE :

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun .../.../... tarih ve .../.../... sayılı kararı ile yukarıdaki öğretim elemanlarından oluşmuş jüri tarafından düzenlenen .../.../... tarihli Tez Savunma Tutanağı neticesinde Yüksek Lisans öğrencisi .....'ın çalışması GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Yönetim Kurulu .../.../... tarih ve .../.../... sayılı kararıyla .....Anabilim Dalında Yüksek Lisans / Doktora tezi olarak onaylanmıştır.

## ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI: KEYFİ ŞEKİLLİ DALGA KILAVUZLARI MODELLEMESİ

YAZAR ADI: TÜRKER TOPAL

Keyfi şekilli dalga kılavuzlarının modellenmesi için matematiksel olarak güçlü, sayısal olarak etkili analitik regülarizasyon yöntemi kullanılacaktır. Regülerleştirme işleminin sonucunda  $Ax=b$  tipinde birinci türden denklem sistemi,  $(I+H)x=b$  tipinde karesi toplanabilir dizilerin uzayı  $l_2$  ' de ikinci türden sonsuz lineer cebir denklem sistemine indirgenebilir. Bu denklem sistemi sayısal olarak kesme yöntemi ile istenilen doğrulukta çözülebilir.

Problemin çözümü için kullanılan yöntem dalga kılavuzunun çevresinin parametrize edilmesi ile başlar. Helmholtz denklemi için sınır değer problemi çözülür. Green fonksiyonları yardımıyla saçılan alan için integral gösterimi elde edilir. Sınır koşullarının integral eşitliğine işlenmesi ile  $l_2$  uzayında birinci türden bir denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi logaritmik tekillik içermektedir. Daha sonra, logaritmik tekillik düzenli ve tekil kısımlarına ayrılır. Daha sonra her parça Fourier açılımı olarak tanımlanır ve böylelikle ikinci türden sonsuz lineer cebirsel sistem elde edilir. Daha sonra çift taraflı regülerleştirici yardımı ile birinci türden lineer cebir sistemi ikinci türden lineer cebir sistemine çevrilir. Problemin çözümü ile elde edilen sistem istenilen N boyutunda kesilerek sonuca ulaşılır.

Elde edilen, sayısal sonuçlar sunulan yöntemin, kararlı, hem kanonik hemde kanonik olmayan dalga kılavuzları için etkili ve verimli olduğunu göstermektedir.

## SUMMARY

SUBJECT: ARBITRARY SHAPE WAVEGUIDES MODELLING

AUTHOR : TURKER TOPAL

Analytical Regularization Method is used to solve the problems for waveguides with arbitrary cross-section. Method is powerful in mathematical meaning and efficient in numerical meaning. With the help of regularization method, the initial boundary value problem equivalently reduced to the system of algebraic equations of the first kind  $Ax=b$  to the  $(I+H)x=b$  second kind equation in the  $l_2$  space of square summable sequences.

Algorithm to solve the problem starts with the parameterization of the contour. Helmholtz' equation for the boundary value problem is solved next. By means of Green's functions, integral presentation of scattering field is obtained. Substitution of this integral representation into the boundary condition gives the relevant integral equation of first kind in space  $l_2$ . Then, the kernel is split into regular and singular parts, and expand every part into its Fourier series, obtaining finally an infinite algebraic system of the first kind. Then by means of double sided regularizator algebraic system of the first kind can be reduced to algebraic system of the second kind. With truncation procedure the final equation system can be solved with any desired accuracy.

Numerical results shows, presented method is mathematically strong, and numerically accurate and efficient not only for kanonic shapes but also for non- kanonic shapes of waveguides.

## TEŞEKKÜR

Tezimin hazırlanması sürecinde her zaman her konuda olağan üstü ilgi, destek, yardım ve yönlendirmeleri için değerli hocam Prof. Dr. Yury TUCHKIN' e, tecrübelerini ve yardımlarını esirgemeyen hocam Dr. Fatih DİKMEN' e ve Dr. Olga SUVOROVA' ya, özel sektördeki yoğun ve uzun mesai saatlerinde bana her zaman anlayış gösteren değerli müdürüm Elçin ŞİMŞEK' e, tez çalışmalarımda yardımlaştığım saygı değer arkadaşım Soner MUŞ'a, yardımları için sevgili arkadaşım Ömer SEBAT' a ve en önemlisi tez çalışmalarım boyunca beni sabırla destekleyen, güvenimi kaybetmeme hiç bir zaman izin vermeyen sevgili eşim Elena' ya ve bugünlere gelmemde her türlü çabayı gösteren aileme tüm kalbimle teşekkürlerimi sunarım.

Türker TOPAL

# İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Konu ve Önemi	1
1.2 Analitik Regularizasyon Yöntemi	1
2. DALGA KILAVUZLARI	3
2.1 Klasik Teori	3
2.1.1 Maxwell Denklemleri	3
2.1.2 Dalga Kılavuzlarının Genel Özellikleri	4
2.1.3 Dikdörtgen dalga kılavuzu	8
2.1.4 Dairesel Dalga Kılavuzu	10
2.1.5 Eliptik Dalga Kılavuzları	12
2.2 Dalga kılavuzları ile ilgili güncel yöntemler	12
2.2.1 Elektromanyetik Öz-Değer Problemleri İçin Geliştirilmiş Sonlu-Farklar Yöntemi	14
2.2.2 İki Boyutlu Yüksek-Dereceli Sonlu Elemanlar Vektörünün Sistematik Olarak Elde Edilmesi ve Dalga Kılavuzu Analizlerinde Kullanılması	15
2.2.3. Sınır Çevresinde Şekil Eşleştirme Yöntemi ve Hızlı Fourier Transformu Yardımıyla Dalga Kılavuzlarının Öz-Mod Hesabı	16
2.2.4. Wendland Radial Basis (WRB) Fonksiyonları Kullanılarak Eliptik Dalga Kılavuzlarının Analizi	17
2.2.5 Keyfi Şekli Dalga Kılavuzlarında Önemli TM Mod Kesim-Dalga Sayısı Hesaplanması için Geliştirilmiş Yöntem	18
2.2.6 Keyfi Şekli Dalga Kılavuzlarında En Düşük TM Mod Kesim Dalga Sayısının Tahmini	19
3. KEYFİ ŞEKİLLİ DALGA KILAVUZLARINDA ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ	20
3.1 Birinci Türden Lineer cebirsel Sistem İle İkinci Türden Lineer cebirsel Sistemin Karşılaştırılması	20
3.2 İç Saçılma Problemi	23
3.3 Dalga Kılavuzu Spektral Problemi	28
4. SONUÇLAR	32
4.1 Kesim Frekansları ve Sistem Boyutları Arasındaki İlişkileri Gösteren Tablolar	34

4.2 Sistem boyutu ile sistem karakteristik özellikleri arasındaki ilişki grafikleri	37
4.3 Sistem fonksiyonun determinantı ile $\omega_c$ ( kesim frekansı ) arasındaki ilişki grafikleri	38
4.4 Öz Mod Alan Grafikleri	40
KAYNAKLAR	43
ÖZGEÇMİŞ	46

## ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Keyfi şekilli kesitte bir dalga kılavuzu	5
2.2. Dikdörtgen dalga kılavuzunun geometrik yapısı	8
2.3. Dairesel dalga kılavuzunun geometrik yapısı	10
3.1. Saçılma problemi için keyfi şekilli bir kesit	23
4.1. Kesim frekansı hesaplanması için izlenen ana algoritma	31
4.2. Hesaplarda kullanılan dalga kılavuzlarının geometrik yapıları	33
4.3. Determinant ile sistem boyutu arasındaki bağıntı	37
4.4. Determinantın sistem boyutunun Tersine olan bağıntısı	37
4.5. Eliptik dalga kılavuzunda $\det(I + H_N(k)) = 0$ ile $ka$ arasındaki ilişki	38
4.6. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzunda $\det(I + H_N(k)) = 0$ ile $ka$ arasındaki ilişki	39
4.8. Eliptik dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri	40
4.9. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri (4 osilasyona kadar) ( $a = 1, b=2, r=1$ )	41
4.10. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri (4 osilasyondan sonrası) ( $a = 1, b=2, r=1$ )	42

## TABLOLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
4.1. Dairesel dalga kılavuzu ilk kesim frekansı , sistem boyutu	34
4.2. Dairesel dalga Kılavuzu ( $a=1$ ) için ilk modlardaki kesim frekansları $k_c$ karşılaştırması	34
4.3. Eliptik dalga Kılavuzu ( $a = 1, e =0.1, N = 40$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı $k_c$ karşılaştırması	34
4.4. Eliptik dalga kılavuzu ( $a = 1, e =0.9, N = 40$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı $k_c$ karşılaştırması	35
4.5. Kenarları yuvarlatılmış kare dalga kılavuzu ( $a = 1, b = 2.0, r = 0.000002$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı $k_c$ karşılaştırması	35
4.6. Kenarları yuvarlatılmış kare dalga kılavuzu ( $a = 2, b = 2.0, r = 0.000002$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı $k_c$ karşılaştırması	35
4.7. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzu ( $a = 1, b = 1, r = 1, N=80$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı $k_c$ karşılaştırması	35
4.8. Kesim frekansı $k_c$ nin sistem boyutuna yakınsaması	38

# 1.GİRİŞ

## 1.1 Konu ve Önemi

Dalga kılavuzları günümüz mikrodalga sistemlerinde sıklıkla kullanılmaktadır. Özellikle keyfi şekilli, kanonik olmayan dalga kılavuzları, haberleşme sistemlerinde iletim hattı olarak, mobil radyo sistemlerinde, mikro dalga cihazlarda güç bölücü, filtreleyici olarak, medikal cihazlarda vb. Birçok uygulamada karşımıza çıkmaktadır. Dolayısıyla, dalga kılavuzu modellemesi için verimli ve kararlı nümerik benzetimlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yüzden oldukça keyfi şekilli dalga kılavuzları için doğru nümerik yöntemlerin geliştirilmesi için çalışılmaktadır. Literatürde son yirmi yılda konu hakkında yazılmış yüzlerce makale ve geliştirilmiş birçok yöntem bulunmaktadır. 2. Bölümde yaptığımız araştırma özetinden de anlaşılacağı üzere, mevcut yöntemlerin büyük bir çoğunluğunun istenilen doğruluk değerlerine ulaşamadığı görülmektedir. Sunulacak yöntem ile keyfi şekilli dalga kılavuzu modellemesinde istenilen doğrulukda ve kararlı sonuçlar elde edilebilecektir. Bu yöntem matematiksel olarak güçlü, nümerik olarak verimli temeller üzerine oturtulmuştur.

## 1.2 Analitik Regularizasyon Yöntemi

Analitik Regularizasyon Yöntemi (ARY) [1-9] keyfi şekilli kesite sahip dalga kılavuzu modellemesi için kullanılabilir. Bu amaç için, öncelikle, iç saçılma problemi ( dalga kılavuzu içinde yük olması) ele alınmıştır. Bu durum için, bazı reel frekanslarda, problem tek çözümlü değildir. İyi bilindiği gibi, bu frekans değerleri, dalga kılavuzları için öz frekansları olarak kabul edilir. Bu sayede, spektral problem için "k" bulunabilmektedir. Bulunan "k" değeri için homojen saçılma problemi sıfırdan farklı çözüme sahiptir. ARY spektral problemin eşiti olacak karakteristik değer ve buna karşılık gelen karakteristik vektörlerden oluşan sonsuz analitik operator-fonksiyonuna dönüştürülmesi için kullanılmaktadır[1-9]. ARY üzerine yapılan önceki çalışmalar [1-9] sonuçların istenilen doğruluk seviyesinde elde edilebildiğini göstermektedir.

Alt Bölüm 2.1 de klasik dalga kılavuzu teorisi hakkında gerek duyulan bazı bilgiler özetle anlatılmıştır. Özellikle, klasik teorinin ana etkeni “değişkenlerin ayrıştırılması” (separation of variables) yöntemi üzerinde durulmuştur. Dikdörtgen ve daire dalga kılavuzlarının çözümünde değişkenlerin ayrıştırılması yöntemi için detaylı bilgi verilmiştir. Eliptik dalga kılavuzlarında aynı yöntemle çözülebilse de, hem teori çok detaya sahiptir, hem de Mathieu fonksiyonları kullanılması gerekmektedir. Değişkenlerin ayrıştırılması ve Mathieu fonksiyonları sunacağımız yöntemde kullanılmadığı için ilgili araştırmacılar konu ile ilgili kaynaklara yönlendirilmiştir.

Alt Bölüm 2.2 de keyfi şekilli dalga kılavuzları ile ilgili mevcut yayınlardan yapılmış özet bir araştırma bulunmaktadır. Seçilen güncel makalelerin herbirinin özetinin sonunda yorum ve değerlendirme yapılmıştır.

Bölüm 3 de ARY yöntemi ile ilgili temel bilgiler verilmiştir. Birinci türden denklem sistemi ile ikinci türden denklem sistemi karşılaştırması yapılmıştır. Daha sonra iç saçılma probleminin çözümü için geçerli integral denklemleri verilmiştir. Verilen çözümün, keyfi şekilli dalga kılavuzları için nasıl kullanıldığı gösterilerek sonuç bölümüne geçilmiştir.

Bölüm 4 de sunduğumuz ARY ile elde edilen sonuçların, hali hazırda bilinen analitik çözümler ve/veya diğer nümerik yöntemlerin çözümleri ile karşılaştırmaları yapılmıştır. Karşılaştırmalar, sunduğumuz yöntem ile elde edilen sonuçların doğruluğunu göstermektedir. Sonuçlar sayfasında ayrıca, elde edilen sonuçların niteliksel özelliklerini gösterecek olan, hal sayısı (condition number), yakınsama, sistem kesim ve yuvarlama hataları ile ilgili sonuçlar verilmiş ve üzerinde yorumlar yapılmıştır.

## 2. DALGA KILAVUZLARI

### 2.1 Klasik Teori

#### 2.1.1 Maxwell Denklemleri

Problemin çözümü için ihtiyaç duyacağımız Maxwell denklemleri, normal dalga denklemi için Helmholtz eşitliği ile başlamak gerekmektedir.

Maxwell denklemleri ( diferansiyel formda ) ;

Genelleştirilmiş Ampere Kanunu;

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{d\mathbf{D}}{dt} + \mathbf{J}, \quad (2.1)$$

Faraday İndüksiyon Kanunu:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (2.2)$$

Elektrik Alan için Gauss Kanunu:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.3)$$

Manyetik Alan için Gauss Kanunu:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.4)$$

Yükün Korunumu Kanunu:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{d\rho}{dt} \quad (2.5)$$

Maxwell denklemlerinin toplam yük ve akım formu ve bilinen vektör özelliği kullanılarak dalga denklemi şu şekilde yazılabilir;

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{B} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{V}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) - \nabla^2 \mathbf{V}$  vektör özelliği kullanılarak ve zaman bağımlılığının  $\exp(j\omega t)$  olduğu harmonik alanlar için;

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

denklemini elde edilir. Burada,  $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  formülü ile elde edilir ve dalga sayısı olarak adlandırılır. (2.7) denklemini homojen Helmholtz denklemdir.

### 2.1.2 Dalga Kılavuzlarının Genel Özellikleri

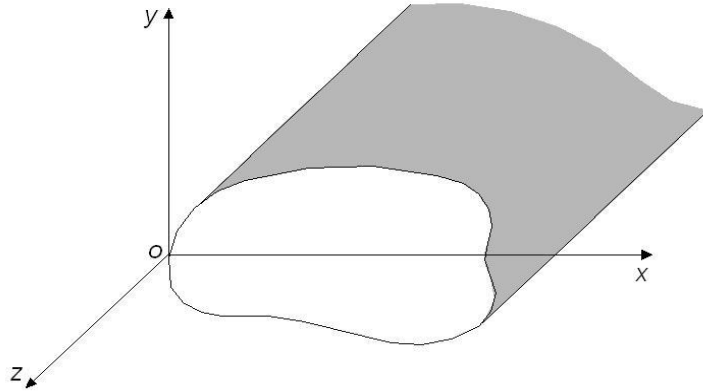
Şekil 1.1. de keyfi şekilli bir dalga kılavuzunun kesiti görülmektedir. Dalga kılavuzunun mükemmel iletkenlikte, sonsuz uzunlukta ve boylamsal olarak homojen olduğu kabul edilmiştir. Sonuç normal dalga formunda aranmaktadır. Normal dalganın zamana bağımlılığı  $e^{j\omega t}$  ve  $z$  yönünde bağımlılığı  $e^{-j\beta z}$  olarak bilinmektedir. Formüldeki  $\beta$  yayılım sabiti olarak kabul edilmektedir. Daha ileride anlaşılacağı üzere  $k_c, k, \beta$  değerleri  $k_c = \sqrt{k^2 - \beta^2}$  ile birbirine bağlıdır. (2.7) denkleminde, normal dalgaların  $z$ -ekseninde  $k > \beta$  şartı sağlandığı sürece yayıldığı kolayca çıkarılabilir.  $k < \beta$  durumu için artık dalga yayılmıyordur fakat  $z$ -ekseninde üstel olarak azalıyor. Bu sebepten  $k_c$  kesim dalga sayısı olarak adlandırılır.  $Z$  ekseninde bağımlılık şartından faydalanılarak 3 boyutlu problem, dalga kılavuzunun kesitinde aşağıdaki gibi 2 boyutlu probleme dönüştürülebilmektedir.

Elektrik ve manyetik alan denklemlerinin ifadesi;

$$\mathbf{E}(x, y, z) = [\mathbf{e}(x, y) + \mathbf{z}e_z(x, y)]e^{-j\beta z} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = [\mathbf{h}(x, y) + \mathbf{z}h_z(x, y)]e^{-j\beta z} \quad (2.9)$$

Denklemlerde  $\mathbf{e}(x, y)$  ve  $\mathbf{h}(x, y)$  enine  $(\hat{x}, \hat{y})$  elektrik ve manyetik alan bileşenlerini ifade ederken,  $e_z$  ve  $h_z$  boylamsal ( $z$  ekseninde boyunca) elektrik ve manyetik alan bileşenlerini ifade etmektedir.



Şekil 2.1. Keyfi şekilli kesitte bir dalga kılavuzu

Yukarıdaki formüllerde dalgaların  $+z$  yönünde hareket ettiği kabul edilmiştir.  $\beta$  sabitini  $-\beta$  ile değiştirerek dalgaların  $-z$  yönünde hareket hali çözülebilir. Ayrıca, eğer dalga kılavuzu içinde dielektrik kaybı mevcut ise  $j\beta$  katsayısı  $\gamma = \alpha + j\beta$  ile değiştirilmelidir.

Dalga kılavuzunun yüksüz olduğunu kabul edersek, Maxwell denklemlerini aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon\mathbf{E} \quad (2.11)$$

(2.10) ve (2.11) denklemlerinin üç bileşenlerini ayrı ayrı, aşağıdaki formda  $e^{-j\beta z}$  katsayısı çıkarılmış olarak yazabiliriz;

$$\frac{d\mathbf{E}_z}{dy} + j\beta\mathbf{E}_y = -j\omega\mu\mathbf{H}_x \quad (2.12)$$

$$-\frac{d\mathbf{E}_z}{dx} - j\beta\mathbf{E}_x = -j\omega\mu\mathbf{H}_y \quad (2.13)$$

$$\frac{d\mathbf{E}_y}{dx} - \frac{d\mathbf{E}_x}{dy} = -j\omega\mu\mathbf{H}_z \quad (2.14)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_z}{dy} + j\beta\mathbf{H}_y = j\omega\varepsilon\mathbf{E}_x \quad (2.15)$$

$$-\frac{d\mathbf{H}_z}{dx} - j\beta\mathbf{H}_x = j\omega\varepsilon\mathbf{E}_y \quad (2.16)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_y}{dx} - \frac{d\mathbf{H}_x}{dy} = j\omega\mu\mathbf{E}_z \quad (2.17)$$

(2.12)-(2.17) denklemleri enine dört alan bileşenleri için  $\mathbf{E}_z$  ve  $\mathbf{H}_z$  formunda şu şekli alır;

$$\mathbf{H}_y = \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega\varepsilon \frac{d\mathbf{E}_z}{dx} + \beta \frac{d\mathbf{H}_z}{dy} \right) \quad (2.18)$$

$$\mathbf{H}_x = \frac{j}{k_c^2} \left( \omega\varepsilon \frac{d\mathbf{E}_z}{dy} - \beta \frac{d\mathbf{H}_z}{dx} \right) \quad (2.19)$$

$$\mathbf{E}_x = \frac{-j}{k_c^2} \left( \beta \frac{d\mathbf{E}_z}{dx} + \omega\mu \frac{d\mathbf{H}_z}{dy} \right) \quad (2.20)$$

$$\mathbf{E}_y = \frac{j}{k_c^2} \left( -\beta \frac{d\mathbf{E}_z}{dy} + \omega\mu \frac{d\mathbf{H}_z}{dx} \right) \quad (2.21)$$

### TEM Dalgaları

Enine elektromanyetik dalgalar  $\mathbf{E}_z = \mathbf{H}_z = 0$  durumunda oluşmaktadır. (2.18)- (2.20) denklemlerinden görülebileceği gibi eğer  $\mathbf{E}_z = \mathbf{H}_z = 0$  ise, bütün enine alanlar sıfırdır. Veya  $k_c^2 = 0$ , ki bu durumda sonuç belirsizdir. TEM dalgalarının metal dalga kılavuzlarında var olamayacağını matematiksel olarak kanıtlamak mümkündür. TEM dalgaların var olabilmesi için bir yada daha fazla, mükemmel iletken, iç silindirin mevcut olması gerekir (koaksiyel dalga kılavuzlarında bu durum mevcuttur ve TEM dalgaları oluşabilir). Tezin konusu metal dalga kılavuzları olduğu için TEM dalgaları ilgi alanımız dışındadır.

### TE Dalgaları (H-Dalgaları)

Enine elektrik dalgaları (H-dalgaları olarak da adlandırılır)  $\mathbf{E}_z = 0$  and  $\mathbf{H}_z \neq 0$  koşulunda oluşmaktadır. (2.7) denkleminde  $\mathbf{H}_z$  in iki boyutlu homojen skalar Helmholtz denklemini sağladığı anlaşılmaktadır.

$$(\Delta + k_c^2) \mathbf{H}_z = 0 \quad (2.22)$$

Elektromanyetik dalganın diğér bileşenleri  $\mathbf{H}_z$  üzerinden  $\mathbf{E}_z \equiv 0$  ve (2.18-2.21) denklemleri yardımıyla hesaplanabilir.

#### TM Dalgaları (E-Dalgaları)

Enine manyetik dalgalar (E- dalgalar olarak da adlandırılır)  $\mathbf{E}_z \neq 0$  ve  $\mathbf{H}_z = 0$  koşulunda oluşmaktadır. Yine denklem (2.7) sayesinde  $\mathbf{E}_z$  ifadesinin iki boyutlu homojen skalar Helmholtz denklemini sağladığı görülmektedir.

$$(\Delta + k_c^2) \mathbf{E}_z = 0 \quad (2.23)$$

Elektromanyetik dalganın diğér bileşenleri  $\mathbf{E}_z$  üzerinden  $\mathbf{E}_z \equiv 0$  ve (2.18-2.21) denklemleri yardımı ile bulunabilir. Yapılan çalışma keyfi şekilli dalga kılavuzlarının TM modları üzerine olduğu için Tm dalgaları üzerinde biraz daha detaylı bilgi verilecektir.

(2.18-2.21) denklemleri Kartezyen koordinat sistemi için aşağıdaki şekilde yeniden yazılabilir;

$$\mathbf{H}_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{d\mathbf{E}_z}{dy} \quad (2.24a)$$

$$\mathbf{H}_y = \frac{-j\omega\epsilon}{k_c^2} \frac{d\mathbf{E}_z}{dx} \quad (2.24b)$$

$$\mathbf{E}_x = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{d\mathbf{E}_z}{dx} \quad (2.24c)$$

$$\mathbf{E}_y = \frac{-j\beta}{k_c^2} \frac{d\mathbf{E}_z}{dy} \quad (2.24d)$$

$\mathbf{E}(x, y, z) = [e_z(x, y)] e^{-j\beta z}$  olduğuna göre Helmholtz dalga denklemleri ve  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$  yardımıyla (2.24) denklemlerinden

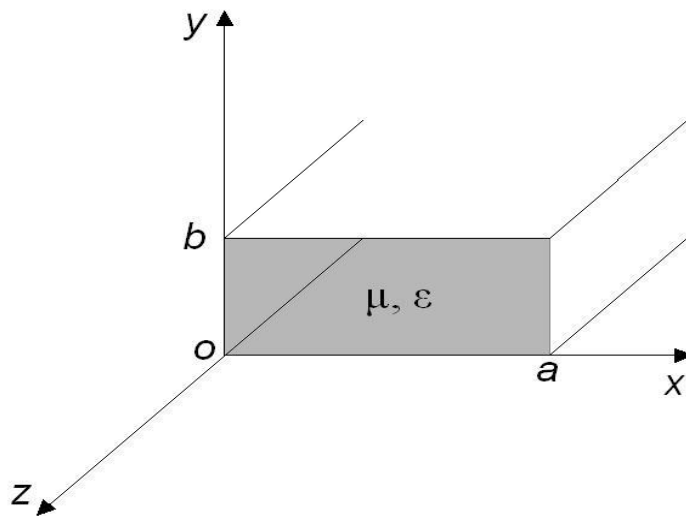
$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_c^2 \right) \mathbf{e}_z = 0 \quad (2.24)$$

elde edilir. Formulde  $k = k_0 \sqrt{\epsilon\mu}$  dir ve  $k_0$  boşluktaki dalga sayısı olarak adlandırılır. (2.25) denklemini dalga kılavuzunun ilgili sınır koşulları yardımı ile çözümlenmelidir. Bir başka deyişle, homojen sınır değeri probleminin sıfırdan farklı çözümünü verecek  $k_c^2 > 0$  denklemini sağlayan  $k_c$  değerinin bulunması gerekmektedir.

### 2.1.3 Dikdörtgen dalga kılavuzu

Dikdörtgen dalga kılavuzları elektromanyetik enerji transferi için kullanılan en eski iletim hatlarından biridir ve günümüzde hala bir çok uygulamada kullanılmaktadır. Günümüzde her ne kadar elektromanyetik devreler daha küçük olması için mikro şerit gibi düzlemsel iletim hatları ile üretilse de, yüksek güç sistemlerinde, kararlılık teslerinde ve milimetrik dalga sistemleri uygulamalarında hala dikdörtgen dalga kılavuzları kullanılmaktadır.

Metalik dikdörtgen dalga kılavuzlar TM ve TE dalgaları üretip, yayabilir. Fakat sadece bir dış iletken mevcut olduğu için TEM dalgaları üretemez ve yayamaz. İlgili alanımız doğrultusunda TM dalgaları daha detaylı olarak anlatılacaktır.



Şekil 2.2. Dikdörtgen dalga kılavuzunun geometrik yapısı

Şekil 2.2. de dikdörtgen dalga kılavuzun geometrik yapısı görülmektedir. Dalga kılavuzunun dielektrik sabiti  $\epsilon$  ve manyetik geçirgenliği  $\mu$  olan bir malzeme ile doldurulduğu kabul edilmiştir. Standart kurallara göre dikdörtgen dalga kılavuzun uzun kenarı x eksenine üzerine oturtulur bu sebepten  $a > b$  şartı sağlanır. Daha öncede belirttiğimiz gibi enine manyetik dalgalar  $\mathbf{E}_z \neq 0$  and  $\mathbf{H}_z = 0$  koşulunda oluşur. (2.25) denklemini değişkenleri ayırtma yöntemi ile (DAY) çözülebilir.

$$\mathbf{e}_z(x, y) = \mathbf{X}(x)\mathbf{Y}(y) \quad (2.25)$$

Şeklinde yeniden tanımlanır.(2.26) denklemini (2.25) denkleminde yerine konulduğunda;

$$\frac{1}{\mathbf{X}} \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial x^2} + \frac{1}{\mathbf{Y}} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial x^2} + k_c^2 = 0 \quad (2.26)$$

elde edilir. Burada;

$$\frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial x^2} + k_x^2 \mathbf{X} = 0 \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial x^2} + k_y^2 \mathbf{Y} = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{ve} \quad k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.29)$$

yardımı ile bulunur.  $\mathbf{e}_z$  ifadesi şu hali alacaktır;

$$\mathbf{e}_z(x, y) = (A \cos k_x x + B \sin k_x x + C \cos k_y y + D \sin k_y y) \quad (2.30)$$

Sınır koşulları ilave edildiğinde,  $\mathbf{E}_z$  için çözüm;

$$\mathbf{E}_z(x, y, z) = B_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{-j\beta z} \quad (2.31)$$

formülünden hesaplanır.

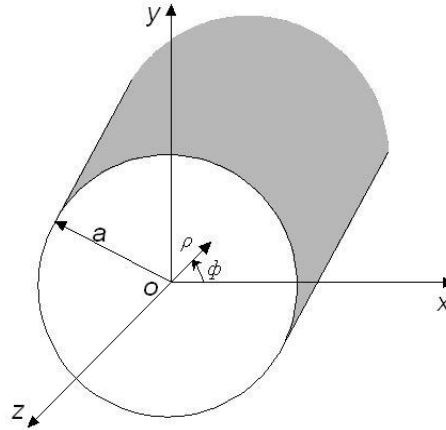
(2.24) ve (2.33) denklemleri kullanılarak enine alan bileşenleri  $TM_{mn}$  modları için hesaplanabilir. Öz-frekanslarını bulmak için;

$$f_{cm} = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (2.32)$$

formülü kullanılabilir.

### 2.1.4 Dairesel Dalga Kılavuzu

Dairesel dalga kılavuzuna ait geometrik yapı şekil 2.3. de görülmektedir. Silindirik geometri söz konusu olduğu için silindirik koordinat sistemi kullanılması uygun olacaktır. Dikdörtgen dalga kılavuzunda olduğu gibi enine alan bileşenleri yine  $\mathbf{E}_z$  ve  $\mathbf{H}_z$  bileşenleri yardımıyla, TM ve TE modları için hesaplanabilir.



Şekil 2.3. Dairesel dalga kılavuzunun geometrik yapısı

Dairesel dalga kılavuzu için ,  $\mathbf{E}_z$  bileşenini silindirik koordinat sisteminde ele almalıyız.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + k_c^2 \right) \mathbf{e}_z = 0 \quad (2.33)$$

Denklem (2.34) de  $\mathbf{E}_z(\rho, \phi, z) = \mathbf{e}_z(\rho, \phi)e^{-j\beta z}$  ve  $k_c^2 = k^2 - \beta^2$  olarak tanımlanır. (2.34) denklemini DAY yöntemi ile çözülebilir.

$$\mathbf{e}_z(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi) \quad (2.34)$$

(2.35) denklemini (2.34) denkleminde yerine koyulursa;

$$\left( \frac{1}{\mathbf{R}} \frac{d^2 \mathbf{R}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho \mathbf{R}} \frac{d\mathbf{R}}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2 \mathbf{P}} \frac{d^2 \mathbf{P}}{d\phi^2} + k_c^2 \right) = 0 \quad (2.35)$$

elde edilir. Sonuç şu şekilde de yazılabilir;

$$\left( \frac{\rho^2}{\mathbf{R}} \frac{d^2 \mathbf{R}}{d\rho^2} + \frac{\rho}{\mathbf{R}} \frac{d\mathbf{R}}{d\rho} + \rho^2 k_c^2 \right) = \frac{-1}{\mathbf{P}} \frac{d^2 \mathbf{P}}{d\phi^2}$$

Denklemin sol tarafı  $\rho$  değişkenine bağlı iken sağ tarafı  $\phi$  değişkenine bağlıdır. Bu sebepten, eşitliğin her iki tarafında bir sabite eşit olmalıdır. Sabit  $k_\phi^2$  olarak alınırsa;

$$\frac{-1}{\mathbf{P}} \frac{d^2 \mathbf{P}}{d\phi^2} = k_\phi^2, \quad (2.36)$$

veya

$$\frac{d^2 \mathbf{P}}{d\phi^2} + k_\phi^2 \mathbf{P} = 0.$$

denklemleri elde edilir. Ayrıca;

$$\rho^2 \frac{d^2 \mathbf{R}}{d\rho^2} + \rho \frac{d\mathbf{R}}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - k_\phi^2) \mathbf{R} = 0 \quad (2.37)$$

(2.37) denkleminin genel çözümü şu şekildedir;

$$\mathbf{P}(\phi) = A \sin k_\phi \phi + B \cos k_\phi \phi \quad (2.38)$$

Çözüm  $\phi$  de periyodik olduğundan,  $k_\phi$ ,  $n$  gibi bir tam sayı olmak zorundadır.

Bunun sonucunda, denklem (2.39)

$$\mathbf{P}(\phi) = A \sin n\phi + B \cos n\phi \quad (2.39)$$

Halini alırken, denklem (2.38) şu şekilde yeniden yazılır;

$$\rho^2 \frac{d^2 \mathbf{R}}{d\rho^2} + \rho \frac{d\mathbf{R}}{d\rho} + (\rho^2 k_c^2 - n^2) \mathbf{R} = 0 \quad (2.40)$$

Denklem (2.40) Bessel diffransiyel denklemi olarakda adlandırılır. Çözüm ise;

$$\mathbf{R}(\rho) = C J_n(k_c \rho) + D Y_n(k_c \rho) \quad (2.41)$$

şeklindedir. Denklemdaki  $J_n(x)$  ve  $Y_n(x)$  sırasıyla birinci ve ikinci türden Bessel fonksiyonlarıdır.  $Y_n(k_c\rho)$  terimi  $\rho = 0$  noktasında sonsuz olduğu için, bu terim sonsuz enerji ile bir elektromanyetik alan oluşturuyor anlamına gelmektedir. Fiziksel olarak böyle bir durum söz konusu olamayacağından  $D = 0$  olarak kabul edilir.  $e_z$  ifadesi şu hali alır;

$$e_z(\rho, \phi) = (A \sin n\phi + B \cos n\phi) J_n(k_c\rho) \quad (2.42)$$

Sınır koşulları denklem (2.43) teki  $e_z$  terimi için ele alınırsa;

$E_z(\rho, \phi) = 0$ ,  $\rho = a$  olur. Bu sebepten;

$$J_n(k_c a) = 0 \quad (2.43)$$

veya

$$k_c = p_{nm}/a$$

sonuçları bulunabilir. Burada  $p_{nm}$ ,  $J_n(p_{nm}) = 0$  denkleminin “m” indeksli köküdür.

### 2.1.5 Eliptik Dalga Kılavuzları

DAY ve Mathieu fonksiyonları eliptik metal dalga kılavuzlarının çözümlenmesinde kullanılmaktadır. Teori oldukça karışık ve uzun işlemler gerektirmektedir. Tezin konusu olan ARY bu iki tekniği de kullanmamaktadır. Bu sebepten konu ile ilgili araştırmacılar eliptik dalga kılavuzları hakkında yazılmış bir çok makaleye başvurabilirler. Eliptik dalga kılavuzları için analitik çözüm yöntemi [10], eliptik dalga kılavuzlarının araştırma tarihi [11] ile ilgili makaleler referanslarda mevcuttur.

## 2.2 Dalga kılavuzları ile ilgili güncel yöntemler

Bir önceki bölümde örnekleri görüldüğü gibi dikdörtgen, dairesel ve eliptik dalga kılavuzları için problem klasik yöntemlerle çözülebilmektedir. Bunun sebebi ise DAY'nin direk olarak modların elde edilmesi için uygulanabilir olmasıdır. DAY'nin uygulanabileceği 11 farklı koordinat sistemi

olsa da eliptik dalga kılavuzları için bile teori oldukça karmaşıktır. DAY'nin bu 11 koordinat sistemi için kullanılması teorik olarak mümkün olsada, pratikte uygulanabilir değildir. Bunun sebebi ise teorisi henüz istenilen düzeylere ulaşmamış olan özel fonksiyonlara duyulacak ihtiyaçtır. Sonuç olarak da, literatürde keyfi şekilli dalga kılavuzu probleminin çözümü için DAY kullanılan hiç bir makale ve/veya çalışmaya rastlanmamıştır. Giriş bölümünde belirtildiği gibi, keyfi şekilli dalga kılavuzu probleminin çözümü için geliştirilmiş birçok yöntem vardır. Tezin bu bölümünde, bu yöntemlerden, tez konusu ile ilgili olan ve gelecek vaat eden bazıları incelenmiştir. İncelenen yöntemleri kabaca iki ana grupta toplamak mümkündür.

İlk grup “hacim” temelinde oluşturulmuştur. Bu grubun öncelikli yöntemleri sonlu farklar yöntemi ile hacim integral denklemlerinin çözülmesi ve sonlu elemanlar yöntemi ile hakim difransiyel eşitliklerinin çözülmesidir. Bu yöntemler problem parametreleri (örneğin; dalga kılavuzunun şekli, dalga kılavuzunun sabit olmayan hatta süreklilik göstermeyen temel parametreleri vb.) açısından esnektir.

İkinci grup ise “alan” temelinde oluşturulmuştur. Bu grup ise ağırlıklı olarak klasik alan integral eşitliklerine uygulanan sınır koşulları elemanlarının difransiyel formlarını kullanan yöntemlerden oluşmaktadır. Bu gruptaki yöntemler Green fonksiyonları yardımı ile çözüme gittiği için birinci gruba göre daha az esnektir. Diğer taraftan, problemin çözümü ise bir alt boyutta elde edilebilmektedir. Bu noktadan hareketle ikinci grubun birinci gruba göre daha hızlı olduğunu fakat uygulama alanının daha az olduğunu söylemek mümkündür.

Her iki gruptaki yöntemlerin de bilinen olumsuz yanı, sonuçların birinci türden lineer cebirsel sistemde elde edilmesidir. Birinci türden lineer cebirsel sistemin ikinci türden lineer cebirsel sisteme karşı olan zayıflıkları Bölüm 3.1 de ele alınacaktır. Pratikte bu sorun şu şekilde açıklanabilir; birinci türden lineer cebirsel sistem kullanıldığında, ihtiyaç duyulan simülasyon doğruluğu elde edilemez çünkü eşitlik yeterli düzeyde ayrıştırılamaz. Eşitlik yeterli düzeyde ayrıştırıldığı zaman ise buna karşılık gelen lineer cebirsel sistem çok büyük olacağı için yine istenilen sonuç elde edilemez. Bu sebepten, genel olarak, bu yöntemler problem çözümün yaklaşık tahmini için kullanılabilir.

İncelenen makaleler sonucunda, bu yöntemler kullanılarak elde edilen çözümlerin analitik çözümlerle virgülden sonra iki rakamdan daha fazla doğru rakam vermediği gözlemlenmiştir. Malesef, yine bu yöntemlerin çoğunda, lineer cebirsel sistem kalitesi ya da problem çözümünün yakınsaması ile ilgili hiçbir bilgi bulunmamaktadır. Fakat yazarların yöntemleri hakkında yaptığı yorumlardan büyük “hal sayılarından” şikâyet ettikleri anlaşılmaktadır. Son olarak, mevcut yöntemlerde lineer cebirsel sistemin büyüklüğü için yapılan tercihler ya yazarın sırrı ya bir sanat, ya da her ikisi olarak karşımıza çıkmaktadır. Yazarlar sonuçlarını yine birinci türden lineer cebirsel sistem kullanılan diğer yöntemlerle karşılaştırmaktadırlar. Dolayısı ile sonuçlar diğer sonuçlarla kararlılık içindedir ki bu sonuçların ya aynı derece iyi olduğunu ya da aynı derece kötü olduğunu gösterir.

İlave olarak, yukarıda bahsettiğimiz iki ana gruba sokamadığımız farklı yöntemler de mevcuttur. Bu yöntemlere örnek olarak aldığımız iki yöntemde yazarlar kesim dalga sayısını bulmak için bu değerlerin alt ve üst sınırlarını hesaplayıp, buldukları değerlerin geometrik ortalamasını almaktadır. Bu yöntemler basit matematiksel formüller kullanılarak oluşturulmuştur ve diğer yöntemlerde elde edilen sonuçların alt ve üst sınırlar içinde kalıp kalmadığını kontrol etmek için kullanılabilir. Eğer, elde edilen sonuçlarda yüksek kararlılık bekleniyorsa bu yöntemlerin kullanılması pek mümkün olmayacaktır.

Yukarıda bahsettiğimiz tüm bu yöntemleri temsil eden makalelerden oluşan kısa bir araştırma şu şekilde gözükmektedir.

### **2.2.1 Elektromanyetik Öz-Değer Problemleri İçin Geliştirilmiş Sonlu-Farklar Yöntemi**

Bu makalede [12] Neuman ve Dirichlet sınır koşulları için homojen Helmholtz denklemi ve ikinci dereceden Lagrange Interpolasyon ile sonlu farklar yöntemi kullanılarak metal dalga kılavuzları için yayılım sabiti, kesim frekansları, öz-vektörler vasıtasıyla alan değerleri bulunmaktadır.

$Lu = \beta^2 u$  ana formülü Helmholtz denklemi öz-vektör problemi için kullanılarak problem çözülmektedir. İyi bilindiği üzere,  $\beta$  değeri biliniyorsa problem çözümü için gerekli öz çözüm elde edilebilir.

Makalede, dikdörtgen dalga kılavuzu örnek olarak alınmıştır. Dalga kılavuzunun y-ekseninde h yüksekliğinde bir şeritle bölüdüğü kabul edilerek oluşan iki dalga kılavuzunun birleştirdiği noktada hayali noktalar elde edilmiştir. Bu hayali noktaların kullanılması, yöntemin ana formülünde bulunan diffransiyel operatörü için büyük kolaylık sağlamaktadır. Bu yöntemde sonuç matrisinin oluşturulmasında kullanılacak olan son formül;

$$\mathbf{E}_{zm} = -jB_{mn} \frac{\beta_c^2}{2\pi\mu\epsilon} \mathbf{u}_{mn}^f e^{-j\beta z} \quad (2.44)$$

gibidir. Burada  $\beta_c^2 = (2\pi f_c)^2 \mu\epsilon$ ,  $B_{mn}$  sabit mod genliği ve  $f$  çalışma frekansıdır.  $\mathbf{u}_{mn}^f$  potansiyeli tanımlar ve  $mn$  x-y koordinat parametreleridir.

Makalede verilen sonuç grafiklerinden ve yazarların yorumlarından çıkarılabilecek sonuçlar şunlardır. Öz-vektörlerinin hesaplanması için bir parametrizasyon bulunmuştur. Öz-vektörler yardımı ile potansiyel bulunur. Bulunan paramterizasyon sayesinde potansiyel istenilen doğrulukla hesaplanabilir. Fakat kesim frekanslarının hesaplanması için bir parametrizasyon önerilememiştir. Hata grafiklerinde de görüldüğü gibi elde edilen sonuçlarda hata değerleri birbirlerine yakınsama göstermemektedir. Ayrıca hata değerleri her mod için farklıdır ve bazı modlarda elde edilen sonuçlar analitik sonuçlardan %4.5 oranında uzaklaşabilmektedir.

### **2.2.2 İki Boyutlu Yüksek-Dereceli Sonlu Elemanlar Vektörünün Sistematik Olarak Elde Edilmesi ve Dalga Kılavuzu Analizlerinde Kullanılması**

Sonlu elemanlar yöntemini basitleştirerek doğruluğunu artıracak yeni bir yöntem bu makalede sunulmuştur[13]. Yazarlar sonlu elemanlar yönteminin doğruluğunu artırmak için iki alternatiften bahsetmektedir. Birincisi, kesiti daha küçük bölümlere ayırmak, ikincisi ise daha yüksek dereceden elemanlar

kullanılmaktadır. Bu noktada, kullanılan elemanların derecesini artırmak yazarların incelediği daha eski çalışmalara göre çok zordur ve matematiksel olarak uygulaması karmaşıktır. Sebebi ise, problemin çözümü için gerekli olan şekil fonksiyonlarının yeterince açıklanmamış olmasıdır.

Önerilen yöntemde rotasyonel ve rotasyonel olmayan şekil fonksiyonlarından oluşan vektör kümeleri kullanılmaktadır. Alan vektörleri aşağıdaki formülde görüldüğü üzere şekil fonksiyonlarının vektör kümeleri yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\mathbf{E}_t^e = \{N^e\}^T \{E_t^e\} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{E}_z^e = \{N^e\}^T \{E_z^e\} \quad (2.46)$$

burada  $\{N^e\}$  sütun vektörü skalar şekil fonksiyonlarından oluşmaktadır.  $\{E_t^e\}$  ise bilinmeyen parametrelerden oluşan sütun vektörüdür.  $\{E_z^e\}$  dalga kılavuzun kesiti üzerinde propogasyon yönünde bilinmeyen parametreleri tanımlar.

Makalede, dikdörtgen dalga kılavuzu örnek olarak ele alınmıştır. Dalga kılavuzun kesiti, üçgen bölümlere ayrılmıştır. Bu geometri için gerekli olan yaklaşık 20 adet şekil fonksiyonu makalede sunulmuştur. Ama kural olarak, aynı formülleri daha karmaşık bir dalga kılavuzu kesiti için kullanılamayacağı anlaşılmaktadır. Yazarların belirttiği üzere, kompleks değişkenlerin kullanılması yöntemin doğruluğunu oldukça artırabilecektir. Fakat bu matematiksel olarak büyük bir işlem yükü getirecektir.

### 2.2.3. Sınır Çevresinde Şekil Eşleştirme Yöntemi ve Hızlı Fourier Transformu Yardımıyla Dalga Kılavuzlarının Öz-Mod Hesabı

Sınır çevresini çizgi düzlemi ve dairesel ark şeklinde parçalara ayırarak kullanılan şekil eşleştirme yöntemi bu makalede sunulmuştur[14]. TE ve TM modları kesim dalga sayısı ve genliği denklemin bilinmeyenleri olan dairesel dalga formunda tanımlanır. Özel düzlemsel dalga denklemi sınır çevresinin çizgi düzlemi için kullanılmasıyla, Helmholtz denklemi doğrudan sağlanır. Dairesel yay parçaları için ise iki farklı ağırlık fonksiyonu kullanılır. Dairesel

yay parçasının merkezinin dairesel dalga merkezi ile aynı olması veya olmaması şeklinde iki durum söz konusudur. Hızlı Fourier Transformu kullanılarak ikinci dereceden denklemlerin kullanılmasının önüne geçilmiştir ve böylelikle farklı alan ifadeleri arasında geçiş daha hızlı yapılabilmektedir. Genel olarak kullanılan formül;

$$\mathbf{G}_{pm} = \int_{l=0}^L \left\{ \begin{array}{l} \nabla_l \phi_m \cdot \mathbf{n} \\ \phi_m \end{array} \right\} \Big|_C e^{-j\rho 2\pi l/L} dl \quad (2.47)$$

şekilindedir. Üstteki durum H modları alttaki durum ise E modları içindir.  $\det(\mathbf{G})=0$  şartı sağlandığı durumda  $k_c$  hesaplanabilir. Sonuç matrisini hesaplamak için denklem  $\mathbf{G}_{pm} = \mathbf{G}_{pm}^c + \mathbf{G}_{pm}^l + \mathbf{G}_{pm}^o$  şeklinde 3 parçada ele alınır. Burada “c” dairesel ark merkezi ile dalga merkezi aynı olduğunu, “l” çizgisel düzlemi ve “o” dairesel ark merkezi ile dalga merkezinin farklı olduğunu gösterir.

Yazarlara göre sunulan yöntemin tek eksik yanı, nümerik hesaplamalar yapılıyorken “o” durumu için bilgisayarda ekstra bellek kullanımına ihtiyaç olmasıdır. Fakat yazarların yöntem hakkında yaptıkları şu yorum bizce çok daha önemlidir; eğer sonuç matrisi çok büyük boyutta ise sistem kötü şartlanmıştır. (ill-conditioned). Burada bahsi geçen büyüklük ise sistemin 20x20 olmasıdır! Bunun sebebi hakkında yapılabilecek yorum ise tabiki, birinci türden lineer cebirsel sistem kullanılmasıdır. Ayrıca Bessel Fonksiyonların harmoniklerle birlikte uygun olmayan kullanımı da sistemin kötü şartlanmasına etki etmektedir.

#### **2.2.4. Wendland Radial Basis (WRB) Fonksiyonları Kullanılarak Eliptik Dalga Kılavuzlarının Analizi**

Bu makalede [15] sonlu elemanlar ve sonlu farklar yöntemlerinde her zaman gerekli olan bölümlere(mesh) ayırma işlemine ihtiyaç duymadan kullanılabilecek bir yöntem sunulmaktadır. Yazarlara göre, çoğu zaman matematiksel olarak hem zor hemde çok karmaşık ve keyfi geometrilere imkânsız olan bölümlere ayırma işlemi yerine, Hermite interpolasyon ve WRB

fonksiyonları kullanarak sadece istenilen noktaların örneklenmesi yeterli olacaktır

Hermite interpolasyonu birinci derece türevlerin hesaplanması için kullanılmaktadır. WRB fonksiyonları ise yüksek dereceden oldukları için Taylor açılımında kullanılır. Genel olarak kullanılan formül, geometri üzerinde alınan noktanın Hermit interpolasyonu sonucu ilgili katsayıları bulunduktan sonra aşağıdaki gibidir;

$$\left( [A_{11}] - [A_{1B}][C_{1B}]^{-1}[C_{11}] \right) \{[\phi_1]\} = k_c^2 \left( [B_{11}] - [B_{1B}][C_{1B}]^{-1}[C_{11}] \right) \{[\phi_1]\} \quad (2.48)$$

Burada  $\phi_1$  iç noktalarda dalga denkleminin değerini verir. A,B,C Hermit interpolasyonu, WRB fonksiyonları ve Taylor açılımı sayesinde elde edilen katsayı vektörleridir.

Yazarlar sunduğu yöntemin keyfi şekilli dalga kılavuzlarında rahatlıkla kullanılabileceğini belirtse de, makalede sadece eliptik dalga kılavuzu için sonuçlar verilmiştir. Kanonik olmayan şekiller içinde yöntemin denenmesi gerekmektedir. Çünkü Hermit interpolasyonu gerçekten keyfi şekillerin modellenmesinde kullanılabilir. Ayrıca, yazarlar sistemin niteleyici parametrelerinden, yakınsama, hal sayısı vb hiçbir parameter hakkında bilgi vermemektedir.

### 2.2.5 Keyfi Şekilli Dalga Kılavuzlarında Önemli TM Mod Kesim-Dalga Sayısı Hesaplanması için Geliştirilmiş Yöntem

Bu makale [16] sunulan yöntemin ana amacı, çok basit matematik fonksiyonlar ile isoperimetric\* eşitsizlikler kullanarak TM mod kesim dalga sayısının yaklaşık olarak hesaplanmasıdır. Genel olarak, birçok durumda  $k_c$  değerinin alt limiti için kullanılan eşitsizlik;

$$k_c > B_0 \sqrt{\frac{\pi}{S}} \quad (2.49)$$

Denklemden S sınır bölgesi ile çevrilmiş alan,  $B_0$  ise 0 katsayılı Bessel fonksiyonunun birinci pozitif köküdür. ( $J_0(B_0) = 0$ )

(2.50) denklemi şu anlama gelmektedir. Aynı  $S$  alanına sahip tüm dalga kılavuzları arasında dairesel dalga kılavuzu minimum TM mod kesim-frekansına sahiptir.

$k_c$  değerinin üst limit için yazar yeni bir global integral geometri niceliği olan  $\rho$  değerini tanıtmaktadır. Bu değer nasıl bulunacağı makalede detaylı olarak anlatılmaktadır. Dairesel dalga kılavuzu için bu değer;

$$\rho \cong \frac{1}{r^2} \quad (2.50)$$

halini alır. Böylece,

$$k_c \leq j\sqrt{\rho} = j\sqrt{\frac{1}{r^2}} \quad (2.51)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem  $S$  parametresinden bağımsızdır ve şu anlama gelir. Aynı  $\rho$  değerine sahip bütün dalga kılavuzlar içinde dairesel dalga kılavuzu maksimum TM mod kesim frekansına sahiptir.

Bu yöntemin temel ilkesi aynı  $k_c$  değerine sahip olan yapıdaki dalga kılavuzlarında  $S$  ve  $\rho$  parametereleri arasındaki ilişkiyi kurmaktır. Bu yöntemin ana kullanım amacı kesim dalga sayısının alt ve üst limitlerini bulmaktır. Bu şekilde hem diğer yöntemlerde bulunan sonuçların bu alt ve üst sınır değerleri içinde kalıp kalmadığı görülebilir hem de bulunan alt ve üst limit değerlerinin geometrik ortalaması alınarak kesim frekansındaki dalga sayısı yaklaşık olarak tahmin edilebilir. Keyfi şekilli dalga kılavuzları için sonuçların tam olarak bulunması bu yöntemle mümkün değildir. Yazara göre bunun sebebi, dalga kılavuzu geometrisine hitap edecek isoperimetric fonksiyonların bulunmasının çok zor olmasıdır.

### 2.2.6 Keyfi Şekilli Dalga Kılavuzlarında En Düşük TM Mod Kesim Dalga Sayısının Tahmini

Bir önceki makalede sunulan yöntemin geliştirilerek sunulduğu bu makalede [17] farklı olarak yeni bir parametre daha sunulmuştur. Bir önceki yöntemde yöntemde “alan” ve “oluşturulmuş daire yarı çap” olarak iki parametre kullanılıyorken bu yöntemde “çevre” üçüncü parametre olarak

sunulmuştur. Kesim dalga sayısının alt limiti için kullanılan formül aynı iken, üst limiti için şu formül kullanılmıştır;

$$j\sqrt{\frac{\pi}{S}} < k_c \leq j\sqrt{\frac{l}{2\rho S}} \quad (2.52)$$

Bu geliştirme ile yöntem daha doğru sonuçlar vermektedir. Fakat yine de sonuçlar 2 doğru rakamdan daha iyi değildir. Bu yöntemin en büyük eksisi ise sonuçların doğruluğunu artırmanın mümkün olmamasıdır.

### 3. KEYFİ ŞEKİLLİ DALGA KILAVUZLARINDA ANALİTİK REGÜLARİZASYON YÖNTEMİ

Giriş bölümünde de bahsedildiği üzere, dalga kılavuzlarının spektral özelliklerinin araştırılması ilgili iç saçılma probleminin dalga kılavuzunun iç bölgesi için çözülmesi temelinde yapılmaktadır.

#### 3.1 Birinci Türden Lineer cebirsel Sistem İle İkinci Türden Lineer cebirsel Sistemin Karşılaştırılması

Daha önceki bölümlerde bahsedildiği üzere, günümüz elektromanyetik uygulamalarında klasik yöntemlerin uygulanamayacağı birçok dalga kılavuzu geometrisi görülmektedir. Bu yüzden bir önceki bölümde çok küçük bir bölümünü özetlediğimiz nümerik yöntemler bu yapıdaki dalga kılavuzlarının incelenmesi için geliştirilmiştir. Fakat örnek olarak verebileceğimiz, Moment Yöntemi, Sonlu Farklar, Sonlu Elemanlar vb birçok yöntem aşağıdaki gibi birinci türden lineer cebirsel sisteme indirgeyerek sonuca ulaşmaktadır.

$$A_N X^N = B^N \quad (3.1)$$

$N$  boyutlu  $A_N$  matris operatörü,  $X^N$  bilinmeyen eleman vektörünü  $B^N$  bilinen fonksiyon değerlerini tanımlamaktadır. (3.1) denkleminde tanımlanan sistemin açıkça ya da dolaylı yollardan birinci türden bir sistemin  $N$  boyutunda kesilmesi ile elde edildiği açıktır.

$$AX = B \quad (3.2)$$

Nümerik işlemler açısından  $X^N$  için hesaplanan çözümün (3.1), (3.2) denkleminde sistemin  $N \rightarrow \infty$  halinde  $X^\infty$  değerine yakınsayıp yakınsamadığı büyük önem taşımaktadır. Sonsuza giden bir  $X^N$  vektörü için, bir bilgisayarda yapılacak hesaplama sonucunda elde edilebilecek çözüm bilgisayarın sonlu sayı kapasitesi olan  $m_c$  bitlik “mantissa” değerine bağlıdır. Genel olarak, iyi bilindiği üzere,  $N$  değeri büyüdükçe,  $X^N$  için birinci türde çözüm  $X^\infty$  yakınsamaz [18].  $A_N$  operatörü için hal sayısı standart formda tanımlanırsa[19];

$$\nu_N = \|A_N\|_2 \|A_N^{-1}\|_2, \quad (3.3)$$

Buradaki norm operatörü  $\|\cdot\|_2$ ,  $R^N$ ,  $N$ -boyutlu uzayında Euclidian metric vektörleri ile oluşturulur. 2. türden sistem ise  $\|A_N\|_2 \rightarrow \infty$  veya  $\|A_N^{-1}\|_2 \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$  şeklinde tanımlanır. Bir başka anlatımla,  $A$  ve  $A^{-1}$  operatörleri  $l_2$  uzayında sınırsız operatör normundadır. Bunun sonucu olarak da  $N \rightarrow \infty$  iken  $\nu_N \rightarrow \infty$  olarak sağlanır. Eğer bilgisayar hesaplamasında kullanılacak olan herhangi bir dijit sayısı  $m_r$  ise, hesaplanan sonuç  $\square X^N$  bilgisayarın mantisa değerini aşmaz[19].

$$m_r = m_c - \log_2 \nu_N, \quad (3.4)$$

Bu sebepten, eğer (3.4) sonucunda  $m_r < 0$  durumu oluşursa, bu elde edilen sonucun hiçbir doğruluk göstermediği anlamına gelir.

Sınır değer probleminin  $l_2$  uzayında sonsuz lineer cebirsel sisteme indirgendiği durum ele alınır, şu form karşımıza çıkar;

$$(I + H)X = B \quad (3.5)$$

$H$  operatörü  $l_2$  uzayında kompakttır. Eğer sınır değer problemi doğru tanımlanmış ise, problemin tek çözümü mevcuttur. Eğer bu şart sağlanmış ise, yine  $l_2$  uzayında sınırsız  $(I + H)^{-1}$  operatörü tanımlanabilir, bunun sonucu olarakda

$$\nu_\infty = \|I + H\|_{l_2} \|(I + H)^{-1}\|_{l_2} < \infty \quad (3.6)$$

denklemini ortaya çıkar. Birinci türden sistemde yapıldığı gibi, yine sistemin  $N$  değerinde kesildiğini ele alalım;

$$(I + H_N)X^N = B^N. \quad (3.7)$$

$H$  operatörünün kompakt özelliği sayesinde sonlu bir  $H_N$  operatörü şu eşitliği sağlayacak şekilde tanımlanabilir;

$$\|H - H_N\|_{l_2} \rightarrow 0. \quad (3.8)$$

$N \rightarrow \infty$  durumunda, denklem (3.6) ve (3.8) den, (3.7) denklemindeki sistemin hal sayısının limiti tanımlıdır;

$$\nu_N = \|I + H_N\|_{l_2} \|(I + H_N)^{-1}\|_{l_2} \rightarrow \nu_\infty \quad (3.9)$$

$N \rightarrow \infty$  durumunda, ki genellikle  $N$  değerinin büyük olması beklenir.  $\nu_N \ll 2^{m_c}$  bir çok bilgisayar için geçerlidir. Dolayısıyla birinci türden sistemin aksine, ikinci türden sistem tüm bu olumsuzluklardan bağımsızdır.  $H$  operatörünün kompakt olması (3.5) denkleminin nümerik kararlılık göstermesini sağlar, aslında prensip olarak istenilen doğruluk değerinde sonuç elde edilmesini garanti eder.

(3.5) denkleminin elde edilmesi için kullanılan yöntem ARY dir. Uygun nümerik yöntemlerin uygulanması sonucu bu yöntem hali hazırda kullanılan yöntemlerden daha fazla bilgisayar çalışma süresine ya da belleğe ihtiyaç duymaz.

ARY temelleri sağlam, teorik olarak ispatlanmış, nümerik olarak test edilmiş bir yöntemdir. [1-9] Tezde bu yöntem detaylı olarak anlatılmayacak olsa da kısaca şöyle özetlenebilir. Helmholtz denklemi için sınır değer problemi ile başlanır. Green fonksiyonları yardımıyla saçılan alan için integral gösterimi elde edilir. Integral yüzey boyunca alınır ve sadece Green fonksiyonunu değil bilinmeyenleri de içerir. Sınır koşullarının integral eşitliğine işlenmesi ile  $l_2$  uzayında birinci türden bir denklem sistemi elde edilir. Bu denklem sistemi logaritmik tekillik içermektedir. Daha sonra, logaritmik tekillik düzenli ve tekil kısımlarına ayrılır. Daha sonra her parça her parça Fourier açılımı olarak tanımlanır ve böylelikle denklem (3.2) de görülen ikinci türden

sonsuz lineer cebirsel sistem elde edilir. Bu aşamadan sonra regülarizasyon işlemine geçilebilir. Önce bilinmeyenleri  $y = R^{-1}x$  olan yeni bir sütun vektör tanımlanır.  $R$ , tersi alınabilen lineer bir operatördür. Sonra, yine  $R$  gibi tersi alınabilen lineer operatör  $L$  (3.2) denklemin her iki yanına uygulanarak şu forma ulaşılır.

$$LARy = Lb . \quad (3.10)$$

$L$  ve  $R$  operatörleri yukarıda bahsedilen tekil parça ile bağlantılıdır.  $(L,R)$  operatör çifti eğer  $l_2$  uzayındaki kompakt operatör  $H$  için

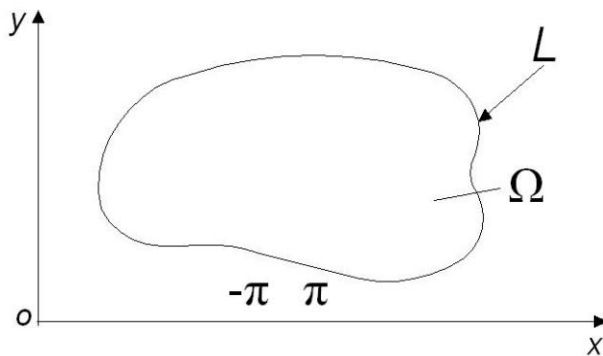
$$LAR = I + H , \quad (3.11)$$

denklemi doğru ise iki yönlü regülerleştirici olarak adlandırılır.  $I$  denklemden birim operatördür. (3.11) denklemini yukarıda bahsi geçen tüm integral denklemlerinin, ikinci türden eşiti olan forma dönüştürüldüğü anlamına gelir;

$$(H + I)y = c, \quad y, c \in l_2 \quad (3.12)$$

### 3.2 İç Saçılma Problemi

Şekil 3.1 de görülen, kapalı bir çevresi olan, boylamsal olarak homojen, sonsuz uzunlukta ve düzgün, mükemmel iletken bir engelden 2 boyutlu  $E$ -polarize dalga saçılmasını ele alınacaktır.



Şeki 3.1. Saçılma problemi için keyfi şekilli bir kesit

İyi bilindiği üzere klasik elektromanyetikten teorisinde  $E$ -polarize ve  $z$ -bağımsız dalga  $u^0(p)$ ,  $p \in R^2$   $L$  çevresinin her iki yanında da Dirichlet Sınır

koşullarına uymaktadır.  $u^0(p)$  gelen alan ve  $u^s(p)$ ,  $p \in R^2$  Helmholtz eşitliğini sağlayacak olan saçılan alanı ifade etsin.

$$\left[ \Delta + k^2(p) \right] u^s(p) = 0 \quad (3.13)$$

denklemini, Dirichlet sınır koşulu yardımıyla,

$$u^{s(+)}(p) + u^0(p) = 0; \quad u^{s(-)}(p) + u^0(p) = 0, \quad p \in L \quad (3.14)$$

halini alır. Green fonksiyonları yardımıyla, (3.13) denklemin şu integral formu alacağı kanıtlanabilir.

$$u^s(q) = \int_L G_2(k|q-p|) Z_D(p) dl_p, \quad p, q \in R^2, \quad (3.15)$$

denkleminde  $Z_D(p) = \frac{\partial u^{s(+)}(p)}{\partial |p|} - \frac{\partial u^{s(-)}(p)}{\partial |p|}$   $L$  çevresinde bilinmeyen fonksiyon

olarak kabul edilebilir.  $G_2(t)$  boş uzayda iki boyutlu Green fonksiyondur. Ele aldığımız durum için bu fonksiyon birinci türden indisli Hankel fonksiyonudur.

$$G_2(t) = -\frac{i}{4} H_0^{(1)}(t). \quad (3.16)$$

(3.15) denkleminde Dirichlet sınır koşullarının işlenmesi ile aşağıdaki integral formu elde edilir;

$$\int_L G_2(k|q-p|) Z_D(p) dl_p = -u^0(q), \quad q \in L. \quad (3.17)$$

(3.15) denkleminde görüldüğü üzere  $Z_D(p)$  fonksiyonu oluşturulduğunda problemin çözümü elde edilmektedir.

$L$  çevresi için düzenli parametrisasyon  $\eta(\theta) = (x(\theta), y(\theta))$ ,  $\theta \in [-\pi, \pi]$  fonksiyonu ile tanımlı olsun.  $\eta(\theta)$  bire bir eşleme olduğu için,  $l(\theta)$  (yay uzunluğu) aşağıdaki eşitsizliği sağlamak zorundadır;

$$0 < l(\theta) \stackrel{def}{=} \left\{ [z'(\theta)]^2 + [\rho'(\theta)]^2 \right\}^{1/2} < \infty, \quad \theta \in [-\pi, \pi]. \quad (3.18)$$

$\eta(\theta)$  parametrizasyonu yardımıyla (3.17) denklemi aşağıdaki standart integral denklemine indirgenebilir;

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_2(kR(\theta, \tau)) z_D(\tau) d\tau = G(\theta), \quad \theta \in [-\pi, \pi]. \quad (3.19)$$

yeni bilinmeyen fonksiyonu  $z_D(\theta)$ ,

$$z_D(\theta) = l(\theta) Z_D(\eta(\theta)) \quad (3.20)$$

Denklemleri ile tanımlanabilir.

$$R(\theta, \tau) = \left\{ [x(\theta) - x(\tau)]^2 + [y(\theta) - y(\tau)]^2 \right\}^{1/2} \quad (3.21)$$

$$G(\theta) = -u^0(\eta(\theta)) \quad (3.22)$$

Denklemler (3.19) u çözmeye başlamadan önce, çekirdek yapısındaki tekilliği analiz etmek gerekmektedir. Bilindiği üzere,  $G_2(kR(\theta, \tau))$  fonksiyonu logaritmik tekilliğe sahiptir.  $G_2(kR(\theta, \tau))$  fonksiyonundaki tekilliğin diffransiyel özelliklerini düzeltebilecek açılımlar bilinmektedir[4]. Aynı yöntem ile (3.19) denkleminin çekirdeği tekil ve düzgün kısımlara ayrıştırılmıştır.

$$G_2(kR(\theta, \tau)) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + H_0(\theta, \tau) \right\} \quad (3.23)$$

Denklemler (3.23) de  $H_0(\theta, \tau)$  fonksiyonu  $\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right|$  fonksiyonundan daha düzgün bir yapıya sahiptir ve bu yüzden  $\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right|$  (3.19) denkleminin ana tekilliğini göstermektedir. Çünkü  $H_0(\theta, \tau)$  en azından sürekli olarak türevi alınabilen bir fonksiyondur. Bu sebepten,  $H_0(\theta, \tau)$  fonksiyonu çift Fourier serilerine açılabilir. Ayrıca, elde edilen katsayılar  $s \rightarrow \pm\infty$ ,  $m \rightarrow \pm\infty$  durumunda yeterince hızla küçülmektedir.[4]

$$H_0(\theta, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_{sm} e^{i(s\theta + m\tau)}, \quad \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.24)$$

Ayrıca bilinen bir özellik olan [20]

$$\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} |n|^{-1} e^{in(\theta - \tau)}, \quad \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.25)$$

denklemini, doğrudan kullanılabilir.  $z_D(\theta)$  fonksiyonunun Fourier serileri olarak tanımlarsak,  $\zeta_n$  katsayıları ile ;

$$z_D(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \zeta_n e^{in\theta}, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.26)$$

elde edilir.  $G(\theta)$  fonksiyonunda Fourier serilerine açılabilir;

$$-2G(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta}, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.27)$$

(3.19) ve (3.23) denklemleri kullanılarak

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| + H_0(\theta, \tau) \right\} Z_D(\tau) d\tau = G(\theta), \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.28)$$

eşitliği elde edilir. Son olarak, (3.24) – (3.27) denklemleri (3.28) denkleminde yerine koyulur ve her serinin  $e^{in\theta}$  fonksiyonunun ortogonalite özelliğinden faydalanarak  $[-\pi, \pi]$  aralığında integrali alınır. Bu şekilde, aşağıdaki serilerden oluşan denklem elde edilir;

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\zeta_n}{|n|} e^{in\theta} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \sum_{s=-\infty}^{\infty} h_{n,-s} \right) e^{in\theta} = -2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta}, \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.29)$$

Sağ ve sol yandaki Fourier serilerinin eşitliğinden faydalanılarak;

$$-2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{0,-m} z_m = -2g_0, \quad s = 0, \quad (3.30)$$

$$|s|^{-1} z_s - \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{s,-m} z_m = -2g_s, \quad s = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.31)$$

denklemleri elde edilir.

$$\tau_{\max} = \left( 1, |n|^{1/2} \right), \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.32)$$

$$\tilde{k}_{s,m} = k_{s,m} + \frac{1}{2} \delta_{s,0} \delta_{m,0} \quad (3.33)$$

yeni değişkenleri tanımlanırsa ( $\delta_{m,n}$ -Kroneker delta) (3.30) ve (3.31) denklemleri yeniden yazılabilir.

$$\tau_s^{-2} z_s - \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{s,-m} z_m = -2g_s, \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.34)$$

(3.34) denkleminde elde edilecek lineer cebirsel sistem  $l_2$  açıkça birinci türdür. Fakat kolayca ikinci türden bir sisteme çevirilebilir. Bu amaçla yeni  $\tilde{z}_n$  bilinmeyen ve  $\tilde{k}_{s,m}, \tilde{g}_s$  katsayıları şu şekilde tanımlanabilir;

$$\hat{z}_n = \tau^{-1} z_n \quad (3.35)$$

$$\hat{k}_{s,m} = -2\tau_s \tau_m \tilde{k}_{s,-m} \quad (3.36)$$

$$\hat{g}_s = -2\tau_s g_s \quad (3.37)$$

(3.34) denkleminin iki yanını  $\tau_s$  ile çarpıp (3.35)-(3.36) denklemlerini kullanarak;

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s, \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.38)$$

Denklemi elde edilebilir. Denklemdaki fourier katsayılarının oldukça hızlı bir şekilde azaldığı kanıtlanabilir[4]. Bir başka anlatımla;

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|s|+1)(|m|+1) |\hat{k}_{sm}|^2 < \infty. \quad (3.39)$$

Sonuç olarak (3.38) denklemini  $l_2$  uzayında,

$$(I + \hat{K}) \hat{z} = \hat{g} \quad (3.40)$$

formunda yazılabilir.  $\hat{K} = \{\hat{k}_{sm}\}_{s,m=-\infty}^{\infty}$  kompakt operatör ve  $\hat{z} = \{\hat{z}_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$  ve

$\hat{g} = \{\hat{g}_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$  sütun vektörleridir.

Ayrıca  $\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |\hat{k}_{sm}| < \infty$  kanıtlanabilir bu da,  $\hat{K}$  operatörünün “trace

class - iz sınıfı” a ait olduğunu gösterir.

Böylece , (3.12)-(3.14) denklemlerindeki sınır değer problemi  $l_2$  uzayında ikinci türden sonsuz bir lineer cebirsel sisteme indirgenmiştir. (3.29) denkleminin (3.12)-(3.14) denklemlerindeki sınır değer problemine, sonuçların bire bir eşleşecek şekilde, eşit olduğu anlaşılmaktadır. Artık, (3.40) denklemindeki sonsuz sistemi, (3.7) de ki gibi belirli bir N değerinde kesebiliriz.

$$(I + \hat{K}_N) \hat{z}^N = \hat{g}^N \quad (3.41)$$

Sistem boyutunu (N) değiştirerek, sistemi istediğimiz doğrulukda çözebiliriz. (3.40) denkleminde görülen ikinc türden eşitlik (3.34) denklemindeki birinci türden eşitliğe çift taraflı  $(L_0, R_0)$  regülerleştirici uygulanması ile elde edilmiştir.

$(L_0, R_0)$  operatörleri

$$L_0 = R_0 = \left\{ \delta_{s,n} \tau_n \right\}_{s,n=-\infty}^{\infty} \quad (3.42)$$

denklemleri ile elde edilir.

### **3.3 Dalga Kılavuzu Spektral Problemi**

İç bölge saçılma problemi için yukarıda anlatılan çözüm için, şu soru sorulabilir; Böyle bir çözüm gerçekten var mıdır ve/veya tek midir? Yine yukarıda anlatıldığı üzere (3.40) denklemindeki sonsuz lineer cebirsel sistemin çözümü ile sınır değer problemi arasında birebir eşleşme vardır.(3.40) denkleminde görülen homojen eşitliğin “trivial - sıfır” çözümü olduğu açıkça bilinmektedir. İkinci türden bir sisteme ait olan (3.40) denklemi aynı zamanda “Fredholm Alternatifi” ni de sağlamaktadır. Bu sebepten yukarıda sorulan soruya verilecek cevap; denklem (3.40) “trivial - sıfır” çözüme sahip olduğu sürece, saçılma problem için çözüm vardır ve tektir.

Diğer taraftan (3.40) denklemindeki homojen eşitliğin, sıfırdan farklı sonuçları, saçılma probleminin sıfırdan farklı sonuçlarına eşittir. Bu sıfırdan farklı sonuçlar da tam olarak, dalga kılavuzu normal modlarına eşittir.

Az önce bahsedilen eşitliklerden dolayı, (3.40) denkleminin sıfırdan farklı çözümünü verecek  $k_c$  değeri dalga kılavuzu problemini çözümünü verecek  $k_c$  değerine eşittir.

Alt bölüm 3.1 de bahsedildiği gibi, standart elektrik alan ifadesi integraline ARY uygulanması sonucu elde edilecek eşitlik;

$$(I + H(k))x = b, \quad x, b \in l_2 \quad (3.43)$$

şeklindedir. Tekrar hatırlatmak gerekirse  $H$   $l_2$  uzayında kompakt operatör,  $I$  birim operatör,  $x$  ise yüzey üzerindeki endüksiyon akımına ilişkin bilinmeyen sütun vektörüdür.  $H(k)$  operatörünün sadece kompakt değil aynı zamanda her  $k$  değeri için “trace - iz” operatörü olduğu belirtilmişti. Dolayısıyla (3.43) denklemi ikinci türden eşitliği sadece kompakt operatörler olarak değil “trace - iz” operatör olarak da sağlar. Bu da  $I + H(k)$  sonsuz matris operatörünün  $\det(I + H(k))$  şeklinde determinantının limiti için:

$$\det(I + H(k)) = \lim_{N \rightarrow \infty} \det(I + H_N(k)), \quad (3.44)$$

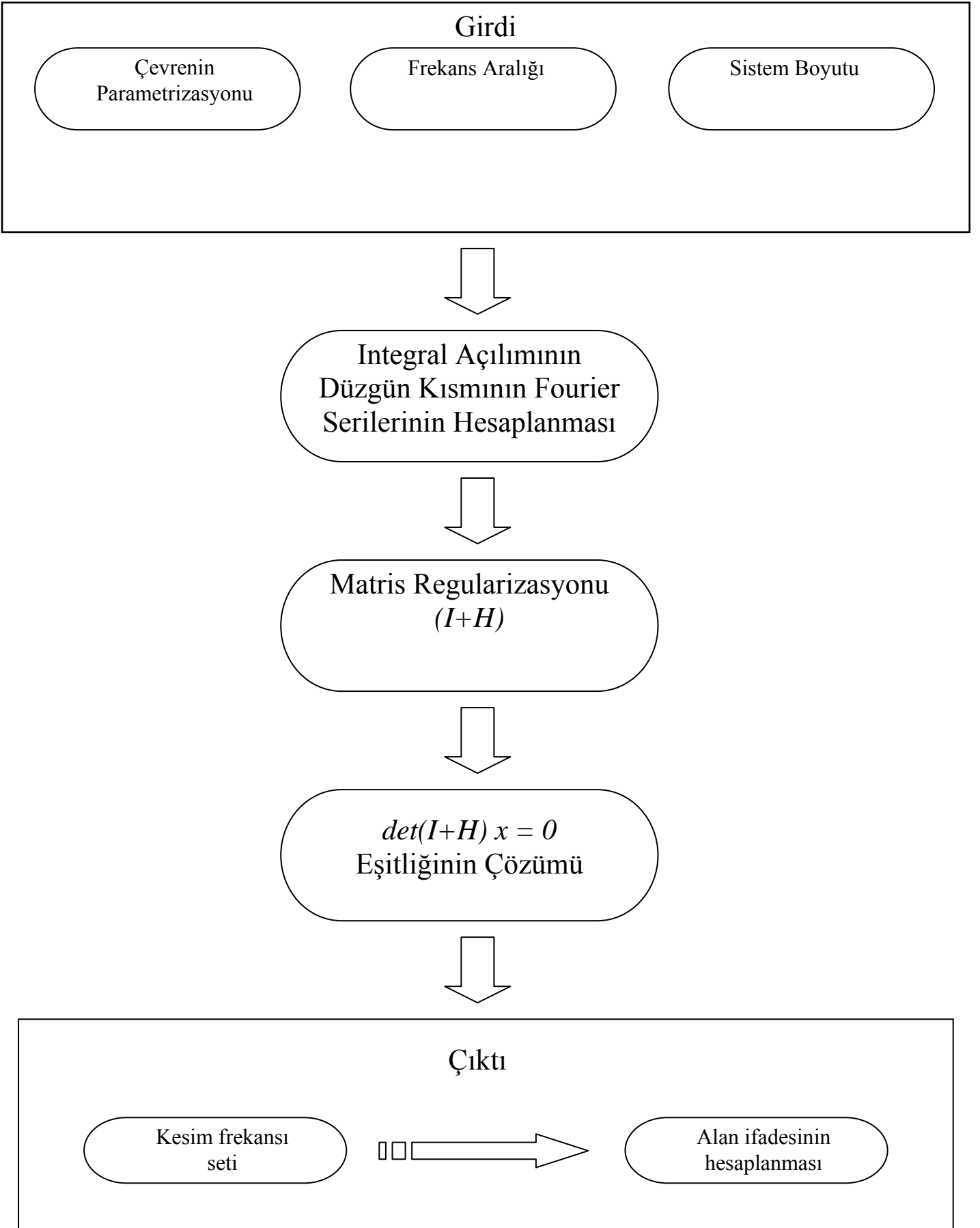
eşitliği yazılabilir. Denklemden  $H_N(k)$  matrisin  $N$  boyutunda kesilmiş halidir.  $\lim_{N \rightarrow \infty} \|H(k) - H_N(k)\| = 0$  eşitliği “trace” operatörü normunda açıkça sağlanmaktadır.  $H(k)$  ve  $H_N(k)$  matris operatörleri ile ilgili detaylı bilgi ve sonuçlar bilinmektedir [4,5]. Özel olarak,  $H(k)$  ve  $H_N(k)$  Riemann yüzeyinde  $k > 0$  gerçekteğerli ekseni için analitik operatör-fonksiyonlardır. Bu sebepten,  $\det(I + H(k))$  ve  $\det(I + H_N(k))$  de  $k > 0$  ekseninin belirli bir çevresinde analitik fonksiyonlardır. Ayrıca,  $(I + H(k))$  operatör-fonksiyonun her karakteristik  $k_j$  değeri için  $(I + H_N(k))$  operatör-fonksiyonunda  $k_j^N$  serisine karşılık gelir ve  $\lim_{N \rightarrow \infty} k_j^N = k_j$  eşitliğini sağlar. Yine  $(I + H(k))$  operatör-fonksiyonun karakteristik değer ve karakteristik vektörleri ile sınır değer probleminin öz-değer ve öz-vektörleri arasında birebir eşleşme mevcuttur. Sonuç olarak,  $\det(I + H(k))$  kökünü bulmak için yeterince büyük  $N$  değerinde  $\det(I + H_N(k))$  operatör-fonksiyonun kökünü bulmak yeterlidir. Birçok kez bahsedildiği üzere sınır değer probleminin öz-değeri olan  $k$  homojen sınır değer probleminin sıfırdan farklı çözümü için gerekli olan  $k$  değerine eşittir. Sınır değer problemi

ile denklem (3.43) ün eşitliği sebebiyle [4], bahsi geçen  $k$   $\det(I + H(k))$  operatör fonksiyonun köküdür ya da tam tersi geçerlidir.

Dolayısıyla,

$$\det(I + H_N(k)) = 0 \quad (3.45)$$

eşitliğini sağlayan  $k$  değeri ile  $(I + H(k))$  operatörünün karakteristik değeri bulunur. Bu değer spektral sınır değer probleminin  $k_c^j$  öz değerlerine eşittir. Bu eşitliği sağlamak için önce,  $k = k_{\min}$  değeri  $\Phi(k) = [I + H_N(k)]$  eşitinin minimum değeri ile bulunur. Teorik olarak bu değer sıfır olsada, bilgisayar işlemlerindeki yuvarlamalar dolayısı ile bilgisayar epsilonuna yakın bir değerdir.  $k_{\min}$  değeri bulunduktan sonra  $[(I + H_N(k_{\min}))]V = 0$  denklemi için sıfırdan farklı  $V$  sütun vektörü problemin çözümü olarak bilinen algoritma [18] yardımıyla bulunur. Şekil 3.2 de kesim frekanslarının hesaplanması için izlenen ana yol hatları gösterilmiştir. Denklem (3.43) deki lineer cebirsel sistemin çözümü iki bölümde yapılır. İlk önce (3.44) denkleminin minimum değeri bulunur daha sonra (3.45) denklemine tam sonucu girilir.



Şekil 4.1. Kesim frekansı hesaplanması için izlenen ana algoritma

## 4. SONUÇLAR

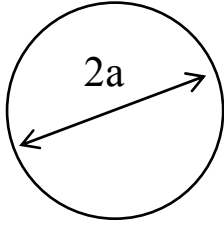
Sunulan yöntem sonucunda elde edilen sonuçlar, bilinen analitik ve sayısal yöntemlerle karşılaştırılmıştır. Dairesel dalga kılavuzu için, ilk kesim frekansı sadece 4x4 lineer cebirsel sistemle 4 doğru rakamla elde edilmiştir (Tablo 4.1). Aynı geometri için, moment yönetmi veya sonlu elemanlar yöntemi çok daha büyük bir cebirsel sisteme ihtiyaç duyar. Elde edilen sayısal sonuçların gösterdiği üzere sunduğumuz yöntem tüm dalga kılavuzu geometrilerinde aynı avantajı sağlamaktadır. Şekil 4.3 büyük  $N$  değerleri için determinantın aldığı değerlerin sabite yaklaştığını göstermektedir. Bu özellik yöntemin sunduğu sistemin ikinci türden bir lineer cebir sistemi olduğunu ve algoritmanın kararlılığını gösterir. Şekil 4.4 de denklem (4.12) nin yakınsama hızı gösterilmiştir. Öncelikle, sonsuz sistemin determinantının denklem (3.2) ye göre belli bir limit değerine yakınsadığı görülmektedir. İkinci olarak, çok küçük  $1/N$  değeri için grafiklerin teoride beklenildiği gibi neredeyse lineer olduğu görülmektedir. Bu yüzden determinant için kullanılacak çok basit bir interpolasyon olan  $at^2 + bt + c$ ,  $t = 1/N$  eşitliği sonsuz sistemin determinantının yüksek doğrulukla hesaplanmasında kullanılabilir. Bu basit yaklaşım, hesaplamalardaki verimliliği ve doğruluğu büyük oranlarda artırmaktadır.

Kesim frekanslarının hesaplarındaki hata değeri ise şekil 4.5 de görülmektedir. Hata değeri sistem boyutuna bağlı olarak oldukça hızlı düşmektedir.

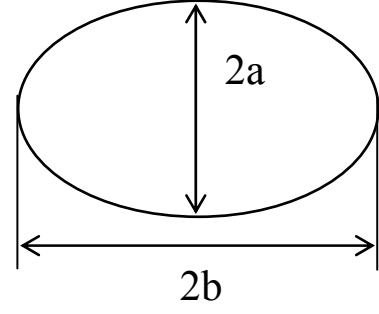
Şekil 4.6 – 4.8 standart şekilli dalga kılavuzları için frekans spektrumunu göstermektedir. Eğrilerin minimum değerleri kesim frekanslarını işaret eder.

Sununlan yöntemin doğruluğu ve geçerliliğini test etmek amacıyla bir çok kanonik dalga kılavuzu için hesaplamalar yapılmış ve mevcut analitik ve sayısal yöntemlerin sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar tablo 4.2 – 4.8 görülmektedir.

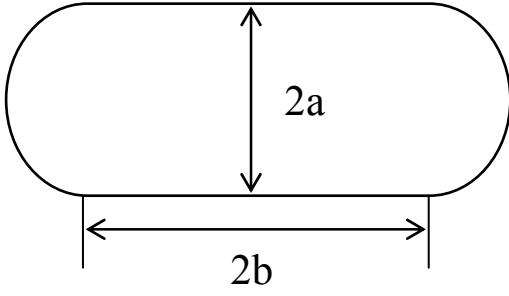
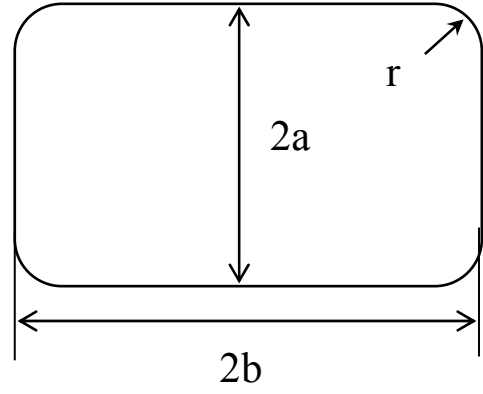
Sonraki aşama, kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzu üzerine yapılan araştırmadır (Şekil 4.2). Kanonik olmayan bu şekil için kesin analitik sonuçlar bilinmesine rağmen, bir çok araştırmanın ilgi odağıdır, örneğin; [21]. Sunduğumuz yöntemle sadece kanonik şekiller değil kanonik olmayan bu şekil içinde sonuçlar doğruluk göstermektedir.



Dairesel Dalga Kılavuzu



Eliptik Dalga Kılavuzu

Kenarları Yuvarlatılmış  
Dikdörtgen Dalga KılavuzuKenarları Yuvarlatılmış  
Kare Daire Kılavuzu

Şekil 4.2. Hesaplarda kullanılan dalga kılavuzlarının geometrik yapıları

#### 4.1 Kesim Frekansları ve Sistem Boyutları Arasındaki İlişkileri Gösteren Tablolar

N	$J_{01}$
4	2.40474983
8	2.40477789
10	2.40478681
20	2.40480922
40	2.40482071
80	2.40482451
120	2.40482520
200	2.40482554
$\infty$	2.40482555...

Tablo 4.1. Dairesel dalga kılavuzu ilk kesim frekansı , sistem boyutu

Mod	ARY	Anolitik Değer	Doğru Dijit Sayısı	Sistem Boyutu	Ref. [25]	Ref. [23]
TM <sub>01</sub>	2.404820	2.404825557695773	6	40	2.4048	2.40482
TM <sub>11</sub>	3.831701	3.831705970207512	4/6	40/80	3.8317	3.83170
TM <sub>02</sub>	5.5201	5.520078110286311	3/4	40/80	5.5201	-

Tablo 4.2. Dairesel dalga kılavuzu ( $a=1$ ) için ilk modlardaki kesim frekansları  $k_c$  karşılaştırması

Mod	ARY	Ref. [24]	Ref. [25]	Ref. [17]	Ref. [26]
TM <sub>1</sub>	2.41088	2.4108	2.4123	2.4139	2.4108
TM <sub>2</sub>	3.83651	3.8365	-	-	3.8365

Tablo 4.3. Eliptik dalga kılavuzu ( $a = 1, e = 0.1, N = 40$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı  $k_c$  karşılaştırması

Mod	ARY	Ref [24]	Ref. [25]	Ref. [17]	Ref. [26]
TM <sub>1</sub>	4.21516	4.2152	4.2118	4.3469	4.2152
TM <sub>2</sub>	5.41361	5.4132	-	-	5.4132

Tablo 4.4. Eliptik dalga kılavuzu ( $a = 1$ ,  $e = 0.9$ ,  $N = 40$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı  $k_c$  karşılaştırması

Mod	ARY	Analitik Değer	Doğru Dijit Sayısı	Sistem Boyutu
TM <sub>11</sub>	3.512402	3.512407365520363	6	40
TM <sub>12</sub>	4.442743	4.442882938158366	3/4	40/80

Tablo 4.5. Kenarları yuvarlatılmış kare dalga kılavuzu ( $a = 1$ ,  $b = 2.0$ ,  $r = 0.000002$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı  $k_c$  karşılaştırması

Mod	ARY	Analitik Değer	Doğru Dijit Sayısı	Sistem Boyutu	Ref. [25]	Ref. [17]
TM <sub>11</sub>	2.2214410	2.221441469079	5/7	40/80	2.2578	2.2680
TM <sub>12</sub>	3.512420	3.512407365520	5	40	-	-
TM <sub>22</sub>	4.442883	4.442882938158	4	40	-	-

Tablo 4.6. Kenarları yuvarlatılmış kare dalga kılavuzu ( $a = 2$ ,  $b = 2.0$ ,  $r = 0.000002$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı  $k_c$  karşılaştırması

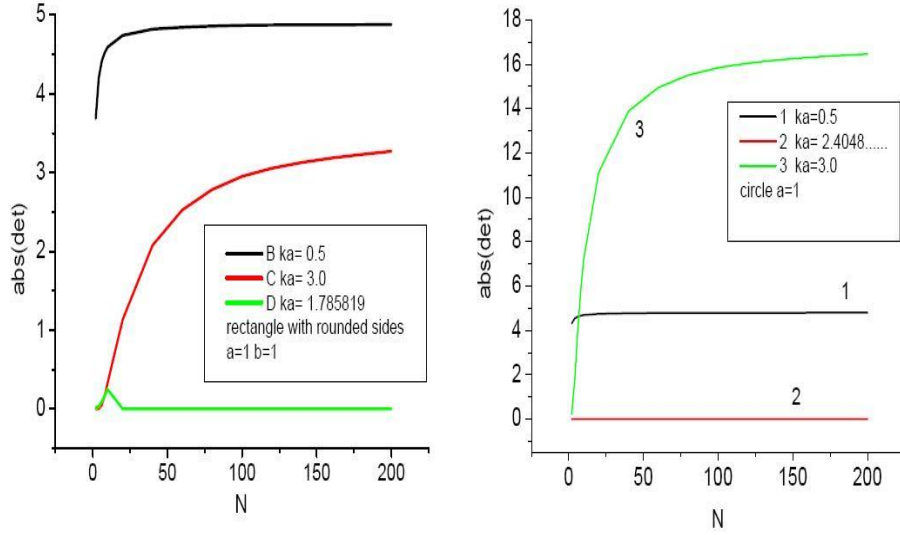
Mod	ARY	Ref.[23]	Ref. [14]	Ref. [14]	Ref [27]	Ref [27]
TM <sub>11</sub>	1.78582740	1.786	1.78583	1.7858	1.782	1.786

Tablo 4.7. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzu ( $a = 1$ ,  $b = 1$ ,  $r = 1$ ,  $N=80$ ) için ilk modlardaki kesim frekansı  $k_c$  karşılaştırması

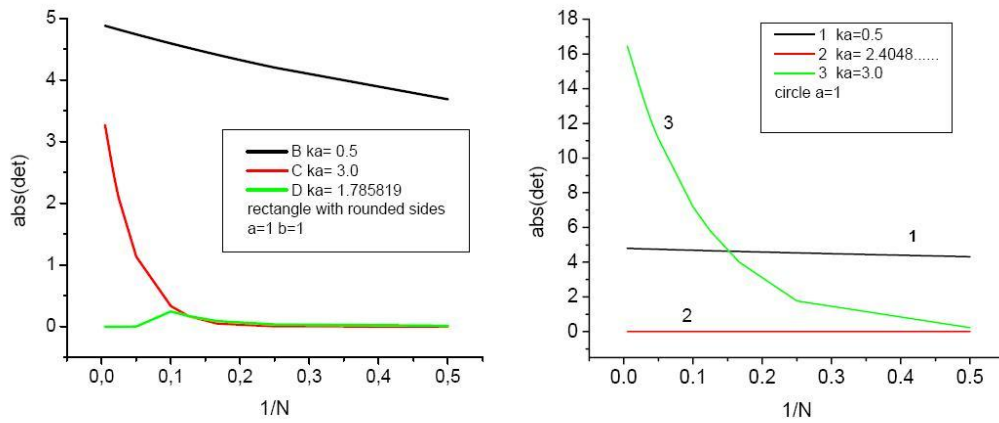
<i>N</i> , Sistem kesme sayısı	Dairesel $a=1$	Yuvarlatılmış Dikdörtgen $a=2, b=2, r=1E-6$	Yuvarlatılmış Dikdörtgen $a=1, b=2, r=1E-6$	Yuvarlatılmış Dikdörtgen $a=1, b=1, r=1$
4	2.40474983	2.21958800	3.49667161	1.78556669
8	2.40477789	2.22110639	3.51159482	1.78574629
20	2.40480922	2.22140110	3.51230606	1.78579252
40	2.40482071	2.22143246	3.51238152	1.78581914
80	2.40482451	2.22144100	3.51240216	1.78582740
120	2.40482520	2.22144139	3.51240763	1.785828296
200	2.40482554	2.22144140	3.51240733	1.785828688
$\infty$	2.40482555	2.22144146	3.51240736	1.78582869
analytical value	2.40482555	2.22144146	3.51240736	-

Tablo 4.8. Kesim frekansı  $k_c$  nin sistem boyutuna yakınsaması

## 4.2 Sistem boyutu ile sistem karakteristik özellikleri arasındaki ilişki grafikleri

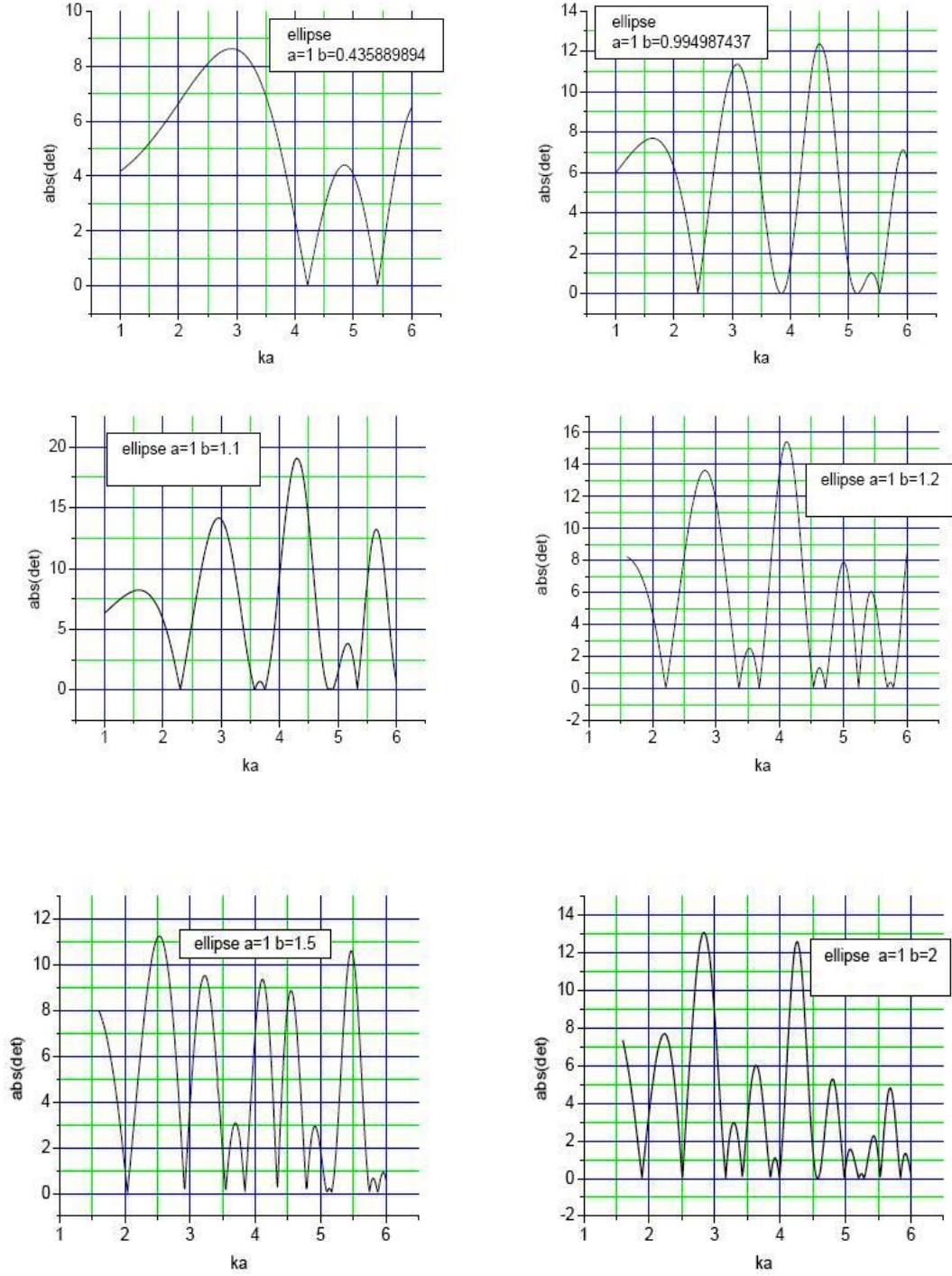


Şekil 4.3. Determinant ile sistem boyutu arasındaki bağıntı

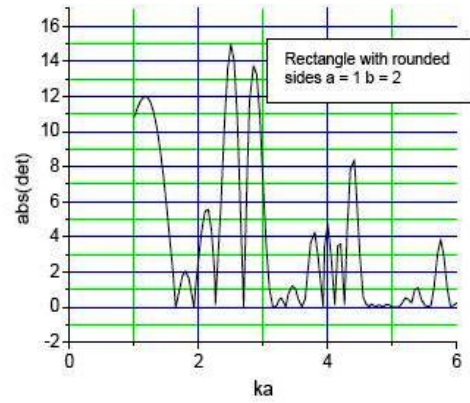
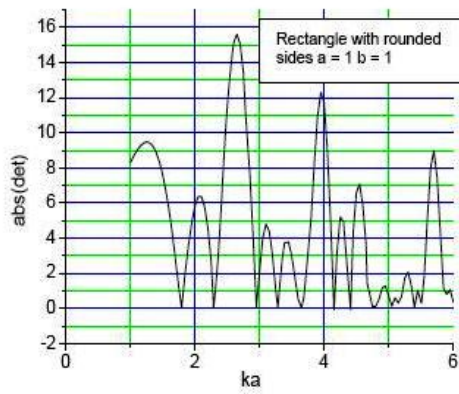
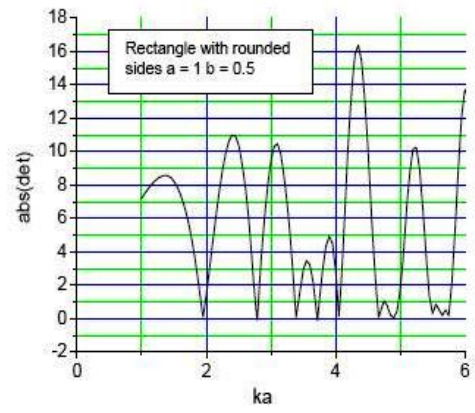
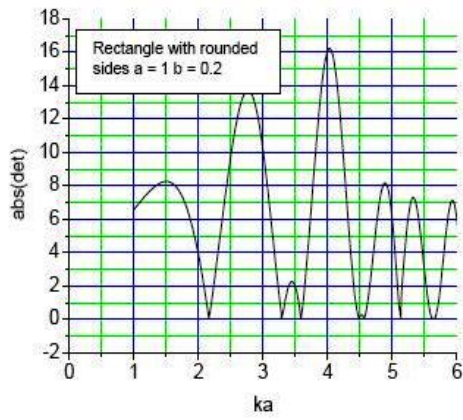


Şekil 4.4. Determinantın sistem boyutunun tersine olan bağıntısı

### 4.3 Sistem fonksiyonunun determinanı ile $ka$ ( kesim frekansı ) arasındaki ilişki grafikleri

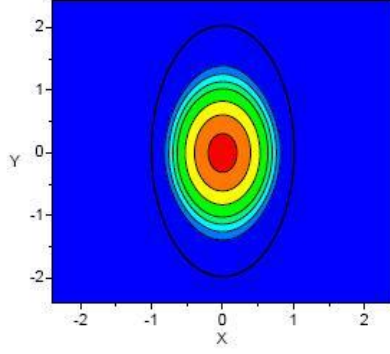


Şekil 4.5. Eliptik dalga kılavuzunda  $det(I + H_N(k)) = 0$  ile  $ka$  arasındaki ilişki

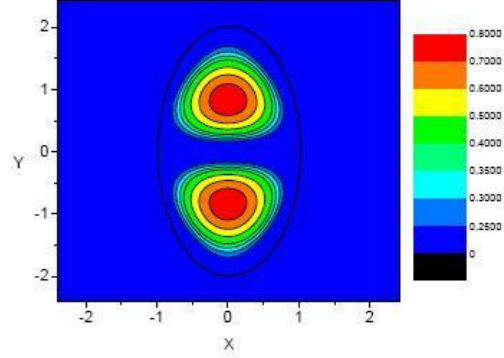


Şekil 4.6. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzunda  $\det(I + H_N(k)) = 0$  ile  $ka$  arasındaki ilişki

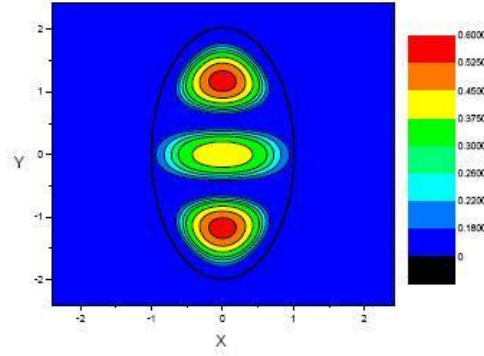
#### 4.4 Öz Mod Alan Grafikleri



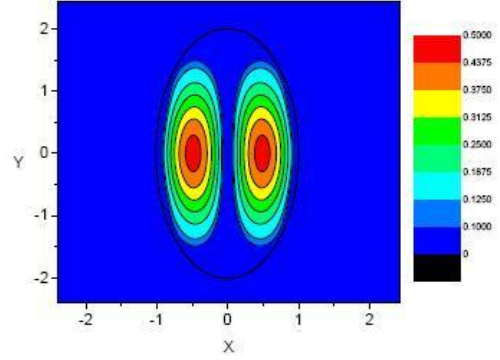
even  $TM_{01}$ ,  $ka = 1.8885$



even  $TM_{11}$ ,  $ka = 2.5054$

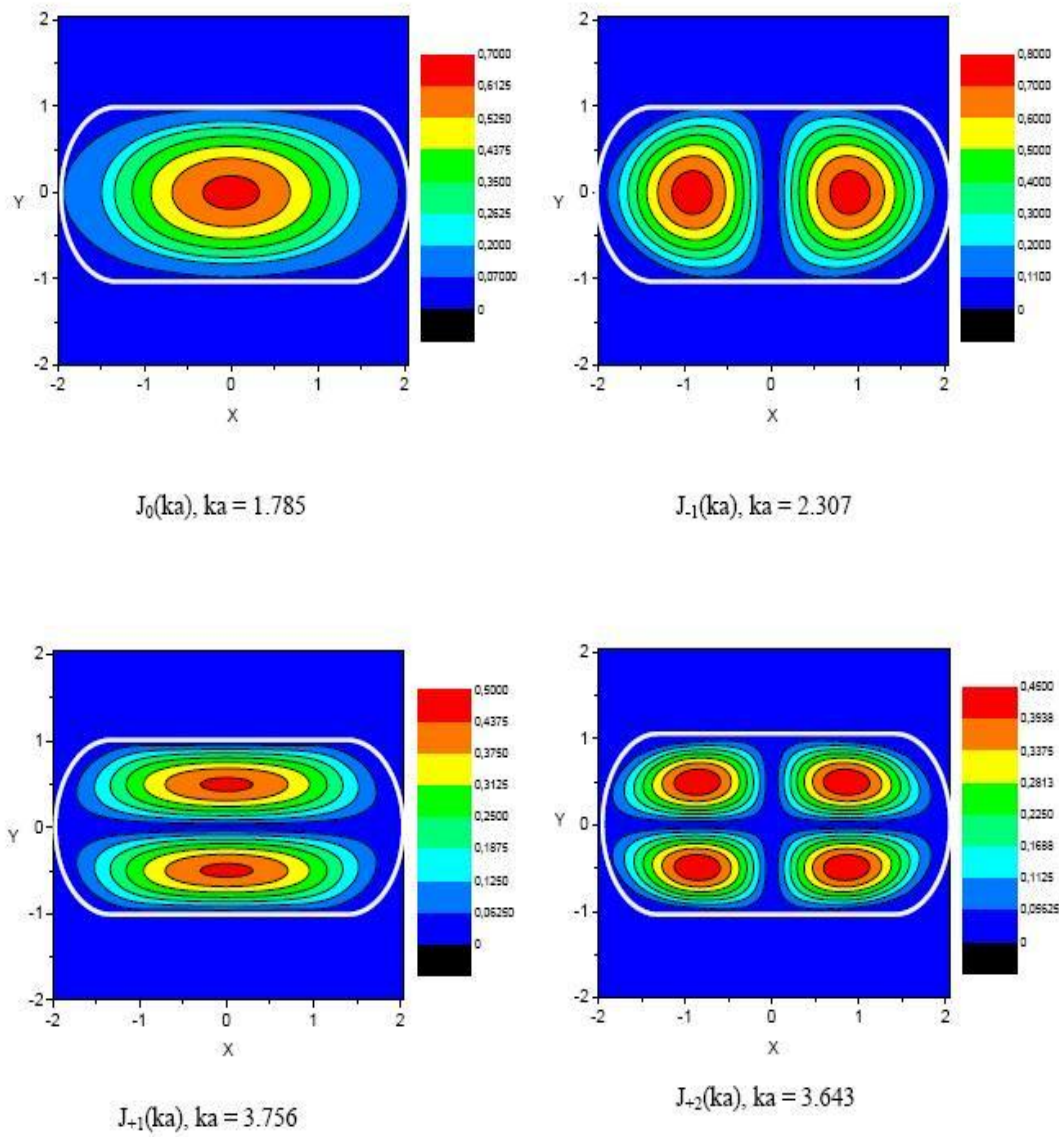


even  $TM_{02}$ ,  $ka = 3.1657$

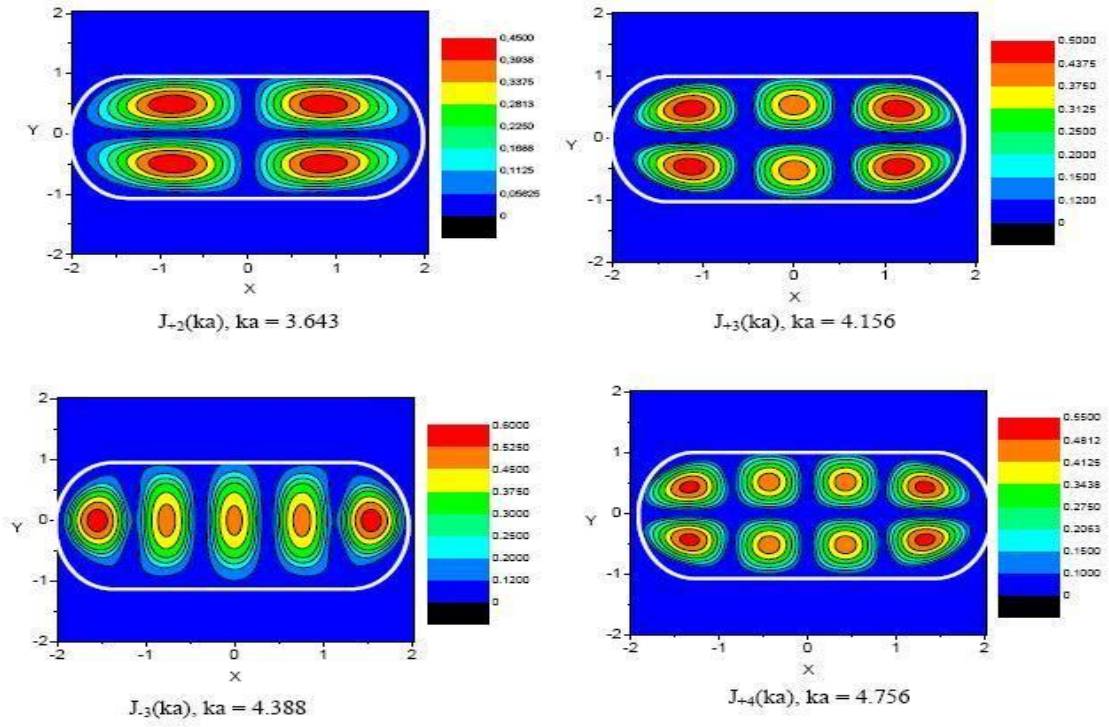


odd  $TM_{11}$ ,  $ka = 3.4262$

Şekil 4.8. Eliptik dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri



**Şekil 4.9.** Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri (4 osilasyona kadar) ( $a = 1, b=2, r=1$ ).



Şekil 4.10. Kenarları yuvarlatılmış dikdörtgen dalga kılavuzları için farklı TM Mod grafikleri ( 4 osilasyondan sonrası) ( $a = 1$ ,  $b=2$ ,  $r=1$ ).

## KAYNAKLAR

1. Yu. A. Tuchkin., "Wave scattering by unclosed cylindrical screen of arbitrary profile with Dirichlet boundary condition", *Doklady AN SSSR*, vol.285, № 5, 1985.
2. Yu. A. Tuchkin, "Wave scattering by unclosed cylindrical screen of arbitrary profile with Neuman boundary condition", *Doklady AN SSSR*, vol.293, № 2, pp.343-345, 1987.
3. A. Ye. Poyedinchuk and Yu. A. Tuchkin, "Analytical regularization of the problem of the wave diffraction by inhomogeneous dielectric obstacle", *International Seminar "Day on Diffraction"*, Saint Petersburg, Russia, 1992.
4. V. P. Shestopalov, Yu. A. Tuchkin, A. Ye. Poyedinchuk and Yu. K. Sirenko, "Novel methods for solving direct and inverse problems of diffraction theory, vol. 1: Analytical regularization of electromagnetic boundary value problems", Publishing house «Osnova», Kharkov, 1997.
5. Yu. A. Tuchkin, "Analytical regularization method for wave diffraction by bowl-shaped screen of revolution", *Chapter in book 'Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics 5'*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2002, pp.153-158.
6. Yu. A. Tuchkin. "Skalar Wave Diffraction by Axial Symmetrical screens. Analytical Regularization Method." Proceeding of Int. Workshop on Direct and Inverse Scattering, September, 2000, Gebze, Turkey.
7. Yu. A. Tuchkin, "Analytical regularization method for Electromagnetic Wave diffraction by Periodic Wavy Obstacles: Perfectly Conductive Screen and Media Two Media Boundary Surface." Proceedings of 9-th International Conference on Electromagnetic in Advanced Applications – ICEEA'05, September, Torino, Italy.
8. Yury A. Tuchkin. "Method of Analytical regularization: State of Art and new approaches." Proceedings of IV Int. Workshop on Electromagnetic Scattering – EWS '06. September, 2006, Gebze, Turkey.
9. Yury A. Tuchkin. "Wave diffraction by periodic system of arbitrary shaped dielectric cylinders with partial metal covering". Proceedings of Int. Conference

Electromagnetic in Advanced Applications – ICEAA'07, September 2007, Torino, Italy.

10. L. J. Chu, "Electromagnetic waves in elliptic hollow pipes of metal," *J. Appl. Phys.*, vol. 9, p. 583, 1938.
11. Haoyi Lu and Mai Lu, "International Journal of Infrared and Millimeter Waves," Vol.21, No. 8, 2000
12. G.P. Junker, R.K. Gordon. An improved finite-difference procedure for electromagnetic eigenvalue problems. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 18, no. 2, pp. 86 – 90, December 1998.
13. H. Mitsuo, K. Akitoshi. Systematic construction of two-dimensional higher-order vector finite element and its application to waveguide analysis. *Trans. of the Institute of Electronics, Information and Communication Engineers*, Vol.J82-C-I, No.4, pp. 212-218.44
14. J.A. Ruiz-Cruz, J.M. Rebollar. Eigenmodes of waveguides using a boundary contour modematching method with an FFT scheme. *Int. Journ. RF and Microwave Comp. Aided Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 286 – 295, 2005.
15. P. Jiang, S. Li, and C. Chan. An analysis of elliptical waveguides by a meshless collocation method with the Wendland Radial Basis functions. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol.32, No.2, pp 162-165, 2002.
16. X. Zhou. An improved formula for the fundamental TM mode cutoff wavenumber of arbitrary waveguides. *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol.35, No.5, pp 393 - 396, 2002.
17. Q. Zheng, L.Ma, F. Xie, J. Li. A simple estimate for cut-off wave number of lowest-order TM mode of a hollow metallic waveguide of arbitrary cross - section. *Int.I Journ. RF and Microwave Comp. Aided Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 159 – 163, 2000.
18. R. Mittra and SW. Lee. *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*, Macmillan,1971.
19. J.H. Wilkinson. *The Algebraic Eigenvalue Problem*, Clarendon Press, Oxford, 1965.
20. A.P. Prudnikov, Yu.A. Brychkov and O.I. Marichev, *Integrals and series (in Russian)*, In *Elementary Function*, Nauka, Moscow, 1981.

21. S. Shen, X. Lu. "Modal analysis of a rectangular waveguide with rounded sides", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 33, no. 5, pp. 365 – 368, June 2002.
22. B.K. Wang, K.Y. Lam, M.S. Leong. Elliptical waveguide analysis using improved polynomial approximation. *IEE-Proc. Microw. Antennas Propag.*, Vol. 141, No. 6, December 1994.
23. N.G. Don, A. Ye. Poyedinchuk, V.I. Tkachenko. A numerical-analytical method for the cutoff wavenumber calculation of waveguides with complicated cross-section. *Telecom. And Radioengineering*, Vol.61, No.1, pp.10-25, 2004.
24. C. Shu. Analysis of elliptical waveguide by differential quadratures method. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol.48, no. 2, pp. 319 – 323, February 2000
25. X. Zhou and Y. Wang, Approximate formula for cutoff wave number of lowest order TM mode of a hollow metallic waveguide of arbitrary cross-section. *IEE Proc Pt-H*, Vol.143, No.5, p.p. 454-456, 1996.
26. D.L. Young, S.P. Hu, C.W. Chen, C.M. Fan, K. Murugesan, "Analysis of elliptical waveguides by the method of fundamental solutions", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol.44, no. 6, pp. 552 – 558, March 2005.
27. S. Shen, X. Lu. "Modal analysis of a rectangular waveguide with rounded sides", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 33, no. 5, pp. 365 – 368, June 2002.
28. Ye. V. Shepelskaya, Yu. A. Tuchkin and V. P. Shestopalov. Spectrum of normal TM-mode of open waveguide of arbitrary profile. *Doklady Akademii Nauk Ukrainskoy SSR*, 1989, series A, n.10 (in Russian).
29. L. A. Wanstein. *Electromagnetic waves*. Soviet Radio, Moscow, 1957 (in Russian).
30. C. Balanis. *Advanced Engineering Electromagnetic*. John Wiley & Sons. 1989.
31. K. Umashankar, A. Taflove. *Computational Electromagnetics*. Artech House, 1993.

## ÖZGEÇMİŞ

Türker TOPAL 25.01.1983 yılında Erzurum'da dünyaya gelmiştir. Gebze Zübeyde Hanım İlköğretim Okullarında ilköğrenimini tamamladıktan sonra, lise eğitimin Bursa Ali Osman Sönmez Teknik Lisesi Elektronik Bölümünde tamamlamıştır. Lisans öğretimini 2000 yılında girdiği Marmara Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Haberleşme bölümünde tamamlamıştır. Halan İstinye Park AVM de kontrol mühendisliği yapan Türker TOPAL, Elena ESMAN ile evlidir.

Türker TOPAL'a ulaşmak için;

Email: [turkertopal@gmail.com](mailto:turkertopal@gmail.com)