

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

ÇOK DEĞİŞKENLİ REGRESYON KONTROL GRAFİKLERİ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ADANA, 2019

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ÇOK DEĞİŞKENLİ REGRESYON KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Danışman : Prof. Dr. Mahmude Revan ÖZKALE
Yıl: 2019, Sayfa: 97
Jüri : Prof. Dr. Mahmude Revan ÖZKALE
: Prof. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR
: Dr. Öğr. Üyesi Seçil YALAZ

Çok değişkenli bir verinin kontrol grafiklerini ve regresyon kontrol grafiklerini oluşturmak için tek değişkenli bilinen yöntemler kullanıldığında çeşitli sıkıntılar ortaya çıkmaktadır. Bu sıkıntıları gidermek için çeşitli yöntemler geliştirilmiştir. Bu çalışmada çok değişkenli kalite kontrol yöntemlerinin performansını belirlemek için simülasyon çalışması yapılmıştır. Simülasyon çalışmasından faydalanılarak ortalama işlem uzunluğu (ARL) bakımından yöntemlerin karşılaştırılmaları yapılmıştır ve bu yöntemlerin çok değişkenli ridge rezidü grafikleri oluşturulmuştur.

Çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri olarak bilinen; Hotelling T^2 , çok değişkenli EWMA, çok değişkenli CUSUM yöntemlerinden ve bu yöntemlerin regresyon grafiklerinden faydalanılmıştır. Simülasyon çalışması için MATLAB 2014b programı kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çok değişkenli kalite kontrol, Çok değişkenli EWMA, Hotelling T^2 , Çok değişkenli CUSUM, Simülasyon, Ridge regresyon, Çok değişkenli ridge rezidü grafikleri

ABSTRACT

MSc THESIS

MULTIVARIATE REGRESSION CONTROL CHARTS

Kübra Dilek BABAARSLAN

**ÇUKUROVA UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF STATISTICS**

Supervisor : Prof. Dr. Mahmude Revan ÖZKALE
Year: 2019, Pages: 97
Jury : Prof. Dr. Mahmude Revan ÖZKALE
: Prof. Dr. Selahattin KAÇIRANLAR
: Asst. Prof. Seçil YALAZ

When using univariate known methods to form control charts and regression control charts of a multivariate data set, various difficulties arise. Various methods have been developed to overcome these problems. In this study a simulation study was performed to determine the performance of multivariate quality control methods. By using the simulation study, comparison of the methods in terms of average run length (ARL) was made and multivariate ridge residual charts of these methods were formed.

Known as multivariate quality control methods; Hotelling T^2 , multivariate EWMA, multivariate CUSUM methods and regression charts of these methods were used. MATLAB 2014b program was used for the simulation study.

Key Words: Multivariate quality control, Multivariate EWMA, Hotelling T^2 , Multivariate CUSUM, Simulation, Ridge regression, Multivariate ridge residual charts

GENİŞLETİLMİŞ ÖZET

Kalite kontrol anlayışı, ürünlerin tek tek kontrol edildiği muayene yöntemi ile başlamış ve üretim hacminin genişlemesi ile birlikte istatistiksel temelli yöntemlerin araştırılması zorunlu hale gelmiştir. 1920'li yıllarda Walter Shewart tarafından geliştirilen kontrol grafikleri ile istatistiksel metotların kullanımı ortaya çıkmıştır. Kontrol grafikleri, kontrol edilen proses kalite karakteristiği sayısına göre tek değişkenli kontrol grafikleri ve çok değişkenli kontrol grafikleri olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Tek değişkenli kontrol grafikleri kalite karakteristiği sürekli iken Shewhart kontrol grafikleri, birikimli toplam (CUSUM) kontrol grafikleri, üstel ağırlıklı hareketli ortalama (EWMA) kontrol grafikleri gibidir. Çok değişkenli kontrol grafikleri ise, Hotelling T^2 kontrol grafikleri, çok değişkenli EWMA grafikleri ve çok değişkenli CUSUM grafikleridir.

Gerçek hayatta çoğu proseste (kalite kontrol problemlerinde) kalite karakteristiği çok boyutlu olabilmektedir. Örneğin, kimyasal sanayide prosesler; sıcaklık, kirlilik yüzdesi ve güç yoğunluğu değişkenlerinin ölçümüne dayandırılarak kontrol edilmektedir, benzer şekilde iplik eğirme; lif inceliği, lif gücü, lif uzunluğu ve çile gücü değişkenlerinin ölçümüne dayanmaktadır.

Çok değişkenli proseslerde kalite karakteristikleri (değişkenler) bir vektör olarak düşünülür. Eğer kalite karakteristikleri ilişkisizse, bilinen tek değişkenli kontrol grafikleri, bu değişkenlerin ayrı ayrı kontrol grafikleri çizdirilerek prosesin kontrol edilebilmesi için etkili bir araç olmaktadır. Değişkenler birbiri ile ilişkili olduğunda bilinen kontrol grafikleri kötü sonuç vermektedir. Chang (1987), Hotelling (1947), Jackson (1959), Montgomery (1996) ve Ryan (1989) iki veya daha fazla değişken ilişkili iken, her bir değişken için ayrı kontrol grafiklerinin kullanılabilir olduğunu ancak bunun büyük hatalara neden olabileceğini göstermişlerdir. Proses değişkenlerinin ortak kontrol bölgesi düşünüldüğünde, proses gerçekte kontrol dışı iken prosesin ilişkili pek çok değişkeni için her birinin

ayrı kontrol grafikleri kontrol altında gözükebilmektedir. Bu problemi çözmek için, Hotelling (1947) bireysel gözlemler alındığında proses ortalama vektöründeki genel bir değişimi belirlemek için optimal test istatistiği olarak gösterilebilen T^2 grafiklerini oluşturmuştur. Houshmand ve Javaheri (1997) çok değişkenli ridge rezidü grafikleri olarak adlandırdığı yeni grafiksel metotlar sunmuştur. Bu grafikler, ortalama vektörünün her bir bileşenin ridge regresyonundan elde edilen rezidülerin CUSUM ve EWMA grafikleridir. Proses parametresinde değişim olur olmaz kontrol dışı sinyal verecek olan etkili bir diğer teknikler ise ortalama işlem uzunluk performansına dayandırılan farklı metotların kıyaslanmasıdır. Bu çalışmada; bir prosesten elde edilmiş çok değişkenli bir verinin istatistiksel kontrol analizini yapabilmek için belirtilen metotlar anlatılmıştır ve uygun simülasyon çalışması gerçekleştirilmiştir.

Simülasyon çalışması genellikle MATLAB R2014b yapılması ile birlikte bazı gerekli durumlarda Minitab 16 kullanılarak yapılmıştır. Bu çalışmada; ilk olarak çok değişkenli normal dağılıma sahip veri üretilmiştir, daha sonra bu verinin ortalama vektöründe meydana gelen belirli sapma durumlarında sonuçlar elde edilmiş ve analizler yapılmıştır. Öncelikle çok değişkenli veri içeren bir prosesin durumunu belirlemek için ileri sürülmüş olan (Hotelling, 1947) Hotelling T^2 grafikleri oluşturulmuştur. Sonra ise çok değişkenli EWMA (MEWMA), MCUSUM grafikleri oluşturulmuştur. Daha sonra ise Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM yöntemlerinin çok değişkenli ridge rezidü grafikleri oluşturulmuştur. Bu grafiklerden bazılarının ARL performansına göre değerlendirmeleri yapılmıştır. Tüm bu grafiklerden de en iyi sonuç veren grafikler MEWMA ve MCUSUM grafiklerinin olduğu görülmüştür. Bunun nedeni ise MEWMA ve MCUSUM grafiklerinin verinin ortalama vektöründe meydana gelen en küçük değişikliklere karşı daha duyarlı olmasından kaynaklanmaktadır.

TEŞEKKÜR

Çalıőmam boyunca emeğini esirgemeyen, yeni bilgiler edinmemde hep destek olan, öğrendiklerimi uygulamada yol gösteren, bilgi ve deneyimlerini her zaman hoşgörölü bir şekilde benimle paylaşan ve öğrencisi olmaktan mutluluk duyduğum kıymetli danışman hocam Prof. Dr. Mahmude Revan ÖZKALE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez sürecimde bana her yönden destek olan, her türlü sıkıntılarımdaya yanı başımda varlıklarını her zaman hissettiğim çok değerli aileme de sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ	I
ABSTRACT.....	II
GENİŞLETİLMİŞ ÖZET	III
TEŞEKKÜR.....	V
İÇİNDEKİLER	VI
ÇİZELGELER DİZİNİ	VIII
ŞEKİLLER DİZİNİ	XIV
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	XVI
1. GİRİŞ	1
2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ.....	9
3.1. Tek Değişkenli Nicel Kalite Kontrol Grafikleri.....	10
3.1.1. Shewhart Kontrol Grafikleri	10
3.1.1.1. \bar{x} ve R Kontrol Grafikleri.....	11
3.1.1.2. \bar{x} ve s Kontrol Grafikleri.....	14
3.1.1.3. CUSUM Kontrol Grafikleri	16
3.1.1.3.(1). Algoritmik CUSUM.....	17
3.1.1.3.(2). V Maskesi CUSUM.....	19
3.1.1.4. EWMA Kontrol Grafikleri.....	20
3.2. Çok Değişkenli Kalite Kontrol Grafikleri	23
3.2.1. Çok Değişkenli Kalite Kontrol	24
3.2.1.1. Giriş	24
3.2.1.2. Çok Değişkenli Normal Dağılım	27
3.2.1.3. Çok Değişkenli Kontrol Grafikleri	28
3.2.1.3.(1). Kontrol Elipsi	29
3.2.1.3.(2). Ki-Kare Kontrol Grafiği.....	30
3.2.1.3.(3). Hotelling T^2 Kontrol Grafiği	33

3.2.1.3.(4). Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafığı	37
3.2.1.3.(5). Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Kontrol Grafığı	39
3.2.1.4. Çok Değişkenli Ridge Rezidü Kontrol Grafikleri	41
3.2.1.4.(1). Çoklu Bağlantı ve Ridge Regresyon	41
3.2.1.4.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafikleri	46
3.2.1.5. Kontrol Grafiklerinin Performanslarının Değerlendirilmesi ..	47
4. UYGULAMA	51
4.1. Deneysel Çalışma	52
4.1.1. Çok Değişkenli Kontrol Grafiklerinin Performans Analizi	54
4.1.1.1. Kontrol Altındaki Performans	55
4.1.1.1.(1). Çok Değişkenli Kontrol Grafik Metotlarının Simülasyonu	55
4.1.1.1.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafik Metotlarının Simülasyonu	62
4.1.1.2. Kontrol Dışındaki Performans	68
4.1.1.2.(1). Çok Değişkenli Kontrol Grafik Metotlarının Simülasyonu	68
4.1.1.2.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafik Metotlarının Simülasyonu	78
5. SONUÇ	84
KAYNAKLAR	87
ÖZGEÇMİŞ	95

ÇİZELGELER DİZİNİ

SAYFA

Çizelge 4.1.	Hotelling T^2 grafiği için bulunan deneysel UCL değerleri	55
Çizelge 4.2.	Kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) Hotelling T^2 grafiği performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)	56
Çizelge 4.3.	MEWMA grafiği $\lambda=0.05$ için bulunan deneysel UCL değerleri.....	57
Çizelge 4.4.	Kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	58
Çizelge 4.5.	MEWMA grafiği $\lambda=0.15$ için bulunan deneysel UCL değerleri.....	58
Çizelge 4.6.	Kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	59
Çizelge 4.7.	MCUSUM grafiği $k=0.25$ için bulunan deneysel UCL değerleri.....	60
Çizelge 4.8.	Kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	60
Çizelge 4.9.	MCUSUM grafiği $k=0.5$ için bulunan deneysel UCL değerleri.....	61
Çizelge 4.10.	Kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	62
Çizelge 4.11.	Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için Hotelling T^2 grafiği kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri	64

Çizelge 4.12.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	64
Çizelge 4.13.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri.....	65
Çizelge 4.14.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.05$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	65
Çizelge 4.15.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri.....	65
Çizelge 4.16.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	66
Çizelge 4.17.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MCUSUM grafiği ($k=0.25$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri.....	66
Çizelge 4.18.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	67
Çizelge 4.19.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MCUSUM grafiği ($k=0.5$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri.....	67
Çizelge 4.20.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta \neq 0$) MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre).....	67
Çizelge 4.21.	Kontrol dışındaki Hotelling T^2 grafiği performansı için $\delta \neq 0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)	69

Çizelge 4.22.	Kontrol dışındaki Hotelling T^2 grafiği performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)	70
Çizelge 4.23.	Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre).....	71
Çizelge 4.24.	Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre).....	72
Çizelge 4.25.	Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre).....	73
Çizelge 4.26.	Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre).....	74
Çizelge 4.27.	Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre).....	75
Çizelge 4.28.	Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre).....	76
Çizelge 4.29.	Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre).....	77
Çizelge 4.30.	Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre).....	78

Çizelge 4.31.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki ($\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (EAP= 0,005 istendiği duruma göre).....	79
Çizelge 4.32.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki ($\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre).....	79
Çizelge 4.33.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin($\lambda=0.05$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)	80
Çizelge 4.34.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.05$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)	80
Çizelge 4.35.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)	80
Çizelge 4.36.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)	81
Çizelge 4.37.	Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)	81

- Çizelge 4.38. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre) 82
- Çizelge 4.39. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre) 82
- Çizelge 4.40. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre) 82



ŞEKİLLER DİZİNİ

SAYFA

Şekil 3.1. Basit bir kontrol grafiği (Khalidi, 2007)	9
Şekil 3.2. Proses ortalaması ve değişkenliğinin kontrol edildiği farklı durumlar (Montgomery, 2012)	11
Şekil 3.3. Basit bilinen bir V maskesi (Montgomery, 2012).....	20
Şekil 3.4. Yatağın iç çapı (x_1) ve dış çapı (x_2) ortalamalarının ayrı ayrı kontrol grafikleri (Niavarani, 2014)	25
Şekil 3.5. x_1 ve x_2 için bağımsız kontrol limitleri ile oluşturulan kontrol bölgesi (Niavarani, 2014).....	25
Şekil 3.6. İki değişkenli normal dağılım (Niavarani, 2014).....	28
Şekil 3.7. İki bağımlı değişken için kontrol elipsi (Montgomery, 2012)	30
Şekil 3.8. İki kalite karakteristiği için Ki-Kare kontrol grafiği (Montgomery, 2012)	31
Şekil 3.9. Yanlı tahmin ile yansız tahminin karşılaştırılması (Houshmand ve Javaheri, 1998).....	42
Şekil 3.10. Önerilen çok değişkenli kalite kontrol metodunun uygulaması için akış diyagramı (Houshmand ve Javaheri, 1998).....	47



SİMGELER VE KISALTMALAR

FAP	: False Alarm Probability (Yanlış Alarm Verme Olasılığı)
IC FAP	: In-control False Alarm Probability (Kontrol Altında Yanlış Alarm Verme Olasılığı)
EAP	: Empirical Alarm Probability (Deneysel-Kontrol Dışı Alarm Olasılığı)
ARL	: Average Run Length (Ortalama İşlem Uzunluğu)
ARL ₀	: In-control Average Run Length (Kontrol Altında Ortalama İşlem Uzunluğu)
ARL ₁	: Out-of-control Average Run Length (Kontrol Dışı Ortalama İşlem Uzunluğu)
RL	: Run Length (İşlem Uzunluğu)
UCL	: Upper Control Limit (Üst Kontrol Limiti)
CL	: Center Line (Merkezi Çizgi)
LCL	: Lower Control Limit (Alt Kontrol Limiti)
OOC	: Out-of Control (Kontrol Dışı)
CUSUM	: Cumulative Sum (Birikimli Toplam)
EWMA	: Exponentially Weighted Moving Average (Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama)
MSC	: Multivariate Shewhart Chart (Çok Değişkenli Shewhart)
MCUSUM	: Multivariate Cumulative Sum (Çok Değişkenli Birikimli Toplam)
MEWMA	: Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (Çok Değişkenli Üstel Ağırlıklı Hareketli Ortalama)
SPC	: Statistical Proses Control (İstatistiksel Proses Kontrol)
ATS	: Average Time to Signal (Ortalama Sinyal Zamanı)
ATFS	: Average Time to First Signal (Ortalama İlk Sinyal Zamanı)
MRRC	: Multivariate Ridge Residual Charts (Çok Değişkenli Ridge Rezidü)

PRESS Grafikleri)

: Predicted Residual Sum of Squares (Tahmini Rezidü Kareler
Toplamı)



1. GİRİŞ

İstatistiksel proses kontrol (SPC), süreçleri izlemek, kontrol etmek ve iyileştirmek için yaygın olarak kullanılan istatistiksel yöntemlerdir. İstatistiksel proses kontrol yöntemlerinden en çok kontrol grafikleri kullanılmaktadır. Kontrol grafikleri; prosesin durumunu, proseste meydana gelen değişkenliği izlemek için kullanılmaktadır. Kontrol grafikleri ilk olarak 1920'lerin başında Shewhart tarafından belirtilmiştir. Kontrol grafiklerinin amacı, bir proseste meydana gelen sapmanın veya değişimin ortak nedenlerden kaynaklanıp kaynaklanmadığının belirlenmesidir. Kontrol grafikleri ilk belirtildiği zamandan beri prosesin bağlı olduğu değişkenlerde üretim sonunda meydana gelen problemleri tespit etmek amacıyla kullanılmıştır.

Kontrol edilecek proseste kalite karakteristiği (değişken) sayısı tek olduğunda prosesin performansını belirlemek için tek değişkenli kontrol grafikleri kullanılmaktadır. Tek değişkenli kontrol grafikleri kalite karakteristiği sürekli iken Shewhart kontrol grafikleri, birikimli toplam (CUSUM) kontrol grafikleri, üstel ağırlıklı hareketli ortalama (EWMA) kontrol grafikleri gibi değişmektedir. Bu grafikler oluşturulurken üst ve alt sınırlar belirli her grafik için hesaplanır, sonra prosesten elde edilen değerlerin bu sınırların dışında kalıp kalmamasına göre proses değerlendirilmektedir. Kontrol grafiği metotlarının aynı proses için performansları ortalama işlem uzunluğuna (ARL) göre kıyaslanabilmektedir. Ortalama işlem uzunluğu, kontrol grafiğinin performansını belirleyen ve prosesin hangi değerde kontrol altında veya kontrol dışında kaldığını belirleyen önemli bir ölçüt olarak kullanılmaktadır.

Prosesin üretiminde bağlı olduğu değişken sayısı birden fazla olduğunda, proses kalitesi genelde birden fazla kalite karakteristiğinin eşanlı etkilerini içermektedir. Çok değişkenli kalite, birden fazla kalite karakteristiğine bağlı olmaktadır. Burada oluşan problem, prosesin bağlı olduğu karakteristiklerin aynı anda izlenebilmesi için bu değişkenlerin bir vektörü şeklinde oluşturulmasından

kaynaklanmaktadır. Bu kalite karakteristikleri arasında güçlü ilişki olduğunda, bilinen kontrol grafikleri kötü sonuçlar vermektedir. Gerçek hayattaki kalite kontrol problemleri çok boyutludur ve birçok ilişkili kalite karakteristiği içermektedir. Örneğin; pamuklu büküm prosesinde değişkenler, elyaf inceliği, elyaf uzunluğu, elyaf gücü ve iplik çilesinin gücüdür, balistik mermilerin testinde ise değişkenler çeşitli itme vektörlerinin itme ölçümleridir (Javaheri ve Houshmand, 2001). Bu örnekler, açıkça kalitenin çok boyutluluğu problemlerini göstermektedir. Bu yüzden, ilk olarak Hotelling (1947) iki veya daha fazla ilişkili değişken olduğunda proses kalitesinin belli bir seviyesini yansıtmak gerektiğini belirtmiştir ve belirlediği prosedürünü ikinci dünya savaşı sırasında bomba imalat prosesine uygulamıştır. Bunu yapmak için her bir değişken için ayrı kontrol grafikleri oluşturmak istatistiksel proses kontrolde büyük hatalara neden olmuştur. Proses değişkenlerin ortak kontrol bölgesine bakıldığında ise gerçekte kontrol dışı görünürken, prosesin birkaç değişkenin her biri ilgili kontrol grafiklerinde kontrol altında görülebilmektedir. Buradan yola çıkarak, özetle aşağıdaki problemlerle ilgilenilmiştir:

1. Belirli bir örneklemden elde edilen bir vektör, konum parametresinde meydana gelen değişkenliği gösteriyor mu?
2. Eğer proses artık kontrol altında değilse bu durum hangi konum parametresinin değişiminden kaynaklanmaktadır?

Belirtilen problemleri çözmek için Hotelling (1947) optimal test istatistiği olarak T^2 grafiklerini önermiştir. Hotelling'in belirlediği T^2 grafiklerinin büyük bir eksikliği, proses kontrol dışında olduğunda, bu kontrol dışı duruma hangi kalite karakteristiklerinden birinin neden olduğunu göstermemesidir. Bu problemi ele almak ve çözmek için çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiştir.

Çok değişkenli grafiklerin çeşitleri araştırılmış ve karşılaştırılmıştır, yaygın olarak; Hotelling T^2 , çok değişkenli kümülatif toplam (MCUSUM) ve çok

değişkenli üstel ağırlıklı hareketli ortalama (MEWMA) grafikleri kullanılmış ve önerilmiştir. Ayrıca bu grafik yöntemleri için çok değişkenli ridge regresyon kullanılarak değerlendirmeler yapılmıştır. Bu çok değişkenli kontrol yöntemlerinin ortalama işlem uzunluğu (ARL) bakımından karşılaştırmaları da yapılmıştır. Genelde MEWMA ve MCUSUM proses ortalamasında meydana gelen küçük değişimlere daha duyarlı olduğu gözlemi yapılmıştır. Bu yöntemler sadece üretim ve servis işlerinde değil aynı zamanda halk sağlığı ve biyolojik gözlem sorunlarında da yaygın olarak uygulaması yapılmaktadır (Laungrungrong, 2010).

Bu çalışmada; tek değişkenli nicel kontrol grafiği metotları, çok değişkenli kontrol grafiği metotları, ridge regresyon ve çok değişkenli ridge rezidü grafiği metotları anlatılmıştır. Çok değişkenli kontrol grafiği metotları ve çok değişkenli ridge rezidü kontrol grafiği metotları, MATLAB R2014b kullanılarak Monte Carlo simülasyonu yardımıyla bir simülasyon çalışması yapılarak değerlendirilmiştir.

Simülasyonun amacı farklı kalite karakteristiği sayısına ($p=2, 5, 10, 15$) sahip olan 1000 birimlik normal dağılıma sahip bir veri üretmek, daha sonra bu veri üzerinden çok değişkenli kontrol grafik ve ridge rezidü grafik yöntemlerinin simülasyonunu gerçekleştirmektir. Bu simülasyonda belirtilen yöntemlerin ortalamadan çeşitli sapmalar meydana geldiğinde performanslarının ARL ölçütü bakımından kıyaslamaları yapılmıştır ve simülasyon sonuçları EXCEL 2010 ile elde edilerek çizelgeler halinde verilmiştir.



2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Shewhart, Deming, Juran, Crosby, Feigenbaum, Taguchi, Garvin ve Ishikawa gibi çeşitli uzmanlar tarafından önerilen "kalite" konusu ile ilgili olarak yaşadıkları dönemlere göre farklı bakış açıları bulunmaktadır. Rekabetçi baskılar ve teknolojik gelişmeler, işletmelerin ve üretim yönetiminin temel bilgilerini etkilemiş ve literatüre birçok yeni kavram getirmiştir. Kalitenin yakın zaman içindeki tanımı, "prosesin bağlı olduğu bir grup değişkenin veya özelliğin gereksinimi karşıladığı seviye" olarak belirtilmiştir (ISO 9000: 2005). Bu tanımda, nitel ve nicel özelliklerde dâhil olmak üzere bir gereksinim, "genellikle kastedilen veya zorunlu olan, ihtiyaç veya beklenti" olarak açıklanmıştır (ISO 9000: 2005). Kabul edilebilir bir kalite düzeyi elde etmek için; niteliksel, niceliksel ihtiyaçların ve beklentilerin bir birleşiminin dikkate alınması gerekmektedir (Niavarani, 2014). Tüm bunlar dikkate alındığında kalitenin oluşturulması ile birlikte kalite kontrol problemi ortaya çıkmıştır. Dolayısıyla "kalite kontrol", kalite gereksinimlerini yerine getirmeye odaklı kalite yönetiminin bir parçası olarak tanımlanmıştır ve kalite yönetiminin unsurlarından biri olarak düşünülmektedir (ISO 9000: 2005).

Kalite kontrol terimi, ilk olarak 20.yüzyılın başlarında ortaya çıkmıştır (Radford, 1922). Daha sonra farklı kalite kontrol yöntemlerine ek olarak istatistiksel yöntemler kullanılarak istatistiksel kalite kontrol yöntemi doğmuştur (Juran ve Godfrey, 1999). 1950'li yıllarda toplam kalite kontrol terimi, Feigenbaum gibi uzmanlar tarafından kapsamlı bir terim olarak değerlendirilmiştir. Bu kalite kontrol terimi, kaliteyi kontrol etmek için yapılan her şeyi ifade etmektedir (Niavarani, 2014).

Amerika Birleşik Devletleri'nde ve Avrupa'da, kalite kontrolü terimi daha önceden dar ve kısıtlı anlamlara sahipti (Niavarani, 2014). "Toplam kalite yönetimi" (TKY) terimi ile birlikte, artık kapsamı geniş bir terim olarak kullanılmaktadır. Avrupa'da kısa süre önce, Avrupa kalite koruma organizasyonu, adını Avrupa Kalite Kontrol Organizasyonu'ndan, Avrupa Kalite Organizasyonu

olarak değiştirmiştir (Niavarani, 2012). Japonya'da ise, kalite kontrol terimi geniş bir anlam taşımaktadır. 1997'de Japon Bilim ve Mühendisleri Birliği (JUSE) dünyanın geri kalanında kullanılan yaygın terminoloji ile daha yakından bağlantı kurmak için toplam kalite kontrolünü (TKK) değiştirerek, toplam kalite yönetimi (TKY) terimini kabul etmiştir (Juran ve Godfrey, 1998).

İstatistiksel kalite kontrol (İKK); istatistiksel süreç kontrolü (İSK), deney tasarımı (DT) ve süreç kapasitesi analizi için örnekleme odaklanmaktadır. İSK, çoğunlukla rastgele olmayan herhangi bir kayma veya değişimi saptayarak süreçleri kontrol etmek için kontrol grafikleri oluşturmaktır (Niavarani, 2012).

1931'de Shewhart tarafından prosesi izlemek için kontrol grafikleri geliştirilmiştir. Kontrol grafiği için, "kontrol grafiği, ilk olarak işletmenin ulaşmaya çalıştığı bir süreç için hedef veya standardı oluşturabilir; ikincisi, bu amaca ulaşmak için bir araç olarak kullanılabilir ve üçüncü olarak, hedefe ulaşılmış olup olmadığına karar vermenin bir aracı olarak kullanılabilir" ifadesini kullanmıştır (Shewhart, 1931).

Asıl kontrol grafikleri genellikle yalnızca bir prosese ait tek bir değişkenin özelliğini izlemek için kullanılabilen tek değişkenli grafikler olarak sınıflandırılmıştır. Teknolojideki ilerlemeler ve artan müşteri beklentileri, birbiriyle ilişkili kalite özelliklerini aynı anda izleme ihtiyacını doğurmuştur. Çok değişkenli kalite kontrolde ilk çalışma Hotelling tarafından gerçekleştirilmiştir (Hotelling, 1947).

Zaman içerisinde pek çok yazar çok değişkenli proses ortalamasını gösteren çeşitli grafiksel metotlar öne sürmüşlerdir. Mandel (1969), lineer regresyon ve kontrol grafiği teorisini birleştirerek regresyon kontrol grafiğini önermiştir. Hawkins (1991), her değişkenin regresyonundan elde edilen ölçeklendirilmiş rezidü için Shewart ve CUSUM kontrol grafiklerini önermiştir. Hawkins (1993) değişkenler ilişkili iken değişkenlerin tek tek grafiklerinin oluşturulmasının kolay yorumlanabilir olduğunu fakat etkin olmadığını belirtmiştir. Dolayısıyla her değişkenin diğer değişkenler üzerine regresyon grafikleri

oluşturulmasının daha etkin olduğunu bir simülasyon çalışması ile göstermiştir (Hawkins, 1993). Pignatiello ve Runger (1990) çok değişkenli CUSUM grafiğini, tek değişkenli CUSUM kontrol grafiğini ve Shewart ki-kare kontrol grafiğini Monte Carlo simülasyon çalışması ile karşılaştırmışlardır. Houshmand ve Javaheri (1998) ise en küçük kareler rezidü yerine ridge rezidüleri kullanarak çok değişkenli ridge rezidü grafikleri önermiştir. Ayrıca, Javaheri ve Houshmand (2001) Hotelling T^2 grafiğini, çok değişkenli Shewart kontrol grafiğini ve çok değişkenli ridge rezidü kontrol grafiğini Monte Carlo simülasyon çalışması ile etkinliklerine göre karşılaştırmıştır. Shu ve ark. (2004) tahmin edilmiş parametreleri kullanarak regresyon kontrol grafiklerinden rezidü için Shewart ve EWMA kontrol grafiklerinin performansını incelemiştir.

MEWMA grafikleri birden fazla ilişkili kalite karakteristiklerinin aynı anda kullanılarak kontrol grafiklerini içeren çok değişkenli kontrol grafiklerinden biridir. MEWMA metodu Lowry ve ark. (1992) tarafından ortalama vektöründeki bir değişimi belirlemek için tek değişkenli EWMA grafiklerinin bir genişlemesi ve çok değişkenli grafiklerin bir çeşidi olarak belirtilmiştir. Genellikle, MEWMA metodu üretim sanayisinde proses değişimini belirlemek için kullanılmaktadır. Testik ve Borrer (2004) proses ortalamasındaki küçük değişimi belirlemek ve değişimi yansıtmak için MEWMA metodunu tavsiye etmiştir. Genellikle, bir düzleştirme parametresi (λ) değişimin ne kadar küçük olduğunu belirlemek için kullanılmaktadır. Bersimis ve ark. (2006), MEWMA metodunun çok değişkenli Shewart grafiklerinden daha iyi olduğunu önermiştir. Pek çok kişiye göre de uygulama açısından MEWMA grafiklerinin, MCUSUM grafiklerinden daha kolay olduğu belirtilmiştir (Fricker ve ark., 2008).

MEWMA grafikleri daha iyi sonuç vermesine rağmen MCUSUM grafikleri de proses ortalamasındaki küçük değişimlere biraz daha duyarlı olmaktadır. MCUSUM kontrol grafikleri ilk olarak Woodall ve Ncube (1985) tarafından önerilmiştir, daha sonra Crosier (1988) tarafından çok değişkenli bir uygulama olarak aynı anda elde edilen tek değişkenli CUSUM grafiklerinin

uygulaması önerilmiştir. Çoklu aynı anda oluşturulan tek değişkenli yöntemler, uygulama ve yorumlama açısından avantajlı olmaktadır, fakat çok değişkenli metotlarla kıyaslandığında bazı değişimlere daha az hassas olabilmektedir (Laungrunrong, 2010). Bu sebepten dolayı birden fazla ilişkili değişkene sahip veriler olduğunda, çok değişkenli bir metot daha kullanışlı olmaktadır.

Çok değişkenli Shewhart grafikleri, Hotelling (1947) T^2 istatistiğine dayanmaktadır. Jackson (1959), Ghare ve Torgersen (1968) çok değişkenli Shewhart grafiklerini Hotelling T^2 istatistiğine dayanacak şekilde belirtmişlerdir. Bu grafiği bir başka şekilde Alt (1984), Wierda (1994), Lowry ve Montgomery (1995) ifade etmişlerdir. Houshmand ve ark. (1997) proses boyunca kalite karakteristiklerinin aynı anda elde edilen grafiklerini oluşturmak ve kontrol dışı duruma neden olan kalite karakteristiğini belirlemek için çok değişkenli Shewhart \bar{X} grafiklerini kullanmışlardır. Fakat görmüşlerdir ki (Houshmand ve ark., 1997) proses parametrelerinde meydana gelen küçük değişimlerde çok değişkenli MEWMA grafikleri çok değişkenli Shewhart grafiklerinden daha etkili olmaktadır.

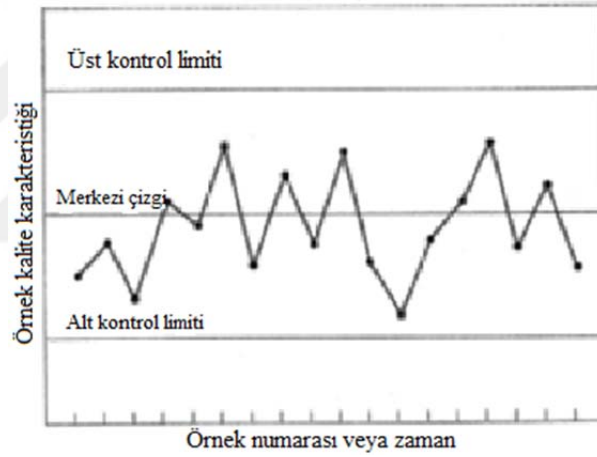
Houshmand ve Javaheri (1998) çok değişkenli ridge rezidü grafikleri (MRRC) olarak adlandırdıkları yeni bir grafik oluşturma yöntemi sunmuşlardır. Bu grafikler; proses değişkenlerinin her bir değişkene göre ridge regresyonundan elde edilen rezidülerin Hotelling, EWMA ve CUSUM grafikleridir. Rezidülerin çok değişkenli grafiklerinde kontrol dışı bir durum olması, ilgili bağımlı değişkendeki kontrol dışı sinyal olarak yorumlanmaktadır. Bu yöntem Shewhart grafiklerinin yöntemine benzer olarak sürekli belirleme yöntemidir. Prosesin durumunu belirleme değişkenlerin boyutu büyük olduğunda gözlemci için sıkıcı olabilir fakat bu yöntem mümkün bir kontrol dışı durumu belirlemek ve değişkenlerin eğilimlerini fark etmek için avantajlı olmaktadır. MRRC yönteminin etkinliği, önemli ölçüde uygun bir yan faktörünün (Ridge regresyonda kullanılan yanlılık sabiti) seçimine bağlıdır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kontrol grafikleri, zaman içerisindeki kalite karakteristiğinin değişiminin grafiksel bir görüntüsüdür. Grafik, kalite karakteristiğinin ortalama değerini temsil eden bir merkez çizgisi (CL) içermektedir. Grafikte üst kontrol limiti (UCL) ve alt kontrol limiti (LCL) olarak adlandırılan diğer iki yatay çizgi gösterilmektedir. Bu kontrol limitleri, eğer proses kontrol altındaysa Şekil 3.1 ile görüldüğü gibi neredeyse bütün örneklem noktalarının aralarında olacağı şekilde seçilmiş olmalıdır. Noktalar kontrol limitleri dâhilinde olduğu sürece, prosesin kontrol altında olduğu varsayılmaktadır (Khalidi, 2007).



Şekil 3.1. Basit bir kontrol grafiği (Khalidi, 2007)

Kontrol limitleri ile hipotez testi arasında önemli bir bağlantı vardır. Bu bağlantıyı açıklamak için Şekil 3.1 deki örneklem ortalamasını yani merkezi çizgiyi \bar{x} ile belirtelim. Eğer \bar{x} nın belirlenmiş değeri kontrol limitlerinin içerisinde ise proses kontrol altındadır deriz yani μ_0 'a eşittir diyebiliriz. Eğer \bar{x} kontrol limitlerinin dışına çıkıyorsa, proses kontrol dışıdır yani μ_0 'dan farklıdır deriz. Bu durumda kontrol grafikleri, prosesin kontrol altında olup olmaması durumunu inceleyen hipotez testidir.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Kontrol edilecek bir proseste kalite karakteristiği sayısına göre iki kontrol grafiği vardır. Bunlar; tek değişken olduğunda tek değişkenli kontrol grafiği, değişken sayısı iki veya daha fazla olduğunda ise çok değişkenli kontrol grafiğidir.

Tek değişkenli nicel kontrol grafikleri; Shewhart, CUSUM, EWMA kontrol grafikleridir. Çok değişkenli kontrol grafikleri; Hotelling T^2 , MEWMA ve MCUSUM grafikleridir.

3.1. Tek Değişkenli Nicel Kalite Kontrol Grafikleri

Prosesin durumunu belirlemek için tek kalite karakteristiği kullanılarak oluşturulan grafikleridir.

Boyut, ağırlık veya hacim gibi ölçülebilen pek çok kalite karakteristiği sayısal bir ölçüm ile elde edilebilmektedir. Bu şekildeki değişkenlerin elde edildiği prosesi izlemek için nicel kontrol grafikleri kullanılmaktadır. Prosesin durumunu belirlemek için kalite karakteristikleri ele alındığında, hem kalite karakteristiğinin ortalama değerini hem de değişkenliğini izlemek gerekmektedir.

3.1.1. Shewhart Kontrol Grafikleri

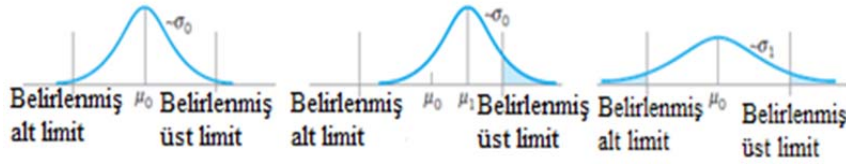
Shewhart (1931) tarafından kontrol grafikleri için genel bir model önerilmiştir ve ortalama ölçümleri kontrol etmek için bu önerilen modelin ilkelerine göre geliştirilen kontrol grafiklerine “Shewhart kontrol grafikleri” denmektedir. Shewhart kontrol grafikleri, herhangi bir prosesten elde edilen örneklem değerine karşı örneklem ortalamasının (\bar{x}), örneklem değişim aralığının (R) ve örneklem standart sapmasının (s) izlendiği grafiklerdir. Proses ortalamasının veya ortalama kalite seviyesinin kontrolü, genellikle ortalamalar için kontrol grafiği ile yapılmaktadır (Montgomery, 2012). Proses değişkenliği, s kontrol grafiği olarak adlandırılan standart sapma için bir kontrol grafiği veya R kontrol grafiği olarak adlandırılan aralık için bir kontrol grafiği ile izlenebilmektedir (Montgomery, 2012). Genellikle \bar{x} ve R veya \bar{x} ve s grafikleri birlikte

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

gözlemlenmektedir. Bunun nedeni; \bar{x} grafiği proses ortalamasının durumunu incelerken, R ve s grafikleri proses değişkenliğini incelemektedir, dolayısıyla proses istenilen ortalamada ve istenilen değişkenlikte olunca proses kontrol altındadır denmektedir.

Proses ortalamasını ve proses değişkenliğini kontrol altında tutmak önemlidir. Şekil 3.2’de bir üretim prosesinin çıktılarını göstermektedir. Şekil 3.2’de ilk grafikte hem μ hem de σ , belirlenmiş μ_0 ve σ_0 değerlerine eşittir ve proses çıktıları kontrol limitlerinin içerisine düşmektedir yani proses kontrol altında görülmektedir. İkinci grafikte ortalama, $\mu_1 > \mu_0$ değerine değişmiş, üst kontrol limitini aşan değerler olmuş bu da kontrol dışı duruma neden olmuştur. Üçüncü grafikte standart sapma, $\sigma_1 > \sigma_0$ değerine değişmiştir. Bu da proses ortalaması belirlenmiş değerde olmasına rağmen, proseste fazla sapmalara neden olmuştur (Montgomery, 2012).



Şekil 3.2. Proses ortalaması ve değişkenliğinin kontrol edildiği farklı durumlar (Montgomery, 2012)

3.1.1.1. \bar{x} ve R Kontrol Grafikleri

Bir kalite karakteristiğinin μ ortalamalı, σ standart sapmalı normal dağılıma sahip olduğu varsayılır, burada μ ve σ değerleri biliniyor olsun. Ama gerçek durumlarda bu değerler bilinmeyebilir o zaman bu değerlerin yerine sırasıyla \bar{x} ve s kullanılmaktadır. Eğer n boyutlu bir örneklemden x_1, x_2, \dots, x_n değerleri varsa, o zaman bu örneklemin ortalaması \bar{x} ve standart sapması $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ olarak belirlenmektedir. Ayrıca α , 1. tip hata olasılığı olmak üzere \bar{x} güven sınırları, $\mu \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ olur ve

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$\begin{aligned}UL &= \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\CL &= \mu \\LCL &= \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\end{aligned}\tag{3.1.}$$

şeklinde oluşturulur. Herhangi bir örneklem ortalamasının bu limitlerin içerisine düşme olasılığı $1 - \alpha$ dır (Montgomery, 2012).

σ nın bir tahmini olarak değişim aralığı (R) yani örneklemin en büyük gözlem değeri ile en küçük gözlem değeri arasındaki fark kullanılmaktadır. Örneklem büyüklüğünün artması değişim aralığının etkisini azaltmaktadır çünkü değişim aralığı en büyük gözlem değeri ile en küçük gözlem değeri arasında ki farkı alırken aradaki gözlem değerlerini göz ardı etmektedir. Bu yüzden örneklem sayısı arttığında σ nın bir tahmini olarak kullanılması önerilmemektedir (Harrell, 2007).

$R = x_{max} - x_{min}$ olmak üzere R_1, R_2, \dots, R_m m tane seviyenin değişim aralığını belirtsin, bunların ortalaması;

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_m}{m}\tag{3.2.}$$

şeklinde bulunur. Bu değere bağlı olarak \bar{x} grafikleri için limitler yeniden oluşturulduğunda,

$$\begin{aligned}UCL &= \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\CL &= \bar{\bar{x}} \\LCL &= \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}\end{aligned}\tag{3.3.}$$

şeklinde dir. Burada A_2 sabiti çeşitli örneklem boyutları için tablo değeridir (Montgomery, 2012).

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Normal dağılımdan alınmış bir örneklemin değişim aralığı ile standart sapması arasında ilişki $W = \frac{R}{\sigma}$ olarak belirtilmektedir. Burada W rasgele değişkenine relatif değişim aralığı denmektedir. d_2 , n boyutlu örnekleme W 'nun ortalamasıdır. σ 'nın yansız tahmini $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2}$ olmaktadır (Montgomery, 2012).

Böylece \bar{x} grafiklerinin parametreleri (μ 'nün yansız tahmini \bar{x} ve σ 'nın tahmini olan $\frac{\bar{R}}{d_2}$ kullanılmak üzere),

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \bar{x} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} \\ \text{CL} &= \bar{x} \\ \text{LCL} &= \bar{x} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} \end{aligned} \quad (3.4.)$$

bu eşitliklerde $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ alırsak 3.5 eşitliği, 3.3 eşitliğine denk olmaktadır (Montgomery, 2012).

Proses değişkenliği, bir kontrol grafiğinde R değişim aralığının değerleri ile izlenebilmektedir. Böylece proses standart sapmasının belirlenen saptanaktan farklı olup olmadığı hipotezi test edilebilmektedir.

R grafiklerinin limitlerini oluşturmak için μ_R ve σ_R tahminlerini kullanmamız gerekmektedir. μ_R 'nin tahmini $\hat{\mu}_R = \bar{R}$ dir. σ_R tahmini ise kalite karakteristiğinin normal dağıldığı varsayımı altında $W = \frac{R}{\sigma}$ değişim aralığının dağılımından elde edilmektedir. W 'nun standart sapması, n 'nin bilinen fonksiyonu olan d_3 olarak alınmaktadır. Böylece, $R = W\sigma$ olduğundan R 'nin standart sapması, $\sigma_R = d_3\sigma$ olur ve σ bilinmeyip yerine tahmini olan $\frac{\bar{R}}{d_2}$ kullanıldığında, $\hat{\sigma}_R = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$ olmaktadır (Montgomery, 2012).

R grafiğinin merkez çizgisi ve kontrol limitleri aşağıdaki gibi oluşturulmaktadır;

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$\begin{aligned}UCL &= \bar{R} + 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} + 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = D_4 \bar{R} \\CL &= \bar{R} \\LCL &= \bar{R} - 3\hat{\sigma}_R = \bar{R} - 3d_3 \frac{\bar{R}}{d_2} = D_3 \bar{R}\end{aligned}\tag{3.5.}$$

burada $D_3 = 1 - 3\frac{d_3}{d_2}$ ve $D_4 = 1 + 3\frac{d_3}{d_2}$ değerleri n örneklem boyutunun çeşitli değerleri için oluşturulmuş tablo değeridir (Montgomery, 2012).

3.1.1.2. \bar{x} ve s Kontrol Grafikleri

Genellikle \bar{x} ve s grafikleri \bar{x} ve R grafiklerine göre daha tercih edilebilirdir ve aşağıdaki durumlarda tercih edilmektedir.

1. Örneklem boyutu yeterince geniş olmalıdır ($n > 10$ veya 12).
 2. n örneklem büyüklüğü değişken olmalıdır.
- n birimlik bir örneklemin varyansı,

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}\tag{3.6.}$$

olarak hesaplanmaktadır ve s kontrol grafikleri için kontrol limitleri,

$$\begin{aligned}UCL &= B_6 \sigma \\CL &= c_4 \sigma \\LCL &= B_5 \sigma\end{aligned}\tag{3.7.}$$

burada B_5 ve B_6 farklı örneklem boyutları için tablo değerleridir (Montgomery, 2012) ve $B_5 = c_4 - 3\sqrt{1 - c_4^2}$, $B_6 = c_4 + 3\sqrt{1 - c_4^2}$ olarak hesaplanmaktadır. Yine burada c_4 değişen örneklem boyutlarına göre tablodan elde edilen değer olarak belirtilmiştir (Montgomery, 2012). Eğer σ verilmediyse, o zaman standart sapma

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

olarak aynı prosesin önceki verilerinden elde edilmiş s değeri kullanılır (Montgomery, 2012).

Her birinin büyüklüğü n olan m tane ön örneklemin mevcut olduğunu ve i -inci örneklemin standart sapmasının s_i olduğu varsayalım. m tane standart sapmanın ortalaması, $\bar{s} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m s_i$ olarak bulunur. σ 'nın bir yansız tahmini, \bar{s}/c_4 olarak bulunur. Böylece s grafiğinin parametreleri,

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{s} + 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_4 \bar{s} \\ CL &= \bar{s} \\ LCL &= \bar{s} - 3 \frac{\bar{s}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2} = B_3 \bar{s} \end{aligned} \quad (3.8.)$$

olarak oluşturulur. Buradaki sabitler; $B_3 = 1 - \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$, $B_4 = 1 + \frac{3}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$ olarak ifade edilir ve bu değerler tablodan elde edilmektedir (Montgomery, 2012).

σ 'nın belirttiğimiz tahmini, \bar{s}/c_4 kullanılarak \bar{x} grafiklerinin parametreleri yeniden oluşturulduğunda,

$$\begin{aligned} UCL &= \bar{\bar{x}} + \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} \\ CL &= \bar{\bar{x}} \\ LCL &= \bar{\bar{x}} - \frac{3\bar{s}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} \end{aligned} \quad (3.9.)$$

olarak hesaplanır ve burada $A_3 = 3/(c_4\sqrt{n})$ sabit belirtmektedir ve tablodan elde edilebilmektedir (Montgomery, 2012).

s^2 kontrol grafikleri, örneklem varyansına dayandırılmaktadır. s^2 kontrol grafikleri için parametreleri,

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$\begin{aligned} UCL &= \frac{\bar{s}^2}{n-1} \chi_{\alpha/2, n-1}^2 \\ CL &= \bar{s}^2 \\ LCL &= \frac{\bar{s}^2}{n-1} \chi_{1-(\alpha/2), n-1}^2 \end{aligned} \quad (3.10.)$$

olarak hesaplanır ve burada $\chi_{\alpha/2, n-1}^2$, $\chi_{1-(\alpha/2), n-1}^2$; n-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımının yüzde $\alpha/2$ 'lik alt ve üst noktalarını göstermektedir. \bar{s}^2 de, aynı proses için önceden elde edilmiş veri için hesaplanan ortalama örneklem varyansını göstermektedir (Montgomery, 2012).

3.1.1.3. CUSUM Kontrol Grafikleri

Shewhart grafiklerinde bulunan eksiklikler nedeniyle proses verilerinin akışındaki kalıcı ve küçük kaymaların belirlenebilmesi için daha uygun olan farklı bir metot geliştirilmiştir. CUSUM grafiği ilk olarak Page (1954) tarafından proses ortalaması ile hedef değer arasındaki farkların birikimli toplamının izlenmesi için önerilmiştir. Daha sonra birçok yazar; Ewan (1963), Page (1961), Gan (1991), Lucas (1976,1982), Hawkins (1991, 1993) ve Woodall ve Adams (1993) tarafından incelenmiştir.

Shewhart grafiğinin aksine, CUSUM grafiği önceden oluşturulmuş grafiğin noktalarından elde edilen geçmiş bilgileri kullanır, bu nedenle küçük kaymaları belirlemede daha hassas olmaktadır. Shewhart kontrol grafikleri proseste meydana gelen büyük değişimleri belirlemede etkili iken küçük değişimleri belirlemede etkili olmamaktadır (Thaga, 2003).

CUSUM grafiği proses ortalamasının hedef değerden sapmalarının birikimli toplamını alarak elde edilmesinden dolayı proses değerlerindeki bilgilerin tamamını doğrudan içermektedir. Örneklem boyutu, $n \geq 1$ olan veriler elde edildiğinde, \bar{x}_j j-inci örneklemin ortalaması ve μ_0 proses ortalaması için belirlenmiş hedef değer olsun. Buna göre, birikimli toplam kontrol grafiği eşitlik

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

3.11'den elde edilen C_i değerlerinin i-inci örneklem değerine göre grafiğinin çizilmesiyle oluşturulmaktadır:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0). \quad (3.11.)$$

Eşitlik 3.11'de görüldüğü gibi eğer proses hedef değer (μ_0) etrafında kontrol altında kalıyor ise, birikimli toplam değeri sıfır etrafında rasgele dağılacaktır. Fakat ortalama μ_0 'dan büyük bir değere doğru değişiyorsa, C_i değeri pozitif sapma gösterecektir; eğer μ_0 'dan küçük bir değere doğru değişiyorsa da C_i değeri negatif sapma gösterecektir (Montgomery, 2012).

CUSUM grafikleri genel olarak; algoritmik CUSUM ve V-maskesi prosedürü olarak iki şekilde incelenmektedir (Montgomery, 2012).

3.1.1.3.(1). Algoritmik CUSUM

x_i ; herhangi bir prosesteki i-inci gözlem olmak üzere, proses kontrol altında iken, x_i ; μ_0 ortalamalı ve σ standart sapmalı normal dağılıma sahip olmaktadır. Burada σ 'nın bilindiği veya tahmininin elde edilebileceği varsayılmaktadır. μ_0 , x kalite karakteristiği için bir hedef değer olarak belirlendiğinde, CUSUM grafikleri proses bu değerden kaydığında uyarı vermektedir.

Algoritmik CUSUM, C^+ ve C^- istatistiklerinin hesaplanarak, belirlenmiş bir μ_0 hedefinin üstünde ve altında kalan değerlerinin toplanması ile elde edilmektedir. C^+ ve C^- istatistiklerine sırasıyla tek yönlü üst ve alt birikimli toplamlar denmektedir ve sırasıyla aşağıda ki gibi hesaplanmaktadır (Montgomery, 2012):

$$\begin{aligned} C_i^+ &= \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \\ C_i^- &= \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-]. \end{aligned} \quad (3.12.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Bu hesaplamalarda başlangıç değeri olarak, $C_0^+ = C_0^- = 0$ alınmaktadır. Formüllerde görülen K değeri referans değer olarak adlandırılmakta ve genellikle hedef değer μ_0 ile kontrol dışı ortalama değer μ_1 'in farkının yarısı olarak belirlenmektedir. Eğer değişim standart sapma cinsinden ifade ediliyorsa, $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ olmakta ve K, değişimin büyüklüğünün yarısı olarak belirlenmektedir:

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \sigma. \quad (3.13)$$

H karar aralığı olmak üzere, eğer C_i^+ veya C_i^- istatistiklerinden birisi bu H aralığının dışına çıkarsa proses kontrol dışı durumu belirtmektedir. Aksi halde proses kontrol altındadır demektir. H, kontrol aralığı olarak $H = h\sigma$ olarak ifade edilmektir ve burada h karar parametresidir. h , istenilen kontrol altındaki ARL_0 performansını verecek şekilde seçilmelidir. $h = 4$ veya $h = 5$ ve $K = \frac{1}{2}$ kullanılarak, genellikle proses ortalamasında yaklaşık 1σ 'lık kayma meydana gelir. Bu oluşan kaymaya karşı istenen ARL özelliklerine sahip bir CUSUM elde edilir (Montgomery, 2012).

Proses kontrol dışında ise ortalamayı tekrar hedef değere getirmek için bazı değişkenlerde düzeltmeler yapılır. Bu nedenle bu prosesin ortalaması:

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \frac{C_i^+}{N^+}, & C_i^+ > H \text{ ise} \\ \mu_0 - K - \frac{C_i^-}{N^-}, & C_i^- > H \text{ ise} \end{cases} \quad (3.14.)$$

olarak hesaplanır. Burada N^+ ve N^- sırasıyla sıfırdan farklı C_i^+ ve C_i^- istatistiklerinin sıfır değerinin üstünde ve altında kalan kontrol dışı sinyale neden olan ardışık periyotların sayısı olarak elde edilmektedir.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

3.1.1.3.(2). V Maskesi CUSUM

Bernard (1959) tarafından, algoritmik CUSUM'a alternatif olarak V maskesi CUSUM metodu önerilmiştir. y_i , x_i değerlerinin standartlaştırılmış gözlem değerleri olmak üzere V-maskesi, CUSUM istatistiğinin ardışık değerlerine uygulanmaktadır:

$$\begin{aligned} y_i &= (x_i - \mu_0) / \sigma, \\ C_i &= \sum_{j=1}^i y_j = y_i + C_{i-1}. \end{aligned} \quad (3.15.)$$

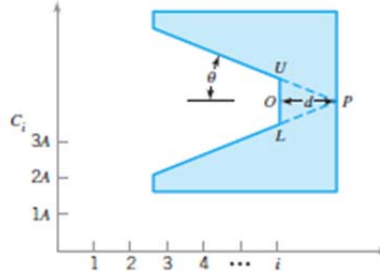
V maskesi CUSUM kontrol grafiklerinde, son C_i değeri orijine (O noktasına) yerleştirilir, yatay eksene paralel olacak şekilde O noktasından d uzaklıkta bir P noktasına bir doğru parçası çizilir, bu doğru parçası ile θ açısı oluşturacak şekilde P noktasından iki doğru çizilir ve bunlar maskenin kollarını oluşturur. Prosesin durumuna karar verme yöntemi ise, eğer bütün C_1, C_2, \dots, C_i birikimli toplamları V maskesinin kolları içerisinde kalıyorsa proses kontrol altında olarak ifade edilir. Aksi durumda, birikimli toplamlardan herhangi biri maskenin kollarının dışında kalıyorsa, prosesin kontrol dışı olduğu kabul edilmektedir. Genel kullanımda, V maskesi grafiklendirilen her noktaya uygulanmaktadır yani grafik her yeni gözlemden yeniden oluşturulmaktadır. V-maskesinin performansı, Şekil 3.3'de gösterilen d mesafesi ve θ açısı tarafından belirlenmektedir (Montgomery, 2012).

CUSUM kontrol grafiklerinin sonuçları, V maskesi parametreleri tarafından belirlenmiştir. V-maskesinin parametreleri, d uzaklığı $= \left(\frac{2}{\delta^2}\right) \ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)$ ve aradaki θ açısı $= \tan^{-1}\left(\frac{A}{2d}\right)$ olarak hesaplanır. Burada proses ortalaması hedef değere eşit olduğunda kabul edilebilir en büyük sinyal olasılığı, 2α olarak; beklenen kayma miktarı (normalleştirilmiş σ), δ olarak; δ büyüklüğünde ki bir kaymayı belirleyememe olasılığı, β olarak ve dikey ölçekte birim mesafe açısından ardışık noktalar arasındaki V-maske çizimindeki yatay mesafe, A olarak

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

belirtilmektedir. Eğer β çok küçükse, o zaman $d \cong -2 \frac{\ln(\alpha)}{\delta}$ olarak düşünülmektedir. Ayrıca, algoritmik CUSUM ile V maskesi CUSUM metodu; $k=A \tan \theta$ ve $h=Ad \tan \theta = dk$ koşulları sağlandığında birbirine eşit olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 3.3. Basit bilinen bir V maskesi (Montgomery, 2012)

CUSUM kontrol grafiği genel olarak küçük değişimlerin neden olduğu kontrol dışı gözlemlerin tespitinde iyi olmasına rağmen, V-maskesi CUSUM kontrol grafiklerinin bazı dezavantajları olmaktadır:

1. Uygulamada kullanışlı olan hızlı başlama metodu V maskesi metodunda uygulanamaz, yani $C_0^+ = C_0^- = 0$ alınarak V maskesi metoduna başlanamaz.

2. V maskesinin kollarının ne kadar açılacağını belirlemek bazen zor olmaktadır, bu nedenle uygulayıcı için yorum yapmak zorlaşmaktadır (Montgomery, 2012).

3.1.1.4. EWMA Kontrol Grafikleri

Proseste meydana gelen küçük değişimleri belirlemek ve değerlendirmek için, bir diğer geliştirilen yöntem üstel ağırlıklı hareketli ortalama grafikleridir. EWMA kontrol grafikleri ilk olarak Roberts (1959) tarafından önerilmiştir. Roberts (1966) tarafından yapılan araştırmalarda normal dağılan gözlem ortalamasındaki küçük kaymaları saptamak için birbirine rakip olarak EWMA ve CUSUM kontrol grafiklerini belirtmiştir. EWMA kontrol grafikleri gözlemlerden güncel, geçmiş bilgileri biriktirmekte ve proses ortalamasındaki küçük kaymaların tespitinde daha

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

etkili olmaktadır. Roberts'ın çalışmalarına ek olarak, Box ve ark. (1974), Robinson ve ark. (1978), Hunter (1986), Crowder (1987) ve Waldmann (1986) EWMA kontrol grafiklerinin özelliklerini analitik olarak değerlendirmişlerdir. Bu çalışmaların devamında, Crowder (1987) ve Lucas ve Saccucci (1990) optimal bir EWMA kontrol grafiğinin tasarımına önemli katkı sağlamışlardır.

EWMA kontrol grafikleri, geometrik hareketli ortalama kontrol grafikleri olarak da bilinmektedir. Bu grafikler, belirli zamanlarda prosesin ortalamasını izlemek için kullanılmaktadır ve daha kolay oluşturulmaktadır.

Herhangi bir prosesten elde edilen x_i ler, μ ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılım gösteren bağımsız gözlemler olarak varsayılmaktadır. Bir düzgünleştirme sabiti yardımıyla x_i değerlerini kullanarak oluşturulmuş bir formül ile yeni z_i değerleri elde edilir. Bu yeni z_i değeri, i anındaki EWMA istatistiği olarak belirlenir ve aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda) z_{i-1}. \quad (3.16.)$$

Burada λ , $0 < \lambda \leq 1$ aralığında bir sabit belirtmektedir. $i=1$ anındaki EWMA değeri hesaplanırken başlangıç EWMA $z_0 = \mu_0$ yani belirlenen hedef değer veya μ ortalamasının bilinmediği durumlarda ön örneklem ortalaması, \bar{x} olarak alınmaktadır. z_i istatistiği hesaplanırken z_{i-1} istatistiğini içerdiğinden, önceki gözlemlere ait bütün bilgilere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu durumu göstermek için (3.16.) eşitliğinin sağ tarafında ki z_{i-1} ifadesinin yerine formülü yazılırsa,

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1 - \lambda) [\lambda x_{i-1} + (1 - \lambda) z_{i-2}] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1 - \lambda) x_{i-1} + (1 - \lambda)^2 z_{i-2} \end{aligned}$$

ifadesinden önceki gözlemlere ait bilgilerin olduğu görülmektedir. z_{i-j} , $j=2,3,\dots,i-1$ için sürekli formülde yerine yazılarak:

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j x_{i-j} + (1 - \lambda)^i z_0. \quad (3.17.)$$

elde edilmektedir. (3.17.) eşitliğinde, $\lambda(1 - \lambda)^j$ ağırlıkları bir geometrik seri gibi yazıldığından, EWMA bazen geometrik hareketli ortalama olarak adlandırılmaktadır (Montgomery, 2012). Böylece, $\lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1 - \lambda)^j = \lambda \left[\frac{1 - (1 - \lambda)^i}{1 - (1 - \lambda)} \right] = 1 - (1 - \lambda)^i$ olarak yazılabilmektedir. λ 'nın seçimi ağırlıkların büyüklüğünü belirler ve böylece z_i istatistiğinin hesaplanmasında önceki gözlemlerin etkisini de belirlemektedir. λ 'nın seçildiği aralıkta ki tüm mümkün değerler için z_i hesaplanırken yeni olan gözlemler eski gözlemlerden her zaman daha ağırlıklı olmaktadır. Eğer λ değeri üst sınırı olan 1 e yakın olarak seçiliyorsa, z_i değerleri de x_i değerlerine yaklaşmaktadır. Dolayısıyla, EWMA istatistiği tüm ağırlıklarını son gözlemlere vermektedir. Böylece EWMA grafikleri Shewhart grafikleri gibi davranmaktadır. Eğer λ değeri alt sınırı olan 0'a yakın olarak seçiliyorsa, o zaman son gözlemler küçük ağırlıklar (formülün sağ tarafındaki ifadede λx_i kısmına dikkat edilirse) almaktadır. Bu durumda da EWMA grafikleri CUSUM grafiklerine benzemektedir.

EWMA kontrol grafikleri, i inci gözleme veya zamana karşı z_i değerlerinin çizilmesi ile oluşturulmaktadır ve bu z_i değerlerinin varyansları,

$$var(z_i) = \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) (1 - (1 - \lambda)^{2i}) \quad (3.18.)$$

olarak hesaplanmaktadır. EWMA kontrol grafiklerinin kontrol limitleri ise,

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) (1 - (1 - \lambda)^{2i})}, \\ CL &= \mu_0, \\ LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) (1 - (1 - \lambda)^{2i})} \end{aligned} \quad (3.19.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

olarak oluşturulmaktadır. Burada L kontrol limitlerinin genişliğidir.

(3.18.) eşitliğinde i yeterince büyük olduğunda $(1-(1-\lambda)^{2i})$ ifadesi bire yaklaşmaktadır. Başka bir ifade ile, EWMA kontrol grafiği birkaç döngü boyunca çalıştıktan sonra kontrol limitleri, aşağıda verilen limitler ile kararlı değerine yaklaşmaktadır. $var(z_i)$ değeri de $\sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)$ değerine yaklaşmaktadır.

$$\begin{aligned} UCL &= \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}, \\ CL \text{ (merkez çizgi)} &= \mu_0, \\ LCL &= \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \end{aligned} \quad (3.20.)$$

EWMA kontrol grafikleri, Shewhart grafiklerinin aksine zamanla toplanan tüm veriler prosesin kontrol durumunu belirlemek için kullanılabilir. CUSUM gibi, EWMA da önceki tüm gözlemleri kullanır, ancak EWMA da gözlemler büyüdükçe önceki gözlemler eskidiği için bu eski gözlemlere verilen ağırlık azalmaktadır. EWMA, proseste meydana gelen daha büyük kaymaları daha iyi algılaması nedeniyle CUSUM grafiklerinden daha iyi sonuç vermektedir. EWMA grafikleri ile proses ortalamasının izlenmesinin yanında proses standart sapmasını da izlemek için kullanılabilir. EWMA grafikleri, proses ortalamasının değerlerini tahmin etmek için de kullanılabilir. Ayrıca EWMA metodu, normal dağılıma sahip olmayan veriler içinde kullanılabilir (Montgomery, 2012).

3.2. Çok Değişkenli Kalite Kontrol Grafikleri

Değişkenler biçimindeki kalite karakteristiklerinin sayısı biri aştığında ve bunlar arasındaki korelasyon sıfırdan farklı olduğunda, çok değişkenli kalite kontrol problemi ortaya çıkmaktadır. Bu problemde, birbiriyle bağlantılı kalite değişkenleri bağımsız şekilde her biri ayrı ayrı tek değişkenli olarak izlenirse, değişkenlerde

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

beklenenden farklı olarak bazı hatalar (1.tip ve 2.tip hatalar gibi) olmaktadır (Niavarani, 2014).

3.2.1. Çok Değişkenli Kalite Kontrol

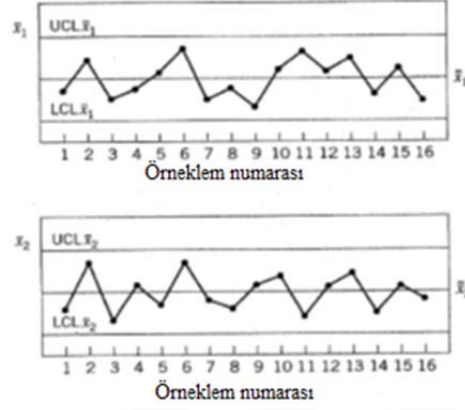
3.2.1.1. Giriş

Çok değişkenli durumda, tek değişkenli durumun aksine kontrol bölgesi kontrol aralığından farklı olur. Bu kontrol bölgesi, eğer değişken sayısı iki ise elips oluşturur. Değişken sayısı ikiyi geçtiğinde ise kontrol bölgesi elipsoid oluşturur. Değişken sayısı arttığında, bilinen tek değişkenli kontrol yöntemleri ile prosesin durumunun (prosesin kontrol altında olup, olmamasının) belirlenmesi zorlaşır. İki veya daha fazla kalite karakteristiklerinin aynı anda izlenebilmesi veya kontrol edilmesi gereken birçok durum vardır (Montgomery, 2012).

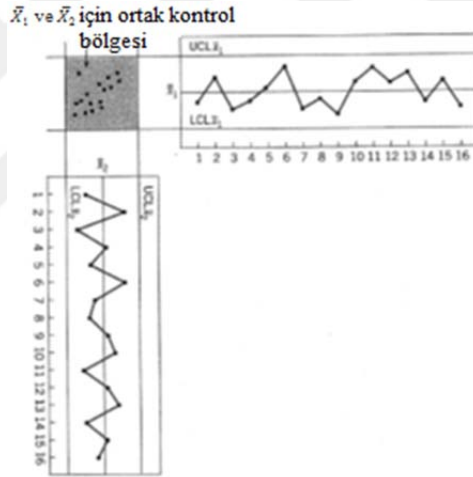
Örneğin, yatak üretimi prosesinde, bir yatağın üretimini etkileyen iki değişkeninin olduğu düşünülün. Bunlar, bağımsız normal dağılıma sahip iç çapı (x_1) ve parçanın kullanılışlılığını belirleyen dış çapı (x_2) olan değişkenler olsun. Her iki kalite karakteristiği ölçüm olduğundan Şekil 3.4'de görüldüğü gibi her karakteristiğe \bar{X} grafiği uygulanarak değişkenlerin durumları incelenebilir. Prosesin kontrol altında olma durumu, \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 grafiklerinde ortalamaların kontrol limitlerinin içerisine düşmesi ve Şekil 3.4'de gösterilen (\bar{x}_1, \bar{x}_2) çiftinin ortalamalarının ortak kontrol bölgesine düşmesi ile olur (Niavarani, 2014).

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN



Şekil 3.4. Yatağın iç çapı (\bar{x}_1) ve dış çapı (\bar{x}_2) ortalamalarının ayrı ayrı kontrol grafikleri (Niavarani, 2014)



Şekil 3.5. \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 için bağımsız kontrol limitleri ile oluşturulan kontrol bölgesi (Niavarani, 2014)

Bu iki kalite karakteristiğini bağımsız olarak incelemek kötü sonuçlar vermiştir. Örneğin Şekil 3.5’de bir gözlem diğerlerine göre farklı görülmektedir. Bu nokta \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 nin tek değişkenli grafiklerinde kontrol limitlerinin içindeyken, iki değişken için oluşturulan ortak grafikte kontrol dışı olarak görülmüştür. Ayrıca \bar{x}_1 veya \bar{x}_2 nin üç sigma kontrol limitlerini aşma ihtimali 0.0027’dir. Bununla birlikte her iki değişkeninde aynı anda kontrol limitini aşma olasılığı

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$(0.0027)*(0.0027) = 0.00000729$ 'dir, bu değer 0.0027 den önemli ölçüde küçüktür. Ek olarak proses gerçekten kontrol edildiğinde \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 aynı anda kontrol limitleri içerisinde olma olasılığı $(0.9973)*(0.9973)= 0.99460729$ 'dir. Bu nedenle, \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 'nin iki bağımsız grafiği ile \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 'nin ortak olarak izlenmesi ile uyumsuzluk olmaktadır. Ortak grafik için 1.tip hata olasılığı ve bir noktanın kontrol altında olma olasılığı, bireysel kontrol grafikleri için belirlenen oranlara eşit olmamaktadır (Niavarani, 2014).

Prosesi izlemedeki bu sıkıntı kalite karakteristiği sayısı arttıkça artmaktadır. Genel olarak, eğer belirli bir ürün için p tane bağımsız kalite karakteristiği varsa ve eğer \bar{X} grafiklerinin her biri için 1.tip hata olasılığı α ise, o zaman ortak kontrol yöntemi için 1.tip hata yapma olasılığı,

$$\alpha' = 1 - (1 - \alpha)^p \quad (3.21.)$$

ve proses kontrol edildiğinde tüm p tane ortalamanın aynı anda kontrol limitlerinin içine düşme olasılığı,

$$P(\text{tüm } p \text{ tane ortalamanın kontrol limitlerinin içine düşmesi}) = (1 - \alpha)^p \quad (3.22.)$$

olarak bulunur. Fakat eğer kalite karakteristikleri bağımsız değilse Eşitlik (3.21.) ve (3.22.) ile verilen formüller bu durum için uygulanamamaktadır. Değişkenlerin bağımsız olmadığı durumlar için bu olasılıkları hesaplamanın kolay bir yolu bulunamamıştır (Niavarani, 2014).

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

3.2.1.2. Çok Değişkenli Normal Dağılım

Tek değişkenli istatistiksel kalite kontrolde, normal dağılım genellikle sürekli kalite karakteristiklerinin davranışını açıklamak için kullanılmaktadır. Tek değişkenli normal olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad -\infty < x < \infty \quad (3.23.)$$

olarak hesaplanmıştır. Normal dağılımın ortalaması μ ve varyansı σ^2 dir. Normal dağılım olasılık yoğunluk fonksiyonunda bulunan üstel kısım şu şekilde yazılabilmektedir:

$$(x - \mu)(\sigma^2)^{-1}(x - \mu). \quad (3.24.)$$

p değişken x_1, x_2, \dots, x_p olarak ifade edilsin ve bu değişkenler her bir gözlem değeri için p bileşenli bir vektör olarak $\mathbf{x}' = [x_1, x_2, \dots, x_p]$ şeklinde olsun. \mathbf{x} vektörü $\mu' = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]$ ortalamalı ve $p \times p$ boyutlu Σ varyans kovaryans matrisli olsun:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & \dots & \sigma_{pp} \end{bmatrix}. \quad (3.25.)$$

\mathbf{x}' den μ ye standartlaştırılmış uzaklığın kare alınarak oluşturulan mesafesi,

$$(\mathbf{x} - \mu)'(\Sigma)^{-1}(\mathbf{x} - \mu) \quad (3.26.)$$

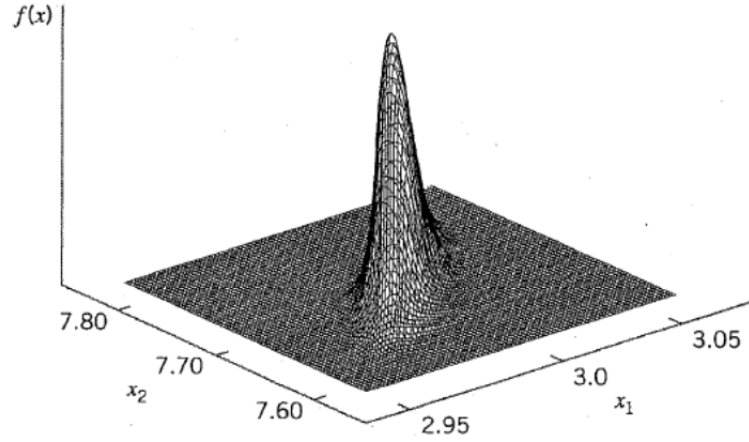
olarak tanımlanırsa çok değişkenli normal olasılık yoğunluk fonksiyonu,

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mu)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x}-\mu)}, \quad -\infty < x_i < \infty \quad i=1,2,\dots,p \quad (3.27.)$$

olarak bulunur. Çok değişkenli normal dağılımda, $p = 2$ için sırasıyla x_1 ve x_2 değişkenlerinin ortalamaları, μ_1 ve μ_2 ; varyansları, σ_1 ve σ_2 olsun. Ayrıca x_1 ve x_2 arasındaki korelasyonda ρ olsun. Buna göre $z = \frac{(x_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{2\rho(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(x_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2}$ olmak üzere $p=2$ için normal olasılık yoğunluk fonksiyonu, $f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{z}{2(1-\rho^2)}}$ olarak oluşturulur ve Şekil 3.6'da oluşturabileceği görsel verilmiştir. Bu şekilden de görüldüğü gibi yoğunluk fonksiyonu bir yüzey belirtebilir (Niavarani, 2014).



Şekil 3.6. İki değişkenli normal dağılım (Niavarani, 2014)

3.2.1.3. Çok Değişkenli Kontrol Grafikleri

Çok değişkenli bir ortamda proses, değişkenlerin farklı metotlardaki kontrol grafikleri kullanılarak izlenmektedir.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

3.2.1.3.(1). Kontrol Elipsi

İki değişkenli normal durumda kontrol bölgesi elips şeklinde oluşmaktadır. İki kalite karakteristiği olarak x_1 ve x_2 'nin iki değişkenli normal dağılıma göre ortak dağıldığı varsayılmaktadır. Kalite karakteristiklerinin ortalama vektörleri sırasıyla μ_1 ve μ_2 , standart sapmaları da σ_1 ve σ_2 olsun. İki kalite karakteristiği arasındaki kovaryans ise σ_{12} olsun. σ_1, σ_2 ve σ_{12} bilindiği varsayılmaktadır. Eğer n birimlik bir örneklemden değişkenlerin örneklem ortalamaları olan \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 hesaplanıyorsa, o zaman aşağıdaki istatistik iki serbestlik dereceli ki-kare dağılımına yakınsamaktadır.

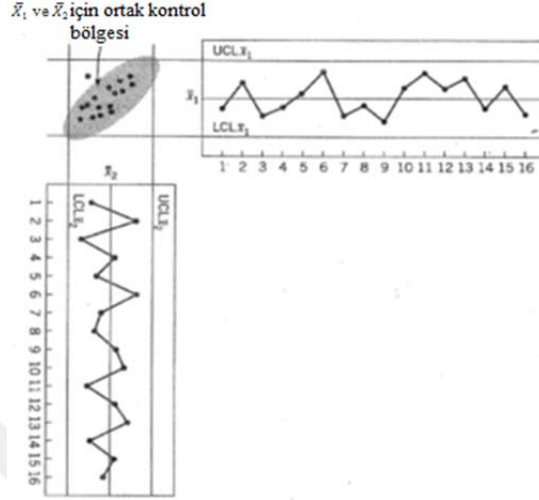
$$\chi_0^2 = \frac{n}{\sigma_1\sigma_2 - \sigma_{12}} [\sigma_2^2(\bar{x}_1 - \mu_1)^2 + \sigma_1^2(\bar{x}_2 - \mu_2)^2 - 2\sigma_{12}(\bar{x}_1 - \mu_1)(\bar{x}_2 - \mu_2)]. \quad (3.28.)$$

Eşitlik (3.28.) proses ortalamaları μ_1 ve μ_2 için kontrol grafiğinin temeli olarak kullanılabilir. Eğer proses ortalamaları μ_1 ve μ_2 olursa, o zaman χ_0^2 değeri $\chi_{\alpha,2}^2$ tablo değerinden daha az olmalıdır. Eğer ortalamalardan en az biri kontrol dışına çıkarsa, o zaman χ_0^2 istatistiğinin $\chi_{\alpha,2}^2$ tablo değerini aşma olasılığı artmaktadır.

Prosesi izleme yöntemi grafiksel olarak gösterilebilmektedir. İki rasgele değişken x_1 ve x_2 bağımsız olduğunda yani $\sigma_{12}=0$ olduğunda, o zaman Eşitlik (3.28)'de bu değer yerine yazıldığında elips elde edilir. Şekil 3.7.'de gösterildiği gibi \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 eksenlerine paralel ana eksenler arasında (μ_1, μ_2) merkezli bir elips oluşturmaktadır. Eğer proses kontrol altında ise χ_0^2 değeri elipsin içine düşer, proseste kontrol dışı durum olursa da bu değer elipsin dışına düşmesi demektir. İki kalite karakteristiğinin bağımlı olması durumunda ($\sigma_{12} \neq 0$), Şekil 3.5.'de ortak kontrol bölgesindeki noktaları içine alacak şekilde kontrol elipsi oluşturulur. İki değişken bağımlı olduğunda, elipsin ana eksenleri artık \bar{x}_1 ve \bar{x}_2 eksenlerine paralel olmamaktadır (Montgomery, 2012).

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN



Şekil 3.7. İki bağımlı değişken için ortak kontrol bölgesi (Montgomery, 2012)

Montgomery (2012)'ninde belirttiği gibi, kontrol elipsiyle ilişkili birkaç dezavantaj tespit edilmiştir. Birincisi, çizilen noktaların zaman sırasının kaybolmasıdır. Bu durum, çizilen noktalara numaralandırma veya en yeni gözlemleri temsil etmek için özel çizim işaretleri kullanılarak aşılabilir. Daha önemli bir diğer dezavantaj ise, elipsin ikiden fazla kalite karakteristiği için oluşturulmasının zor olmasından kaynaklanmaktadır (Montgomery, 2012). Üçüncüsü, değişkenlerin her zaman iki değişkenli ortak normal dağılıma sahip olması gibi bir düşünce ile yöntemin uygulanmasındaki sınırlamadan kaynaklanmaktadır. Öte yandan, kolay elde edilmesi ve grafiksel sonuç bu yöntemin başlıca avantajları olarak sayılabilir.

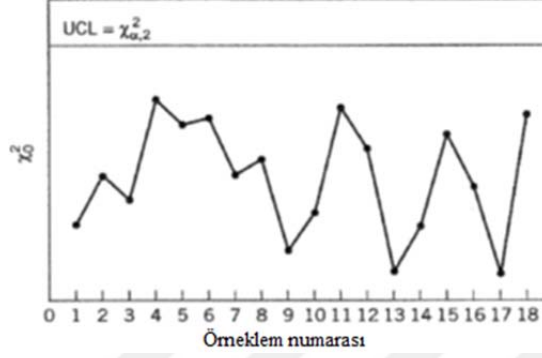
3.2.1.3.(2). Ki-Kare Kontrol Grafiği

Kontrol elipsini oluştururken meydana gelen eksiklikleri gidermek için oluşturulmuştur. Bu grafik, her bir gözlem için Eşitlik (3.29.)'dan χ_0^2 değerlerinin hesaplanması ve üst kontrol limiti olarak $\chi_{\alpha,2}^2$ alınması ile oluşturulmuştur (Bkz.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Şekil 3.8.). Bu grafik iki veya daha fazla kalite karakteristiği olduğunda yararlı olmaktadır.



Şekil 3.8. İki kalite karakteristiği için Ki-Kare kontrol grafiği (Montgomery, 2012)

Değişken sayısı ikiden fazla olduğunda p kalite karakteristiğinin ortak olasılık dağılımının p değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır. n boyutlu bir örneklemden p kalite karakteristiğinin her biri için örneklem ortalamaları hesaplanmıştır. Bu kalite karakteristiklerinin ortalamaları $px1$ boyutlu \bar{x} ile gösterilmektedir. Oluşturulan kontrol grafiğinde her bir gözlem için hesaplanan test istatistiği,

$$\chi_0^2 = n(\bar{x} - \mu)'(\Sigma)^{-1}(\bar{x} - \mu) \quad (3.29.)$$

olarak hesaplanmaktadır. Burada $\mu' = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]$ her bir kalite karakteristiği için kontrol içi ortalama vektörüdür ve Σ kovaryans matrisidir. Kontrol grafiğinin üst sınırı $UCL = \chi_{\alpha,p}^2$ 'dir (Montgomery, 2012). Montgomery (2012) bu kontrol grafiğinin bazı yönlerden eksik olduğunu belirtmiştir. İlk olarak belirtilen eksiklik ortalama vektöründe meydana gelen değişim sadece değişimin büyüklüğüne bağlıdır. İkinci olarak ise kontrol dışı durum söz konusu ise bu duruma neden olan proses değişkenini belirleyememesinden kaynaklanmaktadır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Ayrıca, uygulamada proses kontrol altında varsayıldığında genellikle n birimlik başlangıç örnekleminin analizinden μ ve Σ değerlerini tahmin etmek gerekebilmektedir. Her bir değişken için m tane seviyenin yani alt grubun mevcut olduğu varsayılır. Bir prosesin en karmaşık hali ile birden fazla değişkene, bu değişkenlerinde birden fazla gruplara sahip olduğunda grafiklerin oluşturulabilmesi için aşağıda belirtilen istatistiklerin sırasıyla elde edilmesi gerekmektedir. Değişkenlerin de her biri kendi içinde alt gruplara ayrıldığı için önce her bir alt grubun gözlem sayısı (n) üzerinden ortalamaları alınır. Örneklem ortalamaları ve varyansları bilindiği gibi aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Montgomery, 2012):

$$\bar{x}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ijk} \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3.30.)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{jk})^2 \quad \begin{cases} j = 1, 2, \dots, p \\ k = 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3.31.)$$

Burada x_{ijk} i -inci gözlemin, j -inci kalite karakteristiğinin, k -ıncı seviyesidir. k -ıncı seviyedeki j -inci kalite karakteristiği ile h -ıncı kalite karakteristiği yani aynı alt grup numarasındaki farklı iki kalite karakteristiği arasındaki kovaryans,

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ijk} - \bar{x}_{jk})(x_{ihk} - \bar{x}_{hk}) \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, m \\ j \neq h \end{cases} \quad (3.32.)$$

ile belirlenir. \bar{x}_{jk} , S_{jk}^2 , ve S_{jhk} istatistiklerini elde etmek için bütün m seviye üzerinden ortalamalarının alınmasıyla,

$$\bar{\bar{x}}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{x}_{jk} \quad j=1, 2, \dots, p \quad (3.33.)$$

$$\bar{\bar{s}}_j^2 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad j=1, 2, \dots, p \quad (3.34.)$$

ve

$$\bar{\bar{s}}_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad j \neq h \quad (3.35.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

elde edilir. $\{\bar{x}_j\}$, $\bar{\mathbf{x}}$ vektörünün elemanlarıdır ve örneklemin $p \times p$ boyutlu ortalama varyans kovaryans matrisi ise,

$$S = \begin{bmatrix} \bar{s}_1^2 & \bar{s}_{12} & \bar{s}_{13} & \dots & \bar{s}_{1p} \\ & \bar{s}_2^2 & \bar{s}_{23} & \dots & \bar{s}_{2p} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \bar{s}_p^2 \end{bmatrix} \quad (3.36.)$$

olarak elde edilir. Örneklem ortalama varyans kovaryans matrisi S, eğer proses kontrol altında ise Σ nın yansız bir tahmin edicisi olur (Montgomery, 2012).

3.2.1.3.(3). Hotelling T^2 Kontrol Grafiği

T^2 kontrol grafiğinin çıkışı, İkinci Dünya Savaşı'ndaki bomba problemine bu yöntemi uygulayan Harold Hotelling'in başlangıç çalışmalarına dayanmaktadır. Hotelling (1947) yöntemi şüphesiz çok değişkenli proses kontrolünde en çok uygulanan yöntemdir ve Shewhart kontrol grafiğinin çok değişkenli uyarlaması olmuştur. Bu nedenle, çok değişkenli Shewhart kontrol grafiği olarak da bilinmektedir.

Mason ve Young (2002) Hotelling T^2 kontrol grafiğinin uygulamalarını geliştirmiştir. Champ ve ark. (2005) parametrelerin tahmin edildiği zaman Hotelling T^2 kontrol grafiğinin özelliklerini ve örneklem büyüklüğünün grafiğin performansı üzerindeki etkilerini gözden geçirmiştir. Champ ve ark. (2005) örneklem büyüklüğü yeterince büyük olmadığında düzeltilmiş kontrol limitlerini önermiştir. Mason ve Young (1999) Hotelling T^2 kontrol grafiğinin, proseste meydana gelen küçük değişimleri belirlemede daha hassas olması için metoda katkı sağlamıştır. Mason ve Chou (2001) alt gruba ayrılmış kalite karakteristiklerine sahip prosesler için T^2 kontrol grafiğinin etkinliğini incelemiştir. Chou ve ark. (1999) Hotelling T^2 istatistiğinin gücünü, bireysel gözlemler için farklı kovaryans

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

tahmin edicilerini kullanarak karşılaştırmıştır. Sullivan ve Woodall (1998) retrospektif (geçmişe yönelik) 1.aşama için meydana gelen değişimi belirlemede MCUSUM ve MEWMA kontrol grafiklerini karşılaştırarak kullanmayı etkili bir yöntem olarak önermiştir.

T^2 kontrol grafiği, tek değişkenli normal dağılım teorisinden elde edilen $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ istatistiğinin çok değişkenli genellemesine dayanmaktadır. Bu ifadede t'nin karesi alınırsa,

$$t^2 = \frac{(\bar{x} - \mu)^2}{s^2/n} = n(\bar{x} - \mu)(s^2)^{-1}(\bar{x} - \mu) \quad (3.37.)$$

elde edilir (Fernández, 2013).

Çok değişkenli uygulamada genellikle μ ve Σ kovaryans matrisi bilinmemektedir. Bu durumda, prosesin kontrol altındaki durumu için Σ kovaryans matrisinin yerine yansız tahmini olan S matrisi ve prosesin ortalama vektörünün yerine de \bar{X} vektörü kullanılır. Eşitlik (3.37.)'de elde edilen istatistik çok değişkenli duruma genelleştirilir ve tahminler yerlerine yazılırsa:

$$T^2 = n(\bar{X} - \bar{\bar{X}})'(S)^{-1}(\bar{X} - \bar{\bar{X}}) \quad (3.38.)$$

elde edilir.

Genellikle T^2 grafiklerinin uygulaması iki aşamaya ayrılmıştır. Bunun sebebi, eğer proses hakkında herhangi bir bilgi yoksa önceden elde edilmiş gözlemlerden yararlanarak yeni gözlemler hakkında bilgiler elde edebilmektir. İlk aşamadaki amaç, kontrol altında bir gözlem kümesi elde etmektir. Böylece sonraki aşama, prosesin kontrol altında olması için gereken ve ilk gözlemlerden yararlanarak elde edilmiş kontrol limitlerini kullanarak aynı prosese ait gelecek gözlemlerin izlenmesidir. Bu aşamalar birbirinden farklıdır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

1. Aşama: Bu aşamada, ilk numune toplandıktan itibaren sürecin kontrol altında olup olmadığını belirlemek için retrospektif (geçmişe yönelik) bir analiz yapılmaktadır. Bu çalışmalar, ilk defa kontrol grafikleri oluşturulduğunda ve süreci istatistiksel olarak kontrol altına almak amacıyla kullanılmaktadır. Burada kontrol altına alınmış durumdan önce derin bir analiz gerekmektedir (Niavarani, 2014).

2. Aşama: Bu aşamada kontrol grafikleri prosesin kontrol altında olup olmadığını belirlemek için kullanılmaktadır. Burada proses değişkenliği 1.aşamadan elde edilen ortalama ve kovaryans kullanılarak izlenmektedir.

Eşitlik (3.38.) ile verilen T^2 istatistiği, $F_{\alpha,p,mn-m-p+1}$ dağılımına yakınsamaktadır. Dolayısıyla, 1. Aşamadaki kontrolün oluşturulması için UCL,

$$UCL = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad (3.39.)$$

şeklinde verilir. Gelecekte ki gözlemlerin izlenmesi için (2.aşama) limiti ise,

$$UCL = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha,p,mn-m-p+1} \quad (3.40.)$$

olarak oluşturulmuştur (Montgomery, 2012). Burada, numunelerin sayısı (m) kontrol altında ki durumu (1.aşama) oluşturmak için alınan ön örnekleri göstermektedir.

Eğer μ ve Σ geniş bir başlangıç örnekleminde tahmin ediliyorsa, 1. ve 2.aşamadaki üst limitlerin yerine bilinen $UCL = \chi^2_{\alpha,p}$ tablo değeri kullanılabilir. Başlangıç örnekleminin geriye dönük analizi tek değişkenli kontrol grafiklerinde olduğu gibi istatistiksel kontrol için test hazırlanması ve kontrol limitlerinin oluşturulması için kullanılmaktadır. \bar{x} grafiklerinde, başlangıç örneklemi $m \geq 20$ veya 25 alınırsa, o zaman 1. ve 2. aşama limitleri arasındaki genelleme fark olmamaktadır. Çünkü 1. ve 2. aşama limitleri neredeyse çakışmaktadır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Jensen ve ark. (2007), 2.aşama ARL performansının aslında beklenen değerlere yakın olmasını sağlamak için daha büyük örneklem boyutlarının gerekli olduğunu belirtmiştir ve 2.aşama limitlerini tahmin etmek için mümkün olduğu kadar 1.aşama örneklemini kullanmamızı önermiştir.

Bazı sanayi kuruluşlarında her bir değişken için altgrup yani seviye sayısı (n) bir olmaktadır. Bu durum kimyasal ve işlem sanayisinde sıklıkla görülmektedir. Bu sanayiler sürekli izlenmesi gereken çoklu kalite karakteristiklerine sahip olduğundan, çok değişkenli kontrol grafiklerini oluştururken dikkat etmek gerekecektir. Bu durumda, Eşitlik (3.43.)'deki Hotelling T^2 istatistiği,

$$T^2 = (X - \bar{X})' (S)^{-1} (X - \bar{X}) \quad (3.41.)$$

olarak uyarlanır (Montgomery, 2012). Bu istatistik için 2.aşama kontrol limiti,

$$\begin{aligned} \text{UCL} &= \frac{p(m+1)(m-1)}{m^2-mp} F_{\alpha,p,m-p} \\ \text{LCL} &= 0 \end{aligned} \quad (3.42.)$$

olarak oluşturulmuştur (Montgomery, 2012). Başlangıç örneklem boyutu büyük olduğunda ($m > 100$), birçok uygulama yapan kişi yaklaşık bir limit kullanmaktadır. Bunlar,

$$\text{UCL} = \frac{p(m-1)}{m-p} F_{\alpha,p,m-p} \quad (3.43.)$$

veya daha öncede belirtildiği gibi, $\text{UCL} = \chi^2_{\alpha,p}$ şeklindedir.

Tracy ve ark. (1992), Eğer $n=1$ ise, 1.aşama kontrol limitlerini beta dağılımına dayandırılarak oluşturulması gerektiğini belirtmiştir. Bu bizi aşağıda belirtilen 1.aşama kontrol limitine götürmektedir,

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$UCL = \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2} \quad (3.44.)$$

Burada $\beta_{\alpha, p/2, (m-p-1)/2}$; α , $p/2$ ve $(m-p-1)/2$ serbestlik dereceli tablo değeri olarak bulunur.

3.2.1.3.(4). Çok Değişkenli EWMA (MEWMA) Kontrol Grafiği

Önceki bölümlerde açıklanan ki-kare ve T^2 grafikleri, aslında Shewhart tipi kontrol grafikleri olarak bilinmektedir. Yani, yalnızca mevcut örneklemden bilgi kullanılmaktadır. Dolayısıyla, ortalama vektöründe meydana gelen küçük ve orta derecedeki değişimleri belirlemede yetersiz olmaktadır. Daha sonra geliştirilmiş olan MCUSUM ve MEWMA grafikleri söz konusu değişimleri belirlemede daha hassas olmaktadır.

Çok değişkenli EWMA, mantıksal olarak tek değişkenli durum için oluşturulmuş EWMA prosedürünün genişletilmesi ile elde edilmiştir. Çok değişkenli EWMA Lowry ve ark. (1992) tarafından, hassas bir proseste rasgele olmayan değişiklikleri tespit etmek için ve daha önce gözlemlenen vektörlerin ağırlıklı ortalamasının alınması ilkesine dayanarak oluşturulmuştur. Ayrıca Hotelling T^2 grafiklerinin uygulamasını yaparken belirtilen 2.aşama için oluşturulmuş bir grafikdir.

MEWMA istatistiği için aşağıdaki adımlar takip edilmektedir,

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda) Z_{i-1} \quad (3.45.)$$

burada $0 \leq \lambda \leq 1$ ($0 \leq \lambda_i \leq 1$ olan düzgünleştirme sabitinin $p \times p$ köşegen matrisidir) ve $Z_0=0$ olarak belirtilmiştir. Eşitlik (3.45.)'den yararlanarak kontrol grafiğini oluşturmak için kullanılan değer elde edilir. Bu değer,

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

$$T^2 = Z_i' \Sigma_i^{-1} Z_i \quad (3.46.)$$

olarak hesaplanır ve burada kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{Z_i} = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1-\lambda)^{2i}] \Sigma \quad (3.47.)$$

Eğer örneklem boyutu yeterince büyük ise asimtotik kovaryans matrisi,

$$\Sigma_{Z_i} = \frac{\lambda}{2-\lambda} (\Sigma) \quad (3.48.)$$

olarak elde edilir. Eşitlik (3.25.)'de verilen kovaryans matrisi daha iyi performans göstermektedir ve kovaryans matrisi tek değişkenli EWMA'daki kovaryans matrisine benzemektedir (Montgomery, 2012).

Eğer kalite karakteristikleri altgruplara ayrılmışsa yani $n > 1$ ise o zaman formülde yer alan X_i değerleri yerine \bar{X}_i değerleri kullanılmaktadır.

Prabhu ve Runger (1997), Brook ve Evans (1972) Markov zinciri yaklaşımının bir değişikliğini kullanarak, MEWMA kontrol grafiğinin ARL performansının kapsamlı bir analizini gerçekleştirmiştir. MEWMA için üst kontrol sınırı $UCL = h$ 'ın seçimine yardım edecek tablolar ve çizelgeler vermişlerdir. UCL'nin seçimi λ , p , δ ve ARL değerlerine bağlı olarak belirlenmektedir. Eğer $T^2 < h$ ise, proses kontrol altında demektir (Montgomery, 2012). Prosesin ortalamasında meydana gelen sapmanın boyutu,

$$\delta = [(\mu_1 - \mu_0)' \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_0)]^{1/2} \quad (3.49.)$$

olarak elde edilir. Burada μ_0 , kontrol altında olan prosesin ortalama vektörüdür; μ_1 , değişim meydana geldikten sonraki ortalama vektörüdür ve Σ , varyans kovaryans matrisidir (Laungrungrong, 2010). Eşitlik (3.49.) aynı zamanda Mahalanobis

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

uzaklığı olarak da bilinmektedir. Eşitlik (3.49.)'da gösterildiği gibi, sapmanın boyutu, hem ortalama hem de kovaryans matrisindeki değişikliklerle ilgili olmaktadır. δ 'nın büyük değerleri, ortalamada meydana gelen büyük sapmaları gösterir. $\delta=0$ ise, proses kontrol altındadır denir. Ayrıca, Lowry ve ark. (1992) MEWMA grafiğinin ARL performansına göre δ merkezi olmama parametresine bağlı olduğunu belirtmiştir.

$\lambda=1$ olduğunda, MEWMA, T^2 kontrol grafiğine eşdeğer olduğundan, MEWMA proste meydana gelen küçük değişimlere daha hassas olmaktadır.

MEWMA için izlenen gözlemlerin tüm gözlem periyodunda p boyutlu, μ ortalamalı ve Σ varyans kovaryans matrisli çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayılmaktadır.

3.2.1.3.(5). Çok Değişkenli CUSUM (MCUSUM) Kontrol Grafiği

MCUSUM grafikleri, CUSUM grafiklerinin bir genişlemesi olarak Page (1961) tarafından önerilmiştir. Crosier (1988) önerilen MCUSUM metoduna dair iki yöntem geliştirmiştir. Alınan gözlemlerden her i -inci durum için hesaplanan S_i istatistiği,

$$S_i = \begin{cases} 0 & C_i \leq k \text{ ise} \\ (S_{i-1} + X_i - \mu_0)(1 - k/C_i) & C_i > k \text{ ise} \end{cases} \quad (3.50.)$$

olarak elde edilir (Crosier, 1988). Burada μ_0 , proses kontrol altında iken prosesin ortalamasını gösteren hedef vektör; k , önceden belirlenmiş istatistiksel bir uzaklık olarak oluşturulmuştur. $k>0$ ve duruma göre genel olarak $k=0,5$ alınır. S_i istatistiğinin elde edildiği Eşitlik (3.50.)'de kullanılan C_i ,

$$C_i = \sqrt{(S_{i-1} + X_i - \mu_0)' \Sigma^{-1} (S_{i-1} + X_i - \mu_0)} \quad (3.51.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

olarak elde edilir ve burada Σ , proses kontrol altında iken varyans kovaryans matrisi olarak belirtilmiştir.

Grafiği oluşturulacak MCUSUM değerini elde etmek için, öncelikle Eşitlik (3.51.)'de $S_0=0$ alınarak başlanır ve sırayla önce C_i , daha sonra bu değeri kullanarak S_i istatistiği hesaplanır. Bu değerler ile MCUSUM,

$$Y_i = \sqrt{S_i' \Sigma^{-1} S_i} \quad (3.52.)$$

olarak hesaplanır. Bu çalışmada kullanılacak olan MCUSUM değeri Eşitlik (3.52.) ile verilmiştir. MCUSUM grafiğinde prosesin durumu, Y_i değerlerinin önceden belirlenmiş bir h eşiğini aşıp aşmamasına göre değerlendirilir. Belirlenmiş h eşiğini aşana kadar geçen süreç kontrol altında geçen ortalama zamanı verir. MCUSUM grafikleri de MEWMA grafikleri gibi 2. aşama grafikleridir.

Fricker (2007), Crosier (1988)'in oluşturduğu MCUSUM metodunu bir veya daha fazla boyuttaki artışlara duyarlı hale getirmek için değiştirmiştir. Bu durumda eğer $C_i > k$ ise, eşitlik (3.50.) ile S_i vektörünün her bir bileşeni için $j=1,2,\dots,p$ olmak üzere aşağıdaki eşitlik yer değiştirir. Eşitlik (3.53.) ile elde edilen değer Eşitlik (3.52.)'de yerine yazılarak MCUSUM değeri elde edilir ve

$$S_{i,j} = \max [0, (S_{i-1,j} + X_{i,j} - \mu_j)(1 - k/C_i)]. \quad (3.53.)$$

olarak hesaplanır (Hu ve Knitt, 2007).

MCUSUM metodunun bir diğer formu da Pignatiello (1990) tarafından önerilmiştir. En iyi performans gösteren kontrol grafiği, aşağıdaki birikimli toplam vektörlerinin izlenmesine dayanır (Niavarani, 2014).

$$D_i = \sum_{j=i-l_i+1}^i X_j \quad (3.54.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

ve bundan yararlanarak oluşturulan MCUSUM,

$$MC_i = \max \{0, \sqrt{D_i' \Sigma^{-1} D_i} - kl_i\} \quad (3.55.)$$

olarak hesaplanır. Burada $MC_{i-1} > 0$ ise; $k > 0$, $l_i = l_{i-1} + 1$ aksi takdirde, $l_i = 1$ olarak alınmalıdır (Niavarani, 2014). Elde edilen MC_i değeri önceden belirlenmiş eşik değeri h' 'ı geçiyorsa proses kontrol dışında demektir.

Bu MCUSUM yöntemlerinin, Hotelling T^2 veya ki-kare kontrol grafiklerinden daha iyi ARL performansına sahip olduğu iddia edilmektedir (Niavarani, 2014).

3.2.1.4. Çok Değişkenli Ridge Rezidü Kontrol Grafikleri

3.2.1.4.(1). Çoklu Bağlantı ve Ridge Regresyon

Bağımsız değişkenler arasındaki önemli derecede doğrusal ilişki varsa çoklu bağlantı sorunu ortaya çıkmaktadır. Bağımsız değişkenler arasındaki çoklu bağlantı, regresyon modellerini önemli ölçüde etkileyecek ciddi bir problemdir. Çoklu doğrusal bağlantının varlığı, regresyon katsayılarının kestirimlerini etkilemektedir (Montgomery ve ark., 2012).

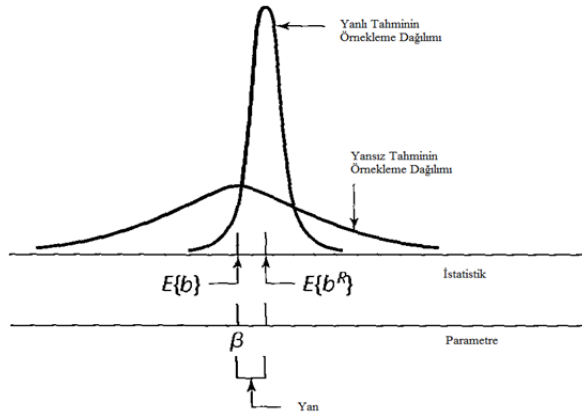
En küçük kareler regresyon, iki değişkenli sıralı olmayan prosesleri analiz etmek için etkili bir araç olabilmektedir. Düzgün bir sırada olan bir proseste ise, sadece bir bağımsız değişken varsa en küçük kareler regresyon modeli yine mantıksal bir seçim olmaktadır. İki'den fazla değişkeni olan ve sıralı olmayan bir proseste; ilişkili olan bağımsız değişkenler bulunabilir, bundan dolayı en küçük kareler regresyon bir çözüm sağlamayabilir. Bağımsız değişkenler arasında yüksek korelasyon olduğunda, birden fazla uydurulmuş yanıt fonksiyon olabilmektedir. Farklı bağımsız değişkenlerin etkileri, çoklu bağlantılı olarak bilinen regresyon katsayılarına dayandırılarak açık bir şekilde tanımlanamamaktadır. Modellenen

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

değişkenler ilişkili olduğunda, regresyon katsayılarının tahmininde yüksek varyans olmaktadır (Houshmand ve Javaheri, 1998).

Çoklu bağlantı problemi için iyileştirici önlemler bulunmaktadır. Bu önlemlerden bazıları; yeni veri tanımlamak, bağımsız değişkenlerin bazılarını azaltmak, farklı veri kümesi kullanarak farklı bağımsız değişkenler için katsayıları tahmin etmek ve modelin parametreleri hakkında ön bilgi kullanmak. Bu iyileştirici önlemler, uygulama açısından zor olmaktadır veya amaçlarımıza uymamaktadır. Hoerl ve Kennard (1970), Ridge regresyonun çoklu bağlantı için en etkili ve en uygun çözüm yolu olduğunu belirtmiştir. En küçük kareler regresyon modeli, regresyon katsayılarının güvenilir bir tahminini vermemektedir (Houshmand ve Javaheri, 1998). Küçük bir yan kullanılarak, parametre tahminleri gerçeğe çok yakın bulunabilmektedir (Şekil 3.10). Küçük yanlı tahmin kullanılması ile daha durağan regresyon modelleri elde edilmektedir.



Şekil 3.9. Yanlı tahmin ile yansız tahminin karşılaştırılması (Houshmand ve Javaheri, 1998)

Ridge regresyon en küçük kareler normal denkleminde $c \geq 0$ olacak şekilde bir yanlılık sabiti getirmektedir:

$$(X'X + cI)\hat{\beta}_R(c) = X'y \quad (3.56.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

ve buradan $\hat{\beta}_R$ kestiricisi,

$$\hat{\beta}_R(c) = (X'X + cI)^{-1}X'y \quad (3.57.)$$

olarak elde edilir. Burada y , yanıtların $n \times 1$ boyutlu matrisi; X , bağımsız değişkenlerin $n \times p$ boyutlu matrisi; $\hat{\beta}_R$, $p \times 1$ boyutlu ridge kestiricisidir. Yuvarlama hatalarını kontrol etmek ve regresyon katsayılarını karşılaştırılabilmek için verileri birim uzunluğu ölçeklendirmek daha iyi olmaktadır (Myers, 2000):

$$x_{ij}^0 = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sqrt{S_{jj}}}, \quad i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,p \quad (3.58.)$$

$$y_i^0 = \frac{y_i - \bar{y}}{\sqrt{S_{yy}}}, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (3.59.)$$

Burada x_{ij}^0 ve y_i^0 standartlaştırılmış değişkenlerdir. S_{jj} ve S_{yy} aşağıdaki gibi belirlenmektedir:

$$S_{jj} = \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 \quad (3.60.)$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2. \quad (3.61.)$$

Eşitlik (3.58.), (3.59.), (3.60.) ve (3.61.) ile belirtilmiş dönüşümler kullanılırsa, standartlaştırılmış ridge regresyon tahminleri aşağıdaki formda elde edilmektedir:

$$(r_{xx} + cI)b^R = r_{yx}. \quad (3.62.)$$

Burada r_{xx} vektörü, bağımsız değişkenler arasındaki korelasyon matrisidir; r_{yx} , bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki basit korelasyonun vektörüdür ve b^R ise standartlaştırılmış ridge regresyon katsayılarının vektörü olarak belirtilmektedir (Houshmand ve Javaheri, 2001).

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Yanlılık sabiti c , analizci tarafından belirlenmektedir ve sıfırdan büyük olmalıdır. c sıfır olduğunda, ridge regresyon tahminleri en küçük kareler tahminlerine eşit olmaktadır. c 'nin sıfırdan farklı değerleri için, regresyon katsayılarında yanlılık ortaya çıkmaktadır. Ridge regresyon tahminleri yanlı olmasına rağmen daha durağandır. c 'nin değerinin mümkün olduğu kadar küçük ve aynı zamanda iyi bir tahmin verecek büyüklükte olması gerekmektedir.

Çok değişkenli proseslerde regresyon modelleri oluşturulurken birden fazla bağımlı değişken olduğundan birden çok model kurulur. Değişkenlerin her biri ayrı tutularak sırayla model oluşturulduğundan birden fazla yanlılık sabiti olur. Çok değişkenli ridge regresyonda, c_i sabitinin seçimi için kullanılan yöntemlerin çoğunluğunda amaç; çoklu ridge regresyonda olduğu gibi regresyon katsayılarının durağanlığını artırmaktır. Alternatif bir yaklaşım ise, PRESS istatistiğinin tahmin performansının doğrudan bir ölçüsünü minimize edecek şekilde c_i 'yi seçmektir. PRESS tahmini hata kareler toplamıdır ve seçim kriteri, "silinmiş" rezidü d_i ile ifade edilmektedir:

$$d_{(i)} = y_{(i)} - \hat{y}_{(i)}, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (3.63.)$$

Burada $\hat{y}_{(i)}$, i -inci gözlem regresyon modeline dâhil edilmeden oluşturulduğunda, i -inci gözlem için yapılan tahmin değerini ifade etmektedir. i -inci silinmiş rezidü, bütün gözlemler için tek bir en küçük kareler oluşturularak elde edilen sonuçlardan hesaplanabilmektedir (Myers, 2000),

$$d_{(i)} = \frac{y_i - \hat{y}_i}{1 - h_{ii}}. \quad (3.64.)$$

Bu durumda PRESS istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\text{PRESS} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{1 - h_{ii}} \right)^2. \quad (3.65.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Burada $y_i - \hat{y}_i$, bilinen en küçük kareler rezidüyü ve h_{ii} , $H = X(X'X)^{-1}X'$ şapka matrisinin i -inci köşegen elemanını temsil etmektedir.

Montgomery ve Friedman (1993) PRESS istatistiğini, (3.56.) eşitliğindeki ridge regresyon tahminlerini kullanarak genişletmeyi ve

$$PRESS_R(c) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{y_i - x_i' \hat{\beta}_R(c)}{1 - x_i'(X'X + cI)^{-1}x_i} \right]^2 \quad (3.66.)$$

istatistiğini önermişlerdir. c , $0 \leq c \leq 2$ aralığında ve $PRESS_R(c)$ 'yi minimum yapacak en küçük değer olarak seçilmelidir (Montgomery ve Friedman, 1993).

c 'nin seçimi için farklı yöntemler olmakla birlikte Houshmand ve Javaheri (2001), Hoerl ve ark. (1974) tarafından önerilen

$$c = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\beta}'\hat{\beta}} \quad (3.67.)$$

eşitliği kullanılmaktadır. Burada $\hat{\beta}$ en küçük kareler tahmini,

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y \quad (3.68.)$$

ve

$$SS_{Res} = (y - X\hat{\beta})'(y - X\hat{\beta}) \quad (3.69.)$$

artık kareler toplamı olarak hesaplanır. Rezidülerin ortalama hata kareler toplamı,

$$\hat{\sigma}^2 = MS_{Res} = \frac{SS_{Res}}{n-p} \quad (3.70.)$$

olarak hesaplanır ve aynı zamanda bu değer varyans olarakta kullanılır.

3.2.1.4.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafikleri

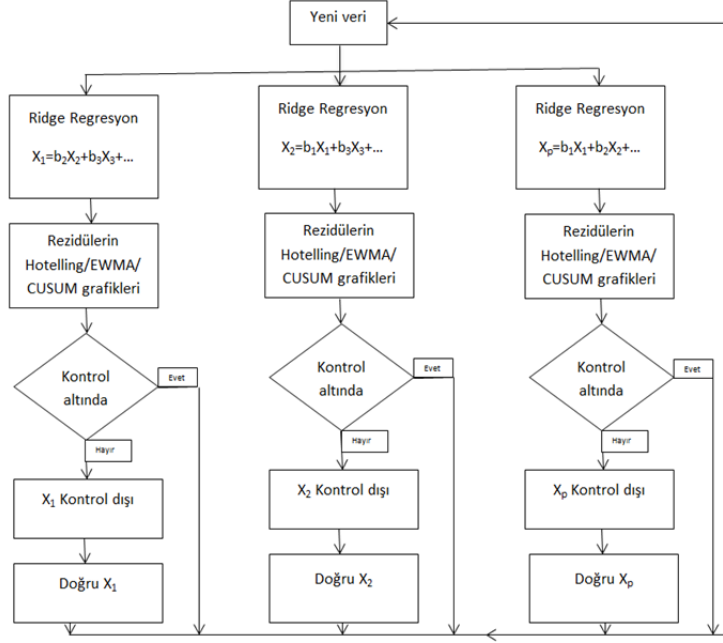
Çok değişkenli ridge rezidü grafikleri olarak adlandırılan yeni bir metot Houshmand ve Javaheri (1997) tarafından sunulmuştur. MRRC (çok değişkenli ridge rezidü grafikleri), diğer yöntemlerde kullanılmış değişken vektörünün her bir bileşeninin ridge regresyonundan elde edilen rezidüleri kullanarak oluşturulan Hotelling T^2 , MEWMA, MCUSUM grafikleridir. MRRC, kontrol dışı değişken veya değişkenleri belirlemek için oluşturulmuştur. Rezidülerin çok değişkenli grafiklerinde kontrol dışı sinyal, ilgili bağımlı değişkendeki kontrol dışı sinyal durumu olarak yorumlanmaktadır. Bu metot prosesin durumunu sürekli kontrol etme yöntemidir. Değişken sayısı arttığında, prosesin durumunu teşhis süreci uzun olsa bile bu yöntem değişkenlerdeki eğilimleri belirleme ve kontrol dışı bir durumu düzeltebilme avantajına sahiptir. MRRC yönteminin etkinliği ağırlıklı olarak yanlılık faktörünün seçimine bağlıdır.

Regresyon modeli uydururken önceden belirlenmiş bir grup (c_1, c_2, \dots, c_p) yan sabitleri oluşturulmaktadır. MRRC oluşturulurken temel olarak Şekil 3.10 ile birlikte gösterildiği gibi aşağıdaki aşamalar izlenmektedir (Houshmand ve Javaheri, 1998):

1. Adım: Yeni veri girişi yapmak.
2. Adım: Önceden belirlenmiş c_1, c_2, \dots, c_p değerleri kullanılarak her bir değişkenin diğerleri üzerinde ridge regresyonunu elde etmek.
3. Adım: MRRC'yi oluşturmak.
4. Adım: Belirleyici ve düzeltici önlem almak, gerektiğinde 1.Adıma dönmek.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN



Şekil 3.10. Önerilen çok değişkenli kalite kontrol metodunun uygulaması için akış diyagramı (Houshmand ve Javaheri, 1998)

3.2.1.5. Kontrol Grafiklerinin Performanslarının Değerlendirilmesi

Kontrol grafiklerinin performanslarını belirlemek için çeşitli yöntemler kullanılmaktadır. ARL, en çok kullanılan ve en bilinen yöntemdir. ARL değerini belirlemek, bir kontrol grafiğinin performansını değerlendirmek için tipik bir yaklaşımdır. Genel olarak bir kontrol şemasının ARL değeri, prosesin kontrol dışı bir durum uyarısı vermeden önce hesaplanması gereken ortalama süreler periyodudur.

ARL, bir kontrol limitinin dışına herhangi bir noktanın çıkması olasılığı olarak düşünülmektedir ve genel olarak,

$$ARL = \frac{1}{\text{Kontrol dışı bir noktanın olması olasılığı}} \quad (3.71.)$$

şeklinde hesaplanmaktadır.

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Prosesin durumunu değerlendirme süreçleri, prosesten ön gözlem yapılmasına ve bunun sonucunda elde edilen bilgilerin kullanılmasına göre aşamalara ayrılmıştır.

1-inci aşamada kontrol limitleri için kullanılan veriler kontrol altında olan prosesten üretilir. Bu veriler, kontrol limitlerinin elde edildiği deneysel süreç parametrelerini oluşturmak için gereklidir. Kontrol limitleri elde edildiğinde, 1-inci aşama verilerine geriye dönük olarak uygulanabilmektedir. Bu durum, proseste herhangi bir değişiklik olmadığında olası kontrol dışı noktaya karar vermeyi sağlamaktadır. Bu, kontrol grafiği için 1.tip hata yapma olasılığı olarak bulunmaktadır. Bu olasılık ayrıca “yanlış alarm verme oranı” olarak adlandırılmaktadır ve α değeri olarak bilinmektedir. Böylece Eşitlik (3.71.),

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (3.72.)$$

formuna dönüşmektedir.

Eğer 3σ limiti anlamına gelen kontrol limitlerinin oluşturulmasında % 99.7 güven aralığı varsayılırsa, $\alpha=0.0027$ olmaktadır ve $ARL=370$ olarak hesaplanmaktadır. Bu, proses kontrol altında olduğunda, ortalama her 370 numuneden bir kontrol dışı sinyal üretileceği anlamına gelmektedir.

Prosesin sonraki gözlemlerde veya sapmalarda durumunu belirlemek için 1-inci aşamadan elde edilen bilgiler kullanılmaktadır.

2-inci aşamada eğer bir zaman diliminde, ortalama değer kontrol altındaki μ_0 değerinden başka bir ortalama değerine $\mu_1 = \mu_0 + k\sigma$ (k, değişim miktarı) değişiyorsa, sonraki süreçte bu kaymayı tespit etme olasılığı 2.tip hata olasılığı olarak adlandırılmaktadır ve β ile gösterilmektedir. Bu durumda ARL aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Niavarani, 2014):

$$ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} \quad (3.73.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

Kontrol limitleri dışındaki bir nokta ile ortalama β değerini tespit etmek için, yaklaşık ARL_1 değeri kadar gözlem geçer.

İyi bir kontrol grafiğinde, küçük ARL_1 değeri, büyük ARL_0 değeri beklenmektedir. Bu beklenen durum, bir kontrol işleminde ilk kontrol dışı sinyali tespit etmeden önce daha fazla örnek olması; kontrol dışı bir işlem durumunda ise, kontrol dışı bir durum tespit edilmeden önce daha az örnek olması anlamına gelmektedir.

Çok değişkenli kalite karakteristiklerine sahip bir prosesin performansını izlemek için genel çalışma uzunluğu, izlenen her bir kalite karakteristiği için çalışma uzunlukları tarafından belirlenmektedir. Bu nedenle genel bir ARL_0 için her bir değişkenin ayrı ayrı ARL_0 değerleri bulunmalıdır. Herhangi bir kalite karakteristiğine ait 1. tip hata yapma olasılığı α değeri mevcut ise çok değişkenli bir proses için 1. tip hata yapma olasılığı,

A: Çok değişkenli prosesin kontrol altında olması,

B: Tek değişkenli prosesin kontrol altında olması

olmak üzere

$$P(A) = \prod_{i=1}^p P(B)$$

$$1-\alpha = \prod_{i=1}^p (1 - \alpha_j), \quad j=1,2,\dots,p \quad (3.74.)$$

olarak hesaplanır. Eğer tüm tek değişkenli grafiklerin burada aynı α_j riski olması isteniyorsa genel α ve ARL_0 değeri ,

$$\alpha_j = 1 - (1 - \alpha)^{1/p}, \quad j=1,2,\dots,p ;$$

$$ARL_{0j} = \frac{1}{\alpha_j}, \quad j=1,2,\dots,p \quad (3.75.)$$

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL GRAFİKLERİ

Kübra Dilek BABAARSLAN

olarak hesaplanır. Çok değişkenli kontrol grafiklerinde performansı değerlendirmek için, bazı ayrı tek değişkenli kontrol grafikleri oluşturulur. Bu durumda, genel bir ARL_0 ve ARL_1 hesaplamak için;

A: Kontrol dışı bir noktanın olması,

B: Bütün bireysel grafiklerin kontrol altında olması

olmak üzere,

$$ARL = \frac{1}{P(A)} = \frac{1}{1-P(B)} = \frac{1}{1-\prod_{j=1}^p (1-\alpha_j)} \quad (3.76.)$$

kullanılır. Burada α_j , her bir ayrı kontrol grafiğinde kontrol dışı bir gözlem olma olasılığı ve bir veya daha fazla kalite karakteristiğinin ortalama değerindeki değişimin gerçek olasılığı olarak değerlendirilmektedir (Niavarani, 2014).

Eşitlik (3.76.)'dan elde edilen ARL değerleri çok değişkenli bir prosesin performansını değerlendirirken çoğu zaman doğru sonuçlar vermemektedir. Bunun en önemli nedeni değişkenlerin her zaman birbirinden bağımsız olmamasıdır. Çok değişkenli bir proses için kalite karakteristikleri birbirleri ile ilişkili olduğu halde ARL değerleri yukarıdaki gibi elde edildiğinde, ayrı ayrı elde edilen α değerlerinde küçük değişimin meydana gelmesi, genel α değerini ve genel ARL değerini çok değiştirecektir. Bu nedenle ARL değerlerinin yanlış elde edilmesini önlemek için ve prosesin kontrol dışı durumunu doğru bir şekilde belirlemek için pek çok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden biride, bu çalışmada da kullanılan simülasyon çalışmasıdır. Bu çalışma, başlangıçta belirlenen kriterlere uygun bir veri üretildikten sonra, bu veri kümesine çok değişkenli kontrol grafik yöntemleri uygulanarak performanslarının ARL bakımından değerlendirmelerini içermektedir.

4. UYGULAMA

Bu bölümde deneysel bir çalışma yapılmıştır. Yapılan bu çalışmanın sonuçları tablolar ve grafikler ile verilmiştir. Simülasyonun başlangıç aşamasında gereken değerler, Harrell (2007), Laungrungrong (2010), Bell (2011), Niavarani (2014) tarafından hazırlanmış tez çalışmalarından ve Montgomery (2012) tarafından hazırlanmış kitaptan faydalanılarak belirlenmiştir.

Çok değişkenli kontrol grafiklerinin performansı, MATLAB R2014b kullanılarak Monte Carlo simülasyonu ile kontrol grafiklerinin ortalama çalışma uzunlukları hesaplatılarak değerlendirilmiştir. Öncelikli olarak çok değişkenli normal dağılıma sahip p-boyutlu veri üretilmiştir. Sonraki üretilen veriler ile ilk üretilen verinin aynı olması için gerekli matlab kodları ile üretilen veri sabitlenmiştir. Bu veri grubu için Hotelling T^2 , MEWMA, MCUSUM çok değişkenli kontrol grafik metotları oluşturulmuştur. Daha sonra bu veri grubunda bulunan değişkenlerin her birine veya grup olarak belirli değişim oranları uygulanarak yine çok değişkenli metotlar uygulanmıştır. Son olarak ilk ürettiğimiz veri için ridge rezidü değerleri hesaplanarak bu değerlerin de çok değişkenli grafikleri elde edilmiştir.

Çok değişkenli grafikler elde edilirken dikkat edilmesi gereken birkaç önemli nokta bulunmaktadır. Bunlar; ilk olarak üretilen verinin her bir değişkeninin alt gruplara ($n=2,3,\dots$) sahip olup olmayacağını belirlemek, simülasyonun kaç tekrardan oluşacağını belirlemek, proses kontrol altında olduğunda hata olasılığını belirlemek, çok değişkenli grafik yöntemleri için her bir metotta kontrol altındaki proses için kontrol altındaki ARL değerinin yaklaşık olarak 200 olacak şekilde eşik değerlerini (üst sınırlarını) belirlemek ve son olarak her bir değişkende veya değişken grubunda meydana gelecek değişim oranını belirlemektir. Sınırlar, genel IC FAP (kontrol altındaki durum için yanlış alarm verme olasılığı)'ın istenen bir değerine göre hesaplanmaktadır. IC FAP olarak belirtilen, ortalamadan sapma olmayan simülasyona başlamadan önce belirlenen 1.

tip hata yapma olasılığına yakın olarak elde edilen olasılıktır. Burada FAP (yanlış alarm verme olasılığı), proses kontrol altında olduğunda, m boyutundaki n alt gruplarına sahip 1.aşama grafiğinin en az bir kez kontrol dışı sinyal olasılığı olarak elde edilmektedir.

4.1. Deneysel Çalışma

Çok değişkenli normal dağılımlı kontrol grafiklerinin performansını analiz etmek için $m= 20, 50, 100, 150, 200$; $n= 5$; $p= 2, 5, 10, 15$ boyutlarına sahip gözlemler ile her bir deneme için 1000 tekrarlı simülasyon yapılmıştır. Simülasyon, prosesin kontrol altında olduğu durum ve kontrol dışı (ortalamadan sapmanın olduğu) durum için yapılmıştır.

1.Durum: Bu simülasyonun prosesin kontrol altında görüldüğü durum için aşamaları genel anlamda aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

1. Belirli bir alt grup (n) ve örneklem boyutlu (m) çok değişkenli normal dağılımdan veri üretilir.
2. Üretilen veri ile istenen genel IC FAP değerini elde etmek için çok değişkenli grafik metotlarına göre deneysel UCL'ler oluşturulur.
3. Her alt grubun, gözlem değerinin veya rezidü değerlerinin çok değişkenli kontrol grafiği istatistiği hesaplanır ve belirlenen UCL ile karşılaştırılır. En az bir kontrol grafiği istatistiği UCL'yi aşarsa, sayaç bir artırılır.
4. 1-3 arası adımlar toplam 1000 kez tekrar edilir.
5. Genel IC FAP tahmini= (son sayaç değeri)/1000 değeri hesaplanır.
6. Bir önceki adımda hesaplanan değerden ARL_0 (kontrol altında ki ARL değeri) hesaplanır ve buna göre kontrol grafiğinin performansı değerlendirilir.

Bu işlem değişen m, n, p değerlerine, farklı metotlara göre ve ayrıca belirlenmiş simülasyon sayısına ulaşana kadar tekrar eder.

Prosesin kontrol dışında görüldüğü durumda kontrol grafikleri, ortalamanın belirli bir alt grup numarasında meydana gelen değişimlerini belirleme performansına göre oluşturulmuştur. Bu uygulanan değişim, değişkenlerin n büyüklüğündeki alt gruplarının bir tek gözlem değerinde meydana gelen bir konum kayması olarak tanımlanmaktadır. Ortalamadan sapmanın olduğu simülasyon için kullanılacak verinin değişime uğrayan kısmı ile uğramayan kısmı aynı anda üretilerek birleştirilip yeni veri elde edilir. Bu yeni veriye göre simülasyona devam edilir.

Ortalamadan bir kayma olduğunda, prosese dışarıdan müdahale olmadan kontrol dışı durumdan kontrol altında duruma gelmesi mümkün olmamaktadır. Uygulanan çeşitli kaymaların büyüklüğü, değerlendirilmekte olan duruma göre değişmektedir. Bunun nedeni hem verinin boyutunun hem de kaymanın tipinin, kaymanın belirlenme olasılığı üzerinde doğrudan bir etkiye sahip olmasıdır. Genel olarak, küçük kaymalar daha kolay belirlenmektedir. Kaymanın boyutu, Eşitlik (4.1.)’de verilen bir merkezi olmama parametresine göre ölçülmektedir (Niavarani, 2014).

$$\delta^* = \sqrt{\delta \Sigma^{-1} \delta'} \quad (4.1.)$$

burada prosesin ortalamasındaki değişim, μ_0 dan $\mu_0 + \delta$ ‘ya olmaktadır ve Σ , prosesin kovaryans matrisini belirtmektedir. δ , değişim vektörü olarak düşünülürse bu değerde meydana gelen değişiklik $(0.5\delta; 2\delta)$ prodesteki değişim miktarını $(\delta^*=0.5; 2)$ verir.

Bir kontrol grafiği için kontrol dışı durum performansı, kontrol dışı bir durumda en az bir kez sinyal veren bir tahminin olasılığı olarak belirlenir. Bu değer tanımlanan deneysel alarm olasılığı (EAP) açısından nicel olarak elde edilir. EAP

değerinden elde edilen ARL_1 değerine göre kontrol grafiklerinin performans değerlendirilmesi yapılmaktadır.

2.Durum: Kontrol dışı durum için simülasyon kontrol altında olan durum simülasyonundan biraz farklıdır ve genel olarak aşağıdaki adımlar izlenmektedir:

1. Belirli bir alt grup (n) ve örneklem boyutlu (m) çok değişkenli normal dağılımdan veri üretilir.
2. Herhangi bir alt gruba veya değişkenler alt gruplara ayrılmamışsa istenen değişkene belirlenen sapmalar uygulanır.
3. Her çok değişkenli kontrol grafiği için UCL değerleri elde edilir.
4. Her alt grubun, gözlem değerinin veya rezidü değerlerinin çok değişkenli kontrol grafiği metotları için istatistikler hesaplanır ve kontrol içi durumdayken elde edilmiş UCL ile karşılaştırılır. En az bir kontrol grafiği metodu istatistiği UCL'yi aşarsa, sayaç bir artırılır.
5. 1-4 arası adımlar toplam 1000 kez tekrar edilir.
6. EAP tahmin= (son sayaç değeri)/1000 değeri hesaplanır.
7. Bir önceki adımda hesaplanan değerden $ARL_1=1/(1-EAP)$ (kontrol dışı ARL değeri) hesaplanır ve buna göre kontrol grafiğinin performansı değerlendirilir.

Bu işlem değişen m, n, p değerlerine, farklı metotlara göre ve ayrıca belirlenmiş simülasyon sayısına ulaşana kadar tekrar eder.

4.1.1. Çok Değişkenli Kontrol Grafiklerinin Performans Analizi

Grafiklerin performansları daha öncede belirtildiği gibi ARL_0 ve ARL_1 değerlerine göre yapılmıştır.

4.1.1.1. Kontrol Altındaki Performans**4.1.1.1.(1). Çok Değişkenli Kontrol Grafik Metotlarının Simülasyonu**

Bu kısımda, kontrol grafiklerinin performansı proses kontrol altında olduğu durumda ARL_0 değerine göre metotların kıyaslaması olarak gösterilmiştir.

Simülasyon çalışması, değişen m, n, p ve UCL değerlerine göre yapılmıştır. İlk olarak üretilen veriye çok değişkenli kontrol grafiği metotları uygulanmıştır, sonra bu metotların kıyaslamalarını yapabilmek için UCL değerleri deneysel olarak elde edilmiştir, daha sonrada elde edilen bu değerlerin performanslarını değerlendirmek için ARL_0 değerleri elde edilmiştir. Sonuçlar, Çizelge 4.1.-4.10. arasında verilmiştir.

Çizelge 4.1. Hotelling T^2 grafiği için bulunan deneysel UCL değerleri

p	m	n	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
			UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
2	20	5	17.7516	0.005	12.3938	0.052
	50	5	19.0039	0.004	14.0378	0.052
	100	5	20.1489	0.004	15.3264	0.048
	150	5	20.8666	0.006	16.0955	0.055
	200	5	21.3911	0.003	16.6468	0.051
5	20	5	27.1743	0.007	20.2894	0.05
	50	5	27.2861	0.005	21.3926	0.042
	100	5	28.1408	0.006	22.5854	0.062
	150	5	28.7933	0.008	23.3597	0.057
	200	5	29.3001	0.005	23.9318	0.041
10	20	5	42.4859	0.004	33.0906	0.052
	50	5	39.2240	0.004	32.0494	0.038
	100	5	39.2261	0.004	32.7172	0.046
	150	5	39.6463	0.002	33.3676	0.057
	200	5	40.0575	0.001	33.9003	0.049
15	20	5	59.5456	0.003	47.2687	0.056
	50	5	50.7126	0.008	42.3445	0.045
	100	5	49.4335	0.009	42.0980	0.057
	150	5	49.4946	0.002	42.5011	0.052
	200	5	49.7467	0.005	42.9308	0.062

Çizelge 4.1.'de başlangıçta belirlenen olasılıklara en yakın ve en iyi sonuç uygun veri boyutuna göre elde edilmiştir. İstenen olasılıkları elde etmemizi sağlayan üst sınırlar veri boyutu ve değişken sayısı arttıkça genişlemiştir. Çizelge 4.2.'de, Çizelge 4.1.'deki UCL değerlerinin Hotelling metoduna göre performans sonuçları verilmiştir ve (p, m) ikilisine göre değerler değişmektedir. ARL_0 değeri kontrol altında olan yaklaşık gözlem sayısını verdiğinden kontrol altında beklenen hata yapma olasılığına göre ARL değerinin 200 ve üzeri olması istenir. Çizelge 4.2.'de istenen hata yapma olasılığı 0.005 için UCL değerlerine göre ARL'ler istenen değerlere yakın sonuçlar vermiştir.

Çizelge 4.2. Kontrol altındaki ($\delta^*=0$) Hotelling T^2 grafiği performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	ARL_0	ARL_0	p	m	n	ARL_0	ARL_0
2	20	5	200	19.2307	10	20	5	250	19.2307
	50	5	250	19.2307		50	5	250	26.3157
	100	5	250	20.8333		100	5	250	21.7391
	150	5	166.6667	18.1818		150	5	500	17.5438
	200	5	333.3333	19.6078		200	5	1000	20.4081
5	20	5	142.8571	20	15	20	5	333.3333	17.8571
	50	5	200	23.8095		50	5	125	22.2222
	100	5	166.6667	16.1290		100	5	111.1111	17.5438
	150	5	125	17.5438		150	5	500	19.2307
	200	5	200	24.3902		200	5	200	16.1290

Çizelge 4.3.'de ilk olarak belirlenen $\lambda=0.05$ ve başlangıçta düşünülen olasılık değerlerine göre MEWMA için üst sınırlar elde edilmiştir. UCL değerleri, değişken ve gözlem sayısı arttıkça genişlemektedir. MEWMA istatistiğine göre elde edilen UCL değerleri birbirine yakın ve Hotelling metodunda elde edilen UCL değerlerinden daha küçüktür. Beklenen olasılıklara en yakın değerler genel olarak yüksek m ve p değerlerinde elde edilmiştir. Beklenen olasılık azaldıkça UCL değerleri de azalmaktadır.

Çizelge 4.3. MEWMA grafiği $\lambda=0.05$ için bulunan deneysel UCL değerleri

p	m	n	λ	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
2	20	5	0.05	5.286	0.004	3.995	0.020
	50	5	0.05	8.655	0.005	6.795	0.029
	100	5	0.05	12.44	0.006	9.875	0.027
	150	5	0.05	14.85	0.003	11.895	0.028
	200	5	0.05	15.69	0.002	11.885	0.041
5	20	5	0.05	7.98	0.004	6.875	0.014
	50	5	0.05	12.54	0.006	9.990	0.043
	100	5	0.05	17.465	0.006	14.89	0.023
	150	5	0.05	20.53	0.004	16.78	0.033
	200	5	0.05	22.04	0.006	17.905	0.043
10	20	5	0.05	13.21	0.003	10.915	0.017
	50	5	0.05	18.658	0.005	15.945	0.039
	100	5	0.05	24.31	0.004	20.865	0.042
	150	5	0.05	28.28	0.006	23.890	0.039
	200	5	0.05	30.48	0.004	25.615	0.049
15	20	5	0.05	20.03	0.004	14.880	0.017
	50	5	0.05	25.07	0.006	20.890	0.041
	100	5	0.05	31.69	0.006	27.875	0.023
	150	5	0.05	35.24	0.004	30.795	0.037
	200	5	0.05	38.16	0.005	33.890	0.036

Çizelge 4.4’de, Çizelge 4.3.’den elde edilmiş UCL değerlerine göre MEWMA istatistiğinin $\lambda=0.05$ için performans sonuçları verilmiştir. Bu performans değerlerine göre istenen ARL=200 değerine yakın ve üstünde sonuçlar elde edilmiştir. İstenen FAP=0.05 değerine göre de kontrol altındaki ARL genel olarak yüksek sonuç vermiştir.

Çizelge 4.4. Kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	λ	ARL ₀	ARL ₀	p	ARL ₀	ARL ₀
2	20	5	0.05	166.6667	62.5	10	333.3333	47.6190
	50	5	0.05	500	33.3333		111.1111	47.6190
	100	5	0.05	500	28.5714		250	32.2580
	150	5	0.05	166.6667	38.4615		166.6667	24.3902
	200	5	0.05	142.8571	14.4927		333.3333	18.1818
5	20	5	0.05	125	52.6315	15	1000	33.3333
	50	5	0.05	83.3333	33.3333		142.8571	29.4117
	100	5	0.05	142.8571	43.4782		1000	29.4117
	150	5	0.05	200	23.8095		142.8571	27.0270
	200	5	0.05	166.6667	23.8095		333.3333	22.2222

Çizelge 4.5. MEWMA grafiği $\lambda=0.15$ için bulunan deneysel UCL değerleri

p	m	n	λ	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
2	20	5	0.15	10.556	0.001	7.546	0.015
	50	5	0.15	13.935	0.005	10.915	0.031
	100	5	0.15	16.71	0.005	13.7	0.033
	150	5	0.15	18.17	0.002	16.11	0.013
	200	5	0.15	20.96	0.003	16.95	0.028
5	20	5	0.15	15.25	0.003	12.24	0.03
	50	5	0.15	19.86	0.006	16.8	0.029
	100	5	0.15	24.735	0.002	19.725	0.041
	150	5	0.15	26.8	0.003	21.79	0.031
	200	5	0.15	25.48	0.006	23.3	0.029
10	20	5	0.15	22.5	0.005	19.47	0.036
	50	5	0.15	29.948	0.004	24.918	0.044
	100	5	0.15	34.58	0.004	29.57	0.022
	150	5	0.15	35.56	0.003	30.54	0.047
	200	5	0.15	36.75	0.004	31.74	0.043
15	20	5	0.15	33.3	0.005	27.29	0.046
	50	5	0.15	39.34	0.001	32.33	0.037
	100	5	0.15	42.97	0.005	36.96	0.043
	150	5	0.15	45.53	0.002	38.5	0.045
	200	5	0.15	45.73	0.005	39.7	0.042

Çizelge 4.6. Kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	λ	ARL ₀	ARL ₀	p	ARL ₀	ARL ₀
2	20	5	0.15	166.6667	45.4545	10	125	33.3333
	50	5	0.15	500	35.7142		125	20.4081
	100	5	0.15	333.3333	28.5714		200	38.4615
	150	5	0.15	333.3333	71.4285		111.1111	21.2766
	200	5	0.15	500	43.4782		111.1111	18.1818
5	20	5	0.15	250	35.7142	15	200	40
	50	5	0.15	166.6667	40		125	16.1290
	100	5	0.15	1000	22.7272		333.3333	21.7391
	150	5	0.15	1000	26.3157		250	21.2766
	200	5	0.15	76.92308	45.4545		125	24.3902

Çizelge 4.3.- 4.4.'deki sonuçlar $\lambda=0.15$ için yeniden elde edilmiş ve Çizelge 4.5.-4.6. ile verilmiştir. $\lambda=0.15$ için elde edilen deneysel UCL değerleri $\lambda=0.05$ için elde edilen UCL değerlerinden daha yüksektir. Bunun nedeni λ arttıkça MEWMA istatistiğinin Hotelling T^2 istatistiğine yakın performans göstermesindedir. Çizelge 4.6.'dan MEWMA, $\lambda=0.15$ için ARL değerleri birkaç değer dışında yüksek performans göstermiştir (yaklaşık olarak istenen FAP= 0.005 değerine göre $ARL_0>200$).

Çizelge 4.7.'de MCUSUM istatistiği için gerekli k parametresinin ilk olarak 0.25 değeri için beklenen olasılıklara göre deneysel UCL değerleri elde edilmiştir. Beklenen olasılıklara yakın olasılıklar elde edilmiştir. MEWMA istatistiğinde elde edilen UCL değerlerine göre daha geniş değerler elde edilmiştir. Çizelge 4.8.'de MCUSUM istatistiğine göre bu UCL değerlerinin performans sonuçları verilmiştir. Birkaç değer dışında iyi performans göstermektedir.

Çizelge 4.7. MCUSUM grafiği $k=0.25$ için bulunan deneysel UCL değerleri

p	m	n	k	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
2	20	5	0.25	10.046	0.003	8.296	0.036
	50	5	0.25	12.665	0.006	10.665	0.03
	100	5	0.25	13.2	0.005	12.45	0.023
	150	5	0.25	14.11	0.005	12.86	0.028
	200	5	0.25	14.95	0.005	13.7	0.025
5	20	5	0.25	11.24	0.003	9.99	0.016
	50	5	0.25	12.55	0.004	11.55	0.028
	100	5	0.25	13.475	0.005	12.475	0.028
	150	5	0.25	13.79	0.004	13.54	0.021
	200	5	0.25	14.55	0.002	13.05	0.044
10	20	5	0.25	12.47	0.004	12.22	0.019
	50	5	0.25	14.418	0.006	12.668	0.029
	100	5	0.25	15.07	0.005	13.32	0.032
	150	5	0.25	15.29	0.004	14.29	0.015
	200	5	0.25	15.99	0.006	14.49	0.011
15	20	5	0.25	14.04	0.006	14.04	0.027
	50	5	0.25	14.83	0.005	14.08	0.026
	100	5	0.25	15	0.003	14.7	0.022
	150	5	0.25	15.75	0.005	14.25	0.039
	200	5	0.25	16.17	0.002	15.17	0.019

Çizelge 4.8. Kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	k	ARL ₀	ARL ₀	p	ARL ₀	ARL ₀
2	20	5	0.25	333.3333	41.6667	10	200	40
	50	5	0.25	166.6667	29.4117		500	37.0370
	100	5	0.25	333.3333	37.0370		500	24.3902
	150	5	0.25	111.1111	29.4117		333.3333	62.5
	200	5	0.25	500	45.4545		500	58.8235
5	20	5	0.25	500	55.5555	15	83.33333	38.4615
	50	5	0.25	125	34.4827		333.3333	29.4117
	100	5	0.25	166.6667	26.3157		166.6667	41.6667
	150	5	0.25	125	71.4285		333.3333	20
	200	5	0.25	142.8571	22.7272		500	71.4285

Çizelge 4.9. MCUSUM grafiği $k=0.5$ için bulunan deneysel UCL değerleri

p	m	n	k	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
2	20	5	0.5	7.21	0.002	4.97	0.04
	50	5	0.5	7.32	0.005	5.38	0.045
	100	5	0.5	7.52	0.005	6.04	0.045
	150	5	0.5	7.75	0.004	6.27	0.039
	200	5	0.5	8.05	0.005	6.56	0.029
5	20	5	0.5	6.56	0.002	5.07	0.034
	50	5	0.5	6.95	0.002	5.46	0.035
	100	5	0.5	7.025	0.001	5.535	0.037
	150	5	0.5	7.05	0.003	5.81	0.032
	200	5	0.5	7.25	0.003	6.01	0.027
10	20	5	0.5	7.57	0.001	5.35	0.043
	50	5	0.5	6.26	0.003	5.04	0.049
	100	5	0.5	6.65	0.003	5.16	0.046
	150	5	0.5	6.28	0.006	5.29	0.045
	200	5	0.5	6.57	0.004	5.34	0.036
15	20	5	0.5	7.63	0.003	6.14	0.041
	50	5	0.5	6.46	0.006	5.22	0.048
	100	5	0.5	6.32	0.005	5.33	0.021
	150	5	0.5	6.42	0.005	5.18	0.035
	200	5	0.5	6.75	0.003	5.26	0.025

Çizelge 4.9. MCUSUM istatistiğinin $k=0.5$ için deneysel UCL değerlerini vermektedir. $k=0.25$ için elde edilen UCL değerlerinden daha küçük UCL değerleri elde edilmiştir fakat Çizelge 4.10.'dan görüldüğü gibi yakın performans göstermişlerdir.

Kontrol altındaki ARL bakımından yakın performans gösterebilirler bile en iyi performansı MEWMA ve MCUSUM göstermiştir. İstenen FAP=0.005 için $ARL_0=200$ ve yakın değerleri en fazla MEWMA ve MCUSUM metodlarında almıştır. Bu metodların gösterdikleri performansları, ortalamadan sapmalar olduğunda da koruyabilmeleri önemlidir.

Çizelge 4.10. Kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için simülasyon sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	k	ARL ₀	ARL ₀	p	ARL ₀	ARL ₀
2	20	5	0.5	250	26.3157	10	200	20
	50	5	0.5	333.3333	21.2766		111.1111	20
	100	5	0.5	166.6667	27.7778		200	27.0270
	150	5	0.5	111.1111	22.7272		166.6667	23.8095
	200	5	0.5	142.8571	28.5714		250	25
5	20	5	0.5	333.3333	31.2500	15	76.9231	21.7391
	50	5	0.5	500	30.3030		83.33333	20.8333
	100	5	0.5	166.6667	18.8679		166.6667	28.5714
	150	5	0.5	333.3333	30.3030		333.3333	25.6410
	200	5	0.5	333.3333	29.4117		250	27.0270

4.1.1.1.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafik Metotlarının Simülasyonu

Bu metotta ilk olarak μ , 1×5 boyutlu sıfır vektörü ve özel bir matris formu olan Toeplitz matris formuna sahip,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.9 & 0.81 & 0.729 & 0.6561 \\ 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 & 0.729 \\ 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 & 0.81 \\ 0.729 & 0.81 & 0.9 & 1 & 0.9 \\ 0.6561 & 0.729 & 0.81 & 0.9 & 1 \end{bmatrix} \text{ varyans kovaryans matrisi ile çok}$$

değişkenli normal dağılımdan veri üretilmiştir. Üretilen verinin değişkenlerine bağlı oluşturulan regresyon modellerinden elde edilen ridge rezidü değerleri kullanılarak kontrol altındaki durum için çok değişkenli kontrol grafik yöntemlerinin bir simülasyon çalışması yapılmıştır. Bu çalışmada birden çok bağımlı değişken olduğundan modeller sadece $p=5$ değişken kullanılarak yapılmıştır ve sırayla her bir değişken bağımlı diğer değişkenler bağımsız değişken olacak şekilde modeller oluşturulmuştur. Buna bağlı olarak beş tane ridge rezidü değeri elde edilmiştir ve bu değerlerin de sırayla metotlara göre önce deneysel UCL değerleri elde edilmiştir, sonra bu değerlerin performans değerlendirmeleri yapılmıştır.

Ayrı ayrı oluşturulan regresyon modellerinin istenen FAP değerlerine göre ridge rezidü değerleri ve yanlılık sabitleri sırasıyla elde edilmiştir. Simülasyon başlangıcında üretilen verinin alt grup ortalamaları alındıktan sonra ridge regresyon için birim uzunluğa ölçeklendirilmiştir. İstenen FAP değeri yaklaşık 0.005 olarak düşünüldüğünde yanlılık sabitleri, $c_1=0.0044$; $c_2=0.0044$; $c_3=0.0042$; $c_4=0.0039$; $c_5=0.0038$ olarak hesaplanmıştır. Regresyon modelleri ise,

$$\begin{aligned} X_1 &= 0.8815X_2 + 0.0787X_3 - 0.0250X_4 - 0.0378X_5, \\ X_2 &= 0.4985X_1 + 0.4388X_3 + 0.0215X_4 + 0.0440X_5, \\ X_3 &= 0.0477X_1 + 0.4750X_2 + 0.5127X_4 - 0.0470X_5, \\ X_4 &= -0.0141X_1 + 0.0201X_2 + 0.4683X_3 + 0.5241X_5, \\ X_5 &= -0.0378X_1 + 0.0780X_2 - 0.0785X_3 + 0.9390X_4 \end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. İstenen FAP değeri yaklaşık olarak 0.05 olarak düşünüldüğünde yanlılık sabitleri, $c_1=0.0034$; $c_2=0.0037$; $c_3=0.0047$; $c_4=0.0043$; $c_5=0.0042$ olarak hesaplanmıştır. Regresyon modelleri ise,

$$\begin{aligned} X_1 &= 0.9386X_2 + 0.0213X_3 - 0.1067X_4 + 0.0623X_5, \\ X_2 &= 0.5306X_1 + 0.4035X_3 + 0.1171X_4 - 0.0517X_5, \\ X_3 &= 0.0183X_1 + 0.4934X_2 + 0.4427X_4 + 0.0356X_5, \\ X_4 &= -0.0679X_1 + 0.1341X_2 + 0.4127X_3 + 0.5135X_5, \\ X_5 &= 0.0688X_1 - 0.1012X_2 + 0.0557X_3 + 0.8871X_4 \end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. Hata olasılıklarının farklı alınması modelleri ve yanlılık sabitlerini etkilememiştir, yaklaşık olarak benzer sonuçlar elde edilmiştir. X_1 'in X_2 değişkenine bağlı oluşturulan modellerinde X_2 'nin katsayısı yüksek olduğundan bu iki değişken arasında güçlü bir ilişki bulunmaktadır. Benzer şekilde X_4 ile X_5 arasında da güçlü bir ilişki vardır.

Başlangıçta belirlenen istenen hata olasılıkları, elde edilen ridge regresyon modeline ve katsayılarına etki etmemektedir. Yukarıda modellerden önce hata

olasılıklarının belirtilmesi aynı koşullarda iki farklı veri setinden elde edilen sonuçlar olduğunu ifade etmektedir. Ayrıca modellerdeki katsayılara bakıldığında benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bu değerleri sadece üretilen veri etkilemektedir. İstenen hata olasılıkları uygulanan yöntemlerin üst sınırlarını ve performanslarını etkilemektedir.

Rezidüler için Hotelling T^2 , MEWMA, MCUSUM grafikleri oluşturulmuştur. Sonuçlar, Çizelge 4.11.-4.26. arasında verilmiştir.

Çizelge 4.11. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için Hotelling T^2 grafiği kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri

p	m	n	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
			UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
5	20	5	14.195	0.005	12.536	0.042
	50	5	20.257	0.005	17.53	0.042
	100	5	21.585	0.007	19.813	0.046
	150	5	23.966	0.006	21.462	0.048
	200	5	26.586	0.004	22.56	0.049

Çizelge 4.12. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta^*=0$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	ARL ₀	ARL ₀
5	20	5	200	20
	50	5	166.6667	18.86792
	100	5	35.7143	16.66667
	150	5	58.8235	22.72727
	200	5	250	21.73913

Çizelge 4.11.'de bütün değişkenlerin rezidü değerlerinin limitleri başlangıçta istenen hata olasılıklarına göre oluşturulmuştur ve gözlem sayısı arttıkça limitler genişlemektedir. Çizelge 4.12.'de istenen olasılıklara göre Hotelling T^2 metodu için bu limitlerin performansları gösterilmiştir ve ARL₀ için istenen sonuçlara (200) yakın değerler elde edilmiştir.

MEWMA için rezidülerin çizelgeleri $\lambda=0.05;0.15$ değerlerine göre elde edilmiştir. Sırasıyla Çizelge 4.13.-4.16. arası bütün değişkenler için kontrol altındaki ridge rezidü değerlerinin deneysel üst sınırları ve bu sınırların gösterdiği performanslar verilmiştir.

Çizelge 4.133. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri

p	m	n	λ	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
5	20	5	0.05	4.67	0.005	4.23	0.027
	50	5	0.05	10.132	0.006	8.125	0.047
	100	5	0.05	16.01	0.003	12.727	0.042
	150	5	0.05	18.203	0.004	15.61	0.037
	200	5	0.05	22.012	0.005	17.322	0.047

Çizelge 4.14. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.05$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	λ	ARL_0	ARL_0
5	20	5	0.05	200	32.258
	50	5	0.05	111.1111	14.9254
	100	5	0.05	200	32.258
	150	5	0.05	333.3333	50
	200	5	0.05	333.3333	20.8333

Çizelge 4.155. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri

p	m	n	λ	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
5	20	5	0.15	8.19	0.006	7.95	0.013
	50	5	0.15	16.01	0.002	13.522	0.038
	100	5	0.15	20.795	0.006	17.37	0.049
	150	5	0.15	22.327	0.005	19.56	0.043
	200	5	0.15	23.87	0.006	20.57	0.044

Çizelge 4.166. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	λ	ARL ₀	ARL ₀
5	20	5	0.15	125	52.6316
	50	5	0.15	250	20.4082
	100	5	0.15	125	20.4082
	150	5	0.15	200	25
	200	5	0.15	200	18.5185

Bütün değişkenlerin ridge rezidü değerlerinin MEWMA metoduna göre belirlenen UCL değerlerinin performansları istenen olasılıklara yakın değerler verecek şekilde elde edilmiştir ve iyi performans göstermiştir. Özellikle istenen hata olasılığı 0.005 için oluşturulan rezidülerin limitlerinin performansları kontrol altındaki ARL bakımından 200'e yakın sonuçlar vermiştir. λ değerinin artması üst limitleri genişletmiştir ve λ doğru sonuçları verecek kadar küçük olduğunda MEWMA daha iyi performans göstermektedir.

Kontrol altındaki rezidülerin MCUSUM metoduna göre sonuçları $k=0.25;0.5$ kullanılarak elde edilmiştir ve sırayla Çizelge 4.17.-4.20. arasında bütün rezidülerin başlangıçta belirlenen olasılıkları verecek şekilde UCL değerleri ve bu değerlerin MCUSUM metoduna göre performansları verilmiştir.

Çizelge 4.177. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MCUSUM grafiği ($k=0.25$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri

p	m	n	k	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
5	20	5	0.25	7.753	0.005	7.382	0.025
	50	5	0.25	14.31	0.006	12.576	0.043
	100	5	0.25	21.379	0.003	18.309	0.046
	150	5	0.25	26.175	0.003	22.855	0.042
	200	5	0.25	30.01	0.004	26.523	0.043

Çizelge 4.188. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	k	ARL ₀	ARL ₀
5	20	5	0.25	111.1111	29.4118
	50	5	0.25	166.6667	20
	100	5	0.25	200	17.2414
	150	5	0.25	200	24.3902
	200	5	0.25	125	25.6410

Çizelge 4.199. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için MCUSUM grafiği ($k=0.5$) kullanarak elde edilen deneysel UCL değerleri

p	m	n	k	İstenen FAP=0.005		İstenen FAP=0.05	
				UCL	Simülasyon sonucu FAP	UCL	Simülasyon sonucu FAP
5	20	5	0.5	7.47	0.006	7.01	0.044
	50	5	0.5	13.305	0.004	12.305	0.027
	100	5	0.5	20.762	0.003	17.909	0.034
	150	5	0.5	25.161	0.006	22.186	0.038
	200	5	0.5	29.21	0.006	25.514	0.042

Çizelge 4.20. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol altındaki ($\delta^*=0$) MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) performans sonuçları (Sırasıyla FAP=0.005;0.05 değerlerine göre)

p	m	n	k	ARL ₀	ARL ₀
5	20	5	0.5	142.8571	35.7143
	50	5	0.5	250	22.2222
	100	5	0.5	250	30.3030
	150	5	0.5	250	27.7778
	200	5	0.5	333.3333	23.8333

Rezidülerin MCUSUM metodu için oluşturulmuş UCL değerleri diğer metotlar ile kıyaslandığında daha geniştir. MCUSUM metodu için belirlenen k sabiti arttıkça üst sınır azalmaktadır ve performans daha iyi duruma gelmektedir.

Her metot için elde edilmiş UCL değerlerine göre bütün rezidüer için MEWMA ve MCUSUM en iyi sonuçları verse de Hotelling T^2 'de geniş UCL değerlerinde yakın performans göstermiştir.

4.1.1.2. Kontrol Dışındaki Performans

4.1.1.2.(1). Çok Değişkenli Kontrol Grafik Metotlarının Simülasyonu

Kontrol içindeki proses için çok değişkenli standart normal dağılımdan veri üretildikten sonra verinin kontrol dışına çıkması durumunda Hotelling T^2 , MEWMA, MCUSUM metotlarının nasıl sonuç vereceği gözlemlenmiştir. Bu gözlemlerde, üretilen verinin ortalamasından $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ sapma değerleri için metotların Bölüm 4.1.1.1'da hesaplanan deneysel UCL değerlerine göre ARL_1 değeri bakımından performans sonuçları verilmiştir. Simülasyon sonuçları Çizelge 4.21.-4.30. arasında verilmiştir.



Çizelge 4.21. Kontrol dışındaki Hotelling T^2 grafiği performansı için $\delta^*=0.5$; 1; 1.5; 2; 3 değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0101	1.0493	1.2706	2.5510	90.9090
	50	5	1.0060	1.0384	1.2285	2.3584	90.9090
	100	5	1.0030	1.0214	1.1890	2.0920	90.9090
	150	5	1.0050	1.0235	1.1454	1.9493	52.6315
	200	5	1.0040	1.0152	1.1467	1.8903	71.4285
5	20	5	1.0080	1.0204	1.1111	1.5290	16.1290
	50	5	1.0030	1.0256	1.0989	1.6313	20.4081
	100	5	1.0020	1.0162	1.0604	1.4749	15.8730
	150	5	1.0060	1.0111	1.066	1.4513	17.2413
	200	5	1.0060	1.0070	1.0638	1.3812	17.5438
10	20	5	1.0050	1.0141	1.0416	1.2376	4.7846
	50	5	1.0040	1.0111	1.0482	1.2738	7.8740
	100	5	1.0080	1.0070	1.0416	1.2180	7.1428
	150	5	1.0010	1.0121	1.0351	1.2062	7.5757
	200	5	1.0060	1.0050	1.0277	1.1918	6.5359
15	20	5	1.0080	1.0060	1.0309	1.1198	2.6666
	50	5	1.0070	1.0131	1.0288	1.1441	3.8910
	100	5	1.0050	1.0060	1.0131	1.1337	4.6296
	150	5	1.0080	1.0050	1.0224	1.1111	4.6948
	200	5	1.0040	1.0090	1.0141	1.1160	4.0322

Çizelge 4.22. Kontrol dışındaki Hotelling T^2 grafiği performansı için $\delta^*=0.5$; 1; 1.5; 2; 3 değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0683	1.1933	1.8281	5.3475	500
	50	5	1.0604	1.1682	1.6393	5.1020	333.3333
	100	5	1.0537	1.1248	1.6077	4.0816	1000
	150	5	1.0526	1.1111	1.4990	3.2786	1000
	200	5	1.0548	1.0976	1.4285	3.4129	200
5	20	5	1.0683	1.1198	1.3531	2.7855	71.4285
	50	5	1.0405	1.0869	1.3550	2.6595	111.1111
	100	5	1.0548	1.0660	1.2903	2.4333	83.3333
	150	5	1.0526	1.0893	1.2578	2.1834	100
	200	5	1.0427	1.0764	1.2135	2.1141	90.9090
10	20	5	1.0515	1.0729	1.2285	1.8018	17.2413
	50	5	1.0706	1.0752	1.1778	1.7543	27.0270
	100	5	1.0570	1.0695	1.1574	1.7064	21.7391
	150	5	1.0604	1.0615	1.1481	1.6339	20
	200	5	1.0593	1.0570	1.1049	1.5797	19.6078
15	20	5	1.0438	1.0526	1.1299	1.4534	7.2463
	50	5	1.0493	1.0493	1.1389	1.4749	10.5263
	100	5	1.0582	1.0695	1.1248	1.4471	12.6582
	150	5	1.0548	1.0582	1.1111	1.3404	10.9890
	200	5	1.0593	1.0471	1.1013	1.3679	10.5263

Çizelge 4.21.-4.22.'de Hotelling T^2 metoduna göre hem EAP=0.005 hem de EAP=0.05 için ortalamadan küçük sapmalarda ARL₁ değeri yeterince küçük olurken sapma arttıkça özellikle belirlenen yüksek sapmada ($\delta^*=3$) bu değer artmış yani kötü sonuç vermiştir. Değişken sayısı arttıkça $\delta^*=3$ sapmada ARL₁ değerinde düşme olmuştur fakat aynı değişken sayılarında $\delta^*=0.5$; 1; 1.5; 2 olan sapmalarda elde edilen kontrol dışı ARL değerinden ciddi artışlar olmuştur. Bu durumda kontrol dışı durum geç belirlenmektedir.

Çizelge 4.23. Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0070	1.0050	1.0193	1.0438	1.4705
	50	5	1.0060	1.0090	1.0090	1.0131	1.0672
	100	5	1.0030	1.0070	1.0070	1.0070	1.0193
	150	5	1.0040	1.0030	1.0040	1.0060	1.0121
	200	5	1.0090	1.0060	1.0131	1.0060	1.0070
5	20	5	1.0060	1.0060	1.0060	1.0204	1.1286
	50	5	1.0090	1.0111	1.0121	1.0121	1.0245
	100	5	1.0040	1.0060	1.0010	1.0050	1.0131
	150	5	1.0070	1.0070	1.0101	1.0050	1.0050
	200	5	1.0070	1.0070	1.0101	1.0090	1.0070
10	20	5	1.0020	1.0070	1.0040	1.0070	1.0224
	50	5	1.0070	1.0070	1.0090	1.0101	1.0111
	100	5	1.0060	1.0060	1.0111	1.0090	1.0090
	150	5	1.0060	1.0060	1.0060	1.0111	1.0070
	200	5	1.0050	1.0060	1.0080	1.0040	1.0101
15	20	5	1.0030	1.0010	1.0020	1.0020	1.0070
	50	5	1.0101	1.0060	1.0060	1.0040	1.0121
	100	5	1.0101	1.0030	1.0040	1.0050	1.0040
	150	5	1.0101	1.0070	1.0050	1.0060	1.0131
	200	5	1.0040	1.0040	1.0020	1.0060	1.0080

MEWMA metodu $\lambda=0.05$ değerinde ve EAP=0.005 olası beklendiği duruma göre bütün ortalamadan sapmalarda ARL₁ değeri önemli ölçüde küçük çıkmıştır. Değişken sayısındaki değişiklikte ciddi bir değişikliğe neden olmamıştır. MEWMA metodu bu değerler altında iyi bir performans göstermiştir.

Çizelge 4.24. Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.05$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0204	1.0330	1.0683	1.1614	2.8571
	50	5	1.0245	1.0384	1.0362	1.0695	1.2642
	100	5	1.0245	1.0277	1.0373	1.0416	1.0881
	150	5	1.0298	1.0204	1.0341	1.0224	1.0570
	200	5	1.0482	1.0559	1.0582	1.0649	1.0799
5	20	5	1.0172	1.0235	1.0256	1.0504	1.2626
	50	5	1.0319	1.0482	1.0638	1.0660	1.1547
	100	5	1.0288	1.0224	1.0288	1.0266	1.0493
	150	5	1.0351	1.0341	1.0449	1.0373	1.0515
	200	5	1.0493	1.0548	1.0449	1.0548	1.0493
10	20	5	1.0141	1.0245	1.0235	1.0395	1.1123
	50	5	1.0266	1.0288	1.0319	1.0330	1.0559
	100	5	1.0384	1.0438	1.0493	1.0471	1.0504
	150	5	1.0526	1.0471	1.0526	1.0515	1.0593
	200	5	1.0526	1.0493	1.0615	1.0504	1.0660
15	20	5	1.0341	1.0319	1.0416	1.0395	1.1123
	50	5	1.0362	1.0373	1.0416	1.0373	1.0741
	100	5	1.0362	1.0319	1.0319	1.0351	1.0351
	150	5	1.0537	1.0341	1.0482	1.0362	1.0537
	200	5	1.0288	1.0298	1.0362	1.0298	1.0362

MEWMA, $\lambda=0.05$ değeri ile EAP= 0.05 değerinin istendiği duruma göre kontrol dışı ARL değeri bütün sapma ve değişken sayılarında yeterince küçük elde edilmiştir. Son $\delta^*=3$ olan sapmada p=2 ve m=20 için ARL₁ değerlerinde çok az bir farklılık olsa da genel olarak MEWMA iyi performans göstermiştir.

Çizelge 4.25. Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0020	1.0040	1.0193	1.0989	2.7700
	50	5	1.0050	1.0111	1.0141	1.0288	1.6286
	100	5	1.0050	1.0111	1.0101	1.0090	1.2422
	150	5	1.0101	1.0070	1.0050	1.0090	1.1520
	200	5	1.0020	1.0030	1.0010	1.0020	1.0373
5	20	5	1.0080	1.0090	1.0141	1.0309	1.5455
	50	5	1.0121	1.0111	1.0101	1.0204	1.1223
	100	5	1.0040	1.0040	1.0060	1.0020	1.0172
	150	5	1.0030	1.0010	1.0040	1.0020	1.0101
	200	5	1.0172	1.0101	1.0111	1.0131	1.0214
10	20	5	1.0070	1.0090	1.0162	1.0193	1.2330
	50	5	1.0040	1.0050	1.0090	1.0090	1.0224
	100	5	1.0060	1.0030	1.0050	1.0060	1.0070
	150	5	1.0040	1.0070	1.0030	1.0060	1.0080
	200	5	1.0060	1.0060	1.0101	1.0101	1.0070
15	20	5	1.0050	1.0050	1.0060	1.0131	1.0548
	50	5	1.0010	1.0080	1.0050	1.0070	1.0080
	100	5	1.0040	1.0050	1.0040	1.0050	1.0050
	150	5	1.0070	1.0020	1.0070	1.0030	1.0030
	200	5	1.0050	1.0121	1.0050	1.0040	1.0050

Çizelge 4.25.'de MEWMA için ARL₁, $\lambda=0.15$ değerinde $\delta^*=3$ olan sapmada Çizelge 4.23.'den ulaşılan sonuçlara göre p=2 değerinde az miktarda artış göstermiştir. Genel olarak yeterince küçük kontrol dışı ARL elde edilmiştir, bu da MEWMA'nın bu özel değerler altında iyi sonuç verdiğini göstermektedir.

Çizelge 4.26. Kontrol dışındaki MEWMA grafiği ($\lambda=0.15$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0204	1.6891	2.3980	5.8479	11.4942
	50	5	1.0245	1.5105	1.7452	2.8328	3.3670
	100	5	1.0249	1.2870	1.3140	1.4513	1.8832
	150	5	1.0298	1.1778	1.1668	1.2626	1.3869
	200	5	1.0482	1.2836	1.3037	1.3679	1.2626
5	20	5	1.0172	1.7985	2.0920	3.5211	2.6954
	50	5	1.0319	2.0618	2.4813	2.7624	1.3966
	100	5	1.0288	1.3774	1.4104	1.4430	1.1587
	150	5	1.0351	1.3175	1.3386	1.3605	1.1013
	200	5	1.0493	1.3157	1.2987	1.3623	1.0449
10	20	5	1.0141	2.5445	2.9325	3.9682	1.4836
	50	5	1.0266	2.8735	2.6954	2.9498	1.1185
	100	5	1.0384	1.8796	2.0202	2.0661	1.0482
	150	5	1.0526	1.6207	1.5552	1.6103	1.0638
	200	5	1.0526	1.4814	1.4306	1.5082	1.0615
15	20	5	1.0341	4.1322	4.9751	5.6818	1.2180
	50	5	1.0362	4.2553	4.3668	4.3290	1.0857
	100	5	1.0362	2.1598	2.0876	2.1929	1.0449
	150	5	1.0537	1.7543	1.7182	1.7035	1.0604
	200	5	1.0288	1.3458	1.3661	1.4064	1.0493

Çizelge 4.26.'da özellikle p=2 olan grupta ARL₁ değerlerinde, λ dışında aynı değerler altında elde edilen Çizelge 4.24.'deki ARL₁ değerlerinden fazla çıkmıştır fakat değişken sayısı arttıkça MEWMA metodu bu durumu iyileştirmiştir. $\delta^*=1; 1.5; 2$ olan sapmalarda da değişken sayısının artmasıyla kontrol dışı ARL artmıştır fakat gözlem sayının artması bu durumu düzeltmiştir.

Çizelge 4.27. Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0341	1.0163	1.0111	1.0235	1.0482
	50	5	1.0341	1.0060	1.0101	1.0091	1.0070
	100	5	1.0299	1.0091	1.0101	1.0070	1.0090
	150	5	1.0373	1.0081	1.0070	1.0131	1.0070
	200	5	1.0373	1.0060	1.0070	1.0050	1.0070
5	20	5	1.0341	1.0142	1.0121	1.0162	1.0193
	50	5	1.0246	1.0040	1.0050	1.0070	1.0111
	100	5	1.0256	1.0050	1.0040	1.0080	1.0070
	150	5	1.0225	1.0050	1.0040	1.0040	1.0070
	200	5	1.0482	1.0030	1.0101	1.0050	1.0090
10	20	5	1.0309	1.0101	1.0040	1.0111	1.0121
	50	5	1.0246	1.0050	1.0101	1.0090	1.0080
	100	5	1.0352	1.0091	1.0111	1.0070	1.0020
	150	5	1.0215	1.0081	1.0142	1.0050	1.0121
	200	5	1.0173	1.0030	1.0040	1.0030	1.0030
15	20	5	1.0299	1.0163	1.0060	1.0121	1.0080
	50	5	1.0299	1.0060	1.0020	1.0020	1.0060
	100	5	1.0225	1.0020	1.0020	1.0030	1.0040
	150	5	1.0427	1.0111	1.0121	1.0131	1.0090
	200	5	1.0152	1.0081	1.0111	1.0060	1.0101

Çizelge 4.27.'de $k=0.25$ için MCUSUM metodunun kontrol dışı performans değerleri küçük çıkmıştır ve iyi performans göstermiştir. Veri boyutundaki ve değişken sayısındaki değişiklikler MCUSUM performansını kötü etkilememiştir.

Çizelge 4.28. Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.25$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0204	1.0493	1.066	1.0706	1.1376
	50	5	1.0245	1.0373	1.0373	1.0515	1.0582
	100	5	1.0245	1.0309	1.0162	1.0341	1.0405
	150	5	1.0298	1.0298	1.0384	1.0256	1.0515
	200	5	1.0482	1.0224	1.0384	1.0245	1.0362
5	20	5	1.0172	1.0245	1.0330	1.0427	1.0482
	50	5	1.0319	1.0214	1.0395	1.0193	1.0438
	100	5	1.0288	1.0373	1.0288	1.0330	1.0341
	150	5	1.0351	1.0131	1.0152	1.0214	1.0214
	200	5	1.0493	1.0438	1.0373	1.0449	1.0471
10	20	5	1.0141	1.0141	1.0245	1.0214	1.0351
	50	5	1.0266	1.0266	1.0416	1.0330	1.0405
	100	5	1.0384	1.0319	1.0288	1.0427	1.0319
	150	5	1.0526	1.0141	1.0152	1.0172	1.0183
	200	5	1.0526	1.0162	1.0204	1.0183	1.0162
15	20	5	1.0341	1.0277	1.0298	1.0449	1.0416
	50	5	1.0362	1.0341	1.0405	1.0245	1.0266
	100	5	1.0362	1.0298	1.0101	1.0235	1.0245
	150	5	1.0537	1.0395	1.0395	1.0482	1.0515
	200	5	1.0288	1.0256	1.0183	1.0214	1.0224

Çizelge 4.28.'de EAP değerinin 0.05 istendiği duruma göre bütün ARL₁ değerleri bu olasılığa yakın değerler hatta daha iyi değerler verecek şekilde elde edilmiştir. Bu çizelgede kontrol dışı ARL değerleri yaklaşık olarak 1. veya 2. gözlemde kontrol dışı durumu belirleyecek performans göstermiştir.

Çizelge 4.29. Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0030	1.0030	1.0070	1.0040	1.0753
	50	5	1.0040	1.0060	1.0081	1.0030	1.0549
	100	5	1.0040	1.0040	1.0040	1.0060	1.0352
	150	5	1.0050	1.0060	1.0081	1.0121	1.0438
	200	5	1.0070	1.0142	1.0081	1.0121	1.0537
5	20	5	1.0060	1.0070	1.0040	1.0050	1.0363
	50	5	1.0020	1.0010	1.0030	1.0020	1.0235
	100	5	1.0050	1.0030	1.0040	1.0030	1.0320
	150	5	1.0020	1.0030	1.0030	1.0020	1.0320
	200	5	1.0050	1.0060	1.0020	1.0030	1.0246
10	20	5	1.0050	1.0070	1.0070	1.0081	1.0560
	50	5	1.0070	1.0091	1.0111	1.0101	1.0493
	100	5	1.0040	1.0040	1.0030	1.0010	1.0309
	150	5	1.0050	1.0060	1.0060	1.0060	1.0526
	200	5	1.0040	1.0020	1.0030	1.0070	1.0515
15	20	5	1.0132	1.0081	1.0101	1.0142	1.0604
	50	5	1.0091	1.0070	1.0050	1.0081	1.0406
	100	5	1.0040	1.0040	1.0020	1.0040	1.0246
	150	5	1.0050	1.0050	1.0050	1.0020	1.0384
	200	5	1.0030	1.0020	1.0010	1.0020	1.0471

Çizelge 4.29.'da k değerinin 0.5'e değişmesi MCUSUM için belirlenen UCL değerlerinin performanslarını önemli ölçüde etkilememiştir ve ARL₁ değerleri bütün değişken ve gözlem değerlerinde yakın performans göstermiştir.

Çizelge 4.30. Kontrol dışındaki MCUSUM grafiği ($k=0.5$) performansı için $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre simülasyon sonuçları (EAP=0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	1.0460	1.0560	1.0482	1.0493	1.0846
	50	5	1.0515	1.0582	1.0684	1.0571	1.0695
	100	5	1.0471	1.0526	1.0384	1.0504	1.0549
	150	5	1.0493	1.0616	1.0395	1.0638	1.0593
	200	5	1.0395	1.0604	1.0417	1.0406	1.0560
5	20	5	1.0320	1.0395	1.0504	1.0571	1.0406
	50	5	1.0183	1.0341	1.0341	1.0267	1.0341
	100	5	1.0352	1.0331	1.0194	1.0406	1.0417
	150	5	1.0309	1.0352	1.0309	1.0341	1.0331
	200	5	1.0267	1.0341	1.0299	1.0395	1.0320
10	20	5	1.0384	1.0604	1.0482	1.0593	1.0526
	50	5	1.0471	1.0493	1.0560	1.0549	1.0650
	100	5	1.0460	1.0537	1.0309	1.0537	1.0593
	150	5	1.0406	1.0438	1.0460	1.0363	1.0526
	200	5	1.0331	1.0504	1.0373	1.0320	1.0384
15	20	5	1.0549	1.0526	1.0672	1.0707	1.0504
	50	5	1.0515	1.0406	1.0449	1.0493	1.0482
	100	5	1.0341	1.0309	1.0352	1.0331	1.0320
	150	5	1.0384	1.0395	1.0363	1.0395	1.0460
	200	5	1.0352	1.0417	1.0417	1.0504	1.0363

MCUSUM metodunun bağlı olduğu k parametresindeki artış Çizelge 4.29.-4.30.'da görüldüğü gibi kontrol dışı ARL performanslarını olumsuz yönde etkilememiştir. MCUSUM ortalamada meydana gelen bütün sapmalarda istenen EAP değerlerine yakın değerler verecek performans göstermiştir ve bu durum kontrol dışı durumun ilk gözlemlerde fark edilmesini sağlamaktadır.

4.1.1.2.(2). Çok Değişkenli Ridge Rezidü Grafik Metotlarının Simülasyonu

Kontrol dışı MRRC, Başlık 4.1.1.1.(2).’de anlatıldığı gibi oluşturulmuştur fakat üretilen veri grubunun ortalamasına $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ sapmalar uygulanarak sonuçlar elde edilmiştir. Kontrol altındaki durum için elde edilen deneysel UCL değerlerine göre bu metotların kontrol dışı sapma olduğunda

gösterdiği performanslar kontrol dışı ARL değerleri olarak verilmiştir. Sonuçlar, Çizelge 4.31.-4.41. arasında verilmiştir.

Çizelge 4.31. Ridge rezidüer (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki ($\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (EAP= 0,005 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
5	20	5	1.0050	1.0081	1.1086	1.3661	4.5662
	50	5	1.0060	1.0215	1.2658	2.6178	21.2766
	100	5	1.0173	1.0428	1.2626	2.2222	90.9091
	150	5	1.0173	1.0277	1.2376	2.0450	166.6667
	200	5	1.0070	1.0173	1.1655	2.0964	111.1111

Çizelge 4.32. Ridge rezidüer (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki ($\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$) Hotelling T^2 grafiğinin performans sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
			ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
5	20	5	1.0549	1.0560	1.5106	3.0960	28.5714
	50	5	1.0718	1.0582	1.7953	5.1282	333.3333
	100	5	1.0515	1.0526	1.6949	5.0000	500
	150	5	1.0604	1.0616	1.6611	4.6948	500
	200	5	1.0604	1.0604	1.5480	4.3103	333.3333

Çizelge 4.31.-4.32.'de ridge rezidülerin Hotelling T^2 metodunun her bir değişkene bağlı rezidü değerlerine göre ARL₁ performansı küçük sapmalarda istenen olasılığa yakın değerlere götürecek şekilde sonuçlar vermiştir fakat sapma değeri arttıkça performans kötü sonuç vermiştir. Özellikle ortalamadan $\delta^*=3$ kadar sapmada kontrol dışı ARL değeri istenmeyecek oranda büyüktür. Bunun sebebi ise kontrol dışı durumun ileri gözlem numaralarında belirlenmesidir ve örneklem boyutu arttıkça kontrol dışı durumun tespit edilmesi de zorlaşmaktadır.

Çizelge 4.33. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.05$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	λ	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.05	1.0020	1.0020	1.0020	1.0000	1.0000
	50	5	0.05	1.0040	1.0030	1.0030	1.0020	1.0020
	100	5	0.05	1.0040	1.0050	1.0050	1.0010	1.0000
	150	5	0.05	1.0111	1.0121	1.0060	1.0040	1.0020
	200	5	0.05	1.0111	1.0163	1.0091	1.0081	1.0050

Çizelge 4.34. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.05$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	λ	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.05	1.0560	1.0384	1.0504	1.0341	1.0277
	50	5	0.05	1.0384	1.0363	1.0384	1.0384	1.0384
	100	5	0.05	1.0183	1.0121	1.0111	1.0060	1.0070
	150	5	0.05	1.0225	1.0183	1.0173	1.0152	1.0132
	200	5	0.05	1.0246	1.0288	1.0132	1.0132	1.0142

Çizelge 4.35. Ridge rezidüler (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	λ	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.15	1.0121	1.0070	1.0142	1.0081	1.0081
	50	5	0.15	1.0030	1.0030	1.0030	1.0030	1.0060
	100	5	0.15	1.0081	1.0040	1.0040	1.0060	1.0040
	150	5	0.15	1.0081	1.0101	1.0081	1.0081	1.0060
	200	5	0.15	1.0070	1.0070	1.0152	1.0091	1.0081

Çizelge 4.36. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MEWMA grafiğinin ($\lambda=0.15$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	λ	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.15	1.0288	1.0173	1.0256	1.0091	1.0142
	50	5	0.15	1.0204	1.0194	1.0194	1.0352	1.0331
	100	5	0.15	1.0320	1.0384	1.0267	1.0526	1.0417
	150	5	0.15	1.0235	1.0173	1.0142	1.0460	1.0460
	200	5	0.15	1.0582	1.0341	1.0438	1.0438	1.0627

Çizelge 4.33.-4.36. arasında ridge rezidülerin MEWMA metodunun her bir değişkene bağlı rezidü değerlerine göre ARL₁ performansı büyük sapmalarda bile istenen hata yapma olasılığını verecek şekilde elde edilmiştir. Rezidü değerlerinin $\lambda=0.05;0.15$ olarak oluşturulmuş MEWMA metodunun, bütün sapma değerleri için kontrol dışı durumu ilk gözlem numaralarında verdiği görülmüştür.

Çizelge 4.37. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	k	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.25	1.0070	1.0030	1.0090	1.0030	1.0060
	50	5	0.25	1.0091	1.0060	1.0101	1.0020	1.0202
	100	5	0.25	1.0101	1.0081	1.0112	1.0050	1.0040
	150	5	0.25	1.0121	1.0070	1.0204	1.0080	1.0060
	200	5	0.25	1.0081	1.0066	1.0030	1.0080	1.0050

Çizelge 4.38. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.25$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	k	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.25	1.0363	1.0740	1.0320	1.0183	1.0456
	50	5	0.25	1.0330	1.0932	1.0256	1.0142	1.0371
	100	5	0.25	1.0154	1.0640	1.0406	1.0526	1.0687
	150	5	0.25	1.0420	1.0552	1.0417	1.0504	1.0425
	200	5	0.25	1.0343	1.0278	1.1173	1.0658	1.0446

Çizelge 4.39. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.005 istendiği duruma göre)

p	m	n	k	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.5	1.0050	1.0205	1.0040	1.0101	1.0070
	50	5	0.5	1.0030	1.0111	1.0050	1.0010	1.0081
	100	5	0.5	1.0111	1.0060	1.0040	1.0010	1.0030
	150	5	0.5	1.0113	1.0111	1.0070	1.0121	1.0040
	200	5	0.5	1.0070	1.0060	1.0091	1.0111	1.0050

Çizelge 4.40. Ridge rezidüleri (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5) için kontrol dışındaki MCUSUM grafiğinin ($k=0.5$) $\delta^*=0.5; 1; 1.5; 2; 3$ değerlerine göre performansının simülasyon sonuçları (EAP= 0.05 istendiği duruma göre)

p	m	n	k	$\delta^*=0.5$	$\delta^*=1$	$\delta^*=1.5$	$\delta^*=2$	$\delta^*=3$
				ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁	ARL ₁
2	20	5	0.5	1.0331	1.0405	1.0235	1.0242	1.0091
	50	5	0.5	1.0406	1.0911	1.0299	1.0215	1.0183
	100	5	0.5	1.0428	1.0726	1.0482	1.0721	1.0299
	150	5	0.5	1.0215	1.0510	1.0246	1.0191	1.0152
	200	5	0.5	1.0363	1.0566	1.0511	1.0333	1.0267

Ridge rezidülerin MCUSUM metodunun rezidü değerlerine göre ARL_1 performansı Çizelge 4.37.-4.40. arasında büyük sapmalarda bile istenen hata olasılığını verecek şekilde elde edilmiştir ve kontrol dışı durum ilk gözlem değerlerinde belirlenmiştir.





5. SONUÇ

Çok değişkenli kontrol grafik metotları herhangi bir prosesin birden fazla değişkeni olduğunda ve bu değişkenler her zaman bağımsız olarak elde edilmediğinde tercih edilmektedir. Kullanılan metotlar bu çalışma için üretilen verinin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğu varsayımı ile gerçekleştirilmiştir. Bu dağılıma sahip veriye çok değişkenli metotların doğrudan uygulanması dışında önemli bir ölçüt olan her bir değişkenin ridge rezidü değerlerinin MRRC metotları da küçük değerlerle önemli ipuçları vermektedir.

Bu tezin amacı birden fazla değişkene sahip bir proses kontrol altında iken ve genel ortalamasından belli boyutlarda sapma meydana geldiğinde Hotelling T^2 , MEWMA, MCUSUM metotlarının performanslarının nasıl sonuçlar verdiğini analiz etmektir. Bir diğer amaç ise: aynı şekilde bu değişkenlerin her birine bağlı elde edilen ridge rezidü değerlerine göre oluşturulan metotların kontrol altında ve dışında nasıl performans sergilediğinin değerlendirilmesidir.

Hotelling T^2 metodunun performansı, proses kontrol altında iken değişen p ve m değerlerinin çoğunda ARL değeri bakımından 200 ve bu değere yakın sonuçlar vermiştir. Bunun en önemli sonucu ise kontrol altında geçen gözlem sayısının yeterince büyük olmasıdır. Bu durumda Hotelling T^2 genel anlamda belirlenen küçük 1.tip hata yapma olasılıklarına yakın değerler verecek şekilde performans göstermiştir. Ortalamadan $\delta^*=0,5; 1; 1,5; 2; 3$ sapmalar meydana geldiğinde yani proses kontrol dışı durum sergilemeye başladığında Hotelling T^2 büyük sapmalarda ARL_1 değeri bakımından kötü performans sergilemiştir. Bu durum kontrol dışı durumun geç belirlenmesine neden olmaktadır.

Her bir değişkene bağlı ridge regresyon modellerinde, bazı katsayılar büyük elde edilmiştir ve bu durum bu değişkenler arasında güçlü bir ilişkinin olduğunu göstermektedir. Bu modellerden elde edilen ridge rezidü değerlerinin Hotelling metodu için $p=5$ ve değişen m değerlerine göre kontrol altında geçen

gözlem sayısı yeterince büyüktür. Ridge rezidülerin Hotelling T^2 performansı, yeterince büyük ARL_0 değerlerine rağmen kontrol dışı durum söz konusu olduğunda büyük sapmalarda özellikle $\delta^*=2$; 3 için ARL_1 değeri bakımından kötü sonuçlar vermektedir. Büyük sapmalar için kontrol dışında geçen rezidü değerleri yüksek olmaktadır ve bu durum geç belirlenmektedir.

MEWMA metodu $\lambda=0,05$ ve $0,15$ için kontrol altında geçen gözlem sayısı bakımından iyi sonuçlar vermiştir. ARL_0 , 200 ve bu değere yakın sonuçlar verecek şekilde performans göstermiştir. MEWMA, kontrol dışı durum söz konusu olduğunda $\lambda=0,05$ için büyük sapmalarda ARL_1 değerleri bakımından ufak değişimler göstermiştir fakat bu değişimler göz ardı edilebilecek boyuttadır. $\lambda=0,15$ değerinde gözlem değerleri ve değişken sayısına bağlı olarak az bir farkla büyük ARL_1 değerleri elde edilmiştir. Bu durum büyük gözlem sayılarında istenen seviyeye gelmiştir. Ridge rezidü değerleri için de hem kontrol altındaki hem de kontrol dışındaki ARL değerleri bakımından MEWMA iyi bir performans göstermiştir.

MCUSUM metodunda ise bağlı olduğu k parametresinin iki farklı değerine rağmen ARL değerleri bakımından iyi sonuçlar vermiştir yani düşük ARL_1 değerleri, yüksek ARL_0 değerleri elde edilmiştir. Bu ARL değerleri, simülasyona başlamadan önce istenen 1. ve 2. tip hata yapma olasılıklarına yakın sonuçlar vermektedir. Benzer sonuçları ridge rezidülerin MCUSUM metotları da vermiştir. Ridge rezidüler için oluşturulan deneysel UCL değerleri daha küçük alanda değişmektedir ve bu değerlere göre beklendiği gibi kontrol altında geçen rezidü sayısı büyük, kontrol dışında geçen rezidü sayısı düşük olmaktadır.

Bu üç metottan bütün değerlere göre en iyi sonuçları veren MEWMA ve MCUSUM metotlarıdır fakat MEWMA için λ değerinin seçimi önemli olmaktadır çünkü bu değer arttıkça MEWMA, Hotelling T^2 'ye benzer performans göstermektedir. Hotelling T^2 'de kontrol altındaki performans bakımından istenen sonuçlara yakın sonuçlar vermiştir fakat kontrol dışı durumda özellikle büyük

sapmalarda bu durumu belirlemek zorlaşmıştır. MCUSUM metodu her durumda iyi sonuçlar vermiştir fakat bu metodun yanlış sonuç vermemesi için simülasyona başlamadan önce bağlı olduğu parametrelerin, simülasyon tekrarının ve m, n, p değerlerinin doğru bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir.





KAYNAKLAR

- Alt, F.B., 1984. Multivariate Quality Control. In Encyclopedia of Statistical Sciences, Edited by: Kotz, S., Johnson, N.L., and Read, C., New York, John Wiley, 110-122.
- Bell, R.C., 2011. A Distribution-Free Control Chart for Retrospective Location Analysis of Subgrouped Multivariate Data. Auburn University, PhD Thesis, 172.
- Bernard, G.A., 1959. Control Charts and Statistic Processes. Journal of the Royal Statistical Society, Ser.B, 21:240–257.
- Bersimis, S., Psarakis, S., and Panaretos, J., 2006. Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview. Quality And Reliability Engineering International, John Wiley & Sons, 23:517-543.
- Box, G.E.P, Jenkins, J.M., and MacGregor, J.F., 1974. Some Recent Advances in Forecasting and Control. Applied Statistics, 23:158-179.
- Brereton, T., 2014. Methods of Monte Carlo Simulation II. Ulm University Institute of Stochastics, Lecture Notes. Ulm, Germany.93.
- Brook, D., and Evans, D.A., 1972. An Approach to the Probability Distribution of CUSUM Run Length. Biometrika, 59:539-549.
- Champ, C.W., Jones-Farmer, L.A., and Rigdon, S.E., 2005. Properties of the T^2 Control Chart When Parameters are Estimated. Technometrics, 47:437-445.
- Chen, J., Yang, H., and Yao, J., 2017. A New Multivariate CUSUM Chart Using Principal Components with A Revision of Crosier's Chart. Taylor & Francis, 47:464-476.
- Chou, Y.M., Mason, R.L., and Young, J.C., 1999. Power Comparisons for a Hotelling's T^2 Statistic. Communications in Statistics, 28:1031-1050.
- Crosier, R.B., 1988. Multivariate Generalizations for Cumulative Sum Quality-Control Schemes. Technometrics, 30:291–303.

- Crowder, S.V., 1987. Run Length Distributions of EWMA Charts. *Technometrics*, 29:401-407.
- Ewan, W.D., 1963. When and How to Use Cusum Charts. *Technometrics*, 5:1-22.
- Fernández, E.S., 2013. *Multivariate Statistical Quality Control Using R*. Springer, New York, 127.
- Fricker, R.D., Jr., 2007a. Directionally sensitive multivariate statistical process control methods with application to syndromic surveillance. *Advances in Disease Surveillance*, 3:1.
- Fricker, R.D., Jr., Knitt, M.C., and Hu, C.X., 2008. Comparing Directionally Sensitive MCUSUM and MEWMA Procedures with Application to Biosurveillance. Naval Postgraduate School, Quality Engineering, California, 20:478-494.
- Gan, F.F., 1991. An Optimal Design of CUSUM Quality Control Charts. *Journal of Quality Technology*, 23:279-286.
- Ghare, P.M., and Torgersen, P.E., 1968. Multicharacteristic Control Chart. *Industrial Engineering*, 19:269-272.
- Harrell, R.M., and Captain, USAF, 2007. A Multivariate Magnitude Robust Control Chart for Mean Shift Detection and Change Point Estimation. Department of The Air Force Air University – Thesis. 114.
- Hawkins, D.M., 1991. Multivariate Quality Control Using Regression Adjusted Variables. *Technometrics*, 33:61-75.
- _____, 1993. Regression Adjustment for Variables in Multivariate Quality Control. *Journal of Quality Technology*, 25(3):170-182.
- Hoerl, A.E., and Kennard, R.W., 1970a. Ridge Regression: Biased Estimation for Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, 12:55-67.
- _____, 1970b. Ridge Regression: Applications Nonorthogonal Problems. *Technometrics*, 12:69-82.
- Hotelling, H., 1947. *Multivariate Quality Control - Techniques of Statistical Analysis*. McGraw-Hill, New York, 113–184.

- Houshmand, A.A., Golnabi, S., and Mufaddal, F., 1997. Generalization of Shewhart X-bar Chart. Proceedings of Annual Reliability and Maintainability Symposium, Philadelphia, Pennsylvania, 314-319.
- Houshmand, A.A., and Javaheri, A., 1998. Multivariate Ridge Residual Charts. *Quality Engineering*, 10(4):617-624.
- _____, 2001. Average Run Length Comparison of Multivariate Control Charts. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 69:125-140.
- Hu, C.X., and Knitt, M.C., 2007. A Comparative Analysis Of Multivariate Statistical Detection Methods Applied To Syndromic Surveillance. Naval Postgraduate School – Master’s Thesis. 95.
- Huh, I., 2010. Multivariate EWMA Control Chart and Application to a Semiconductor Manufacturing Process. McMaster University, Canada – Master’s Thesis, 92.
- _____, 2014. Optimal Monitoring Methods For Univariate and Multivariate Ewma Control Charts. McMaster University, Canada – PhD Thesis, 134.
- Hunter, J.S., 1986. The Exponentially Weighted Moving Average. *Journal of Quality Technology*, 18(4):203-210.
- ISO, ISO 9000: 2005, Quality management systems-Fundamentals and vocabulary. International Organization for Standardization (ISO). Switzerland. 42.
- Jackson, E.J., 1959. Quality Control Methods for Several Related Variables. *Technometrics*, 1:359-377.
- Jensen, W.A., Birch, J.B. and Woodall, W.H., 2007. High breakdown estimation methods for phase I multivariate control charts. *Quality and Reliability Engineering International*, 23:615–629.
- Juran, J.M., and Godfrey, A.B., 1998. *Juran's Quality Handbook*, 5th edition. McGraw-Hill. 1730.
- Khalidi, M.S.A., 2007. Multivariate Quality Control: Statistical Performance and Economic Feasibility. Department of Industrial and Manufacturing

- Engineering and the faculty of the Graduate School of Wichita State University – PhD Thesis. 135.
- Laungrungrong, B., 2010. Multivariate Charts for Multivariate Poisson-Distributed Data. Arizona State University – PhD Thesis. 131.
- Li, H., 2007. Multivariate Extensions of Cusum Procedure. Kent State University – PhD Thesis. 106.
- Lowry, C.A., Woodall, W.H., Champ, C.W., and Rigdon, S.E., 1992. A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Technometrics*, 34(1):46-53.
- Lowry, C.A., and Montgomery, D.C., 1995. A Review of Multivariate Control Charts. *Institute of Industrial Engineers Transactions*, 27(6):800-810.
- Lucas, J.M., 1976. The Design and Use of V-Mask Control Schemes. *Journal of Quality Technology*, 8:1-12.
- Lucas, J.M., and Crosier, R.B., 1982. Fast Initial Response for Cusum Quality-control Schemes: Give Your Cusum a Head Start. *Technometrics* 24:199–206.
- Lucas, M.J., and Saccucci, M.S., 1990. Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements. *Technometrics*, 32(1).
- Mandel, B.J., 1969. The Regression Control Chart. *Journal of Quality Technology*, 1:1-9.
- Mason, R.L., Chou, Y.M., and Young, J.C., 2001. Applying Hotelling's T^2 Statistic to Batch Processes. *Journal of Quality Technology*, 33(4):466-479.
- Mason, R.L., and Young, J.C., 2002. *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*. 1st Edition, ASA-SIAM, 263.
- Mei, Y., 2008. Is Average Run Length to False Alarm Always an Informative Criterion?. *Taylor & Francis*, 27:354–376.
- Mitra, A., 2008. *Fundamentals of Quality Control and Improvement*. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., Publication. Auburn, Alabama. 708.

- Mitra, A., 2008. Solutions Manual to Accompany, Fundamentals of Quality Control and Improvement. Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., Publication. Auburn, Alabama. 232.
- Montgomery, D.C., Friedman, D.J., 1993. Prediction using regression models with multicollinear predictor variables. IIE Transactions, 25(3):73-85 .
- Montgomery, D.C., Peck, E.A., and Vining, G., 2012. Introduction to Linear Regression Analysis. 5th Edition, John Wiley & Sons, 672.
- _____, 2012. Introduction to Statistical Quality Control, 7th Edition. John Wiley & Sons, 754.
- Moraes, D.A.O., Oliveira, F.L.P., and Duczmal, L.H., 2015. On the Hotelling's T^2 , MCUSUM and MEWMA Control Charts' Performance with Different Variability Sources: A Simulation Study. Brazilian Journal of Operations & Production Management, 12:196-212.
- Murphy, B.J., 1987. Selecting Out of Control Variables with The T^2 Multivariate Quality Control Procedure. The Statistician, 36:571-583.
- Myers, R.H., 2000. Classical and Modern Regression with Applications, 2nd Edition. Duxbury Classic, 488.
- Niaki, S.T.A., Ershadi, M.J., and Malaki, M., 2010. Economic and economic - statistical designs of MEWMA control charts - A hybrid Taguchi loss, Markov chain, and genetic... International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 48:283-296.
- Niavarani, M.R., 2014. Multi-Variate-Attribute Quality Control (MVAQC). Department of Mechanical Engineering The University of Melbourne – PhD Thesis, 320.
- Özkale, M.R., 2004. İstatistiksel Kalite Kontrol Yöntemleri ve Uygulamalar. Çukurova Üniversitesi -Yüksek Lisans Tezi. 195.
- Page, E.S., 1954. Control Charts for the Mean of a Normal Population. Journal of the Royal Statistical Society, 16(1):131-135.
- _____, 1961. Cumulative Sum Charts. Technometrics, 3(1):1-9.

- Pignatiello, J.J., and Jr., Runger, G.C., 1990. Comparisons of multivariate CUSUM charts. *Journal of Quality Technology*, 3:173-186.
- Radford, G.S., 1922. *The Control of Quality in Manufacturing*. The Ronald Press Company, New York, 436.
- Roberts, S.W., 1959. Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics*, 1:239-250.
- _____, 1966. A comparison of some control chart procedures. *Technometrics*, 8:411-430.
- Robinson, P.B., and Ho, T.Y., 1978. Average Run Lengths of Geometric Moving Averages by Numerical Methods. *Applied Statistics*, 35:151-158.
- Shewhart, W.A., 1931. *Economic Control of Quality of Manufacturing Product*. Van Nostrand Company, Inc., New York, 482.
- Shu, L., Tsung, F., and Tsui, K.L., 2004. Run-Length Performance of Regression Control Charts with Estimated Parameters. *Journal of Quality Technology*, 36(3):280-292.
- Sullivan, J.H., and Woodall, W.H., 1998. Adapting Control Charts for the Preliminary Analysis of Multivariate Observations. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 27(4):953-979.
- Symum, H., 2015. *Multistage Process Monitoring Using Group Exponential Weighted Moving Average Control Chart*. Florida State University – Thesis. 66.
- Testik, M.C., and Borrór, C.M., 2004. Design Strategies for The Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Quality and Reliability Engineering International*, 20(6):571-577.
- Thaga, K., 2003. *Contributions to Statistical Process Control Tools*. Department Of Statistics Winnipeg, Manitoba – PhD Thesis. 215.
- Tracy, N.D., Young, J.C., and Mason, R.L., 1992. Multivariate control charts for individual observations. *Journal of Quality Technology*, 24(2):88–95.

- Waldmann, K.H., 1986. Bounds for the distribution of the run length of one-sided and two-sided CUSUM quality control schemes. *Technometrics*, 28(1):61-67.
- Waziri, E.I., and Umar, S.S., 2016. The Moments of the Optimal Average Run Length of the Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart For Equally Correlated Variables. *Mathematical Theory and Modeling*, 6(7):77-86.
- Wierda, S.J., 1994. Multivariate Statistical Process Control – Recent Results and Directions for Future Research. *Statistica Neerlandica*, 48(2):147-168.
- Williams, J.D., 2004. Contributions to Profile Monitoring and Multivariate Statistical Process Control. Virginia Polytechnic Institute & State University – PhD Thesis. 144.
- Woodall, W.H., and Ncube, M.M., 1985. Multivariate CUSUM Quality Control Procedures. *Technometrics*, 27:285-292.
- Woodall, W.H., and Adams, B.M., 1993. The Statistical Design of CUSUM Charts. *Quality Engineering*, 5(4):559-570.
- Yahaya, S.S.S., Ali, H., and Omar, Z., 2011. An Alternative Hotelling T^2 Control Chart Based on Minimum Vector Variance (MVV). *Modern Applied Science*, 5(4):132.
- Yeh, A.B., Lin, D.K.J., Zhou, H., and Venkataramani, C., 2003. A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart for Monitoring Process Variability. *Journal of Applied Statistics*, 30(5):507-536.
- Yen, C.L., and Shiau, J.J.H., 2010. A Multivariate Control Chart for Detecting Increases In Process Dispersion. *Statistica Sinica*, 20:1683-1707.
- <http://www.mathworks.com>



ÖZGEÇMİŞ

13.07.1992 yılında Yozgat'ta doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Adana'da tamamladı. 2010 yılında Çukurova Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Matematik bölümünü kazandı. 2011 yılında aynı üniversitenin Mühendislik Mimarlık Fakültesi Endüstri Mühendisliği'nde yandal programına ve 2012 yılında Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik bölümünde çift anadal programına başladı. 2014 yılında Matematik bölümünü ve Endüstri Mühendisliği yandal programını bitirdi. 2015 yılında İstatistik bölümü çift anadal programını bitirdi. 2015 yılında İstatistik bölümünde ve 2016 yılında da Matematik bölümünde yüksek lisansa başladı.