



**T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**



Doktora Tezi

**YÜKSEK BOYUTLU FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER
MODELLERİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN
İNCELENMESİ**

Özgür SEVİNÇ

Fizik Anabilim Dalı

Matematiksel Fizik Programı

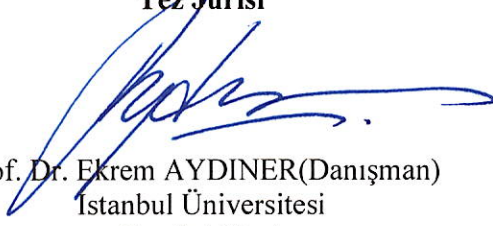
**DANIŞMAN
Prof. Dr. Ekrem AYDINER**

Kasım, 2019

İSTANBUL

Bu çalışma, 6.11.2019 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik Anabilim Dalı, Matematiksel Fizik Programında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

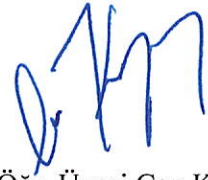
Tez Jürisi



Prof. Dr. Ekrem AYDINER(Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi



Prof. Dr. Sehban KARTAL
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi



Dr. Öğr. Üyesi Can KOZÇAZ
Boğaziçi Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fakültesi



Doç. Dr. Göksel D. ESMER
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi



Doç. Dr. Reyhan KAYA
Yıldız Teknik Üniversitesi
Fen-Edebiyat Fakültesi



20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi’nin aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü’nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

ÖNSÖZ

Doktora öğrenimim sırasında ve tez çalışmalarım boyunca gösterdiği her türlü destek ve yardımından dolayı çok değerli hocam Prof. Dr. Ekrem AYDINER'e en içten dileklerle teşekkür ederim.

Ayrıca;

Bu tezi, uzun ve sıkıntılı tez dönemleri boyunca yardım ve anlayışından dolayı, değerli eşim Tuğba SEVİNÇ'e ithaf ediyorum.

Kasım 2019

Özgür SEVİNÇ

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİL LİSTESİ	viii
TABLO LİSTESİ.....	viii
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ.....	ix
ÖZET	x
SUMMARY	xii
1. GİRİŞ.....	1
2. GENEL KISIMLAR.....	7
2.1 GENEL GÖRELİLİK TEORİSİ.....	7
2.2 Friedmann-Robertson-Walker Modelleri.....	11
2.2.1 Kırmızıya Kayma.....	14
2.2.2 Açısal Çap Uzaklığı.....	15
2.2.3 Parlaklık Uzaklığı.....	17
2.3 EKTRA BOYUT KAVRAMI.....	17
2.4. ZAR-EVREN MODELLERİ.....	19
2.4.1. Randall-Sundrum Zar-Evren Modelleri	21
2.4.2. Eşyönlü Zar-Evren Modelleri.....	22
2.5. GAUSS-BONNET TERİMİ VE KOZMOLOJİSİ.....	24
2.6 CHAPLYGIN GAZI.....	26
3. MALZEME VE YÖNTEM.....	28
3.1 ZAR ÜZERİNDE İNDÜKLENMİŞ EINSTEIN ALAN DENKLEMLERİ.....	28
3.2 KOZMOLOJİDE PARÇACIK YARATMANIN TERMODİNAMİĞİ.....	31
3.3 ÜÇÜNCÜ DERECEDE DENKLEMLERİN GENEL ÇÖZÜMÜ.....	34
3.4 VERİ ANALİZİ.....	35
3.4.1 Tip Ia Süpernova.....	36
4. BULGULAR.....	38
4.1. YÜKSEK BOYUTLU FRW KOZMOLOJİDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ.....	38

4.1.1 Parçacık Yaratmanın Termodinamik Özellikleri.....	39
4.1.2 Modeller ve Kozmolojik Çözümleri.....	40
4.1.2.1. <i>Model 1</i>	41
4.1.2.2 <i>Model II</i>	50
4.2. GAUSS-BONNET TERİMLİ ZAR-EVREN MODELİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ	53
4.2.1 Zar Üzerinde FRW Alan Denklemleri.....	53
4.2.2 Parçacık Yaratma ve Kozmolojik Yapı.....	54
4.2.3. Kinematik Testler.....	58
4.2.3.1 <i>Geçmiş Bakış Zaman Ölçeği Kırmızıya-Kayması</i>	58
4.2.3.2 <i>Kozmolojik Uzaklık Kırmızıya-Kayması</i>	59
4.2.3.3 <i>Parlaklık Uzaklığı Kırmızıya-Kayması</i>	60
4.2.3.4 <i>Açısal Büyüklük Kırmızıya-Kayması</i>	61
4.3. CHAPLYGIN GAZI VE GAUSS-BONNET TERİMLİ ZAR-EVREN MODELİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ	62
4.4. GÖZLEMSEL VERİ ANALİZİ.....	65
4.4.1. Parçacık Yaratma Durumu.....	65
4.4.2. Chaplygin Gazı ve Parçacık Yaratma Durumu.....	67
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	69
KAYNAKLAR.....	71
EKLER	79
Ek1.....	79
Ek2.....	80
ÖZGEÇMİŞ	106

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 2.1: Randall-Sundrum II Brane World	21
Şekil 4.1: Enerji Yoğunluğunun kozmik zamanla değişimi.....	44
Şekil 4.2: Kozmolojik sabitin kozmik zamanla değişimi.....	45
Şekil 4.3: Parçacık yaratma fonksiyonunun kozmik zamanla değişimi.....	46
Şekil 4.4: Yavaşlama parametresinin kozmik zamanla değişimi.....	47
Şekil 4.5: Kütle-çekimsel sabitin kozmik zamanla değişimi ($w=-0,9$).....	48
Şekil 4.6: Kütle-çekimsel sabitin kozmik zamanla değişimi ($w=-0,6$).....	49
Şekil 4.7: Entropi üretiminin kozmik zamanla değişimi.....	49
Şekil 4.8: Model II için enerji yoğunluğunun kozmik zamanla değişimi.....	51
Şekil 4.9: Model II için kozmolojik sabitin kozmik zamanla değişimi.....	51
Şekil 4.10: Model II için parçacık yaratma fonksiyonunun kozmik zamanla değişimi.....	52
Şekil 4.11: Ölçek çarpanının kozmik zamanla değişimi ($\theta = -1/4$).....	57
Şekil 4.12: Ölçek çarpanının kozmik zamanla değişimi ($\theta = 2$).....	57
Şekil 4.13: Geçmişe bakış zaman ölçeği ile kırmızıya-kayma ilişkisi	59
Şekil 4.14: Kozmolojik uzaklık ile kırmızıya-kayma ilişkisi	60
Şekil 4.15: Parlaklık uzaklığı ile kırmızıya-kayma ilişkisi	61
Şekil 4.16: Açısal büyüklük ile kırmızıya-kayma ilişkisi	62
Şekil 4.17: İkinci Model için, SNIa verilerinin “ m ” uzaklık modülüne karşı “ z ” bağılılığı.....	67
Şekil 4.18: Üçüncü Model için, SNIa verilerinin “ m ” uzaklık modülüne karşı “ z ” bağılılığı	68

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 4.1: Kinematik testler için kullanılan parametre değerleri.....	56
Tablo 4.2: İkinci model için Ki-kare analizinde kullanılan parametre değerleri.....	66
Tablo 4.3: Üçüncü model için Ki-kare analizi için kullanılan parametre değerleri.....	68



SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
G	: Newton Kütle-Çekim Sabiti
Λ	: Kozmolojik Sabit
ρ	: Enerji Yoğunluğu
q	: Yavaşlama Parametresi
S	: Entropi
ψ	: Parçacık Yaratma Oranı
$G_{\mu\nu}$	: Einstein Tansörü
p	: Kozmik Basınç
p_c	: Parçacık Yaratma Basıncı
H	: Hubble Parametresi
θ	: Parçacık Yaratma Parametresi
m	: Boyut Sayısı
η	: Uzaklık Modülü

Kisaltmalar	Açıklama
FRW	: Friedmann-Robertson-Walker
RS	: Randall-Sundrum
DGP	: Dvali-Gabadadze-Porrati
CMB	: Kozmik Mikro Dalga Fon Işınımı
GB	: Gauss-Bonnet
GBIG	: Gauss-Bonnet ve İndüklenmiş Kütle-Çekim Terimli Zar-Evren Modeli
KET	: Kaotik Evren Teorisi
GRT	: Genel Rölativite Teorisi
SNe Ia	: Tip Ia Süpernova

ÖZET

DOKTORA TEZİ

YÜKSEK BOYUTLU FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER MODELLERİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Özgür SEVİNÇ

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Ekrem AYDINER

Bu çalışmada, parçacık yaratma etkilerini evrenimizin erken dönem yavaşlaması, günümüz ivmelenmesini, karanlık enerji ve karanlık madde gibi temel sorunları açıklamak için yüksek boyutlu FRW modellerini inceledik. Yüksek boyutlu FRW yapısındaki geçerli teoriler göz önüne alındığında hem ekstra boyutların tıkHz (compaktive) hem de sonsuz büyüklük (Brane-world) kabul edilen yapılar bulunmaktadır. Parçacık yaratma etkilerini bu iki durumu kapsayacak şekilde toplamda **Üç modelde** inceledik. **Birinci Modelde**, değişken Newton kütle-çekim ve kozmolojik sabitleri kullanılarak evrendeki parçacık oluşumunu, erken-dönem yavaşlamasını ve günümüz-hızlanma aşamalarını sunmak için tıkHz (compaktive) yüksek boyutlarda inceledik. Bu fazların dinamiklerini araştırmak için zamana bağlı yavaşlama parametresi veren $a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t}$ ve $a(t) = \sqrt[3]{\sinh(kt)}$ formlarında iki ölçek faktörünü göz önünde bulundurduk. Bu modelde ilk olarak parçacık oluşturma ve entropi üretim mekanizmalarının genel formülasyonunu veren d-boyutlu zamana bağlı alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra, parçacık yaratma oranı ψ , entropi S , newton kütle-çekim sabiti G , kozmolojik

sabiti Λ , enerji yoğunluğu ρ , yavaşlama parametresi q gibi birkaç büyüklüğün kozmik zamana bağlı davranışlarını inceledik. Newton kütle-çekim sabiti G ve entropi S dışındaki tüm sabitlerin ve büyüklüklerin karakteristik olarak tüm boyutlardaki iki tür ölçek faktörü için zamanla azaldığını gösterdik. Bununla birlikte, Newton kütle-çekim sabiti G ve entropi S zamanla artmıştır. Ek olarak, kozmolojik sabitin Λ , G 'nin aksine, parçacık oluşturma mekanizmasından beklenmedik şekilde bağımsız olduğunu gösterdik. Geliştirdiğimiz **İkinci Modelde**, Bulkta Gauss-Bonnet terimi, brane üzerinde parçacık yaratma basıncı bulunan FRW zar-evren modelini ele aldık. Öncelikle alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra modelin tutarlılığını incelemek için Geçmişe bakış zaman ölçeği kırmızıya-kayması, Kozmolojik uzaklık kırmızıya-kayması, Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması ve Açısal büyüklük kırmızıya-kayması gibi kinematik testleri uyguladık. Her bir test sonucu gözlemsel verilerle uyumlu çıkmıştır. **Üçüncü Modelde** ise bulkta Gauss-Bonnet terimi ve zar üzerinde parçacık yaratma ve Chaplygin gazının birlikte olması durumunda, alan denklemlerini ve yavaşlama parametresini elde ettik. Son olarak da D. M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalelerinin yardımıyla uzaklık parametresi ve z kırmızıya-kayma arasındaki gözlemsel verilerini kullanarak ikinci ve üçüncü modelin uyumluluğunu Ki-Kare analizi sonuçlarıyla test ettik ve uyum grafiklerini çizdik. Bu analiz neticesinde yapısında iki tane negatif basınca sahip Üçüncü Modelin gözlemsel verilerle daha uyumlu olduğunu gösterdik.

Kasım 2019, 118 sayfa.

Anahtar kelimeler: Kozmoloji, Parçacık Yaratma, FRW, Brane-world, Gauss-Bonnet, SNe Ia

SUMMARY

Ph.D. THESIS

Investigation of the Particle Creation Effects in the Higher Dimensional Friedmann-Robertson-Walker Models

Özgür SEVİNÇ

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor : Prof. Dr. Ekrem AYDINER

In this study, we applied particle creation to the high dimensional Friedmann–Robertson–Walker models in order to explain the main problems such as dark energy and dark matter, the early deceleration and late-time acceleration of universe. Given the current theories in the high-dimensional FRW universes, there are both compact and extra-large structures that are considered infinitely large (Brane-world). We investigated particle creation for these two situations. We have developed a total of three models to examine these structures. **In the first Model**, using variable gravitational and cosmological constants, the mechanism of particle creation in the universe is studied for FRW space-times at high dimensions to explain the early deceleration and present accelerating phases. To investigate the dynamics of these phases, we consider two scale factor of the forms $a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t}$ and $a(t) = \sqrt[z]{\sinh(kt)}$, which yield two different time-dependent deceleration parameters. Firstly, we modify the d -dimensional time-dependent field equations, including the general formulation of particle creation and entropy

generation mechanisms. Then, we investigate the time dependence of a few quantities such as the particle creation rate ψ , the entropy S , the Newton gravitational constant G , the cosmological constant Λ , the energy density ρ , the deceleration parameter q , etc. We show that all constants and quantities, except the gravitational constant G and the entropy S , characteristically decrease with time for two kinds of scale factors in all dimensions. However, the Newton gravitational constant G and the entropy S increase with time. Additionally, we show that the cosmological constant Λ is unexpectedly independent of the particle creation mechanism, unlike G . **In the second model** we developed field equations reflecting the FRW brane-world model with Gauss-Bonnet and particle creation. Then, we used kinematic tests such as Lookback time-redshift, Proper distance-redshift, Luminosity distance-redshift and Angular diameter distance-redshift to examine the consistency of the model. **In the third model**, particle creation and the presence of Chaplygin gas together on the brane; firstly, we obtained field equations and deceleration parameter. Then, with the help of D. M. Scolnic et al. published in 2018, we tested the compatibility of the second and third models with the results of the Chi-square analysis using the observational data between the distance parameter and the redshift z . Then we plotted the fit graphs. As a result of this analysis, the third model with two negative pressures was found to be more compatible with the observational data.

November 2019, 118 pages.

Keywords: Cosmology, Particle Creation, FRW, Brane-world, Gauss-Bonnet, SNe Ia

1. GİRİŞ

Galaktik yapı hiyerarşisinin, galaksiler arası gazların, karanlık maddenin ve kozmik mikrodalga radyasyonunun kozmolojik gözlemleri, kaçınılmaz olarak erken evrendeki madde ve radyasyonun oluşumuna öncülük eder. Maddenin varlığı kesin bir gerçeklik olduğundan, evrendeki yaratılış fiziğini tartışmak için makul bir teorisi olmalıdır. Aslında evrensel doğa yasaları kozmolojiye bir yaratma mekanizması dahil edilmeden eksik kalmaktadır. Maddenin yaratılması için tamamlanmış bir teori olmadığında, bazı kozmologlar sadece maddenin, radyasyonun ve hatta yüksek enerjili boşluğun, kütleli enerji koruma yasaları dahil olmak üzere bilinen fizik yasalarının ortaya çıktığı büyük patlama tekiliğinden ortaya çıktığını kabul ederler. Büyük patlamadan önce- tekillikten veya onun varlığından- anlık maddenin yaratılmasıyla ilgili bu tür geçici varsayımlar herhangi bir bilimsel katkı yapmaz.

Standart kozmolojik modelde tekillik problemini ortadan kaldırmak için Hoyle ve Narlikar, Hilbert eyleminde kütleli bir skaler *C-alanı* içerecek şekilde sürekli madde oluşturma fikrini ortaya koydu [1]. Ortaya çıkan denklemler, evrenin kararlı durum modeline yol açar. Bu teoride, oluşturulan parçacıkların 4-momentumu, *C-alanı* 4-momentumu ile dengelenir. Bu haliyle *C-alanı*, evrende madde oluşmasını ve evrenin genişlemesini sağlayan negatif enerjiye sahiptir. Her ne kadar *C-alanı* maddenin oluşması için hesaba katılmış olsa da Narlikar 1973'te büyük patlama kozmolojisinde olduğu gibi patlayıcı bir maddenin olması gerektiğini gösterdi [2].

“Kararlı durum kozmolojisi” kavramı, kozmik mikrodalga fon ışıınımı tarafından onaylandığı gibi evrenin evriminin gözlemler ile bağdaşmadığı tespit edildi. Hoyle ve arkadaşları 1993'te, *C-alanı* bozanlarının, yalnızca büyük nesnelerin yakınında, maddenin yaratılması için eşik enerjisini aldığını ve bu nedenle parçacık oluşumunun, güçlü yerçekimi alanlarının varlığında mini-büyük patlama şeklinde gerçekleşeceğini buldular [3].

Parker ve arkadaşları, çalışmalarında, genişleyen evrende genel göreliliğin eğri uzay-zamanında kuantum mekaniksel parçacık oluşumunu (hem madde hem de radyasyon) dikkate aldılar [4]. Böyle bir mekanizma ile önemli parçacık oluşumuna ancak evrenin hızla genişlediği çok erken zamanlarda gerçekleşebileceğini düşündüler. Ancak, beklenen tepkime etkilerinin sınırlandırılmış olması CMB (kozmik mikro-dalga fon ışıması) veya evrenin gözlemlenebilir

madde içeriğini açıklamak için yeterli parçacık üretiminin makul bir şekilde hesaba katabildiği açık değildir.

Daha sonra Brout ve arkadaşları, kütle-çekimi alanından enerji alan devasa parçacıkların kuantum oluşumu üzerinde çalıştılar. Ancak, bunlar tarafından kullanılan yarı klasik denklemler adyabatik ve zaman simetrik olduğundan evrende entropi üretimini hesaba katamamışlardır [5]. Bu sorunu gidermek için Prigogine ve arkadaşları termodinamik bir yaklaşım izlemiştir. Açık bir termodinamik sistem olarak evren ile ilgili termodinamiğin ikinci yasasının, kütle-çekimi alanından madde alanına enerji akışını içerecek şekilde düzeltilmesi ve bunun sonucunda maddesel parçacıklarının oluşmasına neden olduğunu gösterdiler [6]. Bu durum, enerji momentum tansörünün genel görelilik teosinden yeniden yorumlanmasına yol açmaktadır. Bu, artık parçacıkların oluşum oranına bağlı olarak zaman simetrik bir terim içermektedir. Başka bir deyişle, kütle çekimi enerjisinden madde yaratma işlemi temelde genişleyen evrendeki entropi patlamasını açıklayabilen geri dönüşümsüz bir yapıdır. Johri ve Desikan, hem genel görelilik hem de Brans-Dicke teorisi çerçevesinde çok çeşitli FRW modellerinde madde oluşumunu araştırdılar. Bu çalışmalarda kozmoloji ile termodinamik yaklaşım arasındaki uyum yaygın olarak kullanmıştır [7]. Son zamanlarda Lima ve arkadaşları, FRW tipi kozmolojilerdeki adyabatik parçacık oluşumuna ilişkin ilginç ve eleştirel açıklamalar yaptılar [8].

Yüksek boyutlu teorilerden ilham alan kozmolojik modeller, son dönemlerde büyük ilgi alanı oluşturmuşlardır. Bu modellerde, gözlemlenen 4-boyutlu evrenimiz, “bulk” olarak adlandırılan yüksek boyutlu uzay-zamana gömülmüş, 3-boyutlu bir hiperyüzeye karşılık gelir. Yüksek boyutlu teorilerden ortaya çıkan Randall–Sundrum evren modeli (RS) [9,10], Dvali-Gabadadze-Porrati teorisi (DGP) [11,12] ve Gauss-Bonnet (GB) terimli brane kozmolojileri [13-16] en popüler çalışmalardır. Bu modellerin homojen ve izotropik (eşyönlü) Friedman-Robertson-Walker (FRW) zar-evren modellerine (brane-world) genellemesi, yüksek enerjilerde, Friedmann denklemlerinde enerji yoğunluğunda kuadratik düzeltmelere yol açmıştır. Enflasyon, karanlık enerji ve kozmolojik sabit vb. gibi birçok konu zar-evren senaryolarında ele alınmış ve ümit verici sonuçlar elde edilmiştir [17-21].

CMB spektrumu, Süpernova tip-Ia kırmızıya kayma mesafesinin elde edilmesi ve diğer gözlemsel veri kaynakları, son dönemde, evrenimizin pozitif ivmelenerek genişlediğini ve uzaysal geometrisinin yaklaşık olarak düz olduğunu göstermiştir [22,23]. Bunun bir

açıklamasını, evrenimizin madde-enerji içeriğinin %70'inin henüz varlığı ortaya koyulmamış “Karanlık Enerji” denilen bileşiminden oluştuğu varsayımı oluşturmaktadır. $G_{\mu\tau} = 8\pi GT_{\mu\tau}$ şeklindeki Einstein alan denkleminde bu önemli durumu yansıtabilmek için ya denklemin maddesel kısmında, $T_{\mu\tau}^{(M)}$ ve $T_{\mu\tau}^{(Dark)}$ sırasıyla; bilinen madde ve karanlık enerji terimleri olmak üzere, $G_{\mu\tau} = 8\pi G(T_{\mu\tau}^{(M)} + T_{\mu\tau}^{(Dark)})$ şeklinde, ya da geometrik kısmında $G_{\mu\tau} + G_{\mu\tau}^{(Dark)} = 8\pi GT_{\mu\tau}^{(M)}$ şeklinde düzeltmelere ihtiyaç duyar. İkinci duruma karşılık gelen teorilerden biri, yukarıda değinildiği gibi ${}^4R$ Ricci Skaler eğriliğinin eylem fonksiyonuna eklenmesidir. Bu yaklaşım “İndüklenmiş Gravite (IG)” olarak anılmaktadır. Diğeri ise Gauss-Bonnet olarak adlandırılan terimin ilave edilmesidir. Bu iki düzeltme teriminin de birlikte göz önüne alınmasıyla oluşturulan teorilere “Gauss-Bonnetli ve İndüklenmiş Graviteli (GBIG) zar-evren modelleri” denilmektedir [24-26].

Lisa Randall ve Raman Sundrum tarafından geliştirilen ve evrenimizi Einstein’ın Genel Rölativite Teorisi’nden (GRT) farklı bir yapıda tasvir eden zar-evren modelleri (brane-world models), GRT’nin yetersiz kaldığı birçok konuda yenilikçi çözüm önerileri sunmaktadır [27]. Kozmolojide, kütle-çekim ve yüksek enerji fiziğinde bu kadar çok popüler olmasının üç sebebini sıralayabiliriz: *Birincisi*, bu modellerin çoğunda (özellikle Randall-Sundrum Modelinde) doğrudan doğruya Sicim Teorisinden esinlenilmekte ve ekstra boyutlar için standart Kaluza-Klein tıkızlaştırmasından farklı bir yapı önermektedir. *İkincisi*; hiyerarşi problemi için farklı ve kabul edilebilir bir çözüm sunmaktadır. *Üçüncüsü*; bu modellerin belirttiği tıkız olmayan ekstra boyutlar ve zarlar, güncel kütle-çekim deneyleriyle uyumluluk teşkil etmektedir. Aynı zamanda zar-evren modelleri kozmolojinin karanlık enerji, evrenin ivmelenmesi ve evrenin erken dönemi gibi problemlerine de yeni bakış açıları sunarak bu konuları da ihtiva ettiğini göstermiştir [28-41].

DGP teorisi olarak bilinen ve tanımlanan eylem fonksiyonuna, “ ${}^4R$ Ricci skaler eğrilik” terimini ekleme fikri ilk olarak G. Dvali ve arkadaşları tarafından bulk (uzay-zaman kavramının beşinci boyutu) içindeki gravitasyonu zar üzerinde yerel yapmak için kullanılmıştır [42]. Daha sonraları H. Collins ve Y. Shtanov, bu terimi gravitasyon teorilerinde ve kozmolojide de kullanarak yeni modeller geliştirmişlerdir [43,44]. Skaler eğrilik teriminin eylem fonksiyonunda kullanılmasının gerekliliği, zar üzerindeki kuantum karakterli maddelerin göz önüne alınması durumunda tezahür eder. Böylelikle, eylem fonksiyonunun madde kısmında

kuvantumsal bir düzeltme yapılmış olur. Özellikle Y. Shtanov ve arkadaşlarının yaptığı [45-48] numaralı çalışmalardan, bu terimin kullanılmasıyla kurulan modellerde;

- Evrenin ivmelenerek genişlemesinde herhangi bir karanlık enerji formunun gerekli olmadığı ve Fridmann-Robertson-Walker (FRW) evreni için ivmelenmenin geçici bir özelliği hâiz olduğu,
- Etkin olarak karanlık enerjinin, madde kısmından kaynaklanmayıp gravitasyon kısmından kaynaklandığı,
- Zar-evren kozmolojisinde bu terimin kullanılmadığı durumlarda yüksek madde yoğunluğunun GRT'nin öngörüsünden saptığı,
- Homojen ve eşyönlü (izotropik) evren modelleri için yapılan kararlılık (stability) analizlerinin A. Campos ve C. F. Sopena'nın [49,50] çalışmalarındaki sonuçlarını vermekle birlikte birçok limit durumlarında farklı sonuçlar ortaya çıkması şeklinde bazı özellikler açığa çıkar.

İndirgenmiş kütle-çekim terimi, karanlık enerji olmaksızın evrenin ivmelenebileceği, ileri dönem evren düzeltmesinden sorumludur. Hâlbuki Gauss-Bonnet terimi, Einstein-Hilbert aksiyonunda, yüksek enerjili erken-evren döneminde, sicim teori tipi bir düzeltme yapmaktadır. “Gauss-Bonnet ve İndirgenmiş Gravitasyon” terimlerinin bu yapısı gereği farklı enerji düzeylerini yansıtmalarından dolayı birbirlerini açık bir şekilde etkileyip daha etkin olacakları bir yol bulunmamasına karşın; K. Maeda ve T. Tori eylem fonksiyonunda “ $R^2 - 4R_{AB}R^{AB} + R_{ABCD}R^{ABCD}$ ” şeklindeki Gauss-Bonnet ve tanımı gereği yapısında “ ${}^4R$ eğrilik terimi” barındıran “ $\tau_{\mu\nu}$ ” terimlerini kullanarak zar üzerinde efektif alan denklemlerini çıkardılar. Bu denklemleri kullanarak FRW evreni için erken dönem ve ileri dönem için kozmolojik sonuçlar elde ettiler [51].

Genel olarak G , Newton kütle çekim sabiti ve Λ , kozmolojik sabit olmak üzere Einstein alan denklemlerinde yer alan iki temel büyüklüktür. G , Einstein alan denklemlerinde geometri ile madde arasındaki bağlantı sabitine karşılık gelir. Λ ise vakum yoğunluğu olarak kabul edilen kozmolojik sabittir. Standart kozmolojide G ve Λ 'nın zamandan bağımsız parametreler olduğu varsayılmaktadır. Aslında, son gözlemler [52] ve kozmolojik göstergeler parçacık fiziğinde, Λ 'nin sabitten daha çok dinamik bir yapıya sahip olabileceği göstermektedir. Öte yandan, bugünün kozmolojik verileri, erken evrenin enflasyonist bir dönemden geçtiğini, daha sonra

Standart modele göre geliştiğini ve mevcut evrenin Λ olarak hareket eden karanlık bir enerjinin etkisiyle hızlandığını ve neredeyse uzaysal olarak düz bir geometride olduğu göstermiştir [53-57]. Bu nedenle, son zamanlarda dinamik Λ modelleri oluşturulmuştur. Literatürde FRW ve diğer ölçümleri kullanarak zamana bağlı kozmolojik parametreler üzerine birtakım çalışmalar olduğu anlaşılmaktadır [58-60]. Newton kütle-çekim sabiti G 'nin zamana göre değişme fikri ilk olarak 1937'de Dirac'ın çalışmalarından başlamıştır. Daha sonra Brans-Dicke teorisi, Hoyle-Narlikar teorisi, Dirac teorisi, genişleyen evren teorisi ve supersicim teorisi zamanla değişen bir kütle-çekim sabiti fikrini destekledi [61, 62]. Değişken bir çekim kuvveti sabiti göz önüne alındığında, G karanlık maddeyi temsil edebilir [63]. Ayrıca, G 'nin değişken olduğu düşünülürse, Hubble parametresinin değerindeki bazı ölçek farklılıklarının düzeltilebileceği bulunmuştur [64].

Bu çalışmada, yukarıda sunulan gerekçeler ışığında, parçacık yaratmayı evrenimizin erken dönem yavaşlaması ve günümüz ivmelenmesini, karanlık enerji ve karanlık madde gibi temel sorunları açıklamak için yüksek boyutlu FRW modellerine uyguladık. Yüksek boyutlu FRW yapısındaki geçerli teoriler göz önüne alındığında hem ekstra boyutların tıkHz ve hem de sonsuz büyük kabul edilen yapılar bulunmaktadır. Parçacık yaratmayı bu iki durumu kapsayacak şekilde toplamda **Üç modelde** inceledik. **Birinci model**, değişken kütle-çekimsel ve kozmolojik sabitleri kullanarak, evrendeki parçacık oluşumunu, erken-dönem yavaşlaması ve günümüz-hızlanma aşamalarını sunmak için FRW için tıkHz yüksek boyutlarda incelenmiştir. Bu fazların dinamiklerini araştırmak için, zamana bağlı yavaşlama parametresi veren $a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t}$ ve $a(t) = \sqrt[3]{\sinh(kt)}$ formlarında iki ölçek faktörünü göz önünde bulundurduk. Bu modelde ilk olarak, parçacık oluşturma ve entropi üretim mekanizmalarının genel formülasyonu veren d-boyutlu zamana bağlı alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra, parçacık yaratma oranı ψ , entropi S , Newton kütle-çekim sabiti G , kozmolojik sabiti Λ , enerji yoğunluğu ρ , yavaşlama parametresi q gibi birkaç büyüklüğün kozmik zamana bağlı davranışlarını inceledik. Geliştirdiğimiz **ikinci modelde**, bulkta Gauss-Bonnet terimi, brane üzerinde parçacık yaratma basıncı bulunan FRW zar-evren modelini ele aldık. Öncelikle alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra modelin tutarlılığını incelemek için Geçmişe bakış zaman ölçeği kırmızıya-kayması, Kozmolojik uzaklık kırmızıya-kayması, Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması ve Açısal büyüklük kırmızıya-kayması gibi kinematik testleri uyguladık. **Üçüncü modelde** ise bulkta Gauss-Bonnet terimi ve zar üzerinde parçacık yaratma ve Chaplygin gazının birlikte olması durumunda; alan denklemlerini ve yavaşlama parametresini elde ettik. Son olarak da D.

M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalenin yardımıyla uzaklık parametresi ile z kırmızıya kayma arasındaki gözlemsel verilerini kullanarak ikinci ve üçüncü modelin uyumluluğu Ki-Kare analizi sonuçlarıyla test edildi ve uyum grafikleri çizildi. Bu analiz neticesinde yapısında iki tane negatif basınca sahip üçüncü modelin gözlemsel verilerle daha uyumlu olduğu gösterildi.

Çalışmamızın planı aşağıdaki gibi düzenlenmiştir. 2. bölümde, GRT'nin temellerinden bahsedilip günümüz kozmolojik verilerden hareketle bu teori kapsamında açıklanamayan durumlar aktarılmaktadır. Bu kısımdaki bilgi, büyük ölçekte [66-69] numaralı kaynaklardan derlenmiştir. Ayrıca ekstra boyutlarla ilgili olarak günümüze kadar, çok geniş çalışma alanı oluşturan popüler teoriler derlenip zar-evren modelleri ve Gauss-Bonnet kozmolojisi tanıtılmakta, FRW zar-evren durumları için şimdiye kadar elde edilen teorik sonuçlar genel hatlarıyla sunulmaktadır. Bunu takiben “Malzeme ve Yöntemler Bölümünün” ilk kısmında, zar-evren senaryosunun temel dinamiğini oluşturan zar üzerine indüklenmiş efektif Einstein denklemlerinin bir çıkarımlaması sunulmaktadır [70]. Parçacık yaratma termodinamiği ayrıntılı olarak verildikten sonra modellerin uyumluluğunu gösteren Ki_Kare analizi için gerekli bilgiler sunulmuştur. Bulgular kısmında öncelikle FRW kozmolojisinde parçacık yaratılma durumu incelenmiştir. Sonra zar-evren modelleri çerçevesinde parçacık yaratımı incelenmiştir. Daha sonra, zar-evren modellerinde parçacık yaratımı ile Chaplygin gazının birlikte olması durumu incelenmiştir. Son olarak da zar-evren modelleri tarafında incelenen her iki durumun gözlemsel verilerle uyumluluğu Ki-Kare analizi kullanılarak karşılaştırılmıştır. Tartışma ve Sonuç bölümünde ise tüm modellerde elde edilen sonuçlar özetlenmiştir.

2. GENEL KISIMLAR

2.1 GENEL GÖRELİLİK TEORİSİ

Uzayla zamanın birleşerek dört boyutlu bir yapı sayılması fikri hayli eski bir düşüncedir. 1764’ de yayımlanan ünlü Fransız ansiklopedisinin “boyut” maddesinde açıkça yer alır. Fakat orada öylesine ortaya atılan herhangi bir şekilde alt yapısı olmadan söylenip unutulmuş bir fikirden ibarettir. Ancak özel görelilik kuramının Hermann Minkowski tarafından yorumlanmasından sonradır ki dört boyutlu uzay-zamanın matematiği somut fiziksel problemleri çözmekte kullanılabilecek bir biçim altında dile getirilebilmiştir. Einstein, genel görelilik kuramını formüle bağlarken uzay-zamanın eğriliğini de ışın içine katarak ve kütle-çekim olayının etkilerinin bu eğrilikten nasıl çıkaracağını açıkça göstererek uzayla zamanı birbirine bağlamıştır.

İşte bu noktada Einstein, Georg Bernhard Riemann’dan esinlenmiştir. Riemann’ın vizyonu üç boyutla sınırlı değildi; dört ve daha çok boyuta dek uzanıyordu ve Riemann buraya eğrilik kavramını getirip bunu hesaplamak için açık denklemlerinin uzay-zaman için de kullanılabileceğini, sonra da bu yüzden uzay-zamanın geometrisinin fiziği etkileyeceğini görmesindedir. Bu kavram gerçekten devrimciydi, zira daha önceki bütün bilimsel kuramlarda uzay sadece durağan edilgen bir artalan yani oyunun oynandığı sahne olarak görülüyordu. Einstein’ın formüllendirilişine göre hem ışınım hem de maddesel nesneler uzay-zamanın geometrisi tarafından belirlenen yörüngeler boyunca hareket etmektedir. Einstein bu fikri bugün bile gizemliliğini büyük ölçüde korumaktadır. Newton’un kütle-çekim açıklamasının da önerildiği zaman aynı şekilde şaşkınlık yarattığını ve benimsenmesi için en az o kadar zaman gerektiğini hatırlamak burada bize yardımcı olabilir. Gerçekten Newton’un kütle-çekim yasası da ne kadar yakından bakılırsa o kadar tuhaf ve uçuk bir fikir gibi düşünülür. Herhangi iki nesne birbirine çekici bir kuvvet uyguluyor ve bu kuvvet uçsuz bucaksız boş uzayı aşarak anında Güneş ve Ay’dan Dünya’ya, yıldızdan yıldıza, galaksiden galaksiye ulaşıveriyor. Newton, kütle-çekim kuvvetini iki cisim arasında oluşan bir etkileşme olarak görmüştür. Einstein aynı kuvveti, kütlenin içinde bulunduğu uzayı bükmesi sonucu ortaya çıkan bir etki sonucu olarak tanımlamıştır. Einstein kuramını; en, boy, yükseklik ve zamandan oluşan dört boyutlu matematiksel uzayda kurguladığı uzay-zaman içinde tasarlamıştır. Newton ise uzay ve zamanı ayrı kavramlar olarak görmüştür. Görelilik Teorisi, kütlelerin içinde bulunduğu uzay

geometrisini belirlediğini iddia eder. Yeterli büyüklükteki kütle, uzay-zamanı bükerek ışığın ve maddenin hareketinde takip edecekleri yörüngeyi çizer. Güneş sistemindeki yörüngeleri, gezegen ve Güneş kütleleri arasındaki çekim kuvveti değil, Güneş kütlelerinin içinde bulunduğu uzay-zaman büküşü belirler.

Einstein alan denklemlerini elde etmek için öncelikle Riemann eğrilik tansörünü tanımlayalım;

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\alpha} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu\sigma}^{\alpha} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\alpha} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\alpha}\Gamma_{\nu\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\alpha}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}, \quad (2.1)$$

burada, $\Gamma_{\nu\sigma}^{\alpha}$ Christoffel sembolleri olarak bilinirler ve aşağıdaki gibi metrik katsayılarına bağlıdır,

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g_{\alpha\sigma}(\partial_{\mu}g_{\nu\sigma} + \partial_{\nu}g_{\mu\sigma} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu}). \quad (2.2)$$

Riemann tansörü uzay-zamanın eğriliği hakkında tam bilgi içermektedir. Denklemler (2.1) ve (2.2) bize Riemann tansörünün, metrik ve çekimsel tansör potansiyeli olarak yorumlanmasına uygun olarak metrik ve birinci ve ikinci türevleri tarafından verildiğini söylemektedir. Böylece metrik, uzay-zaman eğriliğini benzersiz bir şekilde belirlediğinden, temel bir değişken olarak kabul edilebilir. Riemann tansörün

$$R_{\sigma\nu} \equiv R_{\sigma\alpha\nu}^{\alpha} \quad (2.3)$$

izini alırsak yukarıdaki gibi Ricci tansörünü elde ederiz ve Ricci skalerini ise aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz,

$$R \equiv g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}. \quad (2.4)$$

Enerji ve uzay-zamanın geometrisi arasındaki ilişkinin yerel kısmı, aşağıda tanımlanan Einstein denklemi tarafından sağlanır,

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (2.5)$$

Burada, $G_{\mu\nu}$, geometriye karşılık gelen Einstein tansörüdür ve aşağıdaki gibi Ricci tansörü ve Ricci skalerine bağlıdır,

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (2.6)$$

$T_{\mu\nu}$ ise, enerji yoğunluğu, momentum yoğunluğu, basınç hakkındaki bilgileri taşıyan enerji-momentum tansörüdür. Dikkat edilecek olursa Einstein denklemi, on bağımsız metrik bileşen için on birleştirilmiş doğrusal olmayan ikinci dereceden kısmi diferansiyel denklem grubundan oluşur. Kesin çözümlerini metrik üzerinde yapacağımız özel seçimlerle elde edebiliriz.

Einstein'ın Görelilik Teorisi, yoğun kütsel bir oluşumun yakınından geçen bir ışık demetinin, doğru yoldan sapacağını ifade eder. Teorinin öngördüğü sapmanın, gerçeği yansıtıp yansıtmadığı ilginç bir gök olayı ile saptanmıştır. Güneş, bir ışık demetini saptıracak büyüklükte maddesel yoğunluğa sahip bir gök cisimdir. 1919'da meydana gelen güneş tutulması olayında, teorinin öngörüsünün gerçek ile uyduğu kanıtlanmıştır. Güneş'in arka tarafında bulunan ve çekim alanının sınırlarında çizilen teğet ile Dünya'nın kesiştiği noktalardan, güneş tutulması sürecinde yıldızlar gözlenmiştir. Yıldızların, Güneş'i perdelemesi nedeniyle yerküreye ulaşmayan ışık, tutulma sırasında ulaşmıştır. Yıldızdan yayılan ışık demeti, Güneş'in çekim alanına girene kadar doğru yol takip etmiş, Güneş'in çekim alanına girince Güneş kütselinin belirlediği eğri yol üzerinde ilerlemiş, kütle-çekim alanından kurtulduktan sonra ise yine doğru yol takip ederek gözlem noktasına ulaşmıştır. Gözlenen sapma, GRT'nin verdiği sapma açısı ile uyumlu olduğundan teorinin doğruluğu kanıtlanmıştır. Güneş'e en yakın gezegen olan Merkür'ün yörüngesinde gözlenen anomaliler (periheli hareketi), Newton kuramı ile açıklanamazken GRT, uzay-zaman geometrisini göz önüne alan bir teori olduğundan Merkür için verdiği sonuçlar gözlemler ile uyumlu çıkmıştır. GRT, bunlara ilave olarak kütle-çekimsel kırmızıya kayma olayına da açıklama getirir.

Edwin Hubble 1923 yılında yaptığı gözlemlerde neredeyse bütün galaksilerin bizden uzaklaştığını bulmuştur. Hubble Kanunu olarak bilinen ve H (Hubble Sabiti)'nin genişleme hızını belirlediği bu önemli gözlem, evrenin genişlediğini ortaya koydu. Bu keşif, yirminci yüzyılın büyük mantıksal devrimlerinden biridir ve evrenin başlangıcı konusundaki tartışmaların akışını tamamen değiştirmiştir. Stephen Hawking ve Roger Penrose, Büyük Patlama Teorisiyle (Big Bang), Einstein'ın Genel Görelilik Kuramının, bütün evrenin ve içindeki her şeyin sonsuz yoğunluktaki tek bir noktada toplandığı bir yerde, evren ve zamanın büyük bir patlama ile başladığını söylemektedirler [71]. Bu patlama fikri son yüzyılda en çok üzerinde çalışılan ve kabul edilen teori olmasına rağmen yapısında bazı komplikasyonlar

barındırır. Öte yandan açıklanmayı bekleyen karanlık madde ve karanlık enerji gibi iki önemli anomali daha bulunmaktadır. 1998 yılında yeni süpernovaların keşfi ve analiz yöntemlerindeki gelişmelerden yararlanan, Kaliforniya Berkeley laboratuvarındaki SCP ve Avustralya gözlem evindeki HZT grupları birbirinden bağımsız olarak, Tip-Ia süpernova gözlemleri sonucunda, evrenin kütle-çekim kuvvetine rağmen artan hızlarla genişlemekte olduğunu gösterdiler. Evrenin yapısını etkileyen dinamikleri kullanarak, maddesel yoğunluğun belirlenmesi gerekmektedir. Ölçülen yoğunluk ise kendi başına evrenin artan hızlarla genişlemesini açıklayamaz. Teorik fizikçiler ve kozmologlar bu nedenle, evrenin **Karanlık Enerji** olarak isimlendirdikleri yeni bileşenler içerdiğini ileri sürmüşlerdir. Uzaya düzgün dağılmış sabit yoğunluklu karanlık enerji, evrenin ölçülen maddesel ve ısıma yoğunluğu ile kritik yoğunluk arasındaki farkı kapatmakla kalmayıp, kütle-itim kuvvetiyle evrenin genişleme nedenini açıklar. Buna ek olarak, gök cisimlerinin içinde bulundukları gökadalara merkezleri etrafındaki dönme hızlarının gökadalara merkezine olan mesafeye bağlı olarak değişiminin açıklanabilmesi için sadece ışıkla etkileşen madde miktarı yeterli olmamaktadır. Kayıp kütle problemi olarak adlandırılan bu durumun sebebinin ışıkla etkileşmediği için doğrudan gözlemlenemeyen **Karanlık Madde** parçacıkları olduğu düşünülmektedir. Fakat Karanlık Madde-Enerjiyle ilgili birçok çalışma yapılmasına rağmen, bu iki yapı gizemini korumaktadır.

Büyük patlama teorisine alternatif bir teori Ekrem Aydın tarafından öne sürülen **Kaotik Evren Teorisidir (KET)**. Bu teori, Büyük patlama teorisi tarafından yanıtlanmayan, teklik, çökme, yırtılma ve evrenin büyük ölçekte organizasyonu gibi evrenin başlangıcı ve günümüz problemleri hakkında yenilikçi çözüm getirmiştir [72]. Aydın, karanlık enerji, karanlık madde ve bildiğimiz normal madde gibi bileşenlerin etkileşimlerini özellikle biyolojik sistemlerin evriminde kullanılan **Lotka-Volterra** tipi diferansiyel denklemler ile ifade edilebileceğini gösterdi. **KET**, büyük patlama senaryosunda olduğu gibi bir genişlemenin mümkün olduğunu söylemekle birlikte, tekliğe izin vermemektedir. Teklik gibi görünen yapının evrenimizin öncesinin olduğunu ortaya koymaktadır. **KET** sürekli ve kaotik osilasyonlar ile evrim geçiren bir evren içinde yaşadığımızı ortaya koyarak büyük patlama kuramı gibi bir tekliğin olmadığını, evrenin dinamiğinden dolayı belli dönemler genişleyip belli dönemler ise daraldığını söylemektedir. Kaotik Evren Teorisi hem büyük patlama modelinin yol açtığı komplikasyonlar için alternatif bir çözüm geliştirmekte, hem de yeni bir evren teorisi olarak ortaya koymaktadır.

2.2 FRIEDMANN-ROBERTSON-WALKER MODELLERİ

Kozmolojide temel yaklaşım uzay-zamanının tamamen homojen ve izotropik olan mekansal hiper yüzeylere dilimlenebilmesidir. Bu hiper yüzeylerde sabit olan t koordinatına kozmik zaman denir. Evrenin gerçekte istatistiksel olarak homojen (tüm yerler aynı görünüyor) ve izotropik (tüm yönler aynı görünüyor) olduğu, yaklaşık 100 Mpc'den daha büyük ölçeklerde gözlemlenmiştir. Özellikle, *CMB* bize son derece izotropik görünmektedir. Özel bir konumda olmadığımız şekilde Kopernik prensibini kabul edersek, tipik gözlemciler neredeyse bir izotropik *CMB* görmelidir. Şaşırtıcı bir şekilde, bu, evrenin neredeyse homojen olacağını ispatlamıyor ancak desteklemesine izin veriyor [73,74]. Gökadaların dağılımına ilişkin gözlemler istatistiksel homojenliğe güçlü destek vermektedir [75]. Uzay-zaman uzaysal olarak homojen ve izotropik olduğundan, uzay-zaman eğriliği uzayda bütün noktalarda aynıdır, fakat zaman içinde değişebilir. Metriğin

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 \right] \quad (2.7)$$

biçiminde (uygun bir koordinat seçimiyle) yazılabileceği gösterilebilir. Küresel koordinatların aksine kartezyen koordinatlarda alternatif bir form

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \frac{1}{(1+\frac{K}{4}r^2)^2} \delta_{ij} dx^i dx^j \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanır. Her iki şekilde de buna *Robertson–Walker* (RW) metriği, bazen *Friedmann–Robertson–Walker* (FRW) metriği veya *Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker* (FLRW) metriği denir. Metriğin hiçbir formunun uzay-zamanın kendisiyle aynı miktarda simetriye sahip değildir: metrikler izotropiktir, ancak homojen değildir. Metrik değerden hesaplanan tüm fiziksel büyüklüklerin simetriyi göstermesine rağmen, uzay-zamanının tam simetrisi genellikle metriğin kendisinde belirgin değildir. Zaman koordinatı t kozmik zamandır. Burada K , uzayın eğriliği ile ilgili bir sabit (uzay-zaman değil) ve $a(t)$, evrenin nasıl genişlediğini (veya daralabildiğini) söyleyen ölçek faktörü olarak adlandırılan bir zaman fonksiyonudur. $R_{curv} \equiv a(t)/\sqrt{|K|}$ büyüklüğü uzayın eğrilik yarıçapı (t zamanında) olarak tanımlanır. Metrik (2.7) küresel koordinatlarda verilmiştir ve 2 boyutlu yüzeyler $t = r = \text{sabit}$ alındığında, yarıçapı ' ar ' olan bir kürenin metrik değerini verir. $K = 0$ ise, Robertson-Walker metriğinin uzaysal kısmı ($t = \text{const.}$) düzdür, yani sıradan Öklid uzayının alanıdır, radyal mesafe

ise; $a.r$ 'dir. Ancak, uzay (zaman) eğridir. Çünkü bir $a(t)$ uzayın genişlemesini veya daralmasını tanımlayan ölçek çarpanı zamana bağlıdır. Bu durumda “evrenin düz olduğu” söylenir, ancak “uzaysal olarak düz” demek daha doğru olacaktır. $K > 0$ ise, koordinat sistemi $r = r_K \equiv 1/\sqrt{K}$ konumunda tekil değere sahip olur. $r = r_K \sin \chi$ koordinat dönüşümüyle metrik

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 K^{-1} [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] \quad (2.9)$$

olur. $K < 0$ durumunda ise, koordinat tekiliği yoktur ve r , 0 ile ∞ arasında değerler alabilir. Bununla birlikte, $r = |K|^{-1/2} \sin \chi$ değeri hesaplamalarda sıklıkla faydalıdır. Ayrıca $K < 0$ durumu, negatif uzaysal eğriliği olan açık bir evrene karşılık gelir. Bu durumda metrik,

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 K^{-1} [d\chi^2 + \sinh^2 \chi (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)] \quad (2.10)$$

şekline indirgenir. Robertson-Walker metriği, her ikisi de genel olarak zaman içinde gelişen iki ilişkili uzunluk ölçeğine sahiptir. Birincisi eğrilik yarıçapı $R_{curv} \equiv a(t)/\sqrt{|K|}$. İkincisi, genişlemenin zaman ölçeği, Hubble zamanı, $t_H \equiv H^{-1}$ olarak tanımlanır ve $H \equiv \frac{\dot{a}}{a}$ olmak üzere, Hubble parametresidir. Hubble süresi, ışık hızı ile çarpılır ve $c = 1$ için Hubble uzunluğunu verir, $l_H \equiv ct_H = H^{-1}$. $K = 0$ durumunda ise evren düzdür ve Hubble uzunluğu tek uzunluk ölçeği olur. Şimdiye kadar dikkate alınan hususlar tamamen geometrik yapıdadır. $a(t)$ ölçek çarpanının nasıl geliştiğini bulmak için Einstein denklemi tarafından verilen hareket denklemlerini bulmamız gerekir. (2.7) ile verilen Robertson-Walker metriğinin bileşenleri,

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a^2}{1-Kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

ile verilir. Einstein tansörünü bu metrikten hesaplayarak,

$$G_0^0 = -3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} - 3 \frac{K}{a^2} \quad (2.12)$$

$$G_j^i = -(2 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{K}{a^2}) \delta_{ij} \quad (2.13)$$

$$G_{0i} = 0 \quad (2.14)$$

elde ederiz. Uzay-zaman simetrisinden yararlanarak, enerji-momentum tensörünün mükemmel akışkan formuna sahip olduğunu takip ederek

$$T^{\mu}_{\nu} = \begin{bmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

şeklinde yazılabilir. Burada; ρ enerji yoğunluğu ve p ise basınçtır. Homojenlik, yalnızca zamana bağlı oldukları, $\rho = \rho(t)$, $p = p(t)$ anlamına gelir. FRW evreni durumunda için yukarıda alan denklemlerini kullanarak, aşağıdaki gibi iki tane doğrusal olmayan diferansiyel denklemlere indirgenir:

$$3 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3 \frac{K}{a^2} = 8\pi G_N \rho + \Lambda \quad (2.16)$$

$$3 \frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G_N (\rho + 3p) + \Lambda . \quad (2.17)$$

Enerji-momentum tansörü için süreklilik denklemi;

$$\dot{\rho} = -3(\rho + p) \frac{\dot{a}}{a} \quad (2.18)$$

ile verilir. Aslında, bu denklem, enerji için bir korunum denklemi değildir. Aksine, evren genişledikçe enerji yoğunluğunun nasıl geliştiğini gösterir. Bu denklemi düzenlersek,

$$p = -\frac{1}{3H} \frac{1}{a^3} \frac{d(a^3 \rho)}{dt} = -\frac{d(a^3 \rho)}{d(a^3)} \quad (2.19)$$

ifadesini elde ederiz. Eğer basınç sıfırsa, bir hacimde bulunan enerji, evren genişledikçe veya daralarak sabit kalır. Eğer basınç pozitifse, toplam enerji miktarı evrenin genişlemesiyle azalır (ve evrenin daralması halinde artar). Eğer basınç negatifse bunun tersi olur: genişleyen bir evrenin enerjisi artar. (2.19) denklemini termodinamiğin birinci yasasıyla karşılaştırabiliriz;

$$TdS = dU + pdV - \sum_i \mu_i dN_i , \quad (2.20)$$

burada, T sıcaklık, S entropi, U iç enerji, V hacim ve μ_i ve N_i kimyasal potansiyel ve parçacık sayısıdır. Bir FRW evrendeki enerji yoğunluğunun, adyabatik olarak genişleyen veya daralan ve sabit parçacık numarasına sahip bir gazın enerji yoğunluğu gibi değiştiğini görüyoruz. Bununla birlikte, basınç bir parçacık gazının istatistiksel fizikinde kinematik bir yorumlamaya

sahipken (2.19)'te görünen p miktarı daha geneldir. Neredeyse serbest parçacıklardan oluşan bir gazdan oluşan maddenin basıncı her zaman pozitiftir, ancak diğer madde formlarının (uyumlu skaler alanlar veya topolojik kusurlar gibi) negatif basıncı olabilir.

2.2.1 Kırmızıya Kayma (Redshift)

Kırmızıya kayma, en önemli kozmolojik gözlemlenebilirlerden biridir. FRW metrik durumunda uzay geometrisi ile nasıl ilişkili olduğunu bulalım. A isimli galaksiyi düşünelim. Işık galaksiden t_1 zamanında dalga boyu λ_1 ile ayrılır ve galaksi O'ya t_2 zamanında dalga boyu λ_2 ile ulaşır. Bir dalga boyu göndermek için $\delta t_1 = \lambda_1/c = 1/f_1$ ve bir dalga boyu almak için $\delta t_2 = \lambda_2/c = 1/f_2$ zaman geçer. Şimdi t_1 ve $t_1 + \delta t_1$ zamanlarında gönderilen iki ışık düşünelim. Tüm yönler eşdeğer olduğundan, yayılma yönünü radyal olacak şekilde seçebiliriz, böylece $d\theta = d\varphi = 0$ olur. Işık, $ds^2 = 0$ olan ışık benzeri jeodeziyi izler. Böylece,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1-Kr^2} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{dt}{a(t)} = \frac{-dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \quad (2.22)$$

ifadesini elde edilir. Bunu integre ederek ilk ışık ışıını için,

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_A} \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \quad (2.23)$$

bağıntısını elde ederiz. Ayrıca ikinci ışık ışıını içinde,

$$\int_{t_1+\delta t_1}^{t_2+\delta t_2} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_A} \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \quad (2.24)$$

ifadesini elde edilir. İki denklemin sağ tarafı aynıdır, çünkü gönderici ve alıcı hareket etmemiştir. Sonuç olarak:

$$0 = \int_{t_1+\delta t_1}^{t_2+\delta t_2} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_2}^{t_2+\delta t_2} \frac{dt}{a(t)} - \int_{t_1}^{t_1+\delta t_1} \frac{dt}{a(t)} = \frac{\delta t_2}{a(t_2)} - \frac{\delta t_1}{a(t_1)} \quad (2.25)$$

ifadesini elde edilir. Böylelikle bir dalga boyu alma zamanı aşağıdaki yapıda elde edilir.

$$\delta t_2 = \frac{a(t_2)}{a(t_1)} \delta t_1 \quad (2.26)$$

Son denklemden açıkça anlaşıldığı gibi, bu kozmolojik zaman genişlemesi etkisi, galaksideki A'da meydana gelen herhangi bir olayı gözlemlemek için uygulanır. A galaksisini gözlemlerken ışık (veya herhangi bir elektromanyetik sinyal) galaksiden ayrıldığından beri evrenin genişlemiş olduğu faktör $a(t_2)/a(t_1)$ ile yavaşlayan, her şeyin yavaş çekimde gerçekleştiğini görüyoruz. Bu etki örneğin; süpernovaların ışık eğrilerinde (zamanın bir işlevi olarak parlaklık) gözlenebilir. Sonuç olarak kırmızıya kaymayı;

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)} \quad (2.27)$$

şeklinde ifadesini elde ederiz. Sonuç basittir: Dalga boyu evrenle birlikte genişler. Böylece kırmızıya kayma, ışık galaksiden ayrıldığında evrenin ne kadar küçük olduğunu söyler. Son olarak FRW için;

$$dt = \frac{da}{\dot{a}} = \frac{da}{a} \frac{1}{H} = -\frac{dz}{1+z} \frac{1}{H} \quad (2.28)$$

şeklinde çok yararlı bir bağıntı elde ederiz.

2.2.2 Açısal Çap Uzaklığı (Angular Diameter Distance)

Hemen hemen tüm kozmolojik gözlemler geçmiş ışık-konisi boyunca yapılmıştır ve gözlenebilen önemli miktarlar arasında kırmızıya kaymaya ek olarak açısal çap ve parlaklık yer almaktadır. FRW modelini, gözlemlenebilir bu nicelikleri modelin parametreleriyle ilişkilendirmek istiyoruz. Böylece evrenin geometrisini gözlemlerle sınırlandırabiliriz (böylelikle evrenin madde içeriğini de sınırlayabiliriz.). FRW metriğinden hareketle, θ açısına bağlı olarak uygun uzaklık (proper distance), metriktен hareketle $ds^2 = a(t)^2 r^2 d\theta^2 \rightarrow ds = a(t)r d\theta$;

$$d_A = a(t)r = \frac{1}{1+z}r \quad (2.29)$$

elde edilir. Şimdi r radyal koordinatını gözlenen kırmızıya kayma ile ilişkilendirmeliyiz. Işık boş jeodezide ilerlerken,

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \frac{dr^2}{1-Kr^2} = 0 \quad (2.30)$$

$$dt = -a(t) \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \quad (2.31)$$

elde ederiz. Gözlemciyi merkeze koyduğumuzdan, gelen ışık ışınları için radyal koordinat zaman arttıkça azalır, dolayısıyla eksi işareti olmalıdır. Bu denklemleri integre ederek,

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{a(t)} &= \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} = (-K)^{-1/2} \operatorname{arsinh}[(-K)^{1/2}r] \\ &= \begin{cases} K^{-\frac{1}{2}} \operatorname{arsinh}(K^{\frac{1}{2}}r) & K > 0 \\ r & K = 0 \\ |K|^{-\frac{1}{2}} \operatorname{arsinh}(|K|^{\frac{1}{2}}r) & K < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.32)$$

bağıntılarını elde ederiz. Her üç durumu da aynı anda ele alınmasını kolaylaştırmak için $S_K(x)$ gibi bir fonksiyon aşağıdaki gibi tanımlamak kolaylık sağlayacaktır,

$$S_K(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K}x) = \begin{cases} K^{-\frac{1}{2}} \operatorname{arsinh}(K^{\frac{1}{2}}r) & K > 0 \\ r & K = 0 \\ |K|^{-\frac{1}{2}} \operatorname{arsinh}(|K|^{\frac{1}{2}}r) & K < 0 \end{cases}. \quad (2.33)$$

Bu fonksiyonun tersi $S_K^{-1}(x)$ ile gösterilir. (2.32) ve (2.33) denklemlerini (2.28) ile birlikte kullandığımızda

$$r = \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K} \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}) = \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}) \quad (2.34)$$

bağıntılarını elde ederiz. Sonuç olarak, (2.34) ve (2.21) denklemlerini birlikte kullandığımızda, açısal çap mesafesiyle ilgili temel bağıntıyı elde ederiz,

$$d_A(z) = (1+z)^{-1} S_K \left(\int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right) = (1+z)^{-1} \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh \left(\sqrt{-K} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \right). \quad (2.35)$$

Uzaysal olarak düz durum için (2.35) denklemi,

$$d_A(z) = (1+z)^{-1} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} \quad (2.36)$$

yapısına indirgenir. Bu ilişki bize FRW evrendeki uzaklık ölçeklerinin evrendeki genişlemeden nasıl değiştiğini anlatıyor. Genel bir FRW metriği için, açısal çap mesafesi sadece kırmızıya kayma, koordinat eğri yarıçapı $1/\sqrt{-K}$ ve ters Hubble parametresi üzerindeki integrale bağlıdır. Evren geçmişte hızlı bir şekilde genişlerse (gerçek evrende olduğu gibi), erken

zamanlardan uzaklığa olan katkının hızlı bir şekilde küçüldüğünü, çünkü erken zamanlardaki uzunluk ölçeklerinin bugün olduğundan daha küçük olduğunu unutmayın.

2.2.3 Parlaklık Uzaklığı (Luminosity Distance)

Bir cismin mutlak parlaklığı L ve ölçülen akı F ise, parlaklık mesafesi

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}} \quad (2.37)$$

olarak tanımlanır. Mutlak parlaklık şöyle ifade edilebilir: L = birim zamanda yayılan foton sayısı $\times$ ortalama enerji = $N_\gamma E_{em}/t_{em}$. Gözlemci kaynaktan r kadar uzak bir koordinattaysa, fotonlar bu mesafede küre alanına dağılırlar; $A = 4\pi r^2$. Akı ise aşağıdaki gibi ifade edilebilir: F = Gözlemlenen foton sayısı / (Alan $\times$ zaman) $\times$ ortalama enerji = $N_\gamma E_{obs}/t_{obs}A$. Fotonların sayısı N_γ korunur, ancak enerjileri kırmızıya kaymıştır, $E_{obs} = E_{em}/(1+z)$. Sonuç olarak;

$$F = \frac{N_\gamma E_{obs}}{t_{obs}A} = \frac{N_\gamma E_{em}}{t_{em}} \frac{1}{(1+z)^2} \frac{1}{4\pi r^2} \quad (2.38)$$

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}} = (1+z)r = (1+z)^2 d_A(z) = (1+z) \frac{1}{\sqrt{-K}} \sinh(\sqrt{-K} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}) \quad (2.39)$$

bağıntılarını elde ederiz. Açısal çap mesafesi $d_A(z)$ ile karşılaştırıldığında, $(1+z)$ 'nin iki ekstra faktörü vardır. Yarımı foton enerjisinin kırmızıya kaymasından, diğer yarım da yayılan fotonların alınmasındaki kozmolojik zaman genişlemesinden ve son olarak bir tanesi de alan elementindeki değişmesinden gelir.

2.3. EKSTRA BOYUT KAVRAMI

GRT ve günümüz kozmolojik problemleri kısa bir şekilde vurguladıktan sonra, aşağıda, ekstra boyut kavramıyla ilgili olarak tarihsel süreç, ana teorilerle [76] referansından yararlanılarak sunulmuştur.

- 1914 yılında Gunnar Nordstrom; elektromanyetizmayla kütle-çekimi dördüncü uzaysal boyutun varlığında birleştirebileceğini düşündü. Fakat GRT o tarihte mevcut olmadığından Nordstrom'un bu düşüncesi yaklaşımdan öteye gitmemiştir.
- 1920'li yıllarda, Kaluza, GRT ile Maxwell'in elektromanyetizmasını birleştirmek için parlak bir fikir geliştirdi. Kaluza, evreni 3+1 boyut yerine 5. boyutu çok küçük ($\sim 10^{-34}$)

olmak üzere 4+1-boyutlu olması gerektiğini varsaydı. Fakat 5. boyutta sadece kütle-çekimi bulunacaktı. Kaluza, bu işlemleri yaparken koordinatlara silindiriksel olma koşulu gibi bir takım sınırlamalar getirdi. Fakat metriğin neden 5. boyuttan bağımsız olacağını açıklayamadı. Klein'in bu çalışmaya katkısı fiziksel temelde silindirik şartını açıklayabilmesidir. Klein, 5. koordinatın dairesel yapıya sahip olması halinde silindirik yapının kendiliğinden ortaya çıkacağını ve sonuç olarak alanların bu koşulda yalnızca periyodik bir şekilde bağlı olacağını dolayısıyla Fourier serisi ile genişletilebileceğini gösterdi. Temel özelliklerini belirttiğimiz bu model Kaluza-Klein (KK) tıkHzlaştırması (kompaktifikasyonu) olarak bilinir [77-80].

- 1970'lerin sonunda oluşturulan Standart Model (SM), kütle-çekimi dışındaki üç temel kuvveti (zayıf kuvvet, kuvvetli kuvvet ve elektromagnetik kuvvet) birleştirmeyi başarmıştır. Fakat SM, birçok deneyle sınanmış çok başarılı bir model olsa da bazı önemli soruları cevapsız bırakılmıştır. Elektron yükünün mutlak değerinin neden protonun mutlak değerine eşit olduğu ya da protonun kütlesinin ne olması gerektiği modelde belli değildir. Bu sayılar deneylerden bulunup denklemlere yerleştirilmektedir. Gravitasyonu diğer üç temel kuvvetle birleştirmeyi hedefleyen Kuantum Gravitasyon Teorilerinde ise SM'in açıklayabildiği sonsuzluklar bulunmaktadır. Daha sonra SM içindeki parçacıkları daha basit bir yapıda birleştiren ve sonsuzluklar ve doğallıklar gibi problemlere çözüm yolu bulan yeni bir teori geliştirildi. Sicim Teorisi olarak bilinen bu teori de, dört temel kuvveti birleştirmeyi hedeflemektedir. Bunu yaparken altı tane ek uzaysal boyutun varlığını öngörmektedir. Daha sonraları Sicim Teorisi'nde de sorunlar olduğu anlaşıldı. Her şeyden önce çok fazla sayıda (beş tane) Sicim Teorisi olduğu ortaya çıktı. Tüm kuvvetleri birleştirecek bir teori varsa bu tek olmalıdır. 1995 yılında bu beş Sicim Teorisi'nin daha temel bir teorinin özel durumları (dualite kavramı) olduğu gösterildi. On bir boyutlu olarak evrenimizi tasvir eden bu birleştirici teori M-Teorisi olarak adlandırılır [81,82].
- Yukarıda değinilen tüm ekstra boyutlar Planck boyutundadır ve neticede deneysel olarak elde edilememektedir. Arkani-Hamed, Dimopoulos ve Dvali (ADD) tarafından ileri sürülen teori, ilk zar-evren modelidir ve hiyerarşi problemini çözmeyi hedeflemiştir [83-85]. Zar üzerinde birim hacim başına enerji yoğunluğu olarak tanımlanan zar gerilimi ihmal ediliyor ve tıkHz ekstra boyutlar düşünülüyor. Bu yolla Kaluza-Klein

yaklaşımı yeniden ele alınıyor. Fakat burada ekstra boyutların mikroskopik olmasına gerek yoktur. Bölüm (2.2.1)'de ayrıntılı işlenilecek Randal-Sundrum (RS) zar-evren modellerine göre evrenimiz; 5-boyutlu düz ya da hiperbolik uzay-zaman içinde 4-boyutlu bir zar yapısındadır. Hem ADD hem de RS zar-evren modelleri 4-boyutlu uzay-zamanda halen cevabını bulamadığımız hiyerarşi ve kozmolojik sabit problemlerinin çözümünde başarı sağlamak ve 1998 yılından günümüze kadar parçacık fiziğinde çok aktif çalışma alanları oluşturmaktadırlar

2.4. ZAR-EVREN MODELLERİ

Ekstra boyutların çok küçük olmaları durumunda (Planck ölçeği), günümüz koşullarıyla gözlenmeleri hayli zor hatta imkânsızdır. Bununla birlikte, son dönemde, bu ekstra boyutlardan birinin veya daha fazlasının, göreceli olarak daha büyük, hatta sonsuz olabileceği hakkında bir varsayım ortaya çıktı. Bu fikir, bir sonraki parçacık hızlandırıcı nesli veya kütle-çekim kuvvetlerinde yapılan duyarlı, kısa menzilde gerçekleştirilen ölçümler tarafından sınanması gibi büyük bir avantaja sahiptir. Böyle gözlemler, bu kuramı çürütebilir veya başka boyutların varlığını deneysel açıdan doğrulayabilir. Büyük ekstra boyutlar fikri mükemmel modeli veya kuramı arayışımızdaki heyecan verici ve yeni bir gelişmedir. Bir zar dünyasında, yani daha fazla boyuta sahip bir uzay-zamandaki, dört boyutlu bir hiperyüzey veya zar üzerinden yaşadığımızı ima ederler. Madde ve elektrik kuvveti gibi kütle-çekim harici kuvvetler zara hapsolürken, yani kütle çekimini kapsamayan her şey, dört boyutta davranacağı gibi davranacaktır. Özellikle de atomun çekirdeği ile etrafında dönen elektronlar arasındaki elektrik kuvveti, uzaklıkla doğru orantılı bir düşüş gösterecek, böylece atomlar, elektronların çekirdeğe düşmesine karşı kararlı olacaktır. Bu durum, evrenin düşünsel biçimi için uygun olması gerektiğini söyleyen antropik ilkeyle uyum gösterecektir. Buna karşın, bükülmüş uzay-zaman biçiminde, daha fazla boyuta sahip uzay-zamanın tamamına nüfuz edecektir. Yani, kütle-çekim gördüğümüz diğer kuvvetlerden farklı davranacaktır. Kütle-çekim bu ek boyutlara yayılacağı için, mesafeyle birlikte eğrilik faktöründen ötürü beklendiğinden daha hızlı bir düşüş gösterecektir. Kütle çekim kuvvetindeki bu hızlı düşüş, astronomik uzaklıklara yayılsaydı etkisi gezegenlerin yörüngelerinde fark edilebilirdi. Yörüngeler kararsız olurdu; gezegenler ya Güneş'e düşer ya da yıldızlar arası boşluğun karanlık ve soğuk bölgesine doğru uzaklaşırdı. Bununla birlikte, Randall-Sundrum I modeline göre, ekstra boyutlar, üzerinde yaşadığımız zardan fazla uzakta olmayan başka bir zarda son bulursa sözü edilen durum gerçekleşmez.

Zarlar arasındaki uzaklıktan daha büyük mesafeler söz konusu olduğunda, kütle-çekim serbestçe yayılamayacak ve tıpkı elektrik kuvvetleri gibi, zara hapsolarak gezegen yörüngeleri için doğrusal bir düşüş gösterecektir. Buna karşın, zarlar arasındaki uzaklıktan daha küçük mesafeler söz konusu olduğunda kütle-çekim hızla değişecektir. Ağır nesneler arasındaki çok küçük kütle çekim kuvveti laboratuvarda tam olarak ölçülmüştür ancak şimdiye kadar yapılan deneylerle aralarında birkaç milimetreden daha az uzaklık bulunan zarların etkileri ortaya çıkarılmamıştır. Şu anda, daha kısa mesafelerde yeni ölçümler yapılmaktadır. Aslında yıldızların galaksimizin merkezi etrafındaki dönüş hızını açıklamak için öyle görünüyor ki gözlemlediğimiz maddelerin sahip olduğundan daha fazla kütle bulunmalıdır. Bu kayıp kütle, WIMP (Weakly Interacting Massive Particles-Zayıf Şekilde Etkileşimli Ağır Parçacıklar) veya aksionlar (çok hafif, elementer parçacıklar) gibi egzotik bazı parçacık türlerinden kaynaklanıyor olabilir. Ancak kayıp kütle, içinde madde bulunan bir gölge dünyanın varlığının kanıtı da olabilir. Başka bir olasılık ise ek boyutların ikinci bir zarda son bulmak yerine, tıpkı bir semer gibi sonsuz ancak son derece kıvrık olmasıdır. Lisa Randall ve Raman Sundrum, bu tür bir eğriliğin, daha çok ikinci zar gibi davranacağını gösterdi. Zar üstündeki bir nesnenin kütle-çekim etkisi, bu zarın yakınındaki bir yerle sınırlanacak ve ek boyutlarda sonsuzluğa yayılmayacaktır. Kütle-çekim alanı, gölge zar üstündeki bir nesnenin kütle çekim etkisi, bu zarın yakınındaki bir yerle sınırlanacak ve ek boyutlarda sonsuzluğa yayılmayacaktır. Kütle çekim alanı, gölge zar modelinde de olduğu gibi gezegen yörüngelerine ve laboratuvarda yapılan kütle çekim kuvveti ölçümlerine açıklama getirecek, uzak mesafelerde gözlenen uygun düşüşü gösterecek ancak kütle çekim kısa aralarda daha çabuk değiştirecektir.

Bununla birlikte; bu Randall-Sundrum modeli ile gölge zar modeli arasında önemli bir fark vardır. Kütle çekim etkisi altında hareket eden kütleler, maddesel çekim dalgaları, yani uzay-zamanda ışık hızında ilerleyen eğrilik dalgalanmaları yaratacaktır. Kütle çekim dalgaları, tıpkı elektromanyetik ışık dalgaları gibi enerji taşımalıdır; bu öngörü, PRS 1913+16 ikili puslarında yapılan gözlemler tarafından doğrulanmıştır. Gerçekte ekstra boyutlara sahip bir uzay-zamandaki bir zarın üzerinde yaşıyorsak bu zar üzerindeki maddesel hareketlerle üretilen kütle çekim dalgaları diğer boyutlara ilerleyecektir. Eğer ikinci gölge zar varsa kütle çekim dalgaları geri yansıyarak iki zar arasında sıkışacaktır. Buna karşın Randall-Sundrum II modelinde de olduğu gibi sadece tek bir zar varsa ve ekstra boyutlar hep devam ediyorsa, kütle-çekim dalgaları birbirinden uzaklaşacak ve zar dünyamızdan enerji götürecektir. Bu durum, fiziğin temel ilkelerinden birinin ihlali gibi görünür: enerjinin korunum kanunu. Bununla birlikte bu

durumun bir ayrılık gibi görünmesinin tek sebebi, olgular hakkındaki bakış açımızın zarla kısıtlı olmasıdır. Ek boyutları görebilen bir gözlemci, enerjinin aynı olduğunu sadece daha fazla yayıldığını bilecektir. Birbiri etrafında dönen iki yıldız tarafından yaratılan kütle çekim dalgaları, ek boyuttaki semer biçimindeki eğriliğin yarıçapından daha uzun bir dalga boyuna sahip olacaktır. Yani bu dalgalar–kütle çekim kuvveti gibi- zarın yakınındaki küçük bir bölgeye hapsolarak ek boyutlara fazla yayılamayacak veya zardan fazla enerji götüremeyecektir. Buna karşın ek boyutların eğrilik faktöründen kısa olan kütle çekim dalgaları, zar çevresinden kolaylıkla kaçacaktır.

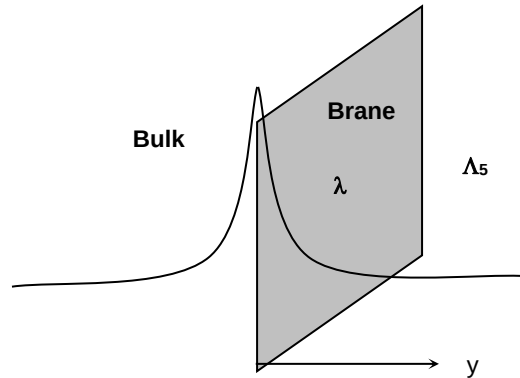
2.4.1 Randall-Sundrum Zar-Evren Modelleri

1999 yılında Lisa Randall ve Raman Sundrum (RS), evrenimizi 5-boyutlu bir model olarak sundukları iki makale yayınladılar [9-10]. Brane-world olarak isimlendirdikleri bu teoriye göre, sahip olduğumuz 4-boyutlu evreni, 5-boyutlu bulkın içinde gömülü olduğunu düşündüler. Bulk sonsuz büyüklüğe sahip olmasına karşın bulk'ın kendine ait özelliklerinden dolayı kütle-çekim alanları yerleşmiş zardan etkilenmektedirler. Yani, diğer standart model alanları zara hapsolmalarına karşın kütle-çekim 5. boyuta yayılabilmektedir. Bu tür modellerde kütle-çekim kavramında köklü değişiklikler görülmektedir.

Evrenimizin karşılıklı değilde sadece bir zardan oluştuğunu belirten RS II modeline göre zar üzerinde aralarında r uzaklığı bulunan m_1 ve m_2 kütleli iki parçacık arasında rölavistik olmayan gravitasyonel potansiyel,

$$V(r) \approx \frac{Gm_1m_2}{r} \left(1 + \frac{2l^2}{3r^2}\right) \quad (2.40)$$

şeklinde bağıntı bulunur. Bu sonuç, en azından, GRT ile zar-evren kütle-çekim uyumunun iyi bir kanıtıdır.



Şekil 2.1: Randall-Sundrum II Brane World

Yüksek enerjilerde evrenin 5-boyutlu doğasından uzaklaşamayız. Fakat düşük enerjilerde ($r \gg l$), AdS eğriliği üzerinde sınırlamalar gelir. Laboratuvarlarda 0.1 mm'nin altında Newton kanununu elde edemediğimizden (2.40) denklemi $l \leq 0.1 \text{ mm}$ şeklinde bir sınırlama verir. Bu sınırlama,

$$\lambda_{y=0} = -\lambda_{y=L} = \frac{6}{\tilde{\kappa}_5^2 l} \equiv \lambda, \quad \tilde{\kappa}_5^2 = 8\pi G_5 = M_5^{-3} \quad (2.41)$$

$$M_{Planck}^2 = M_5^3 l \quad (2.42)$$

denklem (2.41) ile verilen zar gerilimi ve denklem (2.42) ile verilen temel enerji ölçeğinde bir sınırlamaya sahip olacağı anlamına gelir. Bu sınırlama ise aşağıdaki denklem,

$$\lambda > (1 \text{ TeV})^4, \quad M_5 > 10^5 \text{ TeV} . \quad (2.43)$$

şeklindedir. RS modellerinde, brane üzerindeki 4-boyutlu kozmolojik sabit ise

$$\Lambda_4 = \frac{1}{2}(\Lambda_5 + \kappa_4^2 \lambda), \quad \kappa_4^2 = 8\pi G_4 = M_{Planck}^{-2} \quad (2.44)$$

şeklinde bağıntı elde ederiz.

2.4.2 Eşyönlü Zar-Evren Modelleri

4-boyutlu FRW modeli için, zar evren genelleştirilmesi incelendiğinde dikkat çekici sonuçlara varılır. 5-boyutlu metriği,

$$ds^2 = -n^2(t, y)dt^2 + a^2(t, y) \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] + b^2(t, y)dy^2 \quad (2.45)$$

şeklinde alıp brane ve bulk enerji momentum tansörlerini sırasıyla

$$T_{b\ \nu}^\mu = S^\mu_\nu \delta(y) = \text{diag}(-\rho_b, p_b, p_b, p_b, 0) \delta(y) \quad (2.46)$$

$$T_{B\ \nu}^\mu = \text{diag}(-\rho_B, p_B, p_B, p_B, p_B) \quad (2.47)$$

şeklinde alınabilir. Burada bulk ve brane üzerinde mükemmel akışkan alınmıştır. ρ_b ve ρ_B bulk ve branenin enerji yoğunluğunu, p_b ve p_B ise basıncı göstermektedir. Denklem (2.46), (2.47) ve Einstein alan denklemleri kullanarak,

$$H_0^2 = \left(\frac{\dot{a}_0}{a_0}\right)^2 = \frac{\tilde{\kappa}_5^2}{36} \rho_b^2 + \frac{\tilde{\Lambda}_5}{6} - \frac{k}{a_0^2} + \frac{U}{a_0^4} \quad (2.48)$$

şeklinde bir çözümü elde edilir. Buradaki büyüklüklere ‘0’ indisinin konulmasının sebebi; zar üzerinde değerlendirilecek olmasıdır. (2.48) denklemi; enerji yoğunluğuyla Hubble parametresi arasındaki ilişkiyi yansıtır. Fakat kozmolojide bulunan FRW denkleminde farklıdır. Özellikle, H^2 bilinenden farklı olarak kare olarak enerji yoğunluğuna bağlıdır. 5-boyutlu Planck ölçeği m_5 , 10 TeV ’den büyük olduğu sürece, ρ^2 teriminin etkisi, nötrino ayrışma (1MeV) zamanından dolayı ihmal edilebilecektir. (2.48) denkleminin son terimi radyasyonu hatırlatmasına karşın bu terime enerji-momentum tansöründen katkı gelmemektedir. Bu terim, bulk etkilerini içeren “karanlık radyasyon” kaynağı olarak değerlendirilmektedir. Zar üzerinde tanımlanan enerji-momentum korunum denklemini,

$$\dot{\rho}_b + 3H_0(\rho_b + p_b) = 0 \quad (2.49)$$

şeklinde çıkar. $p_b = w\rho_b$ hal denklemiyle, $\rho_b(t_0) = \rho_0$ ve $a_0(t_0) = 1$ koşulları altında ve mükemmel akışkan için (2.49) denkleminin integrali alınır;

$$\rho_b = \rho_0 a_0^{-3(1+w)} \quad (2.50)$$

bağıntısını elde edilir. En basit durum için; $\tilde{\Lambda}_5 = k = U = 0$ alıp, denklem (2.48)’ün integralini alınır, aşağıdaki çok yararlı iki bağıntı elde ederiz:

$$a_0 \propto t^{\frac{1}{3(1+w)}}, \quad w \neq -1, \quad (2.51)$$

$$a_0 \propto \exp\left(\frac{\tilde{\kappa}_5}{6} \rho_b t\right), \quad w = -1. \quad (2.52)$$

Bu zarın genişleme faktörüdür. Radyasyon ($w = \frac{1}{3}$) ve toz ($w = 0$) durumlarında genişleme faktörünün evrimi, FRW’den farklı olarak ($a_0 \propto t^{\frac{1}{2}}$ ve $a_0 \propto t^{\frac{2}{3}}$) sırasıyla; $a_0 \propto t^{\frac{1}{4}}$ ve $a_0 \propto t^{\frac{1}{3}}$ şeklinde evrimleşmektedir. Yani daha yavaş bir evrimleşme söz konusudur. Eş yönlü zar evren kozmolojisiyle ilgili olarak çok zengin bir literatür mevcuttur. Bazı önemli çalışmalar [86-88] numaralı kaynaklarda mevcuttur.

2.5 GAUSS-BONNET TERİMİ VE KOZMOLOJİSİ

1917 yılında Vermeil, sonra Weyl ve Cartan, Einstein Tansörünün, simetrik, diverjansı sıfıra eşit ve denklemlerin, metriğin birinci ve ikinci türevlere göre ‘quasi-linear’ olduğunu göstermişlerdir. 1932 yılında Lanczos, Einstein-Hilbert eylem fonksiyonunu genelleştirerek Lanczos tansörü adı verilen, Einstein tansörüne benzeyen, simetrik, diverjansı sıfır ve ikinci mertebeden türevlere göre ‘quasi-linear’ olan bir tansör buldu. Bu tansör, Einstein tansörünün bir ve iki boyutta sıfır olmasına benzer, dört ve daha az boyutta özdeş olarak sıfıra eşitti. 1971 yılında Lovelock, bütün bu sonuçları, tüm boyut için yüksek boyutlu türev terimlerini içermeyen, simetrik ve ikinci türevlere göre quasi-linear olacak şekilde genelleştirdi [86]. Bu noktada, aşağıda Dadhich’in [87] çalışmasındaki iterasyon yönteminden hareketle Gauss-Bonnet terimini elde edilişi bulunmaktadır.

Einstein alan denklemleri, Riemann tansörünün yapısından dolayı tüm boyutlarda geçerlidir. Ancak, Riemann eğriliği $n \geq 2$ için tanımlı olmasından, boyutların dörtten küçük olmasında serbest alan dinamiklerin açığa çıkmasının mümkün olmadığı da aşîkârdır. Bunun anlamı, kütle-çekimsel alanların tanımlanması için dört boyuttan gerekliliğidir. Sadece iterasyon işlemleri uygulanarak elde edilebilen kütle çekiminin kendi kendine etkileşim özelliğine sahip olması önemlidir. Uzay zaman metriği, Einstein alan denklemleri için, metriğin ikinci türevine ve birinci türevin karesini içeren bir potansiyeldir. Birinci türevin karesi, birinci mertebeden iterasyonu da içerir. Doğal olarak “Birinci iterasyonu nasıl durdurabiliriz?” şeklinde bir soru ortaya çıkabilir. Bu aşamada, doğal olarak iki ve daha yüksek mertebelere gidebiliriz. Metodun temel dayanağı Riemann skaler eğriliğidir. Böylece acaba karesini alıp Einstein Hilbert eylem fonksiyonuna ekleyebilir miyiz? Türevin en büyük mertebesinde dolayı bu aynı zamanda ikinci türevin karesi olur. Eğer bir eşitlikte türevin en büyük mertebesi linear olarak ortaya çıkmazsa o zaman birden fazla denklem açığa çıkar ve çözüm bulmak zorlaşır. En yüksek mertebeden türevin linear olarak ortaya çıkma özelliği, ‘quasi-linear’ olarak bilinir. Birinci mertebeden türevlerin büyük kuvvetleri, ikinci merteben türevler linear kalırken elde edilebilir. Diferansiyel geometri, sonucun quasi-linear bir denklem olmasını temin eden ve Gauss-Bonnet olarak bilinen özel bir birleşim sunar; “ $R^2 - 4R_{AB}R^{AB} + R_{ABCD}R^{ABCD}$ ”. Bu özel birleşim 2. türevin karesini saf dışı bırakır. Fakat boyutun 5’ten küçük olması durumunda bu terimin denklemde bir karşılık getiremediği görülür. Bu nedenden dolayı, kütle-çekiminin kendi kendine etkileşiminin 2. iterasyonunu fiziksel olarak elde edebilmek için mecburen ekstradan

5. boyuta gidilir. Bu elde edilen, kendi kendine etkileşimin basit değerlendirmesi ile ulaşılan önemli bir sonuçtur.

Zar-evren modelleri çerçevesinde, n-boyutlu eylem fonksiyonunu aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz,

$$S = \int d^n x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2\kappa_n^2} (R - 2\Lambda + \alpha L_{GB}) \right], \quad (2.53)$$

burada, R ; n-boyutlu Ricci skaleri, Λ ; n-boyutlu kozmolojik sabit ve $\kappa_n = \sqrt{8\pi G_n}$ kuple sabitidir. Ayrıca L_{GB} ,

$$L_{GB} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (2.54)$$

şeklinde Gauss-Bonnet terimini tanımlanmaktadır. Burada, Gauss-Bonnet kuple sabiti olan α , sicim (string) teorisinden dolayı pozitif tanımlanmaktadır. Biz de tez boyunca,

$$\alpha \geq 0, \quad \alpha \ll l^2 \quad (2.55)$$

koşullarını alacağız. Burada, l bulk'ın eğrilik sabitidir. Aynı zamanda (2.53) eylem fonksiyonunda $\alpha = 0$ alındığında Randall-Sundrum II modeline indirgenecektir. Varyasyonu alınırsa,

$$G_{\mu\nu} + \alpha H_{\mu\nu} + \Lambda = 0 \quad (2.56)$$

denklemini elde ederiz. Burada, sırasıyla Einstein ve Lovelock tansörleri,

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (2.57)$$

$$H_{\mu\nu} = 2[R R_{\mu\nu} - 2R_{\mu\alpha}R^{\alpha}_{\nu} - 2R^{\alpha\beta}R_{\mu\alpha\nu\beta} + R_{\mu}^{\alpha\beta\gamma}R_{\nu\alpha\beta\gamma}] - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}L_{GB} \quad (2.58)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Gauss-Bonnet terimi beş ve beşten büyük boyutlarda çalışılmasından dolayı, 5- boyutlu tanımlanan zar-evren modellerinde kendisine oldukça geniş bir çalışma alanı bulmuştur. FRW zar-evren modellerinde, bulkta Gauss-Bonnet terimi ve brane üzerinde de R skaler eğrilik terimi alınarak çok ilginç kozmolojik sonuçlar elde edildi. Kofinas ve arkadaşları [91], (2.53) denklemiyle verilen eylem fonksiyonunu, 4-boyutlu R skaler eğrilik terimini ilave edecek şekilde 5-boyut tanımlayıp (2.56) şeklinde alan denklemleri elde edip

FRW metriğine uyguladılar. Modelde, farklı enerji düzeylerini temsil eden bu düzeltme terimlerinin bir şekilde birbirlerini etkiledikleri gösterildi. Daha sonraları R. Brown [92] makalesinde, yine GBIG teorisini, FRW metriğine uygulayarak ve farklı bir analiz yöntemiyle, bulk ve brane büyüklükleri arasında ilişkiler elde ettiler.

2.6 CHAPLYGIN GAZI

Literatür çalışmaları incelendiğinde Einstein alan denklemlerinin en çok üzerinde çalışılan konularının başında T_{ij} ile gösterilen enerji-momentum tansörü gelmektedir. Bu tansörün yapısında madde ve enerji yoğunluğu, eş yönlü ve yönsüz basınç ve enerji akısı bileşenleriyle evrenin madde-enerji içeriği konusundaki bilgi vermektedir. Evrenin mükemmel akışkanla dolduğunu kabul edip enerji-momentum tansörü aşağıdaki gibi verilir,

$$T_{ij} = (\rho + p)u_i u_j - p g_{ij}. \quad (2.59)$$

Burada, ρ enerji yoğunluğu, p kozmik akışkanın basıncı ve u_i , $u_i u^i = 1$ koşulunu sağlayan (m+2) boyutlu hız vektörüdür. Basınç ile enerji yoğunluğu arasında

$$p = (\gamma - 1)\rho \quad (2.60)$$

Barotropik hal denklemi olarak bilinen bir bağıntı bulunmaktadır. Burada $0 \leq \gamma \leq 2$ aralığında tanımlı bir sabittir. Özel olarak; $\gamma = 2$ için katı akışkan, $\gamma = 4/3$ için radyasyon, $\gamma = 1$ için toz, $\gamma = 2/3$ için kozmik sicim ve $\gamma = 0$ kozmolojik sabit gibi madde-enerji tipleri elde edilir. Chaplygin gazı olarak bilinen bir başka tip mükemmel akışkan ise A pozitif bir sabit olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$p_{ch} = -\frac{A}{\rho_{ch}}. \quad (2.61)$$

Rus fizikçisi Chaplygin tarafından 1904 yılına aerodinamik yapıyı açıklamak için bir uçağın kanadına etkiyen kaldırma kuvvetinin hesabında kullanılmıştır. Negatif basınçlı Chaplygin gazı modeli, sağladığı geniş simetri özellikleri ve integre edilebilirlik kolaylıkları nedeniyle, pek çok olayın tasvirinde kullanılmaktadır. Kozmolojik kapsamda ise hal denkleminin Sicim Teorisiyle bir bağlantısı ortaya çıkması günümüze kadar yoğun bir şekilde çalışılmasının sebepleri arasında sayılabilir. Genelleştirilmiş Chaplygin gazının durum denklemi ise;

$$p_{ch} = -\frac{A}{\rho_{ch}^\alpha} \quad (2.62)$$

şeklinde tanımlanır. Chaplgin gazı için süreklilik denklemi ise;

$$\dot{\rho}_{ch} + 3H(\rho_{ch} + p_{ch}) = 0 \quad (2.63)$$

şeklindedir. (2.62) ve (2.63) denklemlerini kullanarak,

$$\rho_{ch} = \left[A + \frac{B}{a^{3(1+\alpha)}} \right]^{1/(1+\alpha)} \quad (2.64)$$

bağıntısını elde ederiz. Burada B bir sabit olmak üzere, genelleştirilmiş Chaplygin gazı için durum denklemi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$w = \frac{p}{\rho} = -\frac{A}{\rho_{ch}^{\alpha+1}} = -\frac{1}{1 + \left(\frac{B}{A}\right)(1+z)^{3(1+\alpha)}}. \quad (2.65)$$

Genelleştirilmiş Chaplygin gazı; $a \ll 1$ için, evrenin erken dönemlerinde madde yapısında davranış gösterirken;

$$\rho_{ch} \propto a^{-3}, w \cong 0, \quad (2.66)$$

$a \gg (B/A)^{1/(3(1+\alpha))}$ için ise evrenin geç dönemlerinde kozmolojik sabit görevi yapar

$$\rho_{ch} \propto const, w \cong -1. \quad (2.67)$$

Chaplgın gazı, karanlık madde ve karanlık enerjinin birleşmesi için ilginç bir olasılık sağlamaktadır. Bu yapısından dolayı çok fazla çalışma bulunmaktadır [93-95].

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1 ZAR ÜZERİNDE İNDÜKLENMİŞ EINSTEIN ALAN DENKLEMLERİ

Zar-evren modellerinde madde alanları, beş-boyutlu uzay-zamana (bulk) yatırılmış üç-boyutlu bir zar hiperyüzeyi ile temsil edilmektedir. Bu zar, dört-boyutlu evreni tasvir eder. RS teorisinde, alan denklemleri;

$${}^5\tilde{G}_{IJ} = {}^5\tilde{R}_{IJ} - \frac{1}{2} {}^5\tilde{g}_{IJ} {}^5\tilde{R} = -\tilde{\Lambda}_5 {}^5\tilde{g}_{IJ} + \tilde{\kappa}_5^2 {}^5\tilde{T}_{IJ} \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, ${}^5\tilde{R}_{IJ}$ ve ${}^5\tilde{R}$, sırasıyla, beş-boyutlu uzay-zamanın Ricci tansörü ile Ricci skaler eğriliğidir; ${}^5\tilde{G}_{IJ}$, Einstein tansörü; $\tilde{\Lambda}_5$ bulk'ta olası bir kozmolojik sâbiti ve ${}^5\tilde{T}_{IJ}$ 'de toplam enerji-momentum tansörünü göstermektedir. $\tilde{\kappa}_5$ ise beş-boyutlu gravitasyonel kuplaj sâbiti olup beş-boyutlu $\tilde{G}_5$ Newton kütle-çekim sabitine ve beş-boyutlu $\tilde{M}_5$ indirgenmiş Planck kütlesine $\tilde{\kappa}_5^2 = 8\pi\tilde{G}_5 = \tilde{M}_5^{-3}$ bağıntısıyla bağlıdır.

Shiromizu, Maeda ve Sasaki, Gauss-Codazzi denklemlerinden hareketle, W. Israel'in bağdaştırma koşullarını kullanarak [96] ve Z_2 simetrisi de varsayarak zarif bir geometrik yaklaşım ile ekstra uzaysal boyutu tıkız olmayan $(1 + 4)$ -boyutlu zay-zaman içine yerleşik $(1+3)$ -boyutlu zar üzerinde indüklenen alan denklemlerini çıkarmışlar ve bunları RS modelinin dinamiğini incelemek için kullanmışlardır [70]. Bu yaklaşımı, [76] çalışmasından hareketle aşağıda ayrıntılı bir şekilde sunmaktayız. Beş-boyutlu bulk uzay-zamanında yazılmış (3.1)'deki Einstein alan denklemlerini dört-boyutlu zar üzerinde yazmak istiyoruz. Bunun için, ${}^5\tilde{g}_{IJ}$ 'den oluşturulmuş beş-boyutlu geometrik büyüklükleri, ${}^4g_{IJ} \equiv h_{IJ}$ 'den oluşturulmuş dört-boyutlu büyüklüklere bağlamak gerekmektedir. Gerekli olacak iki denklemden ilki Gauss denklemi denilen

$${}^4R_{IJKL} = h^P_I h^Q_J h^R_K h^S_L {}^5\tilde{R}_{PQRS} + K_{IK}K_{JL} - K_{IL}K_{JK} \quad (3.2)$$

denklemleridir. Bu; ${}^4g_{IJ} \equiv h_{IJ}$ 'den oluşturulan dört-boyutlu Riemann eğrilik tansörünü, ${}^5\tilde{g}_{IJ}$ 'den oluşturulan beş-boyutlu olanına ve de K_{IJ} 'ye bağlar. (3.2) bağıntısını ve 4-boyutlu Ricci tansörünü ve Ricci skalerini kullanarak,

$${}^4R_{IJ} = {}^4R_{QS}h^Q_Ih^S_J - {}^5\tilde{R}_{PQRS}n^Pn^Rh^Q_Ih^S_J + KK_{IJ} - K^K_IK_{JK} \quad (3.3)$$

ve

$${}^4R = {}^5\tilde{R} - 2 {}^5\tilde{R}_{QS}n^Qn^S + K^2 - K^{QS}K_{QS} \quad (3.4)$$

bağıntıları elde edilir. Gerekli ikinci denklem ise,

$${}^4\nabla_M K^M_J - {}^4\nabla_M K = h^J_M {}^5\tilde{R}_{JL}n^L \quad (3.5)$$

şeklinde olup ekstrensek eğriliği beş-boyutlu Ricci Tansörüne ve normale bağlar. Buna Codazzi denklemi denir. Şimdi zar üzerinde ${}^4G_{IJ}$ Einstein tansörü,

$${}^4G_{IJ} \equiv {}^4R_{IJ} - \frac{1}{2}h_{IJ} {}^4R \quad (3.6)$$

biçiminde tanımlanacaktır. (3.3) ve (3.4) denklemleri kullanılırsa,

$$\begin{aligned} {}^4G_{IJ} = & {}^5\tilde{G}_{QS}h^Q_Ih^S_J - {}^5\tilde{R}_{PQRS}n^Pn^Rh^Q_Ih^S_J + {}^5\tilde{R}_{PS}n^Pn^Sh_{IJ} \\ & - \frac{1}{2} {}^5\tilde{R}h_{IJ} + KK_{IJ} - K^K_IK_{JK} - \frac{1}{2}h_{IJ}(K^2 - K^{JK}K_{JK}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

elde edilir. İkinci terim için Riemann tansöründen yararlanarak şekilde

$${}^5\tilde{R}_{PQRS}n^Pn^Rh^Q_Ih^S_J = {}^5\tilde{E}_{IJ} + \frac{1}{3} {}^5\tilde{R}_{QS}n^Qn^Sh_{IJ} + \frac{1}{3} {}^5\tilde{R}_{QS}h^Q_Ih^S_J - \frac{1}{12} {}^5\tilde{R}_{IJ} \quad (3.8)$$

elde edilir. Burada, ${}^5\tilde{E}_{IJ} = {}^5\tilde{C}_{PIRJ}n^Pn^R$ biçiminde tanımlanmış olup beş-boyutlu Weyl tansörünün “elektrik kısmı” olarak anılır. (3.7)’yi (3.8)’e taşır ve

$${}^5\tilde{R}_{IJ} \equiv {}^5\tilde{G}_{IJ} - \frac{1}{3} {}^5\tilde{g}_{IJ} {}^5\tilde{G} \quad (3.9)$$

yazılabileceğini de göz önünde bulundurarak sonuçta,

$$\begin{aligned} {}^4G_{IJ} = & \frac{2}{3} {}^5\tilde{G}_{QS}h^Q_Ih^S_J + \frac{2}{3} \left({}^5\tilde{G}_{QS}n^Qn^S - \frac{1}{4} {}^5\tilde{G} \right) h_{IJ} \\ & + KK_{IJ} - K^K_IK_{JK} - \frac{1}{2}h_{IJ}(K^2K_{JQ} + K^{QS}K_{QS}) - {}^5\tilde{E}_{IJ} \end{aligned} \quad (3.10)$$

bağıntısını elde edilir. Bu bağıntı zar üzerinde indüklenen Einstein tansörünü bulkteki Einstein tansörüne ve bulk büyüklüklerine bağlamaktadır. (3.8) kullanılarak (3.10) denklemi,

$${}^4G_{IJ} = -\frac{1}{2}\tilde{\Lambda}_5 h_{IJ} + \frac{2\tilde{\kappa}_5^2}{3} \left({}^5\tilde{T}_{QS} h_I^Q h_J^S + {}^5\tilde{T}_{QS} n^Q n^S h_{IJ} - \frac{1}{4} {}^5\tilde{T}_{IJ} \right) \\ + KK_{IJ} - K^Q{}_I K_{JQ} - \frac{1}{2} h_{IJ} (K^2 - K^{QS} K_{QS}) - {}^5\tilde{E}_{IJ} \quad (3.11)$$

biçimini alır. Zar-evren tasarımı uyarınca, zar üzerindeki enerji-momentumun, doğal olarak bir kısmının bilinegelen madde-enerjisi ve bir kısmının da boşluk (vakum) enerjisi olduğu varsayılır. Dolayısıyla; birinci τ_{IJ} ile gösterilmek üzere ve ikincisi için de σ ile zar yüzeyinin gerilimi gösterilmek üzere enerji-momentum tansörü,

$$T^{zar}_{IJ} \equiv S_{IJ} = T^{bilinegelen}_{IJ} + T^{boşluk}_{IJ} = \tau_{IJ} - \sigma h_{IJ} \quad (3.12)$$

şeklini alır. Aslında, zar üzerinde madde-enerji dağılımının $r = 0$ koordinatında bulunduğu varsayılırsa,

$$S_{IJ} = \delta(r)(\tau_{IJ} - \sigma h_{IJ}) \quad (3.13)$$

yazmak gerekecektir. Öte yandan, (3.3)'deki Einstein denklemlerinde yer alan ${}^5\tilde{T}_{IJ}$ 'ye gelince bu, toplam enerji-momentum olup

$${}^5\tilde{T}_{IJ} = T_{IJ}^{Bulk} + T_{IJ}^{Zar} \quad (3.14)$$

şeklindedir. Ama zar üzerinde indüklenmiş alan denklemlerini yazma aşamasında en son geldiğimiz (3.11) denkleminde ${}^5\tilde{T}_{IJ}$, artık, ${}^5\tilde{T}_{IJ}^{Zar} \equiv S_{IJ}$ 'yi göstermektedir. T_{IJ}^{Bulk} ise varlığını ${}^5\tilde{E}_{IJ}$ aracılığıyla göstermektedir. Gerekli basitleştirme ve düzenlemeler yapılarak (3.11) ifadesi

$${}^4G_{IJ} = -\frac{1}{2}(\tilde{\Lambda}_5 + \frac{\tilde{\kappa}_5^4 \sigma^2}{6})h_{IJ} + \frac{\tilde{\kappa}_5^4}{6}\sigma\tau_{IJ} + \tilde{\kappa}_5^4(\frac{1}{12}\tau\tau_{IJ} \\ - \frac{1}{4}\tau_{IQ}\tau_J^Q h_{IJ} + \frac{1}{8}\tau^{QS}\tau_{QS}h_{IJ} - \frac{1}{24}\tau^2 h_{IJ}) - {}^5\tilde{E}_{IJ} \quad (3.15)$$

şeklinde elde edilir.

$$\Lambda_4 = \frac{1}{2} \left(\tilde{\Lambda}_5 + \frac{\tilde{\kappa}_5^4 \sigma^2}{6} \right) \quad (3.16)$$

$$\kappa_5^2 \equiv 8\pi G_4 = \frac{\tilde{\kappa}_5^4}{6} \sigma \quad (3.17)$$

$$\Pi_{IJ} = \frac{1}{12} \tau \tau_{IJ} - \frac{1}{4} \tau_I^Q \tau_{JQ} h_{IJ} + \frac{1}{8} \tau^{QS} \tau_{QS} h_{IJ} - \frac{1}{24} \tau^2 h_{IJ} \quad (3.18)$$

tanımlamaları yapılırsa, sonuçta, indüklenmiş efektif Einstein alan denklemleri zar üzerine,

$${}^4G_{IJ} = -\Lambda_4 h_{IJ} + \kappa_4^2 \tau_{IJ} + \tilde{\kappa}_5^4 \Pi_{IJ} - {}^5\tilde{E}_{IJ} \quad (3.19)$$

şeklinde elde edilir. Burada κ_4 , Λ_4 ve G_4 , sırasıyla; dört-boyutlu uzay-zaman kütle-çekim sabiti, efektif kozmolojik sabit ve efektif newton kütleçekim sabiti olup bulktaki temel $\tilde{\kappa}_5$ ve $\tilde{\Lambda}_5$ sabitleri cinsinden elde etmiş oluruz.

3.2 KOZMOLOJİDE PARÇACIK YARATMANIN TERMODİNAMİĞİ

Geleneksel olarak Evren, kapalı bir termodinamik sistem olarak kabul edilir. Bu sistem, enerji-momentum tansörünün korunmasının tek başına hesaba katıldığı kütle-çekim alanıyla olası etkileşimini göz ardı eder. Prigogine, yerçekimi enerjisinden madde oluşturma fikrini ortaya koymak için, evreni yerçekimi alanından gelen enerjinin madde alanına dönüşebileceği açık bir termodinamik sistem olarak görür. Kozmoloji çerçevesinde, bu yaklaşım evrendeki hem parçacık hem de entropi üretimine izin verir. Prigogine ve arkadaşlarının ortaya koyduğu bu kozmolojik model termodinamiğin ikinci yasasını en baştan hesaba katar. Böylelikle klasik kozmolojinin, Einstein alan denklemlerinde enerji-momentum tansörünün uygun bir şekilde yeniden yorumlanmasıyla, genişletilmesine yol açar [6]. Bu modeldeki parçacıklar yerçekimi alan enerjisi pahasına oluşturulduğundan, yerçekimi alanından madde alanına geri dönüşü olmayan bir enerji akışı içerir.

Kapalı bir termodinamik sistemde V hacmindeki parçacık sayısı sabittir ve termodinamik kanunlar

$$d(\rho_m V) = dQ - p_m dV \quad (3.20)$$

ve

$$TdS = d(\rho_m V) + p_m dV . \quad (3.21)$$

şeklindedir. Burada; ρ_m , V , p_m , T , ve S sırasıyla; enerji yoğunluğu, hacim, termodinamik basınç, sıcaklık ve entropidir ve dQ , dt süresince sistemin aldığı ısıdır. Denklem (3.20) ve (3.21)'den entropi yaratılması;

$$TdS = dQ \quad (3.22)$$

şeklinde elde edilir. Bu denklemde $dQ = 0$ ile kapalı bir adyabatik sistemde, $dS = 0$ şeklinde entropinin korunumu elde edilir. Bununla birlikte; gravitasyonel alanın enerjisinden tersinmez madde yaratılmasına izin veren açık termodinamik sistem gibi Evreni düşünürsek, başlangıçtan beri entropi üretilmesinden sorumlu olabilir ve termodinamiğin 2. kanunu evrim denklemlerine dâhil etmekten daha anlamlı bir yol olabilir. Sonuç olarak, madde yaratılması iç enerjinin kaynağı gibi davranır. Bu durumda, verilen V hacminde, N parçacık sayısı sabit olmayacaktır. Bu durumda (3.20) nolu denklem; aşağıdaki gibi düzeltilmelidir,

$$d(\rho_m V) = dQ - p_m dV + \left(\frac{h}{n}\right)d(nV) . \quad (3.23)$$

Burada; $N = nV$, n parçacık sayısı yoğunluğu ve $h = (\rho_m + p_m)$ sistemin birim hacminin entalpisidir. $dQ = 0$ şeklindeki adyabatik sistemlerde, açık termodinamik sistemler için (3.23) denklemi

$$d(\rho_m V) + p_m dV = \left(\frac{h}{n}\right)d(nV) \quad (3.24)$$

şekline indirgenir. Termal enerji, parçacık sayısının değişiminden dolayı elde edilebilen sistemler olduğu görülür. Kozmolojide bu değişim, kütle-çekim alanından maddeye enerji dönüşümü olarak düşünülebilir. Bu bağlamda (3.24) denklem;

$$d(\rho_m V) = -(p_m + p_c)dV \quad (3.25)$$

gibi yeniden yazılabilir. Burada, p_c aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$p_c = -\left(\frac{h}{n}\right)\frac{dN}{dV} . \quad (3.26)$$

Tüm bu formülasyonun temel iddiası; yaratılan parçacıkların sayı yoğunluğu için Balans denklemlerinin kullanılmasına yol açan açık termodinamik sistemler için de enerji-momentum korunum kanununu düzelterek Einstein alan denklemlerine ilave etmektir. Parçacık akı vektörü;

$$N^\alpha = nu^\alpha \quad (3.27)$$

dir. Burada N^α , balance denklemini aşağıdaki gibi sağladığı düşünülebilir;

$$N^\alpha{}_{;\alpha} = \psi . \quad (3.28)$$

Burada ψ , parçacık yaratılmasının kaynak terimidir. Bu terimin pozitif ya da negatif olması ya parçacık yaratılması ya da parçacık yok olması durumuna bağlıdır. Standart kozmolojide bu terimin sıfır olduğu kabul edilir. Bu yapıyı kozmolojiye uygulamak için öncelikle, kütle-çekimsel parçacık kaynağının olması durumunda, (3.28) ile verilen balans denklemi, parçacık akısıyla birlikte

$$\dot{n} + 3nH = \psi \quad (3.29)$$

şeklinde yazılır. Burada n parçacık sayısı yoğunluğu ve $V = a^3$ hacime karşılık gelir. Adiabatik madde yaratılmasına ve parçacık yaratma oranına bağlı, (3.26) denklemiyle verilen p_c yaratma basıncı;

$$p_c = -\frac{\rho_m + p_m}{3nH} \psi \quad (3.30)$$

formuna indirgenir. Bu yapı, ivmelenen kozmik genişlemeyi elde edebilmek, $\psi > 0$ için p_c nin negatif olacağını gösterir. ψ fonksiyonuyla ilgili en önemli özellik, tamamen bilmediğimiz bir şey olmasıdır. Fakat, termodinamiğin 2. kanunundan dolayı üzerinde $\psi \geq 0$ gibi bir kısıtlama vardır. Bununla birlikte hala, bu gravitasyonel alandan dolayı parçacık yaratılmasının doğası hakkında açık sorulara sahibiz. Örneğin bu alandan ne tür parçacıklar yaratılır ve ne tür fiziksel özellikleri vardır. Tam söyleyememekle birlikte, bu sorular üzerinde bazı basitleştirmeler vardır. Bu yapıda yaratılan parçacıkların, yerel kütle-çekimsel kabullerden dolayı çok sınırlandırıldığı ve radyasyonun evrenin ileri dönem ivmelenmesine etkilemediği, hâlbuki karanlık maddenin karanlık enerjiden sonra etkili bir kaynak olabileceği görülebilir. Dolayısıyla kütle-çekimsel alanlar tarafından yaratılan parçacıkların basit bir şekilde soğuk karanlık madde olabileceği düşünülebilir (cold dark mater).

3.3 ÜÇÜNCÜ DERECEDE DENKLEMLERİN GENEL ÇÖZÜMÜ

Bulgular kısmında yer alan, alan denklemlerini boyutsuz büyüklükler cinsinden yazdığımızda aşağıdaki gibi 3. dereceden denklem yapılarını elde edilir;

$$E^2 = \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) + \Omega_\lambda - 2\sqrt{\Omega_{rc}}[1 + \Omega_\alpha E^2]E. \quad (3.31)$$

Bu tür denklem yapılarını çözmek için 3. dereceden denklemlerin genel çözümlerini vermek yararlı olacaktır. $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ şeklinde 3. dereceden denklemin genel çözümünü bulabilmek için öncelikle Δ 'nın işaretini bulmak gerekiyor. Δ fonksiyonunu denklemin katsayıları cinsinden

$$\Delta = 18abcd - 4b^3d + b^2c^2 - 4ac^3 - 27a^2d^2 \quad (3.32)$$

şeklinde tanımlarız. Bu noktada önemli olan Δ fonksiyonunun işaretidir.

- Eğer; $\Delta > 0$ ise, denklem 3 tane farklı real köke sahiptir.
- Eğer; $\Delta = 0$ ise, denklem real ve çakışık köke sahiptir
- Eğer; $\Delta < 0$ ise, denklem 1 real kök ve 2 karmaşık köke sahiptir.

Genel çözümü bulabilmek için aşağıdaki büyüklükleri tanımlamak gereklidir;

$$\Delta_0 = b^2 - 3ac \quad (3.33)$$

$$\Delta_1 = 2b^3 - 9abc + 27a^2d \quad (3.34)$$

$$C = \sqrt[3]{\frac{\Delta_1 \pm \sqrt{\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3}}{2}}. \quad (3.35)$$

Eğer Δ önceden hesaplanmışsa, C'nin hesaplanmasını kolaylaştırmak için $\Delta_1^2 - 4\Delta_0^3 = -27a^2\Delta$ eşitliği kullanılabilir. İfadenin ima ettiği üç olası küp kökü vardır. Bunlardan en az ikisi gerçek olmayan karmaşık sayılardır. Bunlardan herhangi biri “C” tanımlanırken seçilebilir. Ayrıca, $\Delta_0 = 0$ olmadıkça karekökün önündeki her iki işaret de seçilebilir. Bu durumda işaret, küp kökü içindeki iki terimin iptal edilmemesi için seçilmelidir.

Köklerden biri için katsayılar cinsinden genel formül aşağıdaki gibidir:

$$x = -\frac{1}{3a} \left(b + C + \frac{\Delta_0}{C} \right). \quad (3.36)$$

Bu eşitlik sıfır olmayan tüm C 'ler için geçerli olsa da çoklu kökler ($\Delta = 0$) için en uygun biçim olmadığını unutmayın. Kübik denklemin diğer iki kökü aynı eşitlik kullanılarak belirlenebilir, C denklemindeki küp kökü için diğer iki seçenek kullanılarak belirlenebilir: ilk tercihi sadece C olarak ifade eder, diğerleri $\left(\frac{-1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i\right)C$ ve $\left(\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}i\right)C$ şeklinde yazılabilir.

Yukarıdaki eşitlik, 3 kökün tamamı da dâhil olmak üzere, kompakt bir şekilde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$x_k = -\frac{1}{3a} \left(b + \xi^k C + \frac{\Delta_0}{\xi^k C} \right), \quad k \in \{0,1,2,3\}, \quad (3.37)$$

burada, $\xi = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$ 'dir.

Üç gerçek kök söz konusu olduğunda bu çözüm, hayali bileşenleri birbirini dengeleyen ancak formülde elimine edilemeyen gerçek olmayan karmaşık terimler (C 'nin herhangi bir seçimi gerçek değildir) anlamında ifade eder.

3.4 VERİ ANALİZİ

Standart kozmolojik modeller, karanlık enerji, karanlık madde, radyasyon ve eğrilik anlamına gelen Ω_i şeklinde, farklı bileşen yoğunlukları ve evrenin genişleme hızının bir ifadesi olan Hubble parametresini kullanarak evrenin tam bir tanımını verir. Bu parametre değerlerini belirlemek kozmologlar için önemli bir görevdir. Ancak bu tür değerler doğrudan ölçülemez. Bu nedenle araştırmalar astronomik gözlemlere dayanan istatistiksel çıkarımlara dayanmaktadır. Bu metodolojinin faydası yakın zamanda test edilmiştir. Geçtiğimiz yirmi yılda, astrofiziksel gözlem ve ölçümlerdeki teknolojik gelişmelerin büyük ve kesin veri kümeleri sağlaması, hassas kozmoloji çağını işaret etmektedir. Parlaklık mesafesi, kırmızıya kayma, kozmik mikrodalga fonu, baryonik akustik salınımlar ve büyük ölçekli yapı oluşumu gibi gözlemlenebilir çalışmalar, Ω_i üzerinde tutarlı sınırlar vermiştir. Şu anda, yaygın olarak kabul edilen kozmolojik parametrelerin değerleri listelenmektedir [97]. Karanlık enerji varlığı, evrenin mevcut hızlandırılmış genişlemesinden çıkarılmıştır. Bu sonuçlar Tip Ia süpernova (SNe Ia) çalışmalarının bir ürünüdür. Birtakım gözlemlerin bir dizi parametre ile tanımlanan

bir model ile uyumluluğu araştırılmak istendiğinde yapılan teorik model ile gözlemsel veriler arasında uyum istatistik analiz yöntemleriyle araştırılmalıdır.

3.4.1 Tip Ia Süpernova

Tip Ia süpernova (SNe Ia) 'nın, ikili bir sistemde yavaşça dönen bir Beyaz cüce yıldızı olarak yaşamaya başladığına inanılmaktadır [98]. Beyaz cüce, yaklaşık olarak 1.38 güneş kütlesi olan Chandrasekhar sınırına yaklaşıncaya kadar kütleyi diğer gezegenden yavaşça toplar, bu noktada yıldızın kuantum dejenerasyon basıncı kendi ağırlığına dayanamaz ve yıldız patlar. Bu sınırın %1'i içinde, yıldızın artan yoğunluğu ve basıncı, yıldız çekirdeğin sıcaklığını, karbonu oksijene dönüştüren nükleer füzyona yol açan bir noktaya yükseltir. Bu ateşleme sıcaklığına ulaşıldığında, nükleer füzyon gerçekleşir ve yıldızın bir SNe Ia'ya patlamasına neden olacak kadar enerji veren zincir reaksiyonu oluşur. Standart bir kütlede gerçekleşen bu eşsiz süreç, SNe Ia'nın kozmolojik çalışmalarda kullanılmasının nedenidir.

SNe Ia, kozmolojide “standart mumlar” olarak kullanıldığı için son derece yararlı bir fenomendir. Ekstragalaktik gözlemlerde, bu miktarın patlamadan bu yana geçen süreye bağlı olduğundan, belirsizlik olmadan süpernovaya parlaklık veya mesafeyi ölçmek zordur [99]. Bununla birlikte, oluşturuldukları karakteristik kütle nedeniyle, SNe Ia, patlamadan sonraki zamanın bir fonksiyonu olarak süpernovadan gelen ışık akısını tanımlayan patlamadan sonraki zamanın bir fonksiyonu olarak karakteristik ışık eğrileri sergiler. Phillips eğrisi, ışık eğrisinin şeklini süpernovanın içsel parlaklığına bağlar. Bir SNe Ia'nın içsel parlaklığı belirlenebildiğinden, SNe Ia iyi standart mumlardır, bu onları evrenin genişleme tarihini araştırmak için iyi bir araç haline getirir.

1998'de, farklı SNe Ia parlaklık mesafesine karşı kırmızıya-kayma (Hubble eğrisi) adı verilen ölçümler, yüksek oranda kırmızıya kaymış SNe Ia'nın parlaklık büyüklüğünü azalttığını göstermiştir. Bu dışa doğru hızlanan bir evreni ima ediyordu. Bu bilinmeyen yapı, itici bir çekim alanı olarak hareket eden ve dolayısıyla evrenin dışa doğru hızlanmasına neden olan karanlık enerji olarak teorikleştirildi. Teorik olarak bu, maddenin akışkan benzeri enerji-momentum dağılımının evrenin geniş ölçekli evrimini nasıl belirlediğini açıklayan Einstein denklemlerinde kozmolojik sabitin bir tezahürüdür. Sezgisel olarak baryonik maddeyle dolu bir evren yavaşlamaya, hatta kendi üzerine çökmeye meyillidir. Bununla birlikte bu son sonuçlar karanlık enerji gibi bir yapıyla aksini göstermiştir.

2018 yılında D. M. Scolnic ve arkadaşları tarafından elde edilen Pantheon verileri, SNe Ia gelen parlaklık modülünün gözlemlerini içerir [100]. Bu çalışmada; Pan-STARRS1 (PS1) Orta Derin araştırma tarafından keşfedilen 365 spektroskopik düzenlenmiş SNe Ia için optik ışık eğrileri, kırmızıya kayma ve sınıflandırmaları sunulmaktadır. PS1 SNe Ia mesafelerindeki sistematik belirsizlikleri azaltan PS1 SNe Ia fotometrisi ve kalibrasyondaki iyileştirmeleri detaylandırmaktadır. 279 PS1 SNe Ia ($0,03 < z < 0,68$) alt kümesini, SDSS, SNLS, çeşitli düşük z ve HST örneklerinden SN Ia'nın faydalı mesafe tahminleri ile birleştirerek en büyük birleşik SN Ia örneğini oluşturur. Pantheon Örneği olarak adlandırdığımız $0,01 < z < 2$ arasında değişen toplam 1048 SN Ia verisini içermektedir. Planck 2015 CMB ölçümlerini Pantheon SN örneği ile birleştirirken w CDM modeli için $\Omega_m = 0,307 \mp 0,012$ ve $w = -1,026 \pm 0,041$ değerleri elde edilmiştir. SNe Ia ve CMB kısıtlamaları BAO ve yerel H_0 ölçümlerinden gelen kısıtlamalarla birleştirildiğinde analiz bugüne kadarki en hassas karanlık enerji ölçümünü verir: $w_0 = -1,007 \pm 0,089$, $w_a = -0,222 \pm 0,407$.

Modelimizin teorik verilerini, deneysel verilerle karşılaştırıp uygunluğunu araştırmak için Ki-Kare analizi (chi-squared analysis) kullanılmıştır. Bu analiz yöntemi,

$$\chi_{SN}^2(\theta) = \sum_{i=1}^N \frac{[m_{obs}(z_i) - m_{teo}(z_i)]^2}{\sigma_i^2} \quad (3.38)$$

şeklinde ifade edilir [125]. Burada, $m_{obs}(z_i)$ ve $m_{teo}(z_i)$ sırasıyla ölçülen ve teorik değerleri ve σ_i de ölçümlere karşılık gelen belirsizliklere işaret etmektedir. N ise toplam veri sayısını göstermektedir.

4. BULGULAR

4.1 YÜKSEK BOYUTLU FRW KOZMOLOJİDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

Friedman-Robertson-Walker (FRW) tarafından temsil edilen (m+2) boyutlu homojen, eş yönlü ve düz uzay-zaman yapıları düşünelim;

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)[dr^2 + r^2(dx_m^2)] \quad (4.1)$$

burada $a(t)$ ölçek çarpan olmak üzere dx_m^2 ;

$$dx_m^2 = d\theta_1^2 + \sin^2 \theta_1 d\theta_2^2 + \dots + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \dots \sin^2 \theta_{m-1} d\theta_m^2. \quad (4.2)$$

yazılabilir. Evrenin mükemmel akışkanla dolduğunu kabul edip enerji-momentum tansörünü;

$$T_{ij} = (\rho + p)u_i u_j - p g_{ij}, \quad (4.3)$$

şeklinde yazabiliriz. Burada ρ enerji yoğunluğu, p kozmik akışkanın basıncı ve u_i , $u_i u^i = 1$ koşulunu sağlayan (m+2) boyutlu hız vektörüdür. Zamandan bağımsız, Newton kütle-çekim sabiti G ve kozmolojik sabit Λ 'lı Einstein alan denklemleri aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = -8\pi G T_{ij} - \Lambda g_{ij}. \quad (4.4)$$

Burada; R_{ij} , g_{ij} ve R sırasıyla Ricci tansörü, metrik tansörü ve Ricci skaleridir. (4.1) ve (4.3) denklemlerini kullanarak Einstein alan denklemlerini

$$\frac{m(m+1)}{2} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = 8\pi G(t)p + \Lambda(t) \quad (4.5)$$

$$m \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{m(m-1)}{2} \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -8\pi G(t)p + \Lambda(t) \quad (4.6)$$

şeklinde elde ederiz. Burada “nokta” kozmik zamana göre türevi göstermektedir. (4.5) denkleminin türevini alındığında

$$\frac{m(m+1)}{2} \left[\frac{2\dot{a}}{a} \left(\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) \right] = 8\pi (\dot{G}\rho + G\dot{\rho}) + \dot{\Lambda} \quad (4.7)$$

elde edilir. (4.5) ve (4.6) denklemlerini toplayıp ve (4.5) denklemini (-1) ile çarpıldığında

$$m \left(\frac{\dot{a}}{a} - \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 \right) = -8\pi G(p + \rho) \quad (4.8)$$

bağıntısını elde ederiz. (4.8) denklemini (4.7) denkleme yazdığımızda süreklilik denklemini

$$\dot{\rho} + (m + 1)(p + \rho) \frac{\dot{a}}{a} + \rho \frac{\dot{G}}{G} + \frac{\dot{\Lambda}}{8\pi G} = 0 \quad (4.9)$$

elde ederiz. Ek olarak, (4.5) ve (4.9) denklemlerini kullanarak enerji yoğunluğu ve kozmolojik sabit için aşağıdaki gibi genel bir form elde ederiz;

$$p + \rho(t) = -\frac{d\dot{H}}{8\pi G} \quad (4.10)$$

$$\Lambda(t) = \frac{d(d+1)}{2} H^2 - 8\pi G\rho. \quad (4.11)$$

4.1.1 Parçacık Yaratmanın Termodinamik Özellikleri

Evrenin erken döneminde parçacık yapısını, etkileşmeyen parçacık yoğunluk numarası n ve aşağıdaki durum denklemine uyan rölativistik akışkanı;

$$p = w\rho, \quad (4.12)$$

$$n = n_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{1}{1+w}}, \quad (4.13)$$

şeklinde düşünebiliriz. Burada, $w, -1 < w \leq 1$ aralığında değerler alan durum denklemini parametresidir. Parçacık yoğunluğu ve enerji yoğunluğu sırasıyla; $n_0 \geq 0$ ve $\rho_0 > 0$ 'dir. Parçacık yoğunluk numarası denge denklemlerini sağlamaktadır;

$$\dot{n} + (m + 1)nH = \psi(t)n \quad (4.14)$$

burada $\psi(t)$ boyutu t^{-1} olan parçacık yaratma oranıdır [101-102]. $\psi(t) > 0$, $\psi(t) < 0$ ve $\psi(t) = 0$ durumları sırasıyla; parçacık kaynağı, parçacık yok olan ve parçacık üretilme olmayan durumları göstermektedir [103]. (4.9) ve (4.13) denklemleri, (4.12) denklemine göre yeniden yazıldığında

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -(d+1)(1+w)H - \left(\frac{\dot{G}}{G} + \frac{\dot{\Lambda}}{8\pi G\rho} \right) = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\dot{n}}{n} = \left(\frac{1}{1+w} \right) \frac{\dot{\rho}}{\rho} \quad (4.16)$$

bağıntısını elde ederiz. Sonuç olarak denklem (4.14)- (4.16), kullanıldığında parçacık yaratma fonksiyonunun;

$$\psi(t) = \frac{-1}{(1+w)G} \left(\frac{\dot{\Lambda}}{8\pi\rho} + \dot{G} \right) \quad (4.17)$$

ifadesini elde edilir. T sıcaklığında, parçacık yaratma mekanizmasına bağlı S entropili ifade;

$$T \frac{dS}{dt} = \frac{d(\rho V)}{dt} + p \frac{dV}{dt} \quad (4.18)$$

elde edilir. Burada $V = a^{d+1}$ ile tanımlanır. (4.18) denklemini düzenlediğimizde S entropiyi

$$S = \frac{(\rho+p)a^{d+1}}{T} = \frac{(1+w)\rho a^{d+1}}{T} \quad (4.19)$$

elde ederiz. Denklem (4.18) ve (4.19) birlikte değerlendirildiğinde

$$T \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{G(t)} \left[\frac{\dot{\Lambda}}{8\pi G\rho} + \dot{G} \right] \rho(t) a^{d+1} \quad (4.20)$$

veya, denklem (4.1.20) ye benzer

$$\frac{dS}{dt} = \frac{(1+w)\rho a^{d+1}}{T} \psi(t) \quad (4.21)$$

elde ederiz. Son olarak denklem (4.20) ve (4.21) kullanarak, entropiyi parçacık yaratma fonksiyonu cinsinden aşağıdaki gibi yazabiliriz;

$$S(t) = S_0 e^{\int \psi(t) dt} . \quad (4.22)$$

burada, S_0 ilk entropidir.

4.1.2 Modeller ve Kozmolojik Çözümleri

Bu bölümde $a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t}$ ve $a(t) = \sqrt[3]{\sinh(kt)}$ gibi belirtilen iki farklı zamana bağlı ölçek çarpanı ele alacağız. Öncelikle parçacık yaratma fonksiyonu $\psi(t)$ ve entropi fonksiyonu $S(t)$ nin kozmolojik çözümlerini tartışıyoruz. Daha sonra Newton kütle-çekim sabiti G , kozmolojik sabit Λ , enerji yoğunluğu ρ ve yavaşlama parametresi q gibi çeşitli kozmolojik sabitlerin zaman evrimi tartışıyoruz.

4.1.2.1 Model I

Einstein alan denklemlerini çözebilmek için ölçek çarpan

$$a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t} = (t^\alpha e^t)^{\frac{1}{2}} \quad (4.23)$$

şeklinde alınabilir. Burada α pozitif bir sabittir. Eğer $\alpha = 0$ seçilirse (4.23) nolu denklem, $a(t) = \sqrt{e^t}$ şeklinde üstel değişim kanununa indirgenir. Ölçek çarpanının böyle seçilmesinin arkasında yatan en önemli sebep; evrenin şimdiki evresinde ivmelenerek genişlemesi, geçmiş dönemde yavaşlayarak genişlemesi arasındaki geçişi sağlamaktır. Sonuç olarak yavaşlama parametresi sabit olmayıp zamana bağlı olarak değişmektedir. Ölçek çarpanının bu seçimi yavaşlama parametresinin zamana bağlı olarak değişmesini sağlamaktadır [103-114]. Yavaşlama parametresi q ve H Hubbe parametresiyle aşağıdaki gibi bir ilişkisi vardır;

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H} = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2} = -\frac{\ddot{a}}{aH^2} \quad (4.24)$$

burada $H = \dot{a}/a$ olarak tanımlanmaktadır. Kozmolojide Hubble ve yavaşlama parametreleri, gözlemsel veriler açısından son derece önemlidir. q 'nın işareti bir modelim enflasyon teorilerine uyup uymadığının göstergesidir. $-1 < q < 0$ ise evren hızlanarak, $q = 0$ sabit hızla ve $q > 0$ ise yavaşlayarak genişler. (4.23) denklemi (4.24)'te kullanırsak,

$$q = \frac{2\alpha}{(\alpha+t)^2} - 1 \quad (4.25)$$

bağıntısını elde ederiz. Son denklemden $q > 0$ için; $t < \sqrt{2\alpha} - \alpha$ ve $q < 0$ için; $t > \sqrt{2\alpha} - \alpha$ elde edilir. $0 < \alpha < 2$ için model yavaşlama fazından ivmelenme fazına evrilir. SNe Ia daki güncel gözlemler yavaşlama parametresinin bazı bölgelerdeki oranının $-1 < q < 0$ olduğunu gösterir. Ölçek çarpanın zamana göre türevini alıp H Hubble parametresini tanımladığımızda;

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\frac{1}{2}(t^\alpha e^t)^{\frac{1}{2}}(nt^{\alpha-1}e^t + t^\alpha e^t)}{(t^\alpha e^t)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \frac{\alpha t^{\alpha-1} e^t + t^\alpha e^t}{t^\alpha e^t} = \frac{1}{2} (\alpha t^{-1} + 1) = \left(\frac{\alpha}{2t} + \frac{1}{2} \right) \quad (4.26)$$

elde ederiz. Denklem (4.10), (4.11) ve (4.26) kullanarak, Model I için enerji yoğunluğu ve kozmolojik sabit ifadelerini

$$\rho(t) = \frac{m\alpha}{16\pi G(1+\omega)} \frac{1}{t^2} \quad (4.27)$$

$$\Lambda(t) = \frac{m(m+1)}{8} \left[\frac{\alpha}{t} + 1 \right]^2 - \frac{m\alpha}{2(1+\omega)} \frac{1}{t^2} \quad (4.28)$$

şeklinde elde ederiz. Her iki çözümün geçerli olması için $\omega \neq -1$ olması gerektiği açıktır. Enerji yoğunluğu ve kozmolojik sabit'in davranışı: $t = 0$ anında sonsuzdan azalıp $t \rightarrow \infty$ için sıfıra gider. Madde ve vakum için yoğunluk parametreleri sırasıyla;

$$\Omega_{matt.}(t) = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{2\alpha}{(m+1)(1+\omega)} \frac{1}{2t^2} \left[\frac{\alpha}{2t} + \frac{1}{2} \right]^{-2} \quad (4.29)$$

$$\Omega_\Lambda(t) = 1 - \frac{2\alpha}{(m+1)(1+\omega)} \frac{1}{2t^2} \left[\frac{\alpha}{2t} + \frac{1}{2} \right]^{-2} \quad (4.30)$$

elde edilir. Burada ρ_c ise aşağıdaki gibi tanımlanır

$$\rho_c = \frac{m(m+1)H^2}{16\pi G}. \quad (4.31)$$

Madde ve vakum için yoğunluk parametrelerinin toplamı olan toplam yoğunluk parametresi

$$\begin{aligned} \Omega_T &= \Omega_{matt} + \Omega_\Lambda \\ &= \frac{2\alpha}{(m+1)(1+\omega)} \frac{1}{2t^2} \left[\frac{\alpha}{2t} + \frac{1}{2} \right]^{-2} + 1 - \frac{2\alpha}{(m+1)(1+\omega)} \frac{1}{2t^2} \left[\frac{\alpha}{2t} + \frac{1}{2} \right]^{-2} = 1 \end{aligned} \quad (4.32)$$

elde edilir. Bu çözüm Einstein alan denklemleriyle benzer yapıdadır ve enflasyon senaryolarıyla uyumludur [115]. Denklem (4.15) ve (4.27), denklem (4.28) ile birlikte değerlendirildiğinde, parçacık yaratma fonksiyonu

$$\psi(t) = \frac{1}{2(1+\omega)} \left\{ -\frac{4}{t} + (m+1)(1+\omega) \left(\frac{\alpha}{t} + 1 \right) \right\}, \quad (4.33)$$

şeklinde elde edilir. Ayrıca denklem (4.22), (4.24) ve (4.33) kullanılarak, parçacık yaratma ortamında entropinin zamanla değişimi aşağıdaki gibi elde edilir,

$$S(t) = S_0 t^{\frac{\alpha(1+m)(1+w)-4}{2(1+w)}} e^{\frac{(1+m)}{2}t}. \quad (4.34)$$

$\psi(t) = 0$ durumuna karşılık gelen parçacık yaratma olmaması durumu için ise öncelikle standart kozmolojideki parçacık korunum kanununu denklem (4.9) ile iki kısma ayırarak;

$$\dot{\rho} + (m+1)(w+1)\rho H = 0, \quad (4.35)$$

$$\dot{\Lambda}(t) + 8\pi\rho\dot{G}(t) = 0 \quad (4.36)$$

şeklinde elde edilir. Denklem (4.35)'ü çözdüğümüzde;

$$\rho = \rho_0 a^{-(m+1)(w+1)} \quad (4.37)$$

bağıntılarını elde edilir. Burada ρ_0 pozitif bir sabittir. Denklem (4.23) ve (4.37) kullanıldığında enerji yoğunluğunu aşağıdaki gibi elde ederiz

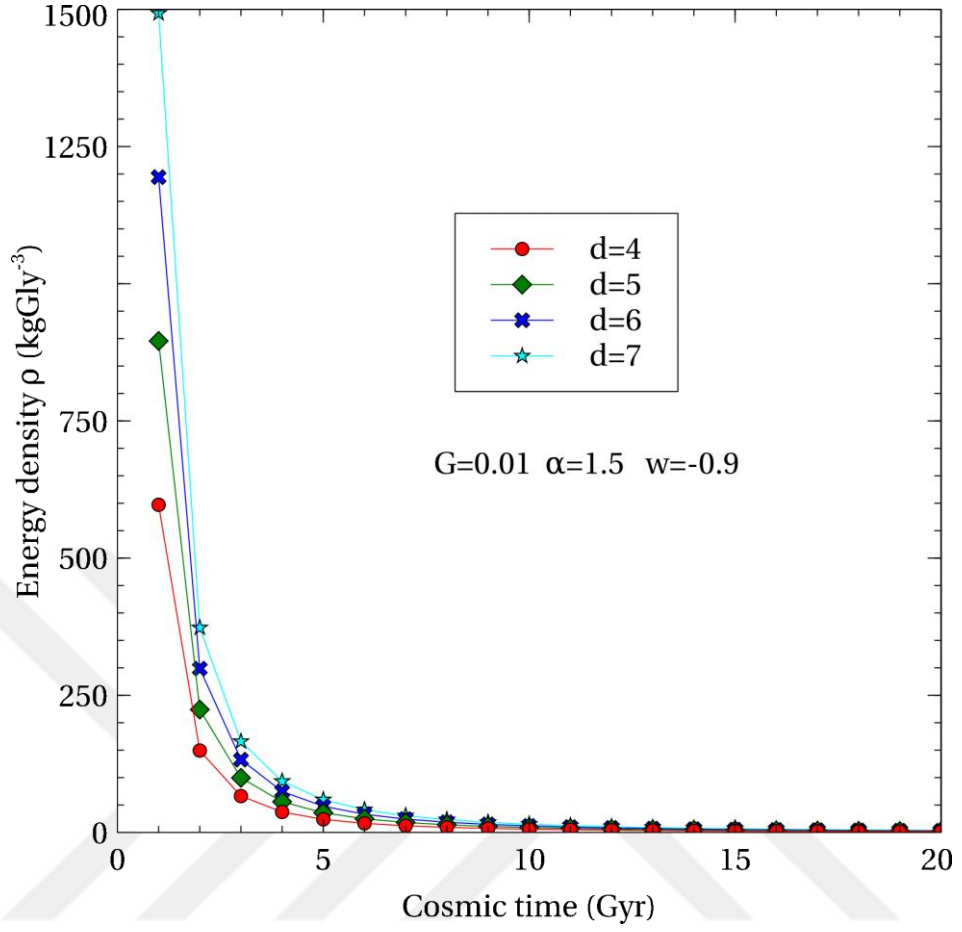
$$\rho(t) = \rho_0 (t^\alpha e^t)^{-\frac{(m+1)(1+w)}{2}}. \quad (4.38)$$

Ayrıca, parçacık yaratma olmaması durumu için denklem (4.5) ve (4.38) kullanılarak, kütleçekimsel ve kozmolojik sabitlerin zamana göre evrimleri

$$G(t) = \frac{m\alpha}{16\pi\rho_0(1+w)} e^{\frac{t(m+1)(w+1)}{2}} t^{\frac{\alpha(m+1)(w+1)}{2}-2} \quad (4.39)$$

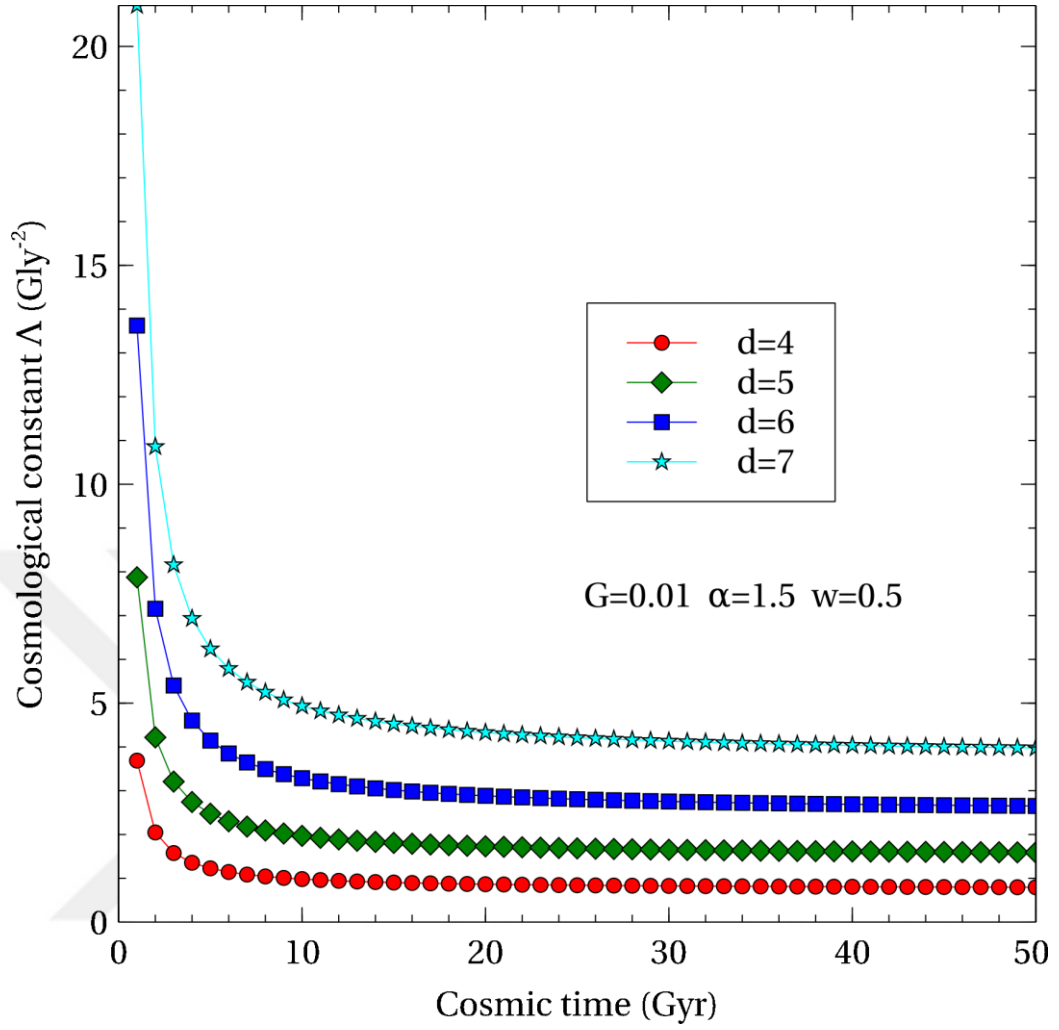
$$\Lambda(t) = \frac{m(m+1)}{8} \left[\frac{\alpha}{t} + 1 \right]^2 - \frac{m\alpha}{2(1+w)} t^{-2} \quad (4.40)$$

şeklinde elde edilir. Şimdiye kadar Model I ile ilgili analitik sonuçları tartıştık. Bundan sonra numerik sonuçlar tartışılacaktır. Model I'in tutarlılığını görebilmek için, çeşitli kozmolojik değişkenlerin zamanla değişimlerini incelemek son derece önemlidir. Şekiller sırasıyla α , d ve m sabit parametreleri için sırasıyla $0 < \alpha < 2$, ve $m = 2 - 5$ değer aralıkları kullanılmıştır.



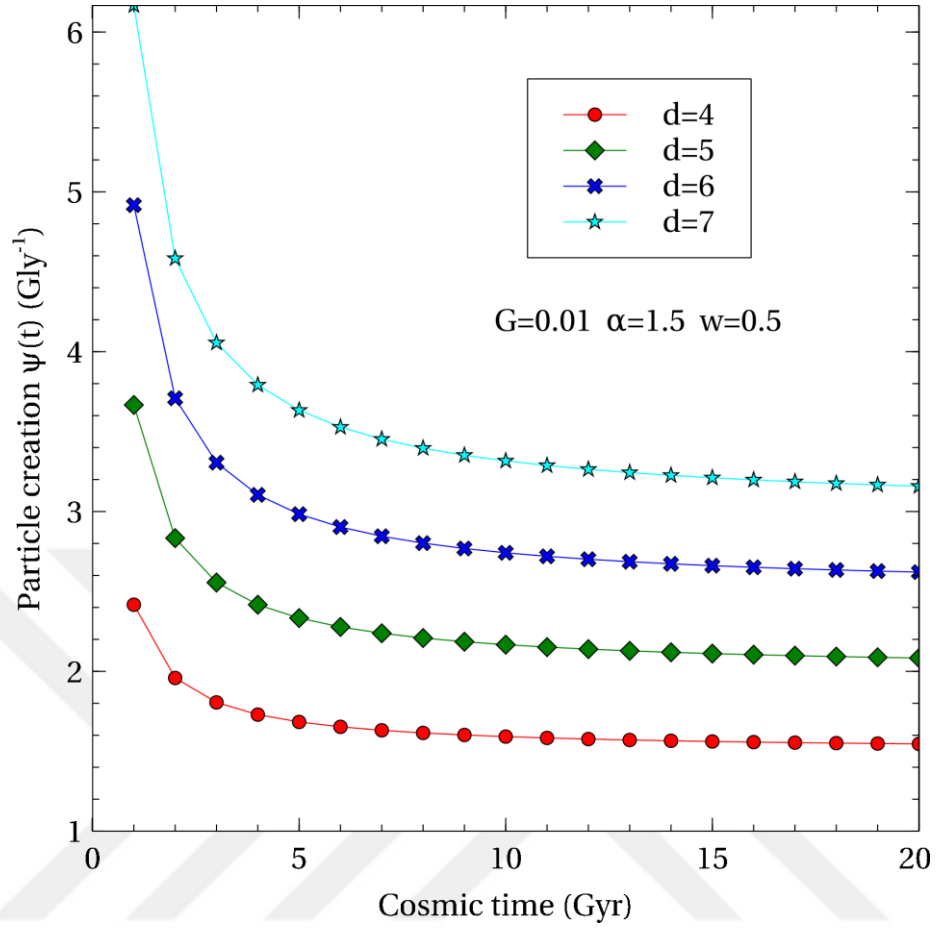
Şekil 4.1: Enerji yoğunluğunun kozmik zamanla değişimi ($w = -0.9$).

Enerji yoğunluğunun zamana bağlı davranışını elde etmek için, $\alpha = 1.5$, $w = -0.9$ ve $G = 0.01$ değerleri için denklem (4.27) 'i nümerik olarak çözeriz. Farklı boyutlar için nümerik sonuçlar ($m = 4, 5, 6, 7$) şekil 4.1'de verilmiştir. Şekil 4.1'den görüldüğü üzere enerji yoğunluğunun zamanla yavaşça azaldığı ve sıfıra yaklaştığı görülmektedir. Enerji yoğunluğunun bu davranışı, standart kozmoloji verilerinin öngörüsü ile tutarlıdır. Şekil 4.1'de ayrıca, tüm boyutlardaki zaman evrim karakterinin benzer olmasını sağlar.



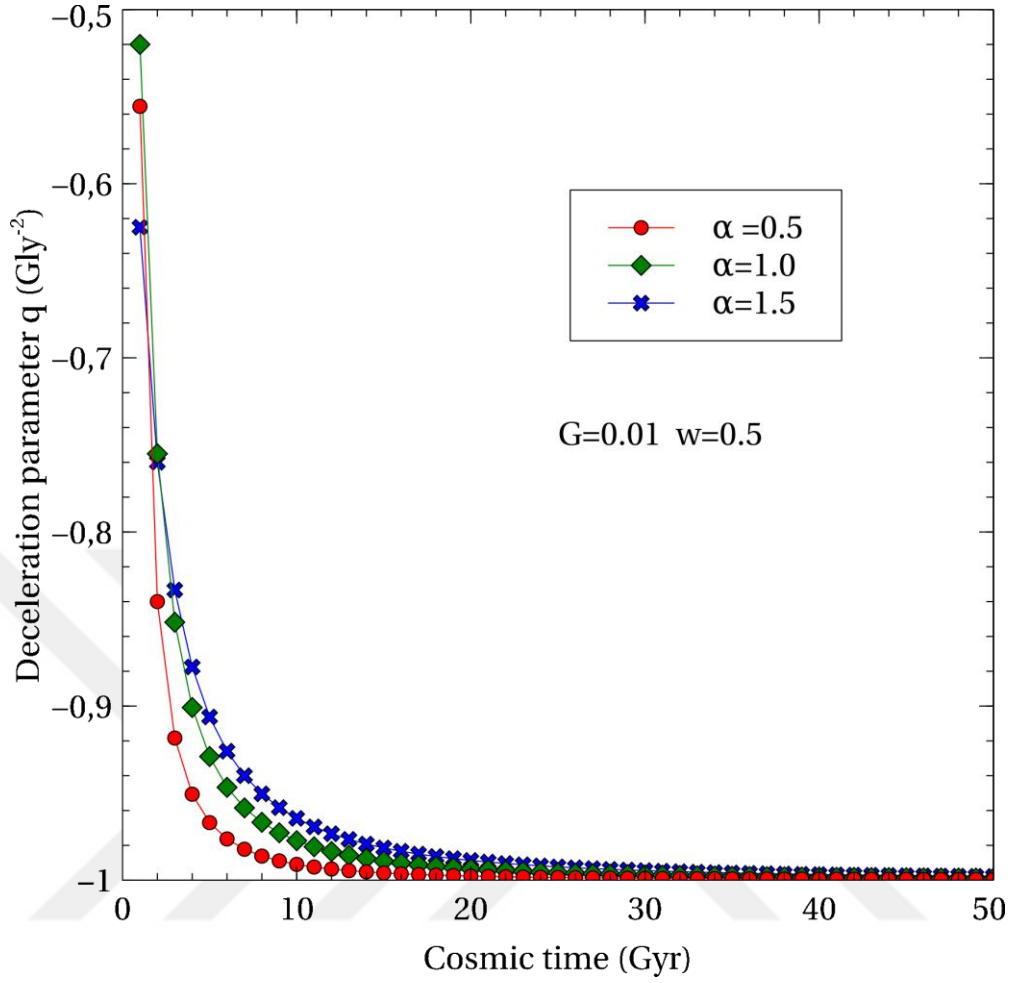
Şekil 4.2: Kozmolojik sabitin kozmik zamanla değişimi ($w=0,5$).

Kozmolojik sabitin zaman evrimi görmek için (4.28) denklemini nümerik olarak değerlendirdiğimizde şekil 4.2’i elde ederiz. $\alpha = 1.5$, $w = 0.5$ ve $G = 0.01$ değerleri ve farklı boyutlar için sayısal sonuçlar, şekil 4.2’de verilmiştir. Burada $w; -0,5 < w \leq -1$ aralığında belirlemekle gözlemsel verilerle tutarlı olması sağlandı. Kozmolojik sabit grafikte görülebileceği gibi tüm boyutlarda yavaş yavaş azalır ancak farklı sabit değerlere limit olarak yaklaşırlar. $m = 2$ (boyut sayısı; $d=4$) için kozmolojik sabitin evrim davranışı hızlandırılmış dönem için standart kozmoloji verileriyle tutarlılık gösterir.



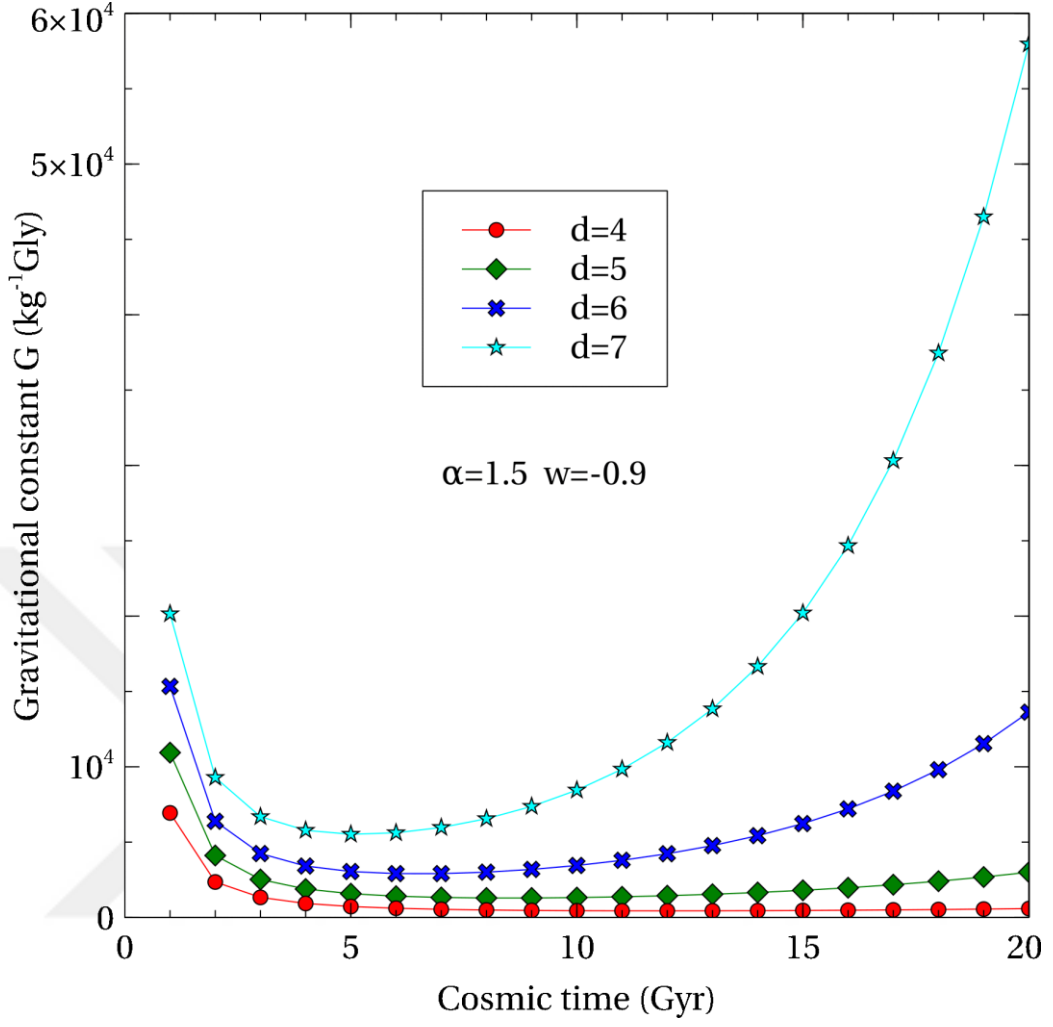
Şekil 4.3: Parçacık yaratma fonksiyonunun kozmik zamanla değişimi.

Parçacık oluşumunun farklı boyutlar ve keyfi $w = 0.5$ ve $\alpha = 1.5$ değerleri için zaman içindeki evrimini araştırmak için denklem (4.33)'ü sayısal olarak çözdüğümüzde farklı boyutlar için sonuçlar Şekil 4.3 gibi elde edilir. Bu parçacık oluşumundan görülebileceği gibi $\psi(t)$ yavaş yavaş tüm boyutlarda sabit bir değere düşer. Parçacık oluşumunun zaman evrimi davranışı, standart kozmoloji verilerinin öngörülerıyla tutarlıdır. Yavaşlama parametresinin zamana göre $0 < \alpha < 2$ aralığında değişimi Şekil 4.4 verilmiştir. Bu davranış $d = 4$ için standart kozmoloji verileriyle tutarlıdır [111-112].



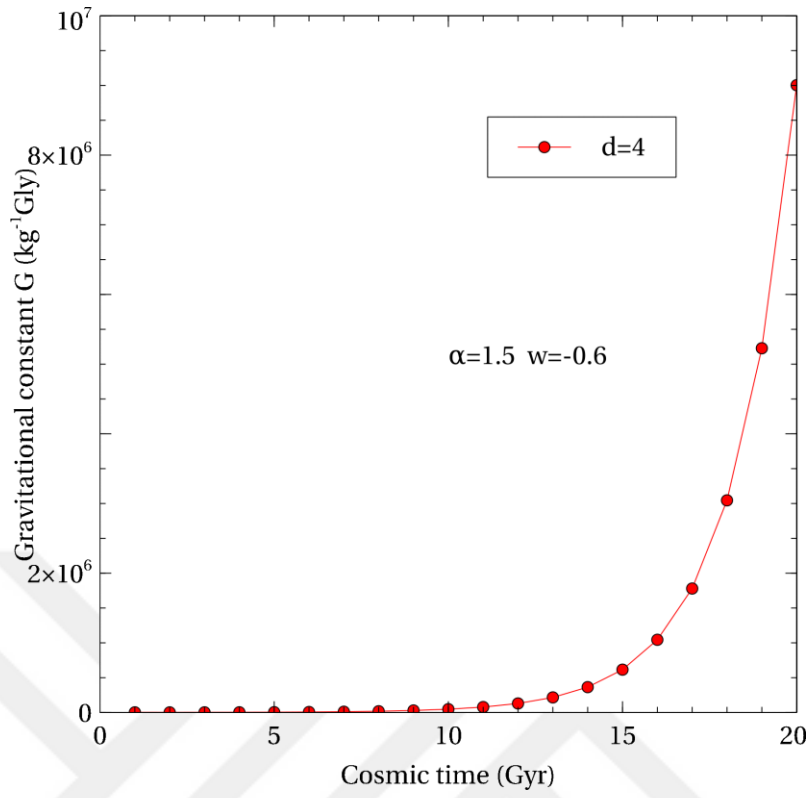
Şekil 4.4: Yavaşlama parametresinin kozmik zamanla değişimi.

Parçacık oluşmaması durumunda, (4.39) denklemi kullanılarak Newton kütle-çekim sabitinin zamana bağlı değişimini göz önüne alarak $\alpha = 1,5$ ve $w = -0,9$ olarak Şekil 4.5 analiz ediyoruz. Görüldüğü gibi $d \geq 5$ için yerçekimi sabitinin küçük süre azaldığı, ancak belli bir süre sonra $d = 4$ için kütle-çekim sabiti belli bir değere düştüğü görülmektedir. $d \geq 5$ için kütle-çekim sabitinin artmasının çok ilginç bir sonuç olarak görülmektedir. Kütle-çekim sabitinin davranışının hassasiyete bağlı olduğunu görüyoruz. Aslında, $d \geq 5$ için yerçekimi sabiti, Şekil 4.5'te $-0.7 \leq w < -1.0$ aralığında azalan bir fonksiyondur, sadece Şekil 4.6'da $0.7 < w$ aralığında tüm boyutlar için G arttırmaktadır.

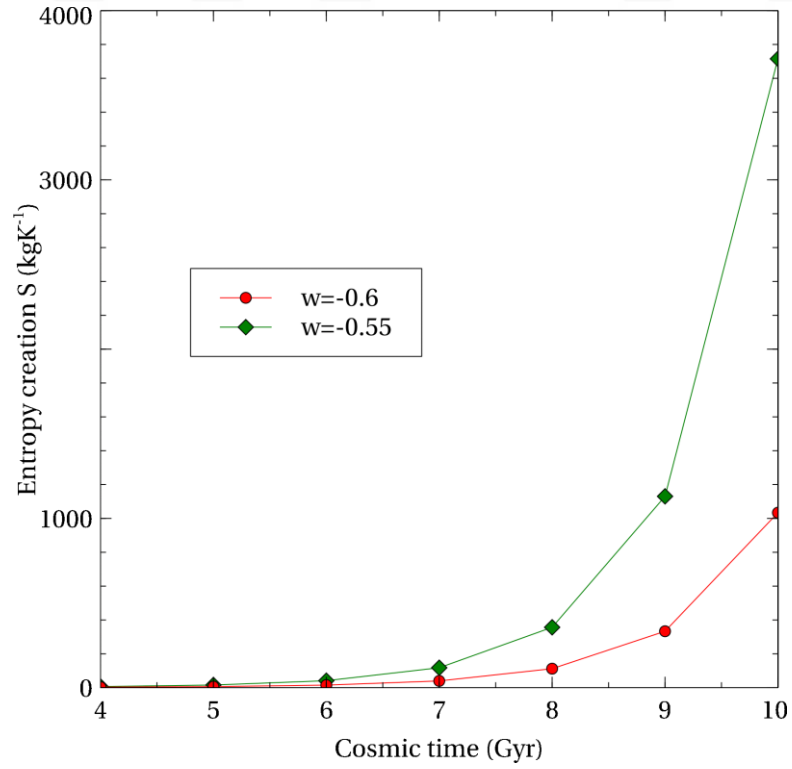


Şekil 4.5: Kütle-çekim sabitin kozmik zamanla değişimi ($w=-0.9$).

Entropinin zamana bağlılığını elde etmek için, (4.34) denklemini nümerik olarak çözdük. İsteğe bağlı farklı w parametreleri sonuçları, Şekil 4.7’de verilmiştir. Bu gelişme açıkça evrenin entropisinin zamanla arttığını göstermektedir. Bu sonuç, termodinamiğin ikinci yasası ile tutarlıdır. Evrendeki parçacık oluşumu, entropinin her zaman arttığı geri dönüşümsüz bir süreçte yol açar. Elde edilen sonuçlar gözlemsel verilerle tutarlıdır [116].



Şekil 4.6: Kütle-çekim sabitin kozmik zamanla değişimi.



Şekil 4.7: Entropi üretiminin kozmik zamanla değişimi.

4.1.2.2 Model II

Şu anda evrenimizin hızlanan genişlemesi ve aynı zamanda erken zamanda yavaşlayan genişlemesi, zamana bağlı bir yavaşlama parametresi alma motivasyonunu sağlayan temel bir gerçeği oluşturmaktadır. Denklem (4.24) aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\frac{\ddot{a}}{a} + q \frac{\dot{a}}{a^2} = 0 . \quad (4.41)$$

Bu denklemi çözmek için, $q = q(t) = q(a(t))$ varsayımları yapılarak Chand ve ark. [117], takip ederek ölçek çarpanı aşağıdaki gibi elde ederiz,

$$a(t) = \sqrt[z]{\sinh(kt)} . \quad (4.42)$$

Chawla ve ark. [118], Bianchi Tip-1 kozmolojisinin evrimini incelemek için bu ölçek çarpanını kullanmışlardır. Ek olarak Pradhan ve ark. [119-122], FRW ve Bianchi modelleri için bu ölçek faktörünü kullanarak önemli modeller geliştirdiler. (4.42) bağıntısında $z > 1$ için model erken dönem yavaşlama ve günümüz ivmelenmesini içeren transit bir yapıya sahip olur. Bu transit yapıyı koruyacak şekilde çalışmamızda $z = 2$ alıp ölçek çarpanını kullandığımızda eşitlik (4.10) ve (4.11) 'den elde ettiğimiz genel formda enerji yoğunluğu ve kozmolojik sabiti

$$\rho(t) = \frac{mk^2}{16\pi G(1+w)} \sinh^{-2}(kt), \quad (4.43)$$

$$\Lambda(t) = \frac{k^2 m(m+1)}{8} \coth^2(kt) - \frac{km}{2} C \sinh^{-2}(kt) \quad (4.44)$$

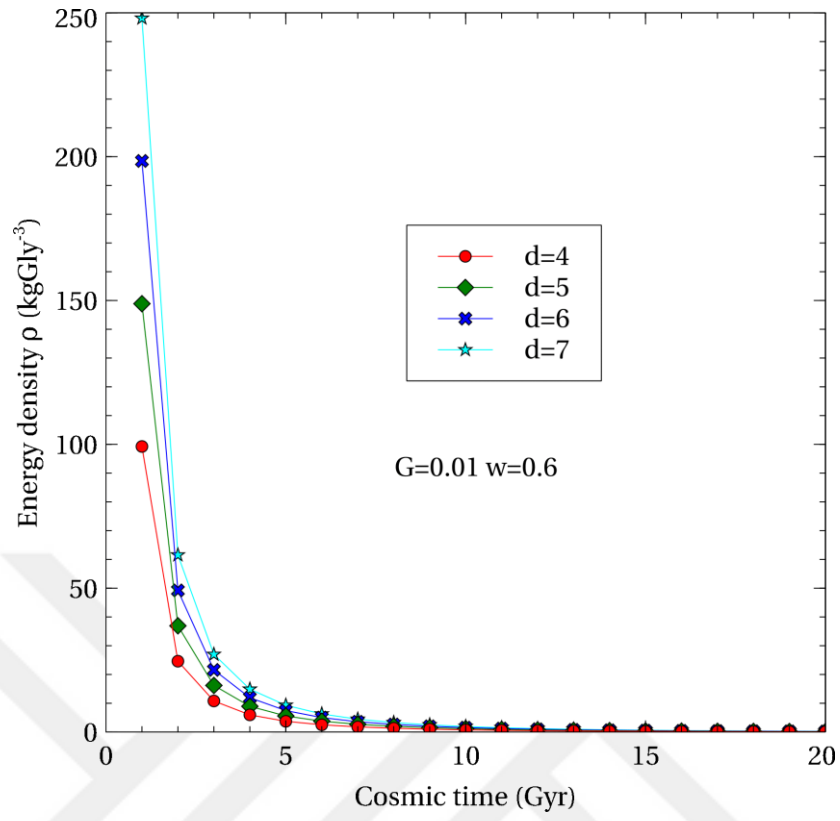
şeklinde elde edilir. Burada $C = \frac{k}{(1+w)}$ olarak tanımlanır. Ek olarak bu ölçek çarpanı kullanarak denklem (4.33) gibi parçacık oluşturma fonksiyonunu aşağıdaki gibi,

$$\psi(t) = C \left(k^2 \sinh^{-2}(kt) + \frac{(1+m)(1+w)}{2} \right) \coth(kt) \quad (4.45)$$

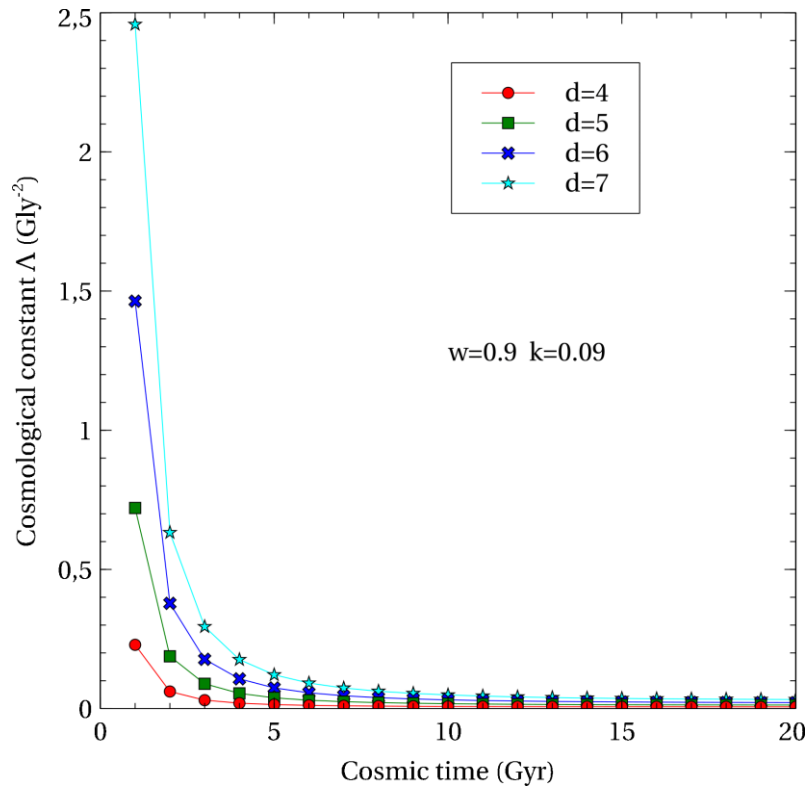
bağıntısını elde ederiz. Yeni model için yavaşlama parametresi ise;

$$q = -1 + 2 \sec^2(kt) \quad (4.46)$$

şeklinde elde edilir. Enerji yoğunluğu ve kozmolojik sabitin zamana bağlılık davranışı Şekil 4.8 ve Şekil 4.9'da gösterilmiştir. Her iki durumda da boyutların sayısı $d = 4$ 'en 7'e yükseliyor. Şekil 4.8'de, zaman geçtikçe $\rho(t)$ 'nin azaldığını ve sıfıra yaklaştığını görüyoruz.

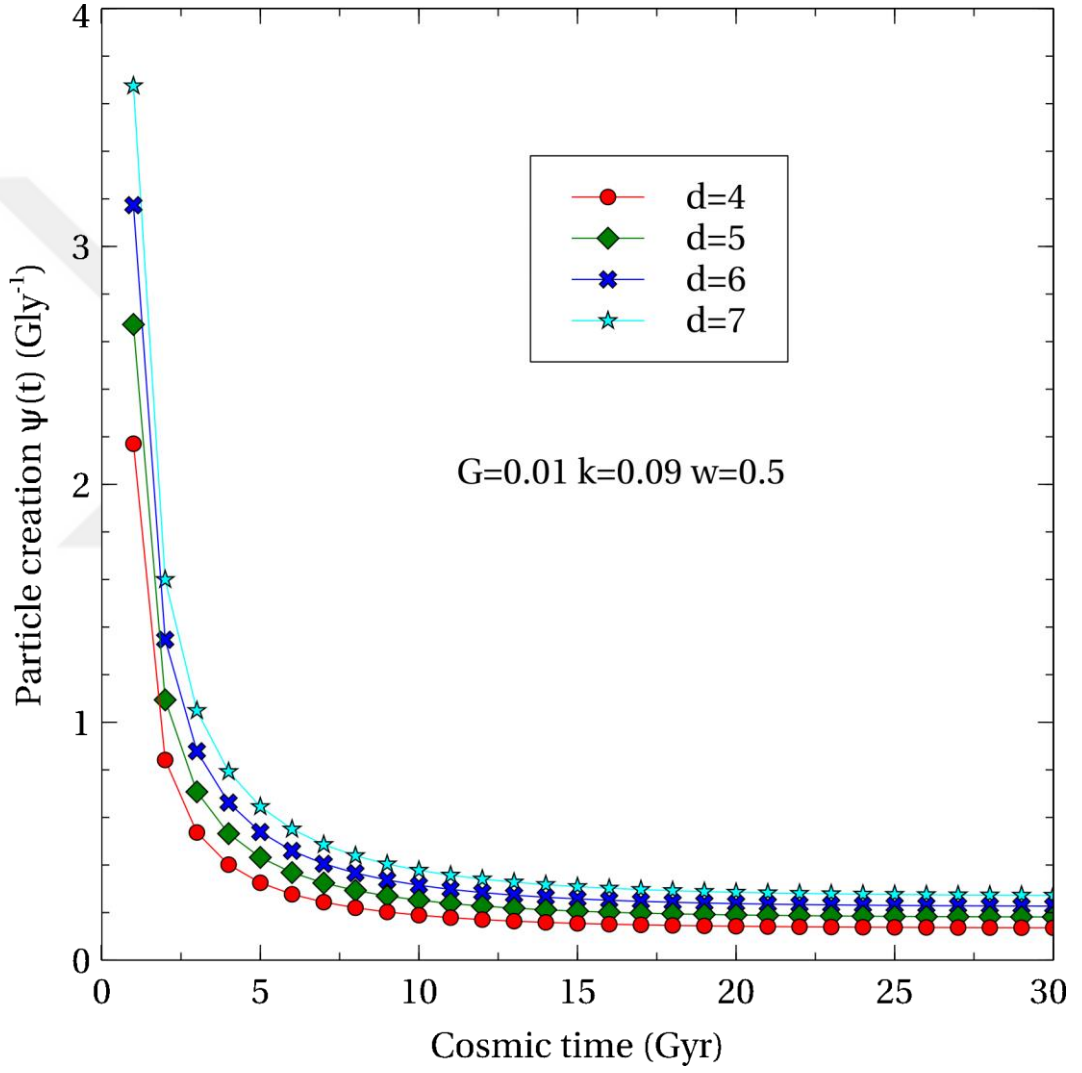


Şekil 4.8: Model II için enerji yoğunluğunun kozmik zamanla değişimi ($w=0,6$).



Şekil 4.9: Model II için kozmolojik sabitin kozmik zamanla değişimi ($w=0,9$).

Enerji yoğunluğunun zamanın başında çok yüksek olduğu ve zaman geçtikçe sıfıra yaklaştığı açıktır. Bununla birlikte, Model I'e bakarsak, parçacık oluşturma oranının Model II'den daha yüksek olduğunu, açıkça daha yüksek boyutların katkılarını Şekil 4.10 da görebiliriz.



Şekil 4.10: Model II için parçacık yaratma fonksiyonunun kozmik zamanla değişimi ($w=0,5$).

4.2 GAUSS-BONNET TERİMLİ ZAR-EVREN MODELİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

4.2.1 Zar Üzerinde FRW Alan Denklemleri

Bölüm 3.1’de verdiğimiz denklemler için, genel yapıyı koruyarak zar-evrenin $y = 0$ noktasında bulunduğunu ve ekstra boyutu y koordinatı olarak seçilmek üzere toplam eylem fonksiyonu;

$$S_{grav} = \frac{1}{2\kappa_5^2} \int d^5x \sqrt{-^{(5)}g} \left\{ ^{(5)}R - 2\Lambda_5 + \alpha \left[^5R^2 - 4^5R_{AB}^5R^{AB} + ^5R_{ABCD}^5R^{ABCD} \right] \right\} + \frac{r_c}{2\kappa_5^2} \int_{y=0} d^4x \sqrt{-^{(4)}g} \left[^{(4)}R - 2\Lambda_4 \right] \quad (4.47)$$

olur. Burada α , boyutu $[uzunluk]^2$ olan ve $\alpha = \frac{1}{8g_s^2}$ ile tanımlanan Gauss-Bonnet küble sabitidir (coupling constant). r_c ise indüklenmiş gravitasyonun sabitidir (crossover length scale) ve $r_c = \frac{\kappa_5^2}{2\kappa_4^2} = \frac{M_4^2}{M_5^3}$ ile tanımlanır. 4 ve 5-boyutlu Planck kütleleri; $\kappa_5^2 = 8\pi G_5 = M_5^{-3}$ ve $\kappa_4^2 = 8\pi G_4 = M_4^{-3}$ ile tanımlanır. Ayrıca λ , zar gerilimi olmak üzere; $\lambda = \frac{\Lambda_4}{\kappa_4^2}$ şeklinde tanımlanan ve negatif olmayan bir terimdir. Burada Λ_4 zar üzerindeki kozmolojik sabitle aynı değildir. Bulk’ta Λ_5 ’in dışında kaynak olmadığını kabul edersek (4.47) ile verilen eylem fonksiyonunun varyasyonunu aldığımızda;

$$^5G_{AB} - \frac{\alpha}{2} \left[^5R^2 - 4^5R_{AB}^5R^{AB} + ^5R_{ABCD}^5R^{ABCD} \right] ^5g_{AB} + 2\alpha \left[^5R^5R_{AB} - 2^5R_{AC}^5R_B^C - 2^5R_{ACBD}^5R^{CD} + ^5R_{ACBD}^5R_B^{CDE} \right] = -\Lambda_5^5g_{AB} + \kappa_5^2(^{loc})T_{AB}\delta(y) \quad (4.48)$$

şeklinde olur. Burada $^4g_{AB} = ^5g_{AB} - n_A n_B$ şeklinde tanımlanan hiperyüzey üzerine indüklenmiş metriktir. Zar üzerine yerleşmiş enerji-momentum tansörü ise

$$(^{loc})T_{AB} \equiv ^{(4)}T_{AB} - \lambda^4g_{AB} - \frac{r}{\kappa_5^2} ^{(4)}G_{AB} \quad (4.49)$$

şeklinde tanımlanır. Zar üzerinde, parçacık yaratılması durumunda, mükemmel akışkan için enerji-momentum tansörü;

$$T_{AB} = (\rho_m + P_m + P_c)u_A u_B - (P_m + P_c)g_{AB} \quad (4.50)$$

ile tanımlanır. Denklem (4.50) kullanıldığında, zar üzerinde FRW aşağıdaki gibi olur;

$$\left(1 + \frac{8}{3}\alpha\left(H^2 + \frac{\Phi}{2} + \frac{k}{a^2}\right)\right)^2 \left(H^2 - \Phi + \frac{k}{a^2}\right) = \left(r_c\left(H^2 + \frac{k}{a^2}\right) - \frac{\kappa_5^2}{6}(\rho_m + \rho_c + \lambda)\right)^2 \quad (4.51)$$

Bulk, kara delik ve kozmolojik sabit içerdiğinden, Φ , $\Phi + 2\alpha\Phi^2 = \frac{\Lambda_5}{6} + \frac{\gamma}{a^4}$ bağıntısına uyar. Eğer $\alpha = 0$, $\gamma = 0$, $k = 0$ ve $\Lambda_5 = 0$ alınırsa bulk Minkowski 'ye ve zar ise düz FRW 'ye indirgenir ve sonuçta (4.51) denklem;

$$\left(1 + \frac{8}{3}\alpha\left(H^2 + \frac{\Phi}{2}\right)\right)^2 (H^2 - \Phi) = \left(r_c H^2 - \frac{\kappa_5^2}{6}(\rho_m + \rho_c + \lambda)\right)^2 \quad (4.52)$$

$\Lambda_5 = 0$ seçiminin sonucu olarak $\Phi = 0$ veya $\Phi = -\frac{1}{2\alpha}$ bulunur [123]. Çalışmamızda $\Phi = 0$ alındı. Sonuç olarak parçacık yaratmalı Gauss-Bonnet terim ilaveli FRW için alan denklemi;

$$\left(1 + \frac{8}{3}\alpha H^2\right)^2 H^2 = \left(r_c H^2 - \frac{\kappa_5^2}{6}(\rho_m + \rho_c + \lambda)\right)^2 \quad (4.53)$$

ya da;

$$H^2 = \frac{\kappa_4^2}{3}(\rho_m + \rho_c + \lambda) - \frac{1}{r_c}\left(1 + \frac{8}{3}\alpha H^2\right) H \quad (4.54)$$

şeklinde elde edilir.

4.2.2 Parçacık Yaratma ve Kozmolojik Yapı

Alan denklemlerinin kesin çözümünü elde etmek için öncelikle mükemmel akışkan için durum denklemi aşağıdaki gibidir,

$$P_m = (\gamma - 1)\rho_m, \quad 0 \leq \gamma \leq 2. \quad (4.55)$$

Parçacık yaratan enerji yoğunluğuyla basıncı arasındaki ilişki ise;

$$P_c = \theta \rho_c, \quad \theta \text{ bir sabit.} \quad (4.56)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, θ parçacık yaratma parametredir. Parçacık yaratma oranı ise;

$$\psi(t) = 3\beta nH, \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (4.57)$$

şeklindedir. Bu kabulleri (3.30) denkleme koyduğumuzda; parçacık yaratma basıncını

$$P_c = -\beta\gamma\rho_m \quad (4.58)$$

elde ederiz. (4.55) denkleminle verilen alan denklemi (4.56), (4.57) ve (4.59) bağıntıları kullanıldığında;

$$E^2 = \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) + \Omega_\lambda - 2\sqrt{\Omega_{r_c}}[1 + \Omega_\alpha E^2]E \quad (4.59)$$

elde edilir. Burada, $E = \frac{H}{H_0}$ olmak üzere ve aşağıdaki boyutsuz büyüklükler kullanılarak

$$\Omega_m = \frac{\kappa_4^2 \rho_m}{3H_0^2}, \quad \Omega_{r_c} = \frac{1}{4r_c^2 H_0^2}, \quad \Omega_\alpha = \frac{8}{3}\alpha H_0^2, \quad \Omega_\lambda = \frac{\kappa_4^2 \lambda}{3H_0^2} \quad (4.60)$$

zar üzerinde alan denklemi elde edilir. Öte yandan, zar üzerinde toplan enerji/madde yapısının Bianchi özdeşliği tarafından korunumlu olmasından dolayı, enerji korunum kanunu;

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0 \quad (4.61)$$

dur. Özel olarak; $H = H_0$ için (4.59) nolu denklem;

$$1 + 2\sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + \Omega_\alpha) = \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) + \Omega_\lambda \quad (4.62)$$

olarak elde edilir. (4.62) denklemin zamana göre türevi alınıp (4.61) bağıntısı kullanıldığında;

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{3}{2} \frac{\left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right)\Omega_m}{1 + \sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + 3\Omega_\alpha)} \quad (4.63)$$

bağıntısı elde edilir. Son denklemi düzenlediğimizde;

$$\dot{H} + \frac{3\left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right)\Omega_m}{2 + 2\sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + 3\Omega_\alpha)} H^2 = 0 \quad (4.64)$$

şeklinde elde edilir. C integrasyon sabiti olmak üzere, son denklemin çözümü

$$H(t) = \left(C + \frac{3\left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right)\Omega_m}{2 + 2\sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + 3\Omega_\alpha)} t \right)^{-1} \quad (4.65)$$

bulunur. (4.65) denklemini kullanarak ölçek çarpanını;

$$a(t) = D \left[C + 3 \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta} \right) \hat{A} t \right]^{\frac{1}{3(1-\theta\beta\gamma)A}} \quad (4.66)$$

şeklinde elde ederiz. Burada, D yeni bir integrasyon sabitidir ve $\hat{A}$ ise;

$$\hat{A} = \frac{\Omega_m}{2 + 2\sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + 3\Omega_\alpha)} \quad (4.67)$$

şeklinde tanımlanır. (4.67) ile verilen ölçek çarpanı $t = t_0$ anında, $H = H_0 > 0$ alınırsa,

$$a(t) = a_0 \left[1 + 3 \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta} \right) \hat{A} H_0 (t_0 - t) \right]^{\frac{1}{3(1-\beta\gamma/\theta)A}} \quad (4.68)$$

elde edilir. Ölçek çarpanını kuvvet kanunu şeklinde düzenlersek;

$$a(t) = a_0 \left[3 \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta} \right) \hat{A} t \right]^{\frac{1}{3(1-\beta\gamma/\theta)A}} \quad (4.69)$$

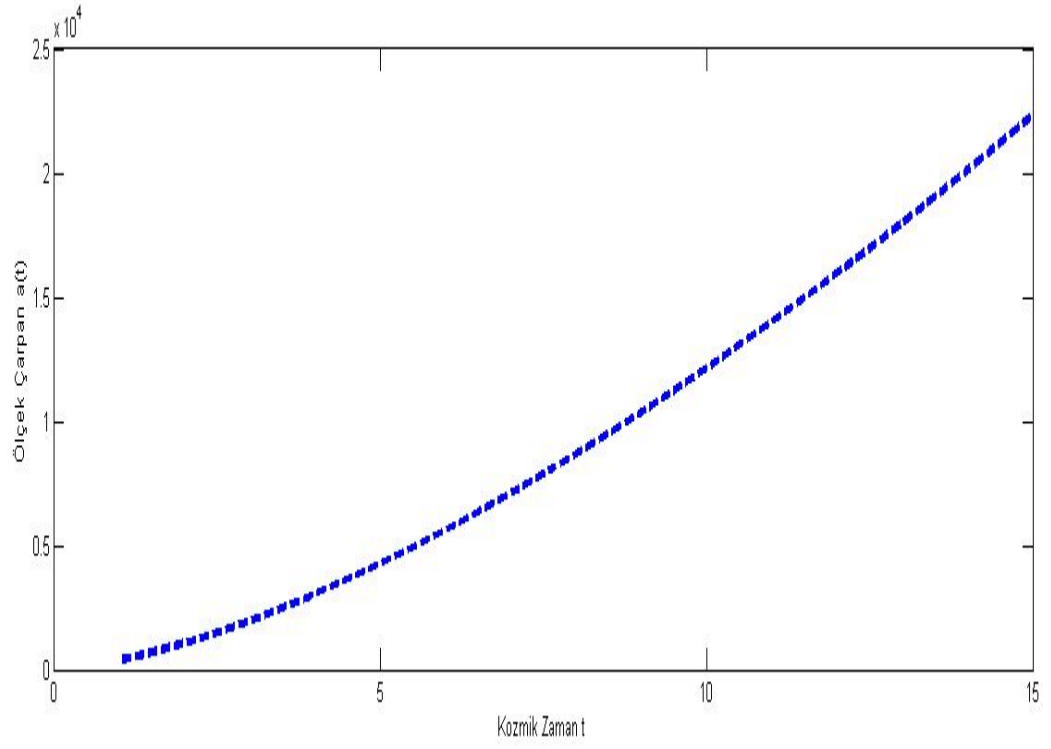
bağıntısı elde edilir.

Şekil 4.11 ve Şekil 4.12’de denklem (4.69) ile elde ettiğimiz ölçek çarpanının (4.55) denkleminde bulunan parçacık yaratma parametresi θ ’nın bazı değerler için değişimini inceledik.

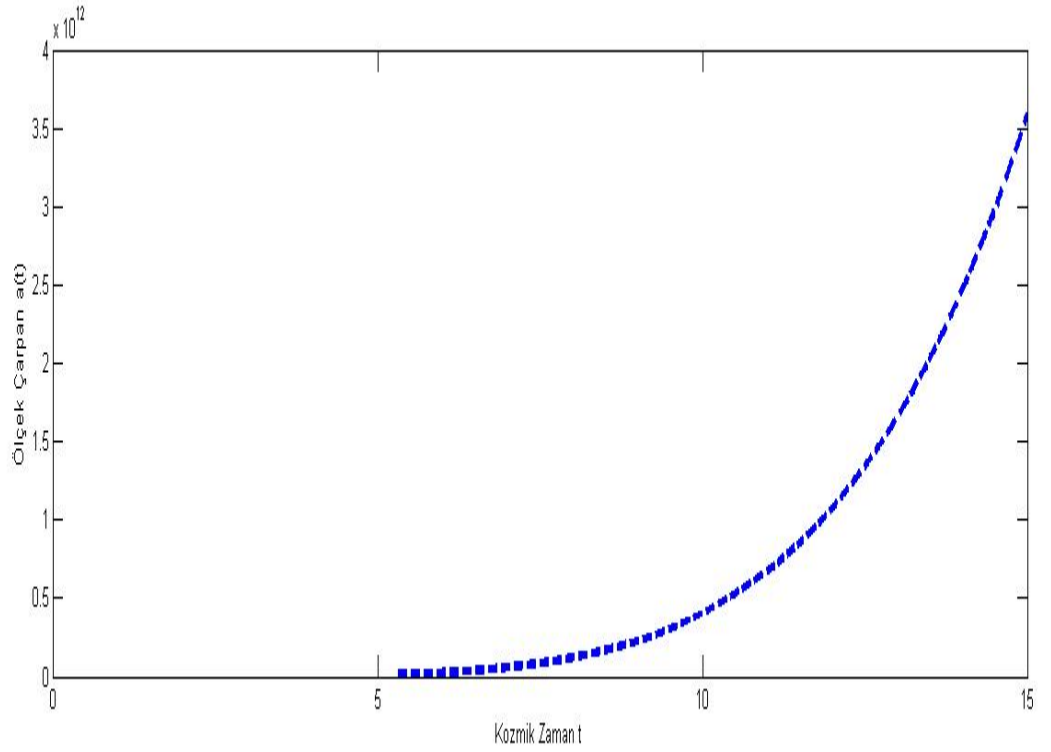
Tablo 4.1: Kinematik testler için kullanılan parametre değerleri.

Ω_m	Ω_{r_c}	H_0	Ω_α	$\hat{A}$
0,298 [100]	0,43 [125]	77	0,11 [125]	0,07959

Tablo 4.1 ile verilen büyüklüklerin değerleri tüm kinematik testlerin grafikleri çizilirken kullanıldı. Bu değerlerin bazı değerleri [100,125] çalışmalarından alınmıştır.



Şekil 4.11: Ölçek çarpanının kozmik zamanla değişimi. $\beta = 2/3, \gamma = 2/3, \theta = -1/4$



Şekil 4.12: Ölçek çarpanının kozmik zamanla değişimi. $\beta = 2/3, \gamma = 2/3, \theta = 2$

4.2.3 Kinematik Testler

Bir önceki bölümde elde ettiğimiz Gauss-Bonnet terimli parçacık yaratmalı FRW zar-evren modelimizin tutarlılığını incelemek ve teorimizin parçacık yaratma parametresi olan θ 'nın değer aralığını bulmak için öncelikle bazı kinematik testlerin değişimlerini inceleyeceğiz. Bu anlamda, Geçmişe bakış zaman ölçeği kırmızıya-kayması (Lookback time-redshift), Kozmolojik uzaklık kırmızıya-kayması (Proper distance-redshift), Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması (Luminosity distance-redshift) ve Açısal büyüklük kırmızıya-kayması (Angular diameter distance-redshift) bize yol gösterecektir [124].

4.2.3.1 Geçmişe Bakış Zaman Ölçeği Kırmızıya-Kayması

Gece gökyüzü kozmik bir zaman makinası gibidir. Uzak bir gezegen, yıldız ya da galaksiyi gözlemlediğimizde onu; saat, asırlar hatta binlerce yıl öncesini görüyor olabiliriz. Bunun nedeni ışığın sonlu bir hızla geçmesi ve evrendeki büyük mesafeler nedeniyle, şu anda olduğu gibi nesneleri görmüyor, ışığın yayıldığı zamandaki durumlarını görüyor olmamızdır. Dolayısıyla dünyada ışığı tespit ettiğimiz zaman ve başlangıçta kaynak tarafından yayıldığı zaman arasında geçen süre Geçmişe bakış zaman ölçeği (Lookback time) olarak bilinir. Bu süre Hubble genişlemesiyle artmaktadır. $\Delta t = t_0 - t(z)$ değeri, geçmişe bakış zaman ölçeği olmak üzere z herhangi bir kırmızıya-kayma değeri için, ölçek çarpanı;

$$a(t_z) = a_0 (1 + z)^{-1} \quad (4.70)$$

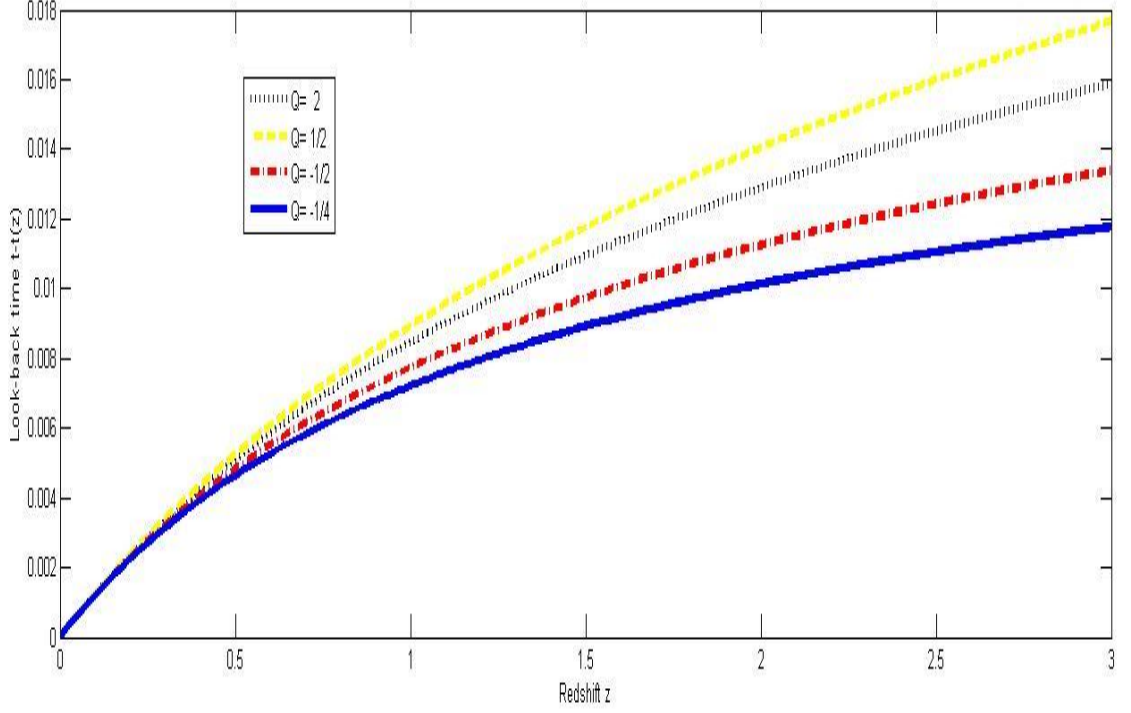
şeklinde olur. (4.69) ve (4.70) denklemlerini kullandığımızda; kırmızıya-kaymaya bağlı kozmik zaman,

$$t(z) = \frac{H_0^{-1}}{3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}} (1 + z)^{-3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}} \quad (4.71)$$

bağıntısını elde ederiz. Burada H_0 , bilinen gözlemsel birimler olan $km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$ cinsinden tanımlanır ve $50 - 85 \ km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$ arasında bir değere sahip olduğu çok geniş bir literatür mevcuttur. Bununla birlikte; H_0 boyutsal olarak zamanın tersine benzer. Hubble sabitinin tersi, Hubble zamanı olarak adlandırılır ve $t_H: t_H = H_0^{-1}$ ile gösterilir ve t_H 'in birimi sn'dir. Eğer H_0 'ın birimi: $km \ s^{-1} \ Mpc^{-1}$ alınırsa t_H gigayıl ($1 \ gr = 1 \ milyar \ yıl = 10^9 \ yıl$) içinde olur. Sonuç olarak (4.71) denklem

$$t_0 - t(z) = \frac{H_0^{-1}}{3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}} \left[1 - (1+z)^{-3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}} \right] \quad (4.72)$$

yapısına indirgenir. Şekil 4.13’de Geçmişe bakış zaman ölçeği ile kırmızıya-kayma arasında tutarlı bir değişim olduğu elde edilir.



Şekil 4.13: Geçmişe bakış zaman ölçeği ile kırmızıya kayma ilişkisi. $\beta = 2/3$, $\gamma = 2/3$,

4.2.3.2 Kozmolojik Uzaklık Kırmızıya-Kayması

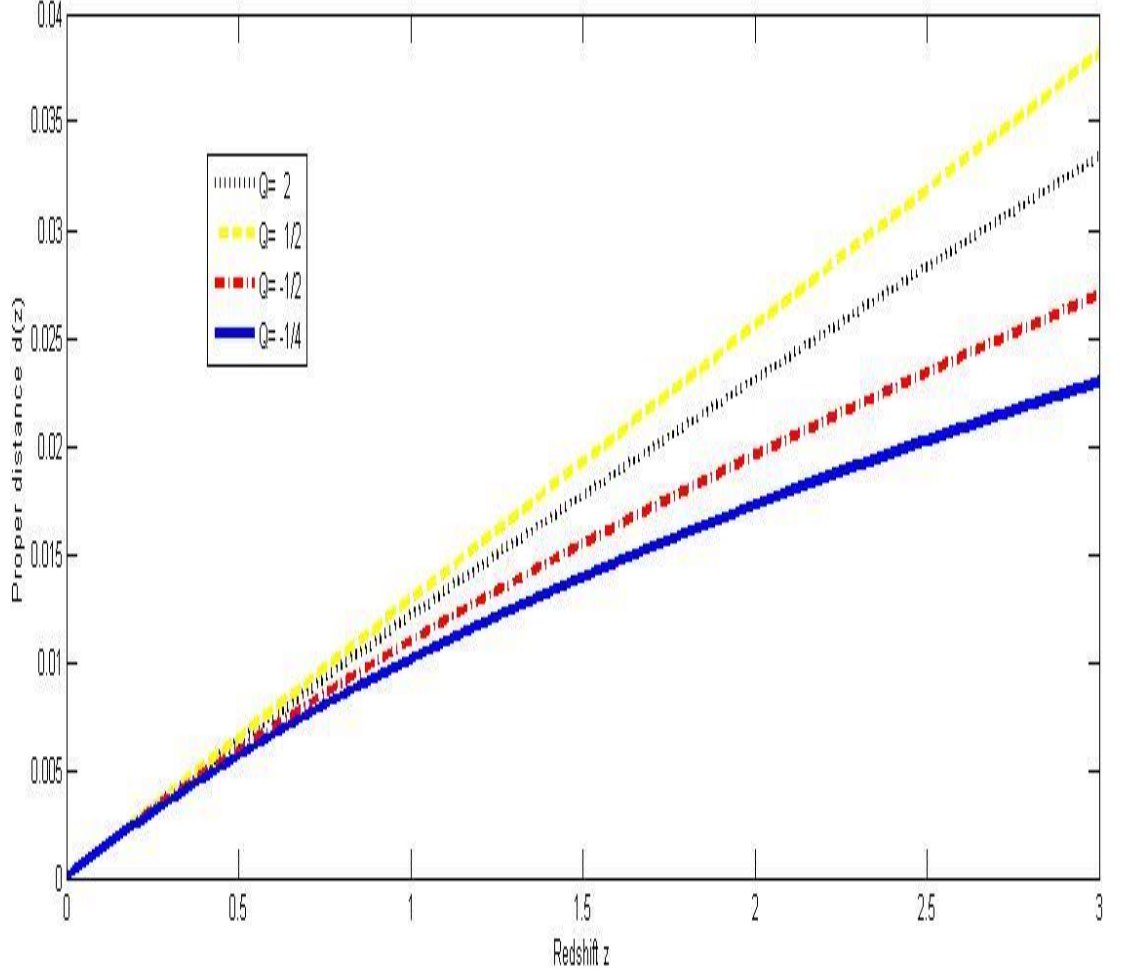
Gözlemci ve kaynak arasındaki uzaklık, $d(z) = a_0 r(z)$ şeklinde tanımlanmaktadır. Burada $r(z)$ kırmızıya-kaymaya bağlı olarak ışık yayınlayan bir cismin radyal uzaklığı olmak üzere,

$$r(z) = \int_t^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \frac{H_0^{-1}}{a_0(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \left[1 - (1+z)^{-(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \right] \quad (4.73)$$

şeklinde elde edilir. Sonuç olarak denklem (4.69) kullanıldığında kozmolojik uzaklık;

$$d(z) = \frac{H_0^{-1}}{(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \left[1 - (1+z)^{-(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \right] \quad (4.74)$$

şeklinde elde edilir. (4.74) denklemiyle elde ettiğimiz kozmolojik uzaklık kırmızıya-kayma ilişkisi Şekil 4.14 verilmiştir.



Şekil 4.14: Kozmolojik uzaklık ile kırmızıya-kayma ilişkisi. $\beta = 2/3, \gamma = 2/3$.

4.2.3.3 Parlaklık Uzaklığı Kırmızıya-Kayması

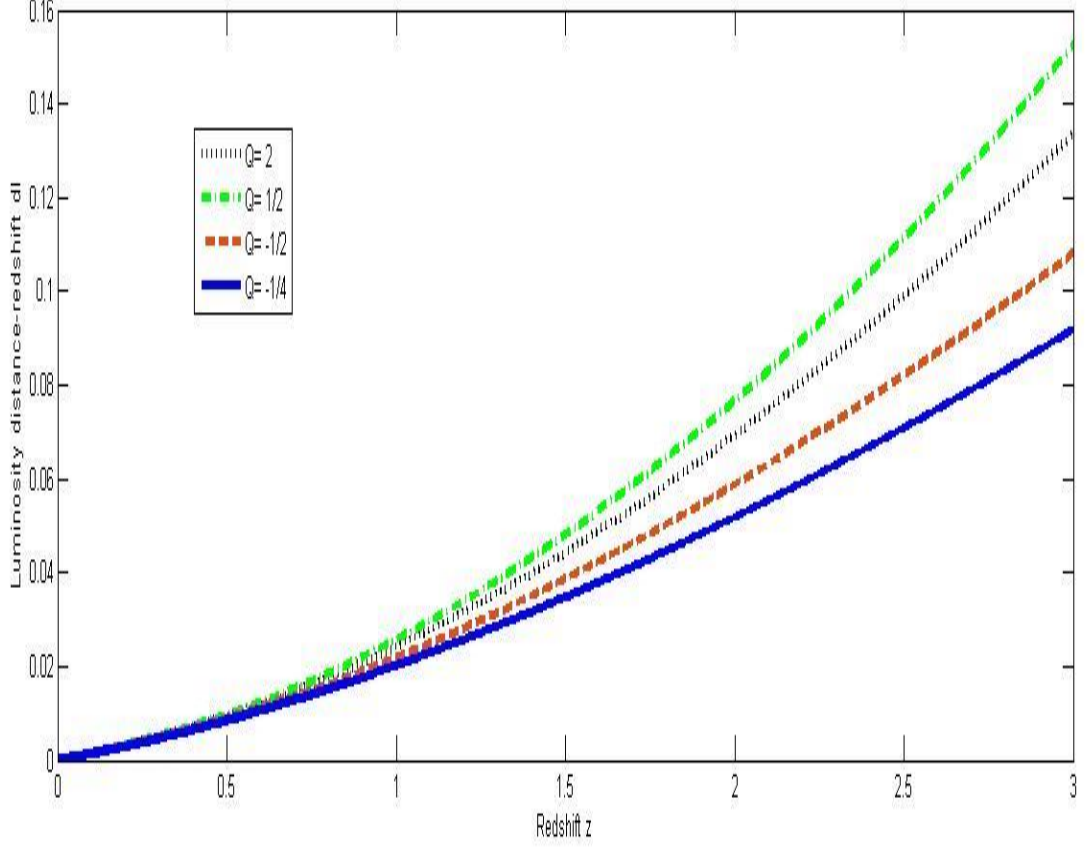
Evrenin evrimini gözlemlemenin en iyi bilinen yolu, Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması ilişkisine bakmaktır. Parlaklık mesafesi dl , $d_l^2 = \frac{l}{4\pi L}$ bağıntısıyla ile tanımlanır, burada l , nesnenin parlaklığıdır ve L , nesneden ölçülen akıdır. Standart FRW kozmolojisinde kırmızıya-kayma olarak

$$d_l = a_0(1+z)r(z) = (1+z)d(z) \quad (4.75)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (4.74) ve (4.75) kullanılarak;

$$d_l H_0 = \frac{1}{(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \left[(1+z) - (1+z)^{-(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-2)} \right] \quad (4.76)$$

elde edilir. Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması ilişkisi Şekil 4.15’de verilmiştir.



Şekil 4.15: Parlaklık uzaklığı ile kırmızıya-kayması ilişkisi. $\beta = 2/3$, $\gamma = 2/3$,

4.2.3.4 Açısal Büyüklük Kırmızıya-Kayması

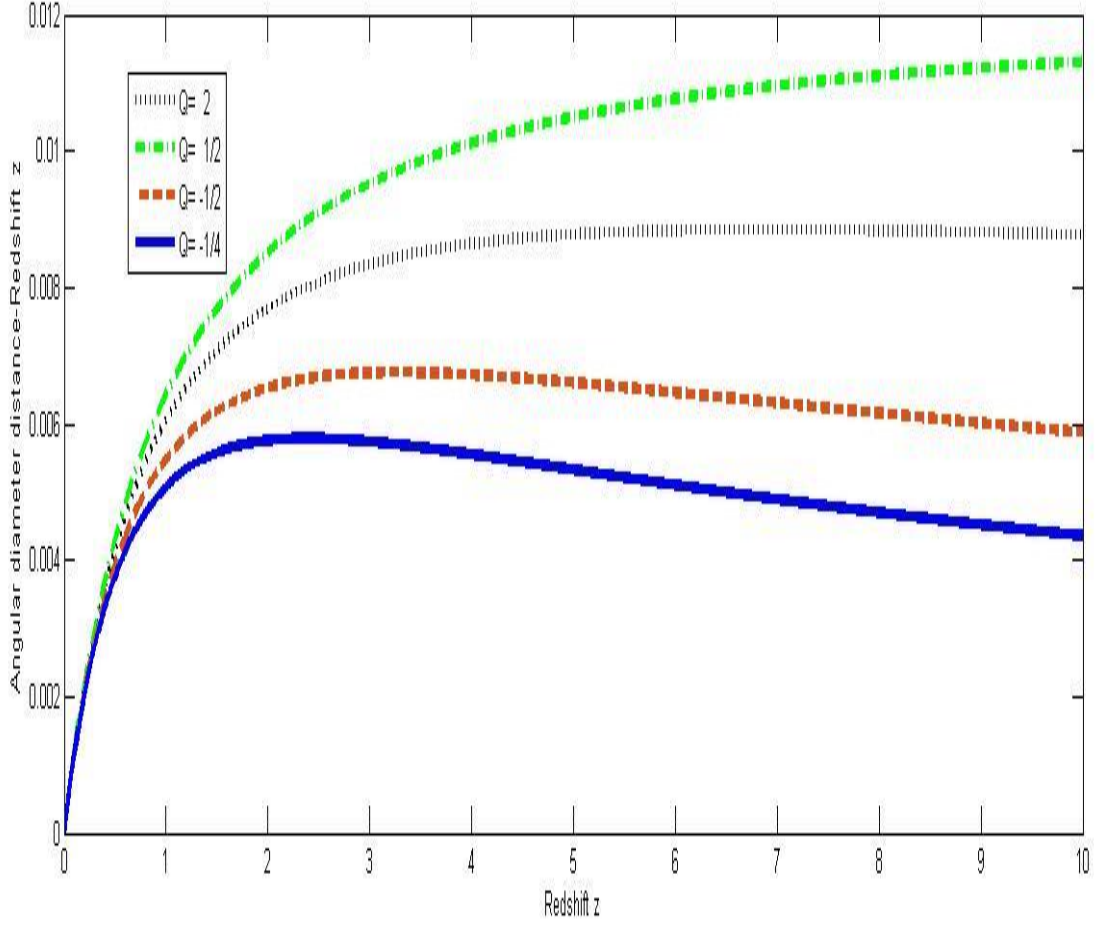
Açısal çap mesafesi d_A , bir nesnenin fiziksel enine boyutunun açısal boyutuna (radyan cinsinden) oranıdır. z cinsinden,

$$d_A = \frac{d(z)}{1+z} = \frac{d_l}{(1+z)^2} \quad (4.77)$$

tarafından verilir. (4.74) denklemi kullanıldığında Açısal büyüklük ile kırmızıya-kayması ilişkisi,

$$H_0 d_A = \frac{1}{(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A}-1)} \left[(1+z)^{-1} - (1+z)^{-(3(1-\beta\gamma/\theta)\hat{A})} \right] \quad (4.78)$$

şeklinde elde edilir. Şekil 4.16’de Açısal büyüklük ile kırmızıya-kayması ilişkisi incelenmiştir.



Şekil 4.16: Açısal büyüklük ile kırmızıya-kayması ilişkisi. $\beta = 2/3$, $\gamma = 2/3$,

4.3 CHAPLYGIN GAZI VE GAUSS-BONNET TERİMLİ ZAR-EVREN MODELİNDE PARÇACIK YARATMA ETKİLERİNİN İNCELENMESİ

(4.54) denklemiyle verilen Gauss-Bonnet terimli zar-evren modelinde enerji-momentum tansörüne Chaplygin gaz enerji yoğunluğunu ilave ettiğimizde;

$$H^2 = \frac{\kappa_4^2}{3}(\rho_m + \rho_c + \rho_{ch} + \lambda) - \frac{1}{r_c} \left(1 + \frac{8}{3}\alpha H^2\right) H \quad (4.79)$$

elde ederiz. Burada (4.61) denklemiyle verilen maddesel bileşenler için enerji yoğunluğu denklemini çözdüğümüzde;

$$\rho_m = \rho_{m0}(1+z)^3 \quad (4.80)$$

bağıntısını elde edilir. Benzer şekilde Chaplygin gaz için süreklilik denklemi ise;

$$\dot{\rho}_{ch} + 3H(\rho_{ch} + p_{ch}) = 0 \quad (4.81)$$

şeklindedir. Burada p_{ch} ; A bir sabit olmak üzere Chaplygin gaz basınç bileşeni

$$p_{ch} = -\frac{A}{\rho_{ch}^\alpha} \quad (4.82)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (4.81) denklemiyle verilen süreklilik denklemini çözdüğümüzde

$$\rho_{ch} = (\rho_{ch})_0 \left[A_s + \frac{1-A_s}{a^{3(1+\alpha)}} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (4.83)$$

elde ederiz. Burada $A_s = \frac{A}{(\rho_{ch})_0^{1+\alpha}}$ şeklinde tanımlanmaktadır. z kırmızıya-kayma parametresi olmak üzere, ölçek çarpanına bağlı olarak

$$\frac{a}{a_0} = \frac{1}{1+z} \quad (4.84)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. $a_0 = 1$ alındığında ve (4.84) denklemi kullanıldığında, (4.83) denklemi;

$$\rho_{ch} = (\rho_{ch})_0 \left[A_s + (1 - A_s)(1+z)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (4.85)$$

şekline indirgenir [125-128].

Şimdi, (4.79) denklemiyle elde ettiğimiz Chaplygin gaz ve Gauss-Bonnet terimli zar üzerinde FRW alan denklemini çözebilmek için (4.60) denklemiyle tanımladığımız boyutsuz büyüklükleri yeniden düzenlersek

$$\Omega_m = \frac{\kappa_4^2 \rho_{m0}}{3H_0^2}, \quad \Omega_{r_c} = \frac{1}{4r_c^2 H_0^2}, \quad \Omega_\beta = \frac{8}{3} \beta H_0^2, \quad \Omega_\lambda = \frac{\kappa_4^2 \lambda}{3H_0^2}, \quad \Omega_{ch} = \frac{\kappa_4^2 (\rho_{ch})_0}{3H_0^2} \quad (4.86)$$

şeklinde elde ederiz. $E = \frac{H}{H_0}$ olmak üzere (4.55), (4.56), (4.58) ve (4.86) denklemleri kullanıldığında, kırmızıya-kayma parametresi “ z ” ye bağlı boyutsuz büyükler cinsinden alan denklemi;

$$E^2(z) = \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) (1+z)^3 + \Omega_{ch} [A_s + (1-A_s)(1+z)^{3(1+\alpha)}]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_\lambda - 2\sqrt{\Omega_{r_c}} E(z) [1 + \Omega_\alpha E^2(z)] \quad (4.87)$$

elde edilir. Burada $0 < A_s < 1$ ve $1 + \alpha > 0$ olmak üzere $z = 0$ için alan denklemini;

$$1 + 2\sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + \Omega_\alpha) = \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) + \Omega_{ch} + \Omega_\lambda \quad (4.88)$$

şeklinde elde ederiz.

(4.86) denklemleriyle tanımladığımız boyutsuz kozmolojik büyüklüklerin sırasıyla zamana göre türevlerini alıp (4.61) ve (4.81) enerji yoğunluğu denklemlerini de kullandığımızda

$$\dot{\Omega}_m = -3H\Omega_m(1+z)^3 - 2\frac{\dot{H}}{H_0}\Omega_m, \quad (4.89)$$

$$\dot{\Omega}_{r_c} = -2\frac{\dot{H}}{H_0}\Omega_{r_c}, \quad (4.90)$$

$$\dot{\Omega}_\beta = 2\frac{\dot{H}}{H_0}\Omega_\beta, \quad (4.91)$$

$$\dot{\Omega}_\lambda = 2\frac{\dot{H}}{H_0}\Omega_\lambda, \quad (4.92)$$

$$\dot{\Omega}_{ch} = -H(1+z)\Omega_{ch} \left[\frac{3(1-A_s)(1+z)^{3\alpha}}{[A_s + (1-A_s)(1+z)^{3(1+\alpha)}]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}} \right] - 2\frac{\dot{H}}{H_0}\Omega_{ch}, \quad (4.93)$$

bağıntılarını elde ederiz. (4.88) denklemini zamana göre türetilip (4.89)- (4.93) denklemleri kullanıldığında

$$\frac{\dot{H}}{H_0^2} = -\frac{3}{2} \frac{(1+z)^3 \left\{ \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) + \Omega_{ch} \left[\frac{(1-A_s)(1+z)^{3\alpha}}{[A_s + (1-A_s)(1+z)^{3(1+\alpha)}]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}} \right] \right\}}{1 + \sqrt{\Omega_{r_c}}(1 + 3\Omega_\alpha)} \quad (4.94)$$

elde ederiz. Yavaşlama parametresi olan q 'nın $\dot{H}$ 'ya bağlı ifadesi aşağıda verilmiştir,

$$q = - \left[\frac{\dot{H}}{H^2} + 1 \right]. \quad (4.95)$$

(4.94) denklemini kullandığımızda yavaşlama parametresini

$$q = - \left[1 - \frac{\frac{(1+z)^3 \left\{ \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta} \right) + \Omega_{ch} \left[\frac{(1-A_S)(1+z)^{3\alpha}}{[A_S + (1-A_S)(1+z)^{3(1+\alpha)}]^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}} \right] \right\}}{1 + \sqrt{\Omega_{rc}(1+3\Omega_\alpha)}}}{2} \right] \quad (4.96)$$

şeklinde elde ederiz.

4.4 GÖZLEMSEL VERİ ANALİZİ

2018 yılında D. M. Scolnic ve arkadaşları tarafından verilen Pantheon verileri, $0,01 < z < 2$ aralığında bulunan 1048 adet SNe Ia gelen parlaklık modülünün gözlemlerini içerir [100]. Ek 2’de ayrıntılı bir şekilde verdiğimiz bu verileri kullanarak oluşturduğumuz her iki teoremin uyumluluğu Ki-Kare analizi kullanarak araştırıldı ve kırmızıya-kayma parametresi z ile değişimleri incelendi.

4.4.1 Parçacık Yaratımı Durumu

SNe Ia deneyleri, karanlık enerjinin varlığına dair temel kanıtı sağlamıştır. 1995’ten bu yana, yüksek z -süpernova araştırması ve süpernova kozmoloji projesi’nde çalışan iki ekip, yüksek kırmızıya kaymalarda birkaç SNe Ia keşfetti. Daha sonraları Riess ve arkadaşları 2004 yılında Hubble Uzay Teleskobu ile 16 SNe Ia keşfini açıkladılar. Bu örnek, en uzak 7 ($z > 1.25$) SNe Ia 6’sını içermektedir. Bu süpernovaların aydınlık mesafesini belirlediler ve daha önce bildirilen algoritmalarla, eski SNe Ia örnek verilerinden daha düşük sistematik hatalara sahip yeni bir veri seti olarak SNe Ia’nın üniform bir örneğini elde ettiler.

Bu bölümde modele uyması için D. M. Scolnic ve arkadaşları tarafından derlenen 1048 yeni SNe Ia verisini kullandık [100]. Bu gözlem doğrudan bir süpernova ve onun kırmızıya-kayma z nin görünür büyüklüğünü ölçmektedir. Görünen büyüklük m , süpernovadan geçen parlaklık mesafesi d_L ile ilgilidir;

$$m = \mu + M = 5 \log d_L + 5 \log \left(\frac{c/H_0}{Mpc} \right) + 5,7, \quad (4.97)$$

burada, M mutlak büyüklük olmak üzere tüm SNe Ia da sabit olduğuna inanılır ve değeri yaklaşık olarak $M:19,23 \pm 0,05$ [129]. d_L ise düz bir evrende aşağıdaki gibi ifade edilebilecek parlaklık mesafesidir;

$$d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{E(z';\theta)}. \quad (4.98)$$

Dikkat edildiğinde daha önce elde ettiğimiz (4.59) bağıntısı, E büyüklüğüne göre 3. dereceden bir denklemdir. Bölüm 3.3'te ayrıntılı bir şekilde verilen genel çözümler kullanılarak $E(z)$;

$$E(z) = \frac{1}{\Omega_\beta \sqrt{\Omega_{r_c}}} \left(P^{\frac{1}{3}} + \frac{1-12\Omega_\beta \Omega_{r_c}}{P^{\frac{1}{3}}} - 1 \right) \quad (4.99)$$

elde edilir. Buradaki P büyüklüğü;

$$P \equiv 18\Omega_\beta \Omega_{r_c} + 54Q\Omega_\beta^2 \Omega_{r_c} - 1 + 6\sqrt{3\Omega_\beta \Omega_{r_c}} \sqrt{16\Omega_\beta^2 \Omega_{r_c} + 18\Omega_\beta \Omega_{r_c} Q + 24\Omega_{r_c} \Omega_\beta^2 Q^2 - \Omega_{r_c} - Q} \quad (4.100)$$

şeklinde elde edilir. (4.62) bağıntısı yardımıyla Q büyüklüğü aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz;

$$Q \equiv \Omega_m (1+z)^3 \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta} \right) + \Omega_\lambda. \quad (4.101)$$

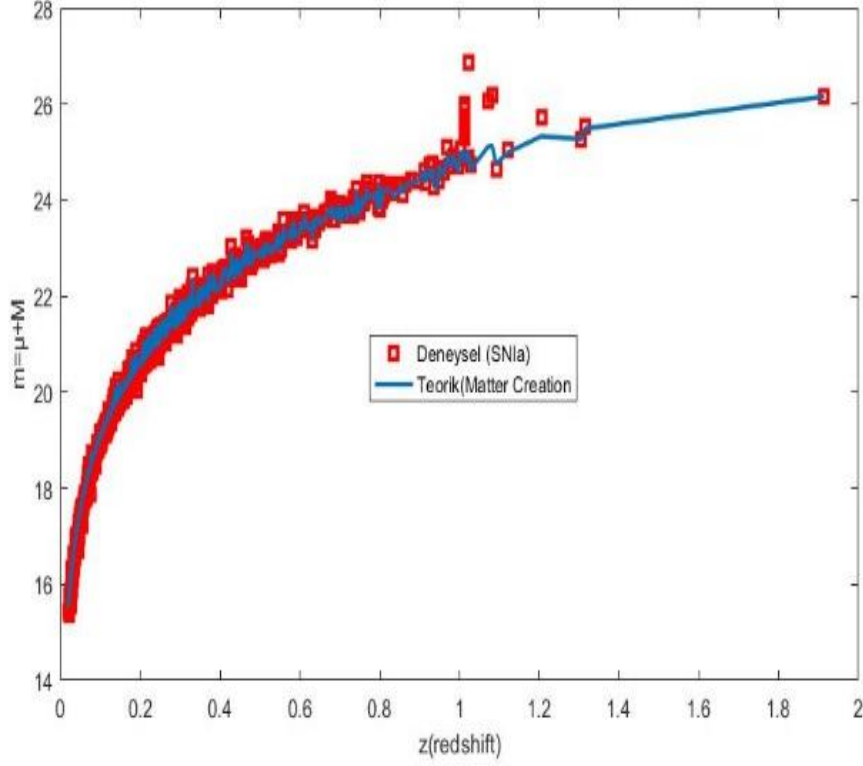
(4.97) denklemini kullanarak Süpernova datalarının istatistiksel analizi için

$$\chi_{SN}^2(\theta) = \sum_{i=1}^N \frac{[m_{obs}(z_i) - m_{teo}(z_i)]^2}{\sigma_i^2} \quad (4.102)$$

şeklinde tanımlanan Ki_Kare yönteminden yararlanacağız. Bu bağıntıda, $N = 1048$, SNIa veri sayısıdır; m_{obs} gözlenen mesafe modülüdür ve σ_i , gözlenen mesafe modülü içindeki Gaussian olduğu düşünülen belirsizliktir.

Tablo 4.2: İkinci model için, Ki-Kare analizinde kullanılan parametre değerleri.

Ω_m	Ω_{r_c}	Θ	χ^2/N
0,298 [100]	0,43 [125]	-0,25	0,9899



Şekil 4.17: İkinci model için, SNe Ia verilerinin “m” uzaklık modülüne karşı “z” bağılılığı.

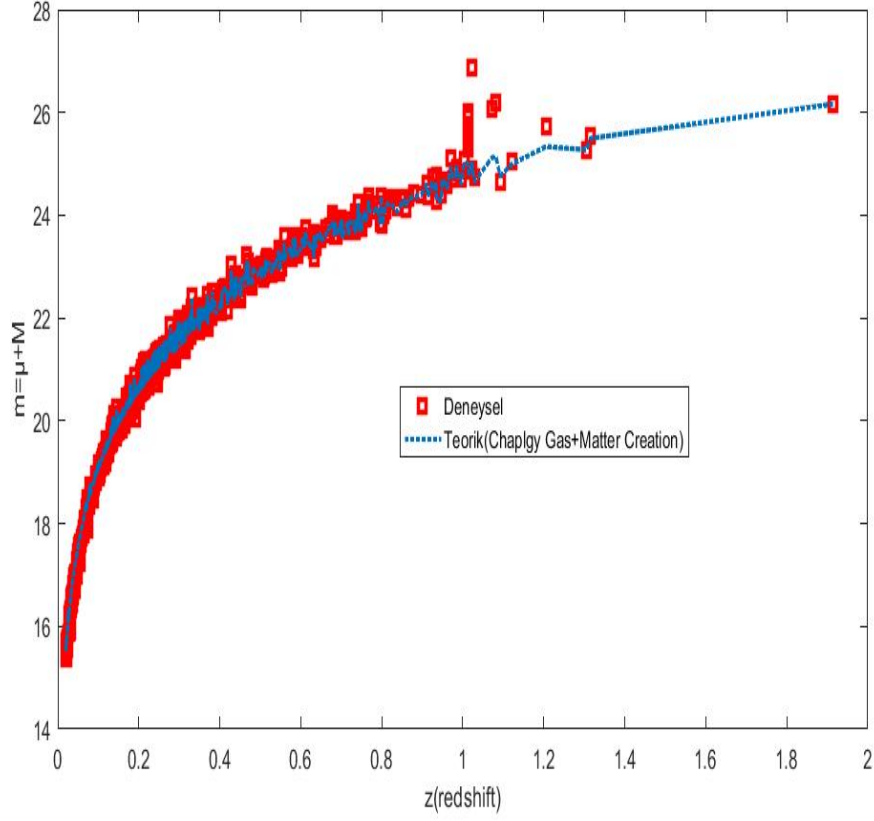
(4.102) bağıntısını yardımıyla, Ek 1’de kullandığımız Matematica kodları kullanarak Ek 2’de bulunan **m_teorik1** ile bu modelin teorik verileri her bir z kırmızıya-kayma parametresi için ayrı ayrı listelenmiştir. Şekil 4.17’de kırmızı değerler D. M. Scolnic ve arkadaşları tarafından elde edilen deneysel sonuçlardır. Mavi renkli veriler ise teorimizin verileridir.

4.4.2 Chaplygin Gazı ve Parçacık Yaratımı Durumu

(4.98) denklemi ile verilen parlaklık mesafesini hesaplayabilmek için, bir önceki model için (4.101) ile verilen Q büyüklüğünün yeni modelimiz için de elde edilmesi gerekiyor. (4.87) ve (4.88) denklemlerini kullanılarak yeni büyüklük

$$Q \equiv \Omega_m \left(1 - \frac{\beta\gamma}{\theta}\right) (1+z)^3 + \Omega_{ch} [A_s + (1 - A_s)(1+z)^{3(1+\alpha)}]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_\lambda \quad (4.103)$$

bağıntısı elde edilir. Bu denklem sırasıyla (4.99), (4.98), (4.97) ve (4.96) bağıntılarında kullanılarak modelimiz için gerekli teorik sonuçlar elde edilir.



Şekil 4.18: Üçüncü model için, SNe Ia verilerinin “ m ” uzaklık modülüne karşı “ z ” bağılılığı.

Tablo 4.3: Üçüncü model için, Ki-Kare analizi için kullanılan parametre değerleri.

Ω_m	Ω_{ch}	$\Omega_{(r_c)}$	A_s	α	Θ	χ^2/N
0,298 [100]	0,99 [125]	0,43 [125]	0,99	0,001	-0,25	0,9940

(4.102) bağıntısı yardımıyla, Ek 1’de kullandığımız Mathematica kodları kullanarak Ek 2’de bulunan **m_teorik2** ile bu modelin teorik verileri her bir z kırmızıya-kayma parametresi için ayrı ayrı listelenmiştir. Şekil 4.18’de kırmızı değerler D. M. Scolnic ve arkadaşları tarafından elde edilen deneysel sonuçlardır. Mavi renkli veriler ise teorimizin verileridir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, parçacık yaratma etkilerini, evrenimizin erken dönem yavaşlaması ve günümüz ivmelenmesini, karanlık enerji ve karanlık madde gibi temel sorunları açıklamak için yüksek boyutlu FRW modellerinde inceledik. Yüksek boyutlu FRW evrenlerinde geçerli teoriler göz önüne alındığında hem ekstra boyutların tıkHz olanları ve hem de sonsuz büyük kabul edilen yapılar bulunmaktadır. Biz bu iki durum için parçacık yaratma etkilerini araştırdık. Bu yapıları incelemek için toplamda **Üç Model** geliştirdik. **Birinci model’de**, değişken kütle-çekimsel ve kozmolojik sabitleri kullanarak evrendeki parçacık oluşum mekanizması, erken-dönem yavaşlaması ve günümüz-hızlanma aşamalarını sunmak için FRW için tıkHz yüksek boyutlarda incelenmiştir. Bu fazların dinamiklerini araştırmak için, zamana bağlı yavaşlama parametresi veren $a(t) = \sqrt{t^\alpha e^t}$ ve $a(t) = \sqrt[n]{\sinh(kt)}$ formlarında iki ölçek faktörünü göz önünde bulundurduk. Bu modelde ilk olarak parçacık oluşturma ve entropi üretim mekanizmalarının genel formülasyonu veren d-boyutlu zamana bağlı alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra, parçacık oluşturma hızı ψ , entropi S , Newton kütle-çekim sabiti G , kozmolojik sabiti Λ , enerji yoğunluğu ρ , yavaşlama parametresi q gibi birkaç büyüklüğün kozmik zamana bağlı davranışlarını inceledik [65]. Geliştirdiğimiz **İkinci modelde**, Gauss-Bonnet ve parçacık yaratma terimli FRW zar-evren modelini kapsayan alan denklemlerini elde ettik. Daha sonra modelin tutarlılığını incelemek ve teorimizin parçacık yaratma parametresi olan θ ’nın değeri aralığını bulmak için Geçmişe bakış zaman ölçeği kırmızıya-kayması, Kozmolojik uzaklık kırmızıya-kayması, Parlaklık uzaklığı kırmızıya-kayması ve Açısal büyüklük kırmızıya-kayması gibi kinematik testlerini uyguladık. **Üçüncü modelde** ise zar üzerinde enerji-momentum tansöründe parçacık yaratma ve Chaplygin gazının birlikte olması durumunda; alan denklemlerini ve yavaşlama parametresini elde ettik. Son olarak, D. M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalelerinin yardımıyla uzaklık parametresi ile z ile kırmızıya-kayma arasındaki gözlemsel verilerini kullanarak İkinci model’in ve Üçüncü modelin uyumluluğunu Ki- Kare analizi sonuçlarıyla test ettik ve uyum grafiklerini çizdik.

Birinci Modelde; Newton kütle-çekimi sabiti G ve entropi S dışındaki tüm sabitlerin ve büyüklüklerin karakteristik olarak tüm boyutlardaki iki tür ölçek faktörü için zamanla azaldığını gösterdik. Bununla birlikte, kütle-çekim sabiti G ve entropi S zamanla artmıştır. Ek olarak, kozmolojik sabitin Λ , G ’nin aksine, parçacık oluşturma mekanizmasından beklenmedik şekilde bağımsız olduğunu gösterdik.

İkinci modelde; negatif basınca sahip parçacık oluşturma basıncının, karanlık enerji-maddeye ihtiyaç duymadan evrenimizin günümüz ivmelenerek genişlemeye yeni bir açıklama getirmiştir. Şekil 4.17’de görüldüğü gibi D. M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalelerinin yardımıyla uzaklık parametresi ile z kırmızıya-kayma arasındaki gözlemsel verilerle tam uyumlu çıkmıştır. Ayrıca Ki-Kare sonucu $\frac{\chi^2}{N}: 0,9899$ elde edilmiştir.

Üçüncü modelde ise, zar üzerindeki enerji-momentum tansöründe parçacık yaratma ve Chaplygin gazının birlikte olması durumunda; alan denklemlerini ve yavaşlama parametresini elde ettik. Son olarak da D. M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalelerinin yardımıyla uzaklık parametresi ile z kırmızıya-kayma arasındaki gözlemsel verilerini kullanarak modelin uyumluluğunu Ki-Kare analizi sonuçlarıyla test ettik. Bu durumda Ki-kare sonucu $\frac{\chi^2}{N}: 0,9940$ şeklinde elde edilmiştir. Bu analiz neticesinde yapısında iki tane negatif basınca sahip üçüncü modelin gözlemsel verilerle daha uyumlu olduğu gösterildi.

KAYNAKLAR

- [1] Hoyle, F., Narlikar, J.V., 1962, Mach's principle and the creation of matter, *Proc. Roy. Soc. A*, 270, 334 .
- [2] Narlikar, J.V., 1973, Singularity and matter creation in cosmological models, *Nature*, 242, 135.
- [3] Hoyle, F., Burbidge G., Narlikar J.V., 1993, A quasi-steady state cosmological model with creation of matter *Ap. J.*, 410, 437.
- [4] Parker, L., 1968, Particle creation in expanding universes, *Phys. Rev. Lett.* 21, 562.
- [5] Brout, R., Englert, F., Gunzing, E., 1979, The creation of the universe as a quantum phenomenon, *Ann. Phys.* 115, 78.
- [6] Prigogine, I., Geheniau, J., Gunzing, E., Nardone, P., 1988, Thermodynamics of cosmological matter creation, *Proc. Natl. Acad. Sci., USA* 85, 7428
- [7] Johri, V.B., Pandey, S.K., 1999, Cosmological models with matter creation open thermodynamical systems, *International Journal of Theoretical Physics*, 38, 1981.
- [8] Lima, A.S., Germano, A.S.M., 1992, On the equivalence of matter creation in cosmology, *Phys. Lett. A*, 170, 373
- [9] Randall, L., Sundrum, R., 1999, A Large mass hierarchy from a small extra dimension, *Phys. Rev. Letter*, 83, 3370 - 3373.
- [10] Randal, L., Sundrum, R., 1999, An alternative to compactification, *Phys. Rev. Letter*, 83, 4690 - 4693.
- [11] Dvali, G., Gabadadze, G., Porrati, M., 2000, 4D Gravity on a brane in 5d minkowski space, *Phys. Lett. B* 485, 208.
- [12] Dvali, G., Gabadadze, G., 2001, Gravity on a brane in infinite-volume extra space, *Phys. Rev. D* 63, 065007.
- [13] Deruelle, N., Dolezel, T., 2000, Brane versus shell cosmologies in einstein-gauss-bonnet theories, *Phys. Rev. D* 62, 103502.
- [14] Abdesselam, B., Mohammedi, N., 2002, Brane world cosmology with gauss-bonnet interaction, *Phys. Rev. D* 65, 084018.
- [15] Germani, C., Sopena, C., 2002, String inspired braneworld cosmology, *Phys. Rev. Lett.* 88, 231101.
- [16] Deruelle, N., Sasaki, M., 2003, Newton's law on an einstein "gauss-bonnet" brane, arXiv.org., e-print: gr-qc/0306032.

- [17] Germani, C., 2003, Astrophysical and cosmological consequences of the dynamical localization of gravity, arXiv.org, e-print: hep-th/0311230.
- [18] Kim, J., E., Kye, B., Lee, H., M., Effective gauss-bonnet interaction in randall-sundrum compactification, arXiv.org., e-print: hep-ph/9912344.
- [19] Durrer, R., Maartens, R., 2008, Dark energy and modified gravity, arXiv.org, e-print: astro-ph/0811.4132.
- [20] Maartens, R., Majerotto, E., 2006, Observational constraints on self-accelerating cosmology, arXiv.org., e-print: hep-ph/0603353.
- [21] Clifton, T., Ferreira, P., G., Padilla, A., Skordis, C., 2011, Modified gravity and cosmology, arXiv.org, e-print: astro-ph/1106.2476.
- [22] Perlmutter, S., et al., 1998, Measurements of omega and lambda from 42 high redshift supernovae, *Astrophys. J.* 517, 565-586.
- [23] Riess, A., G., et al., 1998, Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, *The Astronomical Journal* 116, 1009.
- [24] Brown, R., A., 2007, Brane world cosmology with Gauss-Bonnet and induced gravity terms, arXiv.org., e-print: gr-gc/0701083.
- [25] Nozari, K. Rashidi, N., 2010, Holographic dark energy from a modified GBIG scenario, *Int. J. Mod. Phys. D* 19 219-231.
- [26] Nozari, K. Rashidi, N., 2009, Modified GBIG scenario as an alternative for dark energy, *JCAP* 0909, 014.
- [27] Randall, L., 2005, Warped passages, harpercollins publishers, *New York*, 0-06-053108-8.
- [28] Csaki, C., 2004, TASI lectures on extra dimensions and branes, arXiv.org., e-print: hep-ph/0404096.
- [29] Maartens, R., 2004, Brane-world gravity, arXiv.org, e-print: gr-qc/0312059.
- [30] Maartens, R., 2001, Geometry and dynamics of the brane-world, arXiv.org., e-print: gr-qc/0001033.
- [31] Sasaki, M., Shiromizu, T., Maeda, K., 2000, Gravity stability and energy conservation on the randall-sundrum brane-world, arXiv.org, e-print: hep-th/9912233.
- [32] Papantonopoulos, E., 2002, Brane Cosmology, arXiv.org., e-print: hep-th/0202044.
- [33] Laglois, D., 2003, Brane world cosmology: an introduction, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 148, 181.
- [34] Kraus, P., 1999, Dynamics of anti-de sitter domain walls, *JHEP*, 9912, 011.

- [35] Binetrui, P., Deffayet, C., Laglois, D., 2000, Non-conventional cosmology from a brane universe, *Nucl. Phys. B*, 565-269.
- [36] Cohen, A.G., Kaplan, D.B., 1999, Solving the hierarchy problem with noncompact extra dimensions, arXiv.org., e-print: hep-th/9910132.
- [37] Arkani-Hammet, N., Hall, L., Smith, D., Weiner, N., 2000, Solving the hierarchy problem with exponentially large dimensions, arXiv.org., e-print: hep-ph/9912453
- [38] Csaki, C., Graesser, M., Kolda, C., Terning, J., 1999, Cosmology of one extra dimension with localized gravity, *Phys. Lett. B*, 462, 34.
- [39] Csaki, C., Graesser, M., Randall, L., Terning, J., 2000, Cosmology of brane models with radion stabilization, *Phys. Rev. D*, 62, 045015.
- [40] Maartens, R., 2006, Dark energy from brane-world gravity, *J. Phys. Conf. Ser.* 68,012046.
- [41] Langlois, D., 2004, Cosmology of brane-worlds, arXiv.org, e-print: astro-ph/0403579.
- [42] Deffayet, C., Dvali, G., Gabadadze G., 2001, Accelerated universe from gravity leaking to extra dimensions, *Phys. Rev. D* 65, 044023.
- [43] Collins, H., Holdom, B., 2000, Brane cosmologies without orbifolds, *Phys. Rev. D* 62, 105009.
- [44] Shtanov, Y., Viznyuk, A., 2005, Linearized gravity on the Randall-Sundrum two-brane background with curvature terms in the action for the branes, *Class. Quant. Grav.* 22, 987-1006.
- [45] Lakubovskiy, D., Shtanov, Y., 2005, Braneworld cosmological solutions and their stability, *Class. Quant. Grav.* 22, 2415-2432.
- [46] Sahni, V., Shtanov, Y., Viznyuk, A., 2005, Cosmic mimicry: is lcdm a braneworld in disguise, *JCAP* 0512, 005.
- [47] Tretyakov, P., Toporensky, A., Shtanov, Y., Sahni, V., 2006, Quantum effects, soft singularities and the fate of the universe in a braneworld cosmology, *Class. Quant. Grav.* 23, 3259-3274.
- [48] Shtanov, Y., Viznyuk, A. Sahni, V., 2007, Gravitational instability on the brane: the role of boundary conditions, *Class. Quant. Grav.* 24, 6159-6190.
- [49] Campos, A., Sopena, C.F., 2001, Evolution of cosmological models in the brane-world scenerio, arXiv.org, e-print: hep-th/0101060.
- [50] Campos, A., Sopena, C.F., 2001, Bulk effects in the cosmological dynamics of brane-world scenarios, *Phys. Rev. D* 64, 104011.
- [51] Maeda, K., Torii, T., 2004, Covariant gravitational equations on brane world with gauss-bonnet term, *Phys. Rev. D* 69, 024002.

- [52] Nobbenhuis S. 2006, *The cosmological constant problem, an inspiration for new physics*, Ph.D. Thesis, grqc/0609011.
- [53] Bergman, P. G., 1968, Comments on the scalar-tensor theory, *Int. J. Theor. Phys.* 1, 25.
- [54] Linde, A. D., 1974, Is the Lee constant a cosmological constant?, *JETP Lett.* 19, 183.
- [55] Perlmutter, S. et al., 1999, Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae, *Astrophys. J.* 517, 565.
- [56] Abazajian K. et al., 2004, The second data release of the sloan digital sky survey, *Astron. J.* 128, 502.
- [57] Peebles, P. J. E. Ratra, B., 2003, The cosmological constant and dark energy, *Rev. Mod. Phys.* 75, 559.
- [58] Vishwakarna, R. G., 2002, A machian model of dark energy, *class. quantum gravity* 19, 4747.
- [59] Beesham, A., 1999, Cosmological models with a variable cosmological term and bulk viscous models, *Phys. Rev. D* 48, 3539.
- [60] Peebles, P. J. E. Ratra, B., 1988, *Cosmology* with a time variable cosmological constant, *Astroph. J.* 325, L17.
- [61] Dirac, P. A. M., 1937, *The cosmological constants*, *Nature* 139, 323.
- [62] Brans, C., Dicke R.H., 1961, Mach's principle and a relativistic theory of gravitation, *Phys. Rev.* 124, 925.
- [63] Goldman, T. et al., 1992, The dark matter problem and quantum gravity, *Phys. Lett. B* 281, 219.
- [64] Bertolami, O., Mourao, J. M., Perez-Mercader, J., 1993, Quantum gravity and the large scale structure of the universe, *Phys. Lett. B* 311, 27.
- [65] Sevinç, Ö., Aydın, E., 2019, Particle creation in friedmann-robertson-walker universe, *Gravitation and cosmology*, Vol, 25, No.4, pp. 397-406.
- [66] Nicolson, I., 2007, *Dark side of the universe: dark matter, dark energy, and the fate of the cosmos*, Canopus Publishing, 978 0 254 45245
- [67] Cheng, T., 2005, *Relativity, gravitation and cosmology*, oxford university press, New York, 978 0 19 852956
- [68] Peebles, P. J. E., Lyman, A. P. Partridge R. B., 2009, *Finding the Big Bang*, Cambridge University Press, Cambridge, 978-0-521-51982-3.
- [69] Greene, B., 2001, *Evrenin Zarafeti*, Tübitak Popüler Bilim Kitapları, Ankara, 978-975-403-475-2.

- [70] Shiromizo, T., Maeda, K., Sasaki, M., 2000, The einstein equations on the 3- brane world, arXiv.org., e-print: gr-qc/9910076
- [71] Hawking, S. W. And Penrose, R., 1970, The singularities of gravitational collapse and cosmology, *Proc. R. Soc. Lond. A* 27, 314, 529-548.
- [72] Aydiner, E., 2018, Chaotic Universe Model, *Scientific Reports*, 8, 721.
- [73] Rasanen, S., 2009, On the Relation between the isotropy of the cmb and the geometry of the universe, *Phys. Rev. D* **79**, 123522.
- [74] Maartens, R., 2011, Is the universe homogeneous?, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A* 369, 5115.
- [75] Nadathur, S., 2013, Seeing patterns in noise: Gigaparsec-scale 'structures' that do not violate homogeneity, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 434.
- [76] Sevinç, Ö., 2005, *Zar-evren Geometrisi ve Dinamiği*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [77] De Sabbata, V., Schmutzer, E., 1983, *Unified Field Theories of more than 4 Dimensions*, proc. international school of cosmology and gravitation, World Scientific, Singapore.
- [78] Appelquist, T., Chodds, A., Freund, P.G.O., 1987, *Modern Kaluza Klein Theories*, Addison-Wesley, Menlo Park.
- [79] Overduin, J.M., Wesson, P.S., 1998, Kaluza-klein gravity, arXiv.org., e-print: gr-qc/9805018.
- [80] Duff, M.J., 1994, Kaluza-klein theory in perspective, arXiv.org., e-print: hep-th/9410046.
- [81] Förste, Stefan, 2002, Strings, branes and extra dimensions, arXiv.org., e-print: hep-th/01100055
- [82] Lykken, Joseph D., 2005, Phenomenology beyond the standart model, arXiv.org, e-print: hep-ph/0503148
- [83] Arkani-Hammet, N., Dimopoulos, S., Dvali, G., 1998, The hierarchy problem and new dimensions at a milimeter, *Phys. Letter B*, 429, 263-272
- [84] Antoniadis, I., Arkani-Hammet, N., Dimopoulos, S., Dvali, G., 1998, New dimensions at a millimeter to a fermi and superstring at a TeV, arXiv.org., e-print: hep-ph / 9804398.
- [85] Clarkson, C., Martens, R., 2005, Gravity-wave detectors as probes of extra dimensions, arXiv.org, e-print: astro-ph/ 9909212
- [86] Harko, T., Mak, M.K., 2004, Vacuum solution of the gravitational field equations in the brane world model, arXiv.org., e-print: gr-qc/0401049.

- [87] Santos, M.G., Vernizzi, F., Ferreira, P.G., 2001, Isotropy and stability of the brane, arXiv.org., e-print: hep-ph/01103112.
- [88] Bowcock, P., Charmousis, C., Gregory, R., 2000, General brane cosmologies and their global spacetime structure, *Class. Quant. Grav.*, 17, 4745
- [89] Lovelock, D., 1971, The Einstein tensor and its generalization, *J. Math. Phys.*, 12, 498-501.
- [90] Dadhich, N., 2006, On the gauss-bonnet gravity, arXiv.org., e-print: hep-th/0509126.
- [91] Kofinas, G., Maartens, R., Papantonopoulos, E., 2003, Brane cosmology with curvature correction, arXiv.org., e-print: hep-th/0307138.
- [92] Brown, R. A., 2007, Brane universes with gauss-bonnet-induced-gravity, *Gen. Relativ. Gravit.* 39, 477-500.
- [93] Benaoum, H. B., 2012, Modified chaplygin gas cosmology, *Advances in High Energy Physics* 2012, 357802,
- [94] Gorini, V., Kamenshchik, A., Moschella, U., Pasquier, V., 2004, The chaplygin gas as a model for dark energy, e-print: arXiv.org, gr-qc/0403062.
- [95] Sevinç, Ö., Berköz (Uluyazı), G., 2007, Binchi V Brane-world Cosmology with a Generalized Chaplygin Gas, 2007 *American Institute of Physics* 978-0-7354-0404
- [96] Israel, W., 1966, Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity, *Nuovo Cimento* 44B, 1-14.
- [97] Komatsu, E., et al., 2008, Five-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: cosmological interpretation, arXiv.org, 0803.0547v1[astro-ph]
- [98] Lieb, E.H., Yau, H.T., 1987, A Rigorous examination of the chandrasekhar theory of stellar collapse, *Astrophysical Journal*, Part 1 (ISSN 0004-637X), 323, 140-144
- [99] Colgate, S.A., 1979, Supernovae as a standard candle in cosmology, *Astrophysical Journal*, Part 1, 232, 404-408.
- [100] Scolnic, D.M., et al., 2018, The complete light-curve sample of spectroscopically confirmed sne ia from pan-starrs1 and cosmological constraints from the combined pantheon sample, *The Astrophysical Journal*, 859, 101,
- [101] Prigogine, I. et al., 1988, Thermodynamics of cosmological matter creation, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 85, 7428.
- [102] Prigogine, I. et al., 1989, Thermodynamics and cosmology, *Gen. Rel. Grav.* 21, 767.
- [103] Harko, T., Mak, M. K. 1999, Particle creation in cosmological models with varying gravitational and cosmological constant, *Gen. Rel. Grav.* 31, 6.

- [104] Perlmutter, S. Et al., 1998, Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe and its cosmological implications, *Nature* 391, 51.
- [105] Perlmutter, S., et al., 1999, Measurements of Ω and Λ from 42 high redshift supernovae, *Astrophys. J.* 517, 565.
- [106] Riess, A. G. et al., 1998, Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant,” *Astron. J.* 116, 1009.
- [107] Schuecker P. et al., 1998, The muenster redshift project. III. observational constraints on the deceleration parameter,” *Astroph. J.* 496, 635.
- [108] Mak., M. K. Harko, T., 2002, Bianchi type I universes with causal bulk viscous cosmological fluid, *Int. J. Mod. Phys. D* 11, 447.
- [109] Ahmed, N., Pradhan, A., 2014, Bianchi type-V cosmology in $f(r, t)$ gravity with $\Lambda(T)$, *Int. J. Theor. Phys.* 53, 289.
- [110] Amirhashchi, H., Pradhan, A., Zainuddin., H., 2011, An Interacting and non-interacting two-fluid dark energy models in frw universe with time dependent deceleration parameter, *Int.J. Theor. Phys.* 50, 3529.
- [111] Pradhan, A., Otarod, S., 2006, Universe with time dependent deceleration parameter and lambda term in general relativity, *Astroph. Space Sci.* 306, 11.
- [112] Pradhan, A., Otarod, S., 2007, A New class of bulk viscous universe with time dependent deceleration parameter and lambda-term, *Astroph. Space Sci.* 311, 413.
- [113] Pradhan, A., Saha, B., Rikhsivitsky, V., 2014, Bianchi type-I transit cosmological models with time dependent gravitational and cosmological constants, *Indian, J. Phys.* 88, 757.
- [114] Saha, B., Amirhashchi, H., Pradhan, A., 2012, Two-fluid scenario for dark energy models in an frw universe–revisited, *Astroph Space Sci*, 342, 257-267.
- [115] Singh, C. P., Beesham, A., 2012, Particle creation in higher dimensional space-time with variable G and Λ , *Int. J. Theor. Phys.* 51, 3951.
- [116] Kay, S. T., 2004, The entropy distribution in clusters: evidence of feedback? *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 347, 17.
- [117] Chand, A., Mishra, R. K., Pradhan, A., 2016, frw cosmological models in brans-dicke theory of gravity with variable q and dynamical Λ -term, *Astroph Space Sci*, 361, 81.
- [118] Chawla, C., Mishra, R. K., Pradhan, A., 2012, String cosmological models from early deceleration to current acceleration phase with varying G and Λ , *Eur. Phys. J. Plus* 127, 137.
- [119] Pradhan, A., Pandey, A. K., Mishra, R. K., 2014, Bianchi type-I transit cosmological models with time dependent gravitational and cosmological constants, *Indian J. Phys.* 88, 757.
- [120] Pradhan, A., et al., 2012, Dark energy models with anisotropic fluid in bianchi type-v space-time with time dependent deceleration parameter, *Astroph Space Sci.*, 337, 401.

- [121] Tiwari, R. K., Beesham, A., Pradhan, A., 2017, Transit cosmological models with domain walls in $F(R, T)$ gravity, *Grav. Cosmol.* 23, 392.
- [122] Biski, B. K., 2016, Variable deceleration parameter and dark energy models, *Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys.* 13, 1650055.
- [123] Nozari, K., Kiani, F., Rashidi, N., 2013, Gauss-bonnet braneworld cosmology with modified induced gravity on the brane, *Advances in High Energy Physics*, 2013, ID 968016
- [124] Singh, V., Singh, C.P., 2016, Friedman cosmology with matter creation in modified $f(R, T)$ gravity, *Int. J. Theor. Phys.* 55: 1257-1273.
- [125] Nozari, K., Azizi, T., Alipour, N., 2011, Observational constraints on chaplygin cosmology in a braneworld scenario with induced gravity and curvature effect, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 412, 2125–2136.
- [126] Nozari, K., Rashidi, N., 2009, Modified GBIG scenario as an alternative for dark energy, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2009.
- [127] Pudra, P., 2012, Dynamics of interacting generalized cosmic chaplygin gas in brane-world scenario, *Astrophys Space Sci.* 342, 579.
- [128] Saaidi, Kh, Mohammadi, A.H., 2010, Brane cosmology with generalized chaplygin gas in the bulk, *Modern Physics Letters A*, 25, 3061-3068.
- [129] Movahed, M.S., Farhang, M., Rahvar, S., 2009, Observational constraints with recent data on the dgp modified gravity, *Int. J. Theor. Phys.*, 48, 1203-1230.

EK 1

Ek 2’de ayrıntılı bir listesini verdiğimiz, D. M. Scolnic ve arkadaşlarının uzaklık parametresi $m = \mu + M$ ile z kırmızıya-kayma arasındaki gözlemsel verilerine karşılık gelen teorik sonuçları elde etmek için kullanılan Matemática 7 program kodları aşağıda verilmiştir;

Parçacık Yaratma:

$$\begin{aligned} \gamma &:= 2/3; \\ \Omega_m &:= 0.298; \\ \beta &:= 2/3; \\ \theta &:= -1/4; \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

$$\Omega_\Lambda := 1.628;$$

$$\Omega_\beta := 0.11;$$

$$\Omega_{rc} := 0.43;$$

$$1- Q[z_-] := \Omega_m * (1 + z)^3 * (1 - (\gamma * \beta)/\theta) + \Omega_\Lambda; \quad (\text{E.2})$$

$$2- P[z_-] := 18 * \Omega_\beta * \Omega_{rc} + 54 * Q[z] * \Omega_\beta^2 * \Omega_{rc} - 1 + 6 * \text{Sqrt}[3 * \Omega_\beta * \Omega_{rc}] * \text{Sqrt}[16 * \Omega_\beta * \Omega_{rc}^2 + 18 * \Omega_\beta * \Omega_{rc} * Q[z] + 24 * \Omega_{rc} * \Omega_\beta^2 * Q[z]^2 - \Omega_{rc} - Q[z]]; \quad (\text{E.3})$$

$$3- EE[z_-] := (\Omega_\beta * \text{Sqrt}[\Omega_{rc}])^{(-1)} * (P[z]^{(1/3)} + (1 - 12 * \Omega_\beta * \Omega_{rc})/(P[z]^{(1/3)}) - 1);$$

$$4- dL[zp_-] := (1 + z) * \text{Integrate}[(EE[z])^{\wedge} - 1, \{zp, 0, z\}]; \quad (\text{E.4})$$

$$5- m[z_-] := (5 * \text{Log}[10, dL[zp]]) + 5 * \text{Log}[10, ((c/H_0))] + 5.77; \quad (\text{E.5})$$

Parçacık Yaratma + Chaplin Gazi

$$A_s := 0.99;$$

$$\gamma := 2/3;$$

$$\beta := 2/3;$$

$$\theta := -1/4;$$

$$\Omega_m := 0.298;$$

$$\Omega_{ch} := 0.99;$$

$$\alpha := 0.001;$$

$$\Omega_\Lambda := 0.638;$$

$$\Omega_\beta := 0.11;$$

$$\Omega_{rc} := 0.43;$$

$$1- Q[z_-] := \Omega_m * (1 + z)^3 * (1 - (\gamma * \beta)/\theta) + \Omega_{ch} * (A_s + (1 - A_s) * (1 + z)^{(3 * (\alpha + 1)))^{(1/(1 + \alpha))} + \Omega_\Lambda; \quad (\text{E.7})$$

$$2- P[z_-] := 18 * \Omega_\beta * \Omega_{rc} + 54 * Q[z] * \Omega_\beta^2 * \Omega_{rc} - 1 + 6 * \text{Sqrt}[3 * \Omega_\beta * \Omega_{rc}] * \text{Sqrt}[16 * \Omega_\beta * \Omega_{rc}^2 + 18 * \Omega_\beta * \Omega_{rc} * Q[z] + 24 * \Omega_{rc} * \Omega_\beta^2 * Q[z]^2 - \Omega_{rc} - Q[z]]; \quad (\text{E.8})$$

$$3- EE[z_-] := (\Omega_\beta * \text{Sqrt}[\Omega_{rc}])^{(-1)} * (P[z]^{(1/3)} + (1 - 12 * \Omega_\beta * \Omega_{rc})/(P[z]^{(1/3)}) - 1); \quad (\text{E.9})$$

$$4- dL[zp_-] := (1 + z) * \text{Integrate}[(EE[z])^{\wedge} - 1, \{zp, 0, z\}]; \quad (\text{E.10})$$

$$5- m[z_-] := (5 * \text{Log}[10, dL[zp]]) + 5 * \text{Log}[10, ((c/H_0))] + 5.77; \quad (\text{E.11})$$

EK 2

D. M. Scolnic ve arkadaşlarının 2018 yılında yayınladıkları makalelerinde; uzaklık parametresi $m = \mu + M$ ile z ile kırmızıya kayma arasındaki gözlemsel verileri aşağıdaki tablonun ilk dört sütununda verilmiştir [100]. $m_teorik1$ ile, 4.2.1 bölümünde sunduğumuz; parçacık yaratmalı modelimizdeki teorik sonuçlar verilmiştir. $m_teorik2$ ise 4.3 bölümünde sunduğumuz Chaplygin gazı ve Parçacık yaratmalı modelimizin teorik sonuçlarıdır. Son olarak, Tabloda Ki_Kare yöntemi her iki Modele uygulanıp sonuçlar listelenmiştir.

Kullandığımız veriler; “ <http://dx.DOI.org/10.17909/T95Q4X>” alınmıştır.

	SN	z	m_deney	Hata	m_ teorik1	Ki_ Kare1	Ki_ Kare2	m_ teorik2
1	3D1au	0,50309	22,93445	0,12605	22,89950	0,07688	0,11235	22,8922
2	03D1aw	0,58073	23,52355	0,13720	23,55510	0,05288	0,15348	23,5773
3	03D1ax	0,49480	22,88020	0,11765	22,86560	0,01540	0,03433	22,8584
4	03D1bp	0,34593	22,11525	0,11100	22,12290	0,00475	0,00031	22,1172
5	03D1co	0,67767	24,03770	0,20560	23,86160	0,73362	0,80528	23,8532
6	03D1ew	0,86650	24,34685	0,17385	24,33690	0,00328	0,01213	24,3277
7	03D1fc	0,33094	21,78290	0,10685	21,85340	0,43534	0,36893	21,8478
8	03D1fq	0,79857	24,36050	0,17435	24,36980	0,00285	0,00000	24,3608
9	03D3aw	0,44956	22,78895	0,14135	22,69970	0,39868	0,46078	22,693
10	03D3ay	0,37144	22,28785	0,12450	22,27230	0,01560	0,02996	22,2663
11	03D3ba	0,29172	21,47215	0,12535	21,58610	0,82638	0,75545	21,5811
12	03D3bl	0,35582	22,05915	0,12645	22,15180	0,53685	0,47174	22,146
13	03D3cd	0,46127	22,62945	0,13775	22,69150	0,20291	0,16029	22,6846
14	03D4ag	0,28360	21,40915	0,10280	21,49800	0,74701	0,66689	21,4931
15	03D4at	0,63222	23,66065	0,20445	23,51760	0,48956	0,54729	23,5094
16	03D4au	0,46640	23,21635	0,15870	23,11010	0,44823	0,50834	23,1032
17	03D4cj	0,26862	21,17620	0,09930	21,19570	0,03856	0,02221	21,191
18	03D4cx	0,94688	24,41155	0,16420	24,29760	0,48160	0,56524	24,2881
19	03D4cy	0,92491	24,74160	0,19230	24,64930	0,23038	0,27969	24,6399
20	03D4cz	0,69315	23,79645	0,24445	23,63420	0,44054	0,48791	23,6257
21	03D4dh	0,62522	23,46015	0,13030	23,43060	0,05143	0,08349	23,4225
22	03D4di	0,89693	24,40275	0,16645	24,40240	0,00000	0,00343	24,393
23	03D4dy	0,60825	23,37670	0,12660	23,37590	0,00004	0,00483	23,3679
24	03D4fd	0,78904	24,21880	0,11585	24,15770	0,27816	0,36509	24,1488
25	03D4gf	0,57828	23,23730	0,13895	23,18110	0,16359	0,21215	23,1733
26	03D4gg	0,59027	23,33540	0,16660	23,22220	0,46168	0,52837	23,2143
27	04D1aj	0,71963	23,82525	0,20570	23,70750	0,32768	0,37730	23,6989

28	04D1dc	0,21075	20,64495	0,10525	20,67540	0,08370	0,06315	20,6714
29	04D1de	0,76660	24,24705	0,15930	24,10210	0,82795	0,93275	24,0932
30	04D1ff	0,85852	24,12370	0,14780	24,17920	0,14101	0,09813	24,17
31	04D1hd	0,36791	22,24455	0,10190	22,25230	0,00578	0,00029	22,2463
32	04D1hx	0,55875	23,16480	0,13350	23,11200	0,15642	0,20470	23,1044
33	04D1hy	0,84852	24,33175	0,14855	24,22580	0,50869	0,60087	24,2166
34	04D1iv	0,99640	24,69965	0,14080	24,60000	0,50090	0,60316	24,5903
35	04D1jd	0,77660	24,09420	0,17835	24,05590	0,04612	0,07004	24,047
36	04D1jg	0,58294	23,34385	0,12580	23,32310	0,02721	0,05151	23,3153
37	04D1kj	0,58375	23,26860	0,09915	23,20000	0,47870	0,59530	23,1921
38	04D1ks	0,79656	23,85445	0,15880	23,81050	0,07660	0,11118	23,8015
39	04D1oh	0,58873	23,30085	0,13005	23,21700	0,41571	0,49773	23,2091
40	04D1ow	0,91348	24,37895	0,13735	24,36570	0,00931	0,02719	24,3563
41	04D1pc	0,76859	24,20780	0,16885	24,10710	0,35568	0,42133	24,0982
42	04D1pd	0,94846	24,66675	0,15105	24,69660	0,03905	0,01815	24,6871
43	04D1pg	0,51380	23,12745	0,13290	23,03610	0,47246	0,55099	23,0288
44	04D1pp	0,73362	23,84810	0,15575	23,80980	0,06047	0,09106	23,8011
45	04D1pu	0,63771	23,37000	0,23290	23,37610	0,00069	0,00007	23,368
46	04D1qd	0,76560	24,10805	0,15490	24,09950	0,00305	0,01255	24,0907
47	04D1rh	0,43487	22,56230	0,11450	22,60030	0,11014	0,07521	22,5937
48	04D1rx	0,98341	24,82800	0,15300	24,76440	0,17280	0,22890	24,7548
49	04D1sa	0,58375	23,46355	0,14025	23,35850	0,56103	0,64744	23,3507
50	04D1si	0,70064	23,74920	0,17380	23,65520	0,29252	0,34781	23,6467
51	04D1sk	0,66206	23,74875	0,17955	23,60880	0,60754	0,68174	23,6005
52	04D2al	0,83814	24,15450	0,18070	24,06660	0,23663	0,28875	24,0574
53	04D2an	0,62189	23,41080	0,16280	23,42000	0,00319	0,00005	23,412
54	04D2cf	0,37060	22,14010	0,12110	22,23720	0,64291	0,56591	22,2312
55	04D2fp	0,41664	22,51540	0,11755	22,51170	0,00099	0,00753	22,5052
56	04D2fs	0,35858	21,95965	0,11860	22,05060	0,58808	0,51547	22,0448
57	04D2gb	0,45169	22,36265	0,13770	22,47450	0,65979	0,58200	22,4677
58	04D2gc	0,52278	23,15915	0,14165	23,07130	0,38464	0,45216	23,0639
59	04D2gp	0,73401	24,04855	0,24055	23,84400	0,72308	0,78590	23,8353
60	04D2iu	0,70198	23,71150	0,26255	23,56520	0,31050	0,34763	23,5567
61	04D2ja	0,74202	24,26275	0,21515	24,22780	0,02639	0,04116	24,2191
62	04D2kr	0,74613	23,80560	0,16465	23,68410	0,54454	0,62628	23,6753
63	04D2mc	0,34957	21,74000	0,12000	21,75410	0,01381	0,00490	21,7484
64	04D2m	0,59185	23,24290	0,12625	23,22750	0,01488	0,03377	23,2197
65	04D2mj	0,51476	23,18845	0,13550	23,10470	0,38202	0,45152	23,0974
66	04D3co	0,62063	23,51140	0,11310	23,48080	0,07320	0,11648	23,4728
67	04D3cy	0,64364	23,60755	0,19430	23,55300	0,07882	0,10430	23,5448
68	04D3dd	1,00279	25,07980	0,19135	25,00780	0,14158	0,18230	24,9981
69	04D3df	0,47058	22,65205	0,12925	22,76290	0,73555	0,64558	22,7559

70	04D3do	0,61064	23,47615	0,13290	23,51530	0,08678	0,05494	23,5073
71	04D3ez	0,26349	21,15515	0,10790	21,15450	0,00004	0,00237	21,1499
72	04D3fk	0,35833	21,96940	0,11425	22,07790	0,90188	0,80803	22,0721
73	04D3fq	0,74270	23,92255	0,19885	23,76890	0,59705	0,66658	23,7602
74	04D3gt	0,45155	22,41590	0,12515	22,50180	0,47111	0,40049	22,4951
75	04D3gx	0,91075	24,61160	0,16365	24,62020	0,00276	0,00002	24,6108
76	04D3hn	0,55260	22,98515	0,13425	23,08970	0,60648	0,52152	23,0821
77	04D3kr	0,33753	21,91370	0,10655	22,01080	0,83048	0,73745	22,0052
78	04D3ks	0,75068	23,76300	0,19155	23,69590	0,12271	0,15701	23,6871
79	04D3lp	0,98377	24,92305	0,14390	24,97210	0,11619	0,07478	24,9624
80	04D3lu	0,82269	24,33560	0,14625	24,23790	0,44627	0,53228	24,2289
81	04D3m	0,81369	24,26675	0,14105	24,21690	0,12491	0,17467	24,2078
82	04D3ml	0,95076	24,68515	0,14485	24,70120	0,01228	0,00198	24,6916
83	04D3nc	0,81773	24,34310	0,12085	24,22640	0,93250	1,08360	24,2173
84	04D3nh	0,34052	21,94630	0,10555	21,97070	0,05344	0,03139	21,965
85	04D3nr	0,96075	24,57360	0,15770	24,53180	0,07026	0,10582	24,5223
86	04D3ny	0,81072	24,07950	0,17055	24,20980	0,58369	0,50585	24,2008
87	04D3oe	0,75669	24,03965	0,15830	24,07690	0,05537	0,03230	24,0681
88	04D4an	0,61124	23,73920	0,15930	23,65740	0,26368	0,06242	23,6994
89	04D4bk	0,87796	24,42165	0,14325	24,36190	0,17397	0,23235	24,3526
90	04D4bq	0,54831	22,89260	0,14380	22,92620	0,05460	0,03294	22,9187
91	04D4d	0,80902	24,20795	0,16680	24,20580	0,00017	0,00447	24,1968
92	04D4dw	1,02879	24,72890	0,16015	24,65950	0,18779	0,24395	24,6498
93	04D4fx	0,62723	23,41340	0,13800	23,34330	0,25803	0,32111	23,3352
94	04D4gg	0,42244	22,35675	0,11920	22,39250	0,08995	0,06021	22,386
95	04D4hf	0,93389	24,76530	0,20090	24,66750	0,23698	0,28526	24,658
96	04D4hu	0,70115	23,90875	0,18050	23,85720	0,08156	0,11068	23,8487
97	04D4ib	0,69715	23,78265	0,16195	23,84600	0,15301	0,11471	23,8375
98	04D4ic	0,68517	23,84400	0,23260	23,81210	0,01881	0,03017	23,8036
99	04D4id	0,76706	24,38490	0,17855	24,29220	0,26955	0,32379	24,2833
100	04D4ih	0,93189	24,54795	0,15235	24,47460	0,23180	0,29573	24,4651
101	5D3cx	0,80569	24,01390	0,13010	24,02410	0,00615	0,00009	24,0151
102	05D3jb	0,74566	24,00735	0,15270	24,04840	0,07227	0,04488	24,0397
103	05D1if	0,76159	23,97575	0,15445	23,91560	0,15167	0,19987	23,9067
104	05D2ck	0,69998	23,95255	0,21530	23,92520	0,01614	0,02773	23,9167
105	06D3cc	0,68366	23,94410	0,29050	23,87890	0,05037	0,06419	23,8705
106	05D3m	0,76070	23,92525	0,14995	23,91330	0,00635	0,01915	23,9045
107	04D3fq	0,74270	23,92255	0,19885	23,86690	0,07832	0,10505	23,8581
108	04D4hu	0,70115	23,90875	0,18050	23,92840	0,01185	0,00382	23,9199
109	06D3do	0,72668	23,90005	0,16280	23,82450	0,21536	0,26781	23,8158
110	05D4cq	0,69916	23,88895	0,17280	23,81690	0,17385	0,21729	23,8084
111	06D3gh	0,72068	23,87645	0,20290	23,87620	0,00000	0,00195	23,8675

112	06D3bz	0,72767	23,86870	0,19785	23,89500	0,01767	0,00791	23,8863
113	04D1ks	0,79656	23,85445	0,15880	23,81050	0,07660	0,11118	23,8015
114	04D1pp	0,73362	23,84810	0,15575	23,91080	0,16206	0,12021	23,9021
115	Rakke	0,74000	23,84460	0,12605	23,92770	0,43463	0,34745	23,9189
116	04D4ic	0,68517	23,84400	0,23260	23,88330	0,02855	0,37797	23,701
117	05D3gv	0,71565	23,84395	0,19425	23,86250	0,00912	0,00262	23,8539
118	05D2le	0,70198	23,83870	0,16475	23,82480	0,00712	0,01849	23,8163
119	04D1aj	0,71963	23,82525	0,20570	23,87330	0,05457	0,03678	23,8647
120	05D3dh	0,80070	23,82255	0,16060	23,82040	0,00018	0,00482	23,8114
121	04D4im	0,74909	23,81055	0,18275	23,78550	0,01879	0,00008	23,8089
122	04D2kr	0,74613	23,80560	0,16465	23,77780	0,02851	0,02954	23,8339
123	03D4cz	0,69315	23,79645	0,24445	23,73220	0,06908	0,08857	23,7237
124	06D4ba	0,69816	23,79240	0,21710	23,74630	0,04509	0,06325	23,7378
125	05D3m	0,67065	23,78495	0,17750	23,76990	0,00719	0,01731	23,7616
126	04D4ib	0,69715	23,78265	0,16195	23,84600	0,15301	0,11471	23,8375
127	05D4bj	0,69915	23,77905	0,15635	23,85170	0,21591	0,16782	23,8431
128	05D3jk	0,73669	23,77845	0,13990	23,75310	0,03283	0,05924	23,7444
129	06D4bw	0,73012	23,76840	0,19115	23,73570	0,02926	0,04691	23,727
130	04D3ks	0,75068	23,76300	0,19155	23,78960	0,01928	0,00873	23,7809
131	06D3em	0,69065	23,75270	0,18375	23,69190	0,10948	0,14183	23,6835
132	04D1si	0,70064	23,74920	0,17380	23,72010	0,02803	0,04705	23,7115
133	04D1sk	0,66206	23,74875	0,17955	23,67560	0,16598	0,20578	23,6673
134	04D4an	0,61124	23,73920	0,15930	23,65740	0,26368	0,31778	23,6494
135	04D2iu	0,70198	23,71150	0,26255	23,56520	0,31050	0,34763	23,5567
136	Frodo	0,73500	23,70605	0,13400	23,65490	0,14571	0,19949	23,6462
137	05D3jh	0,71868	23,68915	0,15095	23,61120	0,26666	0,32951	23,6025
138	03D4at	0,63222	23,66065	0,20445	23,61860	0,04230	0,06041	23,6104
139	05D3hs	0,66464	23,63370	0,16110	23,64960	0,00974	0,00223	23,6413
140	05D3lb	0,64764	23,62590	0,16130	23,56530	0,14115	0,03985	23,6581
141	05D2ec	0,64191	23,62155	0,16590	23,64870	0,02678	0,01305	23,6405
142	05D1ke	0,68866	23,61320	0,15180	23,65360	0,07083	0,04444	23,6452
143	05D4ej	0,58328	23,60810	0,12955	23,56390	0,11640	0,16111	23,5561
144	04D3cy	0,64364	23,60755	0,19430	23,58620	0,01207	0,02313	23,578
145	05D1kl	0,55875	23,60610	0,15165	23,47760	0,71800	0,80662	23,4699
146	05D3ax	0,64364	23,60450	0,20130	23,58620	0,00826	0,01733	23,578
147	05D2bt	0,68196	23,59755	0,14840	23,60220	0,00098	0,00064	23,5938
148	05D4ef	0,60326	23,58805	0,14290	23,56000	0,03853	0,06329	23,5521
149	05D1h	0,58575	23,56940	0,14170	23,57230	0,00042	0,00120	23,5645
150	05D1ck	0,61570	23,56625	0,14330	23,56600	0,00000	0,00340	23,5579
151	05D2he	0,60987	23,54470	0,14865	23,54700	0,00024	0,00147	23,539
152	05D3kt	0,64864	23,53665	0,15900	23,50350	0,04347	0,06763	23,4953

153	03D1aw	0,58073	23,52355	0,13720	23,55510	0,05288	0,02997	23,5473
154	04D3co	0,62063	23,51140	0,11310	23,51400	0,00053	0,00236	23,5059
155	05D4ag	0,63822	23,49005	0,18400	23,50360	0,00542	0,00088	23,4955
156	202	0,61992	23,48340	0,11560	23,44590	0,10523	0,15560	23,4378
157	04D3do	0,61064	23,47615	0,13290	23,41590	0,20552	0,26373	23,4079
158	04D1sa	0,58375	23,46355	0,14025	23,39170	0,26245	0,32253	23,3839
159	03D4dh	0,62522	23,46015	0,13030	23,43060	0,05143	0,08349	23,4225
160	05D4bf	0,58728	23,44375	0,14055	23,40380	0,08079	0,11591	23,3959
161	04D4fx	0,62723	23,41340	0,13800	23,40530	0,00345	0,01378	23,3972
162	04D2an	0,62189	23,41080	0,16280	23,38830	0,01910	0,03510	23,3803
163	05D1cb	0,63071	23,40920	0,14320	23,41630	0,00246	0,00005	23,4082
164	05D3lr	0,60060	23,40220	0,15455	23,38280	0,01576	0,03120	23,3749
165	05D2dt	0,57584	23,38495	0,13845	23,36430	0,02225	0,04193	23,3566
166	03D4dy	0,60825	23,37670	0,12660	23,37590	0,00004	0,00483	23,3679
167	04D1pu	0,63771	23,37000	0,23290	23,37610	0,00069	0,00007	23,368
168	05D3gp	0,58060	23,36785	0,16080	23,38080	0,00649	0,00107	23,3731
169	520041	0,54539	23,34415	0,14620	23,32280	0,02133	0,03894	23,3153
170	04D1jg	0,58294	23,34385	0,12580	23,38890	0,12824	0,08768	23,3811
171	03D4gg	0,59027	23,33540	0,16660	23,31590	0,01370	0,02685	23,3081
172	160214	0,63056	23,31690	0,11795	23,35380	0,09787	0,05962	23,3457
173	04D1oh	0,58873	23,30085	0,13005	23,31070	0,00574	0,00025	23,3029
174	05D1dn	0,56475	23,28910	0,13595	23,29210	0,00049	0,00120	23,2844
175	06D2ck	0,55381	23,28380	0,12420	23,25270	0,06270	0,09709	23,2451
176	110721	0,57824	23,28020	0,16240	23,27470	0,00115	0,00671	23,2669
177	04D1kj	0,58375	23,26860	0,09915	23,29370	0,06409	0,03044	23,2859
178	05D1ee	0,55775	23,24940	0,13490	23,26700	0,01702	0,00550	23,2594
179	06D3et	0,57661	23,24370	0,12290	23,17530	0,30975	0,38442	23,1675
180	04D2m	0,59185	23,24290	0,12625	23,22750	0,01488	0,03377	23,2197
181	05D1cc	0,56276	23,24280	0,11755	23,22020	0,03696	0,06644	23,2125
182	03D4gf	0,57828	23,23730	0,13895	23,27480	0,07284	0,04600	23,2671
183	50203	0,57613	23,23590	0,14515	23,26740	0,04710	0,02666	23,2596
184	05D1dx	0,57875	23,22495	0,12065	23,24480	0,02707	0,00998	23,237
185	03D4au	0,46640	23,21635	0,15870	23,11010	0,44823	0,50834	23,1032
186	04D2mj	0,51476	23,18845	0,13550	23,13780	0,13973	0,18291	23,1305
187	05D3jq	0,57960	23,17790	0,11970	23,18570	0,00425	0,00000	23,1779
188	06D4bo	0,55031	23,16815	0,12490	23,08140	0,48241	0,57064	23,0738
189	04D1hx	0,55875	23,16480	0,13350	23,11200	0,15642	0,20470	23,1044
190	05D2ci	0,63190	23,16170	0,17705	23,18180	0,01289	0,00459	23,1737
191	04D2gc	0,52278	23,15915	0,14165	23,07130	0,38464	0,45216	23,0639
192	50201	0,55014	23,13910	0,14355	23,08070	0,16551	0,21075	23,0732
193	04D1pg	0,51380	23,12745	0,13290	23,10090	0,03991	0,06487	23,0936
194	05D2dy	0,51176	23,11305	0,11650	23,12600	0,01236	0,00235	23,1187

195	04D4ju	0,47039	23,10050	0,14100	23,09170	0,00390	0,01256	23,0847
196	05D4be	0,53532	23,06945	0,11085	23,08760	0,02681	0,00923	23,0801
197	06D2ca	0,53278	23,05900	0,11385	23,07800	0,02785	0,01020	23,0705
198	06D2bk	0,50074	23,05050	0,13595	22,98370	0,24143	0,29628	22,9765
199	06D3el	0,51961	23,03865	0,10900	23,05890	0,03451	0,01412	23,0516
200	110719	0,42784	23,03515	0,17065	22,93220	0,36395	0,41211	22,9256
201	05D3ci	0,51559	23,02365	0,17620	22,94940	0,17757	0,21421	22,9421
202	120044	0,48176	23,01660	0,15415	23,00270	0,00813	0,01838	22,9957
203	310091	0,50718	22,99370	0,14040	23,00970	0,01299	0,00384	23,0024
204	04D4in	0,51434	22,98745	0,11725	23,00650	0,02640	0,01004	22,9992
205	04D3hn	0,55260	22,98515	0,13425	23,02940	0,10864	0,52152	23,0821
206	05D2eb	0,53578	22,98355	0,12660	23,02730	0,11942	0,03609	22,9595
207	450175	0,51941	22,97595	0,19605	22,96440	0,00347	0,00924	22,9571
208	350374	0,50091	22,97170	0,19630	22,89060	0,17069	0,20234	22,8834
209	05D4av	0,50736	22,97050	0,12530	22,91670	0,18436	0,23778	22,9094
210	310260	0,51879	22,95780	0,15180	22,96200	0,00077	0,00044	22,9546
211	06D2cc	0,53378	22,93450	0,16650	23,01970	0,26185	0,21834	23,0123
212	03D1au	0,50309	22,93445	0,12605	22,89950	0,07688	0,11235	22,8922
213	05D4af	0,49737	22,92750	0,13225	22,87610	0,15105	0,19567	22,869
214	370329	0,47796	22,92610	0,16490	22,79480	0,63400	0,70340	22,7878
215	05D4ek	0,53433	22,92230	0,12890	22,96150	0,09248	0,06048	22,954
216	510457	0,50275	22,89585	0,20855	22,89810	0,00012	0,00056	22,8909
217	04D4bq	0,54831	22,89260	0,14380	22,86560	0,03525	0,03294	22,9187
218	03D1ax	0,49480	22,88020	0,11765	22,86560	0,01540	0,03433	22,8584
219	05D1ix	0,48881	22,86530	0,11360	22,84070	0,04689	0,07787	22,8336
220	40166	0,44007	22,85455	0,16925	22,78350	0,17623	0,06928	22,81
221	180313	0,51002	22,84675	0,11820	22,86700	0,02935	0,01200	22,8597
222	142	0,43673	22,84545	0,14185	22,76770	0,30043	0,35360	22,7611
223	50005	0,52851	22,84220	0,14315	22,88060	0,07196	0,04690	22,8732
224	110484	0,51090	22,82060	0,17305	22,81180	0,00259	0,00866	22,8045
225	30006	0,50276	22,81425	0,20820	22,77910	0,02850	0,04138	22,7719
226	05D3m	0,47057	22,80400	0,12210	22,76280	0,11386	0,15519	22,7559
227	380199	0,46040	22,80110	0,14725	22,84390	0,08448	0,05944	22,837
228	03D3aw	0,44956	22,78895	0,14135	22,79480	0,00171	0,00004	22,7881
229	215	0,46664	22,78220	0,11645	22,74560	0,09878	0,13954	22,7387
230	90201	0,50818	22,77930	0,14135	22,80090	0,02335	0,01038	22,7937
231	05D3dd	0,48057	22,77520	0,11510	22,80590	0,07114	0,04240	22,7989
232	05D3lc	0,46156	22,76265	0,11115	22,72310	0,12661	0,17389	22,7163
233	100101	0,42967	22,75515	0,15270	22,76720	0,00623	0,00127	22,7606
234	05D2cb	0,42866	22,75100	0,12940	22,76230	0,00763	0,00138	22,7558
235	510597	0,46101	22,75035	0,16435	22,72070	0,03255	0,04946	22,7138

236	05D2ac	0,48072	22,74835	0,11380	22,80660	0,26200	0,20203	22,7995
237	04D4jr	0,46840	22,73255	0,11785	22,75330	0,03100	0,01381	22,7464
238	120094	0,45173	22,72345	0,12465	22,67880	0,12831	0,16971	22,6721
239	370367	0,47175	22,70965	0,15000	22,76800	0,15132	0,11719	22,761
240	05D2bv	0,47572	22,69520	0,10900	22,66610	0,07127	0,10969	22,6591
241	560054	0,48040	22,68865	0,17225	22,68620	0,00020	0,00301	22,6792
242	06D3df	0,44255	22,67285	0,11370	22,63650	0,10221	0,14336	22,6298
243	520016	0,45070	22,65860	0,15475	22,67410	0,01003	0,00323	22,6674
244	04D3df	0,47058	22,65205	0,12925	22,64390	0,00398	0,01374	22,6369
245	03D3cd	0,46127	22,62945	0,13775	22,60280	0,03743	0,05897	22,596
246	110542	0,42696	22,61890	0,15295	22,56240	0,13646	0,17020	22,5558
247	310146	0,47942	22,61310	0,14630	22,68200	0,22179	0,17902	22,675
248	520071	0,41155	22,60890	0,12890	22,61210	0,00062	0,00062	22,6057
249	40137	0,44758	22,59905	0,15240	22,65980	0,15890	0,12578	22,6531
250	160200	0,42353	22,59900	0,26550	22,54570	0,04030	0,05073	22,5392
251	05D3cf	0,41957	22,59095	0,12095	22,52620	0,28659	0,34702	22,5197
252	530251	0,41131	22,58170	0,15385	22,48490	0,39587	0,44995	22,4785
253	06D2gb	0,44368	22,57415	0,13490	22,64180	0,25148	0,20414	22,6351
254	50607	0,43927	22,56615	0,13200	22,62110	0,17330	0,13417	22,6145
255	05D4dt	0,40547	22,56400	0,11045	22,51730	0,17877	0,23113	22,5109
256	04D1rh	0,43487	22,56230	0,11450	22,60030	0,11014	0,07521	22,5937
257	50003	0,42693	22,55940	0,16270	22,56220	0,00030	0,00052	22,5557
258	80723	0,43015	22,54440	0,12545	22,57780	0,07088	0,04564	22,5712
259	11	0,38164	22,52675	0,14085	22,52070	0,00185	0,00744	22,5146
260	04D2fp	0,41664	22,51540	0,11755	22,51170	0,00099	0,00753	22,5052
261	550202	0,42028	22,49015	0,23310	22,52970	0,02879	0,02010	22,5232
262	450339	0,40927	22,48095	0,19045	22,47460	0,00111	0,00448	22,4682
263	440236	0,42886	22,47920	0,14710	22,45250	0,03295	0,05094	22,446
264	110430	0,42086	22,47585	0,16245	22,53260	0,12204	0,09568	22,5261
265	20090	0,40996	22,46680	0,20545	22,47810	0,00303	0,00057	22,4717
266	560027	0,43885	22,46285	0,19185	22,61920	0,66416	0,60846	22,6125
267	13136	0,37003	22,46065	0,16360	22,45600	0,00081	0,00416	22,4501
268	440162	0,41929	22,45830	0,14905	22,52480	0,19906	0,16205	22,5183
269	06D4cq	0,40946	22,45100	0,10895	22,47560	0,05098	0,02791	22,4692
270	50580	0,45059	22,45030	0,13160	22,46940	0,02106	0,00888	22,4627
271	06D3ed	0,40455	22,44625	0,10750	22,45050	0,00156	0,00036	22,4442
272	510266	0,44058	22,42380	0,13695	22,42310	0,00003	0,00292	22,4164
273	04D3gt	0,45155	22,41590	0,12515	22,47380	0,21404	0,16737	22,4671
274	14397	0,38447	22,40575	0,14945	22,34440	0,16851	0,20430	22,3382
275	50251	0,38775	22,38910	0,15885	22,36210	0,02889	0,04368	22,3559
276	05D2dw	0,41865	22,38625	0,11520	22,37390	0,01149	0,02677	22,3674

277	490037	0,42359	22,37855	0,14250	22,39820	0,01901	0,00852	22,3917
278	06D4co	0,43544	22,36675	0,10900	22,34390	0,04395	0,07300	22,3373
279	04D2gb	0,45169	22,36265	0,13770	22,41950	0,17045	0,13211	22,4127
280	04D4gg	0,42244	22,35675	0,11920	22,36420	0,00391	0,05188	22,3296
281	40150	0,38171	22,31495	0,14300	22,32930	0,01007	0,00333	22,3232
282	18721	0,40080	22,30585	0,16020	22,34120	0,04869	0,03288	22,3349
283	16232	0,37386	22,30470	0,08540	22,28590	0,04846	0,08501	22,2798
284	550218	0,38734	22,29440	0,18525	22,35990	0,12502	0,10247	22,3537
285	03D3ay	0,37144	22,28785	0,12450	22,27230	0,01560	0,02996	22,2663
286	360139	0,38598	22,28245	0,12600	22,26270	0,02457	0,04209	22,2566
287	15704	0,36924	22,26255	0,14325	22,25980	0,00037	0,00365	22,2539
288	05D4ff	0,40048	22,26010	0,11510	22,22530	0,09141	0,12751	22,219
289	110734	0,40214	22,25360	0,14900	22,23390	0,01748	0,03045	22,2276
290	04D1hd	0,36791	22,24455	0,10190	22,25230	0,00578	0,00029	22,2463
291	05D2m	0,35527	22,23665	0,11300	22,17890	0,26118	0,31628	22,1731
292	310090	0,34688	22,23255	0,25330	22,19070	0,02730	0,03524	22,185
293	05D2hc	0,35157	22,22720	0,11360	22,21900	0,00521	0,01519	22,2132
294	590031	0,37860	22,21555	0,14630	22,19320	0,02334	0,03782	22,1871
295	13934	0,32891	22,21015	0,20955	22,14240	0,10453	0,12219	22,1369
296	560121	0,36491	22,20650	0,14230	22,23510	0,04039	0,02545	22,2292
297	110425	0,38083	22,20630	0,13820	22,20550	0,00003	0,00249	22,1994
298	05D4fo	0,37150	22,20135	0,10745	22,21230	0,01039	0,00212	22,2063
299	160070	0,35902	22,19585	0,13420	22,20100	0,00147	0,00003	22,1951
300	120086	0,39267	22,18855	0,15880	22,12930	0,13921	0,17039	22,123
301	580275	0,38246	22,18595	0,18240	22,21440	0,02433	0,01501	22,2083
302	320099	0,37990	22,18215	0,13060	22,20040	0,01953	0,00865	22,1943
303	4577	0,36165	22,17440	0,16450	22,21630	0,06488	0,04789	22,2104
304	19757	0,40078	22,16500	0,13480	22,17180	0,00254	0,00002	22,1656
305	470244	0,36082	22,16210	0,14215	22,21150	0,12077	0,09365	22,2056
306	550137	0,41930	22,16135	0,15200	22,26570	0,47130	0,41441	22,2592
307	500057	0,38054	22,15350	0,13070	22,20390	0,14870	0,11488	22,1978
308	05D4b	0,37050	22,15255	0,10430	22,14790	0,00199	0,01023	22,142
309	160197	0,35363	22,14580	0,14555	22,16920	0,02585	0,01462	22,1634
310	05D2ie	0,34957	22,14445	0,11065	22,14490	0,00002	0,00225	22,1392
311	04D2cf	0,37060	22,14010	0,12110	22,14850	0,00481	0,00039	22,1425
312	320469	0,37089	22,13805	0,26375	22,26920	0,24726	0,22515	22,2632
313	7779	0,37949	22,13745	0,13950	22,19810	0,18902	0,15291	22,192
314	530219	0,32840	22,13290	0,16575	22,10700	0,02442	0,03589	22,1015
315	350050	0,40471	22,12805	0,15365	22,19210	0,17377	0,14127	22,1858
316	199	0,37164	22,12745	0,10645	22,15440	0,06410	0,03873	22,1484
317	420352	0,38887	22,11805	0,14095	22,10900	0,00412	0,01171	22,1028

318	330089	0,34872	22,11620	0,13315	22,13980	0,03142	0,01807	22,1341
319	03D1bp	0,34593	22,11525	0,11100	22,12290	0,00475	0,00031	22,1172
320	05D4cw	0,37350	22,11185	0,10390	22,13610	0,05447	0,03085	22,1301
321	510578	0,37013	22,10035	0,13580	22,11710	0,01521	0,00627	22,1111
322	550059	0,31841	22,08160	0,21085	21,94800	0,40148	0,43459	21,9426
323	120400	0,35161	22,05965	0,11580	22,00940	0,18830	0,23428	22,0036
324	03D3bl	0,35582	22,05915	0,12645	22,03440	0,03831	0,05837	22,0286
325	130862	0,33293	22,05080	0,14375	22,04220	0,00358	0,00976	22,0366
326	18091	0,36939	22,04745	0,15580	22,11290	0,17648	0,14560	22,1069
327	05D3jr	0,37053	22,04575	0,11295	22,11930	0,42403	0,35873	22,1134
328	15456	0,38003	22,03255	0,15060	22,11590	0,30631	0,26312	22,1098
329	20106	0,33096	22,43546	0,19055	22,39520	0,04464	0,05792	22,3896
330	380279	0,34931	22,02925	0,13805	22,14330	0,68252	0,61601	22,1376
331	170078	0,32092	22,01920	0,15495	21,96460	0,12417	0,15044	21,9591
332	190209	0,36646	22,00670	0,12430	22,03980	0,07091	0,04788	22,0339
333	50296	0,35092	22,00245	0,12830	21,94880	0,17486	0,21399	21,9431
334	120369	0,33059	21,99840	0,11530	22,02730	0,06283	0,04119	22,0218
335	420196	0,29843	21,99485	0,16045	21,93650	0,13225	0,15638	21,9314
336	350083	0,36783	21,99040	0,12345	22,04760	0,21469	0,17268	22,0417
337	480184	0,33060	21,98705	0,15615	22,02730	0,06644	0,04953	22,0218
338	540163	0,32944	21,98690	0,11895	22,01990	0,07697	0,05345	22,0144
339	160198	0,34902	21,98165	0,12230	21,93740	0,13091	0,16681	21,9317
340	50303	0,32832	21,97245	0,18155	22,01270	0,04915	0,03664	22,0072
341	04D3fk	0,35833	21,96940	0,11425	21,99270	0,04159	0,02346	21,9869
342	50291	0,32531	21,96765	0,14105	21,99330	0,03307	0,02041	21,9878
343	196	0,35070	21,96230	0,10725	21,94750	0,01904	0,03654	21,9418
344	04D2fs	0,35858	21,95965	0,11860	21,99420	0,08486	0,05876	21,9884
345	470110	0,34546	21,95930	0,16260	21,91580	0,07157	0,09156	21,9101
346	520062	0,30801	21,95175	0,11820	21,87760	0,39354	0,45067	21,8724
347	04D3nh	0,34052	21,94630	0,10555	21,88550	0,33181	0,39575	21,8799
348	16093	0,33398	21,93490	0,15920	21,84460	0,32173	0,36211	21,8391
349	110716	0,31579	21,93420	0,15220	21,93050	0,00059	0,00357	21,9251
350	4241	0,33015	21,93210	0,15890	22,02450	0,33814	0,29840	22,0189
351	50293	0,36001	21,92755	0,13350	22,00260	0,31604	0,26830	21,9967
352	500301	0,32553	21,91925	0,13840	21,99470	0,29720	0,25545	21,9892
353	350078	0,30078	21,91835	0,17040	21,82720	0,28614	0,31905	21,8221
354	310188	0,31894	21,91690	0,13700	21,95150	0,06378	0,04543	21,9461
355	04D3kr	0,33753	21,91370	0,10655	21,86690	0,19292	0,24186	21,8613
356	380318	0,33829	21,91315	0,15100	21,87170	0,07535	0,09709	21,8661
357	420417	0,36135	21,90820	0,20360	22,01040	0,25197	0,22372	22,0045
358	18617	0,32529	21,90510	0,18090	21,99320	0,23718	0,20849	21,9877

359	530112	0,31480	21,90410	0,12485	21,92380	0,02490	0,01330	21,9185
360	320258	0,34092	21,88785	0,14850	21,88800	0,00000	0,00140	21,8823
361	100358	0,36616	21,88675	0,18410	21,98310	0,27390	0,24138	21,9772
362	490521	0,34160	21,88605	0,16925	21,97740	0,29131	0,00001	21,8865
363	580276	0,33848	21,88335	0,13905	21,95800	0,28822	0,01349	21,8672
364	340334	0,30666	21,88165	0,16270	21,86830	0,00673	0,01300	21,8631
365	17791	0,27716	21,88070	0,20550	21,81190	0,11209	0,12862	21,807
366	470015	0,33748	21,87910	0,16625	21,95180	0,19123	0,16290	21,9462
367	7143	0,30317	21,87200	0,13765	21,84400	0,04138	0,05817	21,8388
368	160126	0,36020	21,87020	0,16040	21,94870	0,23951	0,20486	21,9428
369	70955	0,34923	21,85750	0,11575	21,88370	0,05123	0,03137	21,878
370	100163	0,31774	21,83870	0,15210	21,82450	0,00872	0,01661	21,8191
371	6699	0,30880	21,83605	0,15525	21,88310	0,09185	0,07232	21,8778
372	370344	0,33159	21,83100	0,11675	21,82950	0,00017	0,44750	21,9091
373	4679	0,33070	21,82885	0,14810	21,82380	0,00116	0,25339	21,9034
374	19632	0,31353	21,82250	0,14945	21,91530	0,38557	0,34200	21,9099
375	15383	0,31468	21,82010	0,15720	21,92300	0,42848	0,38547	21,9177
376	500100	0,31079	21,81735	0,13845	21,89670	0,32848	0,28606	21,8914
377	19067	0,35306	21,81675	0,15150	21,90660	0,35173	0,30852	21,9009
378	570022	0,30143	21,81235	0,14450	21,83180	0,01812	0,00973	21,8266
379	80646	0,31811	21,81160	0,12465	21,79820	0,01156	0,00644	21,8216
380	16211	0,30900	21,81140	0,19685	21,88440	0,13752	0,11863	21,8792
381	14456	0,32753	21,80515	0,13855	21,85990	0,15615	0,31653	21,8831
382	390471	0,37051	21,79440	0,11375	21,87620	0,51713	0,44405	21,8702
383	05D2ab	0,32454	21,79365	0,10225	21,72910	0,39853	0,46800	21,7237
384	50301	0,34701	21,79120	0,14045	21,87030	0,31718	0,27312	21,8646
385	2533	0,33850	21,78970	0,16180	21,81800	0,03059	0,01968	21,8124
386	03D1fc	0,33094	21,78290	0,10685	21,77040	0,01369	0,02870	21,7648
387	15213	0,30617	21,77705	0,16135	21,74590	0,03727	0,05075	21,7407
388	370394	0,33081	21,77260	0,15595	21,82450	0,11076	0,08852	21,819
389	19794	0,29532	21,77080	0,19250	21,78830	0,00826	0,00415	21,7832
390	580235	0,33159	21,76890	0,14010	21,82950	0,18710	0,15412	21,8239
391	470041	0,33180	21,75810	0,12005	21,77580	0,02174	0,01033	21,7703
392	500511	0,33493	21,74575	0,11290	21,79560	0,19496	0,15431	21,7901
393	420	0,31156	21,74170	0,10825	21,78290	0,14486	0,10998	21,7776
394	40782	0,33742	21,74045	0,14605	21,81130	0,23533	0,19960	21,8057
395	04D2mc	0,34957	21,74000	0,12000	21,75410	0,01381	0,00490	21,7484
396	580270	0,29560	21,72910	0,12300	21,79040	0,24838	0,20802	21,7852
397	5844	0,30894	21,72385	0,16930	21,76500	0,05908	0,04484	21,7597
398	15776	0,31555	21,71680	0,15355	21,80990	0,36762	0,32621	21,8045
399	350180	0,28960	21,71500	0,16490	21,74680	0,03719	0,02622	21,7417

400	330128	0,32095	21,71485	0,12450	21,70560	0,00552	0,01385	21,7002
401	170428	0,30012	21,71085	0,11935	21,82260	0,87670	0,79701	21,8174
402	120444	0,29948	21,70345	0,16140	21,81810	0,50459	0,45986	21,8129
403	440005	0,30549	21,69950	0,13305	21,74120	0,09823	0,07526	21,736
404	7475	0,32007	21,69560	0,13580	21,75480	0,19004	0,15695	21,7494
405	560087	0,30642	21,68750	0,14930	21,66250	0,02804	0,04119	21,6572
406	350027	0,30567	21,68485	0,12015	21,65730	0,05258	0,07475	21,652
407	2165	0,28631	21,68270	0,15040	21,72250	0,07003	0,05354	21,7175
408	6924	0,32601	21,67330	0,14640	21,79360	0,67523	0,61597	21,7882
409	150457	0,30337	21,66825	0,11865	21,64130	0,05159	0,07342	21,6361
410	6137	0,29859	21,66705	0,16330	21,74730	0,24150	0,73028	21,8066
411	440509	0,31894	21,66595	0,15665	21,74730	0,26968	0,23507	21,7419
412	430003	0,32841	21,66550	0,17245	21,80910	0,69340	0,64130	21,8036
413	13830	0,32944	21,65335	0,14295	21,76080	0,56499	0,50863	21,7553
414	350630	0,30525	21,64295	0,11290	21,59940	0,14880	0,18645	21,5942
415	06D4dh	0,30158	21,64245	0,09390	21,57370	0,53606	0,62022	21,5685
416	6649	0,31262	21,63085	0,14295	21,64990	0,01776	0,00925	21,6446
417	4000	0,27631	21,62545	0,19055	21,64670	0,01244	0,00745	21,6419
418	5391	0,30006	21,62535	0,16525	21,56300	0,14236	0,16710	21,5578
419	460037	0,30249	21,61350	0,15825	21,58010	0,04455	0,05950	21,5749
420	19128	0,28509	21,60225	0,15435	21,71340	0,51857	0,47296	21,7084
421	580104	0,30920	21,58775	0,14620	21,62660	0,07061	0,05298	21,6214
422	350192	0,30156	21,58590	0,13495	21,57360	0,00831	0,01682	21,5684
423	6249	0,29318	21,57975	0,14370	21,65390	0,26626	0,23089	21,6488
424	06D3dt	0,28251	21,57460	0,10730	21,57500	0,00001	0,00176	21,5701
425	120085	0,32218	21,54775	0,14025	21,71370	1,40007	1,31043	21,7083
426	130755	0,29291	21,54425	0,17080	21,51180	0,03610	0,04833	21,5067
427	2789	0,28854	21,52950	0,16390	21,47980	0,09195	0,11138	21,4748
428	14735	0,29911	21,51975	0,13010	21,55630	0,07893	0,05807	21,5511
429	19596	0,29121	21,51945	0,15010	21,49940	0,01784	0,02807	21,4943
430	100213	0,27509	21,50715	0,13820	21,63730	0,88690	0,82268	21,6325
431	5957	0,27900	21,50115	0,13265	21,41820	0,39104	0,54414	21,4033
432	19818	0,30369	21,49625	0,13500	21,58850	0,46694	0,41579	21,5833
433	150509	0,29282	21,48960	0,13510	21,51110	0,02533	0,01474	21,506
434	18945	0,26826	21,48830	0,15275	21,58370	0,39006	0,35180	21,5789
435	91869	0,28845	21,48260	0,12560	21,47910	0,00078	0,00458	21,4741
436	16072	0,28400	21,47400	0,15145	21,44610	0,03394	0,04719	21,4411
437	03D3ba	0,29172	21,47215	0,12535	21,50310	0,06096	0,04286	21,4981
438	420414	0,29245	21,46870	0,16490	21,50840	0,05796	0,04428	21,5034
439	440050	0,28546	21,46645	0,13950	21,45700	0,00459	0,01088	21,4519
440	21042	0,31032	21,45975	0,15795	21,50270	0,07394	0,05682	21,4974

441	2017	0,26132	21,45590	0,17885	21,52770	0,16117	0,14076	21,523
442	13757	0,28707	21,45405	0,14295	21,46890	0,01079	0,00475	21,4639
443	13099	0,26419	21,45355	0,16650	21,55100	0,34256	0,31031	21,5463
444	20227	0,27540	21,44850	0,15300	21,38050	0,19753	0,22640	21,3757
445	13610	0,29649	21,44490	0,14460	21,53760	0,41098	0,36700	21,5325
446	15584	0,28313	21,44410	0,13595	21,43950	0,00114	0,00488	21,4346
447	570056	0,29020	21,44120	0,13835	21,49200	0,13482	0,10959	21,487
448	350080	0,28578	21,43725	0,13580	21,45940	0,02660	0,01595	21,4544
449	20040	0,28622	21,42305	0,15585	21,46260	0,06440	0,04915	21,4576
450	20245	0,30004	21,42040	0,15885	21,56290	0,80474	0,74708	21,5577
451	03D4ag	0,28360	21,40915	0,10280	21,44310	0,10907	0,07931	21,4381
452	13655	0,25085	21,40640	0,16590	21,44020	0,04151	0,03119	21,4357
453	19702	0,26828	21,39935	0,16265	21,32470	0,21065	0,23861	21,3199
454	570025	0,29880	21,39335	0,16425	21,55410	0,95784	0,89687	21,5489
455	520019	0,26312	21,39100	0,13130	21,28320	0,67407	0,73413	21,2785
456	18485	0,27805	21,38660	0,13915	21,40100	0,01071	0,00466	21,3961
457	3199	0,24931	21,38165	0,14090	21,42700	0,10359	0,08405	21,4225
458	12883	0,30538	21,38030	0,19765	21,46860	0,19958	0,17677	21,4634
459	520188	0,28051	21,37870	0,11055	21,41970	0,13755	0,10663	21,4148
460	520077	0,25001	21,37680	0,16250	21,43300	0,11961	0,10122	21,4285
461	15057	0,24526	21,37520	0,18820	21,39190	0,00787	0,00427	21,3875
462	420258	0,27446	21,37340	0,15250	21,37330	0,00000	0,00107	21,3684
463	21006	0,29003	21,37140	0,15315	21,49080	0,60782	0,55700	21,4857
464	8046	0,25740	21,37115	0,15000	21,49540	0,68614	0,63627	21,4908
465	4046	0,27511	21,37075	0,15505	21,37830	0,00237	0,00031	21,3735
466	510638	0,27001	21,36745	0,13725	21,33840	0,04480	0,06083	21,3336
467	20142	0,31437	21,36180	0,13700	21,53010	1,50913	1,41558	21,5248
468	2422	0,26318	21,35760	0,14295	21,28370	0,26725	0,30233	21,279
469	370498	0,26088	21,35720	0,14225	21,26490	0,42102	0,46403	21,2603
470	19207	0,25690	21,34695	0,16715	21,49120	0,74476	0,69802	21,4866
471	14481	0,24177	21,34520	0,15690	21,36120	0,01040	0,00547	21,3568
472	530037	0,26848	21,34225	0,14435	21,32630	0,01221	0,02066	21,3215
473	6192	0,27057	21,34190	0,16900	21,34280	0,00003	0,00053	21,338
474	480064	0,24275	21,34080	0,12130	21,36990	0,05755	0,04146	21,3655
475	1112	0,25577	21,33440	0,18180	21,48180	0,65737	0,61698	21,4772
476	18463	0,26658	21,33225	0,14765	21,31110	0,02052	0,03065	21,3064
477	310238	0,28397	21,31630	0,11460	21,31420	0,00034	0,00384	21,3092
478	14298	0,26043	21,31275	0,15210	21,26120	0,11487	0,13628	21,2566
479	380378	0,27131	21,30945	0,10785	21,34860	0,13177	0,10144	21,3438
480	15356	0,27307	21,30625	0,14505	21,36240	0,14985	0,12533	21,3576
481	510113	0,29090	21,30595	0,15955	21,36550	0,13931	0,11647	21,3604

482	5717	0,25010	21,29820	0,13225	21,17460	0,87347	0,93822	21,1701
483	14261	0,28403	21,29820	0,13635	21,44630	1,17978	1,10608	21,4416
484	40201	0,27989	21,29690	0,11365	21,41500	1,07984	0,99210	21,4101
485	150254	0,27509	21,28690	0,11615	21,37810	0,61653	0,55334	21,3733
486	19002	0,26991	21,28590	0,12695	21,33760	0,16585	0,13648	21,3328
487	6108	0,25769	21,27750	0,14285	21,23860	0,07415	0,09273	21,234
488	6196	0,27946	21,27730	0,13980	21,41170	0,92424	0,85807	21,4068
489	9457	0,25641	21,27580	0,17490	21,22800	0,07469	0,08976	21,2234
490	18325	0,25693	21,27410	0,14460	21,23230	0,08356	0,10297	21,2277
491	2943	0,26377	21,26790	0,15695	21,28850	0,01723	0,01026	21,2838
492	17809	0,28712	21,26680	0,14910	21,33770	0,22612	0,19535	21,3327
493	420407	0,24510	21,25890	0,14410	21,39060	0,83530	0,77920	21,3861
494	12972	0,25626	21,25640	0,16145	21,22670	0,03384	0,04513	21,2221
495	13506	0,24317	21,24885	0,15475	21,37360	0,64986	0,60483	21,3692
496	13511	0,23823	21,24810	0,14335	21,32960	0,32324	0,29003	21,3253
497	06D3fp	0,26849	21,24725	0,10510	21,32630	0,56572	0,50045	21,3216
498	110478	0,26460	21,24490	0,13890	21,29520	0,13114	0,10778	21,2905
499	19027	0,29080	21,23600	0,14645	21,36480	0,77349	0,71345	21,3597
500	310051	0,27047	21,23560	0,12420	21,34200	0,73391	0,66918	21,3372
501	17552	0,25163	21,23380	0,14620	21,18770	0,09943	0,11979	21,1832
502	350235	0,26388	21,23190	0,12955	21,28940	0,19700	0,16611	21,2847
503	20176	0,26051	21,22765	0,12265	21,26190	0,07798	0,05805	21,2572
504	500065	0,28540	21,22650	0,12315	21,32490	0,63844	0,57521	21,3199
505	520023	0,26801	21,22475	0,16715	21,32250	0,34200	0,30990	21,3178
506	160039	0,27088	21,22425	0,12000	21,34520	1,01590	0,93848	21,3405
507	350047	0,23362	21,21045	0,15990	21,28770	0,23340	0,20814	21,2834
508	5736	0,25149	21,20900	0,12660	21,18650	0,03159	0,04548	21,182
509	310161	0,25249	21,20755	0,11325	21,19500	0,01228	0,02267	21,1905
510	15440	0,26110	21,20360	0,13865	21,26670	0,20712	0,17802	21,2621
511	19990	0,24862	21,20280	0,13995	21,16190	0,08541	0,10524	21,1574
512	14019	0,21490	21,20185	0,14830	21,10810	0,39963	0,43446	21,1041
513	13689	0,24999	21,20115	0,13305	21,17370	0,04257	0,05766	21,1692
514	310042	0,23851	21,19555	0,24710	21,33210	0,30538	0,28645	21,3278
515	450082	0,24849	21,19025	0,14705	21,16080	0,04011	0,05330	21,1563
516	20111	0,24237	21,18455	0,15195	21,10740	0,25779	0,28804	21,103
517	06D3gn	0,25050	21,17630	0,11140	21,17810	0,00026	0,00059	21,1736
518	03D4cj	0,26862	21,17620	0,09930	21,19570	0,03856	0,02221	21,191
519	390264	0,29212	21,17535	0,12260	21,37440	2,63599	2,50264	21,3693
520	9032	0,25218	21,16780	0,16095	21,19240	0,02336	0,01544	21,1878
521	15868	0,24954	21,16760	0,12470	21,16980	0,00031	0,00034	21,1653
522	1253	0,26136	21,16680	0,15835	21,26880	0,41492	0,37834	21,2642

523	19992	0,22425	21,16495	0,15345	21,19970	0,05128	0,03990	21,1956
524	05D3m	0,24649	21,16055	0,10805	21,14350	0,02490	0,03978	21,139
525	05D1hk	0,26199	21,15835	0,10820	21,14230	0,02200	0,03642	21,1377
526	15219	0,24616	21,15690	0,13055	21,14060	0,01559	0,02514	21,1362
527	04D3ez	0,26349	21,15515	0,10790	21,15450	0,00004	0,00237	21,1499
528	15287	0,23603	21,15470	0,12315	21,05050	0,71592	0,77623	21,0462
529	10	0,24599	21,14660	0,12190	21,13920	0,00369	0,00953	21,1347
530	2330	0,21154	21,14485	0,18180	21,07420	0,15102	0,16861	21,0702
531	17340	0,25654	21,13985	0,14805	21,22910	0,36341	0,32692	21,2245
532	550041	0,25848	21,13905	0,14085	21,24520	0,56797	0,51879	21,2405
533	560152	0,24880	21,13270	0,15960	21,16350	0,03724	0,02715	21,159
534	580300	0,24074	21,13115	0,11795	21,09290	0,10516	0,13075	21,0885
535	13835	0,24575	21,12800	0,12250	21,13710	0,00552	0,00141	21,1326
536	16213	0,24828	21,12610	0,13880	21,15900	0,05618	0,04187	21,1545
537	20039	0,24530	21,11590	0,14105	21,13310	0,01487	0,00824	21,1287
538	390449	0,25012	21,11350	0,14315	21,17480	0,18337	0,15744	21,1703
539	15161	0,24832	21,09655	0,13260	21,15940	0,22466	0,19364	21,1549
540	510251	0,24001	21,09340	0,16430	21,08640	0,00182	0,00481	21,082
541	34	0,25340	21,09145	0,11245	21,20270	0,97877	0,89950	21,1981
542	510550	0,24111	21,09055	0,11180	21,09620	0,00255	0,00013	21,0918
543	13025	0,22259	21,08040	0,15460	21,18380	0,44732	0,41172	21,1796
544	16106	0,24943	21,07690	0,14445	21,16890	0,40564	0,36693	21,1644
545	330022	0,26388	21,06400	0,14180	21,15770	0,43664	0,39394	21,153
546	6315	0,26550	21,06090	0,13010	21,17080	0,71358	0,65385	21,1661
547	174	0,24494	21,05305	0,12370	21,13000	0,38697	0,34398	21,1256
548	15201	0,20710	21,03995	0,18575	21,02850	0,00380	0,00683	21,0246
549	20345	0,26327	21,03500	0,15140	21,15280	0,60540	0,55805	21,1481
550	360140	0,23086	21,03315	0,15375	21,00300	0,03845	0,04991	20,9988
551	20088	0,24288	21,02795	0,11750	21,11190	0,51046	0,45836	21,1075
552	120585	0,24900	21,02715	0,11585	21,03360	0,00310	0,00028	21,0291
553	500004	0,25051	21,02680	0,13165	21,04650	0,02239	0,01333	21,042
554	310574	0,23680	21,02240	0,12410	21,05750	0,08000	0,06160	21,0532
555	12977	0,24615	21,02230	0,14645	21,14060	0,65252	0,60382	21,1361
556	17884	0,23753	21,01470	0,13160	21,06410	0,14091	0,11745	21,0598
557	16350	0,23657	21,01435	0,14600	21,05540	0,07905	0,06336	21,0511
558	6	0,23027	21,01380	0,14645	21,13760	0,71460	0,66694	21,1334
559	17875	0,21053	21,01360	0,15075	21,06390	0,11133	0,09474	21,06
560	14331	0,21950	21,00055	0,13460	20,89460	0,61960	0,66848	20,8905
561	13072	0,22889	20,99445	0,14355	20,98460	0,00471	0,00958	20,9804
562	19341	0,23517	20,99290	0,14580	21,04270	0,11667	0,09739	21,0384
563	3451	0,24805	20,98175	0,13435	21,02540	0,10556	0,08492	21,0209

564	19023	0,24162	20,98075	0,15175	21,10070	0,62480	0,57981	21,0963
565	9467	0,21860	20,97600	0,16850	20,88570	0,28719	0,31387	20,8816
566	180561	0,22853	20,96525	0,12895	20,98120	0,01530	0,00830	20,977
567	15466	0,24410	20,96025	0,14490	20,99100	0,04504	0,03307	20,9866
568	120586	0,22943	20,95825	0,14110	20,98970	0,04968	0,03702	20,9854
569	15229	0,22230	20,93560	0,13920	21,00580	0,25433	3,00245	21,1768
570	17801	0,20493	20,93400	0,15680	20,82970	0,44246	0,47617	20,8258
571	7512	0,21791	20,93180	0,14225	20,87890	0,13830	0,16000	20,8749
572	14846	0,22308	20,93075	0,12810	20,92930	0,00013	0,00188	20,9252
573	430004	0,23152	20,92185	0,14990	21,00910	0,33879	0,30696	21,0049
574	550154	0,21079	20,92080	0,12310	20,80740	0,84861	0,90799	20,8035
575	12971	0,23353	20,92065	0,15270	21,02770	0,49147	0,45278	21,0234
576	19425	0,20982	20,90475	0,15840	20,79750	0,45844	0,49328	20,7935
577	20364	0,21735	20,89395	0,15665	20,87340	0,01721	0,02476	20,8693
578	15433	0,21911	20,88540	0,12610	20,89070	0,00177	0,00011	20,8867
579	18787	0,18914	20,88525	0,12885	20,83280	0,16570	0,18923	20,8292
580	17223	0,23359	20,88475	0,15370	21,02820	0,87107	0,82081	21,024
581	18486	0,24583	20,88445	0,13085	21,00610	0,86432	0,80293	21,0017
582	3452	0,22939	20,87940	0,12710	20,98930	0,74766	0,69161	20,9851
583	13578	0,22644	20,87710	0,14100	20,96150	0,35830	0,32353	20,9573
584	12881	0,23643	20,87655	0,14325	20,92250	0,10289	0,08454	20,9182
585	5533	0,21861	20,87005	0,13435	20,88580	0,01374	0,00752	20,8817
586	3377	0,24488	20,86815	0,12980	20,99780	0,99769	0,93112	20,9934
587	110536	0,23466	20,86440	0,19515	21,03800	0,79134	0,75262	21,0337
588	30066	0,22556	20,86290	0,12280	20,95310	0,53953	0,49046	20,9489
589	13727	0,22510	20,86100	0,12955	20,94870	0,45827	0,41643	20,9446
590	200132	0,20880	20,85900	0,16115	20,78700	0,19962	0,22183	20,7831
591	460064	0,24146	20,85675	0,13015	20,96770	0,72672	0,67022	20,9633
592	05D3kx	0,21946	20,84690	0,10230	20,89420	0,21378	0,17833	20,8901
593	21033	0,22796	20,83435	0,15045	20,97580	0,88394	0,83222	20,9716
594	220	0,21986	20,83145	0,10825	20,89810	0,37909	0,33389	20,894
595	480464	0,22146	20,82175	0,14915	20,91370	0,38006	0,34693	20,9096
596	7473	0,21432	20,82170	0,13080	20,84320	0,02702	0,01790	20,8392
597	15354	0,22043	20,81795	0,15445	20,90360	0,30752	0,27947	20,8996
598	17435	0,21651	20,81230	0,13625	20,86500	0,14961	0,12776	20,861
599	18466	0,21231	20,80065	0,13030	20,82290	0,02916	0,01962	20,8189
600	370098	0,22146	20,78530	0,11970	20,78200	0,00076	0,00382	20,7779
601	8495	0,21327	20,78295	0,13640	20,83260	0,13250	0,11201	20,8286
602	19008	0,21731	20,78090	0,13945	20,87300	0,43620	0,39822	20,8689
603	20144	0,21840	20,76195	0,14150	20,88370	0,74033	0,69248	20,8797
604	330083	0,22374	20,75105	0,12225	20,80400	0,18760	0,15967	20,7999

605	40780	0,23071	20,74845	0,15255	20,87000	0,63487	0,59075	20,8657
606	460105	0,21073	20,73865	0,16230	20,80680	0,17632	0,15623	20,8028
607	18768	0,19650	20,73790	0,13845	20,65610	0,34908	0,38226	20,6523
608	14212	0,20284	20,73490	0,11640	20,72460	0,00783	0,01488	20,7207
609	110567	0,21434	20,73405	0,17345	20,84340	0,39746	0,36891	20,8394
610	13305	0,21313	20,73185	0,12325	20,83120	0,64977	0,59850	20,8272
611	19913	0,20532	20,73155	0,13510	20,75080	0,02030	0,01291	20,7469
612	5635	0,17818	20,72835	0,12860	20,70380	0,03644	0,04724	20,7004
613	18940	0,21075	20,72700	0,12695	20,80700	0,39711	0,35839	20,803
614	470232	0,20072	20,72485	0,16070	20,70190	0,02040	0,02771	20,6981
615	20096	0,22562	20,72300	0,12425	20,82200	0,63486	0,58336	20,8179
616	17464	0,24527	20,71980	0,14705	21,00120	3,66200	3,54837	20,9968
617	470008	0,23943	20,71895	0,14780	20,94960	2,43533	2,34330	20,9452
618	15674	0,19630	20,70795	0,13690	20,65390	0,15588	0,17857	20,6501
619	13641	0,20827	20,70195	0,13190	20,78150	0,36374	0,32895	20,7776
620	7243	0,20299	20,70010	0,13820	20,72620	0,03567	0,02580	20,7223
621	2440	0,19070	20,69280	0,11925	20,59140	0,72303	0,77529	20,5878
622	7847	0,21198	20,68915	0,12295	20,68790	0,00010	0,00182	20,6839
623	13254	0,18004	20,68245	0,14335	20,72630	0,09357	0,07923	20,7228
624	18927	0,21311	20,67635	0,14290	20,69930	0,02579	0,01759	20,6953
625	19230	0,21929	20,67190	0,15340	20,76080	0,33586	0,30631	20,7568
626	550096	0,22448	20,66810	0,15385	20,81110	0,86393	0,81510	20,807
627	18965	0,20431	20,66435	0,12435	20,74010	0,37109	0,33479	20,7363
628	560150	0,19980	20,66375	0,13595	20,69200	0,04318	0,03234	20,6882
629	15467	0,20824	20,65465	0,12075	20,78120	1,09837	1,03172	20,7773
630	15901	0,20324	20,65090	0,11955	20,72880	0,42460	0,38418	20,725
631	762	0,19024	20,64860	0,11825	20,58620	0,27846	0,31152	20,5826
632	04D1dc	0,21075	20,64495	0,10525	20,67540	0,08370	0,06315	20,6714
633	360145	0,19860	20,64420	0,12230	20,67900	0,08097	0,06425	20,6752
634	16032	0,20314	20,64385	0,12035	20,72780	0,48657	0,44242	20,7239
635	15203	0,20291	20,64165	0,12090	20,72530	0,47872	0,43621	20,7215
636	19658	0,19840	20,64070	0,13170	20,67680	0,07514	0,06052	20,6731
637	15259	0,21028	20,64020	0,13350	20,67050	0,05151	0,03911	20,6666
638	6933	0,21139	20,62470	0,12760	20,68190	0,20095	0,17383	20,6779
639	2246	0,19570	20,61715	0,12925	20,64730	0,05441	0,04188	20,6436
640	110460	0,19958	20,61175	0,15295	20,68960	0,25907	0,23440	20,6858
641	17811	0,19845	20,61015	0,13895	20,67740	0,23424	0,20852	20,6736
642	6780	0,20244	20,60265	0,13765	20,72030	0,73052	0,68409	20,7165
643	16100	0,19358	20,59580	0,13610	20,62380	0,04233	0,03188	20,6201
644	100206	0,21641	20,59575	0,11555	20,73240	1,39855	1,31788	20,7284
645	140152	0,20861	20,59295	0,11275	20,65340	0,28745	0,25155	20,6495

646	14984	0,18261	20,58185	0,13760	20,49780	0,37311	0,40576	20,4942
647	13070	0,19694	20,58180	0,11670	20,66090	0,45942	0,41745	20,6572
648	14157	0,21037	20,57655	0,12030	20,67150	0,62296	0,57158	20,6675
649	20581	0,20311	20,57340	0,12555	20,59580	0,03183	0,02195	20,592
650	15872	0,20562	20,56580	0,12095	20,62230	0,21822	0,18913	20,6184
651	110033	0,20584	20,55390	0,15765	20,62460	0,20112	0,17954	20,6207
652	20048	0,18365	20,55265	0,14145	20,51000	0,09091	0,10645	20,5065
653	15421	0,18460	20,55175	0,11180	20,52120	0,07467	0,09330	20,5176
654	15129	0,19590	20,54825	0,11935	20,64950	0,71969	0,66805	20,6458
655	300179	0,17920	20,54675	0,14915	20,45700	0,36209	0,39089	20,4535
656	370563	0,18542	20,53710	0,11690	20,53080	0,00290	0,00717	20,5272
657	16276	0,19190	20,53150	0,14040	20,60500	0,27406	0,24716	20,6013
658	16099	0,19582	20,52860	0,11510	20,64860	1,08696	1,02096	20,6449
659	370308	0,20073	20,52740	0,21145	20,70200	0,68183	0,65247	20,6982
660	15365	0,18628	20,52515	0,11385	20,54080	0,01890	0,01120	20,5372
661	17168	0,18353	20,50740	0,12470	20,50860	0,00009	0,00034	20,5051
662	18604	0,17461	20,50560	0,13170	20,40090	0,63201	0,67372	20,3975
663	236	0,19602	20,50135	0,10900	20,51920	0,02682	0,01661	20,5154
664	440643	0,18959	20,50025	0,16050	20,57880	0,23952	0,21807	20,5752
665	15222	0,19777	20,49105	0,12900	20,53830	0,13416	0,11397	20,5346
666	100090	0,17281	20,49025	0,13080	20,37850	0,72993	0,77502	20,3751
667	18749	0,18910	20,48640	0,13035	20,57320	0,44342	0,40740	20,5696
668	5994	0,18562	20,48365	0,12980	20,53310	0,14514	0,12478	20,5295
669	15453	0,17354	20,48120	0,12830	20,38760	0,53223	0,57160	20,3842
670	440285	0,17967	20,48100	0,16990	20,46270	0,01160	0,01646	20,4592
671	18807	0,17708	20,47675	0,12730	20,43130	0,12747	0,14786	20,4278
672	330023	0,18152	20,47400	0,12575	20,48480	0,00738	0,00337	20,4813
673	17389	0,16941	20,46515	0,13170	20,33550	0,96911	1,01907	20,3322
674	6304	0,18988	20,46505	0,11850	20,58210	0,97568	0,91658	20,5785
675	05D2ah	0,18538	20,45580	0,10405	20,53030	0,51266	0,46431	20,5267
676	18804	0,19731	20,43520	0,11220	20,53830	0,84437	0,70788	20,5296
677	370595	0,18141	20,42600	0,15930	20,48350	0,13029	0,11491	20,48
678	20687	0,19005	20,40610	0,15520	20,58400	1,31392	1,26128	20,5804
679	6936	0,17870	20,40250	0,11520	20,45100	0,17725	0,15259	20,4475
680	500504	0,19940	20,39680	0,14145	20,55600	1,26672	1,20852	20,5523
681	15461	0,18460	20,38765	0,10820	20,52120	1,52347	1,44244	20,5176
682	350548	0,18060	20,38640	0,11420	20,47380	0,58572	0,53975	20,4703
683	13152	0,20192	20,38595	0,11475	20,58310	2,95181	2,83911	20,5793
684	17215	0,18212	20,37965	0,13765	20,49200	0,66618	0,62417	20,4884
685	15301	0,17831	20,37535	0,11340	20,44620	0,39035	0,35378	20,4428
686	6422	0,18478	20,37525	0,10560	20,39160	0,02397	1,87114	20,5197

687	8213	0,18446	20,36470	0,13065	20,38790	0,03153	0,02274	20,3844
688	370428	0,17770	20,35520	0,11035	20,43880	0,57394	0,52821	20,4354
689	360112	0,18071	20,34675	0,16425	20,47520	0,61159	0,57871	20,4717
690	14421	0,17420	20,34610	0,11150	20,39580	0,19868	0,17243	20,3924
691	19101	0,18542	20,33785	0,12830	20,53080	2,26171	2,17810	20,5272
692	15583	0,17746	20,33625	0,12905	20,43590	0,59626	0,55627	20,4325
693	17332	0,18223	20,33590	0,12625	20,36160	0,04144	0,03092	20,3581
694	15648	0,17365	20,32840	0,13730	20,38900	0,19481	0,17356	20,3856
695	16281	0,18484	20,31575	0,12350	20,39230	0,38420	0,34987	20,3888
696	2372	0,17972	20,30175	0,11325	20,33160	0,06947	0,05455	20,3282
697	1580	0,18356	20,29510	0,12840	20,37730	0,40984	0,37568	20,3738
698	590005	0,17144	20,28730	0,17315	20,36120	0,18216	0,16625	20,3579
699	17218	0,17675	20,28545	0,12900	20,29560	0,00619	0,00274	20,2922
700	15897	0,17371	20,28215	0,12665	20,38970	0,72112	0,67625	20,3863
701	13045	0,17893	20,28090	0,12250	20,32210	0,11312	0,09471	20,3186
702	420159	0,18058	20,27520	0,11170	20,34200	0,35764	0,32114	20,3385
703	350233	0,16940	20,25540	0,11440	20,33530	0,48780	0,44834	20,332
704	90037	0,14539	20,25510	0,17240	20,23290	0,01658	0,02120	20,23
705	12856	0,17008	20,24890	0,10700	20,34400	0,78994	0,73607	20,3407
706	20430	0,16267	20,24830	0,13030	20,24760	0,00003	0,00090	20,2444
707	19282	0,17537	20,24765	0,12490	20,27860	0,06140	0,04865	20,2752
708	14979	0,17685	20,23970	0,10600	20,29680	0,29018	0,25665	20,2934
709	19969	0,17424	20,23690	0,11045	20,26470	0,06335	0,04880	20,2613
710	310039	0,17157	20,22000	0,11585	20,23120	0,00935	0,00465	20,2279
711	15443	0,18122	20,21145	0,10535	20,34960	1,71962	1,63359	20,3461
712	12927	0,18905	20,20390	0,11870	20,44100	3,98990	3,86966	20,4374
713	14451	0,17772	20,20345	0,12240	20,30740	0,72125	0,67484	20,304
714	440042	0,15948	20,18505	0,17750	20,20460	0,01213	0,00859	20,2015
715	390627	0,16046	20,16235	0,16700	20,21790	0,11065	0,09864	20,2148
716	3080	0,17331	20,15345	0,09925	20,25310	1,00808	0,94046	20,2497
717	310073	0,14949	20,15155	0,16675	20,06440	0,27315	0,29228	20,0614
718	18030	0,15499	20,14265	0,11795	20,14280	0,00000	0,00063	20,1397
719	14284	0,18046	20,13755	0,10565	20,34050	3,69011	3,56393	20,337
720	13411	0,16163	20,13590	0,12990	20,23370	0,56684	0,53035	20,2305
721	310025	0,15680	20,12390	0,12545	20,16790	0,12302	0,10629	20,1648
722	12855	0,17043	20,12375	0,14255	20,21680	0,42609	0,39640	20,2135
723	21062	0,13712	20,12265	0,11415	20,10580	0,02179	0,02963	20,103
724	16073	0,15352	20,12260	0,10495	20,12210	0,00002	0,00118	20,119
725	19616	0,16514	20,09405	0,10665	20,14860	0,26162	0,23092	20,1453
726	120143	0,17359	20,08825	0,10830	20,25660	2,41640	2,31978	20,2532
727	18323	0,15253	20,08555	0,11355	20,10810	0,03944	0,02934	20,105

728	20764	0,16503	20,08490	0,11585	20,14710	0,28826	0,25937	20,1439
729	17825	0,16031	20,07605	0,12900	20,08430	0,00409	0,00153	20,0811
730	120336	0,16139	20,07365	0,12015	20,09880	0,04382	0,03338	20,0956
731	17220	0,17748	20,07180	0,12115	20,30450	3,68932	3,58229	20,3011
732	370369	0,19141	20,05500	0,15515	20,46780	7,07906	6,95273	20,4641
733	12853	0,16799	20,05230	0,12190	20,18560	1,19578	1,13731	20,1823
734	3087	0,16448	20,03175	0,10830	20,13990	0,99723	0,93730	20,1366
735	16116	0,15490	20,02510	0,10630	20,00980	0,02072	0,02964	20,0068
736	17253	0,15670	20,02475	0,15485	20,03490	0,00430	0,00207	20,0318
737	19174	0,16382	20,02370	0,11915	20,13120	0,81401	0,76627	20,128
738	15132	0,15286	20,00240	0,10245	19,98110	0,04323	0,05626	19,9781
739	19353	0,15298	19,99965	0,10960	19,98280	0,02364	0,03280	19,9798
740	17208	0,13847	19,99935	0,13335	19,89820	0,57537	0,60766	19,8954
741	17171	0,15881	19,99615	0,12450	20,06390	0,29613	0,26882	20,0607
742	16165	0,15625	19,98785	0,12595	20,02870	0,10519	0,08983	20,0256
743	5103	0,16040	19,98615	0,10955	20,08550	0,82245	0,77032	20,0823
744	15234	0,13527	19,96710	0,11350	19,98760	0,03262	0,02460	19,9849
745	13354	0,15680	19,94400	0,11040	20,03630	0,69898	0,65282	20,0332
746	460003	0,15069	19,93750	0,11000	19,95010	0,01312	0,00762	19,9471
747	91	0,15269	19,93715	0,11585	19,97870	0,12863	0,11073	19,9757
748	12843	0,16576	19,93450	0,12155	20,15670	3,34178	3,24326	20,1534
749	2689	0,16053	19,93290	0,11560	20,08720	1,78162	1,71076	20,0841
750	14108	0,13226	19,92930	0,13330	19,88160	0,12805	0,14296	19,8789
751	3317	0,16018	19,92285	0,11045	20,08250	2,08933	2,00641	20,0793
752	13736	0,14864	19,91815	0,10630	19,92040	0,00045	0,00005	19,9174
753	440008	0,14648	19,91105	0,11095	20,02030	0,96959	0,91880	20,0174
754	17605	0,14519	19,90865	0,13990	20,00110	0,43670	0,40973	19,9982
755	180166	0,14761	19,88745	0,11365	19,90530	0,02467	0,01730	19,9024
756	190260	0,14343	19,88005	0,10815	19,84300	0,11736	0,13645	19,8401
757	1794	0,14055	19,87100	0,11635	19,93060	0,26240	0,23832	19,9278
758	38	0,15062	19,85570	0,11605	19,94910	0,64774	0,60680	19,9461
759	20084	0,13816	19,84950	0,11690	19,89340	0,14103	0,12361	19,8906
760	18740	0,15333	19,84240	0,10465	19,98780	1,93041	1,84898	19,9847
761	340229	0,14135	19,84220	0,13225	19,94290	0,57979	0,54799	19,9401
762	14437	0,14774	19,84030	0,10230	19,90720	0,42766	0,39139	19,9043
763	2308	0,14723	19,83975	0,12180	19,89970	0,24226	0,21939	19,8968
764	15425	0,15933	19,83815	0,10540	20,07100	4,88058	4,74735	20,0678
765	8921	0,14393	19,83575	0,11300	19,85050	0,01704	0,01100	19,8476
766	5550	0,15474	19,83105	0,10450	20,00760	2,85432	2,75496	20,0045
767	190230	0,13880	19,82205	0,10720	19,90340	0,57587	0,53691	19,9006
768	16206	0,15819	19,81685	0,12375	20,05540	3,71594	3,61999	20,0523

769	17497	0,14406	19,81665	0,10485	19,85250	0,11691	0,09876	19,8496
770	14024	0,14462	19,81060	0,13965	19,86090	0,12973	0,11521	19,858
771	330146	0,13523	19,80745	0,12160	19,84680	0,10472	0,09084	19,8441
772	2635	0,14167	19,79675	0,10470	19,81620	0,03451	0,02499	19,8133
773	17280	0,12995	19,79635	0,12165	19,76030	0,08782	0,10094	19,7577
774	190340	0,13823	19,79440	0,10380	19,76280	0,09268	0,10983	19,76
775	2031	0,15171	19,79330	0,10325	19,96470	2,75576	2,66014	19,9617
776	90275	0,13947	19,77990	0,11290	19,78220	0,00042	0,00002	19,7794
777	13796	0,14711	19,77600	0,10335	19,89790	1,39119	1,32578	19,895
778	12928	0,13855	19,76995	0,13080	19,76780	0,00027	0,00137	19,7651
779	18602	0,13679	19,76485	0,11075	19,74010	0,04994	0,06188	19,7373
780	14	0,13659	19,76145	0,12305	19,73690	0,03981	0,04904	19,7342
781	19775	0,13672	19,74020	0,11380	19,73900	0,00011	0,00124	19,7362
782	15171	0,13806	19,70325	0,10245	19,76020	0,30900	0,27937	19,7574
783	19940	0,14566	19,67310	0,12755	19,87650	2,54297	2,46851	19,8735
784	17366	0,13796	19,66285	0,10475	19,75860	0,83554	0,78739	19,7558
785	13894	0,11981	19,65185	0,14200	19,58380	0,22966	0,24684	19,5813
786	18415	0,12924	19,61205	0,10875	19,61680	0,00191	0,00036	19,6141
787	15508	0,13366	19,59395	0,10100	19,68980	0,90062	0,85060	19,6871
788	18855	0,12687	19,59325	0,10365	19,57660	0,02580	0,03449	19,574
789	1032	0,12891	19,58985	0,12795	19,61120	0,02784	0,02147	19,6086
790	17629	0,13653	19,58645	0,11050	19,73600	1,83167	1,76373	19,7332
791	13005	0,12631	19,58525	0,13485	19,56690	0,01852	0,02391	19,5644
792	19543	0,12180	19,58065	0,13445	19,61960	0,08393	0,07350	19,6171
793	570062	0,12365	19,57410	0,10830	19,52070	0,24312	0,26642	19,5182
794	18809	0,12783	19,56160	0,13200	19,59290	0,05623	0,04727	19,5903
795	5751	0,12941	19,54710	0,10750	19,61960	0,45484	0,42280	19,617
796	744	0,12679	19,54290	0,11965	19,57520	0,07288	0,06162	19,5726
797	151034	0,13269	19,53775	0,09940	19,67400	1,87889	1,80516	19,6713
798	16069	0,12672	19,52600	0,10970	19,57400	0,19146	0,17128	19,5714
799	12860	0,12029	19,52005	0,11295	19,59250	0,41144	0,38353	19,59
800	22075	0,12913	19,50830	0,11430	19,61490	0,86981	0,82789	19,6123
801	13044	0,12440	19,47840	0,10060	19,53380	0,30327	0,27651	19,5313
802	06D2fb	0,12531	19,46840	0,10355	19,54970	0,61643	0,57763	19,5471
803	14871	0,11870	19,44875	0,13390	19,43190	0,01584	0,02088	19,4294
804	18835	0,12291	19,44025	0,10330	19,50760	0,42508	0,39411	19,5051
805	16021	0,12347	19,41980	0,10285	19,51750	0,90236	0,85677	19,515
806	2561	0,11762	19,41925	0,10595	19,41200	0,00468	0,00830	19,4096
807	6406	0,12368	19,40230	0,10220	19,52120	1,35351	1,29719	19,5187
808	2916	0,12290	19,39480	0,11665	19,50750	0,93342	0,89247	19,505
809	5395	0,11659	19,38465	0,10360	19,39290	0,00634	0,00319	19,3905

810	18650	0,11229	19,38095	0,10260	19,44280	0,36340	0,33688	19,4405
811	390259	0,12211	19,37365	0,11495	19,49350	1,08707	1,04042	19,4909
812	490008	0,12068	19,36880	0,19160	19,46780	0,26698	0,25419	19,4654
813	2992	0,12620	19,36855	0,11300	19,56510	3,02544	2,94593	19,5625
814	5549	0,12005	19,36835	0,10210	19,45650	0,74541	0,70373	19,454
815	16259	0,11787	19,35185	0,11365	19,41660	0,32459	0,30098	19,4142
816	19953	0,12175	19,34125	0,09805	19,48700	2,20964	2,13449	19,4845
817	520022	0,11944	19,33475	0,12450	19,44540	0,78989	0,75460	19,4429
818	8719	0,11639	19,29475	0,10185	19,38920	0,85997	0,81682	19,3868
819	20027	0,10989	19,29245	0,12085	19,26420	0,05464	0,06390	19,2619
820	137	0,11870	19,26765	0,12440	19,43190	1,74329	1,69063	19,4294
821	21034	0,10757	19,24475	0,10865	19,21780	0,06153	0,07248	19,2155
822	20625	0,10689	19,21840	0,10455	19,20400	0,01897	0,02551	19,2017
823	500038	0,10720	19,19495	0,11110	19,21030	0,01909	0,01380	19,208
824	1371	0,11782	19,19345	0,09910	19,41570	5,02963	4,92159	19,4133
825	10010	0,09929	19,18290	0,10965	19,17510	0,00506	0,00815	19,173
826	7147	0,10902	19,17210	0,10285	19,24690	0,52893	0,49690	19,2446
827	13038	0,10280	19,16175	0,14430	19,11910	0,08736	0,36225	19,2486
828	10434	0,10298	19,16045	0,10300	19,12290	0,13291	0,14894	19,1207
829	190	0,10242	19,15365	0,10770	19,11100	0,15682	0,17265	19,1089
830	18612	0,11376	19,12710	0,10675	19,33940	3,95516	3,86993	19,3371
831	130514	0,10588	19,11670	0,10015	19,18330	0,44223	0,41349	19,1811
832	13135	0,10340	19,10195	0,10070	19,13170	0,08728	0,07539	19,1296
833	18697	0,10643	19,09035	0,10245	19,19460	1,03545	0,99221	19,1924
834	160099	0,10044	19,08070	0,10935	19,06850	0,01245	0,01710	19,0664
835	140181	0,10227	19,05310	0,11060	19,11840	0,34859	0,32653	19,1163
836	20064	0,10360	18,96075	0,10555	19,13590	2,75362	2,68798	19,1338
837	16185	0,10036	18,95705	0,11145	19,06680	0,96973	0,93297	19,0647
838	300105	0,09201	18,95470	0,11390	19,00940	0,23064	0,21408	19,0074
839	18241	0,09390	18,94955	0,14945	19,05360	0,48472	0,46627	19,0516
840	100405	0,10293	18,90405	0,12325	19,12180	3,12135	3,06144	19,1197
841	2102	0,09400	18,88900	0,10285	18,92430	0,11780	0,10483	18,9223
842	774	0,09278	18,85760	0,10900	18,89590	0,12347	0,11091	18,8939
843	420100	0,09641	18,82150	0,14795	18,97940	1,13903	1,11036	18,9774
844	370066	0,09121	18,75805	0,11030	18,85870	0,83268	0,80154	18,8568
845	17186	0,07877	18,75760	0,11205	18,75410	0,00098	0,00215	18,7524
846	12781	0,08328	18,74380	0,11605	18,79230	0,17466	0,16194	18,7905
847	590194	0,08960	18,72405	0,11685	18,81990	0,67286	0,64645	18,818
848	21502	0,08798	18,67960	0,10660	18,78020	0,89060	0,85727	18,7783
849	1241	0,08859	18,64345	0,10605	18,79530	2,05026	1,99927	18,7934
850	722	0,08534	18,62285	0,10570	18,71390	0,74201	0,71296	18,7121

851	3592	0,08575	18,60800	0,10035	18,72430	1,34315	1,30190	18,7225
852	12779	0,07883	18,53970	0,12205	18,54110	0,00013	0,00001	18,5394
853	130308	0,08223	18,52945	0,12230	18,63300	0,71688	0,69354	18,6313
854	12898	0,08286	18,51790	0,10550	18,64970	1,56072	1,51838	18,6479
855	12950	0,08162	18,51100	0,10425	18,64970	1,77011	0,99712	18,6151
856	470043	0,07060	18,48435	0,29975	18,43260	0,02981	0,03156	18,4311
857	17258	0,08833	18,48090	0,11615	18,78890	7,03174	6,94526	18,787
858	370333	0,07550	18,37800	0,11965	18,44710	0,33353	0,31826	18,4455
859	350316	0,07976	18,33700	0,10315	18,56660	4,95456	4,88147	18,5649
860	2006cj	0,06845	18,31035	0,12480	18,36520	0,19316	0,18343	18,3638
861	7876	0,07523	18,29880	0,10185	18,43930	1,90296	1,85987	18,4377
862	550005	0,07369	18,23550	0,15660	18,39420	1,02700	1,00768	18,3927
863	2006on	0,06888	18,17780	0,15105	18,24720	0,21109	0,20207	18,2457
864	2006al	0,06877	18,16815	0,11055	18,24370	0,46704	0,44989	18,2423
865	370566	0,07141	18,15745	0,11920	18,32580	1,99468	1,95695	18,3242
866	70242	0,06441	18,09975	0,10850	18,10110	0,00015	0,00000	18,0997
867	2008Y	0,07063	18,05925	0,12290	18,30190	3,89813	3,84690	18,3003
868	17240	0,07180	18,01210	0,12540	18,33770	6,74177	6,67567	18,3361
869	6057	0,06641	17,98810	0,11340	18,16770	2,50834	2,46662	18,1662
870	2008bz	0,06119	17,92460	0,11905	17,98940	0,29627	0,28450	17,9881
871	80064	0,06559	17,91255	0,12675	18,14060	3,23716	3,19754	18,1392
872	2003hu	0,07515	17,88820	0,12480	18,43700	19,3374	19,2249	18,4354
873	10028	0,06481	17,87655	0,11090	18,11460	4,60758	4,55355	18,1132
874	2006oa	0,05890	17,79200	0,11395	17,90630	1,00615	0,98340	17,905
875	2007ae	0,06455	17,78945	0,11360	18,10580	7,75495	7,68646	18,1044
876	2006ob	0,05895	17,77070	0,10045	17,90820	1,87372	1,83846	17,9069
877	2005hj	0,05684	17,73355	0,12030	17,82880	0,62690	0,60991	17,8275
878	2001ah	0,05948	17,71775	0,12625	17,92770	2,76547	2,73133	17,9264
879	6558	0,05715	17,65695	0,10720	17,84060	2,93489	2,89666	17,8394
880	2008ac	0,05344	17,62205	0,13980	17,69450	0,26857	0,25975	17,6933
881	2006py	0,05721	17,60445	0,10940	17,84290	4,75073	4,70303	17,8417
882	490007	0,05495	17,60185	0,11650	17,75510	1,73041	1,70342	17,7539
883	2010dt	0,05322	17,57915	0,12805	17,68550	0,68979	0,67431	17,6843
884	2006ah	0,05067	17,57225	0,15800	17,57850	0,00156	0,00106	17,5774
885	19968	0,05573	17,56165	0,10915	17,78580	4,21726	4,17222	17,7846
886	2007ar	0,05359	17,46870	0,14390	17,70060	2,59705	2,57024	17,6994
887	2006lu	0,05458	17,45210	0,10180	17,74040	8,02036	7,95373	17,7392
888	2006eq	0,04819	17,43440	0,12175	17,46930	0,08217	0,07707	17,4682
889	1993ac	0,05092	17,42035	0,12240	17,58930	1,90526	1,87829	17,5881
890	530086	0,04976	17,35275	0,13525	17,53910	1,89838	1,87604	17,538
891	2006cq	0,04949	17,32405	0,12545	17,52720	2,62236	2,59404	17,5261

892	1998dx	0,05418	17,32180	0,11385	17,72440	12,5049	12,4305	17,7232
893	360156	0,04582	17,29255	0,12430	17,35940	0,28924	0,28065	17,3584
894	2007kh	0,05035	17,29030	0,16335	17,56470	2,82182	2,79925	17,5636
895	2005hc	0,04597	17,28220	0,10250	17,36660	0,67801	0,66045	17,3655
896	2003ic	0,05581	17,23215	0,12285	17,78900	20,5459	20,4501	17,7877
897	2006gt	0,04486	17,20550	0,14795	17,31330	0,53089	0,52109	17,3123
898	2008by	0,04651	17,18185	0,11625	17,39200	3,26793	3,23690	17,391
899	2004gu	0,04713	17,16790	0,11510	17,42080	4,82777	4,78967	17,4198
900	2008cf	0,04714	17,16275	0,12315	17,42130	4,40778	4,37036	17,4202
901	2001az	0,04093	17,05280	0,11665	17,11370	0,27256	0,26457	17,1128
902	1999ef	0,03827	16,99715	0,12010	16,96740	0,06136	0,06470	16,9666
903	2005lz	0,04150	16,99670	0,12590	17,14380	1,36513	1,34848	17,1429
904	2008050	0,04710	16,98420	0,14465	17,41940	9,05192	9,01037	17,4184
905	2007nq	0,04310	16,97675	0,10685	17,22620	5,45027	5,40666	17,2252
906	2007kk	0,04269	16,93325	0,11700	17,20540	5,41059	5,37091	17,2044
907	2005hf	0,04341	16,93145	0,12090	17,24180	6,58948	6,54708	17,2408
908	10805	0,04437	16,92415	0,11995	17,28940	9,27214	9,22144	17,2884
909	2006je	0,03837	16,90210	0,16555	16,97310	0,18393	0,17930	16,9722
910	2008gb	0,03863	16,86145	0,12750	16,98780	0,98204	0,96810	16,9869
911	2008fr	0,04028	16,82060	0,11335	17,07890	5,19285	5,15673	17,078
912	2000cf	0,03730	16,81960	0,11505	16,91150	0,63805	0,62699	16,9107
913	2003fa	0,04067	16,79280	0,11270	17,09980	7,42043	7,37698	17,0989
914	17784	0,03743	16,77080	0,11660	16,91910	1,61765	1,60025	16,9183
915	2006mo	0,03682	16,77055	0,12655	16,88330	0,79380	0,78257	16,8825
916	2002bz	0,03800	16,76640	0,13185	16,95200	1,98151	1,96234	16,9511
917	2007cb	0,03700	16,74885	0,12725	16,89390	1,29933	1,28504	16,8931
918	2006ak	0,04093	16,73020	0,12970	17,11370	8,74280	8,70182	17,1128
919	2001ic	0,04437	16,72085	0,19805	17,28940	8,24115	8,21218	17,2884
920	2008051	0,03984	16,70740	0,11460	17,05490	9,19476	9,15247	17,0541
921	2003iv	0,03501	16,65810	0,12485	16,77360	0,85583	0,84401	16,7728
922	2004as	0,03280	16,64085	0,12525	16,63170	0,00534	0,00631	16,6309
923	2006gr	0,03434	16,61295	0,12490	16,73150	0,90090	0,89030	16,7308
924	1997dg	0,03438	16,60710	0,12105	16,73410	1,10072	1,08690	16,7333
925	2005iq	0,03359	16,59355	0,10610	16,68350	0,71874	0,70601	16,6827
926	2005lu	0,03191	16,59205	0,12775	16,57180	0,02513	0,02689	16,5711
927	2007hu	0,03578	16,59205	0,17610	16,82100	1,69030	1,67850	16,8202
928	2002eu	0,03791	16,58510	0,20010	16,94680	3,26740	3,25297	16,946
929	2003cq	0,03416	16,57565	0,15630	16,72010	0,85412	0,84468	16,7193
930	2007O	0,03713	16,56045	0,11770	16,90160	8,40113	8,35686	16,9007
931	2005be	0,03411	16,51500	0,11480	16,71690	3,09306	3,06860	16,7161
932	2008bw	0,03348	16,48020	0,15235	16,67630	1,65680	1,64499	16,6756

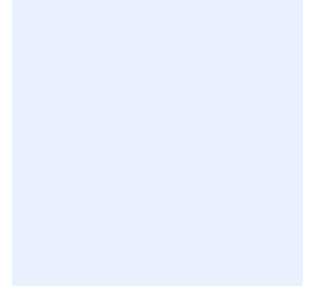
933	10026	0,03220	16,47200	0,12890	16,59150	0,85947	0,84943	16,5908
934	1996bl	0,03426	16,47010	0,12025	16,72650	4,54638	4,51806	16,7257
935	2006te	0,03292	16,45200	0,11850	16,63960	2,50628	2,48761	16,6389
936	2002G	0,03507	16,45115	0,16785	16,77730	3,77565	3,75715	16,7765
937	2008at	0,03518	16,42245	0,15235	16,78410	5,63498	5,61318	16,7834
938	2008af	0,03408	16,39975	0,12455	16,71500	6,40653	6,37405	16,7142
939	2008gl	0,03314	16,39225	0,12215	16,65410	4,59535	4,57081	16,6534
940	2004L	0,03378	16,38795	0,14030	16,69580	4,81463	4,78964	16,695
941	2008bq	0,03273	16,38430	0,12050	16,62700	4,05663	4,03326	16,6263
942	2006en	0,03161	16,37360	0,12625	16,55120	1,97890	1,96333	16,5505
943	2003ae	0,03489	16,36835	0,16670	16,76610	5,69310	5,67023	16,7653
944	2008gp	0,03399	16,35135	0,11105	16,70920	10,3840	10,3434	16,7085
945	2006ev	0,02811	16,34650	0,12485	16,29590	0,16426	0,16883	16,2952
946	2003ch	0,02950	16,34380	0,12735	16,40090	0,20104	0,19614	16,4002
947	2007aj	0,03184	16,34225	0,12125	16,56700	3,43586	3,41449	16,5663
948	1999cc	0,03144	16,31895	0,12075	16,53950	3,33611	3,31496	16,5388
949	2007ux	0,03049	16,28725	0,14190	16,47270	1,70800	1,69513	16,472
950	2006is	0,03048	16,25295	0,13420	16,47200	2,66429	2,64729	16,4713
951	2002ck	0,02990	16,24130	0,12300	16,43020	2,35860	2,34115	16,4295
952	2007ob	0,03212	16,23615	0,14310	16,58610	5,98043	5,95653	16,5854
953	1996C	0,02752	16,23595	0,13410	16,24970	0,01051	0,00962	16,2491
954	2005eq	0,02763	16,23455	0,11790	16,25840	0,04092	0,03889	16,2578
955	2007bd	0,03163	16,21965	0,11945	16,55260	7,76937	7,73673	16,5519
956	2004ef	0,03001	16,17330	0,12025	16,43820	4,85282	4,82720	16,4375
957	2002de	0,02580	16,16480	0,13760	16,10930	0,16269	0,16622	16,1087
958	2006bw	0,03155	16,12790	0,14115	16,54710	8,82025	8,79082	16,5464
959	2008ar	0,02878	16,10835	0,12155	16,34710	3,85813	3,83876	16,3465
960	2009ad	0,02837	16,10440	0,12155	16,31590	3,02769	3,01053	16,3153
961	1994Q	0,02880	16,09165	0,13605	16,34860	3,56698	3,55034	16,348
962	2005ms	0,02651	16,06745	0,12480	16,16840	0,65431	0,64656	16,1678
963	2007su	0,02752	16,06690	0,14255	16,24970	1,64444	1,63366	16,2491
964	2007is	0,02845	16,04785	0,13640	16,32200	4,03969	4,02202	16,3214
965	2006qo	0,02894	16,02685	0,13160	16,35920	6,37793	6,35109	16,3585
966	2003U	0,02846	16,00510	0,13405	16,32280	5,61695	5,59576	16,3222
967	2007co	0,02751	15,99780	0,12910	16,24890	3,78304	3,76498	16,2483
968	370356	0,02627	15,98385	0,13620	16,14860	1,46318	1,45254	16,148
969	2001gb	0,02673	15,97105	0,16165	16,18630	1,77311	1,76324	16,1857
970	2005mc	0,02639	15,93305	0,13990	16,15850	2,59696	2,58315	16,1579
971	1999X	0,02643	15,91835	0,14250	16,16180	2,91870	2,90433	16,1612
972	PTF10b	0,03055	15,88935	0,45085	16,47700	1,69892	1,69488	16,4763
973	2005na	0,02689	15,87545	0,12600	16,19930	6,60612	6,58167	16,1987
974	2005M	0,02547	15,86575	0,12420	16,08130	3,01199	2,99524	16,0807

975	2007cc	0,02932	15,86480	0,14570	16,38760	12,8751	12,8407	16,3869
976	2006bb	0,02557	15,86070	0,14960	16,08980	2,34524	8,20424	16,2892
977	2002he	0,02525	15,82815	0,13295	16,06240	3,10443	3,08855	16,0618
978	1998eg	0,02398	15,82390	0,13525	15,95010	0,87065	0,86377	15,9496
979	2003it	0,02529	15,78960	0,14050	16,06580	3,86451	3,85053	16,0653
980	2007F	0,02401	15,78645	0,12635	15,95280	1,73339	1,72298	15,9523
981	2006mp	0,02210	15,77950	0,13695	15,77250	0,00261	0,00300	15,772
982	2006or	0,02040	15,70670	0,15600	15,73010	0,02250	0,02155	15,7296
983	2006sr	0,02384	15,70130	0,13350	15,93740	3,12773	3,11185	15,9368
984	2009D	0,02414	15,68035	0,12910	15,96460	4,84784	4,82740	15,964
985	2000cn	0,02348	15,66265	0,13895	15,90430	3,02452	3,01202	15,9038
986	2002bf	0,02477	15,65930	0,17180	16,02060	4,42272	4,41049	16,0201
987	1994M	0,02482	15,64995	0,13485	16,02500	7,73529	7,71468	16,0245
988	2006ac	0,02349	15,62360	0,13380	15,90520	4,42948	4,41377	15,9047
989	2008bf	0,02454	15,60010	0,12780	16,00040	9,81091	9,78153	15,9998
990	2006cp	0,02249	15,56975	0,13910	15,81060	2,99805	2,98562	15,8101
991	2007cq	0,02559	15,55140	0,12590	16,09150	18,4034	18,3625	16,0909
992	2000fa	0,02275	15,53480	0,13625	15,83560	4,87397	4,85778	15,8351
993	2006bq	0,02189	15,53085	0,13810	15,75180	2,55977	2,54820	15,7513
994	2009na	0,02171	15,50200	0,13615	15,73380	2,89862	2,88613	15,7333
995	1998ec	0,01970	15,45455	0,15780	15,52250	0,18542	0,18270	15,522
996	2008ds	0,02120	15,44660	0,14370	15,68210	2,68577	2,67437	15,6816
997	2009ds	0,02038	15,42955	0,14185	15,59630	1,38189	1,37361	15,5958
998	2006et	0,02223	15,39180	0,13205	15,78530	8,87999	8,85744	15,7848
999	1995ak	0,02197	15,36745	0,14360	15,75970	7,46134	7,44233	15,7592
1000	2007bc	0,02091	15,36595	0,13680	15,65210	4,37538	4,36010	15,6516
1001	560027	0,43885	22,46285	0,19185	22,61920	0,66416	0,60846	22,6125
1002	560054	0,48040	22,68865	0,17225	22,80520	0,45783	0,40449	22,7982
1003	560087	0,30642	21,68750	0,14930	21,77680	0,35775	0,13522	21,7424
1004	560121	0,36491	22,20650	0,14230	22,23510	0,04039	0,02545	22,2292
1005	560150	0,19980	20,66375	0,13595	20,69200	0,04318	0,03234	20,6882
1006	560152	0,24880	21,13270	0,15960	21,16350	0,03724	0,02715	21,159
1007	570022	0,30143	21,81235	0,14450	21,83180	0,01812	0,00973	21,8266
1008	570025	0,29880	21,39335	0,16425	21,42240	0,03128	0,02126	21,4173
1009	570056	0,29020	21,44120	0,13835	21,49200	0,13482	0,10959	21,487
1010	570062	0,12365	19,57410	0,10830	19,65230	0,52138	0,48858	19,6498
1011	580104	0,30920	21,58775	0,14620	21,62660	0,07061	0,05298	21,6214
1012	580235	0,33159	21,76890	0,14010	21,77450	0,00160	0,00000	21,769
1013	580270	0,29560	21,72910	0,12300	21,79040	0,24838	0,20802	21,7852
1014	580275	0,38246	22,18595	0,18240	22,33340	0,65349	0,60054	22,3273

1015	580276	0,33848	21,88335	0,13905	21,81790	0,22155	0,26109	21,8123
1016	580300	0,24074	21,13115	0,11795	21,09290	0,10516	0,13075	21,0885
1017	590005	0,17144	20,28730	0,17315	20,36120	0,18216	0,16625	20,3579
1018	590031	0,37860	22,21555	0,14630	22,31220	0,43643	0,38393	22,3062
1019	590194	0,08960	18,72405	0,11685	18,81990	0,67286	0,64645	18,818
1020	2008050	0,04710	16,98420	0,14465	17,41940	9,05192	9,01037	17,4184
1021	2008051	0,03984	16,70740	0,11460	17,05490	9,19476	9,14719	17,054
1022	Aphrod	1,01190	25,52015	0,17875	25,02470	7,68259	7,98952	25,0149
1023	Borg	1,01193	25,46520	0,16320	25,02470	7,28537	7,60975	25,015
1024	carter	1,01195	25,90720	0,21065	25,02470	17,5512	17,9391	25,015
1025	colfax	1,02203	26,87700	0,25480	25,04320	51,7971	52,3522	25,0334
1026	Eagle	1,02202	24,88235	0,16570	24,83620	0,07757	0,11361	24,8265
1027	Frodo	0,73500	23,70605	0,13400	23,65490	0,14571	0,19949	23,6462
1028	Gabi	1,12202	25,06390	0,16490	25,00870	0,11206	0,15585	24,9988
1029	geta	1,07202	26,05920	0,28320	25,13170	10,7261	10,9563	25,1218
1030	Koeke	1,01202	25,28615	0,19155	25,02490	1,86015	2,00085	25,0152
1031	Lancast	1,01202	25,49850	0,17085	25,02490	7,68411	8,00209	25,0152
1032	Manipo	0,85400	24,31280	0,21455	24,30930	0,00027	0,00350	24,3001
1033	Mcguir	1,01194	25,51590	0,16220	25,02470	9,17096	9,53675	25,015
1034	Ombo	0,97520	24,70610	0,13985	24,74870	0,09279	0,05568	24,7391
1035	Patuxen	0,97000	25,11545	0,26175	24,94570	0,42058	0,46949	24,9361
1036	Primo	1,01196	26,00705	0,18565	25,02480	27,9933	28,5489	25,0151
1037	PTF10b	0,03055	15,88935	0,45085	16,47700	1,69892	1,69488	16,4763
1038	Rakke	0,74000	23,84460	0,12605	23,79400	0,16114	0,22132	23,7853
1039	Sasquat	1,01194	25,36305	0,20125	25,02470	2,82658	2,99097	25,015
1040	SCP05	1,01400	24,85445	0,22910	24,82150	0,02069	0,03466	24,8118
1041	SCP05	1,31500	25,54235	0,19870	25,50470	0,03590	0,05823	25,4944
1042	SCP06	1,09200	24,63835	0,26405	24,76990	0,24820	0,21225	24,76
1043	stone	1,08202	26,20110	0,18795	25,14880	31,3469	31,9335	25,139
1044	Thoth	1,30500	25,26420	0,23500	25,28400	0,00710	0,00163	25,2737
1045	vespesia	1,20600	25,73935	0,33520	25,34780	1,36448	1,43649	25,3376
1046	Vilas	0,93500	24,26660	0,16580	24,30700	0,05937	0,03473	24,2975
1047	washing	1,01193	25,60340	0,14840	25,02470	15,2068	15,7209	25,015
1048	wilson	1,91400	26,16090	0,25590	26,17330	0,00235	0,00005	26,1627
					Ki-Kare	1037,43	1041,76	
					Ortala:	0,9899	0,9940	

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Özgür SEVİNÇ
Doğum Yeri	Zara
Doğum Tarihi	22.09.1978
Uyruğu	☒ T.C. ☐ Diğer:
Telefon	535 841 55 46
E-Posta Adresi	ozgursevnc@gmail.com
Web Adresi	



Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Fizik Bölümü
Mezuniyet Yılı	22.06.2002
Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Fizik Anabilim Dalı
Programı	Matematiksel Fizik Programı
Doktora	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Fizik Anabilim Dalı
Programı	Matematiksel Fizik Programı
Makale ve Bildiriler	

Özgür Sevinç, Ekrem Aydın, 2019, Particle Creation in Friedmann-Robertson-Walker Universe, *Gravitation and Cosmology*, Vol. 25, No.4, pp.397-406.
DOI:10.1134/S020228931904011X