



**NÖTROSOFİK ESNEK TOPOLOJİK UZAYLARDA NÖTROSOFİK ESNEK
GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜMELER**

Hazırlayan: Şeyda YAZGAN

Danışman: Doç. Dr. Alkan ÖZKAN

MATEMATİK ANABİLİM DALI

Yüksek Lisans Tezi

IĞDIR/2023

Her Hakkı Saklıdır

T.C.
IĞDIR ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**NÖTROSOFİK ESNEK TOPOLOJİK UZAYLARDA NÖTROSOFİK ESNEK
GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜMELER**

Şeyda YAZGAN

MATEMATİK ANABİLİM DALI

IĞDIR/2023

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Şeyda YAZGAN

IĞDIR/2023



Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanundaki hükümlere tabidir.

ÖZET

NÖTROSOFİK ESNEK TOPOLOJİK UZAYLARDA NÖTROSOFİK ESNEK GENELLEŞTİRİLMİŞ KÜMELER

YAZGAN, Şeyda

Yüksek Lisans Tezi

Matematik Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Alkan ÖZKAN

Mayıs 2023, 62 sayfa

Bu tez çalışmasının amacı genelleştirilmiş kümelerin özelliklerinden ve nütrosolik esnek kümelerin iç ve kapanış özelliklerinden yararlanarak yeni bir küme sınıfı olan nütrosolik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) küme çeşitlerini tanımlamaktır. Ayrıca tanımlanan bu kümelerin özelliklerini ve aralarındaki ilişkileri teorem ve örnekler yardımıyla incelemektir. Bu çalışma 5 bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde, çalışmamızda kullanılacak kavramlarla ilgili literatür taramasına yer verilmiştir.

İkinci bölümde, bu çalışma boyunca kullanılacak bazı tanımlar özetlenmiştir.

Üçüncü bölümde, nütrosolik esnek kümeler ve özellikleri, nütrosolik esnek topolojik uzaylar, nütrosolik esnek kapalı kümelerin tanımları ve nütrosolik esnek kapalı (açık) kümelerin özellikleri verilmiştir. Bu bölümde, genelleştirilmiş kümelerin tanımı ve özellikleriyle genelleştirilmiş kapalı kümelerin tanımları verilmiştir.

Dördüncü bölüm beş alt kısımdan oluşmaktadır. Bu bölümde nütrosolik esnek topolojik uzaylarda sırasıyla, nütrosolik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nütrosolik esnek α -genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nütrosolik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı (açık) kümeler, nütrosolik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı (açık) kümeler ve nütrosolik esnek genelleştirilmiş b-kapalı (açık) kümeler tanımlandı. Her bir bölümde, tanımlanan bu yeni kümelerin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler teoremler yardımıyla ispat edilmiştir. Ayrıca konunun daha iyi anlaşılması için çalışmamızda bahsedilen özellikler ve ilişkiler birçok örnekle desteklenmiştir.

Son bölümde konu ile ilgili görüş ve önerilere yer verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Nütrosolik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) küme, nütrosolik esnek α -genelleştirilmiş kapalı (açık) küme, nütrosolik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı (açık) küme, nütrosolik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı (açık) küme, nütrosolik esnek genelleştirilmiş b-kapalı (açık) küme

ABSTRACT

NEUTROSOPHIC SOFT GENERALIZED SETS IN NEUTROSOPHIC SOFT TOPOLOGICAL SPACES

YAZGAN, Şeyda

Master's Thesis

Department of Mathematics

Thesis Adviser: Assoc. Prof. Alkan ÖZKAN

May 2023, 62 pages

The aim of this thesis is to define a new class of neutrosophic soft generalized closed (open) sets by using the properties of generalized sets and the interior and closure properties of neutrosophic soft sets. It is also to investigate the properties of these defined sets and the relations between them with the help of theorems and examples. This research consists of 5 sections.

In the first section, a literature review of the concepts to be used in our research is included.

In the second section, some definitions that will be used throughout this research are summarized.

In the third section, neutrosophic soft sets and their properties, neutrosophic soft topological spaces, definitions of neutrosophic soft closed sets, and properties of neutrosophic soft closed (open) sets are given. In this section, the definition and properties of generalized sets and the definitions of generalized closed sets are given.

The fourth section consists of five subsections. In this section, in the neutrosophic soft topological spaces, respectively; neutrosophic soft generalized closed (open) sets, neutrosophic soft α -generalized closed (open) sets, neutrosophic soft generalized pre-closed (open) sets, neutrosophic soft generalized semi-closed (open) sets, and neutrosophic soft generalized b-closed (open) sets were defined. In each section, the properties of these newly defined sets and the relations between them are proved with the help of theorems. In addition, for a better understanding of the subject, the features and relationships mentioned in our research are supported with many examples.

In the last section, opinions and suggestions about the subject are given.

Keywords: Neutrosophic soft generalized closed (open) set, neutrosophic soft α -generalized closed (open) set, neutrosophic soft generalized pre-closed (open) set, neutrosophic soft generalized semi-closed (open) set, neutrosophic soft generalized b-closed (open) set

ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR

Tez çalışmam boyunca her zaman kıymetli bilgi, birikim ve tecrübeleri ile bana yol gösteren ve destek olan değerli hocam sayın Doç. Dr. Alkan ÖZKAN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, eğitimim boyunca emeği geçen tüm hocalarıma da teşekkürü borç bilirim.

Hem bu zorlu süreçte, hem de hayatım boyunca yanımda olan ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme yürekten teşekkür ederim.

Şeyda YAZGAN

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	v
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	ix
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL TEMELLER	4
2.1. Bulanık Kümeler	4
2.2. Sezgisel Bulanık Kümeler	4
2.3. Esnek Kümeler	4
2.4. Nötrosifik Kümeler.....	5
3. MATERYAL ve METOT	7
3.1. Nötrosifik Esnek Kümeler	7
3.2. Nötrosifik Esnek Topolojik Uzaylar	12
3.3. Genelleştirilmiş Kümeler	20
4. ARAŞTIRMA BULGULARI	23
4.1. Nötrosifik Esnek Genelleştirilmiş Kapalı Kümeler.....	23
4.2. Nötrosifik Esnek α -Genelleştirilmiş Kapalı Kümeler.....	28
4.3. Nötrosifik Esnek Genelleştirilmiş Pre-Kapalı Kümeler	34
4.4. Nötrosifik Esnek Genelleştirilmiş Semi-Kapalı Kümeler	40
4.5. Nötrosifik Esnek Genelleştirilmiş b-Kapalı Kümeler	47
5. TARTIŞMA ve SONUÇ	57
KAYNAKLAR	58
ÖZGEÇMİŞ	63

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

$\mu_A(\eta)$	Bulanık kümenin üyelik fonksiyonu
\mathfrak{A}	Evrensel küme
E	Parametreler kümesi
$IFS(\mathfrak{A})$	Sezgisel bulanık kümelerin ailesi
$P(\mathfrak{A})$	\mathfrak{A} kümesinin kuvvet kümesi
(F, E)	Esnek küme
$SS(\mathfrak{A})_E$	\mathfrak{A} üzerindeki E parametresine göre tüm esnek kümeler ailesi
$NS(\mathfrak{A})$	\mathfrak{A} üzerindeki tüm nötrosifik kümeler ailesi
$NSS(\mathfrak{A})_E$	\mathfrak{A} üzerindeki E parametresine göre tüm nötrosifik esnek kümeler ailesi
\tilde{F}_E	Nötrosifik esnek küme
$T_{\tilde{F}(e)}$	\tilde{F}_E kümesinin olumlu üyelik fonksiyonu
$I_{\tilde{F}(e)}$	\tilde{F}_E kümesinin belirsiz üyelik fonksiyonu
$F_{\tilde{F}(e)}$	\tilde{F}_E kümesinin olumsuz üyelik fonksiyonu
$\tilde{\emptyset}_E$	Boş nötrosifik esnek küme
$\tilde{\mathbf{1}}_E$	Mutlak nötrosifik esnek küme
$(\tilde{F}_E)^c$	Nötrosifik esnek kümenin tümleyeni
$\tilde{F}_E \cup \tilde{G}_E$	Nötrosifik esnek kümelerin birleşimi
$\tilde{F}_E \cap \tilde{G}_E$	Nötrosifik esnek kümelerin kesişimi
$\tilde{F}_E \setminus \tilde{G}_E$	Nötrosifik esnek kümelerin farkı
(\mathfrak{A}, τ)	Topolojik uzay
$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$	\mathfrak{A} üzerindeki nötrosifik esnek topolojik uzay
$cl(F)$	F kümesinin kapanışı
$int(F)$	F kümesinin içi
$cl_\alpha(F)$	F kümesinin α -kapanışı
$cl_s(F)$	F kümesinin semi-kapanışı
$cl_p(F)$	F kümesinin pre-kapanışı

$cl_b(F)$	F kümesinin b-kapanışı
$N\tilde{sc}l(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin kapanışı
$N\tilde{si}nt(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin içi
$N\tilde{sc}l_s(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek semi-kapanışı
$N\tilde{si}nt_s(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek semi-içi
$N\tilde{sc}l_p(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek pre-kapanışı
$N\tilde{si}nt_p(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek pre-içi
$N\tilde{sc}l_\alpha(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek α -kapanışı
$N\tilde{si}nt_\alpha(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek α -içi
$N\tilde{sc}l_b(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek b-kapanışı
$N\tilde{si}nt_b(\tilde{F}_E)$	\tilde{F}_E kümesinin nörtrosofik esnek b-içi

Kısaltmalar

NSS	Nörtrosofik esnek küme
$NSOS$	Nörtrosofik esnek açık küme
$NSCS$	Nörtrosofik esnek kapalı küme
$NSrCS$	Nörtrosofik esnek regular kapalı küme
$NSrOS$	Nörtrosofik esnek regular açık küme
$NSsCS$	Nörtrosofik esnek semi-kapalı küme
$NSsOS$	Nörtrosofik esnek semi-açık küme
$NSpCS$	Nörtrosofik esnek pre-kapalı küme
$NSpOS$	Nörtrosofik esnek pre-açık küme
$NS\alpha CS$	Nörtrosofik esnek α -kapalı küme
$NS\alpha OS$	Nörtrosofik esnek α -açık küme
$NSbCS$	Nörtrosofik esnek b-kapalı küme
$NSbOS$	Nörtrosofik esnek b-açık küme
g-kapalı	Genelleştirilmiş kapalı
αg-kapalı	α -genelleştirilmiş kapalı
gs-kapalı	Genelleştirilmiş semi-kapalı

<i>gp</i>-kapalı	Genelleştirilmiş pre-kapalı
<i>gb</i>-kapalı	Genelleştirilmiş b-kapalı
<i>NSGCS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı küme
<i>NSGOS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş açık küme
<i>NSαGCS</i>	Nötrosofik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme
<i>NSαGOS</i>	Nötrosofik esnek α -genelleştirilmiş açık küme
<i>NSGpCS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme
<i>NSGpOS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme
<i>NSGsCS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı küme
<i>NSGsOS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş semi-açık küme
<i>NSGbCS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme
<i>NSGbOS</i>	Nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-açık küme

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa No
Şekil 4.1. $NS\alpha GCS$ ve $NSCS$ 'ler arasındaki ilişkinin gösterimi	31
Şekil 4.2. $NSGpCS$ ve $NSCS$ 'ler arasındaki ilişkinin gösterimi	37
Şekil 4.3. $NSGsCS$ ve $NSCS$ 'ler arasındaki ilişkinin gösterimi	43
Şekil 4.4. $NSGbCS$ ve $NSCS$ 'ler arasındaki ilişkinin gösterimi	52



ÇİZELGELER DİZİNİ

Sayfa No

Çizelge 3. 1. \tilde{F}_E nütrosifik esnek kümesinin tablo gösterimi.....9



1.GİRİŞ

İnsan var oluşundan beri hayatıyla ilişkili problemlerle karşı karşıya kalmaktadır. Bu problemlerin çözümüne ulaştığı ölçüde yaşam kalitesini arttırır; ancak insanın gerçek hayatta karşılaştığı problemler, pek çok belirsizlikler içermektedir. Örneğin; “Hangi insan daha güzeldir?” probleminde “güzellik” kavramı nitel ve kişiden kişiye değişmekte olduğundan Cantor tarafından kesin üyelik sınırlarıyla ifade edilen klasik küme yapısını kullanarak, bu ve bunun gibi belirsizlikleri içeren problemleri çözmemiz mümkün değildir. Bu nedenle; finans, tıp, mühendislik, sosyal, fen ve benzeri bilimlerdeki problemlerin çözümlerinde belirsizlikleri modellemek ve problemleri belirsizlikler açısından değerlendirebilmek için, klasik küme yapısından farklı, yeni yaklaşımlar getiren küme teorileri tanımlanmıştır.

1965'te Zadeh tarafından tanımlanan bulanık (fuzzy) küme, elemanlarına $[0,1]$ kapalı aralıkta üyelik derecesi atayan bir fonksiyondur. 1986'da Atanassov ise bulanık kümeden yola çıkarak elemanların birbirine bağımlı olarak üye olma ve üye olmama derecelerini belirleyen sezgisel bulanık (intuitionistic fuzzy) küme teorisini tanımladı. Bulanık kümelerin dezavantajı, üyelik fonksiyonu oluştururken her bir durum için farklı üyelik fonksiyonu oluşturulması ve belirsizlik durumunun, sorunun kesinliğinden bağımsız olmamasıdır. Bu nedenle 1999 yılında Molodotsov daha işlevsel olacak şekilde problemlerin modellenmesinde parametreleri kullanarak esnek (soft) küme teorisini tanımladı. Daha sonra ise Smarandache (2005), üyelik fonksiyonunu birbirinden bağımsız bir şekilde üye olma, belirsizlik ve üye olmama dereceleri ile belirlediği nütrosifik (neutrosophic) kümeleri tanımladı.

Pek çok araştırmacı esnek kümeler, sezgisel kümeler, bulanık kümeler ve nütrosifik kümeler gibi farklı teorilerin kombinasyonları üzerine son yıllarda başarılı çalışmalar yaptılar. Bu kombinasyonlardan biri, ilk olarak 2012'de Maji, tarafından açıklanan ve daha sonra Deli ve Broumi (2015), tarafından düzenlenen nütrosifik esnek küme teorisidir. Öte yandan, Salama ve Alblowi (2012), nütrosifik kümelerde genelleştirilmiş küme kavramını kullandılar ve genelleştirilmiş nütrosifik küme ile nütrosifik topolojik uzayı tanımladılar. Broumi (2013), Salama tarafından önerilen genelleştirilmiş nütrosifik küme kavramını ve Molodtsov tarafından önerilen esnek küme

kavramını birleştirerek genelleştirilmiş n6trosofik esnek k6meyi tanımladı. Bera ve Mahapatra (2017), n6trosofik esnek topolojik uzayları tanımladı. 6zt6rk ve ark. ise n6trosofik esnek k6mler 6zerindeki bazı işlemleri yeniden tanımladılar (6zt6rk ve ark., 2019b) ve n6trosofik topolojik uzaylarda bazı ayırma aksiyomlarını 6alıştılar (6zt6rk ve ark., 2019a). Tanımlanan bu k6melerin g6r6nt6 işleme, tıbbi teşhis, veri analizi, end6stri, grafik yapıları ve bilgisayar kodlama gibi ger6ek hayatta karşılaşılan problemlerin 66z6mlerinde nasıl kullanılabilieceğine dair bazı araştırmalar da son zamanlarda b6y6k 6nem kazanmıştır.

N6trosofik topolojinin uygulamaları, n6trosofik a6ık ve kapalı k6melerin n6trosofik i6 ve kapamış 6zelliklerine bağlıdır. 1970 yılında Levine, bu 6zellikleri kullanarak topolojik uzaylarda kapalı k6melerin bir genellemesi olarak genelleştirilmiş kapalı k6meyi tanımladı. Sonraki yıllarda ise genelleştirilmiş k6melerde semi, α , pre, b kapalı k6meleri (Arya and Noiri, 1990; Maki *et al.*, 1994; Maki *et al.*, 1996; Ganster and Steiner, 2007) tanımlandı. Daha sonrasında topologlar (Ebenanjar *et al.*, 2020a, 2020b), n6trosofik a6ık ve kapalı k6melerin 6zelliklerini kullanarak n6trosofik esnek k6melerde semi, α , pre, b şeklinde yeni k6me yapılarını tanımladılar. Bu k6me yapılarıyla ilgili n6trosofik genelleştirilmiş k6meler ve n6trosofik k6melerde bir6ok (Dhavaseelan and Jafari, 2018; Rao and Srinivasa, 2017; Arokiarani *et al.*, 2017; Maheswari *et al.*, 2018; Ebenanjar *et al.*, 2018; Shanthi *et al.*, 2018; Iswarya and Bageerathi, 2016; Jayanthi, 2018; Al Omeri and Jafari, 2018; Sreeja and Sarankumar, 2018; Das and Pramanik, 2020; Maheswari and Chandrasekar, 2020) 6alışma yapıldı. Son yıllarda, n6trosofik esnek ve 6eşitli topolojik uzaylarda tanımlanan bu k6me yapılarının 6zellikleri ve farklı kombinasyonlarının 6zellikleri 6zerine yapılan 6alışmalar 6eşitlenmiş ve 6nemli bir araştırma konusu haline gelmiştir (Jaffer and Ramesh, 2019; Pushpalatha and Nandhini, 2019; Arulpandy and Trinita, 2022; Demiralp and Dadaş, 2022; Priya *et al.*, (2022); Dhavaseelan *et al.*, (2018); Princy and Mohana 2021; Jaffer and Ramesh, 2019; Mohammed and Raheem, (2020); Karthika *et al.*, 2019a; Khattak *et al.*, 2019b; Mehmood *et al.*, 2021; Atkinswestley and Chandrasekar, 2020; Das and Tripathy, 2023).

Bu 6alışmanın amacı n6trosofik esnek topolojik uzaylarda n6trosofik esnek genelleştirilmiş kapalı (a6ık) k6meler adı verilen yeni bir n6trosofik esnek genelleştirilmiş k6meler kategorisini tanıtmaktır. 6ncelikle 6alışmamızda kullanılacak

kavramlarla ilgili literatür taramasına, bazı tanımlara, özelliklere, teoremlere yer verildikten sonra, son bölümde çalışmanın amacı olan, nörtrosofik esnek ve genelleştirilmiş kümelerin özellikleri kullanılarak yeni küme yapıları tanımlandı. Çalışmamızda nörtrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nörtrosofik esnek α -genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nörtrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı (açık) kümeler, nörtrosofik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı (açık) kümeler, nörtrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı (açık) kümeler tanımlandı. Daha sonra tanımlanan bu yeni kümelerin aralarındaki ilişkiler ve özellikler, teorem ve örneklerle incelendi.



2. KURAMSAL TEMELLER

Bu bölümde bulanık kümeler, sezgisel bulanık kümeler, esnek kümeler ve nütrosifik kümelerle ilgili temel kavramlar verilmiştir.

2.1. Bulanık Kümeler

Tanım 2.1.1. Boştan farklı bir \mathfrak{X} kümesi üzerinde bir A sezgisel bulanık kümesi,

$$A = \{(\eta, \mu_A(\eta)) : \eta \in \mathfrak{X}\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\mu_A(\eta) : \mathfrak{X} \rightarrow [0,1]$ bulanık kümenin üyelik fonksiyonudur. Bulanık küme, dereceli üyelik, yani üyelik derecelerine sahip nesnelere bir koleksiyondur. $\mu_A(\eta)$ değerine, η elemanın μ bulanık kümesine ait olma (üyelik) derecesi denir (Zadeh, 1965).

Örnek 2.1.2. $X = \{x, y, z\}$ olsun. $A = \{(x, 0.3), (y, 0.1), (z, 0.2)\}$ şeklinde A kümesi bir bulanık kümedir.

2.2. Sezgisel Bulanık Kümeler

Tanım 2.2.1. Boştan farklı bir \mathfrak{X} kümesi üzerinde bir A sezgisel bulanık kümesi,

$$A = \{(\eta, \mu_A(\eta), \sigma_A(\eta)) : \eta \in \mathfrak{X}\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada $\mu_A : \mathfrak{X} \rightarrow [0,1]$ ve $\sigma_A : \mathfrak{X} \rightarrow [0,1]$ şeklinde birer fonksiyon ve her $\eta \in \mathfrak{X}$ için $0 \leq \mu_A(\eta) + \sigma_A(\eta) \leq 1$ şartını sağlar. Burada $\mu_A(\eta)$ ve $\sigma_A(\eta)$ değerleri sırasıyla üye olma ve üye olmama dereceleridir (Atanassov, 1986).

\mathfrak{X} üzerinde tanımlı tüm sezgisel bulanık kümelerin ailesi $IFS(\mathfrak{X})$ ile gösterilir.

Örnek 2.2.1. $X = \{x, y, z\}$ olsun. $A = \{(x, 0.3, 0.2), (y, 0.1, 0.6), (z, 0.2, 0.8)\}$ şeklinde A kümesi bir sezgisel bulanık kümedir.

2.3. Esnek Kümeler

Tanım 2.3.1. \mathfrak{X} evrensel küme, E parametreler kümesi, $P(\mathfrak{X})$, \mathfrak{X} in kuvvet kümesi olsun. O halde $A \subseteq E$ olmak üzere $F : A \rightarrow P(\mathfrak{X})$ bir dönüşümü varsa (F, A) ikilisine \mathfrak{X} üzerinde bir esnek küme denir.

Diğer bir ifadeyle, \mathfrak{A} üzerindeki bir esnek küme, \mathfrak{A} kümesinin alt kümelerinin parametrelendirilmiş ailesidir. $e \in A$ için $F(e)$, (F, A) esnek kümesinin e -elemanları kümesi veya e -yaklaşık değer elemanları kümesi gibi düşünülebilir ve

$$(F, A) = \{(e, F(e)): e \in A, F: A \rightarrow P(\mathfrak{A})\}$$

ile tanımlanır (Molodotsov, 1999).

E parametresine göre \mathfrak{A} üzerinde tanımlanan tüm esnek kümelerin ailesi $SS(\mathfrak{A})_E$ ile gösterilecektir.

Örnek 2.3.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6, \eta_7\}$ kümesi bir kişinin satın almayı düşündüğü kitapların kümesi ve $E = \{e_1 = (\text{pahalı}), e_2 = (\text{ucuz}), e_3 = (\text{sürükleyici}), e_4 = (\text{popüler}), e_5 = (\text{özgün})\}$ de bu kitaplara ait parametrelerin kümesi olsun. Farz edelim ki,

$$F(e_1) = \{\eta_2, \eta_3, \eta_6\},$$

$$F(e_2) = \{\eta_1, \eta_4\},$$

$$F(e_3) = \{\eta_1, \eta_3, \eta_5, \eta_6\},$$

$$F(e_4) = \{\eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_7\},$$

$$F(e_5) = \emptyset$$

şeklinde verilsin. Burada, örneğin $F(e_1)$ kümesi pahalı kitapların kümesi olur. Böylece (F, E) esnek kümesini;

$$(F, E)$$

$$= \{(e_1, \{\eta_2, \eta_3, \eta_6\}), (e_2, \{\eta_1, \eta_4\}), (e_3, \{\eta_1, \eta_3, \eta_5, \eta_6\}), (e_4, \{\eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_7\}), (e_5, \emptyset)\}$$

şeklinde gösterebiliriz.

2.4. Nötrosifik Kümeler

Tanım 2.4.1. \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerinde, bir nötrosifik A kümesi aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$A = \{ \langle \eta, T_A(\eta), I_A(\eta), F_A(\eta) \rangle : \eta \in \mathfrak{A} \},$$

Burada;

$$T_A, I_A, F_A: \mathfrak{A} \rightarrow]^{-}0, 1[^{+} \text{ and } ^{-}0 \leq T_A(\eta) + I_A(\eta) + F_A(\eta) \leq 3^{+}.$$

Bilimsel ve mühendislik hesaplamaları gibi gerçek hayattaki uygulamalarda $]^{-0, 1^+}$ aralığında nütrosifik kümeyi kullanmak zor olduğundan, nütrosifik kümeyi $[0,1]$ değer aralığında dikkate alıyoruz (Smarandache, 2005).

\mathfrak{X} üzerinde tüm nütrosifik kümelerin ailesi $NS(\mathfrak{X})$ ile gösterilecektir.

Örnek 2.4.1. $\mathfrak{X} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$ olsun. $A, B, C \in NS(\mathfrak{X})$ kümelerini aşağıdaki şekilde tanımlayabiliriz.

$$A = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.8, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.3, 0.7 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.5, 0.5 \rangle \}$$

$$B = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.2, 0.8 \rangle, \langle \eta_3, 0.2, 0.4, 0.5 \rangle \}$$

$$C = \{ \langle \eta_1, 1.0, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.8 \rangle, \langle \eta_3, 0.0, 0.1, 0.5 \rangle \}$$

3. MATERYAL ve METOT

Bu bölümde nütrosifik esnek kümeler, nütrosifik esnek topolojik uzaylar ve genelleştirilmiş kümelerle ilgili temel kavram, teorem ve örnekler verilmiştir. Ayrıca çalışmamızda kullanılan, nütrosifik esnek kapalı kümeler ve genelleştirilmiş kapalı kümelerle ilgili temel tanım ve özellikler verilerek, bu özellikler uygun örneklerle incelenmiştir.

3.1. Nütrosifik Esnek Kümeler

2013 yılında Maji tarafından tanımlanan nütrosifik esnek küme 2015 yılında Deli ve Broumi tarafından aşağıdaki şekilde yeniden tanımlanmıştır.

Tanım 3.1.1. \mathfrak{A} evrensel küme, E tüm parametrelerin kümesi ve $P(\mathfrak{A})$, \mathfrak{A} kümesinin tüm nütrosifik kümelerinin bir ailesidir. \mathfrak{A} kümesi üzerinde bir (\tilde{F}, E) nütrosifik esnek kümesi $\tilde{F}: E \rightarrow P(\mathfrak{A})$ fonksiyonu ile tanımlanan kümedir. Başka bir deyişle, nütrosifik esnek küme, $P(\mathfrak{A})$ kümesinin bazı elemanlarının parametrelendirilmiş ailesidir ve aşağıdaki şekilde gösterilir

$$(\tilde{F}, E) = \{(e < \eta, T_{\tilde{F}(e)}(\eta), I_{\tilde{F}(e)}(\eta), F_{\tilde{F}(e)}(\eta) >: \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}.$$

\mathfrak{A} üzerinde tüm nütrosifik esnek kümelerin ailesi $NSS(\mathfrak{A}_E)$ ile gösterilecektir.

Burada $T_{\tilde{F}(e)}(\eta)$, $I_{\tilde{F}(e)}(\eta)$, $F_{\tilde{F}(e)}(\eta) \in [0,1]$ dir ve $\tilde{F}(e)$ fonksiyonu sırasıyla olumlu üyelik, belirsiz üyelik ve olumsuz üyelik fonksiyonu olarak adlandırılır. Her T , I , F dönüşümlerinin supremumu 1 olduğu için aşağıdaki eşitsizlik sağlanır (Deli and Broumi, 2015).

$$0 \leq T_{\tilde{F}(e)}(\eta) + I_{\tilde{F}(e)}(\eta) + F_{\tilde{F}(e)}(\eta) \leq 3.$$

Çalışma boyunca, (\tilde{F}, E) gösterimi yerine \tilde{F}_E gösterimi alınacaktır.

Örnek 3.1.1. \mathfrak{A} incelenen evlerin ve E parametreler kümesi olsun. Her parametre nütrosifik bir kelime veya kelimeleri içeren cümlelerdir.

$E =$

{*güzel, ahşap, pahalı, çok pahalı, orta, yeşil çevre, iyi durumda, kötü durumda, ucuz, pahalı*} kümesini düşünelim. Bu durumda nütrosifik esnek küme şu şekilde

tanımlanır; güzel evler, ahşap evler, yeşil çevredeki evler vb. Diyelim ki, $\mathfrak{U} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5\}$ evreninde verilen beş ev var. Parametreler kümesi $A = \{e_1, e_2, e_3, e_4\} \subseteq E$, ve e_1 ; güzel, e_2 ; ahşap, e_3 ; pahalı, e_4 ; orta parametresini temsil etsin.

$F(\text{Güzel})$

$$= \{\langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.3, 0.2 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.2, 0.3 \rangle\},$$

$F(\text{Ahşap})$

$$= \{\langle \eta_1, 0.6, 0.3, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.4, 0.3 \rangle, \langle \eta_3, 0.8, 0.1, 0.2 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.1, 0.3 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.3, 0.6 \rangle\},$$

$F(\text{Pahalı})$

$$= \{\langle \eta_1, 0.7, 0.4, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_3, 0.7, 0.2, 0.5 \rangle, \langle \eta_4, 0.5, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \eta_5, 0.7, 0.3, 0.4 \rangle\},$$

$F(\text{Orta})$

$$= \{\langle \eta_1, 0.8, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.9, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.7, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.8, 0.6 \rangle, \langle \eta_5, 0.9, 0.5, 0.7 \rangle\}.$$

Nötrosofik esnek küme (NSS) tüm nötrosofik \mathfrak{U} kümelerinin $\{F(e_i), i = 1, \dots, 10\}$ parametrelendirilmiş bir ailesidir ve bir nesnenin yaklaşık değerlerinin bir koleksiyonunu verir. Buradaki F ‘evler (.)’ şeklinde tanımlanır, nokta (.) $e \in E$ parametreleri tarafından doldurulacaktır. Bu durumda $F(e_1)$ ’ in işlevsel değeri;

$$\{\langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.3, 0.2 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.2, 0.3 \rangle\},$$

nötrosofik küme olan ‘evler (güzel)’ anlamına gelir. Böylece, nötrosofik esnek kümeyi \tilde{F}_E aşağıdaki yaklaşımların bir koleksiyonu olarak gösterebiliriz:

$\tilde{F}_E = \{(güzel\ evler$

$$= \{\langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.3, 0.2 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.2, 0.3 \rangle\}),$$

(ahşap evler

$$= \{\langle \eta_1, 0.6, 0.3, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.4, 0.3 \rangle, \langle \eta_3, 0.8, 0.1, 0.2 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.1, 0.3 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.3, 0.6 \rangle\}),$$

(pahalı evler

$$= \{\langle \eta_1, 0.7, 0.4, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_3, 0.7, 0.2, 0.5 \rangle, \langle \eta_4, 0.5, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \eta_5, 0.7, 0.3, 0.4 \rangle\}),$$

(orta evler

$$= \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.9, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.7, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.8, 0.6 \rangle, \langle \eta_5, 0.9, 0.5, 0.7 \rangle \}.$$

Burada her bir yaklaşımın iki bölümü vardır:

i) bir istenen p ve

ii) bir yaklaşımın değer kümesi v (veya basitçe değer kümesi v)

Örneğin;

{(güzel evler

$$= \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.3, 0.2 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.2, 0.3 \rangle \},$$

i) güzel evler istenen adına ve

ii)

$$\{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_4, 0.7, 0.3, 0.2 \rangle, \langle \eta_5, 0.8, 0.2, 0.3 \rangle \},$$

yaklaşık değer kümesine sahibiz.

Burada η_1 evinin 0.5 oranında güzel olduğuna, 0.3 oranında güzel olmadığına karar verilmiş. h_1 evinin güzel olması ile ilgili ise 0.6 oranında kararsızlık söz konusudur.

\tilde{F}_E nütrosöfik esnek kümesinin tablo halinde gösterimi aşağıdaki gibidir (Maji, 2012).

Çizelge 3. 1. \tilde{F}_E nütrosöfik esnek kümesinin tablo gösterimi

\mathfrak{A}	güzel	ahşap	pahalı	orta
η_1	$\langle 0.5, 0.6, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.3, 0.5 \rangle$	$\langle 0.7, 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.8, 0.6, 0.4 \rangle$
η_2	$\langle 0.4, 0.7, 0.6 \rangle$	$\langle 0.7, 0.4, 0.3 \rangle$	$\langle 0.6, 0.7, 0.2 \rangle$	$\langle 0.7, 0.9, 0.6 \rangle$
η_3	$\langle 0.6, 0.2, 0.3 \rangle$	$\langle 0.8, 0.1, 0.2 \rangle$	$\langle 0.7, 0.2, 0.5 \rangle$	$\langle 0.7, 0.6, 0.4 \rangle$
η_4	$\langle 0.7, 0.3, 0.2 \rangle$	$\langle 0.7, 0.1, 0.3 \rangle$	$\langle 0.5, 0.2, 0.6 \rangle$	$\langle 0.7, 0.8, 0.6 \rangle$
η_5	$\langle 0.8, 0.2, 0.3 \rangle$	$\langle 0.8, 0.3, 0.6 \rangle$	$\langle 0.7, 0.3, 0.4 \rangle$	$\langle 0.9, 0.5, 0.7 \rangle$

Örnek 3.1.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $(\tilde{F}_E)_1$ ve $(\tilde{F}_E)_2$ nütrosifik esnek kümelerini \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerinde aşağıdaki şekilde tanımlayabiliriz (Öztürk ve ark., 2019b).

$$\begin{aligned} & (\tilde{F}_E)_1 \\ &= \{e_1 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.7, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.8 \rangle, \langle \eta_3, 0.6, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_4, 0.2, 0.5, 0.4 \rangle\} \\ & \quad e_2 = \{\langle \eta_1, 0.4, 0.6, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_3, 0.3, 0.3, 0.7 \rangle, \langle \eta_4, 0.1, 0.4, 0.9 \rangle\} \\ & (\tilde{F}_E)_2 \\ &= \{e_1 = \{\langle \eta_1, 0.6, 0.6, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.9, 0.3 \rangle, \langle \eta_3, 0.1, 0.2, 0.4 \rangle, \langle \eta_4, 0.5, 0.4, 0.3 \rangle\} \\ & \quad e_2 = \{\langle \eta_1, 0.7, 0.9, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.2, 0.3 \rangle, \langle \eta_3, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_4, 0.4, 0.3, 0.6 \rangle\} \end{aligned}$$

Tanım 3.1.2. $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek kümesinin tümleyeni $(\tilde{F}_E)^c$ ile gösterilir.

$$(\tilde{F}_E)^c = \{(e < \eta, F_{\tilde{F}(e)}(\eta), 1 - I_{\tilde{F}(e)}(\eta), T_{\tilde{F}(e)}(\eta) > : \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, $((\tilde{F}_E)^c)^c = \tilde{F}_E$ olduğu açıktır (Bera and Mahapatara, 2017).

Tanım 3.1.3. $\tilde{F}_E, \tilde{G}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Eğer $\forall e \in E, \forall \eta \in \mathfrak{A}$ için $T_{\tilde{F}(e)}(\eta) \leq T_{\tilde{G}(e)}(\eta)$, $I_{\tilde{F}(e)}(\eta) \leq I_{\tilde{G}(e)}(\eta)$ ve $F_{\tilde{F}(e)}(\eta) \geq F_{\tilde{G}(e)}(\eta)$ ise, \tilde{F}_E kümesine \tilde{G}_E kümesinin nütrosifik esnek alt kümesi denir ve $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E$ ile gösterilir.

Eğer $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E$ ve $\tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesi \tilde{G}_E kümesine nütrosifik esnek eşittir denir ve $\tilde{F}_E = \tilde{G}_E$ ile gösterilir (Maji, 2012).

Tanım 3.1.4. $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun.

- i. Eğer $\forall e \in E, \forall \eta \in \mathfrak{A}$ için $T_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 0, I_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 0, F_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 1$ ise \tilde{F}_E kümesine boş nütrosifik esnek küme denir ve $\tilde{\emptyset}_E$ ile gösterilir.
- ii. Eğer $\forall e \in E, \forall \eta \in \mathfrak{A}$ için $T_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 1, I_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 1, F_{\tilde{F}(e)}(\eta) = 0$ ise \tilde{F}_E kümesine mutlak nütrosifik esnek küme denir ve $\tilde{1}_E$ ile gösterilir.

Buradan, $(\tilde{\emptyset}_E)^c = \tilde{1}_E$ ve $(\tilde{1}_E)^c = \tilde{\emptyset}_E$ olduğu açıktır (Öztürk ve ark., 2019b).

Tanım 3.1.5. $\tilde{F}_E, \tilde{G}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu nütrosifik esnek kümelerin birleşimi $\tilde{F}_E \cup \tilde{G}_E = \tilde{H}_E$ ile gösterilir ve

$$\tilde{H}_E = \{(e < \eta, T_{\tilde{H}(e)}(\eta), I_{\tilde{H}(e)}(\eta), F_{\tilde{H}(e)}(\eta) > : \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}$$

şeklinde tanımlanır (Öztürk ve ark., 2019b). Burada,

$$T_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \max\{T_{\tilde{F}(e)}(\eta), T_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$I_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \max\{I_{\tilde{F}(e)}(\eta), I_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$F_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \min\{F_{\tilde{F}(e)}(\eta), F_{\tilde{G}(e)}(\eta)\}.$$

Tanım 3.1.6. $\tilde{F}_E, \tilde{G}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu nütrosofik esnek kümelerin kesişimi $\tilde{F}_E \cap \tilde{G}_E = \tilde{H}_E$ ile gösterilir ve

$$\tilde{H}_E = \{(e < \eta, T_{\tilde{H}(e)}(\eta), I_{\tilde{H}(e)}(\eta), F_{\tilde{H}(e)}(\eta) > : \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}$$

şeklinde tanımlanır (Öztürk ve ark., 2019b). Burada,

$$T_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \min\{T_{\tilde{F}(e)}(\eta), T_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$I_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \min\{I_{\tilde{F}(e)}(\eta), I_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$F_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \max\{F_{\tilde{F}(e)}(\eta), F_{\tilde{G}(e)}(\eta)\}.$$

Tanım 3.1.7. $\tilde{F}_E, \tilde{G}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. " \tilde{F}_E fark \tilde{G}_E " işlemi $\tilde{F}_E \setminus \tilde{G}_E = \tilde{H}_E$ ile gösterilir ve $\tilde{H}_E = \tilde{F}_E \cap (\tilde{G}_E)^c$ ile tanımlanır. Burada,

$$\tilde{H}_E = \{(e < \eta, T_{\tilde{H}(e)}(\eta), I_{\tilde{H}(e)}(\eta), F_{\tilde{H}(e)}(\eta) > : \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}$$

şeklinde gösterilir ve

$$T_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \min\{T_{\tilde{F}(e)}(\eta), T_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$I_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \min\{I_{\tilde{F}(e)}(\eta), 1 - I_{\tilde{G}(e)}(\eta)\},$$

$$F_{\tilde{H}(e)}(\eta) = \max\{F_{\tilde{F}(e)}(\eta), F_{\tilde{G}(e)}(\eta)\}.$$

ile tanımlanır (Öztürk ve ark., 2019b).

Tanım 3.1.8. $\{(\tilde{F}_E)_i : i \in I\}$, \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerinde nütrosofik esnek kümelerin bir ailesi olsun. Bu durumda birleşim ve kesişim işlemleri sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlanır (Öztürk ve ark., 2019b).

- i. $\cup_{i \in I} (\tilde{F}_E)_i = \{(e, < \eta, \sup[T_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I}, \sup[I_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I}, \inf[F_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I} > : \eta \in \mathfrak{A}) : e \in E\}$

$$\text{ii. } \cap_{i \in I} (\tilde{F}_E)_i = \left\{ \left(e, < \eta, \inf [T_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I}, \inf [I_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I}, \sup [F_{\tilde{F}_i}(\eta)]_{i \in I} \right) : \eta \in \mathfrak{A} \right\}; e \in E \}.$$

Önerme 3.1.1. $(\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2, (\tilde{F}_E)_3 \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu durumda,

- i. $(\tilde{F}_E)_1 \cup [(\tilde{F}_E)_2 \cup (\tilde{F}_E)_3] = [(\tilde{F}_E)_1 \cup (\tilde{F}_E)_2] \cup (\tilde{F}_E)_3$ ve
 $(\tilde{F}_E)_1 \cap [(\tilde{F}_E)_2 \cap (\tilde{F}_E)_3] = [(\tilde{F}_E)_1 \cap (\tilde{F}_E)_2] \cap (\tilde{F}_E)_3$;
- ii. $(\tilde{F}_E)_1 \cup [(\tilde{F}_E)_2 \cap (\tilde{F}_E)_3] = [(\tilde{F}_E)_1 \cup (\tilde{F}_E)_2] \cap [(\tilde{F}_E)_1 \cup (\tilde{F}_E)_3]$ ve
 $(\tilde{F}_E)_1 \cap [(\tilde{F}_E)_2 \cup (\tilde{F}_E)_3] = [(\tilde{F}_E)_1 \cap (\tilde{F}_E)_2] \cup [(\tilde{F}_E)_1 \cap (\tilde{F}_E)_3]$;
- iii. $(\tilde{F}_E)_1 \cup \tilde{\emptyset}_E = (\tilde{F}_E)_1$ ve $(\tilde{F}_E)_1 \cap \tilde{\emptyset}_E = \tilde{\emptyset}_E$;
- iv. $(\tilde{F}_E)_1 \cup \tilde{1}_E = \tilde{1}_E$ ve $(\tilde{F}_E)_1 \cap \tilde{1}_E = (\tilde{F}_E)_1$

eşitlikleri sağlanır (Öztürk ve ark., 2019b).

Önerme 3.1.2. $(\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2, (\tilde{F}_E)_3 \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu durumda,

- i. $[(\tilde{F}_E)_1 \cup (\tilde{F}_E)_2]^c = (\tilde{F}_E)_1^c \cap (\tilde{F}_E)_2^c$
- ii. $[(\tilde{F}_E)_1 \cap (\tilde{F}_E)_2]^c = (\tilde{F}_E)_1^c \cup (\tilde{F}_E)_2^c$

eşitlikleri sağlanır (Öztürk ve ark., 2019b).

3.2. Nötrosofik Esnek Topolojik Uzaylar

Tanım 3.2.1. $NSS(\mathfrak{A}_E)$, \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerindeki tüm nötrosofik esnek kümelerin ailesi olmak üzere, $\tilde{\tau}_{NSS} \subseteq NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $\tilde{\tau}_{NSS}$ ailesi aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bu aileye \mathfrak{A} üzerinde bir nötrosofik esnek topoloji denir.

- i. $\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E \in \tilde{\tau}_{NSS}$,
- ii. Her $\tilde{F}_E, \tilde{G}_E \in \tilde{\tau}_{NSS}$ için $\tilde{F}_E \cap \tilde{G}_E \in \tilde{\tau}_{NSS}$,
- iii. Her $i \in I$, $(\tilde{F}_E)_i \in \tilde{\tau}_{NSS}$ için $\cup_{i \in I} (\tilde{F}_E)_i \in \tilde{\tau}_{NSS}$.

Eğer $\tilde{\tau}_{NSS}$ ailesi \mathfrak{A} kümesi üzerinde bir esnek topoloji ise $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$ üçlüsüne bir nötrosofik esnek topolojik uzay denir. $\tilde{\tau}_{NSS}$ ailesine ait kümelere nötrosofik esnek açık

küme ($NSOS$) denir. Eğer $(\tilde{F}_E)^c \in \tilde{\tau}_{NSS}$ ise \tilde{F}_E kümesine nörtrosofik esnek kapalı küme ($NSCS$) denir (Öztürk ve ark., 2019b).

Önerme 3.2.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir esnek topolojik uzay olsun. O halde,

- i. $\tilde{\emptyset}_E$ ve $\tilde{1}_E$, \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek kümeleri kapalı kümelerdir.
- ii. Herhangi bir sayıdaki nörtrosofik esnek kapalı kümenin kesişimleri, \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek kapalı kümedir.
- iii. Sonlu sayıdaki nörtrosofik esnek kapalı kümenin birleşimleri, \mathfrak{A} üzerinde bir nörtrosofik esnek kapalı kümedir (Öztürk ve ark., 2019b).

Tanım 3.2.2. $NSS(\mathfrak{A}_E)$, \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerindeki tüm nörtrosofik esnek kümelerin ailesi olmak üzere, aşağıdaki ifadeler sağlanır.

- i. $\tilde{\tau}_{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E\}$ ailesine \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek ayrık olmayan topoloji ve $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$ üçlüsüne nörtrosofik esnek ayrık olmayan topolojik uzay denir.
- ii. $\tilde{\tau}_{NSS} = NSS(\mathfrak{A}_E)$ ise, $\tilde{\tau}_{NSS}$ ailesine \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek ayrık topoloji ve $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$ üçlüsüne de nörtrosofik esnek ayrık topolojik uzay denir (Öztürk ve ark., 2019b).

Önerme 3.2.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}^1, E)$ ve $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}^2, E)$, \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerinde iki nörtrosofik esnek topolojik uzay olsun. Bu durumda $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}^1 \cap \tilde{\tau}_{NSS}^2, E)$, \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek topolojik uzaydır; fakat $\tilde{\tau}_{NSS}^1$ ve $\tilde{\tau}_{NSS}^2$ nin birleşimi \mathfrak{A} üzerinde nörtrosofik esnek topoloji olmayabilir (Öztürk ve ark., 2019b).

Tanım 3.2.3. \mathfrak{A} evrensel kümesi üzerindeki tüm nörtrosofik esnek kümelerin ailesi $NSS(\mathfrak{A}_E)$ olmak üzere, her $\eta \in \mathfrak{A}$, $0 < \alpha, \beta, \gamma \leq 1$, $e \in E$ için $\eta_{(\alpha, \beta, \gamma)}^e$ nörtrosofik kümesine nörtrosofik esnek nokta denir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır (Öztürk ve ark., 2019a).

$$\eta_{(\alpha, \beta, \gamma)}^e(e')(y) = \begin{cases} (\alpha, \beta, \gamma), & \text{eğer } e' = e \text{ ve } y = \eta, \\ (0, 0, 1), & \text{eğer } e' \neq e \text{ ve } y \neq \eta. \end{cases}$$

Tanım 3.2.4. $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $\alpha \leq T_{\tilde{F}(e)}(\eta)$, $\beta \leq I_{\tilde{F}(e)}(\eta)$ ve $\gamma \geq F_{\tilde{F}(e)}(\eta)$ için, $\eta_{(\alpha, \beta, \gamma)}^e$ nörtrosofik esnek noktası noktası \tilde{F}_E nörtrosofik esnek kümesine aittir denir ve $\tilde{F}_E \in \eta_{(\alpha, \beta, \gamma)}^e$ ile gösterilir (Öztürk ve ark., 2019a).

Tanım 3.2.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. \tilde{F}_E kümesinin içi $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır (Bera and Mahapatra, 2017).

$$N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) = \cup \{ \tilde{G}_E: \tilde{G}_E \text{ nütrosifik esnek açık ve } \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E \}$$

Diğer bir deyişle, \tilde{F}_E kümesinin içi, tüm açık nütrosifik esnek alt kümelerinin birleşimidir.

Teorem 3.2.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E, \tilde{H}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. \tilde{F}_E ve \tilde{H}_E kümeleri için aşağıdaki koşullar sağlanır (Bera and Mahapatra, 2017).

- i. $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{F}_E$ ve $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)$, \tilde{F}_E kümesinin kapsadığı en büyük açık kümedir,
- ii. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{H}_E \Rightarrow N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{s}int(\tilde{H}_E)$,
- iii. $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)$ nütrosifik esnek açık kümedir yani, $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) \in \tilde{\tau}_{NSS}$,
- iv. \tilde{F}_E nütrosifik esnek açık kümedir $\Leftrightarrow N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$,
- v. $N\tilde{s}int(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) = N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)$,
- vi. $N\tilde{s}int(\tilde{\emptyset}_E) = \tilde{\emptyset}_E$ ve $N\tilde{s}int(\tilde{1}_E) = \tilde{1}_E$,
- vii. $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E \cap \tilde{H}_E) = N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) \cap N\tilde{s}int(\tilde{H}_E)$,
- viii. $N\tilde{s}int(\tilde{F}_E) \cup N\tilde{s}int(\tilde{H}_E) \subseteq N\tilde{s}int(\tilde{F}_E \cup \tilde{H}_E)$.

Tanım 3.2.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. \tilde{F}_E kümesinin kapanışı $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde tanımlanır (Bera and Mahapatra, 2017).

$$N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = \cap \{ \tilde{K}_E: \tilde{K}_E \text{ nütrosifik esnek kapalı ve } \tilde{K}_E \supseteq \tilde{F}_E \}$$

Diğer bir deyişle, \tilde{F}_E kümesinin kapanışı, tüm kapalı nütrosifik esnek alt kümelerinin kesişimidir.

Teorem 3.2.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E, \tilde{H}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. \tilde{F}_E ve \tilde{H}_E kümeleri için aşağıdaki koşullar sağlanır (Bera and Mahapatra, 2017).

- i. $\tilde{F}_E \subseteq N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)$ ve $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)$, \tilde{F}_E kümesini kapsayan en küçük kapalı kümedir,
- ii. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{H}_E \Rightarrow N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{cl}(\tilde{H}_E)$,
- iii. $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)$ nütrosifik esnek açık kümedir yani, $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \in \tilde{\tau}_{NSS}^c$,
- iv. \tilde{F}_E nütrosifik esnek kapalı kümedir $\Leftrightarrow N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$,
- v. $N\tilde{cl}(N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)) = N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)$,
- vi. $N\tilde{cl}(\tilde{\emptyset}_E) = \tilde{\emptyset}_E$ ve $N\tilde{cl}(\tilde{1}_E) = \tilde{1}_E$,
- vii. $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E \cup \tilde{H}_E) = N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \cup N\tilde{cl}(\tilde{H}_E)$,
- viii. $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E \cap \tilde{H}_E) \subseteq N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \cap N\tilde{cl}(\tilde{H}_E)$.

Teorem 3.2.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. O halde,

- i. $(N\tilde{cl}(\tilde{F}_E))^c = N\tilde{int}(\tilde{F}_E)^c$,
- ii. $(N\tilde{int}(\tilde{F}_E))^c = N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)^c$

eşitlikleri sağlanır (Bera and Mahapatra, 2017).

Örnek 3.2.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun.

$\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.6, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.6, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\},$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.4, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.5, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\},$$

şeklinde verilsin. Bu durumda,

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.4, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi için; $N\tilde{int}(\tilde{K}_E)$, \tilde{K}_E kümesinin içerdiği en büyük nütrosifik esnek açık kümedir. $(\tilde{F}_E)_2, \tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{K}_E$ olduğundan $N\tilde{int}(\tilde{K}_E) = \tilde{\emptyset}_E \cup (\tilde{F}_E)_2 = (\tilde{F}_E)_2$ dir. $N\tilde{cl}(\tilde{K}_E)$, \tilde{K}_E kümesini içeren en küçük nütrosifik esnek kapalı kümedir.

$$\left(\left(\tilde{F}_E\right)_1\right)^c = \left\{e_1 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.4, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.4, 0.5 \rangle\}, e_2 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.3 \rangle\}\right\},$$

$$\left(\left(\tilde{F}_E\right)_2\right)^c = \left\{e_1 = \{\langle \eta_1, 0.7, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle\}, e_2 = \{\langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.2 \rangle\}\right\},$$

$$\left(\tilde{\emptyset}_E\right)^c = \tilde{1}_E, \left(\tilde{1}_E\right)^c = \tilde{\emptyset}_E.$$

Buradan $\left(\tilde{\emptyset}_E\right)^c, \left(\left(\tilde{F}_E\right)_2\right)^c \supseteq \tilde{K}_E$ olduğundan $N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E) = \left(\tilde{\emptyset}_E\right)^c \cap \left(\left(\tilde{F}_E\right)_2\right)^c = \left(\left(\tilde{F}_E\right)_2\right)^c$ dir.

Tanım 3.2.7. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu durumda:

- i. Eğer $\tilde{F}_E = N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek kapalı küme ($NSCS$),
- ii. Eğer $\tilde{F}_E = N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek regular kapalı küme ($NSrCS$),
- iii. Eğer $N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek semi-kapalı küme ($NSsCS$),
- iv. Eğer $N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek pre-kapalı küme ($NSpCS$),
- v. Eğer $N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek α -kapalı küme ($NS\alpha CS$),
- vi. Eğer $N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)) \cap N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek b-kapalı küme ($NSbCS$)

olarak adlandırılır (Ebenanjar et al., 2020a,2020b).

Örnek 3.2.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1' deki gibi tanımlansın. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{e_1 = \{\langle \eta_1, 0.6, 0.5, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle\}, e_2 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.3 \rangle\}\right\}$$

nütrosifik esnek kümesi;

- i. $N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek kapalı değil,
- ii. $N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) = N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \neq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek regular kapalı değil,
- iii. $N\check{s}int(N\check{s}cl(\tilde{F}_E)) = N\check{s}int(((\tilde{F}_E)_2)^c) = (\tilde{F}_E)_2 \subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek semi-kapalı,
- iv. $N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) = N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \not\subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek pre-kapalı değil,
- v. $N\check{s}cl(N\check{s}int(cl(\tilde{F}_E))) = N\check{s}cl(N\check{s}int(((\tilde{F}_E)_2)^c)) = N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \not\subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek α -kapalı değil,
- vi. $N\check{s}int(N\check{s}cl(\tilde{F}_E)) \cap N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) = N\check{s}int(((\tilde{F}_E)_2)^c) \cap N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = (\tilde{F}_E)_2 \cap ((\tilde{F}_E)_2)^c = (\tilde{F}_E)_2 \subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan nörtrosifik esnek b-kapalıdır.

Tanım 3.2.8. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nörtrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Bu durumda:

- i. Eğer $\tilde{F}_E = N\check{s}int(\tilde{F}_E)$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek açık küme ($NSOS$),
- ii. Eğer $\tilde{F}_E = N\check{s}int(N\check{s}cl(\tilde{F}_E))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek regular açık küme ($NSrOS$),
- iii. Eğer $\tilde{F}_E \subseteq N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek semi-açık küme ($NSsOS$),
- iv. Eğer $\tilde{F}_E \subseteq N\check{s}int(N\check{s}cl(\tilde{F}_E))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek pre-açık küme ($NSpOS$),
- v. Eğer $\tilde{F}_E \subseteq N\check{s}int(N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek α -açık küme ($NS\alpha OS$),
- vi. Eğer $\tilde{F}_E \subseteq N\check{s}int(N\check{s}cl(\tilde{F}_E)) \cup N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E))$ ise, \tilde{F}_E kümesi nörtrosifik esnek b-açık küme ($NSbOS$)

olarak adlandırılır (Ebenanjar et al., 2020a,2020b).

Teorem 3.2.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun.

i. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek semi-kapanışı $N\tilde{s}cl_s(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}cl_s(\tilde{F}_E) = \cap \{ \tilde{K}_E: \tilde{K}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek semi kapalı ve } \tilde{F}_E \subseteq \tilde{K}_E \},$$

ii. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek semi-içi $N\tilde{s}int_s(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}int_s(\tilde{F}_E) = \cup \{ \tilde{G}_E: \tilde{G}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek semi açık ve } \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E \},$$

iii. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek pre-kapanışı $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) = \cap \{ \tilde{K}_E: \tilde{K}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek pre kapalı ve } \tilde{F}_E \subseteq \tilde{K}_E \},$$

iv. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek pre-içi $N\tilde{s}int_p(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}int_p(\tilde{F}_E) = \cup \{ \tilde{G}_E: \tilde{G}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek pre açık ve } \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E \},$$

v. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek α -kapanışı $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E) = \cap \{ \tilde{K}_E: \tilde{K}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek } \alpha - \text{ kapalı ve } \tilde{F}_E \subseteq \tilde{K}_E \},$$

vi. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek α -içi $N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{F}_E) = \cup \{ \tilde{G}_E: \tilde{G}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek } \alpha - \text{ açık ve } \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E \},$$

vii. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek b-kapanışı $N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E) = \cap \{ \tilde{K}_E: \tilde{K}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek b - kapalı ve } \tilde{F}_E \subseteq \tilde{K}_E \},$$

viii. \tilde{F}_E kümesinin nütrosifik esnek b-içi $N\tilde{s}int_b(\tilde{F}_E)$ ile gösterilir ve

$$N\tilde{s}int_b(\tilde{F}_E) = \cup \{ \tilde{G}_E: \tilde{G}_E, \mathfrak{A} \text{ üzerinde nütrosifik esnek b - açık ve } \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E \}$$

şeklinde tanımlanır (Ebenanjar et al., 2020a).

Teorem 3.2.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}_{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Aşağıdaki eşitlikler sağlanır:

i.
$$N\tilde{s}cl_s(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)),$$

- ii. $N\tilde{S}int_s(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cap N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{F}_E)),$
- iii. $N\tilde{S}cl_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{F}_E)),$
- iv. $N\tilde{S}int_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cap N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(\tilde{F}_E)),$
- v. $N\tilde{S}cl_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(\tilde{F}_E))),$
- vi. $N\tilde{S}int_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cap N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{F}_E))),$
- vii. $N\tilde{S}cl_b(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup (N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(\tilde{F}_E)) \cap N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{F}_E))),$
- viii. $N\tilde{S}int_b(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cap (N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(\tilde{F}_E)) \cup N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{F}_E)))$

(Ebenanjar et al., 2020a).

Örnek 3.2.3. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1' deki gibi tanımlansın. O halde,

$$\tilde{G}_E = \begin{cases} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.4, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.3 \rangle \} \end{cases}$$

nütrosifik esnek kümesi verilsin. Tanım 3.2.7 (iii) kullanılarak $\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_2$ ve \tilde{G}_E kümeleri $NSsCS$ bulunur. Teorem 3.2.4 (i)'den $\tilde{1}_E \supseteq \tilde{G}_E, \tilde{G}_E \supseteq \tilde{G}_E$ eşitlikleri yazılır. Daha sonra, $N\tilde{S}cl_s(\tilde{G}_E) = \tilde{1}_E \cap \tilde{G}_E = \tilde{G}_E$ bulunur ya da Teorem 3.2.5 (i)'den $N\tilde{S}cl_s(\tilde{G}_E) = \tilde{G}_E \cup N\tilde{S}int(N\tilde{S}cl(\tilde{G}_E)) = N\tilde{S}cl_s(\tilde{G}_E) = \tilde{G}_E \cup N\tilde{S}int((\tilde{F}_E)_2)^c = \tilde{G}_E \cup (\tilde{F}_E)_2 = \tilde{G}_E$ elde edilir.

Tanım 3.2.8 (iii) kullanılarak $\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2$ ve \tilde{G}_E kümeleri $NSsOS$ bulunur. Buradan Teorem 3.2.4 (ii)'den $\tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{G}_E, (\tilde{F}_E)_2 \subseteq \tilde{G}_E, \tilde{G}_E \subseteq \tilde{G}_E$ eşitlikleri yazılır. Daha sonra, $N\tilde{S}int_s(\tilde{G}_E) = \tilde{\emptyset}_E \cup (\tilde{F}_E)_2 \cup \tilde{G}_E = \tilde{G}_E$ bulunur ya da Teorem 3.2.5 (ii)'den $N\tilde{S}int_s(\tilde{G}_E) = \tilde{G}_E \cap N\tilde{S}cl(N\tilde{S}int(\tilde{G}_E)) = \tilde{G}_E \cap N\tilde{S}cl((\tilde{F}_E)_2) = \tilde{G}_E \cap ((\tilde{F}_E)_2)^c = \tilde{G}_E$ elde edilir.

Benzer şekilde nütrosifik esnek pre, α , b-kümelerin kapanışı ve içi ile ilgili örneklerde Teorem 3.2.4 veya Teorem 3.2.5 kullanılır.

3.3. Genelleştirilmiş Kümeler

Bu bölümde, Levine (1970) tarafından tanımlanan genelleştirilmiş kümelerle ilgili temel kavram, teorem ve örnekler verilmiştir. Son kısımda ise diğer genelleştirilmiş kapalı kümelerin tanımları verilmiştir.

Tanım 3.3.1. \mathfrak{A} boş olmayan bir küme ve $\tau \subseteq P(\mathfrak{A})$ olsun. τ ailesi aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bu aileye \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji denir.

- i. $\emptyset, \mathfrak{A} \in \tau$,
- ii. Her $i \in I, A_i \in \tau$ için $\bigcap_{i \in I} A_i \in \tau$,
- iii. Her $i \in I, A_i \in \tau$ için $A_i \in \tau$.

Eğer τ ailesi \mathfrak{A} kümesi üzerinde bir topoloji ise (\mathfrak{A}, τ) ikilisine bir topolojik uzay denir. τ ailesine ait kümelere açık küme denir (Bizim, 2013).

Tanım 3.3.2. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ kümesi verilsin. Eğer (\mathfrak{A}, τ) uzayındaki her U açık kümesi için $F \subseteq U$ ve $cl(F) \subseteq U$ ise, F kümesine g-kapalı küme veya genelleştirilmiş kapalı küme denir (Levine, 1970).

Lemma 3.3.1. Her kapalı küme, bir g-kapalıdır (Noiri,1996).

İspat. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ olacak şekilde kapalı bir alt kümesi verilsin. $F \subseteq U$ ve U, \mathfrak{A} üzerinde açık bir küme olsun. F kümesi, kapalı olduğundan $cl(F) = F \subseteq U$ olur. O halde, F kümesi g-kapalıdır.

Uyarı 3.3.1. Lemma 3.3.1'in tersinin her zaman doğru olmadığı aşağıdaki örnekte gösterilmiştir.

Örnek 3.3.1. $\mathfrak{A} = \{a, b, c\}$ ve $\tau = \{\mathfrak{A}, \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}\}$ olsun. $\{a\}$ kümesi kapalıdır; fakat g-kapalı değildir.

Teorem 3.3.1. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ kümesi verilsin. Bir F kümesinin g-kapalı olması için gerek ve yeter şart $cl(F) - F$ kümesinin boş kümeden farklı kapalı kümeyi kapsamamasıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.2. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ kümesi verilsin. F kümesinin kapalı olması için gerek ve yeter şart $cl(F) - F$ kümesinin kapalı olmasıdır (Levine, 1970).

İspat. F kümesi kapalı ise $cl(F) - F = \emptyset$ ve \emptyset kapalıdır. Eğer $cl(F) - F$ kümesi kapalı ise F kümesi g-kapalı olduğundan Teorem 3.3.1'den $cl(F) - F = \emptyset$ dir. Böylece $cl(F) = F$, yani F kümesi kapalı olur.

Lemma 3.3.2. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F, G \subseteq \mathfrak{A}$ kümesi verilsin. F ve G kümeleri g-kapalı kümelere ise, $F \cup G$ kümesi de \mathfrak{A} üzerinde g-kapalıdır (Levine, 1970).

Uyarı 3.3.2. İki g-kapalı kümenin kesişimi, genellikle g-kapalı değildir (Levine, 1970).

Örnek 3.3.2. $\mathfrak{A} = \{a, b, c\}$ ve $\tau = \{\mathfrak{A}, \emptyset, \{a\}\}$ olsun. $F = \{a, b\}$ ve $G = \{a, c\}$ kümelerinin her biri g-kapalıdır. Çünkü $F \subseteq \mathfrak{A}$, $cl(F) \subseteq \mathfrak{A}$ ve $G \subseteq \mathfrak{A}$, $cl(G) \subseteq \mathfrak{A}$ elde edilir; fakat $F \cap G = \{a\}$ kümesi g-kapalı değildir. Çünkü, $F \cap G = \{a\} \subseteq \{a\}$ veya $F \cap G = \{a\} \subseteq \mathfrak{A}$ olabilir; ancak $cl(F \cap G) = \mathfrak{A} \not\subseteq \{a\}$ olduğundan $F \cap G$ g-kapalı değildir (Levine, 1970).

Teorem 3.3.3. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $G \subseteq F \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. G kümesi, F kümesinde g-kapalı ve F kümesi g-kapalı ise G kümesi g-kapalıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.4. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F, G \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. F kümesi g-kapalı ve G kümesi kapalı ise $F \cap G$ kümesi g-kapalıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.5. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F, G \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. Eğer F kümesi g-kapalı ve $F \subseteq G \subseteq cl(F)$ ise G kümesi de g-kapalıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.6. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $G \subseteq F \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. G, \mathfrak{A} de g-kapalı ise G, F alt uzayında g-kapalıdır (Levine, 1970).

Tanım 3.3.3. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. $(F)^c$ kümesi g-kapalı ise F kümesi g-açık küme veya genelleştirilmiş açık küme denir (Levine, 1970).

Teorem 3.3.7. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. F kümesinin g-açık olması için gerek ve yeter koşul $U \subseteq F$ ve U, \mathfrak{A} de kapalı olduğunda $U \subseteq int(F)$ olmasıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.8. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F, G \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. F ve G ayrık g-açık kümeler ise, bu durumda $F \cup G$ birleşim kümesi de g-açıktır (Levine, 1970).

Uyarı 3.3.3. İki g-açık kümenin birleşimi genelde g-açık değildir (Levine, 1970).

Teorem 3.3.9. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve F, G iki g-kapalı ve $(F)^c$ ile $(G)^c$ ayrık olsun. O halde $F \cap G$ kesişimi g-kapalıdır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.10. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq G \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. F, G alt uzayına göre g -açık ve G de, \mathfrak{A} ya göre g -açık ise, bu durumda F , \mathfrak{A} ya göre g -açıktır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.11. Eğer $\text{int}G \subseteq F \subseteq G$ ve G g -açık ise, bu durumda F , g -açıktır (Levine, 1970).

Teorem 3.3.12. (\mathfrak{A}, τ) topolojisinde bir F kümesinin g -kapalı olması için gerek ve yeter koşul $cl(F) - F$ kümesinin g -açık olmasıdır (Levine, 1970).

Tanım 3.3.4. (\mathfrak{A}, τ) , \mathfrak{A} üzerinde bir topoloji ve $F \subseteq \mathfrak{A}$ kümesi verilsin. Bu durumda (\mathfrak{A}, τ) uzayındaki her U açık kümesi için F kümesi;

- i. $F \subseteq U$ ve $cl(F) \subseteq U$ ise, genelleştirilmiş kapalı (g -kapalı),
- ii. $F \subseteq U$ ve $cl_\alpha(F) \subseteq U$ ise α -genelleştirilmiş kapalı (αg -kapalı),
- iii. $F \subseteq U$ ve $cl_s(F) \subseteq U$ ise, genelleştirilmiş semi-kapalı (gs -kapalı),
- iv. $F \subseteq U$ ve $cl_p(F) \subseteq U$ ise, genelleştirilmiş pre-kapalı (gp -kapalı),
- v. $F \subseteq U$ ve $cl_b(F) \subseteq U$ ise, genelleştirilmiş b-kapalı (gb -kapalı)

olarak tanımlanır (Levine, 1970; Maki et al., 1994; Arya and Noiri, 1990; Maki et al., 1996; Ganster and Steiner, 2007).

F kümesinin tümleyeni sırasıyla genelleştirilmiş açık küme, α -genelleştirilmiş açık küme, genelleştirilmiş semi-açık küme, genelleştirilmiş pre-açık küme ve genelleştirilmiş b-açık küme olarak adlandırılır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Genelleştirilmiş kapalı kümeler ilk defa 1970 yılında Levine tarafından tanımlanmıştır. Daha sonra, genelleştirilmiş kümelerde ve nütrosöfik esnek kümelerde semi, α , pre, b-kapalı kümelerle ilgili çalışmalar (Arya and Noiri, 1990; Maki *et al.*, 1994; Maki *et al.*, 1996; Ganster and Steiner, 2007; Ebenanjar *et al.*, 2020a, 2020b) yapılmıştır.

Bu bölümde nütrosöfik esnek topolojik uzaylarda nütrosöfik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler ve bu kümelerin çeşitleri (α , pre, semi, b) tanımlanmış ve bu yeni kümelerin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler teorem ve örnekler yardımıyla incelenmiştir.

4.1. Nütrosöfik Esnek Genelleştirilmiş Kapalı Kümeler

Tanım 4.1.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosöfik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesini içeren her nütrosöfik esnek açık \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesine nütrosöfik esnek genelleştirilmiş kapalı küme (*NSGCS*) denir.

Teorem 4.1.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosöfik esnek kapalı küme, nütrosöfik esnek genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosöfik esnek açık küme olduğunda $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ dir. \tilde{F}_E nütrosöfik esnek kapalı küme olduğundan, $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{F}_E$ [$\tilde{F}_E = N\tilde{cl}(\tilde{F}_E)$ olduğundan] olur. Buradan $N\tilde{cl}(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olur. Dolayısıyla, $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosöfik esnek genelleştirilmiş kapalı kümedir.

Uyarı 4.1.1. Aşağıdaki örnekte görüldüğü gibi, yukarıdaki teoremin tersinin doğru olması gerekmez.

Örnek 4.1.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosöfik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1’de verildiği gibi tanımlansın. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.3, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.2, 0.6 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.3 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nötrosofik esnek kümesi; $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E = \tilde{I}_E$ ve $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \subseteq \tilde{U}_E = \tilde{I}_E$ olduğundan \tilde{F}_E nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı kümedir. Fakat $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan nötrosofik esnek kapalı küme değildir.

Teorem 4.1.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı kümeler ise, bu durumda $\tilde{M}_E \cup \tilde{N}_E$ kümesi, \mathfrak{A} üzerinde nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGCS* olsun. O zaman $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olduğunda $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık küme ve $N\tilde{s}cl(\tilde{N}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olduğunda $\tilde{N}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık kümedir. \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E , \tilde{U}_E kümesinin alt kümesi olduğundan, $\tilde{M}_E \cup \tilde{N}_E$ kümesi de \tilde{U}_E nötrosofik esnek açık kümenin alt kümesi olur. Teorem 3.2.2. (vii)' den $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E \cup \tilde{N}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. Bu da $\tilde{M}_E \cup \tilde{N}_E$ kümesinin, \mathfrak{A} üzerinde nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı küme olduğunu gösterir.

Teorem 4.1.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı kümeler ise, bu durumda $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) \subseteq N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) \cap N\tilde{s}cl(\tilde{N}_E)$.

İspat. \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGCS* olsun. O zaman, $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{G}_E$ olduğunda $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nötrosofik esnek açık küme ve $N\tilde{s}cl(\tilde{N}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olduğunda $\tilde{N}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık kümedir. \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E , \tilde{U}_E kümesinin alt kümesi olduğundan, $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$ kümesi de \tilde{U}_E nötrosofik esnek açık kümenin alt kümesi olur. $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E \subseteq \tilde{M}_E$ ve $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E \subseteq \tilde{N}_E$, Teorem 3.2.2 (viii)'den $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) \subseteq N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E)$ ve $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) \subseteq N\tilde{s}cl(\tilde{N}_E)$, buradan $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) \subseteq N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) \cap N\tilde{s}cl(\tilde{N}_E)$ elde edilir.

Uyarı 4.1.2. İki nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.1.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{I}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nötrosofik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nötrosofik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.7, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.6, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.7, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.9, 0.6, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.5, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\},$$

$$\tilde{N}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 1.0, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.8, 0.2 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\}.$$

Buradan $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.7, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.6, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\}$ bulunur.

Tanım 4.1.1'den \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı kümelerdir; fakat $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\check{s}cl(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) = 1_E \notin (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGCS* değildir.

Teorem 4.1.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{N}_E$ olacak şekilde iki NSS olsun. \tilde{M}_E kümesi, nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı \tilde{N}_E kümesinde nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı ise, bu durumda \tilde{M}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalıdır.

Teorem 4.1.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E kümesi nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı ve \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek kapalı ise, bu durumda $\tilde{M}_E \cap \tilde{F}_E$ kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalıdır.

Teorem 4.1.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı küme ve $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{N}_E \subseteq N\check{s}cl(\tilde{M}_E)$ ise, bu durumda \tilde{N}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık küme ve $\tilde{N}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olsun. O halde, $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{N}_E$ olduğundan $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olduğu açıktır. \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı küme olduğundan, $N\check{s}cl(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olur. Teorem 3.2.2 (v)'ten $N\check{s}cl(\tilde{N}_E) \subseteq N\check{s}cl(\tilde{M}_E)$ dir. Buradan $N\check{s}cl(\tilde{N}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olduğundan, \tilde{N}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı kümedir.

Teorem 4.1.7. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı kümesinin kapalı olması için gerek ve yeter şart $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesinin kapalı olmasıdır.

İspat. \tilde{M}_E kümesi nütrosifik esnek kapalı ise $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E = \tilde{\emptyset}_E$ ve $\tilde{\emptyset}_E$ kapalıdır. Eğer $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesi kapalı ise, \tilde{M}_E kümesi nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı olduğundan Teorem 3.3.1'den $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E = \tilde{\emptyset}_E$ dir. Böylece, $N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E$ ve bu durumda, \tilde{M}_E kümesi kapalı olur.

Tanım 4.1.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\tilde{F}_E)^c$ kümesi nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı ise \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık küme denir.

Tanım 4.1.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesinin içerdiği her nütrosifik esnek kapalı \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{U}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ve $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)$ ise, \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık küme (*NSGOS*) denir.

Örnek 4.1.3. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.1.2'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.9 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.3, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

\tilde{M}_E , Tanım 4.1.3'ten, $\tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{M}_E$ ve $\tilde{\emptyset}_E \subseteq N\tilde{s}int(\tilde{M}_E) = \tilde{\emptyset}_E$ eşitlikleri yazılır. Böylece, \tilde{M}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NSGOS*'dir.

Teorem 4.1.8. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay $\tilde{M}_E, \tilde{N}_E \subseteq \mathfrak{A}$ olsun. \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E ayrık nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık kümeler ise, o halde $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$ kümesi de nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık kümedir.

Uyarı 4.1.3. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.1.4. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.1.2'deki gibi tanımlansın.

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.2, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.3, 0.8 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.5, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.6, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.4, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.4, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.4, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.4, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Buradan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$ bulunur.

Tanım 4.1.3'ten \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek geliştirilmiş açık kümelerdir; fakat $(\tilde{F}_E)_1^c \notin N\tilde{S}int(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) = \emptyset_E$ olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGOS* değildir.

Sonuç 4.1.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E ayrık nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı kümeler olsun. $(\tilde{M}_E)^c$ ve $(\tilde{N}_E)^c$ ayrık olsun. O halde, $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$ kümesi nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalıdır.

$(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E)^c$ nütrosifik esnek geliştirilmiş açık olduğundan Teorem 4.1.8 kullanılarak Sonuç 4.1.1 sağlanır.

Teorem 4.1.9. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş açık küme ve $N\tilde{S}int(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{N}_E \subseteq \tilde{M}_E$ ise, bu durumda \tilde{N}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek geliştirilmiş açık kümedir.

İspat. $(\tilde{M}_E)^c \subseteq (\tilde{N}_E)^c \subseteq N\tilde{S}cl(\tilde{M}_E)^c$ ve $(\tilde{M}_E)^c$ nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı olduğundan, Teorem 4.1.6'dan $(\tilde{N}_E)^c$ kümesi de nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalıdır. Buradan, \tilde{N}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş açık kümedir.

Teorem 4.1.10. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı kümesinin kapalı olması için gerek ve yeter şart $N\tilde{S}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesinin nütrosifik esnek geliştirilmiş açık olmasıdır.

İspat. \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{S}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$, \tilde{U}_E nütrosifik esnek kapalıdır. \tilde{M}_E nütrosifik esnek geliştirilmiş kapalı olduğundan $N\tilde{S}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesi $\tilde{\emptyset}_E$ kümesini kapsar ve $\tilde{U}_E = \tilde{\emptyset}_E$ dir. $N\tilde{S}cl(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$

olduğundan $\tilde{\varnothing}_E \subseteq N\tilde{shint}$ elde edilir Teorem 4.1.3'ten $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesinin nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık olduğu sağlanır.

Tersine, $\tilde{\varnothing}_E$ nütrosifik esnek açık olduğunda $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{\varnothing}_E$ olduğunu varsayalım. $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) \cap (\tilde{\varnothing}_E)^c \subseteq N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ ve $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) \cap (\tilde{\varnothing}_E)^c$ kapalı olduğundan $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E$ kümesinin nütrosifik esnek genelleştirilmiş açık, buradan $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) \cap (\tilde{\varnothing}_E)^c \subseteq N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) - \tilde{M}_E) = \tilde{\varnothing}_E$ olur. O halde $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) \cap (\tilde{\varnothing}_E)^c = \tilde{\varnothing}_E$ veya $N\tilde{schl}(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{\varnothing}_E$ olduğundan \tilde{M}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalıdır.

4.2. Nütrosifik Esnek α -Genelleştirilmiş Kapalı Kümeler

Tanım 4.2.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesini içeren her nütrosifik esnek açık \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{schl}_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme ($NS\alpha GCS$) denir.

Teorem 4.2.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek kapalı küme bir nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. $N\tilde{schl}_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E \cup N\tilde{schl}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup \tilde{F}_E = \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. Sonuç olarak, \tilde{F}_E kümesi, $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında bir $NS\alpha GCS$ 'dir.

Teorem 4.2.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek α -kapalı küme bir nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -kapalı küme olduğundan $N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E$ dir. $N\tilde{schl}_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ eşitliğinden \tilde{F}_E kümesi, $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında bir $NS\alpha GCS$ 'dir.

Teorem 4.2.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek regular kapalı küme bir nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek regular kapalı küme olsun. Tanımdan $\tilde{F}_E = N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E))$ sağlanır. O halde, $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E))$ dir. Buradan $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$ elde edilir. $\tilde{F}_E, \mathfrak{A}$ üzerinde nütrosifik esnek kapalıdır. Teorem 4.2.1'den \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir.

Uyarı 4.2.1. Yukarıda verilen teoremlerin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek $NS\alpha GCS$ ve $NSCS$ 'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.2.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1' deki gibi tanımlansın. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.1, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.2, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi; $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E = \tilde{I}_E$ ve $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{I}_E$ sağlandığından $NS\alpha GCS$ 'dir. Tanım 3.2.7'den; $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan $NSCS$ değildir.

$$\begin{aligned} N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E))) &= N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(((\tilde{F}_E)_2)^c)) \\ &= N\tilde{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin \tilde{F}_E \end{aligned}$$

olduğundan $NS\alpha CS$ değildir.

$N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) = N\tilde{s}cl(\tilde{\emptyset}_E) = \tilde{\emptyset}_E$ ve $N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan $NSrCS$ değildir.

Uyarı 4.2.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında, hem nütrosifik esnek semi kapalı küme ile nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme hem de nütrosifik esnek pre-kapalı küme ile nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme arasındaki ilişki bağımsızdır.

Örnek 4.2.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1' deki gibi tanımlansın.

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nötrosofik esnek kümesi için; $\tilde{K}_E \subseteq \tilde{I}_E$ olacak şekilde \tilde{I}_E NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (v) ve Tanım 4.2.1 kullanılarak $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E)\right)\right) = \tilde{I}_E \subseteq \tilde{I}_E$ elde edilir. Dolayısıyla, \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NS α GCS'dir; fakat Tanım 3.2.7'den $N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E)\right) = N\tilde{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin \tilde{K}_E$ olduğundan NSpCS ve $N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E)\right) = N\tilde{s}int(\tilde{I}_E) = \tilde{I}_E \notin \tilde{K}_E$ bir NSSCS değildir.

$$\tilde{H}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.3, 0.6 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.5, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nötrosofik esnek kümesi için; $\tilde{H}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_2$ NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (v) ve Tanım 4.2. kullanılarak

$$N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{H}_E) = \tilde{H}_E \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{H}_E)\right)\right) = \tilde{H}_E \cup ((\tilde{F}_E)_2)^c = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin$$

$(\tilde{F}_E)_2$ elde edilir. Dolayısıyla, \tilde{H}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NS α GCS değildir. Fakat

$$N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int(\tilde{H}_E)\right) = \tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{H}_E$$
 olduğundan NSpCS'dir.

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.3, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.4, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

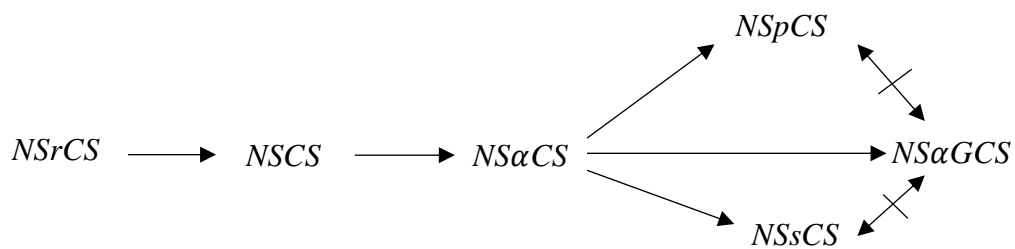
nötrosofik esnek kümesi için; $\tilde{M}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_1$ NSOS vardır. Teorem

3.2.5 (v) ve Tanım 4.2.1'den $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E)\right)\right) = \tilde{M}_E \cup$

$((\tilde{F}_E)_2)^c = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin (\tilde{F}_E)_1$. Dolayısıyla \tilde{M}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NS α GCS değildir;

fakat $N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E)\right) = N\tilde{s}int\left((\tilde{F}_E)_2\right)^c = (\tilde{F}_E)_1 \subseteq \tilde{M}_E$ olduğundan NSSCS'dir.

Uyarı 4.2.3: $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nötrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Aşağıdaki şekil NS α GCS ve NSSCS'ler arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 4.1. $NS\alpha GCS$ ve $NSCS$ 'ler arasındaki ilişkinin gösterimi

Şekil 4.1'de $A \rightarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin tek yönlü olduğunu, tersinin doğru olmadığını göstermektedir. $A \not\leftarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin bağımsız olduğunu göstermektedir.

Uyarı 4.2.4. İki nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.2.3. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1' deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$
$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.7, 0.2 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.8, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.2.1'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α - genelleştirilmiş kapalı kümelerdir; fakat $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) = (\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) \cup$

$N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E)\right)\right) = (\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left((\tilde{F}_E)_2\right)^c\right) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde $NS\alpha GCS$ değildir.

Teorem 4.2.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek küme olsun. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E \subseteq N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E)$ ise, \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{G}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , \mathfrak{A} de nütrosifik esnek açık küme olsun. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E$ olduğundan $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. Hipoteze göre, $\tilde{G}_E \subseteq N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E)$. O halde, \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme olduğundan $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{G}_E) \subseteq N\tilde{s}cl_\alpha\left(N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E)\right) = N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Buradan \tilde{G}_E , $NS\alpha GCS$ olur.

Tanım 4.2.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesinin içerdiği her nütrosifik esnek kapalı \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{U}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ve $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{F}_E)$ ise, \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme ($NS\alpha GOS$) denir.

Tanım 4.2.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\tilde{F}_E)^c$ kümesi nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı ise \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme denir.

Teorem 4.2.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve olsun. Bu durumda:

- i. Her *NSOS* bir *NS α GOS*,
- ii. Her *NS α OS* bir *NS α GOS*,
- iii. Her *NS r OS* bir *NS α GOS*'dir.

İspat. Teorem 4.2.1, Teorem 4.2.2, Teorem 4.2.3'ün tümleyenleri alınarak ispat tamamlanmış olur.

Uyarı 4.2.5. Yukarıda verilen teoremin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek *NS α GOS* ve *NSOS*'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.2.4. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E *NSS* aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.4, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.8, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

\tilde{K}_E nütrosifik esnek kümesi için; $\tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{K}_E$ olacak şekilde $\tilde{\emptyset}_E$ *NSCS* vardır. Teorem 3.2.5

(vi) ve Tanım 4.2.2'den, $\tilde{\emptyset}_E \subseteq \tilde{K}_E$ ve $\tilde{\emptyset}_E \subseteq N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cap$

$N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E))) = \tilde{K}_E \cap \tilde{\emptyset}_E = \tilde{\emptyset}_E$ olduğundan \mathfrak{A} üzerinde *NS α GOS*'dir;

ancak Tanım 3.2.8'den

$N\tilde{s}int(\tilde{K}_E) \neq \tilde{K}_E$ olduğundan *NSOS* değildir.

$$\tilde{K}_E \not\subseteq N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E))) = N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{\emptyset}_E)) = N\tilde{s}int(\tilde{\emptyset}_E) = \tilde{\emptyset}_E$$

olduğundan *NS α OS* değildir. $\tilde{K}_E \neq N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E))$ olduğundan *NS r OS* değildir.

Uyarı 4.2.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında, hem nütrosifik esnek semi açık küme ile nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme hem de nütrosifik esnek pre-açık küme ile nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme arasındaki ilişki bağımsızdır.

Uyarı 4.2.7. İki nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.2.5. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.2.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.7, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.2, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.7, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.3 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.2.2'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık kümelerdir; fakat

$$\begin{aligned} ((\tilde{F}_E)_1)^c &\not\subseteq N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) = (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E)\right)\right) \\ &= (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)_2\right) \\ &= (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap (\tilde{F}_E)_2 = (\tilde{F}_E)_2 \end{aligned}$$

olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde $NS\alpha GOS$ değildir.

Teorem 4.2.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık küme ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek küme olsun. $N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ise, bu durumda \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık kümedir.

İspat. Hipoteze göre, $N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$. O halde $(\tilde{F}_E)^c$ nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme ve $(\tilde{F}_E)^c \subseteq (\tilde{G}_E)^c \subseteq N\tilde{s}cl_\alpha((\tilde{F}_E)^c)$ elde edilir. Teorem 4.2.4'e göre $(\tilde{G}_E)^c$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı kümedir. Bu yüzden, \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş açık kümedir.

4.3. Nötrosofik Esnek Genelleştirilmiş Pre-Kapalı Kümeler

Tanım 4.3.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nötrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{F}_E kümesini içeren her nötrosofik esnek açık \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesine nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme (*NSGpCS*) denir.

Teorem 4.3.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat: $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nötrosofik esnek açık olsun. $N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{schl}(\tilde{F}_E)$ ve \tilde{F}_E nötrosofik esnek kapalı küme olduğundan $N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{schl}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ dir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGpCS*'dir.

Teorem 4.3.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek regular kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat. \tilde{F}_E kümesi nötrosofik esnek regular kapalı olduğundan tanım 3.2.7 (ii)'den $\tilde{F}_E = N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E))$ dir. Buradan $N\tilde{schl}(\tilde{F}_E) = N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E))$ olduğu açıktır. $N\tilde{schl}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$. O zaman $\tilde{F}_E, \mathfrak{A}$ üzerinde nötrosofik esnek kapalıdır. Teorem 4.3.1'den her nötrosofik esnek kapalı küme nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme olduğundan, \tilde{F}_E nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

Teorem 4.3.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek α -kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nötrosofik esnek α -kapalı olduğundan $N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E$, Teorem 3.2.2. (i)'den $\tilde{F}_E \subseteq N\tilde{schl}(\tilde{F}_E)$ olduğundan,

$$N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E)) \subseteq N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E))) \subseteq \tilde{F}_E$$

yazılır. O halde, $N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{schl}(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. Buradan $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde *NSGpCS*'dir.

Teorem 4.3.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme olduğundan

$$N\tilde{s}cl_{\alpha}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)\right)\right) \subseteq \tilde{U}_E$$

elde edilir. O halde, Teorem 3.2.2 (i)'den $N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int\left(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)\right)\right) \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)\right) \subseteq \tilde{U}_E$. Buradan $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl\left(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)\right) \subseteq \tilde{U}_E$ sağlandığından $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde $NSGpCS$ 'dir.

Teorem 4.3.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat. Nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı küme tanımından $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık küme olduğunda $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ dir. $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)$ olduğu için ve hipotezden $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $NSGpCS$ 'dir.

Uyarı 4.3.1. Yukarıda verilen teoremlerin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek $NSGpCS$ ve $NSCS$ 'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.3.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametreler kümesi olsun.

$\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.5, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.3, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\},$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.6, 0.2 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.7, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.7, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\}.$$

şeklinde verilsin. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.7, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.6, 0.2 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.5, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nötrosofik esnek kümesi için; $\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_2$ NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (iii) ve Tanım 4.3.1'den $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl((\tilde{F}_E)_1) = \tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$. Dolayısıyla, \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGpCS dir. Ayrıca Tanım 3.2.7'den; $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSCS değildir.

$N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) = N\tilde{s}cl((\tilde{F}_E)_1) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \neq \tilde{F}_E$ olduğundan \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSrCS değildir.

$N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E))) = N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{1}_E)) = \tilde{1}_E \not\subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NS α CS değildir.

$\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ ve $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E))) = \tilde{1}_E \not\subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.2.1'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NS α GCS değildir.

$\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ ve $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = \tilde{1}_E \not\subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.1.1'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGCS değildir.

Teorem 4.3.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek pre-kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nötrosofik esnek pre-kapalı olduğundan $N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$. Buradan $N\tilde{s}cl_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında NSGpCS'dir.

Uyarı 4.3.2. Yukarıda verilen Teorem 4.3.6'nın tersinin her zaman doğru olmadığı aşağıdaki örnekte gösterilmiştir.

Örnek 4.3.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nötrosofik esnek topolojik uzayı Örnek 4.3.1'deki gibi tanımlansın. O halde

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.7, 0.1 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 1.0, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.9, 0.8, 0.1 \rangle \} \end{array} \right\}$$

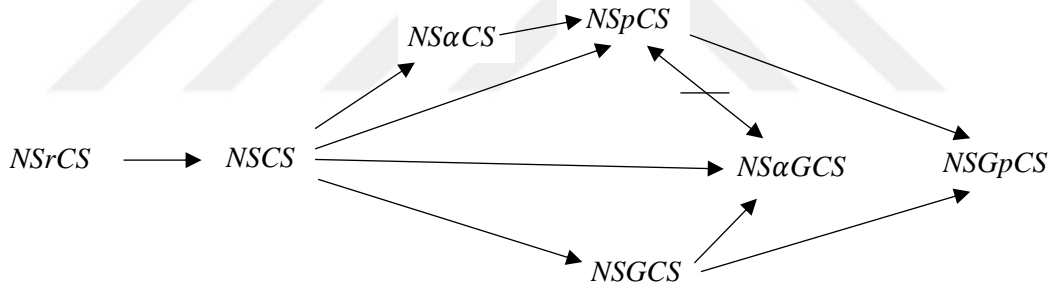
nötrosofik esnek kümesi için; $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{I}_E$ olacak şekilde \tilde{I}_E NSOS vardır. Teorem 3.2. 5 (iii) ve Tanım 4.3.1'den

$$N\check{s}cl_p(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) = \tilde{F}_E \cup N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = \tilde{I}_E \subseteq \tilde{I}_E$$

elde edilir.

Dolayısıyla, \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGpCS'dir; fakat $N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) = N\check{s}cl((\tilde{F}_E)_2) = \tilde{I}_E \not\subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan NSpCS değildir.

Uyarı 4.3.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nötrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Aşağıdaki şekil NSGpCS ve NSCS'ler arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 4. 2. NSGpCS ve NSCS'ler arasındaki ilişkinin gösterimi

Şekil 4.2'de $A \longrightarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin tek yönlü olduğunu, tersinin doğru olmadığını göstermektedir. $A \not\longleftarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin bağımsız olduğunu göstermektedir.

Uyarı 4.3.4. İki nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nötrosofik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.3.3. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{I}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nötrosofik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ ve $(\tilde{F}_E)_2$ nötrosofik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.7, 0.3 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.4, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.9 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.7, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.6, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.2 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.7, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.9, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.3.1'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümeler olmasına rağmen $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_p(\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) = (\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E)) = (\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) \cup ((\tilde{F}_E)_2)^c \not\subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde $NSGpCS$ değildir.

Tanım 4.3.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesinin içerdiği her nütrosifik esnek kapalı \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{U}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ve $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{s}int_p(\tilde{F}_E)$ ise, bu durumda \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme ($NSGpOS$) denir.

Tanım 4.3.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\tilde{F}_E)^c$ kümesi nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı ise \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme denir.

Teorem 4.3.7. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay olsun. Bu durumda:

- i. Her $NSOS$ bir $NSGpOS$,
- ii. Her $NSrOS$ bir $NSGpOS$,
- iii. Her $NS\alpha OS$ bir $NSGpOS$,
- iv. Her $NS\alpha GOS$ bir $NSGpOS$,
- v. Her $NSGOS$ bir $NSGpOS$,
- vi. Her $NSpOS$ bir $NSGpOS$ 'dir.

İspat. Teorem 4.3.1, 4.3.2, 4.3.3, 4.3.4, 4.3.5 ve 4.3.6'nın tümleyenleri alınarak ispat tamamlanmış olur.

Uyarı 4.3.5. Yukarıda verilen teoremin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek $NSGpOS$ ve $NSOS$ 'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.3.4. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.3.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E NSS aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.8, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}.$$

\tilde{K}_E nütrosifik esnek kümesi için; $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{K}_E$ olacak şekilde $((\tilde{F}_E)_1)^c$ NSCS vardır. Teorem 3.2.5 (iv) ve Tanım 4.3.2'den, $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{K}_E$ ve $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq N\tilde{sint}_p(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cap N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(\tilde{K}_E)) = \tilde{K}_E \cap \tilde{I}_E = \tilde{K}_E$ olduğundan \mathfrak{A} üzerinde NSGpOS'dir. Tanım 3.2.8'den $N\tilde{sint}(\tilde{K}_E) \neq \tilde{K}_E$ olduğundan NSOS değildir. Dahası,

$$\begin{aligned} \tilde{K}_E &\not\subseteq N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(N\tilde{sint}(\tilde{K}_E))) = N\tilde{sint}(N\tilde{scl}((\tilde{F}_E)_1)) \\ &= N\tilde{sint}((\tilde{F}_E)_1)^c = (\tilde{F}_E)_1 \end{aligned}$$

olduğundan NS α OS de değildir. Ayrıca, $\tilde{K}_E \neq N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(\tilde{K}_E))$ olduğundan NSrOS de değildir ve son olarak, Tanım 4.2.1'den yani; $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{K}_E$ ve $((\tilde{F}_E)_1)^c \not\subseteq N\tilde{sint}_\alpha(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cap N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(N\tilde{sint}(\tilde{K}_E))) = \tilde{K}_E \cap (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan NS α GOS değildir.

Örnek 4.3.5. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.3.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{G}_E NSS aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_3 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}.$$

\tilde{G}_E nütrosifik esnek kümesi için; $((\tilde{F}_E)_2)^c \subseteq \tilde{G}_E$ olacak şekilde $((\tilde{F}_E)_2)^c$ NSCS vardır. Teorem 3.2.5 (iv). ifadesinden ve Tanım 4.3.2'den, $((\tilde{F}_E)_2)^c \subseteq \tilde{G}_E$ ve $((\tilde{F}_E)_2)^c \subseteq N\tilde{sint}_p(\tilde{G}_E) = \tilde{G}_E \cap N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(\tilde{G}_E)) = \tilde{G}_E \cap (\tilde{F}_E)_1 = (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan \mathfrak{A}

üzerinde $NSGpOS$ 'dir. Ancak, $\tilde{G}_E \notin N\tilde{S}int\left(N\tilde{S}cl(\tilde{G}_E)\right) = (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan, Tanım 3.2.8'den $NSpOS$ değildir.

Uyarı 4.3.6. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.3.6. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.3.3'teki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.3, 0.9 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.5, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.4, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.4, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.4, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.5, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.3.2'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık kümelerdir; fakat $\left((\tilde{F}_E)_1\right)^c \notin N\tilde{S}int_p(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) = (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap N\tilde{S}int\left(N\tilde{S}cl(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E)\right) = (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap (\tilde{F}_E)_2 = (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde $NSGpOS$ değildir.

Teorem 4.3.8. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her \tilde{F}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek küme olsun. $N\tilde{S}int_p(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ise, bu durumda \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık kümedir.

İspat. Hipoteze göre, $(\tilde{F}_E)^c \subseteq (\tilde{G}_E)^c \subseteq \left(N\tilde{S}int_p(\tilde{F}_E)\right)^c$. O halde $(\tilde{F}_E)^c \subseteq (\tilde{G}_E)^c$ ve $(\tilde{F}_E)^c \subseteq \tilde{U}_E$ nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme ve $(\tilde{F}_E)^c \subseteq (\tilde{G}_E)^c \subseteq N\tilde{S}cl_p\left((\tilde{F}_E)^c\right)$ elde edilir. $(\tilde{G}_E)^c$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı kümedir. Dolayısıyla, \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık kümedir.

4.4. Nütrosifik Esnek Genelleştirilmiş Semi-Kapalı Kümeler

Tanım 4.4.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesini içeren her nütrosifik esnek açık \tilde{U}_E

kümesi için $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ ise, bu durumda \tilde{F}_E kümesine nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı küme (*NSGsCS*) denir.

Teorem 4.4.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek kapalı olduğundan $N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$. Ayrıca, $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)$ ve \tilde{F}_E nütrosifik esnek kapalı küme olduğundan $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ dir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGsCS* dir.

Teorem 4.4.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı olduğundan $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Ayrıca $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)$ olduğundan $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. Bu yüzden, $\tilde{F}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGsCS*'dir.

Teorem 4.4.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek semi-kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek semi-kapalı olduğundan $N\tilde{shint}(N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$. Buradan $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{shint}(N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGsCS* dir.

Teorem 4.4.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

İspat: $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme olduğundan $N\tilde{sch}_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Ayrıca, $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}_\alpha(\tilde{F}_E)$ olduğu açıktır. Dolayısıyla, $N\tilde{sch}_s(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. Sonuç olarak, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGsCS*'dir.

Uyarı 4.4.1. Yukarıda verilen teoremlerin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek *NSGsCS* ve *NSCS*'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.4.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun.

$\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.5, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.2, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.3, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

şeklinde verilsin. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.1, 0.8 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.2, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi için; $\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_2$ *NSOS* vardır. Teorem 3.2.5 (i). şikkından ve Tanım 4.4.1'den $N\tilde{s}cl_s(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)) = \tilde{F}_E \cup N\tilde{s}int((\tilde{F}_E)_1)^c = \tilde{F}_E \cup (\tilde{F}_E)_2 = (\tilde{F}_E)_2 \subseteq (\tilde{F}_E)_2$. Dolayısıyla, \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NSGsCS*'dir.

$N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) \neq \tilde{F}_E$ olduğundan Tanım 3.2.7'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NSCS* değildir.

$\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ ve $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = ((\tilde{F}_E)_1)^c \not\subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.1.1'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NSGCS* değildir.

$\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_2$ ve $N\tilde{s}cl_\alpha(\tilde{F}_E) = ((\tilde{F}_E)_1)^c \not\subseteq (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.2.1'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NS α GCS* değildir.

$N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E)) = N\tilde{s}int((\tilde{F}_E)_1)^c = (\tilde{F}_E)_2 \not\subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan Tanım 3.2.7'den \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde *NSsCS* değildir.

Uyarı 4.4.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme ile nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı küme ile arasındaki ilişki bağımsızdır.

Örnek 4.4.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

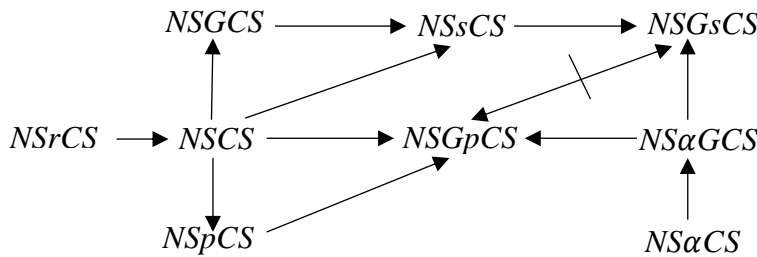
$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.5, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi için; $\tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_1$ NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (iii). şikkından ve Tanım 4.3.1'den $N\tilde{s}cl_p(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E)) = \tilde{K}_E \cup ((\tilde{F}_E)_2)^c = ((\tilde{F}_E)_2)^c \not\subseteq (\tilde{F}_E)_1$. Dolayısıyla, \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGpCS değildir. Buna rağmen, $\tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_s(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cup N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E)) = \tilde{K}_E \cup (\tilde{F}_E)_2 = \tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan Teorem 3.2.5 (i). şikkından ve Tanım 4.4.1'den \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGsCS'dir.

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.6, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.3, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.5, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi için; $\tilde{M}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_2$ NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (iii). şikkından ve Tanım 4.3.1'den $N\tilde{s}cl_p(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E \cup N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{M}_E)) = \tilde{M}_E \cup \tilde{\varnothing}_E = \tilde{M}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$. Dolayısıyla, \tilde{M}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGpCS'dir. Buna rağmen, $\tilde{M}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_s(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E \cup N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{M}_E)) = \tilde{M}_E \cup \tilde{1}_E = \tilde{1}_E \not\subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan Teorem 3.2.5 (i). şikkından ve Tanım 4.4.1'den \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde NSGsCS değildir.

Uyarı 4.4.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. Aşağıdaki şekil NSGsCS ve NSCS'ler arasındaki ilişkiyi göstermektedir



Şekil 4.3. NSGsCS ve NSCS'ler arasındaki ilişkinin gösterimi

Şekil 4.3’de $A \rightarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin tek yönlü olduğunu, tersinin doğru olmadığını göstermektedir. $A \not\leftrightarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin bağımsız olduğunu göstermektedir.

Uyarı 4.4.4. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.4.3. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nütrosifik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.7, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.7, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.4, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.8, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.6, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.8, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.4.1’den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümelerdir; fakat $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_s(\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E) = 1_E \notin (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{G}_E \cap \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde NSG_sCS değildir.

Teorem 4.4.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı küme ve $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{N}_E \subseteq N\tilde{s}cl_s(\tilde{M}_E)$ ise, bu durumda \tilde{N}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

İspat. \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek açık küme ve $\tilde{N}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olsun. Bu durumda, $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{N}_E$ olduğundan, $\tilde{M}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olduğu açıktır. \tilde{M}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı küme olduğundan, $N\tilde{s}cl_s(\tilde{M}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Teorem üste $\tilde{N}_E \subseteq N\tilde{s}cl_s(\tilde{M}_E)$ verildiğinden $N\tilde{s}cl_s(\tilde{N}_E) \subseteq N\tilde{s}cl_s(\tilde{M}_E)$ olduğu açıktır. Buradan $N\tilde{s}cl_s(\tilde{N}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ olduğundan, \tilde{N}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı kümedir.

Tanım 4.4.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesinin içerdiği her nütrosifik esnek kapalı

\tilde{U}_E kümesi için $\tilde{U}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ve $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{s}int_s(\tilde{F}_E)$ ise, bu durumda \tilde{F}_E kümesine nütrosofik esnek genelleştirilmiş semi-açık küme (*NSGsOS*) denir.

Tanım 4.4.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\tilde{F}_E)^c$ kümesi nütrosofik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı ise \tilde{F}_E kümesine nütrosofik esnek genelleştirilmiş semi-açık küme denir.

Teorem 4.4.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nütrosofik esnek topolojik uzay olsun. Bu durumda:

- i. Her *NSOS* bir *NSGsOS*,
- ii. Her *NSGOS* bir *NSGsOS*,
- iii. Her *NSsOS* bir *NSGsOS*,
- iv. Her *NS α GOS* bir *NSGsOS*'dir.

İspat: Teorem 4.4.1, 4.4.2, 4.4.3 ve 4.4.4'ün tümleyenleri alınarak ispat tamamlanmış olur.

Uyarı 4.4.5. Yukarıda verilen teoremin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnek *NSGsOS* ve *NSOS*'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.4.4. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosofik esnek topolojik uzayı Örnek 4.4.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{M}_E *NSS* aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.6, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.6, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

\tilde{M}_E nütrosofik esnek kümesi için; $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{M}_E$ olacak şekilde $((\tilde{F}_E)_1)^c$ *NSCS* vardır.

Teorem 3.2.5(ii) ve Tanım 4.4.2'den, $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{M}_E$ ve $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq N\tilde{s}int_s(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E \cap N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{M}_E)) = \tilde{M}_E \cap ((\tilde{F}_E)_1)^c = ((\tilde{F}_E)_1)^c$ olduğundan \mathfrak{A} üzerinde *NSGsOS*'dir. Buna rağmen, $N\tilde{s}int(\tilde{M}_E) \neq \tilde{M}_E$ olduğundan Tanım 3.2.8'den *NSOS* değildir.

$((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{M}_E$ ve $((\tilde{F}_E)_1)^c \notin N\tilde{s}int(\tilde{M}_E) = (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.1.2'den *NSGOS* değildir.

$\tilde{M}_E \notin N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{M}_E)) = ((\tilde{F}_E)_1)^c$ olduğundan Tanım 3.2.8'den *NSsOS* değildir.

$((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{M}_E$ ve $\tilde{M}_E \notin N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{M}_E) = \tilde{M}_E \cap N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{M}_E))) = \tilde{M}_E \cap N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl((\tilde{F}_E)_2)) = \tilde{M}_E \cap N\tilde{s}int(((\tilde{F}_E)_1)^c) = (\tilde{F}_E)_2$ olduğundan Tanım 4.2.2'den *NS α GOS* değildir.

Uyarı 4.4.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-açık küme ile nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-açık küme ile arasındaki ilişki bağımsızdır.

Uyarı 4.4.7. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-açık kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.4.5. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 3.2.1'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.6, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.2, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.2, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.4, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.4.2'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş semi-açık kümelerdir. $((\tilde{F}_E)_1)^c \subseteq \tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$ olacak şekilde $((\tilde{F}_E)_1)^c$ bir *NCS*s vardır.

$$\begin{aligned} ((\tilde{F}_E)_1)^c \notin N\tilde{s}int_s(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) &= (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E)) \\ &= (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap N\tilde{s}cl(\tilde{\emptyset}_E) \\ &= (\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) \cap \tilde{\emptyset}_E = \tilde{\emptyset}_E \end{aligned}$$

olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGSOS* değildir.

4.5. Nötrosofik Esnek Genelleştirilmiş b-Kapalı Kümeler

Tanım 4.5.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nötrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesini içeren her nötrosofik esnek açık \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ ise, \tilde{F}_E kümesine nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme (*NSGbCS*) denir.

Teorem 4.5.1. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nötrosofik esnek kapalı olduğundan $N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$. Ayrıca $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)$ ve \tilde{F}_E nötrosofik esnek kapalı küme olduğundan $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ dir. Bu yüzden, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGbCS* dir.

Teorem 4.5.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde her nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nötrosofik esnek genelleştirilmiş kapalı olduğundan $N\tilde{sch}(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Ayrıca $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}(\tilde{F}_E)$ olduğundan $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ dir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGbCS*'dir.

Teorem 4.5.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek α -kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nötrosofik esnek α -kapalı küme olduğundan $N\tilde{sch}_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{F}_E$. Ayrıca $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{sch}_\alpha(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ olduğu açıktır. Dolayısıyla, $N\tilde{sch}_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. Sonuç olarak, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGbCS*'dir.

Teorem 4.5.4. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nötrosofik esnek pre-kapalı küme bir nötrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nötrosofik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nötrosofik esnek pre-kapalı olduğundan $N\tilde{sch}(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E)) \subseteq \tilde{F}_E$. Buradan,

$$\begin{aligned}
N\check{s}cl_b(\tilde{F}_E) &= \tilde{F}_E \cup \left(N\check{s}int \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \right) \cap N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right) \right) \\
&\subseteq \tilde{F}_E \cup \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \cap N\check{s}cl(N\check{s}int(\tilde{F}_E)) \right) \subseteq \tilde{F}_E
\end{aligned}$$

olur. Böylece, $N\check{s}cl_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $NSGbCS$ 'dir.

Teorem 4.5.5. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek b-kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek b-kapalı olduğundan $N\check{s}int \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \right) \cap N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right) \subseteq \tilde{F}_E$. Buradan $N\check{s}cl_b(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E \cup \left(N\check{s}int \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \right) \cap N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right) \right) \subseteq \tilde{F}_E$. Böylece, $N\check{s}cl_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. Dolayısıyla, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $NSGbCS$ dir.

Teorem 4.5.6. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek regular kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek regular kapalı olduğundan $N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right) = \tilde{F}_E$. Buradan $N\check{s}cl(\tilde{F}_E) = N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right)$. Böylece $N\check{s}cl(\tilde{F}_E) = \tilde{F}_E$ elde edilir. Teorem 4.5.1'den her nütrosifik esnek kapalı küme $NSGbCS$ olduğu için \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $NSGbCS$ 'dir.

Teorem 4.5.7. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek semi-kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek semi-kapalı olduğundan $N\check{s}int \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \right) \subseteq \tilde{F}_E$. Buradan $N\check{s}int \left(N\check{s}cl(\tilde{F}_E) \right) \cap N\check{s}cl \left(N\check{s}int(\tilde{F}_E) \right) \subseteq \tilde{F}_E$ olduğundan \tilde{F}_E kümesi nütrosifik esnek b-kapalıdır. Teorem 4.5.5'ten her nütrosifik esnek b-kapalı küme $NSGbCS$ olduğu için, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında $NSGbCS$ 'dir.

Teorem 4.5.8. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı küme olduğundan $N\tilde{schl}_\alpha(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Ayrıca $N\tilde{schl}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{schl}_\alpha(\tilde{F}_E)$ olduğu açıktır. Dolayısıyla, $N\tilde{schl}_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. O halde, \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGbCS*'dir.

Teorem 4.5.9. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme bir nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve $\tilde{U}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde nütrosifik esnek açık olsun. \tilde{F}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı küme olduğundan $N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Ayrıca $N\tilde{schl}_b(\tilde{F}_E) \subseteq N\tilde{schl}_p(\tilde{F}_E)$ olduğu açıktır. Dolayısıyla, $N\tilde{schl}_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$ elde edilir. O halde \tilde{F}_E kümesi $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında *NSGbCS*'dir.

Uyarı 4.5.1. Yukarıda verilen teoremlerin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnekler *NSGbCS* ve *NSCS*'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.5.1. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun.

$\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.9, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.5, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.7, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.3, 0.8 \rangle \} \end{array} \right\}$$

şeklinde verilsin. O halde,

$$\tilde{F}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.1, 0.9 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.2, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.1, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.4, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

nütrosifik esnek kümesi için; $\tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_1$ *NSOS* vardır. Teorem 3.2.5 (vii)'den

$$\begin{aligned} N\tilde{schl}_b(\tilde{F}_E) &= \tilde{F}_E \cup \left[N\tilde{shint} \left(N\tilde{schl}(\tilde{F}_E) \right) \cap N\tilde{schl} \left(N\tilde{shint}(\tilde{F}_E) \right) \right] \\ &= \tilde{F}_E \cup \left[N\tilde{shint}(1_E) \cap N\tilde{schl}(\emptyset_E) \right] = \tilde{F}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1 \end{aligned}$$

yazılır. Ayrıca, Tanım 3.2.7'den $N\tilde{s}cl(\tilde{F}_E) = 1_E \notin (\tilde{F}_E)_1$ elde edilir. Dolayısıyla, \tilde{F}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde $NSGbCS$ 'dir; fakat $NSGCS$ değildir.

$\tilde{K}_E, (\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E NSS aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.8, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.4, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$\tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_1$ NSOS vardır.

$$\begin{aligned} N\tilde{s}cl_b(\tilde{K}_E) &= \tilde{K}_E \cup \left[N\tilde{s}int \left(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E) \right) \cap N\tilde{s}cl \left(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E) \right) \right] \\ &= \tilde{K}_E \cup \left[N\tilde{s}int(1_E) \cap N\tilde{s}cl \left((\tilde{F}_E)_2 \right) \right] \\ &= 1_E \text{ ve } cl_b(\tilde{K}_E) \notin (\tilde{F}_E)_1 \end{aligned}$$

elde edilir. Buradan, \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde $NSGbCS$ değildir. Ayrıca $N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E) = 1_E$ olduğundan $N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E) \notin (\tilde{F}_E)_1$. Böylece, \tilde{K}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde $NSGCS$ değildir.

Örnek 4.5.2. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2, \eta_3\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun.

$\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosöfik esnek topoloji olsun. $(\tilde{F}_E)_1$ ve $(\tilde{F}_E)_2$ nütrosöfik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$\begin{aligned} (\tilde{F}_E)_1 &= \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.4, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.6, 0.4 \rangle, \langle \eta_3, 0.2, 0.4, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_3, 0.2, 0.5, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\} \\ (\tilde{F}_E)_2 &= \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.1, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.3, 0.5 \rangle, \langle \eta_3, 0.2, 0.3, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.2, 0.9 \rangle, \langle \eta_2, 0.1, 0.2, 0.7 \rangle, \langle \eta_3, 0.1, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E NSS aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_3, 0.7, 0.8, 0.1 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.6, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.7, 0.2 \rangle, \langle \eta_3, 0.3, 0.6, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$\tilde{K}_E, \mathfrak{A}$ üzerinde $NSGbCS$ 'dir. Buna rağmen, $N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(\tilde{K}_E)) \cap N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E)) = ((\tilde{F}_E)_2)^c \notin \tilde{K}_E$ olduğundan $NSbCS$ değildir. Ek olarak, Tanım 3.2.7'den $NSCS, NSrCS, NSSCS, NSpCS$ ve $NSaCS$ değildir.

Örnek 4.5.3: $\mathfrak{U} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\emptyset_E, 1_E, (\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2, (\tilde{F}_E)_3, (\tilde{F}_E)_4, (\tilde{F}_E)_5\}$ \mathfrak{U} üzerinde nütrosofik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1, (\tilde{F}_E)_2, (\tilde{F}_E)_3, (\tilde{F}_E)_4$ ve $(\tilde{F}_E)_5$ nütrosofik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.3, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.1, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.2, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.2, 0.6 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_2 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.4, 0.2, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.4, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.2, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_3 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.7, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.7, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$(\tilde{F}_E)_4 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.9, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.9, 0.8, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.8, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.8, 0.2 \rangle \} \end{array} \right\}$$

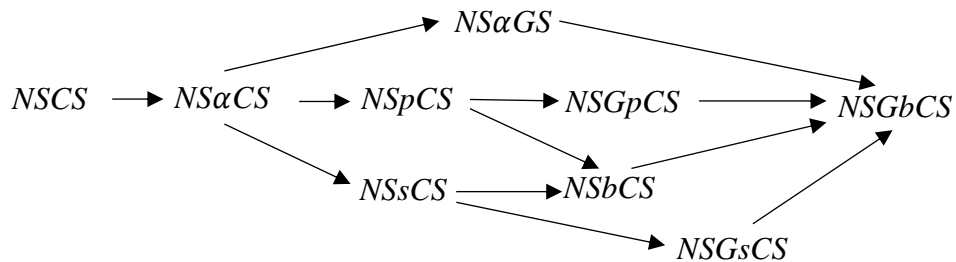
$$(\tilde{F}_E)_5 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.6, 0.6, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.5, 0.6, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\tilde{F}_E)_1 \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ olacak şekilde $(\tilde{F}_E)_1$ NSOS vardır. Teorem 3.2.5 (vii)'den

$$\begin{aligned} cl_b((\tilde{F}_E)_1) &= (\tilde{F}_E)_1 \cup [int(cl((\tilde{F}_E)_1)) \cap cl(int((\tilde{F}_E)_1))] \\ &= (\tilde{F}_E)_1 \cup [int((\tilde{F}_E)_1^c) \cap cl((\tilde{F}_E)_1)] \\ &= (\tilde{F}_E)_1 \subseteq (\tilde{F}_E)_1. \end{aligned}$$

Böylece, Tanım 4.5.1'den $(\tilde{F}_E)_1$, \mathfrak{U} üzerinde NSGBCS'dir. Buna rağmen, Tanım 3.2.7, Tanım 5.1.1, Tanım 5.2.1 ve Tanım 5.3.1'den NSCS, NSpCS, NSGCS, NSrCS, NSGpCS ve NS α GCS değildir.

Uyarı 4.5.2: $(\mathfrak{U}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{U} üzerinde bir nütrosofik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{U}_E)$ olsun. Aşağıdaki şekil NSGBCS ve NSCS'ler arasındaki ilişkiyi göstermektedir.



Şekil 4. 4. *NSGbCS* ve *NSCS*'ler arasındaki ilişkinin gösterimi

Şekil 4.4'de $A \rightarrow B$, A ile B arasındaki ilişkinin tek yönlü olduğunu, tersinin doğru olmadığını göstermektedir.

Uyarı 4.5.3. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.5.4. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nütrosifik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.9, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.2, 0.9 \rangle, \langle \eta_2, 0.2, 0.3, 0.8 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.5 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.9, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.5.1'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümelerdir; fakat $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_b(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) = 1_E \notin (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGbCS* değildir.

Uyarı 4.5.4. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme olması gerekmez.

Örnek 4.5.5. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.5.4'teki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ üzerinde \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{M}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.9, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 1.0, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{N}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.5, 0.4 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.9, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.5.1'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümelerdir; fakat $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E \subseteq (\tilde{F}_E)_1$ ve $N\tilde{s}cl_b(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) = 1_E \notin (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGbCS* değildir.

Teorem 4.5.10. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her \tilde{F}_E nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme ve \tilde{G}_E nörtrosifik esnek küme olsun. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E \subseteq N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E)$ ise, bu durumda \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir.

İspat. $\tilde{G}_E \subseteq \tilde{U}_E$ ve \tilde{U}_E , \mathfrak{A} de nörtrosifik esnek açık küme olsun. $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{G}_E$ olduğundan $\tilde{F}_E \subseteq \tilde{U}_E$. Hipoteze göre, $\tilde{G}_E \subseteq N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E)$. O halde, \tilde{F}_E nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme olduğundan $N\tilde{s}cl_b(\tilde{G}_E) \subseteq N\tilde{s}cl_b(N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E)) = N\tilde{s}cl_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{U}_E$. Buradan \tilde{G}_E , *NSGbCS* olur.

Tanım 4.5.2. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nörtrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{F}_E kümesinin içerdiği her nörtrosifik esnek kapalı \tilde{U}_E kümesi için $\tilde{U}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ve $\tilde{U}_E \subseteq N\tilde{s}int_b(\tilde{F}_E)$ ise, bu durumda \tilde{F}_E kümesine nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık küme (*NSGbOS*) denir.

Tanım 4.4.3. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nörtrosifik esnek topolojik uzay ve $\tilde{F}_E \in NSS(\mathfrak{A}_E)$ olsun. $(\tilde{F}_E)^c$ kümesi nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı ise \tilde{F}_E kümesine nörtrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık küme denir.

Teorem 4.5.11. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$, \mathfrak{A} üzerinde bir nörtrosifik esnek topolojik uzay olsun. Bu durumda:

- i. Her *NSOS* bir *NSGbOS*,
- ii. Her *NS α OS* bir *NSGbOS*,
- iii. Her *NSpOS* bir *NSGbOS*,
- iv. Her *NSsOS* bir *NSGbOS*,
- v. Her *NSGOS* bir *NSGbOS*,
- vi. Her *NS α GOS* bir *NSGbOS*
- vii. Her *NSGpOS* bir *NSGbOS*,
- viii. Her *NSGsOS* bir *NSGbOS*'dir.

İspat. Kapalı kümeler ile nütrosofik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümeler arasındaki ilişkileri ifade eden teoremlerin tümleyenleri alınarak ispat tamamlanmış olur.

Uyarı 4.5.5. Yukarıda verilen teoremin tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki örnekler *NSGbOS* ve *NSOS*'ler arasında verilen ilişkinin tersinin her zaman doğru olmadığını göstermektedir.

Örnek 4.5.6. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosofik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nütrosofik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$(\tilde{F}_E)_1 = \begin{cases} e_1 = \{\langle \eta_1, 0.4, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.4, 0.7 \rangle\} \\ e_2 = \{\langle \eta_1, 0.1, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.6 \rangle\} \end{cases}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \begin{cases} e_1 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.4, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.4, 0.5 \rangle\} \\ e_2 = \{\langle \eta_1, 0.3, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.4, 0.6 \rangle\} \end{cases}$$

\tilde{K}_E kümesi, Teorem 3.2.5'nin (viii). şikkına ve Tanım 4.5.2'e göre, $\emptyset_E \subseteq \tilde{K}_E$ ve $\emptyset_E \subseteq N\tilde{sint}_b(\tilde{K}_E)$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGbOS*'dir. Ancak, $\tilde{K}_E \not\subseteq N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(\tilde{K}_E)) \cup N\tilde{scl}(N\tilde{sint}(\tilde{K}_E)) = (\tilde{F}_E)_1$ olduğundan \mathfrak{A} üzerinde *NSbOS* değildir. Ek olarak, Tanım 3.2.8 göre *NS α OS*, *NSOS*, *NSpOS* ve *NsSOS* kümeleri de değildir.

Örnek 4.5.7. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosofik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nütrosofik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$(\tilde{F}_E)_1 = \begin{cases} e_1 = \{\langle \eta_1, 0.5, 0.5, 0.6 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.4, 0.7 \rangle\} \\ e_2 = \{\langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.4 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.5, 0.6 \rangle\} \end{cases}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{K}_E = \begin{cases} e_1 = \{\langle \eta_1, 0.6, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \eta_2, 0.8, 0.7, 0.1 \rangle\} \\ e_2 = \{\langle \eta_1, 0.6, 0.9, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.5, 0.4 \rangle\} \end{cases}$$

\tilde{K}_E , Teorem 3.2.5 (viii). şikkına ve Tanım 4.5.2 göre, $(\tilde{F}_E)_1^c \subseteq \tilde{K}_E$ ve $(\tilde{F}_E)_1^c \subseteq N\tilde{sint}_b(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cap [N\tilde{sint}(N\tilde{scl}(\tilde{K}_E)) \cup N\tilde{scl}(N\tilde{sint}(\tilde{K}_E))] = \tilde{K}_E \cap [N\tilde{sint}(1_E) \cup N\tilde{scl}((\tilde{F}_E)_1)] = \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGbOS*'dir. Fakat Tanım 5.2.2 göre de, $(\tilde{F}_E)_1^c \subseteq \tilde{K}_E$

ve $(\tilde{F}_E)_1^c \notin N\tilde{s}int_\alpha(\tilde{K}_E) = \tilde{K}_E \cap [N\tilde{s}int(N\tilde{s}cl(N\tilde{s}int(\tilde{K}_E)))] = \tilde{K}_E \cap (\tilde{F}_E)_1$, \mathfrak{A} üzerinde $NSaGOS$ kümesi değildir. Dahası, Tanım 3.2.8 göre \mathfrak{A} üzerinde $NSsOS$ kümesi de değildir.

Teorem 4.5.12. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında her \tilde{F}_E nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık küme ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek küme olsun. $N\tilde{s}int_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$ ise, \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümedir.

İspat. Hipoteze göre, $N\tilde{s}int_b(\tilde{F}_E) \subseteq \tilde{G}_E \subseteq \tilde{F}_E$. O halde, $(\tilde{F}_E)^c$ nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı küme ve $(\tilde{F}_E)^c \subseteq (\tilde{G}_E)^c \subseteq N\tilde{s}cl_b((\tilde{F}_E)^c)$ elde edilir. Teorem 4.5.10'a göre $(\tilde{G}_E)^c$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı kümedir. O zaman, \tilde{G}_E kümesi \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümedir.

Uyarı 4.5.6. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümenin birleşiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.5.8. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS} = \{\tilde{\emptyset}_E, \tilde{1}_E, (\tilde{F}_E)_1\}$, \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek topoloji olsun ve $(\tilde{F}_E)_1$ nütrosifik esnek kümesi aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$(\tilde{F}_E)_1 = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.7, 0.8, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.6, 0.7, 0.5 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.6, 0.2 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{K}_E ve \tilde{G}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{G}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.2, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.3, 0.7 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.1, 0.3, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.5, 0.4 \rangle \} \end{array} \right\}$$

$$\tilde{K}_E = \left\{ \begin{array}{l} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.2, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.1, 0.6 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 1.0 \rangle, \langle \eta_2, 0.3, 0.4, 0.7 \rangle \} \end{array} \right\}$$

Tanım 4.5.2'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümelerdir; fakat $(\tilde{F}_E)_1^c \notin N\tilde{s}int_b(\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E) = \emptyset_E$ olduğundan $\tilde{G}_E \cup \tilde{K}_E$, \mathfrak{A} üzerinde $NSGbOS$ değildir.

Uyarı 4.5.7. İki nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümenin kesişiminin, aşağıdaki örnekte gösterildiği gibi nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık küme olması gerekmez.

Örnek 4.5.9. $\mathfrak{A} = \{\eta_1, \eta_2\}$ evrensel küme ve $E = \{e_1, e_2\}$ parametreler kümesi olsun. $\tilde{\tau}^{NSS}$ nütrosifik esnek topolojik uzayı Örnek 4.5.8'deki gibi tanımlansın. $(\mathfrak{A}, \tilde{\tau}^{NSS}, E)$ uzayında \tilde{M}_E ve \tilde{N}_E nütrosifik esnek kümeleri aşağıdaki şekilde tanımlansın:

$$\tilde{M}_E = \begin{cases} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.8, 0.8, 0.1 \rangle, \langle \eta_2, 0.7, 0.7, 0.3 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.9, 0.7, 0.5 \rangle, \langle \eta_2, 0.4, 0.6, 0.4 \rangle \} \end{cases}$$

$$\tilde{N}_E = \begin{cases} e_1 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.2, 0.7 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.3, 0.6 \rangle \} \\ e_2 = \{ \langle \eta_1, 0.2, 0.4, 0.8 \rangle, \langle \eta_2, 0.5, 0.5, 0.3 \rangle \} \end{cases}$$

Tanım 4.5.2'den \tilde{G}_E ve \tilde{K}_E , \mathfrak{A} üzerinde nütrosifik esnek genelleştirilmiş b-açık kümelerdir; fakat $(\tilde{F}_E)_1^c \not\subseteq N\tilde{s}int_b(\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E) = \emptyset_E$ olduğundan $\tilde{M}_E \cap \tilde{N}_E$, \mathfrak{A} üzerinde *NSGbOS* değildir.

5. TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada, nôtrosifik esnek genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nôtrosifik esnek α -genelleştirilmiş kapalı (açık) kümeler, nôtrosifik esnek genelleştirilmiş pre-kapalı (açık) kümeler, nôtrosifik esnek genelleştirilmiş semi-kapalı (açık) kümeler, nôtrosifik esnek genelleştirilmiş b-kapalı (açık) kümeler tanımlandı ve özellikleri incelendi. Ek olarak, nôtrosifik esnek topolojik uzaylarda tanımlanan bu yeni kümelerle ilgili bazı teoremler verilmiş ve bu kümelerin temel özellikleri uygun örneklerle incelenmiştir. Gelecekte bu kümeler ve kümelerin farklı çeşitleri, bipolar, vague, via, bitopological gibi farklı nôtrosifik topolojik uzaylarda uygulanabilir. Ayrıca nôtrosifik esnek genelleştirilmiş kümeler ve tanımladığımız diğer çeşit nôtrosifik esnek genelleştirilmiş kümeler kullanılarak komşuluk, süreklilik, bağlantılık, kompaktlık, ayırma aksiyomları gibi nôtrosifik özellikleri analiz etmek için bu çalışma genişletilebilir. Bu kümelerin birbiri ile kombinasyonları incelenerek yeni küme yapıları tanımlanabilir.

KAYNAKLAR

- Akdag, M. and Ozkan, A., (2014). *Soft b-Open Set and Soft b-Continuous Functions*. Mathematical Sciences, 8, 1-9.
- Al-Omeri, W. and Jafari, S., (2018). *On Generalized Closed Sets and Generalized Pre-Closed Sets in Neutrosophic Topological Spaces*. Mathematics, 7(1).
- Arokiarani, I., Dhavaseelan, R., Jafari, S. and Parimala, M., (2017). *On Some New Notations and Functions in Neutrosophic Topological Spaces*. Neutrosophic Sets and Systems, 16,16-19, doi.org/10.5281/zenodo.831915.
- Arulpandy, P. and Trinita, P. M., (2022). *Bipolar Neutrosophic Soft Generalized pre-Closed Sets and pre Open Sets in Topological Space*. Neutrosophic Sets and Systems, 49(31), 471-484.
- Arya, S.P. and Noiri, T., (1990). *Characterizations of s-Normal Spaces*. Indian J. Pure. Appl. Math. 21(8), 717-719.
- Atanassov, K., (1986). *Intuitionistic Fuzzy Sets*. Fuzzy Sets and Systems, (20), 87-96.
- Atkinswestley, A. and Chandrasekar, S., (2020). *Neutrosophic g*-Closed Sets and its maps*. Neutrosophic Sets and Systems, 36, 97-105.
- Bera, T. and Mahapatra, N. K., (2017). *Introduction to Neutrosophic Soft Topological Space*, Opsearch 54(4) 841–867, DOI: 10.1007/s12597-017-0308-7.
- Bizim, O., (2013). *Genel Topoloji*. Vol. 1, Dora Basın-Yayın Dağıtım Ltd. Şti., Bursa.
- Broumi, S., (2013). *Generalized Neutrosophic Soft Set*. International Journal of Computer Science, Engineering and Information Technology (IJCEIT), 3(2), 17-30.
- Cantor, G., (1883). *Über Unendliche, Lineare Punktmannigfaltigkeiten 5*. Mathematische Annalen, in [Cantor, 1932], 21: 545–586.
- Das, S. and Pramanik, S., (2020). *Generalized Neutrosophic b-Open Sets in Neutrosophic Topological Space*. Neutrosophic Sets and Systems, 35(30), 108-120.

- Das, S. and Tripathy, B. C.,(2023). *Pairwise Neutrosophic Simply b-Open Set via Neutrosophic Bi-topological Spaces*. Iraqi Journal of Science, .64(2), 750–767.
- Deli, I. and Broumi, S., (2015). *Neutrosophic Soft Relations and Some Properties*. Annals of fuzzy mathematics and informatics, 9(1), 169-182.
- Demiralp, S. and Dadas, H., (2022). *Generalized Open Sets in Neutrosophic Soft Bitopological Spaces*. Neutrosophic Sets and Systems,.48, 339-355.
- Dhavaseelan, R., Jafari, S. and Page, H., (2018).*Neutrosophic Generalized α -Continuity*. Creat. Math. Inform, 27(02), 133-139
- Dhavaseelan, R. and Jafari, S., (2018). *Generalized Neutrosophic Closed Sets*. In F. Smarandache, & S. Pramanik (Eds., vol.2), New trends in neutrosophic theory and applications (pp. 261-273). Brussels: Pons Editions.
- Ebenanjar, E., Immaculate, J. and Wilfred, C. B., (2018). *On Neutrosophic b -Open Sets in Neutrosophic Topological Space*. Journal of Physics Conference Series, 1139(1), 012062. DOI: 10.1088/1742-6596/1139/1/012062.
- Ebenanjar, P. E., Sivaranjani, K. and Immaculate, H., (2020a.). *Neutrosophic Soft b-Open Set*. Advances in Mathematics: Scientific Journal. 9(1), 405–416.
- Ebenanjar, P. E., Sivaranjani, K. and Immaculate, H., (2020b). *Introduction to Neutrosophic Soft Topological Spatial Region*. Neutrosophic Sets and Systems, 31, 297–304.
- Ganster, M. and Steiner, M., (2007). *On $b\tau$ -Closed Sets*. Applied General Topology, 8(2), 243-247.
- Iswarya, P., & Bageerathi, K., (2016). *On Neutrosophic Semi-Open Sets in Neutrosophic Topological Spaces*. International Journal of Mathematical Trends and Technology, 37(3), 214-223.
- Jaffer, M. and Ramesh, K., (2019). *Neutrosophic Generalized Pre-Regular Closed Sets*. Neutrosophic Sets and Systems, 30(9), 171-181.

- Jayanthi, D., (2018). ***α Generalized Closed Sets in Neutrosophic Topological Spaces***, International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)- Special Issue ICRMIT March 2018, pp. 88-91.
- Karthika, M., Parimala, M., Jafari, S., Smarandache, F., Alshumrani, M., Ozel, C. and Udhayakumar, R., (2019b). ***Neutrosophic Complex $\alpha\psi$ Connectedness in Neutrosophic Complex Topological Spaces***. Neutrosophic Sets and Systems, 29, 158-164.
- Khattak, M. A., Hanif, N., Nadeem, F., Zamir, M., Park, C., Nordo, G. and Jabeen, S., (2019a). ***Soft b -Separation Axioms in Neutrosophic Soft Topological Structures***.
- Levine, N., (1970). ***Generalized Closed Sets in Topology***. Rend. Circ. Mat. Palermo, 19(2), 89–96.
- Maheswari, C., Sathyabama, M. and Chandrasekar, S., (2018). ***Neutrosophic Generalized b -Closed Sets in Neutrosophic Topological Spaces***. Journal of physics Conf. Series 1139 012065.doi:10.1088/1742-6596/1139/1/012065
- Maheswari, C. and Chandrasekar, S., (2020). ***Neutrosophic bg -Closed Sets and its Continuity***. Neutrosophic Sets and Systems, 36, 108-120.
- Maki, H., Devi, R. and Balachandran, K., (1994). ***Associated Topologies of Generalized α -Closed Sets and α -Generalized Sets***. Men Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A, Math. 15, 51-63.
- Maki, H., Umehara, J. and Noiri, T., (1996). ***Every Topology Space is $pre-T_{\frac{1}{2}}$*** . Men. Fac. Sci. Kochi Univ. Ser. A, Math.. 17, 33-42.
- Maji, P. K., (2012). ***Neutrosophic Soft Set***. Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics, 5(1), 157-168.
- Mehmood, A., Abdullah, S., Al-Shomrani, M., Khan, M. I. and Thinnukool, O.,(2021). ***Some Results in Neutrosophic Soft Topology Concerning Neutrosophic Soft $*b$ Open Sets***. Hindawi Journal of Function Spaces, <https://doi.org/10.1155/2021/5544319>.

- Mohammed, F. M and Raheem, S. W., (2020). *Generalized b Closed Sets and Generalized b Open Sets in Fuzzy Neutrosophic Bi-Topological Spaces*. Neutrosophic Sets and Systems, 35,.188-197.
- Molodtsov, D., (1999). *Soft Set Theory-First Results*. Computers & Mathematics with Applications, 37(4-5), 19-31.
- Noiri, T., (1996). *Mildly Normal Spaces And Some Functions*, Kyungpook Math. J.,36, 183-190.
- Ozturk, T.Y.,Gunduz (Aras), C. and Bayramov, S.,(2019a). *Separation Axioms on Neutrosophic Soft Topological Spaces*. Turkish Journal of Mathematics, 43, 498–510.
- Ozturk, T.Y., Gunduz (Aras), C. and Bayramov, S.,(2019b). *A New Approach to Operations on Neutrosophic Soft Sets and to Neutrosophic Soft Topological Spaces*. Communications in Mathematics and Applications, 10(3), 481–493.
- Ozturk, T.Y., Benek, A. and Ozkan, A. (2021). *Neutrosophic Soft Compact Spaces*. Afrika Matematika, 32, 301–316.
- Pushpalatha, A. and Nandhini, T.,(2019). *Generalized Closed Sets Via Neutrosophic Topological Spaces*. Malaya Journal of Mathematics, 7(2), 50-54.
- Rao, V. V., & Srinivasa, R. (2017). *Neutrosophic pre-open sets and pre-closed sets in neutrosophic topology*. International Journal of Chem Tech Research, 10(10), 449-458.
- Priya, V., Chandrasekar, S., Suresh, M. and Anbalagan, S., (2022). *Neutrosophic α GS Closed sets in Neutrosophic Topological Spaces*. Neutrosophic Sets and Systems. 49(24), 375-388.
- Princy, R. and Mohana, K., (2021). *Generalized alpha Closed Sets in Neutrosophic Bipolar Vague Topological Spaces*. International Journal of Research Publication and Reviews, 2(2), 86-92.

- Salama, A. and Al-Blowi, S., (2012). *Generalized Neutrosophic Set and Generalized Neutrosophic Topological Spaces*. Computer Science and Engineering, 2(7), 129-132.
- Smandache, F., (2005). *Neutrosophic Set α Generalisation of the Intuitionistic Fuzzy Sets*. International Journal of Pure and Applied Mathematics 24(3), 287-297.
- Shanthi, V., Chandrasekar, S., Begam, K., (2018). *Neutrosophic Generalized Semi-Closed Sets In Neutrosophic Topological Spaces*. International Journal of Research in Advent Technology, 6(7), 1739-1743.
- Sreeja, D., & Sarankumar, (2018). *Generalized Alpha Closed sets in Neutrosophic topological spaces*, JASC: Journal of Applied Science and Computations, vol .5, No. 11, pp. 1816-1823.
- Zadeh, L., (1965). *Fuzzy Sets*. Inform. and Control, (8), 338-353.