

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN
BULANIK İDEALLER

İlayda KAPLAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
Matematik Anabilim Dalı
Matematik Programı

Danışman
Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN

Temmuz, 2023

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN BULANIK
İDEALLER

İlayda KAPLAN tarafından hazırlanan tez çalışması 24/07/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı Matematik Programı **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN
Yıldız Teknik Üniversitesi
Danışman

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN, Danışman
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Ünsal TEKİR, Üye
Marmara Üniversitesi

Dr. Öğr. Üyesi Serkan ONAR, Üye
Yıldız Teknik Üniversitesi

Danışmanım Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN sorumluluğunda tarafımda hazırlanan Değişmeli Yarı Halkalarda 1 Yutan Bulanık İdealler başlıklı çalışmada veri toplama ve veri kullanımında gerekli yasal izinleri aldığımı, diğer kaynaklardan aldığım bilgileri ana metin ve referanslarda eksiksiz gösterdiğimi, araştırma verilerine ve sonuçlarına ilişkin çarpıtma ve/veya sahtecilik yapmadığımı, çalışmam süresince bilimsel araştırma ve etik ilkelerine uygun davrandığımı beyan ederim. Beyanımın aksinin ispatı halinde her türlü yasal sonucu kabul ederim.

İlayda KAPLAN



Bu çalışma, "Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Proje Koordinatörlüğü'nün FYL-2022-5038" numaralı projesi ile desteklenmiştir.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmamın başından sonuna kadar yol gösteren, bilimsel temeller üzerine kurulu bir tez yazmamı sağlayan değerli danışman hocam Doç. Dr. Erdoğan Mehmet Özkan'a, tecrübelerini ve desteğini benden esirgemeyen değerli hocam Dr. Öğretim Üyesi Serkan Onar'a çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca verdiğim her kararda destekçim olan aileme, hem lisans hem yüksek lisans yolculuğumda bana eşlik edip en büyük dayanağım olduğu için Rabia Ayan'a, beni her şeyi yapabileceğime inandıran canım dostlarım Ece İrem Namazcı ve Ayşe Gül Azgın'a, bu yola başlamama vesile olan herkese teşekkürlerimi ve sevgilerimi sunarım.

Tezimin gerçekleşmesinde 2210 numaralı Yurt İçi Yüksek Lisans Burs Programı ile maddi destek sağlayan TÜBİTAK'a teşekkür ederim.

İlayda KAPLAN

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	vi
ÖZET	viii
ABSTRACT	x
1 GİRİŞ	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Temel Kavramlar	2
2 DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN BULANIK İDE- ALLER	6
3 DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN SEZGİSEL BU- LANIK İDEALLER	12
4 DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN BELİRSİZ İDE- ALLER	18
5 SONUÇ	23
KAYNAKÇA	24
TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR	26

SİMGE LİSTESİ

t_A	A kümesinin doğru üyelik fonksiyonu
χ_A	A kümesinin karakteristik fonksiyonu
f_A	A kümesinin yanlış üyelik fonksiyonu
$A_{(\alpha,\beta)}$	A kümesinin (α, β) -kesimi
\subseteq	Alt küme
$\phi_1 \times \phi_2$	Bulanık alt küme olan ϕ_1 ve ϕ_2 için kartezyen çarpım
\geq	Büyük eşittir
$>$	Büyüktür
\notin	Elemanı değildir
\in	Elemanıdır
\forall	Her, bütün
$I = \langle \mu_I, \nu_I \rangle$	I sezgisel bulanık ideali
\supseteq	İçerir
$\sqrt{\mu}$	İdeal μ için radikal
μ_t	İdeal μ için t -seviye kümesi
\inf	İnfimum
\Rightarrow	İse, gerektirir
\leq	Küçük eşittir
$<$	Küçüktür
\cap	Kümelerin kesişimi
\max	Maksimum
\min	Minimum
\wedge	Minimum veya infimum

\sup	Supremum
\vee	Supremum veya maksimum
Z	Tam sayılar halkası
V	$V = \langle t_V, 1 - f_V \rangle$, V nin belirsiz kümesi
$\tilde{h}(\phi)$	ϕ nin \tilde{h} altındaki görüntüsü
$\tilde{h}^{-1}(\phi)$	ϕ nin \tilde{h} altındaki ters görüntüsü



Değişmeli Yarı Halkalarda 1 Yutan Bulanık İdealler

İlayda KAPLAN

Matematik Anabilim Dalı

Yüksek Lisans Tezi

Danışman: Doç. Dr. Erdoğan Mehmet ÖZKAN

Hayatta her gün yapılan eylemlerden biri şüphesiz ki karar vermektir. Günümüzde birçok işlemde karar verirken Aristo mantığı tercih edilir. Bu mantık, kararların doğru-yanlış, siyah-beyaz olarak nitelendirilmesine neden olur. Arada kalan belirsiz alanların sınıflandırılmasında ise klasik mantığın yetersiz gelmesiyle bulanık mantık ve bulanık küme teorisi ortaya çıkmıştır. Bu teori ilk çıktığı yıllarda çoğunlukla mühendislik alanında kullanılmakla birlikte günümüzde yapay zekâ, bilgisayar, yüz tanıma sistemleri, uzay araçları, savaş teknolojileri gibi farklı alanlarda da kullanılmaktadır. Bulanık mantığa duyulan ilgideki artış bilimsel çalışmalarda da kendini göstermektedir. 1990 yılına kadar 2361 bilimsel eserin başlık kısmında bulanık mantık ifadesi geçerken, 2003 yılı itibari ile 26680 bilimsel eserin başlığında bulanık mantık ifadesi yer almıştır. Bulanık mantığın içinde olan 2-yutan bulanık idealler üzerine pek çok çalışma yapılmıştır. Ama bu çalışmaların çoğu 1-yutan bulanık idealler üzerine yapılmamıştır. Bu tezde bu konular üzerine çalışılmıştır.

Değişmeli yarı halkalarda 1-yutan bulanık idealler adlı tez dört bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde 1-yutan ideal kavramı, tezin diğer kısımlarında kullanılan sezgisel küme ve belirsiz küme ile ilgili temel kavramlar ve teoremlere yer verilmiştir. İkinci bölümde değişmeli yarı halkalarda 1-yutan bulanık idealler tanımlanmıştır. Seviye alt kümesi, radikal ve karakteristik fonksiyon tanımları verilip bunlar ile birlikte 1-yutan bulanık idealleri karakterize eden birkaç teorem elde edilmiştir. Üçüncü bölümde değişmeli yarı halkalarda 1-yutan sezgisel bulanık idealler, dördüncü bölümde ise değişmeli yarı halkalarda 1-yutan belirsiz idealler tanımlanmıştır. Bu tanımlar ışığında bazı teoremler elde edilmiş ve ispatları

yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: 1-yutan bulanık ideal, 1-yutan bulanık asalımsı ideal, 1-yutan sezgisel bulanık ideal, 1-yutan belirsiz ideal



ABSTRACT

On 1 Absorbing Fuzzy Ideals of Commutative Semirings

İlayda KAPLAN

Department of Mathematics
Master of Science Thesis

Supervisor: Assoc. Prof. Dr. E. Mehmet OZKAN

One of the actions taken every day in life is undoubtedly decision making. Today, Aristotle's logic is preferred when making decisions in many operations.

This logic causes decisions to be characterized as right-wrong, black-white. Fuzzy logic and fuzzy set theory emerged due to the inadequacy of classical logic in the classification of the ambiguous areas in between. Although this theory was mostly used in the field of engineering in the first years, today it is used in artificial intelligence, computer, face recognition systems, space vehicles are also used in different fields such as war technologies. The increase in interest in fuzzy logic also shows itself in scientific studies. While fuzzy logic expression was used in the titles of 2361 scientific works until 1990, fuzzy logic expression took place in the titles of 26680 scientific works as of 2003. Many studies have been done on 2-absorbing fuzzy ideals, which are in fuzzy logic. But most of these studies have not been done on 1-absorbing fuzzy ideals. In this thesis, these issues have been studied.

The thesis named "On 1-Absorbing Fuzzy Ideals in Commutative Semirings consists of four chapters. In the first chapter, the concept of 1-absorbing ideal used in the thesis, the basic concepts and theorems related to the intuitionistic set and the vague set are given.

In the second part, 1-absorbing fuzzy ideals of commutative semirings are defined. The level subset, radical, and characteristic function definitions are given, along with a few theorems that characterize 1-absorbing fuzzy ideals. In the third chapter,

1-absorbing intuitionistic fuzzy ideals in commutative semirings are defined, and in the fourth chapter 1-absorbing vague ideals in commutative semirings are defined. In the light of these definitions, some theorems have been obtained and their proofs have been made.

Keywords: 1-absorbing fuzzy ideal, 1-absorbing fuzzy primary ideal, 1-absorbing intuitionistic fuzzy ideal, 1-absorbing vague ideal



1.1 Literatür Özeti

Amerikalı matematikçi H. S. Vandiver, 1935 yılında yarı halkalar kavramını tanıtmış ve ardından çok sayıda yazar incelemeler yapmıştır. Yarı halkalar, matematikte büyük bir önem taşımakla birlikte bilgisayar biliminde de geniş bir uygulama yelpazesine sahiptir [1].

Zadeh 1965'te bulanık küme teorisini ortaya atmış [2] ve ardından 1968'de, Zadeh'in öğrencisi Chang tarafından "Fuzzy Topological Spaces" makalesi yazılmıştır [3]. Rosenfeld, Chang'ın bu makalesinden ilham alarak bu işlemlerin cebirsel yapılara uygulanabileceğini düşünmüş, "Fuzzy Groups" adlı makaleyi ele almıştır [4]. Bulanık cebir bu temel üzerine inşa edilmiştir. Bu kavramlar, çeşitli cebirsel sistemlerde farklı araştırmacılar tarafından daha ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Bir halkanın bulanık ideali kavramı, Liu tarafından [5]'te tanıtılmıştır. Abou-Zaid, [6]'te bulanık alt halkalar ve bulanık idealler kavramını ortaya atmıştır. Atanassov [7], Zadeh'in bulanık küme kavramını, sezgisel bulanık kümeye genişletmiştir [8].

Bulanık mantığa ilginin artması bilimsel çalışmalarda da kendini göstermiştir. 1990 yılına kadar 2361 bilimsel eserin başlığında bulanık mantık terimi kullanılırken, 2003 yılı itibariyle 26680 bilimsel eserin başlığında bu terim yer almıştır [9].

A. Badawi [10], değişmeli bir halkadaki asal idealin bir genellemesi olarak değişmeli bir halkanın 2-yutan ideali kavramını ortaya atmış ve özelliklerini araştırmıştır. A. Badawi ve E. Y. Çelikel 1-yutan asalımsı idealleri ilk ortaya koyan ve inceleyen kişilerdendir ve [11]'de 1-yutan asalımsı ideallerin bazı önemli özelliklerini incelemişlerdir. Bu makaleden sonra, [12]'daki değişmeli halkaların 1-yutan asal idealleri üzerine çalışmışlardır.

Bu makalenin ana odak noktası, bulanık teoride iyi bilinen 2-yutan bulanık idealler ile ilgili teoremlerin 1-yutan bulanık idealler için de kanıtlanmasıdır.

1.2 Temel Kavramlar

Tanım 1.1. Boş olmayan bir P kümesi üzerinde tanımlanan toplama ve çarpma işlemleri ile aşağıdaki koşullar sağlanırsa P kümesine yarı halka denir [13]:

- $(P, +)$ birimi sıfır olan değişmeli bir monoiddir,
- (P, \cdot) değişmeli bir yarı gruptur,
- Çarpma işleminin toplama işlemi üzerine sağdan ve soldan dağılma özelliği vardır,
- $\forall p \in P$ için $0p = p0 = 0$ sağlanır.

Bu tezde aksi belirtilmedikçe P değişmeli bir yarı halkayı temsil edecek ve P değişmeli yarı halkasından alınan her eleman birimsel eleman olmayacak şekilde kabul edilecektir.

Tanım 1.2. $A \subseteq P$ kümesini ele alalım.

$$\chi_A = \begin{cases} 1, & p \in A \\ 0, & p \notin A \end{cases} \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanan fonksiyona A nın karakteristik fonksiyonu denir [14].

Aşağıda bulanık kümelerdeki seviye alt kümesi, radikal ve bulanık sol ideal tanımları yapılacaktır.

Tanım 1.3. P boş olmayan bir bulanık alt küme iken $\mu : P \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonu tanımlansın. μ , P kümesinin bir bulanık alt kümesi ve herhangi $t \in [0, 1]$ için

$$\mu_t = \{p \in P : \mu(p) \geq t\} \quad (1.2)$$

şeklinde ifade edilen kümeye μ ye göre bir seviye alt kümesi denir [2].

Tanım 1.4. μ , P nin bulanık alt kümesi ve $p \in P$ olsun. μ alt kümesinin radikali $\sqrt{\mu}$ ile gösterilir ve $\sqrt{\mu}(p) = \sup\{\mu(p^n) : n \in \mathbb{N}\}$ şeklinde ifade edilir [14].

Tanım 1.5. μ , P yarı halkasının boş olmayan bir bulanık alt kümesi olsun (diğer bir ifadeyle herhangi bir $p \in P$ için $\mu(p)$ sıfıra eşit değildir). Eğer $\forall p, q \in P$ için

- $\mu(p + q) \geq \min\{\mu(p), \mu(q)\}$,
- $\mu(pq) \geq \mu(q)$

şartları sağlanıyorsa μ ye P nin bir bulanık sol ideali denir [14]. Benzer şekilde bulanık sağ idealin tanımı da yapılabilir.

Aşağıda 1-yutan ideal ve 1-yutan asalımsı ideal tanımları verilecektir.

Tanım 1.6. $\forall p, q, r \in P$ için $pqr \in I$ iken $pq \in I$ veya $r \in I$ sağlanıyorsa P yarı halkasındaki I öz idealine P nin 1-yutan ideali denir.

Tanım 1.7. P değişmeli yarı halka ve I da öz ideali olsun. $\forall p, q, r \in P$ için $pqr \in I$ iken $pq \in I$ veya $r \in \sqrt{I}$ sağlanıyorsa I öz idealine P nin 1-yutan asalımsı ideali denir [11].

Sezgisel kümeler ile ilgili bazı temel tanımlar ile devam edilecektir.

Tanım 1.8. P boştan farklı bir küme olmak üzere, P nin sezgisel bulanık kümesi aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$A = \{\langle p, \mu(p), \nu(p) \rangle \mid p \in P\} \quad (1.3)$$

Burada $\mu : P \rightarrow [0, 1]$ ve $\nu : P \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonları her $p \in P$ için sırasıyla üyelik derecesi ve üyelik olmama derecesi denir. Burada her $p \in P$ için $0 \leq \mu(p) + \nu(p) \leq 1$ sağlanmalıdır [15].

Tanım 1.9. P kümesinin bulanık sezgisel kümesi I olsun. $t, s \in [0, 1]$ ve $t + s \leq 1$ için I nin (t, s) seviye alt kümesi:

$$I_{(t,s)} = \{p \in P \mid \mu_I(p) \geq t \text{ ve } \nu_I(p) \leq s\} \quad (1.4)$$

olarak tanımlanır [16].

Tanım 1.10. P bir yarı halka olsun. $\forall p, q \in P$ için

$$A = \{\langle p, \mu(p), \nu(p) \rangle \mid p \in P\} \quad (1.5)$$

bulanık sezgisel kümesi

- $\mu(p + q) \geq \mu(p) \wedge \mu(q)$,
- $\nu(p + q) \leq \nu(p) \vee \nu(q)$,

- $\mu(pq) \geq \mu(p) \vee \mu(q)$,
- $\nu(pq) \leq \nu(p) \wedge \nu(q)$.

şartlarını sağlıyorsa A ya P nin sezgisel bulanık ideali denir [15].

Tanım 1.11. P nin bulanık sezgisel ideali $I = \langle \mu_I, \nu_I \rangle$ olsun. I nin radikali $\sqrt{I}(p) = \bigvee_{n \geq 1} I(p^n)$ şeklinde tanımlanır [17].

Bunlara ek olarak, sezgisel bulanık asal ve asalımsı idealler tanımlarını da vereceğiz.

Tanım 1.12. P nin sezgisel bulanık ideali $I = \langle \mu_I, \nu_I \rangle$ olsun. P nin herhangi iki $A = \langle \mu_A, \nu_A \rangle$ ve $B = \langle \mu_B, \nu_B \rangle$ sezgisel bulanık idealleri için eğer $AB \subset I$ iken $A \subset I$ ya da $B \subset I$ oluyorsa, I idealine sezgisel bulanık asal ideal denir [18].

Tanım 1.13. P yarı halkasının bir bulanık ideali I olsun. Her $p, q \in P$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere

$$\mu_I(pq) = \mu_I(p) \text{ ve } \nu_I(pq) = \nu_I(p) \quad (1.6)$$

ya da

$$\mu_I(pq) \leq \mu_I(q^n) \text{ ve } \nu_I(pq) \geq \nu_I(q^n) \quad (1.7)$$

ise I idealine sezgisel bulanık asalımsı ideal denir [19].

Aşağıda belirsiz kümeler ile ilgili bazı temel tanımlara yer verilmiştir.

Tanım 1.14. U söylem evreni ve $A \subseteq U$ olsun. Bir A belirsiz kümesi (t_A, f_A) ikilisi ile tanımlanır. Burada $t_A : U \rightarrow [0, 1]$ ve $f_A : U \rightarrow [0, 1]$ fonksiyonlarına her $p \in U$ için sırasıyla doğru ve yanlış üyelik fonksiyonları denir ve her $p \in U$ için $t_A(p) + f_A(p) \leq 1$ sağlanmalıdır [20].

Tanım 1.15. A bir belirsiz küme ve $p \in A$ olsun. A kümesinde p nin belirsizlik değeri $[t_A, 1 - f_A]$ aralığındadır ve $V_A(p)$ ile gösterilir. Yani $V_A(p) = [t_A, 1 - f_A]$ şeklindedir [20].

Teorem 1.1. U söylem evreninde A ve B iki belirsiz küme olsun. $A \subseteq B$ olması için gerek ve yeter şart $V_A(p) \leq V_B(p)$ yani $\forall p \in U$ için $t_A(p) \leq t_B(p)$ ve $1 - f_A(p) \leq 1 - f_B(p)$ olmasıdır [20].

Teorem 1.2. A ve B iki belirsiz küme olmak üzere $A = B$ olması için gerek ve yeter şart $A \subseteq B$ ve $A \supseteq B$ yani $\forall p \in U$ için $V_A(p) \leq V_B(p)$ ve $V_A(p) \geq V_B(p)$ dir. $(t_A(p) = t_B(p)$ ve $1 - f_A(p) = 1 - f_B(p))$ [20]

Tanım 1.16. A ve B iki belirsiz küme olsun. Bu iki kümenin birleşimi C belirsiz kümesi, $C = A \cup B$ şeklinde gösterilir.

$$t_C = \max\{t_A, t_B\} \text{ ve } 1 - f_C = \max\{1 - f_A, 1 - f_B\} = 1 - \min\{f_A, f_B\} \quad (1.8)$$

olarak tanımlanır [20].

Tanım 1.17. A ve B iki belirsiz küme olsun. Bu iki kümenin kesişimi C belirsiz kümesi, $C = A \cap B$ şeklinde gösterilir.

$$t_C = \min\{t_A, t_B\} \text{ ve } 1 - f_C = \min\{1 - f_A, 1 - f_B\} = 1 - \max\{f_A, f_B\} \quad (1.9)$$

olarak tanımlanır [20].

Tanım 1.18. A , U evreninin belirsiz bir kümesi olsun. Eğer $\forall p \in U$ için $t_A(p) = 0$ ve $f_A(p) = 1$ ise A , U evreninin sıfır belirsiz kümesidir. Eğer $\forall p \in U$ için $t_A(p) = 1$ ve $f_A(p) = 0$ ise A , U evreninin birim belirsiz kümesidir [20].

Tanım 1.19. A , U evreninin belirsiz bir kümesi olsun. $\alpha \leq \beta$ olmak üzere $\alpha, \beta \in [0, 1]$ için belirsiz bir A kümesinin (α, β) -kesimi veya belirsiz kesimi, U nun kesin alt kümesidir ve şu şekilde tanımlanır [20]:

$$A_{(\alpha, \beta)} = \{p \in U \mid V_A(p) \geq [\alpha, \beta]\} \quad (1.10)$$

yani

$$A_{(\alpha, \beta)} = \{p \in U \mid t_A(p) \geq \alpha \text{ ve } 1 - f_A(p) \geq \beta\}. \quad (1.11)$$

2

DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN BULANIK İDEALLER

Tanım 2.1. P bir değişmeli yarı halka olsun. Eğer $\forall p, q, r \in P$ ve $t \in [0, 1]$ için $\mu(pqr) \geq t$ iken $\mu(pq) \geq t$ veya $\mu(r) \geq t$ ise P deki μ bulanık ideale P nin 1-yutan bulanık ideali denir.

Aşağıda bu tanımla ilgili bazı örneklere yer verilmiştir.

Örnek 2.1. $P = \{0, p, q\}$ kümesinde toplama ve çarpma işlemi aşağıdaki gibi tanımlansın:

+	0	p	q
0	0	p	q
p	p	0	q
q	q	q	0

·	0	p	q
0	0	0	0
p	0	0	0
q	0	0	q

Bu işlemlere göre $(P, +, \cdot)$ değişmeli yarı halkadır. $\mu(0) = 1$, $\mu(p) = 0.4$, $\mu(q) = 1$ değerleri ile μ bulanık alt kümesi tanımlansın. μ , P yarı halkasının 1-yutan bulanık idealidir.

Örnek 2.2. $P = \{0, p, q, r\}$ kümesinde toplama ve çarpma işlemi aşağıdaki gibi tanımlansın:

+	0	p	q	r
0	0	p	q	r
p	p	p	q	r
q	q	q	q	r
r	r	r	r	r

·	0	p	q	r
0	0	0	0	0
p	0	0	0	0
q	0	0	q	q
r	0	0	q	r

Bu işlemlere göre $(P, +, \cdot)$ değişmeli yarı halkadır. $\mu(0) = 1$, $\mu(p) = 0.2$, $\mu(q) = 1$ ve $\mu(r) = 0$, 8 değerleri ile μ bulanık alt kümesi tanımlansın. μ , P yarı halkasının 1-yutan bulanık idealidir.

Örnek 2.3. $P = Z$ ve $I = 7Z$ olsun.

$$\mu(p) = \begin{cases} 1, & p \in I \\ 0, & p \notin I \end{cases} \quad (2.1)$$

$\mu(7.1.1) \geq 1$ iken $\mu(1) = 0$ ve $\mu(7.1) = 1$ olduğu açıktır. Buradan μ, I değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık idealidir.

Tanım 2.2. P bir değişmeli yarı halka olsun. Eğer $\forall p, q, r \in P$ ve $t \in [0, 1]$ için $\mu(pqr) \geq t$ iken $\mu(pq) \geq t$ veya $\sqrt{\mu}(r) \geq t$ ise P deki μ bulanık idealine P nin 1-yutan bulanık asalımsı ideali denir.

Teorem 2.1. μ, P değişmeli yarı halkasının bir bulanık alt kümesi olsun. μ bulanık alt kümesinin P nin 1-yutan bulanık ideali olması için gerek ve yeter koşul μ_t seviye alt kümesinin P nin 1-yutan ideali olmasıdır.

İspat μ, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık ideal olsun.

$\forall p, q, r \in P$ ve $t \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} pqr \in \mu_t &\Rightarrow \mu(pqr) \geq t \\ &\Rightarrow \mu(pq) \geq t \text{ veya } \mu(r) \geq t \\ &\Rightarrow pq \in \mu_t \text{ veya } r \in \mu_t \end{aligned} \quad (2.2)$$

olur. Dolayısıyla μ_t, P nin 1-yutan idealidir. Tersine μ_t, P nin 1-yutan ideali olsun fakat μ, P nin 1-yutan bulanık ideali olmasın. Yani $\forall p, q, r \in P$ ve $t \in [0, 1]$ için $\mu(pqr) \geq t$ iken $\mu(pq) \geq t$ ve $\mu(r) \geq t$ olmasın. Diğer bir ifadeyle, $pqr \in \mu_t$ iken $pq \in \mu_t$ ve $r \in \mu_t$ olmaması anlamına gelir. μ_t, P nin 1-yutan ideali olduğu için bu bir çelişkidir. Sonuç olarak μ, P nin 1-yutan bulanık idealidir.

Teorem 2.2. I, P değişmeli yarı halkasının 1 yutan ideali ve $\alpha \in [0, 1)$ olsun. P nin bulanık alt kümesi olan μ

$$\mu(p) = \begin{cases} 1, & p \in I \\ \alpha, & p \notin I \end{cases} \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanırsa μ, P nin 1-yutan bulanık idealidir.

İspat μ, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık ideali ve $p, q, r \in P$ olsun. $\mu(pqr) \geq t$ olduğunu kabul edelim.

Durum 1: $t = 1$

$$pqr \in \mu_t \Rightarrow pqr \in I. \quad (2.4)$$

Eğer $\mu(pq) \not\geq t = 1$ veya $\mu(r) \not\geq t = 1$ ise $pq, r \notin I$ olduğu açıktır. μ , 1-yutan ideal olduğu için bu bir çelişkidir.

Durum 2: $t = \alpha$

$\mu(pqr) = \alpha$ dır. Eğer $\mu(pq) = \alpha$ veya $\mu(r) = \alpha$ ise ispat biter. $\mu(pq) = 1$ ve $\mu(r) = 1$ ise $pq, r \in I$ olduğu görülür. Fakat $pqr \notin I$ durumuyla çelişir. Bu yüzden μ , P nin 1-yutan idealidir. İspat tamamlanmış olur.

Sıradaki teoremde 1-yutan bulanık idealler, radikal ile karakterize edilecektir.

Teorem 2.3. μ , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık asalımsı ideali ise $\sqrt{\mu}$ P nin 1-yutan bulanık idealidir.

İspat μ , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık asalımsı ideali olsun.

$p, q, r \in P$ ve $t \in [0, 1]$ için

$$\sqrt{\mu}(pqr) \geq t \Rightarrow \sup\{\mu(pqr)^n : n \in \mathbb{Z}\} \geq t \Rightarrow \sup\{\mu(p^n q^n r^n) : n \in \mathbb{Z}\} \geq t. \quad (2.5)$$

$r \notin \sqrt{\mu}$ olsun. Buradan, $t \in [0, 1]$ ve $n \in \mathbb{Z}$ için $\mu(r^n) < t$ elde edilir. μ , 1-yutan bulanık asalımsı ideal olduğundan bazı $k \in \mathbb{Z}$ için $\mu((p^n q^n)^k) \geq t$ ve buradan $\sup\{\mu(p^m q^m) : m \in \mathbb{Z}\} \geq t$ ve $pq \in \sqrt{\mu}$ elde edilir. Sonuç olarak, $\sqrt{\mu}$, P nin 1-yutan idealidir.

Teorem 2.4. μ_1 ve μ_2 , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık idealleri ise $\mu_1 \cap \mu_2$ de P nin 1-yutan bulanık idealidir.

İspat İki bulanık idealin kesişiminin de P nin bulanık ideali olduğunu biliyoruz. μ_1 ve μ_2 , P nin 1-yutan bulanık ideali ve $\forall p, q, r \in P$ olsun.

$$(\mu_1 \cap \mu_2)(pqr) \geq t \Rightarrow \inf\{\mu_1(pqr), \mu_2(pqr)\} \geq t$$

$$\Rightarrow \inf\{\mu_1(pq), \mu_2(pq)\} \geq t$$

veya

$$\inf\{\mu_1(r), \mu_2(r)\} \geq t$$

$$\Rightarrow (\mu_1 \cap \mu_2)(pq) \geq t$$

veya

$$(\mu_1 \cap \mu_2)(r) \geq t. \quad (2.6)$$

$\mu_1 \cap \mu_2$ nin P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık ideali olduğu açıktır. Teorem 2.4 nedeniyle aşığıdaki sonuca ulaşıırız.

Sonuç 2.1. P değişmeli yarı halkasının boş olmayan 1-yutan bulanık ideallerinin kesişimi de P nin 1-yutan bulanık idealidir.

Teorem 2.5. μ_1 ve μ_2 , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık asalımsı idealleri ise $\mu_1 \cap \mu_2$ de P nin 1-yutan bulanık asalımsı idealidir.

İspat Teorem 2.4 ün ispatına benzer şekilde yapılabilir.

Sonuç 2.2. P değişmeli yarı halkasının boş olmayan 1-yutan bulanık asalımsı ideallerinin kesişimi de P nin 1-yutan bulanık asalımsı idealidir.

Teorem 2.6. $\hbar : R \rightarrow P$ yarı halkaların bir homomorfizması ve ϕ , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık ideali olsun. O halde $\hbar^{-1}(\phi)$ de R değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık idealidir.

İspat $\hbar : R \rightarrow P$ yarı halkaların bir homomorfizması ve ϕ , P nin 1-yutan bulanık ideali olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $\ell \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} \hbar^{-1}(\phi)(pqr) \geq \ell &\Rightarrow \phi(\hbar(pqr)) \geq \ell \\ &\Rightarrow \phi(\hbar(p)\hbar(q)\hbar(r)) \geq \ell \\ &\Rightarrow \phi(\hbar(p)\hbar(q)) \geq \ell \text{ veya } \phi(\hbar(r)) \geq \ell \\ &\Rightarrow \hbar^{-1}(\phi)(pq) \geq \ell \text{ veya } \hbar^{-1}(\phi)(r) \geq \ell \end{aligned} \quad (2.7)$$

olduğu açıktır. Buradan $\hbar^{-1}(\phi)$ de R nin 1-yutan bulanık ideali olduğu açıktır.

Teorem 2.7. ϕ_1 ve ϕ_2 , P nin iki bulanık alt kümesi iken ϕ_1 , P nin 1-yutan bulanık ideali ve $\phi_1 \subseteq \phi_2$ olsun. $p, q, r \in P$ ve $\ell \in [0, 1]$ için $\phi_2(pqr) \geq \phi_1(pqr) \geq \ell$ ise ϕ_2 de P nin 1-yutan bulanık idealidir.

İspat ϕ_1 ve ϕ_2 , P nin iki bulanık alt kümesi, $p, q, r \in P$ ve $\ell \in [0, 1]$ için $\phi_2(pqr) \geq \ell$ olsun. ϕ_1 , P nin 1-yutan bulanık ideali ve $\phi_1 \subseteq \phi_2$ olduğu için $\phi_1(pq) \geq \ell$ veya $\phi_1(r) \geq \ell$ sağlanır. Buradan da $\phi_2(pq) \geq \phi_1(pq) \geq \ell$ veya $\phi_2(r) \geq \phi_1(r) \geq \ell$ olduğu açıktır. Sonuç olarak, ϕ_2 P nin 1-yutan bulanık idealidir.

Tanım 2.3. ϕ_1 ve ϕ_2 , sırasıyla P_1 ve P_2 yarı halkalarının bulanık alt kümeleri olsun. ϕ_1 ve ϕ_2 bulanık alt kümelerinde $\forall (p, q) \in P_1 \times P_2$ için kartezyen çarpım

$$(\phi_1 \times \phi_2)(p, q) = \min \{ \phi_1(p), \phi_2(q) \} \quad (2.8)$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 2.8. P_1 ve P_2 iki değişmeli yarı halka, ϕ ise P_1 in 1-yutan bulanık ideali olsun. X_{P_2} , P_2 nin karakteristik fonksiyonu olmak üzere $\phi \times X_{P_2}$, $P_1 \times P_2$ nin 1-yutan bulanık idealidir.

İspat ϕ ve X_{P_2} , sırasıyla P_1 ve P_2 yarı halkalarının 1-yutan bulanık idealleri olsun. $p_1, q_1, r_1 \in P_1, p_2, q_2, r_2 \in P_2$ ve $\ell \in [0, 1]$ için

$$(\phi \times X_{P_2})(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) \geq \ell \Rightarrow \min\{\phi(p_1q_1r_1), X_{P_2}(p_2q_2r_2)\} \geq \ell$$

$$\Rightarrow \min\{\phi(p_1q_1), X_{P_2}(p_2q_2r_2)\} \geq \ell \text{ veya } \min\{\phi(r_1), X_{P_2}(p_2q_2r_2)\} \geq \ell \quad (2.9)$$

$p_2, q_2, r_2 \in P_2$ için $X_{P_2}(p_2q_2r_2) = 1$ ve buradan $m, n \in \{p_2, q_2, r_2\}$ iken $\min\{\phi(p_1q_1), X_{P_2}(mn)\} \geq \ell$ veya $\min\{\phi(r_1), X_{P_2}(mn)\} \geq \ell$ olduğu açıktır.

Teorem 2.9. ϕ , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan bulanık asalımsı ideali ise $\sqrt{\phi}$ P nin bulanık asal idealidir [11].

İspat P nin tersinir olmayan elemanları p, q ve $\ell \in [0, 1]$ için $\sqrt{\phi}(pq) \geq t$ kabul edilsin. Öyle ki $\phi(pq)^n \geq \ell$ için çift pozitif tamsayı $n \geq 2$ ve $m \geq 1$ için $n = 2m$ olsun. $\phi(pq)^n = \phi(p^nq^n) = \phi(p^mp^mq^n) \geq \ell$ ve ϕ , P nin 1-yutan bulanık ideali olduğu için $\phi(p^mp^mq^n) = \phi(p^n) \geq \ell$ ya da $\phi(q^n) \geq \ell$ olduğu sonucuna varılır. Buradan $\sqrt{\phi}(p) \geq \ell$ ya da $\sqrt{\phi}(q) \geq \ell$ açıktır. Sonuç olarak, $\sqrt{\phi}$, P nin bulanık asal idealidir.

Teorem 2.10. μ , P değişmeli yarı halkasının bulanık öz ideali olsun. Eğer μ , P nin bulanık asalımsı ideali ise μ , P nin 1-yutan bulanık asalımsı idealidir [11].

Teorem 2.11. μ , P yarı halkasının bulanık öz ideali olsun. Eğer μ , P nin 1-yutan bulanık asalımsı ideali ise μ , P nin 2-yutan bulanık asalımsı idealidir [11].

2-yutan bulanık ideallerle ilgili geniş bilgi için [10]'e bakınız.

Örnek $P = Z$ ve $I = 2Z$ olsun.

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & x \in I \\ 0 & x \notin I \end{cases} \quad (2.10)$$

μ , 2-yutan bulanık asalımsı idealdir. $\mu(2.1.1) \geq 1$ iken $\sqrt{\mu}(2) = 1 \geq 1$ fakat $\mu(1.1) = 0 \not\geq 1$ olduğu açıktır. Bu yüzden μ , 1-yutan bulanık asalımsı idealdir.

Teorem 2.11.in tersi her zaman doğru değildir. Aşağıdaki gibi bir örnekle bu ispat edilebilir.

Örnek $P = Z$ ve $I = 18Z$ olsun.

$$\mu(p) = \begin{cases} 1, & p \in I \\ 0, & x \notin I \end{cases} \quad (2.11)$$

μ , 2-yutan bulanık asalımsı idealdir fakat $\mu(2.3.3) \geq 1$ iken $\mu(2.2) = 0 \not\geq 1$ ve $\sqrt{\mu}(3) = 0 \not\geq 1$ olduğu için 1-yutan bulanık asalımsı ideal değildir.

Örnek $P = Z$ ve $I = 18Z$ olsun.

$$\phi(p) = \begin{cases} 1, & p \in I \\ 0, & p \notin I \end{cases}$$

ϕ , P nin 2-yutan bulanık asalımsı idealidir. Fakat $\phi(2.3.3) \geq 1$ iken $\phi(2.2) = 0 \not\geq 1$ ve $\sqrt{\phi}(3) = 0 \not\geq 1$ olduğundan 1-yutan bulanık ideali değildir.

Sonuç 2.3. *Teorem 2.10. ve Teorem 2.11. yardımıyla*

Bulanık Asalımsı İdeal \Rightarrow 1-Yutan B. Asalımsı İdeal \Rightarrow 2-Yutan B. Asalımsı İdeal diyagramı elde edilir.

3

DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN SEZGİSEL BULANIK İDEALLER

Tanım 3.1. P bir değişmeli yarı halka ve $I = \langle \mu, \nu \rangle$ bir sezgisel bulanık küme olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $t, s \in [0, 1]$ için

$$\mu(pqr) \geq t \Rightarrow \mu(pq) \geq t \text{ veya } \mu(r) \geq t, \quad (3.1)$$

$$\nu(pqr) \leq s \Rightarrow \nu(pq) \leq s \text{ veya } \nu(r) \leq s \quad (3.2)$$

ise P deki I sezgisel bulanık idealine 1-yutan sezgisel bulanık ideal denir.

Örnek $P = \{0, p, q\}$ kümesinde toplama ve çarpma işlemi aşağıdaki gibi tanımlansın:

+	0	p	q
0	0	p	q
p	p	0	q
q	q	q	0

·	0	p	q
0	0	0	0
p	p	0	0
q	q	0	q

Bu işlemlere göre $(P, +, \cdot)$ değişmeli yarı halkadır. $\mu(0) = 1, \mu(p) = 0.5, \mu(q) = 1$ ve $\nu(0) = 0, \nu(p) = 0.3, \nu(q) = 0$ değerleri ile μ ve ν bulanık alt kümeleri tanımlansın. $I = \langle \mu, \nu \rangle, P$ yarı halkasının 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

Örnek $P = \{0, p, q, r\}$ kümesinde toplama ve çarpma işlemi aşağıdaki gibi tanımlansın:

+	0	p	q	r
0	0	p	q	r
p	p	p	q	r
q	q	q	q	r
r	r	r	r	r

·	0	p	q	r
0	0	0	0	0
p	p	0	0	0
q	q	0	0	q
r	r	0	0	q

Bu işlemlere göre $(P, +, \cdot)$ değişmeli yarı halkadır.

$\phi(0) = 1, \phi(p) = 0.1, \phi(q) = 1, \phi(r) = 0.5$ ve $\psi(0) = 0, \psi(p) = 0.7, \psi(q) = 0, \psi(r) = 0.2$ değerleri ile ϕ ve ψ bulanık alt kümeleri tanımlansın. $I = \langle \phi, \psi \rangle$, P yarı halkasının 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

Tanım 3.2. $I = \langle \mu, \nu \rangle$, P değişmeli yarı halkasının bir sezgisel bulanık ideali olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $t, s \in [0, 1]$ için

$$\mu(pqr) \geq t \Rightarrow \mu(pq) \geq t \text{ veya } \sqrt{\mu}(r) \geq t, \quad (3.3)$$

$$\nu(pqr) \leq s \Rightarrow \nu(pq) \leq s \text{ veya } \sqrt{\nu}(r) \leq s \quad (3.4)$$

ise I sezgisel bulanık idealine P nin 1-yutan sezgisel bulanık asalımsı ideali denir.

Teorem 3.1. I, P değişmeli yarı halkasının bir sezgisel bulanık alt kümesi olsun. I nin P nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olması için gerek ve yeter şart $I_{(t,s)}$ nin P de 1-yutan ideal olmasıdır.

İspat I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $t, s \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} pqr \in I_{(t,s)} &\Rightarrow \mu(pqr) \geq t \text{ ve } \nu(pqr) \leq s \\ &\Rightarrow \mu(pq) \geq t \text{ veya } \mu(r) \geq t \text{ ve} \\ &\quad \nu(pq) \leq s \text{ veya } \nu(r) \leq s \\ &\Rightarrow pq \in I_{(t,s)} \text{ veya } r \in I_{(t,s)} \end{aligned} \quad (3.5)$$

olur. Dolayısıyla $I_{(t,s)}$, P nin 1-yutan idealidir. Tersine $I_{(t,s)}$, P nin 1-yutan ideali olsun fakat I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olmasın. Yani $\forall p, q, r \in P$ ve $t, s \in [0, 1]$ için $\mu(pqr) \geq t$ iken $\mu(pq) \geq t$ ve $\mu(r) \geq t, \nu(pqr) \leq s$ iken $\nu(pq) \leq s$ ve $\nu(r) \leq s$ olmasın. Diğer bir ifadeyle, $pqr \in I_{(t,s)}$ iken $pq \in I_{(t,s)}$ ve $r \in I_{(t,s)}$ olmaması anlamına gelir. $I_{(t,s)}$, P nin 1-yutan ideal olduğu için bu bir çelişkidir. Sonuç olarak I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

Teorem 3.2. J, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan ideali, $\forall t, s \in [0, 1], x \neq 1$ ve $y \neq 0$ olsun. P nin sezgisel bulanık alt kümesi I iken

$$J(a) = \begin{cases} (1, 0) & ; \quad a \in I \\ (x, y) & ; \quad a \notin I \end{cases} \quad (3.6)$$

ise J, P nin 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

İspat J, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan ideali ve $p, q, r \in P$ olsun. $\mu(pqr) \geq t$ ve $\nu(pqr) \leq s$ olduğunu kabul edelim.

Durum 1: $t = 1$ ve $s = 0$

$$pqr \in I_{(1,0)} \Rightarrow pqr \in I \quad (3.7)$$

Eğer,

$$\begin{aligned} \mu(pq) < t = 1 \text{ veya } \mu(r) < t = 1 \text{ ve} \\ \nu(pq) > s = 0 \text{ veya } \nu(r) > s = 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

ise $pq, r \notin I$ olduğu açıktır. J , 1-yutan ideal olduğu için bu bir çelişkidir.

Durum 2: $x \neq 1$ ve $y \neq 0$

$J(pqr) = (x, y)$ dir. Eğer $J(pq) = (x, y)$ veya $J(r) = (x, y)$ ise ispat biter. $J(pq) = (1, 0)$ ve $J(r) = (1, 0)$ ise $pq, r \in I$ olduğu görülür. Fakat $pqr \notin I$ durumuyla çelişir. Bu yüzden J, P nin 1-yutan idealidir. İspat tamamlanmış olur.

Teorem 3.3. P değişmeli yarı halkasının 1-yutan sezgisel bulanık ideallerinin $i = 1, 2, \dots$ için boştan farklı ailesi I_i olsun. $\bigcap I_i$ ler de P nin 1-yutan sezgisel bulanık idealleridir.

İspat P de boştan farklı sezgisel bulanık ideallerin kesişiminin de P nin sezgisel bulanık ideali olduğunu biliyoruz. $\{I_i : i \in J\}$ 1-yutan sezgisel bulanık ideallerin boştan farklı ailesi ve $p, q, r \in P$ olsun.

$$\begin{aligned} & \left(\bigcap_{i \in J} I_i \right) (pqr) \geq (t, s) \\ & \Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} \mu_i \right) (pqr) \geq t \text{ ve } \left(\bigcup_{i \in J} \nu_i \right) (pqr) \leq s \\ & \Rightarrow \bigwedge_{i \in J} \{ \mu_i(pqr) \} \geq t \text{ ve } \bigvee_{i \in J} \{ \nu_i(pqr) \} \leq s \\ & \Rightarrow \bigwedge_{i \in J} \{ \mu_i(pq) \} \geq t \text{ veya } \bigwedge_{i \in J} \{ \mu_i(r) \} \geq t \\ & \text{ve} \\ & \bigvee_{i \in J} \{ \nu_i(pq) \} \leq s \text{ veya } \bigvee_{i \in J} \{ \nu_i(r) \} \leq s \\ & \Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} \mu_i \right) (pq) \geq t \text{ veya } \left(\bigcap_{i \in J} \mu_i \right) (r) \geq t \\ & \text{ve} \\ & \left(\bigcup_{i \in J} \nu_i \right) (pq) \leq s \text{ veya } \left(\bigcup_{i \in J} \nu_i \right) (r) \leq s \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} I_i \right) (pq) \geq (t, s) \text{ veya } \left(\bigcap_{i \in J} I_i \right) (r) \geq (t, s). \quad (3.9)$$

Buradan $\bigcap I_i$ lerin, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan sezgisel bulanık idealleri olduğu açıktır.

Teorem 3.4. P değişmeli yarı halkasının 1-yutan sezgisel bulanık asalımsı idealinin $i = 1, 2, \dots$ için boştan farklı ailesi I_i olsun. $\bigcap I_i$ ler de P nin 1-yutan sezgisel bulanık asalımsı idealleridir.

İspat Teorem 3.3 ün ispatına benzer şekilde yapılabilir.

Teorem 3.5. $f : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların homomorfizması ve I, P_2 nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olsun. O halde $f^{-1}(I)$ da P_1 in 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

İspat $f : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların bir homomorfizması ve I, P_2 nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olsun. $\forall p, q, r \in P_2$ ve $t, s \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} f^{-1}(I)(pqr) \geq (t, s) &\Rightarrow I(f(pqr)) \geq (t, s) \\ &\Rightarrow I(f(p)f(q)f(r)) \geq (t, s) \\ &\Rightarrow I(f(p)f(q)) \geq (t, s) \text{ veya } I(f(r)) \geq (t, s) \\ &\Rightarrow f^{-1}(I)(pq) \geq (t, s) \text{ veya } f^{-1}(I)(r) \geq (t, s) \end{aligned} \quad (3.10)$$

olduğu açıktır. Buradan $f^{-1}(I)$ de P_1 nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olduğu açıktır.

Teorem 3.6. $f : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların homomorfizması ve J, P_1 in 1-yutan sezgisel bulanık ideali olsun. O halde $f(J)$ de P_2 nin 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

Tanım 3.3. I ve J , sırasıyla P ve S değişmeli yarı halkalarının iki sezgisel bulanık alt kümeleri olsun. I ve J nin kartezyen çarpımı $I = \langle \mu_1, \nu_1 \rangle$ ve $J = \langle \mu_2, \nu_2 \rangle$ için

$$\begin{aligned} (I \times J)(r, s) &= I(r) \wedge J(s), \quad \forall (r, s) \in P \times S, \text{ yani} \\ (I \times J)(r, s) &= (\mu_1(r) \wedge \mu_2(s), \nu_1(r) \vee \nu_2(s)) \end{aligned} \quad (3.11)$$

şeklindedir.

Tanım 3.4. P bir değişmeli yarı halka ve I, P nin boştan farklı alt kümesi olsun. I nin sezgisel bulanık karakteristik fonksiyonu $X_I = \langle \mu_{X_I}, \nu_{X_I} \rangle$ ile gösterilir ve

$$\begin{aligned} \mu_{X_I} : P &\rightarrow [0, 1] \\ p \rightarrow \mu_{X_I}(r) &= \begin{cases} 1 & ; \text{ eğer } p \in P \\ 0 & ; \text{ eğer } p \notin P \end{cases} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \nu_{X_I} : P &\rightarrow [0, 1] \\ p \rightarrow \nu_{X_I}(r) &= \begin{cases} 0 & ; \text{ eğer } p \in P \\ 1 & ; \text{ eğer } p \notin P. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlanır.

Teorem 3.7. *P ve S iki değişmeli yarı halka ve I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık ideali olsun. O halde X_S , S nin karakteristik fonksiyonu olmak üzere $I \times X_S$, $P \times S$ nin 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.*

İspat I ve X_S , sırasıyla P ve S değişmeli yarı halkalarının 1-yutan sezgisel bulanık idealleri olsun.

$$X_S = \langle \mu_{X_S}, \nu_{X_S} \rangle.$$

$$\begin{aligned} (I \times X_S)(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) &\geq (t, s) \\ \Rightarrow (\mu \times X_{\mu_S})(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) &\geq t \text{ ve } (\nu \times X_{\nu_S})(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) \leq s \\ \Rightarrow \mu(p_1q_1r_1) \wedge X_{\mu_S}(p_2q_2r_2) &\geq t \text{ ve } \nu(p_1q_1r_1) \vee X_{\nu_S}(p_2q_2r_2) \leq s \\ \Rightarrow \mu(p_1q_1) \wedge X_{\mu_S}(p_2q_2r_2) &\geq t \text{ veya } \mu(r_1) \wedge X_{\mu_S}(p_2q_2r_2) \geq t \end{aligned} \quad (3.14)$$

ve

$$\nu(p_1q_1) \vee X_{\nu_S}(p_2q_2r_2) \leq s \text{ veya } \nu(r_1) \vee X_{\nu_S}(p_2q_2r_2) \leq s$$

$p_2, q_2, r_2 \in S$ olduğu için $X_{\mu_S}(p_2q_2r_2) = 1$ ve $X_{\nu_S}(p_2q_2r_2) = 0$ sağlanır.

$d, e \in \{p_2, q_2, r_2\}$ olmak üzere

$$\begin{aligned} \mu(p_1q_1) \wedge X_{\mu_S}(de) &\geq t \text{ veya } \mu(r_1) \wedge X_{\mu_S}(de) \geq t \\ \text{ve} & \\ \nu(p_1q_1) \vee X_{\nu_S}(de) &\leq s \text{ veya } \nu(r_1) \vee X_{\nu_S}(de) \leq s \end{aligned} \quad (3.15)$$

sonucuna varılır. Bu yüzden,

$$I \times X_S(p_1q_1, de) \geq (t, s) \text{ veya } I \times X_S(r_1, de) \geq (t, s) \quad (3.16)$$

olduğu görülür. Sonuç olarak, $I \times X_S$, $P \times S$ nin 1-yutan sezgisel bulanık idealidir.

Teorem 3.8. *I, P değişmeli yarı halkasının sezgisel bulanık öz ideali olsun. Eğer I, P nin sezgisel bulanık asalımsı ideali ise I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık asalımsı idealidir.*

Teorem 3.9. *I, P değişmeli yarı halkasının sezgisel bulanık öz ideali olsun. Eğer I, P nin 1-yutan sezgisel bulanık asalımsı ideali ise I, P nin 2-yutan sezgisel bulanık asalımsı idealidir.*

Sonuç 3.1. *Teorem 3.8. ve Teorem 3.9. yardımıyla*

Sezgisel B. Asalımsı İdeal \Rightarrow 1-Y. S. B. Asalımsı İdeal \Rightarrow 2-Y. S. B. Asalımsı İdeal

diyagramı elde edilir.

Diyagramdaki kısaltmaların açıklaması aşağıdaki gibidir:

Sezgisel B. Asalımsı İdeal=Sezgisel Bulanık Asalımsı İdeal

1-Y. S. B. Asalımsı İdeal=1-Yutan Sezgisel Bulanık Asalımsı İdeal

2-Y. S. B. Asalımsı İdeal=2-Yutan Sezgisel Bulanık Asalımsı İdeal

4

DEĞİŞMELİ YARI HALKALARDA 1 YUTAN BELİRSİZ İDEALLER

Tanım 4.1. P bir değişmeli yarı halka ve $V = \langle t_V, 1 - f_V \rangle$ bir belirsiz küme olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $a, b \in [0, 1]$ için

$$V(pqr) \geq (a, b) \Rightarrow V(pq) \geq (a, b) \text{ veya } V(r) \geq (a, b) \quad (4.1)$$

Yani,

$$\begin{aligned} t_V(pqr) \geq a &\Rightarrow t_V(pq) \geq a \text{ veya } t_V(r) \geq a, \\ 1 - f_V(pqr) \geq b &\Rightarrow 1 - f_V(pq) \geq b \text{ veya } 1 - f_V(r) \geq b \end{aligned} \quad (4.2)$$

ise P nin V belirsiz idealine 1-yutan belirsiz ideal denir.

Örnek $P = \{0, p, q, r\}$ kümesinde toplama ve çarpma işlemi aşağıdaki gibi tanımlansın:

+	0	p	q	r	·	0	p	q	r
0	0	p	q	r	0	0	0	0	0
p	p	p	q	r	p	0	0	0	0
q	q	q	q	r	q	0	0	q	q
r	r	r	r	r	r	0	0	q	r

Bu işlemlere göre $(P, +, \cdot)$ değişmeli yarı halkadır.

$t_V(0) = 1, t_V(p) = 0.2, t_V(q) = 1, t_V(r) = 0.7$ ve $1 - f_V(0) = 1, 1 - f_V(p) = 0.4, 1 - f_V(q) = 1, 1 - f_V(r) = 0.5$ değerleri ile $V = \langle t_V, 1 - f_V \rangle$ belirsiz kümesi tanımlansın. V, P yarı halkasının 1-yutan belirsiz idealidir.

Tanım 4.2. $V = \langle t_V, 1 - f_V \rangle$ ideali P yarı halkasının belirsiz ideali olsun. $\forall p, q, r \in P$ ve $a, b \in [0, 1]$ için

$$t_V(pqr) \geq a \Rightarrow t_V(pq) \geq a \text{ ya da } \sqrt{t_V(r)} \geq a, \quad (4.3)$$

$$1 - f_V(pqr) \geq b \Rightarrow 1 - f_V(pq) \geq b \text{ ya da } 1 - \sqrt{f_V(r)} \geq b \quad (4.4)$$

ise, V belirsiz idealine 1-yutan belirsiz asalımsı ideal denir.

Teorem 4.1. P yarı halkasının belirsiz alt kümesi V olsun. V nin, P yarı halkasının 1-yutan belirsiz ideali olması için gerek ve yeter şart $V_{(a,b)}$ nin P yarı halkasının 1-yutan ideali olmasıdır.

İspat V , P nin 1-yutan belirsiz ideali olsun. $\forall p,q,r \in P$ ve $a, b \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} pqr \in V_{(a,b)} &\Rightarrow t_V(pqr) \geq a \text{ ve } 1 - f_V(pqr) \geq b \\ &\Rightarrow t_V(pq) \geq a \text{ veya } t_V(r) \geq a \text{ ve} \\ &\quad 1 - f_V(pq) \geq b \text{ veya } 1 - f_V(r) \geq b \\ &\Rightarrow pq \in V_{(a,b)} \text{ veya } r \in V_{(a,b)}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

olur. Dolayısıyla $V_{(a,b)}$, P nin 1-yutan idealidir. Tersine $V_{(a,b)}$, P nin 1-yutan ideali olsun fakat V , P nin 1-yutan belirsiz ideali olmasın. Yani $\forall p,q,r \in P$ ve $a, b \in [0, 1]$ için $t_V(pqr) \geq a$ iken $t_V(pq) < a$ ve $t_V(r) < a$, $1 - f_V(pqr) \geq b$ iken $1 - f_V(pq) < b$ ve $1 - f_V(r) < b$ olmasın. Diğer bir ifadeyle, $pqr \in V_{(a,b)}$ iken $pq \notin V_{(a,b)}$ ve $r \notin V_{(a,b)}$ olmaması anlamına gelir. $V_{(a,b)}$, P nin 1-yutan ideal olduğu için bu bir çelişkidir. Sonuç olarak V , P nin 1-yutan bulanık idealdir.

Teorem 4.2. J , P yarı halkasının 1-yutan ideali ve $a, b \in [0, 1]$, $x \neq 1, y \neq 0$ olsun. P nin belirsiz alt kümesi V olmak üzere

$$J(v) = \begin{cases} (1, 0) & ; \quad v \in V \\ (x, y) & ; \quad v \notin V \end{cases} \quad (4.6)$$

ise J , P nin 1-yutan belirsiz idealidir.

İspat J , P değişmeli yarı halkasının 1-yutan ideali ve $p,q,r \in P$ olsun. $t_V(pqr) \geq a$ ve $1 - f_V(pqr) \geq b$ olduğunu kabul edelim.

Durum 1: $a = 1$ ve $b = 0$

$$pqr \in V_{(1,0)} \Rightarrow pqr \in V. \quad (4.7)$$

Eğer,

$$\begin{aligned} t_V(pq) < a = 1 \text{ veya } t_V(r) < a = 1 \text{ ve} \\ 1 - f_V(pq) < b = 0 \text{ veya } 1 - f_V(r) < b = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

ise $pq, r \notin V$ olduğu açıktır. J , 1-yutan ideal olduğu için bu bir çelişkidir.

Durum 2: $a = x$ ve $b = y$

$J(pqr) = (x, y)$ dir. Eğer $J(pq) = (x, y)$ veya $J(r) = (x, y)$ ise ispat biter. $J(pq) = (1, 0)$ ve $J(r) = (1, 0)$ ise $pq, r \in V$ olduğu görülür. Fakat $pqr \notin V$ durumuyla çelişir. Bu yüzden J, P nin 1-yutan idealidir. İspat tamamlanmış olur.

Teorem 4.3. V ideali P nin 1-yutan belirsiz asalımsı ideali olsun. O zaman \sqrt{V} , P nin 1-yutan belirsiz idealidir.

Teorem 4.4. P nin 1-yutan belirsiz ideallerinin $i = 1, 2, \dots$ için boştan farklı ailesi V_i olsun. O zaman $\bigcap V_i$ ler de P nin 1-yutan belirsiz idealleridir.

İspat P de boştan farklı belirsiz ideallerin kesişiminin de P nin belirsiz ideali olduğunu biliyoruz. $\{V_i : i \in J\}$ 1-yutan belirsiz ideallerin boştan farklı ailesi ve $p, q, r \in P$ olsun.

$$\begin{aligned}
& \left(\bigcap_{i \in J} V_i \right) (pqr) \geq (a, b) \\
& \Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} t_{V_i} \right) (pqr) \geq a \text{ ve } \left(\bigcup_{i \in J} (1 - f_{V_i}) \right) (pqr) \geq b \\
& \Rightarrow \bigwedge_{i \in J} \{t_{V_i}(pqr)\} \geq a \text{ ve } \bigvee_{i \in J} \{(1 - f_{V_i}(pqr))\} \geq b \\
& \Rightarrow \bigwedge_{i \in J} \{t_{V_i}(pq)\} \geq a \text{ veya } \bigwedge_{i \in J} \{t_{V_i}(r)\} \geq a \\
& \text{ve} \\
& \bigvee_{i \in J} \{(1 - f_{V_i}(pq))\} \geq b \text{ veya } \bigvee_{i \in J} \{(1 - f_{V_i}(r))\} \geq b \\
& \Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} t_{V_i} \right) (pq) \geq a \text{ veya } \left(\bigcap_{i \in J} t_{V_i} \right) (r) \geq a \\
& \text{ve} \\
& \left(\bigcup_{i \in J} (1 - f_{V_i}) \right) (pq) \geq b \text{ veya } \left(\bigcup_{i \in J} (1 - f_{V_i}) \right) (r) \geq b \\
& \Rightarrow \left(\bigcap_{i \in J} V_i \right) (pq) \geq (a, b) \text{ veya } \left(\bigcap_{i \in J} V_i \right) (r) \geq (a, b).
\end{aligned}$$

Buradan $\bigcap V_i$ lerin, P değişmeli yarı halkasının 1-yutan belirsiz idealleri olduğu açıktır.

Teorem 4.5. P nin 1-yutan belirsiz asalımsı ideallerinin $i = 1, 2, \dots \in J$ için boştan farklı ailesi V_i olsun. O zaman $\bigcap V_i$ ler de P nin 1-yutan belirsiz asalımsı idealleridir.

İspat Teorem 4.4 ün ispatına benzer şekilde yapılabilir.

Teorem 4.6. $\rho : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların homomorfizması ve V , P_2 nin 1-yutan belirsiz ideali olsun. O halde $\rho^{-1}(V)$ de P_1 in 1-yutan belirsiz idealidir.

İspat $\rho : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların bir homomorfizması ve V , P_2 nin 1-yutan belirsiz ideali olsun. $\forall p, q, r \in P_2$ ve $a, b \in [0, 1]$ için

$$\begin{aligned} \rho^{-1}(V)(pqr) \geq (a, b) &\Rightarrow V(\rho(pqr)) \geq (a, b) \\ &\Rightarrow V(\rho(p)\rho(q)\rho(r)) \geq (a, b) \\ &\Rightarrow V(\rho(p)\rho(q)) \geq (a, b) \text{ veya } V(\rho(r)) \geq (a, b) \\ &\Rightarrow \rho^{-1}(V)(pq) \geq (a, b) \text{ veya } \rho^{-1}(V)(r) \geq (a, b) \end{aligned} \quad (4.9)$$

olduğu açıktır. Buradan $\rho^{-1}(V)$ de P_1 nin 1-yutan belirsiz ideali olduğu açıktır.

Teorem 4.7. $\rho : P_1 \rightarrow P_2$ yarı halkaların homomorfizması ve J , P_1 in 1-yutan belirsiz ideali olsun. O halde $\rho(J)$ de P_2 nin 1-yutan belirsiz idealidir.

Tanım 4.3. I ve J , sırasıyla P ve S değişmeli yarı halkalarının iki belirsiz alt kümeleri olsun. I ve J nin kartezyen çarpımı $I = \langle t_{V_1}, 1 - f_{V_1} \rangle$ ve $J = \langle t_{V_2}, 1 - f_{V_2} \rangle$ için

$$\begin{aligned} (I \times J)(p, s) &= I(p) \wedge J(s), \quad \forall (p, s) \in P \times S, \text{ yani} \\ (I \times J)(p, s) &= (t_{V_1}(p) \wedge t_{V_2}(s), (1 - f_{V_1}(p)) \wedge (1 - f_{V_2}(s))) \end{aligned}$$

şeklindedir.

Tanım 4.4. P bir değişmeli yarı halka ve V , P nin boştan farklı alt kümesi olsun. V nin belirsiz karakteristik fonksiyonu $X_V = \langle t_{X_V}, 1 - f_{X_V} \rangle$ ile gösterilir ve

$$\begin{aligned} t_{X_V} : P &\rightarrow [0, 1] \\ p \rightarrow \mu_{X_V}(r) &= \begin{cases} 1 & ; \text{ eğer } p \in P \\ 0 & ; \text{ eğer } p \notin P \end{cases} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} 1 - f_{X_V} : P &\rightarrow [0, 1] \\ p \rightarrow 1 - f_{X_V}(r) &= \begin{cases} 0 & ; \text{ eğer } p \in P \\ 1 & ; \text{ eğer } p \notin P. \end{cases} \end{aligned}$$

olarak verilir.

Teorem 4.8. P ve S iki değişmeli yarı halka ve V , P nin 1-yutan belirsiz ideali olsun. O halde X_S , S nin karakteristik fonksiyonu olmak üzere $V \times X_S$, $P \times S$ nin 1-yutan belirsiz idealidir.

İspat V ve X_S , sırasıyla P ve S değişmeli yarı halkalarının 1-yutan belirsiz idealleri olsun.

Let $X_S = \langle t_{X_S}, 1 - f_{X_S} \rangle$.

$$(V \times X_S)(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) \geq (a, b)$$

$$\Rightarrow (t \times X_{t_S})(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) \geq a \text{ ve } ((1 - f) \times X_{(1-f_S)})(p_1q_1r_1, p_2q_2r_2) \geq b$$

$$\Rightarrow t(p_1q_1r_1) \wedge X_{t_S}(p_2q_2r_2) \geq a \text{ ve } (1 - f(p_1q_1r_1)) \wedge X_{(1-f_S)}(p_2q_2r_2) \geq b$$

$$\Rightarrow t(p_1q_1) \wedge X_{t_S}(p_2q_2r_2) \geq a \text{ veya } t(r_1) \wedge X_{t_S}(p_2q_2r_2) \geq a$$

ve

$$(1 - f(p_1q_1)) \wedge X_{(1-f_S)}(p_2q_2r_2) \geq b \text{ veya } (1 - f(r_1)) \wedge X_{(1-f_S)}(p_2q_2r_2) \geq b$$

$p_2, q_2, r_2 \in S$ olduğu için $X_{t_S}(p_2q_2r_2) = 1$ ve $X_{(1-f_S)}(p_2q_2r_2) = 0$ sağlanır.

$d, e \in \{p_2, q_2, r_2\}$ olmak üzere

$$t(p_1q_1) \wedge X_{t_S}(de) \geq a \text{ veya } t(r_1) \wedge X_{t_S}(de) \geq a$$

ve

$$(1 - f(p_1q_1)) \wedge X_{(1-f_S)}(de) \geq b \text{ veya } (1 - f(r_1)) \wedge X_{(1-f_S)}(de) \geq b$$

sonucuna varılır. Bu yüzden,

$$V \times X_S(p_1q_1, de) \geq (a, b) \text{ veya } V \times X_S(r_1, de) \geq (a, b)$$

olduğu görülür. Sonuç olarak, $V \times X_S, P \times S$ nin 1-yutan belirsiz idealidir.

Teorem 4.9. V, P değişmeli yarı halkasının belirsiz öz ideali olsun. Eğer V, P nin belirsiz asalımsı ideali ise V, P nin 1-yutan belirsiz asalımsı idealidir.

Teorem 4.10. V, P değişmeli yarı halkasının belirsiz öz ideali olsun. Eğer V, P nin 1-yutan belirsiz asalımsı ideali ise V, P nin 2-yutan belirsiz asalımsı idealidir.

Sonuç 4.1. Teorem 4.9. ve Teorem 4.10. yardımıyla

Belirsiz Asalımsı İdeal \Rightarrow 1-Y. Belirsiz Asalımsı İdeal \Rightarrow 2-Y. Belirsiz Asalımsı İdeal

diyagramı elde edilir.

5

SONUÇ

Bu tezde değişmeli yarı halkalarda 1-yutan bulanık ideal yapısı tanıtılmış ve örneklendirilmiştir. 1-yutan bulanık ideallerin kesişimlerinin de 1-yutan bulanık ideal olduğu gösterilmiştir. Ardından, 1-yutan bulanık idealin bir yarı halka homomorfizması olan f altındaki görüntüsü ve ters görüntüsünün de 1-yutan bulanık ideal olduğu ispatlanmıştır. Son olarak, 1-yutan bulanık ideallerin kartezyen çarpımının da 1-yutan bulanık ideal olduğu ve buna benzer çeşitli teoremler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmayı genişleterek diğer bölümlerde aynı tanım ve teoremler sezgisel bulanık kümeler ve belirsiz kümeler üzerinde gösterilmiştir. Değişmeli yarı halkalarda 1-yutan bulanık idealler hakkında bilgi sahibi olunacak nitelikte bir tez elde edilmiştir.

- [1] R. EbrahimiAtani, S. E. Atani, “Ideal theory in commutative semirings,” *Buletinul Academiei de Ştiinţe a Moldovei. Matematica*, vol. 57, no. 2, pp. 14–23, 2008.
- [2] L. Zadeh, “Fuzzy sets inform and control 8 (1965), 338-353,” *Applied Science Periodical*, vol. 8, no. 4, 2006.
- [3] C.-L. Chang, “Fuzzy topological spaces,” *Journal of mathematical Analysis and Applications*, vol. 24, no. 1, pp. 182–190, 1968.
- [4] A. Rosenfeld, “Fuzzy groups,” *Journal of mathematical analysis and applications*, vol. 35, no. 3, pp. 512–517, 1971.
- [5] W.-j. Liu, “Fuzzy invariant subgroups and fuzzy ideals,” *Fuzzy sets and Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 133–139, 1982.
- [6] S. Abou-Zaid, “On fuzzy subnear-rings and ideals,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 44, no. 1, pp. 139–146, 1991.
- [7] K. T. Atanassov, “Intuitionistic fuzzy sets, intuitionistic fuzzy sets,” *Physica, Heidelberg*, pp. 1–137, 1999.
- [8] S. Sriram, P. Murugadas, “On semiring of intuitionistic fuzzy matrices,” *Applied Mathematical Science*, vol. 4, no. 23, pp. 1099–1105, 2010.
- [9] O. ÖZDEMİR, Y. KALINKARA, “Bulanık mantık: 2000-2020 yılları arası tez ve makale çalışmalarına yönelik bir içerik analizi,” *Acta Infologica*, vol. 4, no. 2, pp. 155–174, 2020.
- [10] A. Badawi, “On 2-absorbing ideals of commutative rings,” *Bulletin of the Australian Mathematical Society*, vol. 75, no. 3, pp. 417–429, 2007.
- [11] A. Badawi, E. Y. Çelikel, “On 1-absorbing primary ideals of commutative rings,” *Journal of Algebra and its Applications*, vol. 19, no. 06, p. 2 050 111, 2020.
- [12] A. Yassine, M. Nikmehr, R. Nikandish, “On 1-absorbing prime ideals of commutative rings,” *Journal of Algebra and its Applications*, vol. 20, no. 10, p. 2 150 175, 2021.
- [13] P. Kumar, M. Dubey, P. Sarohe, “On 2-absorbing ideals in commutative semirings,” *Quasigroups and Related Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 67–74, 2016.
- [14] D. Mandal, “On 2-absorbing fuzzy ideals of commutative semirings,” 2021.
- [15] I. Bakhadach, S. Melliani, M. Oukessou, L. Chadli, “Intuitionistic fuzzy ideal and intuitionistic fuzzy prime ideal in a ring,” *Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets*, vol. 22, no. 2, pp. 59–63, 2016.

- [16] D. Ahmed, Y. Elkettani, A. Kasem, “On intuitionistic fuzzy 2-absorbing ideals in commutative rings,” *Global Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, no. 9, pp. 5479–5489, 2017.
- [17] T. Mukherjee, M. Sen, “Primary fuzzy ideals and radical of fuzzy ideals,” *Fuzzy sets and systems*, vol. 56, no. 1, pp. 97–101, 1993.
- [18] A. Y. Darani, G. Ghasemi, “On I -fuzzy 2-absorbing ideals,” *risi*, vol. 1, p. 1, 2016.
- [19] M. Palanivelrajan, S. Nandakumar, “Some operations of intuitionistic fuzzy primary and semi-primary ideal,” *Asian journal of algebra*, vol. 5, no. 2, p. 44, 2012.
- [20] W.-L. Gau, D. J. Buehrer, “Vague sets,” *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, vol. 23, no. 2, pp. 610–614, 1993.



TEZDEN ÜRETİLMİŞ YAYINLAR

Konferans Bildirisi

1. I. Kaplan, E. M. Özkan, "On 1-Absorbing Fuzzy Ideals of Commutative Semirings," 5th International E-Conference on Mathematical Advances and Its Applications (ICOMAA2022), pp. 115, 2022.
2. I. Kaplan, "On 1-Absorbing Intuitionistic Fuzzy Ideals of Commutative Semirings," Izmir Mathematics Days-IV, pp. 29, 2022.
3. E. M. Özkan, S. Onar, A. Özkan, I. Kaplan, " A Study On 1-Absorbing Intuitionistic Fuzzy Ideals of Commutative Semirings," 9th International Congress on Fundamental and Applied Sciences (ICFAS2022), pp. 174, 2022.
4. I. Kaplan, E. M. Özkan, S. Onar, A. Özkan, "On 1-Absorbing Vague Ideals of Commutative Semirings," 4th International Congress on Applied Sciences, Engineering and Mathematics (ICASEM), pp. 44, 2022.

Proje

1. E. M. Özkan, I. Kaplan, "Değişmeli Yarı Halkalarda 1-Yutan Bulanık İdealler," Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi(Tez Projesi, Yüksek Lisans), FYL-2022-5038, 2022-2023.