

**T.C.  
MARMARA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**İKİNCİ TÜR SÜPERİLETKENLERDE  
YÜKSEK SICAKLIKTA VORTEKS DİNAMIĞI**

**SELÇUK HACİÖMEROĞLU**

(Fizikçi)

(141101420030045)

**YÜKSEK LİSANS TEZİ  
FİZİK ANABİLİM DALI  
FİZİK PROGRAMI**

**DANIŞMAN  
DOÇ. DR. ŞAHİN AKTAŞ**

**İSTANBUL 2005**

## **TEŞEKKÜR**

BaŐta tez danıŐmanım Şahin AKTAŞ olmak üzere derslerimde, tezimde ve diğer her konuda benden yardımını esirgemeyen tüm hocalarıma çok teşekkür ederim.

# İÇİNDEKİLER

	<u>SAYFA NO</u>
TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
YENİLİK BEYANI.....	vi
SEMBOL LİSTESİ.....	vii
KISALTMALAR.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
BÖLÜM I. GİRİŞ VE AMAÇ.....	1
BÖLÜM II. GENEL BİLGİLER.....	3
II.1. BİRİNCİ TİP SÜPERİLETKENLİK.....	3
II.1.1. Genel Özellikler.....	3
II.1.2. Girginlik Derinliği ve Eşuyum Uzunluğu.....	5
II.1.3. London Denklemleri.....	6
II.1.4. Ara Hal.....	8
II.2. İKİNCİ TİP SÜPERİLETKENLİK.....	10
II.2.1. Genel Özellikler.....	10
II.2.2. Negatif Yüzey Enerjisi.....	11
II.3. VORTEKS YAPISI.....	13
II.3.1. Bir Vorteksin Manyetik Özellikleri.....	13
II.3.2. Vorteks Örgü Yapısı.....	18
II.4. VORTEKSLER ARASI ETKİLEŞİM.....	20
II.5. PINNING – VORTEKS ETKİLEŞİMİ.....	22
II.5.1. Pinning.....	22
II.5.2. Pinning – Vorteks Etkileşmesi.....	22

II.6. SICAKLIĞIN VORTEKS HAREKETİNE ETKİSİ.....	23
<b>BÖLÜM III. TEZ ÇALIŞMALARI.....</b>	<b>26</b>
III.1 DENGE DURUMUNA GELME.....	26
III.2 SİSTEMDEKİ HAL DEĞİŞİMİNİN TESPİTİ.....	29
<b>BÖLÜM IV. SONUÇLAR.....</b>	<b>43</b>
<b>BÖLÜM V. TARTIŞMA VE DEĞERLENDİRME.....</b>	<b>44</b>
<b>KAYNAKLAR.....</b>	<b>45</b>
<b>ÖZGEÇMİŞ</b>	

## **ÖZET**

### **İKİNCİ TÜR SÜPERİLETKENLERDE YÜKSEK SICAKLIKTA VORTEKS DİNAMİĞİ**

II. tip süperiletkenler ile ilgili deneyler, ancak sistemin süperiletken kalmaya devam edebildiği 100 K gibi düşük sıcaklıklarda yapılabilmektedir. Bu deneylerde sıcaklığın yükseltilmesiyle süperiletkende direnç gözlenmiş, bu direnci engellemek için de sistemden geçen manyetik akı kuantalarını süperiletken içinde belli bölgelerde sabitleme yoluna başvurulmuştur.

Çalışmamızda, oda sıcaklığındaki muhtemel süperiletkenlik durumunda II. tip bir süperiletkenin davranışını bilgisayar ortamında canlandırıldı ve bundan yola çıkarak süperiletkenin yüksek sıcaklıklardaki davranışına dair çıkarımlarda bulunuldu.

Sonuç olarak, oda sıcaklığı gibi süperiletken için çok yüksek olan sıcaklıklarda manyetik akı kuantalarının hareketliliğinin fazlaca arttığı ve dolayısıyla direncin kaçınılmaz olduğu gözlemlendi.

# **ABSTRACT**

## **VORTEX DYNAMICS IN TYPE II SUPERCONDUCTORS AT HIGH TEMPERATURES**

Experiments with Type II superconductors can be done only at low temperatures around 100 K, at which the system can still remain as a superconductor. In these experiments, resistance has been observed as a result of increase in the temperature and it is found favorable to pin the magnetic flux lines on certain sites within the superconductor.

In our study, behaviour of type II superconductors in the possible case of superconductivity at room temperature has been simulated and then we reached some results related to the behaviour of type II superconductors at high temperatures.

Consequently, at high temperature such as room temperature, it has been seen that the activity of the magnetic flux lines increases too much and that, resistivity is inevitable in type II superconductors.

## YENİLİK BEYANI

### İKİNCİ TÜR SÜPERİLETENLERDE YÜKSEK SICAKLIKTA VORTEKS DİNAMİĞİ

Günümüzde süperiletkenlerle ilgili yapılabilen deneyler, ancak oda sıcaklığının çok altında yapılabilmektedir, çünkü daha yüksek sıcaklıklarda süper iletkenliğini sürdürebilen bir madde henüz bulunamamıştır. Dolayısıyla süperiletkenlerin yüksek sıcaklıklarda gösterebilecekleri davranışların, deneysel olarak gözlemlenmesi mümkün değildir. Bu da aklımıza şu soruyu getiriyor: Acaba günümüz itibariyle süperiletkenlerden faydalanmak için kullandığımız metotlar, yüksek sıcaklıklı süperiletkenler elde edildikten sonra da kullanışlılığını devam ettirebilecekler mi? Örneğin süperiletkenlerde sıcaklığın artırılması sonucu ortaya çıkan direnç, pinning merkezleri oluşturma metoduyla, minimuma indirilebiliyor. Fakat bu metot, yüksek sıcaklıklarda ne kadar etkili olabilir?

Deneylerde gözlenmiş olan direnç; adeta **katı** bir cisimdeki atomların konumu gibi sabit duran manyetik akı çizgilerinin, sıcaklığın yükseltilmesiyle bir **sıvı** gibi hareketli hale gelmesinden kaynaklanıyor. Bu sistemi sıvı halde tutabilmek için hareketleri pinning merkezleri yardımıyla kısıtlandırma metodu kullanılıyor.

Bizim çalışmamızda görülen ise, sıcaklık deneylerde ulaşılanın çok üstüne çıktığında (yani oda sıcaklığına ulaşıldığında), sistemin yukarıda bahsedilen **sıvı** halin de dışına çıkarak adeta bir **gaz** haline ulaştığıdır.

Sonuç olarak bu çalışmada, süperiletkenin daha önce gözlenmiş olan katı ve sıvı halleri dışında bir de gaz hali olduğu görüldü.

## SEMBOL LİSTESİ

<b>B</b>	: Manyetik alan
<b>E</b>	: Enerji
<b>E</b>	: Elektrik alan
<b>e</b>	: elektron yükü
<b>F</b>	: Serbest enerji
<b>F</b>	: Kuvvet
<b>H</b>	: Harici manyetik alan
<b>H<sub>c</sub></b>	: Kritik manyetik alan
<b>J</b>	: Akım yoğunluğu
<b>k</b>	: Boltzmann sabiti
<b>M</b>	: Manyetizma
<b>T</b>	: Sıcaklık
<b>T<sub>c</sub></b>	: Kritik sıcaklık
<b>m</b>	: Kütle
<b>n<sub>s</sub></b>	: Süperiletken elektron sayısı
<b>ξ</b>	: Eşuyum uzunluğu
<b>κ</b>	: GL parametresi
<b>λ</b>	: Girginlik derinliği
<b>μ</b>	: Görelî geçirgenlik

# KISALTMALAR

**GL** :Ginzburg-Landau

## ŞEKİL LİSTESİ

	<u>SAYFA NO</u>
<b>Şekil II.1</b>	Sürekli akım deneyinde, içinden manyetik akı geçirilmiş halkanın şematik gösterimi..... 3
<b>Şekil II.2</b>	Mükemmel bir iletkenin manyetik alan karşısında davranışı... 4
<b>Şekil II.3</b>	Bir süperiletkenin manyetik alan karşısında davranışı..... 4
<b>Şekil II.4</b>	Perdeleme akımının oluşması ve etkisi..... 5
<b>Şekil II.5</b>	Manyetik alanın süperiletken içerisinde azalıp sıfıra inmesi... 8
<b>Şekil II.6</b>	Düzgün manyetik alan içindeki süperiletken küre..... 9
<b>Şekil II.7</b>	Ara halin yapısı..... 9
<b>Şekil II.8</b>	a) Birinci tip süperiletken içinde, b) ikinci tip süperiletken içinde manyetik alanını sıcaklığa göre durumu..... 10
<b>Şekil II.9</b>	Manyetik Vorteksin üç boyutlu şematik gösterimi..... 13
<b>Şekil II.10</b>	Yalıtılmış bir Vorteksin $r$ yarıçapına bağlı şematik gösterimi ve Vorteks içinde $r$ yarıçapına göre manyetik alan, akım yoğunluğu ve düzen parametresinin değişimi..... 14
<b>Şekil II.11</b>	$I_0(r)$ , $I_1(r)$ , $K_0(r)$ , $K_1(r)$ Bessel fonksiyonları..... 16
<b>Şekil II.12</b>	İzole edilmiş bir Vorteksin manyetik alan dağılımı..... 17
<b>Şekil II.13</b>	İzole edilmiş bir Vorteksin perdeleme akım dağılımı..... 18
<b>Şekil II.14</b>	İzole edilmiş bir Vorteksin içerdiği manyetik akının radyal bağımlılığı..... 18
<b>Şekil II.15</b>	Vortekslerin oluşturduğu üçgen örgünün yapısı..... 19
<b>Şekil III.1</b>	450 Vorteks - Pinsiz Sistem. Bu sistemde rasgele yerleştirilmiş Vorteksler, yaklaşık 1III.000 kez hareket ettirildikten sonra dengeye gelmiştir..... 27

<b>Şekil III.2</b>	450 Vorteks - Kare Pin Örgülü Sistem. Bu sistemde rasgele yerleştirilmiş Vorteksler, yaklaşık 1III.000 kez hareket ettirildikten sonra dengeye gelmiştir.....	28
<b>Şekil III.3</b>	450 Vorteks içeren pinsiz sistemde 5 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	30
<b>Şekil III.4</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 25 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	31
<b>Şekil III.5</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 50 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	32
<b>Şekil III.6</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 100 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	33
<b>Şekil III.7</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 200 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	34
<b>Şekil III.8</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 300 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	35
<b>Şekil III.9</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 40 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	36
<b>Şekil III.10</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 80 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	37
<b>Şekil III.11</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 120 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	38
<b>Şekil III.12</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 200 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	39
<b>Şekil III.13</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 250 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	40
<b>Şekil III.14</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 350 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	41
<b>Şekil III.15</b>	Vorteks içeren pinsiz sistemde 600 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.....	42

# BÖLÜM I

## GİRİŞ VE AMAÇ

Süperiletkenlik ilk kez 1911 yılında Kamerlingh Onnes tarafından, cıva üzerinde deneyler yaparken, cıvanın direncinin 4.19 K 'de aniden sıfıra düşmesi sonucu keşfedildi<sup>[1]</sup>. Bu buluş üzerine birçok deneysel ve teorik araştırma yapılmış ve genel özellikleri birkaç on yıl içinde anlaşılmıştır. 1957 yılında Abrikosov<sup>[2]</sup>, bir makalesinde süperiletkenlerin GL parametresi olarak bilinen bir özelliğinin o zamana kadar kabul edildiği gibi 1'den küçük değil de büyük olması durumunda neler olacağını sorguladı. Bu çalışmasında süperiletkenin çok farklı davranışlar sergileyeceğini gösterdi ve süperiletkenleri iki temel gruba ayırmış oldu: I. Tip ve II. Tip süperiletkenler.

Pratiğe geçirilebilirlik açısından büyük öneme sahip olduğu için II. tip süperiletkenlerin davranışı süperiletkenlik ile ilgili çalışmaların büyük kısmını oluşturmaktadır.

Ne var ki, II. tip süperiletkenlerle ilgili yapılan deneysel çalışmalar, ancak sistemlerin süperiletken olarak kalmaya devam edebildiği düşük sıcaklıklarda yapılabilir. Dolayısıyla çok yüksek sıcaklıklarda (oda sıcaklığı gibi) II. tip süperiletkenlerin davranışını deneysel olarak incelemek, günümüz şartlarında mümkün değildir.

Yapılan deneylerde, sıcaklığın yükseltilmesiyle süperiletkenlerde **direnç** ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Bu direnç süperiletkenden geçen manyetik akı kuantalarının hareketliliğinden ötürü ortaya çıktığı için sorunun çözümü bu manyetik alan kuantalarını **sabitlemede** bulunmuştur. Bu şekilde direnç tam olarak yok edilemese bile çok düşük seviyelere indirilebilmiştir.

Bilgisayar canlandırmalarında sıcaklıkla ilgili bir sınırlama olmadığı için sistemler, deneysel olarak çıkılamayan çok yüksek sıcaklıklarda da gözlemlenebilir.

Bu şekilde süperiletkenlerin çok yüksek sıcaklıklardaki davranışlarını da inceleme imkânına kavuşulmuştur.

Çalışmamızda, ikinci tip süperiletkenlerin (manyetik alan yoğunluğu, pinning ve sıcaklıkla ilgili) çeşitli şartlar altındaki davranışları incelendi.

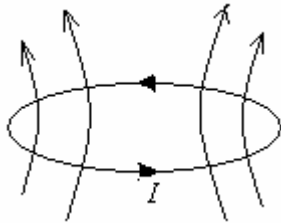
## BÖLÜM II

### GENEL BİLGİLER

#### II.1. BİRİNCİ TİP SÜPERİLETKENLİK

##### II.1.1. Genel özellikler

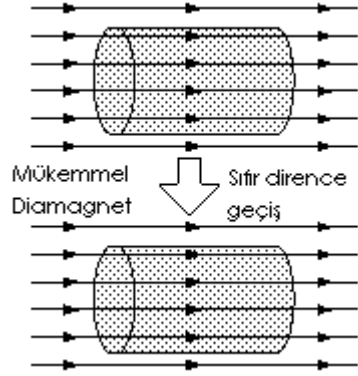
Birinci tip süperiletkenlerin kendilerine has çeşitli özellikleri vardır. Bunlardan **birincisi**, Kamerlingh Onnes tarafından bulunan “sıfır direnç” özelliğidir. Eğer cıva, kalay gibi çeşitli metaller belli bir  $T_c$  kritik sıcaklığına kadar soğutulursa, dirençleri birden yok olur. Bunu gözlemlemenin bir yolu, bu şekilde süperiletken haline getirilmiş bir halkadan (Şekil II.1) elektrik akımının geçmesini sağlamaktır. Deneylerde bir yıl sonunda, bu halkada ölçülebilecek bir akım kaybının olmadığı gözlenmiştir.



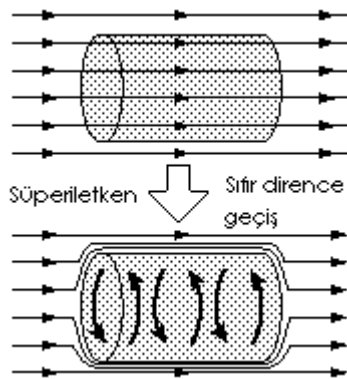
**Şekil II.1 Sürekli akım deneyinde, içinden manyetik akı geçirilmiş halkanın şematik gösterimi**

**İkinci özellik** ise, Meissner ve Ochsenfeld tarafından<sup>[3]</sup> 1933 yılında bulunan “mükemmel diamagnetizma”dır. Yine belli kritik  $T_c$  sıcaklığının altına düşüldüğünde süperiletken, içindeki manyetik alanı dışarıya atar. Buna “Meissner etkisi” adı verilir.

Bu olay, mükemmel iletkenlerdeki manyetik alanı içeri almama olayından farklıdır; mükemmel iletkenler sadece kritik sıcaklığın altına inildikten sonra manyetik alanın uygulanması halinde o manyetik alanı dışlar, öte yandan, yüksek sıcaklıkta içinden manyetik alan geçiyorsa kritik sıcaklığa soğutulsalar bile o manyetik alanı dışlamazlar. Fakat süperiletkende kritik sıcaklığın altına inilirse manyetik alan içeri giremez. Bu süreci hem mükemmel iletken, hem de süperiletken için şematik olarak şekil II.2 ve şekil II.3' te görebiliriz.



**Şekil 0.2 Mükemmel bir iletkenin manyetik alan karşısındaki davranışı**

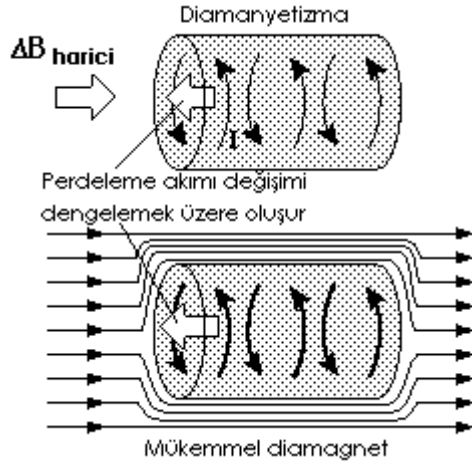


**Şekil 0.3 Bir süperiletkenin manyetik alan karşısındaki davranışı**

Süperiletkenlerdeki bu mükemmel diamanyetizmanın sebebi hakkında iki görüş vardır:

- i. **Perdeleme akım diamanyetizması:** Süperiletkene manyetik alan uygulandığında madde içindeki akının yoğunluğu değişir. Madde içinde

bu akı yoğunluğunu nötrleştirmek üzere bir akım oluşur. Buna “perdeleme akımı” denir. Şekil II.4’ te bu olay şematik olarak gösterilmiştir. Bu görüşe göre süperiletken, manyetik alanı içeride her yerde tamamen nötrleştirebilecek bir perdeleme akımı oluşturabilecek bir yapıya sahiptir.



**Şekil 0.4 Perdeleme akımının oluşması ve etkisi**

ii. **Bulk diamanyetizma:** Madde, görelî geçirgenliği  $\mu_0 = 0$  şeklinde göz önüne alınabilir. Bu durumda

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (II.1)$$

Denkleminde  $\vec{H} = -\vec{M}$  gibi sıfır  $\vec{B}$  'ye yol açar.

### II.1.2. Girginlik derinliği ve Eşuyum uzunluğu

Girginlik derinliği ve Eşuyum uzunluğu, süperiletkenin karakteristiğini belirleyen iki kavramdır. Çıkarılışları daha sonra gösterilecek olan bu iki büyüklük, süperiletkenin iç dinamiğini belirlemede etkindir.

Manyetik alan süperiletkenin yüzeyinden; içeri hiç girmeden geçmekten ziyade, biraz içeri nüfuz ederek geçer. Ne kadar nüfuz edeceği de Girginlik derinliği ile ifade edilir. Girginlik derinliği “ $\lambda$ ” ile gösterilir.

Eşuyum uzunluğu ise, temeli kuantum mekaniğine dayanan bir büyüklüktür. Süperiletken, kendi içindeki hareketlilikten ötürü, (süperiletkenliği bozulmamakla birlikte), normal halle süperiletken hal arasında hafif dalgalanmalar yaşayan bir sistemdir. Eşuyum uzunluğu da, bu termodinamik dalgalanmaların ölçeği olarak ifade edilebilir. “ $\xi$ ” ile gösterilir.

Girginlik derinliği ve Eşuyum uzunluğu, süperiletkenin karakteristik özellikleridir. Eğer süperiletkende  $\xi > \lambda$  ise, bu süperiletken 1. tiptir. Eğer  $\xi < \lambda$  ise, 2. tiptir. Bu ifadelerin her ikisi de sıcaklıkla orantılıdır:

$$\lambda \sim (T_c - T)^{-1/2}, \quad \xi \sim (T_c - T)^{-1/2}$$

Bununla birlikte  $\kappa \equiv \lambda / \xi$  olarak tanımlanan GL parametresi sıcaklıktan bağımsızdır.

### II.1.3. London denklemleri

Standart Drude modeline göre elektronun dinamiği

$$m \, d\mathbf{v} / dt = e \mathbf{E} - m \mathbf{v} / \tau \quad (II.2)$$

olarak ifade edilebilir. Burada

- i.  $\mathbf{v}$ : elektronun hızı
- ii.  $\tau$ : elektronun iki saçılma arasında yol alma süresidir.

$m \mathbf{v} / \tau$  ifadesinde, elektronun maruz kaldığı sürekli saçılma, sürtünme olarak kabulü edilmiştir.

Eğer sistemi **normal bir metal** olarak düşünürsek,  $d\mathbf{v}/dt$  ifadesi sıfır olur. Dolayısıyla (II.2) denklemi,

$$e \mathbf{E} = m \mathbf{v} / \tau \quad \rightarrow$$

$$\mathbf{v} = e \mathbf{E} \tau / m \text{ olur.}$$

Buradan  $\mathbf{J} = n.e.\mathbf{v}$  akım yoğunluğu tanımını kullanırsak,

$$\mathbf{J} = (n.e^2.\tau / m) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{Ohm kanunu}) \quad (II.3)$$

elde edilir.

Sistemi **iletkenliği mükemmel olan bir süperiletken** olarak düşünürsek,  $\tau \rightarrow \infty$  olur, dolayısıyla (II.2) denklemi,

$$d\vec{v} / dt = e \vec{E} / m$$

haline dönüşür. Buradan da

$$\boxed{\frac{d\vec{J}}{dt} = \left( \frac{n_s e^2}{m} \right) \vec{E}} \quad (II.4)$$

halini alır. Burada  $n_s$ , hiç saçılmaya maruz kalmayan süperiletken elektronlarının birim hacimdeki sayısını gösteriyor.

Yukarıda bulduğumuz (II.4) denklemi, **birinci London denklemidir**. Bu denklemin çıkarılışında, elektronların **sonsuz ortalama serbest yolda** hareket edebilecekleri varsayılmıştır.

Buradan sonra Maxwell denklemlerini kullanarak **ikinci London denklemini** elde edebiliriz:

$$\dot{\vec{B}} = -\nabla \times \vec{E} \quad (II.5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \dot{\vec{D}} \quad (II.6)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s \quad (II.7)$$

(II.4) eşitliğini (II.5)'de yerine yazarsak,

$$\dot{\vec{B}} = -\left( \frac{m}{n_s e^2} \right) \nabla \times \dot{\vec{J}}_s \quad (II.8)$$

ifadesini elde ederiz. Şimdi de (II.7) ifadesini (II.8)'e yerleştirirsek,

$$\dot{\vec{B}} = -\left( \frac{m}{n_s e^2 \mu_0} \right) \nabla \times \nabla \times \dot{\vec{B}} \xrightarrow{\alpha = \frac{m}{n_s e^2 \mu_0}} \dot{\vec{B}} = \alpha \nabla \times \nabla \times \dot{\vec{B}} \quad (II.9)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} \quad \text{özdeşliğini ve } (\nabla \cdot \vec{B}) \text{ bilgisini kullanarak (II.9)}$$

ifadesini

$$\nabla^2 \dot{\vec{B}} = \frac{\dot{\vec{B}}}{\alpha} \quad (II.10)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklemi tek boyutta çözersek

$$\dot{B}_x = C e^{(-x/\sqrt{\alpha})} \quad (\text{II.11})$$

eşitliğini buluruz. Buradan görülüyor ki  $B_x$ ' in türevi, süperiletkenin içine girdikten sonra eksponansiyel olarak sifıra gidiyor. Yani mükemmel bir iletkenin içinde  $B_x$ , yüzeye çok yakın olan dar bölgeyi hariç tutarsak sabittir. Bu Şekil II.2' de anlatılan şeydi. Süperiletkenler için ise, Şekil II.3'den gördüğümüz gibi,  $B_x$  değeri sabit olmanın ötesinde sıfırdır da (Meissner etkisi). O halde mükemmel bir iletken için geçerli olan (II.11) denkleminin yerini süperiletken bir sistemde

$$B_x = B_0 e^{(-x/\sqrt{\alpha})} \quad (\text{II.12})$$

denklemini alır. Bu durumda işlemlerde geri giderek (II.8) denkleminin yerini de

$$\vec{B} = -\left(\frac{m}{n_s e^2}\right) \nabla \times \vec{J}_s \quad (\text{II.13})$$

Denklemini alır. Bu da **ikinci London denklemi**dir. Bu iki denklemden birincisi (Denk.( II.4)) süperiletkenin dirençsiz olduğunu, ikincisi ise -Denk. (II.13)-, diyamanyetizmasını gösterir.

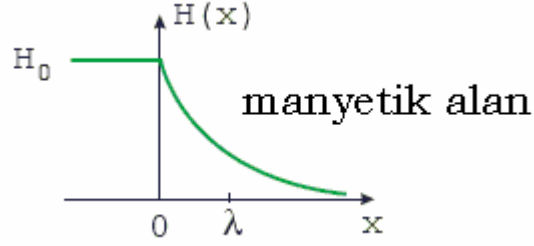
Bölüm II.1.2'de bahsedilen "Girginlik derinliği" kavramı işte buradan çıkıyor. (II.12) denkleminde görüldüğü gibi,  $B_x$  manyetik alanı,  $(\alpha)^{1/2}$  büyüklüğü ölçüsünde eksponansiyel olarak sifıra düşüyor. Yani  $(\alpha)^{1/2}$ , manyetik alanın süper iletken içine ne kadar girebileceğini belirliyor.  $\lambda = \sqrt{\alpha}$  değişken dönüşümü yaparak,

$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (\text{Girginlik derinliği}) \quad (\text{II.14})$$

özdeşliğini elde ederiz. Girginlik derinliğinin büyüklüğünü hesaplamak için

- $m = 9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- $\mu_0 = 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$
- $n_s = 4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$
- $e = -1,60218 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

alınırsa,  $\lambda \approx 10^{-6} \text{ cm}$  olarak bulunur. Manyetik alanın süperiletken içinde hızla azalıp sifıra inmesi ve girginlik derinliğinin yeri şematik olarak Şekil II.5'de gösterilmiştir.

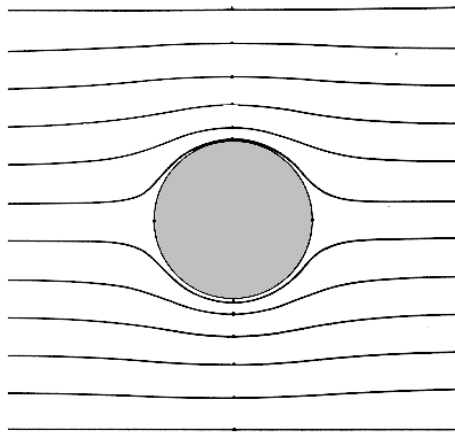


**Şekil II. 5 Manyetik alanın süperiletken içerisinde azalıp sıfıra inmesi**

Sonuç olarak London denklemleri için “Maxwell denklemlerinin süperiletken sistemlere indirgenmiş hali” tanımını yapabiliriz.

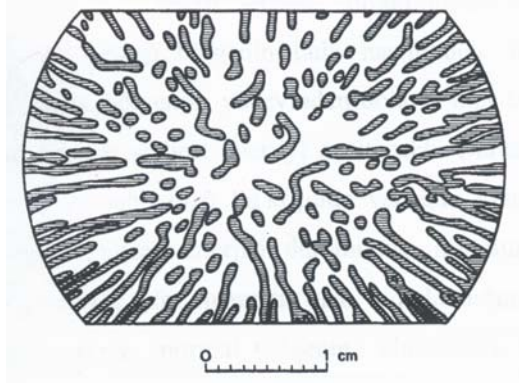
### **II.1.4. Ara hal**

Ara hal kavramını anlamak için önce, manyetik alan içindeki bir süperiletken küreyi düşünelim: Bu küre Meissner etkisiyle manyetik alanı dışlayacaktır. Bu durumda Şekil II.6’ da görüldüğü gibi kürenin ekvatorundaki manyetik alan, diğer bölgelere göre daha yoğun olacaktır. Eğer dışarıdaki düzgün manyetik alan  $H$ , kritik alan  $H_c$ ’ den az fakat ona yakınsa, ekvatordaki yoğunlaşmadan ötürü  $H_c$  değerini geçer. Bu da ekvator civarındaki belli bir bölgenin, diğer bölgeler süperiletken olarak kaldığı halde normal iletkene dönüşmesine yol açar.



**Şekil 0.6 Düzgün manyetik alan içindeki süperiletken küre**

Bu durum, süperiletken ve normal bölgeler bir arada bulunduğu için “ara hal” olarak adlandırılır. Şekil II.7 ‘de ara halin şematik gösterimi verilmiştir.



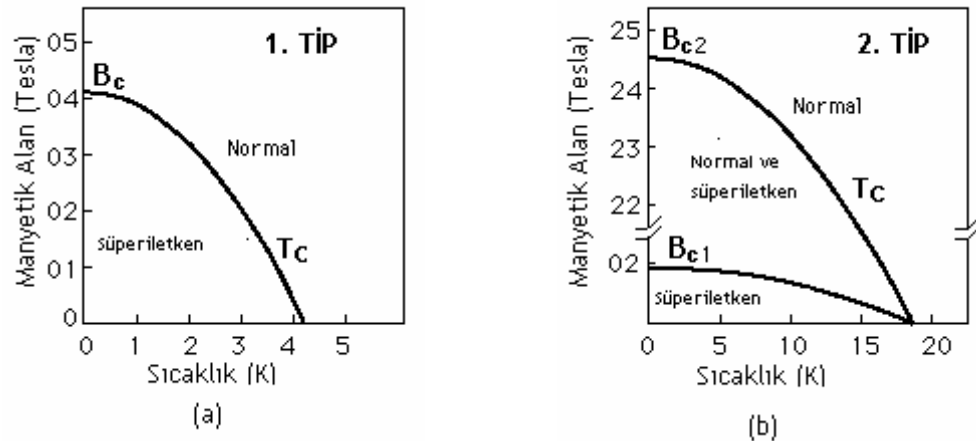
**Şekil 0.7Ara halin yapısı**

## II.2. İKİNCİ TİP SÜPERİLETKENLİK

Daha önce de değinildiği gibi Abrikosov<sup>(2)</sup> 1957 yılında yayımlanan bir makalesinde, bir süperiletkende  $\xi > \lambda$  değil de  $\lambda > \xi$  olması durumunda o süperiletkenin nasıl davranacağını irdemişti. İşte ikinci tip süperiletkenler bu özelliğe sahiptir ve davranışları birinci tip süperiletkenden oldukça farklıdır ve pratikte kullanılabilme açısından da çok daha uygundur.

### II.2.1 Genel Özellikler

Bilindiği gibi **birinci** tip süperiletkenler, Meissner olayı olarak bilinen davranışı sergiler; yani  $T_c$  kritik sıcaklığının altında iken, içerideki  $H_c$  kritik değerinin altındaki manyetik alanı bir anda tamamen dışlar,  $H_c$  kritik değerinin üstündeki manyetik alanı ise bir anda içeri alırlar. **İkinci** tip süperiletkenler birinci tipten öncelikle bu noktada ayrılır. Yani manyetik alanı dışlayıp içeri almaları, birinci tipte olduğu gibi bir anda olmaktan ziyade,  $H_{c1}$  ve  $H_{c2}$  değerleri arasında bir süreç olarak gerçekleşir. Bu farkı Şekil II.8.a ve Şekil II.8.b 'deki grafiklerde görebiliriz.



Şekil 0.8 a) Birinci tip süperiletken içinde, b) ikinci tip süperiletken içinde manyetik alanını sıcaklığa göre durumu

Şekilde görüldüğü gibi dışarıdaki manyetik alan  $H_{c1}$  değerinin üstüne çıktığında ikinci tip süperiletken olan bu maddenin içine manyetik alan sızmaya başlıyor; fakat bu alan  $H_{c2}$  değerine ulaşmaya kadar maddenin genelinde süperiletkenlik özelliği kaybolmuyor.

İkinci önemli fark ise, **ikinci** tip süperiletkenlerde içerideki manyetik alanın kendini “**Vorteks**” adı verilen manyetik akı kuantaları olarak göstermesidir. Daha önce **birinci** tip süperiletkenlerde manyetik alanın içeri sızmasından ötürü *süperiletkenin geometrisinin elverdiği* belli bölgelerde “**ara hal**”ler oluştuğundan söz etmiştik. Dolayısıyla, ikinci tip süperiletkenlerde meydana gelen Vorteksler, bu ara hallerden nitelik yönüyle farklıdır:

**Birinci** tip süperiletkenlerde ara halin oluşması, Şekil II.6’da görüldüğü gibi, o süperiletken maddenin geometrisine bağlıdır. Fakat **ikinci** tip süperiletkenlerdeki bu Vortekslerin oluşması, sadece maddenin iç yapısına bağlıdır.

## II.2.2. Negatif Yüzey Enerjisi

Bilindiği gibi fiziksel sistemler, potansiyel enerjisi düşük olan durumlara gitme eğilimindedirler. II. tip süperiletkenlerde Vortekslerin oluşması da bu prensipten yola çıkılarak anlaşılabilir. Fakat öncelikle yüzey enerjisinin anlamı üzerinde durmalıyız:

Süperiletken içerisine manyetik alan sızabiliyorsa manyetik alanı geçiren bölge normal, geçirmeyen bölge ise süperiletkendir. Bu iki bölge arasında ise duvar olarak kabul edilebilecek bir yüzey vardır. Bu yüzeyin oluşması için de belli bir enerji gerekir. Bu enerji, “yüzey enerjisi” olarak adlandırılır.

Bir bölgenin normal haldeki serbest enerjisi enerji, süperiletken olma durumundaki serbest enerjisinden daha fazladır. Bu yüzden I. tip süperiletkenler, (geometrik özel durumlar dikkate alınmazsa) içlerinde normal bölgeleri barındırmak için elverişli değildir.

II. tip süperiletkenler ise, içlerinde normal bölgeleri barındırmak için elverişlidir. Bu da, süperiletken içinde oluşacak olan yüzey enerjisinin **negatif** olmasından kaynaklanır.

Bu olayı Vorteks oluşumu halinde kazanılan ve kaybedilen enerjileri gösterelim:

$$\text{Kazanılan enerji} \propto \pi \lambda^2 \frac{H_c}{\mu_0}$$

$$\text{Kaybedilen enerji} \propto \pi \xi^2 \frac{H_c}{\mu_0}$$

Görüldüğü gibi  $\lambda > \xi$  (**II. tip**) durumunda Vorteksin oluşması bir enerji kazancına yol açacaktır fakat  $\lambda < \xi$  (**I. tip**) durumunda Vorteksin oluşması fazladan enerji verilmesini gerektirecektir. Bu yüzden de Vorteksler sadece **II. tip** iletkenlerde oluşur.

Sonuç olarak yüzey enerjisinin negatif ya da pozitif olması, tamamen maddenin içyapısıyla ilgilidir.

## II.3. VORTEKS YAPISI

Yukarıda da bahsedildiği gibi Vorteks, süperiletken içinde oluşan manyetik akı kuantalarıdır.

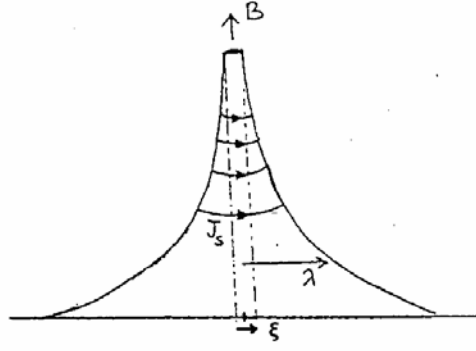
### II.3.1. Bir Vorteksin manyetik özellikleri

Yukarıda “eşuyum uzunluğu” in tarifi yapılırken, süperiletken halden normal hale kaymayı ifade ettiği söylenmişti. Bu diamanyetizmanın elektronların düzeninden kaynaklanmasına dayanılarak yapılır. Eğer bir süperiletkenden manyetik alan geçiyorsa, manyetik alanın geçtiği o bölge diamanyetik bir bölge değildir. Diğer bir deyişle o bölgedeki düzensizlik maksimumdur. Buna dayanarak Vorteksin yapısıyla ilgili olarak öncelikle, *içinde düzensizliğin maksimuma ulaştığı bir yer* bulunması gerektiğini söyleyebiliriz. Vorteksin bu kısmı, süperiletkenin “eşuyum uzunluğu” i ile ilgilidir.

İkinci olarak da, biliyoruz ki manyetik alan süperiletkenin içine belli bir oranda sızabilir. O halde Vortekslerin de *uzantı sayılabilecek bir kısmının*, süperiletken olan bölgeye sızması gerekir. Vorteksin bu kısmı ise, süperiletkenin “girginlik derinliği” ile ilgilidir.

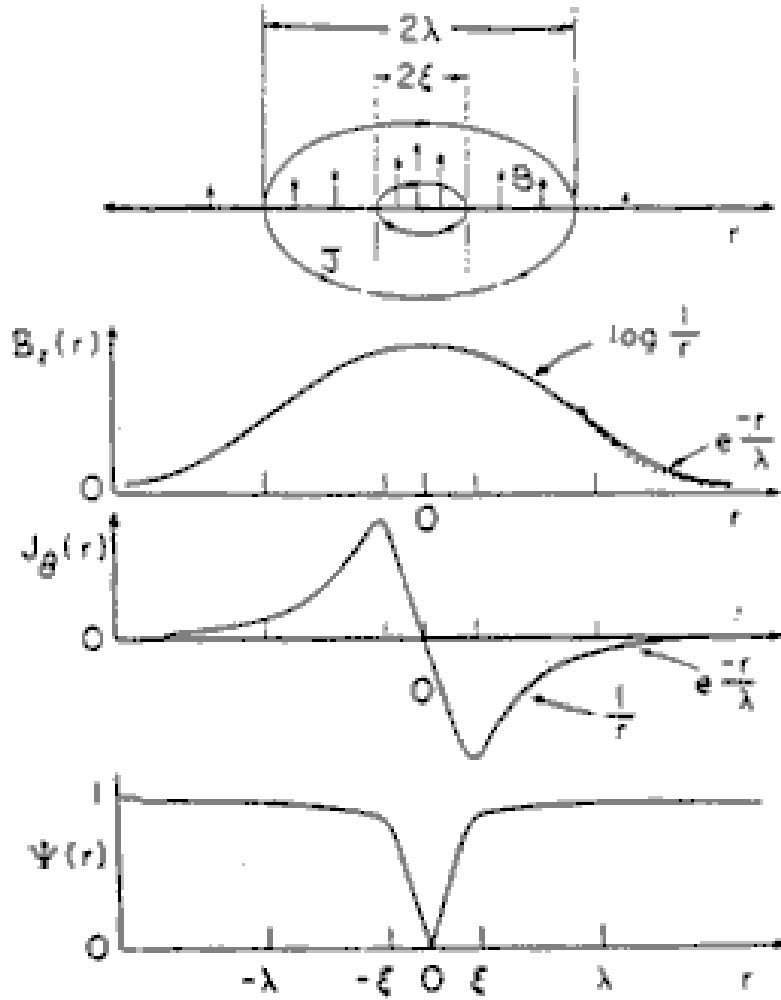
Dolayısıyla Abrikosov’ un tanımladığı gibi Vorteks, Şekil II.9’de de görüldüğü gibi iki bölgeden oluşur.

1. Yarıçapı  $\xi$  olan kor
2. Kor etrafında yarıçapı  $\lambda$  olan bir uzantı.



**Şekil II.9 Manyetik Vorteksin üç boyutlu şematik gösterimi**

Süperiletkenleri karakterize etmek için kullandığımız “eşuyum uzunluğu” ( $\xi$ ) kavramı, Ginzburg ve Landau<sup>[4]</sup> un süperiletkeni makroskopik yönleriyle tasvir etmek için yaptıkları bir çalışma sonucu ortaya çıkmıştır. Yukarıda da bahsettiğimiz gibi bu kavramın temelinde düzeni ifade eden kuantum mekaniksel bir fonksiyon, yani  $\psi$  dalga fonksiyonu vardır.



**Şekil II.10 Yalıtılmış bir Vorteksin r yarıçapına bağlı şematik gösterimi ve Vorteks içinde r yarıçapına göre manyetik alan, akım yoğunluğu ve düzen parametresinin değişimi.**

$\kappa \gg 1$  özelliğine sahip II. tip süperiletkenler için Vorteksin büyük kısmı süperiletken bölgede bulunur. Bu durumda  $r > \xi$  için Vorteksin manyetik özelliklerini London elektrodinamiği ile belirleyebiliriz. O halde

$$\nabla \times (\Lambda \vec{j}_s) + \vec{B} = 0 \quad (\text{ikinci London denklemi}), \quad (\text{II.15})$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (\text{Üçüncü Maxwell eşitliği}) \quad (\text{II.16})$$

ve

$\Lambda = \mu_0 \lambda^2$  eşitliğini kullanarak

$$\nabla \times \nabla \times \vec{B} + \frac{1}{\lambda^2} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.17})$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifadeyi,  $\nabla \times \nabla \times \vec{B} = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$  özdeşliğini kullanarak

$$\boxed{\nabla^2 \vec{B}(r) - \frac{1}{\lambda^2} \vec{B}(r) = 0} \quad (r > \xi \text{ için}) \quad (\text{II.18})$$

şekline dönüştürebiliriz.

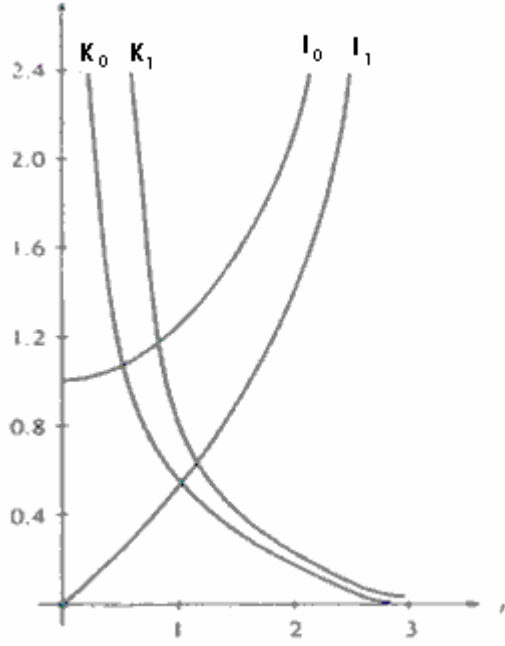
Eğer manyetik alanın yönü z-ekseni olarak kabul edilirse (II.18) denkleminin çözümü

$$B_z(r, \varphi) = \sum_{m=0}^{\infty} K_m(r/\lambda) [C_m \cos(m\varphi) + C'_m \sin(m\varphi)] \\ + \sum_{m=0}^{\infty} I_m(r/\lambda) [D_m \cos(m\varphi) + D'_m \sin(m\varphi)] \quad (\text{II.19})$$

şeklinde olur. Buradaki  $I_m$  ve  $K_m$ , m'inci dereceden 1. tip ve 2. tip Bessel fonksiyonlarıdır. Yalıtılmış Vorteksin sahip olduğu küresel simetriden ötürü  $m = 0$  alınmalıdır. Bu da (II.19) denkleminin

$$B_z(r, \varphi) = C_0 K_0(r/\lambda) + D_0 I_0(r/\lambda) \quad (r > \xi \text{ için}) \quad (\text{II.20})$$

haline indirgenmesine sebep olur.  $I_0$  ve  $K_0$ ' in Şekil II.11'te çizilmiş olan grafiklerinde görüldüğü gibi  $r \rightarrow \infty$  limitinde  $I_0 \rightarrow \infty$  olur. Buna göre  $I_0$ , fiziksel olarak bir çözüm değildir.



**Şekil II.11  $I_0(r)$ ,  $I_1(r)$ ,  $K_0(r)$ ,  $K_1(r)$  Bessel fonksiyonları**

Öte yandan Vorteksin çekirdeğinde (yani  $r < \xi$  için)  $B_z$ , sabit olmalıdır. Çekirdek ile uzantının sınırında da manyetik alan sürekli olması gerekir ki bu da  $r < \xi$  için manyetik alanın  $B_z(r, \varphi) = B_z(\xi, \varphi)$  olması demektir.

Sonuç olarak (4.4) denkleminin çözümü

$$B_z(r) = \begin{cases} C_0 K_0(r/\lambda) & r \geq \xi \text{ için} \\ C_0 K_0(\xi/\lambda) & r < \xi \text{ için} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Burada sonucu tam olarak belirtebilmek için  $C_0$  katsayısının açık ifadesini bulmalıyız. Bunu yapmak için öncelikle incelediğimiz yalıtılmış Vorteksin toplam akısını  $\varphi_0$  olarak ifade edelim. Bu toplam akı,

$$\varphi_0 = \int (\lambda^2 \vec{J}_s) \cdot d\vec{l} + \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.22})$$

olacaktır.  $R \rightarrow \infty$  durumunda tek katkı yüzey integralinden gelir. Böylece

$$\varphi_0 = \int_0^{\xi} C_0 K_0(\xi/\lambda) 2\pi r dr + \int_{\xi}^{\infty} C_0 K_0(r/\lambda) 2\pi r dr \quad (\text{II.23})$$

olur. Burada  $\int xK_0(x)dx = -xK_1(x)$  özdeşliğini kullanarak  $C_0$  sabitini elde edebiliriz:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= C_0 K_0(\xi/\lambda)\pi\xi^2 + C_0 K_1(\xi/\lambda)2\pi\xi\lambda \\ &= \pi\xi C_0 [\xi K_0(\xi/\lambda) + 2\lambda K_1(\xi/\lambda)]\end{aligned}\quad (II.24)$$

Sonuçta

$$C_0 = \frac{\varphi_0}{2\pi\lambda^2 [\xi^2 K_0(\xi/\lambda)/2 + K_1(\xi/\lambda)\xi/\lambda]}\quad (II.25)$$

bulunur.  $\kappa \gg 1$  durumu için (II.25) denklemini sadeleştirebiliriz. Bunun için

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 K_0(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln(x) = 0$$

ile köşeli parantez içindeki birinci terimi yok eder,

$$\lim_{x \rightarrow 0} x K_1(x) = 1$$

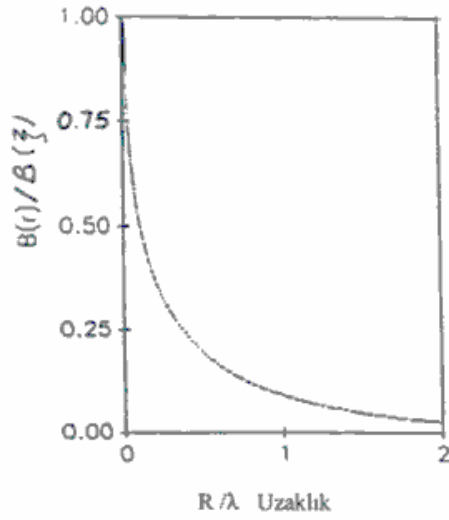
ile de ikinci terimi 1'e eşitleriz. Dolayısıyla

$$C_0 = \varphi_0 / 2\pi\lambda^2$$

buluruz ve (II.21) denklemini

$$\vec{B}_z(r) = \begin{cases} \varphi_0 / 2\pi\lambda^2 K_0(r/\lambda)\hat{k} & r \geq \xi \\ \varphi_0 / 2\pi\lambda^2 K_0(\xi/\lambda)\hat{k} & r \leq \xi \end{cases}\quad (II.26)$$

şeklinde yazabiliriz. Bu bulduğumuz  $B_z(r)$ , z-yönünde uzanmış olan yalıtılmış bir Vorteks olarak kendini gösteren manyetik alanın konuma bağlı olan büyüklüğü gösteriyor. Şekil II.12'te bu fonksiyonun grafiği verilmiştir.

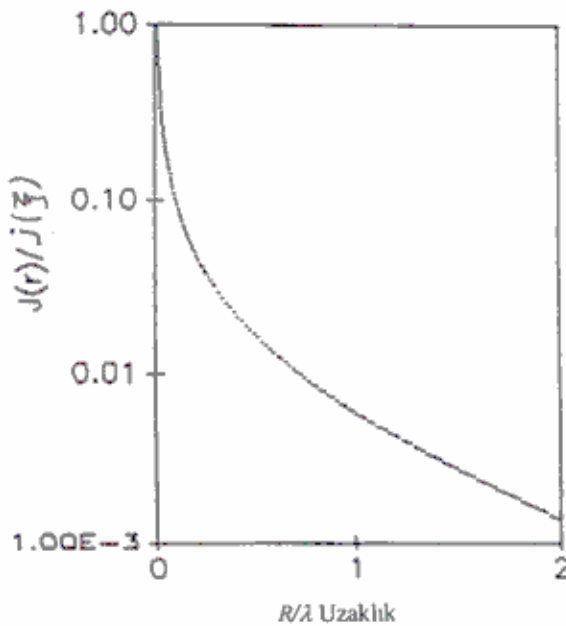


Şekil II.12 İzole edilmiş bir Vorteksin manyetik alan dağılımı

Bu manyetik alana karşılık gelen akım yoğunluğu,

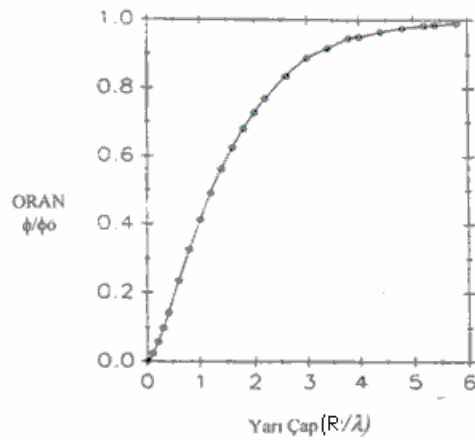
$$\vec{J}_0(r) = \begin{cases} \varphi_0 / 2\pi\mu_0\lambda^3 K_0(r/\lambda)\hat{\varphi} & r \geq \xi \\ 0 & r \leq \xi \end{cases} \quad (II.27)$$

şeklindedir ve bu fonksiyona ait grafik de Şekil II.13'te gösterilmiştir.



### Şekil II.13 İzole edilmiş bir Vorteksin perdeleme akım dağılımı

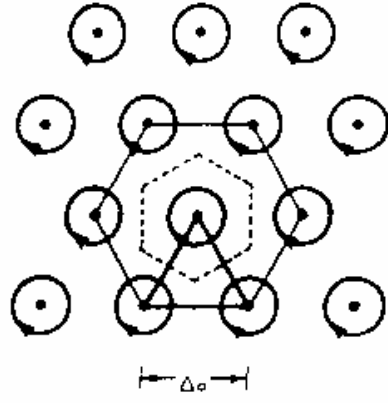
Son olarak bu Vorteks boyunca manyetik akı dağılımını gösteren grafik, Şekil II.14'deki gibidir.



### Şekil II.14 İzole edilmiş bir Vorteksin içerdiği manyetik akının radyal bağımlılığı

## II.3.2. Vorteks örgü yapısı

Daha önce bahsedildiği gibi ikinci tip süperiletkenlerde manyetik alan  $H_{c1}$  alt kritik alanı geçtiğinde manyetik alan süperiletkenin içine sızar. İçeri giren bu manyetik alan ise kendini Vorteks kuantaları olarak gösterir. İlk Vorteksler içeri girdiklerinde birbirlerinden çok uzakta oldukları için etkileşmezler. Bu yüzden de yüzeye yakın rasgele yerlerde bulunurlar. Fakat içeri giren manyetik akı, yani Vorteks sayısı arttıkça aralarındaki mesafe azaldığı için birbirleriyle olan etkileşimleri artar ve süperiletken içindeki dağılımları, rasgelelikten çıkıp **minimum enerji prensibi** doğrultusunda belli bir düzene doğru gider. Sistem, ancak Vorteksler arasındaki etkileşimin en aza ineceği **üçgen örgü** durumunda minimum enerjiye ulaşılır. Şekil II.15'de üçgen örgünün yapısı görünmektedir.



Şekil II.15 Vortekslerin oluşturduğu üçgen örgünün yapısı

## II.4. VORTEKSLER ARASI ETKİLEŞİM

Süperiletken içindeki Vortekslerin üçgen yapıda olması, aralarındaki etkileşimin karakteristiği ile ilgilidir. Bu etkileşim serbest enerji ya da Lorentz kuvveti yoluyla belirlenebilir.

Bu kuvvetin serbest enerji yoluyla bulunması şöyle açıklanabilir:  $\kappa \gg 1$  olduğu durumlarda sistemdeki manyetik alanın büyüklüğü, farklı Vortekslerin temsil ettikleri manyetik alanların büyüklüğü toplamı kadardır. Eğer iki Vorteks içeren bir sistemdeki serbest enerjiyi hesaplayacak olursak, serbest enerjinin manyetik alan cinsinden karşılığını yazarız:

$$\Delta F = \frac{\Phi_0}{8\pi} [B_1(\vec{r}_1) + B_1(\vec{r}_2) + B_2(\vec{r}_1) + B_2(\vec{r}_2)] \quad (\text{II.28})$$

Burada

- $r_n$ : n numaralı vorteksin konumu
- $B_m$ : m numaralı vorteksten kaynaklanan manyetik alan
- $B_m(r_n)$  : m numaralı vorteksten ötürü m numaralı vorteksin merkezinde oluşan manyetik alandır.

Vorteksler arasındaki simetriden faydalanarak (Denk. II.28)'i

$$\Delta F = 2 \left[ \frac{\Phi_0}{8\pi} B_1(\vec{r}_1) \right] + \frac{\Phi_0}{4\pi} B_1(\vec{r}_2) \quad (\text{II.29})$$

Şeklinde düzenleyebiliriz. Bulduğumuz (II.29) denkleminde ilk terim, her bir Vorteksin sahip olduğu enerji, ikinci terim ise bizim aradığımız etkileşim enerjisidir. Burada  $B_1$ 'in , (II.26) denkleminde bulunmuş olan değerini kullanır ve diverjansını alırsak, iki Vorteks arasındaki etkileşim enerjisini

$$F_{12} = \frac{\Phi_0 B_1(\vec{r}_2)}{4\pi} = \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \lambda^2} K_0 \left( \frac{r_{12}}{\lambda} \right) \quad (\text{II.30})$$

Olarak buluruz. Bu ifadenin de türevini alırsak, iki Vorteks arasındaki kuvveti buluruz:

$$\vec{F} = A \times K_1 \left( \frac{r}{\lambda} \right)$$

(II.31)

Burada

- A: sabit
- $K_1$ : birinci dereceden Hankel Fonksiyonu,
- r: iki Vorteks arasındaki mesafe,
- $\lambda$ : girginlik derinliğidir.

Son olarak,  $6\lambda$ 'dan uzaktaki Vortekslerin incelenen Vorteks üzerindeki etkileri sıfıra çok yakın olduğu için canlandırmamızda bu uzaklıktan ötedeki Vortekslerin etkileri hesaba katılmamıştır.

## II.5. PINNING-VORTEKS ETKİLEŞİMİ

### II.5.1. Pinning

II. tip süperiletkenlerde oluşan Vorteksler manyetik alan kuantaları oldukları için, süperiletkenden akım geçmesi halinde daha önce oluşturdukları üçgen örgüyü bozarak yeni bir denge durumuna gelirler. Bu dengeye geliş olayında Vortekslerin hareketi, perdeleme akımı oluşturur. Bu da dışarıdan uygulanan akıma ters yönde olduğu için aslında **direnç** oluşması demektir. Süperiletkenlerin temel özelliği olan “sıfır direnç” özelliğinin bu şekilde kaybolmasını engellemek için Vortekslerin bu hareketlerini engellemek gerekir. Yani onları belli noktalara sabitlemek gerekir. Bu olaya **pinning** adı verilir. Süperiletken içerisindeki (mikroskopik boşluklar, manyetik kirlilik, düzensizlik gibi) yapısal bozukluklar bu sabitleme işini görürler.

Pinning merkezlerini yapay bir şekilde oluşturmak içinse maskeleyme yöntemi oluşturulur. Biz simülasyonumuzda, **kare** örgülü pinning merkezleri kullandık.

### II.5.2. Pinning-Vorteks etkileşmesi

Pinning merkezlerinin Vorteksleri sabitlemesi, aralarındaki çekici etkileşim sayesinde. Bu etkileşime sebep olan kuvvet ile ilgili olarak birkaç öneri vardır. Biz, en çok kabul görenlerinden biri olan

$$\vec{F}_{pv}(\vec{r}) = \begin{cases} Ae^{-(r/R_{pin})^2} & r \geq R_{pin} \\ B & r \leq R_{pin} \end{cases} \quad (II.32)$$

kuvvetini tercih ettik <sup>[6]</sup>. Burada

- $F_{pv}$ : Pin – Vorteks arasındaki çekici kuvvet
- $A$ : Kuvvet sabiti
- $R_{pin}$ : Pinin yarıçapı
- $r$ : Pin merkezi ile Vorteks merkezi arasındaki mesafedir.



## II.6. SICAKLIĞIN VORTEKS HAREKETİNE ETKİSİ

İstatistiksel mekanikten T sıcaklığındaki bir sistemde, bir parçacığın  $E_n$  enerjisine sahip olma ihtimalinin

$$P_n = \frac{e^{-E_n/kT}}{\sum_i e^{-E_i/kT}} \quad (\text{II.33})$$

olduğunu biliyoruz. Buradaki

$$\sum_i e^{-E_i/kT} \quad (\text{II.34})$$

ifadesi parçacığın sahip olabileceği tüm muhtemel enerjiler üzerinden alınmış bir toplam olup, üleşim fonksiyonu olarak adlandırılır.

II. tip bir süperiletkendeki Vorteksler ayrı parçacıklar olarak kabul edilebileceği için istatistiksel mekanikten bildiğimiz bu (II.33) denklemi bize her Vorteks için belli bir T sıcaklığında  $E_n$  enerjisine sahip olma ihtimalini verir. Birbirine çok yakın enerji değerleri için (II.34) denklemi yerine

$$\int_0^{\infty} e^{-E/kT} dE \quad (\text{II.35})$$

yazabiliriz. Bu integral için de

$$\int_0^{\infty} e^{-E/kT} dE = -kT e^{-E/kT} \Big|_0^{\infty} = -kT(0-1) = kT \quad (\text{II.36})$$

eşitliğini buluruz. Bu durumda herhangi Vorteksin  $n \rightarrow \infty$  durumu için  $E_n$  enerjisine sahip olma ihtimali,

$$P_n = \frac{e^{-E_n/kT}}{kT} \quad (\text{II.37})$$

olur. Bu olayı tersten düşünecek olursak şöyle diyebiliriz: Bir Vorteksin enerjisi, 0 ile 1 arasında rasgele seçilen bir  $P_n$  sayısına bağlı olarak

$$kTP_n = e^{-E_n / kT} \quad (II.38)$$

dolayısıyla

$$E_n = -kT \ln(kTP_n) \quad (II.39)$$

olur. Bunu biraz daha düzenleyecek olursak,

$$E_n = -[kT \ln(kT) + kT \ln(P_n)] \quad (II.40)$$

İfadesini elde ederiz.

$$S(T) \equiv -kT \ln(kT) \quad (II.41)$$

denkliğini tanımlayarak (II.40) denklemini

$$E_n = S(T) - kT \ln(P_n)$$

(II.42)

Şeklinde yazabiliriz. Bulduğumuz bu (II.42) denklemini şöyle ifade edebiliriz: Vorteks rasgele seçilecek bir  $P_n$  sayısına bağlı olarak sistemin içinde bulunduğu T sıcaklığında  $E_n$  kinetik enerjisi kazanacaktır.

Vorteks üzerindeki sıcaklıktan kaynaklanan kuvvet için  $F_n \propto E_n$  olacağını varsayarsak,  $F_n \propto P_n$  olduğunu söyleyebiliriz. Bu durumda  $F_n$ ' in bileşenleri olan  $F_{nx}$

ve  $F_{ny}$  de  $P_{nx}$  ve  $P_{ny}$  şeklinde,  $\left[0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$  aralığında rasgele üretilmiş iki sayı ile orantılı

olacaktır. Bu iki sayı,  $P_n$ ' in bileşenleridir. Sonuç olarak da  $P_{nx}^2 + P_{ny}^2 = P_n^2$  büyüklüğü,  $[0,1]$  aralığında olacaktır.

Ayrıca  $F_x$  ve  $F_y$  kuvvetleri için rasgele olacak şekilde yalnızca 1 ve -1 değerleri alabilen YönX ve YönY sayıları belirleriz. Bu iki sayı, x ve y doğrultusundaki kuvvetlerin o doğrultulardaki yönlerini belirler. Tüm bu sayıları belirledikten sonra (II.42) denkleminde

$$\begin{aligned} F_x &= \text{YönX} \times P_{nx} \times [S(T) - kT \ln(P_n)] \\ F_y &= \text{YönY} \times P_{ny} \times [S(T) - kT \ln(P_n)] \end{aligned} \quad (II.43)$$

şeklinde kuvvetler üretiriz.

Fakat şunu biliyoruz ki üzerinde çalışılan parçacık için bulunan  $E_n$ , dışarıdaki potansiyelin etkisiyle bir miktar yönlendirilecektir. O halde (II.43) denklemlerine dışarıdaki potansiyelin yönlendirici etkisini de eklemeliyiz. Bunun için kuvvetin x yönündeki bileşenin büyüklüğünü etkileyen  $P_{nx}$  sayısını dışarıdaki potansiyelin x bileşenin büyüklüğü ölçüsünde artırmalı veya azaltmalıyız. Aynı şeyleri y bileşeni için de yaparız. Dolayısıyla

$$\begin{aligned} P_{nx} &\rightarrow P_{nx} (1 + \text{Ölçek} \times \text{HariciKuvvetX}) \\ P_{ny} &\rightarrow P_{ny} (1 + \text{Ölçek} \times \text{HariciKuvvetY}) \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

Dönüşümlerini yapar, sonuçta bulduğumuz  $P_{nx}$  ve  $P_{ny}$  değerlerini (7.11) denklemlerinde kullanırız. Buradaki Ölçek, dış kuvvetin sıcaklıktan kaynaklanan kuvvete ne oranda katkısı olacağını belirleyen rasgele üretilmiş diğer bir sayıdır. Diğer bir deyişle (II.44) denklemine göre sıcaklıktan kaynaklanan kuvvet, rasgele seçilen bir oranda dış kuvvete paralel olma eğilimi gösteriyor.

# BÖLÜM III

## TEZ ÇALIŞMALARI

Canlandırmamızda Vorteks dinamiğini incelerken süperiletkenin boyutlarını  $30\lambda \times 30\lambda$  büyüklüklerinde aldık. Süperiletken içinde **pinning yerleşimi** ile ilgili olarak

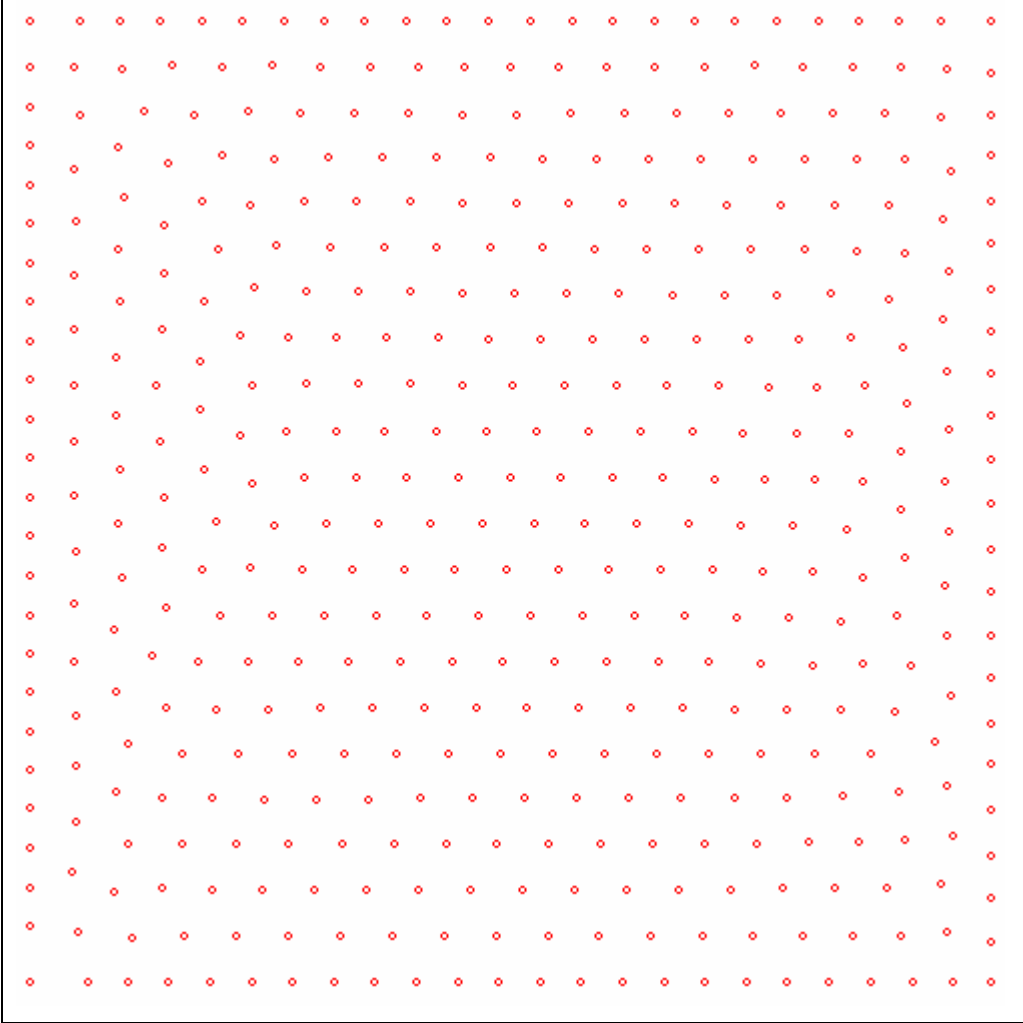
1. Pinning merkezi içermeyen,
2. Kare örgülü pinning merkezi içeren,

iki farklı durumda 450 Vorteks içeren bir sistemi incelendi.

### III.1. DENGE DURUMUNA GELME

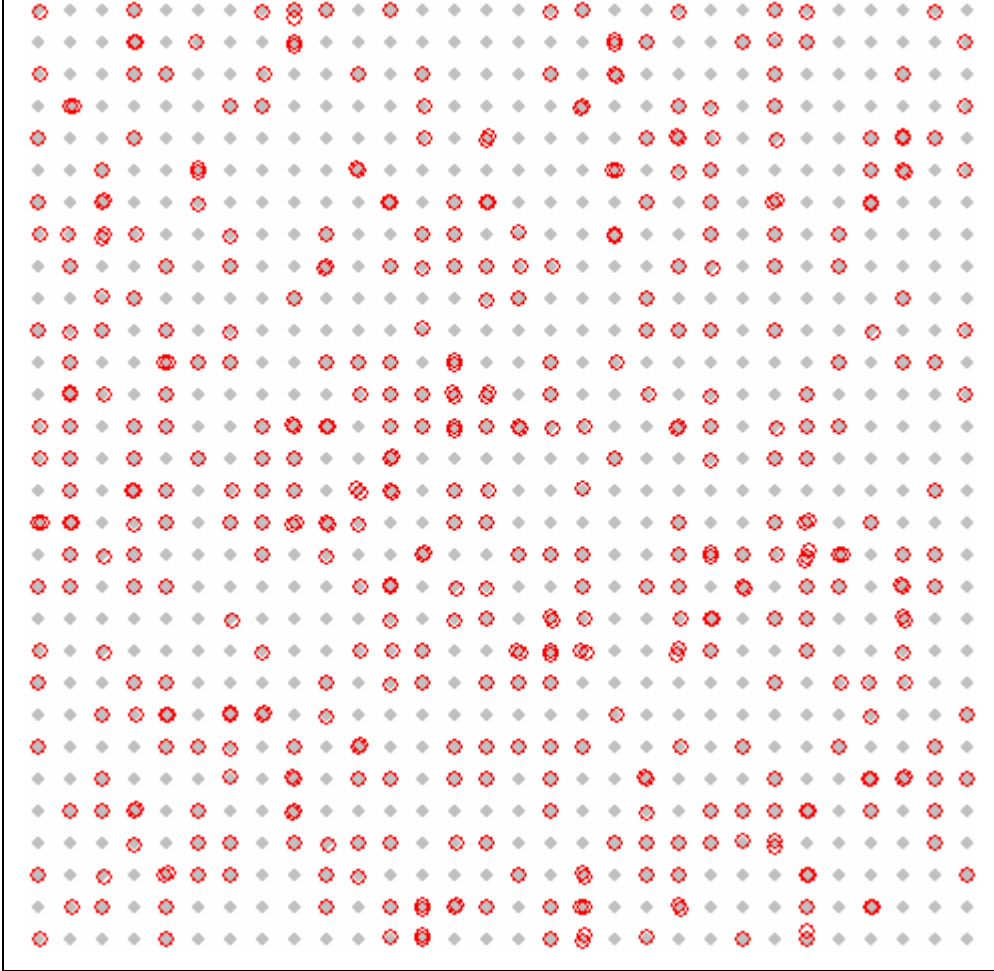
Üzerinde çalışılan her bir sistemde başlangıçta Vorteksleri rasgele yerleştirdik ve bu Vorteksler, diğer Vorteks ve pinning merkezlerinden kaynaklanan kuvvetlerin etkisiyle kendi içlerinde denge durumuna geldiler. Bu dengeye gelme sürecinde sıcaklığı mutlak sıfır olarak aldık.

Dengeye gelen sistemler, pinning merkezi içermeyen sistemlerde altıgen bir örgü oluşturdular. Pinning merkezi içeren sistemlerde ise Vorteksler Vorteks – Vorteks arası kuvvete kıyasla fark edilebilir ölçüde büyük bir kuvvetle çekildikleri Pinning merkezlerinde toplandılar. Şekil (III.1 ve III.2)'de sistemlerin dengeye geldikten sonraki durumları gösterilmiştir.



**Şekil III.1 450 Vorteks - Pinsiz Sistem. Bu sistemde rasgele yerleştirilmiş Vorteksler, yaklaşık 10.000 kez hareket ettirildikten sonra dengeye gelmiştir.**

Şekil III.1'de görüldüğü gibi vorteksler, altıgen örgü oluşturacak şekilde dengeye gelmişlerdir. Bu, vorteksler arasındaki Lorentz kuvvetinin minimum olduğu durumun altıgen örgü durumunda gerçekleşmesinden kaynaklanmaktadır. Örgünün bazı yerlerde bozulması ise, altıgen örgünün kare içine sığdırılması durumunda kaçınılmazdır.



**Şekil III.2 450 Vorteks - Kare Pin Örgülü Sistem. Bu sistemde rasgele yerleştirilmiş Vorteksler, yaklaşık 10.000 kez hareket ettirildikten sonra dengeye gelmiştir.**

Şekil III.2'de görüldüğü gibi tüm vorteksler pin merkezleri üzerinde toplanmıştır, çünkü pin – vorteks arası etkileşme vorteks – vorteks arası etkileşmeden çok daha güçlüdür. Dolayısıyla altıgen pin örgüsü de ortadan kaybolmuştur.

## III.2. SİSTEMDEKİ HAL DEĞİŞİMİNİN TESPİTİ

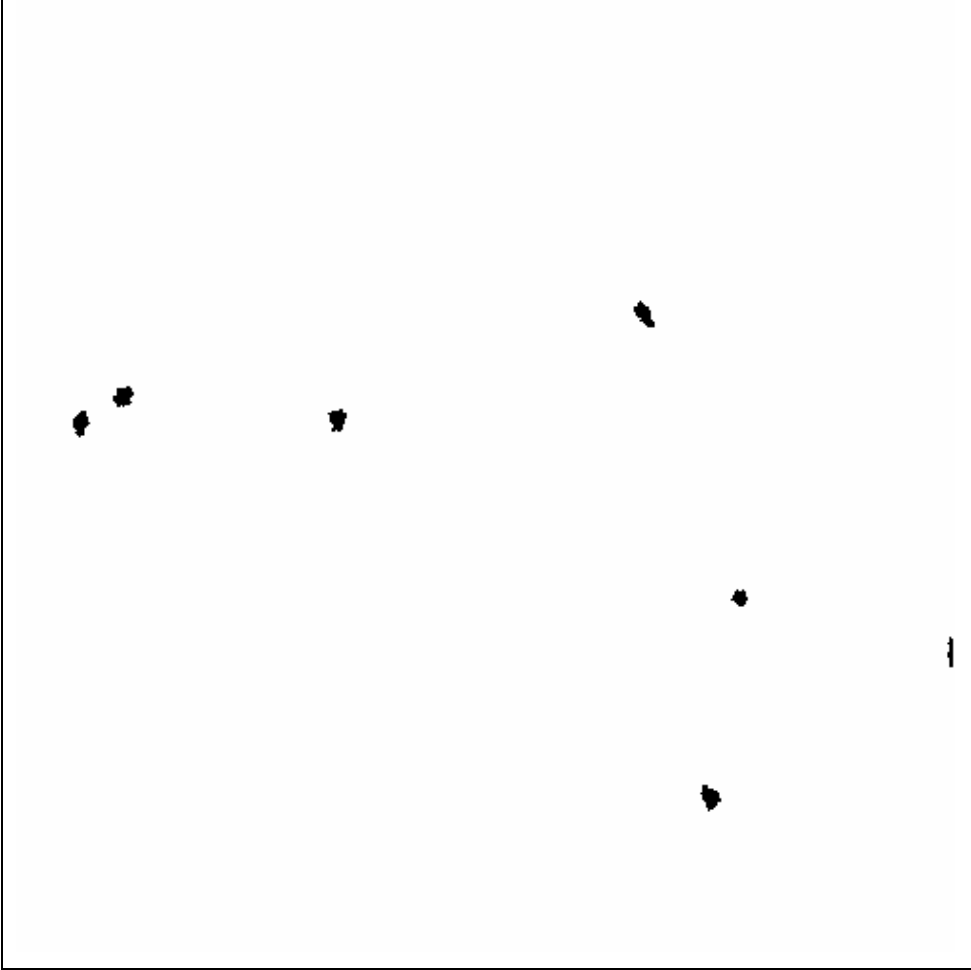
Katı cisimlerde moleküller birbirine sıkı bir biçimde bağlı oldukları için aralarındaki uzaklık minimumdur. Katı bir cismin ısı alıp hal değiştirmesi, moleküllerin fazla enerji kazanıp “başlangıçtaki konumlarından” uzaklaşmalarıyla gerçekleşir.

Çalışmamızda da, dengeye gelmiş olan Vortekslerin sıcaklığın artması sonucu orijinden uzaklaşmaları sistemdeki hal değişiminin ölçüsü olarak alındı.

- Sistemdeki hal değişiminin tespiti için denge durumuna ulaştıktan sonra
- Sistemdeki tüm Vortekslerin komşularını tespit edildi,
- Sisteme 0 Kelvin’den itibaren sıcaklığı artırıldı,
- Her bir sıcaklık için sistemi **belli sayıda** hareket ettirildi,
- Bu hareketlerin her birinin sonunda her bir vorteksin yeni konumu işaretlendi.

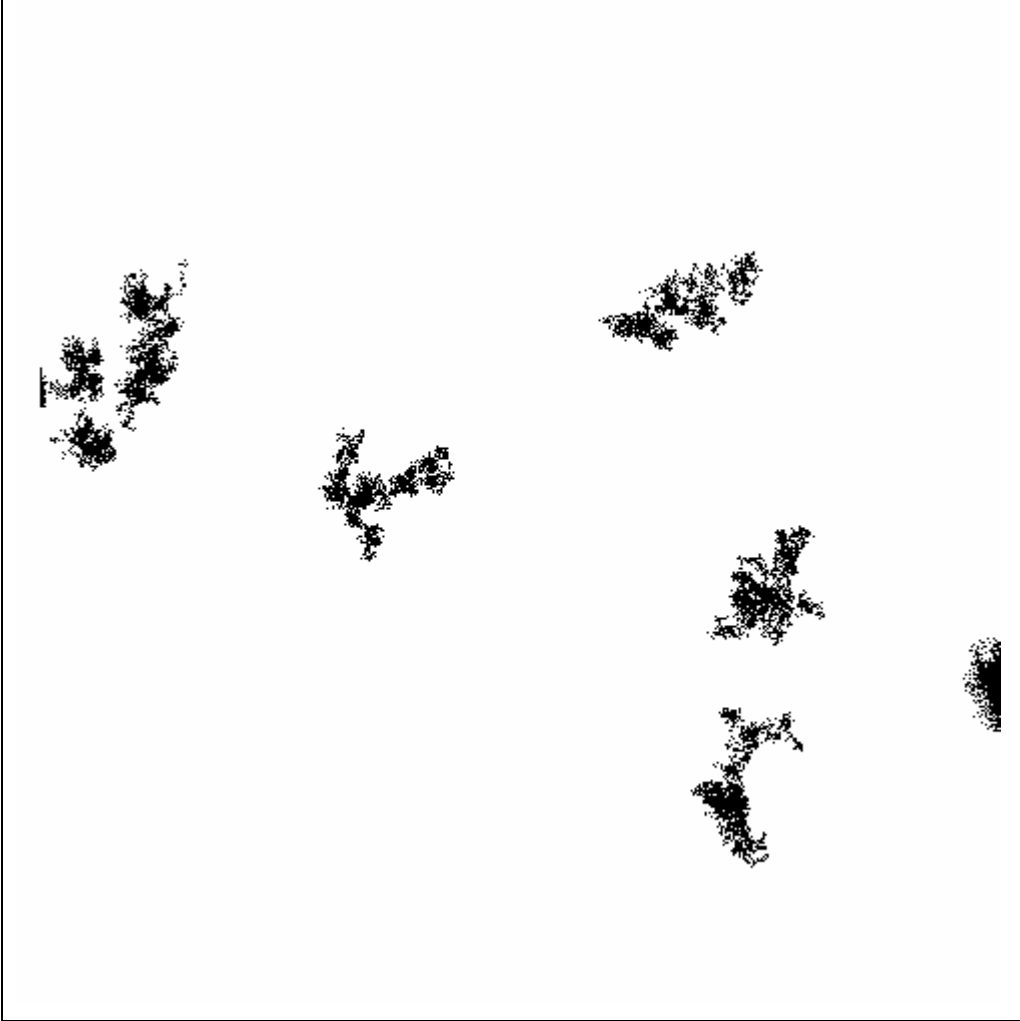
Üçüncü maddede belirtilen uygun hareket sayısını da sistemi standart sapması ortalama olarak sabit kalana dek hareket ettirerek belirledik.

Bu işlemler sonucunda rasgele seçilmiş olan 7 Vorteksin ulaştıkları noktalar işaretlenmiştir. Şekil (III.3 - III.8) arasında, pinsiz sisteme ait, Şekil (III.9 - III.15) arasında Kare örgülü pinli sisteme ait olmak üzere, bu Vortekslerin farklı sıcaklıklarda gittikleri noktalar gösterilmiştir.



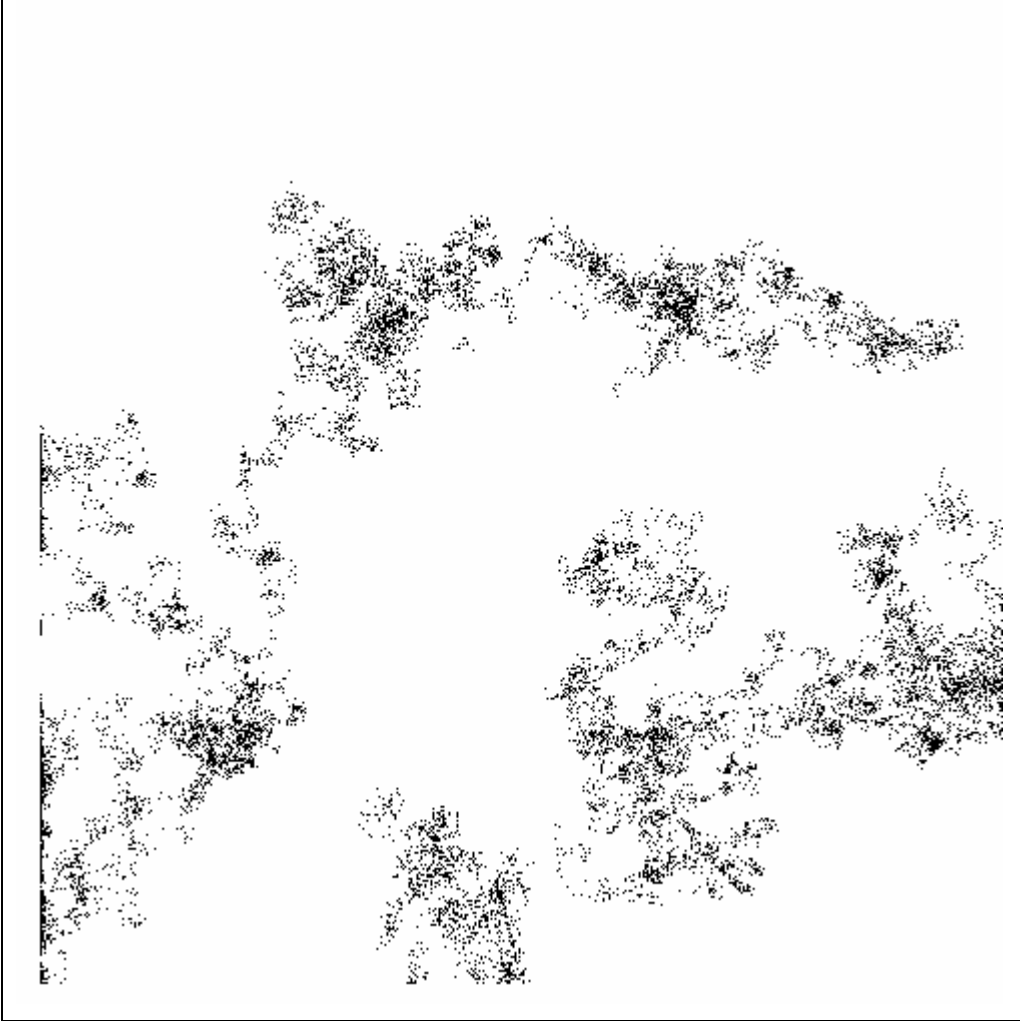
**Şekil III.3 450 Vorteks içeren pinsiz sistemde 5 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Vorteksler daha 5 Kelvin'de başlangıçtaki konumlarından oldukça uzaklaşmışlardır. Bunun sebebi, vorteksleri sabit tutabilecek tek kuvvet olan Vorteksler arası Lorentz kuvvetinin sıcaklığın hareket ettirici etkisi karşısında fazla kuvvetli olmayışdır. Sistemin bulunduğu hal hemen hemen sıvı haldir, çünkü vorteksler boylarına yakın bir mesafeyi kat edebiliyorlar.



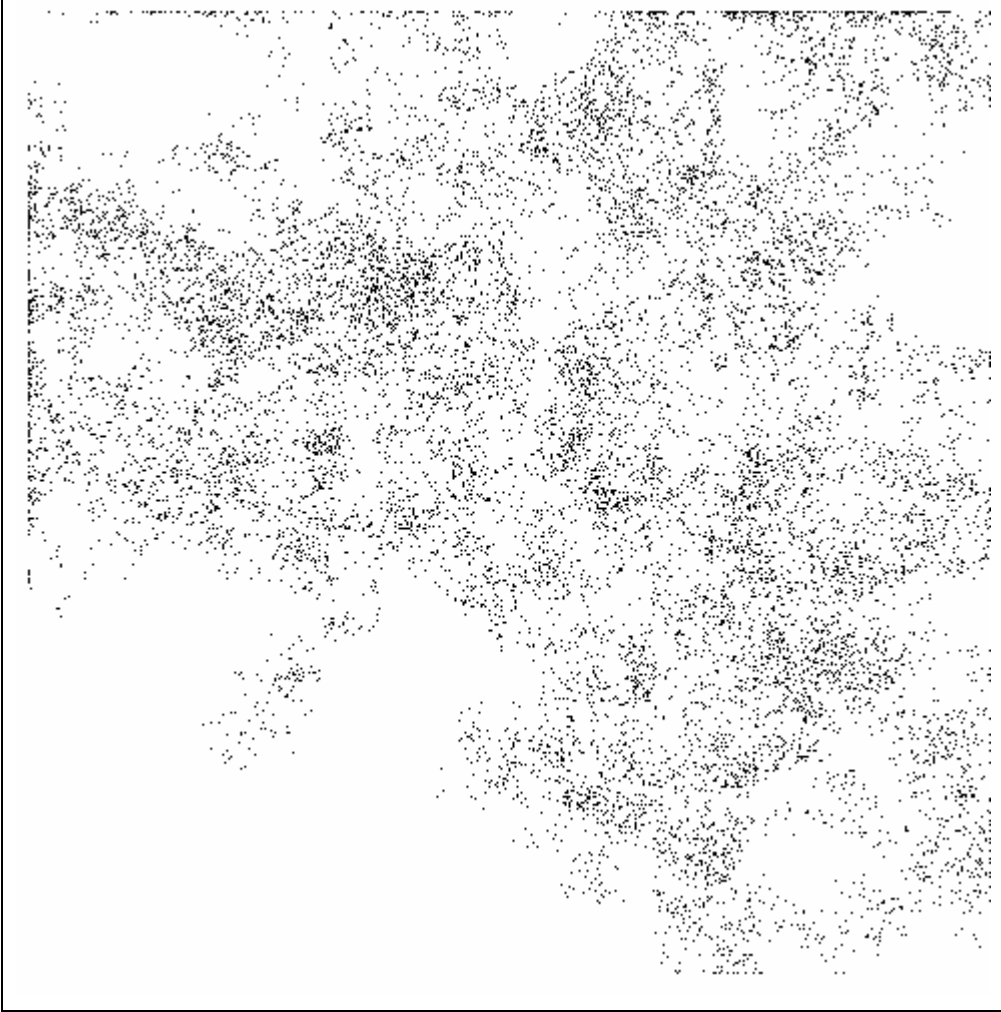
**Şekil III.4 Vorteks içeren pinsiz sistemde 25 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Sistem artık sıvı halden gaz haline geçmeye başlamıştır. Vorteksler, komşuları olan 5 -10 vorteksin alanında dolaşabiliyorlar.



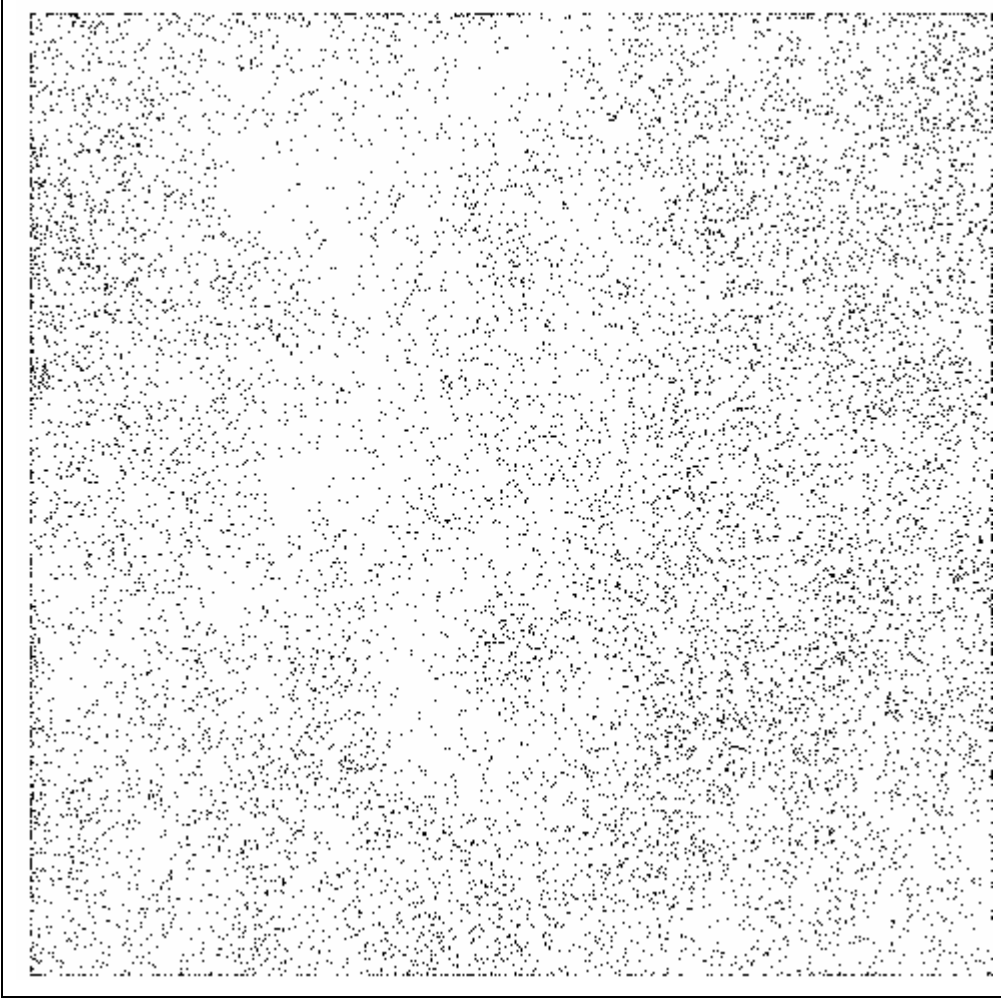
**Şekil III.5 Vorteks içeren pinsiz sistemde 50 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Vorteksler artık süperiletken maddenin büyük kısmına ulaşabilmektedirler. Bu da artık sistemin gaz haline geçtiğini göstermektedir.



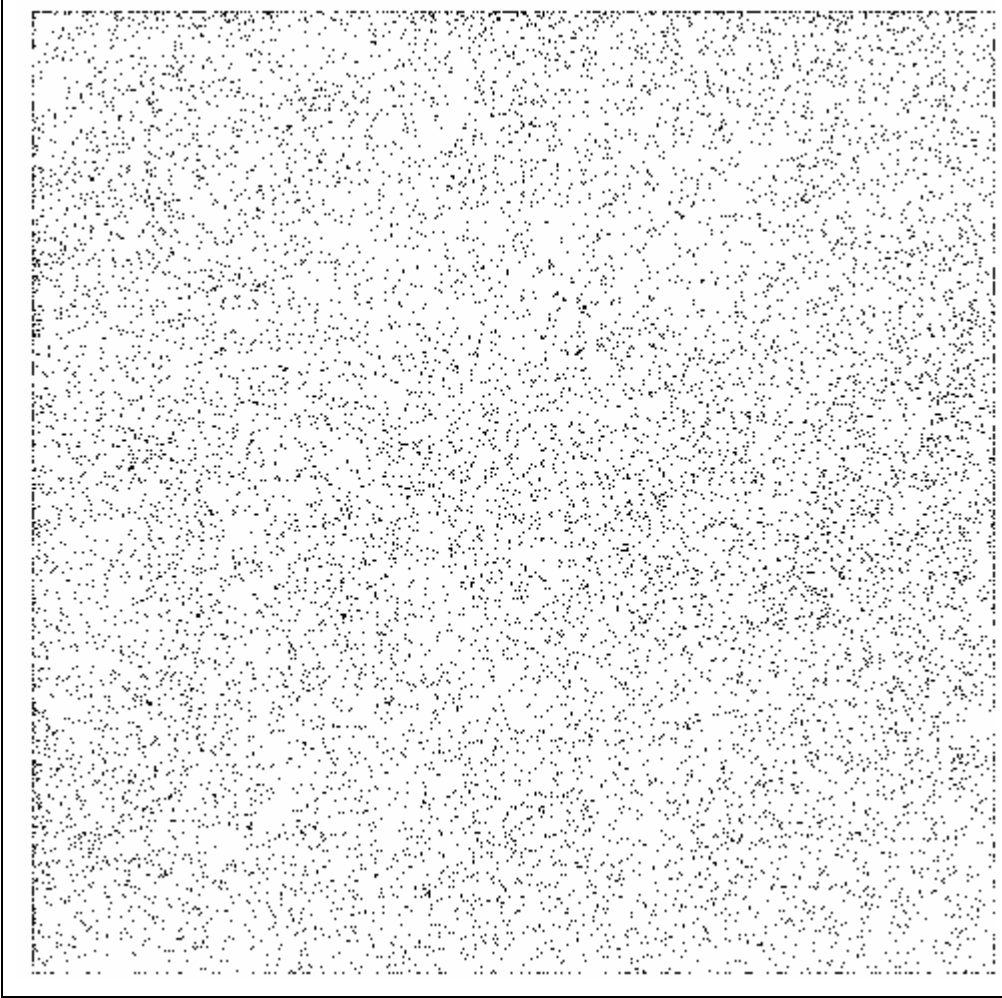
**Şekil III.6 Vorteks içeren pinsiz sistemde 100 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Vorteksler artık hemen hemen tamamen serbestçe hareket edebilmektedirler.



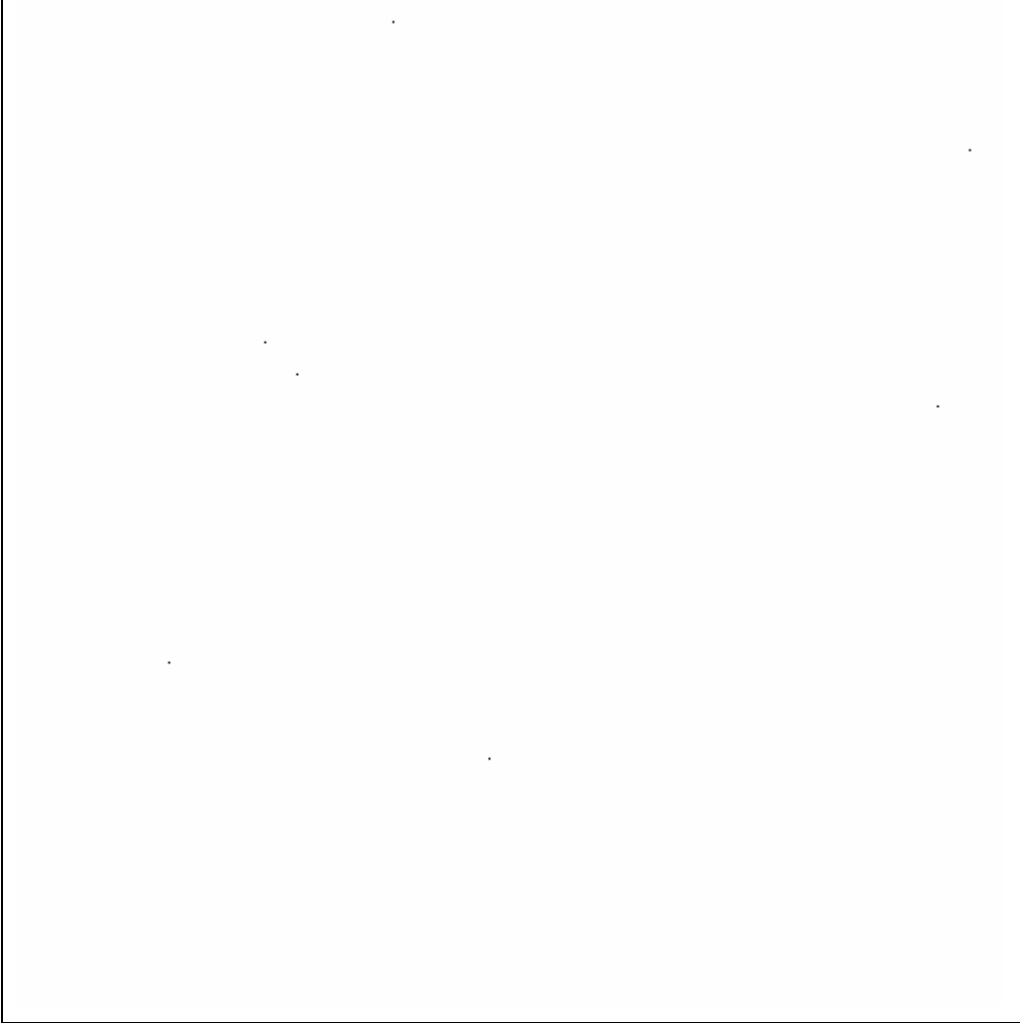
**Şekil III.7 Vorteks içeren pinsiz sistemde 200 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Vorteksler artık süperiletken maddenin her yerine rahatça ulaşabilmektedirler. Bu da Lorentz kuvvetinin sıcaklık karşısında tamamen etkisizleştiğini göstermektedir.



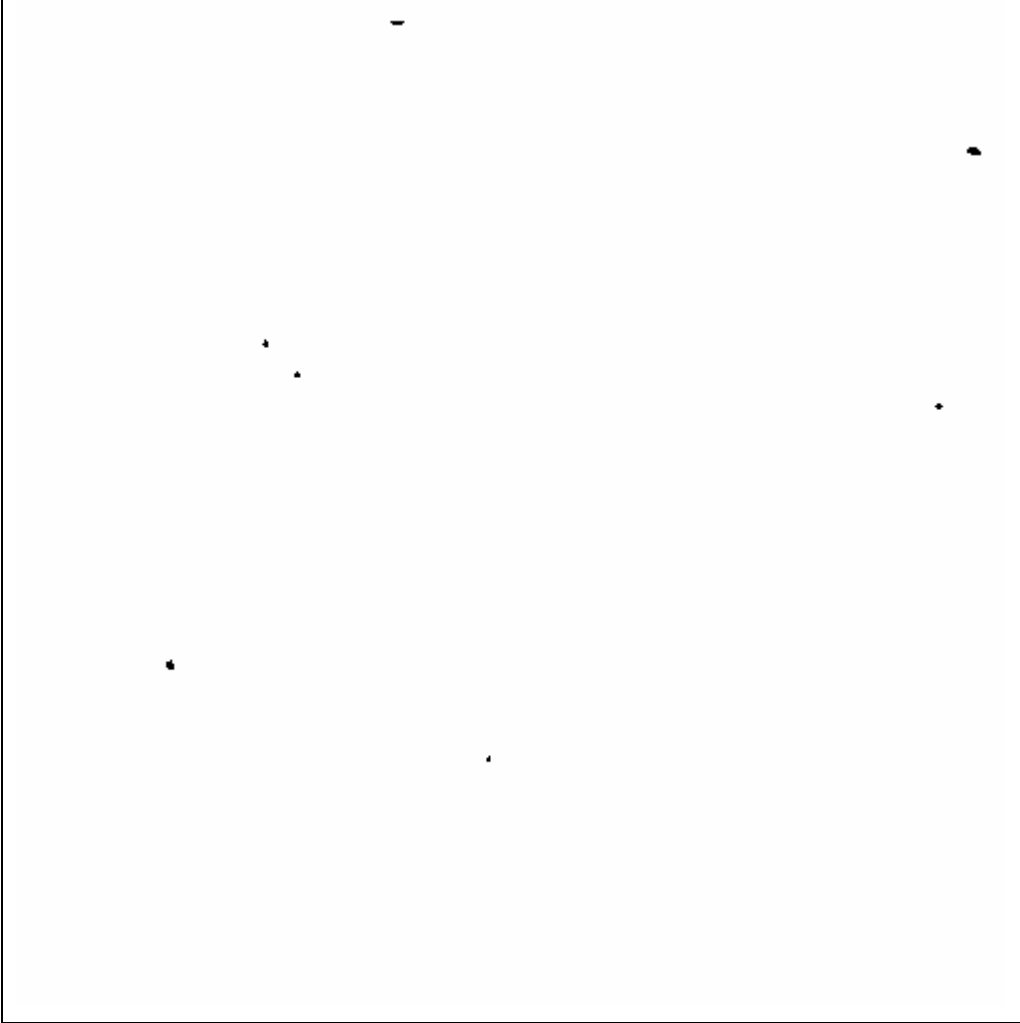
**Şekil III.8 Vorteks içeren pinsiz sistemde 300 Kelvin’de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

200 Kelvin ile 300 Kelvin arasında hemen hemen hiç fark bulunmamaktadır. Yani sistem aynı serbestlikle hareket etmektedir.



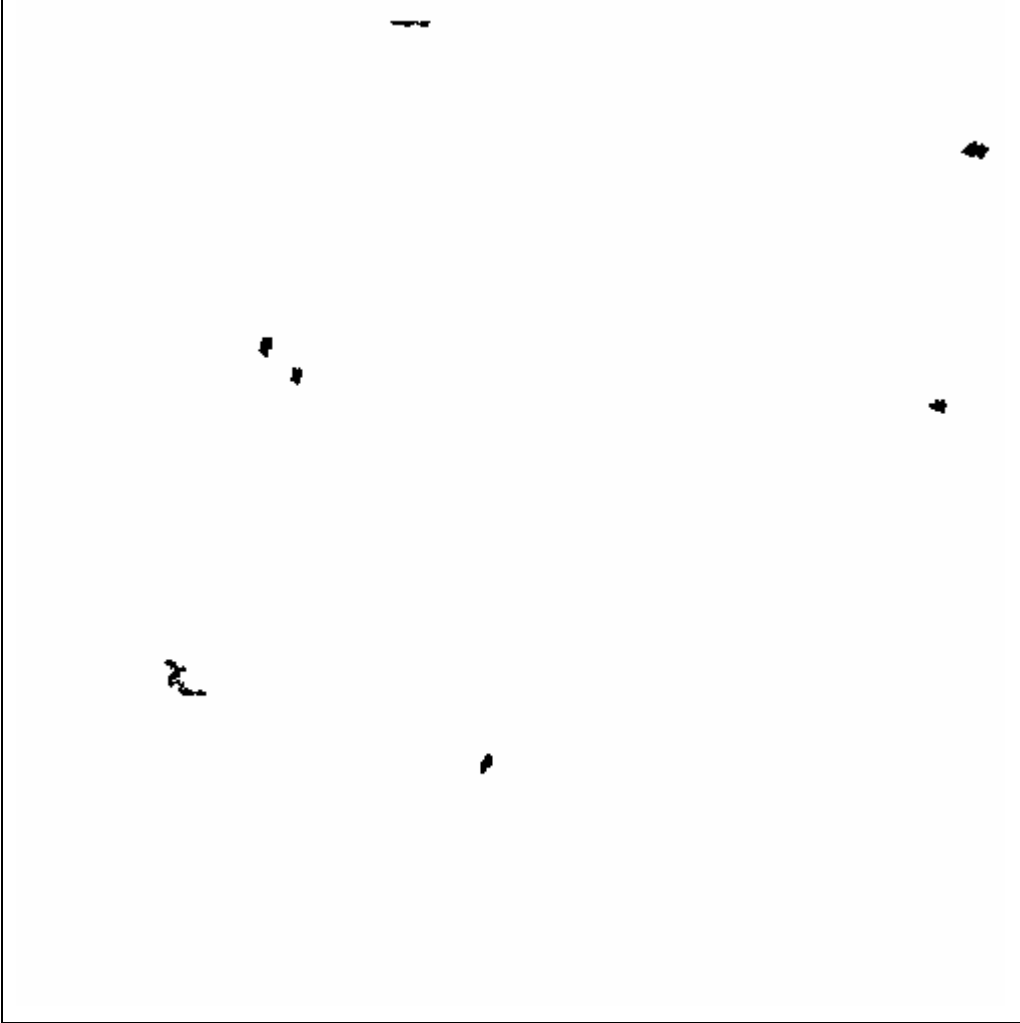
**Şekil III.9 Vorteks içeren pinsiz sistemde 5 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Pin merkezlerinin çekimi çok güçlü olduğu için vorteksler yerlerinden hemen hiç kıpırdamıyorlar. Bu durum, tam olarak katı hale işaret ediyor.



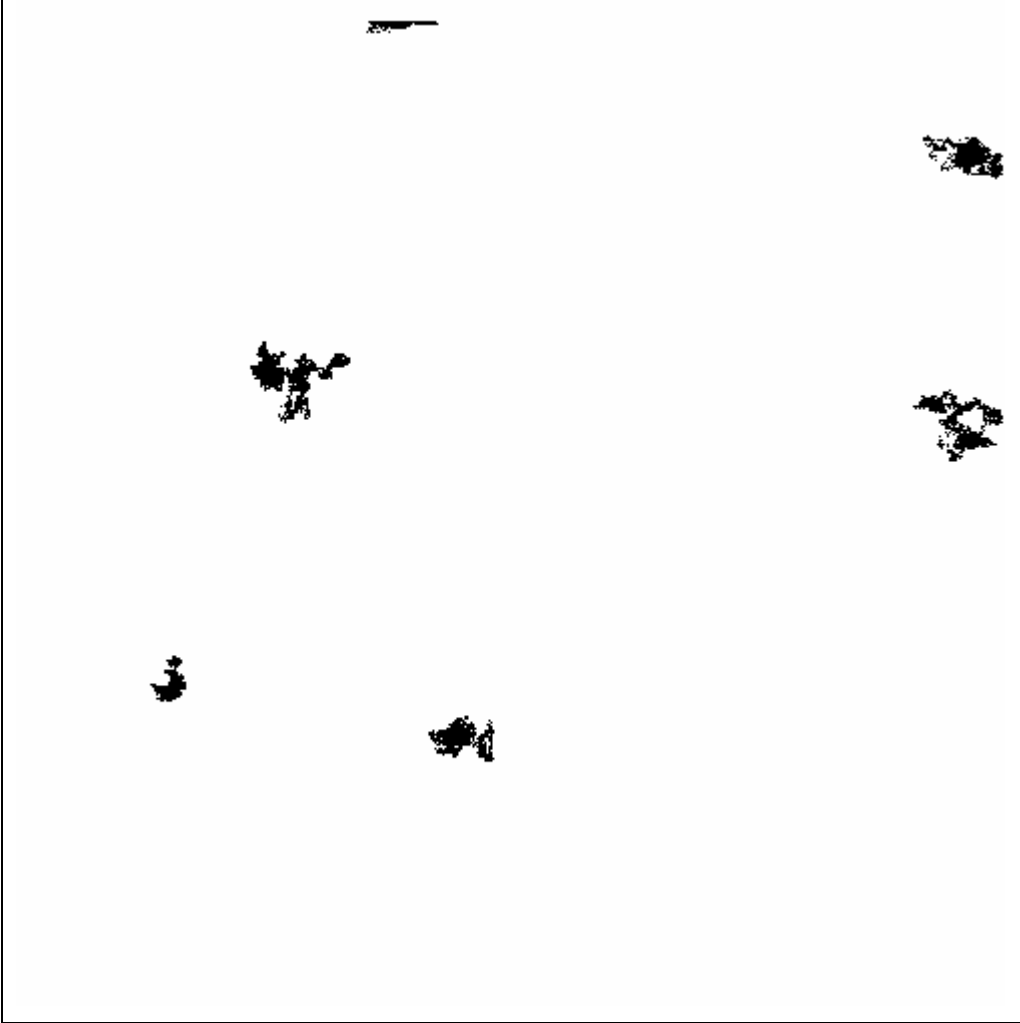
**Şekil III.10 Vorteks içeren pinsiz sistemde 25 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Sistem hala katı halde olmakla birlikte, vortekslerde hafif bir kıpırdanma gözlenmektedir. Bu, pinsiz sistemde Lorentz kuvvetinin etkisini büyük oranda yitirdiği 25 Kelvin sıcaklıkta Pinning merkezlerinin hala sıcaklığın hareket ettirici etkisinden çok daha etkin bir kuvvet olduğunu göstermektedir.



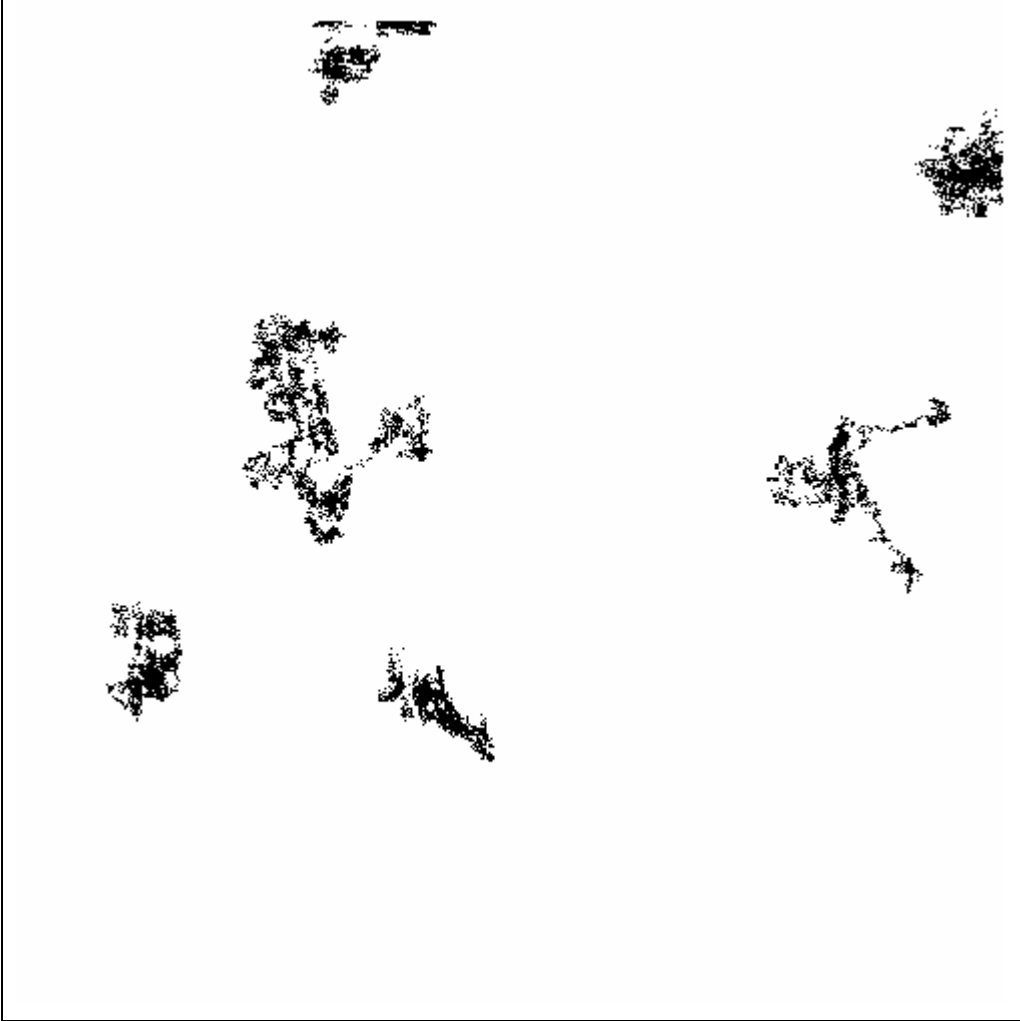
**Şekil III.11 Vorteks içeren pinsiz sistemde 50 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Sistem artık katı halden sıvı hale geçiş yapmaktadır. Vortekslerin ulaşabildikleri mesafeler, kendi boyutlarının biraz altındadır.



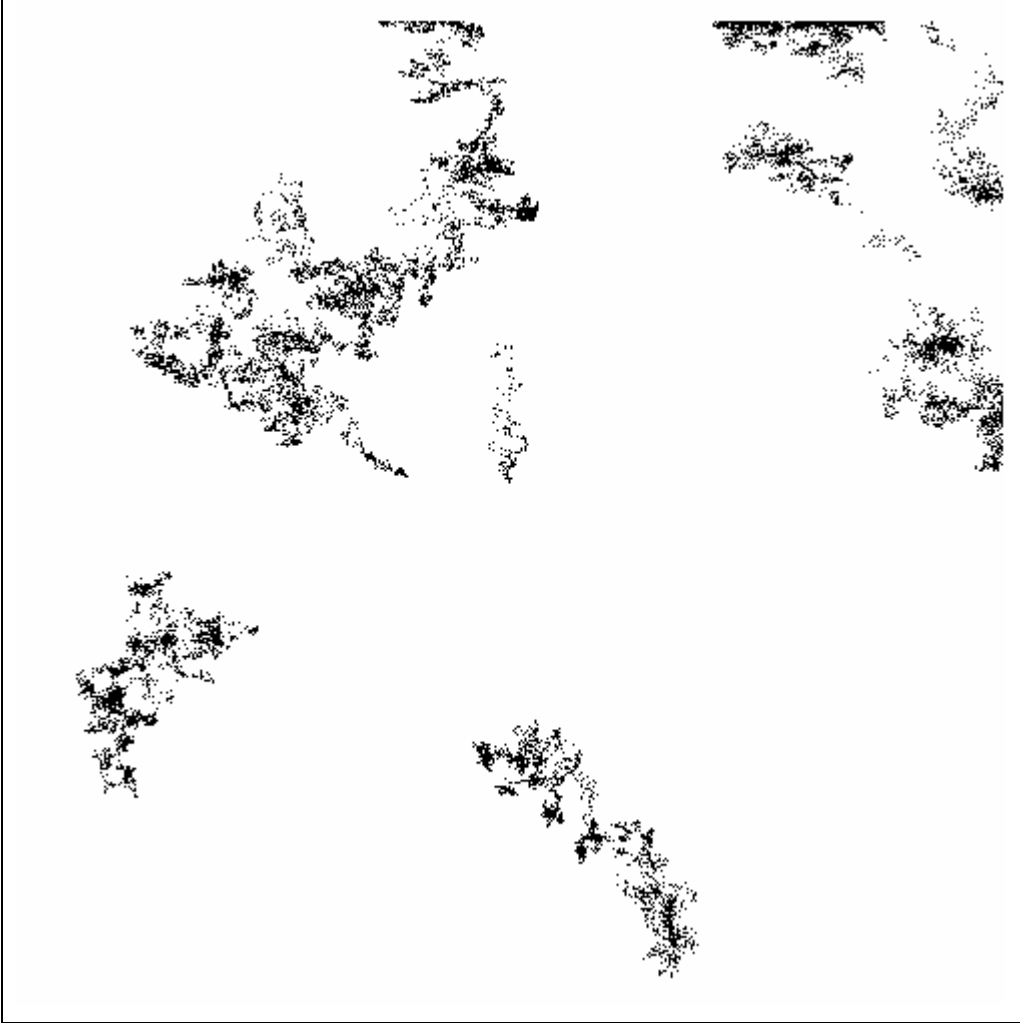
**Şekil III.12 Vorteks içeren pinsiz sistemde 100 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Artık vorteksler kendi boyutlarının 1-3 katı mesafeye ulaşabilmektedirler. Bu da sistemin sıvı halde bulunduğunu ve gaz haline geçmek üzere olduğunu gösteriyor.



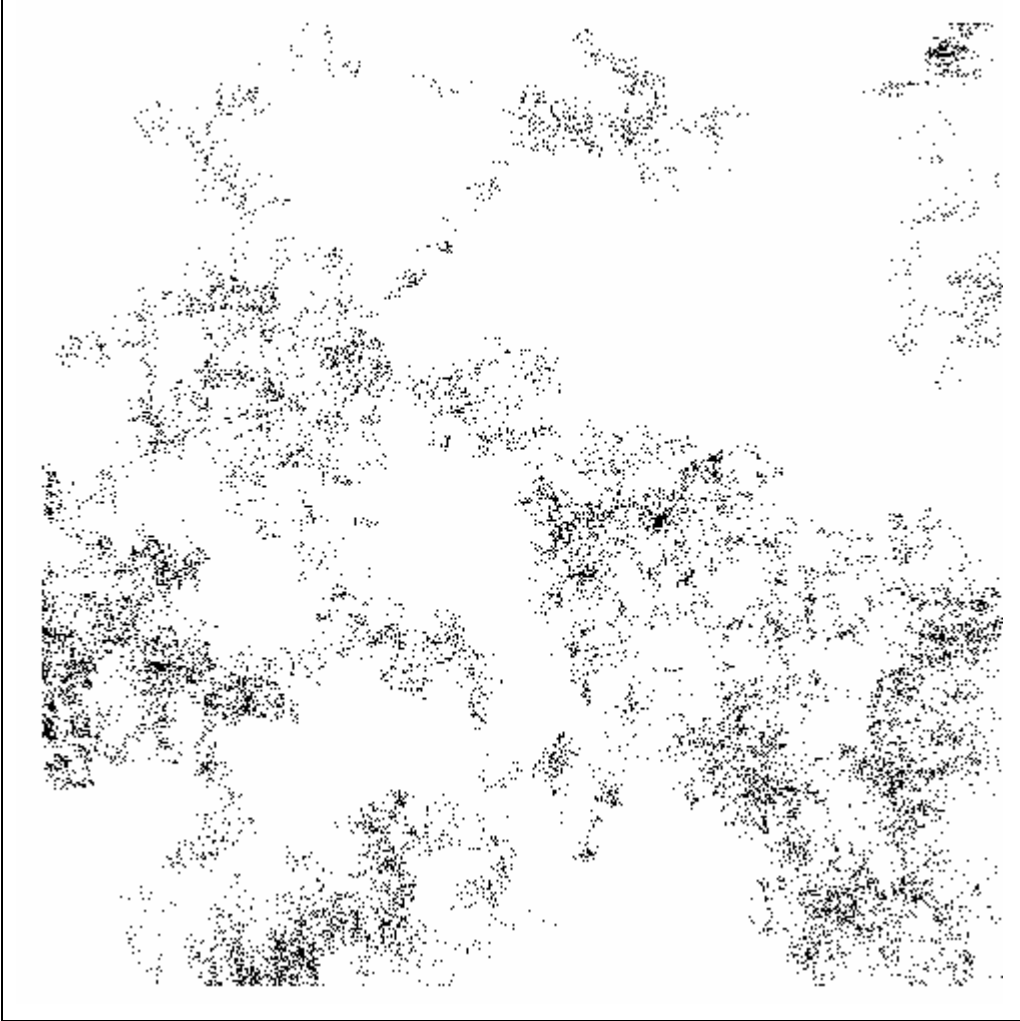
**Şekil III.13 Vorteks içeren pinsiz sistemde 200 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Sistemin artık gaz haline geçtiği söylenebilir. Çünkü tüm vorteksler kendi boyutlarının birkaç katı uzaklığa ulaşabilmektedir. fakat bu sıcaklık henüz oda sıcaklığının çok altındadır.



**Şekil III.14 Vorteks içeren pinsiz sistemde 300 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Oda sıcaklığında, artık sistem gaz halindedir. Vorteksler süperiletken boyunca tam serbest olmasa bile oldukça rahat hareket edebilmektedirler.



**Şekil III.15 Vorteks içeren pinsiz sistemde 500 Kelvin'de rasgele seçilmiş 7 Vorteksin gitmiş oldukları noktalar.**

Bu sıcaklıkta vorteksler süperiletkenin tamamını gezebilmektedirler.

## BÖLÜM IV

### SONUÇLAR

Çalışma sonunda görüldü ki, pinsiz bir sistemdeki Vorteksler sıcaklığa maruz kaldığında sıcaklık fazla yüksek olmasa bile katı halden rahatça uzaklaşarak serbestçe hareket eder bir hale geliyor. Şekillerde görüldüğü gibi Vorteksler sıcaklığın etkisiyle **sıvı** denebilecek bir hareketlilikten öte **gaz** denebilecek hareketliliğe de ulaştılar.

Öte yandan pinli sistemde Vortekslerin serbestçe hareket etmesi ancak belli bir eşik sıcaklığın aşılmasıyla gerçekleşmiş, dolayısıyla katı-sıvı-gaz geçişi pinsiz sistemde olduğu gibi lineer bir karakter sergilememiştir.

Her iki sistemdeki gaz fazına geçiş, çok yüksek sıcaklıklarda gerçekleşmiştir.

## BÖLÜM V

### TARTIŞMA VE DEĞERLENDİRME

Deneysel gözlemlerden, süperiletkenlerde Vorteks örgüsünün faz geçişine maruz kaldığı biliniyor. Fakat bu gözlemler, ancak cismin süperiletken olarak kalmaya devam edebildiği düşük sıcaklıklarda yapılabiliyor. Vortekslerin gözlenebilen bu maksimum sıcaklıkta kazanmış oldukları hareketlilik de, onların **kati** fazdan **sıvı** faza geçtiği şeklinde yorumlanmıştır.

Canlandırmamızda görüldü ki, sıcaklık çok fazla yükseltirse, Vorteksler **gaz** fazına da geçebiliyor. Bu da süperiletkenlerdeki **dirençsizlik** özelliğinin Pinning merkezleri yardımıyla ancak belli sıcaklıklara kadar aşılabildiğini, onun ötesindeki sıcaklıklarda ise artık Vortekslerin sıcaklıktan ötürü kazanmış oldukları hareketliliğin Pinning merkezleri tarafından da engellenemediği anlamına geliyor.

Sonuç olarak şunu söyleyebiliriz ki; eğer gerçekten yüksek sıcaklıklı süperiletkenler hayata geçirilebilirse, Vortekslerin hareketlerini engelleyebilecek yeni bir yöntem de geliştirilmelidir ki, bu süperiletkenler dirençsiz olabilsin. Çünkü Vorteksleri hareketsiz tutma görevini üstlenen pinning merkezleri yüksek sıcaklık karşısında etkisiz kalacaklar ve direncin oluşmasını engelleyemeyeceklerdir.

## KAYNAKLAR

1. H. K. ONNES, Leiden Comm. 120b (1911)
2. ABRİKOSOV, Zh. Eksperim. İ Teor. Fiz. 32, 1442 (1957) [Sov. Phys. –JETP 5, 1174 (1957)]
3. W. MEİSSNER ve R. OCHSENFELD, Naturwissenschaften 21, 787 (1933)
4. V. L. GİNZBURG, L. D. LANDAU, Zh. Eksperim. i. Teor. Fiz. 20. 1064 (1950)
5. T. P. ORLANDO & K. A. DELIN *Foundations of Applied Superconductivity* Addison- Wesley Publishing Company (1991)
6. Ş. AKTAŞ J. Of Physics Condensed Physics 86740–6747 (1996)
7. C. Reichherdt, C.J. Olson ve F. Nori, Physical Review Letters, 78, 2648 (1997)
8. M.F. Laguna, C. A. Balseiro, D. Domingez ve F. Nori, Physical Review B, 64, 104505 (2001)
9. B.Y. Zhu, L. Vanlook, V. V. Moshchalkov, F. Marchesoni ve F. Nori, Physica E, 18, 322, (2003)
10. S. Aktaş, A numerical study of magnetic vortices in high temperature, PhD thesis, 1993

## **ÖZGEÇMİŞ**

Selçuk Hacıömeroğlu, 1993 yılında girdiği ODTÜ Fizik bölümünden 1998 yılında mezun oldu. Mezun olduktan sonra 4 yıl bilgisayar sektöründe çalıştı. Askerlik görevini 2003 yılında tamamladıktan sonra Marmara Üniversitesi Fizik bölümünde Yüksek Lisans programına başladı.