

OPTİK DİELEKTRİK DALGA KILAVUZLARI

HAYRETTİN AKINCI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FİZİK Anabilim Dalı

MART 2007

OPTICAL DIELECTRIC WAVEGUIDES

HAYRETTİN AKINCI

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of PHYSICS

MARCH 2007

OPTİKSEL DİELEKTRİK DALGA KILAVUZLARI

HAYRETTİN AKINCI

Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
FİZİK Anabilim Dalı
GENEL FİZİK Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: YARD. DOÇ. DR. ALİ ÇETİN

MART 2007

HAYRETTİN AKINCI' in YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “OPTİKSEL DİELEKTRİK DALGA KILAVUZLARI” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Yard.Doç.Dr. Ali ÇETİN

Üye : Prof.M.Selami KILIÇKAYA

Üye : Yard.DoçDr.Salih Köse

Üye : Yard.Doç.Dr. Tevfik ÜNALDI

Üye : Yard.DoçDr.Ercan UÇGUN

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tezde, ışık taşımak için kullanılan optik dalga kılavuzları ele alınmıştır. Dalga kılavuzları, düzlem ayna, düzlem dielektrik, dikdörtgen ayna, dikdörtgen dielektrik, ve silindirik fiber olarak sınıflandırılabilir.

Dalga kılavuzlarında meydana gelen mod, mod sayısı, grup hızı, alan, alan dağılımı, dalga denklemi, sınır değer problemi, etkin indis yöntemi gibi bir çok kavram ayrıntılı olarak incelenmiştir.

Dalga kılavuzlarının geometrisi ve bağlanma özellikleri çok önemlidir. Bu özellikler dalga kılavuzlarının seçiminde etkilidir. Optik dalga kılavuzları, optik ve optoelektronik aygıtlar arasındaki bağlantıları sağlar.

Haberleşme, sağlık teknolojisi, görüntüleme teknolojisi alanlarında optik dalga kılavuzlarının bir çok uygulaması vardır. Bunun yanında, gelecekte de bunların yeni uygulama alanları ortaya çıkacaktır.

Anahtar Kelimeler: Dalga, Dalga Kılavuzu, Optik, Fizik

SUMMARY

In this thesis, optical waveguides are investigated that use to carry light. Waveguides may be classified as planar mirror, planar dielectric, rectangular mirror, rectangular dielectric and cylindrical fiber.

Many concepts such as modes, number of modes, group velocity, field, field distribution, wave equation, boundary value problem, effective index method are discussed in detail which occur within waveguides.

The geometry and coupling properties are very important. These properties are very effective for choosing appropriate waveguides. Optical waveguides provide the connections between optical and optoelectronic devices.

There are many applications of optical waveguides in communications, medical technology, imaging technology area. However, new applications of these will also arise in the future.

Keywords: Wave, Waveguides, Optic, Physics

TEŞEKKÜRLER

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde göstermiş olduğu yakın ilgi ve yardımlarıyla her zaman her konuda destek olan tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Ali ÇETİN`e ve maddi-manevi desteklerinden dolayı aileme sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	v
SUMMARY.....	vi
TEŞEKKÜR.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. KILAVUZLANMIŞ DALGA OPTİĞİ.....	3
3. DÜZLEM- AYNA DALGA KILAVUZLARI.....	5
3.1. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzu Modları.....	5
3.2. Yayınm Sabitleri.....	8
3.3. Alan Dağılımları.....	9
3.4. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzundaki Mod Sayısı.....	11
3.5. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzundaki Grup Hızları.....	12
3.6. TM Modları.....	14
3.7. Çok Modlu Alanlar.....	15
4. DÜZLEM DİELEKTRİK DALGA KILAVUZLARI.....	17
4.1. Düzlem Dielektrik Dalga Kılavuzu Modları.....	18
4.2. Düzlem Dielektrik Dalga Kılavuzundaki Mod Sayısı.....	21
4.3. Alan Dağılımları.....	23
4.3.1. İç Alan.....	23
4.3.2. Dış Alan.....	24
4.4. Grup Hızları.....	28
5. DİKDÖRTGEN AYNA DALGA KILAVUZLARI.....	32

6. DİKDÖRTGEN DİELEKTRİK DALGA KILAVUZU.....	35
6.1. Dikdörtgen Bir Dalga Kılavuzunun Dalga Denklemi Analizi...	37
6.2. Mod Gösterimi.....	38
6.3. Sınır Değer Probleminin Formülasyonu.....	39
6.4. Sınır Değer Problemlerinin Çözümü.....	44
6.5. Yakın Kesim Çözümleri.....	52
6.6. β' 'nin Doğrulanmasına Pertürbasyon Yaklaşımı.....	52
6.7. Etkin İndis Yöntemi.....	57
7. KANAL DALGA KILAVUZLARININ GEOMETRİSİ ve BAĞLANMASI.....	67
7.1. Dalga Kılavuzlarında Optik Bağlantı.....	68
7.1.1. Optik Aktarıcı.....	70
7.1.2. Dalga Kılavuzları Arasındaki Bağlanma.....	71
7.2. Faz Uyumsuzluğunun Kontrol Edilmesiyle Anahtarlama.....	76
7.3. Bağlı Dalga Denkleminin Türetimi.....	77
8. SONUÇ ve TARTIŞMA.....	81
9. KAYNAKLAR DİZİNİ.....	82

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Optik dalga kılavuzları.....	3
2.2. Optik bir alıcı/iletici olarak kullanılan bir tümleşik optik aygıt örneği.....	4
3.1. Düzlem-ayna dalga kılavuzu.....	6
3.2 Bir dalga kendisini tekrar yaratıp iki defa yansırken kendiliğinden kararlılık koşulu.....	7
3.3. Bir düzlem ayna dalga kılavuzu modlarının θ_m sıçrama açıları ve dalga vektörü bileşenleri.....	9
3.4. Bir düzlem ayna dalga kılavuzu modlarının alan dağılımları.....	11
3.5 v frekansının bir fonksiyonu olarak mod sayısı.....	12
3.6. θ açısında sıçrayan bir düzlem dalga, z doğrultusunda $d \sin \theta / c$ zamanında $d \cos \theta$ mesafesini alır. Hız, $c \cos \theta$ 'dir.....	13
3.7. Polarizasyon a) TE, b) TM.....	14
3.8 Farklı z eksen mesafelerinde y enine doğrultusunda şiddet dağılımının değişimi.....	16
4.1. Düzlem dielektrik dalga kılavuzu. $\theta < \theta_c = \cos^{-1}(n_2 / n_1)$ açısı yapan ışınlar toplam iç yansımaya kılavuzlanır.....	17
4.2. Bir düzlem dielektrik dalga kılavuzunun modlarının θ_m sıçrama açılarını tespit etmek için Eş.(4.4)'ün grafik çözümü.....	20
4.3. θ_m sıçrama açıları ve dalga kılavuzu modlarının dalga vektörünün uygun k_z ve k_y bileşenleri noktalarla gösterilmektedir.....	21
4.4. Frekansın bir fonksiyonu olarak TE modlarının sayısı.....	23
4.5. Bir dielektrik dalga kılavuzundaki kılavuzlanmış TE modları için alan dağılımları.....	26
4.6. Bir dielektrik düzlem dalga kılavuzunda (a) TE ve (b) TM modları.....	27
4.7. Boşluktaki Gauss demeti ve bir dalga kılavuzu modu arasındaki kıyaslama.....	27
4.8. Şematik dağılım bağıntısı.....	29
4.9. Dalga kılavuzu modlarının grup hızları.....	29

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
4.10. Yansıma faz kaymasının $c_1 / \cos \theta$ hızında ilave bir Δz mesafesini aldığı bir ışın modeli.....	31
5.1. Bir dikdörtgen ayna dalga kılavuzu modları noktalarla gösterilen sonlu değerdeki farklı k_x ve k_y ile karakterize edilir.....	33
6.1. Bir dikdörtgen dielektrik dalga kılavuzunun geometrisi.....	35
6.2. Dikdörtgen dalga kılavuzları için üç tane mümkün yapı.....	37
6.3. Genel bir dielektrik yapıda çekirdek.....	38
6.4. Dikdörtgen bir dalga kılavuzundaki üç yayınım vektörü.....	41
6.5. x ve y doğrultuları için enine skaler alan dağılımları.....	43
6.6. Çekirdekteki E^x modu x doğrultusu boyunca polarize olmuş elektrik alana ve y doğrultusu boyunca polarize olmuş magnetik alana sahip olacaktır.	44
6.7. Simetrik bir dalga kılavuzu, n_1 indisli bir dikdörtgen dielektriğin n_2 indisi ile çevrelenmesinden meydana gelir.....	49
6.8. Dalga kılavuzu için normalize edilmiş yayınım katsayısında, b 'nin normalize olmuş frekansın belirli aralığı için sıfırdan küçük olduğuna dikkat edilmelidir. Bunun fiziksel bir anlamı olmayıp, bundan dolayı modlar kesimin altındadır.....	51
6.9. Sürekli çizgi, pertürbasyon hassalığında doğrulama sonrası normalize edilmiş yayınım sabitini gösterir.....	57
6.10. Gömülü bir dielektrik dalga kılavuzu, iki tane konumsal ortogonal dalga kılavuzuna ayrılabilir. Bir yatay bir de dikey dilim dalga kılavuzu. İnce dalga kılavuzu yapıyı oluşturan gerçek indisler cinsinden analiz edilir. Kalın dalga kılavuzu ise ilk dalga kılavuzu analizinden bulunan etkin indisin kullanılmasıyla analiz edilir.....	58
6.11. Si ve SiGe alaşımından meydana gelen çıkıntı dalga kılavuzunda alaşım Si çıkıntı altında $6.5 \mu\text{m}$ diğer her yerde $5.4 \mu\text{m}$ kalınlıktadır.....	60
6.12. Çıkıntı dalga kılavuzu üç farklı dikey yapıya sahiptir.....	61
6.13. Dalga kılavuzunun yatay yapısı üç tabaka ile oluşturulmuş simetrik bir dilim dalga kılavuzu gibi modellenebilir.....	63
6.14. Grafikler kitaplarda verilen sabitlerden türetilmiş hesaplanan mod şiddetlerini gösterir.....	64

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
6.15. İki tane dilim dalga kılavuzuna ayrılan simetrik gömülü dikdörtgen dalga kılavuzu.....	64
6.16. Grafik yukarıda açıklanmış üç yöntemden türetilen normalize olmuş yayılım katsayılarını kıyaslar.....	66
7.1. Dalga kılavuzu geometrilerinin farklı tipleri: (a) Şerit, (b) Gömülü şerit, (c) Girinti yada çıkıntı, (d) Şerit yüklü.....	67
7.2. Dalga kılavuzları için farklı gösterimler: (a) Düz, (b) S bükümlü, (c) Y kollu, (d) Mach-Zehnder, (e) Yönlü bağlayıcı, (f) Kesişen.....	67
7.3. Bir dalga kılavuzuna optik demetin aktarılması.....	69
7.4. Çok modlu bir dalga kılavuzuna ışınların odaklanması.....	70
7.5. Bir dalga kılavuzuna ışık yayan bir diyot veya bir laser diyotu bağlayan kalın uç..	70
7.6. Prizma bağlayıcı.....	71
7.7. İki paralel düzlem dalga kılavuzu arasındaki bağlanma. z_1 'de ışığın çoğu 1. dalga kılavuzundadır.....	72
7.8. 1. ve 2. kılavuzlar arasındaki gücün periyodik değişimi.....	75
7.9. Fazlı uyumu durumda 1. ve 2. kılavuzlar arasındaki güç değişimi.....	75
7.10. Optik bağlayıcılar: (a) bir dalga kılavuzundan diğerine gücün anahtarlanması,(b) 3-dB'lik bağlayıcı.....	76
7.11. $\tau = P_2(L_0)/P_1(0)$ güç aktarma oranının $\Delta\beta L_0$ faz uyumsuzluğu parametresine bağımlılığı.....	77

1. GİRİŞ

Bir sinyalin ilerleyebilmesi için ortam gereklidir. Sinyali, içinde hareket ettiren ortamlara “dalga kılavuzu” adı verilir. Dalga kılavuzu, en genel şekilde, enerjiyi bir noktadan başka bir noktaya aktarmak için kullanılan sistemdir. Bir dalga kılavuzu, dört beş santimetre uzunluğunda olabileceği gibi binlerce kilometre uzunluğunda da olabilir. Dalga kılavuzları alçak frekanslı sinyaller ve çok yüksek frekansa sahip sinyaller iletmek için kullanılabilir (ara frekans ve radyo frekansı sinyalleri gibi). Alçak frekanslı sinyaller iletilirken, dalga kılavuzunun davranışı oldukça basittir ve önceden kestirilebilir. Ancak, yüksek frekanslı sinyaller iletilirken, dalga kılavuzlarının özellikleri karmaşıklaşır.

Optik sinyalleri iletmek için kullanılan ortamlara optik dalga kılavuzu adı verilir. Optik sinyallerin iletimi düşüncesi çok eskilere dayanmaktadır. Optik dalga kılavuzunda, ışık yönlendirilerek enerji iletimi sağlanır. Işığın bir ortam içinde iletimi ilk defa 1870 yılında Tyndall tarafından ileri sürülmüştür (Wilson ve Hawkes, 1998). Tyndall, su içinde ışığın kılavuzlanabileceğini göstermiştir. Işığın ilerlediği ortamda bulunan parçacıklarla etkileşmesi sonucunda enerjisinin azalması ve hedef noktaya ulaşamaması ya da ulaşabildiğinde enerjisinin büyük miktarda kaybolması, ilerlediği ortamın önemini arttırmıştır. Ayrıca, ışığın tek bir frekans değil de, bir frekans aralığına sahip olması ışığın verimli bir şekilde iletimini geciktirmiştir.

1960 yılında laserin bulunmasıyla ışığın iletimi çalışmaları hızlanmıştır. Laserin yönlülüğü ve tek dalga boylu olması özellikleri ışık kaynağı olarak bu aygıtların kullanılmasını uygun hale getirmiştir (Svelto, 1989).

Işık ile ilgili sorun bu şekilde çözüldükten sonra ışığın içinde hareket ettiği ortam ile ilgili özelliklerin çözümünün araştırılması yoğunlaşmıştır. Bu tarihten sonra ışığın kılavuzlandığı ortam olan optik dalga kılavuzları sürekli olarak incelenerek

geliştirilmektedir. Günümüzde optik dalga kılavuzlarının hemen hemen her gün yeni bir uygulama alanı ortaya çıkmaktadır.

Elektriksel enerjinin bir dalga kılavuzunda yayılımı, enine elektromagnetik (TEM) dalgalar şeklinde olur. TEM dalga, bir dalga kılavuzunun iki iletkenini ayıran ve iletken olmayan malzemede (dielektrik) yayılır. Enine bir dalga, yer değiştirme yönünün yayılım yönüne dik olduğu bir dalgadır (Kasap, 2001). Işık ta enine bir dalga olduğundan içinde hareket ettiği ortamlarda enine elektrik (TE), enine magnetik (TM) dalga olarak ele alınabilir.

Klasik optik aygıtlar yönlendirilen, doğrudan iletilen, odaklanan ya da ayna, mercek ve prizma yardımıyla farklı konumlar arasında demet şeklinde iletilen ışığı kullanır. Bununla beraber, dielektrik oluklar içinde ışığın iletilmesi için nispeten yeni bir teknoloji olan kılavuzlanmış dalga optiği vardır (Personick, 1988). Kılavuzlanmış dalga optiği, temeli kabul edilen John Tyndall'ın toplam iç yansımayı göstermesinden bu yana gelişerek ışığın tuzaklanmasını sağlayan küçük optik ve optoelektronik aygıtların üretiminde önemli uygulamalara sahiptir.

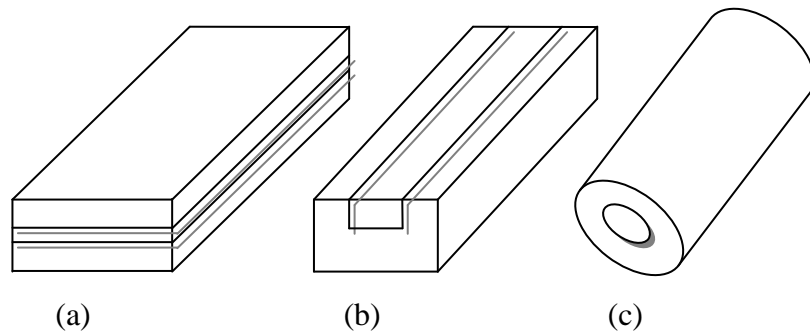
Tümleşik optik, ışığın oluşturularak gereken bütün işlemlerin yapılabildiği farklı optik aygıt ve bileşenlerin birleştirilme teknolojisidir. Optik dalga kılavuzları bu bileşenler arasındaki bağlantıları sağlar.

Bileşenler arasında bağlantıları sağlayan düzlem ayna dalga kılavuzları, düzlem dielektrik dalga kılavuzları ve dikdörtgen dielektrik dalga kılavuzları ayrıntılı olarak ele alınacaktır.

2. KILAVUZLANMIŞ DALGA OPTİĞİ

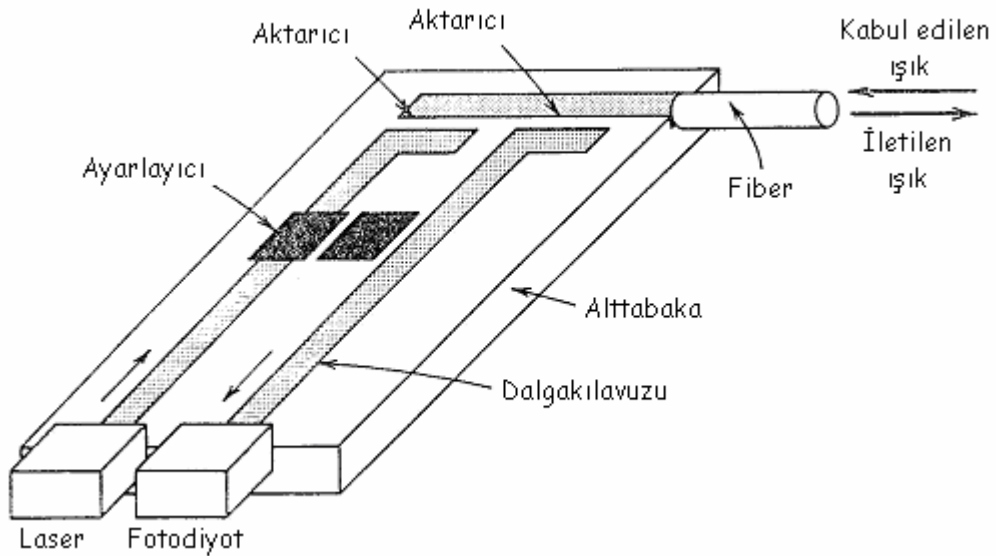
Dielektrik oluklar içinde ışığın iletilmesi için nispeten yeni bir teknoloji kılavuzlanmış dalga optiğidir. İletici mercekler kullanılmadan uzun mesafe ışık iletiminin sağlanması gerçekleştirilmektedir. Kılavuzlanmış dalga optiği, zor olan yerlere ışığın yönlendirilmesinde, güvenli haberleşmenin sağlanmasında, ışığın tutulmasını gerektiren küçük optik ve optoelektronik aygıtların üretiminde önemli uygulamalara sahiptir.

Optik sınırlamanın temel kavramı oldukça basittir. Düşük kırılma indisli ortam içine gömülmüş belirli bir kırılma indisli başka bir ortam ışığa tuzak olarak davranır. Optik ışınlar, sınırlarda çok fazla sayıda iç yansımaya uğrayarak bunun içinde tutulur. Bu olay, yüksek kırılma indisli bir ortamda ışığın tutulmasını sağladığından bir konumdan diğerine ışığı ileten oluk-kılavuz yapımında kullanılabilir. Bir optik dalga kılavuzu, Şekil 2.1 de görüldüğü gibi bir dilim, şerit ya da silindir dielektrik maddenin daha düşük kırılma indisli başka bir dielektrik maddeyle çevrelenmesinden oluşturulan ışık oluşudur. Işık, çevreleyici ortama ışın yapmadan iç ortamda iletilir. Bu dalga kılavuzlarının en yaygın kullanımı, cam gibi düşük kayıplı dielektrik materyalden yapılan iki tane eş eksenli silindirin oluşturduğu optik fiberdir (Gowar, 1993).



Şekil 2.1. Optik dalga kılavuzları: a) dilim, b) şerit, c) fiber.

Tümleşik optik, tek bir alt tabaka üzerinde ışığın oluşturulması, ayrılması, birleştirilmesi, yalıtılması, polarizasyonu, aktarılması, anahtarlanması, ayarlanması ve seçilmesi için farklı optik aygıt ve bileşenlerin birleştirilme teknolojisidir (Senior, 1992). Optik dalga kılavuzları bu bileşenler arasındaki bağlantıları sağlar. Şekil 2.2. de görülen bu tür küçük parçalar, tümleşik elektronik devrelerin optik versiyonudur. Tümleşik optik, minyatürleşmiş elektroniğe sahip olan tümleşik devrelerdeki gibi aynı şekilde optiğin minyatürleştirilmesi amacına sahiptir.



Şekil 2.2. Optik bir alıcı/iletici olarak kullanılan bir tümleşik optik aygıt örneği. Kabul edilen ışık, optik dalga kılavuzuna aktarılır ve seçileceği fotodiyota yönlendirilir. Laserden çıkan ışık kılavuzlanır, ayarlanır ve fibere aktarılır (Saleh ve Teich,1991).

3. DÜZLEM- AYNA DALGA KILAVUZLARI

Aralarında d kadar mesafe olan iki tane paralel sonsuz düzlem aynadan yapılan bir dalga kılavuzundaki dalga yayılımını inceleyelim. Aynaların ideal olduğu yani; ışığı kayıpsız yansıttığı kabul edilmiştir. Aynalarla θ açısı yapan bir ışık ışını (y - z düzleminde olduğunu kabul edelim) yansır ve enerji kaybı olmaksızın aynalar arasında sıçrar. Böylece ışın, z doğrultusu boyunca kılavuzlanır. Mükemmel dalga kılavuzu, temel olarak zorluğu ve düşük kayıplı ayna üretiminin maliyeti nedeniyle pratik uygulamalarda kullanılmaz.

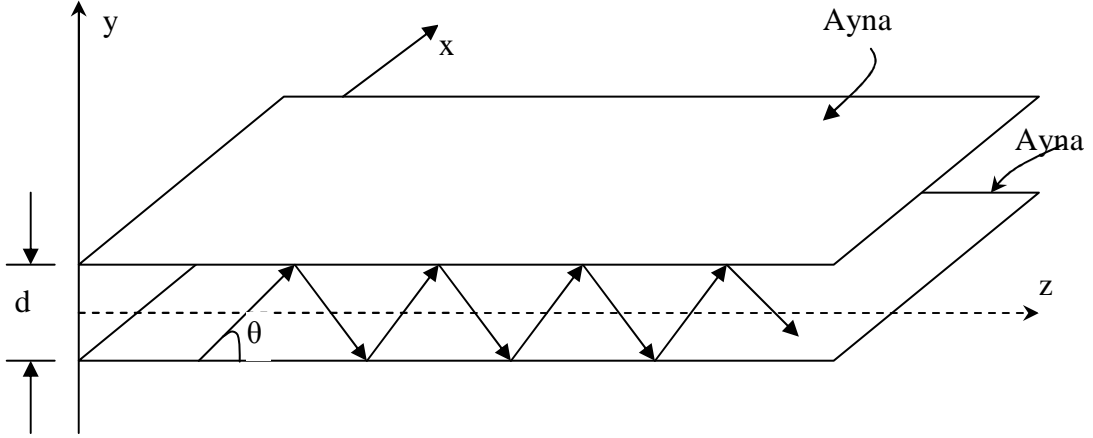
3.1. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzu Modları

Çok yansıma yapan ışık kılavuzlanmasının optik yol resmi, elektromagnetik teorisinin kullanılması gerektiği çok sayıda önemli olayı açıklamaz. Elektromagnetik bir analizi inceleyen basit bir yaklaşım, enine elektro magnetik (TEM) bir düzlem dalgayı herhangi bir optik ışınla birleştirmek içindir. Toplam elektro magnetik alan bu düzlem dalgaların toplamıdır (Cheng, 2003).

Aynalar arasındaki ortamın kırılma indisi n olmak üzere $\lambda = \lambda_0 / n$ dalga boyu, $k = nk_0$ dalga sayısı ve $c = c_0 / n$ faz hızına sahip monokromatik bir TEM düzlem dalgasını inceleyelim. Şekil 3.1. de görülen dalga, x doğrultusunda polarize olmuş ve bunun dalga vektörü ise z eksenine bir θ açısı yapacak şekilde y - z düzleminde bulunmaktadır. Optik ışın gibi, dalga üst aynadan yansır, bir θ açısıyla hareket eder, alt aynadan yansır ve bir θ açısıyla tekrar yansiyarak bu şekilde devam eder.

Elektrik alan, aynalara paralel olduğundan her bir yansıma π faz kaymasıyla devam eder. Fakat genlik ve polarizasyon değişmez. π faz kayması, toplam alan aynalarda sıfır olacak şekilde her bir dalganın ve kendi yansımasının ihmal edilmesini sağlar. Dalga kılavuzunda her bir noktada bir θ açısıyla yukarıya doğru hareket eden ve

yine bir θ açısıyla aşağıya doğru hareket eden TEM dalgalarına sahibiz; tüm dalgalar x doğrultusunda polarize olmuştur.



Şekil 3.1. Düzlem-ayna dalga kılavuzu.

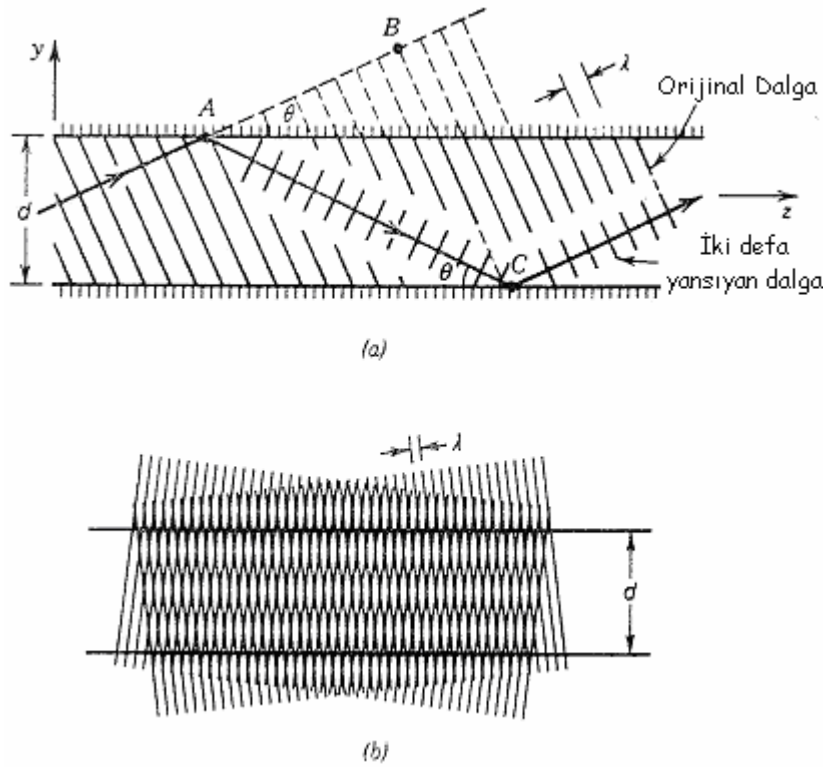
Sadece iki ayrı düzlem dalgaya sahip olacak şekilde dalga iki kez yansırken kendiliğinden kararlılık koşuluna sahip olsun. Böylece dalga, kendi kendini üretecektir. Bu durum Şekil 3.2a da görülmektedir. Alanlar, dalga kılavuzunun öz modları ya da basitçe dalga kılavuzu modları olarak adlandırılan bu koşulu sağlar. Modlar, dalga kılavuzu eksenini boyunca tüm mesafelerde aynı enine dağılımı ve polarizasyonu sürdüren alanlardır. Şekil 3.2. ye bakıldığında orijinal dalganın A'dan B'ye hareketinde karşılaşılan faz kayması, dalga yansyıp A'dan C'ye hareket ederken karşılaşılan ya da daha fazla yansıdığı zaman karşılaşılan faz kaymasına eşit yani 2π 'nin tam katlarına eşit olmalıdır. Her bir yansımada π kadarlık faz kayması dikkate alındığında $q = 0, 1, 2, \dots$ olmak üzere $2\pi\overline{AC}/\lambda - 2\pi - 2\pi\overline{AB}/\lambda = 2\pi q$ değerine sahip oluruz. Aynalar arasındaki mesafe d olmak üzere $\overline{AC} - \overline{AB} = 2d \sin \theta$ olduğundan $2\pi(2d \sin \theta)/\lambda = 2\pi(q + 1)$ ve

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta = 2\pi m, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

şeklindedir. Burada $m=q+1$ 'dir. Bundan dolayı, kendiliğinden kararlılık koşulu,

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{2d}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

bağıntısını sağlayan belirli $\theta = \theta_m$ sıçrama açıları için elde edilir. Herhangi bir m tamsayısı, bir θ_m sıçrama açısına karşılık gelir ve uygun alanda m . mod adını alır. $m=1$ modu en küçük açı $\theta_1 = \sin^{-1}(\lambda/2d)$ değerine sahiptir; daha büyük m 'lere sahip modlar daha eğri düzlem dalga bileşenlerinin birleşimidir.



Şekil 3.2. a) Bir dalga kendisini tekrar yaratıp iki defa yansırken kendiliğinden kararlılık koşulu. b) Kendiliğinden kararlılığın sağlandığı açılarda iki dalga girer ve z ile değişmeyen bir örnek oluşturur.

Kendiliğinden kararlılık koşulu sağlandığında z ekseninde bulunan noktadaki yukarıya ve aşağıya doğru olan düzlem dalgalarının fazları tek m 'ler için toplanacak, çift m 'ler için çıkarılacak şekilde her bir yarım tur kadar hareket edilirse

$q=0,1,\dots$ olmak üzere $q\pi$ kadarlık ya da $m=0,1,2,\dots$ olacak şekilde $(m-1)\pi$ kadarlık bir faz kayması farkına sahip olacaktır (Born and Wolf, 1999).

Yayınım sabitinin y bileşeni $k_y = nk_0 \sin \theta$ olduğundan dolayı bu $k_{ym} = nk_0 \sin \theta_m = (2\pi/\lambda) \sin \theta_m$ değerlerine kuantize edilir. Eş.(3.2)'nin kullanılmasıyla k_{ym} , π/d değerleriyle ayrılacak şekilde

$$k_{ym} = m \frac{\pi}{d}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (3.3)$$

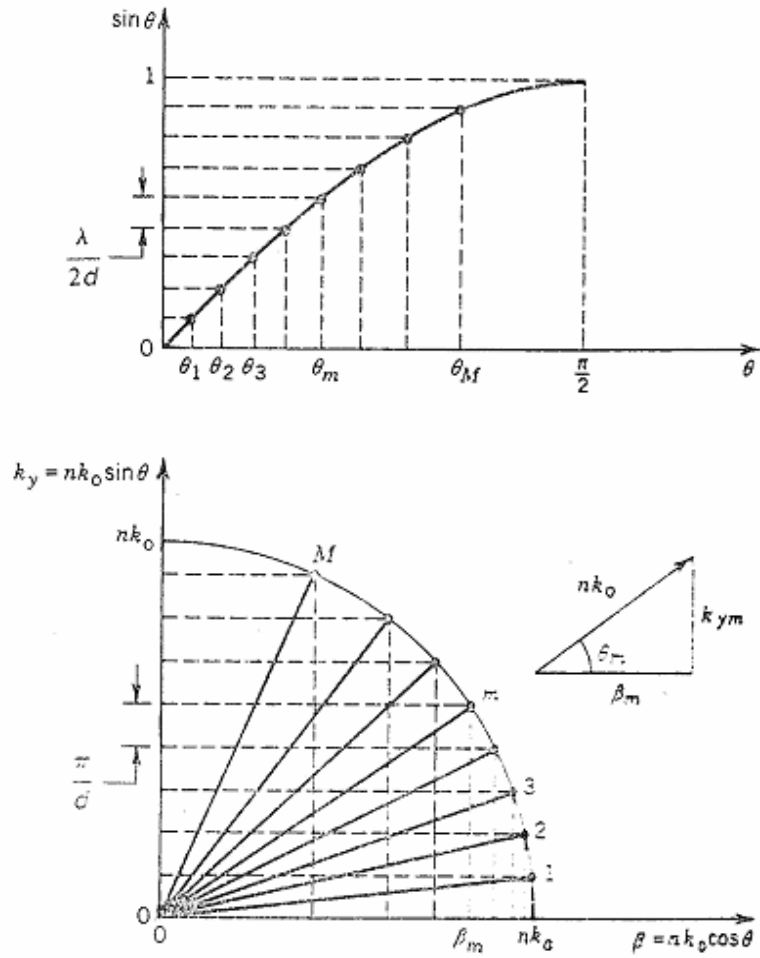
ifadesini elde ederiz. Eş.(3.3), k_{ym} yayınım sabitine sahip bir dalga y doğrultusunda $2d$ mesafesi kadar hareket ettiğinden (bir tur attığında), karşılaşılan faz kaymasının 2π 'nin katlarına sahip olmasının gerektiğini açıklar.

3.2. Yayınım Sabitleri

Kılavuzlanmış dalga, y - z düzleminde z eksenine $\mp\theta$ açılarında hareket eden farklı iki düzlem dalganın birleşimidir. Bunların dalga vektörleri $(0, k_y, k_z)$ ve $(0, -k_y, k_z)$ bileşenlerine sahiptir. Bundan dolayı, bu dalgaların toplamı ya da farkı kılavuzlanmış dalganın yayınım sabiti $\beta = k_z = k \cos \theta$ olacak şekilde z ile $\exp(-jk_z z)$ şeklinde değişir. Böylece β , $\beta_m^2 = k^2(1 - \sin^2 \theta_m)$ ifadesinden yararlanılarak $\beta_m = k \cos \theta_m$ değerlerine kuantize olur. Eş.(3.2)'nin kullanılmasıyla

$$\beta_m^2 = k^2 - \frac{m^2 \pi^2}{d^2} \quad (3.4)$$

elde edilir. Yüksek mertebeden (daha eğik) modlar, daha küçük yayınım sabitleriyle hareket eder. Şekil 3.3 de farklı modlar için $\theta_m, k_{ym}, \beta_m$ değerleri gösterilmektedir.



Şekil 3.3. Bir düzlem ayna dalga kılavuzu modlarının θ_m sıçrama açıları ve dalga vektörü bileşenleri (noktalarla işaretlenmiş). $k_{ym} = k \sin \theta_m$ enine bileşenleri düzgün olarak π/d 'nin tam katlarında ayrılır. Fakat θ_m sıçrama açıları ve β_m yayılım sabitleri eşit olarak ayrılmaz. $m=1$ modu, en küçük sıçrama açısına ve en büyük yayılım sabitine sahiptir (Saleh ve Teich, 1991).

3.3. Alan Dağılımları.

Dalga kılavuzundaki toplam alanın kompleks genliği iki sıçrayan TEM düzlem dalgasının süperpozisyonudur. $A_m \exp(-jk_{ym}y - j\beta_m z)$ yukarıya doğru yönelen dalga ise, $e^{j(m-1)\pi} A_m \exp(+jk_{ym}y - j\beta_m z)$ aşağıya doğru yönelen dalga olmalıdır [$y=0$ 'da iki dalga $(m-1)\pi$ kadarlık bir faz kayması farkına sahiptir]. Bundan dolayı, bu modlar iki düzlem dalga bileşeninin toplanmasıyla simetrik modlar, çıkarılmasıyla antisimetrik

modlar olur. Toplam alan, tek modlar için $E_x(y, z) = 2A_m \cos(k_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$ ve çift modlar için $2jA_m \sin(k_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$ olacaktır.

Eş.(3.3)'ün kullanılmasıyla elektrik alanın kompleks genliği

$$E_x(y, z) = a_m u_m(y) \exp(-j\beta_m z) \quad (3.5)$$

şeklinde yazılır. Burada

$$u_m(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d}} \cos \frac{m\pi y}{d}, & m = 1, 3, 5, \dots \\ \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{m\pi y}{d}, & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (3.6)$$

olup sırasıyla tek ve çift m değerleri için $a_m = \sqrt{2d} A_m$ ve $j\sqrt{2d} A_m$ 'dir. $u_m(y)$ fonksiyonları

$$\int_{-d/2}^{d/2} u_m^2(y) dy = 1 \quad (3.7)$$

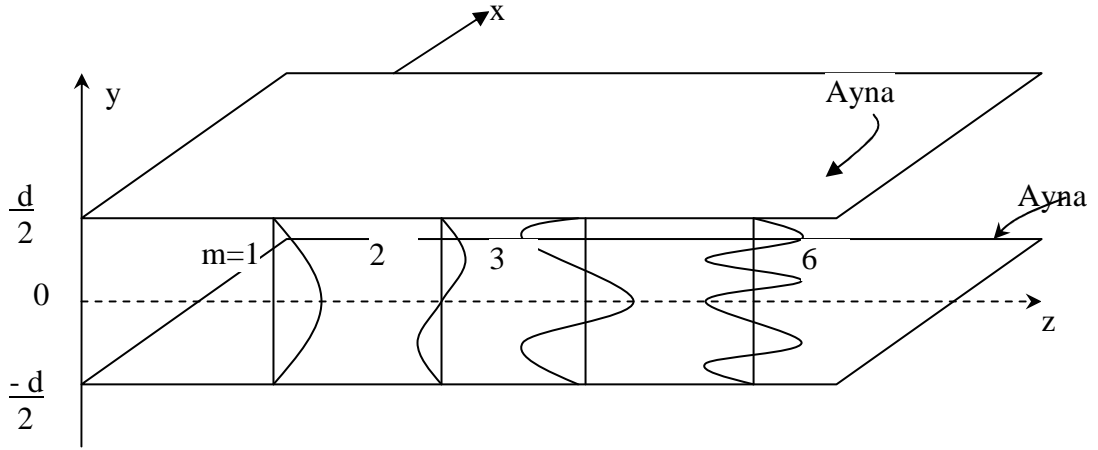
eşitliği sağlanacak şekilde normalize olmuştur. Böylece a_m , m modunun genliğidir. $u_m(y)$ fonksiyonlarının da

$$\int_{-d/2}^{d/2} u_m(y) u_\ell(y) dy = 0, \quad \ell \neq m \quad (3.8)$$

eşitliğini sağladığı görülebilir, yani bunlar $[-d/2, d/2]$ aralığında ortogonaldir.

$u_m(y)$ enine dağılımları Şekil 3.4'de çizilmiştir. Her bir mod, z doğrultusunda hareket eden, y doğrultusunda durağan gibi görünebilir. Büyük m değerlerine sahip modlar daha büyük bir k_y hızında enine düzlemde değişir ve daha küçük bir β yayılım

sabitiyle hareket eder. Alan, ayna yüzeylerindeki sınır koşulları sürekli sağlanacak şekilde tüm modlar için $y = \pm d/2$ 'de yok olur.



Şekil 3.4. Bir düzlem ayna dalga kılavuzu modlarının alan dağılımları

Sıçrayan TEM düzlem dalgasının x doğrultusunda polarize olduğunu düşündüğümüzden toplam elektrik alan da x doğrultusundadır ve kılavuzlanmış dalga enine bir elektrik (TE) dalgasıdır. Enine magnetik (TM) dalgaları da benzer şekilde değerlendirilebilir (Yariv and Yeh, 2007).

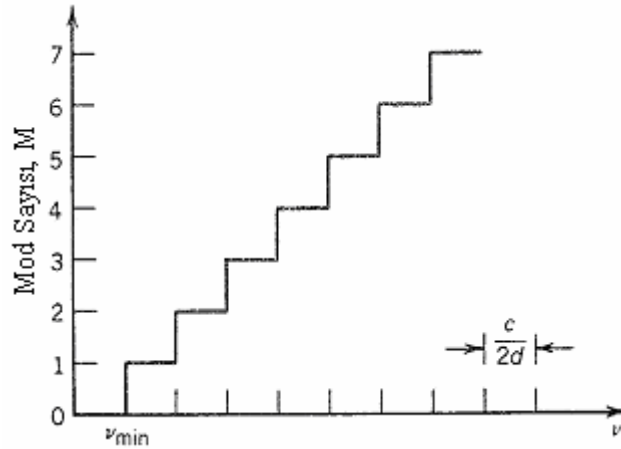
3.4. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzundaki Mod Sayısı

$\sin \theta_m = m\lambda / 2d$, $M=1,2,\dots$ olduğundan ve $\sin \theta_m < 1$ için m 'in maksimum izin verilebilen değeri $(\lambda / 2d)^{-1}$ 'den daha küçük olan en büyük tam sayı olup

$$M \equiv \frac{2d}{\lambda} \quad (3.9)$$

ile verilir. \equiv sembolü $2d/\lambda$ 'nın en yakın tam sayıya indirildiğini gösterir. Örneğin, $2d/\lambda = 0.9$, 1 ya da 1.1 olduğunda sırasıyla $M=0,0$ ve 1 olur. Böylece M , dalga kılavuzunun mod sayısıdır. Işık, dalga kılavuzundaki bir, iki ya da çok daha fazla sayıda mod içinde iletilebilir. Optik güç taşıyan modların gerçek sayısı uyarma kaynağına bağlıdır. Fakat maksimum sayı M 'dir.

Ayna mesafesinin dalga boyuna oranı arttıkça mod sayısı da artar. $2d/\lambda \ll 1$, $M=0$ ise kendiliğinden kararlılık koşulunun gösterilmesi gerçekleşmeyebilir ve dalga kılavuzu herhangi bir modu destekleyemez. $\lambda_{\max} = 2d$ dalga boyu, dalga kılavuzunun kesim dalga boyu olarak adlandırılır. Bu, yapı tarafından kılavuzlanabilen en uzun dalga boyudur. Bu dalga kılavuzu tarafından kılavuzlanabilen ışığın en düşük frekansı, $\nu_{\min} = c/2d$ kesim frekansına karşılık gelir. $1 < 2d/\lambda \leq 2$ (yani $d \leq \lambda < 2d$) ise sadece bir moda izin verilir. Yapının, tek modlu dalga kılavuzu olduğu söylenir. Örneğin, $d = 5\mu\text{m}$ ise dalga kılavuzu $\lambda_{\max} = 10\mu\text{m}$ ' lik bir kesim dalga boyuna sahip olup $5\mu\text{m} \leq \lambda \leq 10\mu\text{m}$ için tek modu, $\lambda < 5\mu\text{m}$ için daha fazla modu destekler. Eş.(3.9), Şekil 3.5'de gösterildiği gibi, ν frekansı arttıkça mod sayısı da artacak şekilde ν frekansı cinsinden $M = \nu/(c/2d)$ olarak yazılabilir.



Şekil 3.5. ν frekansının bir fonksiyonu olarak mod sayısı. Kesim frekansı $\nu_{\min}=c/2d$ 'dir. ν , $c/2d$ değerleriyle artarken M mod sayısı birer birer artar (Karim, 1990).

3.5. Düzlem Ayna Dalga Kılavuzundaki Grup Hızları

Merkezi ω açısal frekansına ve β yayılım sabitine sahip bir ışık darbesi (dalga paketi), grup hızı olarak bilinen $v = d\omega/d\beta$ hızıyla hareket eder. m modunun yayılım sabiti, $\beta_m^2 = (\omega/c)^2 - m^2\pi^2/d^2$ bağıntısından Eş.(3.4) ile verilir. Burada β_m ve ω arasındaki açıklayıcı bağıntı dağılım bağıntısı olarak bilinir. Türev alınmasıyla ve c'nin

ω 'dan bağımsız olduğunun kabul edilmesiyle (yani dalga kılavuzu maddesinde dağılımın ihmal edilmesiyle) $d\omega/d\beta_m = c^2\beta_m/\omega = c^2k \cos\theta_m/\omega = c \cos\theta_m$ olacak şekilde $2\beta_m d\beta_m/d\omega = 2\omega/c^2$ elde edilir. Buradan, m modunun grup hızı

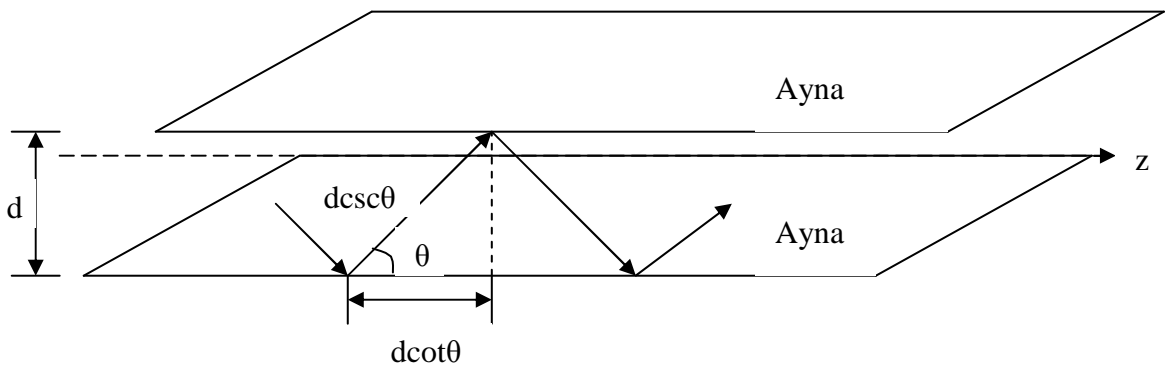
$$u_m = c \cos\theta_m \quad (3.10)$$

olur. Böylece, farklı modlar farklı grup hızlarına sahiptir. Zigzaglı yolların daha uzun olmasından dolayı daha eğri modlar daha küçük bir grup hızıyla hareket eder.

Eş.(3.10), bir düzlem dalganın aynalar arasında sıçrarken incelenerek z-doğrultusunda alınan yolun tespit edilmesiyle ve zig zag işlemi sırasında geçen zamanın tespit edilmesiyle geometrik olarak da elde edilebilir. Şekil 3.6 daki alt aynadan üst aynaya gidip gelmek için

$$v = \frac{\text{yol}}{\text{zaman}} = \frac{d \cot\theta}{d \csc(\theta/c)} = c \cos\theta \quad (3.11)$$

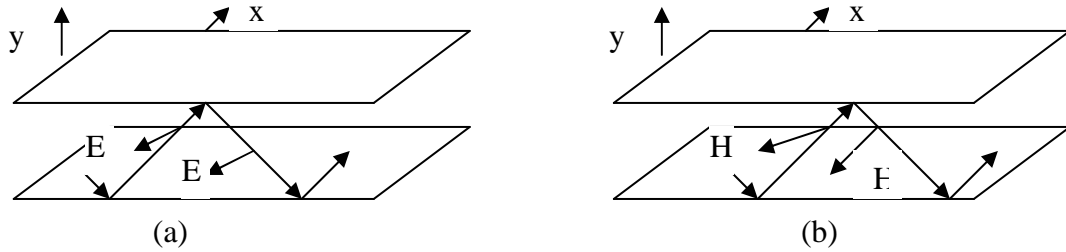
hızına sahip oluruz.



Şekil 3.6. θ açısında sıçrayan bir düzlem dalga, z doğrultusunda $d \csc\theta/c$ zamanında $d \cot\theta$ mesafesini alır. Hız, $c \cos\theta$ 'dir.

3.6. TM Modları

Şimdiye kadar TE modları incelenmişti (x doğrultusunda elektrik alan). TM modları da (x doğrultusundaki magnetik alan) ayna dalga kılavuzu tarafından desteklenebilir. Bunlar, Şekil 3.7 de gösterildiği gibi bir θ açısında hareket eden, iki aynadan yansıyan, x doğrultusunda magnetik alana sahip bir TEM düzlem dalga vasıtasıyla incelenebilir. Böylece, elektrik alanın kompleks genliği y ve z doğrultusunda bileşenlere sahiptir. z bileşeni aynaya paralel olduğundan bu TE modunun x bileşeni gibi davranmalıdır (yani her bir yansımada bir π faz kaymasına uğrar ve aynada kaybolur).



Şekil 3.7. Polarizasyon a) TE, b) TM

Uyumluluk koşulu bu bileşene uygulandığında, sonuç TE durumuna matematiksel olarak özdeştir. θ açıları, k_y enine dalga vektörü bileşenleri ve bu bileşenle ilgili olan TM modlarının β yayılım sabitleri TE modlarının kine özdeştir. Dalga kılavuzu tarafından desteklenen $M = 2d/\lambda$ tane TM modu (ve toplam $2M$ tane mod) vardır.

Önceki gibi, m modunun elektrik alanının kompleks genliğinin z bileşeni eşit genliklere ve $(m-1)\pi$ faz kaymasına sahip yukarıya doğru yönelmiş bir $A_m \exp(-jk_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$ düzlem dalgası ile aşağıya doğru yönelmiş bir $e^{-j(m-1)\pi} A_m \exp(jk_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$ düzlem dalgasının toplamıdır. Bu durumda

$$E_z(y, z) = \begin{cases} \{a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cos \frac{m\pi y}{d} \exp(-j\beta_m z), & m = 1, 3, 5, \dots \\ \{a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \frac{m\pi y}{d} \exp(-j\beta_m z), & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (3.12)$$

yazılabilir. Burada sırasıyla tek ve çift m 'ler için $a_m = \sqrt{2d}A_m$ ve $j\sqrt{2d}A_m$ 'dir. Bir TEM düzlem dalganın elektrik alan vektörü yayınım doğrultusuna dik olduğundan bu yukarıya yönelmiş dalga için z eksenini ile bir $\pi/2 + \theta_m$ ve aşağıya yönelmiş dalga için $\pi/2 - \theta_m$ açısı yapar.

Bu dalgaların elektrik alanlarının y bileşenleri

$$A_m \cot \theta_m \exp(-jk_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$$

ve

$$e^{jm\pi} A_m \cot \theta_m \exp(jk_{ym}y) \exp(-j\beta_m z)$$

şeklinde. Bu durumda da

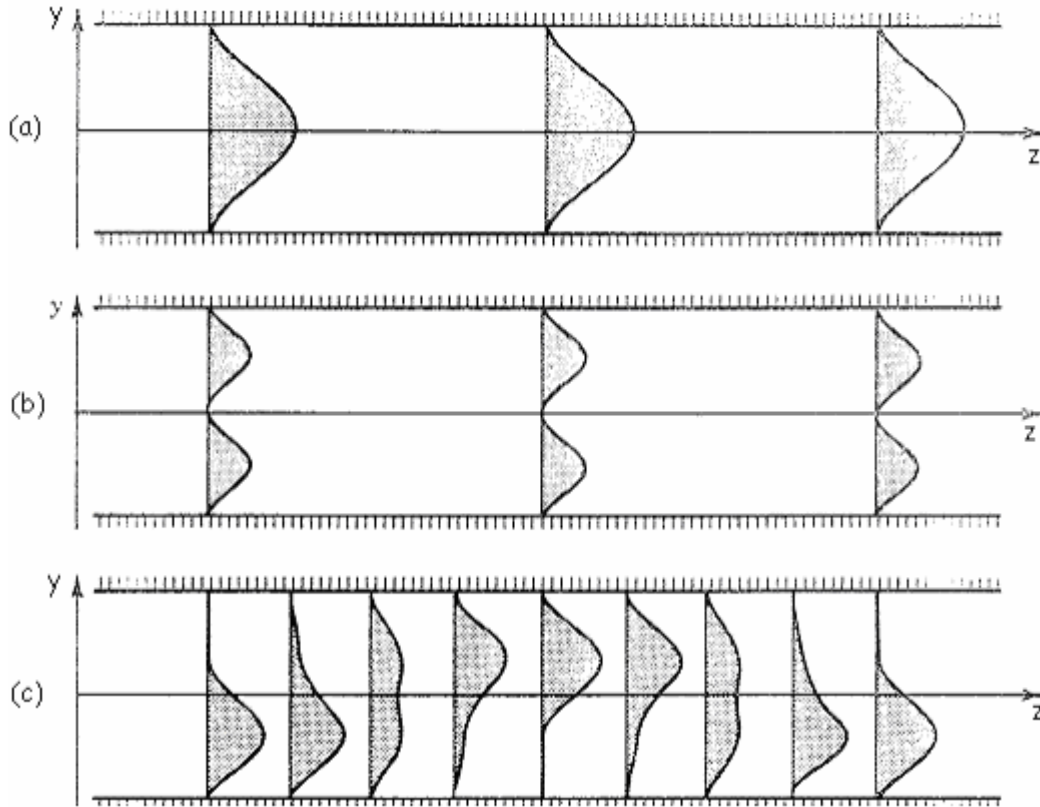
$$E_y(y, z) = \begin{cases} a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cot \theta_m \cos \frac{m\pi y}{d} \exp(-j\beta_m z), & m = 1, 3, 5, \dots \\ a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cot \theta_m \sin \frac{m\pi y}{d} \exp(-j\beta_m z), & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \quad (3.13)$$

olur. $E_z(y, z)$, aynalarda ihmal edildiği için sınır koşullarının sağlanması gerçekleşir. $H_x(y, z)$ magnetik alan bileşeni de benzer şekilde bir TEM dalganın elektrik alanlarının magnetik alanlara oranı olan η ortam empedansının dikkate alınmasıyla tespit edilir. Şüphesiz ki $E_y(y, z)$, $E_z(y, z)$ ve $H_x(y, z)$ bileşke alanları Maxwell denklemlerini sağlar.

3.7. Çok Modlu Alanlar

Işığın, bir mod dağılımına sahip olması, aynalar tarafından kılavuzlanabilmesi için dikkate alınmamalıdır. Gerçekte, sınır koşullarını sağlayan bir alan (aynalarda ihmal edilmesiyle), başka bir deyişle enine düzlemde keyfi bir dağılıma sahip olan alan dalga kılavuzu tarafından kılavuzlanabilir. Bununla birlikte, optik güç modlar arasında

dağılır. Farklı modlar, farklı yayınım sabitleri ve farklı grup hızlarıyla hareket ettiğinden alan dalga kılavuzu içinde hareket ederken enine dağılımı değişir. Şekil 3.8, çok modlu dağılım z ile değişirken tek modun enine şiddet dağılımının yayınımla nasıl değişmediğini göstermektedir.



Şekil 3.8. Farklı z eksen mesafelerinde y enine doğrultusunda şiddet dağılımının değişimi. (a) 1 modundaki elektrik alan kompleks genliği, $u_1(y) = \sqrt{2/d} \cos(\pi y/d)$ olmak üzere $E(y, z) = u_1(y) \exp(-j\beta_1 z)$ 'dir. Şiddet z ile değişmez. (b) 2 modundaki kompleks genlik $u_2(y) = \sqrt{2/d} \sin(2\pi y/d)$ olmak üzere $E(y, z) = u_2(y) \exp(-j\beta_2 z)$ 'dir. Şiddet z ile değişmez. (c) 1 ve 2 modlarının karışımındaki kompleks genlik $E(y, z) = u_1(y) \exp(-j\beta_1 z) + u_2(y) \exp(-j\beta_2 z)$ 'dir. $\beta_1 \neq \beta_2$ olduğunda şiddet dağılımı z ile değişir (Saleh ve Teich, 1991).

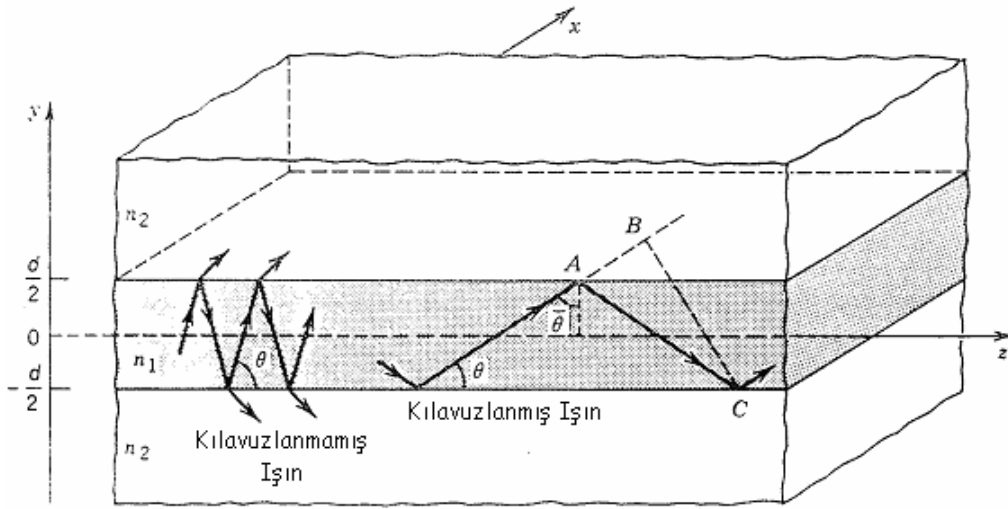
x doğrultusunda polarize olmuş ve sınır koşullarını sağlayan keyfi bir alan, TE modlarının ağırlıklı bir süperpozisyonu olarak yazılabilir:

$$E_x(y, z) = \sum_{m=0}^M a_m u_m(y) \exp(-j\beta_m z) \quad (3.14)$$

Burada a_m süperpozisyon ağırlıkları, farklı modların genlikleridir.

4. DÜZLEM DİELEKTRİK DALGA KILAVUZLARI

Bir düzlem dielektrik dalga kılavuzu, daha düşük kırılma indisli ortamlar tarafından çevrelenmiş bir dielektrik madde dilimidir. Işık, toplam iç yansıma ile dilim içinde kılavuzlanır. İnce film aygıtlarında dilim “film”, üstteki ve alttaki ortamlar sırasıyla “kılıf” ve “alt tabaka” olarak adlandırılır. İç ortam ve dış ortamlar da sırasıyla dalga kılavuzunun “çekirdek” ve “örtüsü” olarak adlandırılır. Bu bölümde, Şekil 4.1’de gösterildiği gibi d genişlikli, daha küçük kırılma indisli örtüyle çevrelenmiş n_1 kırılma indisli dilimden yapılmış simetrik bir düzlem dielektrik dalga kılavuzundaki ışık yayılımını inceliyoruz. Tüm maddelerin kayıpsız olduğu kabul edilmektedir.



Şekil 4.1. Düzlem dielektrik dalga kılavuzu. $\theta < \bar{\theta}_c = \cos^{-1}(n_2/n_1)$ açısı yapan ışınlar toplam iç yansımayla kılavuzlanır (Saleh ve Teich, 1991)..

y - z düzleminde z eksenine θ açısı yapan ışık ışınları $\theta_c = \pi/2 - \sin^{-1}(n_2/n_1) = \cos^{-1}(n_2/n_1)$ kritik açısını sağlayan daha küçük θ değerinde kalmak üzere dilim sınırlarında çok defa toplam iç yansıma uğrar. Bunlar, güç kaybı olmaksızın dilim yüzeyleri arasında sıçrayarak z doğrultusunda hareket eder. Daha

büyük açılı ışınlar kırılır her bir yansımada güçlerinin bir kısmını kaybederek sonunda kaybolur.

Dalga kılavuzu modlarını belirlemek için, formal bir yaklaşım uygun sınır koşullarıyla iç ve dış ortamlardaki Maxwell denklemlerine çözümler geliştirilerek yapılabilir (Cherin, 1983). Dilim yüzeyleri arasındaki sıçrama yapan TEM düzlem dalgaları cinsinden çözüm yazacağız. Kendiliğinden kararlılık koşuluyla yayınım sabitleri, alan dağılımları ve grup hızlarının belirlenebildiği dalga kılavuzu modlarının saçılma açılarını tespit ederiz. Analiz, düzlem ayna dalga kılavuzu için önceki bölümde kullanılanlara benzer.

4.1. Dalga Kılavuzu Modları

Dilimdeki alanın, kritik $\bar{\theta}_c$ 'dan daha küçük bir θ açısında ileri geri sıçrayan, $\lambda = \lambda_0 / n_1$ dalga boylu monokromatik bir TEM düzlem dalga şeklinde olduğunu kabul edelim. $c_1 = c_0 / n_1$ faz hızıyla hareket eden dalga, $n_1 k_0$ dalga sayısına, $k_x = 0, k_y = n_1 k_0 \sin \theta$ ve $k_z = n_1 k_0 \cos \theta$ dalga vektörü bileşenlerine sahiptir. Modları belirlemek için her turdan sonra dalganın kendisini yeniden oluşturduğu kendiliğinden kararlılık koşulunu uygularız.

Bir turda, iki defa kırılan dalga, Şekil 3.2 'de gösterildiği gibi $\overline{AC} - \overline{AB} = 2d \sin \theta$ mesafesi kadar orijinal dalganın gerisinde kalır. Dielektrik sınırdaki her bir iç yansımayla karşılaşılan bir ϕ_r fazı da vardır. Kendiliğinden kararlılık için iki dalga arasındaki faz kayması 0 veya 2π 'nin tam katları olmalıdır. Bu durum

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2d \sin \theta - 2\phi_r = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

veya

$$2k_y d - 2\phi_r = 2\pi m \quad (4.2)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu koşul ile ayna dalga kılavuzundaki koşullar olan Eş.(3.1) ve Eş.(3.3) arasındaki tek fark, aynanın karşılaştığı π kadarlık faz kaymasının buradaki dielektrik sınırdaki karşılaşılan φ_r faz kaymasıyla yer değiştirmesidir.

φ_r yansıma faz kayması, θ açısının bir fonksiyonudur. Bu, gelen dalganın TE ya da TM polarizasyonuna da bağlıdır. TE durumunda (elektrik alan x doğrultusundadır), $\theta_1 = \pi/2 - \theta$ ve $\theta_c = \pi/2 - \bar{\theta}_c$ değerlerinin TE modları için yansıma faz kaymasında yerine konulması, θ 'nın sıfırdan $\bar{\theta}_c$ 'a değişirken φ_r 'nin π 'den sıfıra geçeceği şekilde

$$\tan \frac{\varphi_r}{2} = \left(\frac{\sin^2 \bar{\theta}_c}{\sin^2 \theta} - 1 \right)^{1/2} \quad (4.3)$$

eşitliğini verir. Eş.(4.1)'in, $\tan(\pi d \sin \theta / \lambda - m\pi/2) = \tan(\varphi_r/2)$ formunda tekrar yazılmasıyla ve Eş.(4.3)'ün kullanılmasıyla

$$\tan \left(\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta - m \frac{\pi}{2} \right) = \left(\frac{\sin^2 \bar{\theta}_c}{\sin^2 \theta} - 1 \right)^{1/2} \quad (4.4)$$

eşitliği elde edilir.

Bu, bir tek değişken $\sin \theta$ 'yı içeren bir transandant denklemdir. Bunun çözümleri modların θ_m sıçrama açılarını sağlar. Eş.(4.4)'ün sağ ve sol tarafları $\sin \theta$ 'nın fonksiyonları olarak Şekil 4.2'de çizilmiştir. Çözümler kesişme noktalarıyla verilir. Sağ taraftaki (RHS) $\tan(\varphi_r/2)$, $\sin \theta = \sin \bar{\theta}_c$ olduğu zaman sıfıra ulaşan $\sin \theta$ 'nın monoton azalan bir fonksiyonudur. Sol taraftaki (LHS) sırasıyla m, çift ve tek olduğunda iki komşu eğri $\tan[(\pi d/\lambda) \sin \theta]$ ve $\cot[(\pi d/\lambda) \sin \theta]$ 'yı oluşturur. Kesişme noktaları, modların θ_m açılarını belirler. Ayna aralığı d olan bir ayna dalga kılavuzunun modlarının sıçrama açıları $\varphi_r = \pi$ ve eşdeğer olarak $\tan(\varphi_r/2) = \infty$ 'nin kullanıldığı bu diyagramdan elde edilebilir. Kıyaslama için bu açılar içi boş dairelerle gösterilir.

1 yada 1.1 ise sırasıyla $M=1.2$ ve 2 'dir. $\cos \bar{\theta}_c = n_2/n_1$ değerinin Eş.(4.6)'da yerine konulmasıyla

$$M \doteq 2 \frac{d}{\lambda_0} NA \quad (4.7)$$

eşitliği elde edilir. Burada

$$NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (4.8)$$

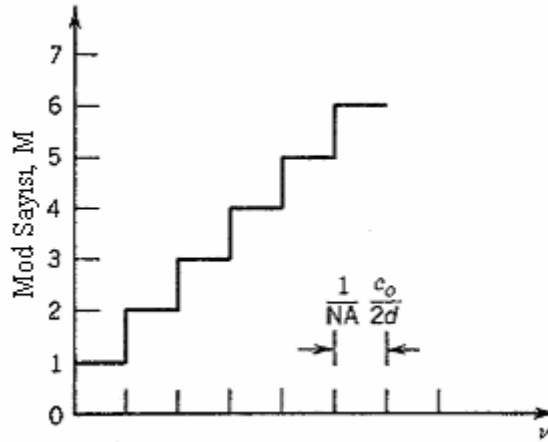
olup dalga kılavuzunun sayısal aralığıdır (NA, havadan dilimine gelen ışınların kabul açısının sinüsüdür). Benzer bir ifade TM modları için de elde edilebilir. Örneğin, $d/\lambda_0 = 10$, $n_1 = 1.47$ ve $n_2 = 1.46$ ise $\bar{\theta}_c = 6,7^\circ$, $NA = 0.171$ ve $M = 4$ TE modudur.

$\lambda/2d > \sin \bar{\theta}_c$ yada $(2d/\lambda_0)NA < 1$ olduğu zaman sadece bir moda izin verilir. Bu durumda, dalga kılavuzu tek modlu bir dalga kılavuzudur. Bu, dilim yeterince ince yada dalga boyu yeterince büyük olduğunda meydana gelir. Ayna dalga kılavuzundan farklı olarak dielektrik dalga kılavuzu mutlak kesim dalga boyuna (yada kesim frekansına) sahip değildir. $m=0$ temel moduna sürekli izin verilmesinden dielektrik bir dalga kılavuzunda en azından bir tane TE modu vardır. Bununla birlikte, $m=1,2,\dots$ modlarının her biri kendi kesim dalga boyuna sahiptir.

Mod sayısı

$$M \doteq \frac{NA}{(c_0/2d)} v$$

şeklinde frekansın bir fonksiyonu olarak da yazılabilir. Bağntı Şekil 4.4'de gösterilmiştir. v , $(c_0/2d)/NA$ 'nın katları şeklinde artarken M , birer birer artar. TM mod sayısı için özdeş ifadeler benzer şekilde türetilebilir.



Şekil 4.4. Frekansın bir fonksiyonu olarak TE modlarının sayısı. Düzlem ayna dalga kılavuzu için olan Şekil 3.5 ile kıyaslama (Karim, 1990).

4.3. Alan Dağılımları

Şimdi, TE modlarının alan dağılımlarını tespit edeceğiz.

4.3.1. İç Alan

Dilim içindeki alan, $(0, \mp n_1 k_0 \sin \theta_m, n_1 k_0 \cos \theta_m)$ dalga vektörü bileşenlerine sahip z ekseni ile θ_m ve $-\theta_m$ açılarında hareket eden iki tane TEM düzlem dalgasından oluşur. Bunlar, dilimdeki merkezde aynı genliğe ve $m\pi$ kadarlık faz kaymasına (gidiş dönüşün yarısı) sahiptir. Bundan dolayı, elektrik alan kompleks genliği $E_x(y, z) = a_m u_m \exp(-j\beta_m z)$ şeklindedir, burada $\beta_m = n_1 k_0 \cos \theta_m$ yayılım sabiti, a_m bir sabit olup

$$u_m(y) \propto \begin{cases} \cos\left(\frac{2\pi \sin \theta_m}{\lambda} y\right), & m = 0, 2, 4, \dots \\ \sin\left(\frac{2\pi \sin \theta_m}{\lambda} y\right), & m = 1, 3, 5, \dots \end{cases} \quad -\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2} \quad (4.9)$$

ve $\lambda = \lambda_0 / n_1$ şeklindedir. Alanın, harmonik olmasına rağmen dilim sınırında kaybolmadığına dikkat edilmelidir. M artarken yüksek mertebeden modlar y ile daha hızlı artacak şekilde $\sin \theta_m$ 'de artar.

4.3.2. Dış Alan

Dış alan, tüm $y = \mp d/2$ sınır noktalarında iç alanla örtüşmelidir. Bundan dolayı, alan z ile $\exp(-j\beta_m z)$ şeklinde değişmelidir. $(\nabla^2 + n_2^2 k_0^2)E_x(y, z) = 0$ olarak ifade edilen Helmholtz denkleminde $E_x(y, z) = a_m u_m(y) \exp(-j\beta_m z)$ ifadesinin yerine konulmasıyla

$$\frac{d^2 u_m}{dy^2} - \gamma_m^2 u_m = 0 \quad (4.10)$$

elde edilir. Burada

$$\gamma_m^2 = \beta_m^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (4.11)$$

şeklindedir. Kılavuzlanmış modlar için $\beta_m > n_2 k_0$ olduğundan (Bakınız Şekil 4.3) Eş.(4.10), $\exp(-\gamma_m y)$ ve $\exp(\gamma_m y)$ üstel fonksiyonları ile sağlanacak şekilde $\gamma_m^2 > 0$ 'dır. Alan, dilimden uzakta sönümlü olduğundan üst ortamda $\exp(-\gamma_m y)$, alt ortamda $\exp(\gamma_m y)$ seçilir:

$$u_m(y) \propto \begin{cases} \exp(-\gamma_m y), & y > \frac{d}{2} \\ \exp(\gamma_m y), & y < -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (4.12)$$

γ_m bozunma oranı, sönüm sabiti olarak bilinir. Dalganın sönümlü bir dalga olduğu söylenir. Eş.(4.11)'de $\beta_m = n_1 k_0 \cos \theta_m$ ve $\overline{\cos \theta_c} = n_2 / n_1$ 'in yerine konulmasıyla

$$\gamma_m = n_2 k_0 \left(\frac{\cos^2 \theta_m}{\cos^2 \theta_c} - 1 \right)^{1/2} \quad (4.13)$$

elde edilir. M mod sayısı artarken θ_m artar ve γ_m azalır. Bundan dolayı, yüksek merteben modlar kılıf ve alt tabakaya sızar.

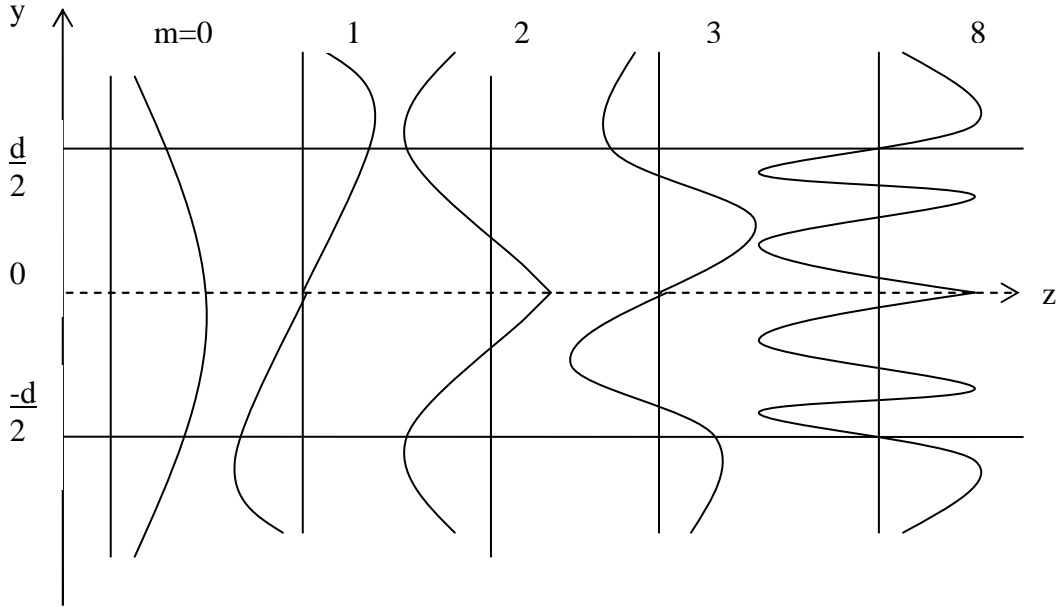
Eş.(4.9) ve Eş.(4.12)'deki orantı sabitlerini belirlemek için $y=d/2$ 'de iç ve dış alanları örtüştürmeli ve

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_m^2(y) dy = 1 \quad (4.14)$$

normalizasyon koşulunu uygulamalıyız. Bu, tüm y için geçerli olan $u_m(y)$ ifadesini verir. Bu fonksiyonlar Şekil 4.5'te gösterilmektedir. Ayna, dalga kılavuzundaki gibi tüm $u_m(y)$ 'ler ortogonaldır, yani,

$$\int_{-\infty}^{\infty} u_m(y) u_\ell(y) dy = 0, \quad \ell \neq m \quad (4.15)$$

şeklindedir.



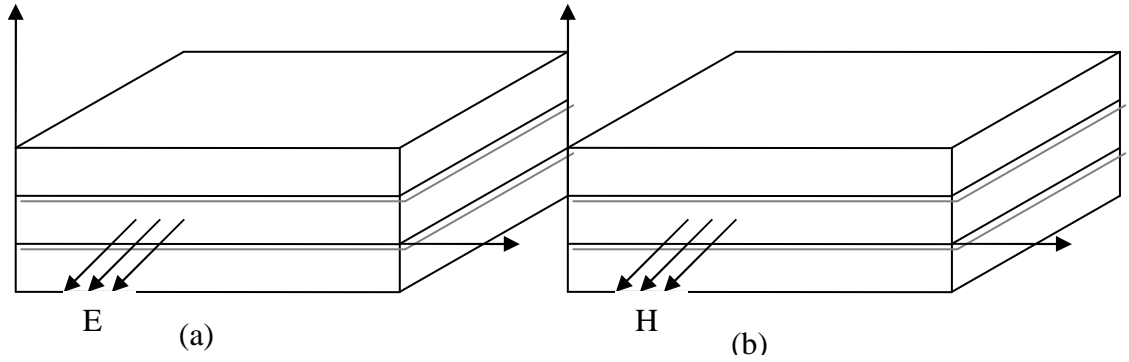
Şekil 4.5. Bir dielektrik dalga kılavuzundaki kılavuzlanmış TE modları için alan dağılımları. Bu sonuçlar, düzlem ayna dalga kılavuzu için olan Şekil 4.4'de gösterilenle karşılaştırılmalıdır.

Dielektrik dalga kılavuzundaki keyfi bir TE alanı bu modların bir süper pozisyonu olarak;

$$E_x(y, z) = \sum_m a_m u_m(y) \exp(-j\beta_m z) \quad (4.16)$$

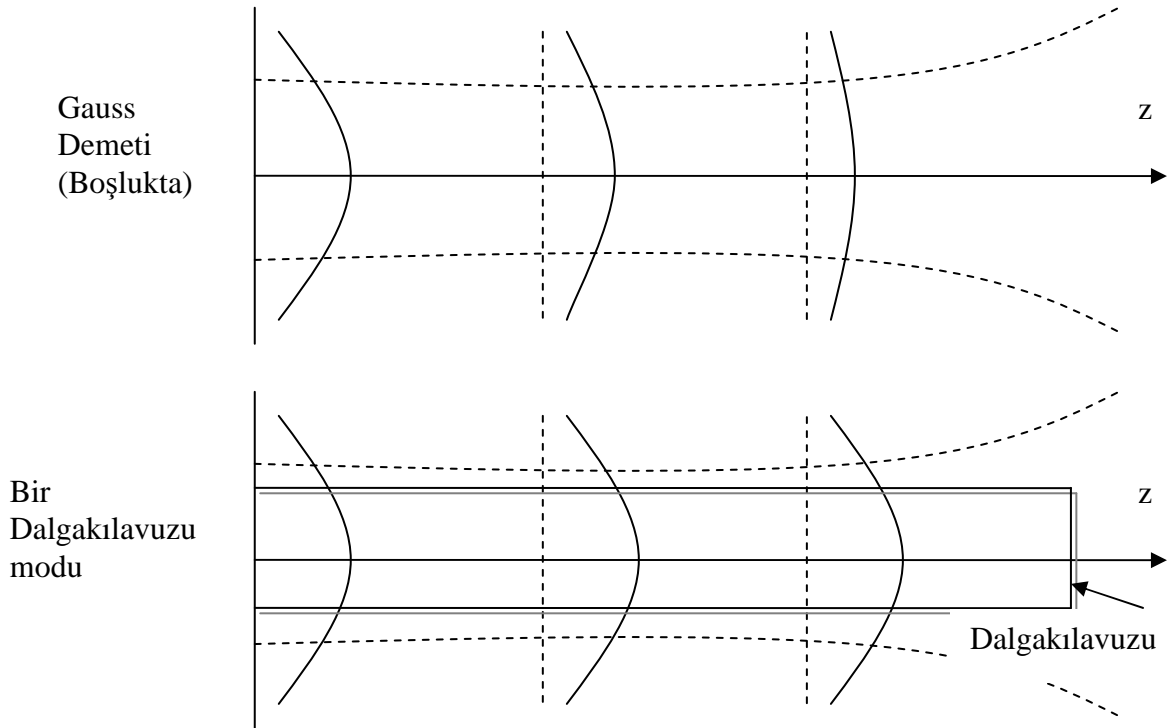
şeklinde yazılabilir. Burada a_m , m modunun genliğidir.

TM modlarının alan dağılımları benzer şekilde belirlenebilir (Şekil 4.6). Bu, dilim sınırına paralel olduğundan elektrik alanın z bileşeni TE elektrik alanının x bileşenine benzer şekilde davranır. Analiz, $E_z(y, z)$ ifadesinin belirlenmesiyle başlayan bir TEM dalgalarının kullanılmasıyla diğer bileşenler $E_y(y, z)$ ve $H_x(y, z)$ 'de ayna dalga kılavuzlarında yapıldığı gibi kolay şekilde yapılabilir. Alternatif olarak, Maxwell denklemleri bu alanları belirlemek için kullanılabilir.



Şekil 4.6. Bir dielektrik düzlem dalga kılavuzunda (a) TE ve (b) TM modları

En düşük mertebedeki TE modunun ($m=0$) alan dağılımı Gauss demetinin şekline benzer (Verdeyen, 1989). Bununla birlikte, Gauss demetinden farklı olarak kılavuzlanan ışık, eksen doğrultusunda yayılırken enine doğrultuda genişlemez (Bakınız Şekil 4.7). Bir dalga kılavuzunda, ışığın kırılmaya eğilimi ortamın kılavuzlama işlemi ile denkleştirilir.



Şekil 4.7. Boşluktaki Gauss demeti ve bir dalga kılavuzu modu arasındaki kıyaslama

4.4. Grup Hızları

Kılavuzlanan modların her biri için $v = d\omega/d\beta$ grup hızını belirlemek amacıyla β yayılım sabitinin frekansına bağımlılığı kendiliğinden kararlılık denklemini Eş.(4.2)'nin β ve ω cinsinden yazılmasıyla incelenir. $k_y^2 = (\omega/c_1)^2 - \beta^2$ olduğundan Eş.(4.2)

$$2d \left[\left(\frac{\omega}{c_1} \right)^2 - \beta^2 \right]^{1/2} = 2\varphi_r + 2\pi m \quad (4.17)$$

eşitliğini verir. $\cos \theta = \beta/(\omega/c_1)$ ve $\cos \theta_c = \bar{\theta}_c = n_2/n_1 = c_1/c_2$ olduğundan, Eş.(4.3)

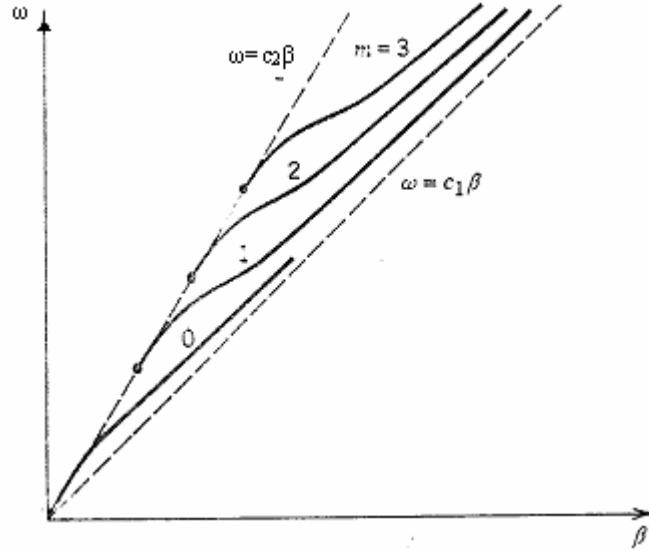
$$\tan^2 \frac{\varphi_r}{2} = \frac{\beta^2 - \omega^2/c_2^2}{\omega^2/c_1^2 - \beta^2} \quad (4.18)$$

olur. Eş.(4.17)'de Eş.(4.18)'in yerine konulmasıyla

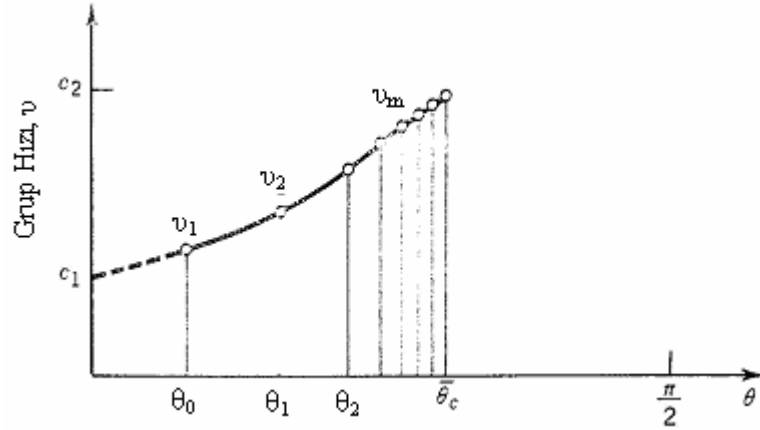
$$\tan^2 \left\{ \frac{d}{2} \left[\left(\frac{\omega}{c_1} \right)^2 - \beta^2 \right]^{1/2} - \frac{m\pi}{2} \right\} = \frac{\beta^2 - \omega^2/c_2^2}{\omega^2/c_1^2 - \beta^2} \quad (4.19)$$

eşitliği elde edilir. Bundan dolayı, kendiliğinden kararlılık koşulu, β ve ω arasında dağılım bağıntısı olarak bilinen bir bağıntı sağlar. Bu bağıntı, farklı $m=0,1,\dots$ modları için Şekil 4.8 de şematik olarak çizilmiştir.

Grup hızları c_1 ve c_2 arasında bulunur (dilim ve alt tabakadaki faz hızları). Verilen bir ω değerinde en düşük mertebeden mod (en az eğik mod, $m=0$), c_1 'e en yakın grup hızıyla hareket eder. En eğik mod $m=M$, $\approx c$ grup hızına sahiptir. Bu sürpriz bir durum değildir. En eğik modla taşınan enerjinin büyük bir kısmını hızın c_2 olduğu alt tabakada hareket eder.



Şekil 4.8. Şematik dağılım bağıntısı: Açısal frekans ω , $m=0,1,2,\dots$ farklı TE modları için β yayılım sabitine karşılık çizilmiştir. Grup hızı, $v = d\omega/d\beta$ eğimidir. ω artarken her bir mod için grup hızı, yaklaşık olarak $c_2 = c_0/n_2$ 'den $c_1 = c_0/n_1$ 'e kadar azalır. Sabit bir ω değerinde $M \geq 1$ için farklı modların grup hızları yaklaşık olarak $m=0$ için c_1 'den $m=M$ için n_2 'ye kadar büyür (Saleh ve Teich,1991).



Şekil 4.9. Dalga kılavuzu modlarının grup hızları: En az eğik mod en küçük grup hızı $\approx c_1 = c_0/n_1$ ile hareket eder. En eğik mod bir $\approx c_2 = c_0/n_1$ grup hızına sahiptir (Saleh ve Teich,1991).

β ' ya göre Eş.(4.17)'nin türevinin alınmasıyla

$$\frac{2d}{2k_y} \left(\frac{2\omega}{c_1^2} \frac{d\omega}{d\beta} - 2\beta \right) = 2 \frac{\partial \phi_r}{\partial \beta} + 2 \frac{\partial \phi_r}{\partial \omega} \frac{d\omega}{d\beta}$$

elde edilir. $d\omega/d\beta = v$, $k_y/(\omega/c_1) = \sin \theta$ ve $k_y/\beta = \tan \theta$ ifadesinin yerine yazılmasıyla ve

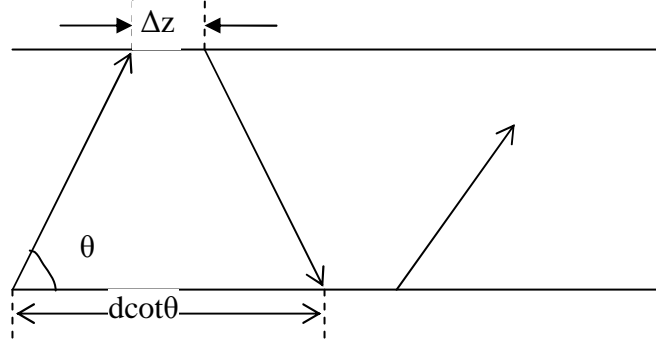
$$\Delta z = \frac{\partial \phi_r}{\partial \beta}, \quad \Delta \tau = -\frac{\partial \phi_r}{\partial \omega} \quad (4.20)$$

yeni parametrelerin tanımlanmasıyla

$$v = \frac{d \cot \theta + \Delta z}{d \csc \theta / c_1 + \Delta \tau} \quad (4.21)$$

eşitliği elde edilir.

Düzlem ayna dalga kılavuzu için olan Eş.(3.11) ve Şekil 3.6'ya bakıldığında, ışın iki sınır arasında hareket ettiğinde z yönünde aldığı mesafenin $d \cot \theta$ olduğu görülür. Bu mesafe, $d \csc \theta / c_1$ zamanında alınır. $d \cot \theta / (d \csc \theta / c_1) = c_1 \cos \theta$ oranı ayna dalga kılavuzu için grup hızını sağlar. Bir dielektrik dalga kılavuzunda ki grup hızı için olan Eş.(4.21) ifadesi, ışının $\Delta \tau = -\partial \phi_r / \partial \omega$ zamanında $\Delta z = \partial \phi_r / \partial \beta$ ilave mesafesini aldığını gösterir. Bu, Şekil 4.10'da gösterildiği gibi ışının örtüye etkili şekilde sızması ya da etkili bir yanal kayması olarak düşünülebilir. Toplam iç yansımaya uğrayan bir ışının sızması, Goos-Hanchen olayı olarak bilinir (Pollock, 1995). Eş.(4.20)'nin kullanılmasıyla $\Delta z / \Delta \tau = \omega / \beta = c_1 / \cos \theta$ olduğu görülebilir. Bundan dolayı, daha eğik modlar diğer modlardan daha yüksek bir hızda bu yanal mesafeyi alır. Bu, daha büyük olan daha eğik modların (ayna dalga kılavuzuna farklı durum) toplam grup hızından sorumludur.



Şekil 4.10. Yansıma faz kaymasının $c_1 / \cos \theta$ hızında ilave bir Δz mesafesini aldığı bir ışın modeli.

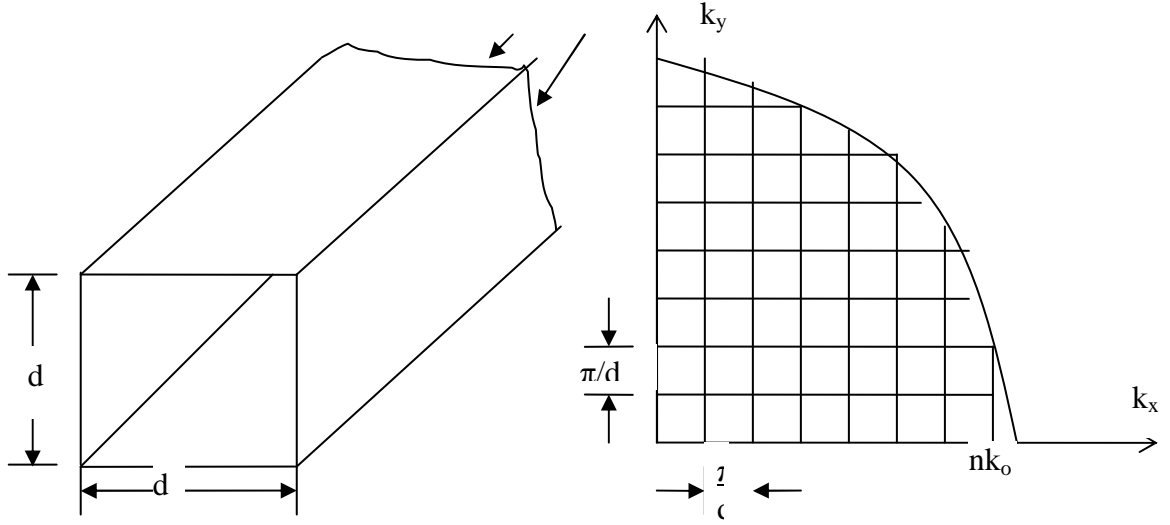
5. DİKDÖRTGEN AYNA DALGA KILAVUZLARI.

Önceki incelenen düzlem ayna dalga kılavuzu ve düzlem dielektrik dalga kılavuzu ışığı tek bir enine doğrultuda (y doğrultusu) sınırlayarak z doğrultusu boyunca kılavuzlarken, iki boyutlu dalga kılavuzları ışığı, iki enine doğrultuda (x ve y doğrultuları) sınırlar. Çalışma prensibi ve iki boyutlu dalga kılavuzlarının temel modal yapısı esasen düzlem dalga kılavuzları ile aynı olup matematiksel tanımı daha uzundur.

Düzlem dalga kılavuzunun en basit genellemesi Şekil 5.1' de görülen dikdörtgen dalga kılavuzudur. Kılavuzun duvarları ayna ise düzlem durumundaki gibi ışık tüm açılarda çoklu yansımayla kılavuzlanır. Basitlik için, kılavuzun kesitinin d'nin karesi olduğunu kabul ederiz. (k_x, k_y, k_z) dalga vektörünün düzlem dalgası ve bunun çoklu yansımaları, kılavuz içindeki kendiliğinden kararlılığı oluşturuyor ise bu aşağıdaki koşulları sağlamalıdır:

$$\begin{aligned} 2k_x d &= 2\pi m_x, \quad m_x = 1, 2, \dots \\ 2k_y d &= 2\pi m_y, \quad m_y = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5.1)$$

Bunlar açık olarak Eş.(3.3)'ün genelleştirilmesidir.



Şekil 5.1. Bir dikdörtgen ayna dalga kılavuzu modları noktalarla gösterilen sonlu değerdeki farklı k_x ve k_y ile karakterize edilir.

$\beta = k_z$ yayınım sabiti, $k_x^2 + k_y^2 + \beta^2 = n^2 k_0^2$ bağıntısının kullanılmasıyla k_x ve k_y 'den tespit edilebilir. Bundan dolayı, dalga vektörünün üç bileşeni, sonlu mod sayısını sağlayan farklı değerlere sahiptir. Her bir mod m yerine m_x ve m_y şeklindeki iki indisle gösterilir. m_x ve m_y 'nin tüm pozitif tam sayı değerlerine Şekil 5.1'de gösterildiği gibi $k_x^2 + k_y^2 \leq n^2 k_0^2$ 'e kadar izin verilir.

M mod sayısı, $k_x - k_y$ diyagramında $n k_0$ yarıçaplı çeyrek daire içinde kalan noktaların sayılmasıyla kolaylıkla tespit edilebilir. Sayı büyük ise bu değer $\pi(n k_0)^2 / 4$ alanının $(\pi/d)^2$ birim hücre alanına oranıyla yaklaşık olarak belirlenebilir:

$$M \approx \frac{\pi}{4} \left(\frac{2d}{\lambda} \right)^2 \quad (5.2)$$

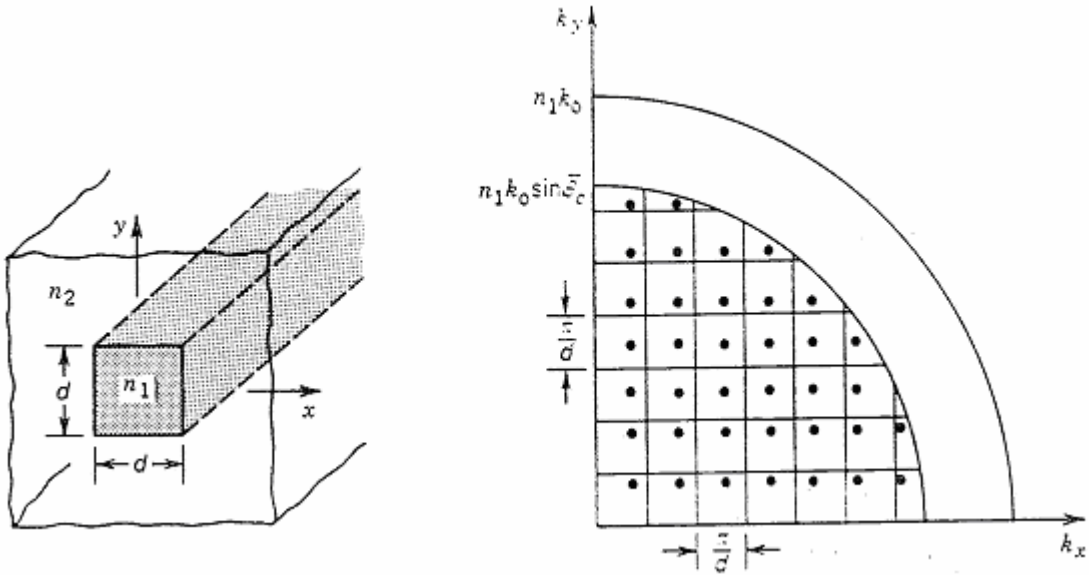
Mod başına iki polarizasyon olduğundan toplam mod sayısı gerçekte $2M$ kadardır. Bunun, tek boyutlu ayna dalga kılavuzundaki mod sayısı $M \approx 2d/\lambda$ ile karşılaştırılmasıyla boyutun artmasının yaklaşık olarak mod sayısının karesini sağladığı

görülür. Mod sayısı serbestlik derecesinin bir ölçüsüdür. Bir, ikinci boyut eklediğimiz zaman basit olarak serbestlik derecesinin sayısı da katlanır (Gloge and Marcatili, 1973).

Bu modlarla ilgili alan dağılımları düzlem durumundakilerin genelleştirilmesidir. Şekil 3.4'deki gibi örnekler, m_x ve m_y mod indislerine bağlı x ve y doğrultularının her birinde elde edilir.

6. DİKDÖRTGEN DİELEKTRİK DALGA KILAVUZU

d genişliğindeki kare kesitli n_1 kırılma indisli bir dielektrik madde, biraz daha düşük n_2 kırılma indisli bir ortama gömülmüştür. Dalga kılavuzu modları benzer bir teorinin kullanılmasıyla belirlenebilir. k_x ve k_y Şekil 6.1’de gösterilen alan içinde kalacak şekilde (k_x, k_y, k_z) dalga vektörü bileşenleri $\bar{\theta}_c = \cos^{-1}(n_2/n_1)$ olmak üzere $k_x^2 + k_y^2 \leq n_1^2 k_0^2 \sin^2 \bar{\theta}_c$ koşulunu sağlamalıdır. Farklı modlar için k_x ve k_y değerleri düzlem durumunda yapılırken dielektrik sınırdaki faz kaymalarını içeren bir kendiliğinden-uyumluluk koşulunda elde edilebilir.



Şekil 6.1. Bir dikdörtgen dielektrik dalga kılavuzunun geometrisi. Dalga kılavuzu modları için k_x ve k_y değerleri noktalarla gösterilmektedir (Saleh ve Teich,1991).

Ayna dalga kılavuzundan farklı olarak modların k_x ve k_y değerleri düzgün olarak yerleştirilmez. Bununla birlikte, iki ardışık k_x (yada k_y) değeri ortalama bir π/d aralığının ortalama bir değeriyle ayrılır (ayna dalga kılavuzundaki gibi). Bundan dolayı, mod sayısı, ortalama bir π/d aralığının kabul edilmesiyle Şekil 6.1’deki k_x - k_y diyagramında iç dairedeki noktaların sayılmasıyla bulunabilir. Sonuç, $M \approx (\pi/4)(n_1 k_0 \sin \bar{\theta}_c)^2 (\pi/d)^2$ şeklinde olup buradan

$$M = \frac{\pi}{4} \left(\frac{2d}{\lambda_0} \right)^2 NA^2 \quad (6.1)$$

elde edilir. İfadedeki $NA = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ sayısal aralık olmaktadır (Palais, 1992). Yaklaşım M büyük olduğu zaman iyidir. TM modları için özel bir M sayısı da vardır.

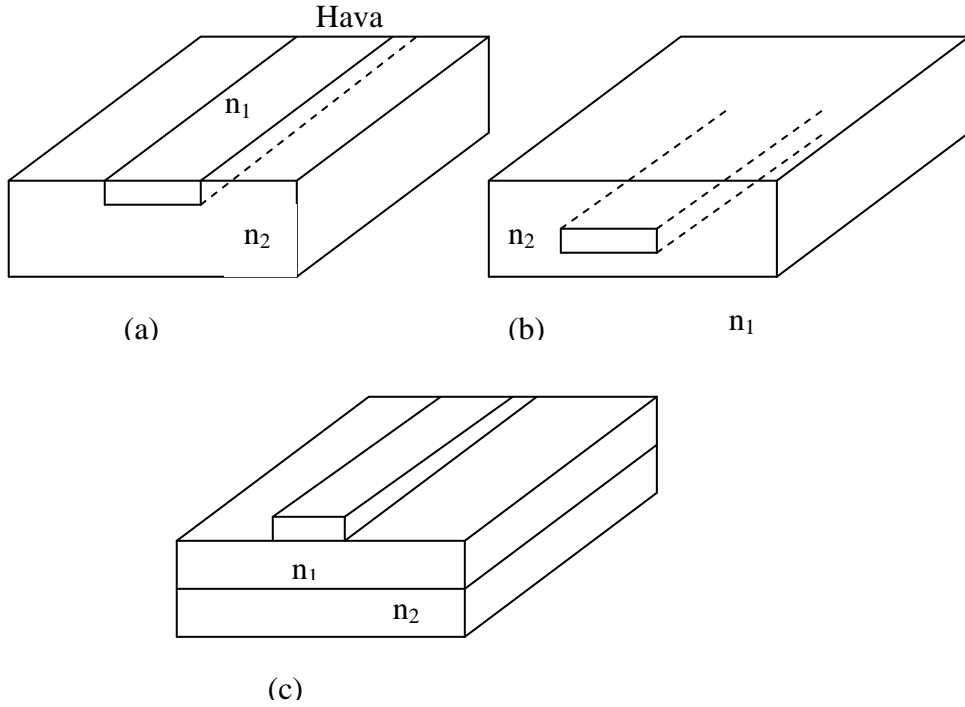
Dikdörtgen dalga kılavuzu, tümleşik optikte özellikle yarı iletken diyot laserlerde en yaygın kullanılan yapıdır (Djafar and Lowell, 2001). Tümleşik elektronikteki yüksek hızlı veri geri düzlemleri, dalga kılavuzu filtreleri, optik katlayıcılar ve optik anahtarlamalar gibi yeni uygulamalar için olan talepler daha iyi materyallere doğru giden teknoloji ve düzlem dalga kılavuzları için çalışan tekniklerdir.

Bu bölümde, Marcatili'nin öncülük ettiği çalışmaya dayanan bir dalga analiziyle başlayan dikdörtgen yapıların mod yapılarını analiz etmek için birkaç yöntem inceleyeceğiz. Dalga analizi, kesimden uzak modların iyi bir şekilde tanımını sağlar. Fakat küçük V sayılı dalga kılavuzları için daha düşük hassaslıktadır. Dalga analizinin sonuçlarını geliştirmek için pertürbe çözümlerle ilgileneceğiz. Sonuç olarak, etkin indis yöntemi olarak adlandırılan popüler bir analizi inceleyeceğiz. Oluşturulacak en basit yapılardan birisi çıkıntılı dalga kılavuzudur. Etkin indis yöntemini kullanan bir örnek bu faydalı yapıları göstermek için kullanılabilir.

Dikdörtgen dalga kılavuzlarının uygulamaları, kısa uzunlukları (cm yada daha düşük uzunluklarda) içerir. Böylece, nadiren dağılım ortaya çıkar. Kısa mesafeler için optik kaynağın ve dedektörün sınırlı modülasyon hızı genellikle etkin band genişliğini sağlar. Dalga kılavuzlarının optimal yoğunluğu, karşılıklı konuşma, kaynaklara ve dedektörlere bağlanma verimi gibi paketleme kavramları tümleşik optik tasarımlarında incelenmelidir.

6.1. Dikdörtgen Bir Dalga Kılavuzunun Dalga Denklemi Analizi

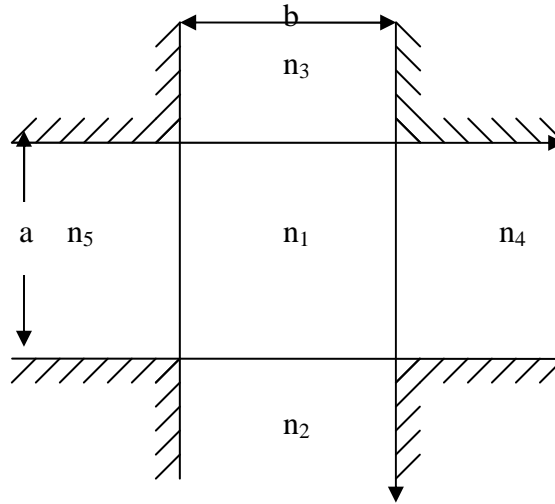
Şekil 6.2, tümleşik bir optik devrede kullanılabilen üç tür dikdörtgen dalga kılavuzunu göstermektedir. Bunlar, yüzey dalga kılavuzu, gömülü dalga kılavuzu ve çıkıntılı dalga kılavuzudur. Bu geometriler, standart litografik ve fazla gelişmiş teknolojilerin kullanımını yaratmak için nispeten basittir. Her zamanki gibi, yapının ışığı kılavuzlaması için bu yapının indisi çevreleyici ortamın indisinden biraz büyük olmalıdır. Amacımız, bu dalga kılavuzları için mod yapısını tanımlamaktır. Analize başlamak için kesim üzerinde daha hassas olan bir dalga denklemi ifadesi geliştireceğiz.



Şekil 6.2. Dikdörtgen dalga kılavuzları için üç tane mümkün yapı görülmektedir: (a) çevreleyici indis havanın indisidir. (b) kılavuzlama tabakası tamamen bir örtü tabakasıyla çevrelenmiştir. (c) yanal tutsaklık alt tabakanın üstündeki dielektrik çıkıntı ile sağlanır.

Genelleştirilmiş bir gömülü dalga kılavuzunun kesiti Şekil 6.3'de gösterilmektedir. Bu yapıda dokuz farklı dielektrik bölge vardır. Bu yapıda sınır koşullarının tamamının aynı anda sağlanması mümkün olmadığından analiz zordur.

Analiz edilen bu yapıdaki zorluk, taralı dört bölgede meydana gelir. Bu bölgeler, alanın x ve y çözümleri için bağlanma bölgeleri gibi davranır. Kesim üzerinde mod çekirdek içinde sıkı bir şekilde daha iyi tutulur ve köşe bölgelerinde enerji ihmal edilebilir. Bununla beraber, kesim yakınında mod büyük miktarda çekirdek dışında enerjiye sahiptir ve köşe bölgelerde önemli miktarda güç var olacaktır. x ve y 'ye bağlı çözümler, köşe bölgelerindeki sınır koşullarıyla kuvvetli bir şekilde ilişkili olacaktır. Bu bağlantı ihmal edilirse, mod, her biri analitik olarak, kolay kontrol edilebilir olan, birleşmemiş $X(x)$ ve $Y(y)$ çözümlerine ayrılabilir. Bundan dolayı, köşe bölgelerindeki alanın ihmal edilmesi yaklaşımımızın temeli olacaktır.



Şekil 6.3. Genel bir dielektrik yapıda çekirdek (n_1) daha düşük indisli bir maddeyle her tarafından çevrelenir. Taralı bölgelerdeki indis, dalga kılavuzu çözümleri için birinci mertebeden yaklaşımda ihmal edilir. Bölgeler, sadece özelleştirmek için numaralanır: Değişen indisler arasında n_1 'in diğerlerinden daha büyük olması hariç kesin bir ilişki yoktur.

6.2. Mod Gösterimi

Dikdörtgen yapılar için genellikle kullanılan mod gösterimi, dairesel ya da dilim dalga kılavuzları için kullandığımız gösterimden biraz daha farklıdır. Dikdörtgen dielektrik dalga kılavuzlarında alan, ne saf TE ne de TM olmadığından (modun sarmal olma olasılığı vardır) farklı bir gösterim kullanılır. Küçük indis farklılıkları sınırında, kılavuzlanmış optik alanlar, aslında eninedir ve elektrik alanın enine bileşeni yapının x veya y eksenleri ile aynı hizaya gelecektir. Toplam tutulma sınırında, elektrik alan y

eksenine paralel ise modlar E_{nm}^y ile elektrik alan x eksenine paralel ise modlar E_{nm}^x ile gösterilir. Mikrodalga gösterimindeki gibi, nm alt indisleri x ve y doğrultularındaki maksimum sayıyı gösterir.

6.3. Sınır Değer Probleminin Formülasyonu

Mod alan konfigürasyonunu tespit etmek için, her bir moda karşılık gelen β özdeğerini bulmalıyız. Kesimden uzakta bulunuluyorsa veya kılavuzlayıcı bölge ile örtünün arasındaki indis farkı küçük ise alanlar etkili şekilde eninedir. Bu koşul, LP modlarına benzer. Dalga kılavuzunun sınırları, dikdörtgen olduğundan (ve köşe bölgelerde dikkate alınmaz ise) L alanının x, y ve z bileşenleri arasında bağlantı yoktur. Bundan dolayı, vektör dalga denklemi her bir bileşen için skaler bir denkleme dönüştürülebilir. Her zamanki gibi, boylamsal alan bağımlılığının $z(z)=\exp(-j\beta z)+c.c$ şeklinde olduğunu kabul ediyoruz; skaler dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2] \Psi = 0 \quad (6.2)$$

şeklinde olur. Burada k_0 boşluktaki dalga vektörü, β bilinmeyen yayınım sabiti ve $n(x, y)$ ise yapı için kırılma indisidir. Bunun, y doğrultusundaki değişme olasılığının var olması hariç dilim dalga kılavuzu için çözülen dalga denklemine benzer olduğuna dikkat edilmelidir.

$X(x)$, x boyunca genlik dağılım fonksiyonu ve aynı şekilde $Y(y)$, y doğrultusundaki genlik dağılımı olmak üzere bir $\psi=X(x) Y(y)$ çözümü bulmak için, değişkenlere ayırma yöntemini kullanırız. Dört köşe bölgenin ihmal edilmesiyle dalga kılavuzunun bölgesine bağlı dört çözüm olacaktır. Çekirdekte (1. Bölge) kılavuzlanmış mod çözümleri x ve y doğrultusu boyunca sinüzoidal olarak değişecektir. Sınır koşulları, alanların enine bileşenlerinin her bir ara yüzeyini geçerken sürekli olmasını gerektirir. Bundan dolayı, 2 ve 3 bölgelerinde y bağımlılığı çekirdekteki gibi aynı sinüzoidal yapıya sahip olacak fakat x bağımlılığı, çekirdekten uzaklaştıkça üstel olarak

azalacaktır. Benzer şekilde, 4 ve 5 bölgelerindeki alan çekirdekteki alan gibi x doğrultusunda aynı sinüzoidal bağımlılık gösterecek fakat y ile üstel olarak sönümlenecektir. Çözümün genel formu

$$\Psi(x, y) = \Psi_0 e^{-j(k_{xi}x + k_{yi}y)} e^{-j\beta z} \quad (6.3)$$

şekindedir. Burada k_{xi} ve k_{yi} yayılım katsayıları, çözümün geçerli olduğu i bölgesi için alana bağlı olarak gerçel ya da sanal olabilir. 1, 4 ve 5 bölgelerindeki k_{x1} , k_{x4} ve k_{x5} x yayılım sabitleri özdeş ve y'den bağımsız olmalıdır. Değişkenlere ayırma yönteminin kullanılmasıyla, $\psi = X(x) Y(y)$ yazılmasıyla

$$\frac{\ddot{X}}{X} + \frac{\ddot{Y}}{Y} + k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2 = 0 \quad (6.4)$$

olarak yazılabilen dalga denklemini göstermek kolaydır. Yeniden düzenleme yapılırsa, denklem

$$\frac{\ddot{X}}{X} = -k_0^2 n^2(x, y) + \beta^2 - \frac{\ddot{Y}}{Y} = -\kappa_x^2 \quad (6.5)$$

olur. Burada, κ_x^2 bir ayırma sabitidir. Bu sonucun kullanılmasıyla Y fonksiyonu için

$$\frac{\ddot{Y}}{Y} = -k_0^2 n^2(x, y) + \beta^2 + \kappa_x^2 = -\kappa_y^2 \quad (6.6)$$

şeklinde bir çözüm yapabiliriz. Bu bölümde, basamak indisli yapı ile ilgili olduğumuzu kabul ediyoruz. Çekirdekte, $n(x, y) = n_1$ olmak üzere kılavuzlanmış mod çözümleri titreşimli k_x ve k_y reel olmalıdır. Çekirdek bölgesinde, izin verilen çözümler

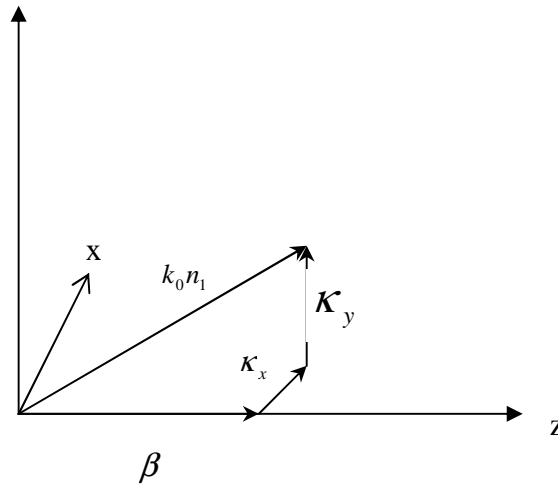
$$\begin{aligned} X(x) &= A \cos(\kappa_x x + \phi_x) \\ Y(y) &= B \cos(\kappa_y y + \phi_y) \end{aligned} \quad (6.7)$$

şekline sahip olacaktır. Burada ϕ_x ve ϕ_y , sınır koşullarının eşleşmesi için ayarlama yapılan faz sabitleridir. κ_x ve κ_y ayırma sabitleri (Eş 6.6'dan)

$$\beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2 \quad (6.8)$$

eşitliğini sağlamalıdır. Bu denklem ve dilim dalga kılavuzu için olan denklem arasındaki benzerliğe dikkat edilmelidir. İki boyutlu dikdörtgen yapı durumunda, iki tane enine dalga vektörü vardır. Şekil 6.2, üç ortogonal dalga vektörü arasındaki ilişkinin geometrik görüşünü göstermektedir.

Çekirdek dışında, kılavuzlanmış mod çözümleri üstel gecikme gösteren en azından bir bileşene sahip olmalıdır. Şekil 8.2'nin 3.bölgesindeki ($x>0$) çözümü inceleyelim. Sınır koşullarını eşleştirmek için bu bölgedeki $Y(y)$, çekirdekte bulunan y çözümüne özdeş olmalıdır.



Şekil 6.4. Dikdörtgen bir dalga kılavuzundaki üç yayınım vektörü geometrik yorumla gösterilmektedir.

Böylece, 3 bölgesindeki dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \kappa_y^2 \Psi + (k_0^2 n_3^2 - \beta^2) \Psi = 0 \quad (6.9)$$

olur. Eş.(6.8)'in Eş.(6.9)'da yerine konulmasıyla ve değişkenlere ayırma yönteminin kullanılmasıyla

$$\begin{aligned}\frac{\ddot{X}_3}{X_3} &= -\left(k_0^2 n_3^2 - \beta^2 - \kappa_y^2\right) \\ &= \left(k_0^2 n_1^2 - k_0^2 n_3^2 - \kappa_x^2\right)\end{aligned}\quad (6.10)$$

elde edilir. Bu da

$$X_3(x) = e^{-\gamma_3 x} \quad x > 0 \text{ için} \quad (6.11)$$

çözümüne sahiptir. Burada

$$\gamma_3 = \sqrt{k_0^2 (n_1^2 - n_3^2) - \kappa_x^2} \quad (6.12)$$

şeklindedir. Böylece, 3 bölgesindeki toplam alan

$$\Psi(x, y) = C \cos(\kappa_y y + \phi_y) e^{-\gamma_3 x} \quad x > 0, \quad 0 < y < b \text{ için} \quad (6.13)$$

şeklinde tanımlanabilir. Benzer çözüm gruplarıyla 2, 4 ve 5 bölgelerinde alanın x ve y bileşenleri için skaler çözümleri bulabiliriz.

$$\begin{aligned}X_2(x) &= e^{\gamma_2 (x+a)} & x < -a & \text{ için} \\ Y_4(y) &= e^{-\gamma_4 (y-b)} & y > b & \text{ için} \\ Y_5(y) &= e^{\gamma_5 y} & y < 0 & \text{ için}\end{aligned}\quad (6.14)$$

Burada üstel çözüm sabitleri

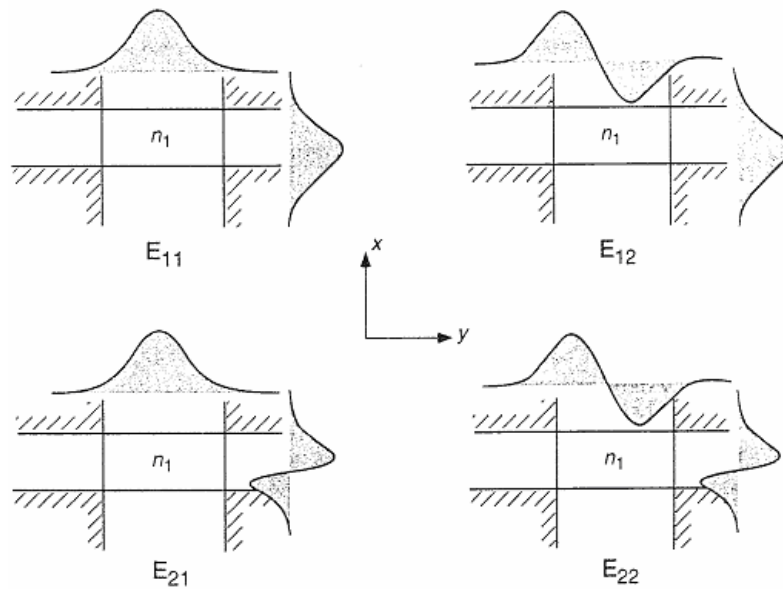
$$\begin{aligned}
\gamma_2 &= \sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_2^2) - \kappa_x^2} \\
\gamma_4 &= \sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_4^2) - \kappa_y^2} \\
\gamma_5 &= \sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_5^2) - \kappa_y^2}
\end{aligned} \tag{6.15}$$

ile verilir. Bu alanlar Şekil 6.4' de özetlenmiş olup, X(x) ve Y(y) çözümlerinin uygun çarpımları her bir bölgede listelenmiştir.

$\exp(-\gamma_3 x)$ $\exp(\gamma_5 y)$	$\text{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$ $\exp(-\gamma_3 x)$	$\exp(-\gamma_3 x)$ $\exp(-\gamma_4 (y-b))$
$\text{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\exp(\gamma_5 y)$	$\text{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\text{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$	$\text{Cos}(\kappa_x x + \Phi_x)$ $\exp(-\gamma_4 (y-b))$
$\exp(\gamma_2 (x+a))$ $\exp(\gamma_5 y)$	$\text{Cos}(\kappa_y y + \Phi_y)$ $\exp(\gamma_2 (x+a))$	$\exp(-\gamma_4 (y-b))$ $\exp(\gamma_2 (x+a))$

Şekil 6.4. Dikdörtgen dalga kılavuzu her biri elektromagnetik alan tanımına sahip sekiz ayrı bölge olarak tanımlanabilir. Basitlik için, genliklerin bu ifadelerdeki sınırları geçerken eşleştirilmediğine dikkat edilmelidir.

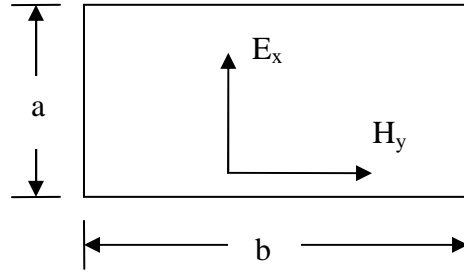
Birkaç mod için enine çözümler Şekil 8.5'te çizilmiştir.



Şekil 6.5. x ve y doğrultuları için enine skaler alan dağılımları (Pollock,1995).

6.4. Sınır Değer Problemlerinin Çözümü

Çözümü tamamlamak amacıyla κ_x , κ_y ve β için özel değerler tespit etmeliyiz. Bu, farklı bölgeler arasında çözümleri bağlayan sınır koşullarının uygulanmasıyla gerçekleştirilir. Çok fazla sayıda alan ve ara yüzey olduğundan tüm sınır koşullarının karşılaştırılması karmaşık ve bıkırtıcı bir işlemdir. Bir E^x modunun kılavuzlandığı durumu düşünelim. Şekil 6.6, çekirdekteki alanın enine iki bileşeni ile beraber dalga kılavuzunun bir kesitini gösterir.



Şekil 6.6. Çekirdekteki E^x modu x doğrultusu boyunca polarize olmuş elektrik alana ve y doğrultusu boyunca polarize olmuş magnetik alana sahip olacaktır.

Bu dalga kılavuzunda $y=0$ ve $y=b$ düzlemlerindeki teğetsel elektrik alanın sürekliliği ve $x=0$ ile $x=-a$ düzlemlerindeki teğetsel magnetik alanın sürekliliğini korumalıyız. Diğer sınır koşulları (D_{normal} 'in ve B_{normal} 'in sürekliliği) en azından ihmal edilebilir derecede olduklarından zayıf kılavuzlama yaklaşımında hemen hemen otomatik olarak sağlanır. Sınır koşullarından yapılan görüş açısıyla E^x alanı, b kalınlıklı dilim dalga kılavuzundaki bir TE modu ve a kalınlıklı dilim dalga kılavuzundaki bir TM modu gibi görünür. Uzun bir hesaplama sonucunda κ_y için karakteristik denklemin

$$\tan \kappa_y b = \frac{\kappa_y (\gamma_4 + \gamma_5)}{\kappa_y^2 - \gamma_4 \gamma_5} \quad (6.16)$$

şeklinde olduğu görülebilir. Bu, makul olduğu görülen bir dilim dalga kılavuzundaki TE modu için karakteristik denkleme özdeşdir. Benzer şekilde, H_y alanının teğetsel bileşenlerinin örtüşmesi, sadece Şekil 6.2'nin çekirdek bölgesi, 2.bölgesi ve 3.bölgesi arasındaki $x=0$ ve $x=-a$ ara yüzeylerinde sağlanır. Biraz daha cebirden sonra κ_x için karakteristik denklemin

$$\tan \kappa_x a = n_1^2 \frac{\kappa_x (n_2^2 \gamma_3 + n_3^2 \gamma_2)}{n_2^2 n_3^2 \kappa_x^2 - n_1^4 \gamma_2 \gamma_3} \quad (6.17)$$

şeklinde olduğu görülebilir. Bu ifade, b kalınlıklı bir dilimdeki bir TM modu için karakteristik denklemdir. Sonuçların matematiksel türetimi bütün ayrıntılarıyla gösterilmese bile sezgisel olarak görülmelidir. Bu özdeğerlerin kullanılmasıyla Eş.(6.10)'dan β yayılım sabitini belirleyebiliriz.

Alanları tamamen tanımlamak için beş tane farklı elektrik alan, beş farklı magnetik alanın özelleştirilmesi gereken 5 bölge vardır. Tablo 6.1 ve 6.2, Şekil 6.2'de görüldüğü gibi dikdörtgen bir dalga kılavuzundaki E^x modu için alanlar listelenmektedir.

Eş.(6.7)'de ve Tablo 6.1 ve Tablo 6.2'deki faz terimleri

$$\begin{aligned} \tan \phi_x &= -\frac{n_3^2 \kappa_x}{n_1^2 \gamma_3} \\ \tan \phi_y &= -\frac{\gamma_5}{\kappa_y} \end{aligned} \quad (6.18)$$

bağıntılarından bulunur.

Tablo 6.1. Dikdörtgen bir dielektrik dalga kılavuzundaki elektrik alanlar (Pollock,1995).

Bölge	E_x	E_y	E_z
Bölge 1			
Bağıl Genlik	$\frac{jA}{\kappa_x \beta} (n_1^2 k_0^2 - \kappa_x^2)$	$-\frac{jA \kappa_x^2}{\beta}$	A
x'e bağlılık	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	$\cos(\kappa_x x + \phi_x)$	$\cos(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	$\sin(\kappa_y y + \phi_y)$	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	$e^{-j\beta z}$	$e^{-j\beta z}$
Bölge 2			
Bağıl Genlik	$jA \frac{(\gamma_2^2 + n_2^2 k_0^2)}{\gamma_2 \beta} \cos(-\kappa_x b + \phi_x)$	≈ 0	$A \cos(-\kappa_x a + \phi_x)$
x'e bağlılık	$e^{\gamma_2(x+a)}$	0	$e^{\gamma_2(x+a)}$
y'ye bağlılık	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	0	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 3			
Bağıl Genlik	$-jA \frac{(\gamma_3^2 + n_3^2 k_0^2)}{\gamma_3 \beta} \cos(\phi_x)$	≈ 0	$A \cos(\phi_x)$
x'e bağlılık	$e^{-\gamma_3(x)}$	0	$e^{-\gamma_3(x)}$
y'ye bağlılık	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	0	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 4			
Bağıl Genlik	$jA \frac{n_1^2 (n_4^2 k_0^2 - \kappa_x^2)}{n_4^2 \kappa_x \beta} \cos(\kappa_y a + \phi_y)$	≈ 0	$A \frac{n_1^2}{n_4^2} \cos(\kappa_y a + \phi_y)$
x'e bağlılık	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	0	$\cos(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	$e^{-\gamma_4(y-b)}$	0	$e^{-\gamma_4(y-b)}$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 5			
Bağıl Genlik	$jA \frac{n_1^2 (n_5^2 k_0^2 - \kappa_x^2)}{n_5^2 \kappa_x \beta} \cos(\phi_x)$	≈ 0	$A \frac{n_1^2}{n_5^2} \cos(\phi_x)$
x'e bağlılık	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	0	$\cos(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	$e^{\gamma_5 y}$	0	$e^{\gamma_5 y}$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$

Tablo 6.2. Dikdörtgen bir dielektrik dalga kılavuzundaki magnetik alanlar (Pollock,1995).

Bölge	H_x	H_y	H_z
Bölge 1			
Bağıl Genlik	≈ 0	$jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{k_0}{\kappa_x}$	$-jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{\kappa_y}{\kappa_x} \frac{k_0}{\beta}$
x'e bağlılık	0	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	0	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	$\sin(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	$e^{-j\beta z}$	$e^{-j\beta z}$
Bölge 2			
Bağıl Genlik	≈ 0	$jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_2^2 \frac{k_0}{\gamma_2} \cos(-\kappa_x a + \phi_x)$	$-A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_2^2 \frac{\kappa_y}{\gamma_2} \frac{k_0}{\beta} \cos(\kappa_x a + \phi_x)$
x'e bağlılık	0	$e^{-\gamma_2(x+a)}$	$e^{\gamma_2(x-a)}$
y'ye bağlılık	0	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	$\sin(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 3			
Bağıl Genlik	0	$-jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_3^2 \frac{k_0}{\gamma_3} \cos(\phi_x)$	$A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_3^2 \frac{\kappa_y}{\gamma_3} \frac{k_0}{\beta} \cos(\phi_x)$
x'e bağlılık	0	$e^{-\gamma_3 x}$	$e^{-\gamma_3 x}$
y'ye bağlılık	0	$\cos(\kappa_y y + \phi_y)$	$\sin(\kappa_y y + \phi_y)$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 4			
Bağıl Genlik	≈ 0	$jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{k_0}{\kappa_x} \cos(\kappa_y b + \phi_y)$	$-A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{\gamma_4}{\kappa_x} \frac{k_0}{\beta} \cos(\kappa_y b + \phi_y)$
x'e bağlılık	0	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	0	$e^{-\gamma_4(y-b)}$	$e^{-\gamma_4(y-b)}$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$
Bölge 5			
Bağıl Genlik	≈ 0	$jA \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{k_0}{\kappa_x} \cos(\phi_y)$	$A \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} n_1^2 \frac{\gamma_5}{\kappa_x} \frac{k_0}{\beta} \cos(\phi_y)$
x'e bağlılık	0	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$	$\sin(\kappa_x x + \phi_x)$
y'ye bağlılık	0	$e^{\gamma_5 y}$	$e^{\gamma_5 y}$
z'ye bağlılık	$e^{-j\beta z}$	0	$e^{-j\beta z}$

Dikdörtgen dalga kılavuzu modunun basit olarak birinci dereceden iki ortogonal konum modunun çarpımı olduğu görülebilir. Modun x 'e bağımlılığı, dalga kılavuzu için y doğrultusunda yapı yokmuş gibi etkili şekilde bir dilim dalga kılavuzunun çözülmesiyle bulunabilir. Benzer şekilde, modun y 'ye bağımlılığı, x doğrultusunda sonsuz uzunluklu bir dilim gibi dalga kılavuzunun değerlendirilmesiyle bulunur. İki çözüm, sadece κ_x ve κ_y enine yayılım sabitlerinin $k_0 n_1$ 'den kuadratik olarak çıkarıldığı β yayılım sabitinin seçimiyle bağlanır. Dilim dalga kılavuzu ve basamak indisli bir fiber için yapıldığı gibi bir normalize V frekansı ile normalize olmuş b yayılım sabitini ilişkilendiren eğriler oluşturulabilir. Kritik kesim koşulu, dalga kılavuzunun daha küçük iki boyutu (a veya b) ile belirlenebileceğinden dikdörtgen dalga kılavuzu için normalize olmuş frekans

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (6.19)$$

olarak tanımlanır. Burada, a daha küçük boyut, n_1 çekirdek indisi ve n_2 yakındaki daha küçük indisdir. Marcetili tarafından yapılan çalışmada b ile V 'yi ilişkilendiren çok sayıda eğri listelenmiştir. Maalesef bu eğriler, dalga kılavuzunun geometrisine özgü olduğundan bu dalga kılavuzunun derinlik ve genişliğinin keyfi oranları düşüncesi için genelleştirilemez.

E_{nm}^y modları, E_{nm}^x modlarıyla yakın bir benzeştirme yapılarak elde edilir. Bu durumda, E_y ve H_x bileşenleri baskındır. Daha sonra Marcuse tarafından yapılan çalışmada 5 bölgedeki alanlar E_z ve H_z boylamsal alanlarından türetilebilir.

Bu modlar için karakteristik denklemler

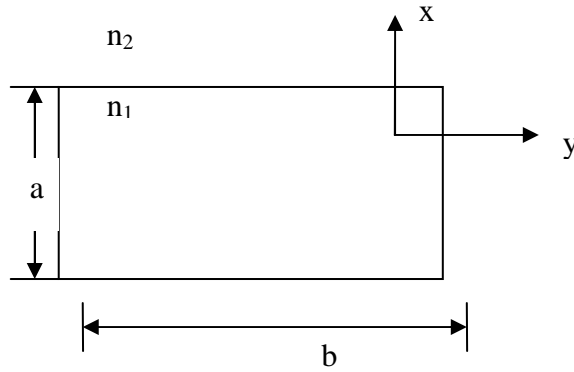
$$\begin{aligned} \tan \kappa_x a &= \frac{\kappa_x (\gamma_2 + \gamma_3)}{\kappa_x^2 - \gamma_2 \gamma_3} \\ \tan \kappa_y b &= \frac{n_1^2 \kappa_y (n_5^2 \gamma_4 + n_4^2 \gamma_5)}{n_4^2 n_5^2 \kappa_y^2 - n_1^4 \gamma_4 \gamma_5} \end{aligned} \quad (6.20)$$

şeklindedir ve faz terimleri

$$\begin{aligned}\tan \eta_x &= \frac{\gamma_3}{\kappa_x} \\ \tan \eta_y &= \frac{n_5^2 \kappa_y}{n_1^2 \gamma_5}\end{aligned}\quad (6.21)$$

eşitliğinden bulunabilir.

Simetrik bir gömülü dalga kılavuzunu analiz edelim. Şekil 6.7’de gösterilen gömülü dalga kılavuzunu inceleyelim. Çekirdek, n_1 indisine sahip olup n_2 indisyle çevrilidir. $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.499$, $a = 5 \mu\text{m}$, $b = 10 \mu\text{m}$ ve elektrik alanın y doğrultusunda yöneldiğini düşünelim. İlk olarak, $0,5$ ile $2 \mu\text{m}$ bölgesi üzerindeki dalga kılavuzu için normalize olmuş yayılım katsayısını tespit edeceğiz.



Şekil 6.7. Simetrik bir dalga kılavuzu, n_1 indisli bir dikdörtgen dielektriğin n_2 indisi ile çevrenmesinden meydana gelir. Sistemin orijini kılavuzlayıcı çekirdeğin merkezinde oluşur.

β yayılım katsayısı için bir denklem geliştirmek, dalga denkleminin çözümünü gerektirir. Bu dalga kılavuzunun, bir simetrik yapı oluşturmasından dolayı orijini kılavuzun merkezinde yerleştireceğiz. Kırılma indisini, x ve y koordinatlarındaki ayrılabilir olmasının gerektiğini sağlayacak şekilde tespit etmek isteriz. $n^2(x,y)$ 'yi aşağıdaki gibi tanımlarız:

$$n^2(x, y) = n'^2(x) + n''^2(y) \quad (6.22)$$

Burada

$$\begin{aligned} n'^2(x) &= n_1^2 / 2, & |x| < a/2 \text{ için} \\ &= n_2^2 - n_1^2 / 2, & |x| \geq a/2 \text{ için} \\ n''^2(y) &= n_1^2 / 2, & |y| < b/2 \text{ için} \\ &= n_2^2 - n_1^2 / 2, & |y| \geq b/2 \text{ için} \end{aligned} \quad (6.23)$$

şeklinindedir. Bu tanım, bir çözümü araştıracağımız 5 bölgedeki kırılma indisini hassas olarak tanımlar. İndis tanımı, köşe bölgelerinde doğru değildir, fakat burada dalga denkleminin çözümüne ihtiyacımız yoktur. Bu yüzden hata önemli değildir.

Yukarıda verilen indis dağılımı simetriktir. Böylece dalga denklemine çözümler (değişkenlere ayrılmasıyla), simetrik modlar için

$$\begin{aligned} X(x) &= A \frac{\cos \kappa_x x}{\cos \kappa_x a/2} & |x| < a/2 \text{ için} \\ &= A e^{-\gamma_x(|x|-a/2)} & |x| \geq a/2 \text{ için} \\ Y(y) &= B \frac{\cos \kappa_y y}{\cos \kappa_y b/2} & |y| < b/2 \text{ için} \\ &= B e^{-\gamma_y(|y|-b/2)} & |y| \geq b/2 \text{ için} \end{aligned} \quad (6.24)$$

şeklinde olacaktır. Benzer ifadeler antisimetrik modlar içinde bulunabilir (sinüsle kosinüsün yer değiştirmesi ve işaretlerin ayarlanmasıyla). κ_x ve κ_y enine dalga vektörleri, yukarıda türetilen denklemlerden bulunur. Bir E_y modunu düşünersek böylece enine dalga vektörleri için karakteristik denklemler

$$\tan \kappa_x a / 2 = \frac{\gamma_x}{\kappa_x} = \frac{\sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_2^2) - \kappa_x^2}}{\kappa_x} \quad (6.25)$$

$$\tan \kappa_y b / 2 = \frac{n_1^2 \gamma_y}{n_2^2 \kappa_y} = \frac{n_1^2 \sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_2^2) - \kappa_y^2}}{n_2^2 \kappa_y}$$

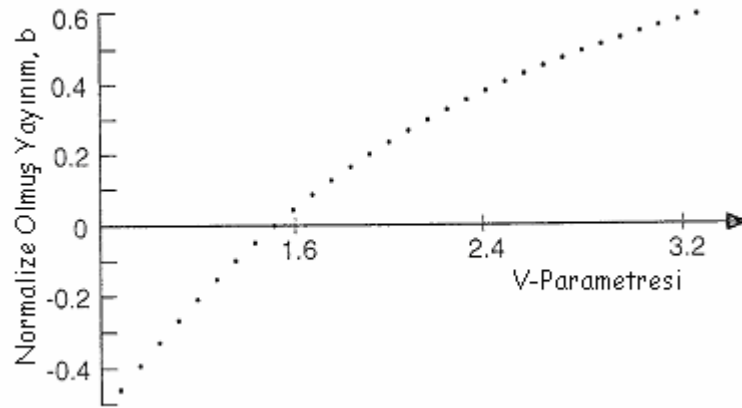
şeklindedir. Bu değerlerden, Eş.(6.8)'in kullanılmasıyla β ' nin izin verilen değerleri bulunabilir:

$$\beta^2 = k_0^2 n_1^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2 \quad (6.8)$$

0.5-2 μ m dalga boyu aralığı üzerinde izin verilen enine dalga vektörleri ve β değerleri hesaplandı. b yayınım vektörünün normalize olmuş değeri

$$b = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}{k_0^2 n_1^2 - k_0^2 n_2^2} \quad (6.26)$$

olarak tanımlanır. Bu, Şekil 6.8'de çizilmiştir.



Şekil 6.8. Dalga kılavuzu için normalize edilmiş yayınım katsayısında, b'nin normalize olmuş frekansın belirli aralığı için sıfırdan küçük olduğuna dikkat edilmelidir. Bunun fiziksel bir anlamı olmayıp, bundan dolayı modlar kesimin altındadır (Pollock,1995).

β için formülasyonun iyi bir şekilde uygulanması bazı bölgelerde negatif olan normalize olmuş yayınım katsayısı β değerlerini sağlar. Bu açıkça fiziksel değildir;

sadece bu noktaların yorumu kesim ilerisindeki modları temsil ettiği için. Maalesef, simetrik bir dalga kılavuzunda sayısal sonuçların bize ne anlattığına karşılık en azından bir izin verilen modun daima var olacağını bekleriz. Hesaplanan çözümün $V < 2$ bölgesinde gittikçe hatalı olduğu ortaya çıkar. Bu, ihmal edilen köşe dielektrik bölgeler civarında dikkatli olmamız gerektiğinin bir örneğidir. Bununla birlikte, dalga denkleminin çözümü sonraki bölümde göstereceğimiz gibi $V > 2$ değerleri için geçerlidir.

6.5. Yakın Kesim Çözümleri

Yukarıda gösterilen analiz, dalga kılavuzunun belirli bölgelerinde ihmal edilme yaklaşımına dayandırılmıştır. Mod, kesimden çok çok yukarıda ise özdeğer için çözüm ve ifadeler kesin değerden ayırt edilemez olacaktır. $V < 2$ modları için hesaplanmış değerden kesin çözümün sapmasını bekleriz. Bu hatayı düşürmek için sayısal tekniklere ya da pertürbasyon yöntemlerine başvurulmalıdır.

Bir simetrik dalga kılavuzu için en azından bir kılavuzlanmış modun daima var olacağını bekleriz. Gerçekte bu doğrudur. Böylece hesaplamalar hatalıdır.

6.6. β 'nin Doğrulanmasına Pertürbasyon Yaklaşımı

Analitik yaklaşımla başlıca problem, dört köşe bölgede nispeten küçük alan var olacak şekilde çekirdeğe sıkıca bağlı olan mod üzerinde yatar. Son örnekteki artan hatanın kaynağı, dikdörtgen dalga kılavuzunu çevreleyen köşe bölgelerde alanın ihmal edilmesinden kaynaklanmaktadır. Bu, yayılım katsayısının tahmin edilenin altında çıkmasıyla sonuçlanır.

Geliştirilen bir çözüm bulmak için tek yöntem yukarıda elde edilen çözümlere bir pertürbe düzeltmenin uygulanmasıdır. Doğru dalga kılavuzu modu, ψ 'nin

$$\nabla^2 \Psi + [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2] \Psi = 0 \quad (6.27)$$

skaler dalga denkleminin bir çözüm olmasının düşünülmesidir. Burada $n(x,y)$, yapı için gerçek indis dağılımıdır. Genelde, $n(x,y)$ 'nin dalga denkleminin analitik bir çözümüne izin vermesi çok karmaşıktır. Gerçek dağılıma yakın ve analitik olarak çözülebilecek bir $n_0(x,y)$ indis dağılımı araştırıyoruz. Ψ_n çözümlerine sahip bu geliştirilmiş indis dağılımı için dalga denklemi

$$\nabla^2 \Psi_n + [k_0^2 n_0^2(x,y) - \beta_n^2] \Psi_n = 0 \quad (6.28)$$

şeklindedir. Burada, n mod indisidir. Genelde, çok sayıda kılavuzlanmamış (ışınım) modunun ve sonlu sayıda kılavuzlanmış modun bulunduğu bu tür sonsuz çözüm var olacaktır. Modların eksikliğine dayanan elektromagnetik enerjinin herhangi bir uygun dağılımı bu modların yaklaşık bir süperpozisyonuyla tanımlanabilir. Deneme ve aktif çözümler, yeterince farklı olmayacak şekilde, $n_0(x,y)$ deneme indisinin gerçek indise yeterli derecede yakın olarak seçilmesi yapılan pertürbasyon çalışmasının sırrıdır. Uygun bir kırılma indisi ve Ψ_m deneme çözümlerinin Ψ gerçek çözümlerine oldukça yakın olan bir grubunu kabul edelim.

Gerçek mod ve deneme modu birbirine çok yakın olduğunda gerçek modu dalga kılavuzunun hesaplanan ortonormal modlarının bir süperpozisyonu cinsinden ifade edebiliriz:

$$\Psi = \Psi_m + \sum_n a_n \Psi_n \quad (6.29)$$

Burada a_n , diğer her bir mod genliğidir. En yakın hesaplanmış modu süperpozisyonundan ayırırız. Böylece, özetlenirse $n \neq m$ 'dir. Bu şekildeki özetleme çözüm üzerine toplam pertürbasyonu gösterir. Elbette, yapılanların çoğu zayıf bir ilerleme olarak karşılaştığımız sonsuz çözülemeyen bir problem olarak değerlendirilir. Bununla birlikte, mod ortogonallığı avantajının alınmasıyla bu seriler önemli şekilde basitleştirilebilir. Daha sonraki birkaç adımda bu yapılacaktır.

Eş.(6.28) Ψ ile ve Eş.(6.27) Ψ_n ile çarpılarak iki denklem çıkarılabilir ve böylece dalga kılavuzunun eksenine dik bir yüzey üzerine integral alarak

$$(\beta^2 - \beta_n^2) \int_S \Psi \Psi_n dS = k_0^2 \int_S (n^2(x, y) - n_0^2) \Psi \Psi_n dS - \int_S (\Psi \nabla^2 \Psi_n - \Psi_n \nabla^2 \Psi) dS \quad (6.30)$$

eşitliğini elde ederiz. Son terim, ikinci Green özdeşliğinden dolayı ihmal edilir ve

$$\beta^2 - \beta_n^2 = k_0^2 \frac{\int_S (n^2(x, y) - n_0^2) \Psi \Psi_n dS}{\int_S \Psi \Psi_n dS} \quad (6.31)$$

ifadesine ulaşılır. Bu, basitleştirilmiş dalga kılavuzundaki her bir modun gerçek β değeri ve β_n arasındaki farkın tespit edilmesi için bir ifade verir.

Pertürbe edilmiş bir modun tam bir tanımını elde etmek için Eş.(6.29)'daki özeti değerlendirmeliyiz. Basitleştirilmiş indis dağılımı ψ_n 'nin modlarının birisiyle Eş.(6.29)'un her iki tarafının çarpılmasıyla, S yüzeyi üzerinden integral alınmasıyla ve ψ_n modlarının ortogonalliğinin kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} \int_S \Psi \Psi_n dS &= \int_S \Psi_m \Psi_{n'} + \sum_{n \neq m} a_n \int_S \Psi_n \Psi_{n'} \\ &= \delta_{mn'} + a_n \delta_{nn'} \end{aligned} \quad (6.32)$$

elde edilir. Burada, $\delta_{mn'}$ Kroneker delta fonksiyonunu göstermekte olup sadece $m = n'$ ise bir diğer durumlarda sıfıra eşittir. Eş.(6.31)'den $\int_S \Psi \Psi_n$ ifadesinin yerine konulmasıyla a_n için

$$a_n = \frac{k_0^2}{(\beta^2 - \beta_n^2)} \int_S (n^2(x, y) - n_0^2) \Psi \Psi_n dS, \quad m \neq n \quad (6.33)$$

ifadesini elde ederiz. Maalesef, gerçek ψ mod toplulukları olan bir süperpozisyon yaratmak amacıyla gerekli a_n terimlerini hesaplamak için ψ 'yi bilmemiz gerekir. Fakat ψ 'yi bilmiyoruz, bu daire üzerinde gitmemize benzer. İyi ki, katsayıların hesaplanmasında, bu genellikle sıfıncı mertebeden çözümün korunması için yeterlidir. Gerçek ψ modunun, ψ_m olarak adlandırılan geliştirilmiş indis dağılımından olan modların bir grubuyla oldukça yakın olduğunu kabul ederiz ve böylece $\beta_m \approx \beta$ olur. ψ_m ile ψ ve β_m ile β 'nin yer değiştirilmesiyle

$$a_n = \frac{k_0^2}{(\beta_m^2 - \beta_n^2)} \int_S (n^2(x, y) - n_0^2) \Psi_m \Psi_n dS, \quad m \neq n \quad (6.34)$$

elde edilir. Aynı yaklaşımlarla yayılım katsayısı için doğrulama

$$\delta\beta^2 = \beta^2 - \beta_m^2 = k_0^2 \frac{\int_S (n^2(x, y) - n_0^2) \Psi_m^2 dS}{\int_S \Psi_m^2 dS} \quad (6.35)$$

şeklinindedir. Bunlar, herhangi bir dalga kılavuzuna uygulanabilen genel denklemlerdir. β için doğrulama, indis farkı bölgesinde alan şiddetiyle sağlanan gerçek ve geliştirilmiş profiller arasındaki indis farkıyla orantılıdır. Dikdörtgen yapı durumunda, sadece, çözümde kabul edebileceğimizden indis farkı olduğu 4 köşe bölge üzerinden integral alınmasına gereksinim vardır. Modal alan dağılımının gerçek tanımını elde etmek için ışınım modlarının süperpozisyonunda içerildiğine dikkat edilmelidir. Bununla birlikte, ikinci mertebe için yayılım katsayısı sadece yaklaşık modun karesiyle indis farkının üst üste binme integraline bağlı olduğundan, ışınım modların dahil edilmesi, β için hesaplamaya yeterince etki etmeyecektir. Pertürbe yönteminin gücünü göstermek için simetrik bir dalga kılavuzunu incelemeye devam edelim ve gelişen fiziksel çözümlere yol açan köşe bölgelerde alanın nasıl dahil edildiğini görelim.

Temel mod için hassas olmayan bir şekilde tahmin edilmiş kesim olan bir çözüm bulduk. Bu fiziksel olarak mümkün değildir; böylece çözüm kesime yakın bir hata içermelidir.

Burada, pertürbasyon teorisini uyguluyoruz. β 'ya doğrulama ve böylece normalize olmuş yayılım sabiti Eş.(6.35)'te verilmektedir. Köşe bölgelerdeki çözüm $n_0^2(x, y) = 2n_2^2 - n_1^2$ ile verilmiş iken köşe bölgelerdeki gerçek indis $n^2(x, y) = n_2^2$ 'dir. Gerçek ve deneme indisi arasındaki indis farkı

$$n^2(x, y) - n_0^2 = n_2^2 - (2n_2^2 - n_1^2) = n_1^2 - n_2^2 \quad (6.36)$$

şeklinde verilmektedir. Böylece yayılım katsayısına doğrulama

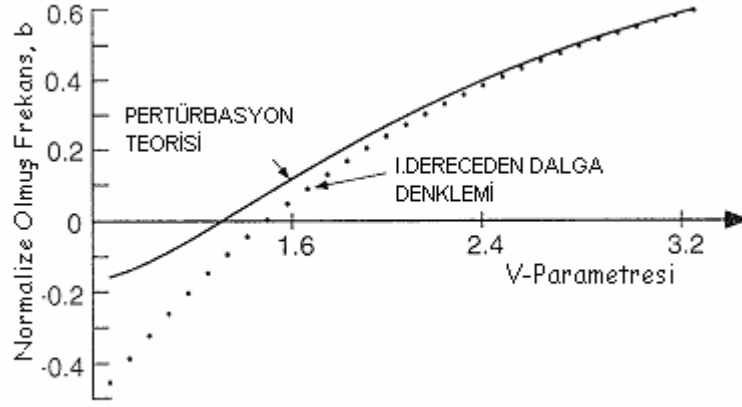
$$\delta\beta^2 = k_0^2 \frac{4 \int_{a/2}^{\infty} \int_{b/2}^{\infty} (n_1^2 - n_2^2) \Psi_m^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_m^2 dx dy} \quad (6.37)$$

şeklinde olacaktır. Dört çarpanı, simetriden ve tüm dört köşe üzerinden integralin alınması gerçeğinden ileri gelir. Ψ_m deneme çözümü için bulunan çözümü kullanırız. Eş.(6.24)'de tanımlanan modun kullanılmasıyla integral değerlendirilebilir. Bu integral genellikle sayısal bir çözüm gerektirecektir. İyi ki, bu örnekte kullanılan simetrik dalga kılavuzu için hesaplama hızını etkili bir şekilde arttıran yakınlaştırılmış bir formdaki çözüm bulunabilir. Uzun bir cebir işleminden sonra, b normalize olmuş yayılım sabitine doğrulama

$$\delta b = \left[1 + \left(\frac{k_0^2 (n_1^2 - n_2^2)}{\kappa_x^2} - 1 \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa_x a \pm \sin \kappa_x a}{1 \pm \cos \kappa_x a} \right) \right]^{-1} \quad (6.38)$$

$$* \left[1 + \left(\frac{k_0^2 (n_1^2 - n_2^2)}{\kappa_y^2} - 1 \right)^{1/2} \left(\frac{\kappa_y b \pm \sin \kappa_y b}{1 \pm \cos \kappa_y b} \right) \right]^{-1}$$

olarak gösterilebilir. Burada, üstteki (+) işareti çift modlara, alttaki (-) işareti ise antisimetrik modlara karşılık gelir. Bu fonksiyon sayısal olarak hesaplanabilir ve b 'yi oluşturulan orijinal veriye ilave edilir. Sonuçlar Şekil 6.9'da gösterilmektedir.



Şekil 6.9. Sürekli çizgi, pertürbasyon hassalığında doğrulama sonrası normalize edilmiş yayınım sabitini gösterir. Noktalı çizgi ise simetrik bir dalga kılavuzundaki gösterir. Şimdi, kesim, olması gerekene daha yakındır (Pollock,1995).

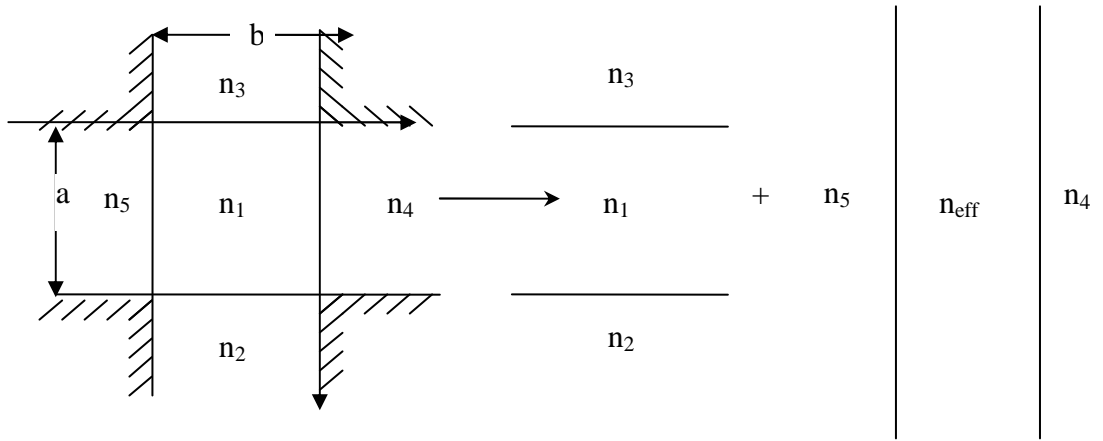
İki eğri, çözüme eklenen pertürbasyon farkını göstermek için birbirini üzerine baskın olur. Pertürbasyon düzeltmesi, olması gerekeni bileceğimiz gibi kesim noktasını $V=0$ 'a getirmez iken bu bütün eğrileri geliştirir. Daha hassas sayısal modelleme ile bu sonuçların kıyaslanması temel mod için $V=1,6$ civarında iyi bir pertürbasyon doğruluğu ve yüksek mertebeden mod hesaplamaları için mükemmel bir sabitlik gösterir.

6.7. Etkin İndis Yöntemi

Bir dielektrik dalga kılavuzunun mod yapısının tam analizi daha kapsamlı hesaplamalar içerir. Bu bölümde, etkin indis yöntemi olarak bilinen bir yöntem geliştirilmektedir. Bu, dikkate alınan iki dalga kılavuzunun doğrudan etkileşmesi hariç β yayınım sabitinin izin verilen değerini bulmak için ortogonal olarak yönelmiş iki dalga kılavuzuna olan çözümlerin kullanılmasıyla geliştirilen ilk tekniğe çok benzer. Bu tekniğin iyiliği, evrensel dağılım eğrilerinin çabuk, hesap makinası tabanlı tasarımlarda kullanılabilen dilim dalga kılavuzları için normalize edilmiş parametrelere (b , V ve a)

dayanmasıdır. Bu bölümde, denklemlerin bilgisayarlar ve yazılımlar ile güvenilir bir şekilde geliştirilebilmesinde tasarlanan sayıları bulmak için sayısal yöntemler kullanılacaktır.

Etkin indis yöntemi, iki boyutlu problemi tek boyutlu problemlere dönüştürür. Şekil 6.10'da gösterilen, gömülü dikdörtgen dalga kılavuzunu inceleyelim. Etkin indis yöntemini kullanmak için bir düzlem dilim dalga kılavuzu oluşturulmasıyla y eksenini boyunca olduğu durumda bunun ince eksenini boyunca dalga kılavuzunu uzatırız.



Şekil 6.10. Gömülü bir dielektrik dalga kılavuzu, iki tane konumsal ortogonal dalga kılavuzuna ayrılabilir. Bir yatay bir de dikey dilim dalga kılavuzu. İnce dalga kılavuzu yapıyı oluşturan gerçek indisler cinsinden analiz edilir. Kalın dalga kılavuzu ise ilk dalga kılavuzu analizinden bulunan etkin indis kullanılmasıyla analiz edilir.

İnce tek boyutlu dilim dalga kılavuzu, ilgili dalga boyu ve mod için izin verilen β değerini bulmak amacıyla TE ve TM modları cinsinden analiz edilebilir. β bulunduğu zaman dilimin etkin indisi

$$n_{\text{eff}} = \frac{\beta}{k_0} \quad (6.39)$$

ifadesinden tespit edilir. Burada, k_0 kılavuzlanmış ışığın boşluk dalga vektörüdür. Bu etkin indis tespit edildikten sonra orjinal yapıya geri döneriz ve x doğrultusundaki bir dilim dalga kılavuzu oluşturarak kalın eksen boyunca (dikey doğrultuda) bunu uzatırız.

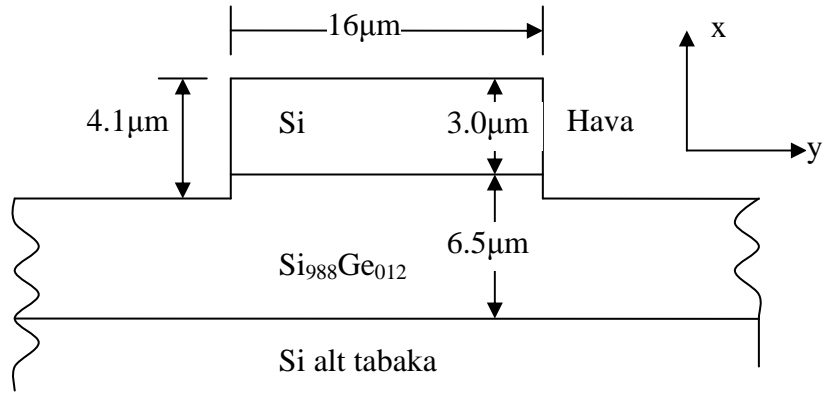
Şimdi, bu dalga kılavuzu için modlar, kılavuzlayıcı film için olan orijinal indis değerinin kullanılması yerine, sadece ilk basamakta kullanılması gereken bulduğumuz etkin indisin kullanılmasıyla bulunabilir. Bu son adımdan bulunan β değeri mod için gerçek değerdir.

Dalga analizi gibi her bir dalga kılavuzu için özel karakteristik denklemler kullanılmasına dikkat edilmelidir. Örneğin, Şekil 6.10'daki elektrik alan x doğrultusunda polarize olmuş ise ince dalga kılavuzu için alan bir TM modu meydana gelecektir ve uygun karakteristik denklem kullanılmalıdır. Kalın dilim analiz edildiği zaman, alan bir TE modu gibi görünür ve böylece TE karakteristik denklemi β 'yı bulmak için kullanılmalıdır. Kılavuzlayıcı ve örtü tabakaları arasındaki indis farkı büyük olduğu zaman uygun karakteristik denklemlerin kullanılması uygun cevabın elde edilmesi için kriterdir.

Etkin indis yöntemini Silisyum-Germanyum çıkıntı dalga kılavuzunda göstereyim. Yayınlanmış bir kaynaktan alınan bir silisyum alt tabaka üzerindeki çıkıntı dalga kılavuzunu açıklayan dalga kılavuzu tanımını vereceğiz. Silisyum, elektronik için temel madde olduğundan silisyum alt tabakalar üzerinde optik dalga kılavuzlarının oluşturulmasında ilginçlik vardır.

Şekil 6.11'deki yapı silisyum alt tabaka üzerindeki bir dalga kılavuzu olarak kullanılır. Bu, modun Si-Ge tabakadaki çıkıntı altında tutulduğu bir çıkıntı dalga kılavuzu örneğidir.

Dalga kılavuzundaki β özdeğerini bulmak ve bu yapıdaki temel modun mod ölçüsünü tespit etmek için etkin indis yöntemini kullanabiliriz. Dalga kılavuzu, $\lambda = 1.32 \mu\text{m}$ 'de çalışacaktır. Kılavuzlanmış ışığın x doğrultusunda polarize olduğu kabul edilir.



Şekil 6.11. Si ve SiGe alaşımından meydana gelen çıkıntı dalga kılavuzunda alaşım Si çıkıntı altında $6.5 \mu\text{m}$ diğer her yerde $5.4 \mu\text{m}$ kalınlıktadır.

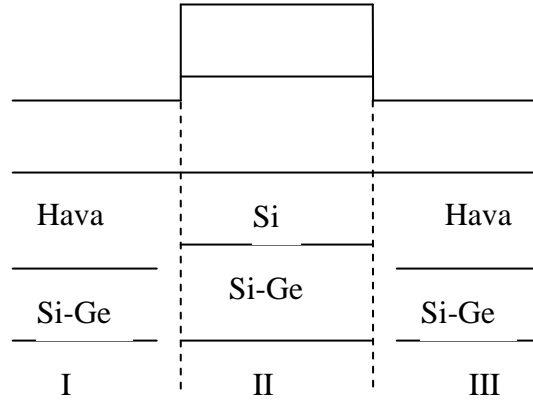
Si-Ge' nin kırılma indisi (Germanyum konsantrasyonunun %1,2 olduğunun kabul edilmesiyle)

$$\begin{aligned}
 n_{\text{Si}} &= 3.5 \\
 n_{\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x} &= n_{\text{Si}} + 0.104x \quad (x = 0.012) \\
 &= 3.50125
 \end{aligned} \tag{6.40}$$

ile verilir. Mod, çıkıntı tarafından oluşturulan etkin indis nedeniyle çıkıntı altında tutulmuş olacaktır. Her biri, farklı kırılma indisli üç farklı yatay bölge olduğu Şekil 6.12'de görülmektedir.

Yatay olan yönlendirici yapıya etkin indis yöntemini uygulamak için üç bölgenin etkin indisini bulmalıyız. Alan, dikey polarize olduğundan (x doğrultusunda) yatay yapılarda bir TM modu olacaktır.

Çıkıntıyla başlayacağız. Si kaplama tabakası, sönmülenen dalgaların tabakalara çok fazla sızmayacağı nedeniyle sonsuz etkin olarak kabul edilebilir. Bundan dolayı, yapı, kalınlığı $h_1=6.5\mu\text{m}$ olan simetrik yapı olarak incelenebilir.



Şekil 6.12. Çıkıntı dalga kılavuzu üç farklı dikey yapıya sahiptir. I ve III bölgeleri özdeş olup hava ile çevrelenmiş bir Si alt tabaka üzerindeki Si-Ge tabakasını içerir. II bölgesi ise her iki tarafı Si ile çevrelenmiş Si-Ge tabakasına sahiptir.

Simetrik dalga kılavuzlarında TM modu için karakteristik denklemin kullanılmasıyla

$$\tan \kappa h_1 / 2 = \frac{n_1^2 \gamma}{n_2^2 \kappa} \quad (6.41)$$

olur. Burada, $n_1=3.50125$, $n_2=3.5$ ve $\gamma=\sqrt{k_0^2(n_1^2-n_2^2)-\kappa^2}$ 'dir. Sayısal tekniklerin kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} \kappa_x &= 2769.22\text{cm}^{-1} \\ \beta &= \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \kappa^2} = 166636\text{cm}^{-1} \\ \gamma_x &= \sqrt{k_0^2(n_1^2 - n_2^2) - \kappa^2} = 3487\text{cm}^{-1} \end{aligned} \quad (6.42)$$

bulunur.

Çıkıntı bölgesinin etkin indisi

$$n_{\text{eff1}} = \frac{\beta}{k_0} = 3.50077 \quad (6.43)$$

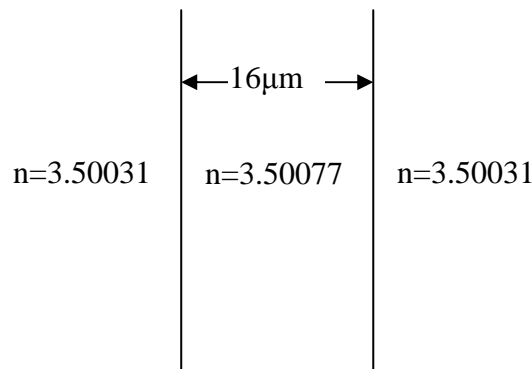
şeklindedir. Şimdi, iki taraftaki bölgeler için bu işlemi tekrarlamalıyız. Bunlar asimetrik dalga kılavuzlarını oluşturur. TM modu için karakteristik denklem

$$\tan(h_2 \kappa_f) = \kappa_f \left[\frac{n_f^2}{n_s^2} \gamma_s + \frac{n_f^2}{n_c^2} \gamma_c \right] \left[\kappa_f^2 - \frac{n_f^4}{n_c^2 n_s^2} \gamma_c \gamma_s \right]^{-1} \quad (6.44)$$

şeklindedir. Bu durumda, $h_2 = 5.4 \mu\text{m}$, $\gamma_s = \sqrt{k_0^2 (n_1^2 - n_s^2) - \kappa^2}$ ve $\gamma_c = \sqrt{k_0^2 (n_1^2 - 1) - \kappa^2}$ 'dir. Burada, $n_1 = 3.50125$, $n_c = 1$ ve $n_s = 3.5$ şeklindedir. Bu değerlerin kullanılmasıyla Eş.(6.44)'ten sayısal olarak

$$\begin{aligned} \kappa &= 3866.75 \text{cm}^{-1} \\ \beta &= 166614 \text{cm}^{-1} \\ n_{\text{eff}} &= 3.50031 \end{aligned} \quad (6.45)$$

elde edilir. I, II ve III bölgeleri için üç tane indis ile çalışılarak yatay doğrultudaki etkin dalga kılavuzunu açıklayabiliriz. Şekil 6.13, analiz edilmesi gereken yapıyı gösterir. Üç bölgenin, son adımlarda geliştirilen üç etkin indisi taşıdığına dikkat edilmelidir.



Şekil 6.13. Dalga kılavuzunun yatay yapısı üç tabaka ile oluşturulmuş simetrik bir dilim dalga kılavuzu gibi modellenebilir. Her bir tabakanın indisi dalga kılavuzunun dikey yapısı ile tespit edilmiş etkin indistir.

Bu yapıda, x yönünde polarize olmuş alan, bir TE dalgası şeklinde meydana gelecektir. Böylece, bu simetrik yapı için karakteristik denklem $h_3 = 16 \mu\text{m}$ 'nin kullanılmasıyla

$$\tan\left(\frac{\kappa_y h_3}{2}\right) = \frac{\gamma_y}{\kappa_y} \quad (6.46)$$

ile verilir. Bunun sayısal çözümü

$$\begin{aligned} \kappa_y &= 1323\text{cm}^{-1} \\ \gamma_y &= 2352\text{cm}^{-1} \\ \beta &= 166631\text{cm}^{-1} \end{aligned} \quad (6.47)$$

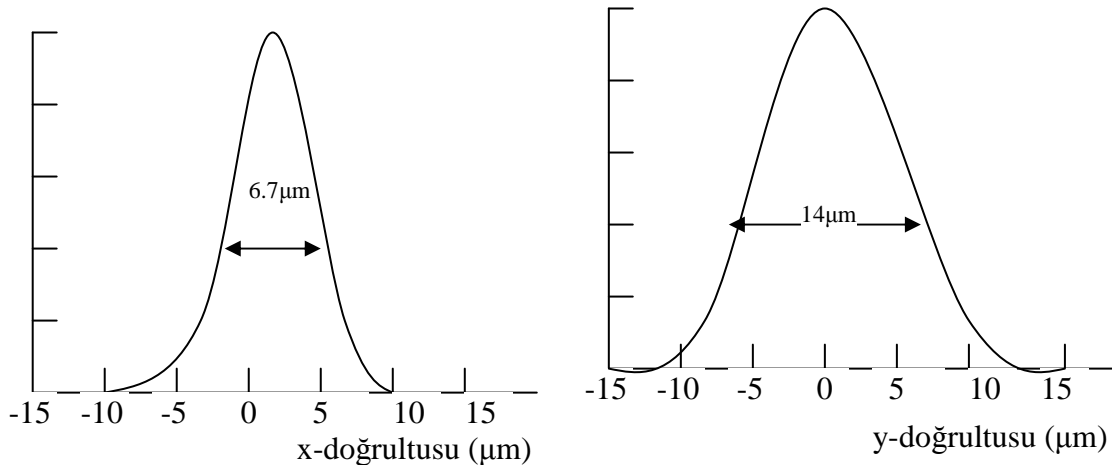
değerlerini sağlar. Buradaki β değeri dalga kılavuzu modu için özdeğerdir.

Etkin dalga kılavuzunun simetrik olması nedeniyle dalga kılavuzunun en düşük mertebedeki konumsal modu

$$\begin{aligned} E(x) &= Ax \frac{\cos(\kappa_x x)}{\cos(\kappa_x a/2)} & |x| < a/2 \text{ için} \\ &= Ax e^{-\gamma|x|} & |x| > a/2 \text{ için} \\ E(y) &= x \frac{\cos(\kappa_y y)}{\cos(\kappa_y b/2)} & |y| < b/2 \text{ için} \\ &= x e^{-\gamma|y|} & |y| > b/2 \text{ için} \end{aligned} \quad (6.48)$$

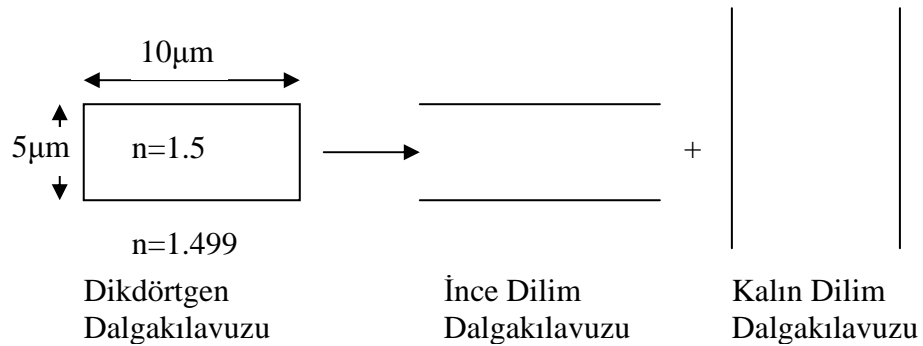
ile tanımlanır. Bu ifadelere sayıların yerleştirilmesiyle ve sonuçların çizilmesiyle Şekil 6.14'de gösterilen mod alanı bulunur.

Simetrik bir gömülü dalga kılavuzu için normalize olmuş yayılım sabitlerini hesaplamak amacıyla etkin indis yöntemini kullanarak dalga analizi ve pertürbasyon teorisi ile başlayıp kılavuzu incelemeyi tamamlayalım.



Şekil 6.14. Grafikler kitaplarda verilen sabitlerden türetilmiş hesaplanan mod şiddetlerini gösterir. Hesaplanan boyutlar $8\ \mu\text{m}$ ile $13.9\ \mu\text{m}$ olarak ölçülen deneysel değerler ile iyi bir uyum gösterir.

Simetrik bir gömülü dalga kılavuzu Şekil 6.15'deki gibi etkin indis yöntemiyle analiz için iki tane dilim dalga kılavuzuna ayrılır.



Şekil 6.15. İki tane dilim dalga kılavuzuna ayrılan simetrik gömülü dikdörtgen dalga kılavuzu.

Hesaplama nispeten daha kolaydır. İlk olarak, dalga kılavuzu $5\ \mu\text{m}$ kalınlıklı bir dilim dalga kılavuzuymuş gibi analiz edilir. Elektrik alan, y doğrultusunda yönelmiş olduğundan, mod ince boyut için bir TE modu olarak analiz edilebilir. Enine dalga vektörü κ_x

$$\tan \kappa_x a / 2 = \sqrt{k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) - \kappa_x^2} / \kappa_x \quad (6.49)$$

eşitliğinin kullanılmasıyla $0.5 \rightarrow 2\mu\text{m}$ dalga boyları aralığı için bulunur. Bu bilgiden, etkin indis her bir k vektörü için

$$n_{\text{eff}} = \sqrt{k_0^2 n_1^2 - \kappa_x^2} / k_0 \quad (6.50)$$

olarak verilir. Bu n_{eff} değerinin kullanılmasıyla, ve

$$\tan \kappa_y b / 2 = \frac{n_{\text{eff}}^2}{n_2^2} \sqrt{k_0^2 (n_{\text{eff}}^2 - n_2^2) - \kappa_y^2} / \kappa_y \quad (6.51)$$

bağıntısının kullanılmasıyla enine dalga vektörü κ_y bulunur. Yayınım katsayısı β ise

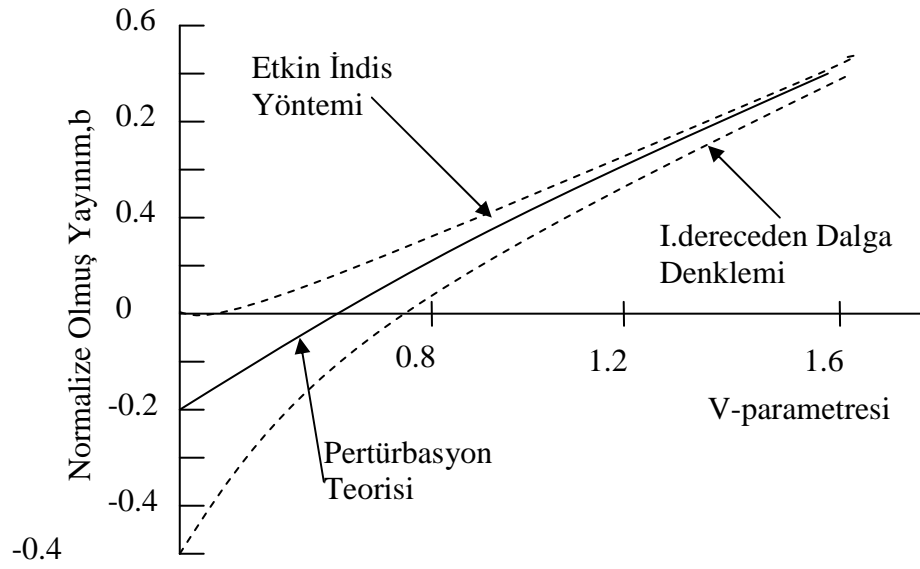
$$\beta = \sqrt{k_0^2 n_{\text{eff}}^2 - \kappa_y^2} \quad (6.52)$$

eşitliğinden bulunur. Son olarak, önceki yöntemlerle bu sonuçları karşılaştırmak için normalize edilen yayınım sabiti, indislerin gerçek değerlerinin kullanılmasıyla hesaplanır, fakat yayınım katsayısı β 'nin son değeri

$$b = \frac{\beta^2 - k_0^2 n_2^2}{k_0^2 n_1^2 - k_0^2 n_2^2} \quad (6.53)$$

olur. Etkin indis yönteminin sonuçları Şekil 6.16'da çizilmiştir.

Etkin indis yöntemi, sadece en azından daima bir modun olacağını gösteren bir tekniktir. Etkin indis tekniği açık olarak $V=1.0$ civarında alt bölgede sadece isteğe bağlı bir durum iken şimdiye kadar incelenen bu üç yöntemin dikkatli karşılaştırılması $V=2.0$ civarında en hassas pertürbasyon çözümünü gösterir.

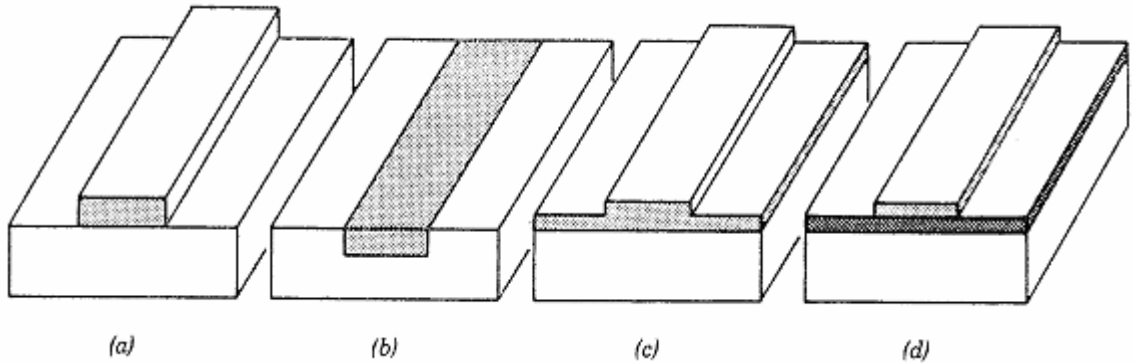


Şekil 6.16. Grafik yukarıda açıklanmış üç yöntemden türetilen normalize olmuş yayılım katsayılarını kıyaslar.

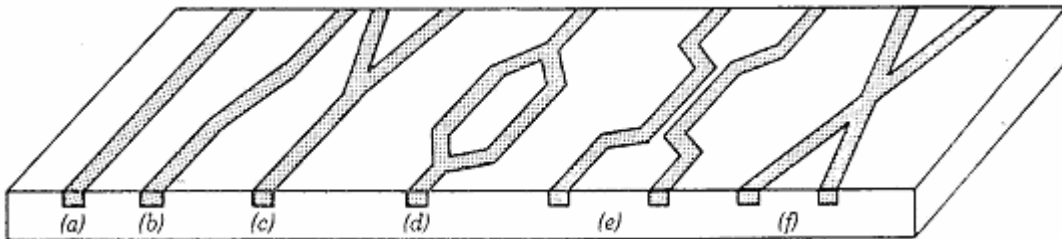
7. KANAL DALGA KILAVUZLARININ GEOMETRİSİ ve BAĞLANMASI

Dalga kılavuzları için kullanışlı geometriler Şekil 7.1’de gösterilen şerit, gömülü şerit, girinti yada çıkıntı ve şerit yüklü dalga kılavuzlarını içerir. Bu geometrilerin bazıları için tam analiz kolay değildir ve genellikle yaklaşımlar kullanılır.

Dalga kılavuzu yerleşik şerit geometrisi için Şekil 7.2’te gösterildiği gibi farklı gösterimlerle üretilebilir. S bükümleri, yayılım eksenini uyumlu hale getirmek için kullanılır. Y kolları, bir demet bölücü ya da birleştirici rolünü oynar. İki Y kolu bir Mach-Zehnder interferometresi yapmak için kullanılabilir. Yakın (ya da kesişmiş) iki dalga kılavuzunun gücü değiştirilebilir ve yönlü birleştirici gibi kullanılabilir.



Şekil 7.1. Dalga kılavuzu geometrilerinin farklı tipleri: (a) Şerit, (b) Gömülü şerit, (c) Girinti yada çıkıntı, (d) Şerit yüklü. Koyu gölgelendirilen yerler daha yüksek kırılma indisidir (Saleh ve Teich, 1995).



Şekil 7.2. Dalga kılavuzları için farklı gösterimler: (a) Düz, (b) S bükümlü, (c) Y kolları, (d) Mach-Zehnder, (e) Yönlü bağlayıcı, (f) Kesişen (Saleh ve Teich, 1995).

Dalga kılavuzları üretimi için en ileri teknoloji Ti:LiNbO_3 'dir. Gömülmüş bir şerit dalga kılavuzu, Titanyumun şerit bölgesinde kırılma indisini arttırmak için bir lityum niobate alt tabakaya difüzenmesiyle üretilir. GaAs şerit dalga kılavuzları düşük kırılma indisli GaAs ve AlGaAs tabakalarının kullanılmasıyla yapılır. Cam dalga kılavuzları, iyon değişimiyle yapılır.

7.1. Dalga Kılavuzlarında Optik Bağlantı

Işık bir dalga kılavuzunda mod şeklinde yayılır. Optik alanın kompleks genliği genellikle bu modların

$$E(y, z) = \sum_m a_m u_m(y) \exp(-j\beta_m z) \quad (7.1)$$

şeklinde bir süperpozisyonudur. Burada, a_m genlik, $u_m(y)$ enine dağılım (gerçek olduğu kabul edilen) ve β_m , m modunun yayılım sabitidir.

Farklı modların genliği dalga kılavuzlarını uyararak için kullanılan ışık kaynağının doğasına bağlıdır. Kaynak, özel bir mod ile mükemmel bir şekilde örtüşen bir dağılıma sahip olarak uyarılır. Bir $s(y)$ keyfi dağılım kaynağı farklı modları farklı miktarlarla uyarır. m moduna aktarılan güç kesri $s(y)$ ve $u_m(y)$ arasındaki benzerlik derecesine bağlıdır. $s(y)$ ifadesini, $u_m(y)$ ortogonal fonksiyonlarının bir açılımı (ağırlıklı süperpozisyonu) olarak yazabiliriz.

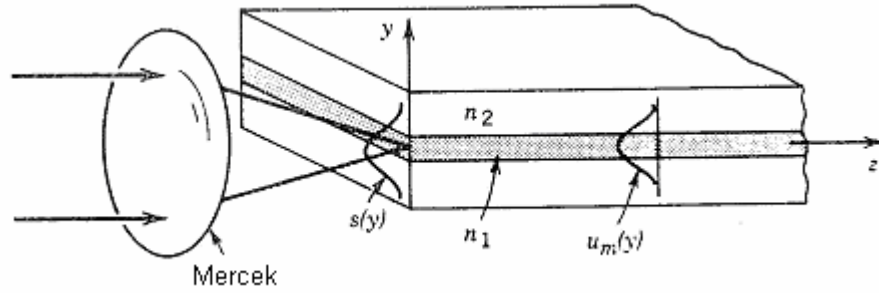
$$s(y) = \sum_m a_m u_m(y) \quad (7.2)$$

olur. Burada, a_ℓ katsayısı uyarılmış ℓ modunun genliği olup

$$a_\ell = \int_{-\infty}^{\infty} s(y) u_\ell(y) dy \quad (7.3)$$

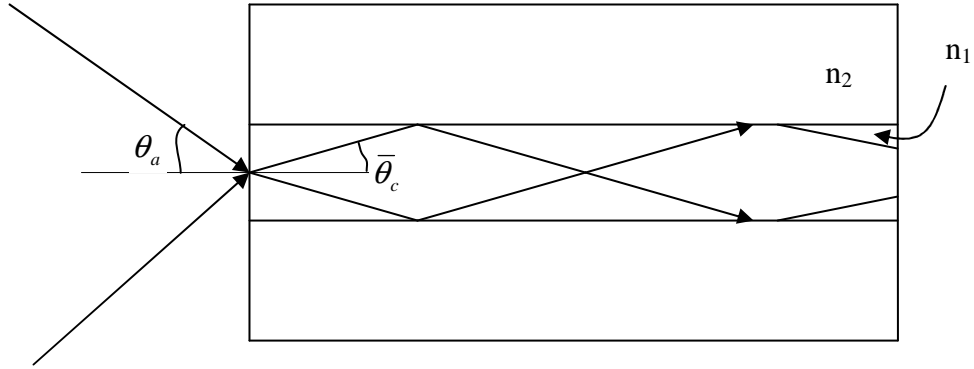
şeklinde. Bu ifade, Eş.(7.2)'nin her iki tarafının $u_\ell(y)$ ile çarpılmasıyla, y 'ye göre integral alınmasıyla ve normalizasyon koşuluyla beraber $\ell \neq m$ için $\int_{-\infty}^{\infty} u_\ell(y)u_m(y)dy = 0$ ortogonalite denkleminin kullanılmasıyla türetilebilir. a_ℓ katsayısı, kaynak dağılımı $s(y)$ ve mod dağılımı $u_\ell(y)$ arasındaki benzerliğin (veya ilişkinin) derecesini gösterir.

Işık, bir dalga kılavuzuna bunun bir ucuna odaklanarak Şekil 7.3'deki gibi aktarılabilir. Verilen bir modu uyarmak için gelen ışığın enine dağılım $s(y)$ mod ile örtüşmelidir. Dalga kılavuzu diliminin küçük boyutları nedeniyle odaklama ve hizalama genellikle zor olup bağlantı verimsizdir.



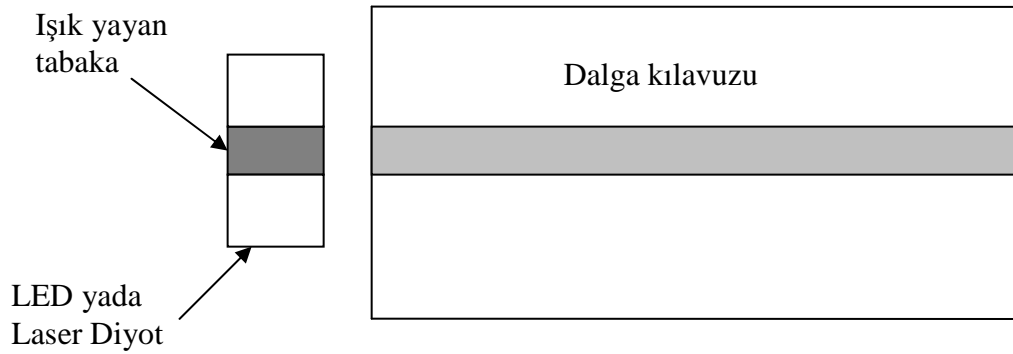
Şekil 7.3. Bir dalga kılavuzuna optik demetin aktarılması

Çok modlu bir dalga kılavuzunda, Şekil 7.4. ile gösterilen optik bağlanma miktarı ışın optiği yaklaşımının kullanılmasıyla değerlendirilebilir. Dalga kılavuzu içinde kılavuzlanmış ışınlar bir $\bar{\theta}_c = \cos^{-1}(n_2/n_1)$ açısıyla sınırlanır. Gelen ışınların kırınımı nedeniyle, NA dalga kılavuzunun sayısal aralığı olmak üzere bu $NA = \sin \theta_a = n_1 \sin \bar{\theta}_c = n_1(1 - (n_2/n_1)^2)^{1/2} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ ifadesini sağlayan bir θ_a dış açısına karşılık gelir. Maksimum bağlanma verimi için gelen ışın θ_a 'dan daha büyük olmayan bir açıda odaklanmalıdır.



Şekil 7.4. Çok modlu bir dalga kılavuzuna ışınların odaklanması

Işık, bir yarı iletken bir kaynaktan (ışık yayan bir diyot veya laser diyot) bir dalga kılavuzuna Şekil 7.5’de görülen kaynak ve dalga kılavuzunun uçlarının maksimum bağlantı için küçük bir boşluk bırakılarak hizalanmasıyla da aktarılabilir. Işık yayan diyotlarda, ışık dar bir yarı iletken eklemenden doğar ve tüm doğrultularda yayılır. Bir laser diyotta, yayılan ışık, kendi dalga kılavuzunda kendi kendine sınırlanır. Bir dalga kılavuzuna ışığın aktarılması için diğer yöntemler bir prizma, bir kırınım ağı veya başka bir dalga kılavuzunun kullanımını içerir.

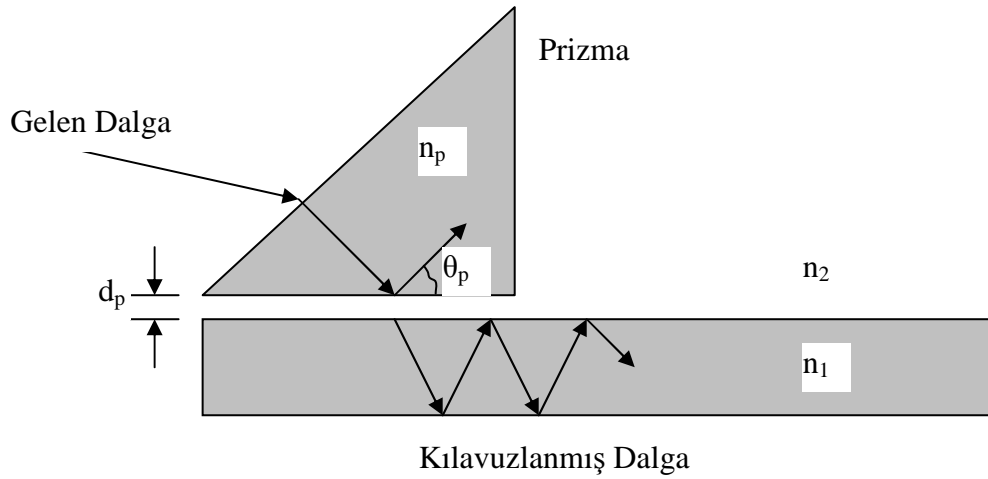


Şekil 7.5. Bir dalga kılavuzuna ışık yayan bir diyot veya bir laser diyotu bağlayan kalın uç.

7.1.1. Prizma Aktarıcı

Bir optik güç, bir prizma kullanılmasıyla dilim dalga kılavuzunun içine ya da dışına aktarılabilir. $n_p > n_2$ kırılma indisli bir prizma, Şekil 7.6’da gösterildiği gibi n_1 ve n_2 kırılma indisli dilim dalga kılavuzundan d_p mesafe kadar uzağa yerleştirilir. Bir optik

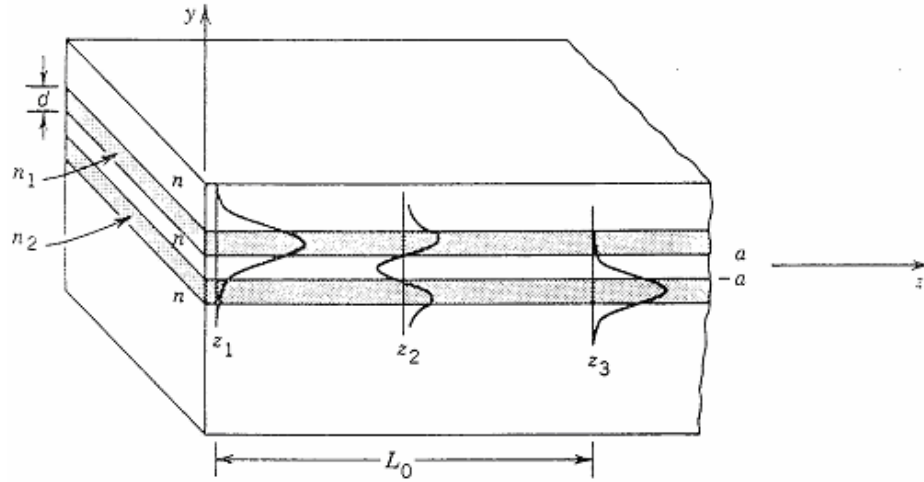
dalga, prizma içinde θ_p açısıyla toplam iç yansımaya uğrayarak prizmaya girer. Gelen ve yansıyan dalgalar bir $\beta_p = n_p k_0 \cos \theta_p$ yayılım sabitiyle z doğrultusunda hareket eden bir dalga oluşturur. Enine alan dağılımı prizma dışına çıkar ve prizma ile dilim arasındaki boşlukta üstel olarak sönümlenir. d_p mesafesi yeterince küçük ise dalga, $\beta_m \approx \beta_p$ uygun bir yayılım sabitine sahip dilim dalga kılavuzunun bir moduna aktarılır. Uygun bir etkileşme mesafesi seçilirse prizma bir giriş aktarıcı olarak davranacak şekilde dilim dalga kılavuzuna güç aktarılabilir. İşlem, dilim dalga kılavuzundan boşluğa ışığın çıktığı bir çıkış aktarıcı yapmak için de tersine uygulanabilir.



Şekil 7.6. Prizma bağlayıcı

7.1.2. Dalga Kılavuzları Arasındaki Aktarma

İki dalga kılavuzu, alanları üst üste binecek kadar yakın ise ışık birinden diğerine aktarılabilir. Dalga kılavuzları arasında aktarılan optik güç, optik bağlayıcı ve anahtarlamalar yapmak için kullanılabilen bir etkidir. Genişlikleri d , aralarındaki mesafe $2a$, kırılma indisleri n_1 ve n_2 olan ve Şekil 7.7’de gösterildiği gibi n_1 ile n_2 ’den biraz daha küçük n kırılma indisine sahip bir ortama gömülmüş iki dilimden yapılan iki paralel düzlem dalga kılavuzunu inceleyelim. Dalga kılavuzlarının her birinin tek modlu olduğunu düşünelim. Dalga kılavuzları arasındaki boşluk, bir dalga kılavuzu diliminin dışındaki optik alan (diğerininki bulunmadığında) diğer dalga kılavuzu dilimininki ile üst üste binecek şekildedir.



Şekil 7.7. İki paralel düzlem dalga kılavuzu arasındaki bağlanma. z_1 'de ışığın çoğu 1. dalga kılavuzundadır. z_2 'de 2. dalga kılavuzu arasında eşit olarak bölünür ve z_3 'de çoğunluğu 2. dalga kılavuzundadır (Yariv, 1989).

Bu yapıda ışık yayılımını incelemek için formal yaklaşım, farklı bölgelerde Maxwell denklemlerini yazmak ve bütün sistemin modlarını belirlemek için sınır koşullarını kullanmaktır (Yariv, 1989). Bu modlar, yalıtılmış dalga kılavuzlarının her birisinininkinden farklıdır.

Bağlı-mod teorisi, her bir dalga kılavuzu modlarının diğeri bulunmadığında yaklaşık $u_1(y) = \exp(-j\beta_1 z)$ ve $u_2(y) \exp(-j\beta_2 z)$ olarak aynı kalacağını, bağlamanın enine alan dağılımları ve yayılım sabitleri etkilenmeden bu modların genliklerini ayarlayacağını kabul eder. Bundan dolayı, 1. ve 2. dalga kılavuzunun modlarının genliği $a_1(z)$ ve $a_2(z)$, z 'nin fonksiyonudur. Teori, uygun sınır koşulları altında $a_1(z)$ ve $a_2(z)$ 'nin tespit edilmesini amaçlar.

Bağlanma, bir saçılma olayı gibi değerlendirilebilir. 1. dalga kılavuzunun alanı 2. dalga kılavuzundan saçılır, bir ışık kaynağı oluşturarak 2. dalga kılavuzunun alan genliğini değiştirir. 2. dalga kılavuzu alanı 1. dalga kılavuzunun üzerinde benzer etkiye sahiptir. Bu karşılıklı etkileşme bir analizi $a_1(z)$ ve $a_2(z)$ genliklerinin değişimini yöneten iki bağlı diferansiyel denkleme yol açar.

$a_1(z)$ ve $a_2(z)$ genliklerinin

$$\frac{da_1}{dz} = -je_{21} \exp(j\Delta\beta z) a_2(z) \quad (7.4a)$$

$$\frac{da_2}{dz} = -je_{12} \exp(-j\Delta\beta z) a_1(z) \quad (7.4b)$$

gibi ki bağılı birinci mertebeden diferansiyel denklemlerle yönetilebileceği görülür. Burada

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 \quad (7.5)$$

birim uzunluk başına faz uyumsuzluğu olup

$$e_{21} = \frac{1}{2} (n_2^2 - n^2) \frac{k_0^2}{\beta_1} \int_a^{a+d} u_1(y) u_2(y) dy \quad (7.6)$$

$$e_{12} = \frac{1}{2} (n_1^2 - n^2) \frac{k_0^2}{\beta_1} \int_{-a-d}^{-a} u_2(y) u_1(y) dy$$

ise bağlama katsayılarıdır. Eş.(7.4)'ten a_1 'in değişim hızının a_2 ile orantılı olduğunun ya da bunun tersini görürüz. Orantı katsayısı bağlanma sabitinin ve faz uyumsuzluk faktörü $\exp(j\Delta\beta z)$ ' nin çarpımıdır.

1. dalga kılavuzuna giren ışığın genliğinin $a_1(0)$ olduğunu ve 2. dalga kılavuzuna $a_2(0)=0$ olacak şekilde ışık girmediğinin kabul edilmesiyle bu sınır koşulları altında Eş.(7.4) çözülebilir. Bu işlem

$$a_1(z) = a_1(0) \exp\left(+\frac{j\Delta\beta z}{2}\right) \left(\cos \gamma z - j \frac{\Delta\beta}{2\gamma} \sin \gamma z \right) \quad (7.7a)$$

$$a_2(z) = a_1(0) \frac{e_{12}}{j\gamma} \exp\left(-\frac{j\Delta\beta z}{2}\right) \sin \gamma z \quad (7.7b)$$

harmonik çözümünü sağlar. Burada

$$\gamma^2 = \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 + e^2 \quad (7.8)$$

ve

$$e = (e_{12}e_{21})^{1/2} \quad (7.9)$$

şeklindedir.

$P_1(z)$ ve $P_2(z)$ güçleri $P_1(z) \propto |a_1(z)|^2$ ve $P_2(z) \propto |a_2(z)|^2$ olduğundan

$$P_1(z) = P_1(0) \left[\cos^2 \gamma z + \left(\frac{\Delta\beta}{2\gamma}\right)^2 \sin^2 \gamma z \right] \quad (7.10a)$$

$$P_2(z) = P_1(0) \frac{|e|^2}{\gamma^2} \sin^2 \gamma z \quad (7.10b)$$

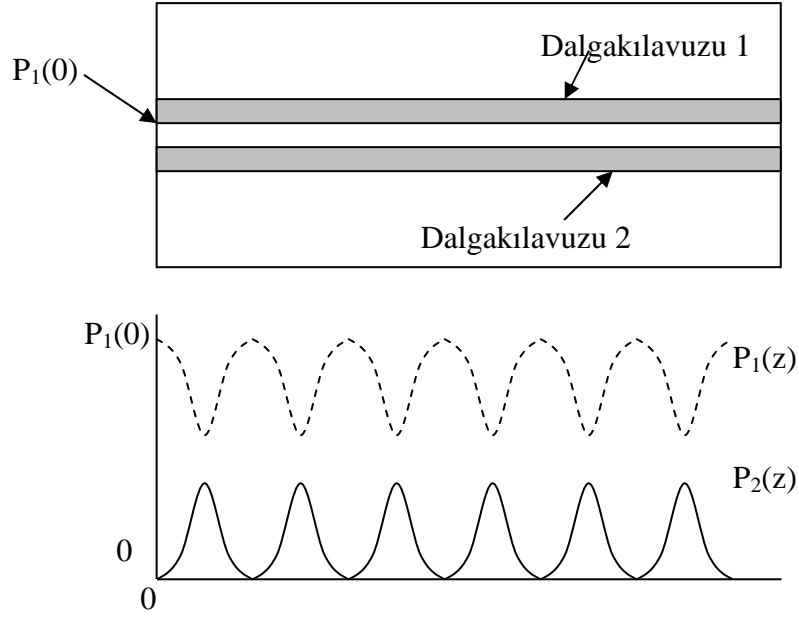
şeklindedir. Böylece, güç Şekil 7.8'de gösterildiği gibi iki kılavuz arasında periyodik olarak değişir. Peryot $2\pi/\gamma$ ' dir. Güç korunumu $e_{12} = e_{21} = e$ olmasını gerektirir.

Kılavuzlar özdeş olduğunda yani $n_1 = n_2, \beta_1 = \beta_2$ ve $\Delta\beta = 0$ olduğu zaman iki kılavuzlanmış dalganın faz uyumlu olduğu söylenir. Bu durumda, Eşitlik (7.10a,b)

$$P_1(z) = P_1(0) \cos^2 ez \quad (7.11a)$$

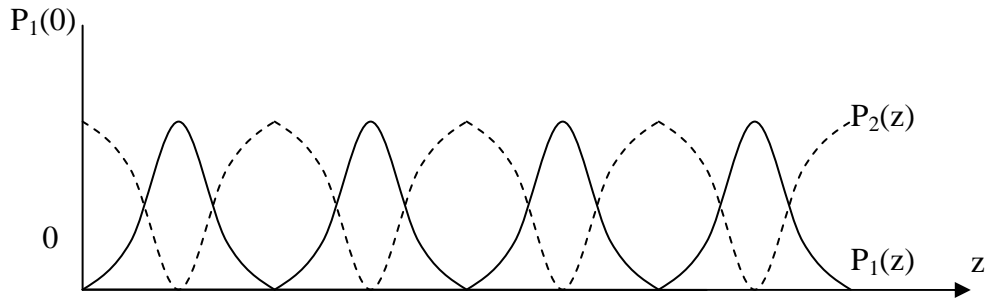
$$P_2(z) = P_1(0) \sin^2 ez \quad (7.11b)$$

ifadelerine basitleştirilebilir.



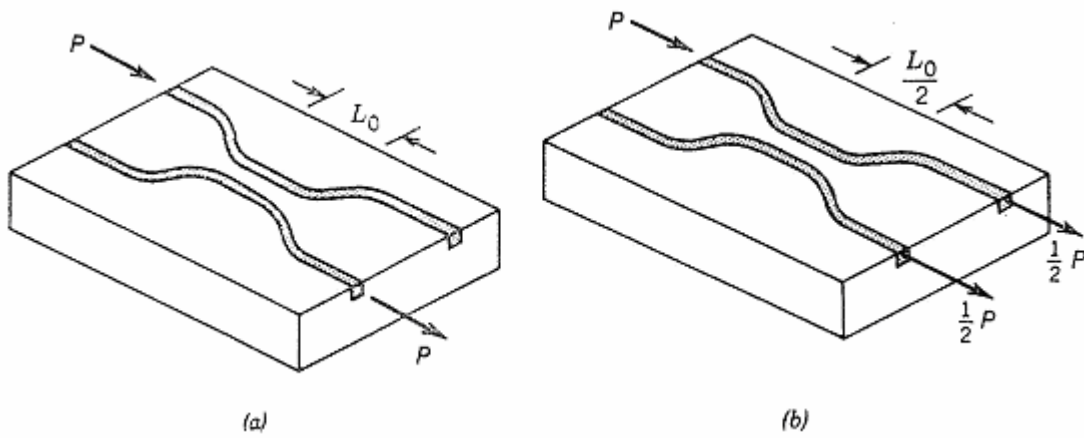
Şekil 7.8. 1. ve 2. kılavuzlar arasındaki gücün periyodik değişimi.

Böylece, dalga kılavuzları arasındaki güç değişimi Şekil (7.9)'da gösterildiği gibi tanımlanabilir.



Şekil 7.9. Fazlı uyumu durumda 1. ve 2. kılavuzlar arasındaki güç değişimi.

Böylece biz bir dalga kılavuzundan diğerine tasarlanmış optik güç kesrini aktaracak bir ağıta sahip oluruz. İletim mesafesi olarak adlandırılan bir $z=L_0=\pi/2\ell$ mesafesinde, güç, 1. dalga kılavuzundan 2. dalga kılavuzuna tamamen aktarılır [Şekil 7.10a]. $L_0/2$ mesafesinde, ağıt bir 3dB'lik bağlayıcı yani bir 50/50'lik demet bölücü gibi davranacak şekilde yarı güç aktarılır [Şekil 7.10b].



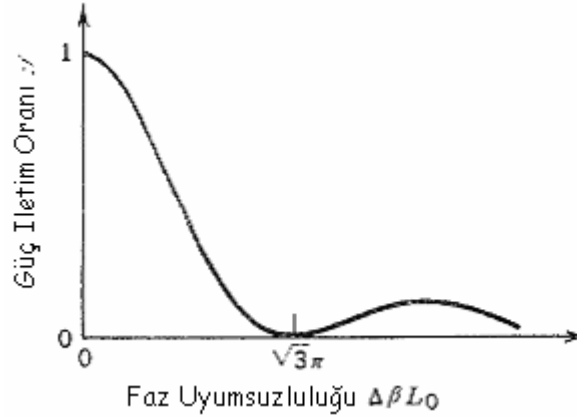
Şekil 7.10. Optik bağlayıcılar: (a) bir dalga kılavuzundan diğerine gücün anahtarlanması, (b) 3-dB'lik bağlayıcı (Saleh ve Teich, 1991).

7.2. Faz Uyumsuzluğunun Kontrol Edilmesiyle Anahtarlama

$L_0=\pi/2\ell$ sabit mesafe bir dalga kılavuzu bağlayıcı, küçük bir $\Delta\beta$ faz uyumsuzluğu ile karşılaşırsa güç aktarma oranını değiştirir. Eş.(7.10b) ve Eş.(7.8)'in kullanılmasıyla $\tau = P_2(L_0)/P_1(0)$ güç aktarım oranı $\sin c(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$ olmak üzere $\Delta\beta$ 'nin bir fonksiyonu olarak

$$\tau = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \sin c^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[1 + \left(\frac{\Delta\beta L_0}{\pi} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (7.12)$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 7.11, τ güç aktarma oranının $\Delta\beta L_0$ faz uyumsuzluğu parametresine bağlılığını göstermektedir. Oran, $\Delta\beta L_0=0$ 'da birimin maksimum bir değerine sahiptir, $\Delta\beta L_0$ arttıkça azalır ve $\Delta\beta L_0=\sqrt{3}\pi$ olduğunda yok olur.



Şekil 7.11. $\tau = P_2(L_0)/P_1(0)$ güç aktarma oranının $\Delta\beta L_0$ faz uyumsuzluğu parametresine bağlılığı. Dalga kılavuzu uzunluğu, $\Delta\beta=0$ olacak şekilde seçilir (faz uyumu durumunda), 2. dalga kılavuzuna maksimum güç aktarılır, yani $\tau=1$ 'dir (Saleh ve Teich, 1991).

Aktarılan gücün faz uyumsuzluğuna bağlılığı elektriksel olarak hareket eden yönlü bağlantılar yapılmasında kullanılabilir. $\Delta\beta L_0$ uyumsuzluğu 0 ve $\sqrt{3}\pi$ arasında anahtarlanırsa ışık 2. dalga kılavuzundan 1. dalga kılavuzuna anahtarlanır. Dalga kılavuzu elektrooptik ise (yani kırılma indisi bir elektrik alanının uygulanmasıyla değişebiliyorsa) $\Delta\beta$ 'nin elektriksel kontrolü gerçekleştirilebilir.

7.3. Bağlı Dalga Denklemlerinin Türetimi

Şimdi bağlı modların $a_1(z)$ ve $a_2(z)$ genliklerini yöneten Eş.(7.4) diferansiyel denklemlerini türetilim. İki dalga kılavuzu birbirleriyle etkileşmediği zaman kompleks genlikleri

$$E_1(y, z) = a_1 u_1(y) \exp(-j\beta_1 z) \quad (7.13a)$$

$$E_2(y, z) = a_2 u_2(y) \exp(-j\beta_2 z) \quad (7.13b)$$

şeklinde olan optik alanlar taşır. a_1 ve a_2 genlikleri sabittir. Bağlanma olduğunda a_1 ve a_2 genliklerinin z 'nin fonksiyonu fakat enine fonksiyonlar $u_1(y)$, $u_2(y)$ ve yayılım sabitleri β_1 ve β_2 'nin değişmediğini kabul ederiz. a_1 ve a_2 genliklerinin β^{-1} mesafesi ile kıyaslandığında z 'nin yavaş değişen fonksiyonları olduğu kabul edilir (β_1 yada β_2 yayılım sabitlerinin tersi ışığın dalga boyunun büyüklük derecesidir).

2. dalga kılavuzunun varlığı, 1. dalga kılavuzunun dışında $n_2 - n$ kırılma indisli $2a$ mesafesinde d genişlikli bir dilim şeklindeki ortamın bir pertürbasyonu olarak değerlendirilir. Aşırı kırılma indisi $(n_2 - n)$ ve E_2 alanı $P = (\epsilon_2 - \epsilon)E_2 = \epsilon_0 (n_2^2 - n^2)E_2$ aşırı polarizasyon yoğunluğuna karşılık gelir. Bu da 1. dalga kılavuzu için kompleks genlikleri

$$\begin{aligned} S_1 &= \mu_0 \omega^2 P = \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 (n_2^2 - n^2)E_2 = (n_2^2 - n^2)k_0^2 E_2 \\ &= (k_2^2 - k^2)E_2 \end{aligned} \quad (7.14)$$

olan $\mathcal{P}_1 = -\mu_0 \partial^2 P / \partial t^2$ şeklindeki bir ışınım oluşturur. Burada, ϵ_2 ve ϵ , n_2 ve n kırılma indisleriyle ilgili permitiviteler, $k_2 = n_2 k_0$ 'dır. Bu kaynak sadece 2. dilim dalga kılavuzunda vardır.

1. dalga kılavuzundaki alan üzerine böyle kaynağın etkisini tespit etmek için kaynak bulunduğu durumdaki Helmholtz denklemi

$$\nabla^2 E_1 + k_1^2 E_1 = -S_1 = -(k_2^2 - k^2)E_2 \quad (7.15a)$$

şeklinde yazılır. Benzer şekilde, 1. dalga kılavuzundaki alanın bir sonucu olarak meydana gelen kaynağa sahip olan 2. dalga kılavuzundaki dalga için Helmholtz denklemi

$$\nabla^2 E_2 + k_2^2 E_2 = -S_2 = -(k_1^2 - k^2)E_1 \quad (7.15b)$$

şeklinde yazılır. Burada, $k_2=n_1k_0$ 'dır. Eş.(7.15a,b) denklemleri E_1 ve E_2 'yi tespit etmek için çözülen iki bağlı kısmi diferansiyel denklemdir. Bu tür pertürbasyon analizi sadece zayıf bağlı dalga kılavuzları için geçerlidir.

Şimdi, $e_1(y, z) = u_1(y) \exp(-j\beta_1 z)$ ve $e_2(y, z) = u_2(y) \exp(-j\beta_2 z)$ olmak üzere $E_1(y, z) = a_1(z)e_1(y, z)$ ve $E_2(y, z) = a_2(z)e_2(y, z)$ eşitliklerini yazalım ve e_1 ve e_2 'nin

$$\nabla^2 e_1 + k_1^2 e_1 = 0 \quad (7.16a)$$

$$\nabla^2 e_2 + k_2^2 e_2 = 0 \quad (7.16b)$$

Helmholtz denklemlerini sağladığına dikkat edelim. Burada, sırasıyla 1. ve 2. dilim dalga kılavuzlarının dışında kalan noktalar için $k_1=n_1k_0$ ve $k_2=n_2k_0$ şeklinde olup diğer bölgelerde $k_1=k_2=nk_0$ 'dır. $E_1=a_1e_1$ ifadesinin Eş.(7.15a)'da yerine konulmasıyla

$$\frac{d^2 a_1}{dz^2} e_1 + 2 \frac{da_1}{dz} \frac{de_1}{dz} = -(k_2^2 - k^2) a_2 e_2 \quad (7.17)$$

elde edilir. e_1 , z ile hızlı bir şekilde değişirken a_1 'in yavaş değiştiğine dikkat edilmesiyle Eş.(7.17)'nin ilk terimi ikinci ile kıyaslandığında ihmal edilir. Bu terimler arasındaki oran $\Psi = da_1/dz$ olmak üzere

$$\left[\frac{d\Psi}{dz} e_1 \right] / \left[2\Psi \frac{de_1}{dz} \right] = \left[\frac{d\Psi}{dz} e_1 \right] / \left[2\Psi (-j\beta_1 e_1) \right] = j \frac{d\Psi}{\Psi} / 2\beta_1 dz$$

şeklindedir. Yaklaşım, $d\Psi/\Psi \ll \beta_1 dz$ yani $a_1(z)$ 'deki değişim β^{-1} uzunluğuyla kıyaslandığında yavaş ise geçerlidir.

Şimdi, birinci terimi ihmal ettikten sonra Eş.(7.17)'de $e_1 = u_1 \exp(-j\beta_1 z)$ ve $e_2 = u_2 \exp(-j\beta_2 z)$ değerlerinin yerine konulmasıyla

$$\left(2 \frac{da_1}{dz} (-j\beta_1) u_1(y) e^{-j\beta_1 z} = -(k_2^2 - k^2) a_2 u_2(y) e^{-j\beta_2 z} \right) \quad (7.18)$$

elde edilir. Eş.(7.18)'in her iki tarafının $u_1(y)$ ile çarpılmasıyla, y 'ye göre integral alınmasıyla ve bunun integrali bir çıkacak şekilde $u_1^2(y)$ 'nin normalize olması gerçeğinin kullanılmasıyla

$$\frac{da_1}{dz} e^{-j\beta_1 z} = -j e_{21} a_2(z) e^{-j\beta_2 z} \quad (7.19)$$

elde edilir. Burada e_{21} Eş.(7.6) ile verilir. İşlemin tekrarlanmasıyla 2. dalga kılavuzu için de benzer bir denklem elde edilir. Bu denklemler, Eş.(7.4) bağlı diferansiyel denklemlerini sağlar.

8. SONUÇ ve TARTIŞMA

Dalga kılavuzları çeşitli dalgaların yönlendirildiği ortamdır. Optik dalga kılavuzları da optik sinyallerin içinde yönlendirildiği ortam olarak adlandırılabilir.

İlk kez John Tyndall'ın su içinde ışığın yönlendirilebileceğinin göstermesiyle optik dalga kılavuzları yani ışığın verimli olarak ilerleyebileceği ortam kavramı ortaya çıkmıştır. Laserin bulunmasıyla optik dalga kılavuzları üzerine yapılan araştırmalar yoğunlaşmıştır.

Optik dalga kılavuzlarının sürekli olarak yeni uygulama alanları ortaya çıkmaktadır. Telefon hatlarında alternatiflerine göre üstünlüğü ve internet hatlarında kullanabilmesiyle haberleşmede; teşhis, tanı ve cerrahi işlemlerdeki avantajlarıyla medikal uygulamalarda; sahne ve gösterim cihazlarında uygulamalarda kullanılması optik dalga kılavuzlarının en önemli uygulama alanlarıdır. Özellikle boyutlarının elverişli yani çok küçük olması optik ve optoelektronik aygıtlarda bu dalga kılavuzlarının uygulama alanlarını gittikçe arttırmaktadır.

Bilgiye olan gereksinim sürekli olarak artacağından bilgisayar içeren sistemlerde, optik ve optoelektronik aygıtlarda, görüntüleme sistemlerinde, optik dalga kılavuzlarının kullanılışı şüphesiz artacaktır. Bu sebeple optik dalga kılavuzları üzerine olan teknolojinin gelişeceği ve disiplinler arası gerek duyulacağı kaçınılmazdır. Söz konusu çalışmaların optik dalga kılavuzlarının geometrisi ve verimi üzerine olacağı söylenebilir.

9. KAYNAKLAR DİZİNİ

Born, M., and Wolf, E., 1999, Principles of Optics, Cambridge University Press, 952 p.

Cheng, D. K., 2003, Dalga ve Alan manyetizması (Çeviri Editörü Armağan, N. ve Can, N.), Akademi Kitabevi, 778 s.

Cherin, A. H., 1983, An Introduction to Optical Fibers, McGraw Hill, 326 p.

Djafar, K. M. and Lowell L. S., 2001, Fiber Optic Communications Technology, Prentice Hall, 750 p.

Gloge D. and Marcacitili, E. A. J., 1973, “Multimode Theory of Graded-Core Fibers”, Bell System Technical Journal.

Gowar, J., 1993, Optical Communication Systems, Prentice Hall, 696 p.

Karim, M. A., 1990, Electro-Optical Devices and Systems, PWS-Kent Publishing Company, 486p.

Kasap, S. O., 2001, Optoelectronics and Photonics: Principles and Practices, Prentice Hall, 340 p.

Personick, S. D., 1988, Fiber Optics, Technology and Applications, Plenum Press, New York, 257 p.

Palais, J. C., 1992, Fiber Optic Communications, Prentice Hall, 335p.

Pollock, C. R., 1995, Fundamentals of Optoelectronics, Irwin, 569p.

Saleh, B.E.A., Teich, M:C,1991, Fundamentals of Photonics, John Wiley and Sons, 966p.

Senior, J. M., 1992, Optical Fiber Communications , Principles and Practice, Prentice Hall, 922 p.

Svelto, O., 1989, Principles of Laser (Translated from Italian and edited by D. C. Hanna), Southamton University, England; 494 p.

Wilson, J. And Hawkes, J., 1998, Optoelectronics: An Introduction, Prentice Hall Europe, 559 p.

Verdeyen, J. T., 1989, Laser Electronics, Prentice Hall, 622p.

Yariv, A., 1989, Quantum Electronics, John Wiley and Sons, 676 p.

Yariv, A., and Yeh, P., 2007, Photonics, Oxford University Pres, 836p.