

**T.C.
ERCIYES ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ZAMANA BAĞLI SALINIMLI DIŞ MANYETİK ALAN
ALTINDA KİNETİK SPİN-1 BLUME-CAPEL MODELİNDE
DİNAMİK FAZ GEÇİŞİ**

**Tezi Hazırlayan
Ümüt TEMİZER**

**Tezi Yöneten
Prof. Dr. Mustafa KESKİN**

**Fizik Anabilim Dalı
Yüksek Lisans Tezi**

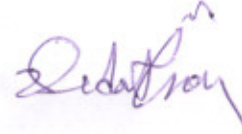
**Temmuz 2005
KAYSERİ**

Prof. Dr. Mustafa KESKİN danışmanlığında **Ümüt TEMİZER** tarafından hazırlanan **“Zamana Bağlı Salınımlı Dış Manyetik Alan Altında Kinetik Spin-1 Blume-Capel Modelinde Dinamik Faz Geçişi”** adlı bu çalışma, jürimiz tarafından Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında **Yüksek Lisans** tezi olarak kabul edilmiştir.

29.07.2005

JÜRİ:

Başkan : Prof. Dr. Sedat ÖZSOY



Üye : Prof. Dr. Mustafa KESKİN



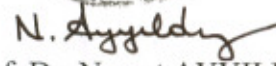
Üye : Prof. Dr. Mehmet GÜNDÜZ

**ONAY:**

Bu tezin kabulü, Enstitü Yönetim Kurulunun **09/08/2005** tarih ve **2005.27/02** sayılı kararı ile onaylanmıştır.

10. / 08. / 2005..




Prof. Dr. Nusret AYYILDIZ
Enstitü Müdürü

TEŞEKKÜR

Bana bu tez çalıŐma konusunu veren ve çalıŐmalarım sűresince deęerli fikir ve tecrűbeleri ile bana bűyűk destek saęlayan saygıdeęer hocam Prof. Dr. Mustafa KESKİN'e içtenlikle teŐekkűr ederim.

ÇalıŐmalarım sırasında bir çok konuda yardımlarını gűrdűđűm Erciyes Ŭniversitesi Fen- Edebiyat Fakűltesi ArŐ Gör. Osman CANKO'ya teŐekkűr ederim.

Hayatım boyunca her zaman bana maddi ve manevi yűnden destek olan aileme teŐekkűrlerimi sunarım.

ZAMANA BAĞLI SALINIMLI DIŞ MANYETİK ALAN ALTINDA KİNETİK SPİN-1 BLUME-CAPEL MODELİNDE DİNAMİK FAZ GEÇİŞİ

Ümüt TEMİZER

Erciyes Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
Yüksek Lisans Tezi, Temmuz 2005
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mustafa KESKİN

ÖZET

Zamana bağılı salınımlı dış manyetik alan altında kinetik spin-1 Blume-Capel modelinin kararlı durumları ortalama alan yaklaşımı ile incelendi. Sistemin zamanla değişimini tanımlamak için Glauber-tipi stokastik dinamik kullanıldı. Öncelikle, Glauber modeli, master denklemi ve moleküler alan yaklaşımı hakkında bilgiler verildi. Daha sonra spin-1 Blume-Capel (BC) modeli kısaca tanıtıldı. Glauber modeli ve master denkleminde yararlanarak kinetik spin-1 Blume-Capel modeli için sistemin dinamik davranışını veren diferansiyel denklem elde edildi. Elde edilen diferansiyel denklem Adams-Moulton ve Romberg integrasyon metotlarıyla çözüldü. Sistemde iki tip çözüm elde edildi: (1) Simetrik çözüm, paramanyetik faza karşılık gelir ve sistemin mıknatıslanması sıfır değeri etrafında salınır. (2) Simetrik olmayan çözüm, ferromanyetik faza karşılık gelir ve sistemin mıknatıslanması sıfır olmayan bir değer etrafında salınır. Sistemde, her iki çözümün bir arada bulunduğu bölgeler vardır. Sistemin dinamik faz geçiş noktalarını tespit edebilmek için, mıknatıslanmasının zamanla değişimi ve ortalama mıknatıslanmasının indirgenmiş sıcaklık ve indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı incelendi. Çözümlerin kararlılıklarını ve dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunduğunu kontrol etmek amacıyla Lyapunov üstelleri daima hesaplandı. Sonuçta, sistemin davranışının kristal alan etkileşme parametresine (D) kuvvetli bir şekilde bağılı olduğu bulundu. Değişik D değerlerine bağılı olarak sistemin bir veya daha fazla dinamik üçlü kritik noktalara sahip olduğu bulundu ve son olarak elde edilen faz diyagramları (T, h) düzleminde sunuldu.

Anahtar Kelimeler: Ising modeli, Ortalama alan yaklaşımı, Lyapunov üstelleri, faz geçişleri, faz diyagramı.

**DYNAMIC PHASE TRANSITION IN THE KINETIC SPIN-1 BLUME-
CAPEL MODEL UNDER A TIME-DEPENDENT OSCILLATING
EXTERNAL MAGNETIC FIELD**

Ümüt TEMİZER

Erciyes University, Graduate School of Natural and Applied Sciences

M. Sc. Thesis, July 2005

Thesis Supervisor: Prof. Mustafa KESKİN

ABSTRACT

The stationary states of the kinetic spin-1 Blume-Capel model under a time-dependent oscillating external magnetic field is investigated within mean-field approach. The Glauber-type stochastic dynamic is used to describe the time evolution of the system. First, Glauber model, master equation and molecular field approximation is given. Then, spin-1 Blume-Capel (BC) model is presented briefly. The differential equation which is characterizing the dynamic of the system is obtained by the Glauber model and the master equation for the kinetic spin-1 Blume-Capel model. The calculated differential equation is solved by Adams-Moulton and Romberg integrasyon methods. Two type solutions are obtained in the system: (1) A symmetric solution which corresponds paramagnetic phase where the magnetization (m) of the system oscillates in time around zero. (2) An antisymmetric solution that corresponds ferromagnetic phase where magnetization oscillates around a finite value different from zero in time. There are regions of system where both solutions coexist. In order to obtain the dynamic phase transition points of the system, the time-dependence of magnetization and the behavior of the average magnetization as a function of reduced temperature and reduced external magnetic field are investigated. The Lyapunov exponents are always calculated to verify the stability of the solutions and the dynamical phase transition points. As a result, it is found that the behavior of the system strongly depends on the crystal field interaction parameter D . We also found that the system has one or more dynamic tricritical points for different D values and finally, obtained phase diagrams are presented in the (T, h) plane.

Keywords: Ising model, Mean field approaches, Lyapunov exponents, Phase transitions, Phase diagram.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY.....	i
TEŞEKKÜR.....	ii
ÖZET.....	iii
ABSTRACT.....	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vii

BÖLÜM 1

GİRİŞ	1
--------------------	---

BÖLÜM 2**METOT VE MODELİN TANITIMI**

2.1. GLAUBER DİNAMİĞİ	6
2.1.1. GLAUBER DİNAMİĞİ VE MASTER DENKLEMİ	6
2.1.2. TEK SPİN-1/2 PARÇACIKTAN OLUŞAN BİR SİSTEM İÇİN GLAUBER MODELİ	8
2.1.3. N TANE SPİN-1/2 PARÇACIKTAN OLUŞAN BİR SPİN SİSTEMİ İÇİN GLAUBER MODELİ	10
2.2. MOLEKÜLER ALAN YAKLAŞIMI	16
2.3. SPİN-1 BLUME-CAPEL (BC) MODELİ	18

BÖLÜM 3**ZAMANA BAĞLI SALINIMLI MANYETİK ALAN ALTINDA MODELİN DİNAMİĞİ**

3.1. ORTALAMA ALAN DİNAMİK DENKLEMLERİN ELDE EDİLMESİ	19
3.2. DİNAMİK FAZ GEÇİŞ NOKTALARI VE FAZ DİYAGRAMLARININ ELDE EDİLMESİ	23

BÖLÜM 4

SONUÇ VE TARTIŞMA	42
KAYNAKLAR ,.....	45
ÖZGEÇMİŞ	50

ŞEKİLLER LİSTESİ

S.N

- Şekil 3.1. Mıknatıslanmanın Zamanla Değişimi (a) Sistemde Sadece Paramanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.25$, $h=0.5$ ve $T=0.75$).
(b) Sistemde Sadece Ferromanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.25$, $h=0.2$ ve $T=0.5$). (c) Sistemde Hem Paramanyetik Hem de Ferromanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.25$, $h=0.75$ ve $T=0.1$). 26
- Şekil 3.2. Çözümlerin Tipleri: Süreksiz Çizgi Simetrik Olmayan Çözümü Göstermektedir ve Ferromanyetik Faza Karşılık Gelmektedir. Sürekli Çizgi Simetrik Çözümü Göstermektedir ve Paramanyetik Faza Karşılık Gelmektedir. Noktalı Çizgi ise $h\cos\xi$ 'nin Zamana Göre Değişimini Göstermektedir ($d=-0.25$, $h=0.75$ ve $T=0.10$). 27
- Şekil 3.3. Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s ve λ_n 'in (İnce Sürekli Çizgiler) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları ($d=-0.25$ ve $h=0.75$). Sistemde Birinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_f=0.1620$. 29
- Şekil 3.4. Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s ve λ_n 'in (İnce Sürekli Çizgiler) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları ($d=-0.25$ ve $h=0.725$). Sistemde İkinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_c=0.2350$. 30
- Şekil 3.5. Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s ve λ_n 'in (İnce Sürekli Çizgiler) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları ($d=-0.25$ ve $h=0.725$). Sistemde Önce Birinci Derece Sonra İkinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_f = 0.1175$ ve $T_c = 0.2350$. 30
- Şekil 3.6. Şekil-3.4 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $h=0.4$ Alınmıştır ve $T_c=0.4950$. 31
- Şekil 3.7. Ortalama Mıknatıslanmanın ve Lyapunov Üstellerinin İndirgenmiş Dış Manyetik Alana Bağlı Olarak Değişimi ($d=-0.250$ ve

- T=0.1620). Sistemde Birinci Derece Faz Geçişi Vardır, $h_t = 0.75$. 33
- Şekil 3.8. Ortalama Mıknatıslanmanın ve Lyapunov Üstellerinin İndirgenmiş Dış Manyetik Alana Bağlı Olarak Değişimi ($d=-0.250$ ve $T=0.2350$). Sistemde İkinci Derece Faz Geçişi Vardır, $h_c = 0.725$. 33
- Şekil 3.9. Şekil-3.7 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $T=0.1175$ Olarak Alınmıştır ve $h_t = 0.725$. 34
- Şekil 3.10. Şekil-3.8 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $T=0.4950$ Olarak Alınmıştır ve $h_c = 0.40$. 34
- Şekil 3.11. Şekil-3.3 İle Aynı Fakat Burada Her İki Çözüm Birlikte Gösterilmiştir, λ_s Süreklidir ve $T_t = 0.1620$. 35
- Şekil 3.12. Şekil-3.7 İle Aynı Fakat Burada Her İki Çözüm Birlikte Gösterilmiştir, λ_s Süreklidir ve $h_t = 0.75$. 35
- Şekil 3.13. $d=-0.25$ ve Sabit Manyetik Alanın Birkaç Farklı Değeri İçin Ortalama Mıknatıslanma (M) ve Lyapunov üsteli λ_n 'in Sıcaklıkla Değişimi. 36
- Şekil 3.14. $d=-0.25$ ve Sabit Sıcaklığın Birkaç Farklı Değeri İçin Ortalama Mıknatıslanma (M) ve Lyapunov üsteli λ_n 'in Manyetik Alanla Değişimi. 36
- Şekil 3.15. $d=0.250$ İçin Blume-Capel Modelinin (T,h) Düzleminde Faz Diyagramı. Sistemde Paramanyetik (P), Ferromanyetik (F) ve Paramanyetik ve Ferromanyetik Bölgelerin Bir Arada Bulunduğu Paramanyetik+Ferromanyetik (P+F) Bölgesi Olmak Üzere Üç Bölge Mevcuttur. Dinamik Üçlü Kritik Nokta İçi Dolu Üçgen Sembölü İle Gösterilmiştir. Süreksiz ve Sürekli Çizgiler Sırasıyla Birinci ve İkinci Derece Faz Geçiş Çizgileridir. 39
- Şekil 3.16. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-0.250$. 40
- Şekil 3.17. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-0.525$. 40

Şekil 3.18.	Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-0.6250$.	41
Şekil 3.19.	Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-1.0$.	41

BÖLÜM 1

GİRİŞ

Kuvvetli bir şekilde etkileşen parçacıklardan oluşan sistemlerin istatistiksel olarak incelenmesi birçok zor matematiksel problemi içine alır. Bu zorlukları aşabilmek için teorisyenler oldukça çaba harcamış ve en basit model sistemlerden başlayarak doğada meydana gelen olayların birçok benzerlik taşıdığını göstermişlerdir. Bu modellerde aranılan özellik matematiksel kolaylıktır. Daha farklı bir ifadeyle etkileşen parçacıklardan oluşan sistemlerde parçacıkların davranışını kesin olarak açıklayan basit bir matematiksel ifade bulmaktır. Bu modellerden ilk ve en başarılısı tek boyutta ferromanyetik faz dönüşümünü açıklamak için Wilhelm Lenz tarafından önerilmiş ve öğrencisi Ernest Ising [1] tarafından çözümüştür. Bu model genel olarak Ising modeli diye adlandırılır. Modelin iki boyutta kesin çözümü ise Onsager [2] tarafından yapılmıştır. Bu modelde parçacıkların spinleri $1/2$ olarak alınmıştır. Daha sonra parçacıkların spinleri 1 alındığında spin-1 Ising modelleri, $3/2$ alındığında spin- $3/2$ Ising modelleri, 2 ve $5/2$ alındığında spin-2 ve spin- $5/2$ Ising modelleri geliştirilmiş ve değişik fiziksel sistemlerin incelenmesinde kullanılmaktadırlar. Bu geliştirilen spin- $1/2$, spin-1, spin- $3/2$, spin- $5/2$ ve spin-2 Ising modellerinin dengeli davranışları, dengeli istatistik fizikte kullanılan ve iyi bilinen ortalama alan, Bethe veya çift yaklaşım metodu, seriye açılım, transfer matris, etkin alan teorisi, Monte Carlo hesaplamaları, renormalizasyon grup teknikleri v.b. gibi metotlarla kapsamlıca incelenmişler ve incelenmeye devam edilmektedir. Böylece bu çalışmalarla, bir çok fiziksel sistemlerin dengeli davranışları hakkında bilgiler elde edilmiş ve edilmeye devam edilmektedir.

Diğer taraftan teorik yoğun madde fiziğinin en önemli aynı zamanda en zor problemlerinden birisi de fiziksel kooperatif olayların dengesiz, yani dinamik davranışlarının incelenmesidir. Dengeli istatistik mekaniğin matematiksel problemleri zor olsa bile en azından bu problemler nispeten iyi bir şekilde bilinmektedir ve çok iyi

sonuçlar veren bir çok etkin metotlar geliştirilmiştir. Halbuki, fiziksel sistemlerin dengesiz davranışlarını incelemek çok daha zordur ve bu zorluğundan dolayı dengesiz istatistik fizikte çok az metot geliştirilmiştir. Bu metotlardan bazıları basit sistemler için güzel sonuçlar verdiği halde daha karmaşık sistemlere uygulamalarda çok zorluklar olmaktadır. Bazıları ise sistemlerin dinamik davranışları hakkında çok az bilgi vermektedir. Dengesiz istatistik mekaniğin incelenmesinde karşılaşılan en büyük zorluk sistemi incelemek için gerekli formülleri elde etmenin çok zor oluşudur. Bundan dolayı, kooperatif sistemlerin zamana bağlı davranışları hakkında yapılacak çalışmalar önem arz edecek ve bu çalışmalar zor olan bu konuya katkı sağlayacaktır. Genellikle, dengesiz yani dinamik durum incelenirken sistemlerin zamanla değişimi master denklemi ile verilmektedir.

İşte bir çok fiziksel sistemlerin dengeli ve dengesiz davranışları Ising modeli kullanılarak incelenmektedir. Ising modelleri ve onların birçok varyasyonları ile fiziğin değişik alanlarında karşılaşılmaktadır. İstatistik fizik ve yoğun madde fiziğinde de üzerinde en fazla çalışılan problemlerden biri ve aynı zamanda birçok değişik sistemi incelemede en fazla kullanılan modellerden birisi olarak kullanılmaya devam edilmektedir. Bunların en basit olanı spin-1/2 Ising modeli, iki durumlu ve tek düzen parametrelili bir sistemdir. Bu model 1920'lerden 1970'lere kadar birçok fiziksel kooperatif olayların fiziksel davranışlarını inceleme de kullanılmıştır. Modelin dengeli davranışı ve denge faz dönüşümleri 1920-1970 arasında, yukarıda belirtilen metotlarla kapsamlıca incelenmiştir. Modelin dengesiz davranışı ve dengesiz faz dönüşümleri ise 1960'tan zamanımıza kadar dengesiz fizikte geliştirilen Glauber metodu [3-11], yol ihtimaliyet metodu [12], tersinmez termodinamiğin Onsager teorisi [13-15], Kawasaki dinamiği [16] ve dinamik Monte Carlo hesaplamaları [17-23] v.b. gibi metotlarla incelenmektedir. Model basit olmasından dolayı, modelin dengesiz davranışı ve dengesiz faz dönüşümleri özellikle son yıllarda Monte Carlo tipi dinamikle kapsamlıca incelenmiştir [17-23].

Diğer taraftan çok daha karmaşık fiziksel kooperatif olayların termodinamik davranışları iki durumlu ve tek düzen parametreleri olan basit spin-1/2 Ising modeliyle incelenemez. Bu gibi fiziksel sistemleri incelemek için, ikiden fazla durumlu ve birden fazla düzen parametrelili durumlar gerekmektedir. Bu özellikte modellere en iyi örneklerden biri spin-1 Ising sistemleridir.

Spin-1 Ising modeli 1960'lı yıllarda tanımlanmış ve zamanımıza kadar kullanılan ve kullanılmaya da devam edilen en önemli modellerden birisidir. Bu model üç durumlu ve iki düzen parametrelili bir sistemdir. En basit spin-1 Ising modeli, bilineer (J) ve kristal alan (D) etkileşme Hamiltonyenli spin-1 Ising modeli olup model genelde Blume-Capel (BC) modeli diye adlandırılır. Bu model ilk olarak Blume [24] ve Capel [25-26] tarafından birbirinden bağımsız olarak geliştirilmiştir. Diğer taraftan, bilineer (J), bikuadratik (K), ve kristal alan (D) etkileşmeli spin-1 Ising modeli ise genelde Blume-Emery-Griffiths (BEG) modeli diye adlandırılır. J ve K etkileşme Hamiltonyenli spin-1 Ising modeli ise izotropik BEG modeli diye adlandırılır. Model, odd etkileşme v.b gibi etkileşme parametreleri de katılarak incelenmiştir. Bu tez çalışmamızda, spin -1 Blume-Capel modelinin dinamik davranışını inceleyeceğimizden, yalnızca spin-1 Blume-Capel (BC) modeli ile ilgili önemli çalışmaları vereceğiz. Spin-1 BC modelinin dengeli durum davranışı bir çok farklı metotla yapılmış ve değişik fiziksel sistemlerin dengeli davranışları incelenmiştir. Bunlar; ortalama alan yaklaşımı [24-27,28], yüksek ve düşük sıcaklıkta seriye açma metodu [29-32], Green fonksiyonunun diyagramatik yaklaşımı [33], Monte Carlo yaklaşımı [34-37], renormalizasyon grup tekniği [38-43], etkin alan teorisi [44-45], kümesel değişim metodu [46,47], pertürbe olmayan termodinamik yaklaşım [48], genişletilmiş Bethe-Peierls yaklaşımı [49], v.b. Son zamanlarda model Bethe kafesi üzerinde tekrarlılama bağıntıları kullanılarak çözülmüştür [50].

Spin-1 BC modelinin dengeli davranışı üzerine değişik metotlarla çok fazla çalışma yapılmasına rağmen, dengesiz yani dinamik davranışı üzerine az çalışma yapılmış ve bu çalışmalarda da dengesiz istatistik mekanikteki bazı metotlar kullanılmıştır. Fiig ve arkadaşları [51], BC modelinde yarı kararlı durumların dinamik davranışlarını dinamik Monte Carlo metodu ile incelediler ve kısmi yarı kararlı durumun bozunmasının başlangıç ve denge fazı arasında ikinci bir yarı kararlı durumun elde edilebilirliği ve göreliliğine bağlı olarak ya direkt olarak ya da farklı basamakların art arda gelmesi yolu ile olabileceğini buldular. Cirillo ve Oliveiri [52], yarı kararlılık ve çekirdeklenme durumlarını metropolis algoritmayı kullanarak incelediler. Ekiz ve arkadaşları [53] yol ihtimaliyet metodunu kullanarak yarı kararlı durumların “düzlük” özelliğinin yanı sıra kararsız durumları da incelediler. Ayrıca, kararlı durumların yanı

sıra düzen parametrelerinin yarı kararlı ve kararsız durumlar için faz geçişlerini hesapladılar ve faz diyagramlarını elde ettiler.

Bu tez çalışmasında, zamana bağlı salınımlı dış manyetik alan altında Glauber dinamiği [54] ile tanımlanan kinetik spin-1 Blume-Capel modelinin kararlı durumları ortalama alan yaklaşımı kullanılarak incelenecek ve sistemin zamanla değişimi Glauber-tipi stokastik dinamik kullanılarak tanımlanacaktır. Elde edilen diferansiyel denklem, Adams-Moulton kestirme ve düzeltme ve Romberg integrasyon metotları kullanılarak çözülecektir. Özellikle, mıknatıslanmanın zamana bağlı olarak davranışı ve ortalama mıknatıslanmasının indirgenmiş sıcaklık ve indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı incelenecek ve buradan hareketle dinamik faz geçiş noktaları bulunacak, faz diyagramları indirgenmiş sıcaklık-indirgenmiş manyetik alan (T, h) düzleminde sunulacaktır. Çözümlerin kararlılıklarının ve dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunduğunun kontrolleri ise Lyapunov üstelleri hesaplanarak yapılacaktır. Bu tip hesaplama ilk kez Tome ve Oliveira [55] tarafından spin-1/2 Ising sistemine uygulanmıştır. Daha sonra Buendia ve Machado [56] modeli klasik spin-1 ve spin-1/2 Ising sistemine uygulamışlar ve ayrıca spin-1 Blume-Capel modeli için (T, h) düzleminde iki faz diyagramı elde etmişlerdir, fakat detaylı inceleme yapmamışlardır. Elde edilen bu iki faz diyagramından biri ise eksiktir. Bunun nedeni ise, daha yüksek manyetik alan değerleri için hesap yapılmamasıdır. Bununla beraber, Buendia ve Machado [56] bu çalışmada, çözümlerin kararlılığını gösteren Lyapunov üstellerini de hesaplamamışlardır.

Bu giriş bilgilerinden sonra, ikinci bölümde Glauber modeli, master denklemi ve moleküler alan yaklaşımı hakkında genel bilgiler verildi ve Glauber modeli önce tek bir spin-1/2 parçacıktan oluşan sisteme daha sonra da N tane spin-1/2 parçacıktan oluşan bir sisteme uygulandı ve bunun sonucunda sistemi tam olarak tanımlayan, gerekli diferansiyel denklemler elde edildi. Ayrıca spin-1 Blume-Capel modeli kısaca tanıtıldı. Üçüncü bölümde ise zamana bağlı dış manyetik alan altında kinetik spin-1 Blume-Capel modeli için master denkleminin kullanılmasıyla, sistemin dinamik davranışını veren diferansiyel denklem elde edildi ve bu diferansiyel denklemin çözülmesiyle, mıknatıslanmasının zamana bağlı değişimi ve ortalama mıknatıslanmasının indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı incelendi. Çözümlerin kararlılığını ve dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunduğunu kontrol etmek

amacıyla Lyapunov üstelleri daima hesaplandı. Buradan hareketle elde edilen faz diyagramları (T, h) düzleminde sunuldu. Son bölümde ise elde edilen sonuçların tartışması verildi.

BÖLÜM 2

METOT VE MODELİN TANITIMI

2.1. Glauber dinamiği

Bu kesimde, öncelikle zamana bağlı kooperatif olayların incelenmesinde kullanılan ve önemli metotlardan birisi olan Glauber [54] modeli ve Glauber modelinin temelini oluşturan master denklemi hakkında kısaca bilgi verilecektir. Glauber modeli önce tek bir spinden oluşan spin-1/2 Ising sistemine, daha sonra ise N tane spinden oluşan spin-1/2 Ising sistemine uygulanarak açıklanacaktır.

2.1.1. Glauber dinamiği ve master denklemi

Dengesiz istatistik mekaniğin incelenmesinde karşılaşılan en büyük zorluk sistemi incelemek için gerekli formülleri elde etmenin çok zor oluşudur. Bundan dolayı, kooperatif sistemlerin zamana bağlı davranışları hakkında yapılacak çalışmalar çok önem arz etmektedir. Bu durumdan hareketle Glauber [54], spin-1/2 Ising modelini farklı bir şekilde tasarlamak için istatistik süreci zamanın bir fonksiyonu gibi ele almıştır ki bu durum modelin temelini oluşturmaktadır. Burada tartışılacak olan model stokhastik bir modeldir. N tane sabit parçacığın spinleri zamanın stokhastik bir fonksiyonu olarak $S_i(t)$, ($i=1,2,\dots,N$) ile gösterilir. S_i spin sistemine göre farklı değerler alır ve rasgele bu değerler arasında geçiş yapabilir. Bu geçişler, spinlerin ısı deposu gibi bir dış vasıta ile etkileşmesi sonucu meydana gelir. Bununla birlikte, spinlerin geçiş ihtimaliyetleri ısı deposunun etkisinin yanı sıra komşu spinlerin anlık değerlerine de bağlıdır. Bu sebepten dolayı, komşu spinlerin değerleri arasında istatistiksel bir ilişki bulunmaktadır. N tane spinden oluşan bir spin sistemini bir birim olarak ele almak için, geçiş ihtimaliyetleri vasıtasıyla spin çiftlerini matematiksel terimler kullanarak ifade etmek gerekmektedir. Eğer spin çiftlerinin dağılımı çok fazla

karmaşık değilse ihtimaliyetlere bağlı olarak bir diferansiyel denklem üretilebilir ve bu diferansiyel denklem kolaylıkla çözülebilir.

Modelin davranışının tanımlanması ve formülize edilmesi için spin fonksiyonlarının beklenen değerlerinin zaman içerisindeki değişmesini veren diferansiyel denklem elde edilmeli ve bu denklemin çözümü yapılmalıdır. Model, tek bir spinden oluşan basit sistemlere uygulanabileceği gibi N tane spinden oluşan basit sistemlere de uygulanabilir. Ayrıca, modeli zamanla değişen düzgün bir manyetik alan varlığında tanımlayabiliriz.

Glauber modelinin temel denklemi master denklemdir. Olasılık dağılımının zamanla değişimini gösteren denkleme master denklemi denir. Master denklemi çok geniş bir uygulama alanına sahiptir ve bu nedenle istatistik fizikte kullanılan en önemli denklemlerden biridir. Kimyada, biyolojide, popülasyon dinamiğinde, akışkanlar dinamiğinde, lazer fiziğinde, yarı iletkenlerde ve benzeri bir çok bilim dallarında master denkleminde yararlanılmaktadır. Master denkleminde, olasılık dağılımının diğer bir ifadeyle ihtimaliyet fonksiyonunun zaman içerisindeki değişimi stokastik değişkenlerin alabileceği farklı değerler arasındaki geçişlere bağlıdır. Böylece stokastik değişkenlerin farklı değerleri arasındaki geçişler sebebiyle sistemin verilen bir durumda bulunma olasılığı zamanla değişecektir. Bu değişme sistem zaman içerisinde son denge durumuna ulaşıncaya kadar devam edecektir.

Master denkleminin en basit uygulamalarından birisi Markov zincirleridir. Burada kesikli zaman değerlerinde kesikli stokastik değişkenler arasında geçişler meydana gelmektedir. Geçiş matrisinin düzenli olduğu durumda, sistem başlangıçtaki durumundan bağımsız olarak denge durumuna ulaşır.

Master denklemini elde etmek için, stokastik değişkenler arasında meydana gelen her bir geçiş olasılığının sistemin geçmişteki herhangi bir durumuna bağlı olmadığı durum ele alınmaktadır. Stokastik değişkenlerin değerleri arasında meydana gelen geçişler küçük adımlarla olursa, bu durumda master denklemi yaklaşık olarak, kısmi bir diferansiyel denkleme indirgenebilir.

Master denklemi

$$\frac{\partial P_1(y_2, t)}{\partial t} = \int \{W(y_1, y_2)P_1(y_1, t) - W(y_2, y_1)P_1(y_2, t)dy_1\}, \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, sağdaki ilk terim y_1 durumlarından y_2 durumlarına geçişler, ikinci terim ise y_2 durumundan y_1 durumuna geçişler sebebiyle $P_1(y_2, t)$ olasılık yoğunluğunun değişme oranını vermektedir. W ise olasılık yoğunluğunu göstermektedir. Denklem (2.1) ile verilen master denklemini veren ifade de değişkenler kesikli olduğunda integral yerine toplam alınır.

Son derece basit sistemler dışında master denkleminin tam olarak çözülmesi imkansızdır. Bununla birlikte sistem toplam hacim ya da toplam parçacık gibi geniş parametrelere sahipse, yaklaşık çözümü bulmak için sistematik bir genişletme işlemi Van Kampen [57] tarafından geliştirilmiştir.

2.1.2. Tek bir spin-1/2 parçacıktan oluşan bir sistem için Glauber modeli

Tartışmamıza zamana bağlı süreçte, manyetik alan yokluğunda tek bir spin-1/2 Ising spininden oluşan son derece basit bir sistemle başlıyoruz. Burada sistem bir ısı deposu ile temas etmektedir. Sistemde spinler $s(s=\pm 1)$ durumunda bulunabilirler yani spinlerin yönlenimi yukarı ya da aşağı yöne doğrudur. Birim zamanda herhangi bir spinin bir durumdan diğer bir duruma geçiş ihtimaliyeti diğer bir ifadeyle olasılık yoğunluğu W ile gösterilir.

Sistemin t zamanında $s (s=\pm 1)$ durumunda bulunma ihtimaliyeti ise $P(s,t)$ ifadesi ile verilir. Sistemin tam bir tanımlamasının yapılabilmesi için $P(s,t)$ geçiş ihtimaliyeti ifadesinin bilinmesi gerekir. Burada;

$P(1,t) \equiv$ Sistemin t zamanında $s=+1$ durumunda bulunduğu zamandaki ihtimaliyet,

$P(-1,t) \equiv$ Sistemin t zamanında $s=-1$ durumunda bulunduğu zamandaki ihtimaliyet,

olarak gösterilir.

Normalizasyon şartından

$$P(1,t) + P(-1,t) = 1, \quad (2.2)$$

olduğu kolaylıkla yazılır.

$P(s,t)$ ifadesini hesaplayabilmek için bir diferansiyel denklem inşa etmeli ve bu diferansiyel denklemi çözmek zorundayız. $P(s,t)$ olasılık yoğunluğunun zaman içerisindeki değişimi master denklemi ile verilir. Ele aldığımız sistem için master denklemi

$$\frac{d}{dt}P(s,t) = -WP(s,t) + WP(-s,t), \quad (2.3)$$

şeklinde yazılır. Burada ilk ifadedeki $-$ işareti spinlerin zaman içindeki geçişleri sırasında $P(-s,t)$ ihtimaliyeti artarken $P(s,t)$ ihtimaliyetinin azaldığını göstermektedir. Beklenildiği gibi son derece basit sistemler dışında master denkleminin tam çözümlerinin bulunması çok zordur. Burada sistem master denkleminin çözülmesi için elverişlidir. Herhangi bir spinin zaman içindeki genel beklenen değer ifadesi

$$Q(t) \equiv \langle Q(t) \rangle = \sum_{j=1}^2 S_j P(S_j, t), \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada, toplam S_j 'nin mümkün durumları üzerinden alınır. $S_j = \pm 1$ değerlerini aldığına göre, bu durumda (2.4) ifadesi açıkça yazılırsa

$$Q(t) = P(1,t) - P(-1,t), \quad (2.5)$$

olarak elde edilir. (2.2) ve (2.5) denklemlerinin yardımıyla $S_j = \pm 1$ değerleri için olasılık yoğunlukları

$$P(+1,t) = \frac{1}{2} \{1 + Q(t)\}, \quad (2.6.a)$$

$$P(-1,t) = \frac{1}{2} \{1 - Q(t)\}, \quad (2.6.b)$$

olarak bulunur. (2.6.a) ve (2.6.b) denklemleri (2.3) denkleminde yerine yazılırsa

$$\frac{d}{dt}Q(t) = -2WQ(t), \quad (2.7)$$

elde edilir. Buradan her iki tarafın integrali alınır ve gerekli işlemler yapılırsa zaman içindeki genel beklenen değer ifadesi

$$Q(t) = Q(0)e^{-2Wt}, \quad (2.8)$$

olarak bulunur.

Böylece master denklemi çözülmüş oldu. (2.8) denklemi bize spinlerin ortalama olarak sistemin başlangıç durumundan ($t=0$ zamanındaki durum) son durumuna ($t=\infty$ zamanındaki durum) $\frac{1}{2W}$ gevşeme zamanı ile üstel olarak azalacağını söylemektedir.

Daha karmaşık Ising sistemleri için, beklenen değer ifadeleri $Q(t)$ 'ye benzerdir fakat sistemler denge durumuna farklı gevşeme zamanları ile ulaşırlar.

2.1.3. N tane spin-1/2 parçacıktan oluşan bir spin sistemi için Glauber modeli

N tane spin-1/2 parçacıktan oluşan bir spin sistemi için Ising Hamiltonyeni

$$\mathcal{H} = - \sum_{j,k=1}^N J_{jk} S_j S_k - \mu H \sum_{j=1}^N S_j, \quad (2.9)$$

şeklinindedir. Burada $j \neq k$ dışında ilk toplam j ve k örgü noktalarının tüm çiftleri üzerinden alınmaktadır. S_j iki atomlu değişkendir ve $S_j = \pm 1$ değerini alır. J_{jk} , j ve k örgüleri arasındaki etkileşme parametresi, μ her spin için manyetik moment H ise dış manyetik alandır. H dış manyetik alanı sabit olabileceği gibi zaman içerisinde değişebilir. (2.9) Ising Hamiltonyen denklemi ile tanımlanan bir fiziksel sistem kendiliğinden herhangi başka bir duruma değişmez ve bu yüzden kendine özgü dinamik özelliklere sahip değildir. Çünkü tüm S_j operatörleri (2.9) ile verilen Ising Hamiltonyeni ile komut ederler ve bundan dolayı zamanın bir fonksiyonu olarak sabitlerdir. Buna göre bir dinamik model sistem elde etmek için (2.9) ile verilen Hamiltonyen ifadesine ek olarak bir dış pertürbasyon öne sürülmek zorundadır. Bu pertürbasyon ifadesi, ilk kez ihtimaliyet fonksiyonlarının göz önüne alınması ile 1963 yılında Glauber [54] tarafından türetilmiştir.

Glauber [54], (2.9) Hamiltonyen ifadesi ile tanımlanan Ising sistemlerinin bir ısı banyosu ile temas halinde olduğunu ve spinlerin bir durumdan diğer bir duruma zamana

bağlı olarak değiştiğini öngörmüştür. Yani herhangi bir spinin S_j durumundan $-S_j$ durumuna geçişini bir ihtimaliyet fonksiyonu olarak ele almıştır.

Herhangi bir j 'inci spinin S_j durumundan $-S_j$ durumuna birim zamandaki geçiş ihtimaliyeti diğer bir ifadeyle olasılık yoğunluğu, $W_j(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$ şeklinde tanımlanır. Bu manada Glauber modelinin stokastik bir model olduğu söylenebilir. Bu tanımlamadan yola çıkarsak bu modelin dinamiğini inceleyebilmek için $W_j(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$ olasılık yoğunluğu ifadesinin elde edilmesi gerekmektedir. $W_j(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$ olasılık yoğunluğunun sistemin daha önceki durumundan bağımsız olduğu varsayılır. Bu durumda $W_j(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$, spin sisteminin $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$ konfigürasyonuna bağlı olmasına rağmen birim zamandaki olasılık yoğunluğu $W_j(S_j)$ olarak basitçe yazılabilir. Bu şekildeki dinamik Ising modelinin tam bir istatistik tanımlamasının yapılabilmesi için t zamanında spin sisteminin $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N)$ konfigürasyonunda bulunduğu zamandaki ihtimaliyet fonksiyonunun yani $P(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N; t)$ ifadesinin bilinmesi gerekir. Bu ihtimaliyet fonksiyonunun zamana bağlı denklemleri master denklemleri ile verilir. Buna göre master denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P(S_1, S_2, \dots, S_N, t) = & - \sum_{j=1}^N W_j(S_j) P(S_1, \dots, S_j, \dots, S_N; t) \\ & + \sum_{j=1}^N W_j(-S_j) P(S_1, \dots, -S_j, \dots, S_N; t), \quad (2.10) \end{aligned}$$

olarak yazılır. Burada, ilk toplam sistem $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_j, \dots, S_N)$ konfigürasyonunda bulunduğu zamanki duruma, ikinci toplam ise sistem $(S_1, S_2, S_3, \dots, -S_j, \dots, S_N)$ konfigürasyonunda bulunduğu zamanki duruma karşılık gelir. Denklem (2.10) ile verilen master denkleminin çözümü güçlü bir şekilde olasılık yoğunluğu ifadesi $W_j(S_j)$ 'ye bağlıdır. Burada şu noktayı da belirtmeliyiz ki olasılık yoğunluğu ele aldığımız stokastik modele uygundur.

Şimdi (2.10) ile verilen master denkleminin çözümünü bulalım. Sistemin denge durumu göz önüne alınırsa

$$\frac{d}{dt}P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) = 0, \quad (2.11)$$

olacaktır. Bu durumda (2.10) ile verilen eşitliğin sağ yanı için

$$W_j(S_j)P_0(S_1, \dots, S_j, \dots, S_N) = W_j(-S_j)P_0(S_1, \dots, -S_j, \dots, S_N), \quad (2.12)$$

yazılır. Burada $P_0(S_1, \dots, S_j, \dots, S_N)$ ve $P_0(S_1, \dots, -S_j, \dots, S_N)$ ifadeleri sistem dengede iken spinlerin sırasıyla, $(S_1, S_2, S_3, \dots, S_j, \dots, S_N)$ ve $(S_1, S_2, S_3, \dots, -S_j, \dots, S_N)$ konfigürasyonlarında bulunma ihtimaliyetini göstermektedir. Genel kanonik dağılım formülü

$$P_0(S_1, S_2, \dots, S_N) \propto \exp(-\beta H), \quad (2.13)$$

şeklinde olduğuna göre (2.12) denkleminde olasılık yoğunluklarının oranı

$$\frac{W_j(S_j)}{W_j(-S_j)} = \frac{\exp(-\beta E_j S_j)}{\exp(\beta E_j S_j)}, \quad (2.14)$$

olarak bulunur. Burada, E_j genel Hamiltonyen ifadesinden

$$E_j = \mu H + \sum_{k=1}^N J_{jk} S_k, \quad (2.15)$$

şeklinde elde edilir. Şayet, üstel açılımı ve kosinüsün simetrik, sinüsün simetrik olmadığı göz önüne alınırsa ve

$$\exp(\beta E_j S_j) = \text{Cosh} \beta E_j + S_j \text{Sinh} \beta E_j = \text{Cosh} \beta E_j (1 + S_j \tanh \beta E_j), \quad (2.16)$$

$$\exp(-\beta E_j S_j) = \text{Cosh} \beta E_j - S_j \text{Sinh} \beta E_j = \text{Cosh} \beta E_j (1 - S_j \tanh \beta E_j), \quad (2.17)$$

eşitliklerinden yararlanılırsa olasılık yoğunluklarının oranı

$$\frac{W_j(S_j)}{W_j(-S_j)} = \frac{1 - S_j \tanh \beta E_j}{1 + S_j \tanh \beta E_j}, \quad (2.18)$$

olarak bulunur. Buradan olasılık yoğunluğu

$$W_j(S_j) = \frac{1}{2\tau} (1 - S_j \tanh \beta E_j), \quad (2.19)$$

şeklinde verilir. τ zamanın tersi boyutunda bir sabittir ve dinamik sürecin zaman skalasını belirler. Eğer bu sistemi $H(t)$ gibi zamana bağlı dış manyetik alanın etkisinde bir sisteme genişletmek istersek (2.19) eşitliği değişmez fakat bu durumda (2.15) ile verilen enerji ifadesi farklı olacaktır. Bununla ilgili tartışma bu bölümün daha sonraki aşamalarında yapılacaktır. Genellikle çok karmaşık sistemlerde (2.10) ile verilen master denkleminin tam olarak çözümü yapılamaz. Daha basit sistemlerde ise genel beklenen değer ifadesinden yararlanarak çözüm bulunabilir. Genel beklenen değer ifadesi

$$\langle S_j \rangle = \sum_{\{S\}} S_j P(S_1, S_2, \dots, S_N; t), \quad (2.20)$$

şeklindedir. Burada toplam, spin sisteminin tüm mümkün konfigürasyonları üzerinden alınacaktır. Buradan, $\langle S_j \rangle$ 'nin zaman içerisindeki değişimi göz önüne alınacak olursa yani zamana göre türevi alınır

$$\frac{d}{dt} \langle S_j \rangle = \sum_{\{S\}} \frac{\partial S_j}{\partial t} P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) + \sum_{\{S\}} S_j \frac{\partial P}{\partial t} (S_1, S_2, \dots, S_N; t), \quad (2.21)$$

olarak yazılabilir. S_j açıkça zamana bağlı olmadığından

$$\frac{\partial S_j}{\partial t} = 0, \quad (2.22)$$

olur ve bu durumda (2.21) eşitliği

$$\frac{d}{dt} \langle S_j \rangle = \sum_{\{S\}} S_j \frac{\partial P}{\partial t} (S_1, S_2, \dots, S_N; t), \quad (2.23)$$

şekline dönüşür.

(2.10) ile verilen master eşitliğini (2.23) denkleminde yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle S_j \rangle &= \sum_{\{S\}} S_j \left(- \sum_{j=1}^N W_j(S_j) P(S_1, S_2, \dots, S_j, \dots, S_N; t) \right) \\ &+ \sum_{\{S\}} S_j \left(\sum_{j=1}^N W_j(-S_j) P(S_1, S_2, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) \right), \end{aligned} \quad (2.24)$$

olarak bulunur. Burada, $S_j = \pm 1$ değerleri için master eşitliğini simetrik olarak yazabilmek için sadece +1'i alıp 2 ile çarpalım ve τ sabit olmak üzere olasılık yoğunluğu için verilen 2.19 denklemini (2.24) denkleminde yerine yazalım.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle S_j \rangle &= 2 \left(- \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\tau} (1 - \tanh \beta E_j) P(S_1, S_2, \dots, S_j, \dots, S_N; t) \right. \\ &\left. + \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\tau} (1 + \tanh \beta E_j) P(S_1, S_2, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

Gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned} \tau \frac{d}{dt} \langle S_j \rangle &= \sum_{j=1}^N \left[P(S_1, S_2, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) - P(S_1, S_2, \dots, S_j, \dots, S_N; t) \right] \\ &+ \sum_{j=1}^N \tanh \beta E_j \left[P(S_1, \dots, S_j, \dots, S_N; t) + P(S_1, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) \right], \end{aligned} \quad (2.26)$$

elde edilir. (2.26) denkleminde köşeli parantez içindeki ilk terim yönelmeler farkını göstermektedir ve

$$\sum_{j=1}^N (P(S_1, S_2, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) - P(S_1, S_2, \dots, S_j, \dots, S_N; t)) = -\langle S_j \rangle, \quad (2.27)$$

değerine eşittir.

$$\sum_{j=1}^N \tanh \beta E_j \left[P(S_1, \dots, S_j, \dots, S_N; t) + P(S_1, \dots, -S_j, \dots, S_N; t) \right] = \langle \tanh \beta E_j \rangle, \quad (2.28)$$

olduğu göz önüne alınırsa

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S_j \rangle = -\langle S_j \rangle + \langle \tanh \beta E_j \rangle, \quad (2.29)$$

diferansiyel denklemi elde edilir [54]. Böylece sabit manyetik alan altında N tane spin-1/2 parçacıktan oluşan bir sistemin herhangi bir S_j 'inci spininin zaman içerisindeki

beklenen değerindeki değişmeyi veren diferansiyel denklem elde edilmiş oldu. Bu aşamadan sonra (2.15) ile verilen enerji ifadesi (2.29) da yerine yazılır ve nümerik olarak diferansiyel denklemin çözülrse sistemin özellikleri incelenebilir.

şimdi, sabit bir manyetik alan yerine, zamanla değişen bir manyetik alan kullanalım ve (2.9) ile verilen Ising Hamiltonyeni yerine de

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{N} \sum_{j,k=1}^N S_j S_k - H \sum_{j=1}^N S_j, \quad (2.30)$$

Hamiltonyenini ele alalım. Burada, $J > 0$, H ise zamanla değişen sinüzoidal manyetik alandır ve

$$H(t) = H_0 \text{Cos}(wt), \quad (2.31)$$

ile verilir. Hamiltonyen ifadesine göre sistemin enerjisi ise

$$E_i = \frac{J}{N} \sum_{j \neq i} S_j + H(t), \quad (2.32)$$

şeklinde elde edilir. Termodinamik limit gereği $N \rightarrow \infty$ alınırsa

$$E_i = J \langle S_i \rangle + H(t), \quad (2.33)$$

olur. Bulunan enerji ifadesi ve manyetik alan değeri (2.29) denkleminde yerine yazılırsa

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S_i \rangle = -\langle S_i \rangle + \tanh \left\{ \beta \left[J \langle S_i \rangle + H_0 \text{Cos}(wt) \right] \right\}, \quad (2.34)$$

elde edilir. Burada gerekli düzenlemeler yapılırsa, zamanla değişen manyetik alan altında N tane spin-1/2'den oluşan bir sistem için diferansiyel denklem ifadesi

$$\Omega \frac{dm}{d\xi} = -m + \tanh \left[\frac{1}{T} (m + h \text{Cos} \xi) \right], \quad (2.35)$$

olarak bulunur [55]. Burada, $m = \langle S_i \rangle$, $\xi = wt$, $T = (\beta J)^{-1}$, $h = \frac{H_0}{J}$, $\Omega = w\tau$

şeklindedir. T , h ve Ω boyutsuz parametrelerdir.

2.2. Moleküler alan yaklaşımı

Moleküler alan yaklaşımı, dinamik kooperatif olayların incelenmesinde kullanılan en basit modellerden biridir. Moleküler alan yaklaşımını kullanırsak, (2.15) ile verilen enerji ifadesinde,

$$S_k = \langle S_k \rangle, \quad k \neq j \quad (2.36)$$

$$\langle S_k \rangle = \langle S \rangle, \quad (2.37)$$

yazılabilir. Denklem (2.37), ortalama olarak her spinin diğer her bir spin gibi davranabileceğini göstermektedir. Bu durum sistemin başlangıçta dengede olduğu duruma karşılık gelmektedir ve daha sonra sistem bir etkiye maruz kalarak denge durumundan ayrılabilir. Sistemin denge durumundan ayrılması ani bir sıcaklık değişmesi (farklı sıcaklıkta yeni bir ısı banyosu ile temas ile olabilir) ve ya manyetik alanın aniden kapatılması ile olabilir.

(2.36), (2.37) ve (2.15) denklemleri sabit manyetik alan için bulunan (2.29) denkleminde yerine yazılırsa, moleküler alan yaklaşımında hareketin denklemi

$$\tau \frac{d\langle S \rangle}{dt} = -\langle S \rangle + \tanh \beta\mu(H + \lambda \langle S \rangle), \quad (2.38)$$

şeklinde elde edilir. Burada, λ moleküler alan parametresidir ve

$$\lambda = \frac{1}{\mu} \sum_{k=1}^N J_{jk}, \quad (2.39)$$

şeklinde tanımlanır. Denge durumunda

$$\frac{d\langle S \rangle}{dt} = 0, \quad (2.40)$$

olduğuna göre (2.38) ile verilen diferansiyel denklem

$$\langle S \rangle = \tanh \beta\mu(H + \lambda \langle S \rangle), \quad (2.41)$$

şekline indirgenir ki bu denklem statik kooperatif olayların moleküler alan denklemine benzerdir. $H = 0$ olduğu zaman, kritik sıcaklıklardan daha az sıcaklıklar için (2.41) denklemi sıfır olmayan çözümlere sahiptir ve kritik sıcaklık

$$T_c = \frac{\mu\lambda}{k}, \quad (2.42)$$

olarak bulunur. Kritik sıcaklığa çok yakın sıcaklıklar için ve denge durumundan küçük bir ayrılma durumunda hiperbolik tanjant fonksiyonunu Taylor serisinin ilk iki terimi için açabiliriz. Bu durumda $H = 0$ için,

$$\tau \frac{d\langle S \rangle}{dt} = -\varepsilon \langle S \rangle - Q \langle S \rangle^3 \quad (2.43)$$

denklemini elde edilir. Burada

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_c}{T} = \frac{T_c}{T} \varepsilon, \quad (2.44)$$

$$Q = \frac{1}{3} (\beta m \lambda)^3, \quad (2.45)$$

şeklindedir. (2.43) denklemini Bernoulli diferansiyel denklemdir. Bu denklemin her iki tarafı $\langle S \rangle^3$ ile bölünür ve $y = \langle S \rangle^{-2}$ olarak tanımlanırsa

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \tau \frac{d}{dt} y = -\varepsilon y - Q, \quad (2.46)$$

elde edilir. $T \neq T_c$ için denklemin çözümü

$$\langle S \rangle = \left\{ \left(\frac{Q}{\varepsilon} + \frac{1}{S_0^2} \right) e^{\frac{2\varepsilon t}{\tau}} - \frac{Q}{\varepsilon} \right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.47)$$

$T = T_c$ için denklemin çözümü

$$\langle S \rangle = \left(S_0^{-2} + \frac{2Qt}{\tau} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (2.48)$$

olarak bulunur. Burada, $t=0$ olduğu zaman $\langle S \rangle$ 'nin değeri S_0 'a eşittir. Sıcaklık, kritik sıcaklık değerine yaklaşırken sistemin gevşeme zamanı sonsuza gider.

2.3. Spin-1 Blume-Capel Modeli

Kristal alan etkileşmeli veya tek iyon anizotropili spin-1 Ising Hamiltonyeni spin-1 Ising modeli genelde Blume-Capel modeli diye adlandırılır ve istatistik fizik ve yoğun madde fiziğinde en fazla kullanılan modellerden biridir. Giriş bölümünde belirtildiği gibi model ilk olarak Blume [24] ve Capel [25-26] tarafından birbirinden bağımsız olarak geliştirilmiştir ve kırk yıldan beri çeşitli fiziksel sistemlerde meydana gelen multikritik olayların incelenmesinde temel rol oynamaktadır. Blume-Capel (BC) modeli üç durumlu ve iki düzen parametrelili bir modeldir. Bu üç durum $S_i = \pm 1, 0$ 'dır. Düzen parametreleri ise (1) m , ortalama mıknatıslanmadır ki bir tarafa yönelmenin diğer tarafa yönelmeden fazlalığını gösterir ve dipol moment diye adlandırılır; (2) q kuadropol momenttir ve $q = \langle m^2 \rangle$ veya $q = 3\langle m^2 \rangle - 2$ şeklinde tanımlanır. İkinci tanım sıcaklık sonsuza gittiğinde $q = 0$ olmasını sağlar. Bu çalışmada kullanılacak olan Blume-Capel model Hamiltonyeni

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j - D \sum_i S_i^2 - H \sum_i S_i, \quad (2.49)$$

şeklindedir. Burada, $S_i = \pm 1, 0$ değerlerini alır. $\langle ij \rangle$ ifadesi toplamın en yakın komşu çiftler üzerinden alınacağını gösterir. J bilineer etkileşim parametresi, D kristal alan etkileşmesi, $H(t)$ ise zamana bağlı salınımlı dış manyetik alandır ve

$$H(t) = H_0 \cos(\omega t), \quad (2.50)$$

ile verilir. Burada H_0 ve ω sırasıyla salınımlı dış manyetik alanın genliği ve açısal frekansıdır. Sistem mutlak T sıcaklığında izotermal ısı banyosu ile temas etmektedir.

BÖLÜM 3

ZAMANA BAĞLI SALINIMLI MANYETİK ALAN ALTINDA MODELİN DİNAMİĞİ

3.1. Ortalama alan dinamik denklemlerin elde edilmesi

Bu kesimde zamana bağlı salınımlı manyetik alan altında kinetik spin-1 Blume-Capel modeli için, sistemin davranışını tam olarak açıklayan diferansiyel denklem elde edilecektir. Bunun için Glauber modelini kullanacağız ve master denklemden yararlanacağız..

Sistem mutlak T sıcaklığında izotermal ısı banyosu ile temas etmektedir. Sistemin zamanla değişimi Glauber-tipi stokastik dinamik kullanılarak tanımlanır. Sistem Glauber-tipi stokastik dinamiğe göre birim zamanda $1/\tau$ oranında değişim gösterir. Sistemin t zamanında, (S_1, S_2, \dots, S_N) , spin konfigürasyonuna sahip olduğu andaki ihtimaliyet fonksiyonu ise, $P(S_1, S_2, \dots, S_N)$ ile gösterilir. İhtimaliyet fonksiyonun zamana bağlılığı, spinler arası etkileşmeyi de tam olarak açıklayan master denklemi ile verilir. Master denklemi

$$\frac{d}{dt} P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) = - \sum_i \left(\sum_{S_i \neq S'_i} W_i(S_i \rightarrow S'_i) P(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_N; t) \right) + \sum_i \left(\sum_{S_i \neq S'_i} W_i(S'_i \rightarrow S_i) P(S_1, S_2, \dots, S'_i, \dots, S_N; t) \right). \quad (3.1)$$

şeklinindedir. Burada $W_i(S_i \rightarrow S'_i)$ herhangi bir i'inci spinin S_i durumundan S'_i durumuna geçiş yoğunluğu veya olasılık yoğunluğudur. Yani sistem T mutlak sıcaklığında ısı banyosu ile temas halinde iken her spin S_i durumundan S'_i durumuna $W_i(S_i \rightarrow S'_i)$ olasılığı ile değişir. Denge durumunda

$$\frac{d}{dt} P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) = 0, \quad (3.2)$$

olur. Bu durumda (3.1) ile verilen master denkleme dikkat edilirse

$$W_i(S_i \rightarrow S'_i)P(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N) = W_i(S'_i \rightarrow S_i)P(S_1, \dots, S'_i, \dots, S_N), \quad (3.3)$$

olduğu kolaylıkla görülebilir ve master denklemden olasılık yoğunlukları oranı

$$\frac{W_i(S_i \rightarrow S'_i)}{W_i(S'_i \rightarrow S_i)} = \frac{P(S_1, S_2, \dots, S'_i, \dots, S_N)}{P(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_N)}, \quad (3.4)$$

Şeklinde bulunur. Buradan

$$P(S_1, S_2, \dots, S_N) \propto \exp(-\beta H), \quad (3.5)$$

şeklindeki genel kanonik dağılım ifadesinden yararlanılırsa olasılık yoğunluğu,

$$W_i(S_i \rightarrow S'_i) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(-\beta \Delta E(S_i \rightarrow S'_i))}{\sum_{S'_i} \exp(-\beta \Delta E(S_i \rightarrow S'_i))}, \quad (3.6)$$

şeklinde verilir. Burada $\sum_{S'_i}$ toplamın $S'_i = +1, -1, 0$ değeri üzerinden alınacağını gösterir.

$\beta = \frac{1}{k_B T}$ şeklindedir. Burada, k_B Boltzman sabitidir. ΔE ise herhangi bir S_i spininin S'_i durumuna geçtiği zamanda sistemin enerjisinde meydana gelen değişmeyi gösterir

ve (2.50) ile verilen genel Hamiltonyen ifadesinden yararlanarak

$$\Delta E(S_i \rightarrow S'_i) = -(S'_i - S_i)(J \sum_{\langle j \rangle} S_j + H) - (S_i'^2 - S_i^2)D, \quad (3.7)$$

şeklinde bulunur. Şimdi her mümkün $S'_i \rightarrow S_i$ geçişi için sistemin enerjisinde meydana gelen değişmeyi veren ifadeleri elde edelim. Bunlar

$$\Delta E(1 \rightarrow 0) = -(0 - 1)a - (0^2 - 1^2) = a + D \quad (3.8.a)$$

$$\Delta E(0 \rightarrow 1) = -(1 - 0)a - (1^2 - 0^2) = -a - D \quad (3.8.b)$$

$$\Delta E(-1 \rightarrow 1) = -(1 - (-1))a - (1^2 - (-1)^2) = -2a \quad (3.8.c)$$

$$\Delta E(-1 \rightarrow 0) = -(0 - (-1))a - (0^2 - (-1)^2) = -a + D \quad (3.8.d)$$

$$\Delta E(1 \rightarrow -1) = -(-1-1)a - ((-1)^2 - 1^2) = 2a \quad (3.8.e)$$

$$\Delta E(0 \rightarrow -1) = -(-1-0)a - ((-1)^2 - 0^2)D = a - D \quad (3.8.f)$$

$$\Delta E(1 \rightarrow 1) = -(1-1)a - (1^2 - 1^2)D = 0 \quad (3.8.g)$$

$$\Delta E(0 \rightarrow 0) = -(0-0)a - (0^2 - 0^2)D = 0 \quad (3.8.h)$$

$$\Delta E(1 \rightarrow 1) = -(1-1)a - (1^2 - 1^2)D = 0 \quad (3.8.i)$$

Burada, $a = \sum_{\langle j \rangle} S_j + H$ 'dır. Son üç enerji seviyesinin aynı düzeye karşılık geldiği görülmektedir ve bu geçişler sırasında sistemin enerjisinde bir değişiklik olmamaktadır. Şimdi ise bulduğumuz bu enerji değişimi ifadelerini (3.6) denkleminde yerine yazalım ve her $S_i' \rightarrow S_i$ geçişi için olasılık yoğunluklarını bulalım.

$$W_i(1 \rightarrow 0) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(-\beta D)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.a)$$

$$W_i(-1 \rightarrow 0) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(-\beta D)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.b)$$

$$W_i(-1 \rightarrow 1) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(\beta a)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.c)$$

$$W_i(0 \rightarrow 1) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(\beta a)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.d)$$

$$W_i(1 \rightarrow -1) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(-\beta a)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.e)$$

$$W_i(0 \rightarrow -1) = \frac{1}{\tau} \frac{\exp(-\beta a)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)} \quad (3.9.f)$$

$$W_i(0 \rightarrow 0) = 0 \quad (3.9.g)$$

$$W_i(1 \rightarrow 1) = 0 \quad (3.9.h)$$

$$W_i(-1 \rightarrow -1) = 0 \quad (3.9.i)$$

Olasılık yoğunluğu ifadelerine dikkat edilirse $W_i(S_i \rightarrow S'_i)$ 'nin S_i 'ye bağlı olmadığını kolayca görebiliriz ve $W_i(S_i \rightarrow S'_i) = W_i(S'_i)$ yazabiliriz. Bu durumda

$$W_i(1 \rightarrow 0) = W_i(-1 \rightarrow 0) = W_i(0), \quad (3.10.a)$$

$$W_i(-1 \rightarrow 1) = W_i(0 \rightarrow 1) = W_i(1), \quad (3.10.b)$$

$$W_i(1 \rightarrow -1) = W_i(0 \rightarrow -1) = W_i(-1), \quad (3.10.c)$$

olduğu görülür. Buna göre (3.1) ile verile master denklemi

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) = & - \sum_i \left(\sum_{S'_i \neq S_i} W_i(S'_i) P(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_N; t) \right) \\ & + \sum_i \left(\sum_{S_i \neq S'_i} W_i(S_i) P(S_1, S_2, \dots, S'_i, \dots, S_N; t) \right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

şekline dönüşür. Burada, (3.9) ve (3.10) bağıntılarını kullanırsak

$$\sum_{S_i \neq S'_i} W_i(S'_i) = W_i(1) + W_i(0) + W_i(-1), \quad (3.12)$$

$$\sum_{S_i \neq S'_i} W_i(S'_i) = \frac{1}{\tau} \quad (3.13)$$

şeklinde bulunur.

Genel beklenen değer ifadesi

$$\frac{d}{dt} \langle S_k \rangle = \sum_k S_k \frac{dp}{dt}, \quad (3.14)$$

olduğuna göre (3.11) eşitliği burada kullanılırsa

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle S_k \rangle = & - \sum_k S_k \left(\sum_k W_k(S'_k) \right) P(S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N; t) \\ & + \sum_k \left(\sum_k S_k W_k(S_k) \right) P(S_1, S_2, \dots, S'_k, \dots, S_N; t), \end{aligned} \quad (3.15)$$

bulunur. Burada

$$\sum_k S_k W_k(S_k) = -1W_k(-1) + 0W_k(0) + W_k(1), \quad (3.16)$$

$$\sum_k S_k W_k(S_k) = \frac{1}{\tau} \frac{2\text{Sinh}(\beta a)}{2\text{Cosh}(\beta a) + \exp(-\beta D)}, \quad (3.17)$$

şeklinde elde edilir. Normalizasyon şartından

$$\sum P(S_1, S_2, S_3, \dots, S_N; t) = 1, \quad (3.18)$$

olduğu dikkate alınır ve (3.13) ve (3.17) denklemleri (3.15)'de yerine yazılırsa genel diferansiyel denklem

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S_k \rangle = -\langle S_k \rangle + \frac{2\text{Sinh}\beta \left[J \sum_{\langle j \rangle} S_j + H \right]}{2\text{Cosh}\beta \left[J \sum_{\langle j \rangle} S_j + H \right] + \exp(-\beta D)}, \quad (3.19)$$

şeklinde ve ya ortalama alan yaklaşımı kullanılarak

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S \rangle = -\langle S \rangle + \frac{2\text{Sinh}\beta [Jz \langle S \rangle + H_0 \text{Cos}(wt)]}{2\text{Cosh}\beta [Jz \langle S \rangle + H_0 \text{Cos}(wt)] + \exp(-\beta D)}, \quad (3.20)$$

olarak bulunur. Bulunan bu diferansiyel denklem

$$\Omega \frac{dm}{d\xi} = -m + \frac{\sinh[(1/T)(m + h\text{Cos}\xi)]}{\cosh[(1/T)(m + h\text{Cos}\xi)] + \frac{1}{2} \exp(-\frac{d}{T})}, \quad (3.21)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $m = \langle S \rangle$, $\xi = wt$, $T = (\beta Jz)^{-1}$, $d = \frac{D}{zJ}$, $h = \frac{H_0}{Jz}$ ve

$\Omega = \tau w$ olarak tanımlanmıştır. T,d,h ve Ω boyutsuz parametrelerdir. Sistemimizde

$\Omega = 2\pi$ ve $z=4$ değerinde sabit olarak ele alınacaktır.

3.2. Dinamik faz geçiş noktaları ve faz diyagramlarının elde edilmesi

Bu kesimde, kesim 3-1'de elde edilen ve (3.21) ile verilen dinamik diferansiyelin Adams-Moulton kestirme ve düzeltme, ve Romberg integrasyon yöntemleriyle nümerik olarak çözülmesi sonucu dinamik faz geçiş noktaları tespit edilecek ve bu noktalardan yararlanarak faz diyagramları elde edilecektir. Bunun için T,d,h parametrelerinin farklı değerleri için (3.21) ile verilen dinamik diferansiyel denklemin çözümünü yapacağız.

Denklem (3.21)'in çözümleri 2π periyodu için ξ 'nin periyodik bir fonksiyonu olacaktır. Bu (3.21) ile verilen diferansiyel denklemdeki kosinüslü terimden kaynaklanmaktadır.

$$m(\xi + 2\pi) = m(\xi), \quad (3.22)$$

Bununla birlikte denklem (3.21)'in çözümleri

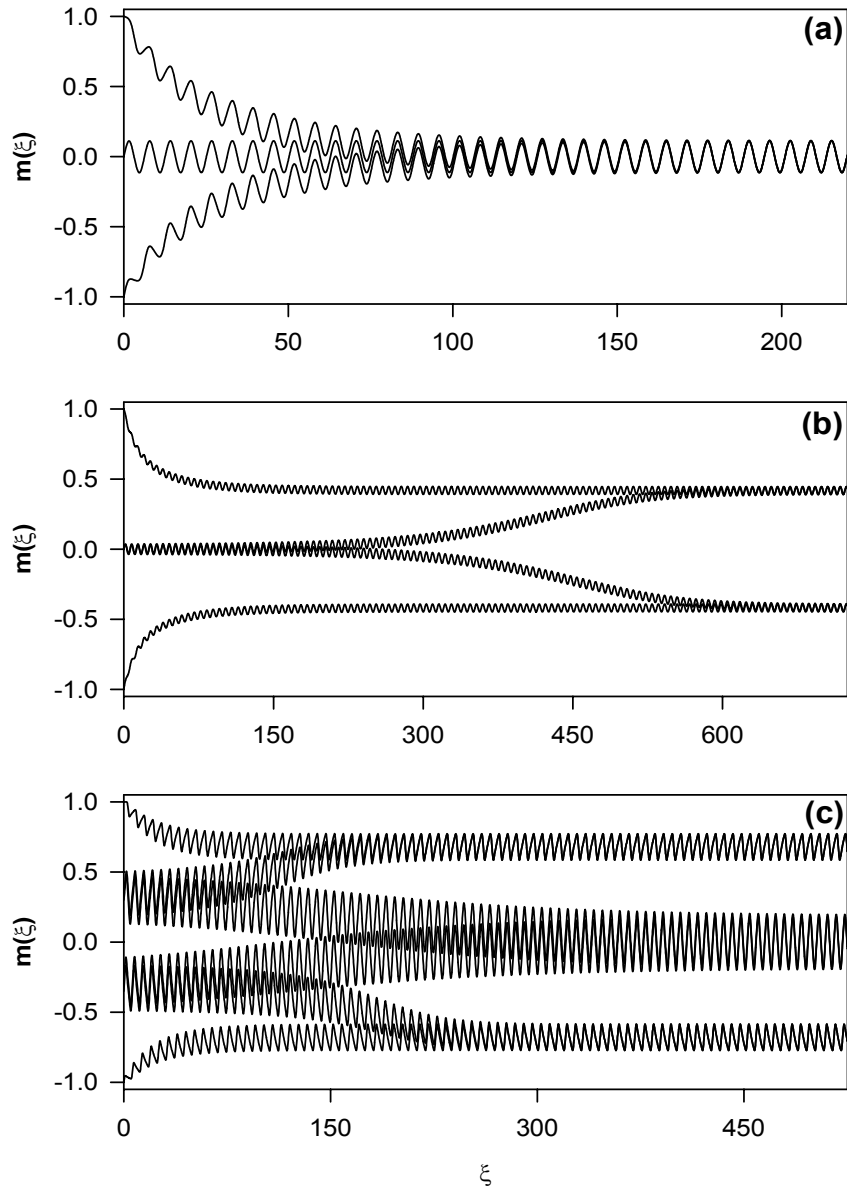
$$m(\xi + \pi) = -m(\xi), \quad (3.23)$$

özelliğine sahip olup olmadığına göre iki tipten biri olabilir. Eğer çözüm (3.23) ile verilen özelliğe sahipse simetrik çözüm veya paramanyetik çözüm olarak adlandırılır ve paramanyetik faza karşılık gelir. Bu durumda mıknatıslanma $m(\xi)$ sıfır değeri etrafında salınır ve manyetik alana uyum gösterir. Kristal alan etkileşme parametresinin pozitif değer aldığı durumlarda sabit manyetik alanda indirgenmiş sıcaklık azalırken simetrik çözümler kararsız olur. İkinci tip çözümde denklem (3.21) artık geçerli değildir ve bu durumda daima, bağımsız iki çözüm vardır. Eğer bu çözümleri, $m_+(\xi)$ ve $m_-(\xi)$ ile gösterirsek,

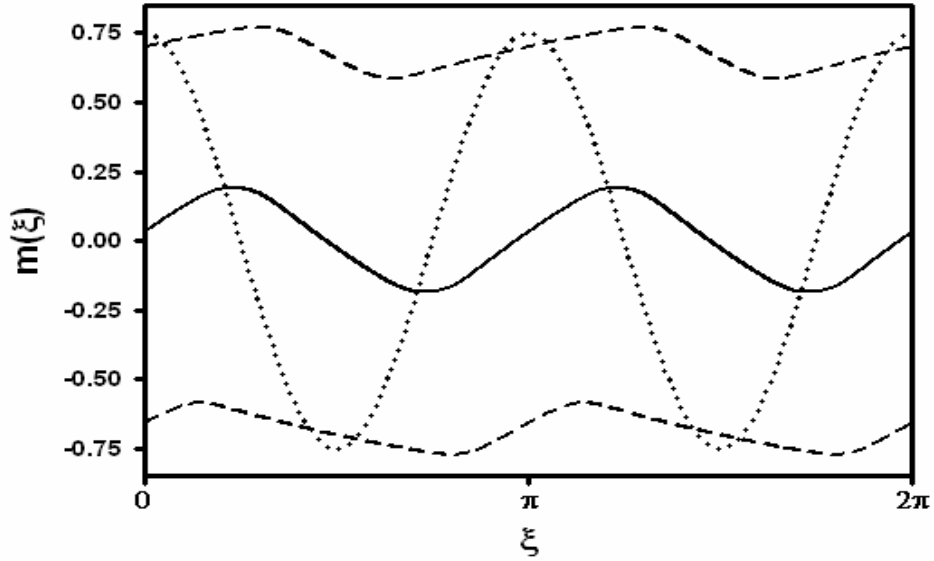
$$m_+(\xi + \pi) = -m_-(\xi), \quad (3.24)$$

özelliği sağlanır. Bu şekildeki çözüme simetrik olmayan veya ferromanyetik çözüm denir ve ferromanyetik faza karşılık gelir. Bu durumda mıknatıslanma artık dış manyetik alanı takip etmez ve sıfır değeri etrafında salınmak yerine sıfır olmayan bir değer etrafında salınır. Bu durumlar denklem (3.21)'in nümerik olarak çözülmesiyle açıkça görülebilir. Denklem (3.21), Adams-Moulton kestirme ve düzeltme yöntemi kullanılarak verilen parametrelere bağlı olarak çözülmüştür ve elde edilen sonuçlar Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Şekil 3.1'e dikkat edilirse, başlangıç değerlerine bağlı olarak sistemde üç farklı çözüm olduğu görülebilir, yani sistemde paramanyetik (P), ferromanyetik (F) ve paramanyetik ve ferromanyetik çözümlerin bir arada bulunduğu (P+F) karışım durumları mevcuttur. Dinamik faz geçişleri, paramanyetik ve ferromanyetik çözümlerin arasındaki sınırlarda meydana gelmektedir ve bunlar birinci veya ikinci derece faz geçişleridirler. Şekil 3.1(a)'da yalnızca simetrik durumlar elde edilmiştir yani burada sadece paramanyetik faz mevcuttur, çünkü mıknatıslanma sıfır değeri etrafında salınır. Şekil 3.1(b)'de yalnızca simetrik olmayan durumlar elde edilmiştir ve burada da sadece ferromanyetik faz vardır, çünkü mıknatıslanma sıfır olmayan bir değer etrafında salınır. Her iki çözümde de sonuçlar başlangıç değerine

bağlı değildir. Diğer taraftan Şekil 3.1(c)'de görüldüğü gibi manyetik alan (h) ve d değerlerine bağlı olarak hem simetrik hem de simetrik olmayan çözümlerin bir arada bulunduğu bölgeler vardır. Yani bu bölgelerde hem paramanyetik hem de ferromanyetik faz birlikte bulunur. Bu bölgelerdeki çözümler Şekil 3.1(c)'den de açıkça görüldüğü gibi başlangıç değerlerine bağlıdır. Şekil 3.1'e dikkat edilirse h ve d değerlerine bağlı olarak çözümler, yüksek sıcaklıklarda paramanyetik (P), düşük sıcaklıklarda ise ya ferromanyetik yada paramanyetik ve ferromanyetik çözümlerin bir arada bulunduğu karışım (P+F) bölgelere karşılık gelmektedir. Bu durumlar faz diyagramlarından açıkça görülebilir. Çözümlerin tiplerini yani simetrik ve simetrik olmayan çözümleri açıkça görebilmek için $h\cos\xi$ 'nin zamanla değişimi Şekil 3.2'de gösterilmiştir. Burada sürekli çizgi simetrik çözümleri, süresiz çizgi simetrik olmayan çözümleri, noktalı çizgi ise $h\cos\xi$ 'yi göstermektedir.



Şekil 3.1. Mıknatıslanmanın Zamanla Değişimi **a)** Sistemde Sadece Paramanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.250$, $h=0.5$ ve $T=0.75$). **b)** Sistemde Sadece Ferromanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.25$, $h=0.2$ ve $T=0.5$). **c)** Sistemde Hem Paramanyetik Hem de Ferrromanyetik Faz Mevcuttur ($d=-0.250$, $h=0.75$ ve $T=0.1$).



Şekil 3.2. Çözümlerin Tipleri: Süreksiz Çizgi Simetrik olmayan Çözümü Göstermektedir ve Ferromanyetik Faza Karşılık Gelmektedir. Sürekli Çizgi Simetrik Çözümü Göstermektedir ve Paramanyetik Faza Karşılık Gelmektedir. Noktalı Çizgi İse $h\cos\xi$ ' nin Zamana Göre Davranışını Göstermektedir ($d=-0.25$, $h=0.75$ ve $T=0.10$).

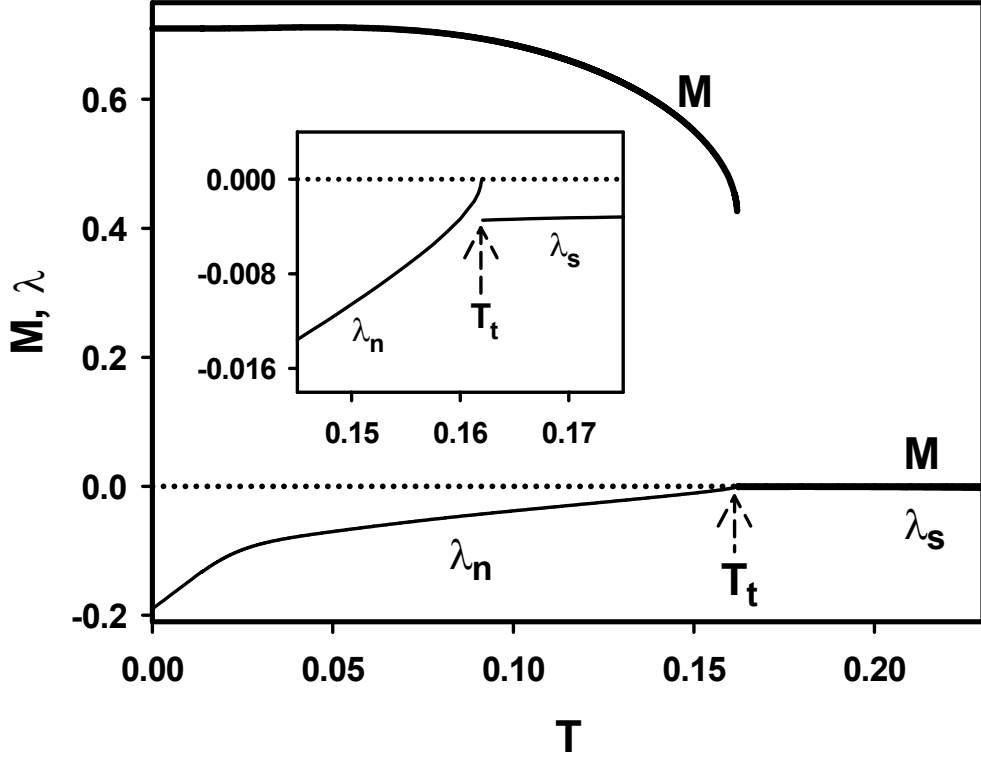
Böylece, Şekil 3.1 ve Şekil 3.2 denklem (3.21)'in çözülmesiyle simetrik ve simetrik olmayan olmak üzere iki tip çözüm olduğunu; ayrıca sistemde paramanyetik (P), ferromanyetik (F) ve paramanyetik ve ferromanyetik bölgelerin bir arada bulunduğu bir karışım (P+F) bölgesi olmak üzere üç bölgenin olduğunu bize göstermektedir. Bu üç bölgenin sınırlarını bulabilmek için dinamik faz geçiş noktalarının bulunması gerekir ve bulunan bu faz geçiş noktalarından sistemin faz diyagramları elde edilir. Dinamik faz geçiş noktaları, ortalama mıknatıslanmanın davranışının, indirgenmiş dış manyetik alanın ve indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak incelenmesiyle elde edilecektir. Bulunan bu sonuçların doğruluğunun kontrolü ise Lyapunov üstellerinin hesaplanmasıyla yapılacaktır.

Bir periyot için ortalama mıknatıslanma (M)

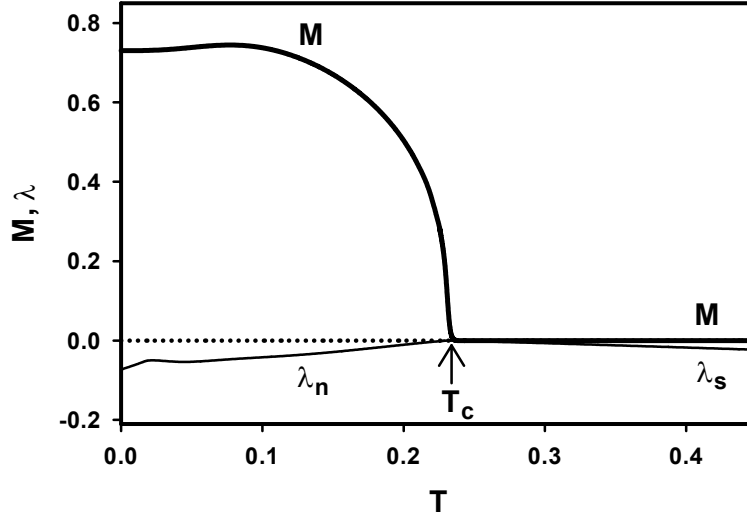
$$M = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} m(\xi) d\xi, \quad (3.25)$$

ifadesi ile verilir. Verilen farklı h ve d değerleri için ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak davranışı denklem; (3.21) ve (3.25)'in Adams-Moulton kestirme ve düzeltme ve Romberg integrasyon yöntemleriyle olarak çözümü sonucu incelenebilir. Bunun sonucunda dinamik faz geçiş noktaları tespit edilir. Bu davranışlar çözümlerin kararlılıklarını ve dinamik faz geçiş noktalarının doğruluğunu kontrol etmemizi sağlayan Lyapunov üstelleri ile birlikte, Şekil 3.3, Şekil 3.4, Şekil 3.5, ve Şekil 3.6,'da verilmiştir. Burada kalın sürekli çizgiler ortalama mıknatıslanmaya (M), ince sürekli çizgiler ise Lyapunov üstellerine (λ) karşılık gelmektedir. Şekil 3.3'de $h=0.75$ ve $d=-0.250$ değeri için ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş sıcaklığa göre değişimi gösterilmiştir. Bu durumda, sıcaklık artarken, ortalama mıknatıslanma (M) azalmakta ve belirli bir sıcaklık değerinde süreksizlik göstererek aniden sıfıra gitmektedir. Bu durumda sistemde birinci derece faz geçişi meydana geliyor demektir. Birinci derece faz geçiş sıcaklığı, T_t şeklinde kesikli çizgili ok ile gösterilmiştir ve $T_t=0.1620$ 'dir. Şekil 3.4 ve Şekil 3.5'de ise $h=0.7250$ ve $d=-0.250$ değerleri için M 'nin indirgenmiş sıcaklığa göre değişimi göstermektedir. Burada iki farklı başlangıç değeri vardır yani M 'nin başlangıç değeri bir alındığında Şekil 3.4, M 'nin başlangıç değeri sıfır alındığında ise Şekil 3.5 elde edilir. Şekil 3.4'de indirgenmiş sıcaklık artarken M sürekli olarak azalarak sıfıra gitmektedir ve bu durumda sistemde ikinci derece bir faz geçişi meydana gelmektedir. İkinci derece faz geçiş sıcaklığı, T_c şeklinde kesiksiz çizgili ok ile gösterilmiştir ve $T_c=0.235$ 'dir. Şekil 3.5'de ise sistemde ardı sıra iki faz geçişi meydana gelmektedir. Önce, paramanyetik fazdan ferromanyetik faza birinci derece faz geçişi ve sonrada ferromanyetik fazdan paramanyetik faza ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir ve faz geçiş sıcaklıkları sırasıyla $T_t=0.1175$ ve $T_c=0.2350$ 'dir. Bunun anlamı, $h=0.725$ ve $d=-0.250$ değerleri için sistemde, paramanyetik ve ferromanyetik fazın birlikte bulunduğu bir bölge vardır ki bu bölgeye bir arada bulunma bölgesi veya karışım bölgesi ($P+F$) denir ve bu bölge Şekil 3.4 ve Şekil 3.5 ile Şekil 3.16 karşılaştırıldığında açıkça görülebilir. Şekil 3.6'da ise, $h=0.4$ ve $d=-0.25$ değerleri için indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak ortalama mıknatıslanmanın davranışı gösterilmiştir. Bu durumda, şekilden de kolayca görülebileceği gibi sistemde yalnızca ikinci dereceden bir faz geçişi vardır yani $T_c=0.4950$ değerinde sistem ferromanyetik fazdan paramanyetik faza geçer. Burada ortalama mıknatıslanmanın başlangıç değerleri $M=1$ ya da $M=0$ 'dır. Çünkü, bu başlangıç değerlerinde sistem özellikle faz geçiş sıcaklıkları yakınlarında hızlı bir

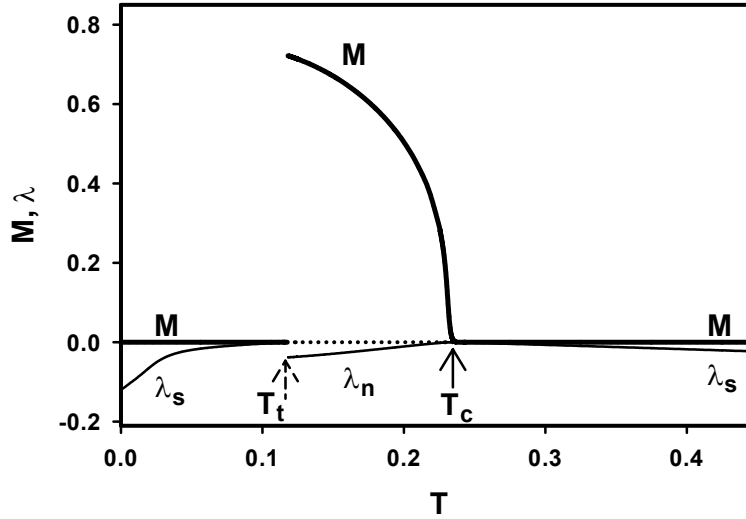
şekilde durulur.. Eğer M , 0 ile 1 arasında bir değer alırsa sistem paramanyetik veya ferromanyetik fazda uzun zaman sonra durulur.



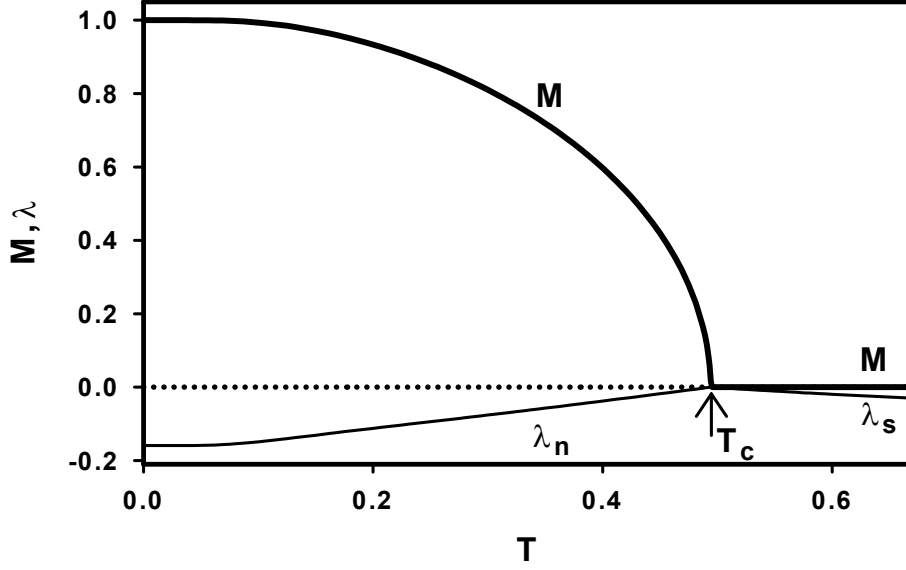
Şekil 3.3. Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s Ve λ_n 'in (İnce Sürekli Çizgi) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları ($d=-0.250$ ve $h=0.75$). Sistemde Birinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_t=0.1620$.



Şekil 3.4 Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s ve λ_n 'in (İnce Süreksiz Çizgi) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları ($d=-0.250$ ve $h=0.725$) Sistemde İkinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_c=0.2350$.



Şekil 3.5. Ortalama Mıknatıslanmanın M (Kalın Sürekli Çizgi) ve Lyapunov Üstelleri λ_s ve λ_n 'in (İnce Süreksiz Çizgi) İndirgenmiş Sıcaklığa Bağlı Olarak Davranışları. ($d=-0.250$ ve $h=0.725$) Sistemde Önce Birinci Derece Sonra İkinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_t=0.1175$ ve $T_c=0.2350$.



Şekil 3.6. Şekil 3.4 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $h=0.4$. Sistemde İkinci Derece Faz Geçişi Meydana Gelmektedir, $T_c=0.4950$.

Şimdi, çözümlerin kararlılığını ve bulunan bu dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunup bulunmadığını kontrol etmemizi sağlayan Lyapunov üstelleri hakkında kısaca bilgi verelim. Daha sonra ise Lyapunov üstellerinin fiziksel olarak anlamları verilecektir. Eğer denklem (3.21)

$$\Omega \frac{dm}{d\xi} = F(m, \xi), \quad (3.26)$$

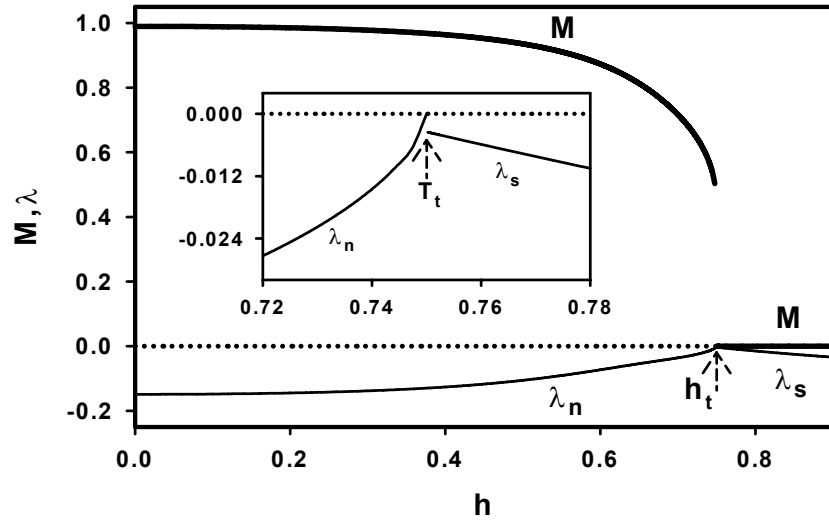
şeklinde yazılırsa o zaman Lyapunov üsteli λ

$$\Omega \lambda = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial F}{\partial m} d\xi, \quad (3.27)$$

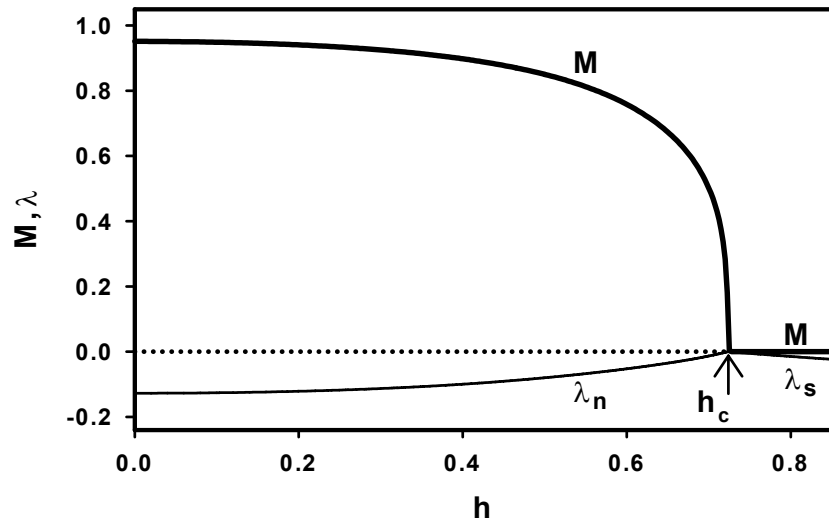
ile verilir. $\lambda < 0$ olduğu zaman çözüm kararlıdır. Lyapunov üstellerinin indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak davranışları Şekil 3.3-Şekil 3.6'da ince sürekli çizgilerle gösterilmiştir. λ_s ve λ_n ise sırasıyla simetrik ve simetrik olmayan çözümlere karşı gelen Lyapunov üstelleridir. Eğer sıcaklık faz geçiş sıcaklığına yaklaşırken Lyapunov üstelleri λ_s ve λ_n sürekli olarak sıfıra gidiyorsa, $\lambda_s = \lambda_n = 0$ olduğu yerdeki sıcaklık ikinci derece faz geçiş sıcaklığıdır. Diğer taraftan, sıcaklık faz

geçiş sıcaklığına yaklaşırken, λ 'lardan biri sürekli olarak diğeri süreksiz olarak sıfıra gidiyorsa süreksizliğin meydana geldiği yerde birinci derece faz geçişi meydana gelir ki bu sıcaklık birinci derece faz geçiş sıcaklığıdır. Örneğin; Şekil 3.3'de $\lambda_n=0$ 'dır ve süreksizlik λ_s için meydana gelir. Şekil 3.5'de ise $\lambda_s=0$ 'dır ve süreksizlik λ_n için meydana gelir. Eğer, ortalama mıknatıslanma ve Lyapunov üstellerinin davranışlarını karşılaştırırsak, T_t ve T_c 'lerin aynı olduğu görülür.

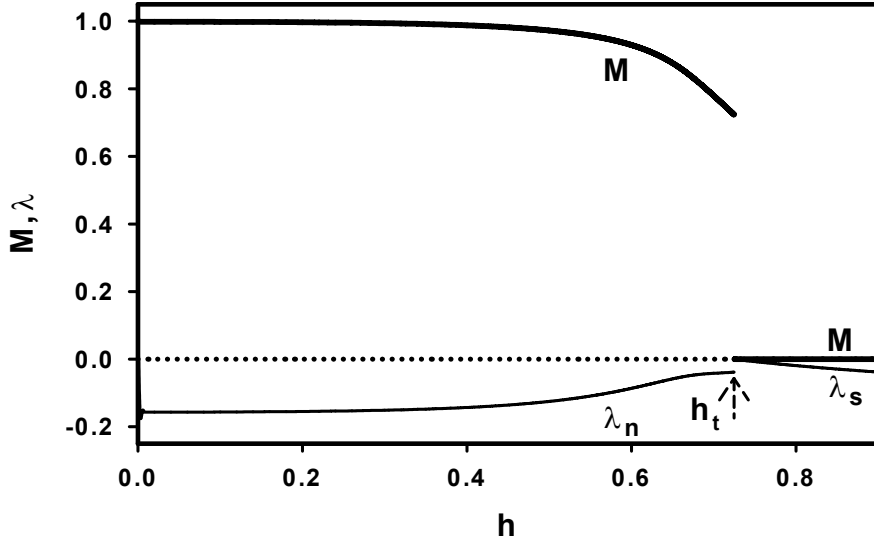
Şimdi ise, bulunan dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunduğunun kontrolünü bir başka işlemle göstereyim. Bunun için, $d=-0.250$ ve $T=0.162$, $T=0.235$, $T=0.1175$, $T=0.4950$ değerleri için ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışını incelememiz gerekir. Bu inceleme sonucu elde edilen davranışlar Şekil 3.7-Şekil 3.10'da sunulmuştur. Burada kalın sürekli çizgiler mıknatıslanmaya, ince sürekli çizgiler ise Lyapunov üstellerine karşılık gelmektedir. Bu şekillerde $d=-0.250$ olarak sabit bir değer almıştır ve T değerleri dinamik faz geçiş noktaları olarak seçilmiştir. Şekil 3.3-Şekil 3.6 ve Şekil 3.7-Şekil 3.10 karşılaştırılırsa ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı ve ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak davranışının aynı olduğu görülür. Şimdi bu durumları ele alalım. Şekil 3.7'de $T=0.1620$ sıcaklık değeri için $h_t=0.75$ değerinde birinci derece faz geçişinin gerçekleştiği görülmektedir ve bu Şekil 3.3'e karşılık gelmektedir. Şekil 3.8'de $T=0.2350$ sıcaklığında, $h_c=0.725$ değerinde ikinci derece faz geçişi meydana gelirken, Şekil 3.9'de $T=0.1175$ sıcaklığında $h_t=0.725$ değeri için birinci derece faz geçişi meydana gelmektedir. Burada, $T=0.2350$ sıcaklığı için Şekil 3.4 ve Şekil 3.5, Şekil 3.8'e karşılık olarak gelirken, $T=0.1175$ sıcaklığı için Şekil 3.5 ise Şekil 3.9'a karşılık olarak gelmektedir. Son olarak Şekil 3.10'da $T=0.4950$ sıcaklığında $h_c=0.40$ değerinde ikinci dereceden faz geçişi meydana gelmektedir ve bu grafikte Şekil 3.6 'ya karşılık gelir. Bu noktada şunu da belirtmeliyiz ki paramanyetik ya da ferromanyetik olmak üzere çözümlerin iki tipinden yalnızca birini gösterdiğimiz için T_t 'de λ_s için süreksizlik meydana gelir. Oysa her iki çözümü birlikte gösterirsek λ_s 'in daima sürekli olduğunu görebiliriz. Bu durumlar Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'de gösterilmiştir.



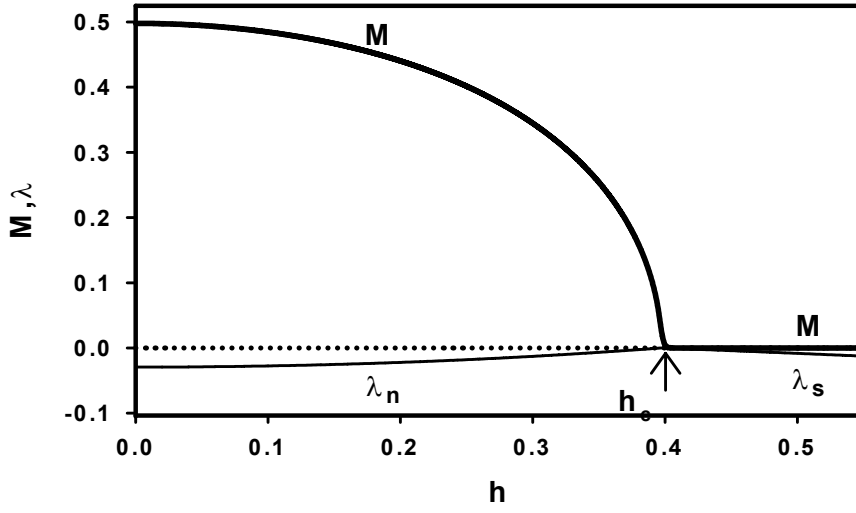
Şekil 3.7. Ortalama Mıknatıslanmanın ve Lyapunov Üstellerinin İndirgenmiş Dış Manyetik Alana Bağlı Olarak Değişimi ($d=-0.250$ ve $T=0.1620$). Sistemde Birinci Derece Faz Geçişi Vardır, $h_t = 0.75$.



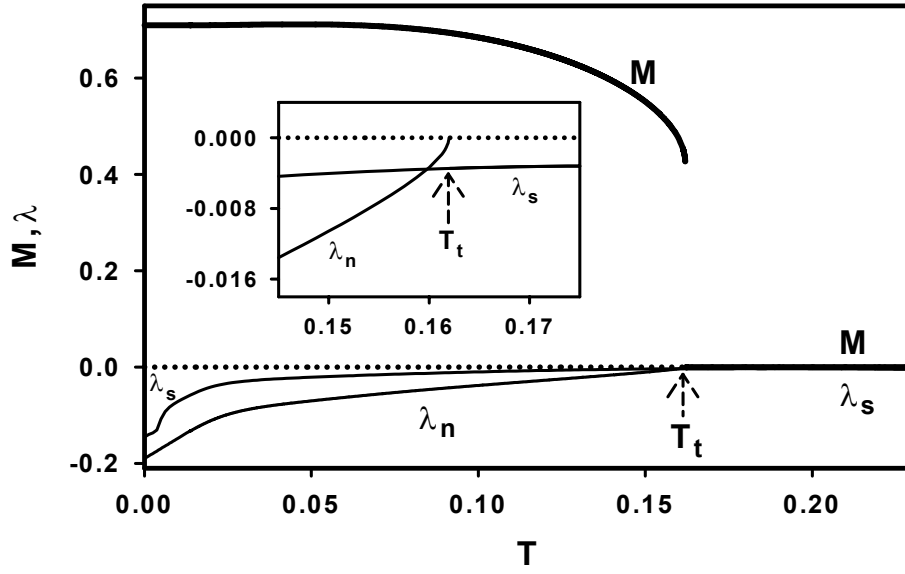
Şekil 3.8. Ortalama Mıknatıslanmanın ve Lyapunov Üstellerinin İndirgenmiş Dış Manyetik Alana Bağlı Olarak Değişimi ($d=-0.25$ ve $T=0.2350$). Sistemde İkinci Derece Faz Geçişi Vardır, $h_c = 0.725$.



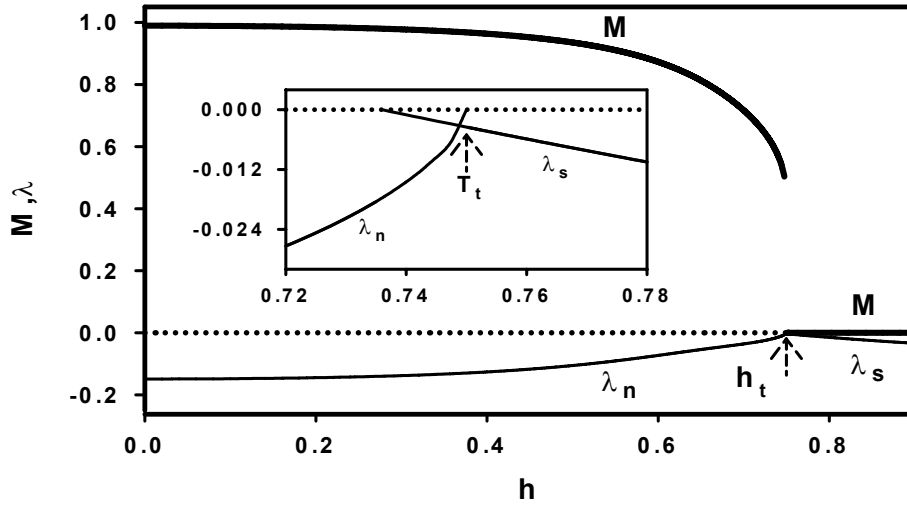
Şekil 3.9. Şekil 3.7 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $T=0.1175$ Olarak Alınmıştır ve $h_t = 0.725$.



Şekil 3.10. Şekil 3.8 İle Aynı Fakat $d=-0.250$ ve $T=0.4950$ Olarak Alınmıştır ve $h_c = 0.40$.



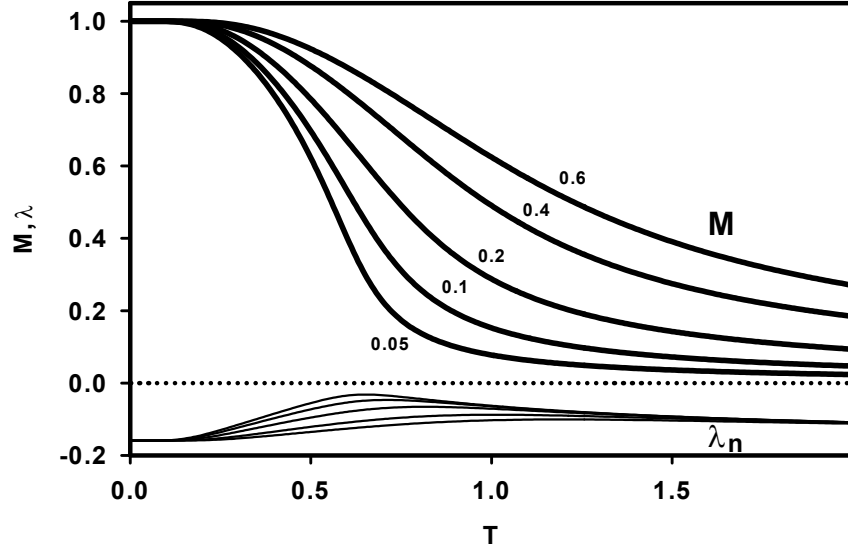
Şekil 3.11. Şekil 3.3 İle Aynı Fakat Burada Her İki Çözüm Birlikte Gösterilmiştir, λ_s süreklidir ve $T_t = 0.1620$.



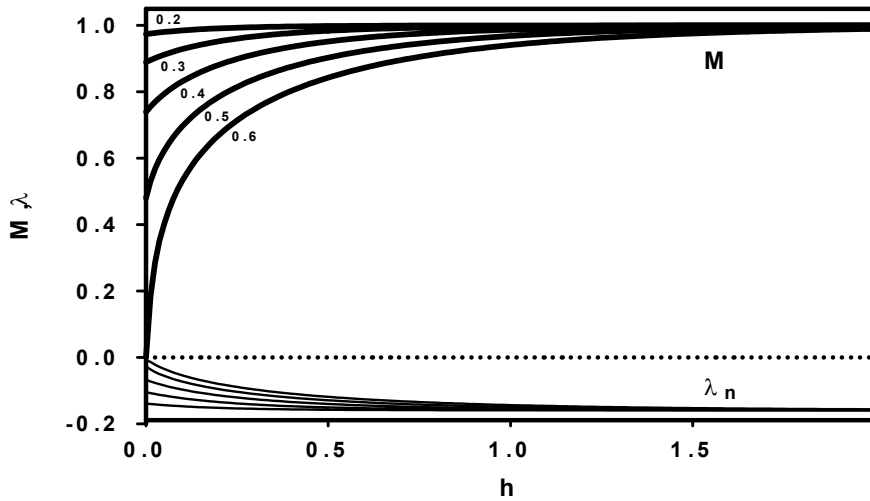
Şekil 3.12. Şekil 3.7 İle Aynı Fakat Burada Her İki Çözüm Birlikte Gösterilmiştir, λ_s Süreklidir ve $h_t = 0.75$.

Son olarak, sistemde salınımlı dış manyetik alanın etkisini görmek amacıyla, statik manyetik alan (h) için hesaplamalar yapıldı. Eğer sistem statik h için incelenirse sistemde faz geçişinin meydana gelmediği görülür. Buradan, faz geçişine salınımlı

manyetik alanın sebep olduğu sonucu çıkarılır. Bu davranışlar Şekil 3.13 ve Şekil 3.14'de sunulmuş ve sistemin faz geçişi geçirmediği açıkça görülmüştür.



Şekil 3.13. $d=-0.25$ ve Sabit Manyetik Alanın Birkaç Farklı Değeri İçin Ortalama Mıknatıslanma (M) ve Lyapunov Üsteli λ_n 'in Sıcaklıkla Değişimi.



Şekil 3.14. $d=-0.25$ ve Sabit Sıcaklığın Birkaç Farklı Değeri İçin Ortalama Mıknatıslanma (M) ve Lyapunov Üsteli λ_n 'in Manyetik Alanla Değişimi.

Bu bilgiler sonucu sistemin faz diyagramlarını elde edebiliriz. Elde edilen bu faz diyagramları (T, h) düzleminde sunulmuştur ve Şekil 3.15-Şekil 3.19'da görülmektedir. Bu faz diyagramlarında sürekli ve süreksiz çizgiler sırasıyla ikinci ve birinci dereceden faz geçiş çizgileridir. Ayrıca dinamik üçlü kritik nokta içi dolu üçgen sembolü ile gösterilmiştir. d 'nin pozitif değerleri için yalnızca bir tip faz diyagramı elde edilmiştir ve bu diyagram Şekil 3.15'de gösterilmiştir, d 'nin negatif değerleri için dört farklı faz diyagramı bulunmuştur ve Şekil 3.16-Şekil 3.19'da gösterilmiştir.

Şekil 3.15, d 'nin pozitif değeri yani $d=0.250$ için faz diyagramını göstermektedir. Bu faz diyagramında, yüksek indirgenmiş sıcaklıkta (T) ve indirgenmiş dış manyetik alanda (h) çözümler paramanyetik, T ve h'nin düşük değerlerinde ise ferromanyetikdir. Bu bölgeler arasındaki sınır ikinci derece faz geçiş çizgisidir. Düşük indirgenmiş sıcaklıklarda, indirgenmiş dış manyetik alanın bazı değerleri vardır ki bu bölgelerde paramanyetik ve ferromanyetik fazlar veya bölgeler bir arada bulunur. Bu bölgelere bir arada bulunma bölgesi (P+F) ya da karışım bölgesi denir. P+F bölgesi ferromanyetik ve paramanyetik fazları arasında olup bunlardan birinci derece faz geçiş çizgisi ile ayrılır. Sistem yalnızca tek dinamik üçlü kritik noktaya sahiptir ki burada her iki birinci dereceden faz geçiş çizgileri birleşir ve birinci dereceden ikinci dereceye geçiş meydana gelir. $d > 0$ olduğu zaman spin-1 Ising modelinin Hamiltonyeni incelenen sistem, spin-1/2 Ising modelinin Hamiltonyeni ile incelenen sistemle benzer sonuçlar vermektedir. Bu durum Morita [58] tarafından incelenen taban durum faz diyagramlarında açıkça görülebilir. Daha açıkçası $d > 0$ için $S_i = \pm 1$ durumları gözükür fakat $S_i = 0$ durumu taban durumu faz diyagramlarında gözükmez.

d 'nin negatif değerleri için, düşük sıcaklık ve manyetik alan değerlerinde faz diyagramında yeni bir paramanyetik+ferromanyetik (P+F) bölge ortaya çıkmaktadır. Çünkü, d parametresinin değeri azalırken sıcaklık ve manyetik alan arasındaki rekabetten dolayı, sıcaklık ve manyetik alanın düşük değerleri için zaman bağlı miknatislanma ya tek bir periyot içerisinde dış manyetik alana uyar ki burada $M=0$ olur ve bu düzensiz ve ya paramanyetik çözüme karşılık gelir, ya da tek bir periyot içinde dış manyetik alana uymaz yani burada $|M| > 0$ olur ve bu durum ise düzenli ya da ferromanyetik çözüme karşılık gelir. Bu davranışlar Şekil 3.2 ile benzerlik göstermektedir. Diğer taraftan, yüksek ve negatif d değerleri için paramanyetik faz daha

büyük olur. Bu durum analitik olarak da görülebilir. d azalırken (3.21) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim kaybolur. Bundan dolayı zamana bağlı mıknatıslanmanın çözümü $m(\xi) \approx e^{-\frac{\xi}{\Omega}}$ olur. $\xi \rightarrow \infty$ olduğu zaman $m(\xi)$ 'nin kararlı çözümü daima paramanyetik çözüme karşılık gelir. Eğer h için uygun bir değer seçilirse indirgenmiş düşük sıcaklıklarda T_i 'ye kadar kristal alan etkileşme parametresi (D) daha sonra ise bilineer etkileşme parametresi (J) baskın olur. Bu durumlar, Şekil 3.5 ve Şekil 3.16-Şekil 3.19'da açıkça görülebilir.

Şimdi d 'nin negatif değere sahip olduğu zaman meydana gelen ilginç durumlara bakalım. Bu durumda d 'nin değerine bağlı olarak dört farklı faz diyagramı bulundu.

i) $-0.0104 > d \geq -0.4654$, değer aralığında elde edilen faz diyagramı Şekil 3.15'de elde edilen faz diyagramına benzerdir fakat Şekil 3.15'den farklı olarak çok düşük indirgenmiş sıcaklık ve indirgenmiş manyetik alan değerlerinde paramanyetik ve ferromanyetik fazların bir arada bulunduğu bir (P+F) bölgesi de mevcuttur. Bu bölge ile ferromanyetik bölge arasındaki sınır birinci derece faz geçiş çizgisidir ve Şekil 3.16'da gösterilmiştir.

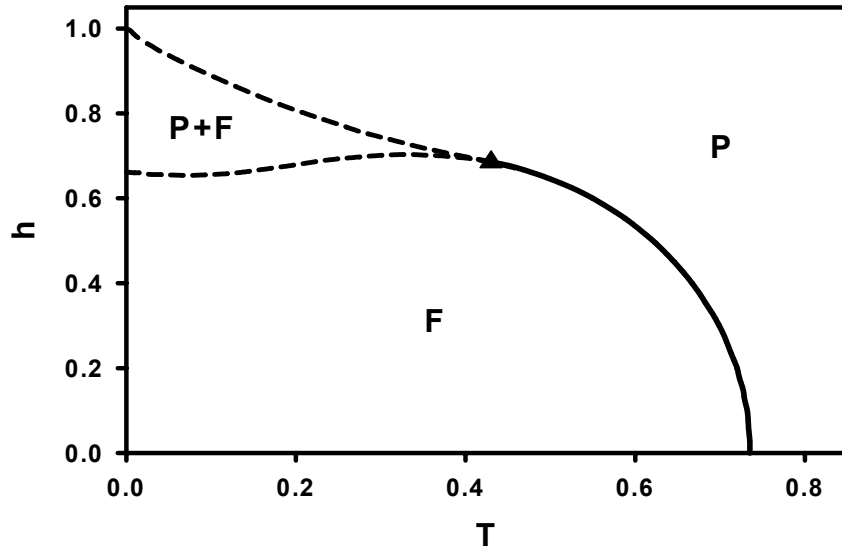
ii) $-0.4654 > d \geq -0.5542$, değer aralığında sistem iki dinamik üçlü kritik noktaya sahiptir ki bu noktalardan biri Şekil 3.15 ve Şekil 3.16 gibi benzer bir yerde meydana gelmektedir, diğer üçlü kritik nokta ise Şekil 3.17'de gösterildiği gibi manyetik alanın düşük değerlerinde meydana gelmektedir. Ferromanyetik ve paramanyetik fazlar arasındaki ikinci derece faz çizgisi $h=0$ 'da sona ermez ve bu çizgi ferromanyetik ve ferromanyetik+paramanyetik (P+F) bölgelerinin arasındaki sınırı birinci derece faza birleştirir ve bundan dolayı ikinci dinamik üçlü kritik nokta meydana gelir. Bununla beraber, düşük sıcaklık ve manyetik alan değerlerinde mevcut olan birinci derece faz geçiş çizgisi P+F bölgesini sadece ferromanyetik fazdan değil aynı zamanda paramanyetik fazdan da ayırır. Bu durum da Şekil 3.17'de açıkça görülmektedir.

iii) $-0.5542 > d \geq -0.9891$, için bu durumda Şekil 3.18'de görüldüğü gibi $d=-0.625$ için faz diyagramı elde edildi. Bu diyagrama dikkat edilirse, sistem iki dinamik üçlü kritik noktaya sahiptir ve düşük sıcaklıklarda ve manyetik alanın belli değerlerinde sistemde ayrıca bir paramanyetik+ferromanyetik (P+F) faz oluşur. Sistem, ferromanyetik (F) ve

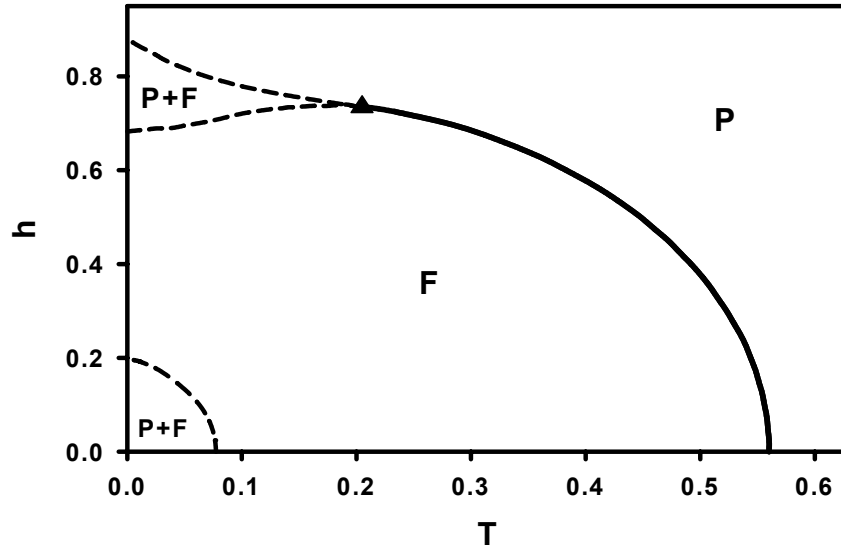
paramanyetik (P) fazlara ek olarak düşük sıcaklıklarda üç farklı P+F bölgeye sahiptir. Bu durum Şekil 3.18’de açıkça görülmektedir.

iv) $-0.9891 > d$, durumunda ise elde edilen faz diyagramı Şekil 3.18’e benzerdir fakat düşük indirgenmiş sıcaklık ve indirgenmiş manyetik alan değerlerinde görülen paramanyetik+ferromanyetik (P+F) bölgesi bu durumda kaybolmaktadır. Bu durum Şekil 3.19’de açıkça görülmektedir.

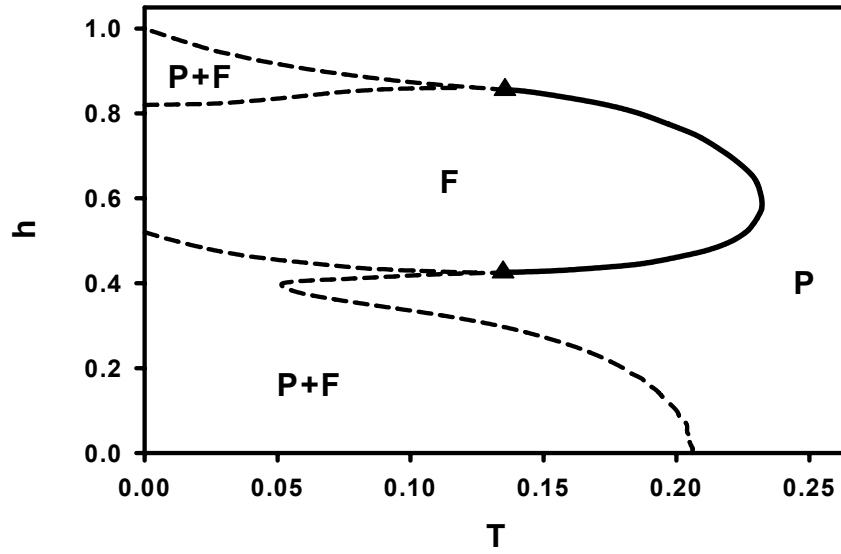
Son olarak şu söylenebilir ki, $d < 0$ için elde edilen faz diyagramları kinetik spin 1/2 için elde edilen faz diyagramlarından farklıdır. Bu durum spin-1 Ising modelinin taban durum faz diyagramlarından görülebilir ki [58] burada $d < 0$ için tüm durumlar yani $S_i = \pm 1, 0$ sistemde temel rol oynar.



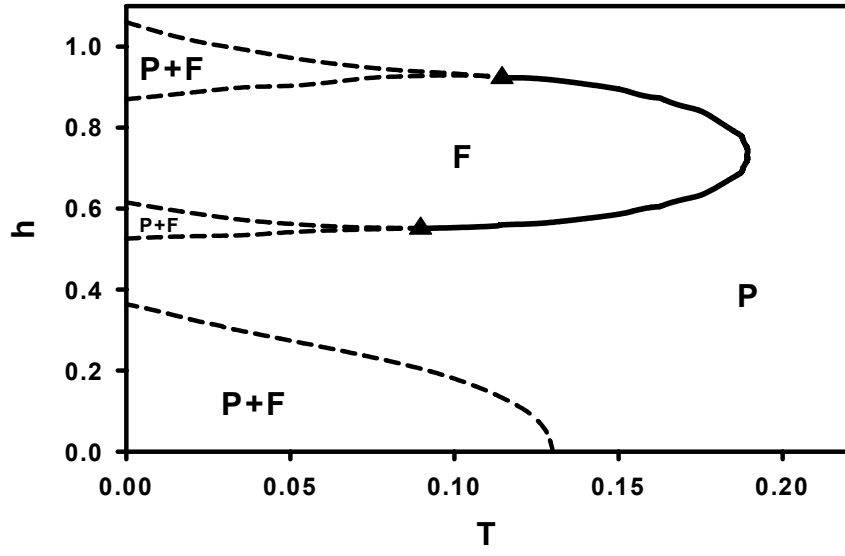
Şekil 3.15. $d=0.250$ için Blume-Capel Modelinin (T,h) Düzleminde Faz Diyagramı. Sistemde, Paramanyetik (P), Ferromanyetik (F) ve Paramanyetik ve Ferromanyetik Bölgelerin Bir Arada Paramanyetik+Ferromanyetik (P+F) Bölgesi Olmak Üzere Üç Bölge Mevcuttur. Dinamik Üçlü Kritik Nokta İçi Dolu Üçgen Sembolü İle Gösterilmiştir. Süreksiz ve Sürekli Çizgiler Sırasıyla Birinci ve İkinci Derece Faz Geçiş Çizgileridir.



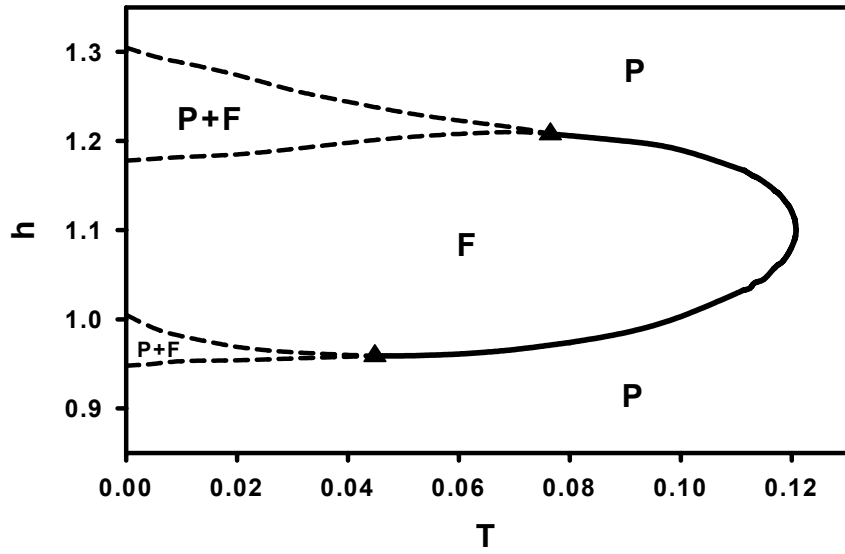
Şekil 3.16. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d = -0.250$.



Şekil 3.17. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d = -0.525$.



Şekil 3.18. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-0.6250$.



Şekil 3.19. Şekil 3.15 İle Aynı Fakat $d=-1.0$.

BÖLÜM 4

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, zamana bağlı salınımlı dış manyetik alan altında kinetik spin-1 Blume-Capel (BC) modelinin kararlı durumları ortalama alan yaklaşımı kullanılarak incelendi. Sistemin zamanla değişimi Glauber-tipi stokastik dinamik kullanılarak tanımlandı. Önce modelin daha iyi anlaşılması için Glauber modeli, master denklemi ve moleküler alan yaklaşımı hakkında özet bir bilgi verildi. Daha sonra, Glauber modeli önce tek bir spin-1/2 daha sonra ise N tane spin-1/2 parçacıktan oluşan sisteme uygulanarak model tanıtıldı. Aynı zamanda spin-1 Blume-Capel modeli özetle verildi.

Kinetik spin-1 BC modeli için, öncelikle master denkleminin kullanılmasıyla sistemi tam olarak tanımlayan diferansiyel denklem elde edildi. Bu diferansiyel denklemin Adams-Moulton kestirme ve düzeltme ve Romberg integrasyon metotlarıyla çözülmesiyle, öncelikle mıknatıslanmanın zamana bağlı olarak davranışı incelendi ve davranışları Şekil 3.1'de verildi. Mıknatıslanmanın zamana bağlı davranışı incelendiğinde sistemde iki tip çözüm olduğu bulundu. Eğer, mıknatıslanma, sıfır değeri etrafında salınıyorsa sistemde paramanyetik (P) faz, sıfırdan farklı bir değer etrafında salınıyorsa ferromanyetik (F) faz mevcuttur. Dinamik faz geçişi bu iki fazın arasındaki sınırdaki meydana gelmektedir. Daha sonra ortalama mıknatıslanmanın, indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak davranışı incelendi ve Şekil 3.3-Şekil 3.6'da verildi. Elde edilen sonuçlardan yararlanılarak sistemde faz geçişinin gerçekleştiği indirgenmiş sıcaklık değerleri bulundu. Eğer indirgenmiş sıcaklık artarken, ortalama mıknatıslanma azalarak belirli bir sıcaklık değerinde süreksizlik göstererek aniden sıfıra atlıyorsa, ortalama mıknatıslanmanın sıfır olduğu noktadaki sıcaklık birinci derece faz geçiş sıcaklığıdır ve bu durumda sistemde birinci derece faz geçişi meydana geliyor demektir. İndirgenmiş sıcaklık artarken, ortalama mıknatıslanma azalarak sürekli olarak sıfıra gidiyorsa, ortalama mıknatıslanmanın sıfır olduğu noktadaki sıcaklık, ikinci derece faz

geçiş sıcaklığıdır ve bu durumda ise sistemde ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir. Daha sonra ise ortalama mıknatıslanmanın, indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı incelendi ve Şekil 3.7-Şekil 3.10'da verildi. Burada karşılaştırma yapabilmek sıcaklık değerleri faz geçiş sıcaklıkları olarak alındı. Örneğin, Şekil 3.3 de $h=0.75$ için kritik sıcaklık $T_c = 0.1620$ bulunmuştur. Şekil 3.7'de ise $T=0.1620$ için kritik manyetik alan değeri $h_c = 0.75$ olarak bulunmuştur. Bunun sonucunda, ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş dış manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışı ve ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş sıcaklığın bir fonksiyonu olarak davranışının aynı olduğu görüldü. Böylece faz geçiş noktalarının doğru bulunduğu kontrolü yapıldı. Ortalama mıknatıslanmanın indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alanın bir fonksiyonu olarak davranışının incelenmesi sırasında çözümlerin kararlılığını ve dinamik faz geçiş noktalarının doğru bulunup bulunmadığını kontrol etmek amacıyla Lyapunov üstelleri daima hesaplandı. Sonuçta, sistemde paramanyetik (P), ferromanyetik (F) ve paramanyetik+ferromanyetik (P+F) olmak üzere üç farklı bölge olduğu tespit edildi ve buradan hareketle faz diyagramları (T,h) düzleminde sunuldu.

Elde edilen faz diyagramlarından, sistemin davranışının kuvvetli bir şekilde kristal alan etkileşme veya tek-iyon anizotropi D'nin değerine bağlı olduğu bulundu. D'nin pozitif değerleri için, yüksek indirgenmiş sıcaklıklarda ve düşük indirgenmiş manyetik alan değerlerinde ikinci derece faz geçişi meydana gelmektedir. Düşük indirgenmiş sıcaklıklarda ve indirgenmiş manyetik alanın yüksek değerlerinde ise birinci derece faz geçişi meydana gelir ve Şekil 3.15'de görüldüğü gibi sistem tek dinamik üçlü kritik noktaya ve ferromanyetik ve paramanyetik fazların bir arada bulunduğu bölgeye sahiptir. d'nin negatif küçük değerleri için faz diyagramı Şekil 3.15'e benzerdir, fakat Şekil 3.16'dan da görüldüğü gibi indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alanın düşük değerlerinde birinci derece faz geçişi gerçekleşir ve paramanyetik ve ferromanyetik fazların bir arada bulunduğu yeni bir bölge ortaya çıkmaktadır. d negatif ve büyük değerlere sahip olduğu zaman sistem Şekil 3.17'de görüldüğü gibi iki dinamik üçlü kritik noktaya sahiptir ve düşük indirgenmiş sıcaklıklarda yeni bir birinci derece faz geçiş çizgisi görülür. d yeterince büyük ve negatif olduğu zaman ise Şekil 3.18.'den görüldüğü gibi sistemde üç farklı paramanyetik+ferromanyetik (P+F) karışım bölgesi mevcuttur ve düşük indirgenmiş sıcaklıklarda paramanyetik (P) faza ek olarak

ferromanyetik (F) faz vardır. $-0.9891 > d$, değeri için elde edilen faz diyagramı Şekil 3.18'e benzerdir fakat Şekil 3.18'den farklı olarak düşük indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alan değerlerinde paramanyetik+ferromanyetik (P+F) bölgesi kaybolmaktadır. Bu durum Şekil 3.19.'da açıkça görülmektedir.

d 'nin negatif değerleri için, düşük indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alan değerlerinde faz diyagramında yeni bir paramanyetik+ferromanyetik (P+F) bölge ortaya çıkmaktadır. Çünkü, d parametresinin değeri azalırken sıcaklık ve manyetik alan arasındaki rekabetten dolayı, indirgenmiş sıcaklık ve manyetik alanın düşük değerleri için zamana bağlı mıknatıslanma ya tek bir periyot içerisinde dış manyetik alana uyar ki burada $M=0$ olur ve bu durum düzensiz ve ya paramanyetik çözüme karşılık gelir, ya da tek bir periyot içinde dış manyetik alana uymaz yani burada $|M| > 0$ olur ve bu durum ise düzenli ya da ferromanyetik çözüme karşılık gelir. Diğer taraftan, yüksek ve negatif d değerleri için paramanyetik faz daha büyük olur. Bu durum analitik olarak da görülebilir. d azalırken (3.23) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim kaybolur.

Bundan dolayı zamana bağlı mıknatıslanmanın çözümü $m(\xi) \approx e^{-\frac{\xi}{\Omega}}$ olur. $\xi \rightarrow \infty$ olduğu zaman $m(\xi)$ 'nin kararlı çözümü daima paramanyetik çözüme karşılık gelir. Eğer h için uygun bir değer seçilirse indirgenmiş düşük sıcaklıklarda T_i 'ye kadar kristal alan etkileşme (D) daha sonra ise bilineer etkileşme (J) baskın olur.

Son olarak bu noktayı belirtelim ki; ortalama alan yaklaşımı ile dinamik inceleme, zamana bağlı salınımlı dış manyetik alan altında spin-1 Blume-Capel modelinin standart Ising modelinden oldukça farklı ilginç dinamik davranışa sahip olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla bu çalışmanın, spin-1 Ising ve benzer modellerin dinamik davranışlarının incelenmesinde, dinamik Monte-Carlo hesaplamaları veya renormalizasyon grup teknikleri gibi daha iyi sonuç veren metotlarla yapılmasını teşvik edeceğine ümit etmekteyiz.

KAYNAKLAR

1. Ising, E., Beitrag zur Theorie des Ferromagnetismus, *Z. Physik* 31, 253, 1925.
2. Onsager, L., Crystal statistics. I.A. Two-Dimensional Model with an order-disorder transition, *Phys. Rev.* 65, 117 (1944).
3. Achiam, Y., Critical slowing down of energylike perturbation in the Glauber-Ising model, *Phys. Rev. B* 19, 376-383, 1979.
4. Fogacs, G., Mukamel, D., Pelcovits, R.A., Glauber dynamics for one-dimensional spin models with random fields, *Phys. Rev. B* 30, 205-208, 1984.
5. Yang, Z.R., Glauber dynamics of the kinetic Ising model, *Phys. Rev. B* 46, 11578-11584, 1992.
6. Wang, J., Critical slowing down of the two-dimensional kinetic Ising model with Glauber dynamics, *Phys. Rev. B* 47, 869-871, 1993.
7. Grandi, B.C.S., Figueiredo, W., Competition between the Glauber and Kawasaki dynamics in the antiferromagnetic Ising model, *Phys. Rev. B* 50, 12595-12599, 1994.
8. Brey, J.J., Prados, A., Low-Temperature relaxation in the one-dimensional Ising model, *Phys. Rev. E* 53, 458-464, 1996.
9. Luscombe, J.H., Luban, M., Reynolds, J.P., Finite-size scaling of the Glauber model of critical dynamics, *Phys. Rev. E* 53, 5852-5860, 1996.
10. Crisanti, A., Sompolinsky, H., Dynamics of spin systems with randomly asymmetric bonds: Ising spins and Glauber dynamics, *Phys. Rev. A* 37, 4865-4874, 1988.
11. Fulco, U.L., Lucena, L.S., Viswanathan, G.M., Efficient search of critical points in Ising-like systems, *Physica A* 264, 171-179, 1999.
12. Meijer, P.H.E., Keskin, M., Bodegom, A Simple Model for the Dynamics Towards Metastable States, *J. Stat. Phys.* 45, 215-232, 1986.
13. Meijer, P.H.E., Tanaka, T., Barry, J.H., Theory of relaxation phenomena near

- the second-order phase transition point, *J. Chem. Phys.* 37, 1397-1402, 1962.
14. Barry, J.H., Magnetic relaxation near a second-order phase transition point, *J. Chem. Phys.* 45, 4172-4177, 1966.
 15. Barry, J.H., Harrington, D.A., Theory of relaxation phenomena in Ising ferromagnets, *Phys. Rev. B* 4, 3068-3077, 1971.
 16. Kawasaki, K., Diffusion constants near the critical point for time-dependent Ising models, *Phys. Rev.* 145, 224-230, 1966.
 17. Acharyya, M., Nonequilibrium phase transition and specific-heat singularity in the kinetic Ising model, *Physica A* 235, 469-472, 1997.
 18. Acharyya, M., Nonequilibrium phase transition in the kinetic Ising model: Divergences of fluctuations and responses near the transition point, *Phys. Rev. E* 56, 1234-1237, 1997.
 19. Acharyya, M., Nonequilibrium phase transition in the kinetic Ising model: Dynamical symmetry breaking by randomly varying magnetic field, *Phys. Rev. E* 58, 174-178, 1998.
 20. Acharyya, M., Nonequilibrium phase transition in the kinetic Ising model: Existence of a tricritical point and stochastic resonance, *Phys. Rev. E* 59, 218-221, 1999.
 21. Acharyya, M., Bhattacharjee, J.K., Chakrabarti, B.K., Dynamic response of an Ising system to a pulsed field, *Phys. Rev. E* 55, 2392-2396, 1997.
 22. Büttiker, M., Landauer, R., Nucleation theory of overdamped soliton motion, *Phys. Rev. Lett.* 43, 1453-1456, 1979.
 23. Büttiker, M., Landauer, R., Nucleation theory of overdamped soliton motion, *Phys. Rev. A* 23, 1397-1410, 1981.
 24. Blume, M., Theory of the first-order magnetic phase change in UO_2 . *Phys. Rev.* 141: 517-524, 1966.
 25. Capel, H.W., On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions with zero-field splitting. *Physica* 32: 966-988, 1966.

26. Capel, H.W., On the possibility of first-order phase transitions in Ising systems of triplet ions with zero-field splitting. *Physica* 37: 423-441, 1967.
27. Mukamel D., Blume, M., Ising model for tricritical points in ternary mixtures. *Phys. Rev. A* 10, 610-617, 1974.
28. Saito, Y., Spin-1 antiferromagnetic Ising model. I. Bulk phase diagram for a binary alloy 74, 713-720, 1981.
29. Saul, D.M., Wortis, M., Stauffer, D., Tricritical Behavior of the Blume-Capel Model, *Phys. Rev. B* 9, 4964-4978, 1974.
30. Oitmaa, J., High Temperature Series Expansions for Griffiths Model of ^3He - ^4He Mixture, *Phys. Lett. A* 33, 230-235, 1970.
31. Oitmaa, J., High Temperature Series Expansions for a Lattice Model of Critical Behavior in Multicomponent Systems, *J. Phys. C* 4, 2466-2470, 1971.
32. Oitmaa, J., Critical Behavior of a generalized Ising model. *J. Phys. C* 5, 435-449, 1972.
33. Yang, D.H.Y., Wang, Y.L., Green's function diagrammatic technique for complicated level systems. II. An application to the Heisenberg ferromagnet with easy-axis single-ion anisotropy. *Phys. Rev B* 12, 1057-1070, 1975.
34. Arora, B.L., Landau, D.P., in *Magnetism and Magnetic Materials*, Proceedings of the 18th Annual Conference on Magnetism and Magnetic Materials, edited by C. D. Graham and J. J. Rhyne, AIP Conf. Proc. No.10 (AIP, New York, 1973), p. 870.
35. Jain, A.K., Landau, D.P., Monte Carlo Study of the fcc Blume-Capel Model, *Phys. Rev. B* 22, 445-452, 1980.
36. Kimel, J.D., et al., Monte-Carlo Study of the antiferromagnetic two-dimensional Blume-Capel model, *Phys. Rev. B* 35, 3347-3353, 1986.
37. Kimel, J.D., Rikvold, P.A., Wang, Y.L., Phase diagram for the antiferromagnetic Blume-Capel model near tricriticality, *Phys. Rev. B* 45, 7237-7243, 1992.
38. Burkhardt, Th.W., Application of Kadanoff's lower-bound renormalization

- transformation to the BC model, *Phys. Rev. B* 14 (3): 1196-1201, 1976.
39. Riedel, E.K., Wegner, F.J., Tricritical exponents and scaling fields, *Phys. Rev. Lett.* 29, 349-352, 1972.
 40. Wegner, F.J., Riedel E.K., Logarithmic Corrections to the Molecular-Field Behavior of Critical and Tricritical Systems, *Phys. Rev. B* 7, 248-256, 1973.
 41. Riedel, E.K., Wegner, F.J., Effective critical and tricritical exponents, *Phys. Rev. B* 9, 294-315, 1974.
 42. Mahan, G.D., Girvin, S.M., Blume-Capel model for plane-triangular and fcc lattices, *Phys. Rev. B* 17, 4411-4415, 1978.
 43. Brognara, A., Parola, A., Reatto, L., Hierarchical reference theory study of the lattice restricted primitive model, *Phys. Rev. E* 65, 066113-066124, 2002.
 44. Kaneyoshi, T., The Tricritical Point in Ising Models with Random Bonds and Crystal-Field Interactions, *J. Phys. C: Solid State Phys.* 19, L557-561, 1986.
 45. Kaneyoshi, T., The phase transition of the spin-one Ising model with a random crystal field *J. Phys. C: Solid State Phys.* 21, L679-682, 1986.
 46. Buzano C., Pelizzola, A., New topologies in the phase diagram of the semi-infinite Blume-Capel model. *Physica A* 216: 158-168, 1995.
 47. Balcerzak T., Tucker, J.W., The spin-1 Blume-Capel model with RKKY interactions *J. Mag. Mater.* 278, 87-95, 2004.
 48. Grollau, S., et.al., Thermodynamically self-consistent theory for the Blume-Capel model., *Phys. Rev. E* 63, 041111-041124, 2001.
 49. Du, A., Yü, Y.Q., Liu, H.J., Expanded Bethe-Peierls approximation for the Ising model with $S=1/2$ and 1, *Physica A* 320, 387-397, 2003.
 50. Ekiz, C., Bethe lattice consideration of the antiferromagnetic spin-1 Ising model, *Phys. Lett. A* 324, 114-119, 2004.
 51. Fiig, T., et.al., Numerical Transfer-Matrix Study of a Model with Competing Metastable States, *Phys. Rev. E* 50, 1930-1947, 1994.
 52. Cirillo E.N.M., Oliveiri, E., 'Metastability and nucleation for the BC model.

- Different mechanisms of transition', *J. Stat. Phys* 83 , 473-554, 1996.
53. Ekiz, C., Keskin M., Yalçın, O., Metastable and unstable states of the Blume-Capel model obtained by the cluster variation method and the path probability method, *Physica* 293, 215-232, 2001.
 54. Glauber, R.J., Time-Dependent Statistics of the Ising Model, *J. Math. Phys.* 4, 294-307, 1963.
 55. Tomé, T., Oliveira, M.J., Dynamic phase transition in the kinetic Ising model under a time-dependent oscillating field, *Phys. Rev. A* 41, 4251-4254 1990.
 56. Buendía, G.M., Machado, E., Kinetics of a mixed Ising ferrimagnetic system, *Phys.Rev.E* 58, 1260-1265, 1998.
 57. Van Kampen, N.G., The expansion of the master equation, *Adv. Chem. Phys.* 34, 245-309, 1976.
 58. Morita, T., The ground state of the Ising model of spin-1, *Phys. Lett. A*, 113, 370-376, 1988.

ÖZGEÇMİŞ

Adı ve Soyadı: Ümüt Temizer

Baba Adı: Celal

Anne Adı: Zeynep

Doğum: Kayseri

Doğum Tarihi: 18.08.1977

İlk, orta ve lise öğrenimini Kayseri’de tamamladı. 1998 yılında Erciyes Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Fizik bölümüne girdi. 2002 yılında lisans eğitimini tamamlayıp aynı yıl Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü’nde Yüksek lisans öğrenimine başladı. Halen Erciyes Üniversitesi Yozgat Fen-Edebiyat Fakültesinde Araştırma görevlisi olarak görev yapmakta olup Phys. Rev. E’de basımda olan bir adet makalesi vardır. İstanbul Teknik Üniversitesi İstatistik Fizik Günlerinde (İTÜ-İFG) bir adet bildiri sundu.