

ÇELİK BASINÇ ELEMANLARINDA BURKULMA BOYLARI

VE BUNU ETKİLEYEN FAKTÖRLER

Ruşen GÖÇMEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Temmuz 2005

**BUCKLING LENGTHS ON STEEL COMPRESSION COMPONENTS
AND FACTORS THAT AFFECT IT**

Ruşen GÖÇMEN

MASTER OF SCIENCE THESIS

Department of Civil Engineering

July 2005

**ÇELİK BASINÇ ELEMANLARINDA BURKULMA BOYLARI
VE BUNU ETKİLEYEN FAKTÖRLER**

Ruşen GÖÇMEN

Osmangazi Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Lisansüstü Yönetmeliği Uyarınca
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı
Yapı Bilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ
Olarak Hazırlanmıştır

Danışman: Doç. Dr. Eşref ÜNLÜOĞLU

Temmuz 2005

Ruşen GÖÇMEN' in YÜKSEK LİSANS tezi olarak hazırladığı “Çelik Basınç Elemanlarında Burkulma Boyları ve Bunu Etkileyen Faktörler” başlıklı bu çalışma, jürimizce lisansüstü yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca değerlendirilerek kabul edilmiştir.

Üye : Doç. Dr. EŞref ÜNLÜOĞLU (Danışman)

Üye : Prof. Dr. Hasan GÖNEN

Üye : Doç. Dr. Nevzat KIRAÇ

Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Prof. Dr. Abdurrahman KARAMANCIOĞLU

Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu çalışmada, çelik basınç elemanlarında burkulma boyları ve bunu etkileyen faktörler ele alındı. Lineer elastik, homojen ve izotrop malzemeden yapılmış kolon, burkulma olayı sonunda aşırı şekil değiştirme veya dayanma sınırını aşan yüksek gerilme nedeni ile görevini yapamaz hale gelebilir. Bu nedenle mühendislikte eksenel basınçla yüklü çubukların burkulmadan görevlerini yapacak şekilde tasarlanması gerekir. Özellikle son zamanlarda yüksek dayanımlı malzemelerin kullanılması, elemanları ve dolayısıyla yapıyı narin hale getirmiş, bu da stabilite şartının birçok halde ön plana geçmesine neden olmuştur. Basınç çubuklarının emniyet yüklerinin bulunmasında burkulma olayı esas olduğundan “stabilite problemleri” söz konusudur. Sistemde en büyük gerilme, o cisim için müsaade edilen sınırı aşarsa, istenilen emniyet kalmamış demektir. Eksenel P yükünün belli bir kritik değeri (P_k) geçmesi halinde, çubuğun bütünü artık elastik gücü ile ilk denge konumuna dönemeyecek hale gelir. Bu durumda çubuktaki denge bozulunca çubuk doğrusal formundan ayrılıp yana doğru eğilmektedir. Burkulmada, çubuğa dışarıdan bir eğilme momenti etkilemediği halde çubuğun eksenel kuvvet etkisinde dengesini kaybederek eğildiği de göz önünde bulundurulmalıdır.

Çerçeve basınç çubukları, çerçevenin yanal hareketinin önlenip önlenmemesine göre ele alınır. Efektif burkulma boyu katsayısını etkileyen birçok faktör vardır. Bunlar; kiriş atalet momenti, kolon atalet momenti, kiriş boyu ve kolon boyuna bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Bu değişiklikler ve burkulma kontrolleri çeşitli formül ve tablolar yardımıyla bulunur. Ayrıca yapılan uygulamalarla burkulma boyu sabitlerindeki değişimler incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Çelik basınç elemanlarında burkulma, burkulma boyları, Euler Teorisi

SUMMARY

In this study, buckling lengths and the factors which affects buckling were examined. A column which is made of linearly elastic, homogenous and isotropic material, may be damaged after an event of over deflection or high stress which exceeds the endurance capacity. For that reason, in engineering, steel bars need to be designed to work properly without buckling under axial compression. Especially, using of high strengthened materials, makes slenderize members of structures and whole structure indeed, which mostly shows the importance of stability. To determine safety loads of steel bars under compression “stability problems” is occurred for the reason of buckling. Exceeding the maximum allowable stress of a member of a system, means that, needed safety is not existing in that system. When an axial P load exceeds the critical level (P_k), the bar is unable to turn back to its previous undeformed condition with its own elastic force. In this condition, balance becomes unstable and bar sways from its normal. In buckling, bending occurrence of bar must be considered because of stability loose under axial force, without any acting bending moment.

Frame structures and their steel bars are classified as either sidesway constrained or sidesway not constrained. There are many parameters which effects effective length factor. These differences and effective buckling ratios are computed by using formulas and charts. In additional, the change of buckling ratio coefficient was examined by samples.

Keywords: Buckling at steel compression members, buckling length, Theory of Euler

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitimi süresi içinde gerek derslerimde ve gerekse tez çalışmalarında, bana danışmanlık ederek beni yönlendiren, her türlü olanağı sağlayan ve birlikte çalışmaktan büyük onur duyduğum çok değerli hocam ve danışmanım Doç. Dr. Eşref ÜNLÜOĞLU' na ve bu süre içerisinde yardımlarını esirgemeyen İnşaat Mühendisliği bölümündeki bütün öğretim elemanlarına değerli katkılarından dolayı teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tüm hayatım boyunca her konuda yardımlarını ve desteklerini aldığım ve alacağım aileme de sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ruşen GÖÇMEN

Temmuz 2005

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
ÇİZELGELER DİZİNİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ VE AMAÇ.....	1
2. ÇELİK BASINÇ ELEMANLARINDA BURKULMA.....	2
2.1 Denge Konumu.....	2
2.2 Elastik Çubuk.....	3
2.3 Eksenel Basınçla Yüklü Elastik Prizmatik Çubukların Burkulması.....	4
2.3.1 İki ucu mafsallı prizmatik çubuk.....	5
2.3.2 Bir ucu ankastre diğer ucu serbest prizmatik çubuk.....	10
2.3.3 Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı prizmatik çubuk.....	13
2.3.4 İki ucu ankastre prizmatik çubuk.....	16
2.4 Eksenel Basınçla Yüklü Elastik Prizmatik Çubuklarda Burkulma Uzunluğu ve Kritik Yük.....	18
2.4.1 Kesme kuvvetinin kritik yüke etkisi.....	20
3. BASINÇ ÇUBUKLARI.....	23
3.1 Burkulma Yüğü.....	23
3.2 Burkulma Boyu Katsayısı.....	29
UYGULAMA 3.1.....	32

İÇİNDEKİLER (devam)**Sayfa**

3.3 Burkulma Boyunu Etkileyen Faktörler.....	35
3.3.1. İki katlı tek gözlü bir sistemde burkulma katsayısının incelenmesi	35
3.3.2. Üç katlı iki gözlü bir sistemde burkulma katsayısının incelenmesi	42
3.3.3. Kiriş boyu değişiminin burkulma katsayısına etkisinin incelenmesi	59
3.3.4. Kolon boyu değişiminin burkulma katsayısına etkisinin incelenmesi	62
UYGULAMA3.2.....	64
4. SONUÇ VE ÖNERİLER	66
5. KAYNAKLAR DİZİNİ.....	68

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Denge Konumu	2
2.2 Yaylarda denge durumu	3
2.3 Burkulma	3
2.4 İki ucu mafsallı prizmatik çubuk	5
2.5 Burkulma boylarının incelenmesi	8
2.6 $f - V_{\max}$ sapmasının incelenmesi	10
2.7 Bir ucu ankastre diğer ucu serbest prizmatik çubuk	10
2.8 Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı çubuk	13
2.9 İki ucu ankastre prizmatik çubuk	16
2.10 Burkulma boylarının değişimi	19
3.1 İdeal elastik – İdeal plastik malzeme	25
3.2 Tek simetri eksenli enkesitler	25
3.3 Simetri eksenli enkesitler	25
3.4 İki katlı tek gözlü çerçeve sistem.....	35
3.5 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistem.....	42
3.6 Tek katlı çerçeve sistem.....	59
3.7 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemde kolon boyunun değişimi.....	62

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Basınç çubuklarında burkulma boyları	28
3.2 Öteleme önlenmiş basınç çubuklarında burkulma boyunun hesabında kullanılan “k” değeri için nomogram	30
3.3 Öteleme önlenmiş basınç çubuklarında burkulma boyunun hesabında kullanılan “k” değeri için nomogram	31
3.4 İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde alt kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	36
3.5 İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde üst kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	37
3.6 İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde alt kat için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması	39
3.7 İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde üst kat için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması	40
3.8 Yatay ötelenmesi önlenmiş sistemlerde “k” burkulma katsayı değerleri.....	41
3.9 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde alt kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	43
3.10 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde alt kat için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması	44
3.11 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde ara kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	46
3.12 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde ara kat için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması	47
3.13 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde üst kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	49

ÇİZELGELER DİZİNİ (devam)

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
3.14 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde üst kat için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması	50
3.15 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde alt kat (orta aks) için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	51
3.16 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde alt kat (orta aks) için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması.....	52
3.17 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde ara kat (orta aks) için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	54
3.18 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde ara kat (orta aks) için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması.....	55
3.19 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde üst kat (orta aks) için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	57
3.20 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde üst kat (orta aks) için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması.....	58
3.21 Tek katlı çerçeve sistemlerde giriş boyunun değişimi ile “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları	60
3.22 Tek katlı çerçeve sistemlerde giriş boyunun değişimi sonucunda denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması.....	60
3.23 G_A ile “k” arasındaki bağıntısının incelenmesi.....	61
3.24 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde kolon boyunun değişimi ile “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları.....	63
3.25 Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde kolon boyunun değişimi sonucunda denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması.....	63

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u>	<u>Açıklama</u>
P	Eksenel basınç yükü
P_k	Kritik yük (burkulma yükü)
E	Elastisite modülü
I	Atalet momenti (cm^4)
I_c	Burkulma boyunun hesaplanacağı düzlemdeki kolonların atalet momenti
I_g	Burkulma boyunun hesaplanacağı düzlemdeki kirişlerin atalet momenti
I_{\min}	Minimum atalet momenti (cm^4)
l_k	Burkulma uzunluğu (cm)
V	Kesme kuvveti
S_c	Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış kolonların boyu (cm)
S_g	Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış kirişlerin boyu (cm)
G	Burkulma boyu hesabında kullanılan katsayı
w	Çubuğun narinliği ile bağlantılı burkulma katsayısı
S	En büyük basınç kuvveti
k'	Nümerik çarpan katsayısı
F	Çubuk enkesit alanı (cm^2)
λ	Narinlik
σ_{ki}	Kritik burkulma gerilmesi
σ_p	Orantılı sınır gerilmesi
σ_a	Akma gerilmesi
$\sigma_{\text{çem}}$	Yükleme ve malzemeye göre çekme emniyet gerilmesi
i	Enkesit atalet yarıçapı
γ_{kr}	Taşıma yükü emniyet sayısı
M	Moment
σ_{dem}	Burkulma emniyet gerilmesi
k	Burkulma katsayısı
C_1, C_2	İntegrasyon sabitleri

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ (devam)

<u>Kısaltmalar</u>	<u>Açıklama</u>
cm	Santimetre
m	Metre
kg	Kilogram
tg	Tanjant
cos	Cosinüs
sin	Sinüs
TSE	Türk Standartları Enstitüsü

1. GİRİŞ VE AMAÇ

Şekil değiştiren cisim mekaniğinde, dış etkiler altında dengede bulunan bir sistem için iki önemli soru söz konusudur; bunlardan birincisi sistemde zorlanmalar tehlikeli sayılan sınıra ne derece yakındır şeklindedir, diğeri ise sistemin incelenen denge konumu acaba kararlı mıdır tarzındadır. Sistemde zorlanmalar tehlikeli sınıra ne derece yakındır sorusunun cevabı, sistemde iç kuvvet veya gerilme dağılışı ile ilgilidir. Eğer en büyük gerilme o cisim için müsaade edilen sınırı aşmış ise, artık sistemde istenilen emniyet kalmamış demektir. Bu problemlere kısaca "gerilme problemleri" adını veriyoruz. Sistemin incelenen denge konumu kararlı mıdır tarzındaki soruların cevabı için; eğer denge konumu kararlı değil ise, sistem bu konumdan çok küçük etkilerle bir defa saptırılacak olursa tekrar ilk durumuna geri dönmek bir yana, bundan o kadar çok ayrılır ki sonunda sistem tamamen çöker ve harap olur. Bu gibi problemlere de kısaca "stabilite problemleri" adını veririz. (Pflüger, 1970)

Stabilite konusu, özellikle son zamanlarda önem kazanmıştır; çünkü yüksek mukavemetli gereçlerin kullanılması yapıyı çok narin bir hale getirmiş bu da stabilite şartının birçok halde ön plana geçmesine sebep olmuştur. Bu konu ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır.

Burkulma boyu ile ilgili yapılan bir çalışmada, çok katlı çerçevelerdeki kolonlar için uygun bir efektif burkulma boyu katsayısı tespit edilmiştir. Bunun için, söz konusu kolonların alt ve üst uçlarında eşit yaylarla birleştirilen parçaların yer değiştirmesinde daha sonra kullanılacak olan dönme rijitlik katsayısı serisi türetilmiştir. Birimlerin sonradan varolan eksenel kuvvetlerinde olduğu gibi, uzak uçlarındaki bütün olası dönme ve aktarma sınır koşulları hesaba katılmıştır. Daha sonra, efektif burkulma boyu katsayısının hesaplanması için analitik bir eşitlik ve Eurocode 3' tekine benzer bir dağılım grafiği kullanılmıştır. (Gantes and Mageirou, 2005)

Gerçek bağlantı koşulları altında iskelelerin yük taşıma kapasitelerinin değerlendirilmesi için yüksek performans kiriş-kolon elemanları kullanılarak ileri seviyede lineer olmayan bir sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Ek olarak, çok katlı kapı tipi modüler çelik iskelelerin güvenli ve etkin kullanımını adına pratik bir tasarım rehberi geliştirmek için, iskelelerin alt ve üst kısımlarındaki duruş ve dönme sınırlamaları geniş bir aralıkta kontrol edilmiştir. (Yu, et al., 2004)

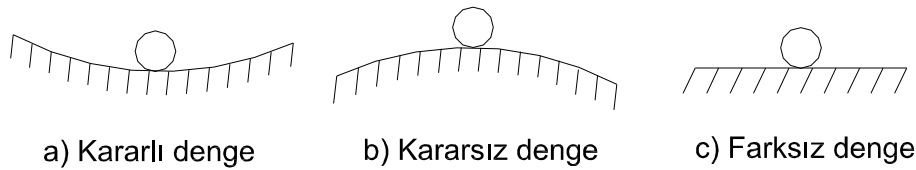
2. ÇELİK BASINÇ ELEMANLARINDA BURKULMA (ELASTİK STABİLİTE)

2.1. Denge Konumu

Rijit cisimler kararlı, kararsız ve farksız diye adlandırılan üç değişik denge durumundan oluşmaktadır. Bunu aşağıdaki (Şekil 2.1.)' den açıklayabiliriz.

(Şekil 2.1.)' de bir küre kapağının iç yüzünde, bir de dış yüzünde duran bir bilye düşünelim. Bilye denge konumundan saptırılıp kendi haline bırakılırsa, (a) halinde yeniden ilk konumuna döndüğü halde, (b) halinde tekrar denge konumuna dönmez. (a)' ya kararlı "stabil", (b)'ye ise kararsız "stabil olmayan (labil)" denge konumu adı verilir.

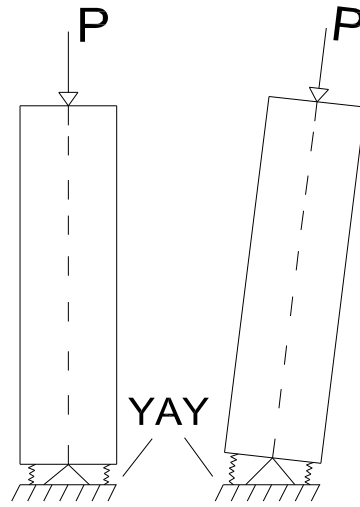
Bu iki halin sınırı ise, bilyenin (c)' deki gibi yatay bir düzlem üzerinde durmasıdır. Bu halde cisim denge konumundan ayrılırsa yeni konumunda da yine dengede kalır. Buna da "farksız denge" konumu adı verilir. (İnan, 1996)



Şekil 2.1. Denge Konumu

Çubuklarda da yukarıda ki bilye örneğine benzer kararsızlık durumları ortaya çıkabilmektedir. Bunu açıklamak için de (Şekil 2.2.)' de ki rijit çubuk (kolon) örneğini inceleyelim:

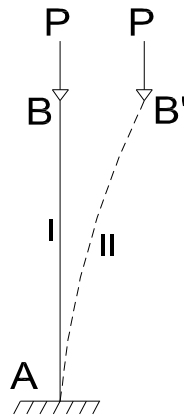
Eğer çubuk eksenî hizasındaki mesnete, ilave olarak sağlı sollu yerleştirilen yaylar olmasaydı, çubuğun dengesi kararsız olacaktı. Dengenin kararlı yöne gitmesine, yayların yardım ettiği açıktır. Ancak çubuğun kendi ağırlığı ihmal edilirse, yayların k yay sabitinin (katsayısının) büyüklüğüne göre, yani yayların direncine göre P yükünün belli bir sınırına kadar denge kararlı olur. P ' nin bir kritik (P_k) değerinden sonra, artık yayların direnci, bozulan denge konumunu düzeltmeye yetmez.



Şekil 2.2. Yaylarda Denge Konumu

2.2. Elastik Çubuk

Elastik çubuklarda (kolonlarda) bu örnekteki yayların yerine çubuğun bütünü geçer. Buna göre, aksenal P yükünün belli bir kritik değere (P_k) erişmesi halinde, çubuğun bütünü artık kendi liflerinin elastik gücü ile ilk denge konumuna dönemeyecek hale gelir. Bu durumda çubuktaki denge bozulunca çubuk doğrusal formundan ayrılıp yana doğru eğilmektedir (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Burkulma

Bu olaya "burkulma (flambaj)" adı verilir. Burkulmada, çubuğa dışarıdan bir eğilme momenti etkilediği halde çubuğun aksenal kuvvet etkisinde dengesini kaybederek eğildiği göz önünde bulundurulmalıdır.

Eksenel basınçla yüklü bütün doğru eksenli çubuklarda benzer hallere az ya da çok oranda rastlanır. Burkulan çubuklarda basınç gerilmesi tehlikeli değerlere erişmese bile büyük yer ve şekil değiştirmeler meydana gelir ve çubuk görevini yerine getiremeyecek duruma düşer. Bu tür çubuklar aksenal basınç yerine aksenal çekme ile yüklenseler, denge durumları daima kararlı olur. Böylece aksenal çekme ile yüklü çubuklar, gerilmeleri belirli bir değeri aşıp kopuncaya kadar buldukları kararlı denge konumlarını korurlar.

2.3. Eksenel Basınçla Yüklü Elastik Prizmatik Çubukların Burkulması (Euler Teorisi)

Eksenel basınç yükü etkisindeki prizmatik (sabit) kesitli doğru eksenli çubukların (kolonların) eksenlerinin, yük altında doğru konumdan eğri konuma geçmesi olayına BURKULMA adı verilir. (Kaltakçı, 1999)

Lineer elastik, homojen ve izotrop malzemeden yapılmış kolon, burkulma olayı sonunda aşırı şekil değiştirme veya dayanma sınırını aşan yüksek gerilme nedeni ile görevini yapamaz hale gelebilir. Bu nedenle mühendislikte aksenal basınçla yüklü çubukların burkulmadan görevlerini yapacak şekilde tasarlanması gerekir. Özellikle son zamanlarda yüksek dayanımlı malzemelerin kullanılması, elemanları ve dolayısıyla yapıyı narin hale getirmiş, bu da stabilite şartının birçok halde ön plana geçmesine neden olmuştur.

Burkulma sadece prizmatik çubuklar için değil, dengesi kararsız hale gelebilen tüm yapı elemanları ve sistemleri için söz konusudur. Eksenel basınç etkisindeki prizmatik çubuklarda burkulma problemi, yani basınç yükünün kritik değerini bulma işlemi, ilk defa L. Euler (1757) tarafından çözülmüştür. (İnan, 1996)

Euler, problemi statik yöntem (denge yöntemi) diye adlandırılan yöntem ile çözmüştür.

Burada problem, çubuğun doğrusal durumdaki denge konumuna çok yakın olan eğrisel denge konumunun, yani farksız dengenin hangi koşullarda mümkün olacağıın belirlenmesi, dolayısıyla bu haldeki yükün kritik yük olduğuna hükmedilmesidir.

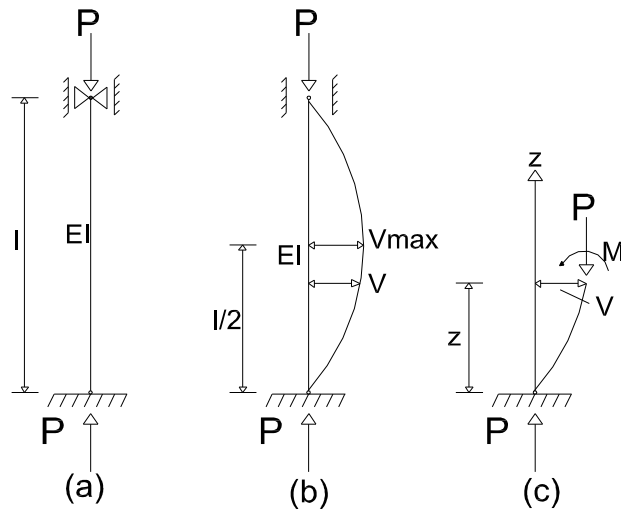
Buna göre, çubuğa tesir eden basınç yükü P , hesaplanan kritik yük (burkulma yükü) de P_k ise, çubuğun doğru formunun,

- a-) $P < P_k$ için kararlı
- b-) $P = P_k$ için farksız
- c-) $P > P_k$ için kararsız

olacağı anlaşılabilir. Euler' in bu çözümü, çeşitli mesnet koşullarındaki prizmatik çubuklar için, sırası ile aşağıda incelenecektir.

2.3.1. İki ucu mafsallı prizmatik çubuk

Eksenel basınç yükü etkisinde, uzunluğu l ve eğilme rijitliği EI olan bir elastik düşey çubuk uçlarından etkiyen P kuvvetleriyle eksenel basınca maruz kalsın. Böyle bir denge halinde çubuk kesitlerinde bir eğilme momenti ortaya çıkar. Bu eğilme momenti, çökmeleri eksene dik yer değiştirmeler ile ilgilidir. (Şekil 2.4)



Şekil 2.4. İki Ucu Mafsallı Prizmatik Çubuk

Şekil 2.4. (c)' deki serbest cisim diyagramından,

$$M = P \cdot v \quad \dots\dots\dots 2.1$$

bulunur. Diğer yandan eğilmede, çökme ile eğilme momenti arasında,

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -\frac{M}{EI} \quad \dots\dots\dots 2.2$$

(Elastik eğrinin diferansiyel denklemi)

2.1 ile 2.2 bağıntıları arasında M yok edilirse,

$$\frac{d^2 v}{dz^2} = -\frac{P \cdot v}{EI} \quad \text{veya} \quad \frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{P}{EI} \cdot v = 0 \quad \dots\dots\dots 2.3$$

şeklindeki v için diferansiyel denklem elde edilir. Denklemi kısaltmak amacıyla,

$$p^2 = \frac{P}{EI} \quad \dots\dots\dots 2.4$$

yazılırsa, 2.3 ile verilen diferansiyel denklem aşağıdaki şekli alır. (Kaltakçı, 1999)

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + p^2 \cdot v = 0 \quad \text{veya} \quad v'' + p^2 \cdot v = 0 \quad \dots\dots\dots 2.5$$

Bu ikinci mertebeden lineer, homojen bir diferansiyel denklem olup; Euler diferansiyel denklemi adını alır ve genel çözümü,

$$v = C_1 \cdot \cos pz + C_2 \cdot \sin pz \quad \dots\dots\dots 2.6$$

dir. Burada C_1 ve C_2 integrasyon sabitleri olup, sınır şartlarından bulunacaktır.

Çubuğun sınır şartları ise şunlardır:

$$z = 0 \text{ da } v = 0$$

$$z = l \text{ de } v = 0$$

ilk sınır şartından $C_1 = 0$ elde edilir ve geriye,

$$v = C_2 \cdot \sin pz \dots\dots\dots 2.7$$

denklemini kalır. Bu denkleminde ikinci sınır şartı kullanılırsa,

$$v(l) = 0$$

$$0 = C_2 \cdot \sin pl \dots\dots\dots 2.8$$

elde edilir. Bu denklemin bir çözümü $C_2 = 0$ olmasıdır. Bu ise, doğrusal çubuk formuna karşılık gelir ve çubuğun burkulmadığını, yani $v = 0$ olduğunu gösterir ki, bu sonucun anlamı yoktur. Denklem 2.8' in ikinci çözümü ise,

$$\sin pl = 0 \rightarrow pl = n\pi \dots\dots\dots 2.9$$

($n = 1, 2, 3, \dots\dots\dots$ gibi tam sayılar)

olmasıdır ki, buradan 2.7 denklemini gereğince,

$$v = C_2 \cdot \sin \frac{n\pi}{l} \cdot z \dots\dots\dots 2.10$$

şeklinde elastik eğri denklemini elde edilir. Bu denklemindeki C_2 elastik eğrinin genliğini; n ise, $n = 1, 2, 3, \dots\dots\dots$ gibi tam sayıları gösterir. Böylece herhangi C_2 genlikleri için eğri denge formunun mümkün olduğu ortaya çıkar. (Kaltakçı, 1999)

Farksız dengeye karşılık gelen bu durum, p nin denklem 2.9' u sağlaması ile mümkündür. Denklem 2.9 ifadesinin her iki tarafının karesi alınarak,

$$p^2 \cdot l^2 = n^2 \cdot \pi^2 \rightarrow p^2 = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \dots\dots\dots 2.11$$

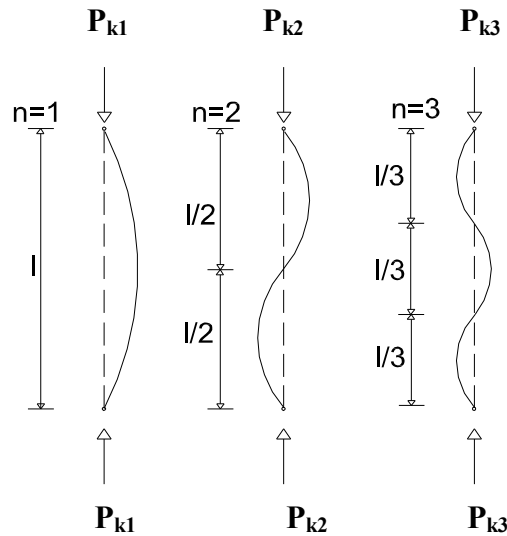
ve denklem 2.4' den p' nin değeri yerine konarak,

$$p = n^2 \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2} \dots\dots\dots 2.12$$

elde edilir. Bu denklemde $n = 0$ için $P = 0$ olur ki, bunun pratik bir anlamı olmaz. n ' nin diğer değerleri için elde edilecek P ler içinde en küçüğü ise $n = 1$ olması hali içindir. Teknik bakımdan önemli olan ve aranılan kritik yük (burkulma yükü / Euler yükü) de budur.

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \dots\dots\dots 2.13$$

Denklem 2.13' den görüldüğü gibi, kritik yük, çubuğun eğilme rijitliğine ve uzunluğuna bağlıdır. Burada $n = 1$, $n = 2$ ve $n = 3$ için denge formları (modlar) incelenirse, bu formların $n = 1$ den başka hepsinin ara dönüm noktası içerdiği ve kararsız olduğu, dolayısıyla teknik olarak hiçbir önemi olmadığı görülür. (Şekil 2.5)



Şekil 2.5. Burkulma Boyları

Ayrıca denklem 2.13' den görüldüğü gibi burkulma, uzun ve narin basınç çubuklarında daha da ön plana çıkan bir durumdur. Euler burkulma yükünün, yani denklem 2.13' ün çıkarılışında izlenen yolun, şu ilginç yönüne dikkat edilmelidir.

Burada iki ucu mafsallı ve aksenal basınçla yüklü çubuğun elastik eğrisi bulunmamış, fakat eğrisel bir denge konumunun, örneğin Şekil 2.4. (b)' deki konumun mümkün olması için gerekli koşul bulunmuştur. Bizi doğrudan doğruya ilgilendirmeyen elastik eğri ise bu durumda denklem 2.7 ile verilen

$$v = C_2 \cdot \sin pz \dots\dots\dots 2.14$$

denklemini ile olur. Burada C_2 katsayısını belirleyecek başka bir koşul bulunmadığı için C_2 her değeri alabilir; dolayısıyla elastik eğri belirsiz olur. Elastik eğrinin belirsiz olmasının gerçek nedeni, elastik eğrinin diferansiyel denkleminin çıkarılışında yapılan yaklaşıklığıdır.

Elastik eğrinin diferansiyel denkleminin çıkarılışında,

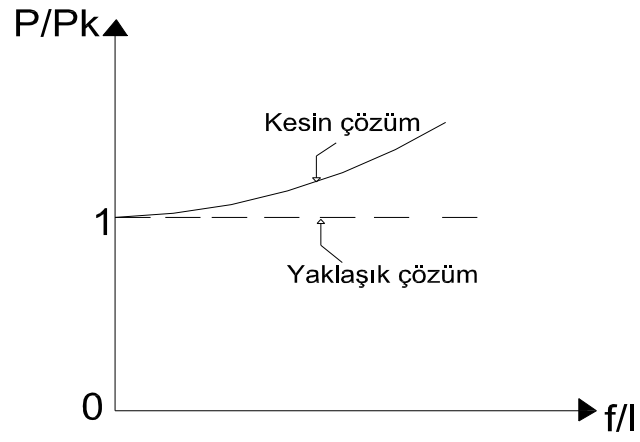
$$\frac{M}{EI} = \frac{1}{p} = \frac{-v''}{(1+v'^2)^{3/2}} \cong -v'' \dots\dots\dots 2.15$$

alınmış ve bu yaklaşımla elastik eğri denklemini lineerleştirilmiştir. Böylece Şekil 2.4. (b)' deki çözüm elde edilir. Gerçek elastik eğri ise, böyle bir yaklaşıklık yapmadan elastik eğri diferansiyel denklemini çözmekle bulunur.

Bu kesin sonuçta kritik yük çok küçük bir değer aşılsa bile, çubuktaki $f - V_{\max}$ sapması çok büyük olur (Şekil 2.6). Şekil 2.6.' da kesin çözümden elde edilen P / P_k ve f / l değerleri arasındaki ilişki, grafik olarak gösterilmiştir. (Kaltakçı, 1999)

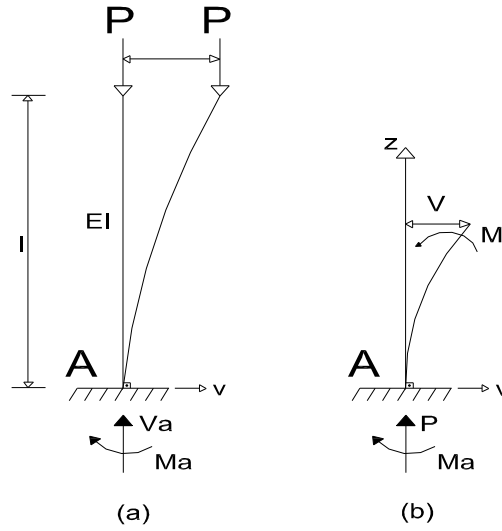
Kritik yüke kadar ($P / P_k < 1$), f / l oranı sıfır kalır, kritik yük aşılmaya bu oran hızla büyür.

Örneğin $P / P_k = 1,015$ için $f / l = 0,110$ iken $P / P_k = 1,518$ için $f / l = 0,401$ olur.



Şekil 2.6. $f-V_{\max}$ Sapması

2.3.2. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest prizmatik çubuk



Şekil 2.7. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Serbest Prizmatik Çubuk

Şekil 2.7. (a)' da görülen çubukta elastik eğriden hareketle mesnet reaksiyonları,

$$V_A = P, \quad M_A = -P \cdot \delta$$

olarak elde edilir. Elastik eğriden Şekil 2.7. (b)' deki gibi bir kesim yapılarak, moment denge denklemi yazılırsa,

$$M = M_A + P.v = -P.\delta + P.v$$

olarak elde edilir. Bu durumda, elastik eğrinin diferansiyel denklemi,

$$EI.\frac{d^2v}{dz^2} = -M = -p.v + p.\delta \dots\dots\dots 2.16$$

olur. $P^2 = P/EI$ tanımı yapılrırsa, diferansiyel denklem,

$$\frac{d^2v}{dz^2} + p^2.v = p^2.\delta \dots\dots\dots 2.17$$

halini alır. Bu ikinci merteye ve ikinci taraflı lineer diferansiyel denklemin genel çözümü, matematikten bilindiği gibi, homojen denklemlerin çözümü olan,

$$C_1.\sin pz + C_2.\cos pz$$

ifadesi ile ikinci taraflı denklemin özel çözümü olan,

$$v = \delta$$

ifadesinin toplamından oluşur; yani diferansiyel denklemin genel çözümü,

$$v = C_1.\sin pz + C_2.\cos pz + \delta \dots\dots\dots 2.18$$

dır. Sınır koşullarından,

$$z=0 \text{ için } v' = 0 \rightarrow (C_1.p.\cos pz - C_2.p.\sin pz)_{z=0} = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

$$z=0 \text{ için } v = 0 \rightarrow (C_2 \cdot \cos pz + \delta)_{z=0} = 0 \rightarrow C_2 = -\delta$$

bulunur ve genel çözüm,

$$v = \delta - \delta \cdot \cos pz$$

halini alır. Son sınır koşulu ise,

$$z=l \text{ için } v = \delta \rightarrow \delta - \delta(1 - \cos pl) \rightarrow \delta \cdot \cos pl = 0$$

sonucunu verir. Bu koşulun sağlanabilmesi için, Şekil 2.7. (a)'daki elastik eğri için,

$$\cos pl = 0 \rightarrow pl = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots 2.19$$

olması gerekir. Burada $n = 0,1,2,3,\dots\dots$ gibi bir tam sayıdır. Yukarıdaki ifadenin her iki tarafının karesi alınırsa,

$$p^2 l^2 = (2n+1)^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \dots\dots\dots 2.20$$

ve p^2 nin değeri yerine yazılırsa,

$$\frac{P}{EI} l^2 = (2n+1)^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \rightarrow P = (2n+1)^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI}{4l^2} \dots\dots\dots 2.21$$

bulunur. Buradan P ' nin en küçük değeri $n = 0$ için elde edilir, yani kritik yük (burkulma yükü),

$$P_k = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} \dots\dots\dots 2.22$$

olarak elde edilir.

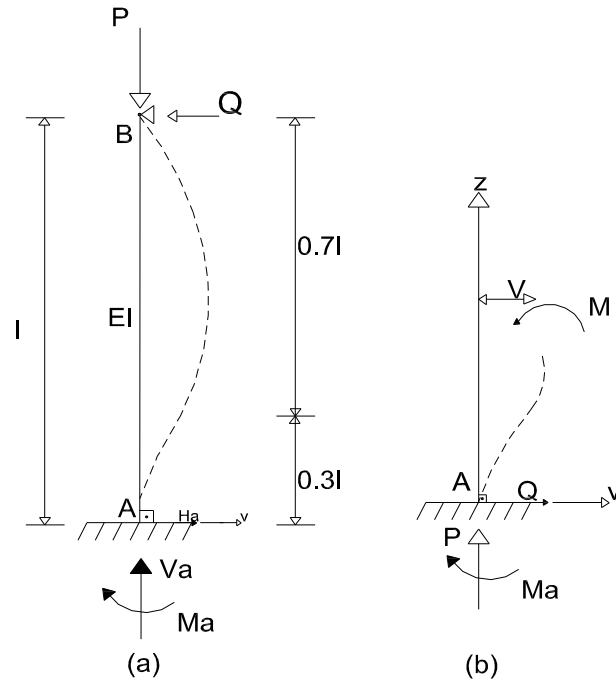
Bu sonuç, iki ucu mafsallı haldeki kritik yük ile karşılaştırılırsa; bu haldeki kritik yükün, iki ucu mafsallı haldeki kritik yükün dörtte biri olduğu; dolayısıyla bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan çubuğun, aynı boydaki iki ucu mafsallı çubuğa nazaran çok daha kolay burkulacağı anlaşılır.

2.3.3. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı prizmatik çubuk

Şekil 2.8. (a)' da görülen bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı çubukta, P_k kritik yükü doğrudan doğruya bulunacaktır. Bu nedenle çubuğun burkulmuş konumu, doğrusal ilk konumuna yeteri kadar yakın alınacaktır. Şekil 2.8. (a) mesnet reaksiyonları yazılırsa,

$$V_A = P, \quad H_A = Q, \quad M_A = Q \cdot l$$

elde edilir.



Şekil 2.8. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Mafsallı Çubuk

Eğilmiş kolon A mesnedinden z uzaklığında kesilip alttaki parça göz önüne alınırsa Şekil 2.8. (b), moment dengesinden,

$$M = M_A + P.v - Q.z = P.v + Q(l - z)$$

bulunur. Ve elastik eğrinin 2. türevi

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{P}{EI}v - \frac{Q}{EI}(l - z) \dots\dots\dots 2.23$$

olur. $p^2 = P/EI$ ve $q^2 = Q/EI$ tanımları yapılırsa, elastik eğrinin diferansiyel denklemi,

$$\frac{d^2v}{dz^2} + p^2.v = -q^2(l - z) \dots\dots\dots 2.24$$

olarak elde edilir.

Bu homojen olmayan, sabit katsayılı, ikinci mertebeden, diferansiyel denklemde; P kuvveti çubuğa etki eden eksenel yük olarak belli iken, Q kuvveti henüz bilinmeyen bir parametredir. Verilen çubukta sınır koşulları,

$$v(0) = 0, \quad v'(0) = 0, \quad v(l) = 0$$

olduğundan, yukarıdaki diferansiyel denklemin çözümü,

$$v = C_1.\cos pz + C_2.\sin pz - \frac{q^2}{p^2}(l - z) \dots\dots\dots 2.25$$

olur. Bu çözümde sınır koşulları kullanılırsa,

$$v(0) = 0 \rightarrow C_1 - \frac{q^2.l}{p^2} = 0$$

$$v'(0) = 0 \rightarrow p.C_2 + \frac{q^2}{p^2} = 0$$

$$v(l) = 0 \rightarrow C_1 \cdot \cos pl + C_2 \sin pl = 0$$

bağıntıları elde edilir.

Çözüm olabilmesi için katsayılar matrisinin determinanı sıfır olmalıdır. Bu determinant açılırsa, burkulma koşulu olarak,

$$\operatorname{tg} pl = pl \dots\dots\dots 2.26$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1/p^2 \\ 0 & p & 1/p^2 \\ \cos pl & \sin pl & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Bu determinant açılırsa, burkulma koşulu olarak,

$$\operatorname{tg} pl = pl$$

trigonometrik denklemi elde edilir. Bu denklemin sıfırdan farklı en küçük kökü, $y = pl$ doğrusu ile $y_1 = \operatorname{tg} pl$ eğrisinin kesiştiği nokta olup,

$$pl = 4,4934 \dots\dots\dots 2.27$$

olarak elde edilir. Buradan, çubuğun P_k kritik yükü,

$$P_k = (4,4934)^2 \frac{EI}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(0,7l)^2} \dots\dots\dots 2.28$$

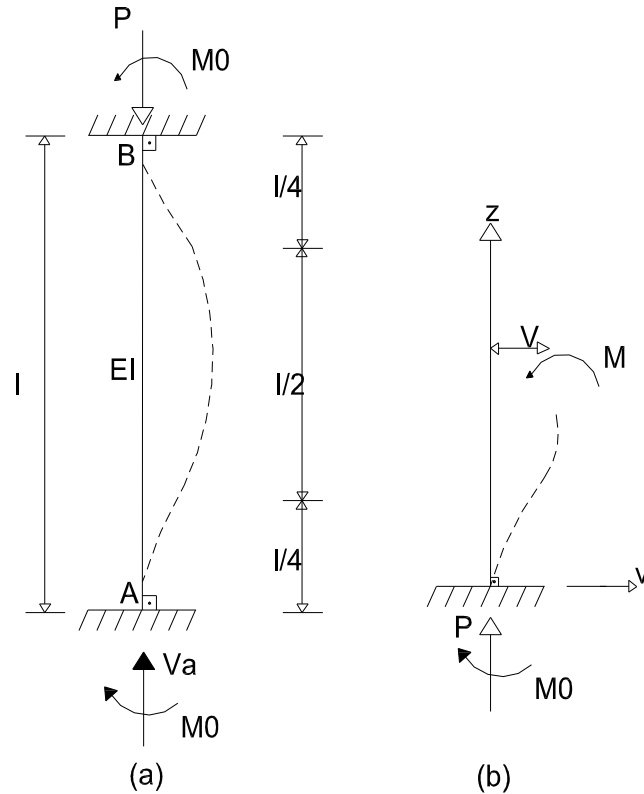
olarak bulunur. Bu kritik yük, iki ucu mafsallı çubuğa ait kritik yükün iki katından biraz fazladır. (Kaltakçı, 1999)

2.3.4. İki ucu ankastre prizmatik çubuk

Şekil 2.9. (a)' da görülen ve P basınç yükü altındaki iki ucu ankastre çubuk, şekildeki gibi burkulmuş olsun. Bu durumda mesnet reaksiyonları,

$$V_A = P, \quad M_A = M_B = M_0$$

Şekil 2.9. (a)' da görülen ve P basınç yükü altındaki iki ucu ankastre çubuk, şekildeki gibi burkulmuş olsun.



Şekil 2.9. İki Ucu Ankastre Prizmatik Çubuk

Bu durumda mesnet reaksiyonları,

$$V_A = P, \quad M_A = M_B = M_0$$

olacaktır. Çubuktan Şekil 2.9. (b)' deki gibi bir kesim yapıp moment dengesi yazılırsa,

$$M = M_0 + P.v$$

elde edilir. $P^2 = P/EI$ tanımı ile elastik eğrinin 2. türevi,

$$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M}{EI} = -P^2.v - \frac{M_0}{EI} \dots\dots\dots 2.29$$

ve elastik eğrinin diferansiyel denklemi,

$$\frac{d^2v}{dz^2} + P^2.v = -\frac{M_0}{EI} \dots\dots\dots 2.30$$

olur. Verilen çubukta sınır koşulları,

$$v(0) = v'(0) = v(l) = v'(l) = 0$$

olup; diferansiyel denklemin çözümü,

$$v = C_1.\cos pz + C_2.\sin pz - \frac{M_0}{p^2.EI} \dots\dots\dots 2.31$$

dır. Bu çözümde sınır koşulları yazılırsa,

$$v(0) = 0 \rightarrow C_1 - \frac{M_0}{p^2.EI} = 0$$

$$v'(0) = 0 \rightarrow p.C_2 = 0$$

$$v(l) = 0 \rightarrow C_1 \cdot \cos pl + C_2 \sin pl - \frac{M_0}{p^2 \cdot EI} = 0 \dots\dots\dots 2.32$$

denklem takımı elde edilir. Bu ifadelerden, burkulma koşulu olarak;

$$\cos pl = 1 \dots\dots\dots 2.33$$

ve bu koşulu sağlayan sıfırdan farklı en küçük kök olarak,

$$pl = 2\pi \dots\dots\dots 2.34$$

elde edilir. Buradan P_k kritik yükü,

$$P_k = \frac{4\pi^2 \cdot EI}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{(0,5l)^2} \dots\dots\dots 2.35$$

olarak bulunur.

2.4. Eksenel Basınçla Yüklü Elastik Prizmatik Çubuklarda Burkulma Uzunluğu ve Kritik Yük

Eksenel basınçla yüklü prizmatik çubuklarda çeşitli mesnet şartları (uç koşulları) için bulunan kritik yük(burkulma yükü) formüllerinin hepsini, EULER formülü denilen,

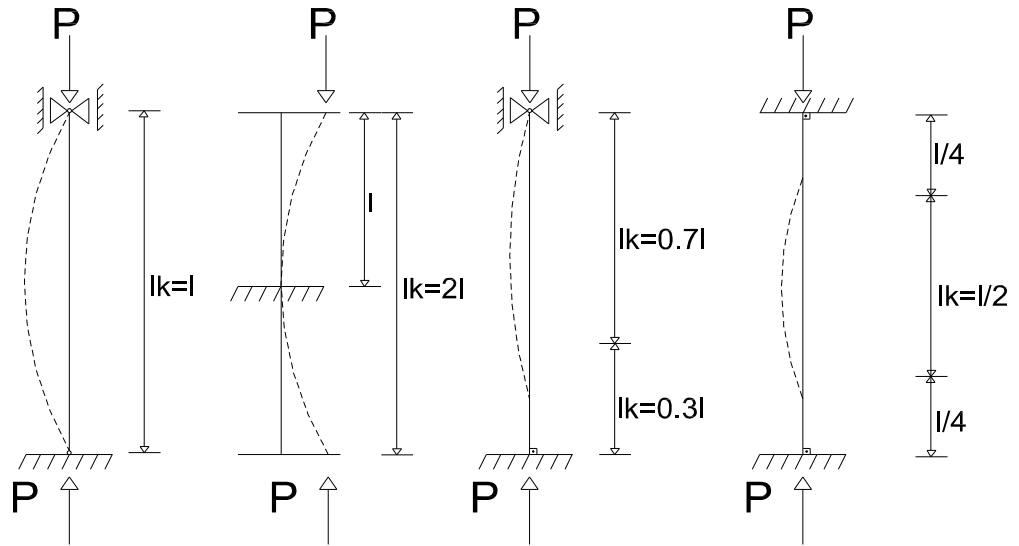
$$P_k = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l_k^2} \dots\dots\dots 2.36$$

şeklinde tek bir formül altında toplamak mümkündür. (Kaltakçı, 1999)

Burada l_k çubuğun uç koşullarına göre değişen bir uzunluk olup, “ burkulma uzunluğu (kritik uzunluk)” adını alır. Çubuğun mesnet durumlarına göre bu uzunluk bazen kolonun uzunluğundan fazla, bazen eşit ve bazı durumlarda da küçük olur. Yukarıda belirttiğimiz kritik yük formülleri, denklem 2.36 formülü ile karşılaştırılırsa, her uç koşulu için burkulma boyu Şekil 2.10.’ da gösterildiği gibi bulunur.

Burkulma uzunluğuna, geometrik bir anlam da vermek söz konusudur; çubuğun şekil değiştirmiş haldeki denge konumuna ait elastik eğrinin iki dönüm noktası arasındaki mesafe burkulma uzunluğudur. Dönüm noktası $M = 0$ yada $v'' = 0$ şartı ile tanımlanır.

Bir ucu ankastre diğer ucu boşta olan çubukta ise, $M = 0$ olan iki nokta elastik eğri üzerinde bulunmadığından, eğrinin simetriği alınıp devam ettirilerek, burkulma uzunluğu için $l_k = 2.l$ bulunur.



Şekil 2.10. Burkulma Boyları

Prizmatik çubuklarda uç koşulları Şekil 2.10.’ da gösterilen ve basit Euler halleri adı verilen dört basit halin dışında da olabilir.

Uçların elastik mafsallı yada elastik ankastre olması halleri için l_k burkulma boyu, uçların elastik sabitlerine göre hesaplanabilir.

Kritik yük formüllerinde geçen I atalet momenti, kesitin en küçük atalet momenti olan I_{min} ' dir. Çubuk, I_{min} atalet momentinin bulunduğu eksen etrafında burkulur yani eğilir. Diğer bir anlatımla, kesitin iki asal ekseninden en büyük atalet momentini veren eksen, daima çubuğun burkulma doğrultusunu gösterir.

Yukarıda incelenen kolon teorisini, elastik mesnetler, basınç kuvvetinin yada kesitin değişken olması, çubuk ekseninin eğri olması gibi çeşitli yönlerden genelleştirmek mümkündür. Ayrıca burada belirtilen “statik yöntemin” dışında, çubuğun denge konumunun kararlılığı hakkında yorum yapabilmek için kullanılan “dinamik yöntem” ve “enerji yöntemi” de mevcuttur.

Bu üç yöntemden en geneli dinamik yöntem olmakla birlikte, uygulanması bakımından oldukça zordur. Statik yöntem genel olmamakla birlikte, pek çok probleme uygulanabilme kolaylığına sahiptir. Enerji yöntemi ise ancak enerjinin korunduğu (konservatif) sistemlerde uygulanabilir.

Yarı – rijit bağlantılı çerçevelerin burkulma yüküne etkisi ile ilgili bir çalışma da yapılmış ve bu çalışmada esnekliğin ve elastik desteklemenin burkulma yüküne etkisi görülmektedir. Bu sonuçlara göre basit çerçeveler burkulmaya karşı tasarlanırken, esnek bağlantıların bütün çelik çerçevelere uygulanabileceği anlaşılmaktadır. (Raftoyiannis, 2005)

2.4.1. Kesme kuvvetinin kritik yüke etkisi

Şimdiye kadar, burkulmadaki kritik yüklerin hesabında elastik eğrinin diferansiyel denklemi kurulurken, çubuktaki kesit tesirlerinden sadece eğilme momenti göz önüne alınmıştı. Şimdi de $V = P.v'$ ile ifade edilen kesme kuvvetinin etkisini hesap edelim. Kesme kuvveti de hesaba katıldığında, çubuğun elastik eğrisinin denklemi daha önce de belirttiğimiz gibi;

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{d^2v_M}{dz^2} + \frac{d^2v_v}{dz^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{k'}{GA} \cdot \frac{dV}{dz} = -\frac{P \cdot v}{EI} + \frac{k' \cdot P}{GA} \cdot \frac{d^2v}{dz^2} \dots\dots\dots 2.37$$

olur ve buradan,

$$\frac{d^2v}{dz^2} + \frac{P}{EI(1 - \frac{k' \cdot P}{GA})} \cdot v = 0 \dots\dots\dots 2.38$$

bulunur. Burada k' kesitin geometrisi ile ilgili nümerik bir çarpanı gösteren katsayıdır. Yukarıda belirttiğimiz denklemde,

$$p^2 = \frac{P}{EI(1 - \frac{k' \cdot P}{GA})} \dots\dots\dots 2.39$$

alınırsa, diferansiyel denklem,

$$v'' + p^2 \cdot v = 0 \dots\dots\dots 2.40$$

haline gelir. Bu diferansiyel denklem, örneğin iki ucu mafsallı çubuğun $v(0) = 0$ ve $v(l) = 0$ sınır şartları göz önüne alınarak çözümlerse, en küçük P'_k kritik yükü için,

$$P'_k = \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \left(1 - \frac{k' \cdot P_k}{GA}\right) \quad \text{veya} \quad P'_k = \frac{\pi^2 \cdot EI / l^2}{1 + \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \cdot \frac{k'}{GA}} \dots\dots\dots 2.41$$

bulunur.

Burada, daha önce eğilme momenti dikkate alınarak bulunan, kritik yük (Euler yükü)

$P_k = \pi^2 \cdot EI / l^2$ ile gösterilirse, 2.41 denkleminde belirttiğimiz kritik yük,

$$P'_k = \frac{P_k}{1 + \frac{P_k}{GA/k'}} \dots\dots\dots 2.42$$

olur ve açıkça görülür ki $P'_k < P_k$ dır; yani kesmenin hesaba sokulması, kritik yüke azaltıcı yönde bir etki yapmakta ve daha güvenli bir hesap tarzı vermektedir.

Özellikle dolu kesitlerde kesme kuvvetinin kritik yüke etkisi çok küçük olduğundan (binde mertebesinde) ihmal edilmesinde bir sakınca olmaz.

İki ayrı esastan elde ettiğimiz kritik yükler arasındaki oranı,

$$\frac{P'_k}{P_k} = \frac{1}{1 + \frac{k' \cdot P_k}{GA}} < 1$$

özel bir örnek için hesaplayalım. $l = 35\text{cm}$, kesit = $1\text{cm} \cdot 2\text{cm}$, $E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $G = 800000 \text{ kg/cm}^2$, $k' = 1,2$ ve $P_k = 1430 \text{ kg}$ alındığına göte:

$$P'_k / P_k = 0,998$$

bulunur ve kesme kuvvetinin kritik yüke etkisinin çok az olduğunu görmüş oluruz.

Kesit dolu olacağı yerde çok parçalı ise(çelik yapılardaki bileşik kesitli kolonlardaki gibi), kesme kuvvetinin kritik yüke etkisi ihmal edilemeyecek boyutlarda artış göstereceğinden etki ihmal edilemez.

Tasarım kodlarına uygun olan, takviyeli çerçevelerin kolon etkin uzunluk faktörlerinin hesaplanmasında kullanılan grafiklerin, yatay sınırlamaların sonsuz olması dolayısıyla tutarlı olmadığı gösterilmiştir. Analitik eşitliklerde yatay sınırlamaların sonlu değerleri hesaba katılmıştır. Dada sonra elastik kritik kolon yükünün değerlendirilmesi için basit bir metod geliştirilmiştir. (Cheong and Moy, 1996)

3. BASINÇ ÇUBUKLARI

3.1. Burkulma Yüğü

Boyuna doğrultuda aksenal basınç kuvveti taşıyan elemanlara basınç çubuğı denir. Bu çubuklara, yapı kolonu veya kafes kiriş elemanı olarak rastlanmaktadır. Basınç çubuklarında, etkiyen kuvvetin şiddetinin belli bir kritik değeri aşması halinde, çubuk eksenini doğrusallığını kaybederek eğilmeye başlar ve bu olaya da basınç çubuğunun burkulması adı verilir. Burkulma bir stabilite problemidir ve bu nedenle, basınç çubuklarında gerilme problemi yerine stabilite problemi söz konusudur. (İnan, 1996)

Malzemesi Hook Kanunu' na uyan, iki ucu mafsallı prizmatik bir çubuk için ideal eğilme burkulması yükünü ilk kez 1757 yılında matematikçi Leonhard EULER hesaplayarak aşağıdaki formülü elde etmiştir. Bir çubukta burkulmayı başlatan kritik burkulma yükü, " Euler Burkulma Yüğü " olup,

$$P_{ki} = P_E = \frac{\pi^2 EI}{s^2} \dots\dots\dots 3.1$$

dir. Bu yük altında çubuktaki burkulma gerilmesi,

$$\sigma_{ki} = \frac{P_{ki}}{F} = \frac{\pi^2 EI}{F \cdot s^2} \dots\dots\dots 3.2$$

olur. Burada kullanılan ifadelerin anlamları ise:

E : Elastisite Modülü

F : Çubuk enkesit alanı

I : Çubuğın atalet momenti

s : Çubuk burkulma boyu

i atalet yarıçapı ve λ narinlik olmak üzere;

$\frac{I}{F} = i^2$, çubuk enkesitinin atalet yarıçapının karesi olduğuna ve $\lambda = \frac{S}{i}$ basınç çubuğunun narinliği şeklinde tanımlandığına göre, kritik burkulma gerilmesi,

$$\sigma_{ki} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \dots\dots\dots 3.3$$

tarzında yazılabilir. Çelik malzeme, $\sigma \leq \sigma_p$ (orantılı sınır gerilmesi) olduğu takdirde Hooke Kanunu'na uyan bir malzemedir. Bu durumda, yukarıda verilen (σ_{ki}) değerinin geçerliliği ancak, $\sigma_{ki} \leq \sigma_p$ durumu içindir. $\sigma_p = 0.8\sigma_a$ (akma sınırı) varsayımı gözönünde tutulursa, $\sigma_{ki} = \sigma_p$ durumunda narinlik değeri;

$$\sigma_{ki} = \sigma_p = \frac{\pi^2 E}{\lambda_p^2} \rightarrow \lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} \cong 100 \dots\dots\dots 3.4$$

olur. $E = 2,1.10^6 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_p = 0,8.2400 = 1920 \text{ kg/cm}^2$ (St37) değerleri yerine konursa ($\lambda_p \cong 100$) çıkar.

Buna göre, herhangi bir basınç çubuğunda ($\lambda > \lambda_p = 100$) olduğu sürece (σ_{ki}) Euler Formülü geçerlidir. Çelik malzemenin elasto-plastik davranış gösterdiği ($\lambda < \lambda_p$) bölgesinde ise kritik gerilmelerin hesabı için, Tetmayer veya Engesser formülleri kullanılır.

DIN 4114 şartnamesi elasto-plastik bölge için “ Taşıma Yüğü Metodu “ nun uygulanmasını öngörmektedir. Bu metoda göre yakın bazı kabuller yapılmak sureti ile, σ_{Kr} taşıma gerilmesi değerleri saptanmıştır. Yapılan kabuller aşağıda ifade edilmiştir.

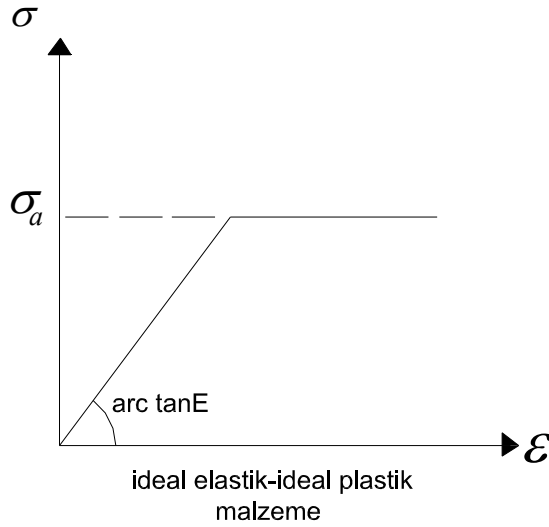
- Çelik malzeme, ideal elastik – ideal plastik malzeme olarak ele alınmıştır.

(Şekil 3.1.)

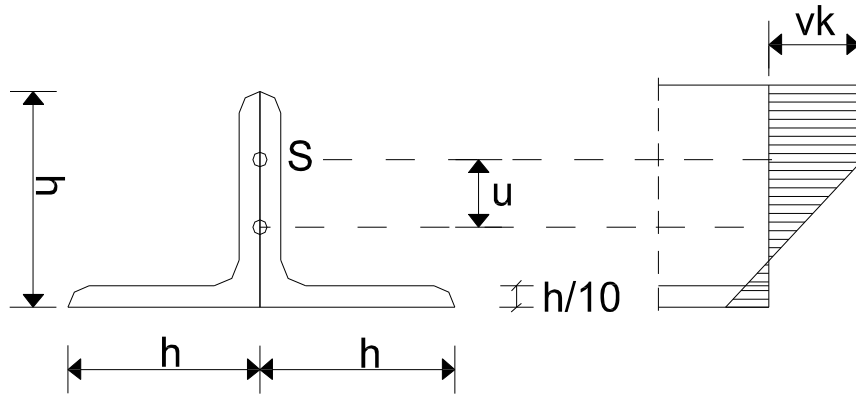
- Enkesiti, tek simetri eksenli “2L” den oluşan bir enkesit alınmıştır. (Şekil 3.2.)

- Basınç kuvveti “P” nin, simetri ekseninde ve $\left(u = \frac{i}{20} + \frac{s}{20}\right)$

(i, enkesit atalet yarıçapı; s, iki ucu mafsallı çubuğun boyu) kadar eksantrik olarak etki ettiği kabul edilmiştir. (Şekil 3.3)



Şekil 3.1. İdeal Elastik – İdeal Plastik



Şekil 3.2. Tek Simetri Eksenli

Şekil 3.3. Simetri Eksenli

İki ucu mafsallı bir basınç çubuğu göz önünde tutulmuş ve bu çubuktaki (σ_{kr}) kritik burkulma gerilmesi hesaplanmıştır. Böylece, herhangi bir basınç çubuğundaki

$(\sigma = \frac{P}{F})$ ortalama gerilme, bu $(\sigma_{ki} \text{ ve } \sigma_{kr})$ gerilmelerinden belli bir emniyet kadar küçük kalmalıdır. σ_{kr} değerleri saptanırken yakın kabuller yapılmış olmasına rağmen σ_{ki} değerleri için ideal kabuller göz önünde tutulmuştur. σ_{kr} ve σ_{ki} gerilmelerine göre farklı emniyet katsayılarının alınması doğru olur.

DIN 4114 şartnamesinde ;

$$v_{kr} \text{ (taşıma yükü emniyet sayısı)} = 1,5$$

$$v_{ki} \text{ (taşıma yükü emniyet sayısı)} = 2,5$$

değerleri kabul edilmiştir. (σ_{dem}) burkulma emniyet gerilmesi, $\frac{\sigma_{kr}}{v_{kr}}$ ve $\frac{\sigma_{ki}}{v_{ki}}$ değerlerinin küçüğü olarak ifade edilir.

$$\sigma_{dem} = \min\left(\frac{\sigma_{ki}}{2,5}, \frac{\sigma_{kr}}{1,5}\right)$$

şeklinde tanımlanırsa, basınç çubuklarında,

$$\sigma = \frac{P}{F} \leq \sigma_{dem} \dots\dots\dots 3.5$$

gerilme irdelemesi ortaya çıkar. Burada (λ) nın değerlerine göre değişken (σ_{dem}) değerleriyle çalışılmak istenmiyorsa, değişken olmayan bir (σ_{em}) göz önünde tutularak, “ ω burkulma sayıları “ tanımı yapılır ve

$$\omega = \frac{\sigma_{em}}{\sigma_{dem}} \text{ olarak ifade edilir.}$$

$$\omega = \frac{\sigma_{em}}{\sigma_{dem}} \rightarrow \sigma_{dem} = \frac{\sigma_{em}}{\omega} \rightarrow \sigma = \frac{P}{F} \leq \sigma_{dem} = \frac{\sigma_{em}}{\omega} \dots\dots\dots 3.6$$

elde edilir. Böylece,

$$\sigma = \frac{P.\omega}{F} \leq \sigma_{em} \dots\dots\dots 3.7$$

olarak, aksenal basınç kuvvetine maruz çubuklardaki gerilme kontrolünün genel uygulama şekli ortaya çıkar. (ω), burkulma katsayısı olup (λ) narinliğine göre değer almaktadır. Yuvarlak borudan çubuklar hariç, bütün enkesit şekilleri için aynı ω tabloları kullanılır. (σ_{em}) değeri de ($\sigma_{çem}$) e eşittir. (TS 648, Madde 3.2.2.)

$$\sigma = \frac{P.\omega}{F} \leq \sigma_{çem} \dots\dots\dots 3.8$$

Burada,

P = Çubukta meydana gelebilen en büyük basınç kuvvetini (kgf),

F = Çubuğun en kesit alanını (cm²),

$\sigma_{çem}$ = İncelenen yükleme ve malzemeye göre çekme emniyet gerilmesini, (kgf/cm²),

ω = Çubuğun narinliği (λ) ile bağlantılı ve Fe 37 ile Fe 52 çelikleri için alınacak burulma katsayısını ifade etmektedir.

Çubuğun narinliği ($\lambda = \frac{s}{i}$) hesabındaki (s), esasında çubuğun burkulma

boyudur ve bundan böyle (s_k) ile gösterilecektir. (s) çubuğun gerçek boyu ise, $s_k = k \cdot s$ şeklinde elde edilir. Basınca çalışan çubukların kafes kiriş düzlemi içindeki burkulma boyları s_k , çubukların s sistem uzunluğuna eşit alınacağını yukarıda da belirtilmişti.

Kafes kiriş düzlemi dışındaki burkulma boyunun da çubuk uzunluğuna eşit olabilmesi için, basınç başlığı düğüm noktalarının kiriş düzleminden dışarıya doğru hareketleri önlenmiş olmalıdır.

Basınca çalışan çubukların mesnet şartlarına göre değişen burkulma boyları, altı durum için Çizelge 3.1’ de verilmiştir. Bu çizelgede mesnetlerde istenilen durumu tam anlamıyla gerçekleştiremeyeceğinden tavsiye edilen değerler eşdeğer teorik değerden daha fazla tutulmuştur. (TS 648)

Çizelge 3.1. Basınç Çubuklarında Burkulma Boyları

Çubuğun Konumu (Kesikli çizgiler burkulma şeklini gösteriyor.)						
"K" Katsayısı	0,8	1,0	0,7	1,0	2,0	2,0
Uç bağlantı şekillerinin ayrıntıları	Dönme ve öteleme önlenmiş	Dönme serbest, öteleme önlenmiş	Dönme önlenmiş, öteleme serbest	Dönme ve öteleme serbest		

3.2. Burkulma Boyu Katsayısı

Çerçevelerdeki basınç çubuklarının burkulma boyu katsayısı çerçevenin yanal hareketinin önlenip önlenmemesine göre Çizelge 3.2. veya Çizelge 3.3.' den elde edilir. Çerçeve basınç çubuğunun A ve B uçlarında Çizelge 3.2 veya Çizelge 3.3 ' de kullanılan G katsayısı;

$$G = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g} \dots\dots\dots 3.9$$

formülüyle elde edilir. (TS 648)

Burada;

G = Burkulma boyu hesabında kullanılan katsayı

I_c = Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış ve burkulma boyunun hesaplanacağı düzlemdeki kolonların atalet momenti (cm^4)

I_g = Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış ve burkulma boyunun hesaplanacağı düzlemdeki kirişlerin atalet momenti (cm^4)

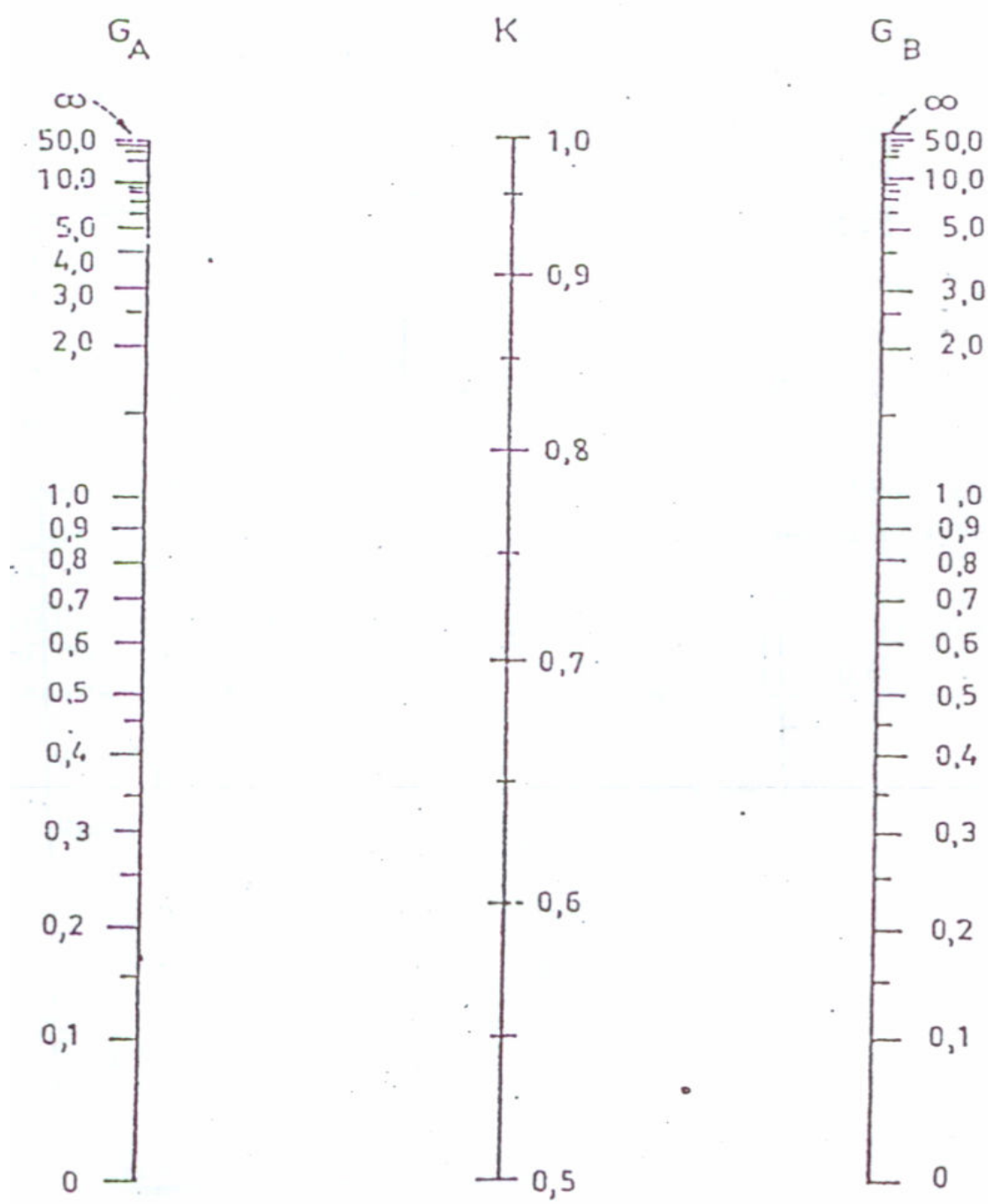
S_c = Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış kolonların boyu (cm)

S_g = Göz önüne alınan noktaya rijit olarak bağlanmış kirişlerin boyu (cm)

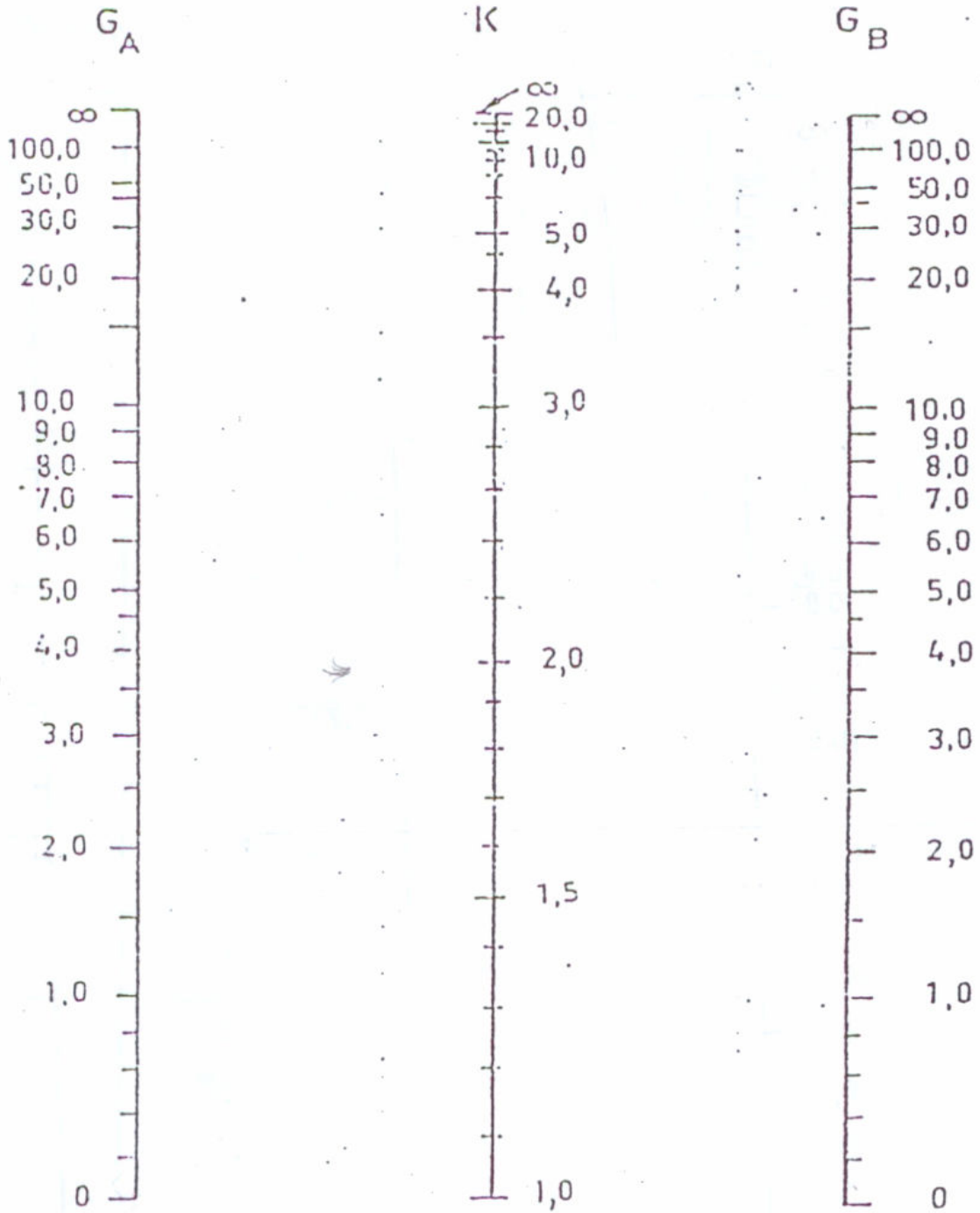
Kolon ucu bir temel bağlantısı olduğu zaman, bağlantı rijit (ankastre) ise $G = 1.00$ alınmalıdır. Kolon temele sürtünmesiz tamamen dönebilir bir mafsal ile bağlı ise $G = 10.00$ alınmalıdır.

Kolonun iki ucundaki G_A ve G_B değerleri elde edildikten sonra Çizelge 3.2 veya Çizelge 3.3' den (k) değeri elde edilir ve sonuç olarak burkulma boyu $s_k = k \cdot s$ olarak bulunur. Burkulma boyunun çizelge yardımı ile nasıl bulunacağını aşağıdaki örneklerde inceleyelim.

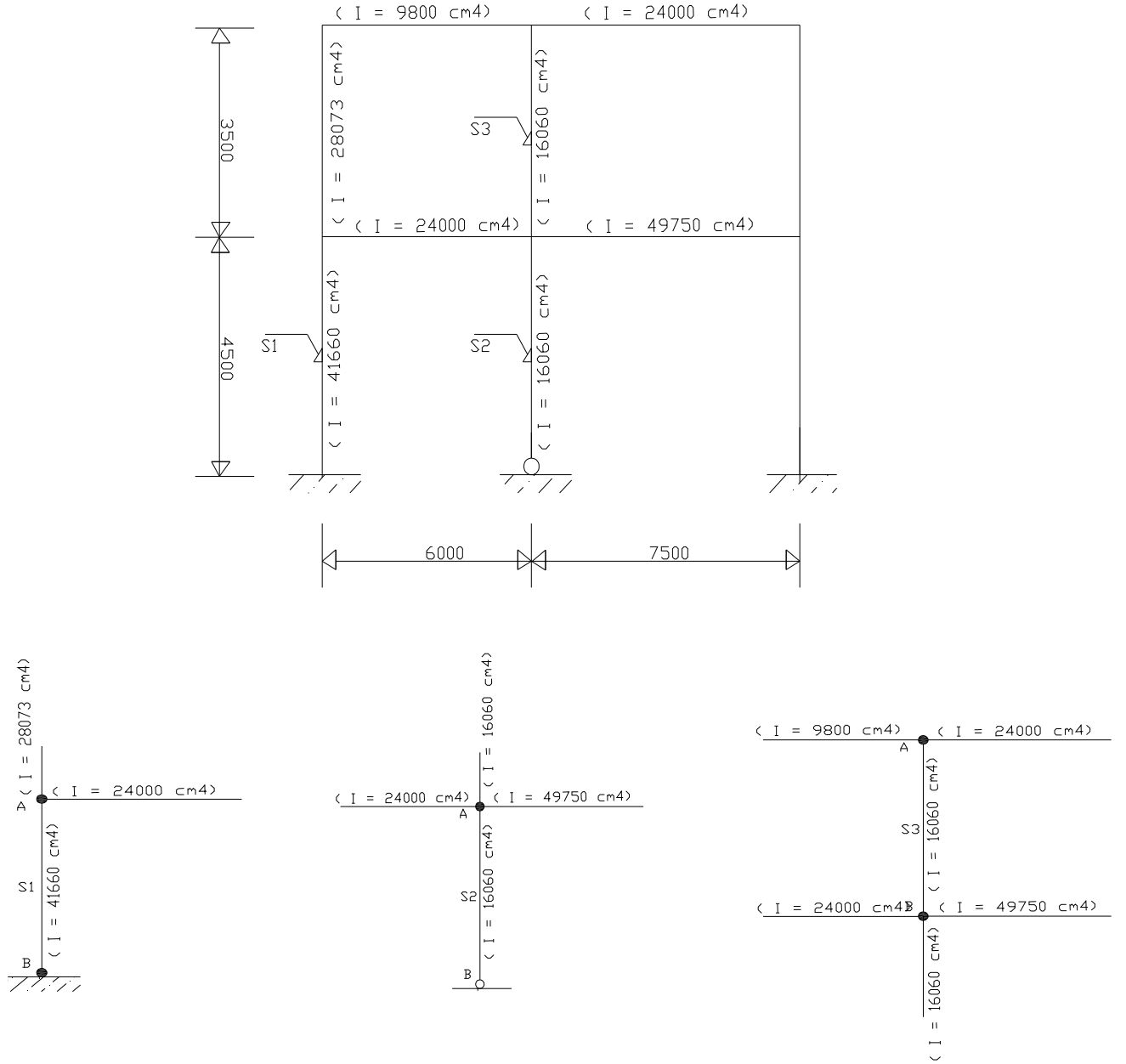
Çizelge 3.2. Öteleme Önlenmiş Basınç Çubuklarında Burkulma Boyunun Hesabında Kullanılan “k” Değeri İçin Nomogram



Çizelge 3.3. Öteleme Önlenmemiş Basınç Çubuklarında Burkulma Boyunun Hesabında Kullanılan “k” Değeri İçin Nomogram



UYGULAMA 3.1.



Yukarıdaki örnekte verilen değerlere göre S1, S2 ve S3 kolonları için kolon burkulma boylarını hesaplayalım:

ÇÖZÜM:

(S1) kolonunda :

$$(A) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{41660}{450} + \frac{28073}{350} = 172,79 \text{ cm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{24000}{600} = 40 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow G_A = \frac{172,79}{40} = 4,32$$

(B) ucu için \rightarrow Temele rijit bağlantı $G_B = 1,0$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_A) doğrusu üzerindeki (4,32) noktası ile (G_B) doğrusu üzerindeki (1,0) noktası bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değer $k = 1,65$ tir ve (S1) burkulma boyu,

$$s_k = k \cdot s \rightarrow s_k = 1,65 \cdot 450 = 742,5 \text{ cm olur.}$$

(S2) kolonunda :

$$(A) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{16060}{450} + \frac{16060}{350} = 81,57 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow G_A = \frac{81,57}{106,33} = 0,77$$

(B) ucu için \rightarrow Temele dönebilir biçimde bağlantı $G_B = 10,00$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_A) doğrusu üzerindeki (0,77) noktası ile (G_B) doğrusu üzerindeki (10,00) noktası bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değer $k = 1,82$ dir ve (S2) burkulma boyu,

$$s_k = k \cdot s \rightarrow s_k = 1,82 \cdot 450 = 819 \text{ cm olur}$$

(S3) kolonunda :

$$(A) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{16060}{350} = 45,89 \text{ cm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{9800}{600} + \frac{24000}{750} = 48,33 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow G_A = \frac{45,89}{48,33} = 0,95$$

$$(B) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{16060}{450} + \frac{16060}{350} = 81,57 \text{ cm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{24000}{600} + \frac{49750}{750} = 106,33 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow G_B = \frac{81,57}{106,33} = 0,77$$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_A) doğrusu üzerindeki (0,95) noktası ile (G_B) doğrusu üzerindeki (0,77) noktası bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur.

Bu değer $k = 1,28$ dir ve (S3) burkulma boyu,

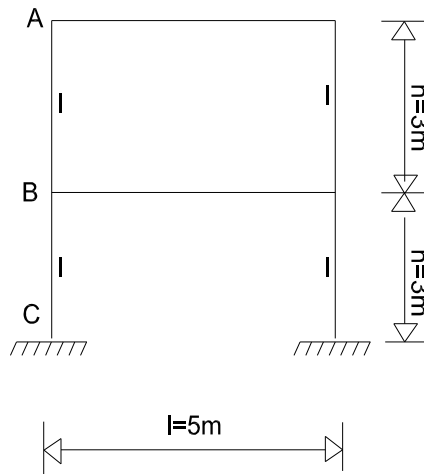
$$s_k = k \cdot s \rightarrow s_k = 1,28 \cdot 350 = 448 \text{ cm şeklinde hesaplanır.}$$

Kolon burkulma katsayısı “k” nın farklı değerler almasının sebebini araştırmak için bir çalışma yapılmış ve çalışmalarda elastik ve inelastik eğilme kolonu kullanılmıştır. Deneysel bir çerçevede eğilme kolonu için yapısal analizde nadiren $k=1$ olarak bulunmaktadır. (Cheong and Moy, 1996)

3.3. Burkulma Boyunu Etkileyen Faktörler

3.3.1. İki katlı tek gözlü bir sistemde burkulma katsayısının incelenmesi

Kolon ve kiriş atalet momentlerindeki değişimin kolon burkulma boyunda nasıl bir değişim göstereceğini araştırmak için Şekil 3.4. de gösterilen iki katlı ve tek gözlü bir çerçeve sistem alındı. Söz konusu çerçeve yatay ötelenmesi önlenmemiş bir çerçevedir. Bu çerçevede kolon atalet momenti sabit tutularak kiriş atalet momenti kolon atalet momentinin 1/10 ile 10 katı arasında değişim göstermektedir. Yani burada kiriş atalet momenti $10 \cdot 10 = 100$ kat bir değişim içindedir.



Şekil 3.4. İki Katlı Tek Gözlü Çerçeve Sistem

Yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sisteminde kolon atalet momentinin sabit olup (I) kiriş atalet momentinin buna bağlı olarak (1 / 10)I ' ya ve 10I' ya kadar çıkarıldığı durumda k burkulma katsayısının aldığı değerler incelenir. Bunun için de her kat için ayrı ayrı çözüm elde etmek gerekir.

$$G_B = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$G_C = 1.00 \text{ (Temele rijit bağlandığı için)}$$

formülü ile G burkulma boyu katsayıları hesaplanır. G burkulma boyu katsayıları elde edildikten sonra Çizelge 3.3. kullanılarak (yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sistemi) elde edilen G değerleri çizelgeden kesleştirilerek buna karşılık gelen k burkulma boyu katsayı değerleri bulunur. (Odabaşı, 1997) (TS 648)

Çizelge 3.4. İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde **alt kat** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _B	G _C	k
1.00	3.00	0.10	5.00	33.33	1.00	2.18
1.00	3.00	0.11	5.00	30.00	1.00	2.17
1.00	3.00	0.13	5.00	26.67	1.00	2.15
1.00	3.00	0.14	5.00	23.33	1.00	2.12
1.00	3.00	0.17	5.00	20.00	1.00	2.10
1.00	3.00	0.20	5.00	16.67	1.00	1.98
1.00	3.00	0.25	5.00	13.33	1.00	1.93
1.00	3.00	0.33	5.00	10.00	1.00	1.90
1.00	3.00	0.20	5.00	6.67	1.00	1.78
1.00	3.00	1.00	5.00	3.33	1.00	1.58
1.00	3.00	2.00	5.00	1.67	1.00	1.40
1.00	3.00	3.00	5.00	1.11	1.00	1.32
1.00	3.00	4.00	5.00	0.83	1.00	1.28
1.00	3.00	5.00	5.00	0.67	1.00	1.27
1.00	3.00	6.00	5.00	0.56	1.00	1.25
1.00	3.00	7.00	5.00	0.48	1.00	1.24
1.00	3.00	8.00	5.00	0.42	1.00	1.23
1.00	3.00	9.00	5.00	0.37	1.00	1.22
1.00	3.00	10.00	5.00	0.33	1.00	1.21

Alt kat için işlemler tamamlandıktan sonra, üst kat için de aynı formüller yerine koyulup G burkulma boyu katsayısı aynı şekilde elde edilir. Buradan elde edilen G değerleri yine aynı şekilde çizelgede yerine konup kesleştirilerek “k” burkulma boyu katsayıları elde edilir. Alt katta temele rijit bağlantı olduğu için $G_C = 1.00$ alınarak

işlem yapılmıştı, üst katta ise temele rijit bağlantımız olmadığı için formüller yerine konularak işleme devam edilir.

$$G_A = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$G_B = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

formülleri kullanılarak aşağıda yer alan tablo elde edilir.

Çizelge 3.5. İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde **üst kat** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _A	G _B	k
1.00	3.00	0.10	5.00	16.17	33.33	4.25
1.00	3.00	0.11	5.00	15.00	30.00	4.00
1.00	3.00	0.13	5.00	13.33	26.67	3.80
1.00	3.00	0.14	5.00	11.67	23.33	3.60
1.00	3.00	0.17	5.00	10.00	20.00	3.35
1.00	3.00	0.20	5.00	8.33	16.67	3.20
1.00	3.00	0.25	5.00	6.67	13.33	2.80
1.00	3.00	0.33	5.00	5.00	10.00	2.55
1.00	3.00	0.50	5.00	3.33	6.67	2.16
1.00	3.00	1.00	5.00	1.67	3.33	1.70
1.00	3.00	2.00	5.00	0.83	1.67	1.38
1.00	3.00	3.00	5.00	0.56	1.11	1.27
1.00	3.00	4.00	5.00	0.42	0.83	1.20
1.00	3.00	5.00	5.00	0.33	0.67	1.18
1.00	3.00	6.00	5.00	0.28	0.56	1.14
1.00	3.00	7.00	5.00	0.24	0.48	1.13
1.00	3.00	8.00	5.00	0.21	0.42	1.11
1.00	3.00	9.00	5.00	0.19	0.37	1.09
1.00	3.00	10.00	5.00	0.17	0.33	1.08

Çizelge 3.3' den kesiştirerek elde edilen k burkulma boyu katsayıları, çizelge aracılığı ile değil de grafiklerin (çizelgelerin) elde edildiği denklemler kullanılarak çözülmek istenirse, aşağıda belirtilen bu denklemler de kullanılarak “k” burkulma boyu katsayıları elde edilir. (American Institute of Steel Construction, Inc., Commentary C2, pg. 16.1-191, 16.1-192)

Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

$$G_A G_B \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_A + G_B) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0 \dots\dots\dots 3.10$$

Yatay Ötelenmesi Önlenmiş Sistemler için:

$$\frac{G_A G_B}{4} \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} \right) + \frac{2}{\pi/k} \tan \frac{\pi}{k} - 1 = 0 \dots\dots\dots 3.11$$

G_A = Kolonun üst noktası için

G_B = Kolonun alt noktası için

Denklem 3.10 ve 3.11 ile verilen değerlerin çözümleri yapılmaya çalışılmış ve TS 648' deki çizelgeler ile elde edilen bu değerler karşılaştırılmıştır. Yukarıdaki örnekte çizelgeden okunarak bulunan “k” burkulma katsayı değerlerini denklemde yerine koyarak aynı katsayılar elde edilir.

Bunun için bir çok program kullanmak ve sonuçları elde etmek mümkündür. Burada ise Basic ve Origin6.0 gibi programlarda bu karşılaştırma yapıldı ve elde edilen sonuçlar bir çizelge halinde aşağıda gösterilmiştir. Aşağıda verilen sonuçlar yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sistemi için öngörülen denklemde elde edilen sonuçlardır ve elde edilen k burkulma katsayıları ile çizelgeden kesiştirilerek okunan k burkulma katsayılarının çok küçük hata yüzdeleri ile birbirini sağladığı görülür.

Çizelge 3.6. İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde **alt kat** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_B	G_C	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
33.33	1.00	2.18	2.16	2.18
30.00	1.00	2.16	2.14	2.17
26.67	1.00	2.15	2.13	2.15
23.33	1.00	2.11	2.11	2.12
20.00	1.00	2.10	2.09	2.10
16.67	1.00	2.01	2.093	1.98
13.33	1.00	1.98	1.98	1.93
10.00	1.00	1.91	1.90	1.90
6.67	1.00	1.78	1.78	1.78
3.33	1.00	1.58	1.58	1.58
1.67	1.00	1.40	1.41	1.40
1.11	1.00	1.32	1.33	1.32
0.83	1.00	1.29	1.29	1.28
0.67	1.00	1.26	1.27	1.27
0.56	1.00	1.25	1.25	1.25
0.48	1.00	1.24	1.24	1.24
0.42	1.00	1.23	1.23	1.23
0.37	1.00	1.22	1.22	1.22
0.33	1.00	1.20	1.21	1.21

Çizelge 3.7. İki katlı tek gözlü çerçeve sistemlerde **üst kat** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_B	G_C	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
16.17	33.33	4.34	4.34	4.25
15.00	30.00	4.16	4.18	4.00
13.33	26.67	3.91	3.90	3.80
11.67	23.33	3.62	3.65	3.60
10.00	20.00	3.47	3.47	3.35
8.33	16.67	3.21	3.20	3.20
6.67	13.33	2.80	2.80	2.80
5.00	10.00	2.57	2.56	2.55
3.33	6.67	2.17	2.17	2.16
1.67	3.33	1.70	1.69	1.70
0.83	1.67	1.38	1.39	1.38
0.56	1.11	1.27	1.27	1.27
0.42	0.83	1.20	1.21	1.20
0.33	0.67	1.17	1.16	1.18
0.28	0.56	1.14	1.14	1.14
0.24	0.48	1.13	1.13	1.13
0.21	0.42	1.11	1.11	1.11
0.19	0.37	1.09	1.09	1.09
0.17	0.33	1.08	1.08	1.08

İki katlı ve tek gözlü çerçeve sistem ele alındığında, giriş ataleti arttırıldığı zaman “k” burkulma katsayısının azaldığı görülür ve buna bağlı olarak burkulma boyu da azalır. Ancak üst kattaki kolon burkulma boylarında giriş atalet momentlerinin daha etkili olduğu görülmüştür.

Yatay ötelenmesi önlenmiş sistemler için de “k” burkulma boyu katsayıları aynı şekilde elde edilir. Bunun için Çizelge 3.2’ den bazı G_A ve G_B değerleri bulunup bu değerler çizelgeden kesip tirilir ve “k” değerleri elde edilir. Basic ve Origin6.0 gibi matematik programlarında denklem 3.11 kullanılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

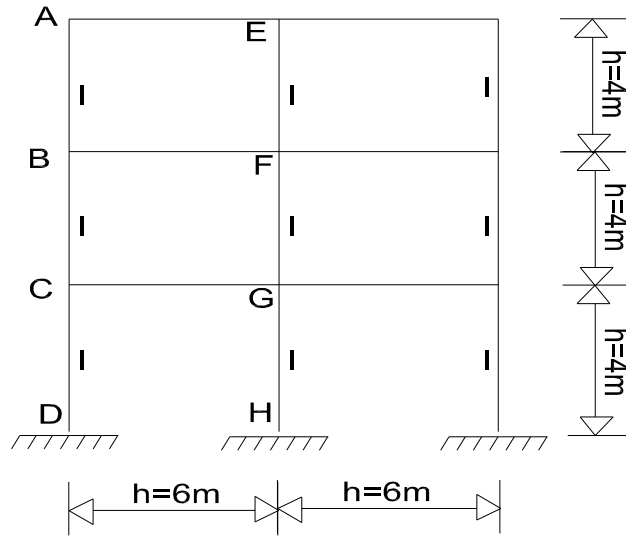
$$\frac{G_A G_B}{4} \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2} \right) \left(1 - \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} \right) + \frac{2}{\pi/k} \tan \frac{\pi}{k} - 1 = 0$$

Çizelge 3.8. Yatay ötelenmesi önlenmiş sistemlerde “k” burkulma katsayı değerleri

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_A	G_B	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
0.10	0.10	0.55	0.55	0.55
0.10	0.40	0.60	0.59	0.60
0.30	0.30	0.65	0.60	0.65
0.30	0.45	0.62	0.62	0.65
0.50	0.50	0.75	0.75	0.68
0.30	1.00	0.71	0.71	0.71
2.00	0.15	0.71	0.71	0.71
0.50	1.50	0.75	0.75	0.75
1.00	1.00	0.80	0.80	0.77
3.00	0.30	0.77	0.77	0.77
3.00	0.70	0.82	0.82	0.80
1.50	1.50	0.82	0.82	0.82
2.00	2.00	0.85	0.87	0.85
10.00	10.00	0.96	0.96	0.96
50.00	50.00	1.00	1.00	1.00

3.3.2 Üç katlı iki gözlü bir sistemde burkulma katsayısının incelenmesi

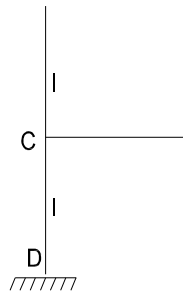
Üç katlı ve iki gözlü bir çerçeve sistemde kiriş-kolon atalet momentlerinin oranlarındaki değişimin alt, orta ve üst katlar ile ayrıca dış ve orta düşey akslardaki değişimi ele alınmıştır.



Şekil 3.5. Üç Katlı İki Gözlü Çerçeve Sistem

Yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sisteminde kolon atalet momentinin sabit olup (I) kiriş atalet momentinin buna bağlı olarak $(1/10)I'$ ya ve $10I'$ ya kadar çıkarıldığı durumda "k" burkulma katsayısının aldığı değerler aşağıda ifade edilmektedir. Kolon atalet momentini sabit tutup kiriş atalet momentini değiştirerek "k" burkulma katsayısı incelenir, bunun içinde her kat için ayrı ayrı çözüm elde etmek gerekir.

ALT KAT İÇİN:



G burkulma boyu katsayıları elde edildikten sonra Çizelge 3.3. kullanılarak (yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sistemi) elde edilen G değerleri çizelgeden keşiştirilerek buna karşılık gelen “k” burkulma boyu katsayı değerleri bulunur.

$$(C) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} I cm^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{S_g} cm^3$$

D) ucu için \rightarrow Temele rijit bağlantı $G_D = 1,0$

Çizelge 3.9. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **alt kat** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _C	G _D	k
1.00	4.00	0.10	6.00	30.00	1.00	2.08
1.00	4.00	0.11	6.00	27.00	1.00	2.07
1.00	4.00	0.13	6.00	24.00	1.00	2.06
1.00	4.00	0.14	6.00	21.00	1.00	2.05
1.00	4.00	0.17	6.00	18.00	1.00	2.03
1.00	4.00	0.20	6.00	15.00	1.00	2.00
1.00	4.00	0.25	6.00	12.00	1.00	1.93
1.00	4.00	0.33	6.00	9.00	1.00	1.87
1.00	4.00	0.50	6.00	6.00	1.00	1.75
1.00	4.00	1.00	6.00	3.00	1.00	1.55
1.00	4.00	2.00	6.00	1.50	1.00	1.38
1.00	4.00	3.00	6.00	1.00	1.00	1.32
1.00	4.00	4.00	6.00	0.75	1.00	1.27
1.00	4.00	5.00	6.00	0.60	1.00	1.25
1.00	4.00	6.00	6.00	0.50	1.00	1.24
1.00	4.00	7.00	6.00	0.43	1.00	1.23
1.00	4.00	8.00	6.00	0.38	1.00	1.21
1.00	4.00	9.00	6.00	0.33	1.00	1.20
1.00	4.00	10.00	6.00	0.30	1.00	1.19

Çizelgeden işlemler tamamlandıktan sonra aynı şekilde bulunan G_C ve G_D değerleri denklem 3.10' da yerine koyulur ve aşağıdaki sonuçlar elde edilir. (American Institute of Steel Construction, Inc., Commentary C2, pg. 16.1-191, 16.1-192)

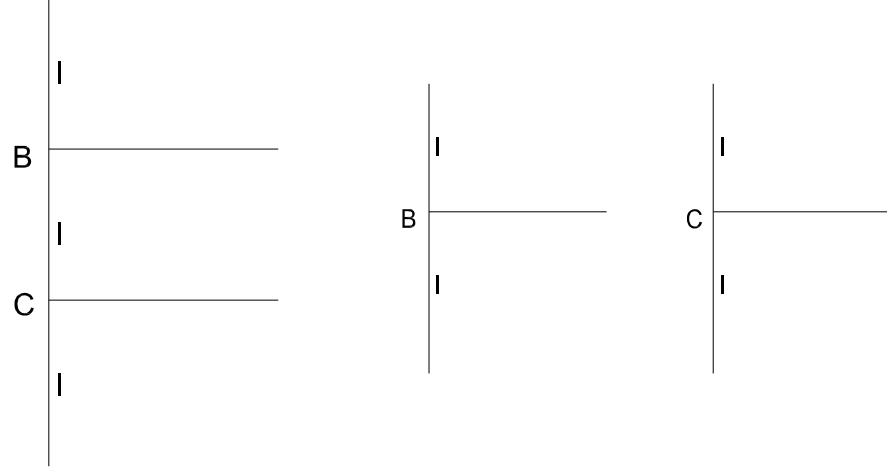
Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

$$G_C G_D \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_C + G_D) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0$$

Çizelge 3.10. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **alt kat** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_C	G_D	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
30.00	1.00	2.11	2.14	2.08
27.00	1.00	2.10	2.12	2.07
24.00	1.00	2.09	2.10	2.06
21.00	1.00	2.06	2.08	2.05
18.00	1.00	2.04	2.04	2.03
15.00	1.00	2.00	2.00	2.00
12.00	1.00	1.95	1.95	1.93
9.00	1.00	1.87	1.87	1.87
6.00	1.00	1.75	1.75	1.75
3.00	1.00	1.55	1.55	1.55
1.50	1.00	1.38	1.39	1.38
1.00	1.00	1.32	1.32	1.32
0.75	1.00	1.27	1.29	1.27
0.60	1.00	1.25	1.26	1.25
0.50	1.00	1.24	1.24	1.24
0.43	1.00	1.23	1.23	1.23
0.38	1.00	1.21	1.22	1.21
0.33	1.00	1.20	1.21	1.20
0.30	1.00	1.19	1.20	1.19

ARA KAT İÇİN:



$$G_B = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(B) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} I \text{ cm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{S_g} \text{ cm}^3$$

$$G_C = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(C) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} I \text{ cm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{S_g} \text{ cm}^3$$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_B) ile (G_C) doğrusu üzerinde elde edilen noktalar bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değerler aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.11. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **ara kat** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _B	G _C	k
1.00	4.00	0.10	6.00	30.00	30.00	5.02
1.00	4.00	0.11	6.00	27.00	27.00	4.65
1.00	4.00	0.13	6.00	24.00	24.00	4.50
1.00	4.00	0.14	6.00	21.00	21.00	4.25
1.00	4.00	0.17	6.00	18.00	18.00	3.85
1.00	4.00	0.20	6.00	15.00	15.00	3.53
1.00	4.00	0.25	6.00	12.00	12.00	3.30
1.00	4.00	0.33	6.00	9.00	9.00	2.81
1.00	4.00	0.50	6.00	6.00	6.00	2.40
1.00	4.00	1.00	6.00	3.00	3.00	1.82
1.00	4.00	2.00	6.00	1.50	1.50	1.45
1.00	4.00	3.00	6.00	1.00	1.00	1.32
1.00	4.00	4.00	6.00	0.75	0.75	1.23
1.00	4.00	5.00	6.00	0.60	0.60	1.18
1.00	4.00	6.00	6.00	0.50	0.50	1.16
1.00	4.00	7.00	6.00	0.43	0.43	1.14
1.00	4.00	8.00	6.00	0.38	0.38	1.12
1.00	4.00	9.00	6.00	0.33	0.33	1.10
1.00	4.00	10.00	6.00	0.30	0.30	1.08

Çizelgeden işlemler tamamlandıktan sonra aynı şekilde bulunan G_B ve G_C değerleri denklem 3.10’ da yerine koyulur ve aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

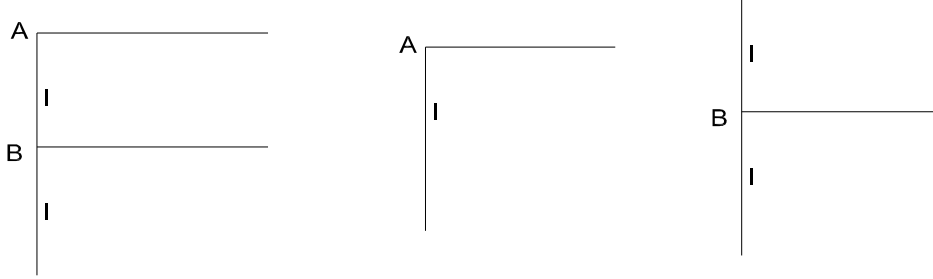
Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

$$G_B G_C \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_B + G_C) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0$$

Çizelge 3.12. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **ara kat** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_B	G_C	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
30.00	30.00	5.04	5.05	5.02
27.00	27.00	4.80	4.80	4.65
24.00	24.00	4.54	4.54	4.50
21.00	21.00	4.25	4.25	4.25
18.00	18.00	3.95	3.95	3.85
15.00	15.00	3.62	3.62	3.53
12.00	12.00	3.28	3.28	3.30
9.00	9.00	2.81	2.87	2.81
6.00	6.00	2.40	2.40	2.40
3.00	3.00	1.82	1.82	1.82
1.50	1.50	1.45	1.45	1.45
1.00	1.00	1.32	1.32	1.32
0.75	0.75	1.23	1.24	1.23
0.60	0.60	1.19	1.19	1.18
0.50	0.50	1.16	1.16	1.16
0.43	0.43	1.14	1.14	1.14
0.38	0.38	1.12	1.13	1.12
0.33	0.33	1.10	1.11	1.10
0.30	0.30	1.08	1.10	1.08

ÜST KAT İÇİN:



$$G_A = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(A) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I_c}{S_c} I c m^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{S_g} c m^3$$

$$G_B = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(B) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} I c m^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{S_g} c m^3$$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_A) ile (G_B) doğrusu üzerinde elde edilen noktalar bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değerler aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.13. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde üst kat için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _A	G _B	k
1.00	4.00	0.10	6.00	15.00	30.00	4.05
1.00	4.00	0.11	6.00	13.50	27.00	3.95
1.00	4.00	0.13	6.00	12.00	24.00	3.65
1.00	4.00	0.14	6.00	10.50	21.00	3.54
1.00	4.00	0.17	6.00	9.00	18.00	3.50
1.00	4.00	0.20	6.00	7.50	15.00	3.00
1.00	4.00	0.25	6.00	6.00	12.00	2.77
1.00	4.00	0.33	6.00	4.50	9.00	2.43
1.00	4.00	0.50	6.00	3.00	6.00	2.04
1.00	4.00	1.00	6.00	1.50	3.00	1.63
1.00	4.00	2.00	6.00	0.75	1.50	1.34
1.00	4.00	3.00	6.00	0.50	1.00	1.24
1.00	4.00	4.00	6.00	0.38	0.75	1.17
1.00	4.00	5.00	6.00	0.30	0.60	1.14
1.00	4.00	6.00	6.00	0.25	0.50	1.13
1.00	4.00	7.00	6.00	0.21	0.43	1.11
1.00	4.00	8.00	6.00	0.19	0.38	1.08
1.00	4.00	9.00	6.00	0.17	0.33	1.07
1.00	4.00	10.00	6.00	0.15	0.30	1.06

Çizelgeden işlemler tamamlandıktan sonra aynı şekilde bulunan G_A ve G_B değerleri denklem 3.10’ da yerine konularak Çizelge 3.14’ de verilen değerler elde edilir.

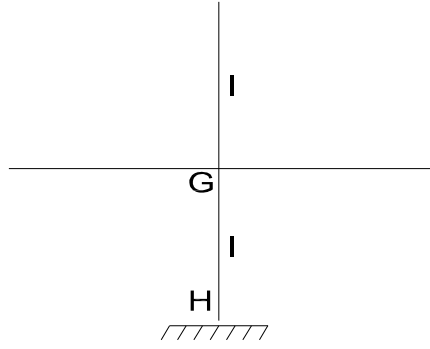
Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

$$G_A G_B \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_A + G_B) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0 \dots\dots\dots 3.10$$

Çizelge 3.14. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **üst kat** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_A	G_B	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
15.00	30.00	4.16	4.18	4.05
13.50	27.00	3.95	3.99	3.95
12.00	24.00	3.76	3.77	3.65
10.50	21.00	3.54	3.54	3.54
9.00	18.00	3.32	3.32	3.50
7.50	15.00	3.04	3.04	3.00
6.00	12.00	2.77	2.77	2.77
4.50	9.00	2.45	2.45	2.43
3.00	6.00	2.08	2.08	2.04
1.50	3.00	1.63	1.63	1.63
0.75	1.50	1.36	1.36	1.34
0.50	1.00	1.24	1.24	1.24
0.38	0.75	1.17	1.18	1.17
0.30	0.60	1.14	1.15	1.14
0.25	0.50	1.13	1.13	1.13
0.21	0.43	1.11	1.11	1.11
0.19	0.38	1.08	1.09	1.08
0.17	0.33	1.07	1.08	1.07
0.15	0.30	1.06	1.07	1.06

ALT KAT İÇİN:



$$(G) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} \text{ Icm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{6} + \frac{I_g}{6} = 2 \frac{I_g}{S_g} \text{ cm}^3$$

(H) ucu için \rightarrow Temele rijit bağlantı $G_H = 1,0$

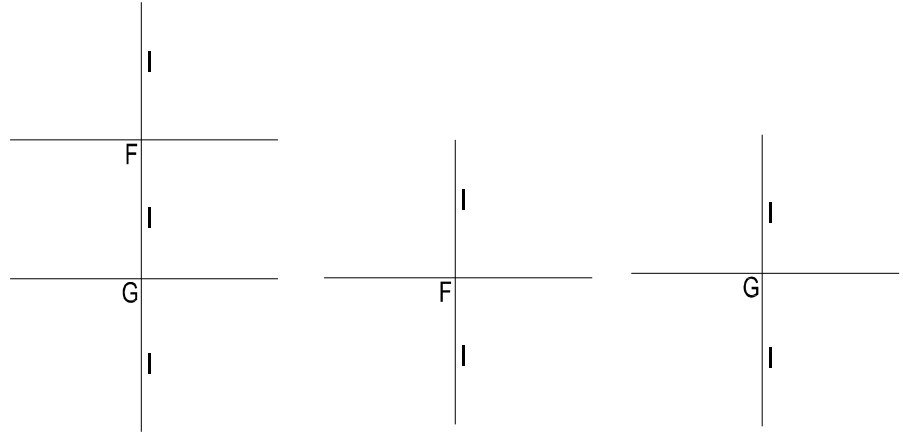
Çizelge 3.15. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde alt kat (orta aks) için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G_G	G_H	k
1.00	4.00	0.10	6.00	15.00	1.00	2.00
1.00	4.00	0.11	6.00	13.50	1.00	1.96
1.00	4.00	0.13	6.00	12.00	1.00	1.93
1.00	4.00	0.14	6.00	10.50	1.00	1.91
1.00	4.00	0.17	6.00	9.00	1.00	1.87
1.00	4.00	0.20	6.00	7.50	1.00	1.82
1.00	4.00	0.25	6.00	6.00	1.00	1.74
1.00	4.00	0.33	6.00	4.50	1.00	1.68
1.00	4.00	0.50	6.00	3.00	1.00	1.55
1.00	4.00	1.00	6.00	1.50	1.00	1.38
1.00	4.00	2.00	6.00	0.75	1.00	1.27
1.00	4.00	3.00	6.00	0.50	1.00	1.24
1.00	4.00	4.00	6.00	0.38	1.00	1.21
1.00	4.00	5.00	6.00	0.30	1.00	1.19
1.00	4.00	6.00	6.00	0.25	1.00	1.18
1.00	4.00	7.00	6.00	0.21	1.00	1.17
1.00	4.00	8.00	6.00	0.19	1.00	1.16
1.00	4.00	9.00	6.00	0.17	1.00	1.15
1.00	4.00	10.00	6.00	0.15	1.00	1.14

Çizelge 3.16. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **alt kat (orta aks)** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_G	G_H	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
15.00	1.00	2.00	2.00	2.00
13.50	1.00	1.98	1.98	1.96
12.00	1.00	1.95	1.95	1.93
10.50	1.00	1.91	1.91	1.91
9.00	1.00	1.87	1.87	1.87
7.50	1.00	1.82	1.82	1.82
6.00	1.00	1.74	1.74	1.74
4.50	1.00	1.68	1.67	1.68
3.00	1.00	1.55	1.55	1.55
1.50	1.00	1.38	1.39	1.38
0.75	1.00	1.28	1.29	1.27
0.50	1.00	1.24	1.24	1.24
0.38	1.00	1.21	1.22	1.21
0.30	1.00	1.19	1.20	1.19
0.25	1.00	1.18	1.19	1.18
0.21	1.00	1.17	1.19	1.17
0.19	1.00	1.16	1.18	1.16
0.17	1.00	1.15	1.17	1.15
0.15	1.00	1.14	1.16	1.14

ARA KAT İÇİN:



$$G_F = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(F) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} \text{ Icm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{6} + \frac{I_g}{6} = 2 \frac{I_g}{S_g} \text{ cm}^3$$

$$G_G = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(G) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} \text{ Icm}^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{6} + \frac{I_g}{6} = 2 \frac{I_g}{S_g} \text{ cm}^3$$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_F) ile (G_G) doğrusu üzerinde elde edilen noktalar bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değerler aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Çizelge 3.17. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **ara kat (orta aks)** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _F	G _G	k
1.00	4.00	0.10	6.00	15.00	15.00	3.60
1.00	4.00	0.11	6.00	13.50	13.50	3.44
1.00	4.00	0.13	6.00	12.00	12.00	3.25
1.00	4.00	0.14	6.00	10.50	10.50	3.05
1.00	4.00	0.17	6.00	9.00	9.00	2.86
1.00	4.00	0.20	6.00	7.50	7.50	2.63
1.00	4.00	0.25	6.00	6.00	6.00	2.40
1.00	4.00	0.33	6.00	4.50	4.50	2.14
1.00	4.00	0.50	6.00	3.00	3.00	1.82
1.00	4.00	1.00	6.00	1.50	1.50	1.46
1.00	4.00	2.00	6.00	0.75	0.75	1.24
1.00	4.00	3.00	6.00	0.50	0.50	1.17
1.00	4.00	4.00	6.00	0.38	0.38	1.13
1.00	4.00	5.00	6.00	0.30	0.30	1.10
1.00	4.00	6.00	6.00	0.25	0.25	1.09
1.00	4.00	7.00	6.00	0.21	0.21	1.08
1.00	4.00	8.00	6.00	0.19	0.19	1.07
1.00	4.00	9.00	6.00	0.17	0.17	1.06
1.00	4.00	10.00	6.00	0.15	0.15	1.05

Çizelgeden işlemler tamamlandıktan sonra aynı şekilde bulunan G_G ve G_H değerleri denklem 3.10’ da yerine koyulur ve aşağıdaki sonuçlar elde edilir. (American Institute of Steel Construction, Inc., Commentary C2, pg. 16.1-191, 16.1-192)

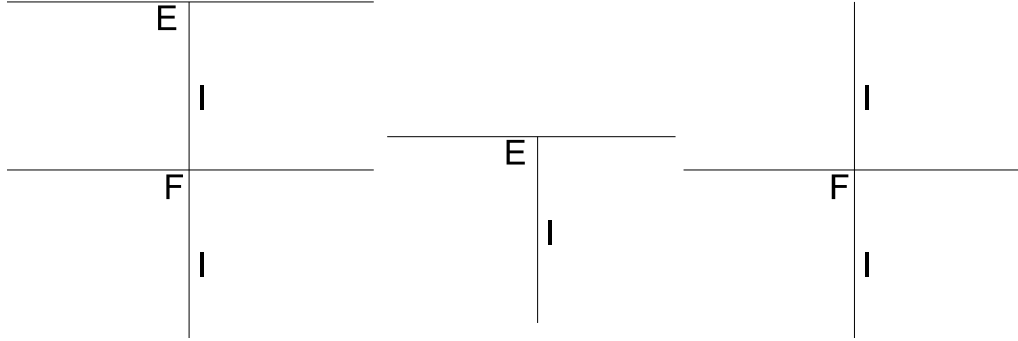
Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

$$G_G G_H \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_G + G_H) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0$$

Çizelge 3.18. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **ara kat (orta aks)** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_F	G_G	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
15.00	15.00	3.63	3.63	3.60
13.50	13.50	3.44	3.44	3.44
12.00	12.00	3.27	3.27	3.25
10.50	10.50	3.06	3.08	3.05
9.00	9.00	2.86	2.87	2.86
7.50	7.50	2.63	2.65	2.63
6.00	6.00	2.40	2.40	2.40
4.50	4.50	2.13	2.14	2.14
3.00	3.00	1.82	1.82	1.82
1.50	1.50	1.46	1.46	1.46
0.75	0.75	1.24	1.24	1.24
0.50	0.50	1.17	1.17	1.17
0.38	0.38	1.13	1.13	1.13
0.30	0.30	1.10	1.10	1.10
0.25	0.25	1.09	1.09	1.09
0.21	0.21	1.08	1.08	1.08
0.19	0.19	1.07	1.07	1.07
0.17	0.17	1.06	1.06	1.06
0.15	0.15	1.05	1.05	1.05

ÜST KAT İÇİN:



$$G_E = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(E) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I_c}{S_c} I c m^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{6} + \frac{I_g}{6} = 2 \frac{I_g}{S_g} c m^3$$

$$G_F = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$(F) \text{ ucu için } \rightarrow \sum \frac{I_c}{S_c} = \frac{I}{4} + \frac{I}{4} = 2 \frac{I_c}{S_c} I c m^3$$

$$\sum \frac{I_g}{S_g} = \frac{I_g}{6} + \frac{I_g}{6} = 2 \frac{I_g}{S_g} c m^3$$

Çizelge 3.3. kullanılarak (G_E) ile (G_F) doğrusu üzerinde elde edilen noktalar bir çizgi ile birleştirilir. Bu çizginin (k) doğrusunu kestiği noktadaki değer okunur. Bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Çizelge 3.19. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **üst kat (orta aks)** için “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _E	G _F	k
1.00	4.00	0.10	6.00	7.50	15.00	3.05
1.00	4.00	0.11	6.00	6.75	13.50	2.88
1.00	4.00	0.13	6.00	6.00	12.00	2.77
1.00	4.00	0.14	6.00	5.25	10.50	2.61
1.00	4.00	0.17	6.00	4.50	9.00	2.43
1.00	4.00	0.20	6.00	3.75	7.50	2.27
1.00	4.00	0.25	6.00	3.00	6.00	2.06
1.00	4.00	0.33	6.00	2.25	4.50	1.86
1.00	4.00	0.50	6.00	1.50	3.00	1.63
1.00	4.00	1.00	6.00	0.75	1.50	1.35
1.00	4.00	2.00	6.00	0.38	0.75	1.17
1.00	4.00	3.00	6.00	0.25	0.50	1.13
1.00	4.00	4.00	6.00	0.19	0.38	1.09
1.00	4.00	5.00	6.00	0.15	0.30	1.08
1.00	4.00	6.00	6.00	0.13	0.25	1.07
1.00	4.00	7.00	6.00	0.11	0.21	1.06
1.00	4.00	8.00	6.00	0.09	0.19	1.05
1.00	4.00	9.00	6.00	0.08	0.17	1.04
1.00	4.00	10.00	6.00	0.08	0.15	1.03

Çizelgeden işlemler tamamlandıktan sonra aynı şekilde bulunan G_E ve G_F değerleri denklem 3.10’ da yerine koyulur ve aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Sistemler için:

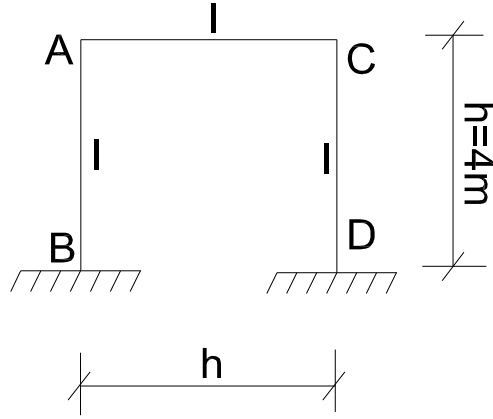
$$G_E G_F \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 - 6(G_E + G_F) \frac{\pi}{k} \cot \frac{\pi}{k} - 36 = 0$$

Çizelge 3.20. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde **üst kat (orta aks)** için denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

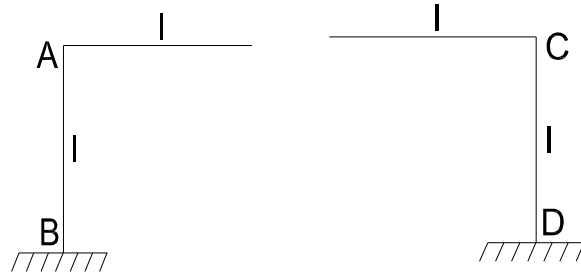
1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_E	G_F	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
7.50	15.00	3.05	3.05	3.05
6.75	13.50	2.91	2.91	2.88
6.00	12.00	2.77	2.77	2.77
5.25	10.50	2.61	2.61	2.61
4.50	9.00	2.45	2.45	2.43
3.75	7.50	2.27	2.27	2.27
3.00	6.00	2.06	2.06	2.06
2.25	4.50	1.87	1.87	1.86
1.50	3.00	1.63	1.63	1.63
0.75	1.50	1.35	1.35	1.35
0.38	0.75	1.19	1.19	1.17
0.25	0.50	1.13	1.13	1.13
0.19	0.38	1.09	1.09	1.09
0.15	0.30	1.08	1.08	1.08
0.13	0.25	1.07	1.07	1.07
0.11	0.21	1.06	1.06	1.06
0.09	0.19	1.05	1.05	1.05
0.08	0.17	1.04	1.04	1.04
0.08	0.15	1.03	1.03	1.03

Bu sonuçlardan görülüyor ki, hem kenar hem orta akstaki kolonların burkulma boyu katsayıları (k), ara ve üst katlarda alt katlardan daha fazla bir değişim gösteriyor. Yani kiriş atalet momentleri ara ve üst katlarda burkulma boyu katsayısını (k) daha fazla etkiliyor.

3.3.3. Kiriş boyu değişiminin burkulma katsayısına etkisinin incelenmesi



Şekil 3.6. Tek Katlı Çerçeve Sistem



Yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sisteminde kolon atalet momenti ve kiriş atalet momenti sabit olsun (I). Kolon boyu sabit tutularak kiriş boyu değiştiği zaman, k burkulma boyu katsayısının değişimi araştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda: G_A ve G_B değerleri ne ise G_C ve G_D değerleri de aynı olacağı için tek bir bölge için incelendiğinde diğeri içinde aynı sonuçlar elde edilir.

$$G_A = G_C = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$G_B = G_D = 1.00 \text{ (Temele rijit bağlandığı için)}$$

Yukarıdaki denklemde değerler yerine koyulduğu zaman aşağıdaki değerler elde edilir:

Çizelge 3.21. Tek katlı çerçeve sistemlerde kiriş boyunun değişimi ile “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G_A, G_C	G_B, G_D	k
1.00	4.00	1.00	1.00	0.25	1.00	1.20
1.00	4.00	1.00	2.00	0.50	1.00	1.24
1.00	4.00	1.00	3.00	0.75	1.00	1.28
1.00	4.00	1.00	4.00	1.00	1.00	1.32
1.00	4.00	1.00	5.00	1.25	1.00	1.35
1.00	4.00	1.00	6.00	1.50	1.00	1.39
1.00	4.00	1.00	7.00	1.75	1.00	1.42
1.00	4.00	1.00	8.00	2.00	1.00	1.45
1.00	4.00	1.00	9.00	2.25	1.00	1.48
1.00	4.00	1.00	10.00	2.50	1.00	1.51

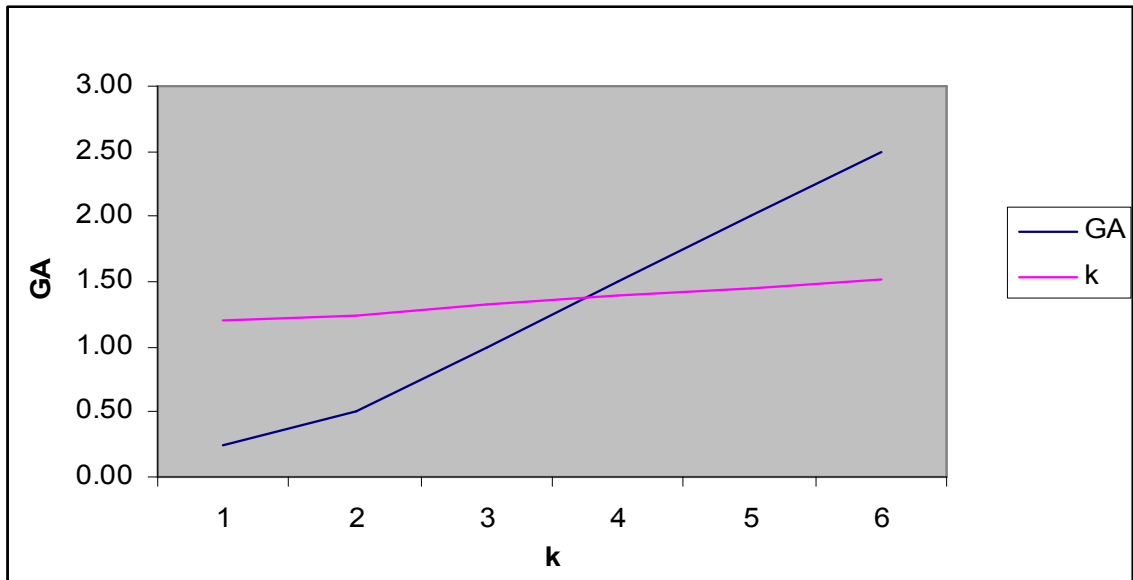
Çizelge 3.22. Tek katlı çerçeve sistemlerde kiriş boyunun değişimi sonucunda denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G_A, G_C	G_B, G_D	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
0.25	1.00	1.20	1.20	1.20
0.50	1.00	1.24	1.24	1.24
0.75	1.00	1.28	1.28	1.28
1.00	1.00	1.32	1.32	1.32
1.25	1.00	1.35	1.35	1.35
1.50	1.00	1.39	1.39	1.39
1.75	1.00	1.42	1.42	1.42
2.00	1.00	1.45	1.45	1.45
2.25	1.00	1.48	1.48	1.48
2.50	1.00	1.51	1.51	1.51

Çizelge incelendiği zaman, kiriş boyu azaldığında buna bağlı olarak “k” burkulma boyu katsayısı da azalır ve burkulma boyu $s_k = k \cdot s'$ dir. (Deren vd., 2002) Denklemden burkulma boyu ile burkulma boyu katsayısı doğru orantılı olduğundan burkulma boyu katsayısı azaldıkça burkulma boyu da buna bağlı olarak azalır.

G_B sabit kaldığı için kiriş boyu ile G_A ' nın aldığı değerler arasında da doğru bir orantı vardır. Aşağıda G_A ' nın aldığı değere karşılık gelen “k” burkulma boyu katsayısının arasındaki bağıntı grafik ile ifade edilmiştir. Aşağıdaki çizelgede, G_A sayısı arttıkça buna bağlı olarak “k” burkulma katsayısının da doğru orantılı olarak arttığı görülür.

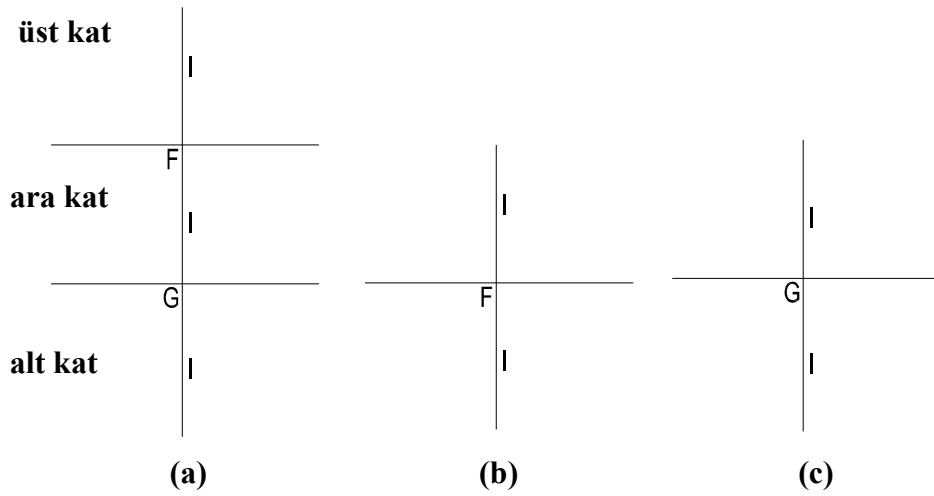
G_A	k
0.25	1.20
0.50	1.24
1.00	1.32
1.50	1.39
2.00	1.45
2.50	1.51



Çizelge 3.23. G_A ile “k” arasındaki bağıntının incelenmesi

3.3.4. Kolon boyu değişiminin burkulma katsayısına etkisinin incelenmesi

Şekil 3.5’ de üç katlı iki gözlü yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sisteminin orta aksı için kolon atalet momenti ve kiriş atalet momenti sabit olsun (I). Kiriş boyu sabit tutularak kolon boyu değiştiği zaman, “k” burkulma boyu katsayısının değişimi incelenirse :



Şekil 3.7. Üç Katlı İki Gözlü Çerçeve Sistemde kolon boyunun değişimi

$$G_F = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$G_G = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

Yukarıdaki denklemde değerler yerine koyulup G değerleri elde edilir ve yatay ötelenmesi önlenmemiş basınç çubuklarında Çizelge 3.3.’deki nomogram yardımı ile “k” burkulma boyu katsayısı elde edilir. Yatay ötelenmesi önlenmemiş sistemler için kullanılan denklem 3.10’da değerler yerine koyularak “k” burkulma boyu katsayısı elde edilir.

Çizelge 3.24. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde kolon boyunun değişimi ile “k” burkulma katsayısının incelenmesi sonuçları

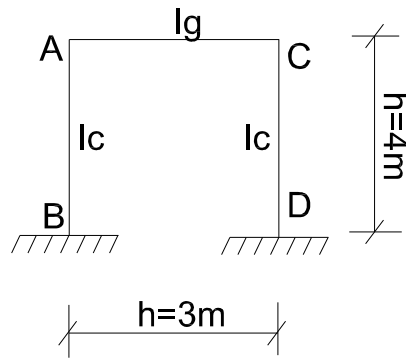
KOLON ATALETİ	KOLON BOYU	KİRİŞ ATALETİ	KİRİŞ BOYU	G _F	G _G	k
1.00	9.00	1.00	3.00	0.33	0.33	1.10
1.00	8.50	1.00	3.00	0.35	0.35	1.12
1.00	7.00	1.00	3.00	0.43	0.43	1.14
1.00	6.00	1.00	3.00	0.50	0.50	1.17
1.00	5.50	1.00	3.00	0.55	0.55	1.19
1.00	4.25	1.00	3.00	0.71	0.71	1.24
1.00	4.00	1.00	3.00	0.75	0.75	1.25
1.00	3.00	1.00	3.00	1.00	1.00	1.32
1.00	2.50	1.00	3.00	1.20	1.20	1.38
1.00	1.50	1.00	3.00	2.00	2.00	1.59
1.00	1.25	1.00	3.00	2.40	2.40	1.69
1.00	1.00	1.00	3.00	3.00	3.00	1.83

Çizelge 3.25. Üç katlı iki gözlü çerçeve sistemlerde kolon boyunun değişimi sonucunda denklemler yardımı ile bulunan “k” burkulma katsayısının tabloda bulunan “k” burkulma katsayısı ile kıyaslanması

1. PROGRAM ve 2. PROGRAM				
“k” BURKULMA KATSAYISININ BULUNMASI				
G _F	G _G	ORIGIN k	BASIC k	TABLODAKİ k
0.33	0.33	1.11	1.11	1.10
0.35	0.35	1.12	1.12	1.12
0.43	0.43	1.14	1.14	1.14
0.50	0.50	1.17	1.17	1.17
0.55	0.55	1.19	1.19	1.19
0.71	0.71	1.24	1.24	1.24
0.75	0.75	1.25	1.25	1.25
1.00	1.00	1.32	1.32	1.32
1.20	1.20	1.38	1.38	1.38
2.00	2.00	1.59	1.59	1.59
2.40	2.40	1.69	1.69	1.69
3.00	3.00	1.83	1.83	1.83

Yatay ötelenmesi önlenmemiş, üç katlı iki gözlü bir çerçeve sistemde kiriş boyu sabit tutularak kolon boyu azaldığı zaman “k” burkulma boyu katsayısı artar ve burkulma boyu $s_k = k \cdot s'$ dir. Denklemden burkulma boyu “ s_k ” ile burkulma boyu katsayısı “k” doğru orantılı olduğundan burkulma boyu katsayısı arttıkça burkulma boyu da buna bağlı olarak artar. Kolon boyu azaldıkça “k” burkulma boyu katsayısının arttığı kolon boyu arttıkça da “k” burkulma boyu katsayısının azaldığı görülür.

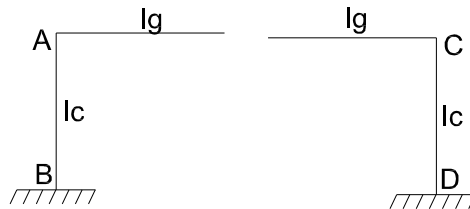
UYGULAMA 3.2.



Yatay Ötelenmesi Önlenmemiş Çerçeve Sistemi

Yatay ötelenmesi önlenmemiş çerçeve sisteminde kolonda “k” burkulma katsayısının ikiye eşit olduğu anda yani burkulma boyu gerçek boyunun iki katı olduğu durumda kolon ataletinin kiriş ataletine oranı nedir?

ÇÖZÜM:



G_A ve G_B değerleri ne ise G_C ve G_D değerleri de aynı olacağı için tek bir bölge için incelendiğinde diğeri içinde aynı sonuçlar elde edilir.

$$G_A = G_C = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

$$G_B = G_D = 1.00 \text{ (Temele rijit bağlandığı için)}$$

Yukarıdaki denklemde değerler yerine koyulduğu zaman aşağıdaki değerler elde edilir:

$k = 2$ olması için $G_A = G_C = 8.00$ olması gerekir. Formülde bilinenler yerine koyulduğu zaman;

$$G_A = G_C = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g} \text{ ise;}$$

$$8 = \frac{I_c / 4}{I_g / 3} = \frac{3 \cdot I_c}{4 \cdot I_g} \Rightarrow 32 I_g = 3 I_c \text{ olur. Buradan da; } \frac{I_c}{I_g} = \frac{32}{3} = 10.667 \text{ olarak elde edilir.}$$

Yukarıdaki örnekte burkulma boyunun gerçek boyunun iki katı olduğu durumda gerekli incelemeler yapıldı. Burkulma boyunun gerçek boyuna eşit olması durumunda yani $k = 1$ olması halinde (yatay ötelenmesi önlenmemiş sistemler için) (TS 648) $G_A = G_B = 0$ olması gerekirdi.

$$G_A = G_B = \frac{\sum I_c / S_c}{\sum I_g / S_g}$$

Yukarıdaki denklemde $G_A = G_B = 0$ olması için kolon ataletinin kolon boyuna oranının sıfır olması gerekir buda çerçeve sistemlerde söz konusu olmadığından çok az miktarda da olsa bir burkulma söz konusudur ve “k” burkulma katsayısı da 1 değerinin üstündedir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Basınç çubuklarında, etkiyen kuvvetin şiddetinin belli bir kritik değeri aşması halinde çubuk eksenini doğrusallığını kaybederek eğilmeye başlar ve burkulma adını verdiği olay oluşur. Burkulmada çubuğa dışarıdan bir eğilme momenti etki etmediği halde, çubuk aksinel kuvvet etkisinde dengesini kaybederek eğilir. Burkulma sadece prizmatik çubuklar için değil dengesiz hale gelebilen tüm yapı elemanları ve sistemler için de söz konusudur. Bir çubukta burkulma olayını başlatan kritik burkulma yükü de “Euler Burkulma Yüğü” olarak adlandırılır.

Çerçevelerdeki basınç çubuklarının burkulma boyu katsayısı, çerçevenin yanal hareketinin önlenip önlenmemesine göre değişiklik göstermektedir. Çizelge 3.2 ve Çizelge 3.3’ de bu değişimler gösterilmiştir. Burkulma boyu katsayısını etkileyen bir çok faktör vardır, bunlardan bazıları bir sistemde bulunan kolon ve kiriş atalet momenti ile bunların uzunluklarıdır. Çizelgede bulunan değerler ile (3.10) ve (3.11) denklemleri yardımı ile bulunan “k” burkulma boyu katsayısı değerleri karşılaştırılmış ve aynı değerlerin elde edildiği görülmüştür. Denklemlerin çözümü için Orijin6.0 ve Basic gibi matematik programları kullanılmıştır.

Kolon burkulma boyu katsayısı k değeri değişiminin kolon ve kiriş rijitliklerine bağlı olarak nasıl değişim gösterdiği çeşitli uygulamalarla incelenmiştir. Bu incelemelerde bir, iki ve üç katlı yapılar ele alınmıştır. Bir çubuğun burkulma boyu, mesnet şartlarına bağlı olarak bulunan bir değerdir. Bu uygulamalarda da çubuğun yani kolonların burkulma boyunu etkileyen en önemli faktör kirişlerin rijitlikleridir. Kiriş rijitlikleri arttıkça kolonların uçlarında yani mesnetlerinde daha rijit bir bağlantı oluşmaktadır. Bu da kolonların burkulma boylarını azaltmaktadır.

Kolon atalet momentleri sabit tutularak kiriş atalet momentleri kolonun 1/10’ u ile 10 katı arasında değiştirilmiştir, yani kiriş atalet momentleri 100 kat değişime tabi tutularak incelenmiş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Üç katlı bir yapıda kiriş atalet momentlerinin 100 kat değişiminde kolon burkulma boyları en az alt kat kolonlarında, en fazla ara kat kolonlarında değişime uğramaktadır. Üst kat kolonlarında ise bu ikisi arasında değerler almıştır.

Bir başka uygulamada da kolon atalet momenti ve kiriş rijitlikleri sabit tutulmuş ancak kolon boyu 9 kat değiştirilmiştir. Burada da kolon boyu arttıkça kolon burkulma boyunun yani burkulma boyu katsayısı “k” nın küçüldüğü görülmüştür.

Farklı bir uygulamada da yatay ötelenmesi önlenmemiş bir çerçeve sistemde (tek katlı) kolon burkulma boyunun kolon boyunun iki katına eşit olduğu durum araştırılmıştır. Bu şart, kolon atalet momentinin kiriş atalet momentine oranı 10.67 olduğunda gerçekleşmektedir.

Stabilitenin önemli olduğu çelik yapılarda, kolon ve kiriş atalet momentlerinin kolon burkulma boylarını önemli ölçüde etkilediği gözlenmiştir. Betonarme bir yapıda ise stabilite problemi çelik yapıdaki gibi önemli bir problem değildir.

5. KAYNAKLAR DİZİNİ

- American Institute of Steel Construction, Inc., Commentary C2, Nomogram kullanarak k faktörlerinin hesaplanması ve formüllerin kaynağı, pg. 16.1-191, 16.1-192
- American Institute of Steel Construction, Inc., Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings, 1999, 292 p.
- American Institute of Steel Construction, Inc. Steel and Reinforced Concrete Design, AISC Manual part 4 and AISC Specification Chapters B, C, E Steel Compression Members, 16p.
- Arda, T.S. ve Aşkar, G., 1986, Plastic Design of Steel Structures, Boğaziçi Üniversitesi Yayınları, İstanbul, 413
- Aydın, R., Çerçeve sistemlerin yanal rijitlik matrisi ve kolon etkili boylarının hesabı için yaklaşık bir yöntem, Anadolu Üniversitesi Yayını, Eskişehir, 38 s.
- Britvec, S.J., 1973, The stability of elastic systems, Pergamon Press Inc. Maxwell House, Fairview Park, Elmsford, Nw York, 10523
- Cheong, F. and Moy, S., Multiple K-factors of a leaning column, 1996, Department of Civil Engineering at California State University, Sacramento, CA 95819, USA
- Cheong, F. and Moy, S., K-factors for braced frames, 1996, Department of Civil Engineering at California State University, Sacramento, CA 95819, USA
- Deren, H., Uzgider, E. ve Piroğlu, F., 2002, Çelik yapılar, Çağlayan Basımevi, İstanbul, 313
- Gantes, C.J. and Mageirou, G.E., 2005, Improved stiffness distribution factors for evaluation of effective buckling lengths in multi-story sway frames, Engineering Structures 27, 1113-1124
- İnan, M., 1996, Cisimlerin mukavemeti, İstanbul Teknik Üniversitesi Vakfı Yayınları, İstanbul, 574 s.
- Kaltakçı, M.Y., 1999, Çözümlü örneklerle mukavemet, Konya, 406 s.
- Odabaşı, Y., 1997, Ahşap ve çelik yapı elemanları, Beta Basım Yayım Dağıtım A.Ş., İstanbul, 320 s.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Pflüger, A., 1970, Elastostatiğin Stabilite Problemleri, (Çev. S. Tameroğlu, V. Cinemre ve T. Özbek), Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul, 782, 580 s.
- Raftoyiannis, I.G., 2005, The effect of semi rigid joints and an elastic bracing system on the buckling load of simple rectangular steel frames, 1205-1225
- Türk Standartları TS 648, 1982, Çelik yapıların hesap ve yapım kuralları, 45 s.
- Yu, W. K., Chung, K.F. and Chan, S.L., 2004, Structural instability of multi-storey door-type modular steel scaffolds, Hong Kong SAR, Chine, 867-881
- Ziegler, H., 1968, Principles of structural stability, A Division of Ginn and Company, United States of America, 67-13079