

ANİ SICAKLIK DEĞİŞİMİ ETKİSİNDEKİ TÜRBİN KANADI NONLİNEER  
TİTREŞİMLERİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

39144

DOKTORA TEZİ

Mak. Yuk. Müh. Ömer Kadir MORGÜL

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 13 Eylül 1993

Tezin Savunulduğu Tarih : 1 Aralık 1993

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Vedat KARADAĞ

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. H. Temel BELEK

Prof. Dr. Faris KAYA

## ÖNSÖZ

Çalışmalarım süresince değerli destek ve yardımlarını gördüğüm, tez danışmanım Sayın Doç.Dr. Vedat KARADAĞ'a teşekkür ederim.

İlk tez danışmanım Sayın Prof. Dr. H.Temel BELEK'e değerli görüşleri sebebiyle teşekkür ederim.

Özel kitaplığından yararlandığım ve yardımlarını esirgemeyen İ.T.Ü. Makina Fakültesi, Makina Teorisi ve Dinamiği Anabilim dalı Başkanı Sayın Prof.Dr. Fuat PASİN'e teşekkür ederim.

Ömer Kadir Morgül

Mak. Yük. Müh.

13.9.1993

## İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER.....	VI
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	VIII
TABLolar LİSTESİ.....	IX
ÖZET.....	X
SUMMARY.....	XI
BÖLÜM 1 : GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2 : TEMEL DENKLEMLER.....	7
2.1. Dönme Hızından Doğan Etkiler.....	7
2.2. Enerji Denklemleri.....	11
2.2.1. Potansiyel Enerji.....	11
2.2.2. Kinetik Enerji.....	13
2.3. Sonlu Eleman Formülasyonu.....	14
2.3.1. İnterpolasyon Fonksiyonları ve Eleman Matrislerinin Bulunması.....	15
2.3.2. Sistem Matrislerinin Bulunmasında Bilgisayar Kodları..	19
2.4. Sayısal Tanımlar ve Parametreler.....	21
2.4.1. Eşdeğer Dikdörtgen Kesit Hesabı.....	21
2.4.2. Dönme Hızı ve Parametresi.....	23
BÖLÜM 3 : RİJİTLİK MATRİSİ.....	24
3.1. Eğilme Rijitliği.....	24
3.2. Dönme Hızı Etkisi.....	25
3.3. Kanat Konum Açısı Etkisi.....	26

3.4. İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkı Etkisi.....	28
3.5. Boyuna Yer Değişimi Etkisi.....	31
3.6. Eleman Rijitlik Matrisi.....	32
<b>BÖLÜM 4 : KÜTLE MATRİSİ.....</b>	<b>34</b>
4.1. Eğilme Etkisi.....	34
4.2. Boyuna Yer Değişimi Etkisi.....	35
4.3. Rayleigh Çubuğu Hali.....	35
4.4. Eleman Kütle Matrisi.....	36
<b>BÖLÜM 5 : NONLİNEER ETKİLER.....</b>	<b>38</b>
5.1. Maksimum Kesit Dönme Değeri Kullanılması Halinde Nonlinear Rijitlik ve Kütle Matrisleri.....	39
5.1.1. Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi.....	39
5.1.2. Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi.....	40
5.1.3. Büyük Yer Değişimleri Halinde Kütle Matrisi.....	42
5.2. Kesit Dönmesinin Sürekli Değişim Olarak Ele Alınması Halinde Nonlinear Rijitlik ve Kütle Matrisleri.....	43
5.2.1. Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi.....	43
5.2.2. Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi.....	46
5.2.3. Büyük Yer Değişimleri Halinde Kütle Matrisi.....	47
<b>BÖLÜM 6 : KANAT BOYUNCA SICAKLIK DEĞİŞİMİNİN ETKİSİ.....</b>	<b>48</b>
6.1. Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Linear Titreşimler.....	51
6.1.1. Eğilme Rijitliği Matrisi.....	51
6.1.2. Boyuna Yer Değiştirme Hali.....	52
6.2. Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlinear Titreşimler.....	53

6.2.1. Maksimum Kesit Dönme Değeri Kullanılması Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi.....	53
6.2.1.1. Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi.....	53
6.2.1.2. Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi.....	54
6.2.2. Kesit Dönme Değeri Sürekli Değişim Olarak Ele Alınması Halinde Rijitlik Matrisi.....	55
6.2.2.1. Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi.....	55
6.2.2.2. Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi.....	58
BÖLÜM 7 : ANİ SICAKLIK DEĞİŞİMİ ETKİSİ.....	61
BÖLÜM 8 : ZORLANMIŞ TİTREŞİMLER.....	63
8.1. Eşdeğer Kuvvet Vektörü	
8.2. Sistemin Çözümü	
BÖLÜM 9 : SAYISAL SONUÇLAR.....	65
9.1. Sonuçların İrdelenmesi.....	75
9.2. Yapılabilecek Çalışmalar ve Öneriler.....	76
KAYNAKLAR.....	77
EKLER.....	83
ÖZGEÇMİŞ	

## SEMBOLLER

A	= Çubuğun kesit alanı [ $m^2$ ]
$A_s$	= Aerofoil kanadın kesit alanı [ $m^2$ ]
a/r	= Genlik/Atalet Yarıçapı
b, h	= Çubuğun genişlik ve kalınlığı [m]
$c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$	= İnterpolasyon fonksiyonu katsayıları
d	= Türev operatörü
$[D]_e$	= 5.10.a eşitliği
$[D]_u$	= 2.34.a eşitliği
$[D]_w$	= 2.31.a eşitliği
E, $E_0$	= Young Modülü [ $N/m^2$ ]
$F_y, F_x, F_z$	= Koordinat eksenini doğrultusundaki kuvvet bileşenleri [N]
f	= Frekans [Hz]
$f_p$	= Basınç kuvvetinin harmonik değişim frekansı [Hz]
I	= Kesit atalet momenti [ $m^4$ ]
i	= İterasyon sayısı
[K]	= Rijitlik matrisi
l	= Sonlu çubuk eleman uzunluğu [m]
L	= Kanat ve çubuk uzunluğu [m]
[M]	= Kütle matrisi
m	= Toplam eleman sayısı
N	= Toplam eleman sayısı
n	= Eleman numarası
r	= Atalet yarıçapı
r/L	= Disk yarıçapının kanat boyuna oranı
$P_{oz}$	= İki yüzey arasındaki basınç farkı genliği [ $N/m^2$ ]
$P_z$	= İki yüzey arasındaki basınç farkı [ $N/m^2$ ]
T	= Sıcaklık [ $^{\circ}C$ ], Kinetik enerji [J/sn]
t	= Zaman [sn]
U	= Çubuğun potansiyel enerjisi [J/sn]
u	= Boyuna yer değiştirme [m]
V	= Potansiyel enerji [J/sn]

$v$	= Çubuğun hacmi
$v_s$	= Çubuk Elemanın Hacmi
$W$	= Virtüel iş
$w$	= Eğilme yer değiştirmesi [m]
$w_1, w'_1, w_2, w'_2$	= Bir elemanın 1. ve 2. nodundki eğilme ve dönmeler
$w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2$	= Bir elemanın 1. ve 2. nodundki eğilme ve dönmeler
$X, Y, Z$	= Global koordinat sistemi
$x, y, z$	= Koordinat sistemi
$\alpha, \psi, \zeta$	= Bir eleman için yerel koordinat sistemi
$[\ ]^T$	= Transpoze
$( )', ( )'$	= x'e göre türev, zamana göre türev
$( )_w$	= Eğilme
$( )_e$	= Eleman
$( )_p$	= Basınç Farkı
$( )_r$	= Radyal doğrultu
$( )_s$	= Maksimum dönme sürekli değişim formunda
$( )_t$	= Kanat boyunca sıcaklık değişimi
$( )_u$	= Boyuna yer değiştirme
$( )_{BYD}$	= Büyük yer değiştirme
$( )_{NL}$	= Nonlineer
$( )_{GNL}$	= Boyuna-Eğilme Girişimi
$\alpha$	= Isıl katsayı $(E_o - E_L)/E_o$
$\epsilon$	= $x/L$ veya $\alpha/l$
$\partial$	= Kısmi türev operatörü
$\delta$	= virtuel işlem operatörü
$\{\delta\}$	= genelleştirilmiş koordinat vektörü
$\varphi_{\max}$	= $w'_{\max(i-1)}$
$\varphi_i$	= $w'_{i-1}$
$\lambda$	= Boyutsuz Frekans parametresi
$\mu$	= Boyutsuz Açısal hız parametresi
$\rho$	= Yoğunluk [ $kg/m^3$ ]
$\sigma_x$	= Normal gerilme [ $N/m^2$ ]
$\tau_{xy}$	= Kayma gerilmesi [ $N/m^2$ ]
$\theta$	= Kanat konum açısı [ $^\circ$ ]
$\Omega$	= Disk dönme hızı [ $rad/sn$ ]
$\omega$	= Frekans [ $rad/sn$ ]
$\omega_p$	= Basınç kuvvetinin harmonik değişim frekansı [ $rad/sn$ ]

## ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Kanadın Disk Üzerindeki Konumu.....	9
Şekil 2.2. Koordinat Eksenleri.....	10
Şekil 2.3. Kuvvet Bileşenleri.....	11
Şekil 2.4. Sonlu Çubuk Eleman.....	11
Şekil 2.5. On Elemana Ayrılmış Çubukta Yer Değiştirmelerin Sınır Şartlarına Uygun Olarak Kodlanması.....	21
Şekil 3.1. Mekanik Özellikleri Sıcaklığa Bağlı İçten Soğutmalı Türbin Kanadında Uç Boyuttaki Gerilme Dağılımı.....	29
Şekil 3.2. Kanat Kesitinde İzoterm Eğriler.....	30
Şekil 6.1. U500 Ni-Al Alaşımının Mekanik Özelliklerin Sıcaklıkla Değişimi.....	50
Şekil 7.1. Radyasyonlu ve Radyasyonsuz Isı Transferi Durumunda Kanattaki Ani Sıcaklık Dağılımı.....	62

## TABLolar LİSTESİ

Tablo 3.1.	İçten Soğutmalı Kanatta Oluşan Gerilmeler.....	29
Tablo 9.1.	Dönen Uniform Çubukta Titreşim Frekansları.....	65
Tablo 9.2.	Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	66
Tablo 9.3.	İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	66
Tablo 9.3.a.	İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkının, Çeşitli Temel Parametrelere Göre Kanat Frekanslarına Etkisi.....	68
Tablo 9.4.	Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	69
Tablo 9.4.a.	Kanat Nonlinear Titreşim Frekansları (Kesit Dönmesinin, Sürekli Değişim ve Maksimum Kesit Dönmesi Olarak ele Alınması Halinde).....	69
Tablo 9.5.	Ani Sıcaklık Değişiminin Kanat Titreşim Frekanslarına Etkisi.....	70
Tablo 9.5.a.	Ani Sıcaklık Değişiminin Kanat Nonlinear Titreşim Frekanslarına Etkisi.....	71
Tablo 9.6.	Dönen Kanatda Ani Sıcaklık Değişiminin Nonlinear Titreşim Frekanslarına Etkisi.....	72
Tablo 9.7.	Dönme Hızı ve Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	72
Tablo 9.7.a.	Rejim Sıcaklığına Ulaşıldığında Dönme Hızının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	73
Tablo 9.7.b.	Rejim Sıcaklığına Ulaşıldığında Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	73
Tablo 9.7.c.	Dönme Hızı ve Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.....	74
Tablo 9.8.	İki Yüzey Arasındaki Basınç Farkının Düğüm Noktalarına İndirgenmiş Eşdeğer Kuvvetleri ile Tahrik Halinde, Kanadın Zorlanmış Titreşim Genlikleri.....	74
Tablo 9.9.	Ankestre-ankestre ve Basit-Basit Mesnetli Çubuk Titreşim frekansları.....	75
Tablo 9.10.	Basit-Basit Mesnetli Çubukta Nonlinear Titreşim Frekansındaki Değişim.....	75

## ÖZET

Bu çalışmada değişik sıcaklık etkileri göz önüne alınarak dönen türbin kanadının lineer ve nonlinear titreşim karakteristikleri Rayleigh çubuğu hali, ve boyuna-eğilme girişimi ve büyük yer değişimleri göz önüne alınarak sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir. Bunun yanısıra iki yüzey arasındaki basınç farkı göz önüne alınmış ve sıcaklık etkilerinin zorlanmış titreşim sonuçlarına olan tesiri araştırılmıştır. Sıcaklık etkileri;

1. İki yüzey arasındaki sıcaklık farkı,

2. Kanat boyunca sıcaklık değişimi,

3. Ani sıcaklık değişimi

başlıkları altında incelenirken kanat mekanik özelliklerinin sıcaklıkla değişimide göz önüne alınmıştır. Bu sıcaklık etkilerinin nonlinear titreşim karakteristikleri hesaplanırken;

a. Maksimum kesit dönmesi kullanılarak,

b. Kesit dönmesi sürekli değişim formunda ele alınarak farklı çözümler geliştirilmiştir. Nonlinear titreşimlere;

1. Boyuna-eğilme girişimi,

2. Büyük yer değişimleri

ilave edilmiştir.

Bütün bunların yanı sıra Rayleigh çubuğunda olduğu gibi kesit dönmesi etkileri göz önüne alınarak çözümler yapılmıştır. Türbin kanadı titreşim karakteristiklerine etki eden temel büyüklüklerden, disk yarıçapı, dönme hızı, kanat konum açısı, iki yüzey arasındaki sıcaklık farkı ve kanat boyunca sıcaklık farkı gibi parametrelerin beraberce göz önüne alınmasıyla çözümler elde edilmiştir.

Kanadın iki yüzeyi arasındaki basınç farkı ise yayılı yük olarak düşünlmüştü ve bu yük virtüel işler prensibi kullanılarak her elemana etkiyen eşdeğer kuvvet vektörüne indirgenmiştir. Bu eşdeğer kuvvetlerin etkisiyle meydana gelen titreşim genliklerine kanat boyunca sıcaklık değişiminin etkileri de dahil edilmiştir.

Hesaplar ankestre-serbest, ankestre-ankestre, basit-basit sınır şartları için yapılmıştır. Bulunan sonuçlar daha önceki yazarların kullandığı yöntemlerle karşılaştırılmış, ani sıcaklık değişimlerini ve kanat boyunca ve iki yüzeyi arasındaki sıcaklık değişiminin, dönen türbin kanatlarında göz önüne alınması gerektiği sayısal değerlerle gösterilmiştir.

## SUMMARY

### THE F.E. ANALYSIS OF NONLINEAR VIBRATIONS OF TURBINE BLADE SUBJECTED TO TRANSIENT HEAT FLUX

In this work, the vibrational characteristics and harmonic response of rotating beam attached to a disc, under linear thermal gradient along the beam, are studied by FEM. Effects of nonlinear bending and longitudinal displacement on the frequency is also considered. The numerical results are presented to illustrate the effects of linear thermal gradient and nonlinear bending and longitudinal displacement upon the dynamic behaviour of the system in practice.

For this purpose, turbine blade is considered as a rectangular beam which is attached to rotating disc.

For a beam undergoing lateral vibration, if  $w$  is the deflection in the  $z$  direction of an arbitrary point on the middle plane ( $xy$  plane) of the beam (Fig.2.1. and Fig.2.2), then instantaneous location in the  $x,y,z$  system of co-ordinates can be taken as

$$w = c_4 x^3 + c_3 x^2 + c_2 x + c_1 \quad (1)$$

The radial component of the centrifugal force per unit volume acting on an element of the beam at  $x$  is given by

$$F_r = \rho \Omega^2 (r+x) \quad (2)$$

where  $\rho$  is the mass per unit volume of the beam. A displacement of  $w$  along the  $z$  direction would result in a component ( $-w \sin \theta$ ) in the  $Y$  direction and a component ( $w \cos \theta$ ) in the  $Z$  direction (Fig.2.3).

The force  $F_r$  can be resolved into components along the  $y$  and  $z$  directions as follows:

$$F_y = -\rho \Omega^2 w \sin \theta \cos \theta \quad (3)$$

$$F_z = \rho \Omega^2 w \sin^2 \theta \quad (4)$$

Under the effects of these forces, the equation of motion of the system, using Hamilton principle can be written as follows:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T-U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_v dt = 0 \quad (5)$$

After the required mathematical steps the equation of motion of the system becomes

$$[[K]-\omega^2[M]]\{\delta\}=\{0\} \quad (5.a)$$

The mass and stiffness matrices are found through the expressions of potential and kinetic energy and by writing the virtual work expression in Hamilton Principle.

For a non-rotating beam undergoing transverse vibration, the potential energy is given by the expression

$$V=(EI/2)\int_0^L (\partial^2 w/\partial x^2)^2 dx \quad (6)$$

where  $x$  represents the co-ordinate for the beam. In the finite element formulation, the beam is divided into elements and the above expression becomes,

$$V=(EI/2)\int_0^l (\partial^2 w/\partial x^2)^2 dx \quad (6.a)$$

where

$$w=[D]\{\delta\} \quad (6.b)$$

The equation (6.a) yields the following:

$$V=(1/2)\{\delta\}^T [K_1]_{ew} \{\delta\} \quad (7)$$

Under the effect of the rotational speed, the beam is stiffened due to additional stresses created by centrifugal forces. These forces create stresses in the neutral surface and the additional strain energy stored in the element can be written as:

$$V=(1/2)\int_{x_1}^{x_2} \{\sigma_x (\partial w/\partial x)^2 + 2\tau_{xy} (\partial w/\partial x)(\partial w/\partial y)\} dx \quad (8)$$

The stresses due to axial forces  $F_m$  can be obtained as follows; the axial force acting on any section at a distance  $x$  from the left end of the element is (Fig.2.4),

$$F_m = A \int_x^{m\ell} \rho \Omega^2 (r+n\ell+x) dx + A \int_{(n+1)\ell}^{m\ell} \rho \Omega^2 (r+x) dx \quad (9)$$

In equation (9), the first term represents the centrifugal force associated with the portion of the finite element on the right-hand side of the section and the second term is the force associated with the portion of the beam on the right hand side of that particular element.

The equation (8) yields

$$V=1/2\{\delta\}^T [K_2]_{ew} \{\delta\} \quad (10)$$

where  $[K_2]_{ew}$  is called the centrifugal stiffness matrix

If the gradient of modulus of elasticity along the blade is linear, then the modulus of elasticity  $E$  can be incorporated into the integral. If the gradient of modulus is  $e$  then the modulus of elasticity  $E$  at a section  $x$  can be written as follows:

$$E = E_0(1 - ex) = E_0(1 - \alpha x/L) \quad (11)$$

In this case, the stiffness matrix  $[K_1]_{ewt}$  is obtained instead of the matrix  $[K_1]_{ew}$ .

$$[K_1]_{ewt} = \{1 - e(n-1)\ell\} [K_1]_{ew} - E_0 I_e \int_0^\ell x [D_w'']^T [D_w''] dx \quad (12)$$

where

$$e = \alpha/L \quad (13)$$

$$\alpha = (E(0) - E(L))/E(0) \quad (14)$$

For the linear vibrations, the total potential and the kinetic energies of the system are not investigated. To study the nonlinear vibrations, the nonlinear stiffness matrix of the system is obtained as follows by means of the potential energy equation which is defined in equation (15)

$$V = (1/2) \int_0^\ell EA(1/4) (\partial w / \partial x)^4 dx \quad (15)$$

This equation may be expressed as;

$$V = (1/2) \int_0^\ell F_n (\partial w / \partial x)^2 dx \quad (15.a)$$

Here the force is assumed to be axial and given as

$$F_n = EA(1/4) (\partial w / \partial x)^2 \quad (16)$$

The axial force, which is composed of nonlinear terms, is calculated by using maximum total bending slope terms, during the iterations. The equation (15.a) may be written in the following form which is suitable for the application of the FEM, by substituting

$$\sigma_x = F_n / A \quad (17)$$

into equation (8), which yields,

$$V = 1/2 \{\delta\}^T [K_{NL1}]_{wet} \{\delta\} \quad (18)$$

where

$$[K_{NL1}]_{wet} = AE \frac{\varphi_{\max}^2}{4} \int_0^\ell [(1 - e(n-1)\ell) - ex] [D_w']^T [D_w'] dx \quad (18.a)$$

An alternative approach to the above formulation is as follows:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = [D'_w] \{\delta_w\} \quad (19)$$

If this equation is calculated for each element using the values of the first mode eigenvector, equation (20) is obtained,

$$\frac{\partial w}{\partial x} = f(w_1, w'_1, w_2, w'_2) \quad (20)$$

By including the longitudinal strains in our system, the potential energy definition which comes from the interactions of  $u$  and  $w$  strains becomes

$$U_{GNL} = \frac{1}{2} A \int_{\ell} E \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (21)$$

With the following assumption

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \varphi_{\max} \quad (21.a)$$

the equation (21) can be rewritten as

$$U_{GNL} = \frac{1}{2} AE \int_{\ell} \varphi_{\max} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (22)$$

This potential energy expression can be written as a quadratic form which is both function of  $u$  and  $w$  and the following equation is obtained

$$U_{GNL} = (1/2) E \int_{\ell} \{\delta\}_e^T A \varphi_{\max} [D'_e]^T [D'_e] \{\delta\}_e dx \quad (23)$$

From eq.(23) the coupled stiffness matrix is obtained as,

$$[K]_{GNL} = E \int_{\ell} A \varphi_{\max} [D'_e]^T [D'_e] dx \quad (23.a)$$

Here,  $\varphi_{\max}$  is assumed to be a continuously varying function and the new stiffness matrices are recalculated.

The blade wall temperature (Fig.3.2) is assumed to cause an average stress of  $\sigma_t$  for the example chosen for the numerical analysis [57].

Substituting  $\sigma_t$  into equation (8) yields,

$$V = 1/2 \{\delta\}^T [K_4]_{ew} \{\delta\} \quad (24)$$

where

$$[K_4]_{ew} = \int_{\ell} A \sigma_t [D'_w]^T [D'_w] dx \quad (24.a)$$

where  $[K_4]_{ew}$  may be obtained using the matrices given.

The beam element is subjected to distributed forces of intensity  $F_z$  in z direction which can be obtained from equation (4). If  $\{F_e\}$  denotes the vector of four nodal forces equivalent to the distributed load  $F_z$  acting on an element, then the work done by  $\{F_e\}$  and by  $F_z$  during an arbitrary virtual displacement must be equal. If  $\{\delta\}_w^v$  is the vector of virtual nodal displacements corresponding to the virtual displacement  $w^v$  within the element, then from equation (6.b)

$$w^v = [D_w] \{\delta\}_w^v \quad (25)$$

Equating the work done by  $\{F_e\}$  and  $F_z$  gives

$$\{\delta\}_w^v \{F_e\} = \int_V w^v F_z dv \quad (26)$$

Since this relation is true for any arbitrary virtual displacement, by substituting  $F_z$  in eq.(4) and  $w$  from eq.(6.b) into equation (26),  $\{F_e\}$  can be calculated as,

$$\{F_e\} = \rho \Omega^2 A \sin^2 \theta \int_L [D_w]^T [D_w] dx \{\delta\}_w^v \quad (27)$$

Using eq.(27), the additional stiffness matrix including the effect of setting angle to the elements of stiffness matrix will be

$$[K_3]_{ew} = \rho \Omega^2 A \sin^2 \theta \int_L [D_w]^T [D_w] dx \quad (28)$$

The total stiffness matrices for the elements of the rotating beam  $[K]$  will be the sum of the matrices given above:

$$[K] = [K_1]_{ewt} + [K_1]_{eut} + [K_2]_{ew} + [K_4]_{ew} + [K_{NL1}]_{ewt} + [K_3]_{ew} + [K_e]_{GNL} \quad (29)$$

To obtain the mass matrix, the energy which is equal to the work of the inertia forces due to the centrifugal forces of the beam mass, is written as equation (30) for the transverse vibrations in xy plane using Euler theory,

$$T_1 = (1/2) \rho A \int_L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx \quad (30)$$

In addition, if the plane of the cross sections are high, then the kinetic energy due to the rotation of cross section should be included into the analysis, as in the case of Rayleigh beam:

$$T_{2w} = (1/2) \rho I \int_L \dot{w}'^2 dx \quad (31)$$

If there is a large bending displacement, the mass per unit volume in x distance on the beam, is assumed to displace as,

$$\Delta u = (1/2)Lw'^2 \quad (32)$$

and the kinetic energy becomes

$$T_{3w} = (1/2) \int_L \rho A (Lw' \dot{w}')^2 dx \quad (33)$$

where

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = Lw' \dot{w}' \quad (34)$$

The element matrices given above are combined to form the global stiffness and mass matrices according to FEM formulation. Using these matrices the system equations are formed as follows;

$$[[K] - \omega^2 [M]] \{\delta\} = \{0\} \quad (35)$$

and solved numerically.

In the solutions, the effect of each assumption on the eigenvalue of the system is also investigated.

The effects of rotating speed on vibrational characteristics is calculated and then compared with the exact solutions of [24] and [58]. The effect of setting angle on vibration is the same with the results of ref.[58] and [24] for uniform blade cases. The frequency parameters for several rotating speeds are also given.

The temperature variation along the blade is assumed to be linear. If the temperature is 32<sup>0</sup>C and 870<sup>0</sup>C at the root and at the free end of the blade, respectively; then, the thermal gradient of modulus of elasticity  $\alpha$  becomes

$$\alpha = (E(0) - E(L))/E(0) \quad (36)$$

$$\alpha = [E(32^0C) - E(870^0C)]/E(32^0C) \quad (37)$$

where

$$E(x) = E_0 (1 - \alpha x/L) \quad (38)$$

The values of E(T) is given ref.[57]. Present results are compared with the results in ref.[59]. A comparison has also been given for different thermal gradient of modulus of elasticity. The finite element results are in good agreement with [59].

The results, for a turbine blade subjected to transient heat flux example, for a stepwise temperature change, are given in several tables, for nonrotating and rotating cases. The instantaneous frequencies are calculated for certain blade temperature points assuming a constant temperature at that particular point. For increased rotational speed, the temperature effects on the vibrational frequencies are reduced by an amount of 6.6%-10% for higher frequencies, compared to nonrotating blades.

The effect of average stresses caused by the temperature difference between the two surfaces of the blade, is modelled by an average  $\sigma_t$  along the x direction. The results are obtained using eq. (24), for a setting angle of  $49,3^{\circ}$ . A 3% reduction in the natural frequencies is observed.

The effects of linear thermal gradient including the other factors are also studied.

There are small but important variations in the vibrational frequencies due to thermal gradient effects with increasing speed. The first three natural frequencies of a nonrotating blade decrease by 3.1%, 6.8%, 8% respectively. The first three natural frequencies of a rotating blade at 1000 rad/sec decrease by 0.4%, 4.3%, 6.74% respectively.

Nonlinear harmonic response of the system is found by iteration. In each iteration step, the system is considered to be conservative. The results for the nonlinear harmonic response of the blade subjected to thermal gradient are also tabulated.

In conclusion, the nonlinear vibration characteristics and harmonic response of rotating turbine blade subjected to transient heat flux and thermal gradient are investigated by FEM. The importance of the subject has been shown by several examples chosen from the practice. The combined effect of the factors studied in this thesis on the first three vibrational frequencies of a model varies between 6.6%-16.3%. The effect of the thermal gradient is significant on the natural vibration frequencies (5.88-7.37%). The increase of the rotating speed has, also, a significant effect on these frequencies (about 4%). The effects of the thermal gradient on the nonlinear vibrational frequencies are, also, considerable (3.07, 6.34, 7.33% respectively). Inclusion of the transient heat flux into the nonlinear theory has a slight effect on the vibration characteristics.

## BÖLÜM 1. GİRİŞ

Gaz türbinlerinin en önemli parçalarından biri türbinin kanadıdır. Tipik olarak türbin kanadı, aşırı termal şartlar, yüksek dönme hızı, titreşimler ve büyük merkezkaç kuvvetleri gibi şiddetli şartlarda çalışırken fonksiyonundan beklenen aerodinamik ve termodinamik performansı sağlamalıdır. Dinamik açıdan problemi rahat bir şekilde belirleyebilmesi için, konstrüktörün, kanadın serbest titreşim frekanslarını hassas bir şekilde önceden tahmin edebilmesi gerekir. Bu yüzden, konstrüktör türbin kanadı analizinde etkili, güvenilir ve doğru bir yöntem kullanmalıdır. Yüksek hızlı bilgisayarların gelişmesiyle sonlu elemanlar yöntemi kullanımı kolaylaşmış ve uygulama alanı genişlemiştir.

Literatürde, türbin kanadı titreşimleri, sonlu elemanlar ve diğer çözüm yöntemleri ile çok incelenen konulardandır. Yukarıda değinildiği gibi problemin çözümü, bir çok değişken faktöre bağlı olduğundan konu üzerindeki çalışmalar devam etmektedir.

Türbin kanatları titreşimi konusunda yapılan çalışmalar [1]-[3]'de özetlenmiştir.

Genelde değişik yapıların lineer ve nonlinear titreşimleri [4],[5],[6],[7],[8] ve [9] kitaplarında konu olarak ele alınmıştır. Buna karşılık [10]-[40]'daki araştırmacılar problemi lineer olarak değişik faktörlerin etkilerini göz önüne alarak incelemişlerdir.

Carnegie [10], Uniform simetrik kesitli kanatların titreşim frekanslarını Rayleigh yöntemi kullanarak incelemiştir. Şuhubi [11] eğilme teorisinin ana denklemlerini elastik çubuk için elde etmiştir.

Aynı teorik bazda kayma şekil değiştirmesini hesaba katan kalın çubuk için temel denklemlerin eldesini Özbek ve Şuhubi [12] incelemişlerdir. Steigleder ve Kramer [13] Buhar türbinlerindeki kanat ve rotor girişim titreşimleri için uygun hesap yöntemleri geliştirmişlerdir.

Lindberg [14], sonlu eleman olarak probleme yaklaşmış dinamik katılık matrisi diye adlandırdığı yöntemle, üniform olmayan çubukların (kirişlerin) titreşim problemini incelemiştir. Cowper[15], Stafford ve Giurgiuțiu.[17] problemi dönen Timoshenko çubuğu olarak ele alıp titreşimlerini incelemişlerdir.

Belek [16] çok sayıda türbin kanadından oluşan bir paketin titreşim karakteristiklerinin iki kanattan oluşan bir paketin incelenmesiyle belirlenebileceğini göstermiştir.

Dokumacı [18], ön burulma verilmiş çubukların dinamik stabilitesini incelemiştir. Riger [19] Sonlu Elemanlar Yöntemi ile buhar türbin kanatlarının yorulma analizini yapmıştır. Swaminathan ve Rao [20] kanat boyunca incelen kanatlarda burulma ve dönme etkilerini, Rayleigh-Ritz Yöntemi ile incelemişlerdir.

Hoa [21] dönme hızı, disk yarıçapı, kanat konum açısı ve uç kütlelerinin türbin kanadının eğilme titreşim frekanslarına etkisini sonlu çubuk elemanlarla incelemiştir.

Belek [22] dönen bir türbin kanadının titreşim karakteristiklerini eşparametrik sonlu kabuk eleman kullanarak incelemiştir.

Karadağ [23] Aerofoil türbin kanatlarını disk-kanat sistemi olarak göz önüne almış ve titreşim karakteristiklerini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir.

Wright, Smith, Thresner ve Wang [24] dönen çubukların uç kütlesi ve değişik sınır şartları için Frobenius Yöntemi ile titreşim karakteristiklerini incelemişlerdir.

Karadağ [25] türbin kanatlarını titreşim karakteristiklerini kayma merkezi etkilerini göz önüne alarak, 18 serbestlik dereceli sonlu kalın çubuk elemanlar yardımı ile incelemiştir.

Sabuncu ve Gülmez [26] değişken kesit etkilerini incelemiştir. Chang ve Juan [27] kesit dönmesi ve kayma merkezi deformasyonunu göz önüne alarak çubuğun titreşim karakteristiklerini incelemiştir. Subrahmanyam ve Kaza [28] gelişmiş sonlu farklar metodu ile dönen türbin kanatlarının titreşim analizini yapmışlardır.

Afolabi [29] türbin kanadını bir ucu elastik bağlı bir ucu serbest çubuk şeklinde ele alıp, kanadın öz frekanslarını hesaplamıştır. Gupta [30] uca doğru incelen çubuk titreşim karakteristiklerine kesit dönme ataleti etkisini incelemiştir. Subrahmanyam ile Kaza [31] ve Nachman [32] ön gerilmeli inceltilmiş, ön burulmalı dönen çubukların burkulma ve titreşimlerini incelemiştir.

Hanagud, Cattopadhyay, Smith [33] eğilme ve burulma titreşimlerinin girişimi halinde çubuğun optimal dizaynını incelemiştir. Heyliger ve Reddy [34] yüksek mertebeden bir çubuk sonlu eleman kullanarak, kayma yer değiştirmeleri göz önüne alınması halinde çubukların eğilme ve titreşim problemini incelemiştir. Bauer ve Eidel [35] dönen üniform çubukların dönme eksenine dik doğrultudaki titreşimlerini incelemiştir. Calonnely [36] dönen çubukların titreşim analizi için kabuk sonlu eleman kullanmıştır. Yiğit, Scott ve Ulsoy [37] rijit ve hareketsiz gövdeye bağlı dönen çubuğun esnek hareketini Galerkin yöntemi ile incelemiştir. Rao [38] bir ucu elastik bağlı kanadın öz frekanslarını yüksek dereceli sonlu elemanlar kullanarak incelemiştir.

Sabuncu ve Thomas [39] dönen simetrik olmayan kesitli kanat ve disk sisteminin titreşim karakterini sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir.

Karadağ [40] Timoshenko çubuklarının titreşimlerini 20 serbestlik dereceli kalın sonlu çubuklar kullanarak incelemiştir.

Buraya kadar anlatılan araştırmalar probleme lineer olarak yaklaşmış ve lineer çözümler önermişlerdir.

Ref [41]-[56] 'da tanımlanan araştırmacılar probleme nonlinear boyut getirmişlerdir.

Eringen [41] elastik çubukların titreşim problemini herhangi bir kabul yapmadan formüle etmiş ve pertürbasyon yöntemi kullanarak çözüm önermiştir. Sarma ve Varadan [42] lineer olmayan çubuk titreşimlerinin analizinde kullanılan sonlu elemanlar yöntemi için Lagrange tipi formulasyonları incelemiştir. Sarma ve Varadan [43] çubukların nonlinear titreşimleri için Ritz sonlu eleman yaklaşımını kullanmışlardır.

Mei [44] çubukların zorlanmış nonlinear titreşim karakteristiklerini boyuna yerdeğişimini dahil ederek incelemiştir. Ragland ve Peddieson [45] dönen çubukların büyük yer değişimlerini tek boyutlu formülasyonla incelenmiştir. Mei [46] hareket etmeyen ince çubukların büyük genlikli nonlinear titreşimlerin çözümü için çeşitli sonlu eleman formülasyonlarını incelemiştir. Scalzo, Allen ve Antos [47] büyük endüstriyel türbinlerin son sıra kanatlarındaki senkronize olmayan titreşim probleminin analiz ve çözümünü yapmışlardır.

Sato, Shikanai ve Minamino [48] uç kütleli çubukların nonlinear titreşim frekanslarını, kanat konum açısını göz önüne alarak incelemiştir. Pielorz ve Nadolski [49] değişken kesitli ince elastik döner çubukların nonlinear titreşim karakteristiklerini Galerkin metodu ile incelenmiştir. Sathyamoorthy ve Ellebracht [50] Ramberg-Osgood tipi malzeme nonlinearlığı ve kalın çubuk etkileri göz önüne alarak çubuk titreşim karakteristiğini incelemiştir.

Subrahmanyem Kaza, Brown ve Lawrence, ref.[51] ve [53]'da ön burulmalı, konik dönen kanatların, Coriolis ivmesi etkileri dahil edilerek nonlinear titreşim karakteristikleri ve stabilitesini incelenmişlerdir. Senchenkov ve Krichok [52] visco elastik çubukların zorlanmış nonlinear titreşimlerini incelemişlerdir.

Dumir ve Bhaskar [54] kiriş ve plakların, nonlinear titreşim frekanslarının bulunmasındaki hatalı sonlu eleman formülasyonlarını incelemişlerdir. Kanarachos ve Spentzas [55] nonlinear sistemlerin harmonik bir kuvvetle tahrik durumunda kararlı hal için, yapay sönüm yöntemini incelemişlerdir. Sarma ve Varadan [56] çubukların büyük genlikli titreşimlerini çeşitli sonlu elemanlar formülasyonları ile karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir.

Ref.[57]-[62] ise sıcaklık etkisini çubuk ve kanadın mekanik analizlerinde kullandılar.

Allen [57] mekanik özelliklerin sıcaklıkla değişimini göz önüne alarak içten soğutmalı türbin kanadındaki termal gerilmeleri incelemiştir.

Tomar ve Rita, ref .[58]ve [59] de, çeşitli yapıdaki kanat titreşim karakteristiklerine, kanat boyunca sıcaklık değişimini Rayleigh metodu ile incelemişlerdir.

Sharan ve Bahree [60] ani sıcaklık değişimi altında dönen türbin kanadının, hem sıcaklık dağılımının zamanla değişimini, hemde doğal frekanslarını 20 nodlu sonlu eleman kullanarak incelemişlerdir.

Morgül ve Karadağ, ref. [61] ve [62]'da dönen türbin kanatlarının, ani sıcaklık değişimi ve kanat boyunca sıcaklık değişimini gözönüne alarak lineer ve nonlinear titreşim frekanslarını incelemişlerdir.

Bu çalışmada değişik sıcaklık etkileri göz önüne alınarak dönen türbin kanadının lineer ve nonlinear titreşim karakteristikleri

Rayleigh çubuğu hali, boyuna-eğilme girişimi ve büyük yer değişimleri göz önüne alınarak sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir. Bunun yanısıra iki yüzey arasındaki basınç farkı göz önüne alınmış ve sıcaklık etkilerinin zorlanmış titreşim sonuçlarına olan tesiri araştırılmıştır.

Sıcaklık etkileri;

1. İki yüzey arasındaki sıcaklık farkı,
2. Kanat boyunca sıcaklık değişimi,
3. Ani sıcaklık değişimi

başlıkları altında incelenirken kanat mekanik özelliklerinin sıcaklıkla değişimide göz önüne alınmıştır.

Bu sıcaklık etkilerinin nonlineer titreşim karakteristikleri hesaplanırken;

- a. Maksimum kesit dönmesi kullanılarak,
- b. Kesit dönmesi sürekli değişim formunda ele alınarak farklı çözümler geliştirilmiştir.

Nonlineer titreşimlere;

1. Boyuna-eğilme girişimi,
  2. Büyük yer değişimleri
- ilave edilmiştir.

Bütün bunların yanı sıra Rayleigh çubuğunda olduğu gibi kesit dönmesi etkileri göz önüne alınarak çözümler yapılmıştır.

İki yüzey arasındaki sıcaklık farkı etkileri incelenirken Allen [57]'in çalışmaları referans alınmıştır. Allen [57] çalışmasında yalnız bu sıcaklık farkından meydana gelen gerilmeleri bulmuştur. Bu çalışmada ise bu gerilmelerin titreşim karakteristiklerine etkisi incelenmiştir.

Kanat boyunca sıcaklık değişimini incelerken, Tomar ve Rita ref.[58] ve [59]'da kanat ucunun kanat dibine nazaran daha soğuk olduğunu kabul etmişlerdir. Bulunan sonuçların, yaklaşık yöntem olan Rayleigh yöntemi ile bulunan ref.[59]'un sonuçlarıyla

yakınsadığı gösterilmiştir. Bunun yanı sıra sonlu elemanlar yöntemiyle nonlinear titreşim karakteristikleri hesaplanmıştır.

Ani sıcaklık değişimleri hesaplanırken ref.[60]'daki hesaplamalardan farklı olarak boyuna-eğilme yerdeğişimi girişimi ve Rayleigh çubuğu hali için nonlinear çözümler elde edilmiştir. Burada sürekli değişen sıcaklığın bir t anında sabit kaldığı kabul edilerek çözümler elde edilmiştir.

Türbin kanadı titreşim karakteristiklerine etki eden temel büyüklüklerden, disk yarıçapı, dönme hızı, kanat konum açısı, iki yüzey arasındaki sıcaklık farkı ve kanat boyunca sıcaklık farkı gibi parametrelerin beraberce göz önüne alınmasıyla çözümler elde edilmiştir.

Kanadın iki yüzeyi arasındaki basınç farkı ise yayılı yük olarak düşünülmüş ve bu yük virtüel işler prensibi kullanılarak her elemana etkiyen eşdeğer kuvvet vektörüne indirgenmiştir. Bu eşdeğer kuvvetlerin etkisiyle meydana gelen titreşim genliklerine kanat boyunca sıcaklık değişiminin etkileri de dahil edilmiştir.

Hesaplar ankestre-serbest, ankestre-ankestre, basit-basit sınır şartları için yapılmıştır.

Bu çalışmalarını yapabilmek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış ve FORTRAN programlama dili ile lineer ve nonlinear titreşimleri farklı etkilerle birlikte inceleyebilen çok yönlü bir FORTRAN 77 program geliştirilmiştir. Özdeğer problemi [63]'den alınan standart bir alt program yardımıyla çözülmüştür. Bu program birbirine çok yakın olan veya çakışan öz frekans değerlerini de ayırt edecek şekilde hesaplayabilmektedir. Bu çalışmada göz önüne alınan tesirlerin önemi sayısal değerlerle gösterilmiştir.

## BÖLÜM 2 : TEMEL DENKLEMLER

Aerofoil kesitli türbin kanadı, geometrik merkezi ve eğilme merkezinin çakışık olduğu kabulüyle eşdeğer dinamik özelliklere sahip dikdörtgen kesitli ince bir çubuk olarak göz önüne alınır, problem aşağıdaki temel denklemlerle ifade edilebilir.

Burada;  $r$  yarıçaplı  $\Omega$  hızı ile dönen rijit disk üzerinde, şekil.2.1.'de görülen  $\theta$  açısı ile duran homojen, üniform ve dikdörtgen kesitli esnek bir çubuk göz önüne alındı.

Orijini, dönen diskin ekseninde ve statik konumda  $X$  eksenini, çubuk eksenini ile çakışık olacak şekilde  $XYZ$  genel eksen takımı seçildi. Bununla beraber, orijini çubuğun diske bağlı olduğu yerde, çubuğun asal eksenini  $x$  eksenini, genişliğini  $y$  eksenini, kalınlığını  $z$  eksenini olarak kabul eden  $xyz$  eksen takımı da sistemde ele alındı.

### 2.1 Dönme Hızından Doğan Etkiler

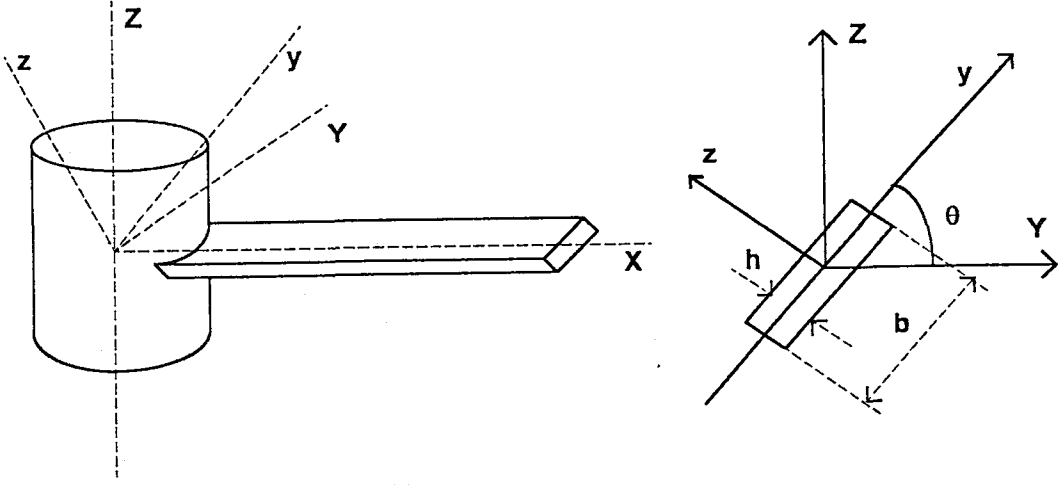
Yukarıda tanımlanan doğrultulardaki yer değiştirmeler;  
z doğrultusundaki yer değiştirme,  $w$   
x doğrultusundaki yer değiştirme,  $u$   
olarak tanımlandı.

Çubuğun, dönen rijit gövdeye bağlı olduğu noktadan  $x$  kadar uzaklıktaki birim hacimdeki kütleyle etkileyen merkezkaç kuvvetin radyal doğrultudaki bileşeni  $F_r$  olsun.

$$F_r = \rho \Omega^2 (r+x) \quad (2.1)$$

burada  $\rho$  çubuğun yoğunluğudur.

z doğrultusundaki yer değiştirmenin ( $w$ 'nın) komponentleri, Şekil.2.2'de görülmektedir, Ref.[21].



Şekil 2.1. Kanat-Disk görünümü

w yer değişiminin, Y doğrultusundaki bileşeni  $-w\sin\theta$ , z doğrultusundaki bileşeni  $w\cos\theta$  dir.

Bu bileşenler yardımıyla  $F_r$  kuvvetinin X doğrultusundaki bileşeni Şekil 2.3'den de görüldüğü gibi,

$$F_x = F_X \approx \rho\Omega^2(r+x) \quad (2.2)$$

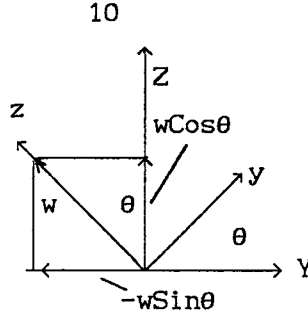
şeklinde elde edilir. Buradaki yaklaşıklık küçük genlikli titreşimin kabulüyle elde edilebilir.

Y doğrultusundaki bileşeni yazmak için kullanılan ve Şekil.2.3'de görülen XY düzlemindeki OAB üçgenin orijindeki açısının tanjantı  $(-w\sin\theta/(r+x))$  dir. O'A'B' kuvvet üçgeninden;

$$F_Y = (r+x)\rho\Omega^2 \left[ \frac{-w\sin\theta}{r+x} \right] \quad (2.3)$$

$$F_Y = -\rho\Omega^2 w\sin\theta \quad (2.4)$$

bulunur, [21].



Şekil 2.2. Koordinat Eksenleri

$F_Y$ 'nin y ve z doğrultusundaki bileşenlerinin bulunması için ise Şekil 2.2.'deki YZ düzleminde;

$$F_y = F_Y \cos \theta = -\rho \Omega^2 w \sin \theta \cos \theta \quad (2.5)$$

ve

$$F_z = -F_Y \sin \theta = \rho \Omega^2 w \sin^2 \theta \quad (2.6)$$

elde edilir. z doğrultusundaki titreşimler incelendiğinde yer değiştirme w ise, bu durumda atalet kuvveti;

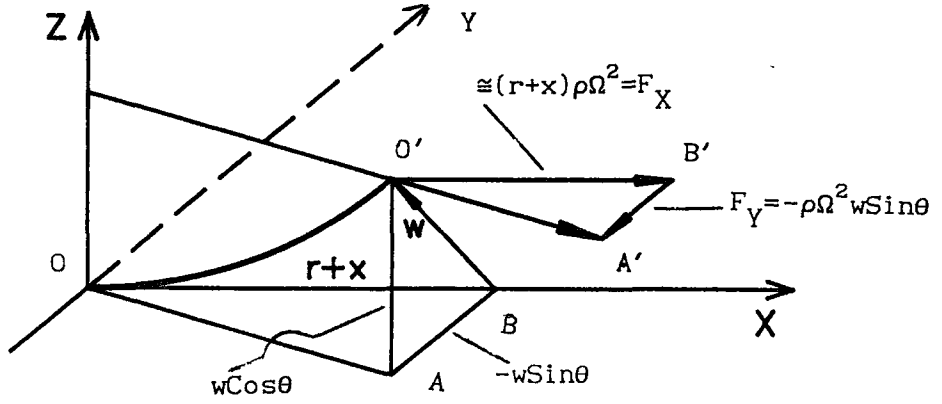
$$F_{in} = \rho \dot{w} \quad (2.7)$$

olur. Burada  $\dot{w}$ , yer değişiminin zamana göre ikinci türevi yani ivmedir.

Bu verilerle beraber z doğrultusundaki harekette D'Alambert prensibine göre kuvvet dengesi;

$$F = F_z - F_{at} = \rho \Omega^2 w \sin^2 \theta - \rho \dot{w} \quad (2.8)$$

şeklinde yazılabilir, [21].



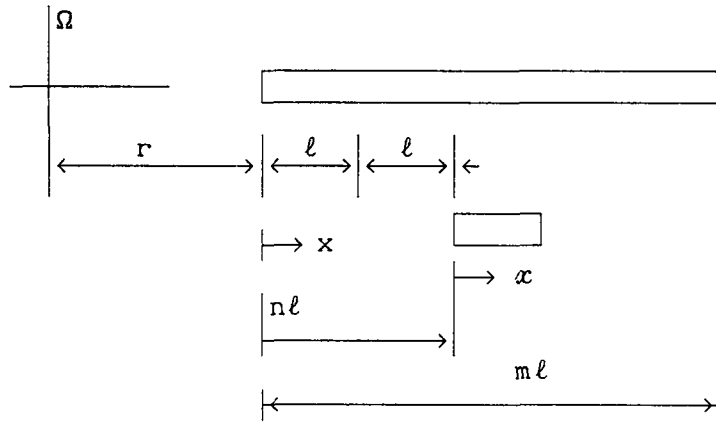
Şekil 2.3. Kuvvet Bileşenleri

Bunun yanısıra merkezkaç kuvvetinin çubuk üzerindeki herhangi bir kesite etkisinin, diğer bir deyişle bir elemanın içindeki bir kesite etkisinin incelenmesi gerekmektedir.

Şekil 2.4.'de görülen bir eleman içinde  $dx$  uzunluğundaki bir parçaya etkiyen diferansiyel kuvveti;

$$dF_x = A\rho\Omega^2(r+n\ell+x)dx \quad (2.9)$$

şeklinde tanımlanabilir.



Şekil 2.4. Sonlu Çubuk Eleman

İncelemek için ele alınan elemandan itibaren serbest uca doğru diğer elemanların meydana getirdikleri merkezkaç kuvveti de bu elemana etkimektedir. Bu kuvvet,

$$F_1 = A\rho\Omega^2 \int_{(n+1)\ell}^{m\ell} (r+x) dx \quad (2.10)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Bu sonuçlar dikkate alındığında, bir elemanın  $x$  mesafesindeki kesitine  $x$  doğrultusunda etki eden toplam kuvvet,

$$F_m = A \int_x^\ell \rho\Omega^2 (r+n\ell+x) dx + F_1 \quad (2.11)$$

olarak gösterilir.

## 2.2 Enerji Denklemleri

### 2.2.1 Potansiyel Enerji

Bölüm 2'de tanımlanan problemde dönmeyen,  $z$  doğrultusunda  $w$  yer değiştirmesi yapan bir çubukta elastik iç kuvvetlerden meydana gelen potansiyel enerji şöyle tanımlanabilir.

$$V_1 = (EI/2) \int_0^L (\partial^2 w / \partial x^2)^2 dx \quad (2.12)$$

Kullanılan notasyonlar bölüm I'de verilmiştir. Bu tarz bir bağıntının tanımı ve elde edilmesi ref. [21]'de bulunabilir.

Bir çubukta dış kuvvetlerden dolayı oluşan gerilmeler bulunduğunda bunların etkisiyle oluşan potansiyel enerji şu şekilde tanımlanabilir, Hoa[21];

$$V_2 = (1/2) \int_V \{ \sigma_x (\partial w / \partial x)^2 + 2\tau_{xy} (\partial w / \partial x) (\partial w / \partial y) \} dv \quad (2.13)$$

Problemdeki  $(\frac{\partial w}{\partial y} = 0)$  yaklaşımından dolayı (2.13) bağıntısı;

$$V_2 = (1/2) \int_V \sigma_x (\partial w / \partial x)^2 dv \quad (2.14)$$

şeklinde yazılabilir.

Eğer sistemdeki boyuna yer değişimler ve potansiyel enerji ifadesindeki yüksek mertebeli terimler de bağıntıda kullanılacak olursa;

$$V_3 = (1/2) A \int_L E \{ (\partial u / \partial x) + (1/2) (\partial w / \partial x)^2 \}^2 dx \quad (2.15)$$

bağıntısını potansiyel enerji ifadesine ilave etmek gerekir.

Bu bağıntı açıldığında;

$$V_3 = (1/2) A \int_L E \{ (\partial u / \partial x)^2 + (\partial u / \partial x) (\partial w / \partial x)^2 + (1/4) (\partial w / \partial x)^4 \} dx \quad (2.16)$$

şeklini alır. İlk terim,

$$V_{\text{boy}} = (1/2) A \int_L E (\partial u / \partial x)^2 dx \quad (2.17)$$

boyuna yer değişimi potansiyel enerjisi,

ikinci terim;

$$V_{\text{GNL}} = (1/2) \int_L EA (\partial u / \partial x) (\partial w / \partial x)^2 dx \quad (2.18)$$

girişim nonlinear potansiyel enerji terimi,

üçüncü terim;

$$V_{NL} = (1/2) \int_L EA (1/4) (\partial w / \partial x)^4 dx \quad (2.19)$$

nonlinear potansiyel enerji terimini ifade etmektedir.

### 2.2.2 Kinetik Enerji

Çubuk kütlesinin merkezkaç kuvvetleri dışındaki atalet kuvvetlerinin yaptıkları işe eşit olan enerjisi, Euler teorisi kullanılarak düzlemsel titreşimler için;

$$T_1 = (1/2) \rho A \int_L (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dx \quad (2.20)$$

şeklinde yazılır. (2.20) deki ilk terime, boyuna titreşim halindeki kinetik enerji denir ve

$$T_{1u} = (1/2) \rho A \int_L \dot{u}^2 dx \quad (2.21)$$

şeklinde tanımlanır. 2.20 deki ikinci terime ise eğilme titreşimi halindeki kinetik enerji denir ve

$$T_{1w} = (1/2) \rho A \int_L \dot{w}^2 dx \quad (2.22)$$

şeklinde belirlenir.

Bunun yanısıra, büyük yer değiştirmeler sırasında kesit düzleminin asal eksene dik kalmadığı ve kesit dönmesi olabildiği durumlarda bu bağıntıya;

$$T_{2w} = (1/2) \rho I \int_L \dot{w}'^2 dx \quad (2.23)$$

terimini de ilave etmek gerekir.

Büyük eğilme yer değişimi durumunda,  $dx$  uzunluğundaki çubuk elemanın ucunu  $x$  eksenine doğrultusundaki yerdeğişimi ref.[10]'da

$$\Delta u = (1/2)w'^2 dx \quad (2.24)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Çubuk üzerindeki  $L$  mesafesindeki birim hacimdeki kütlelerin  $x$  eksenine doğrultusundaki yer değişimini, her kesitin bu doğrultudaki yer değişimine eşit kabul edersek

$$\Delta u = (1/2)Lw'^2 \quad (2.24.a)$$

her bir kesitin  $\Delta u$  kadar yer değiştirdiği kabul edilir. Çözüm için sonlu eleman formülasyonu kullanılacağından  $L$  yerine  $\ell$  yazılır, yeterli sayıda eleman alındığında yeterli yaklaşım sağlanabilir.

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = Lw'\dot{w}' \quad (2.25)$$

ise, ref.[24]'de de böyle bir yerdeğişimi için hesaplanan kinetik enerji yukardaki kabul ile

$$T_{3w} = (1/2)\rho \int_L (Lw'\dot{w}')^2 Adx \quad (2.26)$$

olur.

### 2.3 Sonlu Eleman Formülasyonu

Problemin çözümünde öncelikle hareketin denklemini tanımlamak gereklidir. Bölüm 2.2'de sistemin kuvvet dengesi enerji ve iş tanımları verilmiştir.

Ortamın bu etki ve özellikler içindeki davranışını belirlemek gerekir.

Bu, Hamilton prensibi ile,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T-U)dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_v dt = 0 \quad (2.27)$$

tarzında tanımlanır.

(2.6) eşitliğinden elde edilen,  $z$  doğrultusunda yayılı olan kuvvetin bir noktaya etkiyen büyüklüğü  $F_z$  dir.

Eğer z doğrultusundaki w yer değişiminin virtüel yer değişimi  $\delta w^v$  olarak düşünülürse,  $F_z$  kuvvetinin yaptığı toplam virtüel iş,

$$\delta W_v = \int_v \delta w^v F_z dv \quad (2.28)$$

olur.

(2.27) bağıntısı, gerekli matematik işlemler yapıldıktan sonra Lagrange bağıntısı elde edilir. Lagrange bağıntısından da serbest titreşimler için

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{0\} \quad (2.29)$$

bağıntısı yazılabilir, [6]. Hareketin harmonik olması kabulüyle (2.29) bağıntısı aşağıdaki gibi olur, [22].

$$[[K] - \omega^2 [M]]\{\delta\} = \{0\} \quad (2.29.a)$$

Sonlu eleman formülasyonu, bu yaklaşımdaki [K] ve [M] sistem matrislerini enerji ve iş bağıntılarından elde etmek için gerekli kolaylığı yeterli yaklaşımla sağlamaktadır.

### 2.3.1 İnterpolasyon Fonksiyonları ve Eleman Matrislerinin Bulunması

Şekil (4)'de görülen ve bölüm 2'de tanıtılan çubuk, asal eksen boyunca eşit uzunlukta yeterli sayıda bölünmektedir.

Sistemdeki kabullerden olan w, w' ve u polinom olarak ifade edilir.

Elemanın düğüm sayısı iki ve her düğümdeki değişken sayısı eğilme ve dönme olarak belirlendiğinde w polinomunun derecesi üç olarak belirlenebilir.

u yer değiştirmesi için ise, iki düğüm ve x eksen doğrultusunda tek değişken olduğundan bu polinomun derecesi bir olabilir.

Bu şekilde elastik çubuk ortamında olan sonsuz sayıdaki değişkenler, sonlu sayıda değişkenle tanımlanmış olur.

Bu fonksiyonların katsayıları düğüm noktalarındaki genelleştirilmiş koordinatlar denilen değerler ile tanımlanabilecek şekilde elde edilir.

Şöyleki;

$$w = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3 \quad (2.30)$$

$$w = [D]_w \{\delta_w\} \quad (2.31)$$

$$[D]_w = [(1-3\varepsilon^2+2\varepsilon^3); (\varepsilon-2\varepsilon^2+\varepsilon^3)l; (3\varepsilon^2-2\varepsilon^3); (-\varepsilon^2+\varepsilon^3)l] \quad (2.31.a)$$

$$\{\delta_w\} = \{w_1; w'_1; w_2; w'_2\}^T \quad (2.31.b)$$

$\{\delta_w\}$ ; çubuğun düğüm noktalarındaki değişkenlerin vektörüdür.  $w'$  eğilme yer değişiminin  $x$ 'e göre türevi ise

$$w' = [D]'_w \{\delta_w\} \quad (2.32)$$

olarak tanımlanabilir.

Benzer şekilde;  $x = \varepsilon L$  olmak kaydıyla

$$u = c_5 + c_6 x \quad (2.33)$$

$$u = [D]_u \{\delta_u\} \quad (2.34)$$

$$[D]_u = [(1-\varepsilon); \varepsilon] \quad (2.34.a)$$

$$\{\delta_u\} = \{u_1; u_2\}^T \quad (2.34.b)$$

elde edilir.

Her eleman için bu fonksiyonlarla iş ve enerji denklemleri yazılır.

Matris formundaki bu değişkenler Bölüm 2.2.1, 2.2.2 ve 2.3'de

tanımlanan enerji ve iş denklemlerine yerleştirilip kuadratik form denilen şekle dönüştürülür.

Kinetik enerji;

$$T=(1/2)\{\delta'\}^T[M]_i\{\delta'\} \quad (2.35)$$

Potansiyel enerji ise;

$$U=(1/2)\{\delta\}^T[K]_i\{\delta\} \quad (2.36)$$

şeklinde tanımlanabilir.

Eğer lineer olmayan terimler varsa ileride anlatılacak kabullerle önce lineer tarzda ifade etmek gerekir.

Bölüm 2.2.1 , 2.2.2 ve 2.3'deki her bir enerji ve iş ifadesinden elde edilen eğilme ve boyuna uzama için olan  $[K]_i$  ve  $[M]_i$  matrisleri ayrı ayrı süperpoze edilir. Eğilme için w, boyuna yer değişimi için u alt indisi kullanılırsa bir çubuk eleman için kütle ve rijitlik matrisleri,

$$[K_e]_u = \sum_i [K_e]_{ui} \quad (2.37)$$

$$[K_e]_w = \sum_i [K_e]_{wi} \quad (2.38)$$

$$[M_e]_w = \sum_i [M_e]_{wi} \quad (2.39)$$

$$[M_e]_u = \sum_i [M_e]_{ui} \quad (2.40)$$

şeklinde tanımlanır.

Bir elemanın eğilme ve boyuna uzama için olan kütle ve rijitlik matrisinin bulunmasından sonra her eleman için yapılan tanımlar ve kabuller gereği, bunların bir arada tanımlanmasıyla eleman matrisleri, (6\*6) şeklinde elde edilir ve matrisler,

$$[K_e] = \begin{bmatrix} [K_{ew}^{4*4}] & [K_{euw}^{4*2}] \\ [K_{ewu}^{2*4}] & [K_{eu}^{2*2}] \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$[M_e] = \begin{bmatrix} [M_{ew}^{4*4}] & [M_{euw}^{4*2}] \\ [M_{ewu}^{2*4}] & [M_{eu}^{2*2}] \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

formunda olur.

Bir elemanın genelleştirilmiş koordinatlarını gösteren vektör ise,

$$\{\delta_e\} = \begin{Bmatrix} \delta_w^{4*1} \\ \delta_u^{2*1} \end{Bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\{\delta_e\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \\ u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2.43.a)$$

formundadır.

### 2.3.2. Sistem Matrislerinin Bulunmasında Bilgisayar Kodları

Her eleman için bulunması gereken altı değer vardır, bu değerlerden bazıları elemanın sistem içinde bulunduğu konum ve sınır şartları gereği engellenir. Bu değerler, eleman yer değiştirme vektöründe sıfır olarak yani kod verilmeksizin geçilir ve sırayla bir sonraki sayı ile kodlandırılır.

Ankastre-serbest çubuk için ilk elemanın birinci düğüm noktasındaki yer değiştirmeler sıfır olduğundan, kodlandırmaya ikinci düğüm noktasından başlanır.

Öyle ki, 1. eleman için;

Değişken Sayısı	Değişken Adı	Değişken Kodu
1	$w_1$	0
2	$w'_1$	0
3	$w_2$	1
4	$w'_2$	2
5	$u_1$	0
6	$u_2$	3

şeklindedir. İkinci elemanın birinci düğüm noktası yapılan kabuller gereği birinci elemanın ikinci düğüm noktasıyla çakışmıştır. Yani birinci elemanın ikinci düğüm noktasındaki değişken kodları ile ikinci elemanın birinci düğüm noktasının kodları aynıdır.

Bu durumda 2. eleman için;

Değişken Sayısı	Değişken Adı	Değişken Kodu
1	$w_1$	1
2	$w'_1$	2
3	$w_2$	4
4	$w'_2$	5
5	$u_1$	3
6	$u_2$	6

şeklindedir.

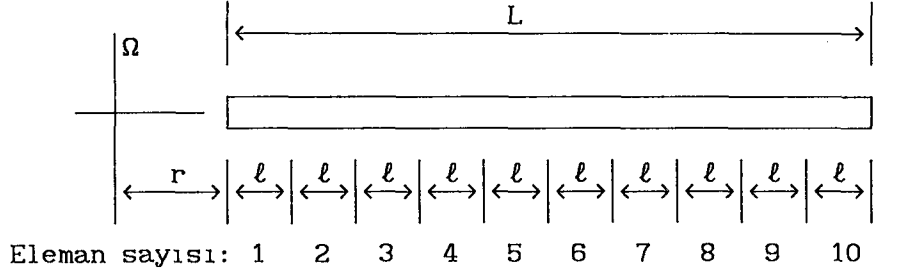
On elemana bölünmüş bir çubukta, çeşitli sınır şartlarında ki kodlamalar Şekil 2.5'de görülebilir. Sistem için genelleştirilmiş koordinatları bu şekilde kodlandırdıktan sonra eleman rijitlik ve kütle matrisleri uygun şekilde yerleştirilir.

Sistemin elde edilen  $[K]$  ve  $[M]$  matrislerinden sonra,

$$([K] - \omega^2 [M])\{\delta_s\} = \{0\} \quad (2.44)$$

tanımının çözümünden  $\{\omega_i\}$  ve  $\{\delta_{is}\}$ , yani sistemin titreşim frekansları ve frekanslardaki titreşim biçimleri elde edilir.

Çözümde, FORTRAN programlama dili kullanılmıştır.



## Ankastre-Serbest

0	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
0	2	5	8	11	14	17	20	23	26	29
0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

## Ankastre-Ankastre

0	1	4	7	10	13	16	19	22	25	0
0	2	5	8	11	14	17	20	23	26	0
0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	0

## Basit-Basit

0	2	5	8	11	14	17	20	23	26	0
1	3	6	9	12	15	18	21	24	27	29
0	4	7	10	13	16	19	22	25	28	0

Şekil 2.5. On Elemana Ayrılmış Çubukta Yer Değiştirmelerin Sınır Şartlarına Uygun Olarak Kodlanması

## 2.4. Sayısal Tanımlar ve Parametreler

### 2.4.1 Eşdeğer Dikdörtgen Kesit Hesabı

Aerofoil kanat yerine ona eşdeğer olan dikdörtgen kesit değerini bulmak için, asimetric kesitin geometrik merkezi (ağırlık merkezi), eğilme merkezi, burulma merkezinin çakışık olduğu kabulüyle

$$I_{ys} = I_y \cos^2 \theta + I_z \sin^2 \theta \quad (2.45)$$

$$I_{zs} = I_y \sin^2 \theta + I_z \cos^2 \theta \quad (2.46)$$

bağıntıları kullanılabilir, [23].

$I_{ys}$  ve  $I_{zs}$  Aerofil kanat kesitinin y ve z eksenlerine göre atalet momentleridir.  $\theta$ 'ya ; bölüm 2'de tanımlandığı gibi eşdeğer

olarak alınan dikdörtgen kesitin konum açısı denir. Dikdörtgen kesit için,

$$I_y = \frac{bh^3}{12} \quad (2.47)$$

$$I_z = \frac{hb^3}{12} \quad (2.48)$$

$$A = bh \quad (2.49)$$

bağıntıları yazılabilir.

Burada yapılacak bir yaklaşımla dikdörtgen kesitin alanı aerofoil kesit alanına eşit yazılırsa,  $A_s = A$

$$I_y = \frac{A_s h^2}{12} \quad (2.50)$$

$$h = \frac{A_s}{b} \quad (2.51)$$

$$I_y = \frac{A_s^3}{12b^2} \quad (2.52)$$

$$I_z = \frac{A_s b^2}{12} \quad (2.53)$$

şeklini alır. (2.52) ve (2.53), (2.45) ve (2.46)'de yerine yazılırsa,

$$I_{ys} = \frac{A_s^3}{12b^2} \cos^2 \theta + \frac{A_s b^2}{12} \sin^2 \theta \quad (2.54)$$

$$I_{zs} = \frac{A_s^3}{12b^2} \sin^2 \theta + \frac{A_s b^2}{12} \cos^2 \theta \quad (2.55)$$

olur ve (2.54) ve (2.55) beraber çözülerek  $b$  bulunur.

Buradan bulunan  $b$ , (2.51)'de yerine yazılırsa kesit kalınlığı  $h$  elde edilir.

Eşdeğer konum açısı için ise,

$$\sin^2 \theta = \frac{I_{zs} - I_{ys}}{I_z - I_y} \quad (2.56)$$

bağıntısı kullanılabilir. (2.52) ve (2.53) ile hesaplanan  $I_z$  ve  $I_y$  (2.56)'de yerine yazılırsa  $\theta$  hesaplanır.

#### 2.4.2 Dönme Hızı Ve Parametresi

Literatürde yapılan çalışmalarla bu çalışmayı beraber değerlendirebilmek için boyutsuz dönme hız parametresi tanımlamak gerekir. Çubuğun dinamik ve geometrik özelliklerini birlikte bulunduran bu parametre,

$$\mu = L^2 \Omega \sqrt{\rho A / EI} \quad (2.57)$$

şeklinde tanımlanır.

Diğer çalışmalarla mukayese yapabilmek için mukayese değeri  $\mu$  sabit alınarak bu değere karşı gelen  $\Omega$  açısal hızı,

$$\Omega = \frac{\mu}{L^2 \sqrt{\rho A / EI}} \quad (2.58)$$

şeklinde hesaplanır.

## BÖLÜM 3. RİJİTLİK MATRİSİ

### 3.1. Eğilme Rijitliği

Dönmenin olmadığı durumda  $y$  eksenini etrafındaki lineer eğilme titreşimleri incelendiğinde (2.12)'de verilen potansiyel enerji ifadesinin göz önüne alınması gerekir. Bir eleman için çubuk içindeki asal eksene  $x$  denirse potansiyel enerji,

$$U_{1w} = (EI_y/2) \int_0^{\ell} (\partial^2 w / \partial x^2)^2 dx \quad (3.1)$$

olur.

Bu ifade de ki  $w''$  tanımını, (2.32)'nin  $x$ 'e göre bir kez türetilmesi ile,

$$w'' = [D''_w] \{\delta\}_w \quad (3.2)$$

şeklinde elde edilir.

Burada  $\ell$ , bir elemanın boyunu göstermek kaydıyla,  $x = \ell \epsilon$  olacak şekilde tanımlanmıştır.

(3.2), formül (3.1)'de yerine yazılıp gerekli düzenleme yapılırsa,

$$U_{1w} = (1/2)EI \int_{\ell} \{\delta\}_w^T [D''_w]^T [D''_w] \{\delta\}_w d\alpha \quad (3.3)$$

elde edilir.

Bunun yanısıra,

$$U_{1W} = (1/2)\{\delta_W\}^T [K_1]_{ew} \{\delta_W\} \quad (3.4)$$

tarzında bir tanım yapılır. Burada,

$$[K_1]_{ew} = EI \int_0^l [D_W'']^T [D_W''] d\alpha \quad (3.5)$$

$$[K_1]_{ew} = EI/l^3 \begin{bmatrix} 12 & & & & \text{sym.} \\ 6l & 4l^2 & & & \\ -12 & -6l & 12 & & \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 & \end{bmatrix} \quad (3.5.a)$$

dir.

### 3.2 Dönme Hızı Etkisi

(2.11)'de tanımlanan bir elemanın  $\alpha$  mesafesindeki kesitine etki eden kuvvet  $F_m$ , kesit alanı  $A$ 'ya bölünürse bu kesitte dönme etkisinden meydana gelen gerilme,

$$\sigma_n = \frac{F_m}{A} \quad (3.6)$$

şeklinde tanımlanabilir.

$$F_m = A\rho\Omega^2[-r\alpha - n l \alpha - (1/2)\alpha + c]^2 \quad (3.7)$$

$$c = r l (m - n) + (1/2) l^2 (m^2 - n^2) \quad (3.8)$$

Buradan elde edilen  $\sigma_n$ , bölüm 2.2'deki (2.14) tanımında  $\sigma_x$  yerine yazılırsa (2.14) potansiyel enerjisi ifadesi,

$$U_{2W} = (A/2) \int_0^l \sigma_n (\partial w / \partial \alpha)^2 d\alpha \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanabilir. (2.32)'deki  $w'$  ifadesi, (3.9)'da yerine yazılırsa,

$$U_{2w} = (1/2)A \int_{\ell} \sigma_n \{\delta\}_w^T [D'_w]^T [D'_w] \{\delta\}_w d\alpha \quad (3.10)$$

elde edilir. Bu kuadratik formda,

$$[K_2]_{ew} = A \int_{\ell} \sigma_n [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (3.11)$$

$$[K_2]_{ew} = A \ell \rho \Omega^2 \begin{bmatrix} \left(\frac{6c^*}{5} + \frac{3d}{5} - \frac{6}{35}\right) & & & \text{Sym.} \\ \left(\frac{c^*}{10} + \frac{d}{10} - \frac{1}{28}\right) \ell & \left(\frac{2c^*}{15} + \frac{d}{30} - \frac{1}{105}\right) \ell^2 & & \\ -\frac{6c^*}{5} - \frac{3d}{5} + \frac{6}{35} & \left(\frac{-c^*}{10} - \frac{d}{10} + \frac{1}{28}\right) \ell & \frac{6c^*}{5} + \frac{3d}{5} - \frac{6}{35} & \\ \left(\frac{c^*}{5} + \frac{1}{70}\right) \ell & \left(\frac{-c^*}{30} - \frac{d}{60} + \frac{1}{140}\right) \ell^2 & \left(\frac{-c^*}{10} - \frac{1}{70}\right) \ell & \left(\frac{2c^*}{15} + \frac{d}{10} - \frac{3}{70}\right) \ell^2 \end{bmatrix}$$

$$c^* = R'(m-n) + 1/2(m^2 - n^2), \quad d = R' + n, \quad R' = r/\ell \quad (3.11.a)$$

tanımı yapılırsa,  $[K_2]_{ew}$ 'ye dönme etkisinden meydana gelen eleman rijitlik matrisi denir.

### 3.3. Kanat Konum Açısı Etkisi

(2.28)'de tanımlanan virtüel işi bir elemandaki dört değişkene etki eden  $\{F\}_e$  eşdeğer kuvvet vektörünün yaptığı virtüel işe eşitlersek,

$$\{\delta_w^v\}^T \{F_e\} = \int_v w^v F_z dv \quad (3.12)$$

tanımı elde edilir.  $w^V$  virtüel yer değiştirmesi (2.31) eşitliğinden yararlanarak,

$$w^V = [D_w] \{\delta_w\}^V \quad (3.13)$$

tarzında ifade edilebilir. (2.6) ve (3.13), (3.12) bağıntısında yerlerine yazılırsa,

$$\{\delta_w^V\}^T \{F_e\} = \{\delta_w^V\}^T \int_{\ell} A [D_w]^T \rho \Omega^2 [D_w] \{\delta_w^V\} \sin^2 \theta \, d\alpha \quad (3.14)$$

$$\{F_e\} = \rho \Omega^2 A \sin^2 \theta \int_{\ell} [D_w]^T [D_w] d\alpha \{\delta_w\}^V \quad (3.15)$$

bağıntıları elde edilir. Elemanter yay bağıntılarında, bilinen yer değiştirme kuvvet ve yay rijitliği bağıntıları göz önüne alınırsa,

$$[K_3]_{ew} = \rho \Omega^2 A \sin^2 \theta \int_{\ell} [D_w]^T [D_w] d\alpha \quad (3.16)$$

şeklinde bir tanım yapılabilir. İlerideki bölümlerde tanımlanan,

$$[M_1]_{ew} = \rho A \int_{\ell} [D_w]^T [D_w] d\alpha \quad (3.17)$$

bağıntısı göz önüne alınırsa, dönen bir çubukta konum açısının etkisiyle meydana gelen eleman rijitlik matrisi,

$$[K_3]_{ew} = \Omega^2 \sin^2 \theta [M_1]_{ew} \quad (3.18)$$

$$[K_3]_{ew} = \rho A \ell \Omega^2 \sin^2 \theta \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ \frac{11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 & & \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420} \ell & \frac{13}{35} & \\ \frac{-13}{420} \ell & \frac{-1}{140} \ell^2 & \frac{-11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 \end{bmatrix} \quad (3.18.a)$$

şeklinde tanımlanabilir.

### 3.4 İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkı Etkisi

Bu tezde tanımlanan kanat modeline benzer bir türbin kanadını inceleyen Sharan [60], Şekil 3.2’de görülen izoterm eğrilerini elde etmiştir. Bu şekilden anlaşılacağı gibi, türbin kanadının basınç yüzeyi ile diğer yüzey arasında sıcaklık farkı vardır.

Bu farkın etkilerini inceleyen Allen [57], iki yüzeyde de farklı değerlere ulaşan gerilmeler hesaplamıştır. Bu gerilmeleri hesaplarken;

- a) Young modülü  $E$  ve ısı genleşme katsayısı  $\kappa$ ’nın sıcaklıkla değişmediğini,
- b) Sıcaklıkla bu mekanik özelliklerin de değiştiğini kabul ederek incelemede bulunmuştur.

İncelemelerden görülmüştür ki bu iki durum arasında önemli gerilme farklılıkları ortaya çıkmaktadır. Bu gerilmeyi soğutulmuş kanat için Allen [57] incelemesinde, kesit yüzeyinde kanat boyunca değişik değerler aldığı görülebilir.

Bu çalışmada, bu gerilmeye  $\sigma_t$  denilmiş ve bu gerilmenin her kesitte ve her birim alana sabit olarak etkidiği kabul edilmiştir.

Tablo 3.1 ve Şekil 3.1’de görülen bu değerlerden anlaşılacağı gibi  $x$  eksenine doğrultusundaki gerilme farkının yaklaşık olarak,

$$\Delta\sigma_x = 10.34 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

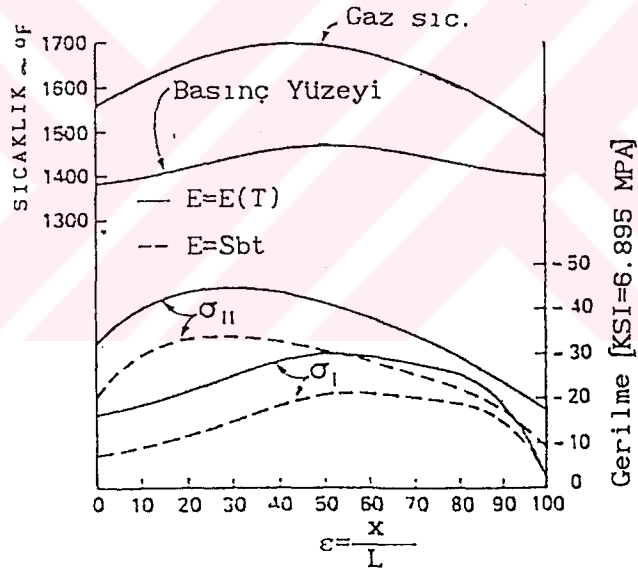
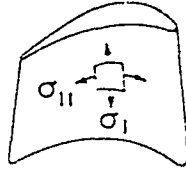
olduğu anlaşılmaktadır.

$$\sigma_t = \Delta\sigma_x$$

alınarak nümerik sonuçlar elde edilir.

Tablo 3.1. İçten Soğutmalı Kanatta Oluşan Gerilmeler [KSI]

1KSI=6.895 MPa	Basınç Yüzeyi		Emme Yüzeyi	
	$\sigma_1^*$	$\sigma_{11}$	$\sigma_1^*$	$\sigma_{11}$
E ve $\kappa$ sıcaklığa bağlı	-19.5	-33.9	-21.9	-28.6
E ve $\kappa$ sıcaklığa bağlı	-10.6	-24.3	-12.0	-20.7



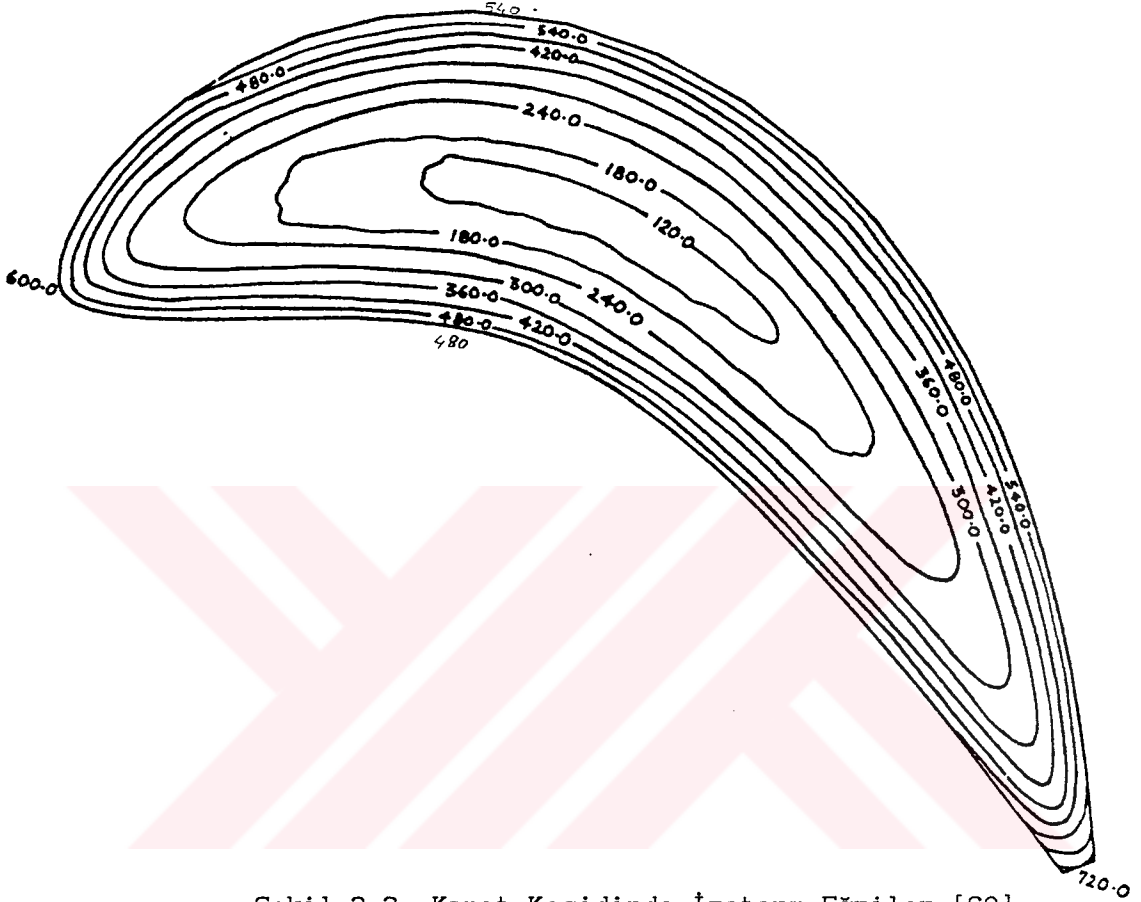
Şekil 3.1. Mekanik Özellikleri Sıcaklığa Bağlı İçten Soğutmalı Türbin Kanadında Üç Boyuttaki Gerilme Dağılımı [57].

Daha hassas bir ısı transferi ve gerilme dağılımı hesabı ile daha doğru bir gerilme farkı elde edilir.

(2.14) bağıntısında  $\sigma_x$  yerine  $\sigma_t$  yazılarak,

$$U_4 = \frac{1}{2} A \int_{\ell} \sigma_t \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.19)$$

bağıntısı elde edilir.



Şekil.3.2. Kanat Kesidinde İzoterm Eğriler [60].

(2.32)'deki  $w'$ , (3.19)'da yerine yazılırsa,

$$U_4 = (1/2) \{ \delta_w \}^T \int_{\ell} A \sigma_t [D'_w]^T [D'_w] dx \{ \delta_w \} \quad (3.20)$$

bağıntısı elde edilir. Kuadratik formdaki bu ifadeden,

$$[K_4]_{ew} = \int_{\ell} A \sigma_t [D'_w]^T [D'_w] dx \quad (3.21)$$

$$[K_4]_{ew} = \sigma_t A/l \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & \frac{6}{5} & \\ \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad (3.21.a)$$

bağıntısı tanımlanır. Bu tanıma, iki yüzey arasındaki sıcaklık farkının eleman rijitliğine etkisi denir.

### 3.5 Boyuna Yer Değişimi Etkisi

Boyuna yer değişimlerinin rijitlik matrisine etkisini bulmak için, (2.17)'deki potansiyel enerji bir eleman için

$$U_1 = \frac{1}{2} AE \int_l \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx \quad (3.22)$$

tarzında yazılabilir.

(2.34) bağıntısı bir eleman için yazılıp  $\alpha$ 'e göre türetilirse,

$$u' = [D'_u] \{\delta_u\} \quad (3.23)$$

bağıntısı elde edilir. (3.23), (3.22)'de yerine yazılırsa,

$$U_{1u} = (1/2) \{\delta_u\}^T \int_l EA [D'_u]^T [D'_u] dx \{\delta_u\} \quad (3.24)$$

kuadratik formdaki potansiyel enerji bağıntısı elde edilmiş olur. Buradan,

$$[K_1]_{eu} = \int_l EA [D'_u]^T [D'_u] du \quad (3.25)$$

$$[K_1]_{eu} = \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25.a)$$

tanımı yapılır. (3.25) tanımına yalnız boyuna titreşim yapma durumunda eleman rijitlik matrisi denir.

### 3.6. Eleman Rijitlik Matrisi

(2.38)'de tanımlandığı şekilde, eğilme titreşimlerinin rijitlik matrislerinin süperpoze edilmesi için (3.5), (3.11), (3.18) ve (3.21) tanımları kullanılırsa,

$$[K]_{ew} = [K_1]_{ew} + [K_2]_{ew} + [K_3]_{ew} + [K_4]_{ew} \quad (3.26)$$

şeklinde lineer eğilme eleman rijitlik matrisi elde edilebilir.

Boyuna yer değişimleri için yapılan tanım ve kabullere uygun olarak tek bir matris elde edildiğinden buna uygun şekilde (3.26) ile (3.25a) birleştirilebilir. Yani (3.26) ve (3.25), (2.41)'de yerine yazılırsa,

$$[K_e] = \begin{bmatrix} [K]_{ew} & [0] \\ [0] & [K]_{eu} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

ve (3.27.a) gibi olur. (3.27)'deki sıfır olan elemanlar, nonlinear terimler olduğundan ilerideki bölümlerde hesaplanacaktır. Bu şekliyle (3.27)'ye eğilme ve boyuna titreşim yapan çubuğun bir elemanının lineer rijitlik matrisi denir.

$$[K]_{ew} = \begin{bmatrix} K_{ew}(1,1) & & & & & & \\ K_{ew}(2,1) & K_{ew}(2,2) & & & & & \\ K_{ew}(3,1) & K_{ew}(3,2) & K_{ew}(3,3) & & & & \\ K_{ew}(4,1) & K_{ew}(4,2) & K_{ew}(4,3) & K_{ew}(4,4) & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & EA/l & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -EA/l & EA/l & \end{bmatrix} \quad (3.27a)$$

Simetrik

$$K_{ew}(1,1) = 12EI/l^3 + Al\rho\Omega^2[(6c^*/5 + 3d/5 - 6/35) + 13\sin^2\theta/35] + 6\sigma_t A/5l$$

$$K_{ew}(2,1) = 6EI/l^2 + Al\rho\Omega^2[(c^*/10 + d/10 - 1/28)l + 11l\sin^2\theta/210] + \sigma_t A/10$$

$$K_{ew}(2,2) = 4EI/l + Al\rho\Omega^2[(2c^*/15 + d/30 - 1/105)l^2 + l^2\sin^2\theta/105] + 2\sigma_t Al/15$$

$$K_{ew}(3,1) = -12EI/l^3 + Al\rho\Omega^2[(-6c^*/10 + d/10 - 1/28) + 9\sin^2\theta/70] + (-6\sigma_t A/5l)$$

$$K_{ew}(3,2) = -6EI/l^2 + Al\rho\Omega^2[(-c^*/10 - d/10 + 1/28)l + 13l\sin^2\theta/420] + (-\sigma_t A/10)$$

$$K_{ew}(3,3) = 12EI/l^3 + Al\rho\Omega^2[(6c^*/5 + 3d/5 - 6/35) + 13\sin^2\theta/35] + 6\sigma_t A/5l$$

$$K_{ew}(4,1) = 6EI/l^2 + Al\rho\Omega^2[(c^*/5 + 1/70)l - 13l\sin^2\theta/420] + \sigma_t A/10$$

$$K_{ew}(4,2) = 2EI/l + Al\rho\Omega^2[(-c^*/30 - d/60 + 1/140)l^2 - l^2\sin^2\theta/140] - \sigma_t Al/30$$

$$K_{ew}(4,3) = -6EI/l^2 + Al\rho\Omega^2[(-c^*/10 - 1/70)l - 11l\sin^2\theta/210] - \sigma_t A/10$$

$$K_{ew}(4,4) = 4EI/l + Al\rho\Omega^2[(2c^*/15 + d/10 - 3/70)l^2 + l^2\sin^2\theta/105] + 2\sigma_t Al/15$$

$$c^* = R'(m-n) + 1/2(m^2 - n^2), \quad d = R' + n, \quad R' = r/l$$

## BÖLÜM 4: KÜTLE MATRİSİ

### 4.1. Eğilme Etkisi

Kütle matrisinin bulunması için (2.22)'deki kinetik enerjiyi, (2.35)'de tanımlanan kuadratik formda yazmak gerekir.

Bir eleman için eğilme kinetik enerjisi,

$$T_{1W} = (1/2) \rho A \int_{\ell} \dot{w}^2 dx \quad (4.1)$$

(2.31), zamana göre türetilip (4.1)'de yerine yazılırsa,

$$T_{1W} = (1/2) \{\delta'_w\}^T \rho A \int_{\ell} [D_w]^T [D_w] dx \{\delta'_w\} \quad (4.2)$$

elde edilir. (3.17)'deki ifadede belirtildiği gibi,

$$[M_1]_{ew} = \rho A \int_{\ell} [D_w]^T [D_w] dx \quad (4.3)$$

$$[M_1]_{ew} = A \rho \ell \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & & \\ & \frac{11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 & \\ & \frac{9}{70} & \frac{13}{420} \ell & \frac{13}{35} \\ & \frac{-13}{420} \ell & \frac{-1}{140} \ell^2 & \frac{-11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 \end{bmatrix} \quad (4.3.a)$$

bağıntısı, lineer eğilme titreşimi için kütle matrisi olarak isimlendirilir.

#### 4.2 Boyuna Yer Değişimi Etkisi

Kullanılan sistemin sadece boyuna titreşim yaptığı varsayılarak probleme yaklaşılabilir. Bunun için (2.21)'deki kinetik enerji bağıntısı,

$$T_{1u} = (1/2) \rho A \int_{\ell} \dot{u}^2 dx \quad (4.4)$$

şeklinde yazılabilir.

(2.34), zamana göre türetilerek (4.4)'de yerine yazılırsa,

$$T_{1u} = (1/2) \{\dot{\delta}_u\}^T \rho A \int_{\ell} [D_u]^T [D_u] dx \{\dot{\delta}_u\} \quad (4.5)$$

elde edilir.

Burada (2.35)'deki tanım yardımıyla,

$$[M_1]_{eu} = \rho A \int_{\ell} [D_u]^T [D_u] dx \quad (4.6)$$

$$[M_1]_{eu} = \frac{\rho A \ell}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.6.a)$$

tanımına, boyuna yer değiştirme için kütle matrisi denilir.

#### 4.3. Rayleigh Çubuğu Hali

Bölüm 2.2.2'de tanımlanan kesit dönmesi durumunda kinetik enerjiyi tanımlayan (2.23) ifadesi bir eleman için yazıldığında,

$$T_{2w} = (1/2) \rho I \int_{\ell} \dot{w}'^2 dx \quad (4.7)$$

elde edilir. (2.32) zamana göre türetilip (4.7)'de yerine yazıldığında kinetik enerji kuadratik formu,

$$T_{2w} = (1/2) \{\delta'_w\}^T \rho I \int_{\ell} [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \{\delta'_w\} \quad (4.8)$$

şeklinde olur.

Kesit dönmesinin kütle matrisi elemanlarına etkisi ise

$$[M_2]_{ew} = \rho I \int_{\ell} [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (4.9)$$

$$[M_2]_{ew} = \frac{\rho I}{\ell} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ \frac{1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}\ell & \frac{6}{5} & \\ \frac{1}{10}\ell & -\frac{1}{30}\ell^2 & -\frac{1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 \end{bmatrix} \quad (4.9.a)$$

şeklinde yazılabilir.

#### 4.4. Eleman Kütle Matrisi

(2.42) bağıntısını gerçekleyebilmek için (4.3) ve (4.9)

$$[M]_{ew} = [M_1]_{ew} + [M_2]_{ew} \quad (4.10)$$

şeklinde süperpoze edilir. (4.6) ve (4.10) uygun şekilde (2.42)'e yerleştirilir. Bu şekilde oluşan matris eleman kütle matrisi denir ve bu,

$$[M_e] = \begin{bmatrix} [M]_{ew} & [0] \\ [0] & [M]_{eu} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$[M_e] = \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cc} \frac{13}{35} & \text{Sym.} \\ \frac{11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{9}{70} & \frac{13}{420}l & \frac{13}{35} \\ \frac{-13}{420}l & \frac{-1}{140}l^2 & \frac{-11}{210}l & \frac{1}{105}l^2 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \end{array} \right] + \frac{\rho I}{l} \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cc} \frac{6}{5} & \text{Sym.} \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} \frac{-6}{5} & \frac{-1}{10}l & \frac{6}{5} \\ \frac{1}{10}l & \frac{-1}{30}l^2 & \frac{-1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 4*2 & \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{cc} \frac{\rho A l}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \end{array} \right] \end{array} \right]$$

(4.11.a)

tarzında gösterilir.

## BÖLÜM 5: NONLINEER ETKİLER

Bölüm 2.2.1'de tanımlanan enerji ifadelerinin tamamı bölüm 3 ve 4'de incelenememiştir. Bu incelenemeyen etkilere nonlinear etkiler denilebilir. Bu enerji ifadelerini kuadratik formda yazabilmek için bir takım yeni tanımlamalar ve iterasyon parametrelerini belirtmek gerekmektedir.

Bu fonksiyonları kuadratik formda yazabilmek için tanımlarda bulunan  $\frac{\partial w}{\partial \alpha}$  çarpanlarının biri  $\frac{\partial w}{\partial \alpha} = \text{sabit}$  alınıp her defasında bu kabul ile işlem yapılarak yakınsayan değerleri sonuç olarak kullanılabilir.

Bu kabulde iki türlü yaklaşım yapılır,

a) Çubuğun tanımından dönmelerin maksimumu  $\frac{\partial w}{\partial \alpha}$  'e eşitlenir ve iterasyon yapılır,

b)

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = [D'_w] \{\delta_w\} \quad (5.1)$$

ifadesi her eleman için hesaplanarak yani,

$$\frac{\partial w}{\partial \alpha} = f(w_1, w'_1, w_2, w'_2) \quad (5.2)$$

tarzında sürekli olarak tanımlanıp iterasyon yapılır.

## 5.1 Maksimum Kesit Dönme Değeri Kullanılması Halinde Nonlineer Rijitlik ve Kütle Matrisleri

### 5.1.1 Nonlineer Eğilme Rijitliği Matrisi

Bölüm 2.2.1'deki potansiyel enerji ifadelerinden (2.19)'da tanımlanan potansiyel enerji bağıntısı bir eleman için yazıldığında,

$$U_{NL} = (1/2) \int_{\ell} EA(1/4) (\partial w / \partial x)^4 dx \quad (5.3)$$

tarzını alır.

Çubuğun tanımındaki maksimum dönme değeri  $\varphi_{max}$  olarak alınır potansiyel enerji,

$$U_{NL} = (1/2) \int_{\ell} EA(1/4) \varphi_{max}^2 (\partial w / \partial x)^2 dx \quad (5.4)$$

şeklinde yazılabilir.

Diğer bir tanımla,

$$\varphi_{max} = (\partial w / \partial x)_{max} \quad (5.5)$$

denilebilir.

(2.32)'deki  $w'$  (5.4)'de yerine yazılıp potansiyel enerji kuadratik forma sokulduğunda,

$$U_{NL} = (1/2) E \int_{\ell} \{\delta\}_W^T (1/4) A \varphi_{max}^2 [D'_W]^T [D'_W] \{\delta\}_W dx \quad (5.6)$$

şeklini alır. Önceki tanımlardan yararlanarak,

$$[K_{NL}]_{1ew} = E \int_{\ell} (1/4) A \varphi_{max}^2 [D'_W]^T [D'_W] dx \quad (5.7)$$

$$[K_{NL}]_{1ew} = (1/4)E\varphi_{\max}^2 A/l \begin{bmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}l & \frac{6}{5} \\ \frac{1}{10}l & -\frac{1}{30}l^2 & -\frac{1}{10}l & \frac{2}{15}l^2 \end{bmatrix} \quad (5.7.a)$$

eşitliği yazılabilir.

### 5.1.2 Boyuna Eğilme Girişimi Halinde Nonlineer Rijitlik Matrisi

u ve w yer değişimlerinin girişiminden kaynaklanan (2.18)'deki potansiyel enerji tanımı bir eleman için,

$$U_{GNL} = \frac{1}{2} A \int_{\ell} E \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (5.8)$$

şeklinde yazılabilir. (5.5)'deki tanım yardımı ile potansiyel enerji,

$$U_{GNL} = \frac{1}{2} AE \int_{\ell} \varphi_{\max} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx \quad (5.9)$$

tarzında tanımlanabilir.

Bu potansiyel enerjiyi u ve w'nin birleşik fonksiyonu olarak kuadratik formda yazabilmek için (2.43)'de tanımlanan değişken vektörü tanımına uygun tarzdaki,

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [D_w] & 0 \\ 0 & [D_u] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_w \\ \delta_u \end{Bmatrix} \quad (5.10.a)$$

$$\begin{Bmatrix} w \\ u \end{Bmatrix} = [D_e] \begin{Bmatrix} \delta_e \end{Bmatrix} \quad (5.10. b)$$

tanımı kullanılabilir. (5.10.b)'  $\alpha$ 'e göre türetildiğinde,

$$\begin{Bmatrix} w' \\ u' \end{Bmatrix} = [D'_e] \begin{Bmatrix} \delta_e \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

şeklini alır.

(5.11) yardımı ile (5.9)'daki potansiyel enerji kuadratik formda yazıldığında,

$$U_{GNL} = (1/2)E \int_{\ell} \{\delta\}_e^T A \varphi_{\max} [D'_e]^T [D'_e] \{\delta\}_e d\alpha \quad (5.12)$$

tarzında tanımlanabilir. Daha önceki bilgiler yardımı ile nonlineer girişim terimi rijitlik matrisi,

$$[K_e]_{GNL} = E \int_{\ell} A \varphi_{\max} [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (5.13)$$

$$[K_e]_{GNL} = A \varphi_{\max} E \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \times 4 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{Sym} \\ 1 \ 0 \ -1 \ 0 & \begin{bmatrix} 2 \times 2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ -1 \ 0 \ 1 \ 0 & \end{bmatrix} \quad (5.13. a)$$

şeklinde tanımlanır.

### 5.1.3 Büyük Yer Değişimleri Halinde Kütle Matrisi

Linear etkilere dahil edilmeyen (2.26)'daki kinetik enerji ifadesi bir eleman için yazıldığında,

$$T_{3W} = \frac{1}{2} A \ell^2 \rho_w'^2 \int_{\ell} \dot{w}'^2 d\alpha \quad (5.14)$$

olur. (5.5), (5.14)'de yerine yazılırsa,

$$T_{3W} = \frac{1}{2} A \rho \ell^2 \varphi_{\max}^2 \int_{\ell} \dot{w}'^2 d\alpha \quad (5.15)$$

elde edilir. (2.32) zamana göre türetildiğinde,

$$\dot{w}' = [D'_W] \{\delta'_W\} \quad (5.16)$$

elde edilir

(5.16), (5.15)'de yerine koyularak kinetik enerji kuadratik formda yazıldığında,

$$T_{3W} = (1/2) \rho \ell^2 \int_{\ell} \{\delta'_W\}^T A \varphi_{\max}^2 [D'_W]^T [D'_W] \{\delta'_W\} d\alpha \quad (5.17)$$

elde edilir.

Daha önceki yaklaşımdan,

$$[M_e]_{BYD} = A \rho \ell^2 \varphi_{\max}^2 \int_{\ell} [D'_W]^T [D'_W] d\alpha \quad (5.18)$$

$$[M_e]_{BYD} = A \rho \ell^2 \varphi_{\max}^2 \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ \frac{1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 & & \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}\ell & \frac{6}{5} & \\ \frac{1}{10}\ell & -\frac{1}{30}\ell^2 & -\frac{1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 \end{bmatrix} \quad (5.18.a)$$

tarzında yazılan tanım, büyük yer değişimlerin kütle matrisine etkisi diye isimlendirilebilir.

## 5.2 Kesit Dönmesinin Sürekli Değişim Olarak Ele Alınması Halinde Nonlinear Rijitlik ve Kütle Matrisleri

### 5.2.1 Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi

Bölüm 5.1.1'deki tanımlanan (5.6) ifadesindeki  $\varphi_{\max}$  yerine, (5.2)'de ki tanım yardımıyla,

$$\varphi = f(\alpha, w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2) \quad (5.19)$$

yazılır. Bu ifadedeki  $w_1, \varphi_1, w_2, \varphi_2$  değerleri bir önceki iterasyonda veya ilk iterasyon için lineer çözümle elde edilen her elemanın 1. ve 2. düğümdeki yer değiştirme ve dönmelerin nümerik değerleridir. Bu yüzden

$$\varphi = f(\alpha) \quad (5.20)$$

olarak tanımlanabilir. Yani (5.2) tanımı;  $i$ , iterasyon sayısı olmak üzere,

$$\varphi_i = [D'_w] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix}_{i-1} \quad (5.21)$$

olur.

(5.6), (5.21) tanımı yardımı ile,

$$U_{NL} = (1/2)E \int_{\ell} \{\delta\}_w^T (1/4)A \varphi_i^2 [D'_w]^T [D'_w] \{\delta\}_w dx \quad (5.22)$$

şeklını alır.

Kesit dönme değeri, sürekli değişim formülasyonunda kullanıldığında elde edilen nonlinear rijitlik matrisi ise,

$$[K_{NL}]_{1ews} = E \int_{\ell} (1/4) A \varphi_i^2 [D'_w]^T [D'_w] dx \quad (5.23)$$

olur.  $\varphi_i$ , her eleman için farklı alınmış ve 1. moddaki değerleri kullanılmıştır. İşlem yapılırsa (5.23.a) elde edilir.

$$[K_{NL}]_{1ews} = \frac{AE}{140 \ell} \begin{bmatrix} [K_{NL}]_{1ews} (1,1) \\ [K_{NL}]_{1ews} (2,1) \quad [K_{NL}]_{1ews} (2,2) \\ [K_{NL}]_{1ews} (3,1) \quad [K_{NL}]_{1ews} (3,2) \quad [K_{NL}]_{1ews} (3,3) \\ [K_{NL}]_{1ews} (4,1) \quad [K_{NL}]_{1ews} (4,2) \quad [K_{NL}]_{1ews} (4,3) \quad [K_{NL}]_{1ews} (4,4) \end{bmatrix}$$

(5.23.a)

$$[K_{NL}]_{1ews} (1,1) = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 - 18q_9 + 3q_{10})$$

$$[K_{NL}]_{1ews} (2,1) = (9q_1 + 6q_2 - q_3/4 - 18q_4 - 6q_6 + q_7/2 + 9q_8 + q_{10}/4)$$

$$[K_{NL}]_{1ews} (3,1) = (-72q_1 - 18q_2 - 3q_3 + 144q_4 - 18q_5 + 18q_6 - 72q_8 + 18q_9 - 3q_{10})$$

$$[K_{NL}]_{1ews} (4,1) = (9q_1 + q_3/4 - 18q_4 + 6q_5 + q_7/2 + 9q_8 - 6q_9 - q_{10}/4)$$

$$[K_{NL}]_{1ews} (2,2) = (3q_1 - q_2/2 + 2q_3 - 6q_4 + q_5/2 + q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 - q_9/2 + q_{10}/6)$$

$$[K_{NL}]_{1ews}^{(3,2)} = (-9q_1 - 6q_2 + q_3/4 + 18q_4 + 6q_6 - q_7/2 - 9q_8 - q_{10}/4)$$

$$[K_{NL}]_{1ews}^{(4,2)} = (q_2/2 - q_3/4 + q_5/2 - q_6/2 + q_7/3 - q_9/2 - q_{10}/4)$$

$$[K_{NL}]_{1ews}^{(3,3)} = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 + 18q_9 + 3q_{10})$$

$$[K_{NL}]_{1ews}^{(4,3)} = (-9q_1 - q_3/4 + 18q_4 - 6q_5 - q_7/2 - 9q_8 + 6q_9 + q_{10}/4)$$

$$[K_{NL}]_{1ews}^{(4,4)} = (3q_1 + q_2/2 + q_3/6 - 6q_4 - q_5/2 - q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 + q_9/2 + 2q_{10})$$

$$w'_i = \varphi_i \text{ ise;}$$

$$q_1 = w_1^2 / \ell^2 ; \quad q_2 = w_1 \varphi_1 / \ell ; \quad q_3 = \varphi_1^2 ; \quad q_4 = w_2 w_1 / \ell^2 ; \quad q_5 = w_1 \varphi_2 / \ell$$

$$q_6 = w_2 \varphi_1 / \ell ; \quad q_7 = \varphi_1 \varphi_2 ; \quad q_8 = w_2^2 / \ell^2 ; \quad q_9 = w_2 \varphi_2 / \ell ; \quad q_{10} = \varphi_2^2$$

### 5.2.2 Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlineer Rijitlik Matrisi

Bölüm 5.1.2'deki benzer özelliklerden dolayı (5.13)'deki  $\varphi_{\max}$  yerine (5.21)'deki  $\varphi_i$  kullanıldığında, dönmenin, sürekli değişim formülasyonunda kullanılması halinde boyuna eğilme girişimi matrisi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$[K_e]_{GNLS} = E \int_{\ell} A \varphi_i [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (5.24)$$

Ve (5.24), (5.24.a) şeklinde elde edilir.

$$[K]_{GNLS} = \frac{AE}{2l} \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{ccc} & & \\ & 4*4 & \\ & 0 & \end{array} \right] \text{SYM} \\ K_{GNLS}(5,1) \quad K_{GNLS}(5,2) \quad K_{GNLS}(5,3) \quad K_{GNLS}(5,4) \quad \left[ \begin{array}{c} 2*2 \\ 0 \end{array} \right] \\ K_{GNLS}(6,1) \quad K_{GNLS}(6,2) \quad K_{GNLS}(6,3) \quad K_{GNLS}(6,4) \end{array} \right]$$

(5.24. a)

$$K_{GNLS}(5,1) = -(6j_6/5 + lj_5/10 - 6j_4/5 + lj_3/10)/l$$

$$K_{GNLS}(5,2) = -(j_6/10 + 2lj_5/15 - j_4/10 - lj_3/15)$$

$$K_{GNLS}(5,3) = (6j_6/5 + lj_5/10 - 6j_4/5 + lj_3/10)/l$$

$$K_{GNLS}(5,4) = -(j_6/10 - lj_5/30 - j_4/10 + lj_3/15)$$

$$K_{GNLS}(6,1) = (6j_6/5 + lj_5/10 - 6j_4/5 + lj_3/10)/l$$

$$K_{GNLS}(6,2) = (j_6/10 + 2lj_5/15 - j_4/10 - lj_3/15)$$

$$K_{GNLS}(6,3) = -(6j_6/5 + lj_5/10 - 6j_4/5 + lj_3/10)/l$$

$$K_{GNLS}(6,4) = (j_6/10 - lj_5/30 - j_4/10 + 2lj_3/15)$$

$$j_6 = w_1 \quad ; \quad j_5 = \varphi_1 \quad ; \quad j_4 = w_2 \quad ; \quad j_3 = \varphi_2 \quad ; \quad (w'_i = \varphi_i \text{ ise})$$

### 5.2.3 Büyük Yer Değiştirmeleri Halinde Kütle Matrisi

Bölüm 5.1.3'deki benzer özelliklerden dolayı, (5.18) bağıntısında  $\varphi_{max}$  yerine (5.21)'deki  $\varphi_i$  kullanıldığında kesit dönmesi sürekli değişim olarak ele alınmasıyla, büyük yer değişimlerin kütle matrisine etkisi,

$$[M_e]_{BYD} = A\rho l^2 \int_l \varphi_i^2 [D'_w]^T [D'_w] dx \quad (5.25)$$

şeklinde elde edilir.

$$[M_e]_{BYD} = \frac{A\rho l}{35} \begin{bmatrix} [M_e]_{BYD}(1,1) & & & & \text{Sym.} \\ [M_e]_{BYD}(2,1) & [M_e]_{BYD}(2,2) & & & \\ [M_e]_{BYD}(3,1) & [M_e]_{BYD}(3,2) & [M_e]_{BYD}(3,3) & & \\ [M_e]_{BYD}(4,1) & [M_e]_{BYD}(4,2) & [M_e]_{BYD}(4,3) & [M_e]_{BYD}(4,4) & \end{bmatrix} \quad (5.25. a)$$

$$[M_e]_{BYD}(1,1) = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 - 18q_9 + 3q_{10})$$

$$[M_e]_{BYD}(2,1) = (9q_1 + 6q_2 - q_3/4 - 18q_4 - 6q_6 + q_7/2 + 9q_8 + q_{10}/4)$$

$$[M_e]_{BYD}(3,1) = (-72q_1 - 18q_2 - 3q_3 + 144q_4 - 18q_5 + 18q_6 - 72q_8 + 18q_9 - 3q_{10})$$

$$[M_e]_{BYD}(4,1) = (9q_1 + q_3/4 - 18q_4 + 6q_5 + q_7/2 + 9q_8 - 6q_9 - q_{10}/4)$$

$$[M_e]_{BYD}(2,2) = (3q_1 - q_2/2 + 2q_3 - 6q_4 + q_5/2 + q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 - q_9/2 + q_{10}/6)$$

$$[M_e]_{BYD}(3,2) = (-9q_1 - 6q_2 + q_3/4 + 18q_4 + 6q_6 - q_7/2 - 9q_8 - q_{10}/4)$$

$$[M_e]_{BYD}(4,2) = (q_2/2 - q_3/4 + q_5/2 - q_6/2 + q_7/3 - q_9/2 - q_{10}/4)$$

$$[M_e]_{BYD}(3,3) = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 + 18q_9 + 3q_{10})$$

$$[M_e]_{BYD}(4,3) = (-9q_1 - q_3/4 + 18q_4 - 6q_5 - q_7/2 - 9q_8 + 6q_9 + q_{10}/4)$$

$$[M_e]_{BYD}(4,4) = (3q_1 + q_2/2 + q_3/6 - 6q_4 - q_5/2 - q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 + q_9/2 + 2q_{10})$$

$$w'_i = \varphi_i \quad \text{ise;}$$

$$q_1 = w_1^2/l^2 ; \quad q_2 = w_1\varphi_1/l ; \quad q_3 = \varphi_1^2 ; \quad q_4 = w_2w_1/l^2 ; \quad q_5 = w_1\varphi_2/l$$

$$q_6 = w_2\varphi_1/l ; \quad q_7 = \varphi_1\varphi_2 ; \quad q_8 = w_2^2/l^2 ; \quad q_9 = w_2\varphi_2/l ; \quad q_{10} = \varphi_2^2$$

## BÖLÜM 6: KANAT BOYUNCA SICAKLIK FARKLILIĞI ETKİSİ

Kanadın çeşitli bölgelerinde sıcaklık farkının olduğu bölüm 3.4'de anlatılmıştır. Bu sıcaklık farkının önemi; E (Young Modülü)'nün Şekil 6.1'de görüldüğü gibi sıcaklıkla önemli ölçüde değişmesinden kaynaklanmaktadır.

Sıcaklık değerleri, hesaplanma ile veya deneysel olarak uygun bir şekilde bulunabilir.

Sıcaklıkla E'nin değişimi şekil 6.1'de görülmektedir. Bu bölümde, kanat boyunca sıcaklığın değişimi sonucunda E'nin kanat boyunca lineer değiştiği kabulü ile işlemler yürütülmektedir. E'nin lineer değişim katsayısı

$$e = \frac{\alpha}{L} \quad (6.1)$$

ve

$$\alpha = \frac{E(0)-E(L)}{E(0)} \quad (6.2)$$

olur.

(6.2)'de ki tanım gereği,  $E(x=0)$  ve  $E(x=L)$  bilinmelidir. Şekil 7.1'den ortamdaki gazın sıcaklığının  $870^{\circ}\text{C}$ 'ye ulaştığı anlaşılmaktadır. Kanat ucunun bu sıcaklığa ulaştığı, kanat dibi sıcaklığının ise  $40^{\circ}\text{C}$  olduğu kabul edilerek bir ekstrem hesap yapılırsa,

$$\alpha = \frac{E(T=40^{\circ}\text{C})-E(T=870^{\circ}\text{C})}{E(T=40^{\circ}\text{C})} \quad (6.2.a)$$

olur. Şekil 6.1'den bulunan E değerleri (6.2.a)'da yerine yazılırsa,

$$\alpha = 0,29577 \quad (6.2.b)$$

elde edilir.

Yapılan çalışmada  $\alpha$  'nın değişik değerleri için çözümler elde edilmiştir.

Herhangi bir  $x$  noktasındaki  $E$ 'nin değeri,

$$E(x) = E(0)(1-ex) \quad (6.3)$$

şeklinde tanımlanır.

Sonlu eleman formülasyonu gereği, öncelikle bir eleman için gerekli hesaplamalar yapıldığından, kanat boyunca herhangi bir  $x$  tanımı;  $n$  ulaşılan eleman numarası olmak üzere,

$$x = (n-1)l + \alpha \quad (6.4)$$

tarzında gösterilebilir.

(6.4), (6.3)'de yerine yazıldığında,

$$E(\alpha) = E(0)\{1-e[(n-1)l + \alpha]\} \quad (6.5)$$

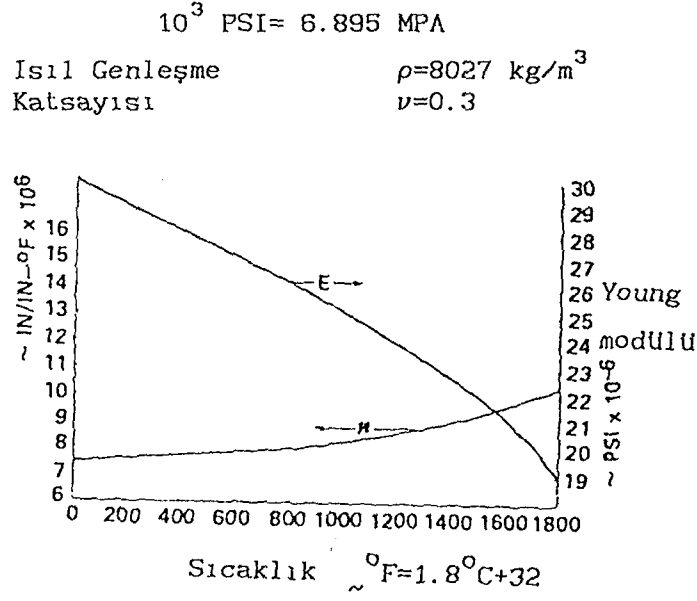
olur.  $E_0 = E(0)$  denir ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$E(\alpha) = E_0 [1 - e^{(n-1)l - \alpha}] \quad (6.6)$$

ve

$$E(\alpha) = E_0 [(1 - e^{(n-1)l}) - e^{-\alpha}] \quad (6.7)$$

şeklinde tanımlanabilir.



Şekil.6.1. U500 Ni-Al Alaşımının Mekanik Özelliklerinin Sıcaklıkla Değişimi, [57].

Bölüm 4 ve 5'de elde edilen eleman matrislerinde,  $x$ 'e göre  $E$ 'nin değişmediği varsayıldığından,  $E$  integrallerin dışında bırakılarak sonuçlar elde edilmiştir.

(6.7)'de görüldüğü gibi,

$$E = E(\alpha) \quad (6.8)$$

şeklindedir.

$E$ 'yi katsayı olarak bünyesinde bulunduran rijitlik matrisinin terimleri,  $E$  yerine (6.7) tanımı yerleştirilerek integre edilirse kanat boyunca sıcaklık farklılığı etkileri elde edilir.

$E$ 'yi tanımında bulunduran matrisler tekrar hesaplanmalıdır.

## 6.1 Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Lineer Titreşimler

### 6.1.1 Eğilme Rijitliği Matrisi

(6.7), (3.5)'de yerine yazıldığında, (3.5) bağıntısı yeni tanımından dolayı,

$$[K_1]_{ewt} = \int_{\ell} EI_0 [(1-e(n-1)\ell) - e\alpha] [D''_w]^T [D''_w] d\alpha \quad (6.9)$$

olur. Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$[K_1]_{ewt} = EI_0 [(1-e(n-1)\ell)] \int_{\ell} [D''_w]^T [D''_w] d\alpha - EI_0 \int_{\ell} e\alpha [D''_w]^T [D''_w] d\alpha \quad (6.10)$$

şeklini alır. İlk terimin (3.5) ile olan benzerliğinden,

$$[K_1]_{ewt} = [(1-e(n-1)\ell)] [K_1]_{ew} - EI_0 \int_{\ell} \alpha [D''_w]^T [D''_w] d\alpha \quad (6.11)$$

şeklinde yazılır.

(2.31.a) yerine yazılır ve gerekli hesaplamalar yapılırsa

$$[K_1]_{ewt} = [(1-e(n-1)\ell)] \frac{EI_0}{\ell^3} \begin{bmatrix} 12 & & & & \text{SYM} \\ 6\ell & 4\ell^2 & & & \\ -12 & -6\ell & 12 & & \\ 6\ell & 2\ell^2 & -6\ell & 4\ell^2 & \end{bmatrix} -$$

$$\frac{EI_0}{\ell^2} e \begin{bmatrix} -6 & & & & \text{SYM} \\ -2\ell & -1\ell^2 & & & \\ 6 & 2\ell & -6 & & \\ -4\ell & 1\ell^2 & 4\ell & -3\ell^2 & \end{bmatrix} \quad (6.11.a)$$

olur.

### 6.1.2 Boyuna Yer Değiştirme Hali

(3.25)'deki E yerine (6.7)'deki  $E(x)$  yazıldığında (3.25) tanımı,

$$[K_1]_{eut} = AE_0 \int_{\ell} [1 - e(n-1)\ell - e\alpha] [D'_u]^T [D'_u] d\alpha \quad (6.12)$$

şeklını alır. Gerekli düzenleme yapılırsa,

$$[K_1]_{eut} = [1 - e(n-1)\ell] AE_0 \int_{\ell} [D'_u]^T [D'_u] d\alpha - eAE_0 \int_{\ell} \alpha [D'_u]^T [D'_u] d\alpha \quad (6.13)$$

olur.

İlk terimin (3.25)'le olan benzerliğinden dolayı,

$$[K_1]_{eut} = [1 - e(n-1)\ell] [K_1]_{eu} - eAE_0 \int_{\ell} \alpha [D'_u]^T [D'_u] d\alpha \quad (6.14)$$

şeklinde yazılabilir.

(3.25.a) yerine yazılır ve ikinci terim hesaplanırsa

$$[K_e]_{1ut} = [1 - e(n-1)\ell] \frac{AE_0}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} - \frac{eAE_0}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.14.a)$$

olur.

## 6.2 Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlineer Titreşimler

### 6.2.1 Maksimum Kesit Dönme Değeri Kullanılması Halinde Nonlineer Rijitlik Matrisi

#### 6.2.1.1. Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlineer Eğilme Rijitliği Matrisi

(5.7)'deki E yerine (6.7)'deki  $E(\alpha)$  yazıldığında (5.7) bağıntısı,

$$[K_{KL1}]_{wet} = AE_0 \frac{\varphi_{max}^2}{4} \int_{\ell} [(1-e(n-1)\ell) - e\alpha] [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.15)$$

şeklini alır. Gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$[K_{NL1}]_{wet} = [1-e(n-1)\ell] \frac{1}{4} A\varphi_{max}^2 E_0 \int_{\ell} [D'_w]^T [D'_w] d\alpha - \frac{1}{4} A\varphi_{max}^2 E_0 e \int_{\ell} \alpha [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.16)$$

olur. 1. terimin (5.7)'ye benzerliğinden dolayı,

$$[K_{NL1}]_{wet} = [1-e(n-1)\ell] [K_{NL}]_{1we} - \frac{1}{4} A\varphi_{max}^2 E_0 e \int_{\ell} \alpha [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.17)$$

elde edilir.

(6.17)'de (5.7.a) yerine yazılır ve ikinci terim entegre edilirse,

$$[K_{NL1}]_{wet} = (1/4)E_0 \varphi_{max}^2 A \left[ \frac{1}{\ell} [1 - e(n-1)\ell] \right] \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ & & \frac{1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 \\ & & \frac{-6}{5} & \frac{-1}{10}\ell & \frac{6}{5} \\ & & \frac{1}{10}\ell & \frac{-1}{30}\ell^2 & \frac{-1}{10}\ell & \frac{2}{15}\ell^2 \end{bmatrix}$$

$$-e\ell \begin{bmatrix} \frac{6}{10} & & & \\ & \text{Sym.} & & \\ & & \frac{1}{10}\ell & \frac{1}{30}\ell^2 \\ & & \frac{-6}{10} & \frac{-1}{10}\ell & \frac{6}{10} \\ & & 0 & \frac{-1}{60}\ell^2 & 0 & \frac{1}{10}\ell^2 \end{bmatrix} \quad (6.17.a)$$

elde edilir.

### 6.2.1.2. Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlineer Rijitlik Matrisi

(5.13)'deki E'nin yerine (6.7)'deki E(x) yazıldığında,

$$[K_e]_{GNLt} = A \varphi_{max} E_0 \int_{\ell} [(1 - e(n-1)\ell) - e\alpha] [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.18)$$

olur. Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$[K_e]_{GNLt} = [1 - e(n-1)\ell] A \varphi_{max} E_0 \int_{\ell} [D'_e]^T [D'_e] d\alpha - A \varphi_{max} E_0 e \int_{\ell} \alpha [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.19)$$

olur. Birinci terimin (5.13)'e benzerliğinden,

$$[K_e]_{GNLt} = [1-e(n-1)\ell] [K_e]_{GNL}$$

$$A\varphi_{\max} E_0 e \int_{\ell} \alpha [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.20)$$

olur. (5.13.a) yerine yazılır ve ikinci terim integrale edildiğinde (6.20) bağıntısı,

$$[K_e]_{GNLt} = A\varphi_{\max} E_0 \left[ [1-e(n-1)\ell] \begin{bmatrix} [4X4] & & & \\ 0 & \text{Sym} & & \\ & & [2X2] & \\ & & 0 & \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - e\ell \begin{bmatrix} [4X4] & & & \\ 0 & & & \\ & & [2X2] & \\ & & 0 & \\ -0.5 & -\ell/12 & 0.5 & \ell/12 \end{bmatrix} \right]$$

(6.20.a)

şeklinde elde edilir.

## 6.2.2 Kesit Dönmesi Değeri Sürekli Değişim Olarak Ele Alınması Halinde Nonlinear Rijitlik Matrisi

### 6.2.2.1 Kanat Boyunca Sıcaklık Değişimi Halinde Nonlinear Eğilme Rijitliği Matrisi

(5.23)'de E yerine (6.7)'deki  $E(\alpha)$  yazıldığında,

$$[K_{NL}]_{\text{west}} = \frac{1}{4} AE_0 \int_{\ell} [(1-e(n-1)\ell) - e\alpha] \varphi_i^2 [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.21)$$

olur. Gerekli düzenlemeler yapıldığında,

$$[K_{NL}]_{\text{west}} = [1-e(n-1)\ell] \int_{\ell} \frac{1}{4} AE_0 \varphi_i^2 [D'_w]^T [D'_w] d\alpha - \frac{1}{4} AE_0 \varphi_i^2 e \int_{\ell} \alpha [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.22)$$

şeklini alır. Birinci terimin (5.23)'e olan benzerliğinden dolayı,

$$[K_{NL}]_{\text{west}} = [1-e(n-1)\ell] [K_{NL}]_{\text{wes}} - \frac{1}{4} AE_0 \varphi_i^2 e \int_{\ell} \alpha [D'_w]^T [D'_w] d\alpha \quad (6.23)$$

olur.

(5.23.a)'daki değeri yerine yazıldığında ve ikinci terimi integrale edilirse (6.23), (6.23.a) şeklini alır.

$$[K_{NL}]_{\text{west}} = \frac{AE_0}{140\ell} \left[ [1-e(n-1)\ell] \begin{bmatrix} K_{NL\text{west}1} \end{bmatrix} - e\ell \begin{bmatrix} K_{NL\text{west}2} \end{bmatrix} \right] \quad (6.23.a)$$

$$K_{NL\text{west}1} = \begin{bmatrix} K_{NL\text{west}1}^{(1,1)} & & & & \\ K_{NL\text{west}1}^{(2,1)} & K_{NL\text{west}1}^{(2,2)} & & & \\ K_{NL\text{west}1}^{(3,1)} & K_{NL\text{west}1}^{(3,2)} & K_{NL\text{west}1}^{(3,3)} & & \\ K_{NL\text{west}1}^{(4,1)} & K_{NL\text{west}1}^{(4,2)} & K_{NL\text{west}1}^{(4,3)} & K_{NL\text{west}1}^{(4,4)} & \\ \text{SYM} & & & & \end{bmatrix} \quad (6.23.a.1)$$

$$K_{NL\text{west}1}^{(1,1)} = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 - 18q_9 + 3q_{10})$$

$$K_{NL\text{west}1}^{(2,1)} = (9q_1 + 6q_2 - q_3/4 - 18q_4 - 6q_6 + q_7/2 + 9q_8 + q_{10}/4)$$

$$K_{NL\text{west}1}^{(3,1)} = (-72q_1 - 18q_2 - 3q_3 + 144q_4 - 18q_5 + 18q_6 - 72q_8 + 18q_9 - 3q_{10})$$

$$K_{NLwest1}^{(4,1)} = (9q_1 + q_3/4 - 18q_4 + 6q_5 + q_7/2 + 9q_8 - 6q_9 - q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest1}^{(2,2)} = (3q_1 - q_2/2 + 2q_3 - 6q_4 + q_5/2 + q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 - q_9/2 + q_{10}/6)$$

$$K_{NLwest1}^{(3,2)} = (-9q_1 - 6q_2 + q_3/4 + 18q_4 + 6q_5 - q_7/2 - 9q_8 - q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest1}^{(4,2)} = (q_2/2 - q_3/4 + q_5/2 - q_6/2 + q_7/3 - q_9/2 - q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest1}^{(3,3)} = (72q_1 + 18q_2 + 3q_3 - 144q_4 + 18q_5 - 18q_6 + 72q_8 + 18q_9 + 3q_{10})$$

$$K_{NLwest1}^{(4,3)} = (-9q_1 - q_3/4 + 18q_4 - 6q_5 - q_7/2 - 9q_8 + 6q_9 + q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest1}^{(4,4)} = (3q_1 + q_2/2 + q_3/6 - 6q_4 - q_5/2 - q_6/2 - q_7/2 + 3q_8 + q_9/2 + 2q_{10})$$

$$K_{NLwest2} = \begin{bmatrix} K_{NLwest2}^{(1,1)} & & & & \text{SYM} \\ K_{NLwest2}^{(2,1)} & K_{NLwest2}^{(2,2)} & & & \\ K_{NLwest2}^{(3,1)} & K_{NLwest2}^{(3,2)} & K_{NLwest2}^{(3,3)} & & \\ K_{NLwest2}^{(4,1)} & K_{NLwest2}^{(4,2)} & K_{NLwest2}^{(4,3)} & K_{NLwest2}^{(4,4)} & \end{bmatrix}$$

(6.23. a. 2)

$$K_{NLwest2}^{(1,1)} = (36q_1 + 12q_2 + 3q_3/2 - 72q_4 + 6q_5 - 12q_6 + 36q_8 - 6q_9 + 3q_{10}/2)$$

$$K_{NLwest2}^{(2,1)} = (6q_1 + 3q_2 + q_3/4 - 12q_4 + 3q_5 + 6q_8 + q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest2}^{(3,1)} = (-36q_1 - 12q_2 - 3q_3/2 + 72q_4 - 6q_5 + 12q_6 - 36q_8 + 6q_9 - 3q_{10}/2)$$

$$K_{NLwest2}^{(4,1)} = (3q_1 - 6q_4 + 3q_5 + q_7/2 + 3q_8 - 3q_9 - q_{10}/2)$$

$$K_{NLwest2}^{(2,2)} = (3q_1/2 - q_2/2 + q_3/6 - 3q_4 - q_5/2 - q_7/12 + 3q_8/2 - q_{10}/12)$$

$$K_{NLwest2}^{(3,2)} = (-6q_1 - 3q_2 - q_3/4 + 12q_4 - 3q_5 - 6q_8 - q_{10}/4)$$

$$K_{NLwest2}^{(4,2)} = (-q_3/24 + q_5/2 - q_7/6 - q_9/2) - (35q_{10}/168)$$

$$K_{NLwest2}^{(3,3)} = (36q_1 + 12q_2 + 3q_3/2 - 72q_4 + 6q_5 - 12q_6 + 36q_8 - 6q_9 + 3q_{10}/2)$$

$$K_{NLwest2}^{(4,3)} = (-3q_1 + 6q_4 - 3q_5 - q_7/2 - 3q_8 + 3q_9 + q_{10}/2)$$

$$K_{NLwest1}^{(4,4)} = (3q_1/2 + q_2/2 - q_3/12 - 3q_4 - q_5 - q_6/2 + 3q_8/2 + q_9 + 11q_{10}/6) - (35q_7/84)$$

$$w'_i = \varphi_i \text{ ise;}$$

$$q_1 = w_1^2 / l^2 ; \quad q_2 = w_1 \varphi_1 / l ; \quad q_3 = \varphi_1^2 ; \quad q_4 = w_2 w_1 / l^2 ; \quad q_5 = w_1 \varphi_2 / l$$

$$q_6 = w_2 \varphi_1 / l ; \quad q_7 = \varphi_1 \varphi_2 ; \quad q_8 = w_2^2 / l^2 ; \quad q_9 = w_2 \varphi_2 / l ; \quad q_{10} = \varphi_2^2$$

### 6.2.2.2 Boyuna-Eğilme Girişimi Halinde Nonlineer Rijitlik Matrisi

(5.24)'de E'nin yerine (6.7)'deki  $E(\alpha)$  yazıldığında,

$$[K_e]_{GNLst} = AE_o \int_l [(1-e(n-1)l) - e\alpha] \varphi_i [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.24)$$

olur. Denklem düzenlenirse,

$$[K_e]_{GNLst} = [1-e(n-1)l] \int_l AE_o \varphi_i [D'_e]^T [D'_e] d\alpha -$$

$$AE_o \varphi_i e \int_l \alpha [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.25)$$

şeklini alır. Birinci terimin (5.24)'e benzerliğinden dolayı,

$$[K_e]_{GNLst} = [1-e(n-1)l] [K_e]_{GNLs} - AE_o \varphi_i e \int_l \alpha [D'_e]^T [D'_e] d\alpha \quad (6.26)$$



$$[K_e]_{\text{GNLst}}(6,2) = \frac{AE}{2\ell} [1 - e(n-1)\ell] [(j_6/10 + 2\ell j_5/15 - j_4/10 - \ell j_3/15)] \\ - e\ell [(j_6/10 + \ell j_5/30 - j_4/10 - \ell j_3/30)]$$

$$[K_e]_{\text{GNLst}}(6,3) = \frac{AE}{2\ell} [1 - e(n-1)\ell] [-(6j_6/5 + \ell j_5/10 - 6j_4/5 + \ell j_3/10)/\ell] \\ - e\ell [-(3j_6/5 + \ell j_5/10 - 3j_4/5)/\ell]$$

$$[K_e]_{\text{GNLst}}(6,4) = \frac{AE}{2\ell} [1 - e(n-1)\ell] [(j_6/10 - \ell j_5/30 - j_4/10 + 2\ell j_3/15)] \\ - e\ell [(-\ell j_5/60 + \ell j_3/10)]$$

$$w'_i = \varphi_i \quad \text{ise;}$$

$$j_6 = w_1 \quad ; \quad j_5 = \varphi_1 \quad ; \quad j_4 = w_2 \quad ; \quad j_3 = \varphi_2$$

## BÖLÜM 7.: ANİ SICAKLIK DEĞİŞİMİ ETKİSİ

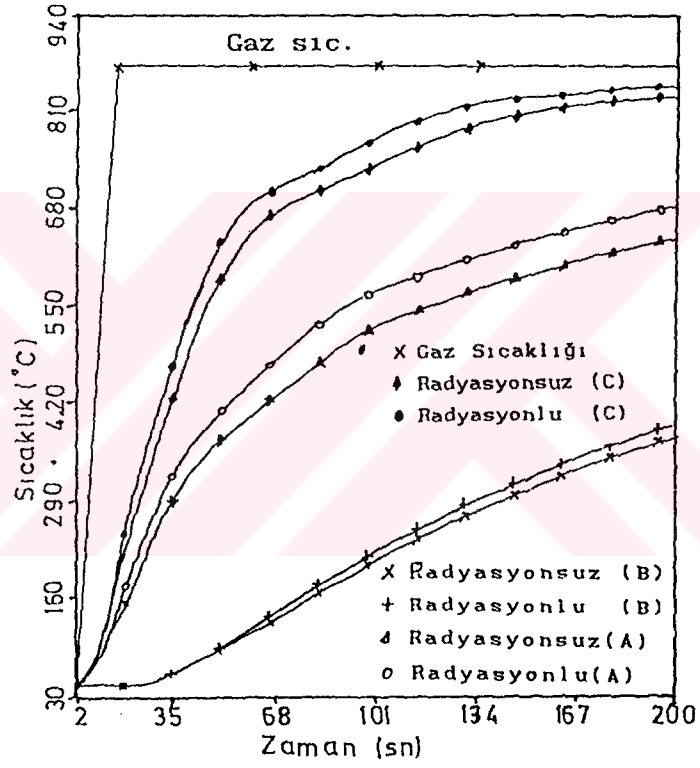
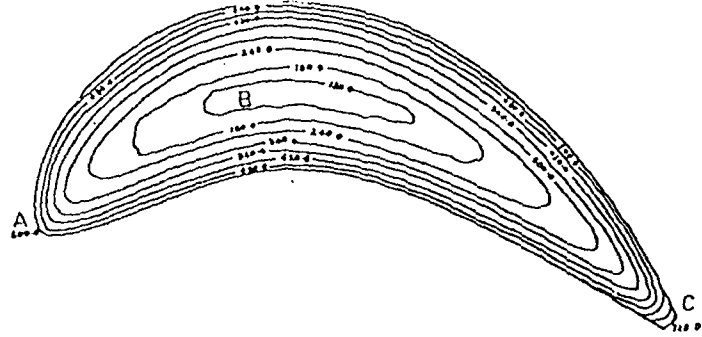
Türbin, ortam sıcaklığında dururken ortama püskürtülen gaz-hava karışımı patlamaya (yanmaya) başladıktan 3-5 sn sonra ortamdaki gaz maksimum sıcaklığa ulaşır ve sistemin çalışması durana kadar yaklaşık olarak bu sıcaklıkta kalır.

İncelenmekte olan türbin kanadı ise bu rejim sıcaklığına, yaklaşık olarak 200 sn'de ulaşır. Bu durumu Sharan [60] incelemiştir. İncelemeye alınan kanadın hangi noktalarının ne kadar zamanda hangi sıcaklık değerine ulaştığı şekil 7.1' de görülmektedir.

Bu bölümdeki incelemelerin amacı, türbin kanadının titreşmeye başladığı ilk 200 sn'lik bölümde hangi öz frekanslarla titreştiğini bulmaktır. Bilindiği gibi sıcaklık ile E(Young Modülü) arasında bir ilişki mevcuttur. Bu ilişki şekil 6.1'de görülmektedir. Şekil 7.1' de incelenen zaman dilimindeki sıcaklık alınıp Şekil 6.1'den de o sıcaklığa uygun E seçilerek, hesaplar yapılır. İşte bu tarz bir elastisite modülü (E) ile elde edilen sonuca o anki titreşim frekansı ya da ani sıcaklıktaki titreşim frekansı denilir.

0-200 sn aralığı istenilen oranda bölünüp, istenilen andaki titreşim değerleri bulunabilir.

Bu yaklaşım; formülasyonunda E değeri bulunan bütün bağıntılarda kullanılarak ani sıcaklık değişimi etkisi hesaplanabilir.



Şekil 7.1. Radyasyonlu ve Radyasyonlu Isı Transferi Durumunda Kanattaki Ani Sıcaklık Dağılımı, [60].

Şekil 6.1 ve 7.1 kullanılarak yapılan çözümler ve değerlendirmeler ilerideki bölümlerde ayrıca incelenmektedir.

## BÖLÜM 8: ZORLANMIŞ TİTREŞİMLER

Türbin kanadının iki yüzeyindeki gaz basıncı farklıdır. Bu basınç farkının zorlayıcı kuvvet olarak kanada etki ettiği bilinmektedir. Bu kuvvet, çubuk üzerindeki her düğüme etki eden bir eşdeğer kuvvet vektörüne indirgenebilir. O zaman sistemin hareket denkleminin görüntüsü, sıcaklığın t anında sabit kaldığı kabulüyle

$$\left[ [K]_s - \omega^2 [M]_s \right] \left\{ \delta_s \right\} = \left\{ F(t) \right\} \quad (8.1)$$

olur, [5].

### 8.1 Eşdeğer Kuvvet Vektörü

Bir elemandaki genelleştirilmiş koordinat vektörünün (2.31.b) deki gibi yalnız eğilme yerdeğiştirmesi olması halinde her elemana etki eden kuvvet vektörünün bulunması için (3.12)'de  $F_z$  yerine  $P_z$  basınç farkı değeri yazıldığında

$$\left\{ \delta_w^v \right\}^T \left\{ F_e \right\}_p = \int_v w^v P_z dv \quad (8.2)$$

tanımı elde edilir.  $w^v$  virtüel yer değiştirmesi için (3.13) ifadesi kullanılırsa

$$\left\{ \delta_w^v \right\}^T \left\{ F_e \right\}_p = \left\{ \delta_w^v \right\}^T \int_\ell A P_z [D_w]^T d\alpha \quad (8.3)$$

bulunur. Buradan bir eleman için eşdeğer kuvvet vektörü

$$\left\{ F_e(t) \right\}_p^T = A P_z \ell \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{12} \ell, \frac{1}{2}, \frac{-1}{12} \ell \right\} \quad (8.4)$$

şeklinde elde edilir.

## 8.2 Sistemin Çözümü

Bütün sistem için genelleştirilmiş koordinat vektörü,

$$\left\{ \delta_s \right\}^T = \left\{ w_1, \varphi_1, u_1, \dots, w_n, \varphi_n, u_n \right\} \quad (8.5)$$

şeklinde olduğuna göre global kuvvet vektörü de sonlu eleman formülasyonu kullanılarak oluşturulabilir.

Problemin kabullerine ve sınır şartlarına göre çözüm yapılır. Çözüm ifadesini elde etmek için

$$\left[ [K]_s - \omega^2 [M]_s \right]^{-1} \quad (8.6)$$

ile 8.1'in her iki tarafı çarpılır ve

$$\left\{ \delta_s \right\} = \left[ [K]_s - \omega^2 [M] \right]^{-1} \left\{ F(t) \right\}_p \quad (8.7)$$

ifadesi elde edilir

Basınç dağılımının kanat boyunca ve zamanla değişimine göre yer değiştirme vektörü bulunur.

İlerideki bölümlerde  $P_z$  basınç farkı için

$$P_z = P_{oz} \cos \omega_p t \quad (8.8)$$

kabulüyle çeşitli sınır şartları için çözümler incelenmiştir.

## BÖLÜM 9 : SAYISAL SONUÇLAR

Yapılan çalışmada hesaplanan frekans değerleri, bu konuda yapılan çalışmalardan [24], [53], [43], [56], [58] ve [59] referanslarındaki değerler ile karşılaştırılmış, elde edilen sonuçların yeterli hassasiyette olduğu gözlenmiştir.

Bölüm 2'de açıklandığı gibi aerofoil kanat dataları yerine dikdörtgen eşdeğerinin kullanılmasının pratik faydalar getirdiği görülmektedir. Sayısal sonuçlar sabit dikdörtgen kesitli homojen bir çubuk için bulunmuştur.

Tablo 9.1. Dönen Üniform Çubukta Titreşim Frekansları.

$$\text{Frekans Parametresi: } \lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}$$
$$\mu = \Omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}; N=10 \text{ eleman.}$$

	[24]	[58]	S.E.Y ile çalışma
$\mu=0$	3.516	3.516	3.516
$\mu=2$	4.1373	4.13739	4.13955
$\mu=3$	4.7973	4.7973	4.8013
$\mu=4$	5.5850	5.58509	5.59062
$\mu=6$	7.3604	7.36049	7.36802
$\mu=8$	9.2568	9.25699	9.265228
$\mu=10$	11.2023	11.20248	11.21071
$\mu=12$	13.1702	13.1704	13.1781
$\mu=14$	—	—	15.1569

Tablo 9.1'de [24] ve [58]'den alınan sonuçlarla birlikte çeşitli dönme hızlarında 1. öz frekans için hesaplanan değerler verilmiştir. Basit-basit ve ankastre-ankastre sınır şartları için tablo 9.9 ve 9.10'da ref.[43],[53] ve [56]'dan alınan sonuçlarla çubukların nonlineer titreşimlerinin 1. öz frekansındaki değişimleri incelenebilir. Buradaki sonlu eleman sayısı artırılarak elde edilen hassas yakınsamalar, çözüm yöntemi ve yapılan programın kullanılabilirliğini göstermektedir. Tablo.9.1'de dönme hızı arttıkça frekans değerlerinin yükseldiği gözlenebilir. Bu durum diğer tablolardan da açıkça incelenebilir.

Diğer taraftan yapılan çalışmanın orijinal kısımlarından olan ve sonlu eleman yöntemiyle incelenen kanat boyunca sıcaklık değişiminin frekans değerine etkisi [59] den alınan değerlerle mukayese edilmiştir. Tablo.9.2'de, kanat elastisitesinin sıcaklıkla değişim katsayısı  $\alpha$  değeri referansta tanımlanan değer kullanıldığı için farklı gözükmektedir. [59]'nin probleme yaklaşımı ve kullandığı yöntem farklılığı ek.1'de açıklanmıştır. Farklı yöntem olmasına rağmen sonuçların yakınlığı Tablo.9.2'den incelenebilir.

Tablo 9.2. Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$[\lambda_{\alpha}/\lambda_0]^2$ ;  $\Omega=0$  ;  $\alpha$ [59] ek1'de açıklandı.

$\alpha$ [59]	$\alpha=0$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.6$
$\alpha$ (tanım)	$\alpha=0$	$\alpha=-.25$	$\alpha=-.667$	$\alpha=-1.5$
çalışma	1	.83	.67	.50
[59]	1	.85	.70	.55

Tablo 9.3'de dönen bir çubuk için hesaplanan iki yüzey arasındaki sıcaklık farkından doğan gerilmenin frekans değerlerine etkisi gösterilmiştir. Burada hesaba katılan gerilme değeri benzer bir kanat için Ref.[57]'den alınan gerilmeler yardımıyla seçilmiştir. İki yüzey arasındaki sıcaklık farkının hesaplara dahil edilmesiyle tablo 9.3.a'dan da inceleneceği gibi değişik durumlar için frekans parametrelerinde %1.2, % 2.3, %3.5, %4.8 gibi azalmalar gözlenmiştir.

Tablo 9.3. İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$\rho=7800\text{kg/m}^3$ ;  $\Omega=1000\text{rad/sn}$ ,  $N=10$ ,  $\theta=0$

$E=.254\text{E}+12\text{N/m}^2$  ;  $b=.0254\text{ m}$  ;  $h=.00635\text{ m}$

Frekans Parametresi:  $\lambda=\omega L^2\sqrt{(\rho A/EI)}$  ,  $a/r=1$

$r/L=1.33$ $L=0.152\text{m}$ $\sigma_t=10.34\text{E}+06\text{N/m}^2$		
	$\sigma_t$	$\sigma_t=0$
Lineer	5.2220618	5.34225795
Nonlinear	5.41030582	5.51994076
GNL	5.22234367	5.34251972
GNL ve BYD	5.22231187	5.34248841

Tablo.9.3.a'da ise temel parametrelerden olan çeşitli dönme hızlarında, disk yarıçapı ve kanat konum açısı için iki yüzey arasındaki sıcaklık farkı dahil edilerek kanat nonlineer titreşim frekansları bulunmuştur. GNL ise boyuna titreşim ile eğilme titreşim girişimlerinin nonlineerliğe dahil edilmesi halinde yapılan hesaplamaları tanımlamaktadır. Daha sonraki adımda ise GNL ve BYD diye adlandırılan hesaplama tarzında ise; bu girişim etkisine ilave olarak büyük yer değişimi etkileri dahil edilmiştir. Tablo 9.3.a'dan da görüldüğü gibi (a/r)'nin değişik durumları için sonuçlar bulunmuştur.

Bölüm.6'da tanımlandığı gibi kanat ucunun  $870^{\circ}\text{C}$  ye ulaştığı durumda kanat boyunca sıcaklık değişim faktörü  $\alpha=0.2957$  olmaktadır. Değişik nonlineerlilik faktörleri (genlik/atalet yarıçapı) için, kanat boyunca sıcaklık değişiminin etkileri Tablo 9.4'de gösterilmiştir. Burada, kanat boyunca sıcaklık değişiminin kanat titreşim frekanslarına etkisi 1.,2. ve 3. titreşim biçimlerinde sırası ile %3.1, %6.8 ve %8 olarak gözlenmiştir. Aynı tabloda boyuna-eğilme girişimi halinde nonlineer etkiler ile büyük yer değiştirme halindeki etkiler birlikte incelenebilmektedir.

Tablo 9.4.a'da ise lineerleştirme yapılırken  $w'$  değerinin bir önceki iterasyondaki maksimum değeri veya sürekli değişim değeri kullanılmasıyla elde edilen nonlineer sonuçlar görülmektedir.

Tablo 9.3.a. İki Yüzey Arasındaki Sıcaklık Farkının, Çeşitli Temel Parametrelere Göre Kanat Frekanslarına Etkisi.

$$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3, b = 0.0239 \text{ m}, h = 0.00247 \text{ m}, N = 10, L = 0.1524 \text{ m}$$

$$E = 2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2, \mu = \Omega L^2 \sqrt{(\rho A / EI)}, \text{ Frekans Parametresi: } \lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A / EI)}$$

			$\mu=0$	$\mu=4$	$\mu=12$	$\mu=14$
r/L =1.33	lineer	$\sigma_t = 0$	3.5160	8.01726	21.4883429	24.91363
		$\sigma_t = \text{st}$	1.16016	7.379804	21.2935738	24.7486119
	$a/r=0.1$	NL	1.17387	7.381365	21.2938884	24.7488624
		$\sigma_t = \text{st}$	GNL		21.2935742	24.7486121
		BYD			21.2935741	24.7486120
	$a/r=1$	NL			21.3246111	24.7733933
$\sigma_t = \text{st}$		GNL		21.2936163	24.7486305	
BYD				21.2936038	24.7486171	
r/L =2.4	lineer	$\sigma_t = 0$	3.5160	9.52059	26.3005479	30.5423034
		$\sigma_t = \text{st}$	1.16016	9.001194	26.1411671	30.4069549
	$a/r=0.1$	NL	1.17387	9.002398	26.1414176	30.4071541
		$\sigma_t = \text{st}$	GNL		26.1411672	30.4069547
		BYD			26.1411670	30.4069545
	$a/r=1$	NL			26.1659477	30.4267152
$\sigma_t = \text{st}$		GNL		26.1411738	30.4069376	
BYD				26.1411588	30.4069215	
$\theta=49.3^\circ$	lineer	$\sigma_t = 0$	3.5160	4.696679	9.5340632	10.820302
		$\sigma_t = \text{st}$	1.16016	3.443817	9.0950759	10.4478439
	$a/r=0.1$	NL	1.17387	3.447570	9.09579561	10.484027
r/L =1.33 $\theta=49.3^\circ$	lineer	$\sigma_t = 0$	3.5160	7.421607	19.4674686	22.5396231
		$\sigma_t = \text{st}$	1.16016	6.727944	19.2522658	22.3570868
	$a/r=0.1$	NL	1.17387	6.729656	19.2526138	22.3573640

Tablo 9.4. Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$\rho=7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $N=10$ ,  $E=.213E+12 \text{ N/m}^2$ ,  $r/L=0 \text{ m}$   
 $L=.152 \text{ m}$ ,  $b=.0239 \text{ m}$ ;  $h=.00247 \text{ m}$ ,  $\Omega=0 \text{ rad/sn}$

$\theta=0 \text{ rad}$ , Frekans Parametresi:  $\lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}$

$\alpha=.295$

$\alpha=0$

Frekans	1.	2.	3.	1.	2.	3.	
Linear $\Omega=0$	3.409575	20.62112	57.125214	3.5160182	22.035221	61.712923	
$\Omega=1000 \text{rd/s}$	7.55411	26.10224	62.918335	7.5852734	27.226840	67.163542	
a/r=.1	NL	3.412341	20.62424	57.127946	3.5191450	22.038703	61.715889
	GNL	3.409582	20.62116	57.125323	3.5160250	22.035262	61.713035
	BYD ve GNL	3.409581	20.62115	57.125313	3.5160249	22.035260	61.713025
a/r=1	NL	3.663276	20.91881	57.386975	3.8003811	22.365602	61.996043
	GNL	3.410255	20.62516	57.136087	3.5166917	22.039364	61.724190
	BNL ve GNL	3.410251	20.62501	57.135043	3.5166883	22.039216	61.723201
a/r=5	NL	6.259507	25.18327	61.463929	6.5900810	27.040398	66.379386
	GNL	3.426523	20.72182	57.396225	3.5328115	22.138528	61.993816
	BYD ve GNL	3.426435	20.71807	57.371566	3.5327266	22.134810	61.968990
RY-Linear	3.409665	20.61711	57.087171	3.5158394	22.027406	61.660756	
BYD, GNL-RY	3.426523	20.71408	57.333403	3.5325474	22.126696	61.916677	
BYD-RY	6.260068	25.17644	61.406009	6.5898101	27.028543	66.306037	

Tablo 9.4.a. Kanat Nonlineer Titreşim Frekansları (Kesit Dönmesinin, Sürekli Değişim ve Maksimum Kesit Dönmesi Olarak ele Alınması Halinde)

$\rho=7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $N=10$ ,  $E=.213E+12 \text{ N/m}^2$ ,  $r/L=0 \text{ m}$   
 $L=.152 \text{ m}$ ,  $b=.0239 \text{ m}$ ;  $h=.00247 \text{ m}$ ,  $\Omega=0 \text{ rad/sn}$

Frekans Parametresi:  $\lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}$

a/r=5 10 iterasyon			
	1. frekans	2. frekans	3. frekans
Linear	3.516	22.035	61.71
$w' = \varphi_i = \varphi(x)$			
NL	6.6132	26.6149	65.9988
GNL	3.53057	22.100	61.888
$w' = \varphi_{\max}$			
NL	6.2893	26.42038	65.7575
GNL	3.5328	22.1385	61.9938

Tablo.9.5'de ise duran bir çubuğa etkiyen ani sıcaklık değişiminin değişik modlardaki titreşim frekansları üzerindeki etkileri görülebilir.

Tablo 9.5. Ani Sıcaklık Değişiminin Kanat Titreşim Frekanslarına Etkisi.

$$E=2.1E+11N/m^2, N=10, \rho=.853E+04kg/m^3$$

$$b=.257E-01m, h=.827E-02m, L=.11m, [Hz]$$

Mod	$\Omega=0$ rad/sn,				
	2sn	35sn	101sn	167sn	200sn
	32°C	230°C	340°C	450°C	500°C
1	548	535.4	523.3	515	512.2
2	3434	3351	3274	3223	3205
3	9618	9386	9172	9027	8978

Tablo 9.5.a'da ani sıcaklık değişimi durumunda, genlik/atalet yarıçapı değeri  $a/r=1$  için, nonlinear frekans değerleri gösterilmiştir.

Buradaki kısaltmalardan,

LN : Linear frekans değerleri

NL : Nonlinear frekans değerleri

GNL : Boyuna-Eğilme girişimi halinde nonlinear titreşim frekansı değerleri

RY : Rayleigh çubuğu hali

GNL ve BYD: Boyuna-Eğilme girişimi ve büyük yerdeğişimi halinde titreşim frekans değerleri için tanımlanmıştır.

Tablo.9.5.a'dan farklı olarak, Tablo.9.6'da, farklı özelliklerdeki bir kanat için öz frekans değerlerine, ani sıcaklık değişimi etkileri nonlinear olarak hesaplanmıştır. Bunun yanısıra disk dönme hızı ve kanat konum açısında hesaba dahil edilmiştir.

Tablo 9.5, tablo 9.5.a. ve tablo 9.6 incelendiğinde, dönme hızı arttığında ani sıcaklık etkilerinde azalma gözlenmiştir (%7'den %6.6'ya).Yüksek frekanslarda, farklı datalarla alınan sonuçlarda %7.8'e varan farklar gözlenmiştir. Değişik tip ve özelliklerdeki kanatlarda diğer etkiler göz önüne alınarak yapılan çözümlerde, tablo 9.7.b'de de görüleceği gibi, %16'ya varan farklılara raslanmaktadır.

Tablo 9.5.a. Ani Sıcaklık Değişiminin Kanat Nonlineer Titreşim Frekanslarına Etkisi.

$$E=2.13.10^{11} \text{ N/m}^2, \quad b=0.0239\text{m}, \quad h=0.00247\text{m}, \quad \rho=7800\text{kg/m}^3$$

$$L=0.1524\text{m}, \quad a/r=1, \quad [\text{Hz}]$$

	2sn	35sn	101sn	167sn	200sn
Mod	32°C	230°C	340°C	450°C	500°C

LN	1	2	3	4	5	6	7	8
	89.164	558.805	1565.016	3068.949	5081.14	7612.125	8522.908	10680.181
	87.017	545.345	1527.321	2995.031	4958.755	7428.779	8317.625	10422.938
	85.035	532.927	1492.543	2926.831	4845.841	7259.621	8128.227	10185.600
	83.688	524.481	1468.887	2880.443	4769.036	7144.559	7999.398	10024.163
	83.237	521.654	1460.970	2864.917	4743.331	7106.050	7956.282	9970.133

NL

1	96.376	567.183	1572.196	3075.731	5087.691	7618.526	8522.908	10686.470
2	94.054	553.522	1534.328	3001.649	4965.149	7435.026	8317.625	10429.076
3	91.913	540.918	1499.39	2933.29	4852.089	7265.72	8128.227	10191.598
4	90.456	532.344	1475.626	2886.808	4775.185	7150.566	7999.398	10030.066
5	89.968	529.475	1467.672	2871.248	4749.447	7112.025	7956.282	9976.004

GNL

1	89.1820	558.910	1565.302	3069.486	5081.980	7613.300	8522.952	10681.693
2	87.0339	545.448	1527.600	2995.554	4959.576	7429.926	8317.668	10424.414
3	85.0521	533.027	1492.816	2927.343	4846.642	7260.741	8128.269	10187.042
4	83.7041	524.579	1469.155	2880.946	4769.822	7145.662	7999.439	10025.583
5	83.2529	521.752	1461.237	2865.418	4744.116	7107.147	7956.322	9971.545

GNL VE BYD

1	89.1819	558.906	1565.277	3069.395	5081.739	7612.772	8522.952	10681.672
2	87.0338	545.444	1527.576	2995.466	4959.340	7429.410	8317.668	10423.417
3	85.0520	533.024	1492.792	2927.257	4846.413	7260.237	8128.269	10186.068
4	83.7040	524.576	1469.132	2880.861	4769.599	7145.166	7999.439	10024.624
5	83.2528	521.748	1461.213	2865.333	4744.891	7106.653	7956.322	9970.591

Tablo 9.6. Dönen Kanatda Ani Sıcaklık Değişiminin Nonlineer Titreşim Frekanslarına Etkisi.

$$E=2.1E+11N/m^2, N=10, \rho=.853E+04kg/m^3,$$

$$b=.257E-01m, h=.827E-02m, L=.11m$$

$$\Omega=1000 \text{ rad/sn}, \theta=49.3^\circ, [\text{Hz}]$$

Mod	2sn	35sn	101sn	167sn	200sn
	32°	230°	340°	450°	500°
1	562.1	549.3	537.4	529.4	526.7
2	3456.2	3374	3298	3246	3229.4
3	9641.1	9409.9	9196	9052	9003.2
Nonlineer					
a/r	1.7	1.538	1.022	1.6	1.65
1	562.3	549.4	537.5	529.5	526.8
2	3456.2	3374.2	3298.2	3246.2	3229.6
3	9641.2	9410	9196.1	9052.1	9003.3

Tablo.9.7'de ise değişik dönme hızlarında, ani sıcaklık değişiminin son bölümü olan kararlı hale geçtiği 200 sn.'deki frekans parametrelerinin değerlerini ve aynı kanat için kanat boyunca sıcaklık değişiminin etkileri incelenebilir. Ani sıcaklık değişimi ile kanat boyunca sıcaklık farkı göz önüne alınarak yapılan hesaplamalar arasında dönmeyen kanat için 1., 2. ve 3. frekanslar için %2.8, %6.7, %7.9 fark gözlenmektedir.

Tablo 9.7. Dönme Hızı ve Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$$\theta=49.3^\circ, N=10, \rho=8530 \text{ kg/m}^3, b=.0257m, h=.00827m,$$

$$r/L=1.33, \sigma t=\text{Sabit}$$

$$\text{Açısal hız parametresi: } \mu=L^2\Omega\sqrt{(\rho A/EI)}$$

$$\text{Frekans Parametresi: } \lambda = \omega L^2\sqrt{(\rho A/EI)}$$

E(200sn)=sabit (kararlı)					E( $\alpha=.2957$ )				
$\mu$	$\Omega$	mod1	mod2	mod3	$\mu$	$\Omega$	mod1	mod2	mod3
0	0	3.43	21.94	61.637	0	0	3.336	20.555	57.116
	100	3.44	21.95	61.64		100	3.34	20.559	57.121
1.09	1000	3.81	22.42	62.133	1.02	1000	3.742	20.997	57.574
3.28	3000	6.38	25.92	65.949	3.06	3000	6.047	24.238	61.098
5.47	5000	9.53	31.74	72.912	5.11	5000	8.970	29.651	67.536

Tablo.9.7.c'de ise Tablo.9.7'den farklı olarak kanadın iki yüzeyindeki sıcaklık farkı gözönüne alınmamıştır. Bunun yanı sıra a/r=1 için, nonlineer frekans parametreleri Tablo.9.7.c'de gösterilmiştir.

Tablo 9.7.a. Rejim Sıcaklığına Ulaşıldığında Dönme Hızının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$$\rho=7800 \text{ Kg/m}^3 \quad E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad b=.0239 \text{ m} \quad h=.00247 \text{ m}$$

$$[\text{Hz}] \quad \theta = 49.3 \text{ C} \quad r/L=1.33 \quad a/r=1 \quad N=10 \quad L=.1524 \text{ m}$$

E(500°C)		1.freks.	2.freks.	3.freks.	7.freks.	10.freks
$\mu=0$	Lineer	83.2369	521.6541	1460.970	7956.282	17270.73
	N-Lin.	89.9688	529.4754	1467.672	7956.282	17276.44
$\mu=2$	Lineer	97.9983	5356.029	1474.820	7956.282	17285.65
	N-Lin.	103.560	5430.744	1481.318	7956.282	17291.23
$\mu=6$	Lineer	174.428	636.3393	1580.914	7956.282	17404.52
	N-Lin.	176.952	641.9094	1586.231	7956.280	17409.34
$\mu=12$	Lineer	311.976	895.3922	1892.331	7956.280	17799.04
	N-Lin.	312.971	898.6210	1895.950	7956.280	17802.79

Tablo.9.7.a'da da kanat, 200 sn. sonra sürekli çalışma sıcaklığı olan 500°C'ye ulaşmaktadır. Tablo.9.7.a'da bu sıcaklığa ulaşıldığı halde frekans değerleri ve nonlinear frekans değerleri gösterilmiştir.

Tablo 9.7.b. Rejim Sıcaklığına Ulaşıldığında Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$$\rho=7800 \text{ Kg/m}^3 \quad E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad b=.0239 \text{ m} \quad h=.00247 \text{ m}$$

$$[\text{Hz}] \quad \theta = 49.3 \text{ C}; \quad r/L=1.33; \quad \alpha=0.156; \quad N=10; \quad L=.1524 \text{ m}; \quad \Omega[\text{rd/sn}]$$

E(200sn) ; $\alpha=0.156$				E(3sn) ; $\alpha=0.0$			
$\Omega$	mod1	mod2	mod3	$\Omega$	mod1	mod2	mod3
0	80.29	494.40	1377.34	0	89.77	562.62	1575.70
1000	269.6	829.11	1788.17	1000	273.0	872.58	1939.92

Tablo 9.7.c. Dönme Hızı ve Kanat Boyunca Sıcaklık Farkının Kanat Frekanslarına Etkisi.

$$\rho=7800 \text{ kg/m}^3, \quad E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad b=.0239 \text{ m}, \quad h=.00247 \text{ m}$$

$$\theta=49.3^\circ\text{C}, \quad r/L=1.33, \quad a/r=1, \quad N=10, \quad L=.1524 \text{ m}$$

$$\text{Frekans Parametresi: } \lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}; \quad \mu = \Omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)};$$

E( $\alpha=.2957$ )		1.freks.	2.freks.	3.freks.	7.freks.	10.freks
$\mu=0$	Lineer	3.40975	20.62112	57.12521	320.0864	670.9597
	N-Lin.	3.66327	20.91881	57.38697	320.0864	671.1879
$\mu=2$	Lineer	4.05537	21.24994	57.74921	320.0864	671.6251
	N-Lin.	4.26147	21.53186	58.00136	320.0864	671.8469
$\mu=6$	Lineer	7.33518	25.73673	62.50219	320.0864	676.9252
	N-Lin.	7.42440	25.93719	62.70119	320.0864	677.1168
$\mu=12$	Lineer	13.1653	37.02095	76.24921	320.0864	694.5173
	N-Lin.	13.1995	37.13037	76.37779	320.0864	694.6574

Tablo.9.8'de ise iki yüzey arasındaki basınç farkına eşdeğer kuvvet ile tahrik halinde, kanat zorlanmış titreşim genliklerine kanatboyunca sıcaklık farkının etkileri çeşitli harmonik kuvvet frekansları için yer değiştirmenin genlikleri hesaplanmıştır.  $a/r$  'nin çeşitli değerleri için nonlinear halin titreşim genlikleri üzerindeki etkileri göz önüne alınmıştır. Burada  $\omega_p / \omega_{LN} = 0.8$  oranı göz önüne alınarak hesap yapılmıştır. Fakat nonlinear durumda sistemin  $\omega_{NL}$  olan nonlinear öz frekansı, ( $\omega_{LN}$ ) lineer öz frekansdan daha büyük olduğundan zorlayıcı kuvvetin frekansı ile oranlandığında  $\omega_p / \omega_{NL}$  oranı küçülmektedir. Bu durumda tahrik frekansı rezonans bölgesinden uzaklaşmakta ve genliklerde azalma olmaktadır.

Tablo 9.8 İki Yüzey Arasındaki Basınç Farkının Düşüm Noktalarına İndirgenmiş Eşdeğer Kuvvetleri ile Tahrik Halinde, Kanadın Zorlanmış Titreşim Genlikleri

$\rho=7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $L=.1524 \text{ m}$   
 $b=.0239 \text{ m}$ ,  $h=.00247 \text{ m}$ ,  $N=10 \text{ eleman}$

$P_{oz} = \text{Basınç Farkı Genliği} = 100 \text{ N/m}^2$		
$\Omega = 0 \text{ rad/sn}$		
$f_p \text{ (basınç) [Hz]}$	71.82	67.078
Linear $\omega_p / \omega_{LN} = 0.8$	$\alpha=0$	$\alpha=0.6$
	17.443	20.149
Nonlinear		
$a/r=3$	4.206	5.4883
$a/r=3 \quad \Omega=1000 \text{ rad/sn}$		
$f_p \text{ (basınç) [Hz]}$	154.93	153.62
Linear $\omega_p / \omega_{LN} = 0.8$	$\alpha=0$	$\alpha=0.6$
	0.3658	0.37171
Nonlinear	0.2377	0.27134

Tablo 9.9. Ankestre-ankestre ve Basit-Basit Mesnetli Çubuk Titreşim frekansı.

$\rho=7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ ,  $b=.0239 \text{ m}$ ,  
 $h=.00247 \text{ m}$   $\theta=0.0^\circ \text{ C}$ ,  $r/L=0.0$ ,  $a/r=1$ ,

$N=10$ ,  $L=.1524 \text{ m}$

Frekans Parametresi  $\lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)}$

	SEY N=10	[53] Tam Ç
Ankestre-Ankestre	22.3740605	22.3733
Basit-Basit	9.86967	9.8696

Tablo 9.10. Basit-Basit Mesnetli Çubukta Nonlineer Titreşim frekansındaki Değişim.

$$\rho=7800 \text{ kg/m}^3, \quad E=2.13 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad b=.0239 \text{ m}, \quad h=.00247 \text{ m}$$

$$\theta=0.0 \text{ }^\circ\text{C}, \quad r/L=0.0, \quad a/r=1, \quad N=10, \quad L=.1524 \text{ m}$$

$$\text{Frekans Parametresi: } \lambda = \omega L^2 \sqrt{(\rho A/EI)} \quad ; \quad [\lambda_{NL}/\lambda_0]^2$$

a/r	Ref[56]	Ref[43], N=6	NL, N=10	GNL	GNL ve BYD
0.4	1.040	1.03998	1.03999	1.000318	1.000314
1.0	1.250	1.25003	1.24999	1.00198	1.00196
3.0	3.250	3.25009	3.24997	1.01789	1.01769
5.0			7.249923	1.0496	1.049061

### 9.1. Sonuçların İrdelenmesi.

Ani sıcaklık değişimi ve kanat boyunca sıcaklık farkı etkisinde dönen türbin kanadı titreşimlerinin incelenmesinde sonlu çubuk elemanları kullanılmıştır. Konunun önemi pratikten alınan örnekten faydalanarak sıcaklık gradyanı da göz önüne alınarak gösterilmiştir.

Bu değerlendirmeyi aşağıdaki şekilde sıralayabiliriz.

1- Ani sıcaklık değişiminin göz önüne alınmasıyla kanat frekanslarındaki fark 1000 rad/sn' lik dönme hızında alınan örnek için %7.8'e kadar çıkmaktadır.

2- Kanat boyunca sıcaklık farkının etkileri üçüncü frekansta %7.9'a daha yüksek frekanslarda daha yüksek olduğu gözlenmiştir.

3- Kanadın basınç yüzeyi ile emme yüzeyi arasındaki sıcaklık farkı benzer kanattan alınan gerilme değerleri kullanılarak yapılan örnek çözümde % 4.8 olarak hesaplandı.

4- Devir sayısındaki artışlar, kanat boyunca sıcaklık gradyanı etkilerinin alınan örnek için yüksek frekanslarda %3.5 değiştiği görülmektedir.

5- Kanat boyunca sıcaklık gradyanının nonlinear titreşimlere etkisi  $a/r=1$  için ele alınan örnekte ilk frekansta ve sırasıyla diğer frekanslarda %3.7 %6.91 %8 dir.

6- Nonlinear titreşim frekanslarının hesaplanmasında kesit dönmesinin sürekli değişim formunda ele alınması, birinci nonlinear titreşim frekansına etkisi, ele alınan örnek için %5 dir.

## 9.2. Yapılabilecek Çalışmalar ve Öneriler

Bu çalışmanın devamı niteliğinde olabilecek çalışmaları aşağıdaki şekilde sıralayabiliriz.

- a- Sıcaklık etkisi altında, kayma merkezi etkileri,
- b- Sıcaklık etkisi altında, durma açısıyla birlikte ön burulma açısı etkileri,
- c- Sıcaklık etkisi altında, iki yüzey arasındaki basınç farkının değişken olduğu hal,
- d- Sıcaklık etkisi altında random zorlanmış titreşimleri,
- e- Sıcaklık etkisi altında kanat paketleri,
- f- Disk kanat sisteminin beraber incelenmesi,

## KAYNAKLAR

- [1] REDDY, J.N., "Finite Element Modeling of Structural Vibration A Review of Recent Advances", The Shock and Vibration Digest, Vol. 11, No. 1, pp. 25-39, 1979.
- [2] LEISSA, A., "Vibrational Aspects of Rotating Turbomachinery Blades", Applied Mechanics Reviews, Vol. 34, No.5, pp.629-635, 1981.
- [3] PANWALKER, A.S., RAJAMANI A. and RAMAMURTI, V., "Turbomachinery Blade Dynamics A Review", The Shock and Vibration Digest, Vol.22(12), Dec., pp.3-9, 1990.
- [4] PREZEMIENTECKI, J. S., "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw-Hill Book Company, Sydney, 1968.
- [5] FUNG, Y.C., Foundations of Solid Mechanics, Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, 1968.
- [6] CLOUGH, R.W., PENZIEN, J., "Dynamics of Structures", Book, McGRAW-HILL Kogakusha, ITD., ISBN 07-085098-4, 1975.
- [7] MEIROVITCH, L., "Computational Methods in Structural Dynamics", Book, Sijthoff & Noordhoff, 1980.
- [8] PETYT, M., "Introduction to Finite Element Vibration Analysis", Book, Cambridge University Press, ISBN, 0-521-26607-6, 1990
- [9] EDNEY, R.C., "Computer Aided Engineering for Mechanical Engineers", Book, Prentice Hall(U.K) Ltd., ISBN 0-130-161787-7, 1991.
- [10] CARNEGIE, W., "Vibrations of Rotating Cantilever Blading: Theoretical Approaches to the Frquency Problem Based on Energy Methods", Journal Mechanical Engineering Science, Vol.1, No.3, 1959.
- [11] ŞUHUBİ, E.S., "Bending Theory of Microelastic Bars", Bulletin of the Technical University of Istanbul, pp:19-28, 1967.
- [12] ÖZBEK, T., ŞUHUBİ, E.S., "On The Theory of Bending of Thick Straight Bars", Bulletin of The Technical University of Istanbul, Vol.20.No.1, pp:89-96, 1967.

- [13] STEIGLEDER, Kurt., KRAMER, Edwin., "Coupled Vibrations of Steam Turbine Blades and Rotors Due to Torsional Excitation by Negative Sequence Currents", Proceeding of the American Power Conference, pp:94-102.
- [14] LINDBERG, G.M., "Vibration of Non-Uniform Beams", The Aeronautical Quarterly, pp.387-395, November 1963.
- [15] COWPER G.R., "On The Accuracy of Timoshenko's Beam Theory" Journal of the Engineering Mechanics Division, Em 6, December, 1968.
- [16] BELEK, H. T., "A Comparison of Finite Beam Elements and In-Plane Free Vibration of Idealized Blade Packages", MSc. Thesis, Department of Mechanical Engineering University of Survey Guildford Survey, December 1972.
- [17] STAFFORD, R.O., GIURGIUTIU, V., "Semi-Analytic Methods for Rotating Timoshenko Beams", Int. J. Mech. Sci., Vol.17, pp.719-727, 1975.
- [18] DOKUMACI, E., "Ön Burulma Verilmiş Çubukların Dinamik Stabilitesi", Doçentlik Tezi, Ege Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Fakültesi, 1976.
- [19] RIGER, N. F., "Finite Element Analysis of Turbomachine Blade Problems", The Design Engineering Technical Conference Chicago, Illinois, September. 26.28. 1977.
- [20] SWAMINATHAN, M., RAO, J.S., "Vibrations of Rotating, Pretwisted and Tapered Blades", Mechanism and Machine Theory, Vol.12, pp.331-337, 1977.
- [21] HOA, S. V., "Vibration of A Rotating Beam With Tip Mass", Journal of Sound and Vibration, Vol. 67(3), pp.369-381, 1979.
- [22] BELEK, H. T., "Dönen Türbin Kanatlarının Sonlu Kabuk Elemanlar Teorisiyle Dinamik Analizi", Doçentlik Tezi, İ.T.Ü. Makina Fak., 1982.
- [23] KARADAĞ, V., "Türbinlerde, Aerefoil Kanat ve Disk-Kanat Sistemi Titreşimlerinin Sonlu Elemanlar Metodu ile Araştırılması", Doktora Tezi, İ.T.Ü. Makina Fakültesi, 1982.
- [24] WRIGHT, A.D., Smith, C.E., Thresher, R.W., Wang, J.L.C., "Vibration Modes of Centrifugally Stiffened Beams", Journal of Applied Mechanics, Vol.49, pp.197-202, 1982.

- [25] KARADAĞ, V., "Dynamic Analysis of Practicle Blades With Shear Center Effect", Journal of Sound and Vibration, Vol. 92(4), pp. 471-490, 1984.
- [26] SABUNCU, M., GULMEZ, A. R., "Değişken Kesitli Çubuk Yapılarının Doğal Frekanslarının Bulunması", sh.35-49
- [27] CHANG, C. H., JUAN, Y. C., "Effect of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Vibration on an Inclined Bar with an End Constraint", Journal of Sound and Vibration 101(2), pp.171-180, 1985.
- [28] SUBRAHMANYAM, K. B., KAZA, K. V., "Vibration Analysis of Rotating Turbomachinery Blades by An Improved Finite Differece Method", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.21, pp:1871-1886, 1985.
- [29] AFOLABI, D., "Natural Frequencies of Cantilever Blades With Resilient Roots", Journal of Sound and Vibration, Vol.110(3), pp:429-441, 1986.
- [30] GUPTA, A. K., "Effect of Rotary Inertia On Vibration of Tapered Beams", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.23, 871-882, 1986.
- [31] SUBRAHMANYAM, K. B., KAZA, K. R. V., "Vibration and Buckling of Rotating, Pretwisted Preconed Beams Including Coriolis Effects", Journal of Vibration, Acustics, Stress, and Reliability in Design, Vol.108, pp:140-149, April-1986.
- [32] NACHMAN, A., "Buckling and Vibration of A Rotating Beam", Journal of Sound and Vibration", Vol.109(3), pp:435-443, 1986.
- [33] HANAGUD, S., CHATTOPADHYAY, ADITI., SMITH, C. V., "Optimal Design of A Vibration Beam with Coupled Bending and Torsion", AIAA Journal, Vol.25, No.9, September-1987.
- [34] HEYLIGER P. R. AND REDDY, J. N., "A Higger Order Beam F.E. for Bending and Vibration Problems" So of Sound and Vibration, 126(2), pp.309-326, 1988.
- [35] BAUER, H. F., EIDEL, W., "Vibration of A Rotating Uniform Beam, Part. II: Orientation Perpendicular to The Axis of Rotation", Journal of Sound and Vibration, Vol.122(2), pp:357-375, 1988.
- [36] COLONNELLY, T., "F.E. Vibration Analysis of Turbomachine Blades With Centrifugal Stiffening ", M. S. C. Thesis, Crantfield Instute of Techonology, September, 1988.

- [37] YIÇİT, A., SCOTT, R. A. AND ULISOY, A. G., "Flexural Motion of A Radial Rotating Beam Attached to A Rigid Body", Journal of Sound and Vibration 121(2), pp.201-210, 1988
- [38] RAO, C.K., "Fundamental Frequencies Of Cantilever Blades With Resilient Roots", Journal of Sound and Vibration 126 (2), pp.201-213, 1988.
- [39] SABUNCU, M., THOMAS, J., "Vibration Characteristics of A Rotating Shrouded Asymmetric Cross-Section Bladed-Disk Assembly", Engineering Systems Design and Analysis Conference, Vol.47-5, 1992.
- [40] KARADAĞ, V., "A Breakthrough in the Vibration Analysis of Timoshenko Beams", PD-Vol.47-5, Engineering Systems Design and Analysis Vol.5. pp.103-109, ASME 1992.
- [41] ERINGEN, A.C., "On the nonlinear Vibration of Elastic Bars", Vol.9, No.4, Feb.15, 1951.
- [42] SARMA B.S., VARADAN, T.K., "Lagrange-Type Formulation for Finite Element Analysis of Non-Linear Beam Vibrations", Journal of Sound and Vibration 86 (1), pp.61-70, 1983.
- [43] SARMA, B.S., VARADAN, T.K., "Ritz Finite Element Approach to Nonlinear Vibrations of Beams", International Journal for Numerical Engineering, Vol. 20, pp. 353-367, 1984.
- [44] MEI, C., DECHA-UNIPHAI, K., "A Finite Element Method for Non-Linear Forced Vibrations of Beams", Journal of Sound and Vibration, Vol.102, pp.360-380, 1985.
- [45] RAGLAND, LARRY D., PEDDIESON, JOHN., "Large Extensional Deformation of Rotating Bars", The Journal of the Industrial Mathematics Society, Vol.35 Part.2, 1985.
- [46] MEI, CHUH., "Discussion of Finite Element Formulations of Nonlinear Beam Vibrations", Computers & Structures, Vol.22, No. 1, pp. 83-85, 1986.
- [47] SCALZO, A.J., ALLEN, J.M., ANTOS, R.J., "Analysis and Solution of a Nonsynchronous Vibration Problem in the Last Row Turbine Blade of a Large Industrial Combustion Turbine", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 108, pp.591-598, 1986.
- [48] SATO, K., SHIKANAI, G., MINAMINO, Y., "Non-Linear Vibrations of Beams with Attached Spring-mass System", Bulletin of JSME, Vol.29, No.253, pp:2232-2238, July-1986.

- [49] PIELORZ, A., NADOLSK, W., "Non-Linear Vibration of a Cantilever Beam of Variable Cross-Section", ZAMM, 66/3, PP.147-154, 1986
- [50] SATHYAMOORTHY, M., ELLEBRACHT, JERRI. F. "Effect of Non-Linear Constitutive Equation On Vibrations of Beams", Meccanica, Vol.21 Vol.21, pp.159-163, 1986
- [51] SUBRAHMANYAM, K. B., KAZA, K. R. V., BROWN, G. V., LAWRENCES, C., "Nonlinear Vibration and Stability of Rotating, Pretwisted Preconed Blades Including Coriolis Effects", Journal Aircraft, Vol.24-No.5, 1987.
- [52] SENCHENKOV, I. K., AND KIRICHOK, I. F., "Forced Nonlinear Vibrations and Dissipative Heating of a Viscoelastic Beam", Pirikladnaya Mekhanika, Vol 23, No. 1, pp. 91-97, January, 1987.
- [53] SUBRAHMANYAM, K. B., KAZA, K. R. V., "Non-Linear Flap-Lag-Extensional Vibrations of Rotating, Pretwisted, Preconed Beams Including Coriolis Effects", International Journal Mechanic Sci., Vol.29, No.1, pp:29-43, 1987.
- [54] DUMIR, P. C., BAHASKAR, A., "Some Erroneous Finite Element Formulations of Non-Linear Vibrations of Beams and Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol.123/3, pp:517-527, 1988.
- [55] KANARACHOS, A. E., SPENTZAS, C. N., "An Artificial Damping Method for The Determination of The Steady State of Harmonically Excited Nonlinear Systems", Journal of Sound and Vibration, Vol.120/3, pp:597-608, 1988.
- [56] SARMA B. S., VARADAN, T. K. AND PRATHAP, G., "On Various Formulations of Large Amplitude Free Vibrations of Beams", Computers & Structures, Vol.29, No.6, pp.959-966, 1988.
- [57] ALLEN, J. M., "Effect of Temperature Dependent Mechanical Properties on Thermal Stres in Cooled Turbine Blades", Journal of Engineering for Power, Vol. 104, pp. 349- 353, 1982.
- [58] TOMAR, J. S., RITA JAIN, "Effect of Thermal Gradient on Frequencies of Wedge-Shaped Rotating Beam", AIAA Journal, Vol. 22, No. 6, pp. 848-850, 1984.
- [59] TOMAR, J. S., RITA JAIN, "Thermal Effect on Frequencies on Coupled Vibrations Pretwisted Rotating Beams", AIAA Journal, Vol. 23, No. 8, pp. 1293-1296, 1985.

- [60] SHARAN, A.M., BAHREE, R., "Variations of Undamped Rotor Blade Frequencies Subjected to Transient Heat Flux", AIAA Journal, Vol. 27, No. 6, pp.802-808,1989.
- [61] MORGÜL, Ö.K., KARADAĞ, V., "Ani Sıcaklık Değişimi Altında Dönen Türbin Kanadı Titreşimleri", 4. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Yalova, İstanbul, sh.183, Eylül 1990.
- [62] KARADAĞ, V., MORGÜL, Ö.K., "Nonlinear Vibrations of Rotating Turbine Blades Subjected to Transient Heat Flux and Thermal Gradient", PD-Vol.47-5 ,Engineering Systems Design and Analysis Vol.5.pp.135-141, ASME 1992.
- [63] İTÜEHBE, Algoritma Grubu, "Özde78", İTÜEHBE Kütüphane El Kılavuzu, 10.Mayıs.1978.



## EK-1

### REF.[59]'DAKİ KANAT BOYUNCA SICAKLIK GRADYANI FAKTÖRÜ

Tomar [59]'nin kullandığı formülasyondaki  $\alpha$  değerine  $\alpha_t$  diyelim.

Bu çalışmadaki formülasyonda kullanılabilir  $\alpha_t$ 'ye fiziksel olarak eşdeğer  $\alpha_\zeta$  tanımının aşağıdaki gibi olduğu [59]'dan anlaşılabilir.

$$\alpha_\zeta = \frac{\alpha_t}{1-\alpha_t} \quad (1)$$

Bunun yanısıra [59] yaptığı kabullerden dolayı (1) ile beraber kullanılması gereken  $E_{o\zeta}$  referans elastisite modülü için ise

$$E_{o\zeta} = E_o (1-\alpha_t) \quad (2)$$

kullanılmalıdır.

## EK-2

### BİLGİSAYAR PROGRAMLARI VE AKIŞ DİYAGRAMI

#### Ek-2.1 Programda kullanılan notasyonlar

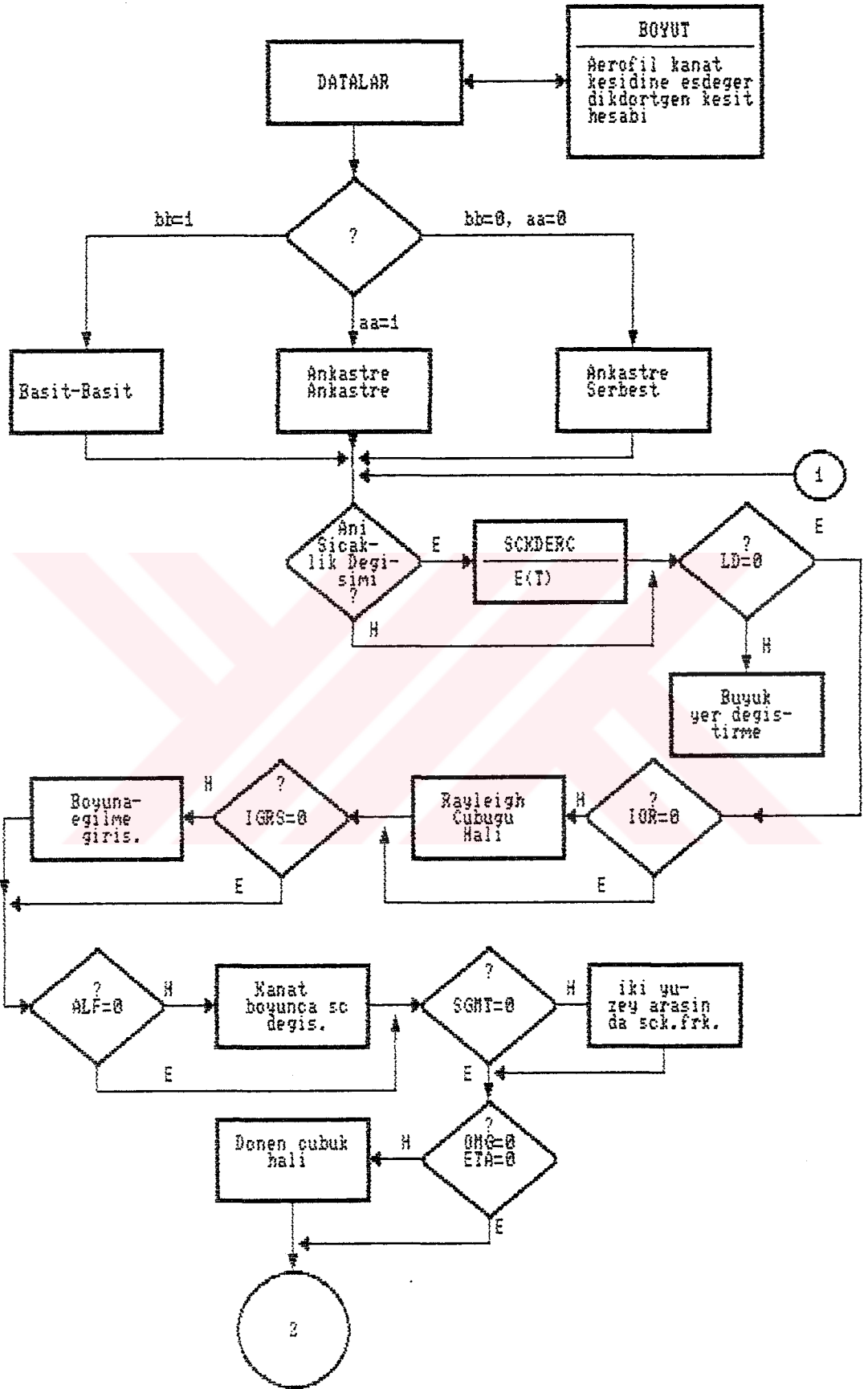
- nmax : Maksimum elaman sayısı.
- ro : Yoğunluk.
- eta : Dönme hızı parametresi.
- e : Elastisite modülü.
- eb : Çubuk genişliği.
- et : Çubuk kalınlığı.
- omg : Disk dönme hızı.
- nmin : Minumum elaman sayısı.
- teta : Kanat durma açısı.
- yracap : Disk yarıçapı/Kanat boyu uzunluğu.
- sderc : Kanadın ulaştığı sıcaklık.
- boy : Kanat boyu.
- sgmt : İki yüzeydeki sıcaklık farkından dolayı meydana gelen gerilme.
- alf : Kanat boyunca sıcaklık değişimi faktörü.
- na : Harmonik tahrikte genliklerin hassas bulunması için iterasyon şartı.
- ti : Harmonik tahrikle beraber nonlinear genliklerin hesaplaması şartı.
- aix : Aerofoil kanat kesitinin x eksenine göre atalet momenti.
- aiy : Aerofoil kanat kesitinin y eksenine göre atalet momenti.
- alan : Aerofoil kanat kesitinin alanı.
- ckvt : 1'e eşitse harmonik tahrik için çözüm yapılır.
- iyz : Harmonik tahrik halinde, nonlinear sonuçların yazdırıldığı iterasyon sayısı.
- ww : Harmonik kuvvetin frekansı.
- fot : Harmonik kuvvetin genliği.

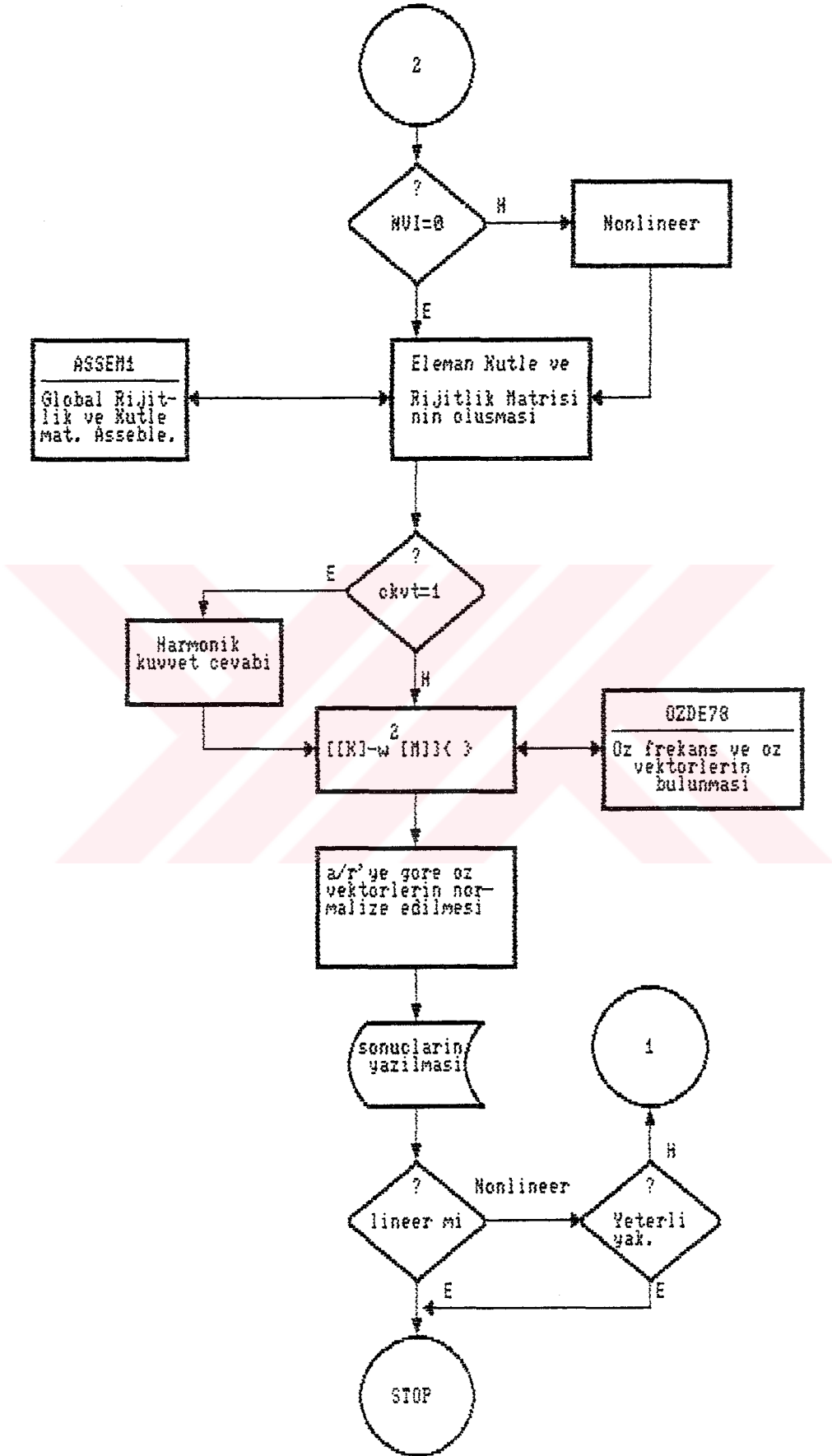
- ymks : Nonlinear yakınsama değeri.  
bb : 1'e eşitse basit-basit mesnetli çubuk.  
aa : 1'e eşitse ankastre-ankastre mesnetli çubuk.  
nvi : Serbest titreşimler için iterasyon sayısı.  
ar : Genlik/Atalet yarıçapı.  
ld : 1'e eşitse büyük yer değişimleri hesaba katılır.  
kmx : 1'e eşitse maksimum kesit dönmesi kullanılarak  
nonlinear sonuçlar bulunur.  
ior : 1'e eşitse Rayleigh çubuğu hali için çözüm  
yapılır.  
mxel : 1'e eşitse her elemandaki maksimum kesit dönmesi  
kullanılarak nonlinear sonuçlar bulunur.  
igrs : 1'e eşitse boyuna-eğilme girişimi hesaba katılır.  
nr : Yazdırılması istenen özdeğer sayısı.



EK-2-2

BİLGİSAYAR PROGRAMLARI VE AKIŞ DİYAGRAMI





```

$large
$debug
c
c
c   CUBUK
c   kuvvet cevabı için iterasyon programı dahil
c   Nonlinear iterasyon yapabilir
c   open(5,file='cubuk.dat',status='old')
c   open(6,file='cubuk.son',status='new')
c   implicit double precision (a-h,o-z)
c   dimension ak(42,42),am(42,42),eval(42),ncode(6),wksi(42),wks2(42)
c   dimension evec(42,42),ek(6,6),em(6,6),ekt(6,6),ekd(6,6),eks(6,6)
c   dimension ek2(6,6),ekd2(6,6),ekd3(6,6),eksl(6,6),ag(42,43)
c   dimension emd1(6,6)
c   dimension emd(6,6),ekmp(6,6),ekmp2(6,6),efnl(6,6),efnl2(6,6)
c
c   nx=(nmax+sınır şartları)*bir noktadaki deformasyon sayısı
c   =[(10+0(ankastre&serbest)]*3
c
c   nx=42
c   read(5,201) nmax,ro,eta,e,eb,et,omg,nmin,teta,yrl,sderc,al,sgat,
c   $alf,na,ti,aix,aiy,aa,dteta,ckvt,iyz,ww,fot,ymks,ibb,iaa,nrmz,nvi,
c   $ar,ld,kmx,ior,axel,igrs,nr
c   write(6,*)'   ior,      axel,      igrs,      nr'
c   write(6,*)ior,axel,igrs,nr
c   write(6,*)'E=',e
c   if(ti.gt.0.and.nvi.gt.0) then
c   write(6,*)'kuvvet cevabındaami yoksa ozdegerdemi nonlinearlik?'
c   write(6,*)'program durdu'
c   write(*,*)'kuvvet cevabındaami yoksa ozdegerdemi nonlinearlik?'
c   write(*,*)'program durdu'
c   stop
c   endif
c   if(ckvt.eq.1.0) then
c   write(6,*)'kuvvet frekansı[Hz]= ',ww
c   endif
c   pk=float(nmax)*0.5d0
c   kp=pk
c   pnmax=2.0d0*kp
c   if(pnmax.ne.nmax) then
c   endif
c   if(sderc.ne.0.0d0) then
c   call sckderc(sderc,e)
c   endif
c   if(iaa.ne.1) go to 49
c   write(6,*)'aa=',iaa,'      Ankastre-Ankastre mesnetli cubuk'
c   49 if(ibb.ne.1) go to 47
c   write(6,*)'bb=',ibb,'      basit-basit mesnetli cubuk'
c   47 api=8.0d0$datan(0.1d+01)
c   ww=ww$api

```

```

if(ibb.gt.0.and.iaa.gt.0) then
write(6,*)'hem ankastre-ankastre, hem basit-basit'
write(6,*)'program durdu'
write(6,*)'hem ankastre, hem basit-basit'
write(6,*)'program durdu'
stop
endif
if(aix.eq.0.0d0)go to 65
if(aiy.eq.0.0d0)go to 65
if(aa.eq.0.0d0)go to 65
tetal=0.0d0
call boyut(aix,aiy,aa,dteta,eb,et,tetal)
201 format(i2,6f10.8,/,i2,5f10.8,f15.13,/,i2,5f10.8,f15.13,/,i2,
*3f10.8,i2,i2,i2,i2,f12.10,i2,i2,i2,i2,i2)
65 if(omg.eq.0.0d0)go to 63
if(eta.eq.0.0d0)go to 63
call etab(nmax,ro,eta,e,eb,et,omg,al)
write(6,289)
289 format(5x,'Verdiginiz eta ve omg"ya göre al (boy) hesaplandı')
63 al=al
ee=alf/al
alfa=ee*tal
write(6,*)'alfa= ',alfa
ai=(eb*et*et*et)/12.0d0
if(eta.eq.0.0d0)go to 67
omg=((e*ai*teta*teta)/(ro*eb*et*al*al*al*al))*0.5d0
write(6,299)
299 format(5x,'Verdiginiz eta"ya göre omg(dönme hızı) hesaplandı')
67 eta=(al*al*omg)*((ro*eb*et)/(e*ai))*0.5d0
tetald=tetal*0.360d+03/api
tteta=teta+tetald
write(6,290)nmax,ro,al,e,eb,et,omg,nmin,tteta,yri,eta,sderc,ti,ww,
&fot
al=0.0d0
evemx=1.0d0
tetar=(teta*api)/0.360d+03
tet=tetal+tetar
290 format(5x,'nmax=',i5,1x,'ro=',d10.3,1x,'al=',d10.3,1x,'e=',d10.3,/,
*,5x,'eb=',d10.3,1x,'et=',d10.3,1x,'omg=',d10.3,1x,'nmin=',i4,/,5x,
*'*tteta=',d10.3,1x,'ycap=',d10.3,1x,'eta=',d10.3,1x,'scklk=',d10.3,
*/,5x,'kvt itrs var=',d10.3,1x,'ww[rd/sn]=',d10.3,1x,'fot=',d10.3)
yr=yri*tal
itys=0
ivn=0
if(nvi.eq.0) go to 16
103 write(6,*)' ',ivn,'. iterasyon'
if(kmx.eq.1) then
write(6,*) 'donmx=',vnd,' donme maximum alındı'
endif
16 do 250 n=amin,nmax
donax=dabs(donmx)

```

```

    if(iaa.eq.1) then
      nx=(n-1)*3
      go to 57
    endif
    if(ibb.eq.1) then
      nx=3*n-1
      go to 57
    endif
57 if(itys.ne.0) go to 565
    write(6,2B0)n
565 do 99 i=1,nx
      do 99 j=1,nx
        ak(i,j)=0.0d0
        am(i,j)=0.0d0
        ag(i,j)=0.0d0
99 continue
    el=al/float(n)
    if(iaa.eq.1) then
      ndf=(n-1)*3
      go to 34
    endif
    if(ibb.eq.1) then
      ndf=3*n-1
      go to 34
    endif
33 ndf=3*n
34 call form1(ek,em,ek2,el,et)
    call form3(eks1)
    call form2(ekd2,ekd3)
    emk=ro*(eb*et)
    do 1341 ijk=1,6
      do 1341 kji=1,6
        emd(ijk,kji)=0.0d0
1341 continue
    do 134 ijk=1,6
      do 134 kji=1,6
        emd(ijk,kji)=em(ijk,kji)
        emd1(ijk,kji)=em(ijk,kji)
        eks(ijk,kji)=eks1(ijk,kji)
134 continue
    if(ld.eq.1) then
      if(mxel.eq.0) then
        do 137 ijk=1,6
          do 137 kji=1,6
            roi=0.0d0
            if(ior.eq.1) then
              roi=420.0d0*et*et*eks1(ijk,kji)/(el*el*12.0d0)
            endif
c
c                                     Large
            em(ijk,kji)=emd(ijk,kji)+420.0d0*eks1(ijk,kji)*donax*donax+roi
c
c                                     Deflection

```

```

137 continue
    endif
    endif
    call mdonmtrm(em,e1)
    call mdonmtrm(emdi,e1)
    call mdonmtrm(eks,e1)
    do 13 iii=1,n
    call codes(iaa,ibb,ncode,iii,iq,ndf,n)
12 ry=yr/e1
    u2=0.0d0
    u1=u2
    u3=u2
    u4=u2
    u5=u2
    u6=u2
    if(kmx.eq.0) then
    if(itys.ne.0.or.ivn.ne.0) then
    call ufu2(evec,u1,u2,iii,n,iaa,ibb,u3,u4,u5,u6)
    endif
    endif
    evevx=dabs(evevx)
    ar1=a1/evevx
    u21=u2-u1
    u21=ar1*u21
c      ?
c    u21=dabs(u21)
c      ?
    u3=ar1*u3
    u4=ar1*u4
    u5=ar1*u5
    u6=ar1*u6
    if(kmx.eq.1) then
    call form5(ekmp,ekmp2,e1)
    endif
    fn=0.0d0
    if(kmx.eq.0) then
    call form6(ekmp,ekmp2,e1,u6,u5,u4,u3)
    call form7(efn1,efn2,e1,u6,u5,u4,u3)
    fn=0.5d0*eb*et*el*el/ai
    endif
    if(ld.eq.1) then

```

```

      if(mx1.eq.1) then
        donmx=dabs(u3)
        do 1371 ijk=1,6
          do 1371 kji=1,6
            if(ior.eq.1) then
              roi=(420.0d0*et*et*eks(ijk,kji))/(ei*el*12)
            endif
c           Large
              em(ijk,kji)=emd(ijk,kji)+420.0d0*eks(ijk,kji)*donmx*donmx+roi
c           Deflection
1371 continue
          endif
        endif
c     her elemanın maksimum donmesi kullanilirsaa ustteki ifade kullanilir
      cy=ry*(float(n)-float(iii))+0.5d0*(float(n)**2-float(iii)**2)
      dy=ry+float(iii)
      bk=(dsin(tet))*dsin(tet)
      do 135 ik=1,6
        do 135 ij=1,6
          ekt(ik,ij)=0.0d0
135 continue
c     dm=(0.5d0*el*eb*tet)/ai
      pm=0.0d0
      if(igrs.eq.1) then
        if(kmx.eq.1) then
          pm=0.5d0*donmx*12.0d0*el*el/(et*tet)
        endif
        if(kmx.eq.0) then
          pm=0.5d0*12.0d0*el*el/(et*tet)
        endif
      endif
      do 15 i=1,6
        do 15 j=1,6
          eel=(1.0d0-ee*(float(iii)-1.0d0)*el)
          efnl1=eel*efnl(i,j)-ee*el*efnl2(i,j)
          ekpl=eel*ekpl(i,j)-ee*el*ekpl2(i,j)
          eknl1=eel*eknl(i,j)-ee*el*eknl2(i,j)
          ck=(bk*emd(i,j))/420.0d0
          eksd=(sqrt*eb*tet*el*eks1(i,j))/(ai*el)
          ekl=eel*ek(i,j)+ee*el*ek2(i,j)
          ekdij=cy*eks1(i,j)+dy*ekd2(i,j)+ekd3(i,j)
          eknl=(0.25d0*donmx*donmx*eb*tet*el*eknl1)/ai
          if(kmx.eq.0) then
            eknl=0.0d0
          endif
          ekt(i,j)=ekl+((em*el*el*el*el*omg*omg)/(e*ai))*ekdij-ck
          $-eksd+eknl+dm*2i*eknl1+pm*ekpl+fn*efnl1*0.5d0
15 continue
      call adonmtrm(ekt,ai)
      call assem1(ekt,em,ncode,ak,aa,nn,mm)
      if(isa.eq.0.and.ibr.eq.0) go to 103
      if(isi.eq.0) go to 103
      goendf
      aa=ndf
      .00 adn4bb

```

```

13 continue
   if(itys.ne.0)go to 383
   write(6,28)nn,mm
28 format(//,6x,i3,3x,i3,/)
383 continue
c
      kuvvet cevabı
   if(ckvt.eq.1.0) then
   if(iaa.eq.0.and.ibt.eq.0) then
   if(ivn.ne.0) then
   write(6,*)'kuvvet cevabı için nonlinear iterasyon yapılmadı'
   goto 3783
   endif
   call cvbkt(nn,mm,ag,ak,am,fot,as,e,ai,ei,ww,ro,eb,et,donmx
   $,daq,yaks,itys,iyz,ar)
3783 ivn=ivn
   endif
   endif
   if(ckvt.eq.1.0) then
   if(iaa.ne.0.or.ibt.ne.0) then
   endif
   endif
c
   i=1
   call ozde78(ak,42,am,42,ndf,eval,avec,42,wks1,wks2,i)
   if(i.eq.0)go to 100
   write(6,200)i
200 format(1h0,'Failure,ifail=',i5)
   stop
100 emk=ro*(eb*et)
   aml=dsqrt((e*ai)/(eak*ai*al*al*al))
37 if(itys.eq.0) go to 666
   if(itys.ge.iyz) go to 666
   if(dabs(daq).ge.ymks) go to 209
c
666 do 30 i=1,nr
   eval(i)=eval(i)*420.0d0*(float(n)**4)
   eval(i)=dsqrt(eval(i))
   omega=eval(i)*aml
   omega=omega/api
   if(nrm1z.ne.1) go to 72
   call onrm1z(ndf,avec,i)
72 write(6,210) i,eval(i),i,omega
   if(i.eq.1) then
   write(6,2210)i,(avec(j,i),j=1,ndf)
   endif
30 continue
209 a=a
210 format(5x,'lamda',i2,'=',d16.7,5x,'omega',i2,'=',d16.7,2x,
5'hz',/)
2210 format(5x,'eigenvector',i3,/, (5x,4d16.7/))
250 continue

```

```

        if(nmin.eq.nmax) then
c
c      nmin=nmax oldugunda nonlinear titresim degerleri
        if(nvi.eq.0) go to 73
        ivn=ivn+1
        if(ivn.gt.nvi) go to 73
        call nvitrs(evec,vnd,et,ndf,ar,iaa,ibb,ai,evenx)
        donax=vnd
        go to 103
73 if(nvi.ne.0) go to 279
c
        if(ckvt.eq.1.0) then
        if(iaa.eq.0.and.ibb.eq.0) then
        itys=itys+1
        if (ti.eq.(0.0))go to 279
        if(itys.eq.1)go to 278
        dag=donmx-ai*ag((nn-1),ms)/ag((nn-2),ms)
        if(dabs(dag).le.ymks)go to 279
278 ymxdon=ag((nn-1),ms)
        roo=et/dsqrt(12.0d0)
        ai=ar*roo
        ymxdon=ai*ymxdon/ag((nn-2),ms)
        donax=ymxdon
        write(6,562)itys
562 format(//,5x,i3,' iterasyon',/)
        go to 16
        endif
        endif
279 continue
c
        endif
280 format(//,5x,'number of elements=',i2,/)
        stop
        end
c
c
c      subroutine cvbkt(nn,mm,ag,ak,am,fot,ms,e,ai,el,ww,ro,eb,et,donax
$,dag,ymks,itys,iyz,ar)
        implicit double precision(a-h,o-z)
        dimension ag(42,43),ak(42,42),am(42,42)
        deter=0.0d0
        eps=0.1d-09
        do 88 i=1,nn
        do 88 j=1,mm
        ag(i,j)=e*ai*ak(i,j)/(el*el*el)-ww*ww*ro*eb*et*el*am(i,j)/
$420.0d0
88 continue
        do 89 i=1,nn
        i=mm+1
        ag(i,j)=0.0d0
89 continue

```

```

    ag((nn-2),(mm+1))=fot
    ms=mm+1
    call aslvj(ag,nn,ms,eps,deter,na)
    roo=et/dsqrt(12.0d0)
    al=ar*roo
    dag=donmx-al*ag((nn-1),ms)/ag((nn-2),ms)
    if(itys.eq.0) go to 312
    if(itys.ge.iyz) go to 312
    if(dabs(dag).le.yaks) go to 312
    go to 313
312 do 87 i=1,nn
    j=ms
    write(6,*)ag(i,j)
    87 continue
313 continue
    return
    end

c
    subroutine onrmlz(ndf,vec,i)
    implicit double precision(a-h,o-z)
    dimension vec(42,42)
    vkrlr=0.0d0
    do 48 j=1,ndf
    vkrlr=vkrlr+vec(j,i)*vec(j,i)
48 continue
    akovkrlr=dsqrt(vkrlr)
    if(i.eq.1) then
    write(6,*)'yervec= ',akovkrlr
    endif
    do 56 j=1,ndf
    vec(j,i)=vec(j,i)/akovkrlr
56 continue
    return
    end

c
c
    subroutine codes(iaa,ibb,ncode,iii,iq,ndf,n)
    implicit double precision(a-h,o-z)
    dimension ncode(6)
    if(iaa.eq.1)go to 51
    if(ibb.eq.1)go to 43
51 if(iii.gt.1)go to 7
    ncode(1)=0
    ncode(2)=0
    ncode(3)=1
    ncode(4)=2
    ncode(5)=0
    ncode(6)=3
    go to 12
43 if(iii.gt.1)go to 44
    ncode(1)=0

```

```

ncode(2)=1
ncode(3)=2
ncode(4)=3
ncode(5)=0
ncode(6)=4
go to 12
44 do 45 iq=1,6
  if(iq.eq.3.or.iq.eq.4) then
    ncode(iq)=3*iii+iq-4
    go to 27
  endif
  if(iq.eq.5) then
    ncode(iq)=3*iii+iq-7
    go to 27
  endif
  ncode(iq)=3*iii+iq-5
27 if(iii.eq.n.and.iq.ge.3) go to 46
45 continue
46 if(iii.ne.n) go to 12
  ncode(3)=0
  ncode(4)=ndf
  ncode(5)=ndf-1
  ncode(6)=0
  go to 12
7 do 11 iq=1,6
  if(iq.eq.3.or.iq.eq.4) then
    ncode(iq)=3*iii+iq-5
    go to 58
  endif
  if(iq.eq.5) then
    ncode(iq)=3*iii+iq-8
    go to 58
  endif
  ncode(iq)=3*iii+iq-6
58 if(iaa.eq.0) go to 881
  if(iii.eq.n) go to 52
881 abc=abc
11 continue
  if(iaa.eq.0) go to 12
52 if(iii.ne.n) go to 12
  ncode(1)=ndf-2
  ncode(2)=ndf-1
  ncode(3)=0
  ncode(4)=0
  ncode(5)=ndf
  ncode(6)=0
12 return
end

```

```
subroutine ulu2(evec,u1,u2,iii,n,iaa,ibb,u3,u4,u5,u6)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension evec(42,42)
if(iaa.eq.1) then
i2=3*iii
i1=i2-3
i3=i2-1
i4=i3-1
i5=i4-2
i6=i5-1
if(iii.eq.n) then
u2=0.0d0
u1=evec(i1,1)
u5=evec(i5,1)
u6=evec(i6,1)
u3=u2
u4=u2
go to 5
endif
u2=evec(i2,1)
u1=evec(i1,1)
u3=evec(i3,1)
u4=evec(i4,1)
u5=evec(i5,1)
u6=evec(i6,1)
go to 5
endif
if(ibb.eq.1) then
i2=2*iii+iii+1
i1=i2-3
i3=i2-1
i4=i3-1
i5=i4-2
i6=i5-1
if(iii.eq.n) then
u2=0.0d0
u1=evec(i1,1)
i3=i1+1
i5=i1-1
i6=i5-1
u3=evec(i3,1)
u4=u2
u5=evec(i5,1)
u6=evec(i6,1)
go to 5
endif
u2=evec(i2,1)
u1=evec(i1,1)
u3=evec(i3,1)
u4=evec(i4,1)
u5=evec(i5,1)
```

```

u6=evect(i6,1)
go to 5
endif
i2=3*iii
i1=i2-3
i3=i2-1
i4=i3-1
i5=i4-2
i6=i5-1
u2=evect(i2,1)
u1=evect(i1,1)
u3=evect(i3,1)
u4=evect(i4,1)
u5=evect(i5,1)
u6=evect(i6,1)
5 if(iii.eq.1) then
u1=0.0d0
u6=u1
u5=u1
if(ibb.eq.1) then
i5=1
u5=evect(i5,1)
endif
endif
return
end

```

c

```

subroutine nvtirs(vevec,vnd,et,ndf,ar,iaa,ibb,ai,evenx)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension vevec(42,42)
roo=et/dsqrt(12.0d0)
ai=ar*roo
if(iaa.eq.1) then
ndf1=ndf-1
ndf2=ndf1/2
vnd=ai*vevec(ndf1,1)/vevec(ndf2,1)
go to 5
endif
if(ibb.eq.1) then
ndf2=(ndf-1)/2
vnd=ai*vevec(ndf,1)/vevec(ndf2,1)
go to 5
endif
ndf1=ndf-1
ndf2=ndf-2
vnd=ai*vevec(ndf1,1)/vevec(ndf2,1)
5 evenx=vevec(ndf2,1)
return
end

```

c

```

subroutine mdomtra(em,el)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension em(6,6)
do 3 i=1,4
j=0
do 7 k=1,2
j=j+2
em(i,j)=el*em(i,j)
7 continue
3 continue
i=0
do 4 k=1,2
i=i+2
do 8 j=1,4
em(i,j)=el*em(i,j)
8 continue
4 continue
return
end

```

c

```

subroutine aslvqj(a,n,m,eps,deter,na)
implicit double precision (a-h,o-z)
dimension a(42,43)
deter=1.0d0
do 9 k=1,n
deter=deter*a(k,k)
if(dabs(a(k,k)).gt.eps) go to 5
write(6,202)
return
5 kpi=k+1
do 6 j=kpi,m
6 a(k,j)=a(k,j)/a(k,k)
a(k,k)=1.0d0
do 9 i=1,n
if(i.eq.k.or.a(i,k).eq.0.0) go to 9
do 8 j=kpi,m
8 a(i,j)=a(i,j)-a(i,k)*a(k,j)
a(i,k)=0.0d0
9 continue
if(na.eq.0) go to 10
n1=n+1
n2=n-1
do 20 in=n1,m
do 20 i=1,n2
ii=n-i
jj=ii+1
do 30 j=jj,n
30 a(ii,in)=a(ii,in)-a(j,in)*a(ii,j)
20 continue
202 Format('      Small Pivot-Matrix may be SINGULAR  ')
10 if(na.ne.2) go to 204

```

```

do 3 i=1,n
as=a(i,i)
do 3 j=1,m
3 a(i,j)=a(i,j)/as
do 11 ite=1,40
nf=1
do 7 i=1,n
xs=a(i,m)
do 12 j=1,n
if(i.eq.j) go to 12
a(i,m)=a(i,m)-a(i,j)*a(j,m)
12 continue
if(dabs(xs-a(i,m)).le.eps) go to 7
nf=0
7 continue
if (nf.ne.1) go to 11
go to 204
11 continue
write(6,203) ite
203 format(5x,'ITER. not ended with = ',I2)
204 continue
return
end

```

c

```

subroutine form7(efn1,efn12,e1,u6,u5,u4,u3)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension efn1(6,6),efn12(6,6)
do 50 i=1,6
do 50 j=1,6
efn1(i,j)=0.0d0
efn12(i,j)=0.0d0
50 continue
w1=(u6*u6)/(e1*e1)
w2=(u6*u5)/e1
w3=u5*u5
w4=(u6*u4)/(e1*e1)
w5=(u6*u3)/e1
w6=(u5*u4)/e1
w7=u5*u3
w8=(u4*u4)/(e1*e1)
w9=(u4*u3)/e1
w10=u3*u3
efn1(1,1)=(72.0d0*w1+18*w2+3.0d0*w3-144.0d0*w4+18.0d0*w5-
$18.0d0*w6+72.0d0*w8-18.0d0*w9+3.0d0*w10)/35.0d0
efn1(1,2)=(9.0d0*w1+6.0d0*w2-w3/4.0d0-18.0d0*w4-6.0d0*w6+
$w7/2.0d0+9*w8+w10/4.0d0)/35.0d0
efn1(1,3)=-efn1(1,1)
efn1(1,4)=(9.0d0*w1+w3/4.0d0-18.0d0*w4+6.0d0*w5+
$w7/2.0d0+9.0d0*w8-6.0d0*w9-w10/4.0d0)/35.0d0
efn1(2,2)=(3.0d0*w1-w2/2.0d0+2.0d0*w3-6.0d0*w4+w5/2.0d0
$+w6/2.0d0-w7/2.0d0+3.0d0*w8-w9/2.0d0+w10/6.0d0)/35.0d0

```

```

efn1(2,3)=-efn1(1,2)
efn1(2,4)=(w2/2.0d0-w3/4.0d0+w5/2.0d0-w6/2.0d0+w7/3.0d0
*-w9/2.0d0-w10/4.0d0)/35.0d0
efn1(3,3)=efn1(1,1)
efn1(3,4)=-efn1(1,4)
efn1(4,4)=(3.0d0*w1+w2/2.0d0+w3/6.0d0-6.0d0*w4-w5/2.0d0-w6/2.0d0
*-w7/2.0d0+3.0d0*w8+w9/2.0d0+2.0d0*w10)/35.0d0
efn12(1,1)=(36.0d0*w1+i2.0d0*w2+3.0d0*w3/2.0d0-72.0d0*w4+6.0d0*w5
*-12.0d0*w6+36.0d0*w8-6.0d0*w9+3.0d0*w10/2.0d0)/35.0d0
efn12(1,2)=(6.0d0*w1+3.0d0*w2+w3/4.0d0-12.0d0*w4+3.0d0*w6+
*6.0d0*w8+w10/4.0d0)/35.0d0
efn12(1,3)=-efn12(1,1)
efn12(1,4)=(3.0d0*w1-6.0d0*w4+3.0d0*w5+w7/2.0d0+3.0d0*w8-3.0d0*w9
*-w10/2.0d0)/35.0d0
efn12(2,2)=(3.0d0*w1/2.0d0-w2/2.0d0+w3/6.0d0-3.0d0*w4-w6/2.0d0
*-w7/12.0d0+3.0d0*w8/2.0d0-w10/12.0d0)/35.0d0
efn12(2,3)=-efn12(1,2)
efn12(2,4)=(-w3/24.0d0+w5/2.0d0-w7/6.0d0-w9/2.0d0)/35.0d0
*-w10/168.0d0
efn12(3,3)=efn12(1,1)
efn12(3,4)=-efn12(1,4)
efn12(4,4)=(3.0d0*w1/2.0d0+w2/2.0d0-w3/12.0d0-3.0d0*w4-w5
*-w6/2.0d0+3.0d0*w8/2.0d0+w9+!1.0d0*w10/6.0d0)/35.0d0-w7/84.0d0
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
efn1(j,i)=efn1(i,j)
efn12(j,i)=efn12(i,j)
6 continue
return
end

```

c

```

subroutine form6(ekmp,ekmp2,e1,u6,u5,u4,u3)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ekmp(6,6),ekmp2(6,6)
do 50 i=1,6
do 50 j=1,6
ekmp(i,j)=0.0d0
ekmp2(i,j)=0.0d0
50 continue
ekmp(5,1)=- (6.0d0*u6/5.0d0+e1*u5/10.0d0-6.0d0*u4/5.0d0
*+e1*u3/10.0d0)/e1
ekmp(5,2)=- (u6/10.0d0+2.0d0*e1*u5/15.0d0-u4/10.0d0-e1*u3/30.0d0)
ekmp(5,3)=-ekmp(5,1)
ekmp(5,4)=- (u6/10.0d0-e1*u5/30.0d0-u4/10.0d0+2.0d0*e1*u3/15.0d0)
ekmp(6,1)=-ekmp(5,1)
ekmp(6,2)=-ekmp(5,2)
ekmp(6,3)=-ekmp(5,3)
ekmp(6,4)=-ekmp(5,4)
ekmp2(5,1)=- (3.0d0*u6/5.0d0+e1*u5/10.0d0-3.0d0*u4/5.0d0)/e1
ekmp2(5,2)=- (u6/10.0d0+e1*u5/30.0d0-u4/10.0d0-e1*u3/30.0d0)
ekmp2(5,3)=-ekmp2(5,1)

```

```

ekmp2(5,4)=-(-e1#u5/60.0d0+e1#u3/10.0d0)
ekmp2(6,1)=ekmp2(5,3)
ekmp2(6,2)=-ekmp2(5,2)
ekmp2(6,3)=ekmp2(5,1)
ekmp2(6,4)=-ekmp2(5,4)
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
ekmp(i,j)=ekmp(j,i)
ekmp2(i,j)=ekmp2(j,i)
6 continue
return
end

```

c

```

subroutine form5(ekmp,ekmp2,e1)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ekmp(6,6),ekmp2(6,6)
do 50 i=1,6
do 50 j=1,6
ekmp(i,j)=0.0d0
ekmp2(i,j)=0.0d0
50 continue
ekmp(5,1)=1.0d0
ekmp(5,3)=-ekmp(5,1)
ekmp(6,1)=ekmp(5,3)
ekmp(6,3)=ekmp(5,1)
ekmp2(5,1)=0.5d0
ekmp2(5,2)=e1/12.0d0
ekmp2(5,3)=-ekmp2(5,1)
ekmp2(5,4)=-ekmp2(5,2)
ekmp2(6,1)=ekmp2(5,3)
ekmp2(6,2)=ekmp2(5,4)
ekmp2(6,3)=ekmp2(5,1)
ekmp2(6,4)=ekmp2(5,2)
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
ekmp(i,j)=ekmp(j,i)
ekmp2(i,j)=ekmp2(j,i)
6 continue
return
end

```

c

```

subroutine form1(ek,em,ek2,e1,et)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ek(6,6),em(6,6),ek2(6,6)
do 50 i=1,6
do 50 j=1,6
ek(i,j)=0.0d0
em(i,j)=0.0d0
ek2(i,j)=0.0d0
50 continue
ek(1,1)=12.0d0

```

```

ek(1,2)=6.0d0
ek(1,3)=-12.0d0
ek(1,4)=6.0d0
ek(2,2)=4.0d0
ek(2,3)=-6.0d0
ek(2,4)=2.0d0
ek(3,3)=12.0d0
ek(3,4)=-6.0d0
ek(4,4)=4.0d0
ek(5,5)=(12.0d0*el*el)/(et*et)
ek(6,6)=ek(5,5)
ek(5,6)=-ek(5,5)
ek2(1,1)=-6.0d0
ek2(1,2)=-2.0d0
ek2(1,3)=6.0d0
ek2(1,4)=-4.0d0
ek2(2,2)=-1.0d0
ek2(2,3)=2.0d0
ek2(2,4)=-1.0d0
ek2(3,3)=-6.0d0
ek2(3,4)=4.0d0
ek2(4,4)=-3.0d0
ek2(5,5)=-6.0d0*el*el/(et*et)
ek2(6,6)=ek2(5,5)
ek2(5,6)=-ek2(5,5)
em(1,1)=156.0d0
em(1,2)=22.0d0
em(1,3)=54.0d0
em(1,4)=-13.0d0
em(2,2)=4.0d0
em(2,3)=13.0d0
em(2,4)=-3.0d0
em(3,3)=156.0d0
em(3,4)=-22.0d0
em(4,4)=4.0d0
em(5,5)=140.0d0
em(5,6)=70.0d0
em(6,6)=em(5,5)
do 6 i=1,6
do 6 j=i,6
ek(j,i)=ek(i,j)
ek2(j,i)=ek2(i,j)
em(j,i)=em(i,j)
6 continue
return
end
c
subroutine form3(eksl)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension eksl(6,6)
do 50 i=1,6

```

```

do 50 j=1,6
  eks1(i,j)=0.0d0
50 continue
  eks1(1,1)=6.0d0/5.0d0
  eks1(1,2)=1.0d0/10.0d0
  eks1(1,3)=-6.0d0/5.0d0
  eks1(1,4)=eks1(1,2)
  eks1(2,2)=2.0d0/15.0d0
  eks1(2,3)=-1.0d0/10.0d0
  eks1(2,4)=-1.0d0/30.0d0
  eks1(3,3)=6.0d0/5.0d0
  eks1(3,4)=eks1(2,3)
  eks1(4,4)=2.0d0/15.0d0
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
  eks1(j,i)=eks1(i,j)
6 continue
return
end

```

c

```

subroutine form2(ekd2,ekd3)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ekd2(6,6),ekd3(6,6)
do 53 i=1,6
do 53 j=1,6
  ekd2(i,j)=0.0d0
  ekd3(i,j)=0.0d0
53 continue
  ekd2(1,1)=3.0d0/5.0d0
  ekd2(1,2)=1.0d0/10.0d0
  ekd2(1,3)=-3.0d0/5.0d0
  ekd2(1,4)=0.0d0
  ekd2(2,2)=1.0d0/30.0d0
  ekd2(2,3)=-1.0d0/10.0d0
  ekd2(2,4)=-1.0d0/60.0d0
  ekd2(3,3)=3.0d0/5.0d0
  ekd2(3,4)=0.0d0
  ekd2(4,4)=1.0d0/10.0d0
  ekd3(1,1)=-6.0d0/35.0d0
  ekd3(1,2)=-1.0d0/28.0d0
  ekd3(1,3)=6.0d0/35.0d0
  ekd3(1,4)=1.0d0/70.0d0
  ekd3(2,2)=-1.0d0/105.0d0
  ekd3(2,3)=1.0d0/28.0d0
  ekd3(2,4)=1.0d0/140.0d0
  ekd3(3,3)=-6.0d0/35.0d0
  ekd3(3,4)=-1.0d0/70.0d0
  ekd3(4,4)=-3.0d0/70.0d0
do 6 i=1,6
do 6 j=1,6
  ekd2(j,i)=ekd2(i,j)

```

```

    ekd3(j,i)=ekd3(i,j)
6 continue
    return
end

```

c

```

subroutine assem1(ek,em,ncode,ak,am,ii,jj)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension ncode(6),ak(42,42),am(42,42),ek(6,6),em(6,6)
do 30 i=1,6
    ii=ncode(i)
    if(ii.eq.0) go to 30
    do 20 j=1,6
        jj=ncode(j)
        if(jj.eq.0) go to 20
        ak(ii,jj)=ak(ii,jj)+ek(i,j)
        am(ii,jj)=am(ii,jj)+em(i,j)
        if(ii.eq.jj.and.ak(ii,jj).lt.0.0) go to 22
        go to 26
22 write(6,23) ak(ii,jj),ii,jj
23 format(/,5x,'ak(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
26 continue
        if(ii.eq.jj.and.am(ii,jj).lt.0.0) go to 24
        go to 20
24 write(6,25) am(ii,jj),ii,jj
25 format(/,5x,'am(ii,jj)=',d15.6,3x,'ii=',i3,3x,'jj=',i3)
20 continue
30 continue
    return
end

```

c

```

subroutine ozde76(a,ia,b,ib,n,r,v,iv,dl,e,ifail)
implicit double precision(a-h,o-z)
integer p0iaaf
dimension a(ia,n),b(ib,n),r(n),v(iv,n),dl(n),e(n)
data rname/'f02aef'/
isave=ifail
ifail=1
call f0iaef(n,a,ia,b,ib,dl,ifail)
if(ifail.eq.0) go to 1
ifail=p0iaaf(isave,ifail,rname)
return
1 tol=2.0d0**(-218)
call f0iajf(n,tol,a,ia,r,e,v,iv)
tol=2.0d0**(-37)
ifail=1
call f02amf(n,tol,r,e,v,iv,ifail)
if(ifail.eq.0.0) go to 2
ifail=p0iaaf(isave,2,rname)
return
2 call f0iaff(n,1,n,b,ib,dl,v,iv)
return
end

```

```

subroutine f01aff(n,im1,im2,b,ib,dl,z,iz)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension b(ib,n),dl(n),z(iz,n)
do 1 j=im1,im2
do 2 ii=1,n
i=n-ii+1
x=z(i,j)
i2=i+1
if(i2.gt.n) go to 100
do 3 k=i2,n
x=x-b(k,i)*z(k,j)
3 continue
100 z(i,j)=x/dl(i)
2 continue
1 continue
return
end

```

c

```

subroutine f02aaf(n,amache,d,e,z,iz,ifail)
implicit double precision(a-h,o-z)
dimension d(n),e(n),z(iz,n)
do 1 i=2,n
e(i-1)=e(i)
1 continue
e(n)=0.0d0
b=0.0d0
f=0.0d0
do 2 l=1,n
j=0
h=amache*(dabs(d(l))+dabs(e(l)))
if(b.lt.h) b=h
do 3 m=1,n
if(dabs(e(m)).le.b) go to 100
3 continue
100 if(m.eq.1) go to 101
104 if(j.eq.30) go to 1000
j=j+1
p=(d(l+1)-d(l))*0.5d0/e(l)
r=dsqrt(p*p+1.0d0)
h=p+r
if(p.lt.0.0) h=p-r
h=d(l)-e(l)/h
do 4 i=1,n
d(i)=d(i)-h
4 continue

```

```

f=f+h
p=d(m)
c=1.0d0
s=0.0d0
m1=m-1
do 5 ii=1,m1
i=m1-ii+1
g=c*e(i)
h=c*p
if(dabs(p).lt.dabs(e(i))) go to 102
c=e(i)/p
r=dsqrt(c*c+1)
e(i+1)=s*p*r
s=c/r
c=1.0d0/r
go to 103
102 c=p/e(i)
r=dsqrt(c*c+1)
e(i+1)=s*e(i)*r
s=1.0d0/r
c=c/r
103 p=c*d(i)-s*g
d(i+1)=h+s*(c*g+s*d(i))
c
///// form vector /////
do 6 k=1,n
h=z(k,i+1)
z(k,i+1)=s*z(k,i)+c*h
z(k,i)=c*z(k,i)-s*h
6 continue
5 continue
e(1)=s*p
d(1)=c*p
if(dabs(e(1)).gt.b) go to 104
101 d(1)=d(1)+f
2 continue
c
//////// // //
do 7 i=1,n
k=i
p=d(i)
il=i+1
if(il.gt.n) go to 105
do 8 j=il,n
if(d(j).ge.p) go to 8
k=j
p=d(j)
8 continue
105 if(k.eq.i) go to 7
d(k)=d(i)
d(i)=p
do 9 j=1,n
p=z(j,i)

```

```

      z(j,i)=z(j,k)
      z(j,k)=p
      9 continue
      7 continue
      ifail=0
      return
1000 ifail=1
      return
      end
c
c
      subroutine f01ajf(n,atol,a,ia,d,e,z,iz)
      implicit double precision(a-h,o-z)
      dimension a(ia,n),d(n),e(n),z(iz,n)
      do 1 i=1,n
      do 1 j=1,i
      z(i,j)=a(i,j)
      1 continue
      do 3 ii=2,n
      i=n-ii+2
      l=i-2
      f=z(i,i-1)
      g=0.0d0
      if(l.eq.0) go to 103
      do 4 k=1,l
      g=g+z(i,k)*z(i,k)
      4 continue
103 h=g+f*f
c      // // // // //
      if(g.gt.atol) go to 100
      e(i)=f
      h=0.0d0
      go to 101
100 l=l+1
      g=dsqrt(h)
      if(f.ge.0.0) g=-g
      e(i)=g
      h=h-f*g
      z(i,i-1)=f-g
      f=0.0d0
      do 5 j=1,l
      z(j,i)=z(i,j)/h
      g=0.0d0
c      // // // aXu // //
      do 6 k=1,j
      g=g+z(j,k)*z(i,k)
      6 continue
      j1=j+1
      if(j1.gt.l) go to 104
      do 7 k=j1,l
      g=g+z(k,j)*z(i,k)

```

```

7 continue
c  /// p  ///
104 e(j)=g/h
    f=f+g*z(j,i)
5 continue
c  /// k  ///
    hh=f/(h+h)
c
    do 8 j=1,1
    f=z(i,j)
    g=e(j)-hh*f
    e(j)=g
    do 9 k=1,j
    z(j,k)=z(j,k)-f*e(k)-g*z(i,k)
9 continue
8 continue
101 d(i)=h
3 continue
    e(1)=0.0d0
    d(1)=0.0d0
c  ///      ///      ///
    do 10 i=1,n
    l=i-1
    if(d(i).eq.0.0) go to 102
    do 11 j=1,1
    g=0.0d0
    do 12 k=1,1
    g=g+z(i,k)*z(k,j)
12 continue
    do 13 k=1,1
    z(k,j)=z(k,j)-g*z(k,i)
13 continue
11 continue
102 d(i)=z(i,i)
    z(i,i)=1.0d0
    if(l.eq.0)go to 10
    do 14 j=1,1
    z(i,j)=0.0d0
    z(j,i)=0.0d0
14 continue
10 continue
    return
end
c
subroutine f01aef(n,a,ia,b,ib,dl,ifail)
implicit double precision(a-h,q-z)
dimension a(ia,n),b(ib,n),dl(n)
if(n.lt.0) go to 100
do 1 i=1,n
l1=i-1
do 2 j=1,n

```



```

    return
1000 ifail=1
    return
    end
c
    integer function p01aaf(isave,ifail,rname)
    write(6,100)rname,ifail
100 format(/,5x,'library fails in ',i6,'with error',i3)
    return
    end
c
c   CUBUK boyu
c
    subroutine etab(nmax,ro,eta,e,eb,et,omg,al)
    implicit double precision (a-h,o-z)
    emk=ro*eb*et
    ai=eb*et*et/12.0d0
    al=((eta/omg)**0.5)**((e*ai/emk)**0.25)
    return
    end
c
c   BOYUT HAZIRLAMA
c   KANAT PROFILINE ESDEGER DIKDÜRTGEN PROFIL
c   teta1=kanat kesit durma açısı+esdeğer durma açısı
c
    subroutine boyut(aix,aiy,aa,dteta,eb,et,teta1)
    implicit double precision (a-h,o-z)
    eb=(6.0d0*(aix+aiy)/aa+((6.0d0*(aix+aiy)/aa)**2-aa**2)**0.5d0)**
    &0.5d0
    et=aa/eb
    ax=aa*et*et/12
    ay=aa*eb*eb/12
    teta2=dasin((dabs((aix-aiy)/(ax-ay))))**0.5d0)
    api=8.0d0*datan(0.1d+01)
    dtet=dteta*api/0.360d+03
    teta1=dtet+teta2
    return
    end
c
    subroutine sckderc(sderc,e)
    implicit double precision (a-h,o-z)
    if(sderc.eq.32.0d0) then
    e=2.1012d+11
    goto 5
    endif
    if(sderc.eq.230.0d0) then
    e=2.0012d+11
    goto 5
    endif
    if(sderc.eq.340.0d0) then
    e=1.7111d+11

```

```
goto 5
endif
if(sderc.eq.450.0d0) then
e=1.851d+11
goto 5
endif
if(sderc.eq.500.0d0) then
e=1.8311d+11
goto 5
endif
5 return
end
```



## ÖZ GEÇMİŞ

1958 yılında Rize Pazar'da doğdu. İlk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamladı. Kabataş Erkek Lisesinden 1976 yılında mezun oldu, aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina bölümüne kayıt oldu. 1981 yılında Mak. Mühendisi ünvanını aldı. 1982 yılında Yıldız Üniversitesi'nde Konstrüksiyon master programına kayıt oldu. Aynı yıl İ.T.Ü. Sak. Müh. Fak. Mak. Bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladı. 1984 yılında Mak. Yük.Mühendisi ünvanını aldı. Aynı yıl İ.T.Ü. Fen Bilimleri Ens. Makina Böl. Konstrüksiyon Doktora programına kayıt oldu. Halen Sakarya Üniversitesi Makina Böl. Makina Teorisi ve Dinamiği Ana. Bil. Dalında Araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır. Evli ve iki çocuk babasıdır.

